

Н.Н. Михельсон

**Оптика
астрономических
телескопов
и методы ее расчета**



Москва
Издательская фирма
«Физико-математическая литература»
1995

ББК 22.6с
М69
УДК 520.2 : 535.31

Спонсоры издания:
Главная астрономическая обсерватория РАН
в Пулково (директор член-корреспондент РАН
В.К. Абалакин),
члены частного фонда сотрудников фирмы
«Карл Цейс Йена ГмБХ» госпожа Г. Шенке, господа
А. Йениш, Г. Бек, профессор Оптического центра
Нордхайм-Вестфалия господин М. Штейнбах.

МИХЕЛЬСОН Н.Н. Оптика астрономических телескопов и методы ее расчета. — М.: Физматлит, 1995. — 333 с. с ил. ISBN 5-02-014772-9

Изложены основы геометрической оптики, аберрации оптических систем, общие методы их расчета, включая использование диаграммы Бёрча, свойства отдельных элементов оптических систем телескопов, типы линзовых объективов и их расчет по методам Слюсарева и Конради, одно-, двух- и трехзеркальные системы рефлекторов, их классификация, разновидности, свойства, их методы расчета, линзовые корректоры поля и корректоры с асферическими пластинками и их расчет, системы Б. Шмидта, их расчет по методу Д.Д. Максутава, менисковые системы Д.Д. Максутава и некоторые специальные системы.

Приведен ряд программ для микрокалькуляторов. Эти программы позволяют выполнить расчет многих достаточно сложных систем, не прибегая к большим ЭВМ.

Для инженеров-оптиков, астрономов и геодезистов, студентов астрономических, геодезических и оптических специальностей, квалифицированных астрономов-любителей. Также может служить учебным пособием и справочником.

Табл. 16. Ил. 171. Библиогр. 145.

М $\frac{1605010000-008}{053(02)-95}$ Без объявл.

© Н.Н. Михельсон, 1995

ISP № 5-02-014772-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Введение	9
Основные обозначения	10
Глава 1. Основные понятия геометрической оптики. Поверхности, используемые в астрономической оптике	11
§ 1.1. Оптические термины и понятия	11
§ 1.2. Правила знаков	18
§ 1.3. Параксиальная оптика (оптика Гаусса)	19
§ 1.4. О форме поверхностей, используемых в астрономической оптике ..	24
§ 1.5. Масштабирование систем, содержащих асферические поверхности	31
§ 1.6. Отступление асферической поверхности от сферы. Ближайшая сфера сравнения	32
Глава 2. Аберрация оптических систем	35
§ 2.1. Волновая, угловая, продольная и поперечная аберрации	35
§ 2.2. Разложение выражений для аберраций в ряд. Аберрации третьего порядка (оптика Зейделя)	37
§ 2.3. Сферическая аберрация третьего порядка и выбор плоскости наилучшей фокусировки	39
§ 2.4. Кома	42
§ 2.5. Астигматизм и кривизна поля	45
§ 2.6. Дисторсия	51
§ 2.7. Хроматические аберрации	53
§ 2.8. Коэффициенты аберраций третьего порядка. Зависимость аберраций от положения входного зрачка.	56
§ 2.9. Вычисление аберраций третьего порядка	60
§ 2.10. Примеры расчета аберраций третьего порядка. Программа для микрокалькулятора	62
§ 2.11. Расчет волновых аберраций	75
§ 2.12. Аберрации пятого порядка	77
§ 2.13. Сводка влияния аберраций на вид изображения точки	79
§ 2.14. Выбор плоскости фокусировки при визуальных и объективных наблюдениях в случае наличия сферической аберрации пятого порядка	83
Глава 3. Общие методы расчета оптических систем	85
§ 3.1. Вводные замечания	85
§ 3.2. Расчет параксиального луча	86

§ 3.3. Тригонометрический расчет хода непараксиального луча в меридиональной плоскости через систему со сферическими поверхностями	87
§ 3.4. Тригонометрический метод расчета хода меридионального луча через произвольную асферическую поверхность	91
§ 3.5. Расчет хода лучей через оптическую систему по формулам Федера	93
§ 3.6. Расчет аббераций с использованием формул Федера	99
§ 3.7. Расчет децентрированных оптических систем	102
§ 3.8. «Диаграмма пластинок» Бёрча	107
§ 3.9. Метод М.М. Русинова композиции оптических систем	115
§ 3.10. Методы автоматической оптимизации оптических систем	116
§ 3.11. Программа OPTIC	121
Глава 4. Элементы оптических систем телескопов	125
§ 4.1. Преломление луча на одиночной сферической поверхности. Сферическая абберация третьего порядка при преломлении	125
§ 4.2. Преломление луча на одиночной асферической поверхности. Ретушь преломляющей сферической поверхности	128
§ 4.3. Отражение луча от неплоского зеркала. Сферическая абберация зеркал	130
§ 4.4. Ретушь сферического зеркала. Отражающие поверхности второго порядка	132
§ 4.5. Внеосевые абберации зеркальной поверхности вращения второго порядка. Кома и астigmatизм	135
§ 4.6. Применение метода «диаграммы пластинок» Бёрча к зеркалу второго порядка	143
§ 4.7. Влияние положения входного зрачка перед одиночным зеркалом второго порядка на абберации третьего порядка	146
§ 4.8. Бесконечно тонкие линзы	149
§ 4.9. Линзы конечной толщины	160
§ 4.10. Мениски	163
§ 4.11. Отражение лучей в квазиплоском зеркале	167
§ 4.12. Преломление лучей на плоскости; плоско-параллельная пластинка	170
§ 4.13. Использование оптических волокон в астрономических телескопах	174
Глава 5. Линзовые системы телескопов и методы их расчета	176
§ 5.1. Однолинзовый объектив	176
§ 5.2. Ахроматический объектив	176
§ 5.3. Вторичный спектр двухлинзового ахроматического объектива и объективы с уменьшенным вторичным спектром	183
§ 5.4. Сферохроматическая абберация двухлинзового объектива	189
§ 5.5. Кривизна поля, астigmatизм и дисторсия объективов	191
§ 5.6. Остаточные абберации объективов	194
§ 5.7. Расчет бесконечно-тонкого двухлинзового несклеенного ахромата	198
§ 5.8. Расчет двухлинзового склеенного объектива	202
§ 5.9. Расчет тонкого двухлинзового несклеенного объектива по методу Г.Г. Слюсарева	205
§ 5.10. Расчет двухлинзового объектива методом G-сумм Конради	212
§ 5.11. Двухкомпонентные объективы. Дублеты и телеобъективы	215
§ 5.12. Апохромат и триплет Тейлора. Сложные объективы	221
§ 5.13. Окуляры	226

Глава 6. Однозеркальные и двухзеркальные системы телескопов	236
§ 6.1. Однозеркальные системы рефлекторов	236
§ 6.2. Классификация двухзеркальных систем телескопов и их габаритный расчёт	241
§ 6.3. Применение «диаграммы пластинок» Бёрча к двухзеркальным телескопам; их абберрации	251
§ 6.4. Двухзеркальные системы, свободные от сферической абберрации	254
§ 6.5. Классические двухзеркальные системы рефлекторов	257
§ 6.6. Апланатические двухзеркальные системы рефлекторов	267
§ 6.7. Некоторые специальные схемы двухзеркальных телескопов. Системы Боттема–Вудруффа. Фокус Эппса. Брахиты	271
§ 6.8. Телескопы для наблюдений в инфракрасной области спектра	273
§ 6.9. Рефлекторы рентгеновского диапазона длин волн	275
Глава 7. Трёхзеркальные системы телескопов	279
§ 7.1. Краткое историческое введение	279
§ 7.2. Классификация трёхзеркальных систем оптических телескопов	281
§ 7.3. Габаритные соотношения в трёхзеркальных системах телескопов	283
§ 7.4. Диаграмма Бёрча для трёхзеркальных систем телескопов и их абберрации	285
§ 7.5. Виньетирование в трёхзеркальных системах телескопов	288
§ 7.6. Кома и смещение изображения при децентрировках зеркал в трёхзеркальных телескопах	293
§ 7.7. Анастигмат с двукратным отражением света от главного зеркала	296
§ 7.8. Трёхзеркальный телескоп-анастигмат с плоским полем	301
§ 7.9. Промежуточный фокус в трёхзеркальных телескопах	307
§ 7.10. Системы с афокальным ходом лучей между первым и вторым зеркалами	308
§ 7.11. Трёхзеркальные телескопы с фокальной плоскостью, хорошо защищенной от постороннего света	309
Глава 8. Корректоры поля в зеркальных телескопах. Преобразователи фокусного расстояния	311
§ 8.1. Введение	311
§ 8.2. Корректор Росса. Расчёт двухлинзового афокального корректора к одиночному зеркалу	312
§ 8.3. Афокальный двухлинзовый корректор сферической абберрации и комы к произвольной двухзеркальной системе	315
§ 8.4. Общая теория корректора с асферическими пластинками	317
§ 8.5. Асферический корректор главного фокуса двухзеркального телескопа (корректор к отдельному гиперболическому зеркалу)	321
§ 8.6. Корректор вторичного фокуса двухзеркального телескопа с одной асферической коррекционной пластинкой. Система квази-Ричи-Кретьена	325
§ 8.7. Корректор астигматизма для классической системы Ричи-Кретьена	326
§ 8.8. Преобразователи фокусного расстояния	328
Глава 9. Камера Шмидта	332
§ 9.1. Идея камеры Шмидта	332
§ 9.2. Уравнение профиля сечения пластинки Шмидта	333
§ 9.3. Хроматизм камеры Шмидта	335
§ 9.4. Монохроматические абберрации камеры Шмидта	337
§ 9.5. Габаритные соотношения в камере Шмидта и виньетирование	338

§ 9.6. Влияние децентрировок в камере Шмидта на качество изображения	340
§ 9.7. Блики и ореолы в камере Шмидта	342
§ 9.8. Расчет камер Шмидта	343
§ 9.9. Модификации камер Шмидта	349
Глава 10. Менисковые системы Максудова	353
§ 10.1. Идея менисковых систем	353
§ 10.2. Аберрации классических менисковых систем	354
§ 10.3. Расчет классической менисковой системы; метод Волосова [1948]	360
§ 10.4. Разновидности менисковых систем	361
Глава 11. Прочие катадиоптрические системы; система Клевцова; камера всего неба Лангауэра	366
§ 11.1. Системы Калеба Смита, Шупмана, Зоннефельда, Рихтера–Слефогта, Чуриловского, «менисковый Росс» Максудова	366
§ 11.2. Катадиоптрические системы с вторичным зеркалом Манжена; система Клевцова	368
§ 11.3. Камера всего неба («All-sky»-камера) Лангауэра	373
Список литературы	379

ПРЕДИСЛОВИЕ

Имеется множество прекрасных монографий, специально посвященных методам расчетов оптических систем. Из отечественных мы отметим двухтомник А.И. Тудоровского «Теория оптических систем» [1948, 1952], монографии Г.Г. Слюсарева «Методы расчета оптических систем» [1975], В.Н. Чуриловского «Теория хроматизма и аберраций третьего порядка», М.М. Русинова «Несферические поверхности в оптике» [1973], «Композиция оптических систем» [1989]. Однако ни в одной из них не рассматриваются методы расчета оптических систем астрономических телескопов, хотя последние имеют ряд специфических особенностей.

Классический труд Д.Д. Максудова «Астрономическая оптика» [1946, 1949] посвящен специально вопросам оптики телескопов. Но и в нем методы ее расчета никак не отражены. Оригинальная монография Г.М. Попова «Современная астрономическая оптика» [1988] также не охватывает всех вопросов и в значительной мере отражает личный вклад автора. Предлагаемая книга не является переизданием или переработкой книги Н.Н. Михельсона «Оптические телескопы: Теория и конструкция» [1976], но дополняет ее в части оптики и главным образом в части методов ее расчета.

Автор повсюду стремился дать конкретный алгоритм расчета хода лучей, аберраций и определения конструктивных параметров разных типов (линзовых, зеркальных, зеркально-линзовых) оптических систем телескопов.

Что нового содержит предлагаемая книга по сравнению с известными отечественными монографиями?

1. Впервые в отечественной литературе изложен простой, мощный и очень изящный метод «диаграммы пластинок» Бёрча, особенно удобный для расчета и анализа зеркальных систем и корректоров с асферическими пластинками.

2. Описаны методы масштабирования оптических систем.

3. Изложен расчет склеенных и несклеенных двухлинзовых объективов по методу Конради.

4. Дана классификация трехзеркальных телескопов; выполнен анализ ряда их типов. Насколько известно автору, не только в отечественной но и в зарубежной литературе трехзеркальные системы рассматривались только в журнальных статьях.

5. Обобщен метод Чуриловского расчета линзовых корректоров на случаи произвольных линзовых, зеркальных и зеркально-линзовых

систем с любым типом и произвольной формой оптических поверхностей. Изложен метод и приведены алгоритмы расчета корректоров с асферическими пластинками.

6. Описан метод расчета системы Клевцова с применением зеркала Манжена.

7. Впервые дана теория двухзеркальной камеры Ленгауэра, фотографирующей одновременно все небо, ее анализ и алгоритм расчета.

8. Приведены конкретные программы для микрокалькуляторов МК-52, МК-54, МК-56, позволяющие произвести расчет многих сложных оптических систем, вычислить их аберрации и выполнить их анализ, не прибегая к большим ЭВМ или персональным компьютерам. Это позволит любителям телескопостроения самостоятельно и квалифицированно рассчитывать достаточно сложные системы телескопов, но может быть использовано и специалистами. Автор и Издательство приносят свои извинения за то, что по техническим причинам команды в программах напечатаны подряд, а не по десять команд в строке, как это обычно принято.

Как и в книге «Оптические телескопы: Теория и конструкция» (которая, увы, в некоторой степени уже устарела), автор стремился к систематическому изложению всех затронутых вопросов. Поэтому автор надеется, что предлагаемая книга сможет служить и учебным пособием к изучению астрономической оптики и в какой-то мере справочником. Надеется он также, что книга поможет астрономам в выборе типа телескопа, а инженерам будет полезна при его расчете. Насколько поставленные задачи удалось выполнить — пусть судят читатели.

Автор выражает глубокую благодарность кандидату физико-математических наук М.А. Сосниной и инженеру Т.П. Олоновой — за помощь в работе над книгой; инженеру Н.С. Тимашевой и всем операторам ЭВМ Пулковской обсерватории — за содействие в выполнении расчетов; лаборантам Н.В. Васильевой и А.Ф. Сухоносу — за копирование рисунков; И.К. Михельсон — за сверку текста и формул; всем сотрудникам библиотеки Пулковской обсерватории — за их постоянное внимание и помощь.

Особо автор благодарен за спонсорскую помощь директору ГАО РАН члену-корреспонденту РАН В.К. Абалакину, сотрудникам фирмы «Карл Цейс Йена ГмбХ» (Carl Zeiss Jena GmbH) госпоже Г. Шенке (G. Schenke), господам А. Йеншу (A. Jensch) и Г. Беку (H. Beek), профессору Оптического центра Нордхайм-Вестфалия (Optikzentrum Nordrhein-Westfalen) господину М. Штейнбаху (M. Steinbach), директору Бюро «Карл Цейс Йена ГмбХ» в Санкт-Петербурге почетному доктору господину Г. Линку (H. Link), координатору того же Бюро госпоже М. Линк (M. Link), переводчице А.В. Скурской.

ВВЕДЕНИЕ

Астрономический телескоп, впервые примененный Г. Галилеем в 1610 г., является основным инструментом для изучения Вселенной. Галилей использовал простейшую «подзорную трубу» с одной линзой в качестве объектива. Хроматизм такого объектива заставил Хр. Гюйгенса и Яна Гевелия (вторая половина XVII в.) строить очень малосветосильные, очень длинные трубы. В 1671 г. И. Ньютон построил телескоп с зеркальным объективом, свободным от этого недостатка. В 1758 г. П. Долонд создал впервые двухлинзовые ахроматические объективы, однако качество их было невысокое, а диаметр всего несколько сантиметров. В 1787 г. У. Гершель построил рефлектор диаметром 1,22 м, лорд Росс в 1945 г. — диаметром 1,82 м. Эти рефлекторы имели металлические зеркала. Казалось, рефлекторы вытеснили рефракторы, однако в начале XIX в. И. Фраунгофер значительно усовершенствовал линзовый объектив. Рефракторы давали лучшие изображения и не требовали переполіровки тускнеющих со временем тяжелых металлических зеркал. Работы Г. Мерца и А. Кларка позволили осуществить прекрасные линзовые объективы диаметром до 1 м. Изготовлению еще больших рефракторов ставили предел поглощение света в толстых линзах и их весовые деформации. В 1856 г. Л. Зейдель опубликовал свою теорию аббераций третьего порядка. Ее применение значительно облегчило расчет сложных объективов. Метод Зейделя используется и поныне как в качестве первого приближения, так и для анализа свойств разных оптических систем. В 1857 г. Л. Фуко применил химическое серебрение стеклянных зеркал. Это полностью вытеснило тяжелые металлические зеркала. В начале XX в. Г. Ричи построил рефлекторы диаметром 1,5 м (1908 г.) и 2,5 м (1918 г.). Изобретение Дж. Стронгом в 1934 г. алюминирования зеркал еще повысило эффективность рефлекторов. В 1947 г. в США вступил в строй 5-метровый рефлектор, а в 1976 г. — наш отечественный рефлектор диаметром 6 м. Вновь казалось, что в многовековом соревновании рефракторов и рефлекторов победили последние. Но в 1930 г. Б. Шмидт осуществил первую зеркально-линзовую камеру, отличающуюся светосилой, большим полем и первоклассным качеством изображений. В 1935 г. Ф. Росс предложил линзовый корректор комы к параболическому зеркалу 5-метрового Паломарского телескопа. В 1941 г. Д.Д. Максудов создал менисковые системы, более простые в изготовлении и более короткие, чем система Шмидта. Хотя линзовые элементы использовались в рефлекторах еще даже в XVIII в., тем не менее эра зеркально-линзовых телескопов началась лишь с 30-х годов нашего столетия.

Большие современные телескопы диаметром до 10 метров и более строятся с составными («мозаичными») зеркалами и гибкими (адаптивными) зеркалами. Сооружаются системы совместно работающих телескопов. Такие системы смогут выполнять наблюдения в режиме интерферометра. Однако принципы оптических схем, применяемых в них, не зависят от этих конструктивных особенностей.

Тип оптической системы зависит от назначения телескопа и задается астрономом, который должен знать свойства, достоинства и недостатки линзовых, зеркальных и зеркально-линзовых телескопов. Оптик-конструктор астрономических телескопов должен обладать опытом, интуицией, основанной на опыте; но ему необходимо также знать теорию разных классов оптических систем и методы их расчета. Этим вопросам и посвящена предлагаемая книга.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

r_i — радиус кривизны i -й оптической поверхности

d_i — расстояние между i -й и $(i+1)$ -й оптическими поверхностями

n_i — показатель преломления i -й среды; $\mu_i = 1 / n_i$

v_i — коэффициент дисперсии i -й среды (число Аббе)

e_i^2 — квадрат эксцентриситета i -й поверхности

$\sigma_{i,j}$ — коэффициент деформации i -й асферической поверхности

$(\sigma_{i,1} = -e_i^2)$

D — диаметр входного зрачка оптической системы

f' — фокусное расстояние оптической системы

$A = D / f'$ — относительное отверстие оптической системы

$\forall = 1 / A$ — относительный фокус оптической системы

t — расстояние от первой поверхности оптической системы до входного зрачка

w — угол поля зрения

$I, II, III, IV, III_a, IV_a, V, P, S_I^{xp} = VI, S_{II}^{xp} = VII$ — коэффициенты aberrаций третьего порядка: сферической aberrации, комы, тангенциального и сагиттального астигматизма, астигматической разности, стрелки средней кривизны поля, дисторсии, кривизны Пецваля, продольного хроматизма, хроматизма увеличения

P, W — коэффициенты сферической aberrации и комы для бесконечно тонкого оптического компонента

$s_y', \Delta s_y', 3\rho_{II}, \Delta s_m'$ — последний отрезок, продольная сферическая aberrация, полная длина пятна комы, продольный астигматизм

ρ_y, η_y, h_y — поперечная, угловая и волновая aberrация

α, β — углы первого и второго вспомогательных лучей с оптической осью

h, y — высоты первого и второго вспомогательных лучей на главных плоскостях поверхностей системы

q — степень центрального экранирования главного зеркала

$\beta = 1 / m$; m — продольное увеличение на вторичном (или третьем) зеркале

K, K^* — сила реальной пластинки Бёрча и ее изображения в пространстве предметов

Запись вида $-1,042-07$ эквивалентна записи $-1,042 \cdot 10^{-7}$

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ. ПОВЕРХНОСТИ, ИСПОЛЗУЕМЫЕ В АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОПТИКЕ

§ 1.1. Оптические термины и понятия

Часть пространства, в которой распространяются лучи, идущие от объекта наблюдения до их встречи с первой оптической поверхностью, называется *пространством предметов* (или *объектов*), а та часть, в которой распространяются лучи после их встречи с последней оптической поверхностью, — *пространством изображений*.

Оптическая система может содержать линзы, зеркала или их сочетания. Чисто линзовая система называется *диоптрической*, а телескопы, имеющие только линзы, — *рефракторами*. Чисто зеркальная система называется *катоптрической*, а телескопы, в которых главным и наиболее крупным оптическим элементом является зеркало, — *рефлекторами*. Системы, содержащие как линзы, так и зеркала, называются *катадиоптрическими*, а соответствующие телескопы — *зеркально-линзовыми*. Как правило, зеркальные системы содержат также и линзы (окуляры, корректоры, улучшающие качество изображения, вспомогательные линзовые элементы), однако размеры этих линз всегда много меньше главного зеркала, и потому такие телескопы также называются рефлекторами.

В астрономических телескопах используются линзы и зеркала, имеющие плоские, сферические и асферические поверхности, являющиеся поверхностью вращения кривой, описываемой математическим выражением второго (или более высокого) порядка. Если центры кривизны сферических поверхностей и оси симметрии асферических лежат на одной прямой, называемой *оптической осью*, то такая система называется *центрированной*. Системы, в которых это требование не соблюдено, называются *децентрированными*. Мы всегда будем считать, что оптическая ось простирается от объекта через систему до изображения объекта, где бы они ни находились. В астрономии используются почти исключительно центрированные системы. Децентрированные применяются редко, практически только в солнечных телескопах и в спектрографах. При этом следует иметь в виду, что из-за ошибок изготовления, весовых и температурных де-

формаций абсолютно точная центровка оптических систем существует только в теории.

Если лучи распространяются в среде с показателем преломления n и встречаются на своем пути среду с показателем преломления n' , то на границе этих сред они испытывают *преломление*. При этом нормаль к поверхности в точке падения луча, падающий и преломленный лучи лежат в одной плоскости, а угол падения ϵ (рис. 1.1) и угол преломления ϵ' связаны соотношением

$$n \sin \epsilon = n' \sin \epsilon'. \quad (1.1)$$

Это есть закон преломления В. Снеллиуса. Закон отражения является частным случаем закона преломления, если считать $n' = -n$.

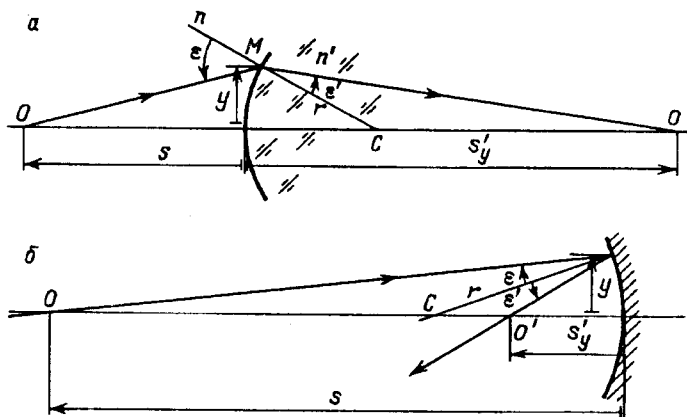


Рис. 1.1. Преломление (а) и отражение (б) луча

В этом случае угол между нормалью и отраженным лучом называется *углом отражения*; численно он равен углу падения. *Оптическим путем* луча называется сумма произведений геометрических расстояний l_i от одной поверхности до следующей (считаемые в направлении вдоль хода луча) на показатели преломления n_i соответствующих сред:

$$L = \sum_{i=1}^k |n_i| l_i. \quad (1.2)$$

Пучок лучей, расходящийся из одной точки (или сходящийся в одной точке), называется *гомоцентрическим*. Пучок параллельных лучей является частным случаем гомоцентрического пучка. Оптическая система называется *идеальной*, если гомоцентрический пучок лучей после прохождения через нее остается гомоцентрическим. Идеальная оптическая система строит изображение плоского объекта, перпендикулярного к оптической оси системы, полностью подобное

самому объекту. Точечный объект и его изображение (в случае, если система идеальна) находятся в *сопряженных точках*. Расстояние от первой поверхности до объекта называется *передним* или *первым отрезком* и обозначается s , а от последней поверхности до изображения — *задним* или *последним отрезком* и обозначается s' . В случае астрономических объектов, бесконечно далеких от нас, $s = -\infty$.

Если точечный источник света находится в бесконечности и расположен на оптической оси идеальной системы, то последняя соберет все лучи в одной точке F' , называемой *задним главным фокусом* оптической системы (рис. 1.2) или просто *главным фокусом* или, согласно ГОСТ 7427-76, *задним фокусом*. Плоскость GF' , перпендикулярная к оптической оси и проходящая через точку F' , называется *плоскостью Гаусса*.

Оптическая система или часть ее называется *положительной* (или *собирающей*) (рис. 1.3, а), если она увеличивает сходимость падающего на нее пучка лучей или превращает параллельный пучок лучей в сходящийся. В последнем случае плоский волновой фронт превращается в сходящийся к заднему фокусу системы. Если же система превращает падающий на нее пучок в расходящийся (или уменьшает его сходимость), то она называется *отрицательной* (или *рассеивающей*). Если оптическая система трансформирует один плоский волновой фронт в другой плоский же волновой фронт, то задний

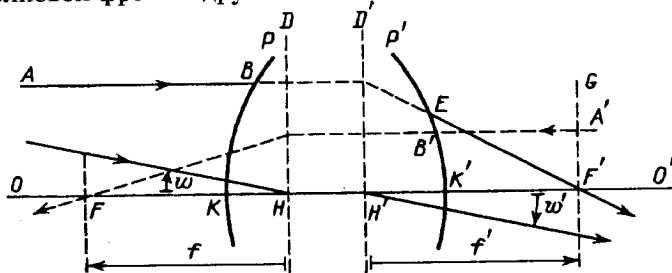


Рис. 1.2. Фокусы F и F' , главные точки H и H' , главные плоскости DH и $D'H'$, плоскость Гаусса GF' оптической системы PP'

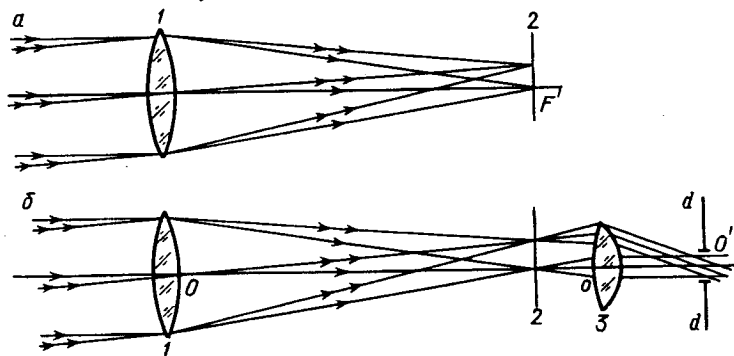


Рис. 1.3. Примеры положительной (а) и афокальной (б) систем телескопа. 1 — объектив, 2 — фокальная плоскость, 3 — окуляр

главный фокус системы уходит в бесконечность и система не меняет сходимости пучка. Такая система называется *афокальной* (или *телескопической*) (рис. 1.3, б).

Астрономические наблюдения выполняются или с помощью объективных светоприемных приборов (фотопластинка, электронно-оптический преобразователь — ЭОП, фотоумножитель — ФЭУ, телевизионный приемник — в частности, ПЗС-матрица, спектрограф, электрофотометр и пр.) или, реже, визуально. В первом случае телескоп собирает свет изучаемых небесных объектов в фокальной плоскости и строит в ней изображение участка неба. При этом оптическая система телескопа является положительной. Во втором случае телескоп с помощью большого объектива собирает значительное количество света слабых объектов, и с помощью окуляра сжимает его в узкие параллельные пучки, посылаемые в глаз наблюдателя (рис. 1.3, б). Такой телескоп является примером афокальной оптической системы. Отрицательные оптические системы или элементы используются в астрономии лишь как вспомогательные.

Оптическая система называется *изопланарной*, если при изменении положения точечного объекта в пространстве предметов меняется только положение его изображения в пространстве изображений, но вид его остается неизменным. Ни одна реальная оптическая система не является не только идеальной, но даже и не изопланарной.

Сначала рассмотрим лучи, выходящие из точки объекта, расположенной на оптической оси системы.

Пучки лучей с бесконечно малым телесным углом, распространяющиеся вдоль оптической оси системы, называются *параксиальными*, а раздел оптики, изучающий их, — *геометрической оптикой Гаусса* (или просто *оптикой Гаусса*). Воображаемая плоскость $D'H'$ (рис. 1.2), перпендикулярная к оптической оси и проходящая через точку, в которой пересекаются продолжение падающего луча AB и сопряженного ему луча EF' , выходящего из системы, называется *задней главной плоскостью* оптической системы. Если пустить в систему луч $A'B'$ в обратном направлении параллельно оптической оси, то он пересечет оптическую ось в *переднем главном фокусе* F и определит *переднюю главную плоскость* DH . Точки H и H' пересечения главных плоскостей с оптической осью называются *главными точками*, или *гауссовыми точками*. Эти точки обладают тем свойством, что луч, вошедший в переднюю главную точку под углом w к оптической оси, выйдет из задней главной точки под углом $w' = w$. Понятие главной плоскости теряет смысл вне параксиальной области и должно быть заменено понятием *главной поверхности*, которая может быть неплоской. Отрезки HF и $H'F'$ называются соответственно *передним* и *задним главными фокусными расстояниями*: $HF = f$, $H'F' = f'$. Если оба фокуса F и F' расположены в воздухе, то $f' = -f$.

В систему могут входить *диафрагмы*, т.е. непрозрачные экраны, перпендикулярные оптической оси, обычно с круглым (реже с прямоугольным, в частности щелевидным) отверстием, центр которого расположен на оси системы. Представим себе, что из точки A (рис. 1.4), расположенной на оптической оси системы, во все стороны выходят

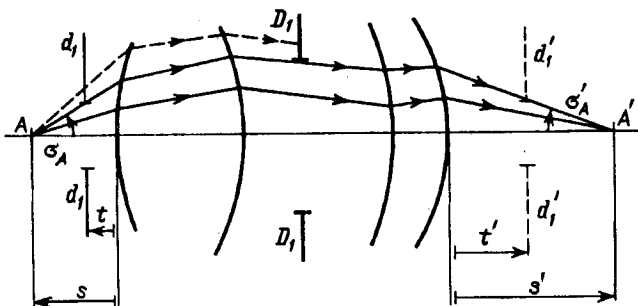


Рис. 1.4. Апертурная диафрагма D_1D_1' , апертурный угол σ_A , входной d_1d_1 и выходной $d_1'd_1'$ зрачки системы

лучи. Не все они пройдут через оптическую систему. Та из оправ линз или та диафрагма D_1D_1' , которая ограничивает поперечное сечение светового пучка, называется *апертурной* (или *действующей*) *диафрагмой*. Ее изображение d_1d_1 в пространстве предметов, даваемое предшествующей частью оптической системы в обратном ходе параксиальных лучей, называется *входным зрачком* системы. Параксиальное изображение $d_1'd_1'$ апертурной диафрагмы в пространстве изображений, даваемое второй частью системы, следующей за апертурной диафрагмой, называется *выходным зрачком системы*. Расстояние от первой поверхности системы до входного зрачка принято обозначать через t . Соответственно расстояние от последней поверхности системы до выходного зрачка обозначают через t' . В астрономических телескопах апертурная диафрагма обычно совмещена с первой поверхностью. Исключения составляют рефлекторы, предназначенные специально для наблюдений в инфракрасном диапазоне; в них апертурная диафрагма лежит на поверхности второго зеркала. Если апертурная диафрагма расположена в пространстве предметов, то она совпадает с входным зрачком, а если она расположена в пространстве изображений, то с выходным зрачком. Входной зрачок системы, апертурная диафрагма и выходной зрачок лежат в сопряженных плоскостях. Угол σ'_A между оптической осью и лучом, проходящим из центра изображения A' через край апертурной диафрагмы $D'D'$, называется *апертурным углом в пространстве изображения*. Сопряженный ему угол σ_A называется *апертурным углом в пространстве предметов*. Лучи, проходящие через край входного зрачка, называются *краевыми* или *маргинальными*. Лучи, промежуточные между параксиальными и маргинальными, пересекают плоскость входного зрачка на расстоянии u от оптической оси. Расстояние u называется *зоной*.

Астрономические объекты находятся на бесконечно далеких расстояниях от оптической системы ($s = -\infty$). Поэтому для них апертурный угол $\sigma = 0$. *Относительным отверстием* A телескопа называется

ся абсолютная величина отношения диаметра D к заднему фокусному расстоянию f' :

$$A = D / |f'|. \quad (1.3)$$

Апертурный угол σ' в пространстве предметов является мерой относительного отверстия телескопа:

$$\operatorname{tg} \sigma' = D / 2f' = A/2.$$

При небольших относительных отверстиях $\sigma' = A/2$. Величина, обратная относительному отверстию, называется *относительным фокусным расстоянием*. Д.Д.Максутов ввел для нее обозначение V : $V = 1/A = |f'|/D$.

В зарубежной литературе для относительного фокусного расстояния используется обозначение N , а для относительного отверстия F/N ; например, при $A = 1:3$ будет написано $F/3$.

Перейдем к рассмотрению лучей, выходящих из точек объекта, лежащих вне пересечения оптической оси с плоскостью объекта. Пусть имеется протяженный небесный объект. От разных его точек (рис. 1.5.), не лежащих на оптической оси, проходят в систему пучки лучей, которые называются *косыми* или *наклонными*. Косой луч, проходящий через центр O входного зрачка, называется *главным*. Через оптическую систему пройдут те лучи, которые не встретят ни одну из диафрагм. Та диафрагма $D_2 D_2$, которая ограничивает конус лучей, выходящий из точки, лежащей вне оптической оси, называется *диафрагмой поля зрения*. Если диафрагма поля зрения лежит в плоскости изображений, то она сразу обрезает лучи, край поля зрения

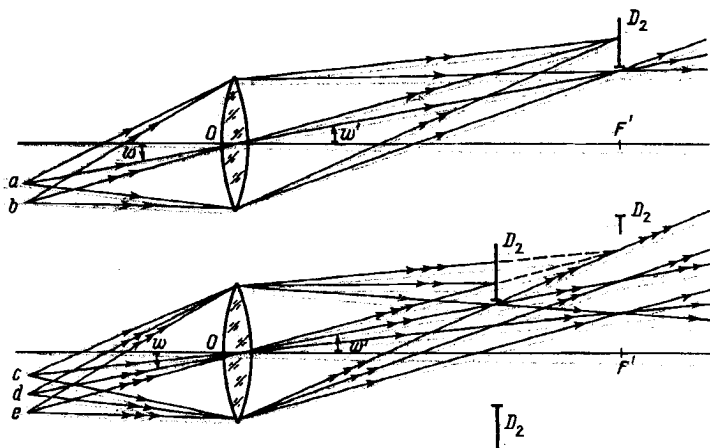


Рис. 1.5. Диафрагма поля зрения. Вверху — диафрагма D_2 в фокусе F' предшествующей ей части системы; внизу — вне фокуса ее. Лучи от точек a и c проходят через диафрагму; лучи от точки d (помечены двойными стрелками) частично экранируются диафрагмой, испытывая виньетирование; лучи от точек b и e (помечены тройными стрелками) через диафрагму поля зрения не проходят вовсе

будет резким; в случае, изображенном на рис. 1.5. вверху, ни один луч от точки предмета, удаленной от оптической оси дальше, чем точка a , не пройдет через диафрагму поля зрения. Если же эта диафрагма не лежит в плоскости изображений (рис. 1.5 внизу), от точки c пройдут все лучи, от точки d — лишь часть их, а от точки e и более удаленных точек лучи не пройдут вовсе. Яркость поля падает к краю постепенно. Это явление называется *виньетированием*.

Угловым полем оптической системы в пространстве предметов называется абсолютное значение удвоенного угла w между оптической осью и лучом в пространстве предметов, проходящим через центр апертурной и край полевой диафрагмы. Он обозначается $2w$. Сопреженный ему угол в пространстве изображений обозначается $2w'$ и называется *угловым полем системы в пространстве изображений*.

Рассмотрим случай, когда точка предмета не лежит на оптической оси системы. В этом случае *передним отрезком s* называется расстояние от вершины преломляющей (или отражающей) поверхности до точки пересечения падающего луча с оптической осью. Передний отрезок в пространстве предметов всей системы является первым отрезком. Расстояние от вершины последней преломляющей поверхности до точки пересечения преломленного (или отраженного) луча с оптической осью, называется *задним отрезком* и обозначается s' . Задний отрезок в пространстве предметов всей системы является *последним отрезком* (см. рис. 1.1).

Плоскость, в которой лежат оптическая ось и главный луч, называется *меридиональной плоскостью*. Перпендикулярная ей плоскость, проходящая через оптическую ось, называется *сагиттальной* (рис. 1.6). Если на рисунке оптическая ось лежит в плоскости чертежа, то последняя совпадает с меридиональной плоскостью. Координатную систему выберем следующим образом: ось x направим вдоль оптической оси в том направлении, в котором луч шел в пространстве предметов, ось y — в меридиональной плоскости вверх, ось z — в сагитталь-

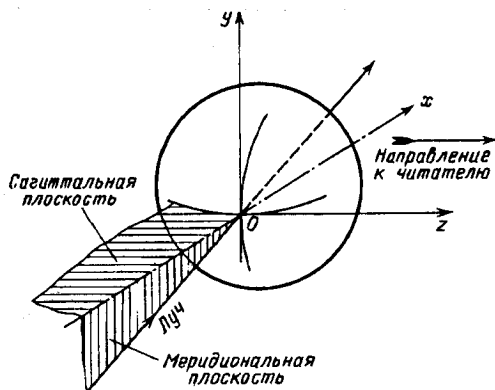


Рис. 1.6. Меридиональная и сагиттальная плоскости

ной плоскости в направлении к читателю. Начало координатной системы O будем помещать каждый раз в вершину рассматриваемой поверхности.

§ 1.2. Правила знаков

В вычислительной оптике принято следующее правило знаков:

1. Направление оптической оси считается слева направо.
2. Направление луча считается положительным, если проекция представляющего его вектора на оптическую ось, направлена вправо. Луч света в пространстве предметов всегда распространяется слева направо.
3. Показатель преломления считается равным $+n$, если направление луча положительно и $-n$, если оно отрицательно.
4. Все углы считаются положительными, если их можно образовать вращением луча в направлении по часовой стрелке, считая от оптической оси или от нормали к поверхности.
5. Отрезки, лежащие в пересечении плоскостей, перпендикулярных оптической оси с меридиональной плоскостью, считаются положительными, если они направлены вверх, а с сагиттальной плоскостью — если они направлены из плоскости чертежа к читателю.

Фокусное расстояние параксиальных лучей отсчитывается от главной точки до фокуса. Переднее фокусное расстояние HF обозначается через f , а заднее — через f' (рис. 1.7). Отрезки s и s' и радиусы r линз считаются от вершин соответствующих поверхностей. Толщина линзы d (или воздушный промежуток между оптическими поверхностями) считается вдоль оптической оси в направлении распространения луча.

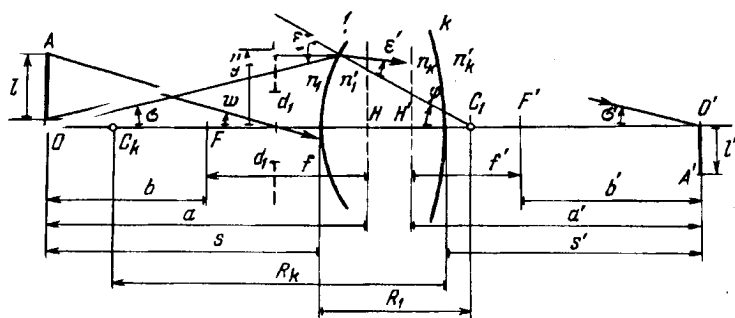


Рис. 1.7. Правила отсчета направления отрезков и углов и определения их знаков

Из указанного правила знаков следует, что расстояние изображения точки объекта от оптической оси выражается формулой

$$l' = -\sigma_A f' (-1)^k,$$

где k — полное число зеркал (плоских, вогнутых и выпуклых), имеющих в рассматриваемой системе.

§ 1.3. Параксиальная оптика (оптика Гаусса)

Для луча, который испытывает преломление на сферической поверхности, имеющей радиус r и разделяющей среды с показателями преломления n и n' , известно соотношение

$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right), \quad (1.4)$$

которое называется *нулевым инвариантом Аббе*. Из него следует, что фокусное расстояние одной преломляющей сферической поверхности

$$f' = s' = \frac{n'r}{n' - n}. \quad (1.5)$$

В случае отражения луча в сферическом зеркале $n' = -n$ и

$$f' = r/2. \quad (1.5')$$

Рассмотрим вопрос об увеличениях оптической системы. Различают *угловое, поперечное и продольное увеличения*. Обозначим через l и l' соответственно линейные размеры предмета и его изображения, через b и b' — расстояния от фокусов F и F' до предмета и его изображения, а через f и f' — фокусные расстояния (см. рис. 1.7). Тогда *линейное поперечное увеличение* β , которое дает оптическая система, есть отношение размера паракисального изображения к размеру предмета. Оно выражается *формулой Ньютона*

$$\beta = \frac{l'}{l} = -\frac{f}{b} = -\frac{b'}{f'}. \quad (1.6)$$

Эта формула называется также *формулой линейного увеличения*. Она связывает фокусные расстояния системы с расстоянием b от переднего фокуса F до предмета A и с расстоянием b' от заднего фокуса F' до изображения A' того же предмета:

$$b b' = f f'. \quad (1.6')$$

Отметим, что фокусные расстояния отсчитываются от соответствующих главных плоскостей H и H' , а отрезки b и b' — от фокусов F и F' . *Угловым увеличением* называется отношение (см. рис. 1.7)

$$\gamma = \operatorname{tg} \sigma' / \operatorname{tg} \sigma. \quad (1.7)$$

При малых углах σ и σ'

$$\gamma \approx \sigma' / \sigma. \quad (1.7')$$

Имеется зависимость

$$\beta \gamma = n / n',$$

где n и n' — соответственно показатели преломления сред предметов и изображений. В линзовом телескопе $n = n' = 1$. То же имеет место и в зеркальном или зеркально-линзовом телескопе, если он содержит чет-

ное число зеркал. Если же зеркал содержится нечетное число, то $n' = -n = -1$, поэтому для телескопа, пространством предметов и изображения которого является воздух,

$$\beta\gamma = (-1)^k,$$

где k — число отражающих поверхностей (зеркал).

Если объект имеет какую-то протяженность dx вдоль оптической оси (то, что в фотографии называется «глубиной» объекта), то протяженность изображения, которую обозначим через dx' , будет

$$dx' = \alpha dx.$$

Отношение $\alpha = dx' / dx$ называется *продольным увеличением в сопряженных точках на оси*. Продольное увеличение равно квадрату поперечного:

$$\alpha = \beta^2. \quad (1.8)$$

Казалось бы, что так как астрономические объекты расположены в бесконечности, то понятия линейного и продольного увеличений не имеют смысла для астрономического телескопа. Однако это не так: понятие продольного увеличения существенно в оптических системах, перебрасывающих изображение из одной плоскости в другую. Если, скажем, из-за теплового расширения механических конструкций трубы телескопа плоскость изображения сместится относительно перебрасывающей оптической системы на величину dx , то перебрасываемое изображение сместится на отрезок $dx' = \alpha dx$.

Условие тангенсов

$$l n \operatorname{tg} \sigma = l' n' \operatorname{tg} \sigma' \quad (1.9)$$

связывает длину отрезка l в пространстве предметов с длиной его изображения l' и с углами σ и σ' . Система, в которой условие тангенсов соблюдено, называется *ортоскопической*. Если условие тангенсов не соблюдено, то изображение предмета не подобно самому предмету. Такое искажение называется *дисторсией* (подробнее о дисторсии см. § 2.6, 4.7). В параксиальной области углы σ и σ' малы, поэтому

$$l n \sigma = l' n' \sigma'. \quad (1.9')$$

Это формула Лагранжа-Гельмгольца. В случае отражения она принимает вид

$$l \sigma = -l' \sigma' \quad (1.9'')$$

Условие, при котором оптическая система строит идеальное изображение весьма малого, но конечного участка объекта, перпендикулярного оптической оси и близкого к ней, носит название *условия синусов Аббе*:

$$n l \sin \sigma = n' l' \sin \sigma'. \quad (1.10)$$

Несоблюдение этого условия приводит к появлению в оптической системе аберрации *комы* (см. § 2.6). Очевидно, что одновременное выполнение условий тангенсов (1.9) и синусов (1.10) невозможно, т.е. одновременное полное исправление дисторсии и комы в плоскости Гаусса недостижимо (добавим, что это утверждение справедливо только для плоского поля).

Величина, обратная фокусному расстоянию f , называется *оптической силой* Φ . Если f выражено в метрах, то оптическая сила выражается в *диоптриях*. Кривизной ρ поверхности называется величина, обратная ее радиусу кривизны: $\rho = 1/r$. Рассмотрим соединение двух соосных оптических систем в одну с общей оптической осью. Пусть первая система (рис. 1.8) задана главными фокусами F_1 и F'_1 и главными плоскостями H_1M и H'_1L , определенными лучом $ABCD$. Пусть вторая система задана главными фокусами F_2 и F'_2 и главными плоскостями H_2D и H'_2E . Пусть расстояние от заднего главного фокуса F'_1 первой системы до переднего главного фокуса F_2 второй системы есть δ , а главные фокусные расстояния систем соответственно f_1, f'_1, f_2 и f'_2 . Главные фокусные расстояния сложной системы будут

$$f = f_1 f_2 / \delta, \quad f' = -f'_1 f'_2 / \delta. \quad (1.11)$$

Заменим фокусные расстояния обратными им величинами оптических сил, а радиусы — кривизнами. Тогда

$$\Phi = \Phi_1 \Phi_2 \delta, \quad \Phi' = -\Phi'_1 \Phi'_2 \delta. \quad (1.12)$$

Иногда бывает удобно выразить общую оптическую силу двух совмещенных оптических систем через расстояние $d = H_1'H_2$ между задней главной плоскостью H_1' первой системы и передней главной плоскостью H_2 второй системы:

$$\begin{cases} \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_1 \Phi_2 d, \\ \Phi' = \Phi'_1 + \Phi'_2 - \Phi'_1 \Phi'_2 d. \end{cases} \quad (1.13)$$

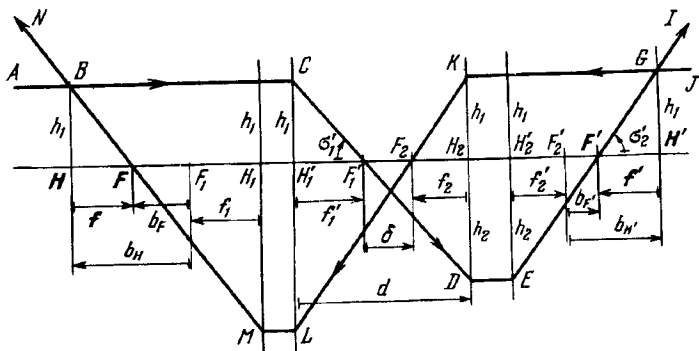


Рис. 1.8. Соединение двух оптических систем в одну с общей оптической осью

Расстояние фокуса F' системы от задней главной плоскости H_2' второй системы будет

$$f_2' + b_{F'} = f_2' \frac{f_1' - d}{f_1' + f_2' - d}. \quad (1.14)$$

Если фокусы F_1' и F_2 передней и задней компонент совмещены, то $\delta = 0$ и $f' = \infty$. Такая система, являясь афокальной, используется в визуальных телескопах.

Рассмотрим одиночную линзу, изготовленную из материала с показателем преломления n и находящуюся в воздухе. Пусть она имеет толщину d и поверхности ее имеют кривизны ρ_1 и ρ_2 . Обозначим

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2.$$

Линзу можно рассматривать как соединение двух систем, каждая из которых содержит по одной поверхности. Тогда, используя формулы (1.5), (1.11) и (1.13), получим

$$\Phi' = (n - 1) \Delta\rho + d \frac{(n - 1)^2}{n} \rho_1 \rho_2. \quad (1.15)$$

В случае бесконечно тонкой линзы ($d = 0$) формула упрощается:

$$\Phi' = (n - 1) \Delta\rho. \quad (1.15')$$

Если линза находится в воздухе, то $f' = -f$.

Найдем фокусное расстояние сложной оптической системы, содержащей k поверхностей. Используя (1.4), мы можем определить параксиальное значение последнего отрезка одной преломляющей поверхности

$$s' = \frac{n'sr}{nr + (n' - n)s}. \quad (1.16)$$

В случае, если лучи идут из бесконечности ($s = -\infty$, $n = 1$), то они собираются в главном фокусе и

$$s_0' = f_0' = \frac{n'r}{n' - 1}. \quad (1.16')$$

Если преломление происходит на плоскости ($r = \infty$), то

$$s_0' = sn' / n. \quad (1.16'')$$

Если луч отражается от зеркала, имеющего радиус кривизны r , то $n' = -n = -1$ и

$$s_0' = \frac{sr}{2s - r}. \quad (1.16''')$$

Напомним, что формулы (1.16)–(1.16''') справедливы только в параксиальной области.

Для следующей по ходу луча поверхности, отстоящей от рассматриваемой на расстоянии d , первый отрезок ее будет

$$s = s' - d. \quad (1.17)$$

Таким образом, переходя от одной поверхности к следующей, мы в состоянии определить для i -й поверхности s_i и s'_i ($i=1, 2, 3, \dots, k$). Пусть оптическая система содержит k оптических поверхностей (преломляющих или отражающих). Вычислим по формулам (1.16) и (1.17) для луча, идущего из бесконечности ($s = -\infty$), все отрезки s'_i ($i=1, 2, 3, \dots, k$) и s_i ($i=1, 2, 3, \dots, k$). Тогда фокусное расстояние f' легко найти по формуле

$$f' = \frac{n_1}{n_k} \frac{\bar{s}'_1 \bar{s}'_2 \bar{s}'_3 \dots \bar{s}'_{k-1} \bar{s}'_k}{\bar{s}_2 \bar{s}_3 \dots \bar{s}_{k-1} \bar{s}_k} = \frac{n_1}{n_k} \bar{s}'_1 \prod_{i=2}^k \frac{\bar{s}'_i}{\bar{s}_i}, \quad (1.18)$$

где черточки над буквами s обозначают, что $s_1 = -\infty$. Поперечное и угловое увеличения соответственно будут ($s_1 \neq -\infty$)

$$\beta = \frac{n_1}{n_k} \prod_{i=1}^k \frac{s'_i}{s_i}, \quad (1.19)$$

$$\gamma = (-1)^{k_1} \prod_{i=1}^k \frac{s_i}{s'_i} \quad (1.19')$$

где k_1 — число отражающих поверхностей.

Обычно первой и последней средами является воздух. При этом $n_1 = n_k = 1$. Однако в отдельных случаях для повышения относительного отверстия системы используют *иммерсию*, т.е. промежуток между последней (обычно плоской) поверхностью оптической системы и светоприемником заполняют прозрачной жидкостью (специальным минеральным маслом) с показателем преломления n' . Иммерсию использовал Боуэн в светосильной камере спектрографа кудэ 5-метрового телескопа Паломарской обсерватории.

В телескопах, предназначенных для астрономических исследований важно знать положение главных точек. Для одиночной толстой линзы оно определяется отрезками e и e' (рис. 1.9, а),

$$\begin{cases} e = -\frac{r_1 d}{n(r_2 - r_1) + d(n-1)} = -f' \frac{n-1}{n} \frac{d}{r_2}, \\ e' = -\frac{r_2 d}{n(r_2 - r_1) + d(n-1)} = -f' \frac{n-1}{n} \frac{d}{r_1}, \end{cases} \quad (1.20)$$

где d — толщина линзы, f' — ее фокусное расстояние, n — показатель преломления материала, из которого изготовлена линза, r_1 и r_2 — радиусы кривизны ее поверхностей.

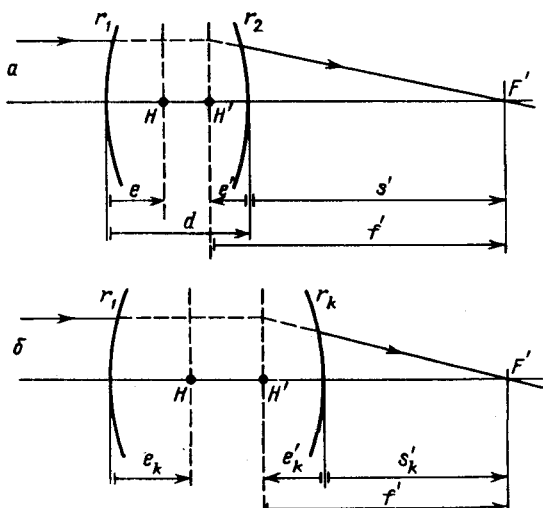


Рис. 1.9. К определению положения главных точек линзы (а) H и H' и объектива (б)

Важным частным случаем является плоско-выпуклая линза с толщиной d и радиусом кривизны r выпуклой поверхности. Для нее

$$f' = \frac{r}{n-1}, \quad s_H' = -\frac{d}{n}, \quad s_{H'}' = 0,$$

т.е. вершина линзы лежит в задней главной плоскости линзы.

Для сложной системы (рис. 1.9, б)

$$e_k' = s_k' \left(1 - \frac{s_1' s_2' s_3' \dots s_{k-1}'}{s_2 s_3 s_4 \dots s_k} \right) = s_k' \left(1 - \frac{f_{k-1}'}{s_k} \right). \quad (1.20')$$

Значение e_k вычисляется по этой же формуле, но в обратном ходе лучей, т.е. при повороте системы на 180° . При этом меняются знаки всех радиусов кривизны поверхностей на обратные и меняется последовательность отрезков s_i и s_i' .

§ 1.4. О форме поверхностей, используемых в астрономической оптике

В астрономических инструментах широко используются поверхности вращения второго чорядка, образованные вращением вокруг своей оси кривой второго порядка (рис. 1.10). В зависимости от вида этой кривой образуются *сфера*, *эксимметричные эллипсоид*, *сплюснутый сфероид* (при вращении эллипса вокруг малой оси), *параболоид* или *гиперболоид* (при вращении одной ветви гиперболы вокруг

ее оси симметрии). Так как в астрономии используются практически только поверхности вращения, то в дальнейшем поясняющее слово «вращения» мы будем опускать. В соответствии с формой образующей кривой, каждая из поверхностей характеризуется значением эксцентриситета e . В оптике обычно используется не само значение эксцентриситета, а его квадрат e^2 . Для сферы $e^2 = 0$, для эллипсоида $0 < e^2 < 1$, для параболоида $e^2 = 1$, для гиперboloида $1 < e^2$, для сплюснутого сфероида $e^2 < 0$.

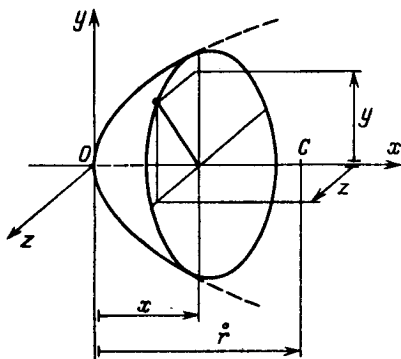


Рис. 1.10. Произвольная осесимметричная оптическая поверхность

Уравнение меридионального сечения поверхности второго порядка с осью симметрии, совпадающей с осью Ox , и с вершиной в начале координат может быть записано в виде

$$x = \frac{|\dot{r}| - \sqrt{\dot{r}^2 - y^2(1 - e^2)}}{1 - e^2} \operatorname{sign} \dot{r}, \quad (1.21)$$

где $\dot{r}$ — радиус кривизны поверхности в ее вершине.

Это уравнение позволяет вычислить стрелку x зеркала для любой зоны y . Однако при e^2 , близком к единице, точность вычислений сильно падает. Чтобы этого избежать, вынесем из-под корня величину $\dot{r}$ и разложим подкоренное выражение в ряд. Тогда получим

$$x = \frac{1}{2\dot{r}}y^2 + \frac{1}{8}\frac{1 - e^2}{\dot{r}^3}y^4 + \frac{1}{16}\frac{(1 - e^2)^2}{\dot{r}^5}y^6 + \frac{5}{128}\frac{(1 - e^2)^3}{\dot{r}^7}y^8 + \dots \quad (1.22)$$

Первый член формулы (1.22) соответствует параболоиду

$$x = \frac{y^2}{2\dot{r}}, \quad (1.22')$$

остальные члены выражают отступление реальной поверхности второго порядка от параболоида. Следует иметь ввиду, что приводимые ниже в § 3.5 формулы Федера для расчета хода луча через систему, содержащую асферическую поверхность, не предусматривают эту возможность; асферика в них может рассматриваться только как отступление от плоскости или от сферы, но не от какой-либо асферической поверхности. Таким образом, если необходимо ретушировать параболоид, то уравнение ретушированной поверхности следует задавать или относительно ближайшей сферы (см. § 1.6) или относительно плоскости.

Если поверхность является сферической, то $e^2 = 0$ и

$$x = \frac{1}{2r}y^2 + \frac{1}{8r^3}y^4 + \frac{1}{16r^5}y^6 + \frac{5}{128r^7}y^8 + \frac{7}{256r^9}y^{10} + \frac{21}{1024r^{11}}y^{12} + \dots \quad (1.22'')$$

Общее уравнение произвольной поверхности вращения с осью симметрии, совпадающей с оптической осью (рис. 1.10), и с радиусом кривизны при вершине, равным $\overset{\circ}{r}$, будет

$$x = a_1(y^2 + z^2) + a_2(y^2 + z^2)^2 + a_3(y^2 + z^2)^3 + a_4(y^2 + z^2)^4 + \dots, \quad (1.23)$$

где

$$a_1 = 1/2\overset{\circ}{r}. \quad (1.24)$$

Если нам достаточно рассматривать только меридиональное сечение, то можем написать

$$x = a_1y^2 + a_2y^4 + a_3y^6 + a_4y^8 + \dots \quad (1.25)$$

Коэффициенты a_i произвольной системы можно записать в виде

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{2\overset{\circ}{r}}, & a_2 = \frac{1}{8} \frac{1 + \sigma_1}{\overset{\circ}{r}^3}, & a_3 = \frac{1}{16} \frac{1 + \sigma_2}{\overset{\circ}{r}^5}, \\ a_4 = \frac{5}{128} \frac{1 + \sigma_3}{\overset{\circ}{r}^7}, & a_5 = \frac{7}{256} \frac{1 + \sigma_4}{\overset{\circ}{r}^9}, & a_6 = \frac{21}{1024} \frac{1 + \sigma_5}{\overset{\circ}{r}^{11}}. \end{cases} \quad (1.26)$$

Тогда уравнение (1.25) для произвольной поверхности примет вид

$$x = \frac{1}{\overset{\circ}{r}}y^2 + \frac{1}{8} \frac{1 + \sigma_1}{\overset{\circ}{r}^3}y^4 + \frac{1}{16} \frac{1 + \sigma_2}{\overset{\circ}{r}^5}y^6 + \frac{5}{128} \frac{1 + \sigma_3}{\overset{\circ}{r}^7}y^8 + \dots \quad (1.27)$$

Сравнивая коэффициенты σ_i в (1.27) с числителем коэффициента при y^{2i} в (1.22), мы видим, что в случае асферической поверхности второго порядка

$$\sigma_1 = -e^2, \quad \sigma_2 = -2e^2 + e^4, \quad \sigma_3 = -3e^2 + 3e^4 - e^6, \quad \dots \quad (1.28)$$

Последующие члены легко получаются из бинома Ньютона. Константа σ_1 является в первом приближении мерой отклонения реальной формы поверхности от асферической. Ее впервые ввел К. Шварцшильд (Schwarzschild K. [1905]), и она называется *коэффициентом деформации* или *коэффициентом асферичности Шварцшильда*. Константы $\sigma_2, \sigma_3, \dots$ можно назвать *коэффициентами деформации высших порядков* или *коэффициентами асферичности высших порядков*. Некоторые зарубежные авторы называют коэффициентом де-

формации величину $1 - e^2$. Однако из сказанного видно, что это лишено какого-либо физического обоснования.

Асферическая поверхность может рассматриваться как «сфера + ретушь». Сфера обеспечивает такую сходимость (или расходимость) пучка лучей, которая необходима для построения изображения в требуемом месте или с требуемым увеличением. *Ретушь*, описываемая членами высших порядков, компенсирует соответствующие аберрации.

В таблице 1.1 мы приводим сопоставление квадратов эксцентриситетов e^2 и коэффициентов деформации σ_1 с формами поверхностей. Геометрический смысл коэффициента деформации состоит в том, что член $\frac{y^4}{8r^3}\sigma_1$ с точностью до y^6/r^5 есть разность стрелок меридиональных сечений асферической и сферической поверхностей (см. формулу (1.43)).

Таблица 1.1

Квадрат эксцентриситета e^2 и коэффициент деформации σ_1 разных поверхностей второго порядка

e^2	σ_1	Форма кривой конического сечения	Форма поверхности
$e^2 < 0$	$\sigma_1 > 0$	Эллипс, повернутый на 90°	Сплюснутый сфероид, полученный вращением эллипса вокруг малой оси
$e^2 = 0$	$\sigma_1 = 0$	Окружность	Сфера
$0 < e^2 < 1$	$-1 < \sigma_1 < 0$	Эллипс	Эллипсоид вращения
$e^2 = 1$	$\sigma_1 = -1$	Парабола	Параболоид вращения
$1 < e^2$	$\sigma_1 < -1$	Гипербола	Гиперboloид вращения, полученный вращением гиперболы вокруг оси, проходящей через ее фокус

Можно задавать осесимметричную асферическую поверхность в виде полинома

$$y^2 = 2rx - kx^2 + \alpha_1 x^3 + \alpha_2 x^4 + \alpha_3 x^5 + \dots \quad (1.29)$$

Если поверхность имеет второй порядок, то все $\alpha_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots$) и

$$y^2 = 2rx - (1 - e^2)x^2. \quad (1.29')$$

В этом случае коэффициент $k = 1 - e^2$ характеризует форму поверхности; при $k < 0$ мы получаем гиперболу, при $k = 0$ — параболу, при $0 < k < 1$ — эллипс, при $k = +1$ — сферу и при $k > +1$ — сплюснутый сфероид.

В некоторых случаях в литературе можно встретить описание поверхности в форме

$$x = \frac{2ay^2}{1 + \sqrt{1 - (2ay)^2}} + by^4 + cy^6 + dy^8 + ey^{10} + \dots \quad (1.30)$$

В этом случае первый член описывает сферу радиуса $r = 1/2 a$, а остальные — отступление реальной поверхности от сферической.

Если поверхность не сильно отличается от поверхности второго порядка, то ряд (1.29) быстро сходится. Однако в отличие от разложения (1.27) разложение (1.29) не является универсальным — оно непригодно, если сечение поверхности имеет экстремальные точки, как например, у коррекционной пластинки Шмидта (см. § 9.2).

Если меридиональное сечение поверхности, записанной разложением (1.22), представить в виде (1.25), то между коэффициентами этого полинома (1.29) имеются соответствия, получаемые методом обращения рядов:

$$\left\{ \begin{aligned} 2\tilde{r} &= 1/a_1, \\ k &= a_2/a_1^3, \\ \alpha_1 &= (2a_2^2 - a_1a_3)/a_1^5, \\ \alpha_2 &= (5a_1a_2a_3 - a_1^2a_4 - 5a_2^3)/a_1^7, \\ \alpha_3 &= (6a_1^2a_2a_4 + 3a_1^2a_3^2 + 14a_2^4 - a_1^3a_5 - 21a_1a_2^2a_3)/a_1^9, \\ \alpha_4 &= (7a_1^3a_2a_5 + 7a_1^3a_3a_4 + 84a_1a_2^3a_3 - a_1^4a_6 - 28a_1^2a_2^2a_4 - \\ &\quad - 28a_1^2a_2a_3^2 - 42a_2^5)/a_1^{11}, \\ \alpha_5 &= (8a_1^4a_2a_6 + 8a_1^4a_3a_5 + 4a_1^4a_4^2 + 120a_1^2a_2^3a_4 + 180a_1^2a_2^2a_3^2 + \\ &\quad + 132a_2^6 - a_1^5a_7 - 36a_1^3a_2^2a_5 - 72a_1^3a_2a_3a_4 - 12a_1^3a_3^3 - 330a_1a_2^4a_3)/a_1^{13}. \end{aligned} \right. \quad (1.31)$$

Обратные соотношения (здесь кружок над буквой r опущен) имеют вид

$$\left\{ \begin{aligned} a_1 &= 1/2r, \\ a_2 &= k/8r^3, \\ a_3 &= (k^2 - r\alpha_1)/16r^5, \\ a_4 &= (-10rk\alpha_1 - 4r^2\alpha_2 + 5k^3)/128r^7, \\ a_5 &= (-12r^2k\alpha_2 + 6r^2\alpha_1^2 + 7k^4 - 4r^3\alpha_3 - 21rk^2\alpha_1)/256r^9, \\ a_6 &= (-28r^3k\alpha_3 + 28r^3\alpha_1\alpha_2 - 84rk^3\alpha_1 - 8r^4\alpha_4 - 56r^2k^2\alpha_2 + \\ &\quad + 56r^2k\alpha_1^2 + 21k^5)/1024r^{11}, \\ a_7 &= (-64r^4k\alpha_4 + 64r^4\alpha_1\alpha_3 + 32r^4\alpha_2^2 - 240r^2k^3\alpha_2 + 360r^2k^2\alpha_1^2 + 65k^6 - \\ &\quad - 16r^5\alpha_5 - 144r^3k^2\alpha_3 + 288r^3k\alpha_1\alpha_2 - 48r^3\alpha_1^3 - 330rk^4\alpha_1)/4096r^{13}. \end{aligned} \right. \quad (1.31')$$

Представление асферики в виде ряда (1.25), где величины u имеют линейную размерность, приводит к очень большим значениям множителей u^i и очень малым значениям коэффициентов $a_1, a_2, a_3,$

$a_4, \dots$, что неудобно. Поэтому целесообразно выражать координату u в безразмерных единицах — в долях полупоперечника H асферической поверхности. Тогда разложение (1.25) преобразуется к виду

$$x = A_1 \left(\frac{y}{H} \right)^2 + A_2 \left(\frac{y}{H} \right)^4 + A_3 \left(\frac{y}{H} \right)^6 + A_4 \left(\frac{y}{H} \right)^8 + \dots \quad (1.32)$$

Хотя ряд (1.32) сходится, как правило, медленнее, чем ряд (1.29), и для достижения заданной точности требуется большее число членов, тем не менее ввиду неуниверсальности разложения (1.29) мы будем в дальнейшем пользоваться исключительно только разложениями (1.32) или (1.27).

Легко установить соответствие между коэффициентами в представлениях асферических поверхностей в форме рядов (1.27) и (1.32)

$$A_1 = \frac{H^2}{2r}, \quad A_2 = H^4 \frac{1 + \sigma_1}{8r^3}, \quad A_3 = H^6 \frac{1 + \sigma_2}{16r^5}, \quad A_4 = H^8 \frac{5(1 + \sigma_3)}{128r^7}, \dots, \quad (1.33)$$

в форме рядов (1.30) и (1.32)

$$A_1 = \frac{2aH^2}{1 + \sqrt{1 - (2aH)^2}}, \quad A_2 = bH^4, \quad A_3 = cH^6, \quad A_4 = dH^8, \dots, \quad (1.34)$$

в форме рядов (1.25) и (1.32)

$$A_1 = a_1 H^2, \quad A_2 = a_2 H^4, \quad A_3 = a_3 H^6, \quad A_4 = a_4 H^8, \dots \quad (1.35)$$

Применяя обращение рядов, получаем соответствия между компонентами рядов (1.29) и (1.32) (кружок над r также опущен):

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 &= H^2 / 2r, \\ A_2 &= H^4 k / 8r^3, \\ A_3 &= H^6 (k^2 - r\alpha_1) / 16r^5, \\ A_4 &= H^8 (-10rk\alpha_1 - 4r^2\alpha_2 + 5k^3) / 128r^7, \\ A_5 &= H^{10} (-12r^2k\alpha_2 + 6r^2\alpha_1^2 + 7k^4 - 4r^3\alpha_3 - 21rk^2\alpha_1) / 256r^9, \\ A_6 &= H^{12} (-28r^3k\alpha_3 + 28r^3\alpha_1\alpha_2 - 84rk^3\alpha_1 - 8r^4\alpha_4 - 56r^2k^2\alpha_2 + \\ &\quad + 56r^2k\alpha_1^2 + 21k^5) / 1024r^{11}, \\ A_7 &= H^{14} (-64r^4k\alpha_4 + 64r^4\alpha_1\alpha_3 + 32r^4\alpha_2^2 - 240r^2k^3\alpha_2 + 360r^2k^2\alpha_1^2 + 65k^6 - \\ &\quad - 16r^5\alpha_5 - 144r^3k^2\alpha_3 + 288r^3k\alpha_1\alpha_2 - 48r^3\alpha_1^3 - 330rk^4\alpha_1) / 4096r^{13}. \end{aligned} \right. \quad (1.36)$$

Обратные соотношения имеют вид

$$\left\{ \begin{aligned} 2\tilde{r} &= H^2 / A_1, \\ k &= H^2 A_2 / A_1^3, \\ \alpha_1 &= H^2 (2A_2^2 - A_1 A_3) / A_1^5, \\ \alpha_2 &= H^2 (5A_1 A_2 A_3 - A_1^2 A_4 - 5A_2^3) / A_1^7, \\ \alpha_3 &= H^2 (6A_1^2 A_2 A_4 + 3A_1^2 A_3^2 + 14A_2^4 - A_1^3 A_5 - 21A_1 A_2^2 A_3) / A_1^9, \\ \alpha_4 &= H^2 (7A_1^3 A_2 A_5 + 7A_1^3 A_3 A_4 + 84A_1 A_2^3 A_3 - A_1^4 A_6 - \\ &\quad - 28A_1^2 A_2^2 A_4 - 28A_1^2 A_2 A_3^2 - 42A_2^5) / A_1^{11}, \\ \alpha_5 &= H^2 (8A_1^4 A_2 A_6 + 8A_1^4 A_3 A_5 + 4A_1^4 A_4^2 + 120A_1^2 A_2^3 A_4 + \\ &\quad + 180A_1^2 A_2^2 A_3^2 + 132A_2^6 - A_1^5 A_7 - 36A_1^3 A_2^2 A_5 - 72A_1^3 A_2 A_3 A_4 - \\ &\quad - 12A_1^3 A_3^3 - 330A_1 A_2^4 A_3) / A_1^{13}. \end{aligned} \right. \quad (1.37)$$

Следует иметь в виду, что переход от представления (1.22) или (1.32) к представлению (1.29) возможен только в случае, если поверхность в пределах ее действующего поперечника лишена экстремальных точек. В частности, для planoидных зеркал или поверхностей типа пластинки Шмидта такой переход невозможен, такие поверхности можно описывать только в форме (1.22) или (1.32).

М.А. Майоров [1989] предложил определять коэффициенты перехода, используя координаты конкретных N точек поверхности и применяя метод наименьших квадратов. В ряде случаев этот способ дает лучшую точность, чем непосредственное обращение рядов.

Вычисление стрелки x асферической поверхности второго порядка можно выполнить на микрокалькуляторах типа МК-52, МК-54 и МК-56 по приводимой ниже программе, используя схему Горнера:

$$x = \frac{1}{2r} y^2 \left\{ 1 + \frac{2 \cdot 2 - 3}{2} \cdot \frac{1 - e^2}{2r^2} y^2 \left[1 + \frac{2 \cdot 3 - 3}{3} y^2 \left(1 + \frac{2 \cdot 4 - 3}{4} \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \times \frac{1 - e^2}{2r^2} y^2 (1 + \dots + \frac{2k - 3}{k} \cdot \frac{1 - e^2}{2r^2} y^2) \dots \right) \right] \right\},$$

где k — задаваемое число циклов. Предварительные засылки: $y \rightarrow \text{П}0$, $r \rightarrow \text{П}1$, $k \rightarrow \text{П}2$, $e^2 \rightarrow \text{П}3$. Результат $x \rightarrow \text{П}7$.

Программа 1.1

Расчет стрелки асферической поверхности

1, Пб, ИП3, —, ИП0, ИП1, ÷, Fx^2 , 2, ÷, П4, ×, Пд, ИП2, 1, +, П6, 2, ×, 3, —, ИП6, ÷, ИПд, ×, ИПб, ×, 1, +, Пб, FL2, 13, ИП4, ИП1, ×, ×, П7, С/П, БП, 00

Пример: $r = 1000$, $y = 100$, $k = 5$, $e^2 = 5,4$, $x = 4,9461775$. Время счета при $k = 5$ составляет около 28 секунд. Если необходимо счет повторить, то значение величины k следует внести вновь.

§ 1.5. Масштабирование систем, содержащих асферические поверхности

Часто бывает необходимо изменить размеры системы в некоторое число раз. При этом могут встретиться два случая:

1. *Масштабирование системы с изменением продольных и поперечных габаритов в одно и то же число раз.* Этот случай чаще всего встречается при заимствовании каких-то известных прототипов. Пусть требуется иметь диаметр $\bar{D}$ и фокусное расстояние $\bar{f}'$, а исходная система обладает диаметром D и фокусным расстоянием f' , т.е. надо изменить их в $k = \bar{f}'/f'$ раз. В этом случае радиусы кривизны всех поверхностей, их световые диаметры, воздушные промежутки между ними и толщины линз необходимо изменить в k раз. Так как новая система остается подобной исходной, то квадраты эксцентриситетов e^2 или коэффициенты асферичности второго порядка σ сохраняются без изменений. Из (1.33) видно, что так как H и r изменились в k раз, то и каждый из коэффициентов A_i разложения (1.32) необходимо изменить в k раз. При этом все линейные, продольные, поперечные и волновые аберрации изменяются в k раз, а угловые сохраняются. Сохранится, конечно, и относительное отверстие системы. Кривизна поля (меридиональная, сагиттальная и средняя) изменятся в $1/k$ раз.

2. *Изменение продольных размеров при сохранении поперечных габаритов неизменными.* Этот случай встречается при оптимизации системы, когда необходимо восстановить заданное значение фокусного расстояния, нарушенного небольшой вариацией отдельных конструктивных параметров системы, не меняя при этом диаметр оптических элементов.

В этом случае остаются неизменными не только квадраты эксцентриситетов e^2 и коэффициенты деформации σ_i , но и полупоперечники H системы, а значит, и зоны y , но меняются в k раз радиусы $\bar{r}$ поверхностей при их вершинах и расстояния d между вершинами оптических поверхностей. Из (1.25) следует, что i -й член ряда, содержащий в знаменателе r^{2i-1} , меняется в k^{2i-1} раз. Соответственно из (1.33) получаем, что новые значения коэффициентов $\bar{A}_i$ будут

$$\bar{A}_i = \frac{1}{k^{2i-1}} A_i. \quad (1.37)$$

При таком масштабировании продольная сферическая аберрация $\Delta s_y'$ и поперечная кома уменьшаются в k раз, продольный астигматизм Δ_{sm} , меридиональный R_M , сагиттальный R_S и средний R_{cp} радиусы кривизны поля и дисторсия $\Delta l_w'$ увеличиваются в k раз (кривизна поля уменьшается в k раз).

§ 1.6. Отступление асферической поверхности от сферы. Ближайшая сфера сравнения

Пусть дана некоторая произвольная асферическая поверхность; на рис. 1.11 она обозначена сплошной линией. Радиус кривизны этой

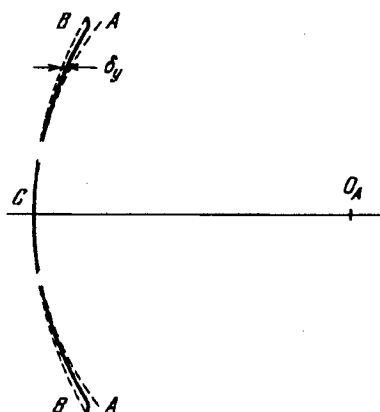


Рис. 1.11. Деформация сферической поверхности АСА для исправления сферической aberrации. BCB есть ближайшая сфера сравнения

поверхности при ее вершине обозначим через $\hat{r}$. Пусть центр кривизны ее находится в точке O_A . Сфера радиуса $r = \hat{r}$ с центром в точке O_A будет касаться нашей поверхности в ее вершине C , но по мере увеличения зоны y расхождение между ними растет, достигая максимального значения на внешней зоне $y = H$. Можно несколько изменить радиус сферы, с которой мы будем сравнивать нашу асферику, так чтобы новая сфера пересеклась с асферической поверхностью на внешней зоне $y = H$. При изменении радиуса кривизны сферы на величину $\Delta r = r_A - r_B$ новая сфера отстает от первоначальной на зоне y на величину

$$\delta_y = \Delta x_y \approx -\frac{y^2}{2r^2} \Delta r. \quad (1.38)$$

На внешней зоне $\Delta x = \delta_H$. Ниже (§ 4.2) будет указано, что для исправления сферической aberrации необходимо «ретушировать» сферическую поверхность, нанеся на ней такую асферику, что расхождение ее со сферой радиуса $r = \hat{r}$ на зоне y составит

$$\delta_y = y^4 \frac{n(r-s)^2 [(n' + n)r - ns]}{8n'^2 s^3 r^3}. \quad (1.39)$$

При этом новая поверхность будет являться асферикой второго порядка. Приравняв $\Delta x'$ и δ_y и подставляя эту величину в (1.39), получим, что при $y = H$

$$\Delta r_{(s=-\infty)} = -\frac{1}{4} \frac{n^2}{n'^2} \frac{1}{r} H^2.$$

Эта формула позволяет найти положение центра кривизны O_B

новой сферы сравнения ВСВ. Уклонение асферической поверхности от этой сферы будет равно

$$\delta_y = \delta_y - \Delta x_y = y^2 \frac{n^2}{8n'^2 r^3} (H^2 - y^2). \quad (1.41)$$

Если приравнять нулю первую производную этого выражения и решить полученное уравнение, то найдем, что асферичность достигает наибольшего значения

$$\delta_{\max} = \frac{n^2}{32n'^2} \frac{H^4}{r^3} \quad (1.41')$$

на зоне

$$y_0 = H \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707 H. \quad (1.42)$$

Сравнивая (1.40) и (1.41') мы видим, что отклонение асферической поверхности от новой сферы в четыре раза меньше, чем от первоначальной, у которой радиус кривизны был равен радиусу кривизны асферической поверхности в ее вершине. Так определенная сфера сравнения называется *ближайшей сферой сравнения*. Уклонения от нее мы будем обозначать кружком над δ .

Если имеются две поверхности с разными значениями e_1^2 и e_2^2 , но с одинаковым радиусом $\bar{r}$ при вершине, то отклонение одной поверхности от другой на зоне у будет

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 = \Delta x_{1,2} = & -\frac{e_1^2 - e_2^2}{8\bar{r}^3} y^4 + \frac{(1 - e_1^2)^2 - (1 - e_2^2)^2}{16\bar{r}^5} y^6 + \\ & + 5 \frac{(1 - e_1^2)^3 - (1 - e_2^2)^3}{128\bar{r}^7} y^8 + \dots \quad (1.43) \end{aligned}$$

Если вторая поверхность есть сфера ($e_2^2 = 0$), то асферичность первой поверхности

$$\delta_y = -\frac{e_1^2}{8\bar{r}^3} y^4 + \frac{(1 - e_1^2)^2 - 1}{16\bar{r}^5} y^6 + \frac{5}{128} \frac{(1 - e_1^2)^3 - 1}{\bar{r}^7} y^8 + \dots \quad (1.43')$$

или в первом приближении

$$\delta_y \approx -\frac{e^2}{8\bar{r}^3} y^4. \quad (1.43'')$$

Для зеркала на его внешней зоне ($y = H = D/2$, $\bar{r} = 2f'$, $A = D/f'$)

$$\delta_H = -\frac{DA^3}{1024} e^2, \quad (1.43''')$$

где D — диаметр поверхности, а A — ее относительное отверстие. Наибольшее отклонение от ближайшей сферы будет на зоне $y = H / \sqrt{2}$ и составит одну четвертую часть от δ_H :

$$\delta_{\max}^{\circ} = -\frac{e^2}{32r^3}H^4 = -\frac{DA^3}{4096}e^2. \quad (1.44)$$

Асферичность параболического зеркала

$$\delta_y = -\frac{1}{8r^3}y^4. \quad (1.45)$$

На внешней зоне ($y = H = D / 2$)

$$\delta_H = -\frac{DA^3}{1024}. \quad (1.45')$$

Наибольшее отклонение параболоида от ближайшей сферы будет в четыре раза меньше:

$$\delta_{\max}^{\circ} = -\frac{DA^3}{4096}. \quad (1.45'')$$

В таблице 1.2 мы даем значения $\delta_{\max}^{\circ}$, выраженные в микрометрах для параболических зеркал различных диаметров D и относительных отверстий A .

Таблица 1.2

Наибольшее отклонение $\delta_{\max}^{\circ}$ (мкм) параболических зеркал различных диаметров D (мм) и относительных отверстий A от ближайшей сферы

D	A				
	1:1	1:2	1:3,5	1:5	1:10
100	24,4	3,05	0,57	0,20	0,02
200	48,8	6,1	1,14	0,39	0,05
500	122	15,3	2,85	0,98	0,12
1000	244	30,5	5,7	1,95	0,24
2000	488	61,0	11,4	3,90	0,49
5000	1220	153	28,5	9,8	1,22
10000	2440	306	57	19,6	2,44

Глава 2

АБЕРРАЦИЯ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ 2.1. Волновая, угловая, продольная и поперечная абберации

Если отвлечься от возмущений, вызываемых неоднородностями земной атмосферы, то от бесконечно удаленного точечного объекта идет плоский волновой фронт. Идеальная оптическая система преобразует его в сферический с центром в заднем главном фокусе системы. На практике, однако, идеальных оптических систем нет. Любая из них в той или иной мере искажает фронт волны, который перестает быть сферическим. Даже если изображение точки на оси является идеальным, то изображение точки, расположенной в стороне от оптической оси не будет идеальным, лучи перестают сходиться в одну точку. Искажение изображения на оптической оси системы и по полю называется *абберацией*.

Пусть $H'MQ$ (рис.2.1) есть меридиональное сечение реального монохроматического волнового фронта идущего из выходного зрачка оптической системы. Пусть MA' есть нормаль к нему в точке M . Освещенность в точке A зависит от разности хода лучей, приходящих в точку A от разных точек волнового фронта, выраженной в долях длины волны. Эта разность хода называется *волновой абберацией*. В частности, для точки M волновая абберация $h = MA' - H'A$. Из точки A' , как из центра, можно описать такие две сферы, называемые сферами сравнения, что реальный волновой фронт будет лежать в промежутке между ними, касаясь каждой из них. Если точка A есть

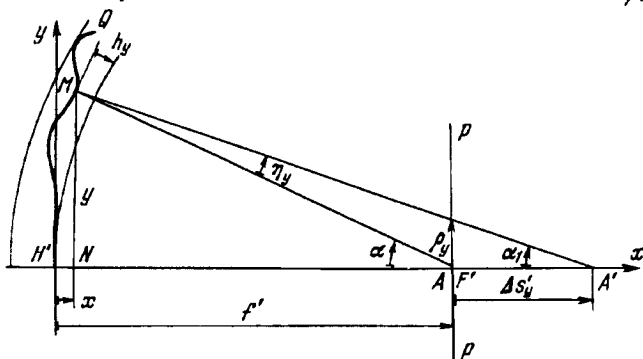


Рис. 2.1. Абберации: волновая h_y , угловая η_y , продольная $\Delta s'_y$ и поперечная ρ_y

фокус F' параксиальных лучей, то расстояние $F'A'$ обозначается через $\Delta s'_y$ и называется *продольной aberrацией*, а угол η между нормалью и радиусом сферы сравнения называется *угловой aberrацией*.

Величина aberrаций зависит от расстояния у рассматриваемой точки M от оптической оси и поэтому величины h , η и $\Delta s'_y$ принято снабжать индексами у. Расстояние у называется *зоной*. Продольная aberrация

$$\Delta s'_y = s'_y - s'_0,$$

где s'_0 — последний отрезок для параксиальных лучей, а s'_y — то же для зоны у. На рис. 2.2 показано построение кривой *продольной сферической aberrации*: по оси абсцисс откладываются величины $\Delta s'_y$, а по оси

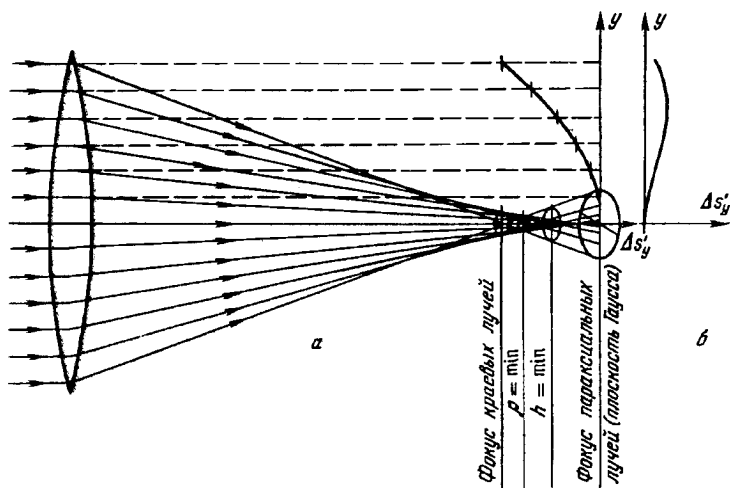


Рис. 2.2. Построение графика продольной aberrации (aberrация сильно утрирована). а — случай недоисправленной aberrации; б — график в случае неисправленной aberrации при наличии aberrаций высших порядков

ординат — зоны у. Если знак $\Delta s'_y$ совпадает со знаком s'_y , то aberrация называется *переисправленной*, если знаки $\Delta s'_y$ и s'_y противоположны, то *недоисправленной*. Известно приближенное соотношение между угловой aberrацией η (выраженной в радианах) и продольной aberrацией

$$\eta_y \approx -\frac{y}{f'^2} \Delta s'_y, \quad (2.1)$$

где f' — фокусное расстояние системы. Луч MA' пересекает плоскость изображений $F'P$ на расстоянии ρ_y от оптической оси $H'F'$ (рис.2.1). Эта величина называется *поперечной aberrацией*; она определяет размер *кружка рассеяния* лучей и соответственно линейную величину

изображения точечного объекта. При небольших относительных от-
верстиях

$$\rho_y = -\eta_y f' \quad (2.2)$$

или

$$\rho_y = \frac{y}{f'} \Delta s_y'. \quad (2.2')$$

Волновая aberrация h_y связана с угловой aberrацией η_y прибли-
женным соотношением

$$h_y \approx -\int_0^y \eta_y dy \approx -\frac{1}{f'} \int_0^y \rho_y dy. \quad (2.3)$$

В свою очередь поперечная aberrация ρ_y связана с волновой h_y
соотношением

$$\rho_y \approx f' \frac{dh_y}{dy}. \quad (2.4)$$

При выполнении визуальных наблюдений, а также в звездных
интерферометрах важно, чтобы волновая aberrация не превышала
некоторого предела. Для визуальных наблюдений Д. Рэлей устано-
вил, что необходимо выполнение условия

$$h_{\max} \leq \lambda/4, \quad (2.5)$$

где λ — длина волны, в которой выполняются наблюдения. Для глаза
можно принять, что наиболее эффективной является длина волны $\lambda =$
 $= 0,555$ мкм. Условие (2.5) называется *критерием Рэля*. Для фотогра-
фических, фотоэлектрических спектральных работ критичным яв-
ляется линейный и угловой размер изображения. Надлежащей
перефокусировкой, отходя от плоскости Гаусса,
можно уменьшить угловой или линейный попе-
речник изображения; в случае aberrации третьего
порядка достижимо уменьшение волновой aber-
рации в 4 раза. Подробнее об этом будет сказано в § 2.3 и 2.14.

§ 2.2. Разложение выражений для aberrаций в ряд. Aberrации третьего порядка (оптика Зейделя)

Аналитически aberrации можно представить в виде рядов, разло-
женных по степеням апертурного угла σ' и угла поля зрения w . В силу
того, что мы рассматриваем только осесимметричные системы, разло-
жение содержит только нечетные суммы степеней этих углов.

Пусть S есть центр кривизны преломляющей поверхности T (рис.
2.3). Пусть из точки A в вершину P падает луч AP ; он составляет с
оптической осью BPC угол w . Бесконечно тонкий конус лучей, осью
которого является луч AP , построит изображение точки A в точке A' .
Выберем систему координат x, y, z так, чтобы ее начало лежало в
точке P , плоскость $y-z$ была касательной в точке P к поверхности T ,
ось x совпадала с оптической осью системы, ось y лежала в мери-
диональной плоскости, а ось z — в сагиттальной. Возьмем любой дру-

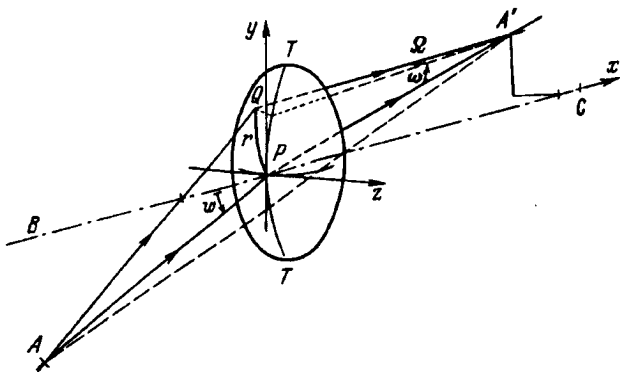


Рис. 2.3. К определению разности хода лучей, собирающихся в точке A'

гой луч AQ , пересекающий поверхность в точке $Q(y, z)$ ($y^2 + z^2 = r^2$). Положение точки Q можно определить углами ω и Ω при точке A' , которые при малом апертурном угле системы пропорциональны координатам y и z . Волновые фронты, приходящие в точку A' по путям APA' и AQA' , неизбежно имеют разность хода. Л. Зейдель показал, что первые члены разложения волновой аберрации в ряд будут

$$h = a_1(z^2 + y^2)^2 + a_2y(z^2 + y^2)w + a_3(z^2 + 3y^2)w^2 + a_5yw^3. \quad (2.6)$$

Из этой формулы видно, что суммарная аберрация складывается из отдельных аберраций, которые ниже будут описаны подробнее. Коэффициенты a_1 , a_2 , a_3 и a_5 характеризуют вклад отдельных аберраций: *сферической*, *комы*, *астигматизма* и *дисторсии*. Если оптическая система содержит k поверхностей, то каждая из них вызывает появление своей разности хода и все они суммируются. Поэтому продифференцировав (2.6) по y и по z и используя (2.4), найдем меридиональную $\delta g'$ и сагиттальную $\delta G'$ компоненты поперечной аберрации системы

$$\left\{ \begin{aligned} \delta g' &= \left[-\frac{1}{2}\omega(\Omega^2 + \omega^2) \sum_{i=1}^k I_i + \frac{1}{2}(\Omega^2 + 3\omega^2)w \sum_{i=1}^k II_i - \omega w^2 \sum_{i=1}^k III_i + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}w^3 \sum_{i=1}^k V_i \right] f', \quad (2.7) \\ \delta G' &= \left[-\frac{1}{2}\Omega(\Omega^2 + \omega^2) \sum_{i=1}^k I_i + \frac{1}{2}\Omega\omega w \sum_{i=1}^k II_i - \frac{1}{2}\Omega w^2 \sum_{i=1}^k IV_i \right] f'. \end{aligned} \right.$$

Суммирование в этих формулах выполняется по всем оптическим поверхностям системы. Коэффициент ΣI_i , выражает сферическую аберрацию, коэффициент ΣII_i — кому, коэффициенты ΣIII_i и ΣIV_i —

астигматизм и кривизну поля, ΣV_i — дисторсию. Эти величины называются суммами Зейделя. Удобно ввести обозначения

$$\begin{cases} \Sigma III_a = \frac{1}{2}(\Sigma III_i - \Sigma IV_i), \\ \Sigma IV_a = \frac{1}{2}(\Sigma III_i + \Sigma IV_i), \end{cases} \quad (2.8)$$

из которых первое выражает астигматизм в чистом виде, а второе — среднюю кривизну поля. В формулах (2.7) сумма степеней углов ω , Ω и w равна трем, поэтому они выражают *абберации третьего порядка* (или *абберации Зейделя*). Формулы (2.6) и (2.7) являются приближенными, так как в них опущены члены разложения в ряд пятой, седьмой и следующих степеней. Вообще число N различных аббераций в зависимости от их порядка t дается формулой

$$N = (t + 1)(t + 7)/8. \quad (2.9)$$

Суммы Зейделя определяют вклад аббераций в изображение точки. Они зависят от *конструктивных параметров* оптической системы: радиусов кривизны и формы поверхностей, толщин линз и воздушных промежутков между ними, показателей преломления оптических сред, положения предмета и входного зрачка.

§ 2.3. Сферическая абберация третьего порядка и выбор плоскости наилучшей фокусировки

Займемся анализом выражений (2.6) и (2.7). Член

$$a_1(z^2 + y^2)^2 = a_1 r^4 \quad (2.10)$$

не зависит от угла наклона w пучка лучей к оптической оси системы. Он выражает абберацию, которая постоянна по всему полю. Такая абберация называется *сферической абберацией третьего порядка*. При наличии только одной этой абберации изображение идеальной точки, даваемое системой в фокальной плоскости, будет иметь вид кружка. Интенсивность в разных точках его обратно пропорциональна четвертой степени расстояния от центра кружка. Для малосветосильных объектов поперечная сферическая абберация третьего порядка пропорциональна кубу относительного отверстия:

$$\rho_I = -\frac{1}{16} f' A^3 \sum_{i=1}^k I_i. \quad (2.11)$$

Волновая абберация, вызванная погрешностью фокусировки Δ , будет

$$\Delta h_y = \frac{y^2}{2f'^2} \Delta. \quad (2.12)$$

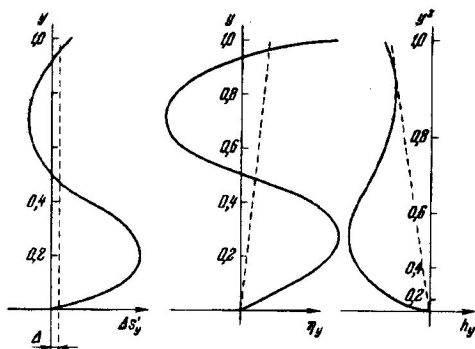


Рис. 2.4. Графики продольной $\Delta s'_y$, угловой η_y и волновой h_y сферической aberrации и их изменение при дефокусировке

Построим графики величин $\Delta s'_y$, η_y и h_y , откладывая их по оси абсцисс. Для графиков $\Delta s'_y$ и η_y по оси ординат будем наносить значения y , а для h_y — величину y^2 (рис. 2.4). Новой плоскости фокусировки, смещенной относительно старой на величину Δ , будут отвечать сдвиг кривой $\Delta s'_y$ параллельно самой себе и повороты кривых η_y и h_y . В этой новой плоскости (обозначим ее через M) поперечная aberrация будет

$$\rho_y(M) \approx \rho_y(F_0) - \frac{\Delta}{f'} y,$$

где $\rho_y(F_0)$ есть поперечная aberrация в плоскости Гаусса. Волновая aberrация лучей, достигающих плоскости M , в соответствии с (2.3) будет

$$\begin{aligned} h_y'(M) &= -\frac{1}{f'} \int_0^y \rho_y(M) dy = -\frac{1}{f'} \int_0^y \rho_y(F_0) dy - \frac{1}{f'} \int_0^y \frac{\Delta}{f'} y dy = \\ &= h_y(F_0) - \frac{\Delta}{2f'^2} y^2. \end{aligned} \quad (2.12')$$

Для каждой зоны y можно выбрать такое положение плоскости M , что для нее волновая aberrация обратится в нуль,

$$h_y - \frac{\Delta}{2f'^2} y^2 = 0, \quad (2.13)$$

где h_y есть волновая aberrация лучей для рассматриваемой зоны y в фокусе параксиальных лучей (т.е. в плоскости Гаусса).

В плоскости фокуса F' параксиальных лучей (см. рис. 2.1) поперечная aberrация параксиальных лучей отсутствует, а поперечная

абберация краевых лучей есть ρ_H , где H — внешняя зона волнового фронта. В фокусе A' краевых лучей поперечная абберация этих лучей отсутствует, а поперечная абберация параксиальных лучей составляет $-\rho_H$. Фокус лучей, идущих из зоны y , будет в точке A'' . Пусть он отстоит на расстояние m от F' . В силу (2.2') в точке A'' поперечная абберация будет

$$\rho' = \frac{y}{f'}(\Delta s_H' - m).$$

Учитывая (2.2'), получим

$$\rho' = \rho - \frac{my}{f'}.$$

Тогда разность волновых аббераций составит

$$\Delta h = \frac{1}{f'} \int_0^H \rho' dy = \frac{1}{f'} \int_0^H \rho dy - \frac{m}{2} \left(\frac{H}{f'} \right)^2. \quad (*)$$

Нанесем на график величину поперечной абберации ρ как функцию зоны y , откладывая ρ по оси абсцисс, а y — по оси ординат (рис. 2.5). Тогда площадь, ограниченная кривой, осью ординат и горизонтальной прямой $y = H$ (на рис. 2.5 она заштрихована) будет пропорциональна разности волновых аббераций, приходящих в фокус от зон, лежащих

между $y = 0$ и $y = H$. Член $\frac{m}{2} \left(\frac{H}{f'} \right)^2$ в формуле (*) равен площади треугольника, заключенного между теми же прямыми и линией $x = \frac{my}{f'}$. Таким

образом, если система дает в данной плоскости фокусировки большую разность хода, то, выбирая новую плоскость фокусировки A'' , мы улучшим дело: волновые абберации параксиального и краевого лучей будут равны нулю. Для этого плоскость A'' должна быть выбрана так, чтобы площадь, ограниченная кривой, и площадь треугольника были равны (т.е. были равны площади участков a и b на рис. 2.5). Из рис. 2.1 видно, что точка A'' должна лежать почти посередине между F' и A' , т.е. должно быть $m \approx \Delta s_H'/2$. Тогда в фокусах краевых (точка A') и параксиальных (точка F') лучей (рис. 2.1) волновые абберации будут одинаковые, достигая наибольшего значения из всех, какие имеются в промежуточных точках, лежащих между F' и A' .

Первые члены разложения волновой абберации в ряд по степеням зон y можно записать в виде

$$h_y = c_1 y^2 + c_2 y^4. \quad (**)$$

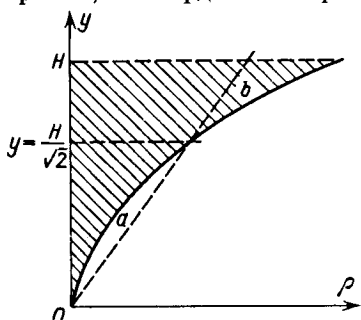


Рис. 2.5. Поперечная абберация ρ как функция зоны y

Если принять $H = 1$, то при $y = H$

$$h_H = c_1 + c_2 = 0.$$

Тогда (**) запишется в виде

$$h_y = c_1 y^2 (1 - y^2).$$

Волновая aberrация лучей, идущих из зоны $y = H = 1$, в плоскости Гаусса будет $h_0 = c_1$. Максимальное значение волновой aberrации

будет при $\frac{dh}{dy} = 0$, т.е. при $2c_1 y - 4c_1 y^3 = 0$ или при

$$y = \frac{H}{\sqrt{2}} \approx 0,707H. \quad (2.14)$$

При этом волновая aberrация краевых и параксиальных лучей в новой плоскости фокусировки будет

$$h_m = \frac{c_1}{4} = \frac{h_0}{4}. \quad (2.14')$$

Мы убеждаемся в том, что в плоскости, средней между плоскостью Гаусса и фокусом краевых лучей, сферическая волновая aberrация третьего порядка в четыре раза меньше, чем в плоскости Гаусса. Однако в § 2.13 мы покажем, что при учете aberrаций пятого порядка и при исправлении сферической aberrации на внешней зоне, волновую aberrацию можно уменьшить в 8 раз.

Сферическая aberrация определяется пучком лучей, идущим из точки, расположенной на оптической оси системы. Если эта точка лежит в бесконечности, то лучи идут пучком, параллельным оси. При этом, где бы ни был расположен входной зрачок, если он не отсекает лучи, идущие к краевой зоне объектива, то он не влияет на ход лучей. Поэтому, если объект лежит в бесконечности, то положение входного зрачка не влияет на сферическую aberrацию. Лишь изменяя диаметр входной диафрагмы можно отсекать лучи, идущие к краевым зонам объектива, и тем уменьшить сферическую aberrацию. Это называется *диафрагмированием объектива*.

§ 2.4. Кома

Член $a_2 y(z^2 + y^2)w$ в формуле (2.6) зависит не только от зоны $r = \sqrt{z^2 + y^2}$, но и от координаты y и от угла поля w . Он выражает aberrацию, которая называется *комой*. В соответствии с (2.7) составляющие поперечной aberrации будут

$$\rho_y = \frac{1}{2} f' (\Omega^2 + 3w^2) w \sum_{i=1}^k \Pi_i,$$

$$\rho_z = \frac{1}{2} f' \Omega \omega w \sum_{i=1}^k \Pi_i$$

или, в полярной системе координат (r, E) $x = r \cos E$, $y = r \sin E$,

$$\rho_y = a_2 f' r^2 w (2 + \cos 2E),$$

$$\rho_z = a_2 f' r^2 w \sin 2E,$$

где коэффициент a_2 включает в себя $\Sigma \Pi_i$. Это есть уравнение окружности радиуса

$$\rho_{II} = \frac{1}{8} f' A^2 w \sum_{i=1}^k \Pi_i,$$

центр которой отстоит от точки пересечения главного луча с плоскостью Гаусса на расстояние $2a_2 f' r^2 w = 2\rho_{II}$. Каждая зона объектива

радиуса $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ даст кольцообразное изображение звезды. Изображения всех зон, налагаясь одно на другое, заполняют характерную фигуру комы. Длина и ширина «хвоста» комы будут соответственно

$$l = 3\rho_{II} = \frac{3}{8} f' A^2 w \sum_{i=1}^k \Pi_i, \quad b = 2\rho_{II} = \frac{1}{4} f' A^2 w \sum_{i=1}^k \Pi_i, \quad (2.15)$$

а угол его раскрытия составляет 60° . Линейные размеры пятна комы пропорциональны угловому расстоянию w звезды от оптической оси и квадрату относительного отверстия A объектива. На рис. 2.6 показан ход лучей при образовании пятна комы и характерный вид ее. На этом рисунке $O-O'$ есть главный луч, составляющий угол w с оптической осью поверхности, а числами 1–8 обозначены лучи, проходящие через соответствующие точки краевой зоны поверхности и встречающие фокальную поверхность в одноименных точках, отмеченных штрихами. Распределение света в пятне комы резко неравномерное, с сильной концентрацией в вершине и быстро ослабевающим хвостом. Кома отсутствует, если соблюдено условие синусов Аббе, или условие апланатизма (1.10)

$$n l \sin \sigma_A = n' l' \sin \sigma'_A. \quad (2.16)$$

Система, свободная как от сферической аберрации, так и от комы, называется *апланатической*. Для телескопа $\sin \sigma_A = y/a$, $l/a = \operatorname{tg} w$, где a есть расстояние от передней главной плоскости до предмета. Поэтому условие апланатизма для телескопа принимает вид

$$l' = \frac{n}{n'} \frac{y}{\sin \sigma'_A} \operatorname{tg} w. \quad (2.17)$$

Множитель $y/\sin \sigma'_A$ можно рассматривать как фокусное расстояние зоны y , и условие отсутствия комы равносильно условию постоянства фокусных расстояний разных зон объектива. В свою очередь это равносильно требованию: задняя главная поверхность

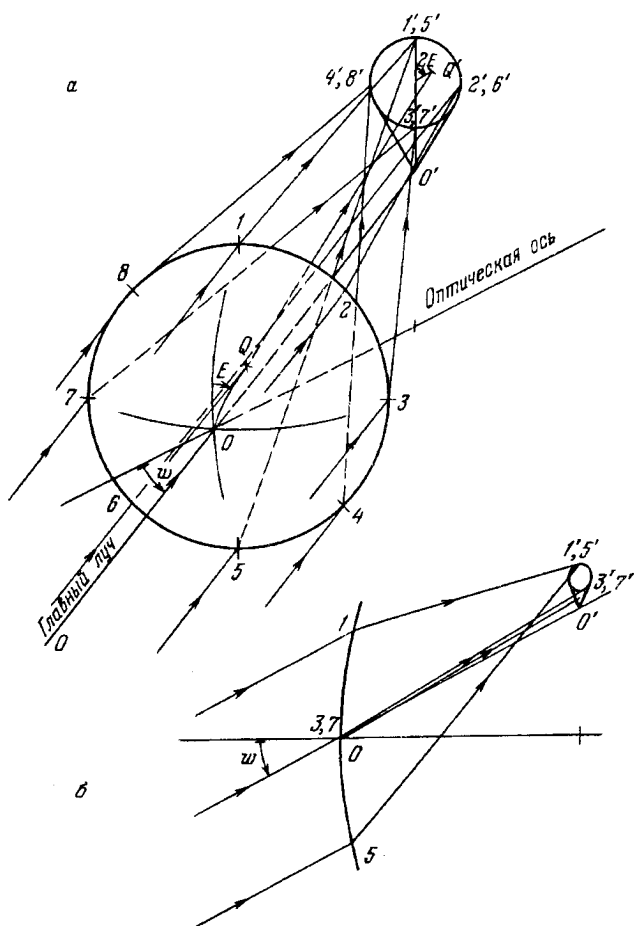


Рис. 2.6. Образование наклонным пучком лучей пятна комы (а) и ее характерный вид (б)

оптической системы, свободной от комы, должна быть сферой, концентричной ее заднему главному фокусу.

Известна формула Штебле-Лигоцкого, оценивающая степень уклонения системы, содержащей k поверхностей, от изопланатизма:

$$\sum_{i=1}^k \Pi_i = -2 \frac{n_1}{n_k'} \frac{\sin u_1}{\sin u_k'} + 2 \frac{n_1}{n_k'} \frac{\prod_{i=1}^k s_i'}{\prod_{i=1}^k s_i}. \quad (2.18)$$

Для бесконечно удаленного предмета и при $n_1 = n_k'$ эта формула упрощается,

$$\frac{y^2}{f_0'^2} \sum_{i=1}^k \Pi_i = -2 \frac{\Delta f_y'}{f_0'} - 2 \frac{\Delta s_y'}{x' - s_0'}, \quad (2.18')$$

где $\Delta f_y' = f_y' - f_0'$ — разность фокусных расстояний зоны y и параксиального луча, $\Delta s_y'$ — продольная сферическая aberrация, s_0' — последний отрезок для параксиального луча и x' — расстояние от последней поверхности до выходного зрачка системы.

§ 2.5. Астигматизм и кривизна поля

Член $h_3 = a_3(3y^2 + z^2)w^2$ в формуле (2.6) выражает *астигматизм*. Астигматизм проявляется в том, что лучи, лежащие в меридиональной плоскости OMM (рис. 2.7), соберутся в один фокус M , а лежащие в сагиттальной плоскости OGB , — в другой — S . Лучи, проходящие через сечения объектива, параллельные меридиональному, соберутся на горизонтальной прямой mm , а параллельные сагиттальному — на вертикальной прямой ss . Отрезки mm и ss называются

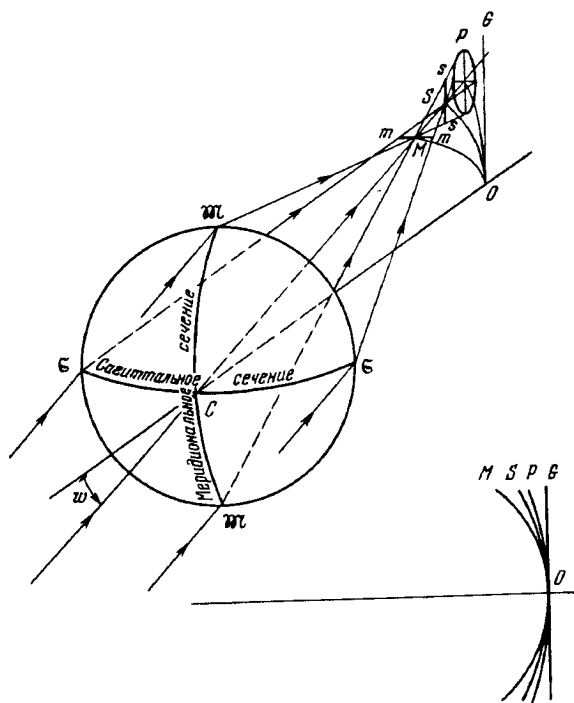


Рис. 2.7. Астигматизм наклонного пучка. Меридиональный пучок собирается в точке M , сагиттальный — в точке S . CO — оптическая ось, O — оптический центр, OM , OS , OP и OG соответственно сечения меридиональной плоскостью меридиональной и сагиттальной фокальных поверхностей, поверхности Пецваля и плоскости Гаусса

соответственно *меридиональной* и *сагиттальной* фокалями. При наличии астигматизма поверхность волнового фронта, идущего из объектива, имеет двоякую кривизну. Расстояние MS (считая в направлении от точки M к точке S) между меридиональным и сагиттальным фокусами называется *астигматической разностью* или *продольным астигматизмом*. Она является мерой астигматизма и обозначается Δ'_{sm} :

$$\Delta'_{sm} = x'_s - x'_m.$$

Составляющие поперечного астигматизма в плоскости Гаусса, записанные в полярной системе координат (r, E) , будут

$$\rho_y = 6a_3 f' r w^2 \cos E,$$

$$\rho_z = 2a_3 f' r w^2 \sin E.$$

Это есть уравнение эллипса с соотношением осей 3:1. В качестве меры поперечного астигматизма может быть принята величина

$$2\rho_y - 2\rho_z = A w^2 f' \sum_{i=1}^k III_{a_i},$$

где k — число поверхностей в системе. $\sum_{i=1}^k III_{a_i}$ называется *коэффициентом астигматизма*.

Размер астигматического изображения в плоскости Гаусса растет пропорционально квадрату углового расстояния w звезды от центра поля и для однотипных систем он пропорционален отношению A :

$$2\rho_y = -\frac{1}{2} f' A w^2 \sum_{i=1}^k III_i,$$

$$2\rho_z = -\frac{1}{2} f' A w^2 \sum_{i=1}^k IV_i.$$

Распределение энергии в пятне при наличии только одного астигматизма равномерное.

Астигматизм допустим, если волновая aberrация не превышает $\lambda/4$. Для этого продольный астигматизм Δ'_{sm} должен удовлетворять условию

$$\Delta'_{sm} \leq 2\sqrt{3}\lambda. \quad (2.19)$$

Для разных углов w меридиональное и сагиттальное изображения располагаются приблизительно по параболическим поверхностям. Их радиусы кривизны при вершинах мы обозначим через R_m и R_s . Значения этих радиусов

$$R_m = -\frac{f'}{\sum III}, \quad R_s = -\frac{f'}{\sum IV}. \quad (2.20)$$

Величины Σ_{III} и Σ_{IV} называются *коэффициентам и меридиональной (или тангенциальной) и сагиттальной кривизны поля*. Средняя кривизна поля

$$R_{\text{ср}} = 2 \frac{R_m R_s}{R_m + R_s} = - \frac{f'}{\Sigma_{IV_a}}; \quad (2.20')$$

величина Σ_{IV_a} называется *коэффициентом средней кривизны поля*.

Обозначим расстояние $\mathbb{M}Q_m$ от точки преломления $\mathbb{M}$ до точки Q_m пересечения меридионального луча в пространстве предметов с оптической осью через t'_m . Аналогично расстояние $\mathbb{B}Q_s$ — через t'_s . Сопряженные им отрезки в пространстве изображений обозначим через t''_m и t''_s . Если рассматриваемая поверхность не является в системе первой, то точки Q_m и Q_s могут не совпадать.

Для узкого пучка, падающего под углом ϵ на сферическую поверхность радиуса r , разделяющую среды с показателями преломления n и n' , известны формулы Юнга, связывающие между собой сопряженные отрезки t'_m, t''_m и t'_s, t''_s :

$$\begin{cases} \frac{n' \cos^2 \epsilon'}{t'_m} - \frac{n \cos^2 \epsilon}{t_m} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r}, \\ \frac{n'}{t'_s} - \frac{n}{t_s} = \frac{n' \cos \epsilon' - n \cos \epsilon}{r}. \end{cases} \quad (2.21)$$

Эти формулы позволяют выполнить расчет астигматизма, для чего достаточно выразить t'_m через t_m , а t'_s через t_s и значения $\epsilon, \epsilon', n, n'$ и r . Однако нам представляется, что при наличии ЭВМ и универсальной программы расчета хода луча по формулам Федера (см. § 3.5, 3.6, 3.11), проще выполнить расчет хода узкого пучка лучей и найти координаты точек их пересечения по (см. § 3.6).

Исправление астигматизма еще не гарантирует того, что изображения будут оптимальными на плоской фокальной поверхности. Наилучшее изображение будет на изогнутой поверхности, лежащей посередине между поверхностями меридиональных и сагиттальных фокалей. Кривизна ее

$$\frac{1}{R_{\text{ср}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_m} + \frac{1}{R_s} \right). \quad (2.22)$$

Эта величина называется *кривизной поля*. На средней поверхности изображение будет круглое, в фокалях — в виде черточки; во всех других плоскостях — эллипсом. На рис. 2.7 и 2.8 представлены меридиональные сечения поверхностей меридиональных m и сагиттальных s фокусов, средней между ними поверхности (ср.), *поверхности Пецваля* P (см. ниже) и плоскости Гаусса G .

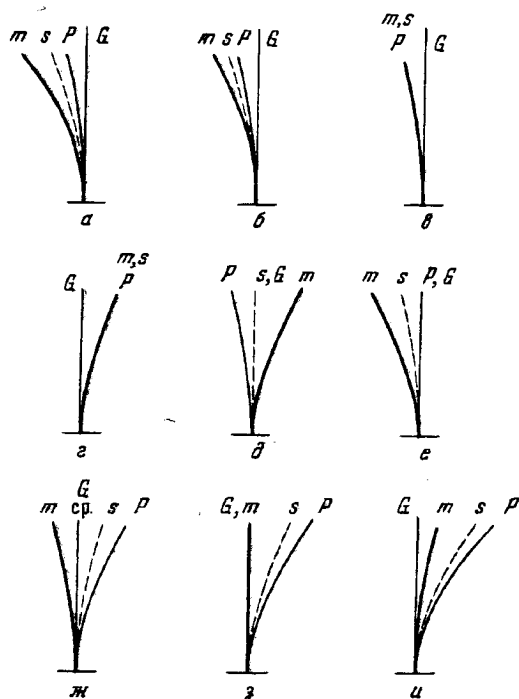


Рис. 2.8. Сечения меридиональных (m) и сагиттальных (s) фокальных поверхностей, поверхности Гаусса (G) и Пецваля (P) для разных случаев: большие недоисправленные астигматизм и кривизна поля по Пецвалю (a); астигматизм уменьшен, кривизна поля осталась прежней (b); астигматизм исправлен полностью, кривизна поля переисправлена (a); астигматизм исправлен полностью, кривизна поля не исправлена (z); поверхность Пецваля недоисправлена, меридиональная фокальная поверхность переисправлена, сагиттальная — плоская (d); кривизна поля по Пецвалю исправлена, астигматизм недоисправлен (e); кривизна поля по Пецвалю переисправлена; наилучшая резкость в плоскости Гаусса ($ж$); меридиональная фокальная поверхность плоская, остальные переисправлены ($з$); все поверхности переисправлены ($и$)

Радиус кружка рассеяния на сфере средней кривизны, вызванный кривизной поля, равен

$$\rho_{\text{III}} = -\frac{1}{4} f A w^2 \Sigma \Pi_a,$$

т.е. кружок, обусловленный кривизной поля растет пропорционально квадрату удаления точки от центра поля.

Можно представить себе воображаемую параболическую поверхность, касающуюся двух фокальных поверхностей OM и OS в их общей точке и имеющей в своей вершине радиус кривизны R_p , определяемый из условия

$$\frac{2}{R_p} = \frac{3}{R_y} - \frac{1}{R_m}. \quad (2.23)$$

Эта поверхность называется поверхностью Пецваля.

Для сложной системы радиус поверхности Пецваля определяется по формуле

$$\frac{1}{R_P} = -n_k \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right), \quad (2.24)$$

носящей название *теоремы Пецваля*. Сумма, входящая в это выражение и умноженная на фокусное расстояние системы,

$$\Sigma P = f' \Sigma \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right), \quad (2.24')$$

называется *суммой Пецваля*. Величина $1/R_P$ называется *кривизной Пецваля*. Кривизна Пецваля не зависит от толщины линз, воздушных промежутков между оптическими элементами системы и коэффициентов асферичности поверхностей.

Если астигматизм системы исправлен, то поверхности меридиональных и сагитальных фокусов совпадают с поверхностью Пецваля (рис. 2.8, в, г) и

$$R_P = R_m = R_s; \quad (2.25)$$

изображения на поверхности Пецваля будут круглыми.

Из формул (2.23) и (2.24) следует, что в рамках теории aberrаций третьего порядка в сложной системе

$$\frac{1}{R_m} - \frac{3}{R_s} = 2n_k \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right), \quad (2.26)$$

где n_k — показатель преломления последней среды (в телескопах обычно $|n_k| = 1,0$), а n_{i-1} и n_i — показатели преломления сред, разделяемых i -й поверхностью, имеющей кривизну $1/r_i$. При исправленных сферической aberrации, коме и астигматизме кривизна поля не препятствует получению резких изображений на поверхности Пецваля, но она требует использовать не плоские, а изогнутые светоприемники (например, фотопластины) или применять специальные полеспрямляющие линзы (см. § 5.5).

Если в системе исправлен астигматизм (т.е. $\Sigma III_a = 0$), то $R_P = R_m = R_s$ и сумма ΣIV характеризует кривизну Пецваля. Условие

$$\Sigma \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{n_i} - \frac{1}{n_{i-1}} \right) = 0 \quad (2.27)$$

называется *условием Пецваля*. Оно (в рамках теории aberrаций третьего порядка) является необходимым для того, чтобы поверхность Пецваля являлась плоскостью. Выполнение условия Пецваля (2.27) обеспечивает плоское поле лишь в случае исправленного астигматизма. Для того, чтобы в рамках теории aberrаций третьего порядка поле телескопа было плоским, необходимо и достаточно выполнение двух условий:

- 1) исправление астигматизма,
- 2) выполнение условия Пецваля.

В случае чистого астигматизма (т.е. когда исправлены сферическая aberrация и кома) изображение на поверхности Пецваля имеет вид эллипса с соотношением полуосей 1:3. При наличии кривизны поля и астигматизма поверхность m меридиональных фокусов отстоит от поверхности P Пецваля в три раза дальше, чем поверхность s сагиттальных фокусов. Поверхность Пецваля P есть предельная, к которой стремятся поверхности m и s по мере исправления астигматизма.

Можно показать, что имеются следующие соотношения, связывающие между собой коэффициенты aberrаций тангенциального Σ_{III} и сагиттального Σ_{IV} астигматизма, астигматической разности Σ_{III}_a , кривизны поля Σ_{IV}_a и кривизны Пецваля Σ_P :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma_{III}_a = \frac{1}{2}(\Sigma_{III} - \Sigma_{IV}), \\ \Sigma_{IV}_a = \frac{1}{2}(\Sigma_{III} + \Sigma_{IV}), \\ \Sigma_P = -\frac{1}{2}(\Sigma_{III} - 3\Sigma_{IV}) = \Sigma_{IV}_a - 2\Sigma_{III}_a = -(\Sigma_{III}_a - \Sigma_{IV}), \\ \Sigma_{IV} = \Sigma_{III}_a + \Sigma_P, \\ \Sigma_{IV}_a = 2\Sigma_{III}_a + \Sigma_P, \\ \Sigma_{III} = 3\Sigma_{III}_a + \Sigma_P. \end{array} \right. \quad (2.28)$$

Оптические системы, в которых исправлены астигматизм и кривизна поля, называются *астигматическими*.

Рассмотрим систему, содержащую только два зеркала. В ней $k = 2$; $n_0 = +1$, $n_1 = -1$ и $n_2 = +1$. Из формулы (2.24) получим, что поверхность Пецваля является плоской, если радиусы кривизны зеркал равны друг другу: $r_1 = r_2$. Это используется в некоторых модификациях камер Шмидта. Если в системе имеется три неплоских зеркала, то $n_3 = -1$ и поверхность Пецваля будет плоской при выполнении условия

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = 0. \quad (2.29)$$

Это правило легко обобщить и на большее число зеркал.

§ 2.6. Дисторсия

Последний член в формуле (2.6) $a_3 \omega w^3$ удобнее рассматривать в форме поперечной аберрации $\frac{1}{2} \omega^3 \Sigma V_i$. Он не зависит от угловых координат ω и Ω луча. Это значит, что все лучи, идущие от звезды, отстоящей на угловом расстоянии ω от оптической оси, соберутся (при отсутствии других аберраций) в одну точку в плоскости Гаусса, однако эта точка не будет совпадать с положением изображения звезды, которое дал бы идеальный телескоп. Эта аберрация называется *дисторсией*. Рассмотрим это подробнее.

Предположим, что мы имеем на небе звезду на угловом расстоянии ω от оптической оси телескопа. Идеальная оптическая система, обладающая кривым полем с радиусом кривизны $r_{\text{поля}} = f'$ дала бы изображение в точке A , отстоящей на расстояние $f' \omega$ от центра поля (рис. 2.9). В системе, обладающей аберрациями, толщиной, вынесенным входным зрачком DD , главный луч пересечет ту же поверхность в точке B . Уклонение точки B от точки A называется *геометрической дисторсией*. Д.Д. Максутов [1946] дал очень наглядное объяснение причины, вызывающей дисторсию. Пусть мы имеем объектив OO с расположенным перед ним входным зрачком DD (рис. 2.9). Пусть диаметр входного зрачка столь мал, что сферическая аберрация и кома не искажают изображение. Оно будет построено в точке A , в то время как гауссова оптика требует, чтобы оно получилось в точке B . В данном случае геометрическая дисторсия вызвана двумя причинами: 1) несовпадением входного зрачка с передней главной плоскостью линзы O ; 2) наличием сферической аберрации объектива на зоне u , которую, в отличие от диаметра DD входного зрачка малой считать нельзя. Это приводит к тому, что преломленный главный луч из точки C устремляется в точку A вместо точки B и $w' \neq w$.

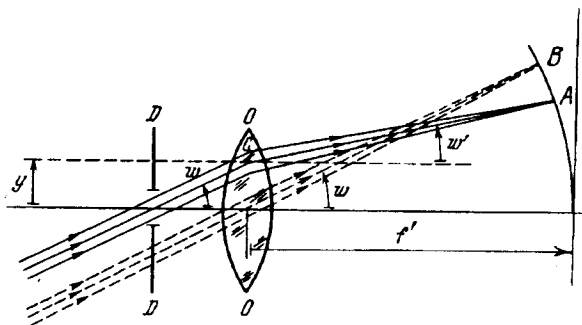


Рис. 2.9. Пояснение причин, порождающих дисторсию

Дисторсия нарушает подобие изображения объекта. Смещение изображения точки происходит в направлении соединяющем центр поля зрения с положением, которое должно было бы занимать идеальное изображение. Смещение может происходить в направлении к краю поля зрения — тогда дисторсия считается *положительной*, или к центру поля — тогда она считается *отрицательной*. Если представить себе на небе созвездие, в котором девять звезд расположены в вершинах квадратной сетки, то наличие положительной дисторсии приведет к тому, что на фотопластинке они расположатся «подушкообразно» (см. ниже рис. 2.19, д), а в случае отрицательной дисторсии — «бочкообразно» (рис. 2.19, е).

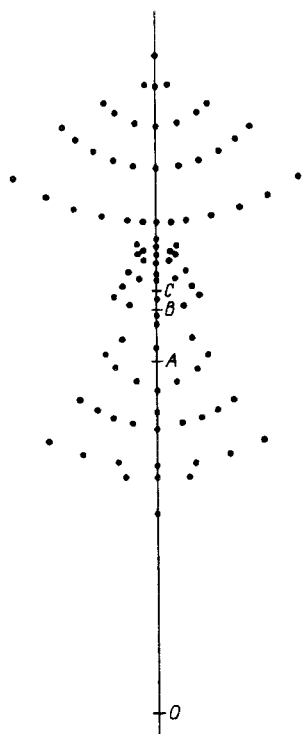


Рис. 2.10. Пояснение астрономической дисторсии. O —центр поля, B —след главного луча на фотопластинке, C —видимый центр тяжести изображения. Отдельные точки есть места пересечения разных лучей с фотопластинкой. A — точка, для которой $OA = |f'|w$. AB —дисторсия в понимании оптиков; AC —дисторсия, измеренная астрономом

Член $a_5 u w^3$ выражает дисторсию, обусловленную оптикой телескопа и определяемую, как сказано выше, главным лучом. Но есть и вторая составляющая дисторсии. Обычно астрономы фотографируют сферическую поверхность небосвода на плоскую фотографическую пластинку. Проекция поверхности сферы на плоскость неизбежно приводит к искажениям. Если мы наблюдаем на небе объект, отстоящий от оптической оси на угловом расстоянии w , а фокусное расстояние объектива есть f' , то на плоской фотопластинке изображение будет отстоять от ее центра не на расстоянии $l' = |f'|w$, а на расстоянии $l' = |f'| \operatorname{tg} w$. Разность этих величин

$$\Delta l = |f'|(\operatorname{tg} w - w) \quad (2.30)$$

называется *нормальной дисторсией*. Это и есть вторая составляющая дисторсии. От нормальной дисторсии свободны системы, в которых фокальная поверхность является сферой, концентричной задней главной точке объектива (например, система Шмидта — см. гл. 9).

Дисторсия третьего порядка объектива, описываемая последним членом формулы (2.6), приведет к линейному смещению изображения звезды

$$\Delta l_V' = \frac{1}{2} f' w^3 \Sigma V_i. \quad (2.30')$$

Дисторсия не зависит от относительного отворстия телескопа, ее влияние пропорционально третьей степени угла поля зрения w .

Для бесконечно удаленного объекта система свободна от дисторсии третьего порядка, если для всех углов поля w соблюдено «условие тангенсов»

$$\operatorname{tg} w / \operatorname{tg} w' = \text{const.}$$

Такая оптическая система называется *ортоскопической*.

Следует оговориться, что описанное понятие дисторсии является некоторой математической фикцией. Дело в том, что понятие дисторсии (как третьего порядка, так и нормальной) относится к точке пересечения главного луча с поверхностью светоприемника. Но астроном, измеряющий негатив с изображением звездного неба, не знает где находится на фотопластинке след главного луча. Он видит несколько размытое, более или менее круглое изображение звезды. Если в оптической системе имеется кома, то распределение яркости в этом изображении неравномерно. Измеряя негатив, астроном наводит крест нитей измерительного прибора на кажущийся ему центр тяжести изображения. Можно считать, что этот центр тяжести достаточно хорошо совпадает с центром тяжести геометрического изображения, постороенного множеством лучей, равномерно распределенных по входному зрачку телескопа (рис. 2.10). Разные лица определяют этот центр по-разному. Это приводит к ошибкам измерений, которые называются *личными ошибками*. Различные автоматические приборы также определяют по разному положение центра тяжести изображения. Это есть *инструментальные ошибки*, которые зависят от характера изображения и равномерности окружающего фона, а потому включают в себя систематические и случайные слагаемые. Таким образом следует различать *геометрическую дисторсию*, определяемую формулой (2.30'), *нормальную дисторсию*, определяемую формулой (2.30) и *астрономическую дисторсию*, определяемую как уклонение центра тяжести изображения от следа главного луча в идеальной оптической системе.

§ 2.7. Хроматические aberrации

До сих пор мы рассматривали лучи строго одного цвета, обусловленные излучением в одной длине волны λ . Такие лучи называются *монохроматическими*. Луч любой длины волны, падающий на зеркало под углом ϵ , отражается под тем же углом. Это есть выражение закона равенства углов падения и отражения. Поэтому чисто зеркальные системы являются *ахроматическими*, т.е. их aberrации не зависят от длины волны. От длины волны в этом случае зависит только коэффициент отражения, разный для разных зеркальных поверхностей (алюминий, серебро и др.). Все рассуждения об aber-

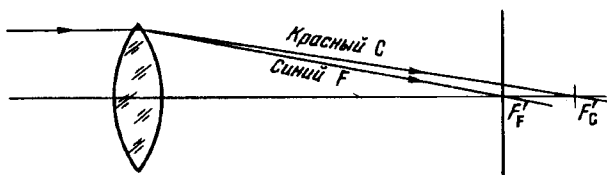


Рис. 2.11. Хроматизм положения. Лучи разных длин волн собираются в разных фокусах. Луч С относится к $\lambda = 0,6563$ мкм, а луч F — к $\lambda = 0,4861$ мкм

рациях, приведенные выше, всецело пригодны к чисто зеркальным системам. Но в рефракторах и в зеркально-линзовых системах имеются линзы. Показатели преломления стекол, из которых изготовлены линзы, зависят от длины волны света; при этом зависимости эти не линейны и для разных сортов стекол разные. В результате лучи разных длин волн после преломления в линзе собираются в разные фокусы (рис. 2.11). Это явление называется *продольным хроматизмом положения*. В объективах одного типа, изготовленных из одинаковых сортов стекол, продольный хроматизм пропорционален фокусному расстоянию объектива. Хроматизм положения приводит к тому, что куда бы мы ни поместили фокальную плоскость, точечное изображение будет окрашено и окружено цветной каймой — лучи разных длин волн построят каждое свое сфокусированное изображение звезды, но в разных плоскостях. *Поперечным хроматизмом* называется размер ρ_λ изображения в длине волны λ , полученный в данной плоскости фокусировки. Он пропорционален диаметру телескопа. В однолинзовом объективе с диаметром D , изготовленном из стекла типа крон К8 при фокусировке на среднюю длину волны $\lambda_{\text{ср}} = 0,5893$ мкм поперечный хроматизм для интервала длин волн от $\lambda_C = 0,6563$ мкм до $\lambda_F = 0,4861$ мкм даст хроматический кружок диаметром

$$2\rho_{\text{CF}} \approx D/130. \quad (2.31)$$

В сложных объективах, составленных из нескольких линз, продольный хроматизм может быть исправлен, т.е. лучи по крайней мере двух разных длин волн могут быть сведены в одну точку. Лучи других длин волн при этом будут собираться в других точках. В результате имеется остаточный продольный хроматизм, называемый *вторичным спектром*.

Главные плоскости для лучей разных длин волн могут не совпадать (рис. 2.12). В результате фокусные расстояния, отсчитываемые от соответствующих главных плоскостей, будут разные и масштаб изображения в разных лучах будет также разным. Изображение точки на оптической оси будет построено с правильной передачей цвета, а изображение точки в стороне от оптической оси вытянется в радиально направленный спектр. Эта aberrация называется *хроматизмом*

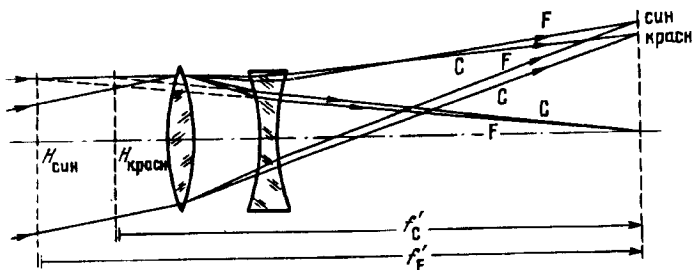


Рис. 2.12. Возникновение хроматизма увеличения

увеличения. Величина ее пропорциональна фокусному расстоянию объектива и угловому расстоянию объекта от оптической оси. Сферическая aberrация в свою очередь зависит от длины волны. Это явление называется *хроматической разностью сферической aberrации* объектива или, кратко, *сферохроматической aberrацией*. Другие aberrации (кома, астигматизм, дисторсия) также зависят от длины волны. Эти явления называются *хроматической комой*, *хроматическим астигматизмом*, *хроматической дисторсией*. Кривизна поля также разная в разных длинах волн. Хроматизм положения не зависит от положения входного зрачка. Хроматизм увеличения зависит от положения входного зрачка только в том случае, если хроматизм положения не исправлен.

Хроматизм положения в пределах длин волн λ_1 и λ_2

$$ds'_{\lambda_1 \lambda_2} = \frac{\sum_{i=1}^k h_i U_i}{n_{k+1} \alpha_{k+1}^2}, \quad (2.32)$$

где n_{k+1} — показатель преломления последней среды (обычно $|n_{k+1}| = 1$), h_i — высота первого вспомогательного луча (см. § 2.8) на главной плоскости i -й поверхности, α_{k+1} — угол (точнее тангенс угла) в пространстве изображений между тем же лучом и оптической осью,

$$U_i = \frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\mu_{i+1} - \mu_i} \left(\frac{1 - \mu_{i+1}}{v_{i+1}} - \frac{1 - \mu_i}{v_i} \right) = \frac{\Delta \alpha_i}{\Delta \mu_i} \Delta \left(\frac{1 - \mu_i}{v_i} \right), \quad (2.33)$$

где $\mu_i = 1/n_i$, а

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (2.34)$$

есть коэффициент, называемый *числом Аббе* или *коэффициентом дисперсии*; n_D , n_F и n_C — показатели преломления i -й среды для длин

волн 0,5393 (линия D), 0,4861 (линия F) и 0,6563 (линия C) мкм. Условием исправления хроматизма положения является

$$S_I^{xp} = L = \sum_{i=1}^k h_i U_i = 0. \quad (2.33')$$

Величина S_I^{xp} (иногда обозначается буквой L) называется коэффициентом хроматизма положения. В формулах (2.32) и (2.33') суммирование происходит по всем k поверхностям системы.

Хроматизм увеличения $\delta y'$ в плоскости изображения, соответствующей средней (основной) длине волны, выраженной в долях расстояния этого изображения от оптической оси, называется коэффициентом хроматизма увеличения; он обозначается буквой S_{II}^{xp} (или иногда F):

$$S_{II}^{xp} = F = \frac{\delta y'}{y'} = \frac{\sum_{i=1}^k h_i U_i}{n_{k+1} \alpha_{k+1}^2 p_{k+1}}, \quad (2.35)$$

где p_{k+1} есть расстояние от входного зрачка системы до плоскости изображения основной длины волны.

§ 2.8. Коэффициенты aberrаций третьего порядка. Зависимость aberrаций от положения входного зрачка

Зейдель предложил сравнительно простые формулы для вычисления коэффициентов aberrаций. Но эти формулы выражают их не непосредственно через конструктивные параметры оптической системы, а в виде функций от вспомогательных величин, которые сами

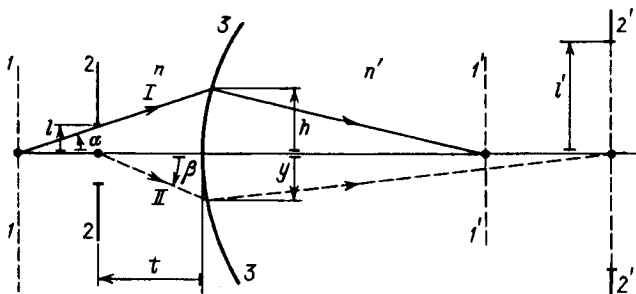


Рис. 2.13. К вычислению коэффициентов Зейделя. I — первый вспомогательный луч; II — второй вспомогательный луч, 1 — плоскость предмета (или его параксиальное изображение, построенное предшествующей частью системы); 2 — плоскость входного зрачка (или ее изображение); 3 — преломляющая поверхность; $2'$ — плоскость выходного зрачка; $1'$ — плоскость изображений

зависят от конструктивных параметров. Эти вспомогательные величины определяются при расчете двух вспомогательных параксиальных лучей (рис. 2.13). Расчет их выполняется по формулам, приведенным в § 3.2. Первый вспомогательный луч I выходит из точки на оси, лежащей в плоскости предметов (для телескопа — в бесконечности); второй — II — из точки на оси, лежащей в плоскости входного зрачка. Вспомогательными величинами являются высоты h и углы пересечения этими лучами оптических поверхностей и углы α и β между оптической осью и каждым из этих лучей или расстояния s и t от поверхности до точек пересечения этими лучами оптической оси. Приводимые ниже выражения для коэффициентов aberrаций основаны на теореме: *каждый коэффициент aberrации третьего порядка сложной оптической системы равен сумме соответствующих коэффициентов для отдельных ее поверхностей*. Мы дадим выражения для коэффициентов сферической aberrации ΣI , комы ΣII , астигматической разности ΣIII_a , кривизны Пецваля ΣP и дисторсии ΣV без вывода:

$$\left\{ \begin{aligned} \Sigma I &= \sum_{i=1}^k \left(\frac{h_i}{h_1} \right)^4 \left[Q_{si}^2 \Delta_i \left(\frac{1}{ns} \right) + b_i \right], \\ \Sigma II &= \sum_{i=1}^k \left(\frac{h_i}{h_1} \right)^3 \left(\frac{y_i}{y_1} \right) \left[Q_{ti} Q_{si} \Delta_i \left(\frac{1}{ns} \right) + b_i \right], \\ \Sigma III_a &= \sum_{i=1}^k \left(\frac{h_i}{h_1} \right)^2 \left(\frac{y_i}{y_1} \right)^2 \left[Q_{ti}^2 \Delta_i \left(\frac{1}{ns} \right) + b_i \right], \\ \Sigma P &= - \sum_{i=1}^k \left(\frac{h_i}{h_1} \right)^2 \left(\frac{y_i}{y_1} \right)^2 \left(Q_{ti} - Q_{si} \right)^2 \frac{1}{r_i} \Delta_i \left(\frac{1}{n} \right), \\ \Sigma V &= \sum_{i=1}^k \left(\frac{h_i}{h_1} \right) \left(\frac{y_i}{y_1} \right)^3 \left[Q_{ti}^2 \Delta_i \left(\frac{1}{ns} \right) + Q_{ti} (Q_{ti} - Q_{si}) \Delta_i \left(\frac{1}{nt} \right) + b_i \right], \end{aligned} \right. \quad (2.36)$$

где суммирование ведется по всем k поверхностям, входящим в систему. Слагаемые

$$b_i = \frac{\sigma_i}{r_i^3} (n_i' - n_i)$$

включают коэффициенты асферичности поверхностей σ_i (см. § 1.4). Для краткости записи здесь введены символы Аббе:

$$\Delta_i \left(\frac{1}{n} \right) = \frac{1}{n_i'} - \frac{1}{n_i}, \quad \Delta_i \left(\frac{1}{ns} \right) = \frac{1}{n_i' s_i'} - \frac{1}{n_i s_i}, \quad \Delta_i \left(\frac{1}{nt} \right) = \frac{1}{n_i' t_i'} - \frac{1}{n_i t_i}.$$

Q_s и Q_t есть инварианты Аббе:

$$Q_{si} = n_i \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{s_i} \right) = n_i' \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{s_i'} \right),$$

$$Q_{ti} = n_i \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{t_i} \right) = n_i' \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{t_i'} \right).$$

Для предмета в бесконечности $s_1 = -\infty$, $h_1 = 0$, $Q_{s1} = n_1/r_1$, $\Delta \left(\frac{1}{n_1 s_1} \right) = \frac{1}{n_1' s'}$. Если входной зрачок совмещен с вершиной первой поверхности, то $t_1 = 0$ и $y_1 = 0$.

Обозначим индексом «ноль» значения коэффициентов aberrаций для случая, когда входной зрачок совмещен с вершиной первой преломляющей (или отражающей) неплоской оптической поверхности ($t=0$). Если в этой же системе сместить входной зрачок в положение $t \neq 0$, то коэффициенты aberrаций будут (с индексом t):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma I_t = \Sigma I_0, \\ \Sigma II_t = \Sigma II_0 + \frac{t}{f'} \Sigma I_0, \\ \Sigma III_{a_t} = \Sigma III_{a_0} + 2 \frac{t}{f'} \Sigma II_0 + \left(\frac{t}{f'} \right)^2 \Sigma I_0, \\ \Sigma IV_t = \Sigma IV_0 + 2 \frac{t}{f'} \Sigma II_0 + \left(\frac{t}{f'} \right)^2 \Sigma I_0, \\ \Sigma V_t = \Sigma V_0 - \frac{t}{f'} (3 \Sigma III_{a_0} + \Sigma P) + 3 \left(\frac{t}{f'} \right)^2 \Sigma II_0 - \left(\frac{t}{f'} \right)^3 \Sigma I_0, \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Из формул (2.37) вытекает важное следствие: если в системе исправлены первые j aberrаций третьего порядка, то положение входного зрачка не влияет на $(j+1)$ -ю aberrацию. Если сферическая aberrация, кома и астигматизм исправлены, то все лучи, от одной точки поля, соберутся в одну точку, построив идеальное изображение. В этом случае безразлично, какой из лучей считать главным. Поэтому, передвигая входной зрачок, мы выбираем каждый раз новый луч в качестве главного, но он всегда будет попадать в ту же точку фокальной плоскости, куда пришли и остальные лучи. Поэтому как геометрическая, так и астрономическая дисторсия не изменятся.

Рассмотрим бесконечно тонкий объектив, когда предмет лежит в бесконечности, а плоскость входного зрачка совмещена с плоскостью самого объектива. Для этого случая принято обозначать первые два коэффициента Зейделя буквами P и W , а коэффициент Пецваля — символом π . Тогда, обозначая коэффициент продольного хроматизма символом C , имеем

$$\left\{ \begin{aligned} P &= \sum_{i=1}^k \left(\frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \right)^2 \left(\frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\Delta_i \alpha}{\Delta_i \mu} \right)^2 \Delta_i(\alpha \mu), \\ W &= \sum_{i=1}^k \left(\frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \right) \left(\frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i} \right) = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\Delta_i \alpha}{\Delta_i \mu} \right) \Delta_i(\alpha \mu), \\ C &= \sum_{i=1}^k \left(\frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}} \right) \left(\frac{\Delta n_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\Delta n_i}{n_i} \right) = \sum_{i=1}^k \left(\frac{\Delta_i \alpha}{\Delta_i \mu} \right) \left(\frac{\Delta n_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\Delta n_i}{n_i} \right), \\ \pi &= \frac{\alpha_{i+1} n_{i+1} - \alpha_i n_i}{n_i n_{i+1}} = \frac{\Delta_i(\alpha n)}{n_i n_{i+1}} \end{aligned} \right. \quad (2.38)$$

где $\mu = 1/n$, $\Delta n = n_F - n_C$ — средняя дисперсия. Из этих формул вытекают важные следствия, которые используются в ходе расчета тонких оптических систем:

1. Для исправления сферической аберрации бесконечно тонкой системы со сферическими поверхностями (для которой все значения h_i можно принять равными) достаточно добиться равенства

$$\sum_{i=1}^k P_i = 0. \quad (2.39)$$

2. Если в тонкой системе исправлена сферическая аберрация, то для исправления комы достаточно добиться равенства

$$\sum_{i=1}^k W_i = 0. \quad (2.40)$$

3. Если в тонкой системе исправлены сферическая аберрация и кома, то для исправления астигматизма достаточно добиться равенства

$$\sum_{i=1}^k \Delta_i \left(\frac{\alpha}{n} \right) = 0. \quad (2.41)$$

4. Если система содержит асферические поверхности, то вместо суммы ΣP_i следует приравнять нулю сумму $\Sigma(P_i + b_i)$, где $b_i =$

$$= \frac{\sigma_i (\alpha_{i+1} n_{i+1} - \alpha_i n_i)^3}{(n_{i+1} - n_i)^2}, \text{ а } \sigma_i \text{ — коэффициент асферичности.}$$

5. Если входной зрачок совмещен с i -й оптической поверхностью бесконечно тонкой системы, то ее деформация σ_i не влияет на кому, астигматизм, кривизну поля и дисторсию. Это следует из того, что в этом случае для второго вспомогательного луча $y_i = 0$. Первые члены,

входящие в формулы (2.36), при этом в ноль не обращаются, так как при раскрытии выражений (2.36) путем подстановки в них значений Q_x , Q_s и $y = \frac{t}{ln}$ величина t , равная нулю в числителе и в знаменателе, сокращается.

2.9. Вычисление аббераций третьего порядка

Ланге преобразовал формулы Зейделя к виду, удобному для практического использования,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma I = \sum_{i=1}^k \bar{h}_i \bar{p}_i, \\ \Sigma II = \sum_{i=1}^k \bar{h}_i \bar{p}_i \frac{\Delta \bar{\beta}_i}{\Delta \bar{\alpha}_i}, \\ \Sigma III_a = \sum_{i=1}^k \bar{h}_i \bar{p}_i \left(\frac{\Delta \bar{\beta}_i}{\Delta \bar{\alpha}_i} \right)^2, \\ \Sigma P = - \sum_{i=1}^k \frac{1}{r_i} \Delta \left(\frac{f'}{n_i} \right), \end{array} \quad \begin{array}{l} \Sigma V = - \sum_{i=1}^k (III_{a_i} + P_i) \frac{\Delta \bar{\beta}_i}{\Delta \bar{\alpha}_i}, \\ S_I^{xp} = \sum_{i=1}^k \bar{h}_i U_i, \\ S_{II}^{xp} = \sum_{i=1}^k \bar{h}_i U_i \frac{\Delta \bar{\beta}_i}{\Delta \bar{\alpha}_i}, \end{array} \right. \quad (2.42)$$

где введены следующие обозначения: $\bar{h}_i = \frac{h_i}{h_1}$, $\bar{\alpha}_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_k}$, $\bar{\beta}_i = \frac{\beta_i}{\beta_1}$. При этом получаем $\bar{h}_1 = 1$, $\bar{\alpha}_k = 1$, $\bar{\beta}_1 = 1$.

Полученные таким образом величины $\bar{\alpha}_i$, $\bar{\beta}_i$ и $\bar{h}_i$ называются *приведенными*.

Последовательность вычислений состоит для каждой из поверхностей из следующих шагов:

1. Зная радиус кривизны поверхности r , расстояние до следующей d , показатели преломления n и n' , угол α , высоту h и, выполняя последовательно действия $\Delta n = n' - n$, $\Delta(n\alpha) = \frac{\Delta n}{r}h$, $n\alpha' = n\alpha + \Delta(n\alpha)$, $\alpha' = \frac{n\alpha}{n'}$, находим новые значения α' и h' :

$$\alpha' = \frac{n' - n}{r}h + \frac{n}{n'}\alpha, \quad (2.43)$$

$$h' = h - d\alpha'. \quad (2.44)$$

Фиксируем каждое вычисленное значение α' в памяти ЭВМ. Если объект лежит в бесконечности, то для первой поверхности $\alpha_1 = 0$ и принимаем $h_1 = 1$; если объект находится на конечном расстоянии, то углу α_1 можно присвоить любое значение; это потому, что в дальней-

шем в расчетах участвует не само значение α_1 , а приведенное $\bar{\alpha}_1 = \alpha_1 / \alpha_k$.

2. Делим все α_i' на α_k' , получая приведенные (или нормированные) значения углов α :

$$\bar{\alpha}_i' = \alpha_i' / \alpha_k'.$$

3. Выполняя последовательно действия $\Delta n = n' - n$, $\Delta(n\beta) = \frac{\Delta n}{r}y$, $n'\beta = n\beta + \Delta(n\beta)$, $\beta' = \frac{n'\beta'}{n'}$, вычисляем для каждой поверхности угол β' и новое значение y' :

$$\begin{aligned} \beta' &= \frac{n' - n}{r}y + \frac{n}{n'}\beta, \\ y' &= -\beta x + y. \end{aligned} \quad (2.45)$$

При этом принимаем, что для первой поверхности $\beta_1 = 1$, а $y = 0$ (последнее потому, что в нашем случае входной лучок совпадает с вершиной первой поверхности).

4. Коэффициенты аббераций для сферических поверхностей определяются по формулам

$$\begin{cases} \Sigma I = \Sigma hP = \Sigma h\Delta(\bar{\alpha}\mu) \left(\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\Delta\mu} \right)^2, \\ \Sigma II = \Sigma hP \left(\frac{\Delta\beta}{\Delta\bar{\alpha}} \right) = \Sigma h\Delta(\bar{\alpha}\mu) \left(\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\Delta\mu} \right)^2 \left(\frac{\Delta\beta}{\Delta\bar{\alpha}} \right), \\ \Sigma III = \Sigma hP \left(\frac{\Delta\beta}{\Delta\bar{\alpha}} \right)^2 = \Sigma h\Delta(\bar{\alpha}\mu) \left(\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\Delta\mu} \right) \left(\frac{\Delta\beta}{\Delta\bar{\alpha}} \right)^2. \end{cases} \quad (2.46)$$

(Для краткости записи мы опустили при величинах h , P , $\bar{\alpha}$, $\Delta\bar{\alpha}$, $\Delta\beta$, μ и $\Delta\mu$ индексы i , по которым выполняем суммирование.)

5. Если система содержит асферические поверхности, то для каждой из них необходимо добавить по слагаемому,

$$\begin{cases} I^* = h \left(\frac{h}{r} \right)^3 \Delta n \sigma_1, \\ II^* = y \left(\frac{h}{r} \right)^3 \Delta n \sigma_1, \\ III^* = \frac{1}{J^2} \frac{y^2}{h} \left(\frac{h}{r} \right)^3 \Delta n \sigma_1, \end{cases} \quad (2.47)$$

где σ_1 — коэффициент асферичности Шварцшильда: $\sigma_1 = -e^2$ (см. (1.28)), $\bar{r} = r/f'$, f' — фокусное расстояние системы, $\Delta = n' - n$, J — инвариант Лагранжа-Гельмгольца (см. § 1.3).

Бывают случаи, когда входной зрачок лежит не на первой поверхности, а внутри системы (например, в рефлекторах, предназначенных для работ в инфракрасном диапазоне спектра, он совмещается с вершиной второго зеркала). Тогда следует перенести (через предшествующую часть системы) изображение действующей диафрагмы в пространство предметов. Для этого необходимо использовать формулу (1.16) параксиальной оптики. Этим мы определим положение входного зрачка системы, отстоящего на расстояние t от первой поверхности. Направим второй вспомогательный луч в центр входного зрачка DD (рис. 2.14). Тогда, принимая $\beta_1 = 1$, получим $y_1 = t\beta_1 = t$.

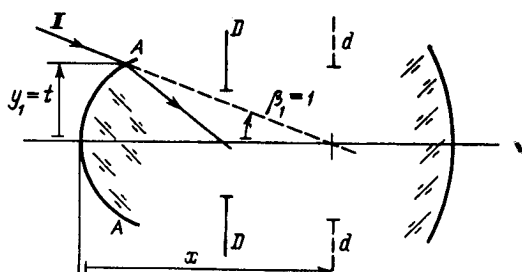


Рис. 2.14. Случай, когда диафрагма DD не совпадает с вершиной первой поверхности AA . d есть изображение диафрагмы D , перенесенное в пространство предметов, т.е. входной зрачок системы. Второй вспомогательный луч II направлен в центр входного зрачка

Следует отметить, что вычисление aberrаций третьего порядка имеет смысл только для асферик второго порядка. В более сложных асфериках коэффициенты асферичности $\sigma_2, \sigma_3, \dots$ (см. (1.28)) не могут быть учтены, так как они относятся к aberrациям более высоких порядков.

§ 2.10. Примеры расчета aberrаций третьего порядка.

Программы для микрокалькулятора

В качестве первого примера рассмотрим двухзеркальную систему Кассегрена с вогнутым параболическим главным зеркалом M_1 и выпуклым гиперболическим зеркалом M_2 (рис. 2.15) (подробнее о двухзеркальных системах см. гл. 6). Пусть она обладает следующими конструктивными параметрами: диаметр $D = 1000$ мм, относительное отверстие $A = 1:10$, поле $w = 10'$.

Номер поверхности	r	d	e^2	n	$\sigma = -e^2$
				1,0	
1	-4000		1,0		-1,0
		-1400		-1,0	
2	-1500		2,25		-2,25
				1,0	

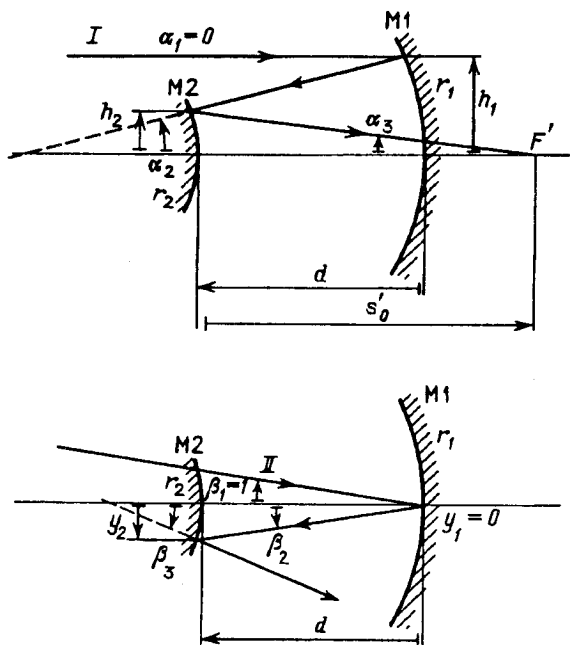


Рис. 2.15. Расчет по формулам параксиальной оптики первого (I) и второго (II) вспомогательных лучей

Так как луч в телескоп идет из бесконечности, то $\alpha_1 = 0$. Входной зрачок совмещен с вершиной главного зеркала. Фокусное расстояние системы будет $f'_{\text{экв}} = 10\,000$, последний отрезок $s'_0 = 3000$. Принимаем $h_1 = 1$. Расчет делится на ряд этапов.

1. Выполняем расчет углов α и высот h для первого вспомогательного луча для каждой из поверхностей:

$$h_1 = 1,0, \quad \alpha_2 = \frac{\frac{n_2 - n_1}{r_1} h_1 + n_1 \alpha_1}{n_2} = -0,0005,$$

$$h_2 = h_1 - d_1 \alpha_2 = 0,3,$$

$$\alpha_3 = \frac{\frac{n_3 - n_2}{r_2} h_2 + n_2 \alpha_2}{n_3} = -0,0001.$$

2. Вычисляем приведенные значения углов α_i :

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} = 0, \quad \bar{\alpha}_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} = -5,0, \quad \bar{\alpha}_3 = \frac{\alpha_3}{\alpha_3} = 1,0.$$

3. Переходим к расчету второго вспомогательного луча. Так как входной зрачок совмещен с вершиной главного зеркала, то $y_1 = 0$. Формулы для вычисления углов β и высот у аналогичны формулам для углов α :

$$\beta_1 = 1, \quad y_1 = 0,$$

$$\beta_2 = \frac{\frac{n_2 - n_1}{r_1} y_1 + n_1 \beta_1}{n_2} = -1,$$

$$y_2 = y_1 - d_1 \beta_2 = -1400,$$

$$\beta_3 = \frac{\frac{n_3 - n_2}{r_2} y_2 + n_2 \beta_2}{n_3} = 2,86667776,$$

$$y_3 = y_2 - d_2 \beta_3 = -10000.$$

4. Учитывая, что $\mu_i = 1/n_i$, вычисляем коэффициенты W_i и P_i :

$$W_1 = \frac{\bar{\alpha}_2 - \bar{\alpha}_1}{\mu_2 - \mu_1} (\bar{\alpha}_2 \mu_2 - \bar{\alpha}_1 \mu_1) = 12,5,$$

$$W_2 = \frac{\bar{\alpha}_3 - \bar{\alpha}_2}{\mu_3 - \mu_2} (\bar{\alpha}_3 \mu_3 - \bar{\alpha}_2 \mu_2) = -12,0,$$

$$P_1 = \frac{\bar{\alpha}_2 - \bar{\alpha}_1}{\mu_2 - \mu_1} W_1 = 31,25,$$

$$P_2 = \frac{\bar{\alpha}_3 - \bar{\alpha}_2}{\mu_3 - \mu_2} W_2 = -36,0.$$

5. Определяем коэффициенты аббераций для каждой из поверхностей, считая их сферическими:

$$I_1 = h_1 P_1 = 31,25,$$

$$I_2 = h_2 P_2 = -10,8,$$

$$II_1 = -h_1 P_1 \frac{\Delta \beta_1}{\Delta \bar{\alpha}_1} = -12,5,$$

$$II_2 = -h_2 P_2 \frac{\Delta \beta_2}{\Delta \bar{\alpha}_2} = 6,96,$$

$$III_1 = h_1 P_1 \left(\frac{\Delta \beta_1}{\Delta \bar{\alpha}_1} \right)^2 = 5,0,$$

$$III_2 = h_2 P_2 \left(\frac{\Delta \beta_2}{\Delta \bar{\alpha}_2} \right)^2 = -4,485333....$$

6. Находим члены, учитывающие асферичность поверхностей:

$$I_1^* = h_1 \left(\frac{h_1}{r_1} \right)^3 \sigma_1 \Delta n_1 = -31,25,$$

$$I_2^* = h_2 \left(\frac{h_2}{r_2} \right)^3 \sigma_2 \Delta n_2 = 10,8,$$

$$\Pi_1^* = -\bar{y}_1 \left(\frac{h_1}{r_1} \right) \sigma_1 \Delta n_1 = 0,0,$$

$$\Pi_2^* = -\bar{y}_2 \left(\frac{h_2}{r_2} \right) \sigma_2 \Delta n_2 = 5,04,$$

$$\text{III}_1^* = \frac{\bar{y}_1^2}{h_1} \left(\frac{h_1}{r_1} \right)^3 \sigma_1 \Delta n_1 = 0,0,$$

$$\text{III}_2^* = \frac{\bar{y}_2^2}{h_2} \left(\frac{h_2}{r_2} \right)^3 \sigma_2 \Delta n_2 = 2,352.$$

Здесь $\bar{y}_i$ и $\bar{r}_i$ обозначают высоты лучей и радиусы кривизны, выраженные в долях фокусного расстояния системы.

7. Выполняем суммирование коэффициентов aberrаций по поверхностям i :

i	I	II	III
1	31,25	-12,5	5,0
2	-10,80	+6,96	-4,485333
1*	-31,25	0,00	0,00
2*	10,80	+5,04	2,352
Σ	0,00	-0,5	2,8667

8. Вычисляем aberrации третьего порядка:

а) Продольная сферическая aberrация для зоны y

$$\Delta s_y' = -\frac{1}{8} f' A^2 \Sigma I + 0.$$

б) Поперечная кома на угловом расстоянии $w = 10'$ от оси при диаметре системы 1000 мм

$$3\rho_{II} = -\frac{3}{8} f' A^2 w \Sigma II = +0,05453.$$

в) Астигматизм (астигматическая разность)

$$\Delta_{sm}' = -f' w^2 \Sigma III_a = 0,24253.$$

Строгий расчет по формулам Федера (см. § 3.6 и 3.11) дал $\Delta s_y' = 0$ для всех значений зон y (что естественно для системы Кассегрена); в

плоскости Гаусса, на расстоянии $10'$ от оси кома $3\rho_{II} = +0,05465$, астигматизм $\Delta'_{sm} = 0,24251$, средний радиус кривизны поля $R_{cr} = -710,79$, полная дисторсия $\Delta l' = 0,02978$, нормальная дисторсия $\Delta l'_{norm} = 0,00008$, уклонение полной от нормальной $0,02970$.

Расчет коэффициентов aberrаций и самих aberrаций третьего порядка можно выполнить на микрокалькуляторах МК-52, МК-54, МК-56. Программа будет состоять из нескольких частей. Первая часть (программа 2.1) — расчет сумм Зейделя $\Sigma I, \Sigma II, \Sigma III_a$; вторая — (только для систем, содержащих асферические поверхности) — расчет коэффициентов I^*, II^*, III_a^* (программа 2.2); третья — расчет коэффициентов S_I^{xp} продольного хроматизма положения и S_{II}^{xp} поперечного хроматизма увеличения — для систем, содержащих преломляющие поверхности (программа 2.3); четвертая — расчет суммы Пецваля ΣP (программа 2.4); пятая — расчет самих aberrаций $\Delta s'_y, 3\rho_{II}, \Delta'_{sm}, \Delta l'$, радиусов кривизны R_m, R_s и R_{cr} меридиональной, сагиттальной и средней фокальных поверхностей, ρ_λ и $\Delta l'_{\lambda_1\lambda_2}$ — хроматизм положения и увеличения. Кроме того, мы приводим программу 2.7, пригодную только для МК-52, но вычисляющую коэффициенты aberrаций $I_i, II_i, III_{a_i}, P_i$ и V_i для каждой из поверхностей.

Часть I. Программа 2.1

Расчет сумм Зейделя $\Sigma I, \Sigma II$ и ΣIII_a для сферических поверхностей

ИПс, ИПб, —, ИПа, ÷, ИП8, ×, ИП9, +, П9, ИПс, ÷, П2, ИП8, ИП2, ИПд, ×, —, П8, ИПс, Пб, ИП2, ИП3, ÷, П2, С/П, FLO, 00, ИП2, П3, С/П, ИП6, ИПс, ÷, ИП5, ИПб, ÷, —, П7, ИП6, ИП5, —, П5, ИПс, F1/x, ИПб, F1/x, —, ÷, Fx², ИП7, ×, ИП8, ×, П9, ИП1, +, П1, ИП3, ИП2, —, ИП5, ÷, П2, ИП9, ×, 1—1, ИПа, +, Па, ИП9, ИП2, Fx², ×, ИПд, +, Пд, ИП6, П5, ИП3, П2, ИПс, Пб, С/П, FLO, 31, С/П

Выполнение программы содержит четыре этапа: вычисление углов β , вычисление углов α , нормирование их (получение значений $\bar{\alpha}$) и вычисление коэффициентов aberrаций. Каждый этап содержит k циклов (k — число поверхностей в системе).

Э т а п 1. Ввести положение t изображения диафрагмы (рис. 2.16) в пространстве предметов $t \rightarrow$ П8, $1 \rightarrow$ П9, $1 \rightarrow$ П2, $1 \rightarrow$ П3, число поверхностей $k \rightarrow$ П0, $n_1 \rightarrow$ Пб, $r_1 \rightarrow$ Па, $n_1' \rightarrow$ Пс, $d_1 \rightarrow$ Пд. Нажать клавиши В/О и С/П. После каждой остановки записать значение угла β , читая его с индикатора и вновь ввести для следующей поверхности $r_i \rightarrow$ Па, $n_i' \rightarrow$ Пс, $d_i \rightarrow$ Пд ($i = 2, 3, \dots, k$) и нажать клавишу С/П.

Э т а п 2. Первоначальные занесения:

$h = 1 \rightarrow$ П8, $O \rightarrow$ П9, $\alpha_1 = 0 \rightarrow$ П2, $1 \rightarrow$ П3, $k \rightarrow$ П0, $n_1 \rightarrow$ Пб, $r_1 \rightarrow$ Па, $n_1' \rightarrow$ Пс, $d_1 \rightarrow$ Пд. Нажать клавиши В/О и С/П. После каждой оста-

новки для i -й поверхности выполнить занесения $r_i \rightarrow \text{Па}$, $n'_i \rightarrow \text{Пс}$, $d_i \rightarrow \text{Пд}$ и нажать С/П.

Углы α' выдаются на индикатор, их можно не записывать, но надо записать значение h , читая его из П8. После каждой остановки вводить очередные значения $r_i \rightarrow \text{Па}$, $n'_i \rightarrow \text{Пс}$, $d_i \rightarrow \text{Пд}$ ($i = 2, 3, \dots, k$).

После завершения k циклов нажать клавишу С/П и через 3–4 секунды, когда машина остановится, нажать клавишу В/О.

Э т а п 3. Первоначальные занесения: $1 \rightarrow \text{П8}$, $0 \rightarrow \text{П9}$, $\alpha_1 \rightarrow \text{П2}$, $k \rightarrow \text{П0}$, $n_1 \rightarrow \text{Пб}$, $r_1 \rightarrow \text{Па}$, $n'_1 \rightarrow \text{Пс}$, $d_1 \rightarrow \text{Пд}$. Содержимое П3 не менять. После каждой остановки списывать с индикатора значения углов $\bar{\alpha}'$. Последнее высвечиваемое значение $\bar{\alpha}_k$ должно быть равно 1. Нажать клавишу С/П. Через 2–3 секунды машина остановится, а на индикаторе сохранится прежнее значение.

Э т а п 4. Первоначальные занесения: $\bar{\alpha}_1 \rightarrow \text{П5}$, $\beta_1 = 1 \rightarrow \text{П2}$, $0 \rightarrow \text{П1}$, $0 \rightarrow \text{Па}$, $0 \rightarrow \text{Пд}$, $n_1 \rightarrow \text{Пб}$, $k \rightarrow \text{П0}$. Далее для каждой поверхности вводить полученные ранее и записанные значения $h \rightarrow \text{П8}$, $\bar{\alpha}' \rightarrow \text{П6}$, $\beta' \rightarrow \text{П3}$ и показатель преломления $n' \rightarrow \text{Пс}$ и нажать клавишу С/П. В ходе выполнения k циклов в регистрах П1, Па и Пд будут накапливаться суммы Зейделя ΣI , ΣII и ΣIII_a . Они не выдаются на индикатор, их надо вызывать из указанных регистров. На индикаторе высвечивается введенное значение n'_i .

Вычисления этапов 1 ÷ 3 для каждой оптической поверхности выполняется за 8 секунд, этапа 4 — за 18 секунд. Вычисления удобно выполнять, используя запись в определенной последовательности, которая будет пояснена приводимыми ниже примерами.

В этапах 1–3 последнее значение d_k следует принимать равным 0. Последний цикл в этапе 2, хотя и выдает повторно значения α_k и h_k , но обязателен.

Часть II. Программа 2.2

Учет асферичности σ поверхности

ИП9, ИП6, ÷, ИП8, ÷, П9, ИП8, ИПа, ÷, ИП6, ×, П7, Fx^2 , ИП7, ×, ИПс, ИПб, —, ×, ИПд, ×, Пд, ИП8, ИПд, ×, П7, ИП1, +, П1, ИП9, ИП7, ×, /-/, П8, ИП2, +, П2, ИП9, ИП8, ×, /-/, П5, ИП3, +, П3, ИП9, ИП5, ×, /-/, Пд, ИП4, +, П4, ИПс, Пб, С/П, FLO, 00, С/П,

Программа содержит k циклов (k —число поверхностей в системе).

Первоначальные занесения: $0 \rightarrow \text{П1}$, $0 \rightarrow \text{П2}$, $0 \rightarrow \text{П3}$, $0 \rightarrow \text{П4}$, $k \rightarrow \text{П0}$. $n \rightarrow \text{Пб}$, $f' \rightarrow \text{П6}$ (f' — фокусное расстояние системы). Далее в каждом цикле вносятся для каждой поверхности $r \rightarrow \text{Па}$, $n' \rightarrow \text{Пс}$, $\sigma \rightarrow \text{Пд}$, вы-

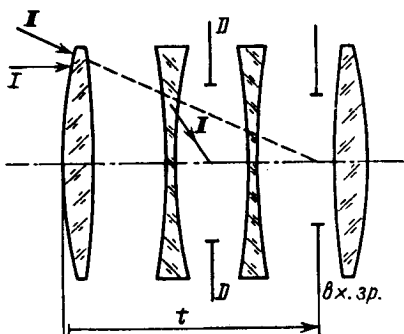


Рис. 2.16. Объектив зонного астрографа АГ

численные в части I и записанные значения высот: $h \rightarrow \text{П8}$, $y \rightarrow \text{П9}$. Результаты получаются $\text{П7} \rightarrow \text{I}^*$, $\text{П8} \rightarrow \text{II}^*$, $\text{П5} \rightarrow \text{III}_a^8$, $\text{Пd} \rightarrow \text{V}^*$, $\text{П1} \rightarrow \Sigma \text{I}^*$, $\text{П2} \rightarrow \Sigma \text{II}^*$, $\text{П3} \rightarrow \Sigma \text{III}_a^*$, $\text{П4} \rightarrow \Sigma \text{V}^*$. Полные значения коэффициентов aberrаций получаются в результате суммирования соответствующих значений, полученных в частях I и II программы.

Часть III. Программа 2.3

Расчет коэффициентов хроматизма третьего порядка

ИПд, ИПс, —, ИП6, ИП5, —, П9, ИПб, $F\frac{1}{2}$, ИПа, $F\frac{1}{2}$, —, ÷, ×, ИП8, ×, П7, ИП4, +, П4, ИП3, ИП2, —, ИП9, ÷, ИП7, ×, П9, ИП1, +, П1, ИПб, Па, ИПд, Пс, ИП3, П2, ИП6, П5, С/П, FLO, 00, С/П, ,

Первоначальные занесения: $\bar{\alpha}_1 = 0 \rightarrow \text{П5}$, $\beta_1 = 1 \rightarrow \text{П2}$, $0 \rightarrow \text{П4}$; $0 \rightarrow \text{П1}$, $k \rightarrow \text{П0}$, $n_{\text{ср}} \rightarrow \text{Па}$, $v_i = (n_{\text{син}_i} - n_{\text{кр}_i})/n_{\text{ср}_i} \rightarrow \text{Пс}$. Далее перед началом каждого цикла для каждой из поверхностей необходимо занести значение $h_i \rightarrow \text{П8}$, $n' \rightarrow \text{Пб}$, $v'_i = (n'_{\text{син}_i} - n_{\text{кр}_i})/n'_{\text{ср}_i} \rightarrow \text{Пд}$, вычисленные в части I и записанные значения $\bar{\alpha}'_i \rightarrow \text{П6}$, $\beta_i \rightarrow \text{П3}$. Результаты получаются $\text{П4} \rightarrow \Sigma S_1^{\text{xp}}$, $\text{П1} \rightarrow \Sigma S_2^{\text{xp}}$, где ΣS_1^{xp} и ΣS_2^{xp} есть коэффициенты хроматизма положения и увеличения.

Часть IV. Программа 2.4

Расчет суммы Пецваля $\Sigma \mathcal{P}$

1, ИПд, +, Пд, ИПб, $F\frac{1}{2}$, ИПс, $F\frac{1}{2}$, —, КИПд, ÷, ИП9, ×, КПд, ИПа, +, Па, ИПс, Пб, С/П, FLO, 00, С/П

Программа рассчитана на $k \leq 8$ поверхностей и содержит k циклов. Первоначальные занесения: $r_1 \rightarrow \text{П1}$, $r_2 \rightarrow \text{П2}$, $r_3 \rightarrow \text{П3}$, ... , $r_8 \rightarrow \text{П8}$, $f' \rightarrow \text{П9}$, $0 \rightarrow \text{Па}$, $n = 1 \rightarrow \text{Пб}$, $n' \rightarrow \text{Пс}$, $0 \rightarrow \text{Пд}$. После каждой остановки в регистр Пс заносится новое значение $n' \rightarrow \text{Пс}$ и нажимается С/П. После выполнения k циклов вновь нажимается С/П и читаются $\text{П1} \rightarrow \mathcal{P}_1$, $\text{П2} \rightarrow \mathcal{P}_2$, ... , $\text{П}k \rightarrow \mathcal{P}_k$, $\text{Па} \rightarrow \Sigma \mathcal{P}$. В ходе выполнения части IV содержимое всех регистров (кроме П9) не сохраняется. Если число поверхностей в системе $k > 8$, то, по завершении вычисления $\sum_{i=1}^8 \mathcal{P}_i$, выполнить занесения $R_j \rightarrow \text{П}i$ ($i = 1, 2, \dots, 8$; $j = 9, 10, \dots, 16$), $0 \rightarrow \text{Пд}$, содержимое Па не менять. В П1, П2, ... , П8 будут получаться значения $\mathcal{P}_j$ ($j = 9, 10, \dots, 16$), а в Па $\rightarrow \Sigma \mathcal{P}$.

Часть V. Программа 2.5 (для МК-52)

Расчет aberrаций третьего порядка: сферической $\Delta s'_y$, комы $3\rho_{\text{II}}$, продольного астигматизма $\Delta s'_{\text{sc}}$, дисторсии $\Delta l'$, хроматизм положения ρ_λ , хроматизма увеличения $\Delta l'_1 \lambda_3$, радиусов кривизны поля R_{nc} , R_s и R_{cp} по суммам Зейделя.

2, ИП8, ×, ИП6, ÷, Fx^2 , Пб, ИП6, |—|, П9, ИП1, ×, ИПб, ×, 8, ÷, С/П, ИП6, ИП7, ×, К1х1, Пс, ИП2, ИПб, ×, ×, 3, ×, 8, ÷, |—|, С/П, ИП3, ИПс, ×, ИП7, ×, С/П, ИП5, ИПс, ×, ИП7, Fx^2 , ×, 2, ÷, |—|, С/П, ИП9, ИП4, ИП3, +, Пд, ИП3, 2, ×, +, ÷, С/П, ИП9, ИПд, ÷, С/П, ИП9, ИПд, ИП3, +, +, С/П, ИП9, ИП0, ×, С/П, ИПс, ИПа, ×, С/П,

Примечание: для МК-54 и МК-56 необходимо заменить 21-ю команду $K1x1$ двумя командами: Fx^2 и $F\sqrt{}$; соответственно общее число команд в программе будет 78.

Занесения: угол поля (выраженный в радианах) $w \rightarrow П7$, зона $y \rightarrow П8$, $\Sigma I \rightarrow П1$, $\Sigma II \rightarrow П2$, $\Sigma III_a \rightarrow П3$, $\Sigma P \rightarrow П4$, $\Sigma V \rightarrow П5$, $f' \rightarrow П6$, $S_I^{xp} \rightarrow П0$, $S_{II}^{xp} \rightarrow Пa$. Последовательно девять раз нажимаем клавишу С/П. После первой остановки на индикаторе высвечивается значение $\Delta s'_y$, после второй $3\rho_{II}$, после третьей Δ'_{sm} , после четвертой $\Delta l'$, после пятой R_m , после шестой R_s , после седьмой R_{cp} , после восьмой — поперечный хроматизм положения $\rho_{\lambda_1 \lambda_3}$, после девятой — хроматизм увеличения $\Delta l_{\lambda_1 \lambda_3}(w)$. После каждой остановки следует записать соответствующее значение аберрации и нажать С/П. Полученные значения аберраций не запоминаются. Если система является чисто зеркальной, то программу можно оборвать после 73-го шага. Обладатели МК-52 могут записать каждую из пяти приведенных программ в ППЗУ, что сильно упростит их использование. Если число поверхностей в системе невелико, то программу 2.1 части I можно оборвать после тридцатой команды, используя для вычисления сумм Зейделя отдельную программу 2.6.

Программа 2.6

Расчет коэффициентов Зейделя I, II, III_a, P, V, IV, IV_a и III

ИП6, ИП4, ÷, ИП5, ИП1, ÷, —, П7, ИП6, ИП5, —, Па, ИП4, $F1/x$, ИП1, $F1/x$, —, Пд, ÷, Fx^2 , ИП7, ×, ИП8, ×, Пс, С/П, ИП3, ИП2, —, П7, ИПa, ÷, Пб, ИПс, ×, С/П, ИПб, ×, П7, С/П, ИПa, ИП0, ÷, ИП9, ×, /—/, Пс, С/П, +, ИП8, ×, С/П, ИПс, ИП7, +, С/П, ИП7, +, С/П, ИП7, +, С/П, ИП6, П5, ИП3, П2, ИП4, П1, С/П,

Первоначальные занесения: $n \rightarrow П1$, $\beta \rightarrow П2$, $\bar{\alpha} \rightarrow П5$, $f' \rightarrow П9$; занесения перед началом счета коэффициентов Зейделя для очередной поверхности: $r \rightarrow П0$, $n' \rightarrow П4$; $\bar{\alpha} \rightarrow П6$, $\beta' \rightarrow П3$, $h \rightarrow П8$. После первой остановки высвечивается коэффициент I, после второй — II, после третьей — III_a, после четвертой — P, после пятой — V, после шестой — IV, после седьмой — IV_a, после восьмой — III. Эти значения следует записывать, так как они не запоминаются. После каждой остановки необходимо нажимать клавишу С/П. После расчета коэффициентов для очередной поверхности вводятся новые значения r , n' , $\bar{\alpha}'$, β' и h и нажимается С/П; счет выполняется для следующей поверхности. Для получения сумм Зейделя для всей системы надо суммировать значения соответствующих коэффициентов для каждой из поверхностей.

Обладатели МК-52 могут вместо программ 2.1 и 2.5 воспользоваться программой 2.7, которая, в отличие от программы 2.1, позволяет вычислить фокусное расстояние системы и значения ко-

эффициентов I, II, III_a, P и V для каждой из поверхностей. Вычисление сумм ΣI , ΣII , ΣIII_a , ΣP , ΣV приходится выполнять отдельно вручную.

Программа 2.7

Расчет коэффициентов aberrаций I, II, III_a, P и V для каждой поверхности на МК-52

С/П, ИПс, ИПб, —, ИПа, ÷, ИП8, ×, ИП9, +, П9, ИПс, ÷, П2, ИП8, ИП2, ИПд, ×, —, П8, ИПс, Пб, ИП2, FLO, 00, FL1, 00, С/П, ИП2, 1, —, Fx≠0, 38, ИП2, F½, Пе, С/П, ИП2, ÷, FLO, 36, С/П, ИП6, ИПс, ÷, ИП5, ИПб, ÷, —, Пд, ИП6, ИП5, —, П5, ИПс, F½, ИПб, F½, —, Пб, ÷, Fx², ×, ИП8, ×, П1, ИП3, ИП2, —, ИП5, ÷, П2, ИП1, ×, |—|, П4, |—|, ИП2, ×, П7, ИПб, ИПа, ÷, ИПе, ×, |—|, П8, ИП7, +, ИП2, ×, |—|, П9, ИП6, П5, ИП3, П2, ИПс, Пб, FLO, 41, С/П

Программа делится на 6 этапов.

Э т а п 1. Первоначальные занесения: $y \rightarrow П8$, $1 \rightarrow П9$, $2 \rightarrow П1$, $\beta_1 = 1 \rightarrow П2$, $\alpha_1 \rightarrow П3$, $n_1 \rightarrow Пб$, число поверхностей $k \rightarrow П0$; нажать клавишу С/П. Через 1 секунду машина остановится.

Э т а п 2. Занесения для каждой из поверхностей: $r_i \rightarrow Па$, $n_i' \rightarrow Пс$, $d \rightarrow Пд$ ($i = 1, 2, \dots k$), нажать клавишу С/П; после каждой остановки машины списать с индикатора значение β_i и ввести новые значения r_{i+1} , n_{i+1}' и d_{i+1} . Для последней поверхности $d_k = 0$. После каждого занесения нажимать клавишу С/П.

Э т а п 3. Первоначальные занесения: $h = 1 \rightarrow П8$, $0 \rightarrow П9$, $\alpha_1 = 0 \rightarrow П2$, $1 \rightarrow П3$, $n_1 = 1 \rightarrow Пб$, $k \rightarrow П0$. Для каждой из поверхностей занесения: $r_i \rightarrow Па$, $n_i' \rightarrow Пс$, $d_i \rightarrow Пд$ ($i = 1, 2, \dots k$). Для последней поверхности $d_k = 0$. Нажать клавишу С/П и после остановки машины списать с индикатора значение α_i' , а из П8 величину h_i' .

Э т а п 4. Нажать клавишу С/П. Списать с индикатора значение f' .

Э т а п 5. Первоначальное занесение: $k \rightarrow П0$. Набрать на цифровой клавиатуре (без занесения в регистры) величину α_i' , нажать клавишу С/П и списать с индикатора приведенное $\bar{\alpha}_i'$ значение угла α .

Э т а п 6. Первоначальные занесения: $\bar{\alpha}_1 \rightarrow П5$, $\beta_1 = 1 \rightarrow П2$, $h_1 = 1 \rightarrow П8$, $n_1 \rightarrow Пб$, $k \rightarrow П0$. Для каждой поверхности занесения $h_i \rightarrow П8$, $\bar{\alpha}_i' \rightarrow П6$, $\beta_i' \rightarrow П3$, $r_i \rightarrow Па$, $k \rightarrow П0$. После каждого занесения нажать клавишу С/П и списать из регистров значения коэффициентов aberrаций $П1 \rightarrow I_i$, $П4 \rightarrow II_i$, $П7 \rightarrow III_{a_i}$, $П8 \rightarrow P_i$, $П9 \rightarrow V_i$.

Суммирование коэффициентов aberrаций для получения сумм Зейделя необходимо выполнять отдельно.

Приведем два примера использования приведенных программ.

П р и м е р 1. Выполним расчет aberrаций 3-го порядка приведенной выше системы Кассегрена. Расчет коэффициентов I, II, III_a и V

выполним по программе 2.7 на МК-52. Введем в машину программу 2.7 и нажмем клавишу В/О.

Э т а п 1. Выполним первоначальные занесения $y = 0 \rightarrow \text{П8}$, $\alpha_1 = 1 \rightarrow \text{П3}$, $1 \rightarrow \text{П9}$, $\beta_1 = 1 \rightarrow \text{П2}$, $n_1 = 1 \rightarrow \text{Пб}$, $2 \rightarrow \text{П1}$, $k = 2 \rightarrow \text{П0}$. Нажмем клавишу С/П. Через 1 секунду машина готова к работе.

Э т а п 2. Дальнейшие занесения величин r , n' и d и результаты удобно записывать в форме таблиц:

i	$r \rightarrow \text{Па}$	$n' \rightarrow \text{Пс}$	$d \rightarrow \text{Пд}$	Нажать	Индикатор $\rightarrow \beta$	$\text{П8} \rightarrow y'$
1	-4000	-1,0	-1400	С/П	-1,0	-1400
2	-1500	1,0	0	С/П	-2,86666	-1400

Э т а п 3. Занесения: $h = 1 \rightarrow \text{П8}$, $0 \rightarrow \text{П9}$, $\alpha_1 = 0 \rightarrow \text{П2}$, $1 \rightarrow \text{П3}$, $n_1 = 1 \rightarrow \text{Пб}$, $k = 2 \rightarrow \text{П0}$.

i	$r \rightarrow \text{Па}$	$n' \rightarrow \text{Пс}$	$d \rightarrow \text{Пд}$	Нажать	Индикатор $\rightarrow \alpha_i'$	$\text{П8} \rightarrow h_i$
1	-4000	-1,0	-1400	С/П	-5,-04	3,-01
2	-1500	1,0	0	С/П	1,-04	3,-01

Э т а п 4. После нажатия С/П списываем с индикатора фокусное расстояние системы $f' = 10\,000$.

Э т а п 5. Занесение: $k = 2 \rightarrow \text{П0}$. На клавиатуре набираем $\alpha_2 = \alpha_1' = 5$, -0,4 и нажмем С/П. На индикаторе прочитаем $\bar{\alpha}_2' = -5$; набираем $\alpha_3 = \alpha_2' = 1$, -04 и нажмем С/П. На индикаторе прочтем $\bar{\alpha}_3 = 1$.

Э т а п 6. Занесения: $\bar{\alpha}_1 = 0 \rightarrow \text{П5}$, $\beta_1 = 1 \rightarrow \text{П2}$, $n_1 = 1 \rightarrow \text{Пб}$, $k = 2 \rightarrow \text{П0}$.

i	$h \rightarrow \text{П8}$	$\bar{\alpha}' \rightarrow \text{П6}$	$\beta' \rightarrow \text{П3}$	$r \rightarrow \text{Па}$	$n' \rightarrow \text{Пс}$		$\text{П1} \rightarrow \text{I}$	$\text{П4} \rightarrow \text{II}$	$\text{П7} \rightarrow \text{III}$	$\text{П8} \rightarrow \text{P}$	$\text{П9} \rightarrow \text{V}$
1	1	-5	-1	-4000	-1	С/П	31,25	-12,5	5	-5	0
2	3,-01	1	2,866	-1500	1	С/П	-10,8	6,96	-4,485	13,333	-5,702
Отдельно получаем суммы							20,45	-5,54	0,515	8,333	-5,702

Используя программу 2.2, учтем асферичность зеркал: $\sigma_1 = -e_1^2 = -1$, $\sigma_2 = -e_2^2 = -2,25$. Введем в машину программу 2.2 и нажмем клавишу В/О. Выполним занесения: $0 \rightarrow \text{П1}$, $0 \rightarrow \text{П2}$, $0 \rightarrow \text{П3}$, $0 \rightarrow \text{П4}$, $k = 2 \rightarrow \text{П0}$, $n_1 = 1 \rightarrow \text{Пб}$, $f' = 10\,000 \rightarrow \text{П6}$, $\sigma_1 = -1 \rightarrow \text{Пд}$. Далее:

i	$r \rightarrow \text{Па}$	$h \rightarrow \text{П8}$	$y \rightarrow \text{П9}$	$n' \rightarrow \text{Пс}$	$\sigma \rightarrow \text{Пд}$		$\text{П7} \rightarrow \text{I}^*$	$\text{П8} \rightarrow \text{II}^*$	$\text{П5} \rightarrow \text{III}_a^*$	$\text{Пд} \rightarrow \text{V}^*$
1*	-4000	1	0	-1	-1	С/П	-31,25	0	0	0
2*	-1500	0,3	-1400	1	-2,25	С/П	10,8	5,04	2,352	1,0976

Выполняя суммирование коэффициентов по поверхностям, получим

i	I	II	III _a	Р	V
1	31,25	-12,5	5	-5	0
2	-10,8	6,96	-4,4853	13,3333	-5,7020
1*	-31,25	0	0	0	0
2*	10,8	5,04	2,352	0	1,0976
	0,00	-0,50	2,8667	8,3333	-4,6044

Расчет aberrаций выполним, используя программу 2.5. Так как зеркальная система свободна от хроматизма, то программу можно оборвать после 73-го шага. Примем угол $w = 0^\circ 30' = 8,7266457 \cdot 10^{-3}$ рад, $y = 500$. Занесем эти значения соответственно в П7 и П8. Занесем $\Sigma I = 0 \rightarrow \text{П1}$, $\Sigma II = -0,5 \rightarrow \text{П2}$, $\Sigma III_a = 2,866... \rightarrow \text{П3}$, $\Sigma P = 8,333... \rightarrow \text{П4}$, $\Sigma V = -4,6044... \rightarrow \text{П5}$, $f' = 10000 \rightarrow \text{П6}$. Девять раз нажимаем клавишу С/П и последовательно получаем значения, приведенные в верхней строке следующей таблички. В нижней для сравнения приведены значения, полученные в результате расчета по программе OPTIC с использованием точных формул Федера (см. § 3.5, 3.6 и 3.11).

$\Delta s_y'$	$3\rho_{II}$	$\Delta s_m'$	$\Delta l'$	R_m	R_s	R_{cp}
0	0,16362	2,18309	0,01530	-590,55	-892,86	-710,90
0	0,16555	2,17827	0,01530	-589,54	-892,00	-709,89

Хорошее совпадение чисел в двух строках указывает на то, что в системе Кассегрена доминируют aberrации третьего порядка. Если бы мы взяли в качестве примера хороший объектив, в котором aberrации третьего порядка исправлены, а доминируют «остаточные» aberrации высших порядков, то такого совпадения мы не получили бы. Поэтому для выявления наглядности в качестве второго примера мы возьмем простую линзу.

Пример 2. Одиночная линза с $r_1 = 1000$, $r_2 = -5000$, толщиной $d = 40$ с вынесенным входным зрачком на расстоянии $t = -500$; луч идет из бесконечности ($\alpha_1 = 0$). Хроматизм будем считать для показателей преломления $n_1 = 1,54$, $n_2 = 1,52$, $n_3 = 1,50$. Для расчета сумм Зейделя используем программу 2.1.

Этап 1. Выполним первоначальные занесения: $y=t=-500 \rightarrow \text{П8}$, $1 \rightarrow \text{П9}$, $1 \rightarrow \text{П2}$, $1 \rightarrow \text{П3}$, $k=2 \rightarrow \text{П0}$, $n_1=1 \rightarrow \text{Пб}$. После этого для каждой поверхности вносим r_i , n_i' и d_i и после нажатия клавиши С/П списываем с индикатора значение угла β_i' :

i	$r_i \rightarrow \text{Па}$	$n_i' \rightarrow \text{Пс}$	$d_i \rightarrow \text{Пд}$	Клавиша	Индикатор $\rightarrow \beta_i'$
1	+1000	1,52	40	С/П	4,868421-01
2	-5000	1	0	С/П	6,8597474-01

Этап 2. Выполняем новые занесения: $h_1=1 \rightarrow \text{П8}$, $0 \rightarrow \text{П9}$, $\alpha_1=0 \rightarrow \text{П2}$, $1 \rightarrow \text{П3}$, $k=2 \rightarrow \text{П0}$, $n_1=1 \rightarrow \text{Пб}$. Нажмем клавишу В/О и

для каждой поверхности занесем r_i , n_i' и d_i . После нажатия клавиши С/П спишем с индикатора значения угла α_i' и из П8 высоты h_i :

i	$r_i \rightarrow \text{Па}$	$n_i' \rightarrow \text{Пс}$	$d_i \rightarrow \text{Пд}$	Клавиша	Индикатор $\rightarrow \alpha_i'$	П8 $\rightarrow h_i'$
1	+1000	1,52	40	С/П	3,4210526-04	9,863158-01
2	-5000	1	0	С/П	6,2257684-04	9,863158-01

После завершения расчета нажмем С/П.

Э т а п 3. Еще раз новые занесения: $h_1 = 1 \rightarrow \text{П8}$, $0 \rightarrow \text{П9}$, $\alpha_1 = 0 \rightarrow \text{П2}$, $k = 2 \rightarrow \text{П0}$, $n_1 = 1 \rightarrow \text{Пб}$; регистр ПЗ оставляем без изменения. Нажмем клавишу В/О. Для каждой поверхности вновь вводим r_i , n_i' и d_i и списываем с индикатора приведенные значения $\bar{\alpha}_i$ углов α_i :

i	$r_i \rightarrow \text{Па}$	$n_i' \rightarrow \text{Пс}$	$d_i \rightarrow \text{Пд}$	Клавиша	Индикатор $\rightarrow \bar{\alpha}_i'$
1	1000	1,52	40	С/П	5,4949885-01
2	-5000	1	0	С/П	1

После завершения расчета нажимаем клавишу С/П.

Э т а п 4. Выполняем занесения: $\bar{\alpha}_1 = 0 \rightarrow \text{П5}$, $k = 2 \rightarrow \text{П0}$, $\beta_1 = 1 \rightarrow \text{П2}$, $0 \rightarrow \text{П1}$, $0 \rightarrow \text{Па}$, $0 \rightarrow \text{Пд}$, $n_1 = 1 \rightarrow \text{Пб}$. Далее для каждой поверхности заносим n' и записанные значения h_i , $\bar{\alpha}_i'$, β_i' и получаем значения ΣI , ΣII и ΣIII_a :

i	$n_i' \rightarrow \text{Пс}$	$h_i \rightarrow \text{П8}$	$\bar{\alpha}_i' \rightarrow \text{П6}$	$\beta_i' \rightarrow \text{П3}$	Кла- виша	П1 $\rightarrow \Sigma \text{I}$	Па $\rightarrow \Sigma \text{II}$	Пд $\rightarrow \Sigma \text{III}_a$
1	1,52	1	5,4950-01	4,8684-01	С/П	9,3269-01	8,7101-01	8,1340-01
2	1	9,8632-01	1	6,8595-01	С/П	2,0247	3,8830-01	1,0268

Найдем фокусное расстояние линзы $f' = 1/\alpha_2 = 1/6,2257684-04 = 1606,2274$. Для вычисления суммы Пецваля применим программу 2.4. После набора программы и нажатия клавиши В/О выполним занесения: $r_1 = 1000 \rightarrow \text{П1}$, $r_2 = -5000 \rightarrow \text{П2}$, $f' = 1606,2274 \rightarrow \text{П9}$, $k = 2 \rightarrow \text{П0}$, $n_1 = 1 \rightarrow \text{Пб}$, $0 \rightarrow \text{Па}$, $0 \rightarrow \text{Пд}$. Далее для каждой поверхности заносим n_i' в Пс и нажимаем клавишу С/П. После завершения двух ($k = 2$) циклов нажимаем клавишу С/П и через 2 с читаем из Па значение суммы Пецваля, а из П1 $\rightarrow \text{P}_1$, П2 $\rightarrow \text{P}_2$ значения кривизн Пецваля для каждой из поверхностей.

i	$n' \rightarrow \text{Пс}$	Нажать	Индикатор	Нажать	Индикатор
1	1,52	С/П	1,52		
2	1	С/П	1,0	С/П	1,0

Из П1, П2 и Па читаем П1 $\rightarrow \text{P}_1 = 5,494989-01$, П2 $\rightarrow \text{P}_2 = 1,0989978-01$, Па $\rightarrow \Sigma \text{P} = 6,5939868-01$.

Программа 2.1 не дает возможности вычислить дисторсию. Для этого необходимо применить формулу

$$V_i = -(\Pi_{a_i} + P_i) \frac{\Delta \beta_i}{\Delta \alpha_i},$$

используя полученные ранее значения β_i , $\bar{\alpha}_i$, Π_{a_i} и P_i .

В результате находим $V_1 = 1,2727665$, $V_2 = -1,4289329 - 01$, $\Sigma V = 1,1298732$.

Для расчета хроматизма используем программу 2.3. После занесения в МК программы и нажатия клавиши В/О выполним занесения:

$0 \rightarrow \Pi 1$, $\bar{\alpha}_1 = 0 \rightarrow \Pi 5$, $\beta_1 = 1 \rightarrow \Pi 2$, $\nu_1 = 0 \rightarrow \Pi 3$, $0 \rightarrow \Pi 4$, $n_1 = 1 \rightarrow \Pi a$, $k = 2 \rightarrow \Pi 0$. Далее вычислим

$$\nu_2 = \frac{n'_{\lambda_3} - n'_{\lambda_1}}{n'_{\lambda_2}} = \frac{1,54 - 1,50}{1,52} = 2,6315789 - 02.$$

Для каждой поверхности выполняем занесения $h_i \rightarrow \Pi 8$, $n'_{\lambda_2} \rightarrow \Pi b$, $\nu' \rightarrow \Pi d$, $\bar{\alpha}' \rightarrow \Pi 6$, $\beta' \rightarrow \Pi 3$ и, нажимая клавишу С/П, получаем в регистрах $\Pi 4 \rightarrow \Sigma S_{\Pi}^{xp}$, $\Pi 1 \rightarrow \Sigma S_{\Pi}^{xp}$:

i	$h_i \rightarrow \Pi 8$	$n_{cp} \rightarrow \Pi b$	$\nu' \rightarrow \Pi d$	$\bar{\alpha}' \rightarrow \Pi 6$	$\beta' \rightarrow \Pi 3$	На- жать	$\Pi 4 \rightarrow \Sigma S_{\Pi}^{xp}$	$\Pi 1 \rightarrow \Sigma S_{\Pi}^{xp}$
1	1	1,52	2,632-02	5,495-01	4,868-01	С/П	-4,227-02	3,947-02
2	9,863 -01	1	0	1	6,860-01	С/П	-7,645-02	3,437-02

По программе 2.5 вычисляем aberrации третьего порядка. Примем полевой угол $w = 5^\circ = 8,7266458 - 02$ рад и зону $y = 100$. Занесем эти значения соответственно в регистры $\Pi 7$ и $\Pi 8$, а полученные ранее значения сумм Зейделя и Пецваля в следующие регистры: $\Sigma I = 2,0247351 \rightarrow \Pi 1$, $\Sigma II = 3,8829541 - 01 \rightarrow \Pi 2$, $\Sigma III_a = 1,0267729 \rightarrow \Pi 3$, $\Sigma P = 6,5939868 - 01 \rightarrow \Pi 4$, $\Sigma V = 1,1298732 \rightarrow \Pi 5$, $f' = 1606,2274 \rightarrow \Pi 6$, $\Sigma S_I^{xp} = -7,6448858 - 02 \rightarrow \Pi 0$, $\Sigma S_{II}^{xp} = 2,4365399 - 02 \rightarrow \Pi a$. После девяти последовательных нажатий клавиши С/П получаем:

	По программе 2.5	По программе ОПТИС (см. § 3.11)
$\Delta s_{y'}$	-6,30278	-6,33000
$3\rho_{\Pi}$	-0,31644	-0,33606
Δ_{sm}'	12,559609	12,43856
$\Delta l'$	-0,60304	-0,60903
R_m	-429,505	-423,14
R_s	-952,588	-944,65
R_{cp}	-592,060	-584,47
Продольный хроматизм положения	122,79425	122,97681
Поперечный хроматизм увеличения $\Delta l'_{\lambda_1 \lambda_3}$	3,41529	3,45597

§ 2.11. Расчет волновых aberrаций

Поперечные aberrации, выраженные в долях разрешающей способности светоприемника, существенны при фотографических и спектральных работах. Однако в тех случаях, когда необходимо высокое разрешение для изучения мелких деталей, разделения тесных двойных звезд и т.п., при выполнении визуальных и интерферометрических наблюдений, важно, чтобы волновая aberrация h не превышала известный критерий Рэлея

$$h < \lambda/4. \quad (2.48)$$

Для этого надо уметь вычислять волновую сферическую aberrацию, которая связана с продольной aberrацией формулой, вытекающей из соотношений (2.2') и (2.3):

$$h_y = \frac{1}{f'^2} \int_0^y y \Delta s_y' dy. \quad (2.49)$$

Непосредственное использование этой формулы встречает затруднения. Однако продольную сферическую aberrацию $\Delta s_y'$ можно разложить в ряд по степеням y , ограничившись двумя членами,

$$\Delta s_y' = a_0 + a_1 \left(\frac{y}{H} \right)^2 + a_2 \left(\frac{y}{H} \right)^4. \quad (2.50)$$

Член a_0 есть расстояние плоскости фокусировки от плоскости Гаусса.

Определить коэффициенты a_0 , a_1 и a_2 можно, вычислив продольную сферическую aberrацию $\Delta s_y'$ для трех зон: внешней $y = H$ и двух промежуточных $y = \frac{\sqrt{2}}{2}H$ и $y = 0,5H$. Тогда мы получим систему трех линейных уравнений

$$\begin{cases} a_0 + H^2 a_1 + H^4 a_2 = \Delta s_H', \\ a_0 + \frac{1}{2} H^2 a_1 + \frac{1}{4} H^4 a_2 = \Delta s_{0,707H}', \\ a_0 + \frac{1}{4} H^2 a_1 + \frac{1}{16} H^4 a_2 = \Delta s_{0,5H}'. \end{cases} \quad (2.51)$$

с тремя неизвестными a_0 , a_1 и a_2 . Решив ее, мы найдем эти коэффициенты. Выполняя интегрирование, получим, что волновая aberrация составит

$$h_y = \frac{1}{2f'^2} \left[a_0 y^2 + \frac{1}{2} a_1 \frac{y^4}{H^2} + \frac{1}{3} a_2 \frac{y^6}{H^4} \right]. \quad (2.52)$$

Если по тем или иным соображениям покажется, что трех членов в разложении (2.50) недостаточно, то их число можно увеличить. Но тогда придется вычислить сферическую aberrацию для большего

числа зон и решать систему с большим числом уравнений и с большим числом неизвестных. При этом возрастает число членов в полиноме (2.52).

Обычно волновую aberrацию выражают в долях длин волн, т. е. вычисляют h_y/λ .

Волновая aberrация есть разность оптических путей рассматриваемого луча и главного луча. Поэтому, если вычислить геометрические отрезки δ_i вдоль луча от одной поверхности до следующей, то весь

оптический путь будет $\sum_{i=1}^k |n_i| \delta_i$. Волновая aberrация, выраженная в длинах волн, будет

$$\frac{h_y}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^k |n_i| (\delta_i - \delta_i), \quad (2.52')$$

где δ_i есть δ_i , но для главного луча. Определение отрезков δ_i (не только для точки на оси, но и для любой точки поля) легко выполняется при расчете хода лучей по методу Федера (см. § 3.4 и 3.5).

Если для ряда равноотстоящих зон y_i ($i = 1, 2, \dots, k-1, k \leq 10$) известны значения продольной сферической aberrации $\Delta s'_i$, то, используя известный алгоритм Д.Д.Максутова [1946, 1979], можно вычислить волновые aberrации. Для этого мы предлагаем программу 2.8, пригодную для микрокалькулятора МК-52.

Программа 2.8

Расчет волновой aberrации h_{y_i} по данным $\Delta s'_i$, шагу Δy числу зон k и фокусному расстоянию f'

ИПд, Па, ИПб, ИПе, Fx^2 , ÷, Пс, ИПс, КИПа, ×, ИПа, ×, КПа, ИПа, 1, —, Па, $F(x=0)$, 07, ИПд, Па, КИПа, ИПа, 1, —, Па, ↔, КИПа, +, 2, ÷, ИПа, 1, +, Па, ↔, КПа, ИПа, 1, —, Па, $F(x=0)$, 21, КИПа, ИПа, 1, +, Па, ↔, КИПа, +, КПа, ИПа, ИПд, —, $F(x=0)$, 43, ИПе, ИПа, ÷, Fx^2 , ИПб, ÷, 2, ×, КИПа, ×, Пс, ИПб, ИПа, ×, ИПе, ÷, Fx^2 , 2, ÷, ИПс, ×, КИПа, ИПб, ×, —, КПа, ИПа, 1, —, Па, $F(x=0)$, 68, С/П, Па, КИПд, ИПа, ÷, КПд, ИПд, 1, —, Пд, $F(x=0)$, 91, С/П

Первоначальные занесения: $0 \rightarrow \text{Па}$, $\Delta s'_i \rightarrow \text{П}_i$ ($i = 0, 1, \dots, k-1$; полное число зон, включая параксиальную, $= k \leq 10$), шаг зон $\Delta y \rightarrow \text{Пб}$, $f' \rightarrow \text{Пс}$, $(k-1) \rightarrow \text{Пд}$. Зоны y считаются от центра входного зрачка к краю. Значение $y_1 = \Delta y$. После первой остановки машины можно прочесть из П0, П1, ..., П9 значения $h_y/\Delta y$. После этого следует набрать на клавиатуре длину волны λ (в мм) и нажать С/П. После второй остановки получаем значения волновой aberrации $\text{П}_i \rightarrow h_{y_i}$ ($i = 1, 2, \dots, k-1$), выраженные в длинах волн в плоскости наилучшей фокусировки. Величина необходимой перефокусировки Δ (в мм) может быть прочитана из Пс.

Пример: $f' = 1000, k = 6, \Delta y = 10, \Delta y = 10, \Delta s'_{y_1} = 0, \Delta s'_{y_2} = 0,5, \Delta s'_{y_3} = 0,2, \Delta s'_{y_4} = -0,1, \Delta s'_{y_5} = -0,1, \Delta s'_{y_6} = 0,1, \lambda = 0,000555$. Результат: $h_{y_1} = 0, h_{y_2} = -4,1801801-02, h_{y_3} = -1,1315315-01, h_{y_4} = -1,0594594-01, h_{y_5} = -2,018018-02, h_{y_6} = 0, \Delta = 3,6=0,2$.

§ 2.12. Аберрации пятого порядка

Из разложения аберраций в ряд следует, что аберрации третьего порядка (абerrации Зейделя) являются лишь вторым (после гауссовой оптики) приближением к определению характера изображения. После того как аберрации Зейделя исправлены, начинают сказываться *абerrации высших порядков* (пятого, седьмого и т.д.), называемые обычно *остаточными аберрациями*. Число независимых аберраций n -го порядка выражается формулой (2.9).

Мы видим, что при $n = 3$ имеется 5 независимых аберраций (сферическая аберрация, кома, астигматизм, кривизна поля и дисторсия). При $n = 5$ имеется 9 независимых аберраций пятого порядка; их анализ и учет весьма сложен и применяется крайне редко; поэтому мы ограничимся кратким обзором монохроматических аберраций пятого порядка. Величина каждой из них зависит от конструкции объектива.

Для аберраций пятого порядка формулы, аналогичные формулам (2.7), принимают вид

$$\left\{ \begin{aligned} \delta g' &= 6S_3\omega(\Omega^2 + \omega^2)^2 + S_5(\Omega^2 + \omega^2)(\Omega^2 + 5\omega^2)\omega + \\ &+ [4S_4\omega(\Omega^2 + \omega^2) + 2S_8\omega(\Omega^2 + 2\omega^2)]\omega^2 + [S_9(\Omega^2 + 3\omega^2) + \\ &+ 3S_6\omega^2]\omega^3 + 2(S_1 + S_7)\omega\omega^4 + S_2\omega^5, \quad (2.53) \\ \delta G' &= 6S_3\Omega(\Omega^2 + \omega^2)^2 + 4S_5(\Omega^2 + \omega^2)\Omega\omega\omega + [4S_4\Omega(\Omega^2 + \\ &+ \omega^2) + 2S_8\Omega\omega^2]\omega^2 + 2S_9\Omega\omega\omega^3 + 2S_1\Omega\omega^4, \end{aligned} \right.$$

1. Составляющая *поперечной сферической аберрации 5-го порядка*:

$$\rho_y = -6f'A^5S_3\cos E, \quad \rho_z = -6f'A^5S_3\sin E.$$

Распределение интенсивности в аберрационном пятне имеет центральную симметрию. Каждая зона объектива дает изображение в виде окружности, но энергия в изображении концентрирована к центру пропорционально 5-й степени относительного отверстия объектива, т.е. еще сильнее, чем в случае сферической аберрации 3-го порядка. Эта аберрация постоянна по всему полю. Исправление продольной сферической аберрации 3-го порядка на внешней зоне

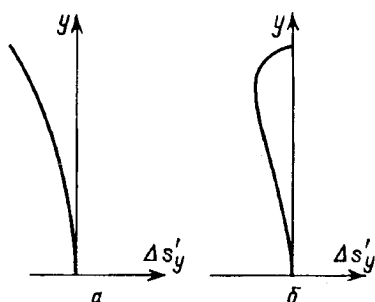


Рис. 2.17. *a* — типичная кривая недоисправленной сферической aberrации $\Delta s'_y$ третьего порядка; *б* — продольная сферическая aberrация третьего порядка исправлена на внешней зоне; горб кривой вызван наличием aberrаций высших порядков

выявляет остаточные aberrации высших порядков. Они на графике $\Delta s'_y$ проявляются в форме характерного горба (рис. 2.17).

2. Кома 5-го порядка

$$\rho_y = -f'wA^4S_5(3 + 2\cos 2E),$$

$$\rho_z = -f'wA^4S_52\sin 2E.$$

Изображение напоминает кому 3-го порядка, но угол при вершине пятна в этом случае равен $\arcsin 2/3 = 41^\circ 48' 37,1''$ (рис. 2.18, *a*).

3. «Боковая» сферическая aberrация

$$\rho_y = -4f'w^2A^3S_4\cos E,$$

$$\rho_z = -4f'w^2A^3S_4\sin E.$$

В этом случае изображение также имеет центральную симметрию, но размер пятна зависит от положения точки в поле. Размер его пропорционален $f'w^2A^3$.

4. Кривизна 5-го порядка («флюгель»-aberrация)

$$\rho_y = -2f'w^2A^3S_8 \times \\ \times (1 + \cos^2 E) \cos E,$$

$$\rho_z = -2f'w^2A^3S_8E\sin E.$$

Каждая зона объектива распределяет свет по сложной

кривой 6-го порядка, напоминающей по форме крыло или пропеллер (рис. 2.18, *б*).

5. Дисторсия 5-го порядка («пфейль»-aberrация)

$$\rho_y = -3f'w^3A^2S_6\cos^2 E, \quad \rho_z = 0.$$

В отличие от дисторсии 3-го порядка «пфейль»-aberrация превращает изображение точки в радиальный штрих, исходящий в одну сторону из точки, соответствующей гауссовому изображению (рис. 2.18, *в*).

6. «Боковая» кома пятого порядка.

$$\rho_y = -f'w^3A^2S_9(1 + 2\cos^2 E), \quad \rho_z = -f'w^3A^2S_9\sin E\cos E.$$

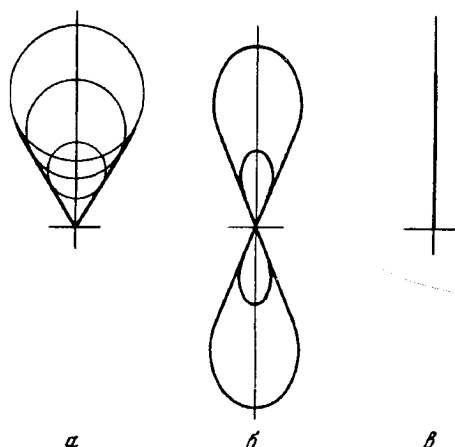


Рис. 2.18. Характеризований при наличии aberrаций пятого порядка: *a* — кома, *б* — кривизна, *в* — дисторсия

Распределение интенсивности такое же как в случае комы третьего порядка, но растет она значительно быстрее — пропорционально кубу поля зрения $\sim w^3 A^2$.

7 и 8. «Боковая» кривизна поля зрения и астигматизм 5-го порядка

$$\rho_y = -2f'w^4 A(S_1 + S_7) \cos E, \quad \rho_z = -2f'w^4 A S_1 \sin E.$$

Изображение имеет вид эллипса. Полуразность осей его равна S_7 . Это — боковой астигматизм. Полусумма осей, равная $2S_1 + S_7$ есть кривизна поля пятого порядка.

9. «Боковая» дисторсия 5-го порядка (дисторсия по наклону)

$$\rho_y = S_2 f' w^5, \quad \rho_z = 0.$$

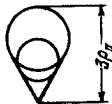
Как и в случае наличия дисторсии 3-го порядка, изображение точки не искажается, но оно смещается пропорционально пятой степени расстояния от центра поля.

§ 2.13. Сводка влияния aberrаций на вид изображения точки

В таблице 2.1 приведены выражения aberrаций для телескопа, обладающего фокусным расстоянием f' и относительным отверстием A . Численные значения сумм ΣI , ΣII , ... и коэффициентов $S_1, S_2, \dots, S_9$ зависят от типа оптической системы. Если требуется иметь высокое угловое разрешение, то решающее значение имеют волновые aberrации. Это существенно, в частности, при визуальных наблюдениях. Если наблюдения выполняются фотографическими, телевизионными методами или другими методами объективной регистрации изображения, то в качестве критерия следует брать поперечную (или угловую) aberrацию, согласуя линейный размер изображения с разрешающей способностью светоприемника.

Таблица 2.1

Продольная, поперечная и угловая aberrации третьего и пятого порядков в оптической системе с фокусным расстоянием f' (мм), диаметром D (мм) и относительным отверстием A на угловом расстоянии w (рад) от оптической оси в плоскости Гаусса.

Название аберрации	Аберрации		Характер изображения
	Продольная (мм)	Поперечная (мм)	
Аберрация третьего порядка			
Сферическая фберрация	$\Delta s_y' = -\frac{1}{8}fA^2\Sigma I$	$\rho_1 = -\frac{1}{16}fA^3\Sigma I$	
Меридиональ- ная кома	$\frac{3}{4}fAw\Sigma II$	$3\rho_{II} = \frac{3}{8}fA^2w\Sigma II$	

Название аберрации	Аберрации		Характер изображения
	Продольная (мм)	Поперечная (мм)	
Меридиональный астигматизм	$-\frac{1}{2}fw^2\Sigma\text{III}$	$a = -\frac{1}{4}fAw^2\Sigma\text{III}$	
Сагиттальный астигматизм	$-\frac{1}{2}fw^2\Sigma\text{IV}$	$b = -\frac{1}{4}fAw^2\Sigma\text{IV}$	
Радиус кружка астигматического изображения на сфере средней кривизны		$\rho_{\text{III}_a} = \frac{1}{4}fAw^2\Sigma\text{III}_a$	
Астигматическая разность	$MS = \Delta'_{sm} = fw^2\Sigma\text{III}_a$		
Стрелка средней кривизны поля	$-\frac{1}{2}fw^2\Sigma\text{IV}_a$		
Средняя кривизна поля	$R_{\text{cp}} = -\frac{f}{\Sigma\text{IV}_a}$		
Дисторсия		$\Delta l' = \frac{1}{2}fw^3\Sigma\text{V}$	
Хроматизм положения	$\Delta s'_{\lambda_1\lambda_2} = f\Sigma\text{IV}$	$\rho_{\lambda_1\lambda_2} = \frac{1}{2}D\Sigma\text{VI}$	
Хроматизм увеличения		$\Delta l'_{\lambda_1\lambda_2} = f'w\Sigma\text{VII}$	
Аберрации пятого порядка			
Сферическая аберрация		$\rho_{\text{I}}^{(s)} = f\Sigma\text{I}^{(s)}A^5$	
Кома		$\rho_{\text{II}}^{(s)} = f\Sigma\text{II}^{(s)}A^4w$	
Боковая сферическая аберрация		$\rho_{\text{III}}^{(s)} = f\Sigma\text{III}^{(s)}A^3w^2$	
Кривизна (флюгель-абerrация)		$\rho_{\text{IV}}^{(s)} = f\Sigma\text{IV}^{(s)}A^3w^2$	
Дисторсия (пфейль-абerrация)		$\rho_{\text{V}}^{(s)} = f\Sigma\text{V}^{(s)}A^2w^3$	

Название аберрации	Аберрации		Характер изображения
	Продольная (мм)	Поперечная (мм)	
Боковая кома		$\rho_{VI}^{(s)} = f \Sigma VI^{(s)} A^2 w^3$	
Боковая кривизна поля и астигматизм		$\rho_{VII}^{(s)} = f \Sigma VII^{(s)} A w^4$	
Боковая дисторсия		$\Delta l_{VIII}^{(s)} = f \Sigma VIII^{(s)} w^5$	
Основные соотношения			
$\Sigma III_a = \frac{1}{2}(\Sigma III - \Sigma IV), \quad \Sigma IV_a = \frac{1}{2}(\Sigma III + \Sigma IV), +$ $\Sigma P = -\frac{1}{2}(\Sigma III - 3\Sigma IV) = \Sigma IV_a - 2\Sigma III_a.$			

На рис. 2.19 представлен воображаемый участок неба с девятью звездами, размещенными в вершинах квадратной сетки, и изображение того же участка при наличии только одной какой-нибудь аберрации.

Аберрации третьего порядка в чистом виде почти никогда не встречаются. Обычно все пять аберраций встречаются одновременно в различных сочетаниях. Это усложняет анализ характера изображений. Наличие аберраций высших порядков еще более усложняет анализ. Поэтому о характере изображения надлежит судить по результату расчета хода множества лучей, равномерно распределенных по входному зрачку телескопа (см. § 3.5). Совокупность следов пересечения каждого из лучей с фокальной поверхностью называется *точечной диаграммой*.

Так как направление головы пятна комы (от центра поля или к нему), а также характер дисторсии (подушко- или бочкообразная) не зависят от знака полевого угла w , то в формулы поперечных аберраций в табл. 2.1 в качестве множителя включена абсолютная величина $|w|$.

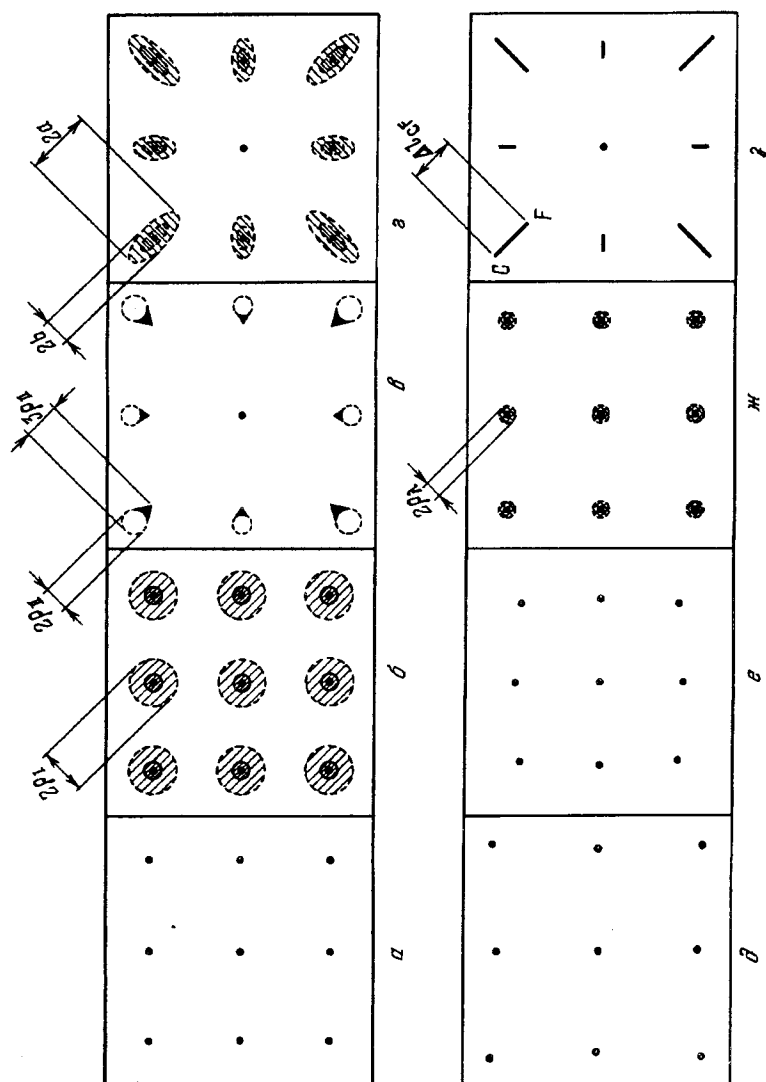


Рис. 2.19. Влияние различных, отдельно действующих aberrаций третьего порядка на вид изображения звезд, расположенных в вершинах ортогональной сетки: а—идеальное изображение, б—сферическая aberrация, в—положительная кома, г—астигматизм совместно с кри- визной поля, д— отрицательная дисторсия, е— отрицательная дисторсия, ж— хроматизм увеличения, з—хроматизм увеличения

§ 2.14. Выбор плоскости фокусировки при визуальных и объективных наблюдениях в случае наличия сферической аберрации пятого порядка

В § 2.3 мы рассмотрели вопрос о выборе плоскости наилучшей фокусировки в случае, когда системаотягощена сферической аберрацией только третьего порядка. Практически всегда присутствуют аберрации 5-го порядка, отражаемые членом $a_2(y/H)^4$ в разложении (2.50) продольной сферической аберрации. Рассмотрим более общий случай и разные виды астрономических наблюдений.

Для визуальных наблюдений и других способов наблюдения, требующих максимального разрешения необходимо минимизировать волновую аберрацию. Рассмотрим случай, когда продольная сферическая аберрация исправлена на внешней зоне. Ограничимся случаем, когда ход ее по зонам описывается полиномом (2.50) с двумя членами. Кривая ее показана на рис. 2.20, а. В этом случае очевидно, что

$$a_2 = -a_1.$$

Оптимальной плоскостью фокусировки будет такая, при которой волновая аберрация имеет вид, изображенный на рис. 2.20, б в форме кривой $Oabc$. При этом волновая аберрация на промежуточной зоне y_2 равна по величине волновой аберрации на внешней зоне ($y = H$), а на некоторой зоне y_1 , лежащей в промежутке между зонами y_2 и $y = H$, обращается в нуль.

Легко показать, что при оговоренных условиях плоскость оптимальной фокусировки смещена из плоскости Гаусса на величину

$$\Delta = \frac{3}{16}a_1. \quad (2.54)$$

При этом точка a кривой волновой аберрации лежит на зоне $y = H/2$, а точка b — на зоне $y = H\sqrt{3}/2 = 0,866H$. По сравнению с волновой аберрацией в плоскости Гаусса, волновая аберрация в этой плоскости уменьшается в 8 раз. Оговоримся, что на самом деле продольная сферическая аберрация описывается полиномом более высокой степени. Кроме того продольная сферическая аберрация на внешней зоне редко бывает исправлена полностью. Поэтому условие (2.54) является приближенным.

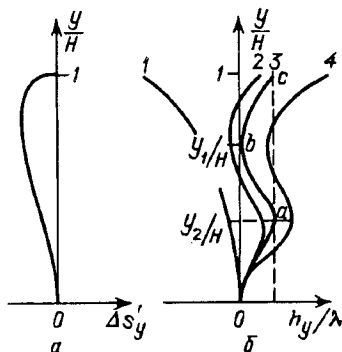


Рис. 2.20. Продольная сферическая аберрация $\Delta s'_y$ исправлена на внешней зоне (а); кривая 1 — волновая аберрация в плоскости Гаусса, кривые 2 и 4 — вблизи плоскости оптимальной фокусировки, кривая 3 — ($Oabc$) — отвечает оптимальной плоскости фокусировки, когда $\Delta = -(3/16)a$ (б)

При выполнении фотографических наблюдений необходимо минимизировать поперечник кружка рассеяния. Для этого необходимо, чтобы угловая aberrация η_y была наименьшей. Это будет достигнуто, если кривая угловой aberrации η_y будет иметь характер, представленный на рис. 2.21, когда «горбы» ее будут по своей абсолютной величине равны угловой aberrации на внешней зоне H . Используя формулу (2.1) и разложение (2.50), получим

$$\eta_y = \frac{H}{f^2} \left[-\Delta \left(\frac{y}{H} \right) + a_1 \left(\frac{y}{H} \right)^3 + a_2 \left(\frac{y}{H} \right)^5 + a_3 \left(\frac{y}{H} \right)^7 + \dots \right]. \quad (2.55)$$

Сохраним здесь, как и ранее, два члена с коэффициентами a_1 и a_2 . Можно показать, что форма кривой η_y , представленная на рис. 2.21, будет достигнута, если продольная сферическая aberrация, описываемая полиномом (2.50) на внешней зоне относится к наибольшему по абсолютной величине своему значению, как

$$\frac{\Delta s'_H}{\Delta s'_{\max}} = -4 \frac{a_2(a_1 + a_2)}{a_1^2}. \quad (2.56)$$

При этом «горб» кривой $\Delta s'_y$ получается на зоне

$$\frac{y}{H} = \sqrt{-\frac{a_1}{2a_2}}. \quad (2.57)$$

Таким образом, рассчитывая систему, предназначенную для фотографических работ, следует стремиться к тому, чтобы коэффициенты a_1 и a_2 уравнения (2.52) удовлетворяли условию (2.56) или (2.57).

Aberrации более высоких порядков мало влияют на вид кривой $\Delta s'_y$. Поэтому мы их не рассматриваем.

Для полного исправления сферической aberrации необходимо ретушировать одну из поверхностей оптической системы, нанеся на нее асферичность

$$\delta_y = -\frac{h_y}{n_2 - n_1} = \frac{A^2}{4(n_2 - n_1)} \left[-\frac{\Delta}{2} \left(\frac{y}{H} \right)^2 + \frac{a_1}{4} \left(\frac{y}{H} \right)^4 + \frac{a_2}{6} \left(\frac{y}{H} \right)^6 + \dots \right], \quad (2.58)$$

где A — относительное отверстие объектива, а n и n' — показатели преломления сред, разделяемых ретушированной поверхностью. Требуемая асферичность будет минимальна при том значении дефокусировки Δ , при котором обеспечивается минимум волновой aberrации. При этом сфера сравнения (рис. 1.11) с радиусом кривизны $f' - \Delta$ превращается в ближайшую сферу сравнения.

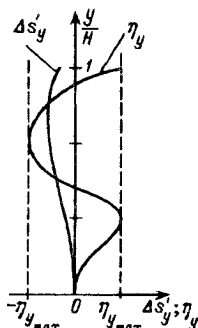


Рис. 2.21. Кривые продольной сферической aberrации $\Delta s'_y$ и угловой aberrации η_y в случае оптимального исправления последней

Глава 3

ОБЩИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ 3.1. Вводные замечания

Требования, предъявляемые к современным телескопам, столь велики, что расчет их только по формулам аберраций третьего порядка (см. § 2.9) совершенно недостаточен. Учет аберраций высших порядков чрезвычайно сложен и применяется крайне редко. Для того, чтобы рассчитать оптическую систему, удовлетворяющую поставленным астрономом требованиям, и чтобы судить о качестве изображения, которое она может дать, необходимо прежде всего уметь выполнить расчет хода лучей через нее. Для этого существуют различные методы и последовательности формул. Укажем основные.

1. Если имеется известная аналогичная система, то она может быть взята в качестве прототипа. Пусть ее фокусное расстояние есть f_0' . Для получения требуемой системы с необходимым фокусным расстоянием f' надо все радиусы кривизн и расстояния между оптическими поверхностями умножить на масштабный множитель $M = f'/f_0'$.

Квадраты эксцентриситета и коэффициенты асферичности должны быть масштабированы по правилам, изложенным в § 1.5. Если диаметры оптических поверхностей изменяются так же в M раз (что не обязательно), а угол поля w сохраняется, то угловые аберрации рассчитываемой системы и прототипа останутся без изменения, а продольные и поперечные аберрации изменятся в M раз. Если $M > 1$, то велика вероятность того, что аберрации полученной системы превысят допуски, установленные заказчиком. В этом случае необходимо уменьшить относительное отверстие или поле, или пытаться оптимизировать систему. То или иное усложнение системы может улучшить ее, но после этого ее нельзя рассматривать как прототип исходной.

2. Можно усложнять систему, взятую в качестве прототипа, путем добавления новых оптических элементов или путем асферизации сферических поверхностей.

3. Использовать теорию аберрации третьего порядка, составив соответствующую систему уравнений для тех аберраций, исправление которых необходимо. При этом для простоты обычно принимается, что линзы бесконечно тонкие. Решение этой системы, если это возможно, обеспечит исправление аберраций третьего порядка. Однако

абберации высших порядков при этом остаются. Их учет формулами (2.53), аналогичными разложениям (2.7) Зейделя, чрезвычайно сложен и применяется крайне редко. При учете реальных толщин линз необходима оптимизация системы (см. § 3.10).

4. Можно использовать метод М.М. Русинова, названный им «*композицией оптических систем*» (см. § 3.9), позволяющий определить в оптической системе роль каждого оптического элемента.

5. Если линзовая система обладает значительной сферической aberrацией и aberrациями высших порядков, то их можно уменьшить, разделив одну линзу с крутыми поверхностями на две, которые в сумме будут обладать той же оптической силой, но более пологими поверхностями (см. § 5.6). Это уменьшит сферическую aberrацию и aberrации высших порядков.

В любом из этих случаев необходим контрольный расчет по строгим формулам хода лучей через систему (уже с учетом реальных толщин линз и воздушных промежутков) и, если это необходимо, то дальнейшая оптимизация системы. В некоторых случаях достаточна подгонка радиусов кривизн поверхностей, толщин линз или взаимных расстояний, выбор других сортов стекол; в других случаях требуется ретушь поверхностей, т.е. нанесение на них зональных отступлений от первоначальной формы. Плоская поверхность перестает быть плоскостью, сфера — сферой, асферика второго порядка превращается в асферику высшего порядка. Применение сложных асферических поверхностей затрудняет расчет, изготовление и контроль оптики, но зачастую позволяет уменьшить число оптических поверхностей (а значит, уменьшить и светопотери в оптике), улучшить качество изображения, а с ним вместе увеличить полезное поле системы и эффективность телескопа.

§ 3.2. Расчет параксиального луча

Рассмотрим параксиальный луч, идущий из бесконечности ($s = -\infty$) и испытывающий преломление (или отражение) на сферической поверхности радиуса r_1 . Пусть эта поверхность разделяет среды с показателями преломления n_1 и n_2 . В этом случае точка пересечения луча с оптической осью отстоит на расстояние s_1' от вершины поверхности,

$$s_1' = \frac{r_1}{1 - \mu_1}, \quad (3.1)$$

где $\mu_1 = n_1/n_2$. Так как для воздуха мы принимаем $n_1 = 1$, то $\mu_1 = 1/n_2$. В телескопе такой случай имеет место на первой поверхности объектива. Для последующих поверхностей (рис. 3.1)

$$s_{k+1} = s_k' - d_k, \quad (3.2)$$

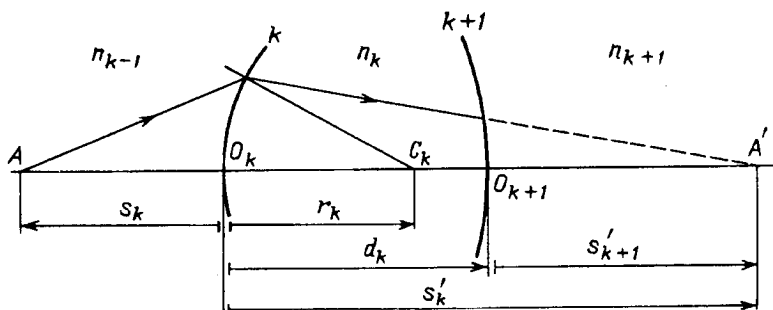


Рис. 3.1. Расчет хода параксиального луча через сферическую поверхность

где d_k есть расстояние между вершинами k -й и $(k+1)$ -й поверхностей. При этом

$$s'_k = \frac{n_{k+1}s_k r_k}{(n_{k+1} - n_k)s_k + n_k r_k} = \frac{s_k r_k}{(1 - \mu_k)s_k + r_k \mu_k}, \quad (3.3)$$

где $\mu_k = n_k / n_{k+1}$.

Если луч испытал отражение на k -й поверхности, то знаки показателей преломления всех сред, следующих за нею, меняются на обратные. Знаки показателей преломления до первого зеркала положительны, между первым и вторым зеркалами — отрицательны, между вторым и третьим зеркалами — положительны и т.д. Это соответствует правилу знаков, приведенному в § 1.2.

Расчет параксиальных лучей по формулам (3.2) и (3.3) может быть выполнен на микрокалькуляторах типа МК-52, МК-54, МК-56 по программе. Для этого выполним предварительные засылки: $r \rightarrow \text{П1}$, $s \rightarrow \text{П2}$, $d \rightarrow \text{П3}$, $n \rightarrow \text{П4}$, $n' \rightarrow \text{П5}$. Результат s' получается в П2.

Программа 3.1

Расчет параксиальных лучей

ИП5, ИП2, $\times$, ИП1, $\times$, ИП5, ИП4, —, ИП2, $\times$, ИП4, ИП1, $\times$, $+$, $\div$, П9, ИП3, —, П2, С/П

Время счета около 5 секунд.

Пример: $r = 91,784$, $d = 2,5$, $n = 1,0$, $n' = 1,526266$, $s = -201,922$. Результат $s' = 1950,9031$.

§ 3.3. Тригонометрический расчет хода непараксиального луча в меридиональной плоскости через систему со сферическими поверхностями

Расчет выполняется последовательно, путем постепенного перехода от одной оптической поверхности к следующей, если считать по ходу луча. В системе должны быть известны радиусы кривизн r_k каждой из поверхностей, расстояния d_{k-1} между $(k-1)$ -й и k -й поверхно-

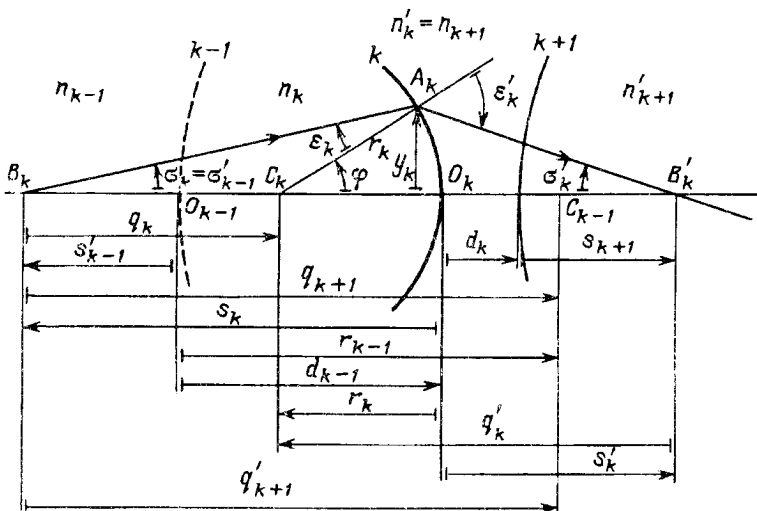


Рис. 3.2. Расчет хода луча через k -ю сферическую поверхность

стями, показатели сред n_k и n'_k , разделяемых поверхностями. Пусть предшествующим расчетом для $(k-1)$ -й поверхности мы определили угол σ'_{k-1} и отрезки q_k и s'_{k-1} (рис. 3.2). Через q_k мы обозначаем отрезок от точки B_k пересечения луча с оптической осью до центра кривизны C_k k -й поверхности, а через s_k расстояние от вершины O_k k -й поверхности до точки B_k . Тогда для k -й поверхности угол

$$\sigma_k = \sigma'_{k-1},$$

а отрезки

$$s_k = s'_{k-1} - d_{k-1}, \quad q_k = r_k - s_k, \quad q'_{k-1} = r_{k-1} - s'_{k-1}. \quad (3.4)$$

После этого находим угол падения :

$$\sin \epsilon_k = \frac{q_k}{r_k} \sin \sigma_k. \quad (3.5)$$

Из закона преломления (1.1) следует, что

$$\sin \epsilon'_k = \frac{n_k}{n'_k} \sin \epsilon_k, \quad (3.6)$$

а из треугольника $B_k A_k B'_k$ находим

$$\sigma'_k = \sigma_k + \epsilon'_k - \epsilon_k, \quad q'_k = \frac{\sin \epsilon'_k}{\sin \sigma'_k} r_k, \quad s'_k = r_k - q'_k. \quad (3.7)$$

Переход к $(k+1)$ -й поверхности выполняется по формулам

$$s_{k+1} = s'_k - d_k, \quad \sigma_{k+1} = \sigma'_k, \quad n_{k+1} = n'_k.$$

Далее для $(k+1)$ -й поверхности процесс повторяется.

Если поверхность является первой и луч падает углом u_1 и первым отрезком s_1 , то

$$q_1 = r_1 - s_1.$$

Далее по (3.5) определяем угол ϵ_k , после чего выполняем, как и ранее, расчет по формулам (3.6) и (3.7).

Найдя по формулам (1.16) для параксиальных лучей последний отрезок s_0' , а по формулам (3.8), (3.6) и (3.7) последний отрезок s_y' для зоны y , определяем продольную сферическую aberrацию

$$\Delta s_y' = s_y' - s_0'. \quad (3.8)$$

Рассмотрим отдельные частные случаи.

1) В астрономических телескопах луч падает на первую поверхность из бесконечности на зону y параллельно оптической оси ($s_1 = -\infty$, $\sigma_1 = 0$, рис. 3.3). Тогда определяем углы φ_1 и ϵ_1 :

$$\sin \varphi_1 = \frac{y_1}{r_1}, \quad \epsilon_1 = -\varphi_1. \quad (3.9)$$

Далее расчет выполняем по формулам (3.6) и (3.7).

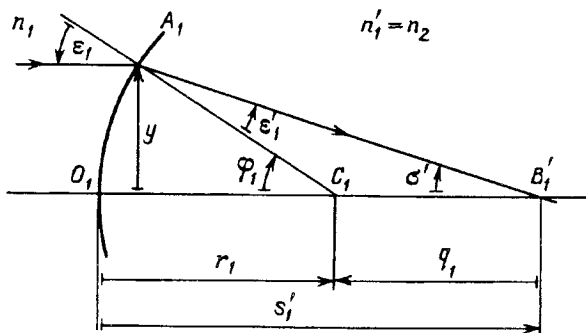


Рис. 3.3. Расчет хода луча, падающего из бесконечности на зону y сферической поверхности O_1A_1

2) Если k -я поверхность является плоскостью, то $r_k = \infty$ и

$$\epsilon_k = \sigma_k, \quad \sin \sigma_k' = \sin \epsilon_k' = \frac{n_k}{n_k'} \sin \sigma_k, \quad s_k' = \frac{\operatorname{tg} \sigma_k}{\operatorname{tg} \sigma_k'} s_k.$$

3) В случае отражения от сферического зеркала

$$\begin{cases} \sin \epsilon_k = \frac{(r_k - s_k) \sin \sigma_k}{r_k}, & \sigma_k' = \sigma_k - 2\epsilon_k, \\ q_k' = -r_k \frac{\sin \epsilon_k}{\sin \sigma_k}, & s_k' = r_k - q_k'. \end{cases} \quad (3.10)$$

Для выполнения расчета по приведенному выше алгоритму можно воспользоваться программируемым микрокалькулятором. Мы приводим программу для МК-52, МК-54, МК-56.

Программа 3.2

Универсальная программа тригонометрического расчета хода лучей через произвольную оптическую систему со сферическими поверхностями

ИП0, F(x=0), 37, ИП2, F $\frac{1}{2}$, ИПс, +, F(x=0), 19, ИП5, ИП1, ×, ИП5, ИП4, —, ÷, П6, БП, 91, ИП5, ИП1, ИП2, ×, ×, ИП5, ИП4, —, ИП2, ×, ИП4, ИП1, ×, +, ÷, П6, БП, 91, ИП2, F $\frac{1}{2}$, ИПс, +, F(x=0), 52, ИП0, ИП1, |—|, ÷, Па, 0, П7, БП, 63, ИП7, F sin, Пd, ИП1, ИП2, —, ИПd, ×, ИП1, ÷, Па, ИПa, Fsin⁻¹, П8, ИПa, ИП4, ×, ИП5, ÷, Пb, Fsin⁻¹, П9, ИП7, ИП8, —, ИП9, +, П7, F sin, Пd, ИП1, ИПb, ×, ИПd, ÷, |—|, ИП1, +, П6, ИП3, —, П2, ИП5, П4, ИП6, С/П

Засылки: $y \rightarrow$ П0, $r \rightarrow$ П1, $s \rightarrow$ П2, $d \rightarrow$ П3, $n \rightarrow$ П4, $n' \rightarrow$ П5, $\sigma \rightarrow$ П7, (1, -60) $\rightarrow$ Пс. Если поверхность первая и луч идет из $-\infty$, то в П2 записать (-1, +60) и $0 \rightarrow$ П7. Если луч параксиальный, то в ячейку П0 записать 0, если не параксиальный, то величину зоны y . Значение d , вводимое в ячейку П3, есть расстояние между рассматриваемой поверхностью и следующей. При переходе к следующей поверхности в П1 ввести новое значение радиуса r , в П3 — новое значение d до следующей поверхности; если следующая поверхность есть последняя, то $d = 0$. В П5 ввести новое значение n' . Если $s_0 \neq -\infty$ и $y \neq 0$, то угол σ вычислить предварительно по формуле

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{y}{s - x},$$

где стрела $x \approx y^2/2r$ (более строгая программа 1.1 вычисление стрелки дана в § 1.4). Значение угла σ необходимо ввести в П7 до начала работы. Вычисления производятся в радианах. После ввода исходных данных, относящихся к рассматриваемой поверхности, нажать клавиши СХ, В/О, С/П.

Пример: Расчет менискового телескопа. Конструктивные элементы:

r	d	n
		1,0
-143,02		
	10,50	1,52196
-153,52		
	172,51	1,0
-441,37		
		-1,0

Расчет параксиального луча. Поверхность I: засылки $0 \rightarrow$ П0, (1, -60) $\rightarrow$ Пс, -143,02 $\rightarrow$ П1, (-1, +60) $\rightarrow$ П2, 10,5 $\rightarrow$ П3, 1,0 $\rightarrow$ П4, 1,52196 $\rightarrow$ П5, 0 $\rightarrow$ П7; после нажатия С/П получим результат $s_0' = -417,02565$. Поверхность II: засылки -153,52 $\rightarrow$ П1, 172,51 $\rightarrow$ П3, 1 $\rightarrow$ П5; после нажатия В/О и С/П получаем результат: $s_0' = 6250,832$. Поверхность III: засылки -441,37 $\rightarrow$ П1,

$0 \rightarrow \text{ПЗ}$, $-1,0 \rightarrow \text{П5}$, после нажатия В/О и С/П получим результат $s'_0 = -228,53677$.

Расчет хода лучей для зоны $y = 50$. Поверхность I: засылки $50 \rightarrow \text{П0}$, $-143,02 \rightarrow \text{П1}$, $(-1, +60) \rightarrow \text{П2}$, $10,5 \rightarrow \text{П3}$, $0 \rightarrow \text{П7}$, $1,0 \rightarrow \text{П4}$, $1,52196 \rightarrow \text{П5}$; после нажатия В/О, С/П результат $s'_y = -405,7482$.

Поверхность II: засылки $-153,52 \rightarrow \text{П1}$, $172,51 \rightarrow \text{П3}$, $1,0 \rightarrow \text{П5}$; нажать В/О и С/П; результат $s'_y = -5534,8877$. Поверхность III: засылки $-441,37 \rightarrow \text{П1}$, $0 \rightarrow \text{П3}$, $-1,0 \rightarrow \text{П5}$; нажать В/О и С/П; результат $s'_y = -228,07996$. Продольная сферическая абберация $\Delta s'_y = s'_y - s'_0 = +0,45681$ должна быть вычислена вручную.

Для наклонных лучей вычисления ничем не отличаются, только предварительно вне программы надо найти для каждого полевого угла w и зоны y расстояние s от вершины первой поверхности до точки S пересечения рассматриваемого луча с оптической осью

$$s = \frac{y}{\operatorname{tg} w} + x,$$

где x — стрелка первой поверхности на зоне y . Стрелка может быть вычислена по программе 1.1, приведенной в §1.4. Вычисленное значение s следует занести в П2, в угол w (выраженный в радианах) — в П7. В результате работы программы будет получено расстояние s' от вершины последней поверхности до точки S' пересечения преломленного луча с оптической осью. Использование микрокалькулятора МК-52 позволяет включить в программу вместо последней операции С/П выполнение операций В/О, С/П, БП00.

§ 3.4. Тригонометрический метод расчета хода меридионального луча через произвольную асферическую поверхность

Существует множество различных методов тригонометрического расчета хода лучей через асферическую поверхность второго порядка. Мы не будем на них останавливаться, а опишем общий метод, пригодный для поверхности произвольной формы. Единственным ограничением, накладываемым на форму поверхности, является дифференцируемость уравнения, описывающего поверхность. Этому требованию удовлетворяют практически все поверхности, используемые в астрономии, и, в частности, все поверхности, описанные в § 1.4.

На рис. 3.4 приведена осесимметричная центрированная асферическая поверхность *BOMD*. Пусть уравнение этой поверхности есть $y = f(x)$. Падающий луч *AM*, составляющий угол σ с оптической осью, встречает поверхность в точке *M* на зоне y_0 . Угол падения есть

$$\varepsilon = \sigma - \frac{df(x)}{dx},$$

где производная взята в точке *M*. Так как нам надо определить угол преломления (или отражения) ε' , то в окрестности точки *M* можно аппроксимировать поверхность *BOMD* сферой *EMG*, касающейся ас-

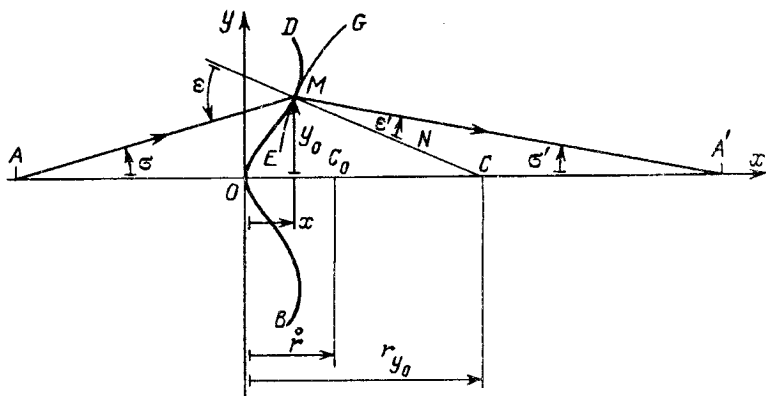


Рис. 3.4. Преломление на асферической поверхности *BOMD*

ферики в точке *M* и имеющей центр *C*, лежащий на пересечении оптической оси *OC* с нормалью *MC* к поверхности в точке *M*. Естественно, что радиус кривизны поверхности *BOMD* не будет равен радиусу кривизны сферы *EMG*, но нам важно лишь, чтобы направление нормали совпадало с радиусом аппроксимирующей сферы. Тогда для расчета преломления луча на асферической поверхности можно использовать формулу (3.3), подставив в нее вместо значения *r* величину *N*:

$$N = \left| y \sqrt{1 + y'^2} \right| \operatorname{sign} \dot{r}. \quad (3.12)$$

Описанный метод применяется при расчете камеры Шмидта (см. § 9.2) и асферических корректоров рефлекторов.

Рассмотрим частный случай, когда поверхность является асферикой второго порядка. Выберем начало координатной системы в вершине *O* асферики. Пусть $\dot{r}$ есть радиус кривизны в ее вершине, *C*₀ — соответствующий центр кривизны. Воспользуемся известным свойством кривых второго порядка: абберация нормалей

$$C_0 C = \Delta r = N - \dot{r} = x e^2.$$

Здесь *x* есть абсцисса точки *M*, а *e*² — квадрат эксцентриситета поверхности. Тогда

$$x = \frac{\dot{r} - \sqrt{\dot{r}^2 - y^2(1 - e^2)} \operatorname{sign} \dot{r}}{1 - e^2}, \quad (3.13)$$

$$N = \sqrt{y^2 + [\dot{r}^2 - x(1 - e^2)]^2} \operatorname{sign} \dot{r} = \sqrt{\dot{r}^2 + y^2 e^2} \operatorname{sign} \dot{r}. \quad (3.14)$$

Далее используем формулы, приведенные в § 3.3, подставив в них вместо значения *r* величину *N*.

§ 3.5. Расчет хода лучей через оптическую систему по формулам Федера

Приведенные выше формулы пригодны только для расчета хода лучей в меридиональной плоскости. Кроме того, они требуют вычисления тригонометрических и круговых функций. Это снижает точность расчета и требует значительной затраты машинного времени ЭВМ. Для расчета произвольных лучей, не лежащих в меридиональной плоскости (так называемых *косых лучей*) формулы очень сильно усложняются (мы их и не приводим). От этих недостатков свободны формулы, предложенные Д.Федером (Feder D.P. [1951]), пригодные для расчета любых лучей. При расчетах, выполняемых на электронных вычислительных машинах, формулы Федера особенно удобны.

Начало координатной системы x, y, z (рис. 3.5) совпадает с вершиной первой поверхности, направление оси Ox —с оптической осью системы, ось Oy лежит в меридиональной плоскости, а ось Oz —в сагиттальной. Величины, относящиеся ко второй поверхности (кроме ее кривизны $c = 1/r'$), мы будем снабжать штрихами.

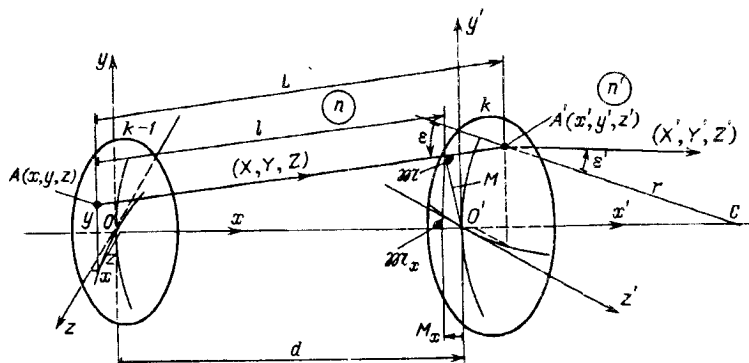


Рис. 3.5. К расчету хода луча по формулам Федера. Луч выходит из точки $A(x, y, z)$ $(k-1)$ -й поверхности с направляющими косинусами X, Y, Z , встречает k -ю поверхность в точке $A'(x', y', z')$ и после преломления имеет направляющие косинусы X', Y', Z' .

Углы, отмеченные черным сектором, являются прямыми

Исходными величинами в формулах Федера являются

x, y, z — координаты точки A пересечения луча с $(k-1)$ -й поверхностью;

X, Y, Z — направляющие косинусы луча до преломления;

$c = 1/r'$ — кривизна k -й поверхности;

e^2 — квадрат эксцентриситета k -й поверхности. Если поверхность является «сложной» асферикой порядка более высокого, чем второй, то задаются коэффициенты A_j ($j = 1, 2, 3, \dots$) разложения формы k -й поверхности по четным степеням зоны u (см. формулы (1.32));

d — расстояние между вершинами поверхностей;

n и n' — показатели преломления сред, в которых распространяется луч до встречи с k -й поверхностью и после нее. Так как во все формулы входят не сами показатели преломления, а лишь их отношение, то удобно ввести величину $\mu = n/n'$.

Искомыми величинами являются:

x', y', z' — координаты точки A' встречи луча с k -й поверхностью в новой системе координат, начало которой совпадает с вершиной O' второй поверхности;

X', Y', Z' — направляющие косинусы луча после преломления на k -й поверхности.

В зависимости от формы поверхности формулы несколько различаются. Они приведены в табл. 3.1. Смысл входящих в нее вспомогательных величин L , l и M_x пояснен рисунком 3.5. L есть расстояние от точки A до точки A' , $O'M$ есть вспомогательный перпендикуляр, опущенный из точки O' на прямую AA' , l — расстояние от точки A до точки M пересечения указанного перпендикуляра с прямой AA' . Опустим из точки M перпендикуляр на оптическую ось OO' ; он пересечет ее в точке $\mathbb{M}$. Расстояние $O'\mathbb{M}_x$ есть M_x . M — длина перпендикуляра $O'M$. Величины $\mu = n/n'$, $c = 1/r$, $k = 1 - e^2$, l , L , M_x , M , Q , угол падения ϵ , угол преломления (или отражения) ϵ' , D , K и g являются вспомогательными величинами.

Таблица 3.1

Сводка расчетных формул Федера
Расчет хода луча от k -й поверхности к $(k+1)$ -й и преломления (или отражения) на ней

Этапы	Форма поверхности		
	$e^2 = 0$ сфера	$e^2 \neq 0$ асферика второго порядка	Асферика высшего порядка, описываемая полиномом (1.32)
Исходные величины	x, y, z, X, Y, Z d, r, n, n'	x, y, z, X, Y, Z d, r, e^2, n, n'	x, y, z, X, Y, Z $d, r, A_1, A_2, \dots, A_p, H, n, n'$
Искомые величины	x', y', z', X', Y', Z'	x', y', z', X', Y', Z'	x', y', z', X', Y', Z'
Расчетные формулы	$\mu = n/n'$ $c = 1/r$ $l = (d-x)X - yY - zZ$ $M_x = x + lX - d$	$\mu = n/n'$ $c = 1/r$ $l = (d-x)X - yY - zZ$ $k = 1 - e^2$ $M_x = x + lX - d$	$\mu = n/n'$ $c = 1/r$ $l = (d-x)X - yY - zZ$ $M_x = x + lX - d$

Этапы	Форма поверхности		
	$e^2 = 0$ сфера	$e^2 \neq 0$ асферика второго порядка	Асферика высшего порядка, описываемая полино- мом (1.32)
	$M^2 =$ $-(x-d)^2 + y^2 + z^2 - l^2$ $\cos^2 \varepsilon = X^2 - M^2 c^2 + 2M_x c$ $L = l + \frac{M^2 c - 2M_x}{X + \cos \varepsilon}$	$M^2 = (x-d)^2 + y^2 + z^2 - l^2$ $Q^2 = X^2 - M^2(1 - e^2 X^2)c^2 +$ $+ 2M_x c + M_x^2 c^2 e^2$ $L = l + \frac{M^2 c - 2M_x - ce^2 M_x}{X(1 + ce^2 M_x) + Q}$	$M^2 = (x-d)^2 + y^2 + z^2 - l^2$ $\cos^2 \varepsilon = X^2 - M^2 c^2 + 2M_x c$ $L = l + \frac{M^2 c - 2M_x}{X + \cos \varepsilon}$ $x_0 = x + LX - d$ $y_0 = y + LY$ $z_0 = z + LZ$ $\rho_j^2 = y_j^2 + z_j^2 \quad (j=0, 1, 2, \dots)$ $\bar{x}_j = (1 - \sqrt{1 - \rho_j^2 c^2})/c +$ $+ \sum_{m=1}^p A_m (\rho_j/H)^{2m}$ $\frac{\partial \bar{x}_j}{\partial \rho_j} = \frac{\rho_j c}{\sqrt{1 - \rho_j^2 c^2}} +$ $+ \frac{2}{H} \sum_{m=1}^p m A_m \left(\frac{\rho_j}{H}\right)^{2m-1}$ $l_j = 1/\sqrt{1 + (\partial \bar{x}_j / \partial \rho_j)^2}$ $m_j = -\frac{y_j}{\rho_j} l_j \frac{\partial \bar{x}_j}{\partial \rho_j}$ $n_j = -\frac{z_j}{\rho_j} l_j \frac{\partial \bar{x}_j}{\partial \rho_j}$ $G_j = \frac{l_j (\bar{x}_j - x_j)}{X l_j + Y m_j + Z n_j}$ $x_{j+1} = G_j X + x_j$ $y_{j+1} = G_j Y + y_j$ $z_{j+1} = G_j Z + z_j$ $x' = x_{j+1}$ $y' = y_{j+1}$ $z' = z_{j+1}$ $K^2 = l^2 + m^2 + n^2$ $\cos \varepsilon = Xl + Ym + Zn$
	$x' = x + LX - d$ $y' = y + LY$ $z' = z + LZ$	$x' = x + LX - d$ $y' = y + LY$ $z' = z + LZ$ $D^2 = 1 + c^2 e^2 (y'^2 + z'^2)$ $\cos \varepsilon = Q/D$	

Этапы	Форма поверхности		
	$e^2 = 0$ сфера	$e^2 \neq 0$ асферика второго порядка	Асферика высшего порядка, описываемая полиномом (1.32)
	$\cos^2 \varepsilon' = 1 - \mu^2 (1 - \cos^2 \varepsilon)$ $g = \cos \varepsilon' - \mu \cos \varepsilon$ $X' = \mu X + g(1 - cx')$ $Y' = \mu Y - gcy'$ $Z' = \mu Z - gcz'$	$\cos^2 \varepsilon' = 1 - \mu^2 (1 - \cos^2 \varepsilon)$ $g = \cos \varepsilon' - \mu \cos \varepsilon$ $X' = \mu X + g(1 - cx'k)/D$ $Y' = \mu Y - gcy'/D$ $Z' = \mu Z - gcz'/D$	$\cos^2 \varepsilon' =$ $-K^2(1 - \mu^2) + \mu^2 \cos^2 \varepsilon$ $g = \cos \varepsilon' - \mu \cos \varepsilon$ $X' = \mu X + gl$ $Y' = \mu Y + gm$ $Z' = \mu Z + gn$

В таблице 3.1 первый столбец формул относится к случаю, когда k -я поверхность является сферой; второй столбец — к случаю поверхности вращения второго порядка; третий столбец — когда поверхность описана полиномом в форме

$$x = f(y, z) = \frac{1 - \sqrt{1 - \rho^2 c^2}}{c} + \left[A_1 \left(\frac{\rho}{H} \right)^2 + A_2 \left(\frac{\rho}{H} \right)^4 + \dots + A_m \left(\frac{\rho}{H} \right)^{2m} \right], \quad (3.15)$$

где $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ — зона, а H — световой полупоперечник асферической поверхности, т.е. ее внешняя зона. В этом случае задачу приходится решать методом последовательных приближений. Начнем с того, что по формулам левого столбца найдем координаты (x_0, y_0, z_0) точки

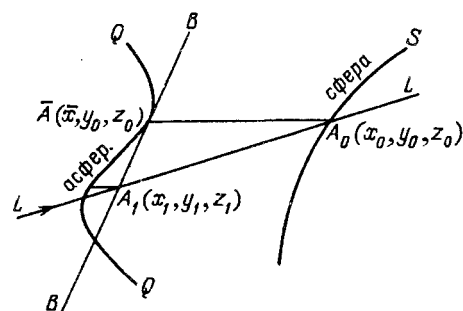


Рис. 3.6. Определение точки пересечения луча с асферической поверхностью методом последовательных приближений

A_0 (рис. 3.6) пересечения луча LL со сферой SS радиуса $r = 1/c$. Используя уравнение (3.15) асферической поверхности QQ , найдем точку $A(\bar{x}, y_0, z_0)$. Эта точка лежит на асферике QQ , но не лежит на луче LL . Найдем касательную

плоскость BB к асферике в этой точке и место A_1 , где ее пересекает луч. Эта точка $A_1(x_1, y_1, z_1)$ лежит близк к асферике. Нормаль к асферике в точке $\bar{A}(\bar{x}, y_0, z_0)$ имеет направляющие косинусы

$$1, -\frac{\partial f}{\partial y}, -\frac{\partial f}{\partial z}.$$

Дифференцируя (3.15) и умножая каждый косинус на $\sqrt{1 - c^2 \rho_0^2}$, получим величины, пропорциональные направляющим косинусам, которые назовем направляющими множителями:

$$\begin{cases} l = \sqrt{1 - c^2 \rho_0^2}, \\ m = -y[c + l(2A_1 + 4A_2 \rho_0^2 + \dots)], \\ n = -z[c + l(2A_1 + 4A_2 \rho_0^2 + \dots)]. \end{cases} \quad (3.16)$$

Пусть $(\bar{l}, m_0, n_0)$ есть направляющие множители нормали в точке $\bar{A}(\bar{x}, y_0, z_0)$. Тогда уравнение касательной плоскости будет

$$l_0(x - \bar{x}) + m(y - y_0) + n(z - z_0) = 0,$$

а уравнение луча

$$\frac{x - x_0}{X} = \frac{y - y_0}{Y} = \frac{z - z_0}{Z}.$$

Решая их совместно, найдем точку $A_1(x_1, y_1, z_1)$. Далее процесс повторяется, но вместо исходной точки A_0 берется точка A_1 . Этот процесс будем повторять до тех пор пока разность $\bar{x}_k - x_k$ не станет меньше заданной малой величины. Тогда точка $A_k(x_k, y_k, z_k)$ есть искомая точка пересечения луча с асферикой. В таблице 3.1 описанный циклический процесс показан стрелкой.

В начале расчета в качестве исходной поверхности мы выберем произвольную («нулевую») плоскость, перпендикулярную оптической оси, и зададим на ней координаты лучей и их направляющие косинусы. В качестве «нулевой» плоскости целесообразно выбирать плоскость входного зрачка (хотя это необязательно), а точки пересечения лучей на ней—по равномерной ортогональной сетке. Косые лучи достаточно задавать наклоном пучка в меридиональной плоскости, полагая

$$X = \cos w, \quad Y = -\sin w, \quad Z = 0$$

Используем описанный алгоритм и будем последовательно выполнять переход от одной поверхности к следующей, пока не приходим к фокальной поверхности. На ней мы найдем координаты (x, y, z) точки встречи с ней рассчитываемого луча и направляющие косинусы X, Y, Z луча после этой встречи. Совокупность точек с координатами (x, y, z) на фокальной поверхности для разных лучей, нанесенных в некотором масштабе на график, называется *точечной диаграммой* (см. рис. 2.10). Вычисления по формулам Федера для сферической поверхности могут быть выполнены на микрокалькуляторах типа МК-52, МК-54, МК-56.

**Программа расчета хода луча через сферическую поверхность
по формулам Федера**

ИП4, $\times$, ИП6, ИП7, $\times$, +, ИП8, ИП9, $\times$, +, Пд, ИП4, $\times$, ИП5, —, 2, $\times$, Па, ИП5, Fx^2 , ИП7, Fx^2 , +, ИП9, Fx^2 , +, ИПд, Fx^2 , —, Пб, ИП0, $\times$, ИПа, +, ИП4, Fx^2 , ИПб, ИП0, Fx^2 , $\times$, —, ИПа, ИП0, $\times$, —, Пб, $F\sqrt{}$, Па, ИП4, +, $\div$, ИПд, —, Пд, ИПб, 1, —, ИПс, Fx^2 , $\times$, 1, +, $F\sqrt{}$, ИПс, ИПа, $\times$, —, Па, 1, Пб, 1, 0, П1, 3, П3, КИП1, ИПб, $\times$, ИПд, КИП1, $\times$, +, КП2, КИП2, FL3, 75, С/П, ИПа, ИП0, $\times$, 1—1, Пб, ИПс, Пд, 9, П2, БП, 70

Засылки исходных данных для первой поверхности: $r \rightarrow \text{П0}$ (если $r = \infty$, то полагаем $r = (1, +60)$), $d \rightarrow \text{Па}$ (если исходная «нулевая» поверхность разметки зон совмещена с вершиной первой поверхности, то $d = 0$), $n \rightarrow \text{Пс}$, $n' \rightarrow \text{Пд}$, координаты луча на «нулевой» поверхности $x = 0 \rightarrow \text{П5}$, $y \rightarrow \text{П7}$, $z \rightarrow \text{П9}$, направляющие косинусы $X = \cos w \rightarrow \text{П4}$, $Y = -\sin w \rightarrow \text{П6}$, $Z = 0 \rightarrow \text{П8}$ (w есть полевой угол). В П2 необходимо занести 10. Так как длина программы микрокалькуляторов ограничена, то часть начальных операций, предваряющих работу программы, должна быть выполнена вручную: ИПс, ИПд, $\div$, Пс, ИП0, $F1/x$, П0, ИП5, ИПа, —, П5, после чего индикатор не гасить, нажать В/О и С/П. В программе два останова: после первого останова (через 40 с) на индикаторе высвечивается внесенное в П4 значение X . После этого следует нажать С/П. При втором останове (через 20 с) высвечивается 1. Следом за этим необходимо вручную выполнить заключительные операции: ИП4, ИПа, +, П4. Признак ошибки ERROR (по команде 48) высвечивается при полном внутреннем отражении или если луч проходит мимо поверхности. Результаты вычислений заносятся программой: $x' \rightarrow \text{П5}$, $y' \rightarrow \text{П7}$, $z' \rightarrow \text{П9}$, $X' \rightarrow \text{П4}$, $Y' \rightarrow \text{П6}$, $Z' \rightarrow \text{П8}$. Эти данные являются исходными для расчета встречи луча со следующей поверхностью. Кроме того при переходе к следующей поверхности необходимо занести данные о ней: $r \rightarrow \text{П0}$, $d \rightarrow \text{Па}$, $n \rightarrow \text{Пс}$, $n' \rightarrow \text{Пд}$, а в ячейку П2 занести 10 и вновь выполнить операции, предваряющие программу.

П р и м е р: выполним расчет хода луча через линзу, ограниченную поверхностями $r_1 = 1500$, $r_2 = -1000$, толщиной $d_2 = 30$, изготовленной из стекла с показателем преломления $n = 1,5163$. Пусть «нулевая» поверхность совмещена с ее вершиной ($d_1 = 0$), а плоскость изображений удалена от последней поверхности линзы на расстояние $d_3 = 1158,9364$. Расчет выполним для луча с углом наклона $w = -1^\circ$, пересекающего «нулевую» плоскость в точке с координатами $x = 0$, $y = 100$, $z = 80$. Тогда $X = \cos w = 9,9984769-01$, $Y = -\sin w = 1,7452405-02$, $Z = 0$. В ходе вычислений удобно записывать промежуточные результаты в форме таблицы (табл. 3.2).

Расчет хода луча на микрокалькуляторе через линзу по формулам Федера

Подчеркнуты значения, вводимые оператором перед расчетом каждой из поверхностей. Разделы А и В соответствуют предваряющим и завершающим этапам, выполняемым вручную.

Величина	Номер поверхности			
	0	1	2	3
10 → П2		<u>10</u>	<u>10</u>	<u>10</u>
$r \rightarrow \Pi 0$		<u>1500</u>	<u>-1000</u>	<u>∞</u>
$n \rightarrow \Pi c$		<u>1</u>	<u>1.5163</u>	<u>1</u>
$n' \rightarrow \Pi d$		<u>1.5163</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
$d \rightarrow \Pi a$		<u>0</u>	<u>30</u>	<u>1158.9364</u>
$\nu' = n/n' \rightarrow \Pi c$		A:	A:	A:
$\rho = 1/r \rightarrow \Pi 0$		6,5950009-01	1,5163	1
$x - d \rightarrow \Pi 5$		6,666666-04	-1,-03	0
		0	-24,516929	-1167,1374
		V/O; C/П; C/П	V/O; C/П; C/П	V/O; C/П; C/П
$X \rightarrow \Pi 4$	$X = \underline{9.9984769}$			
$\leftarrow \Pi 4$		6,5815089-01	1,5202581	9,951541-01
$x \leftrightarrow \Pi 5$	<u>0</u>	5,4830712	-8,201041	-1,-04
$Y \leftrightarrow \Pi 6$	<u>1.7452405-02</u>	-1,1286559-02	-6,9577748-02	-6,9577748-02
$y \leftrightarrow \Pi 7$	<u>100</u>	100,09571	99,91152	18,309297
$Z \leftrightarrow \Pi 8$	<u>0</u>	-1,82197-02	-6,9478717-02	-6,9478717-02
$z \leftrightarrow \Pi 9$	<u>80</u>	80	79,702661	-1,783416
		B:	B:	B:
$X \rightarrow \Pi 4$	B:	9,9977027-01	9,951541-01	9,9515411-01

§ 3.6. Расчет аберраций с использованием формул Федера

Координаты и направляющие косинусы позволяют определить продольную сферическую аберрацию (рис. 3.7). Для этого достаточно выполнить расчет лучей в меридиональной плоскости,

$$\Delta s'_y = d_k - y' \frac{X'}{Y'} - s'_0, \quad (3.17)$$

где s'_0 — параксиальный последний отрезок, d_k — положение заданной плоскости фокусировки FF относительно последней оптической поверхности AA , y' — ордината точки пересечения луча с плоскостью FF , X' и Y' — направляющие косинусы луча в пространстве за плоскостью FF .

Поперечная кома для лучей, попадающих во входной зрачок под углом w на зоне y ,

$$3\rho_{II} = \left(\frac{y'_+ - y'_-}{2} - y'_0 \right) \text{sign } y'_0, \quad (3.18)$$

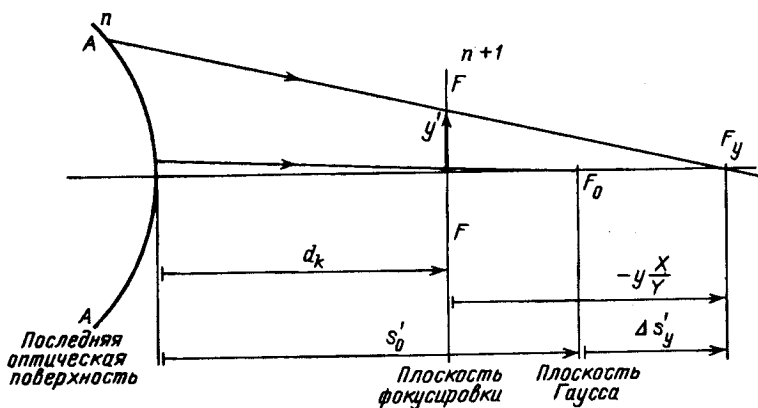


Рис 3.7. Определение продольной сферической aberrации $\Delta s'_y$. Знаки косинусов углов: $X > 0, Y < 0$

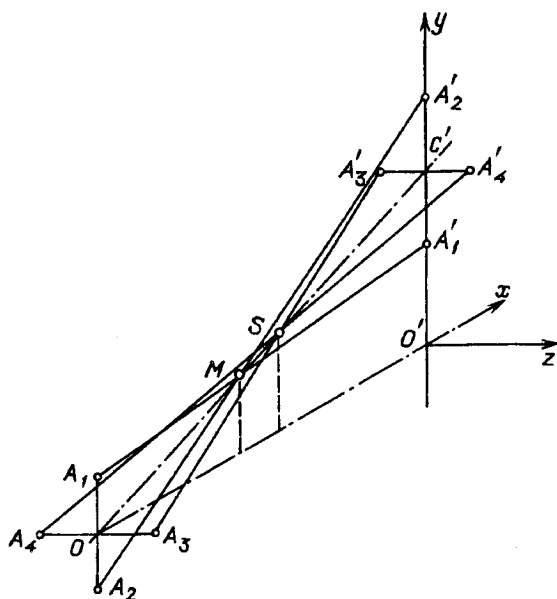


Рис. 3.8. К вычислению астигматизма из расчета квазиузких пучков

где y'_+ , y'_- и y'_0 есть координаты точек встречи с фокальной поверхностью лучей, прошедших через точки $+y$, 0 и $-y$ меридионального сечения входного зрачка объектива.

Астигматизм следует определять, выполняя расчет узкого пучка лучей, параллельных главному: двух в меридиональной и двух в сагиттальной плоскостях. Целесообразно брать ширину пучков в каждой из плоскостей равной примерно $0,0005 f'$. Далее составим уравнение каждого из лучей (рис. 3.8):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{луч } A_1 A_1' \quad y - y_{A_1'} = \frac{Y_{A_1'}}{X_{A_1'}}(x - x_{A_1'}), \\ \text{луч } A_2 A_2' \quad y - y_{A_2'} = \frac{Y_{A_2'}}{X_{A_2'}}(x - x_{A_2'}). \end{array} \right. \quad (3.19)$$

Решая эти два уравнения совместно, находим точку $M(x_M, y_M)$ пересечения квазиузких меридиональных пучков. В сагиттальной плоскости отрезок x_s , будет равняться проекции на ось абсцисс Ox участка $C'S$ главного луча. Точку S найдем как точку пересечения луча $A_3 A_3'$ с меридиональной плоскостью, уравнение которой есть $z = 0$. Уравнение луча (с учетом того, что $x_{A_3'} = 0$) будет

$$\frac{x}{X_{A_3'}} = \frac{y - y_{A_3'}}{Y_{A_3'}} = \frac{z - z_{A_3'}}{Z_{A_3'}}.$$

Координаты точки S будут

$$\left\{ \begin{array}{l} x_s = \frac{X_{A_3'}}{Z_{A_3'}} z_{A_3'}, \\ y_s = y_{A_3'} + \frac{Y_{A_3'}}{Z_{A_3'}} z_{A_3'}, \end{array} \right. \quad (3.20)$$

после чего найдем астигматическую разность

$$\Delta'_{sm} = \sqrt{(x_s - x_m)^2 + (y_s - y_m)^2} \operatorname{sign}(x_s - x_m). \quad (3.21)$$

Величины x_m и x_s являются стрелками поверхностей, на которых располагаются меридиональные и сагиттальные фокалы, а y_m и y_s — их зонами. Отсюда приближенные значения радиусов кривизн этих поверхностей

$$R_m = \frac{y_m^2}{2x_m}, \quad R_s = \frac{y_s^2}{2x_s}. \quad (3.22)$$

Средний радиус кривизны поля определяется как среднее арифметическое из кривизн каждой из поверхностей:

$$R_{cp} = 2 \frac{R_m R_s}{R_m + R_s}. \quad (3.22')$$

Программа расчета астигматизма и кривизн поверхностей составлена инженером Т.П.Олоновой.

Концентрация света определяется как доля числа точек точечной диаграммы, уложившихся в кружок заданного диаметра по отношению к общему числу прошедших лучей.

Дисперсия точек в точечной диаграмме есть среднее квадратическое отклонение точек от «центра тяжести» диаграммы.

Формулы Федера дают нам координаты (x, y, z) и (x', y', z') произвольного луча L на двух смежных поверхностях, разделенных средой с показателем преломления n . Отсюда длина оптического пути между этими поверхностями будет

$$l = |n| \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}.$$

Если обозначить через l_0 ту же величину для параксиальных лучей, то волновая аберрация h луча для длины волны λ будет

$$h = \frac{l - l_0}{\lambda}. \quad (3.23)$$

Нормальная дисторсия есть $(|tg w| - |w|)C$, где $C = f' \operatorname{sign}(s'f') - s' + d_k$, s' — последний отрезок, d_k — расстояние от последней оптической поверхности до заданной поверхности фокусировки, которая может быть криволинейной. Полная дисторсия равна $y - |wC|$. В случае определения геометрической дисторсии y есть ордината точки пересечения главного луча с фокальной поверхностью; в случае определения астрономической дисторсии (см. § 2.6) y есть ордината «центра тяжести» монохроматического или полихроматического изображения. В случае криволинейного поля фотографирование происходит на искривленных пластинках, но измеряются они в спрямленном состоянии. Поэтому полная дисторсия есть $\Delta l_{\text{полн}} = R_{\text{поля}} \arcsin(y/R_{\text{поля}}) - |Cw|$.

Мы видим, что метод Федера позволяет выполнить расчет всех параметров системы, которые могут интересовать оптика и астроном. При этом следует отметить, что получаемые значения отражают совокупность аберраций всех порядков.

§ 3.7. Расчет децентрированных оптических систем

Реально изготовленная и собранная оптическая система никогда не может быть центрирована идеально точно: в ходе изготовления линз они могут иметь клиновидность и ошибки толщины, при сборке могут возникнуть перекосы и нарушения требуемых воздушных промежутков, в ходе эксплуатации — температурные и весовые воздействия, деформирующие оптическую систему. В некоторых зеркальных системах, особенно малосветосильных зеркальных солнечных телескопах, бывает желательно избежать центрального экранирования пучка лучей вторым зеркалом или кассетой. В этих случаях применяют внецентренные системы. Поэтому необходимо уметь определять влияние децентрировок на качество изображения и установить на них соответствующие допуски.

Децентрировки могут быть следующих видов (рис. 3.9):

1) Смещение линзы (или блока линз) или зеркала в меридиональной плоскости или в сагиттальной в направлении, перпендикулярном оптической оси. Смещение в меридиональной плоскости обозначим через Δy , а в сагиттальной Δz . Направление смещения будем считать положительным, если оно совпадает с направлением соответствующей оси.

2) Поворот оптических поверхностей или блоков линз. Поворот в сагиттальной плоскости вокруг оси y (или параллельной ей оси y') обозначим через α и будем его считать положительным, если вращение происходит в направлении от оси x (или x') к оси z (или z'). Поворот в меридиональной плоскости вокруг оси z (или вокруг параллельной ей оси z') обозначим через β и будем считать его положительным, если вращение происходит от оси y к оси x . Так как в трехмерном пространстве два последовательных поворота не обладают свойством переместимости, то первым считается всегда поворот на угол α , а вторым — на угол β , как указано на рис. 3.9.

3) Смещение Δx оптического элемента вдоль оптической оси тоже является погрешностью, однако расчет системы со смещениями вдоль оптической оси не представляет сложности: достаточно изменить расстояние d между поверхностями. Тем не менее в последующем рассмотрении мы включим и эту погрешность.

4) Сочетание смещения и поворота, можно разложить на сумму двух независимых децентрировок — смещение и поворот.

Если каждая из этих децентрировок мала, то их влияние пропорционально величине децентрировки и они аддитивны.

Пусть O_0 есть вершина последней центрированной поверхности $M_{k-1}M_{k-1}$ (рис. 3.10); x_0, y_0, z_0 — отвечающая ей координатная система. Будем считать, что это — $(k-1)$ -я поверхность в системе. Пусть O_1 — вершина следующей (k -й) поверхности M_kM_k до ее децентрировки, а x, y, z — ей отвечающая координатная система. Децентрировка переносит поверхность M_kM_k в положение $M'_kM'_k$, а точку O_1 в O'_1 ; теперь ей отвечает координатная система x'_1, y'_1, z'_1 .

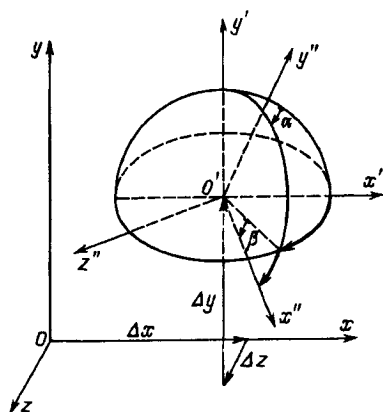


Рис. 3.9. Правило знаков при смещениях $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ вершины поверхности и при поворотах β и α . На рисунке все децентрировки положительны

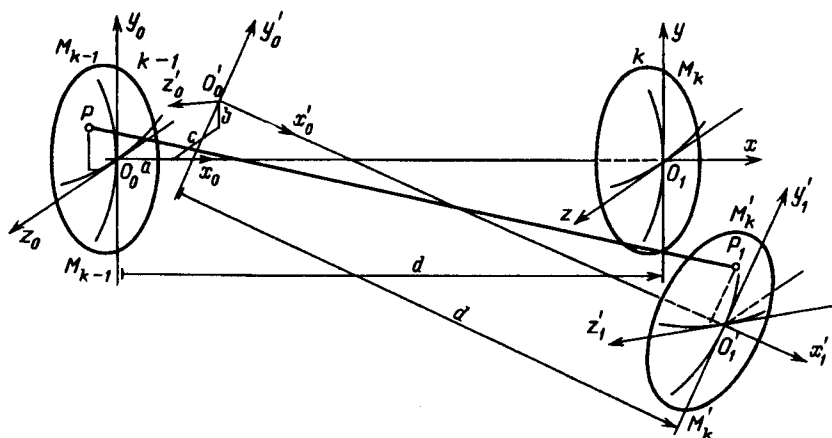


Рис. 3.10. Определение точки P в системе координат, скрепленной с децентрированной поверхностью $M_k'M_k'$

Предшествующим расчетом по формулам Федера мы могли определить координаты (x_p, y_p, z_p) точки P пересечения луча с $(k-1)$ -й поверхностью $M_{k-1}M_{k-1}$. Из этой точки выходит луч PP_1 . Для того, чтобы найти по формулам Федера координаты (x'_p, y'_p, z'_p) точки его пересечения с поверхностью $M_k'M_k'$, нам надо определить координаты точки $P(x_p, y_p, z_p)$ в системе (x'_0, y'_0, z'_0) , параллельной системе (x'_1, y'_1, z'_1) с началом O'_0 , отстоящим от вершины O'_1 поверхности $M_k'M_k'$ на расстояние $-d$, и (в этой же системе координат) направляющие косинусы луча. Координаты a, b, c точки O'_0 в системе координат (x_0, y_0, z_0) с началом в точке O_0 будут

$$\begin{cases} a = d(1 - \cos \alpha \cos \beta) + \Delta x, \\ b = d \sin \beta + \Delta y, \\ c = -d \sin \alpha \cos \beta + \Delta z. \end{cases} \quad (3.24)$$

Вычислим направляющие косинусы новой системы осей (x'_0, y'_0, z'_0) или (x'_1, y'_1, z'_1) относительно старой системы координат (x_0, y_0, z_0) :

	x'	y'	z'
x	$l_1 = \cos \alpha \cos \beta$	$l_2 = \cos \alpha \cos \beta$	$l_3 = -\sin \alpha$
y	$m_1 = -\sin \beta$	$m_2 = \cos \beta$	$m_3 = 0$
z	$n_1 = \sin \alpha \cos \beta$	$n_2 = \sin \alpha \sin \beta$	$n_3 = \cos \alpha$

(3.25)

Введем вспомогательные величины

$$\begin{cases} x_a = x_p - a, \\ y_b = y_p - b, \\ z_c = z_p - c, \end{cases} \quad (3.26)$$

где x_p, y_p, z_p есть координаты точки P встречи луча с $(k-1)$ -й поверхностью, полученные по формулам Федера для $(k-1)$ -й поверхности.

Найдем новые значения координат точки P в координатной системе (x_1', y_1', z_1') :

$$\begin{cases} x_p' = x_a l_1 + y_b m_1 + z_c n_1, \\ y_p' = x_a l_2 + y_b m_2 + z_c n_2, \\ z_p' = x_a l_3 + y_b m_3 + z_c n_3. \end{cases} \quad (3.27)$$

Определим направляющие косинусы луча в координатной системе (x_0', y_0', z_0') :

$$\begin{cases} X' = L' = Ll_1 + Mm_1 + Nn_1, \\ Y' = M' = Ll_2 + Mm_2 + Nn_2, \\ Z' = N' = Ll_3 + Mm_3 + Nn_3, \end{cases} \quad (3.28)$$

где L, M и N есть направляющие косинусы, используемые при расчетах в формулах Федера (см, § 3.5). Таким образом мы нашли новые координаты (x_p', y_p', z_p') точки P и направляющие косинусы X', Y', Z' луча в системе координат, скрепленной с децентрированной поверхностью. Эти координаты являются исходными для последующего расчета.

Для вычислений на ЭВМ необходимы специальные признаки, которые указывали бы номер децентрированной поверхности, сохраняют ли последующие ту же децентрировку или у них своя децентрировка или центрировка восстановилась. Если децентрировка продолжает сохраняться, то расчет следующих децентрированных поверхностей выполняется по обычным формулам Федера в центрированной системе координат — ведь последующие поверхности оказываются центрированными относительно предыдущей поверхности. Если центрировка восстановилась, то необходим возврат к старой системе координат. Это выполняется в обратной последовательности по сравнению с поворотами при децентрировке. При этом надо учесть, что в децентрированной группе оптических элементов сумма расстояний между их вершинами не изменяется (рис. 3.11). Вычисляем направляющие косинусы новой центрированной системы координатных осей (x'', y'', z'') относительно старых децентрированных осей x', y', z' :

	x''	y''	z''
x'	$l_1 = \cos\alpha \cos\beta$	$l_2 = -\sin\beta$	$l_3 = \sin\alpha \cos\beta$
y'	$m_1 = \cos\alpha \sin\beta$	$m_2 = \cos\beta$	$m_3 = \sin\alpha \sin\beta$
z'	$n_1 = -\sin\alpha$	$n_2 = 0$	$n_3 = \cos\alpha$

(3.29)

Далее находим проекции A_1 , B_1 и C_1 вектора $\vec{S}' = \vec{O'}O''$ на каждую из осей x' , y' , z' , определяющие смещение начала O'' относительно O' в системе координат x' , y' , z' :

$$\begin{cases} A_1 = -(\Delta x l_1 + \Delta y l_2 + \Delta z l_3), \\ B_1 = -(\Delta x m_1 + \Delta y m_2 + \Delta z m_3), \\ C_1 = -(\Delta x n_1 + \Delta y n_2 + \Delta z n_3). \end{cases} \quad (3.30)$$

Если восстановление происходит на поверхности $k+l$, не следующей непосредственно за децентрированной поверхностью k (т.е. $l > k+1$), то координаты точки P выхода луча из поверхности, предшествующей восстанавливаемой, надо сместить от вершины последней децентрированной поверхности. Положение начала O_2'' в системе координат (x', y', z') будет

$$\begin{cases} a = A_1 - (1 - \cos\alpha \cos\beta) \sum d, \\ b = B_1 - \cos\alpha \sin\beta \sum d, \\ c = C_1 - \sin\alpha \sum d, \end{cases} \quad (3.31)$$

где $\sum d$ есть сумма расстояний между вершинами поверхностей в децентрированной части системы. Если децентрирована одна поверхность, то $\sum d = 0$, если две, то $\sum d$ равна расстоянию между ними; а общем случае $\sum d$ есть толщина децентрированного блока поверхностей (рис. 3.11, 3.12). С полученными величинами a , b , c по формулам (3.26) мы находим x_a , y_b , z_c .

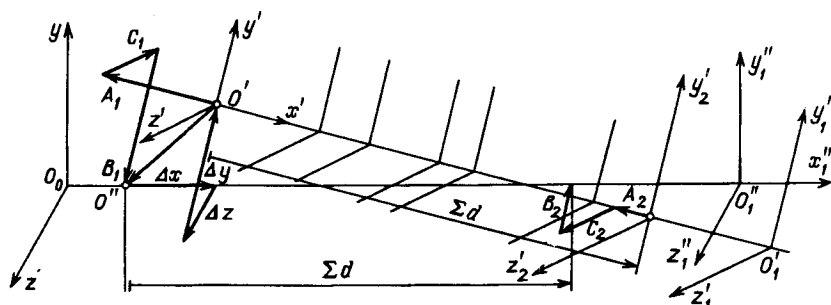


Рис. 3.11. Определение суммы расстояний Σd

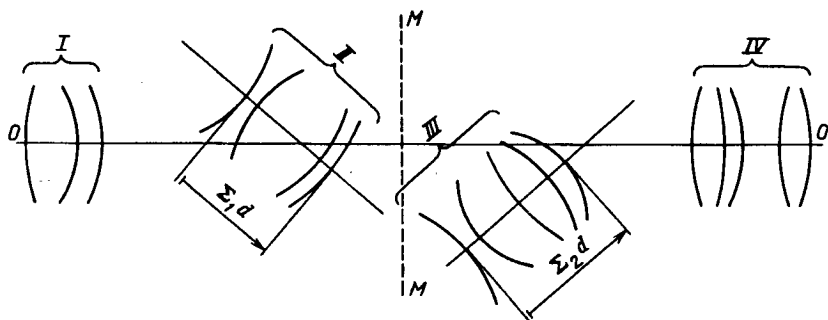


Рис. 3.12. Децентрированные блоки II и III толщиной $\Sigma_1 d$ и $\Sigma_2 d$ внутри системы. MM — фиктивная плоскость для задания децентрировок блока III относительно оси OO блока I

Если наступила новая децентрировка, непосредственно следующая за предыдущей, то ее параметры Δx , Δy , Δz , α и β должны быть заданы относительно предыдущей децентрированной части системы. Иногда это бывает сложно. Тогда можно ввести между двумя децентрированными блоками фиктивную плоскую поверхность MM , на которой восстановить центровку (рис. 3.12). В этом случае последующая децентрировка будет считаться относительно исходной децентрированной части системы.

§ 3.8. «Диаграмма пластинок» Бёрча

По-видимому, идея камеры Шмидта (см. § 9.1) натолкнула Х. Бёрча (Burch C.R. [1942]) на мысль о том, что в рамках теории aberrаций третьего порядка любое зеркало может рассматриваться как сферическое с наложенной на него воображаемой коррекционной пластинкой. Пластика вносит на зоне у такую задержку в отражаемый сферическим зеркалом волновой фронт, что он оказывается тождественным волновому фронту, отраженному реальным зеркалом. Эта задержка может быть положительной (равносильной яме на зеркале) или отрицательной. Следуя Г. Аллену (Allen G.W. [1975]) будем называть такую пластинку surf-lam. На рис. 3.13, а и б показана эквивалентность асферического зеркала сферическому с наложенной на него пластинкой surf-lam.

Система Шмидта с коррекционной пластинкой в центре кривизны сферического зеркала эквивалентна воображаемому идеальному зеркалу, свободному от сферической aberrации, комы и астигматизма третьего порядка (рис. 3.13, в). Будем называть такое зеркало *стигматичным*, а пластинку, находящуюся в центре кривизны зеркала, cent-lam как это ввел Аллен. Сферическое зеркало можно рассматривать как совокупность воображаемого идеального стигматичного зеркала

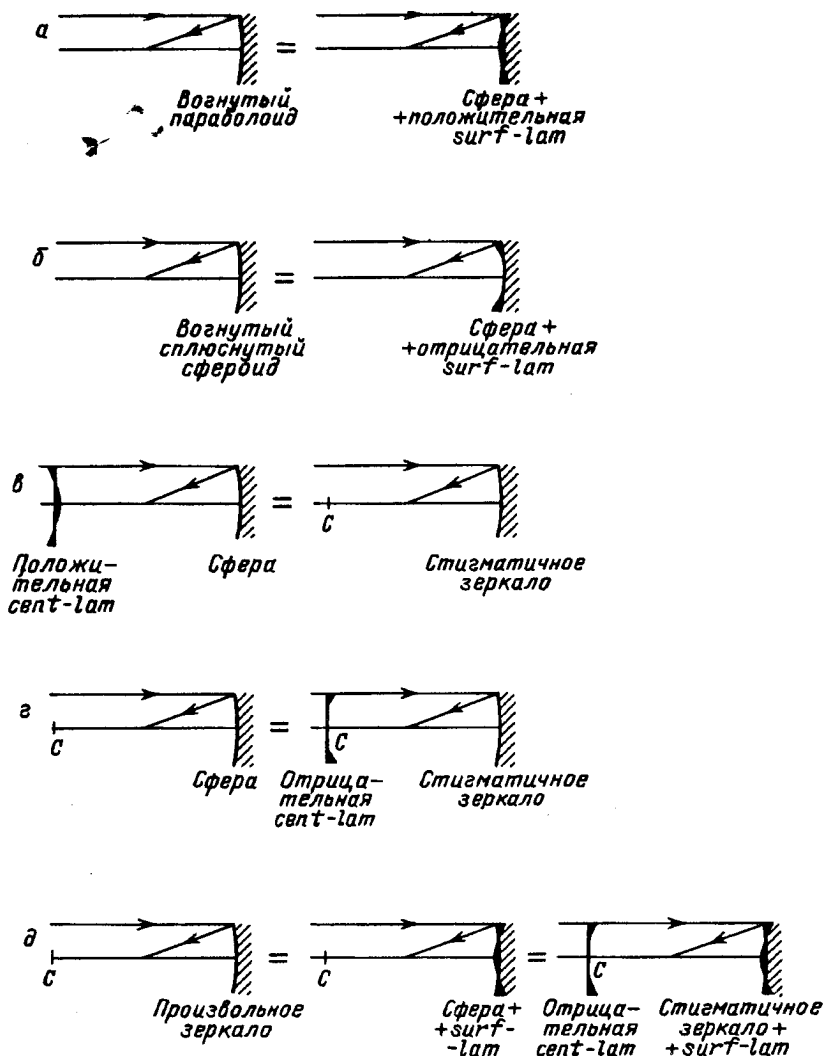


Рис. 3.13. Эквивалентность произвольного зеркала сферическому с наложенной на него пластинкой surf-lam (а и б), система Шмидта — идеальному (стигматическому) зеркалу (в), сферического зеркала — стигматическому с отрицательной cent-lam (г) и произвольного зеркала — стигматическому с пластинками surf-lam и cent-lam (д)

ла и помещенной в его центре кривизны отрицательной пластинки cent-lam (рис. 3.13,г). Будем обозначать пластинки surf-lam индексом S , а пластинки cent-lam — индексом C .

Отсюда следует, что любое реальное зеркало можно рассматривать как воображаемое стигма-

тичное + соответствующая surf-lam + отрицательная cent-lam (рис. 3.13, д).

Определим необходимые оптические силы пластинок Бёрча. Меридиональное сечение произвольной асферической поверхности второго порядка может быть описано разложением (1.22). Рассматривая абберации третьего порядка, достаточно ограничиться первыми двумя членами его,

$$x \approx \frac{1}{2r}y^2 + \frac{1}{8} \frac{1-e^2}{r^3}y^4,$$

где r — радиус кривизны зеркала при его вершине, e^2 — квадрат эксцентриситета его меридионального сечения. Для сферической поверхности $e^2 = 0$ и стрелка ее

$$x_{\text{сф}} \approx \frac{1}{2r}y^2 + \frac{1}{8r^3}y^4.$$

Отклонение произвольной поверхности вращения второго порядка от сферы выразится разностью этих выражений:

$$\Delta x = x_{\text{сф}} - x \approx \frac{1}{8} \frac{e^2}{r^3}y^4. \quad (3.32)$$

При отражении уклонение p_s волнового фронта удваивается:

$$p_s = 2\Delta x \approx \frac{1}{4} \frac{e^2}{r^3}y^4. \quad (3.33)$$

Такую задержку должна обеспечить surf-lam, наложенная на сферическое зеркало для того, чтобы сделать его эквивалентным рассматриваемому асферическому зеркалу. Условимся *силами пластинок* (в отличие от понятия оптическая сила, введенного в § 1.3) называть их оптические силы на зоне $y = 1$ и обозначать их через K_S и K_C . Тогда сила пластинки surf-lam

$$K_S = -\frac{e^2}{4r^3}, \quad (3.34)$$

и действие ее пропорционально четвертой степени зоны y .

Найдем силу пластинки cent-lam. Действие пластинок cent-lam и surf-lam должно полностью взаимно компенсироваться, если зеркало, к которому они относятся, само по себе идеально. Таким зеркалом является эллиптическое для сопряженных точек, совпадающих с его фокусами. Пластинка cent-lam должна вызывать задержку

$$p_C = -\frac{e^2}{4r^3}y^4, \quad (3.35)$$

где зона y измеряется на поверхности зеркала (рис. 3.14). В плоскости пластинки cent-lam зона y' будет

$$y' = y \frac{s - r}{s},$$

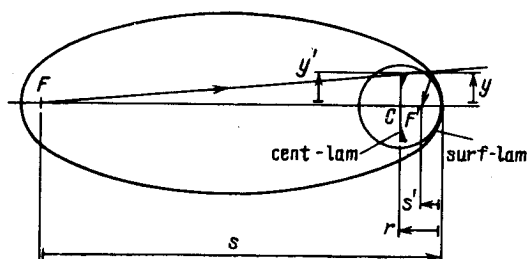


Рис. 3.14. К выводу формулы (3.36)

поэтому

$$p_C = -\frac{e^2}{4r^3} \left(\frac{s}{s-r} \right)^4 y'^4,$$

где s' — последний отрезок. Если предмет находится в бесконечности, то s' совпадает с фокусным расстоянием зеркала.

Для эллипсоида $\frac{s}{s-r} = -\frac{s'}{s'-r} = \frac{1}{e}$, следовательно

$$p_C = -\frac{1}{4r^3} \left(\frac{s'}{s'-r} \right)^2 y'^4$$

и сила пластинки cent-lam будет

$$K_C = +\frac{1}{4r^3} \left(\frac{s'}{s'-r} \right)^2. \quad (3.36)$$

Эта формула справедлива не только для эллиптического зеркала, но и для любого другого зеркала второго порядка.

Таким образом, можно сказать, что каждое зеркало второго порядка можно рассматривать как стигматическое + surf-lam силой $\frac{e^2}{4r^3}$ + отрицательная cent-lam

силой $\frac{1}{4r^3} \left(\frac{s'}{s'-r} \right)^2$. Для первого зеркала рефлектора объект лежит в бесконечности, и сила его пластинки cent-lam будет

$$k_C = \frac{1}{4r^3}. \quad (3.36')$$

Мы всегда считаем, что луч в оптическую систему входит слева. Поэтому на каждое нечетное зеркало многозеркального телескопа он падает слева, на каждое четное — справа. Обобщая формулы (3.34) и (3.36) на случай j -го зеркала системы (вогнутого или выпуклого), получим (Михельсон Н.Н. [1979а])

$$K_{S,j} = (-1)^j \frac{e_j^2}{4r_j^3}, \quad K_{C,j} = -(-1)^j \frac{1}{4r_j^3} \left(\frac{s'_j}{s'_j - r_j} \right)^2. \quad (3.37)$$

Для дальнейшего необходимо суметь перенести каждую из пластинок в пространство предметов рассматриваемой оптической системы телескопа. Любая пластинка, находящаяся в пространстве изображений (или в одном из промежуточных пространств), может быть заменена своим параксиальным изображением в пространстве объектов. При этом кривизна пластинки может не приниматься во внимание. При такой замене необходимо учитывать, что диаметр пластинки (a , стало быть, и зона y) сохраняется, в то время как изображение переносится с увеличением s'/s . Так как в формулы (3.33) и (3.34) зона y входит в четвертой степени, то при переносе пластинки из одного пространства в другое сила ее должна изменяться пропорционально $(s/s')^4$.

Для первого зеркала рефлектора обе его пластинки лежат в пространстве объектов, и их силы

$$K_S = -\frac{e^2}{4r^3}, \quad K_C = \frac{1}{4r^3}. \quad (3.37')$$

Для j -й поверхности сложной системы сила ее пластинок, перенесенных в пространство объектов, будет

$$\begin{cases} K_{S,j}^* = (-1)^j \frac{e_j^2}{4r_j^3} \prod_{i=1}^{j-1} \left(\frac{s_{S,i}}{s_{S,j}'} \right)^4, \\ K_{C,j}^* = (-1)^{j+1} \frac{1}{4r_j^3} \left(\frac{s_{C,j}}{s_{C,j}' - r_j} \right)^{2j-1} \prod_{i=1}^{j-1} \left(\frac{s_{C,i}}{s_{C,i}'} \right)^4, \end{cases} \quad (3.38)$$

где $s_{C,i}$ — положение i -й пластинки септ-лам в пространстве предшествующем i -му зеркалу, а $s_{C,i}'$ — в пространстве, следующем за ним

(рис. 3.15); $s_{S,i}$ и $s_{S,i}'$ — соответственно то же для пластинки surf-lam. Звездочки обозначают, что силы соответствующих оптических пластинок относятся к их изображениям в пространстве объектов.

В сложной оптической системе можно суммировать влияние отдельных пластинок, если по правилам параксиальной оптики построить их изображения в пространстве объектов. Для этого необходимо знать конструктивные элементы системы в области оптики Гаусса, т.е. радиусы кривизны поверхностей, расстояния между

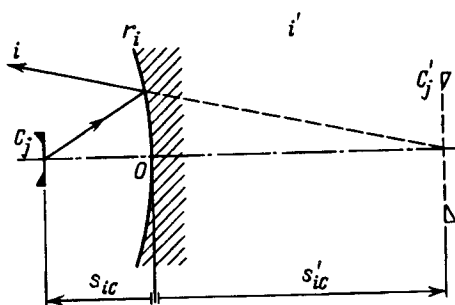


Рис. 3.15. Перенос изображения j -ой пластинки из пространства i в пространство i'

вершинами и показатели преломления сред. Может случиться, что та или иная пластинка, перенесенная в пространство предметов, окажется за системой и физически лучи света пройти через нее не смогут. Это несущественно, так как пластинки являются математической фикцией. Но в любом случае они воздействуют на волну и оказывают влияние на аберрации третьего порядка, даже в случае, если свет не может их достичь.

Расположим вдоль оптической оси все изображения пластинок, перенесенные в пространство объектов (на рис. 3.16 приведен пример для двухзеркальной системы). Припишем им номер соответствующей поверхности и укажем их силы. Положение d^* изображений пластинок будем отсчитывать от входного зрачка системы. Расстояние его от первой поверхности системы обозначим через t . Построенный таким образом график получил название «диаграммы Бёрча» или «диаграммы пластинок». Условно рассмотрим эти пластинки как массы, расположенные на рычаге с точкой опоры во входном зрачке. При этом

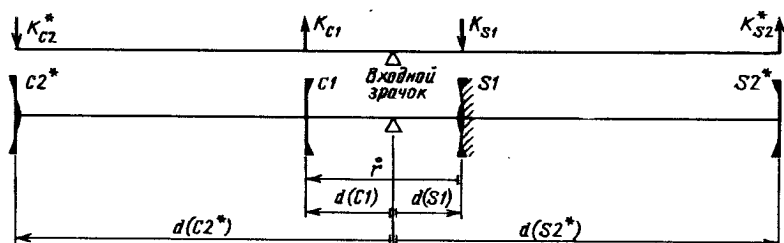


Рис. 3.16. «Диаграмма пластинок» Бёрча для двухзеркальной системы. Звездочки обозначают изображение пластинок второго зеркала в пространстве предметов

будем считать, что масса пластинки пропорциональна ее силе. В соответствии со знаком силы пластинок следует считать, что массы могут быть положительными (на рис. 3.16 они обозначены стрелками, направленными вниз) и отрицательными (на рис. 3.16 они обозначены стрелками, направленными вверх). Тогда, как показал Х.Бёрч (Burch C.R. [1942]):

1) Угловая сферическая аберрация системы пропорциональна общей массе всех пластинок на рычаге,

$$\eta_I = C_I \sum (K_S^* + K_C^*) y^3; \quad (3.39)$$

2) Угловая кома пропорциональна несбалансированному моменту относительно опоры рычага,

$$\eta_{II} = C_{II} \sum (K_S^* d_S^* + K_C^* d_C^*) y^2 w; \quad (3.40)$$

3) Угловой астигматизм пропорционален моменту инерции относительно опоры рычага,

$$\eta_{III_a} = C_{III_a} \sum (K_S^* d_S^{*2} + K_C^* d_C^{*2}) y w^2; \quad (3.41)$$

4) Та часть угловой дисторсии, которая не является нормальной, пропорциональна моменту третьего порядка масс относительно опоры рычага,

$$\eta_V = C_V \sum (K_S^* d_S^{*3} + K_C^* d_C^{*3}) w^3, \quad (3.42)$$

где C_I , C_{II} , C_{III_a} и C_V есть коэффициенты пропорциональности. Определим их. Для этого рассмотрим одиночное зеркало второго порядка. Забегая вперед укажем, что для него

$$I = \frac{1}{4}(1 - e^2), \quad II = -\frac{1}{2}, \quad III_a = +1.$$

С другой стороны, угловые аберрации (см. табл. 2.1)

$$\eta_I = \frac{1}{2} \frac{y^3}{f^3} I, \quad 3\eta_{II} = -\frac{3}{2} \frac{y^2}{f^2} w II, \quad \eta_{III_a} = -\frac{y}{2f} w^2 III_a.$$

Сопоставляя эти значения с (3.39) — (3.41), получаем, что $C_I = 4$, $C_{II} = 4$, $C_{III_a} = 4$.

Что касается дисторсии, то стигматичная сфера Бёрча не свободна от дисторсии между объектом и плоскостью изображений, а, как показал Э. Линфут (Linfoot E.H. [1955, a] гл. IV, § 1.3), дисторсия отсутствует только между объектом и сферой изображений, концентричной с анастигмирующей сферой. Таким образом сфера плюс анастигмирующие пластинки, на которые мы разбиваем систему, вносят свою долю в дисторсию. Эта доля должна быть прибавлена для того, чтобы получить истинную величину этой аберрации. Полная величина коэффициента дисторсии $\sum V$ складывается из двух частей:

1. Члена $8 \sum_i K_i d_i^3$, которую дает диаграмма Бёрча (выражение вида $\sum K d^m$ здесь и далее есть сокращенная запись суммы вида $\sum (K_S^* d_S^{*m} + K_C^* d_C^{*m})$).

2. Члена Линфута $\sum_i P_i d_{C,i}^*$, где P_i — кривизна Пецваля i -го оптического элемента системы $\left(P_i = \frac{n'_i - n_i}{n'_i n_i} \frac{1}{r_i} \right)$, а $d_{C,i}^*$ — положение изображения пластинки cent-lam в пространстве объектов,

$$\sum V = 8 \sum K^* d^{*3} + \sum P d_C^{*3}. \quad (3.43)$$

Параксиальные свойства оптической системы являются функциями радиусов кривизн оптических поверхностей, показателей преломления оптических материалов, толщин линз и расстояний между оптическими поверхностями, а аберрации

третьего порядка являются функциями оптических сил пластинок Бёрча.

Учитывая полученные значения коэффициентов пропорциональности, входящих в формулы (3.39) — (3.42), и формулу (2.1) (связывающую продольную и угловую абберации и общую для сферической абберации, комы и астигматизма), найдем выражение для коэффициентов аббераций, выраженные через массы пластинок Бёрча:

$$\begin{cases} \Sigma I = 8(\Sigma K^*)f'^3, \\ \Sigma II = -8(\Sigma K^*d^*)f'^2, \\ \Sigma III_a = 8(\Sigma K^*d^{*2})f', \\ \Sigma V = -8(\Sigma K^*d^{*3}) + 2\Sigma \frac{d_C}{r}. \end{cases} \quad (3.44)$$

Положения изображений пластинок на диаграмме Берча отсчитываются от входного зрачка $t = -d_{S,1}$. Это позволяет получить известные зависимости отдельных аббераций от положения входного зрачка. Так как $\Sigma I = 8(\Sigma K^*)f'^3$, а K^* не зависит от положений пластинок Бёрча, т.е. от положения входного зрачка, то сферическая абберация не зависит от положения входного зрачка:

$$\Sigma I_{t \neq 0} = \Sigma I_{t=0}. \quad (3.45)$$

Для других аббераций

$$\Sigma II_{t \neq 0} = \Sigma II_{t=0} + \frac{t}{f'} \Sigma I, \quad (3.46)$$

$$\Sigma III_{a_{t \neq 0}} = \Sigma III_{a_{t=0}} + 2\frac{t}{f'} \Sigma II_{t=0} + \left(\frac{t}{f'}\right)^2 \Sigma I, \quad (3.47)$$

$$\Sigma IV_{t \neq 0} = \Sigma P + \Sigma III_{a_{t \neq 0}}, \quad (3.48)$$

$$\Sigma IV_{a_{t \neq 0}} = \Sigma P + 2\Sigma III_{a_{t \neq 0}}, \quad (3.49)$$

$$\Sigma III_{t \neq 0} = \Sigma P + 3\Sigma III_{a_{t \neq 0}}, \quad (3.50)$$

$$V_{t \neq 0} = \Sigma V_{t=0} + \frac{t}{f'} \Sigma III_{t=0} + 3\left(\frac{t}{f'}\right)^2 \Sigma II_{t=0} + \left(\frac{t}{f'}\right)^3 \Sigma I. \quad (3.51)$$

Кривизна Пецваля не зависит от положения входного зрачка:

$$\Sigma P_{t \neq 0} = \Sigma P_{t=0}. \quad (3.52)$$

Учитывая (2.28'), формулу (3.51) можно записать в виде

$$\Sigma V_{t \neq 0} = \Sigma V_{t=0} - \frac{t}{f'} (3\Sigma III_{a_{t=0}} + \Sigma P) + 3\left(\frac{t}{f'}\right)^2 \Sigma II_{t=0} - \left(\frac{t}{f'}\right)^3 \Sigma I. \quad (3.51')$$

Из формул (3.45)—(3.51) вытекает важное следствие: при исправлении первых n aberrаций третьего порядка aberrация с номером $n+1$ не зависит от положения входного зрачка.

Применение метода диаграммы пластинок Бёрча особенно удобно при исследовании чисто зеркальных систем.

§ 3.9. Метод М.М. Русинова композиции оптических систем

М.М. Русинов [1989] предложил метод разработки оптических систем, названный им *композицией оптических систем*. Метод основан на классификации оптических элементов и поверхностей по той роли, которую они выполняют в системе. Те оптические элементы (линзы, зеркала), которые определяют оптическую силу прибора, М.М. Русинов назвал *базовыми* (или *силовыми*) и обозначил буквой Б. Линзы, обладающие незначительной оптической силой и предназначенные для исправления кривизны поля, названы *коррекционно-силовыми*—КС. Оптические элементы типа афокальных линз, афокальных менисков, коррекционных пластинок Шмидта и их аналогов, planoидных зеркал названы *коррекционными элементами* и обозначены буквой К.

Оптические поверхности обозначены:

- о — плоская поверхность,
- к — поверхность, concentричная зрачку,
- а — изопланетическая поверхность, вносящая одинаковые aberrации по всему полю,
- кф — конфокальная поверхность,
- асф — асферическая поверхность,
- сф — сферическая поверхность,
- п — параболическая поверхность,
- э — эллиптическая поверхность,
- г — гиперболическая поверхность,
- б — близфокальная поверхность, обладающая положительной оптической силой,
- эв — эвольвентная поверхность,
- з — зеркальная поверхность.

Форма линз в классификации М.М. Русинова обозначается скобками:

- () — двояковыпуклая линза;
-) (— двояко-вогнутая линза,
-)) — менискообразная линза,
-) М) — или М(— мениск Д.Д. Максудова,
- || — плоскопараллельная пластинка.

Корректоры aberrации удобно обозначать их назначением, помещенным в квадратные скобки: Комд $[\Delta s'_y]$, Ком $[3\rho_{II}]$, Ком $[\Delta s'_{sm}]$ — компенсаторы сферической aberrации, комы, астигматизма.

Базовая система может содержать одну, две или, реже, несколько линз. Например, можно выбрать однолинзовый объектив с апланатической линзой, который получит обозначение «Б (а, кф)», или с линзой Шварцшильда с минимальной сферической аберрацией и исправленной комой (см. § 4.8) с ретушированной первой поверхностью «Б (асф, а)». Система Шмидта с линзой Пиацци-Смита (см. § 5.5) получит обозначение

$$\{ \text{Ком} [\Delta s'_y] | o, \text{асф} | + \text{Сз, сф}) + \text{К}) \text{сф, сф} | \},$$

а менисковая система Д.Д. Максудова —

$$\text{К)М) + Бз, сф }.$$

Описанный метод облегчает выбор типа системы; особенно целесообразен он при расчетах фотографических объективов астрографов.

Из 16 формально возможных сочетаний базовых линз с поверхностями типов к, а, б и о реальны только пять: Б|о,к|, Б(к,к), Б(к,б|, Б(к,б(, Б(а,к(, Б(к,а(. Из этих типов базовых линз линзы типов Б(к,б| и Б(к,б(ввиду их большой толщины в астрономических объективах применения не получили. Каждый базовый элемент может быть разделен на две линзы или сочетаться с базовым элементом другого типа. Уменьшить сферическую аберрацию плосковыпуклой базовой линзы можно, используя сочетание такой линзы с апланатической поверхностью, создав систему Б|о,к) + Б(а,к). Эффективным методом уменьшения аберраций является разделение одной линзы на две с той же суммарной оптической силой, но с менее крутыми поверхностями. Подробнее об этом будет сказано в § 5.6.

§ 3.10. Методы автоматической оптимизации оптических систем

Расчеты с использованием методов исправления аберраций третьего порядка бесконечно тонких компонентов дают лишь приближенное исправление аберраций. Реальная система, как правило, всегда требует дополнительного исправления, во-первых, потому, что имеются аберрации высших порядков, и, во-вторых, потому, что реальные значения толщин линз меняют характеристики системы.

Расчет по формулам Федера позволяет определить свойства и оценить качества рассматриваемой системы. Как правило, исходная система не удовлетворяет всем поставленным требованиям, и ее необходимо улучшить или, как говорят оптики, *оптимизировать*. Для этого используется ряд методов. Мы опишем лишь принципы этих методов. Практические рецепты читатель может найти в монографии С.А. Родионова [1982].

Известно несколько различных методов оптимизации оптических систем, которые можно разделить на три группы:

1. Исправление отдельных аберраций.
2. Исправление суммы квадратов аберраций или суммы квадратов произведений отдельных аберраций на приписанные им веса.

3. Исправление качества изображения независимо от того, какими причинами оно испорчено или какимиотягощено аберрациями. Рассмотрим их в общих чертах в отдельности.

Исправление отдельных оберраций выполняется в следующей последовательности: вычисляются поперечные, угловые или волновые аберрации a_i исходной системы; последовательно меняются те радиусы кривизны, квадраты эксцентриситетов, расстояния между поверхностями и другие параметры, изменяя которые предполагается улучшить систему; это позволяет вычислить частные производные $\partial a_i / \partial c_j$ каждой из исправляемых аберраций a_i по конструктивным параметрам c_j системы. Выбор соответствующих конструктивных параметров зависит от степени влияния каждого из них на соответствующие аберрации. Знания, опыт и интуиция оптика должны подсказать правильный выбор параметров. Меняя их, определяют изменение аберраций. В результате получается матрица частных производных

$$\left\| \frac{\partial a_i}{\partial c_j} \right\|. \quad (3.53)$$

Если влияние параметров на аберрации заранее не известно, то эта матрица дает полную информацию об этом. Матрице (3.53) соответствует система линейных уравнений

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial a_i}{\partial c_j} \Delta c_j = a_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m), \quad (3.54)$$

где m — число исправляемых аберраций, а n — число используемых конструктивных параметров системы. Если $m = n$, то имеем линейную систему m уравнений с m неизвестными, которая решается обычными методами (например, последовательными исключениями неизвестных). Если же $m > n$, то мы имеем избыточную систему условных уравнений, которую следует решать по методу наименьших квадратов. При этом каждой из аберраций можно придать соответствующий вес. Решение системы уравнений (3.54) дает значение поправок Δc_j конструктивных параметров. Тогда новое значение $c'_j = c_j + \Delta c_j$ приводит к уменьшению аберраций. Однако ввиду сложности и нелинейности реальных зависимостей (которые мы аппроксимировали линейными уравнениями (3.54)) необходимо использовать несколько приближений. Кроме того, для того, чтобы процесс был сходящимся, приходится вводить так называемые *демпфирующие множители*, замедляющие ход решения. Пусть, например, реальная зависимость аберрации a от конструктивного параметра c имеет вид, представленный на рис. 3.17. Пусть исходное значение изменяемого конструктивного параметра имеет значение c_0 ; ему соответствует аберрация

a_0 и частная производная, равная $\frac{\partial a}{\partial c} = \operatorname{tg} \alpha$. В результате, если не

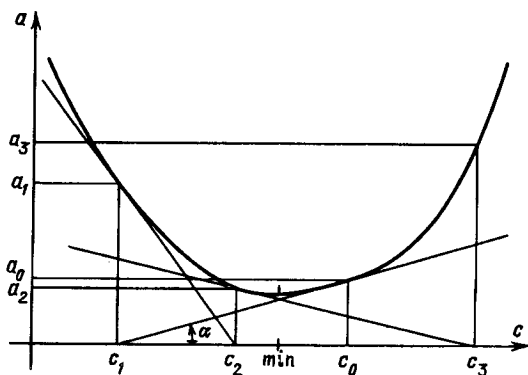


Рис. 3.17. Пояснение процесса последовательных приближений при нелинейной зависимости $a(c)$

использовать демпфирование, то мы находим необходимое приращение $\Delta c = c_0 c_1$, которое приводит к новому значению конструктивного параметра $c_1 = c_0 + \Delta c$ и аберрации a_1 . Если между значениями c_0 и c имелся минимум функции $a(c)$, то может оказаться, что $a_1 > a_0$. Дальнейший процесс ($a_2(c_2)$, $a_3(c_3)$, ...) будет неустойчивым. Более того, чем ближе c_0 к оптимальному значению c_{opt} , отвечающему минимуму функции $a(c)$, тем меньше будет абсолютная величина частной производной и тем больше будет значение Δc . Наступает «раскачка», процесс перестает сходиться. Вообще же процесс следует продолжать до тех пор, пока значения исправляемых аберраций не станут меньше заданных допусков. Абсолютное исправление аберраций бессмысленно.

Такой принцип коррекции системы имеет следующие преимущества:

1) он позволяет минимизировать как аберрации, так и отклонение аберраций от заранее заданного значения. Это существенно в тех случаях, когда расчету подлежит лишь часть системы, например перекидывающий объектив, переносящий изображение, построенное предшествующей частью системы, в другую плоскость, окуляр и т.п. В этом случае аберрации уже существующей предшествующей части системы должны быть компенсированы аберрациями последующей части.

2) метод применим в тех случаях, когда необходимо исправить некоторые вполне определенные аберрации — например, кому или хроматизм. Однако всегда следует учитывать влияние разных конструктивных параметров на исправляемую аберрацию и вообще принципиальную возможность исправления данной аберрации в объективе рассматриваемого типа.

Исправление качества изображения. Минимизируется та или иная оценочная функция, характеризующая качество

изображения. Такой функцией может быть полный размер кружка изображения, или, лучше, среднее квадратическое рассеяние света в абберрационных кружках по всему полю (действительно, если из 500 точек точечной диаграммы 450 уложатся компактно в кружок размером, скажем 12 мкм, а 50 создадут ореол поперечником 70 мкм, то всякий предпочтет такое изображение изображению, в котором все 500 точек равномерно распределены по площадке диаметром 50 мкм). Выбранная оценочная функция зависит от всех конструктивных параметров системы и включает все точки поля. В зависимости от назначения телескопа может требоваться хорошее изображение по всему полю или только в центре, а к краю допустимо его ухудшение. Поэтому разным полевым углам можно приписать разные веса $G(w)$. Тогда оценочной функцией будет средневзвешенное по полю рассеяние точек в точечной диаграмме,

$$\mathcal{F}(c_1, c_2, \dots, c_k) = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\sum_{j=1}^n (\rho_j - \bar{y})^2}{n-1} \right)^{1/2} G(w_i)}{\sum_{i=1}^m G(w_i)}, \quad (3.55)$$

где $c_1, c_2, \dots, c_k$ — конструктивные элементы оптической системы, предназначенные для минимизации оценочной функции $\mathcal{F}$,

$\sum_{j=1}^n (\rho_j - \bar{y})$ — сумма расстояний каждой точки от средней (см. рис.

2.10), n — число точек в точечной диаграмме, m — число полевых углов, которые принимаются во внимание. В качестве средней ординаты $\bar{y}$ целесообразно брать «центр тяжести» полихроматического изображения, т.е.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{\lambda=1}^l \sum_{j=1}^n y_{\lambda,j}}{ln}, \quad (3.56)$$

где суммирование идет по всем рассматриваемым длинам волн.

Исправление суммы квадратов поперечных аббераций. Оптимизируется одна оценочная функция $\mathcal{F} = \sum_i a_i^2 g_i$, где a_i — значение i -й угловой, волновой или, чаще, поперечной абберации, а g_i — веса аббераций. Этот метод позволяет корректировать не только качество изображения, но и уклонение последнего от заданного значения и такую абберацию, как дисторсия.

Поиск минимума оценочной функции $\mathcal{F}$ может выполняться разными методами нелинейного программирования. Обычно характер « k -мерного рельефа» имеет вид слабо изогнутой «лощины», но могут

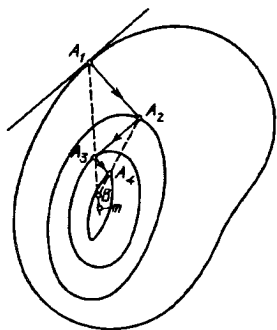


Рис. 3.18. Зигзагообразная траектория при использовании метода наискорейшего спуска в случае оценочной функции, зависящей от двух переменных. Замкнутые кривые — изолинии оценочной функции, m — точка ее минимума. Штриховые линии — «направляющие» прямые, B — точка их пересечения

иметь место и отдельные «ямы». В последнем случае, если исходная точка взята на склоне одной из «ям», то процесс (если начальный шаг взят достаточно малым) приведет к ее «дну». При этом соседние «ямы» могут оказаться более «глубокими». Таким образом, процесс не гарантирует нахождение абсолютного минимума оценочной функции, а лишь определение локального минимума.

Рассмотрим принципы некоторых методов нелинейного программирования.

Метод наискорейшего спуска. В исходной точке и на каждом шаге (в некоторых модификациях через каждые несколько шагов) определяется вектор градиента и выполняется шаг в антиградиентном направлении. Несмотря на свое «завлекающее» название метод не является наилучшим, так как процесс идет «зигзагообразно»: по траектории

$A_1 A_2 A_3 A_4 \dots$ (рис. 3.18), каждый раз в на-

правлении нормали к изолинии оценочной функции.

Метод сопряженных градиентов. Если проанализировать «зигзагообразную» траекторию метода наискорейшего спуска, то можно убедиться в том, что концы всех его шагов лежат на нескольких прямых. Сделав несколько шагов методом наискорейшего спуска, мы определяем пару таких «направляющих прямых» (на рис. 3.18 они штриховые). Минимум оценочной функции лежит на их пересечении. Последнее справедливо лишь с некоторым приближением, так как все зависимости крайне нелинейны.

Метод Ньютона. На каждом шаге каждая нелинейная оптимизируемая функция $\mathcal{F}(c_1, c_2, \dots, c_k)$ заменяется линейной путем разложения функции $\mathcal{F}$ в ряд Тейлора:

$$\mathcal{F}(c_1, c_2, \dots, c_k) = \mathcal{F}(c_1^{(0)}, c_2^{(0)}, \dots, c_k^{(0)}) + \sum_{j=1}^k \frac{\partial \mathcal{F}(c_1^{(0)}, c_2^{(0)}, \dots, c_k^{(0)})}{\partial c_j} \times (c_j - c_j^{(0)}) \quad (3.57)$$

($i = 1, 2, 3, \dots, m$).

Если число m оптимизируемых функций (например, аберраций) и число оптимизирующих параметров k равны друг другу, то мы получаем нормальную систему уравнений, решение которой определяет направление траектории спуска. Если число оптимизируемых функций m превышает количество используемых параметров k , то система (3.57) является избыточной и решать ее надо методом наименьших

квадратов. Если $m < k$, то используется метод неопределенных множителей Лагранжа, заключающийся в наложении дополнительных условий:

$$\mathcal{F}_i = 0; \quad \frac{\partial}{\partial c_i} [\mathcal{F} + \lambda \varphi(c_1, c_2, \dots, c_k)] = 0,$$

где $\varphi(c_1, c_2, \dots, c_k) = 0$ есть добавочные условия связи параметров c_i между собой (например, те или иные конструктивные требования). Определенный таким методом минимум называется *условным*.

Мы уже упоминали, что все эти методы обеспечивают определение лишь локального минимума. В некоторой степени от этого свободен метод случайного поиска. Он состоит в том, что в заданной области параметров методом случайных чисел перебирается ряд точек, и сгущение их производится до тех пор, пока не убеждаемся, что найдены все области локальных минимумов. Тогда уточнение абсолютного минимума выполняется одним из описанных выше способов.

Более подробно с методами автоматической оптимизации читатель может ознакомиться в монографиях В.Б. Леоновой [1970] и С.А. Родионова [1982].

§ 3.11. Программа OPTIC

В качестве примера кратко опишем разработанную и используемую в Главной астрономической обсерватории РАН (Пулковская обсерватория) программу расчета оптических систем OPTIC. Программа составлена на алгоритмическом языке Фортран-IV и использует формулы, приведенные в § 3.2 и 3.5–3.7. Она предназначена для расчета произвольных систем с осесимметричными поверхностями (т.е. она применима ко всем системам, кроме систем, содержащих анаморфотные поверхности, волоконно-оптические и нелинейные элементы). Короткая главная программа обращается к четырем подпрограммам: чтения исходных данных (F21), контрольной распечатки их (F22), чтения дополнительных сведений о характере децентрировок (DECEN) (только в том случае, если таковые имеются) и к коммутирующей подпрограмме (COMM). Последняя по желанию вычислителя обращается к одной или нескольким (в любой последовательности) основным подпрограммам OPT i ($i = 1, 2, \dots, 20$), осуществляющим следующие расчеты:

- расчет параксиальных лучей;
- расчет сферической аберрации, хроматизма и сферохроматизма;
- расчет комы;
- расчет астигматизма и кривизны поля;
- расчет дисторсии каждого монохроматического изображения и полихроматического изображения относительно главного луча средней длины волны и относительно центра тяжести полихро-

матического изображения на заданной плоской или сферической фокальной поверхности;

- расчет волновых aberrаций;
- расчет концентрации света (в %) в монохроматических кружках разных диаметров и в полихроматическом кружке;
- расчет дисперсии света в изображениях относительно: главного луча, центра тяжести каждого из монохроматических кружков и центра тяжести полихроматического кружка;
- построение точечных диаграмм без учета дифракции света;
- построение точечных диаграмм с учетом дифракции света (только в плоскости Гаусса);
- расчет выск г лучей (в меридиональной плоскости) на каждой из оптически поверхностей;
- расчет координат точек встречи лучей с заданной фокальной поверхностью и направляющих косинусов, печать их.
- автоматического переход к плоскости Гаусса;
- определение положения оптимального фокуса для каждого из полевых углов;
- определение положения и радиуса кривизны оптимальной фокальной поверхности.
- автоматический переход к оптимальной фокальной поверхности;
- расчет отсекателей в зеркальных и зеркально-линзовых системах, содержащих не менее двух зеркал;
- автоматическая оптимизация оптической системы методом минимизации заданных aberrаций;
- автоматическая оптимизация оптической системы методом минимизации оценочной функции (средняя взвешанная по полю дисперсия лучей в изображениях точек);
- модификация конструктивных параметров, что особенно удобно при расчете нескольких вариантов системы.

Программа OPTIC позволяет выполнять расчет систем, содержащих до 20 оптических поверхностей. Поверхности могут быть сферическими, асферическими второго порядка или заданы полиномом (1.32), содержащим до шести членов. Различных длин волн может быть до восьми и 21 полевой угол (только в меридиональной плоскости). Число зон в меридиональной плоскости 19, в сагиттальной 10. Предмет может находиться в бесконечности или на конечном расстоянии. Программа учитывает ограничение лучей оправками линз и зеркал, центральное экранирование. При этом форма оправ и центрального экранирования может быть круглая или прямоугольная.

В случаях, когда одна из основных подпрограмм требует для своей работы наличия данных, определяемых в другой основной, еще не работавшей подпрограмме, то обращение к таковой происходит автоматически. Все основные вычисления выполняются с удвоенной точностью. Имеется система «ключей», позволяющих управлять ходом вычислений или менять объем информации, выдаваемой на печать. Если та или иная из основных подпрограмм по каким-либо причинам не может быть выполнена, то на печать выдается соответствующая

информация, и коммутирующая программа вызывает следующую основную подпрограмму, заявленную разработчиком.

Упрощенная блок-схема программы OPTIC приведена на рис.3.19. Кроме указанных выше подпрограмм укажем на следующие:

ZERO осуществляет предварительное обнуление необходимых рабочих ячеек оперативной памяти; BLOCK1 вырабатывает признаки децентрировок, блокирующие работу подпрограмм OPT*i* в отдельных случаях; ANALA1 организует смену полевых углов или координат

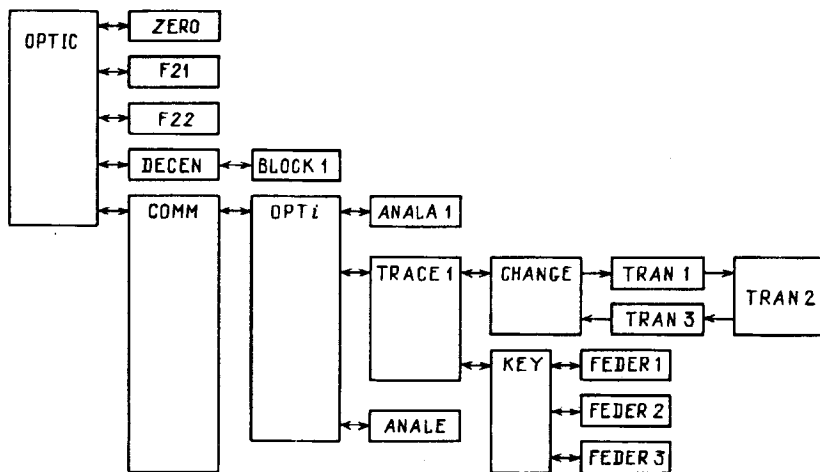


Рис. 3.19. Упрощенная блок-схема программы OPTIC

точек на предмете; ANALE осуществляет эту смену; TRACE1 управляет расчетом хода одного луча через всю систему, осуществляет смену поверхностей (радиусов кривизн, характеристик асферических поверхностей, промежутков между поверхностями, показателей преломления сред, световых диаметров и пр.); CHANGE выполняет смену зон на входном зрачке и полевых углов (если предмет в бесконечности) или координат точек на предмете (если он на конечном расстоянии); TRAN1, TRAN2 и TRAN3 используются в случае наличия децентрировок для преобразований координатной системы в соответствии с алгоритмом, описанным в § 3.7; KEY управляет выбором подпрограмм FEDER *i* (*i* = 1, 2, 3) в зависимости от того является данная поверхность сферой, асферикой второго порядка или описывается полиномом (1.32). В подпрограммах FEDER1, 2 и 3 выполняются вычисления по формулам, приведенным в табл. 3.1.

Кроме перечисленных подпрограмм отдельные основные подпрограммы OPT*i* обращаются к разным специальным подпрограммам (для расчета параксиальных лучей, определения положения центра тяжести изображения, максимального и минимального значений

ординат точек в точечной диаграмме, концентрации света в пятне; расчета дисперсии, определения экстремумов функции, вычисления значения оценочной функции, модификации конструктивных параметров, вычисления частных производных, градиентов, расчета дисторсии и для других целей).

Остановимся несколько подробнее на подпрограммах автоматической оптимизации оптических систем. Программа определения положения оптимального фокуса вычисляет дисперсию лучей в изображении, производную ее по последнему отрезку и осуществляет смещение вдоль оптической оси в антиградиентном направлении. После того как производная изменила знак, уточнение положения минимума дисперсии выполняется итерационным методом *regula-falsi*. При определении положения оптимальной фокальной поверхности учитываются веса изображений; веса принимаются пропорциональными квадратам полевых углов.

При оптимизации оптической системы методом минимизации отдельных аберраций вычислитель задает число NMA аберраций, подлежащих исправлению, и их имена NAMAB, приписывает каждой из них тот или иной вес, указывает число NMP конструктивных параметров (и их условные имена), изменяя которые, он предполагает улучшить оптическую систему. Программа вычисляет частные производные от каждой из исправляемых аберраций по каждому из указанных параметров и решает полученную систему уравнений. Если $NMA > NMP$, то система решается методом наименьших квадратов с использованием подпрограммы DLSS1 Н.Ф. Быстрова (1926-1988). Для стабилизации процесса вводятся удерживающие (демпфирующие) множители.

При оптимизации методом минимизации оценочной функции процесс делится на стадии. Первой стадией является антиградиентный спуск. После пересечения «дна лощины рельефа» оценочной функции методом *regula-falsi* уточняется дно лощины; это вторая стадия. Третьей стадией является движение вдоль «дна лощины». Если произошел «выброс» со дна, то повторяется вторая стадия. Такое чередование второй и третьей стадий при значительных затратах машинного времени на вычисление оценочной функции приводит к тому, что метод сходится значительно медленнее, чем предыдущий.

Часть подпрограмм разработана инженером Т.П. Олоновой, использованы подпрограммы Н.Ф. Быстрова, консультации и помощь Д.Д. Положенцева (мл.), Н.С. Тимашевой, Г.Б. Гельфрейха, К.А. Кондауровой, Л.И. Ягудина и других коллег. Всем им автор выражает глубокую благодарность, равно как всем операторам ЭВМ.

Глава 4

ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ТЕЛЕСКОПОВ

§ 4.1. Преломление луча на одиночной сферической поверхности. Сферическая aberrация третьего порядка при преломлении

Пусть пучок лучей выходит из точки A (рис. 4.1), лежащей на оптической оси на расстоянии s_0 от сферической преломляющей поверхности OM . Пусть радиус кривизны поверхности есть r , показатель преломления первой среды n , а второй n' . После преломления

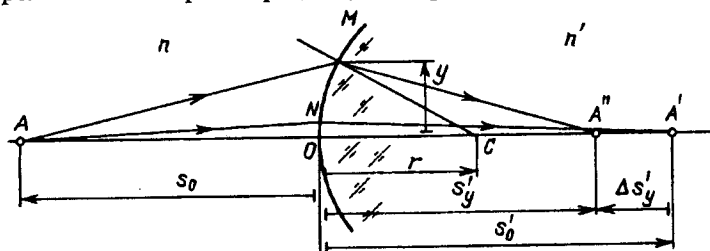


Рис. 4.1. Преломление луча на сферической поверхности

параксиальный луч AN пересечет оптическую ось в сопряженной точке A' , а луч AM — в точке A'' . Отрезки s_0 , s'_0 и s'_y связаны между собой зависимостью

$$s'_y = s'_0 + \Delta s'_y, \quad (4.1)$$

где

$$s'_0 = \frac{n's_0r}{(n' - n)s_0 + nr}, \quad (4.2)$$

$$\Delta s'_y \approx \frac{(n' - n)n(r - s)^2[(n' + n)r - ns]}{2n'sr[(n' - n)s + nr]^2} y^2. \quad (4.3)$$

Член s'_0 выражает параксиальный сопряженный отрезок (см. формулы (1.16) и (3.3)), а член $\Delta s'_y$ — продольную сферическую aberrацию

третьего порядка для зоны у. Для сокращения записей удобно ввести обозначение

$$K = \frac{(n' - n)n(r - s)^2[(n' + n)r - ns]}{2n'sr[(n' - n)s + nr]^2}. \quad (4.4)$$

Тогда

$$\Delta s'_y = y^2 K. \quad (4.3')$$

В первом приближении продольная сферическая абберация пропорциональна квадрату зоны у. В случае отражения следует формально считать $n' = -n$.

Хотя формула (4.3) является приближенной и имеет больше теоретический интерес (с этой целью мы будем использовать ее в дальнейшем), но в некоторых случаях она может быть использована и для практического расчета. Поэтому мы приводим программу для микрокалькуляторов, определяющую s'_0 , s'_y и $\Delta s'_y$. Вычисление s'_0 выполняется по строгой формуле (4.2). Более строгое вычисление продольной сферической абберации $\Delta s'_y$ после встречи луча с одиночной сферической (или плоской) преломляющей или отражающей поверхностью может быть выполнено по универсальной программе тригонометрического расчета хода луча или с использованием формул Фелера (см. § 3.3 и 3.5).

Программа 4.1

Расчет параксиального последнего отрезка s'_0 , продольной сферической абберации $\Delta s'_y$ и последнего отрезка s'_y для зоны у при преломлении произвольного луча на одиночной сферической поверхности (по формулам (4.1)–(4.3))

ИП1, ИП2, ИП5, ×, ×, П9, ИП5, ИП4, —, П6, ИП2, ×, ИП1, ИП4, ×, +, П8, +, П7, ИП6, ИП4, ×, ИП1, ИП2, —, Fx^2 , ×, ИП4, ИП5, +, ИП1, ×, ИП4, ИП2, ×, —, ×, 2, ÷, ИП9, +, ИП8, Fx^2 , ÷, ИП0, Fx^2 , ×, П9, ИП7, +, П8, С/П

Первоначальные засылки: $y \rightarrow$ П0, $r \rightarrow$ П1, $s_0 \rightarrow$ П2, $n \rightarrow$ П4, $n' \rightarrow$ П5. Результаты читаются из П7 $\rightarrow s'_0$, П8 $\rightarrow s'_y$, П9 $\rightarrow \Delta s'_y$. Вычисление занимает около 18 с.

Пример: $r = 1000$, $s_0 = -5000$, $n = 1,5$, $n' = 1,6$, $y = 100$. Результат: $s'_0 = -8000$, $s'_y = -8035,775$, $\Delta s'_y = -35,775$. Контрольное вычисление по универсальной программе тригонометрического расчета хода луча (§ 3.3) дало $s'_0 = -8000$, $s'_y = -8036,2461$, $\Delta s'_y = -36,2461$. Разница объясняется тем, что формула (4.3) учитывает абберации только третьего порядка.

Рассмотрим отдельные частные случаи.

Случай 1. Лучи идут из бесконечности ($s_0 = -\infty$). Тогда

$$s'_y = \frac{n'r}{n' - n} - y^2 \frac{n^2}{2n'(n' - n)r}. \quad (4.5)$$

Если при этом, как это обычно бывает, показатель преломления первой среды $n = 1$, то

$$s'_y = \frac{n'r}{n' - 1} - y^2 \frac{1}{2n'(n' - 1)r}. \quad (4.5')$$

С л у ч а й 2. Найдем такое положение точки A , при котором продольная сферическая абберация обращается в нуль. Для этого достаточно приравнять нулю числитель в (4.3) и решить полученное уравнение относительно s . Оно имеет два корня:

$$\begin{cases} s = r, \\ s = \frac{n' + n}{n} r. \end{cases} \quad (4.6)$$

Первый корень соответствует падению лучей на поверхность по нормальям к ней. При этом они не претерпевают преломления. Этот

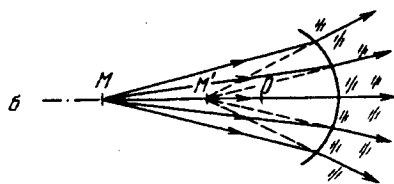
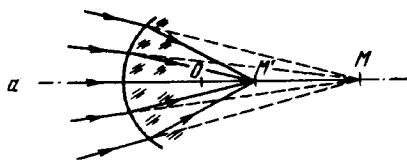


Рис. 4.2. Апланатические точки M и M' сферической поверхности

случай тривиален и имеет ограниченное практическое применение. Он используется тогда, когда надо впустить сходящийся или выпустить расходящийся пучок из одной среды в другую не внося в него аббераций и не изменив его сходимость. Второго корня соответствует решению, при котором сходимость пучка существенно изменяется (рис. 4.2, а и 4.2, б). Х. Гюйгенс показал, что в этих точках выполнено также и условие синусов, т.е. исправлена кома третьего порядка. Поэтому эти точки называются *апланатическими* точками Гюйгенса. Всего у сферической поверхности три

апланатические точки: в центре кривизны ($s = s' = r$) и на сопряженных расстояниях

$$s' = \frac{n + n'}{n'} r, \quad s = \frac{n + n'}{n} r \quad (4.6')$$

от вершины сферической поверхности.

С л у ч а й 3. Преломляющей поверхностью является плоскость ($r = \infty$). Тогда

$$s'_y = s \frac{n'}{n} + y^2 \frac{(n'^2 - n^2)}{2nn's} \quad (4.7)$$

и апланатические точки оказываются расположенными в бесконечности. Гомоцентрический пучок при преломлении через плоскую поверхность перестает быть гомоцентрическим. Гомоцентричность сохраняется лишь если $n' = n$ или $n' = -n$. Первый из этих случаев соответствует преломлению

через плоскость раздела двух сред с одинаковыми показателями преломления, что неинтересно; второй — соответствует отражению в плоском зеркале. Гомоцентричность при преломлении на плоскости сохраняется в предельном случае, когда лучи идут параллельным пучком из бесконечности ($s = -\infty$).

Зная продольную сферическую абберацию (4.3), используя формулы (2.1) — (2.3), легко найти соответствующие выражения для поперечной ρ_y , угловой η_y и волновой h_y аббераций третьего порядка в плоскости Гаусса:

$$\rho_y = \frac{y^3}{s_0'} K, \quad (4.8)$$

$$\eta_y = \frac{y^3}{s_0'^2} K, \quad (4.9)$$

$$h_y = -\frac{y^4}{4s_0'^2} K. \quad (4.10)$$

Надлежащей перефокусировкой (см. § 2.3) можно уменьшить волновую абберацию третьего порядка и кружок рассеяния в 4 раза.

§ 4.2. Преломление луча на одиночной асферической поверхности. Ретушь преломляющей сферической поверхности

Сферическая абберация третьего порядка при преломлении на асферической поверхности выражается формулой

$$\Delta s_y' = s_y' - s_0' = \frac{n' s N}{(n' - n)s + nN} + y^2 \frac{(n - n')n(N - s)^2 [(n' + n)N - ns]}{2n' s N [(n' - n)s + nN]^2} - s_0', \quad (4.11)$$

где N есть длина нормали MC в точке M (см. рис. 3.4). Если поверхность является асферикой второго порядка, то

$$N = \sqrt{\bar{r}^2 + y^2 e^2 \operatorname{sign} \bar{r}}, \quad (4.12)$$

где $\bar{r}$ — радиус кривизны при вершине, y — зона, e^2 — квадрат эксцентриситета. Символ sign имеет следующий смысл:

$$\operatorname{sign} \bar{r} = \begin{cases} +1, & \text{если } \bar{r} > 0, \\ -1, & \text{если } \bar{r} < 0. \end{cases}$$

В общем случае, если поверхность является асферикой более высокого порядка, то

$$N = \left| y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} \right| \operatorname{sign} \bar{r}. \quad (4.12')$$

Последний отрезок s_0' , входящий в (4.11), определяется по формуле (1.16).

Формула (4.3) справедлива для строго сферической преломляющей поверхности. Попытаемся исправить сферическую aberrацию, несколько деформируя сферическую преломляющую поверхность. Всякое отступление от правильной сферической формы приводит к тому, что поверхность становится *асферической*. Мерой δ_y асферичности является отстояние этих поверхностей друг от друга, измеряемое на зоне y в направлении, параллельном оптической оси (см. рис. 1.11). Для этого нанесем на сферу такую *асферичность* δ_y , чтобы вызванная ею волновая aberrация

$$h_y = (1 - n/n')\delta_y \quad (4.13)$$

была равна по абсолютной величине и противоположна по знаку волновой aberrации сферической преломляющей поверхности. Необходимая асферичность будет

$$\delta_y = y^4 \frac{n(r-s)^2 [(n' + n)r - ns]}{8n'^2 s^3 r^3}. \quad (4.14)$$

Если лучи идут из бесконечности ($s = -\infty$) и параллельно оптической оси ($w = 0$), то

$$\delta_y = y^4 \frac{n^2}{n'^2} \frac{1}{8r^3}. \quad (4.14')$$

При этом меридиональное сечение поверхности описывается уравнением

$$y^2 = 2 \left(1 - \frac{n}{n'}\right) s'x - \left(1 - \frac{n^2}{n'^2}\right) x^2. \quad (4.15)$$

Это есть уравнение кривой второго порядка с началом координат в вершине поверхности. Если, кроме того, луч входит из воздуха в стекло ($s_0 = -\infty$, $n = 1$, $n' > 1$), то

$$y^2 = 2 \left(1 - \frac{1}{n'}\right) s'x - \left(1 - \frac{1}{n'^2}\right) x^2. \quad (4.15')$$

Это уравнение эллипса (рис. 4.3, а) с квадратом эксцентриситета

$$e^2 = \frac{1}{n'^2}. \quad (4.15'')$$

Изображение бесконечно удаленной точки ($s = -\infty$), находящейся на оптической оси ($w = 0$), оказывается расположенным во втором (более удаленном от вершины поверхности) фокусе эллипса. Если a есть большая полуось его, то

$$s' = a(1 + e). \quad (4.15''')$$

Если луч шел параллельно оптической оси ($s = -\infty$, $w = 0$) в среде с показателем преломления $n > 1$ и выходит из нее в воздух, то уравнение (4.15) преобразуется к виду

$$y^2 = 2(1 - n)s'x - (1 - n^2)x^2. \quad (4.16)$$

Это уравнение гиперболы (рис. 4.3, б) с началом координат в ее вершине. Квадрат эксцентриситета у нее

$$e^2 = n^2, \quad (4.16')$$

а ветвь ее, ограничивающая поверхность, обращена влево. Изображение бесконечно удаленной точки ($s_0 = -\infty$), находящейся на оп-

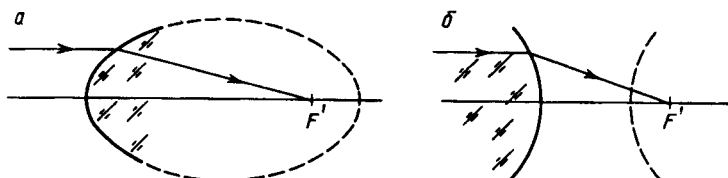


Рис. 4.3. Безабберационное преломление луча на асферических поверхностях (а — эллипсоид, б — гиперboloид)

тической оси ($w = 0$), оказывается расположенным в фокусе другой ее (правой) ветви. Если a есть большая полуось гиперболы, то

$$s' = a(1 + e). \quad (4.16'')$$

Формулы (4.15') и (4.16) является следствием общей теории Декарта, который показал, что преломление лучей на поверхности, меридиональное сечение которой в полярных координатах (ρ, φ) описывается уравнением

$$\frac{n'}{n} \sqrt{\rho^2 + 2(\rho'_0 - \rho_0) \rho \cos \varphi + (\rho'_0 - \rho_0)^2} = \frac{n'}{n} \rho'_0 - \rho_0 - \rho, \quad (4.17)$$

обеспечивает отсутствие сферической aberrации. Кривая, соответствующая уравнению (4.17), называется *овалом Декарта*. Здесь n и n' — показатели преломления сред, разделенных этой поверхностью, ρ и ρ' — координаты объекта и изображения (для них $\varphi = \varphi' = 0$), ρ_0 и ρ'_0 — значения ρ и ρ' при $\varphi = 0$. Практически интерес представляют не все решения уравнения (4.17), а лишь приведенные выше, хотя частными случаями являются и зеркальные поверхности (при $n' = -n$).

§ 4.3. Отражение луча от неплоского зеркала. Сферическая aberrация зеркал

Отражение от сферического зеркала можно рассматривать как частный случай преломления, если положить $n = +1$, $n' = -1$. На рис. 4.4 показано отражение луча, падающего из точки A на зону у зеркала MC . Для параксиальных лучей сопряженные отрезки s_0 и s'_0 связаны

следующей зависимостью:

$$s'_0 = \frac{s_0 r}{2s_0 - r}. \quad (4.18)$$

Для объекта, находящегося на бесконечном расстоянии, продольная сферическая aberrация сферического зеркала для зоны y будет

$$\Delta s'_y = \frac{r}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - (y/r)^2}} \right). \quad (4.19)$$

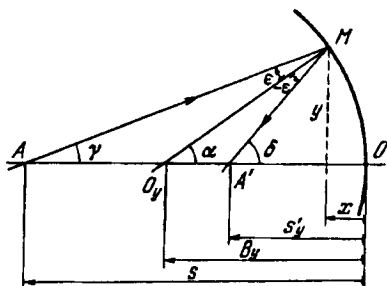


Рис. 4.4. Отражение луча от сферического зеркала

Эта формула совершенно строгая и удобна при больших значениях отношения y/r . Однако в ходе вычислений при малых значениях y/r она дает большую погрешность. Чтобы этого избежать разложим ее в ряд

$$\Delta s'_y = -\frac{r}{2} \left[\frac{1}{2}z + \frac{3}{8}z^2 + \frac{15}{16}z^3 + \frac{35}{128}z^4 + \dots \right], \quad (4.20)$$

где для краткости положено $z = (y/r)^2$. Для вычислений на программируемых микрокалькуляторах ряд (4.20) удобно преобразовать по схеме Горнера

$$\Delta s'_y = -\frac{r}{4}z \left\{ 1 + \frac{3}{4}z \left[1 + \frac{5}{6}z \left[1 + \frac{7}{8}z \left[1 + \frac{9}{10}z \left(1 + \frac{11}{12}z(1 + \dots) \right) \right] \right] \right] \right\}. \quad (4.20')$$

Программа 4.2

Вычисление сферической aberrации сферического зеркала на микрокалькуляторах МК-52, МК-54, МК-56 при малых значениях y/r .

1, П7, 2, ИП0, ×, 1, +, П4, 1, +, П5, ИП2, ИП1, ÷, Fx², ПЗ, ИП4, ИП5, ÷, ИПЗ, ×, ИП7, ×, 1, +, П7, ИП5, 2, -, П5, ИП4, 2, -, П4, FLO, 17, ИП7, ИПЗ, ×, ИП1, ×, 4, ÷, 1-1, П8, С/П

Засылки: $r \rightarrow$ П1, $y \rightarrow$ П2, число скобок в схеме Горнера $k \rightarrow$ П0. После нажатия С/П результат $\Delta s'_y \rightarrow$ П8, время счета около $7k$ секунд.

Пример: $r = -1000$, $y = 50$, $k = 3$, $\Delta s'_y = 0,6261743$, время счета около 23 с; полученное значение точно вплоть до последнего знака; в то же время точная формула (4.19) при расчете на том же микрокалькуляторе дает 0,62515, т.е. погрешность возникает уже в 5-м знаке.

Если для объекта, который находится на расстоянии s , ограничиться членами третьего порядка, то продольная сферическая aberrация сферического зеркала будет

$$\Delta s'_y = -y^2 \frac{(r-s)^2}{(r-2s)^2 r}. \quad (4.21)$$

Поперечная, угловая и волновая aberrации третьего порядка в плоскости Гаусса соответственно будут

$$\rho_y = y^3 \frac{(r-s)^2}{r^2 s (r-2s)}, \quad (4.22)$$

$$\eta_y = -y^3 \frac{(r-s)^2}{r^3 s^2}, \quad (4.23)$$

$$h_y = y^4 \frac{(r-s)^2}{4r^3 s^2}. \quad (4.24)$$

Если лучи падают на сферическое зеркало параллельным пучком, идущим из бесконечности ($s = -\infty$), то для зоны у

$$s'_y = \frac{r}{2} - \frac{1}{4r} y^2. \quad (4.25)$$

Первый член этой формулы выражает параксиальное фокусное расстояние

$$f'_0 = \frac{r}{2}, \quad (4.26)$$

второй — продольную сферическую aberrацию третьего порядка

$$\Delta s'_y = -\frac{1}{4r} y^2 = -\frac{1}{8f'_0} y^2. \quad (4.27)$$

У сферического зеркала есть одна апланатическая точка. Она совпадает с его центром.

Aberrации достигают наибольших значений на внешней зоне $y = H$. Надлежащим выбором плоскости фокусировки можно уменьшить волновую aberrацию третьего порядка в 4 раза (см. § 2.3). Для случая $s = -\infty$

$$h_{\max}^0 = \frac{1}{4} h_H = \frac{DA^3}{2048}, \quad (4.28)$$

где D — диаметр зеркала, A — его относительное отверстие. Обобщая выражение (4.20) для асферической поверхности, можно написать

$$\Delta s'_y = -\frac{r}{2} \left[a_1 \left(\frac{y}{r} \right)^2 + a_2 \left(\frac{y}{r} \right)^4 + a_3 \left(\frac{y}{r} \right)^6 + \dots \right], \quad (4.29)$$

где коэффициенты $a_1, a_2, a_3, \dots$ зависят от формы поверхности.

§ 4.4. Ретушь сферического зеркала.

Отражающие поверхности второго порядка

Сферическую aberrацию зеркала можно устранить, если ретушировать его поверхность, нанеся на сферу асферичность,

$$\delta_y = -y^4 \frac{(\hat{r} - s)^2}{8s^2 \hat{r}^3}, \quad (4.30)$$

где $\hat{r}$ — радиус кривизны первоначальной сферической поверхности зеркала, совпадающий с радиусом кривизны ретушированного зеркала

в его вершине. При $s \neq \infty$ уравнение меридионального сечения поверхности будет

$$y^2 = \frac{4ss'}{(s - s')^2} x^2 + \frac{4ss'}{s + s'} x. \quad (4.31)$$

Это уравнение кривой второго порядка. Форма соответствующей поверхности определяется квадратом эксцентриситета

$$e^2 = \left(\frac{s' - s}{s' + s} \right)^2. \quad (4.32)$$

Лучи света, вышедшие из одного фокуса зеркала, собираются без aberrаций в другом фокусе (рис.4.5). Если $s = s'$, то поверхность является сферической (рис.4.5,а). Если s и s' имеют одинаковые знаки,

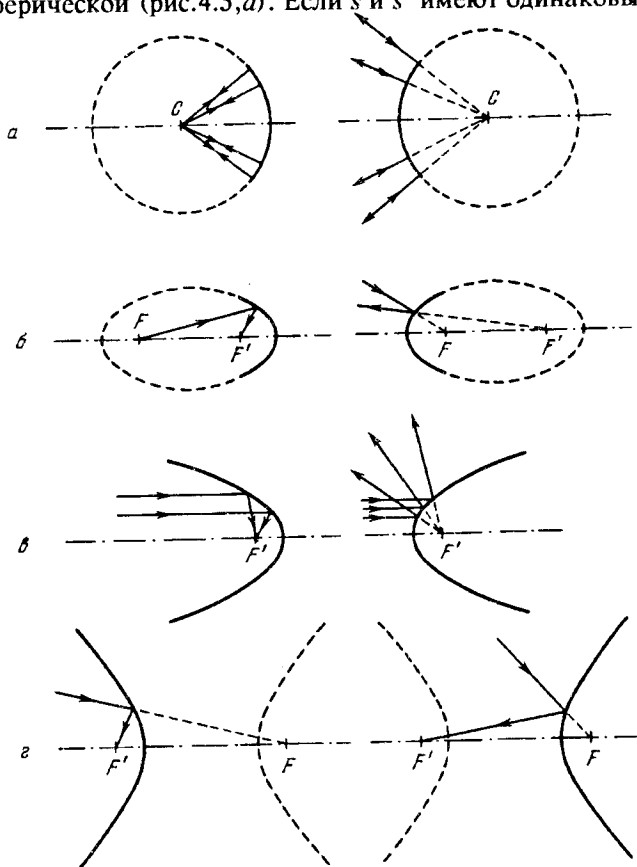


Рис. 4.5. Безаберрационные случаи отражения от вогнутых (слева) и выпуклых (справа) зеркал второго порядка: а — сферическое зеркало, б — эллиптическое зеркало, в — параболическое зеркало, г — гиперболическое зеркало

но не равны между собой, то поверхность зеркала является эллипсоидом вращения (рис. 4.5, б). Если s и s' имеют разные знаки, то поверхность зеркала является гиперболоидом вращения (рис. 4.5, г). Расстояние между фокусами F и F' эллиптического и гиперболического зеркал выражается формулой

$$FF' = -2\bar{r} \frac{e}{1 - e^2}. \quad (4.33)$$

Фокусы F и F' эллиптического и гиперболического зеркал являются сопряженными точками. Лучи, идущие сходящимся пучком к одному фокусу, встретив эллиптическое или гиперболическое зеркало, отразятся и соберутся во втором фокусе (рис. 4.5, б, г); сходимости их при этом изменится, но гомоцентричность сохранится. Эти свойства впервые были использованы Дж. Грегори в 1663 г. и М. Кассегреном в 1672 г. в телескопах, получивших их имена (см. § 6.5).

Если $s = -\infty$, то

$$y^2 = 4s'x. \quad (4.34)$$

В данном случае $s = f' = \bar{r}/2$. В результате мы получаем

$$x = \frac{y^2}{2\bar{r}}. \quad (4.34')$$

Это уравнение параболы (рис. 4.5, в), f' — ее фокусное расстояние, а $\bar{r}$ — радиус кривизны при вершине. У параболоида $e = 1$ и один из фокусов лежит в бесконечности. Пучок лучей, идущий параллельно оси вогнутого параболического зеркала, собирается им без аберраций в его фокусе, отстоящем от вершины зеркала на расстояние $f' = \bar{r}/2$. Это свойство широко используется со времен Ньютона (1688 г.) в рефлекторах (см. § 6.1 и 6.5). Если параллельный пучок падает на выпуклое зеркало, то в его фокусе будет построено мнимое изображение бесконечно удаленной точки (рис. 4.5, в).

Уравнение конического сечения с осью симметрии, совпадающей с осью Ox , и вершиной в начале координат, может быть записано в виде (1.21). Это уравнение является совершенно строгим для стрелки x , но при e^2 , близком к единице, точность вычислений сильно падает. Чтобы этого избежать, надо использовать разложение (1.22).

В рамках теории аберраций третьего порядка для зеркал второго порядка

$$s'_y \approx \frac{\bar{r}}{2s - \bar{r}} s + y^2 \frac{s^2 e^2 - (\bar{r} - s)^2}{\bar{r}(\bar{r} - 2s)^2}. \quad (4.35)$$

Первый член выражает параксиальный сопряженный отрезок, второй — продольную сферическую аберрацию третьего порядка. Если пучок лучей падает из бесконечности ($s = -\infty$), то в первом приближении

$$s'_y \approx \frac{\bar{r}}{2} - y^2 \frac{1 - e^2}{4\bar{r}} = f'_0 - y^2 \frac{1 - e^2}{8f'_0}, \quad (4.35')$$

где f'_0 — параксиальное фокусное расстояние.

Из формулы (4.35) вытекают следующие следствия:

1. Для любого расстояния s и радиуса $\hat{r}$ всегда можно подобрать такое значение e^2 , что сферическая абберация $\Delta s'_y$ будет равна нулю. При этом

$$e^2 = \frac{(s - \hat{r})^2}{s^2} \geq 0.$$

2. Для любого $\hat{r}$ и $e^2 \geq 0$ всегда можно найти такую точку, что в сопряженной с ней точке аббераций не будет, т.е. у всякой поверхности второго порядка с $e^2 \geq 0$ есть пара сопряженных безабберационных точек (их нельзя, правда, назвать апланатическими, так как кома в них не исправлена).

3. У сплюснутых сфероидов ($e^2 < 0$) пар сопряженных безабберационных точек нет.

В случае поверхности более высокого порядка, чем вторая, аналогично формуле (4.11) для случая отражения будем иметь

$$\Delta s'_y = s'_y - s'_0 = \frac{sN}{2s - N} + y^2 \frac{(N - s)^2}{N(2s - N)^2} - s'_0. \quad (4.36)$$

Длина нормали N определяется по формуле (4.12) или (4.12'). Если луч идет из бесконечности ($s = -\infty$), то

$$\Delta s'_y = \frac{N}{2} + y^2 \frac{1}{4N} - s'_0. \quad (4.36')$$

Последний отрезок s'_0 определяется при этом по формуле (1.16''').

§ 4.5. Внеосевые абберации зеркальной поверхности вращения второго порядка. Кома и астигматизм

Если поверхность второго порядка задана радиусом кривизны $\hat{r}$ при ее вершине и квадратом эксцентриситета e^2 , а входной лучок лежит в плоскости, касательной к поверхности в ее вершине, и лучи идут из бесконечности ($s = -\infty$), то формулы (2.7) принимают вид

$$\begin{cases} 2 \frac{\delta g'}{\hat{r}} = -\frac{1}{8} \omega (\Omega^2 + \omega^2) (1 - e^2) + \frac{1}{4} (\Omega^2 + 3\omega^2) w - \omega w^2, \\ 2 \frac{\delta G'}{\hat{r}} = -\frac{1}{8} \Omega (\Omega^2 + \omega^2) (1 - e^2) + \frac{1}{4} \Omega \omega w, \end{cases} \quad (4.37)$$

где по-прежнему Ω и ω — апертурные углы (см. рис. 2.3), а w — угол поля зрения.

В частности для сферического зеркала

$$\begin{cases} 2\frac{\delta g'}{r} = -\frac{1}{8}\omega(\Omega^2 + \omega^2) + \frac{1}{4}(\Omega^2 + 3\omega^2)w - \omega w^2, \\ 2\frac{\delta G'}{r} = -\frac{1}{8}\Omega(\Omega^2 + \omega^2) + \frac{1}{4}\Omega\omega w, \end{cases} \quad (4.37')$$

Для параболического зеркала

$$\begin{cases} 2\frac{\delta g'}{r} = \frac{1}{4}(\Omega^2 + 3\omega^2)w - \omega w^2, \\ 2\frac{\delta G'}{r} = \frac{1}{4}\Omega\omega w, \end{cases} \quad (4.37'')$$

В рамках теории aberrаций третьего порядка:

1. Параболическое зеркало свободно от сферической aberrации. Это справедливо для aberrаций всех порядков.

2. Кома и астигматизм третьего порядка всех зеркальных поверхностей второго порядка одинаковы при условии, что у всех этих зеркал плоскость входного зрачка касается вершины поверхности.

3. Дисторсия третьего порядка отсутствует у всех поверхностей второго порядка, если плоскость входного зрачка совпадает с вершиной зеркала.

4. В § 4.8 мы покажем, что у сферического зеркала сферическая aberrация приблизительно в 8 раз меньше, чем у одиночной простой тонкой линзы со сферическими поверхностями с тем же фокусным расстоянием.

5. В меридиональном сечении астигматизм равен $-\omega w^2$, в сагиттальном он полностью отсутствует. У зеркал второго порядка меридиональная фокальная поверхность имеет кривизну $-\omega w^2$, а сагиттальная является плоскостью (см. рис. 2.7 и 2.8, д).

Из формул (4.37') и (4.37'') следует, что коэффициенты, входящие в выражения aberrаций, приведенные в табл. 2.1, имеют вид

$$\begin{cases} I = \frac{1}{4}(1 - e^2), & IV = 0, \\ II = -\frac{1}{2}, & IV_a = 1, \\ III_a = 1, & V = 0, \\ III = 2, & P = -1. \end{cases} \quad (4.38)$$

Для сферического зеркала $I = 1/4$, для параболического $I = 0$. Остальные aberrации от e^2 не зависят.

Появление комы обусловлено различием фокусных расстояний f'_y разных зон у зеркала. Из рис. 4.6 видно, что

$$f_y'^2 = y^2 + (f_0' + \Delta s_y' - x)^2.$$

Используя уравнение параболы (4.34'), соотношение (4.35') и пренебрегая членами, содержащими у в степенях выше второй, получим

$$f_y' = f_0' + y^2 \frac{1 + e^2}{8f_0'}. \quad (4.39)$$

Это соотношение справедливо для любой поверхности второго порядка. Параксиальное фокусное расстояние f_0' параболического зер-

кала, определяемое по формуле (4.26), есть $f_0' = \frac{r}{2}$, а фокусное расстояние зоны у будет

$$f_y' = f_0' + \frac{y^2}{4f_0'}. \quad (4.39')$$

Из формулы (4.39) вытекает следствие, что из всех поверхностей второго порядка с входным зрачком на поверхности зеркала, свободен от разности зональных увеличений только сплюснутый сфероид с $e^2 = -1$. Но он негоден в качестве одиночного зеркала для простой системы телескопа, так как он имеет сферическую aberrацию. Если выходной зрачок совпадает с последней поверхностью (в данном случае с поверхностью зеркала), то $t' = 0$ и $f_0' = s_0'$. Подставляя в формулу (2.18') Штебле-Лиготского значения $\Delta f_y' = f_0' - f_y'$ из формулы (4.39) и $\Delta s_y'$ из (4.35'), получим

$$\Pi_{(t'=0)} = -\frac{1}{2}. \quad (4.40)$$

Отсюда следует важный вывод, что если входной зрачок совпадает с поверхностью зеркала ($t = 0$), то все поверхности второго порядка не изопланатичны в одинаковой мере. Разница лишь в том, что в одних доминирует влияние сферической aberrации ($\Delta s_y'$), в других — комы $\Delta f_y'$. Так, два члена, входящие в (2.18), равны

$$\text{для параболоида } \Pi = 0 - \frac{2}{4},$$

$$\text{для сферы } \Pi = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4},$$

$$\text{для сплюснутого сфероида с } e^2 = -1 \quad \Pi = -\frac{2}{4} + 0.$$

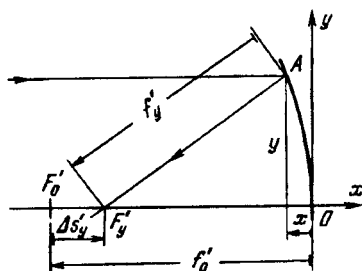


Рис. 4.6. К выводу формулы (4.39)

Кома параболического зеркала положительна, т.е. хвост ее направлен в радиальном направлении от оптической оси. Полная длина пятна комы составляет $3\rho_{II}$ (см. § 2.4), причем

$$\rho_{II} = \frac{1}{16} A^2 w f'. \quad (4.41)$$

В угловой мере длина $3\rho_{II}$ пятна комы составляет

$$\frac{3\rho_{II}}{f'} = \frac{3}{16} A^2 w. \quad (4.41')$$

Величина $3\rho_{II}/f'$ имеет ту же размерность, что и w (например, секунды дуги). В табл. 4.1 приведены значения $3\rho_{II}/f'$ для различных A и w . Кома сильно ограничивает фотографическое поле телескопа. Это особенно заметно при светосильном параболическом зеркале.

Таблица 4.1

Угловая мера длины пятна комы для параболического зеркала ($3\rho_{II}/f'$)
(в секундах дуги)

A	w				
	1'	3'	10'	30'	, 1°
1:10	0,11"	0,34"	1,1"	3,4"	6,8"
1:7	0,29	0,89	2,3	6,9	13,8
1:5	0,45	1,4	4,5	13,5	27,0
1:3,5	0,92	2,8	9,2	27,6	55,1
1:2,5	1,8	5,4	18,0	54,0	108
1:2	2,8	8,4	28,1	84,4	169
1:1,4	5,7	17,2	57,4	172	344
1:1	11,3	33,8	113	338	675

Для оценки влияния комы на визуальные наблюдения удобно измерять ее в долях радиуса дифракционного изображения, т.е. выражать ее величиной

$$k = \frac{3\rho_{II}/f'}{\psi_R} = 0,1537 A^2 w D / \lambda,$$

где λ — длина волны света, выраженная в тех же единицах, что и диаметр D телескопа. При $\lambda = 0,000555$ мм

$$k = 277 D A^2 w, \quad (4.42)$$

где w выражено в радианах, а D — в мм, ψ_R есть разрешаемый по Рэлею угол между парой звезд одинакового блеска, обусловленный явлением дифракции света:

$$\psi_R = \frac{1,2197}{D} \lambda \text{ (рад).}$$

При $\lambda = 0,555$ мкм $\psi_R = 140/D$ (секунд дуги); D выражено в мм.

Если $k = 1$, то абберационное изображение звезды практически неотлично от идеального. Принимая это значение комы за предельно допустимое при выполнении визуальных наблюдений ($\lambda = 0,5550$ мкм), получим для телескопа диаметром D (мм) с относительным отверстием A следующее предельное значение поля $w_{\max}$ (в секундах дуги):

$$w_{\max} = 745 \frac{1}{DA^2}. \quad (4.43)$$

В табл. 4.2 даны значения угла $w_{\max}$ (половина полного поля зрения), при котором в параболическом зеркале диаметром D с относительным отверстием A кома не искажает заметным образом визуальное изображение звезды.

Таблица 4.2

Предельное значение поля $w_{\max}$ параболического зеркала диаметром D мм, при котором кома заметно не портит визуальное изображение звезды

A	D				
	70	140	250	500	700
1:30	2°40'00"	1°20'00"	44'48"	22'24"	16'00"
1:20	1 11 00	36 00	19 55	9 57	7 06
1:15	40 00	20 00	11 12	5 36	4 00
1:10	17 46	8 53	4 58	2 29	1 46
1:7	8 42	4 21	2 26	1 13	52
1:5	4 25	2 13	1 15	37	26,5
1:3,5	2 11	1 05	36	18	13,2
1:2,5	1 07	33	19	9	6,7
1:2	48	21	12	6	4
1:1,4	21	10	6	3	2

Рассмотрим астигматизм параболического зеркала. Методами аналитической геометрии можно показать, что геометрическое место фокусов сагиттальных пучков параболического зеркала совпадает с гауссовой плоскостью (рис. 2.8, д), а геометрическое место фокусов меридиональных пучков лежит на кривой поверхности m , обращенной своей вогнутостью к вершине параболоида и имеющей радиус кривизны

$$R_m = -\frac{1}{4}\dot{r} \quad (4.44)$$

где $\dot{r}$ — радиус кривизны параболоида в его вершине. Это приводит к тому, что в гауссовой плоскости изображение точки растягивается в радиально ориентированную линию, длина и ширина которой соответственно составляют

$$\begin{cases} 2a = Aw^2|f'|, \\ 2b = 0, \end{cases} \quad (4.45)$$

где w — в радианах.

Угловая величина астигматической фокали, выраженная в радианах, равна

$$\frac{2a}{f'} = Aw^2 \quad (4.45')$$

(здесь поле w выражено также в радианах).

В табл. 4.3 даны значения $2a/f'$ для разных полей параболических зеркал разных относительных отверстий A . Астигматическая разность Δ'_{sm} параболического зеркала

$$\Delta'_{sm} = 2a\forall = w^2 f'. \quad (4.46)$$

Таблица 4.3

Угловая величина астигматической фокали параболического зеркала в плоскости параксиального фокуса (в секундах дуги)

A	w				
	1'	3'	10'	30'	1°
1:10	0,002	0,016	0,17	1,57	6,3
1:7	0,003	0,022	0,25	2,24	9,0
1:5	0,004	0,031	0,35	3,14	12,6
1:3,5	0,005	0,045	0,50	4,48	17,9
1:2,5	0,007	0,063	0,70	6,28	25,1
1:2	0,009	0,078	0,87	7,85	31,4

Зависимость (4.45') показана на рис. 4.7 сплошными линиями. Наклонными прерывистыми линиями показана угловая длина пятна комы параболического зеркала для относительных отверстий $A = 1:10$,

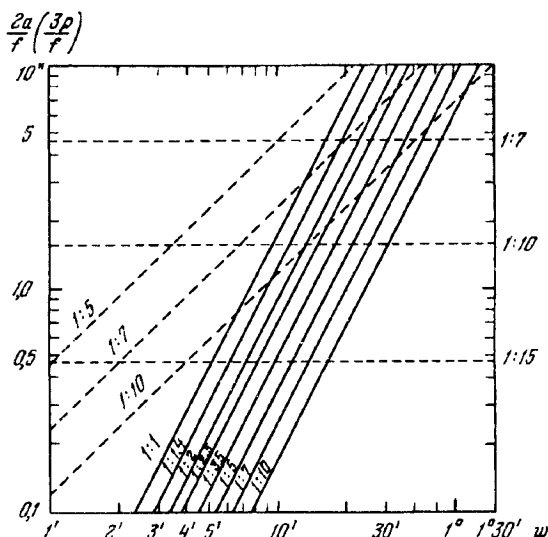


Рис. 4.7. Угловая величина астигматизма параболического зеркала в плоскости Гаусса (сплошные линии), комы (наклонные прерывистые линии) и поперечная сферическая абберация сферического зеркала (горизонтальные штриховые линии)

1:7, 1:5. Для полноты картины там же горизонтальными линиями нанесена угловая сферическая aberrация сферического зеркала для плоскости наилучшей фокусировки. Таким образом данные, приведенные на рис. 4.7, не относятся к общей плоскости фокусировки. Видно, что лишь в светосильных системах и при очень больших полях зрения влияние астигматизма превалирует над влиянием комы. Но во всех этих случаях изображение уже никуда не годится (превышает 7,5"). Если бы мы осуществили фокусировку не на плоскость Гаусса, а на криволинейную поверхность, лежащую посередине между меридиональной и сагиттальной фокалями, имеющую радиус кривизны

$$R = -\frac{1}{2}r', \quad (4.47)$$

(r' — радиус кривизны параболоида), то влияние астигматизма уменьшилось бы ровно в два раза. При этом астигматическое изображение будет приблизительно круглое и иметь угловой поперечник, выраженный в мм,

$$d_{III} = a = \frac{1}{2}Aw^2f', \quad (4.48)$$

где w выражено в радианах, а f' — в мм.

Рассмотрим влияние астигматизма при выполнении визуальных наблюдений. Волновая aberrация при этом не должна превышать $0,25\lambda$. Подставив в (2.19) из (4.46) астигматическую разность параболического зеркала, получим выражение для предельного поля, свободного от заметного влияния астигматизма,

$$w_{\max} = \sqrt[4]{2\lambda/D}, \quad (4.49)$$

где D и λ выражены в мм, а w — в радианах. При $\lambda = 0,000555$ мм

$$w_{\max} = 1,9\sqrt[4]{D} \text{ (градусов)}. \quad (4.49')$$

В § 2.4 и 2.5 было показано, что в то время как длина хвоста комы пропорциональна удалению точки от оптической оси, пятно астигматизма растет пропорционально квадрату этого расстояния. Поэтому, если в центральной части поля преобладает кома, то на его периферии доминирующее значение приобретает астигматизм. При всех реальных значениях относительных отверстий A и любых значениях его диаметра D не астигматизм, а кома ограничивает полезное поле зрения визуального параболического рефлектора. Влияние комы (4.41') и астигматизма (4.45') уравниваются при $2a/f' = 3\rho_{II}/f'$, т.е. при

$$w = \frac{3}{16}A \text{ (радиан)}. \quad (4.50)$$

Поле зрения при котором влияние астигматизма и комы уравниваются, приведено на рис. 4.8.

На рис. 4.9 показаны типичные фигуры рассеяния параболического зеркала при наличии как комы так и астигматизма. Лучи равномерно распределены по отдельным кольцевым зонам на зрачке и

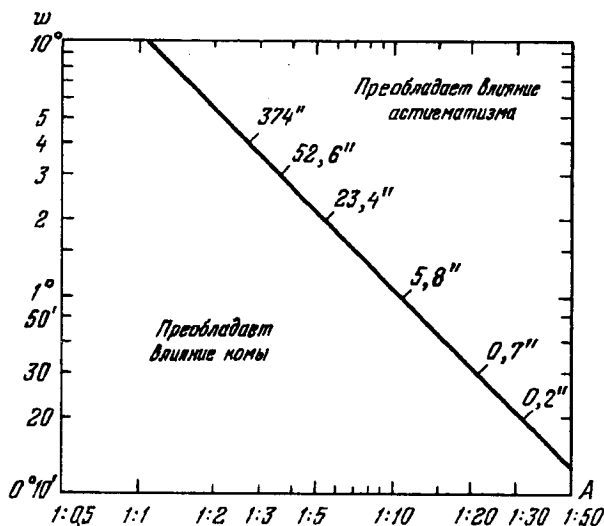


Рис. 4.8. Поле зрения w , при котором влияние астигматизма и комы параболического зеркала одинаковые. Вдоль границы, разделяющей области преобладания комы и астигматизма, указаны поперечники пятна $3\rho_{II}/f' = 2a/f'$ в секундах дуги

укладываются в плоскости Гаусса по характерным кривым, напоминающим трилистник.

Перейдем к рассмотрению влияния комы и астигматизма на объективные (фотографические или фотоэлектрические) наблюдения. При этом важно, чтобы пятно, вызванное суммарным влиянием комы и астигматизма, не превышало размер элемента (зерно фотоэмульсии, пиксел ПЗС матрицы). Суммарный линейный поперечник изображения, обусловленный комой и астигматизмом и выраженный в мм, будет

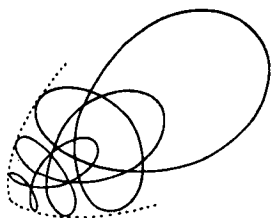


Рис. 4.9. Фигура рассеяния лучей от трех кольцевых зон параболического зеркала

$$3\rho_{II} + a = \frac{Dw}{16}(3A + 8w), \quad (4.51)$$

где w выражено в радианах. Принимая в качестве предельно допустимого значения поперечник пятна 0,015 мм, получим значение максимального приемлемого угла поля зрения

$$w \approx 275 \frac{1}{AD} \text{ (минут дуги)}. \quad (4.52)$$

Здесь диаметр D выражен в мм.

Угловой поперечник изображения $(3\rho_{II} + a)/f'$ не должен превышать размер турбулентного диска, вызванного волнениями земной атмосферы.

§ 3.8. Применение метода «диаграммы пластинок» Бёрча к зеркалу второго порядка

В § 3.8 мы рассмотрели идею метода Бёрча. На рис. 4.10 изображено зеркало MM с входным зрачком DD и центром кривизны C , пластинки surf-lam и cent-lam и «диаграмма пластинок» Бёрча.

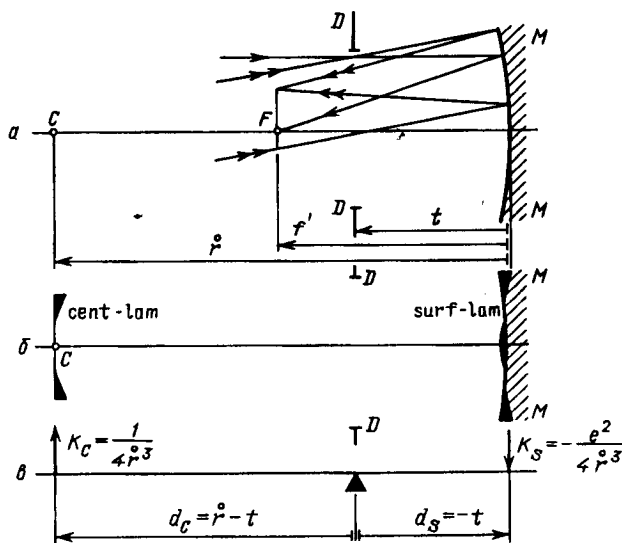


Рис. 4.10. Зеркало с входным зрачком DD передним (а), пластинки surf-lam и cent-lam (б) и «диаграмма пластинок» Бёрча (в)

жении к одиночному зеркалу второго порядка этот метод дает:

—коэффициент сферической аберрации (независимо от положения входного зрачка)

$$I = \frac{1}{4}(1 - e^2); \quad (4.55)$$

—коэффициент комы (для входного зрачка, отстоящего на расстояние t от зеркала),

$$\Pi_{(t \neq 0)} = \Pi_{(t=0)} + \frac{t}{f'} I$$

или, если учесть (4.38) и (4.53),

$$\Pi_{(t \neq 0)} = -\frac{1}{2} + \frac{t}{f'} \frac{1 - e^2}{4}; \quad (4.54)$$

—аналогично коэффициент астигматизма

$$\Pi_{a(t \neq 0)} = \Pi_{a(t=0)} + 2 \frac{t}{f'} \Pi_{(t=0)} + \left(\frac{t}{f'} \right)^2 I$$

или

$$\text{III}_{a(t \neq 0)} = 1 - \frac{t}{f'} + \left(\frac{t}{f'}\right)^2 \frac{1 - e^2}{4}; \quad (4.55)$$

—коэффициенты сагиттальной, средней и меридиональной кривизны

$$\begin{cases} \text{IV}_{(t \neq 0)} = \text{III}_{a(t \neq 0)} - 1 = -\frac{t}{f'} + \left(\frac{t}{f'}\right)^2 \frac{1 - e^2}{4}, \\ \text{IV}_{a(t \neq 0)} = 2\text{III}_{a(t \neq 0)} - 1 = 1 - 2\frac{t}{f'} + 2\left(\frac{t}{f'}\right)^2 \frac{1 - e^2}{4}, \\ \text{III}_{(t \neq 0)} = 3\text{III}_{a(t \neq 0)} - 1 = 2 - 3\frac{t}{f'} + 3\left(\frac{t}{f'}\right)^2 \frac{1 - e^2}{4}; \end{cases} \quad (4.56)$$

—коэффициент дисторсии (с учетом сказанного о ней в § 3.8)

$$V_{(t \neq 0)} = 2\frac{t}{f'} - \frac{3}{2}\left(\frac{t}{f'}\right)^2 + \frac{1 - e^2}{4}\left(\frac{t}{f'}\right)^3; \quad (4.57)$$

—кривизну Пецваля

$$\mathbb{P} = -1. \quad (4.58)$$

П р и м е р. Рассмотрим зеркало радиуса $\overset{\circ}{r} = -1200$ мм с квадратом эксцентриситета $e^2 = 0,2$, относительным отверстием $A = 1:5$ и входным зрачком, находящимся на расстоянии 800 мм перед вершиной зеркала ($t = -800$). Положения d и оптические силы K пластинок Бёрча

$$d_s = -t, \quad d_c = \overset{\circ}{r} - t, \quad (4.59)$$

$$K_s = -\frac{e^2}{4r^3}, \quad K_c = \frac{1}{4r^3} \quad (4.60)$$

приведены в табл. 4.4. В ней даны значения Kd , Kd^2 , Kd^3 , суммы соответствующих величин, коэффициенты aberrаций третьего порядка, вычисленные по (3.44), и собственно величины aberrаций. Расчет по формулам (4.53), (4.54), (4.55) и (4.57) дает $I = 0,2$, $II = -0,233333$, $III_a = 0,02222$, $V = -0,47407$, что соответствует на краю поля $w = 1^\circ$ aberrациям $\Delta s'_y = 0,66$, $3p_{II} = 0,03665$, $\Delta'_{sm} = -0,00406$, $\Delta l' = 0,00076$.

Результаты расчета даны в табл. 4.4. Расчет по формулам Федера по программе OPTIC (см. § 3.5, 3.6 и 3.11) дал $\Delta s'_y = 0,6011$, $3p_{II} = 0,03681$, $\Delta'_{sm} = -0,00406$, $\Delta l' = -0,00075$.

Расчет аббераций третьего порядка зеркала с $f' = -1200$, $e^2 = 0,2$, $A = 1:5$, $t = -800$ для полевого угла $w = -1^\circ$ с использованием «диаграммы пластинок» Бёрча

	K	d	Kd	Kd^2	Kd^3
S	+2,89352-11	+800	+2,31481-08	+1,85185-05	+1,48148-02
C	-1,44676-10	-400	+5,78704-08	-2,31481-05	+9,25926-03
Σ	-1,15741-10		+8,10185-08	-4,62963-06	+2,40741-02
8Σ	-9,25926-10		+6,48148-07	-3,70370-05	$S1 = 8(\Sigma Kd^3) =$ $= -1,92593-01$ $S2 = 2d_c/f'^2 =$ $= 6,66667-01$
	$I = 8(\Sigma K)f' =$ $= 2,00000-01$		$II = -8(\Sigma Kd)f'^2 =$ $= -2,33333$	$III_a = 8(\Sigma d^2)f' =$ $= 2,22222-02$	$V = S1 + S2 =$ $= 4,74074-01$
	$\Delta s'_y = -\frac{1}{8}f'A^2I =$ $= 0,60000$		$3\rho_{II} = -\frac{3}{8}f'A^2wII =$ $= 0,03665$	$\Delta'_{sm} = f'w^2III_a =$ $= -0,00406$	$\Delta I' = -\frac{1}{2}f'w^3V =$ $= -0,00076$

Применение диаграммы пластинок Бёрча к одиночному зеркалу не выявляет преимуществ этого метода. Они выявляются при рассмотрении двухзеркальных (§ 6.3) и, особенно, трехзеркальных (§ 7.4) телескопов и асферических корректоров (см. § 8.4).

Расчет коэффициентов аббераций третьего порядка одиночного зеркала второго порядка с вынесенным входным зрачком и собственно аббераций может быть выполнен на микрокалькуляторах МК-52, МК-54, МК-56.

Программа 4.3

Расчет коэффициентов аббераций третьего порядка одиночного зеркала второго порядка с вынесенным входным зрачком

ИП1, ИП6, ÷, П4, 1, ИП2, —, 4, ÷, П0, ИП4, ×, П7, 2, $F\sqrt{x}$, |—|, +, Па, ИП7, ИП4, ×, ИП4, —, 1, +, Пб, 1, —, Пс, ИПб, +, Пд, ИПб, +, П3, 2, ИП4, ×, ИП4, Fx^2 , П8, 3, ×, 2, ÷, —, ИП7, ИП8, ×, +, П5, С/П

Предварительные занесения: $f' \rightarrow П6$, $t \rightarrow П1$, $e^2 \rightarrow П2$.

Результаты: П0 $\rightarrow$ I, Па $\rightarrow$ II, Пб $\rightarrow III_a$, Пс $\rightarrow IV$, Пд $\rightarrow IV_a$, П3 $\rightarrow III$, П5 $\rightarrow IV$.

Пример: $f' = -5000$, $t = -13333,333$, $e^2 = +3,0$. Получаем: $I = -0,5$, $II = -1,8333333$, $III = -5,2222219$, $IV = -6,2222219$, $IV_a = -11,444444$, $III = -16,666666$, $V = -14,814814$ (высвечивается при окончании вычислений). Время решения около 15 с.

Программа 4.4

Расчет аббераций третьего порядка одиночного зеркала второго порядка с вынесенным входным зрачком.

ИП1, ИП6, ÷, П4, 1, ИП2, —, 4, ÷, Пд, ИП3, Fx^2 , П8, ×, ИП6, ×, 8, ÷, |—|, П0, ИПд, ИП4, ×, П7, 2, $F\sqrt{x}$, —, $F\pi$, 1, 8, 0, ÷, ИП5, ×, Fx^2 , Пс, $F\sqrt{}$, Пд, ×, ИП8, ×, ИП6, ×, 3, ×, 8, ÷, Па, 2, ИП4, ×, 3, ИП4, Fx^2 , ×, 2, ÷, —, ИП7, ИП4, Fx^2 , ×, +, ИПд, ×, ИПс, ×, ИП6, ×, 2, ÷, Пд, 1, ИП4, —, ИП7, ИП4, ×, +, П7, ИПс, ×, ИП6, ×, Пб, 1, ИП7, 2, ×, —, $F\sqrt{x}$, ИП6, ×, Пс, С/П

Предварительные занесения: $t \rightarrow \text{П1}$, $e^2 \rightarrow \text{П2}$, $A \rightarrow \text{П3}$, w (выраженное в градусах и их долях) $\rightarrow \text{П5}$, $f' \rightarrow \text{П6}$. По окончании вычисления, которое занимает около 30 с, результаты заносятся в регистры $\Delta s'_y \rightarrow \text{П0}$, $3\rho_{\text{II}} \rightarrow \text{Па}$, $\Delta'_{sm} \rightarrow \text{Пб}$, $R_{\text{cp}} \rightarrow \text{Пс}$ (и высвечиваются на табло по окончании вычислений), $\Delta l' \rightarrow \text{Пд}$.

Пример: исходные данные: $f' = -600$, $e^2 = 0,2$, $t = -800$, $A = 1:5$, $w = -1^\circ$, результаты: $\Delta s'_y = 6, -01$, $3,665191-02$, $\Delta'_{ms} = -4,0615667-03$, $R_{\text{cp}} = -627,90696$ (высвечиваются на табло), $\Delta l' = -7,561355-04$.

§ 4.7. Влияние положения входного зрачка перед одиночным зеркалом второго порядка на aberrации третьего порядка

На рисунках 4.11–4.15 приведены зависимости коэффициентов aberrаций третьего порядка (для одиночного зеркала второго порядка-

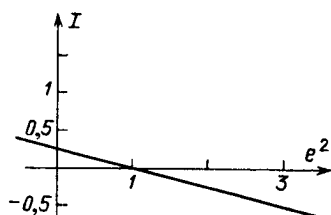


Рис. 4.11. Зависимость коэффициента сферической aberrации I одиночного зеркала от e^2

ка) от e^2 и от положения входного зрачка. Одиночное зеркало с $e^2 \geq 0$ может быть свободно от астигматизма, если надлежащим образом разместить входной зрачок. Из (4.57) следует, что при $t = 0$ для всех зеркал второго порядка коэффициент дисторсии $V = 0$. При $t \neq 0$ $V_{(t \neq 0)} = 0$, если

$$\frac{t}{f'} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8(1 - e^2)}}{1 - e^2}. \quad (4.59)$$

Это решение иллюстрируется рисунком 4.16. При $e^2 = -1/8$, $t/f' = +2,6667$, при $e^2 = 0$ $t/f' = 4$ или $= 2$, при $e^2 = 1$ $t/f' = 1,3333$. Изображение, которое

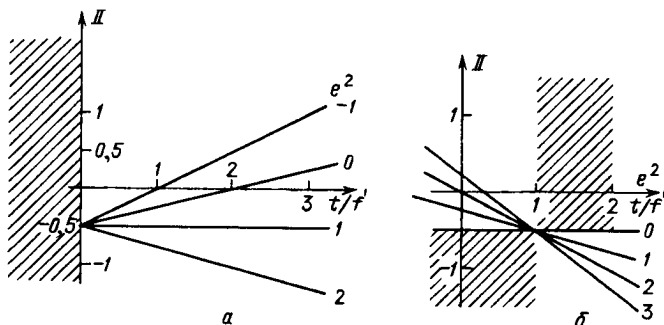


Рис. 4.12. Зависимость коэффициента комы II от положения входного зрачка t/f' (а) и от квадрата эксцентриситета e^2 (б). Заштрихованы области несуществующих комбинаций

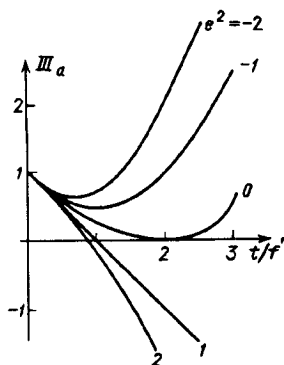


Рис. 4.13. Зависимость коэффициента астигматизма III_a различных зеркал второго порядка от положения входного зрачка t/f'

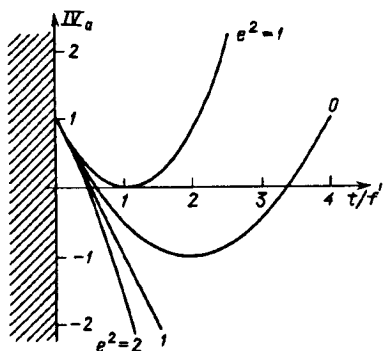


Рис. 4.14. Коэффициент средней кривизны поля IV_a различных зеркал в зависимости от положения входного зрачка t/f'

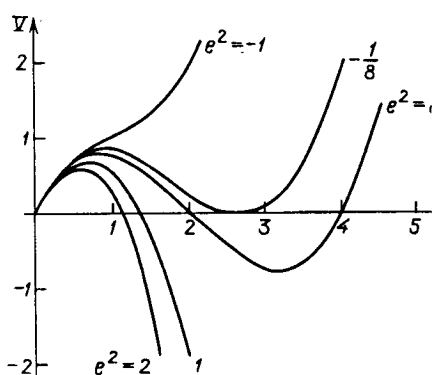


Рис. 4.15. Зависимость коэффициента дисторсии V от положения входного зрачка t/f'

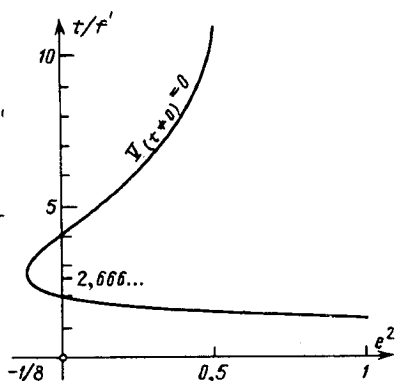


Рис. 4.16. Решение уравнения $[(1-e^2) \times (t/f')^2] / 4 - 3t/(2f') + 2 = 0$, определяющего необходимое положение t/f' входного зрачка для исправления дисторсии одиночного зеркала второго порядка

строит одиночное зеркало с $e^2 < -1/8$, не может быть свободно от дисторсии, где бы мы ни помещали входной зрачок.

Рассмотрим абберации сплюснутого сфероида с $e^2 = -1$. Кривые коэффициентов аббераций в зависимости от положения входного зрачка приведены на рис. 4.17. Сферическая абберация такого сплюснутого сфероида в 2 раза больше, чем у сферического зеркала. Забегая вперед, следует сказать, что ее можно компенсировать с помощью ретушированной (квазиплоской) пластинки, оптическая сила которой должна быть в 2 раза сильнее, чем у пластинки Шмидта (см. § 9.2 и

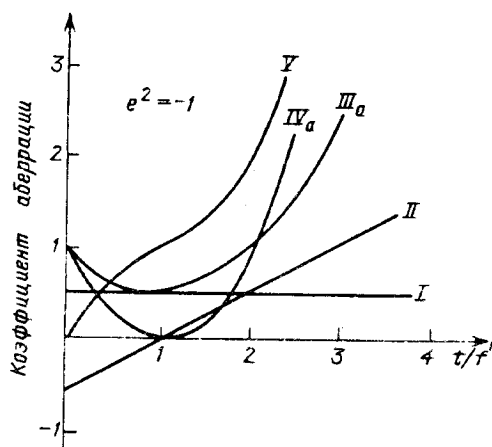


Рис. 4.17. Зависимость коэффициентов aberrаций сплюснутого сфероида с $e^2 = -1$, от положения t/f' входного зрачка

9.9). При этом, если эту пластинку поместить в фокусе зеркала и совместить с ней входной зрачок ($t/f' = 1$), то будут исправлены все aberrации кроме астигматизма. Последний может быть исправлен с помощью коррекционной линзы L (рис. 4.18). Это *система Райта*.

Кривые зависимости коэффициентов aberrаций от положения входного зрачка для параболического и сферического зеркал показаны соответственно на рисунках 4.19 и 4.20. Если входной зрачок поместить в центре кривизны сферического зеркала (при этом $t/f' = 2$), то будут исправлены все aberrации, кроме сферической и кривизны

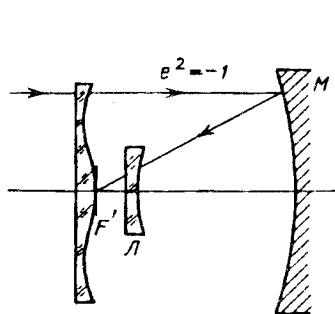


Рис. 4.18. Схема камеры Райта с зеркалом в форме сплюснутого сфероида с $e^2 = -1$, коррекционной пластинкой во входном зрачке совпадающим с фокусом F' зеркала и линзой L , исправляющей астигматизм

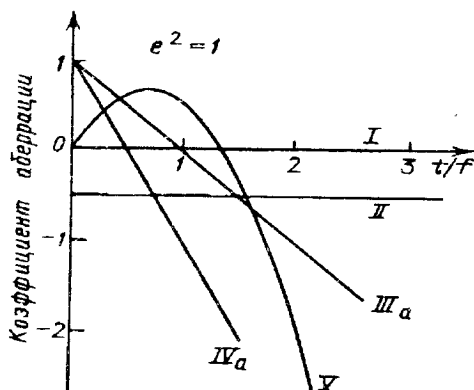


Рис. 4.19. Зависимость коэффициентов aberrаций третьего порядка параболического зеркала от положения входного зрачка

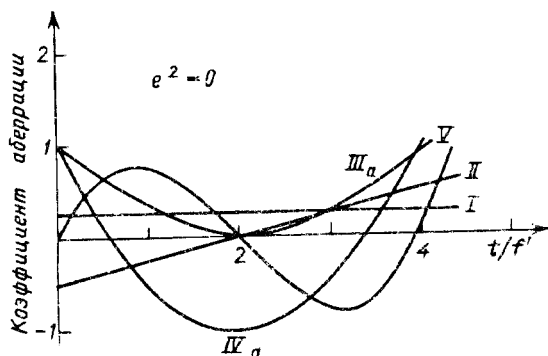


Рис. 4.20. Зависимость коэффициентов aberrаций третьего порядка сферического зеркала от положения входного зрачка

поля. Сферическая aberrация может быть исправлена ретушированной квазиплоскопараллельной пластинкой, что и предложил Шмидт, создав знаменитую камеру Шмидта (см. § 9.1).

§ 4.8. Бесконечно тонкие линзы

Широкое применение в астрономической оптике имеют линзы. В диоптрических объективах они используются как основные компоненты. В катоптрических объективах они играют вспомогательную роль корректоров, увеличивающих полезное поле. В катодиоптрических системах им вновь отводится одна из основных ролей в объективе, а именно—компенсация aberrаций зеркал. Подробнее об этом будет сказано в гл. 8. Сейчас мы рассмотрим свойства отдельной линзы как элемента, входящего в оптическую систему. Под линзой принято понимать кусок оптически однородного материала (обычно стекла того или иного сорта, иногда кварца или какого-либо кристалла) с оптически обработанными поверхностями. По большей части поверхности линзы бывают сферическими, хотя иногда, особенно в последнее время, применяются и асферические поверхности. Прямая, соединяющая центры двух сферических поверхностей, называется *оптической осью* линзы. Если обе поверхности линзы концентричны, то она имеет бесчисленное число оптических осей; все они проходят через ее центр кривизны. В случае, если одна из поверхностей линзы асферична, то она имеет свою оптическую ось; центр кривизны второй поверхности должен лежать на этой оптической оси. Линза называется *центрированной*, если она округлена так, что оптическая ось является ее осью симметрии.

Оптические свойства линзы со сферическими поверхностями однозначно определяются радиусами кривизны r_1 и r_2 , толщиной ее d и материалом, из которого она сделана. Материал определяет показате-

тели преломления n_i для интересующих нас длин волн λ_i и дисперсию ν_i (см. § 2.7). Для расчета хода луча через линзу нам необходимо знать также его траекторию в пространстве предметов и, в частности, расстояние s от первой поверхности линзы до объекта и зону u на линзе, где луч ее встречает, или апертурный угол.

Для простоты будем считать, что апертурные углы в пространствах предметов и изображений невелики, т.е. что u невелико по сравнению с отрезками s и s' . Это позволит нам ограничиться aberrациями третьего порядка. Кроме того, поначалу будем считать, что толщина линзы d пренебрежимо мала по сравнению с отрезками s и s' . Такую линзу будем называть *бесконечно тонкой*. Вместо величин s , s' , r_1 и r_2 удобно ввести обратные им величины:

$$\sigma = \frac{1}{s}, \quad \sigma' = \frac{1}{s'}, \quad \rho_1 = \frac{1}{r_1}, \quad \rho_2 = \frac{1}{r_2}. \quad (4.61)$$

Величины ρ_1 и ρ_2 называются *кривизнами поверхностей*. Также удобно ввести обозначение для разности кривизн

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2. \quad (4.61')$$

Линзы, у которых обе поверхности имеют радиус кривизны одного знака и разность кривизн мала, называются *менисками*. Такие линзы получили применение в менисковых системах Д.Д. Максудова (см. § 10.1). Изображение мениска читатель найдет на рис.4.24, а.

Применив формулы (4.2) и (4.3) последовательно к первой и второй поверхностям линзы и выполнив некоторые преобразования, получим следующие выражения для величин σ' , обратных сопряженным отрезкам и для продольной сферической aberrации $\Delta s_y'$ бесконечно тонкой линзы:

$$\sigma_0' = (n - 1)\Delta\rho + \sigma, \quad (4.62)$$

$$\begin{aligned} \Delta s_y' = -y^2 \frac{(n - 1)\Delta\rho}{2n[(n - 1)\Delta\rho + \sigma]^2} \{ n^3 \Delta\rho^2 - n\Delta\rho [(\rho_1 - \sigma)(2n + 1) - n\sigma] + \\ + (\rho_1 - \sigma)[(\rho_1 - \sigma)(n + 2) - 2n\sigma] \}. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Если линза симметричная ($\rho_2 = -\rho_1$) и лучи идут из бесконечности, то

$$\Delta s_y' = -y^2 \rho_1 \frac{4n^3 - 4n^2 - n + 2}{4n(n - 1)}. \quad (4.63')$$

Формулу (4.63) удобно преобразовать к виду

$$\Delta s_y' = -y^2 a(A\rho_1^2 + B\rho_1 + C), \quad (4.64)$$

где

$$\begin{cases} A = n + 2, \\ B = -4(n + 1)\sigma - n(2n + 1)\Delta\rho, \\ C = (3n + 2)\sigma^2 + n(3n + 1)\sigma\Delta\rho + n^3\Delta\rho^2, \\ a = \frac{(n - 1)\Delta\rho}{2n[(n - 1)\Delta\rho + \sigma]^2}. \end{cases} \quad (4.64')$$

Если лучи идут из бесконечности ($s = -\infty$, $\sigma = 0$), то фокусное расстояние линзы для зоны у будет

$$f_y' = f_0' + \Delta f_y', \quad (4.65)$$

где параксиальное фокусное расстояние

$$f_0' = \frac{r_1 r_2}{(n - 1)(r_2 - r_1)}. \quad (4.66)$$

Оптическая сила бесконечно тонкой линзы ($\Phi_0' = 1/f_0'$) есть

$$\Phi_0' = (n - 1)(\rho_1 - \rho_2) = (n - 1)\Delta\rho, \quad (4.66')$$

а продольная сферическая абберрация для бесконечно удаленной точки

$$\Delta f_y' = -\frac{y^2}{2n(n - 1)\Delta\rho} \left[(n + 2)\rho_1^2 - n(2n + 1)\rho_1\Delta\rho + n^3\Delta\rho^2 \right]. \quad (4.67)$$

Вообразим, что линзу можно изгибать так, что величина $\Delta\rho$ остается при этом неизменной, а величины ρ_1 и ρ_2 меняются. За независимую переменную примем кривизну ρ_1 первой поверхности линзы. Зависимость $\Delta s_y'$ от ρ_1 при этом, как видно из (4.67), квадратичная. Если попытаться приравнять квадратную скобку, входящую в (4.67), нулю, то мы получим квадратное уравнение, которое для всех преломляющих материалов имеет только комплексное решение: т.е. для предмета, расположенного в бесконечности, любая тонкая линза со сферическими поверхностями имеет продольную сферическую абберрацию, абсолютная величина которой зависит от формы линзы и при изменении ρ_1 может достигнуть минимума, но никогда не обращается в нуль. Зависимость продольной сферической абберрации положительной ($\Delta\rho > 0$) и отрицательной ($\Delta\rho < 0$) линз, изготовленных из стекла К8, от значения ρ_1 , т.е. зависимость от ее формы, дана на рис. 4.21. При этом условно принято $|\Delta\rho| = 1$.

Обратим внимание на то, что положительная линза имеет отрицательную сферическую абберрацию, а отрицательная линза имеет положительную абберрацию. Это очень важное обстоятельство, как мы увидим в гл. 5, позволяет, используя в объективе две линзы —

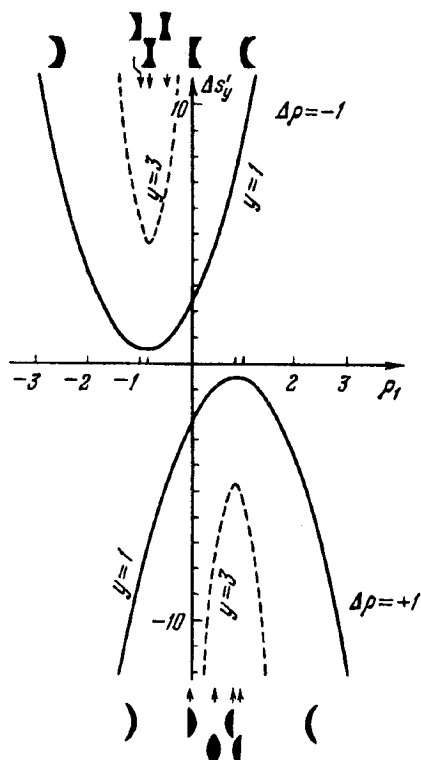


Рис. 4.21. Зависимость продольной сферической aberrации (выраженной в единицах фокусного расстояния) положительной (внизу) и отрицательной (вверху) бесконечно тонких линз от их формы для двух значений относительного отверстия ($y=1$ и $y=3$)

бу, должна быть приблизительно в 6 раз круче второй. Это соотношение зависит от показателя преломления. Так, для линзы из стекла К8 для $\lambda = 0,555$ мкм $n = 1,51785$ первая поверхность должна быть круче второй в 6,73 раза. Если используется плоско-выпуклая линза, то она обязательно должна быть обращена к небу выпуклой поверхностью. При этом сферическая aberrация почти в 4 раза меньше, чем если обратить ее к небу плоской стороной. Соотношения (4.69) позволяют оценить необходимые для получения заданного фокусного расстояния f' радиусы кривизны r_1 и r_2 поверхностей, обеспечивающих минимальную сферическую aberrацию. Найдем остаточную продольную сферическую aberrацию бесконечно тонкой линзы, для которой $\Delta s'_y$ минимально, т.е. выполнены

положительную и отрицательную, компенсировать сферическую aberrацию.

Любители астрономии применяют иногда в качестве объектива телескопа простую положительную линзу. Какую форму она должна иметь? Очевидно, следует применять линзу, обеспечивающую наименьшую сферическую aberrацию. Продифференцировав (4.67) по ρ_1 получим значение ρ_1 , при котором это требование выполнено:

$$\rho_1 = \frac{n(2n+1)}{2(n+2)} \Delta\rho. \quad (4.68)$$

Определив из (4.66') значение $\Delta\rho$ и подставив его в (4.68), получим

$$\begin{cases} r_1 = 2 \frac{(n+2)(n-1)}{n(2n+1)} f'_0, \\ r_2 = 2 \frac{(n+2)(n-1)}{2n^2 - n - 4} f'_0. \end{cases} \quad (4.69)$$

Можно приближенно считать $n = 1,5$; этому соответствуют значения

$$r_1 = 0,583 f'_0, \quad r_2 = -3,500 f'_0,$$

т.е. первая поверхность линзы, обращенная к небу,

должна быть приблизительно в 6 раз круче второй. Это соотношение зависит от показателя преломления. Так, для линзы из стекла К8 для $\lambda = 0,555$ мкм $n = 1,51785$ первая поверхность должна быть круче второй в 6,73 раза. Если используется плоско-выпуклая линза, то она обязательно должна быть обращена к небу выпуклой поверхностью. При этом сферическая aberrация почти в 4 раза меньше, чем если обратить ее к небу плоской стороной. Соотношения (4.69) позволяют оценить необходимые для получения заданного фокусного расстояния f' радиусы кривизны r_1 и r_2 поверхностей, обеспечивающих минимальную сферическую aberrацию. Найдем остаточную продольную сферическую aberrацию бесконечно тонкой линзы, для которой $\Delta s'_y$ минимально, т.е. выполнены

условия (4.68) или (4.69). Для этого подставим в (4.67) значение ρ_1 из (4.68) и $\Delta\rho$ из (4.66'). После несложных преобразований получим

$$\Delta s_{y_{\min}}' = -\frac{y^2}{8f_0'} \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2(n+2)}. \quad (4.70)$$

Используя (2.1) и (2.3), найдем продольную, угловую и волновую aberrацию третьего порядка. Определим их на внешней зоне ($y = H = D/2$):

$$\begin{cases} \Delta f_{H(\min)}' = -\frac{DA}{32} \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2(n+2)}, \\ \eta_{H(\min)}' = \frac{1}{64} A^3 \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2(n+2)}, \\ h_{H(\min)} = -\frac{1}{512} DA^3 \frac{n(4n-1)}{(n-1)^2(n+2)}. \end{cases} \quad (4.71)$$

При $n = 1,5$

$$\Delta f_{H'}' = -0,268DA, \quad \eta_H = 0,134A^3, \quad h_H = -0,0167DA^3.$$

Сравним минимальную сферическую aberrацию одиночной бесконечно тонкой линзы со сферической aberrацией сферического зеркала. Первая определяется формулой (4.70) и при $n = 1,5$ составляет

$$\Delta f_{y(\min)}' = -1,08y^2/f_0'.$$

Вторая определяется формулой (4.27), откуда следует, что простая линза оптимальной формы дает минимальную продольную сферическую aberrацию примерно в 8 раз большую, чем сферическое зеркало того же фокусного расстояния.

При выполнении визуальных наблюдений в плоскости Гаусса с помощью однолинзового объектива диаметра D (мм) из стекла с $n = 1,5$ с оптимальными кривизнами поверхностей (выраженными формулой (4.69)) относительное отверстие его не должно превышать величину

$$A_{\max} = 0,2/\sqrt[3]{D}, \quad (4.72)$$

однако надлежащей перефокусировкой волновую aberrацию можно уменьшить в 4 раза, что позволит увеличить относительное отверстие до

$$A_{\max} = 0,32/\sqrt[3]{D}. \quad (4.72')$$

Сказанное относится только к наблюдениям в монохроматическом свете.

Для получения *анаберрационной линзы* необходимо исправить ее волновую сферическую aberrацию h . Этого можно достичь если ретушировать линзу с минимальной сферической aberrацией, создав на одной из ее поверхностей асферичность δ , максимальное значение которой в соответствии с (1.41), (1.41') и (4.71) составит

$$\delta_{\max} = -\frac{\delta_H}{4} = \frac{h_H}{4(n-1)} = -\frac{1}{2048}DA^3 \frac{n(4n-1)}{(n-1)^3(n+2)}, \quad (4.73)$$

где δ_H и h_H есть асферичность и волновая aberrация на внешней зоне. При $n = 1,5$

$$\delta_{\max} = -0,00137DA^3. \quad (4.73')$$

Продольная сферическая aberrация выпукло-плоской линзы ($r_1 > 0$; $r_2 = \infty$)

$$\Delta s_{y'} = -\frac{y^2}{2f'} \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2}. \quad (4.74)$$

На внешней зоне $y = H = D/2$ будет

$$\Delta s_{H'} = -\frac{DA}{8} \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2}. \quad (4.74')$$

Угловая и волновая aberrации соответственно будут

$$\eta_y = \frac{y^3}{2f'^3} \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2}, \quad (4.75)$$

$$h_y = \frac{y^4}{8f'^3} \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2}, \quad (4.76)$$

$$h_H = \frac{DA^3}{128} \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^2}. \quad (4.76')$$

Для исправления этой волновой aberrации необходимо нанести на одну из поверхностей выпукло-плоской линзы ретушь

$$\delta_{\max} = \frac{DA^3}{512} \frac{n^3 - 2n^2 + 2}{n(n-1)^3}. \quad (4.77)$$

При $n = 1,5$ получаем

$$\Delta s_{H'} = -0,292DA, \quad \eta_H = 0,146A^3,$$

$$h_H = 0,0182DA^3, \quad \delta_{\max} = 0,0091DA^3.$$

Ретушь одной из поверхностей линзы применяется в коронографах. От объектива коронографа требуется построить высококачественное изображение Солнца при минимальном количестве рассеянного света. Последнее требование заставляет применять однолинзовый объектив, изготовленный из особо высокосортного стекла без пузырей и свилей. Хроматизм объектива не страшен, так как дальше используется узкополосный фильтр, который пропустит лучи только узкого спектрального участка, а сферическая aberrация его исправляется ретушью.

Для получения анаберрационного однолинзового объектива возможны следующие варианты ретуши:

В а р и а н т 1. Ретуширована передняя поверхность линзы объектива. Ей, в соответствии с (4.15"), придана форма эллипсоида вращения с квадратом эксцентриситета $e^2 = 1/n^2$. Лучи, преломившись

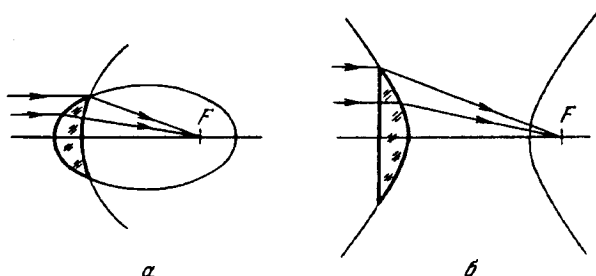


Рис. 4.22. Анаберрационные линзы: а — первая поверхность эллипсоид вращения, вторая — сферическая; б — первая поверхность плоская, вторая — гиперболоид вращения

на ней, приобретают гомоцентричность. Очевидно, что вторая поверхность не должна нарушать это условие. Значит, она должна быть сферической с центром кривизны расположенным в фокусе первой поверхности (рис. 4.22,а). Максимальная асферичность первой поверхности линзы будет

$$\delta_{\max} \approx -\frac{DA^3n}{128(n-1)^3}. \quad (4.78)$$

При $n = 1,5$

$$\delta_{\max} = -0,0937DA^3. \quad (4.78')$$

В а р и а н т 2. Ретуширована задняя поверхность объектива. Чтобы она образовала после преломления гомоцентрический пучок, она должна иметь форму гиперболоида вращения, а на нее должен падать параллельный пучок лучей. Значит, первая поверхность объектива должна быть плоской (см. рис. 4.22,б). Необходимая асферичность при этом будет по абсолютной величине та же, что и в предыдущем случае, но противоположного знака.

В а р и а н т 3. Можно ретушировать выпукло-плоскую линзу, например ее выпуклую сферическую поверхность, оставив вторую

поверхность плоской. Необходимая ретушь определяется формулой (4.77). При $n = 1,5$ она составляет, как мы видели, $\delta_{\max} = 0,0091DA^3$.

Если ретушировать плоскую поверхность, то ретушь изменит знак, сохранив абсолютную величину неизменной. Ретушь можно расчлени, нанеся половину ее величины на каждую поверхность.

В а р и а н т 4. Асферичность будет минимальна в том случае, если волновая aberrация линзы минимальна. Мы видим, что сферическая aberrация минимальна у линзы, для которой выполнено условие (4.68). При этом волновая aberrация определяется формулой (4.71). Для ее исправления необходимо деформировать одну из поверхностей линзы на величину

$$\delta_{\max} = -\frac{\delta_H}{4} = \frac{h_H}{4(n-1)} = -\frac{DA^3}{2048} \frac{n(4n-1)}{(n-1)^3(n+2)}. \quad (4.79)$$

При $n = 1,5$, $\delta_{\max} = -0,0083DA^3$. Такую асферичность можно нанести на любую из поверхностей линзы или распределить в любой пропорции между обеими поверхностями ее, например поровну. Последний вариант является наиболее выгодным, так как является наиболее технологичным.

Сферическая aberrация не зависит от положения входного зрачка. Этого нельзя сказать про кому, астигматизм, кривизну поля и дисторсию. Анализ показывает, что можно найти такое положение t входного зрачка, при котором для заданной линзы кома третьего порядка будет отсутствовать. Для линзы, обладающей минимальной сферической aberrацией, этому значению соответствует $t \approx -0,3f'$, т.е. входная диафрагма должна стоять перед объективом со стороны предмета. Но оказывается, что при $\Delta f'/y^2 = \min$ t очень сильно зависит от ρ_1 . При этом астигматизм и кривизна поля значительны.

К. Шварцшильд (Schwarzschild K. [1905]) показал, что одиночная бесконечно тонкая линза с входным зрачком, совпадающим с самой линзой, свободна от комы, если радиусы кривизны ее удовлетворяют условиям

$$\rho_1 = \Phi \frac{n^2}{n^2 - 1} + \frac{1}{s_1} \frac{2n + 1}{n + 1},$$

$$\rho_2 = \Phi \frac{n^2 - n - 1}{n^2 - 1} + \frac{1}{s_1} \frac{2n + 1}{n + 1}.$$

При $s_1 = -\infty$ и $n = 1,5$ получаем $r_1 = \frac{5}{9}f'$, $r_2 = -5f'$. При этом ретушью поверхностей линзы можно исправить сферическую aberrацию и получить таким образом полностью апланатическую линзу.

В формулы (4.62) и (4.63) входит показатель преломления n . Он зависит от длины волны света. Значит, для лучей разных цветов последний отрезок s_0' параксиальных лучей (а значит, и фокусное рас-

стояние f_0') и продольная сферическая aberrация $\Delta s_y'$ будут разными.

Первое из этих явлений называется *продольным хроматизмом параксиальных лучей*, или *хроматизмом положения*, второе — *сферохроматической aberrацией*. Кроме того, фокусное расстояние для лучей разных длин волн может оказаться различными. Это вызывает различие масштаба, в котором изображение объекта строится лучами разных цветов. Изображение любого резко очерченного протяженного объекта получает цветную каемку. Это явление называется *хроматизмом увеличения*.

Показатель преломления n_λ для каждого сорта стекла определяется экспериментально для тех длин волн, в которых имеется яркое монохроматическое излучение тех или иных атомов (водорода, ртути, натрия и др.). Некоторые наиболее яркие линии излучения имеют исторически сложившиеся буквенные обозначения. Другие определяются их длиной волны. Показатель преломления n_λ всех оптических стекол возрастает с уменьшением длины волны λ . Зависимость эта не линейная. Разность показателей преломления для линий F ($\lambda = 0,4861$ мкм) и C ($\lambda = 0,6563$ мкм), т.е. величина $n_F - n_C$ называется *средней дисперсией* данного сорта стекла. Разность $n_D - n_\lambda$ для разных длин волн λ называется *частной дисперсией*. Э. Аббе ввел еще одну характеристику стекла,

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}, \quad (4.80)$$

где n_D — показатель преломления стекла в линии D ($\lambda = 0,5893$ мкм).

Этот коэффициент называется *относительной дисперсией* или *числом Аббе*. Все сорта стекол делятся на два основных типа: *кроновые стекла* и *флинтовые стекла*. Первые имеют сравнительно малый показатель преломления, но значительную дисперсию, вторые — наоборот, большой показатель преломления, но малую дисперсию. Показатели преломления, частные и относительные дисперсии приведены в ГОСТ 13659-79 «Стекло оптическое бесцветное» (М., 1979).

Рассмотрим ход параксиальных лучей разных длин волн через бесконечно тонкую линзу. Оптическая сила ее определяется формулой (4.66'). Чем больше n_λ , т.е. чем короче длина волны, тем короче и фокусное расстояние $f_{0\lambda}'$ (рис.4.23). За меру хроматизма принимают

расстояния между фокусами лучей C и F, выраженное в единицах фокусного расстояния f_{0D}' для лучей D. Такой выбор обусловлен тем,

что человеческий глаз мало чувствителен для длин волн более коротких, чем 0,4860 мкм, и особенно длинных, чем 0,6560 мкм. Из (4.66'), учитывая, что $(n_C - 1)(n_F - 1) \approx (n_D - 1)^2$, получаем

$$\frac{\Delta f_{CF}'}{f_D} \approx \frac{1}{\nu}. \quad (4.81)$$

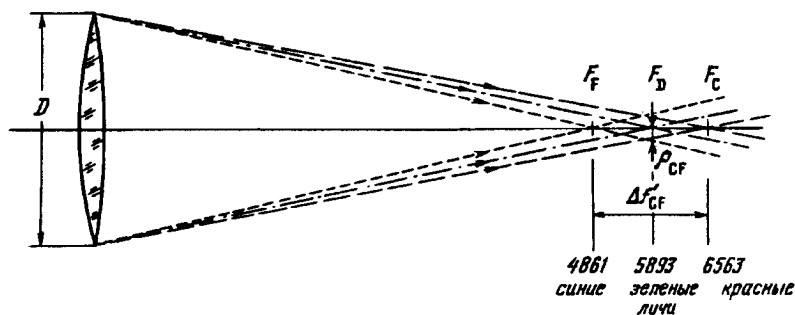


Рис. 4.23. Продольный $\Delta f'_{CF}$ и поперечный ρ_{CF} хроматизм одиночной бесконечно тонкой линзы

Иначе говоря, относительная величина продольного, углового и поперечного хроматизма бесконечно тонкой линзы обратно пропорциональна коэффициенту дисперсии (числу Аббе). Поэтому, используя в качестве объектива одиночную линзу, следует изготавливать ее из стекла с большей дисперсией. К таким стеклам относятся стекла типа крон. Отметим, что в то время как фокусное расстояние f_λ зависит от разности кривизн $\Delta\rho$ поверхностей линзы, относительный продольный хроматизм в первом приближении не зависит от формы линзы, а лишь от ее материала.

Если имеются два луча длин волн λ_C и λ_F , то луч λ_F соберется к объективу ближе, чем луч λ_C на $1/\nu$ -ю долю фокусного расстояния f_D . Для крона К8 $\nu = 64,05$. Отсюда

$$\Delta f'_{CF} = 0,0156 f_D \quad (\text{линза из крона К8}). \quad (4.82)$$

Для стекла сорта флинт Ф1 $\nu = 36,93$. Отсюда

$$\Delta f'_{CF} = 0,0271 f_D \quad (\text{линза из флинта Ф1}). \quad (4.82')$$

Пусть линза имеет диаметр D (рис.4.23). В плоскости фокуса лучей средней длины волны λ_D изображения бесконечно удаленной точки представятся в виде хроматических кружков приблизительно одинакового радиуса как в лучах λ_C , так и в лучах λ_F :

$$\rho_{CF} = \frac{D}{4\nu}. \quad (4.83)$$

Для линзы из крона К8

$$\rho_{CF} = 0,0039 D. \quad (4.83')$$

Для линзы из флинта Ф1

$$\rho_{CF} = 0,0068D. \quad (4.83'')$$

Это очень большие величины. Простейший телескоп из одиночной очковой кроновой линзы диаметром 40 мм будет иметь диаметр хроматического кружка $2\rho_{CF} = 0,32$ мм. Угловой хроматизм η_{CF} будет

$$\eta_{CF} = \pm \frac{\rho_{CF}}{f_D'} = \pm \frac{A}{4\nu} \text{ (радиан)}. \quad (4.84)$$

Продольный хроматизм пропорционален фокусному расстоянию f' , поперечный — диаметру D , а угловой — относительному отверстию A линзы. Волновой хроматизм пропорционален произведению DA :

$$h_{CF} = \pm \frac{DA}{16\nu}. \quad (4.85)$$

В лучах С волновой хроматизм отрицателен, а в лучах F положителен. Визуальный однолинзовый объектив будет первоклассным для интервала длин волн от λ_C до λ_F , если волновой хроматизм не будет превышать четверти длины волны λ_D . Тогда

$$D_{\max} = 0,00222 \frac{\nu}{A}, \quad (4.86)$$

$$A_{\max} = \frac{0,00222}{D} \nu. \quad (4.87)$$

Предельные значения A и соответственно минимальные допустимые значения фокусного расстояния приведены в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Ограничение хроматизмом относительного отверстия и минимальное допустимое фокусное расстояние $f'_{\min}$ (мм) для однолинзового объектива диаметром D (мм) из стекла К8 (по Д.Д. Максутову [1946, 1979])

D	$A_{\max}$	$f'_{\min}$	D	$A_{\max}$	$f'_{\min}$
5	1:35	170	70	1:491	34400
50	1:350	17500	100	1:700	70000

Начинающий любитель, изготавливающий объектив телескопа из очкового стекла силой +1 диоптрия ($f' = 1000$ мм), желая получить первоклассное изображение, должен задиафрагмировать его до диаметра $D=12$ мм. При этом он потеряет значительное количество света, но с этим придется мириться: все же света будет в 4 раза больше, чем при наблюдении невооруженным глазом, т.е. он выиграет 1,5 звездной величины и сможет наблюдать объекты примерно до 7,5 звездной величины.

Сравнивая формулы (4.72) и (4.87), мы видим, что несферическая абберация, а хроматизм лимитирует относительное отверстие однолинзового объектива.

До середины XVIII в. применялись однолинзовые объективы. Для уменьшения влияния хроматизма астрономы тех лет (Ян Гевелий, Дж. Кассини, Хр. Гюйгенс, М. Кампани и др.) вынуждены были применять чрезвычайно длинные и неудобные в работе телескопы, получившие название «воздушные трубы». Длина трубы наибольшего из них — телескопа Яна Гевелия в Данциге (1641 г.) достигала 46 м при диаметре объектива 150 мм (относительное отверстие приблизительно 1:300!). Только использование столь длинных труб, несмотря на чрезвычайные трудности пользования ими, позволило Дж. Кассини определить в 1666 г. период вращения Марса, открыть в 1672 г. полярные шапки на нем, а в 1675 г. — сложную структуру кольца Сатурна.

§ 4.9. Линзы конечной толщины

Перейдем к рассмотрению линз конечной толщины d . Положение главных плоскостей в них определяется формулами (1.20). Используя (4.1) — (4.3), легко получить формулу, выражающую связь сопряженных расстояний $s_0 = 1/\sigma_0$ и $s'_0 = 1/\sigma'_0$ для параксиальных лучей:

$$\frac{1}{s'_0} = \sigma'_0 = \frac{1}{\frac{1}{(n-1)\rho_1 + \sigma_0} - \frac{d}{n}} - (n-1)\rho_2. \quad (4.88)$$

Для бесконечно удаленного объекта ($s_0 = -\infty$, $\sigma = 0$)

$$\frac{1}{s'_0} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1 - d \frac{n-1}{n}} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (4.88')$$

Отрезок s'_0 — это так называемый *последний отрезок* (см. § 1.1.). Для определения фокусного расстояния толстой линзы надо найти заднюю главную плоскость ее (см. § 1.3) и определить расстояние от нее до главного фокуса. При этом мы найдем, что

$$f' = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_2 - r_1 + d \frac{n-1}{n})}. \quad (4.89)$$

Это другая форма записи уже известного нам соотношения (1.15) для оптической силы линзы.

Соединение нескольких линз в систему, с точки зрения гауссовой оптики, т.е. с условием пренебрежения всеми абберациями кроме ошибки фокусировки, было рассмотрено нами в § 1.3. Там были даны формулы (1.13), весьма полезные для этой цели.

Можно создать шесть типов апланатических линз, которые все представлены на рис. 4.24. На нем C_1 и C_2 — это центры первой и

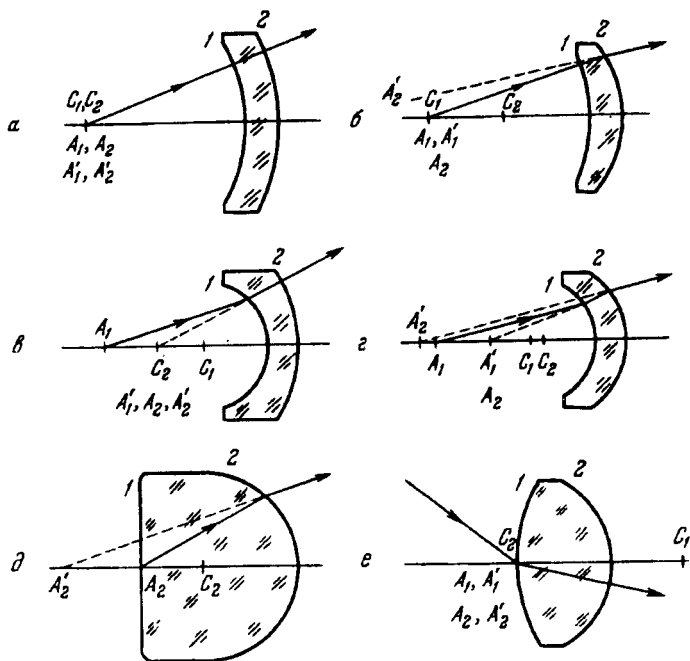


Рис. 4.24. Шесть типов апланатических линз. C_1 и C_2 — центры кривизны первой и второй сферических поверхностей, A_1, A_1', A_2 и A_2' — сопряженные апланатические точки первой и второй поверхностей. В схемах *a* (концентрический мениск) и *г* (положительная линза) сходимости пучка не меняется; в схеме *e* радиус кривизны первой поверхности произволен

второй сферических поверхностей линзы, A_1 и A_1' — сопряженные апланатические точки первой поверхности, A_2 и A_2' — то же для второй поверхности. Для каждой из линз будем считать заданными величины s_1 (расстояние от первой поверхности до объекта), толщину линзы d и показатель преломления n . Будем считать, что линза находится в воздухе. Определим для каждого типа апланатических линз радиусы кривизн r_1 и r_2 , положение изображения s_2' относительно второй поверхности и фокусное расстояние f' . Для этого используем (4.6) и (1.15).

На рис. 4.24, *a* представлен концентрический мениск. В нем все 6 точек (C_1, C_2, A_1, A_1', A_2 и A_2') совпадают. Сходимость гомоцентрического пучка не меняется. Для него

$$r_1 = s_1, \quad r_2 = s_1 - d, \quad s_2' = s_1 - d,$$

$$f' = -\frac{n}{n-1} \frac{s_1 - d}{d} s_1.$$

В параллельном пучке лучей такой мениск является отрицательной линзой.

На рис. 4.2,б приведена линза, центр C_1 первой поверхности которой совпадает с объектом A_1 . Соответственно совпадают с нею и точки A'_1 и A_2 . Эта точка является одной из апланатических точек второй поверхности. В этом случае

$$r_1 = s_1, \quad r_2 = \frac{n}{n+1}(s_1 - d), \quad s'_2 = (s_1 - d)n,$$

$$f' = \frac{n^2}{n-1} \frac{s_1 - d}{ns_1 + d} s_1.$$

В параллельном пучке лучей такая линза является положительной.

На рис. 4.24,в показана линза, для которой объект A_1 расположен в апланатической точке первой поверхности. Центр C_2 второй поверхности совпадает с сопряженной апланатической точкой A'_1 первой поверхности. Здесь имеем

$$r_1 = \frac{s_1}{n+1}, \quad r_2 = \frac{s_1}{n} - d, \quad s'_2 = \frac{1}{n} s_1,$$

$$f' = \frac{1}{n-1} \frac{s_1 - nd}{s_1 - (n+1)d} s_1.$$

В параллельном пучке лучей такая линза является отрицательной.

Наконец на рис. 4.24,г дана линза, у которой использованы свойства изопланатизма обеих поверхностей:

$$r_1 = \frac{s_1}{n+1}, \quad r_2 = \frac{s_1 - nd}{n+1}, \quad s'_2 = s_1 - nd,$$

$$f' = -\frac{n}{n^2 - 1} \frac{s_1 - nd}{d} s_1.$$

Сходимость гомоцентрического пучка, выходящего из первой апланатической точки A_1 первой поверхности, после прохождения всей линзы не меняется.

Случаи, показанные на рис. 4.24,д и е, являются несколько особыми. В первом из них луч выходит из точки, расположенной на оси на первой поверхности линзы ($s_1 = 0$).

Здесь

$$r_1 = \infty, \quad r_2 = -\frac{n}{n+1}d, \quad s'_2 = -nd.$$

Такие линзы используются иногда в спектрографах (конечно, в обратном ходе лучей) для значительного повышения светосилы. Фотопленка при этом прижимается на иммерсии к плоской поверхности линзы. Во втором случае (рис. 4.24,е) радиус кривизны первой поверхности произволен, а вершина ее совпадает с центром кривизны

второй поверхности, $r_2 = -d$. Все четыре апланатические точки совпадают. Апертура пучка лучей меняется в зависимости от радиуса кривизны первой поверхности. Если $r_1 > 0$, то апертура уменьшается, если $r_1 < 0$, то увеличивается. Такие линзы называются *полевыми* и используются для уменьшения апертуры пучка в окулярах и в специальных камерах.

Ни один из типов апланатических линз или их сочетание сами по себе не дают действительного изображения, а потому одни они не могут быть использованы в качестве оптической системы телескопа. Но они находят широкое применение как вспомогательные элементы, в первую очередь для изменения апертуры пучка.

§ 4.10. Мениски

Особый интерес представляют линзы, у которых величина Δr мала по сравнению со значениями кривизн ρ_1 и ρ_2 поверхностей, и кривизны ρ_1 и ρ_2 одного знака.

Такие линзы называются менисками. В 1941 г. выдающийся оптик Д.Д. Максудов изобрел системы телескопов, в которых мениски нашли важное применение. О них подробно будет рассказано в гл. 10. Сейчас отметим лишь, что лучи, идущие из бесконечности и проходящие через краевую зону мениска, проходят в стекле более длинный путь, чем параксиальные лучи (см. рис. 4.24 и 4.25), что вызывает задержку волнового фронта, выходящего из мениска. Это позволило Д.Д. Максудову использовать мениск для компенсации отрицательной погрешности волнового фронта, возникающей при отражении плоской волны сферическим зеркалом (см. (4.24)). Здесь же мы рассмотрим только случай отдельно взятого мениска, когда лучи идут из бесконечности ($s = -\infty$). При этом последний отрезок s'_y с учетом толщины мениска d и аберраций третьего порядка, может быть определен по формуле

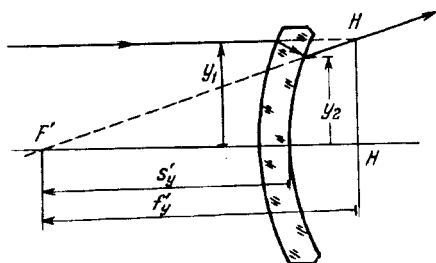


Рис. 4.25. К выводу формулы (4.91). $H'H'$ — задняя главная плоскость мениска

$$s'_y = \frac{r_1^2 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_1}\right) \left(1 - \frac{d(n-1)}{r_1 n}\right)}{d \left(\frac{n-1}{n} - \frac{\Delta r}{d}\right) (n-1)} - y^2 \frac{\left[\frac{(n-1)(n+1)^2}{n^2(n+2)} - \frac{\Delta r}{d}\right] (n+2) \left(1 - \frac{\Delta r}{r_1}\right)}{2d \left(\frac{n-1}{n} - \frac{\Delta r}{d}\right)^2 n(n-1)} \quad (4.90)$$

Вычисления по формуле (4.90) могут быть выполнены на микрокалькуляторах МК-52, МК-54, МК-56 по программе.

Программа расчета последнего отрезка и продольной сферической абберации
мениска для луча, идущего из бесконечности

ИП1, Fx², ИП4, 1, —, П7, ÷, 1, ИП2, ИП1, ÷, —, Пd, ×, ИП0, ÷, ИП7, ИП4, ÷, П8, ИП0, ×, ИП1, ÷, 1, —, 1—1, ×, ИП8, ИП2, ИП0, ÷, П9, —, ÷, Па, ИП4, 2, +, ИП9, ×, ИП4, 1, +, ИП4, ÷, Fx², ИП7, ×, —, ИПd, ×, 2, ÷, ИП7, ÷, ИП4, ÷, ИП0, ÷, ИП8, ИП9, —, Fx², ÷, 1—1, Пb, C/П

Первоначальные засылки: $n \rightarrow \text{П4}$, $r_1 \rightarrow \text{П1}$, $\Delta r \rightarrow \text{П2}$, $d \rightarrow \text{П0}$. s_0' получается в Па, $\Delta s_y'/y^2$ в Пb. Время вычислений около 20 с.

Пример: $r_1 = -1000$, $\Delta r = 100$, $n = 1,5$.

Результат: $s_0' = -34099,996$, $\Delta s_y'/y^2 = 3,4833328-02$.

Так как $\Delta r = r_1 - r_2 \ll r_1$, то продольная сферическая абберация мениска, выражаемая вторым слагаемым формулы (4.90), непосредственно не зависит от радиусов кривизн r_1 и r_2 , а лишь от толщины мениска d и отношений $\Delta r/d$ и (лишь очень слабо) от $\Delta r/r_1$.

Фокусное расстояние мениска (и соответственно оптическая сила его) может быть определенно из приближенных соотношений, вытекающих из рис. 4.25:

$$f_y' = s_y' \frac{y_1}{y_2}, \quad \frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{1 - \frac{n-1}{n} \frac{d}{r_1}}.$$

В результате оптическая сила мениска выражается формулой

$$\Phi_0 = \frac{1}{s_0'} \approx \frac{d(n-1) \left(\frac{n-1}{n} - \frac{\Delta r}{d} \right)}{r_1^2 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_1} \right)}. \quad (4.91)$$

Угловая абберация его, в соответствии с (2.1) и (4.90), будет

$$\eta_y = -y^3 \frac{(n+2)(n-1)d \left[\frac{(n-1)(n+1)^2}{n^2(n+2)} - \frac{\Delta r}{d} \right]}{2nr_1^4 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_1} \right) \left(1 - d \frac{n-1}{r_1 n} \right)^2} \approx$$

$$\approx -y^3 \frac{(n+2)(n-1)d \left[\frac{(n-1)(n+1)^2}{n^2(n+2)} - \frac{\Delta r}{d} \right]}{2nr_1^4}. \quad (4.92)$$

Угловая абберация и оптическая сила мениска зависят не только от d и $\Delta r/d$, но и от радиуса кривизны его первой поверхности r_1 или кривизны s_1

$\rho_1 = 1/r_1$. При этом угловая абберация растет пропорционально четвертой степени кривизны.

Рассмотрим отдельные случаи наиболее интересных менисков.

С л у ч а й 1. Мениск равной кривизны ($r_1 = r_2$). При этом

$$\begin{cases} \Delta r/d = 0, & s'_0 = \frac{r_1}{d} \frac{r_1 n - d(n-1)}{(n-1)^2}, \\ \Delta s'_y = -y^2 \frac{(n+1)^2}{2dn(n-1)^2}, & \eta_y = -y^3 \frac{(n^2-1)^2}{2n} \frac{d}{r_1^2 [r_1 n - d(n-1)]^2}. \end{cases} \quad (4.93)$$

С л у ч а й 2. Концентрический мениск (мениск равной толщины). В этом случае

$$\begin{cases} \Delta r/d = 1, & s'_0 = \frac{nr_1^2}{(n-1)d}, \\ \Delta s'_y = \frac{1}{2} y^2 \frac{r_1 - d}{r_1 d} \frac{n^2 + n + 1}{n(n-1)}, \\ \eta_y = y^3 \frac{r_1 - d}{r_1^5} \frac{n^2 + n + 1}{2n^3} \frac{(n-1)d}{\left(1 - \frac{\Delta r}{r_1}\right)^2 \left(1 - \frac{d(n-1)}{r_1 n}\right)^2}. \end{cases} \quad (4.94)$$

С л у ч а й 3. Так как у первого мениска абберация отрицательна, а у второго положительна, то естественно, что должна существовать промежуточная форма мениска, при которой сферическая абберация третьего порядка отсутствует ($\Delta s'_y = 0, \eta_y = 0$). Максудов назвал его анаберрационным мениском.

Решение уравнения $\eta_y = 0$ относительно $\Delta r/d$ дает

$$\begin{cases} \frac{\Delta r}{d} = \frac{(n-1)(n+1)^2}{n^2(n+2)}, \\ s'_0 = - \frac{r_1^2 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_1}\right) \left[1 - \frac{d(n-1)}{r_1 n}\right] n^2 (n+2)}{d(n-1)^2}. \end{cases} \quad (4.95)$$

У читателя может возникнуть вопрос: почему это замечательное свойство менисков не находит свое отражение в рисунке 4.21 и формуле (4.64). В разъяснение напомним, что, строя рис. 4.21, мы полагали $\Delta \rho = 1$, а $d = 0$, в то время как рассматривая мениски мы считали $\Delta r/d$ малой величиной.

С л у ч а й 4. Мы видим, что концентрический мениск имеет $s'_0 > 0$, т.е. он является положительной линзой, а мениски равной кривизны и анаберрационный являются отрицательными линзами. Значит, в промежутке между анаберрационным мениском и мениском

равной кривизны должен иметься афокальный мениск, для которого $s_0' = +\infty$. Из (4.91) получаем

$$\begin{cases} \Delta r/d = (n-1)/n, \\ \eta_y = y^3 \frac{d}{r_1^4} \frac{(n-1)^2}{2n^3} \frac{1}{\left(1 - \frac{\Delta r}{r_1}\right) \left(1 - \frac{d}{r_1} \frac{n-1}{n}\right)^2}. \end{cases} \quad (4.96)$$

Если пренебречь, как это делает Д.Д. Максutow [1944, а], членами $\frac{d}{r_1} \frac{n-1}{n}$ и $\frac{\Delta r}{r_1}$, то получаем формулы, приведенные в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Конструктивные особенности разных типов менисков

Тип мениска	$\frac{\Delta r}{d}$	$\varphi_0' \frac{r_1^2}{d}$	$\eta_y \frac{2r_1^4}{y^3 d}$
I. Равной кривизны	0	$\frac{(n-1)^2}{n}$	$-\frac{(n^2-1)^2}{n^3}$
II. Афокальный	$\frac{n-1}{n}$	0	$-\frac{(n-1)^2}{n^3}$
III. Анаберрационный	$\frac{(n^2-1)(n+1)}{n^2(n+2)}$	$-\frac{(n-1)^2}{n^2(n+2)}$	0
IV. Ахроматический	$\frac{n^2-1}{n^2}$	$-\frac{(n-1)^2}{n^2}$	$\frac{(n^2-1)(n-1)}{n^3}$
V. Концентрический	1	$-\frac{n-1}{n}$	$\frac{(n-1)(n^2+n+1)}{n^3}$

На рис. 4.26, заимствованном нами у Д.Д. Максutow [1979], нанесены значения $\Phi_0' r_1^2/d$ и $\eta(2r_1^4)/(y^3 d)$ для разных форм менисков для $n = 1,5$. Римскими цифрами обозначены те же типы менисков, как и в табл. 4.6. Для других значений показателя преломления n наклоны прямых несколько изменятся, однако характер графика сохранится. Для двух длин волн (например, λ_C и λ_F) мениск можно сделать в параксиальной области ахроматическим. Чтобы устранить хроматизм положения, необходимо выполнить условие $s_C' = s_F'$. При этом из (4.90) получаем

$$\frac{\Delta r}{d} = 1 - \frac{1}{n_C n_F \left[1 - \frac{d}{r_1} \frac{(n_C - 1)(n_F - 1)}{n_C n_F} \right]} \quad (4.97)$$

или приближенно

$$\frac{\Delta r}{d} \approx \frac{n_C n_F - 1}{n_C n_F} \approx \frac{n^2 - 1}{n^2}. \quad (4.97')$$

Чтобы устранить хроматизм увеличения, необходимо выполнить условие $f_C' = f_F'$. Из (4.91) получаем

$$\frac{\Delta r}{d} = \frac{n_C n_F - 1}{n_C n_F} \approx \frac{n^2 - 1}{n^2}. \quad (4.97'')$$

Хроматизм положения для крайних длин волн λ_1 и λ_2 $\Delta s_{\lambda_1, \lambda_2} = 0$.

При такой ахроматизации на зоне у, как показали Н.В. Мерман и М.А. Соснина [1974], имеется сферохроматическая aberrация, которая равна

$$(\Delta s_{\lambda_1, \lambda_2})_y = -\frac{n_0 + 1}{2(n_0 - 1)^3} \frac{y^2}{d} \Delta n,$$

где n_0 — показатель преломления для средней длины волны.

Величина $\Delta r/d$ может служить характеристикой ахроматичности мениска. Существенно, что оба условия ахроматизации почти совпадают и не зависят ни от дисперсии стекла, ни от радиусов кривизн мениска. Продольная сферическая aberrация ахроматического мениска получается, если это значение $\Delta r/d$ подставить во второй член формулы (4.90):

$$\begin{aligned} \Delta s_y' &\approx y^2 \left(1 - \frac{\Delta r}{r_1} \right) \frac{(n+1)n}{2d(n-1)^2} \approx \\ &\approx y^2 \frac{(n+1)n}{2d(n-1)^2}, \quad (4.98) \end{aligned}$$

где у — зона на первой поверхности мениска. Весьма существенно то, что продольная сферическая aberrация ахроматического мениска положительна. Это позволяет использовать его для коррекции положительной сферической aberrации сферического зеркала в обратном ходе лучей — не внося при этом заметного хроматизма. На этом основан принцип менисковых систем Д.Д. Максудова [1944, 6; 1946, 1976]. Но подробнее об этом будет сказано в § 10.1.

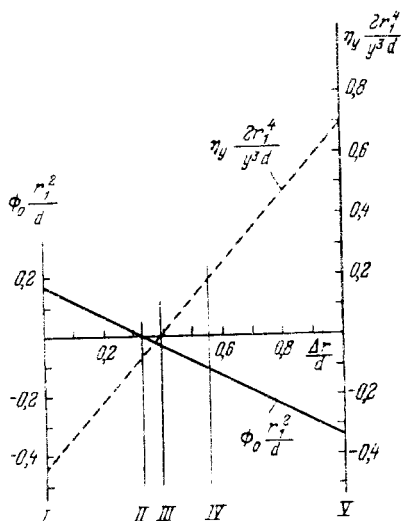


Рис. 4.26. Оптическая сила Φ_0 и угловая aberrация η_y менисков в зависимости от отношения $\Delta r/d$ (по Д.Д. Максудову [1944а]). Римские цифры соответствуют обозначениям, приведенным в табл. 4.6

§ 4.11. Отражение лучей в квазиплоском зеркале

Плоские зеркала имеют широкое применение в современных телескопах в качестве вспомогательных оптических элементов. Они не меняют сходимости пучка лучей, но позволяют направить его в место, удобное для размещения светоприемной аппаратуры. Плоское зерка-

ло не вносит aberrаций, поэтому его можно было бы и не рассматривать в этой главе. Но идеальных плоских зеркал нет. Каждое плоское зеркало имеет как местные погрешности, так и общую кривизну. Пусть плоское зеркало имеет местную погрешность (бугор или яму), высота которой равна δ . Плоский волновой фронт, упав на него под углом φ , при отражении приобретет волновую погрешность, равную

$$h = +2\delta \cos \varphi. \quad (4.99)$$

Для местных и зональных погрешностей первоклассной визуальной оптической системы допуск

$$\delta_{\max} \leq \frac{1}{8} \frac{\lambda}{\cos \varphi}. \quad (4.100)$$

Обычно в оптической схеме телескопа используется несколько плоских зеркал. Это приводит к необходимости еще ужесточать допуск. Если ось пучка перпендикулярна к плоскости зеркала, то небольшая кривизна его слегка изменяет фокусировку, не внося каких-либо заметных aberrаций. Но обычно плоские зеркала используются для отражения пучка в сторону, т.е. работают в наклонных пучках. При этом общая кривизна зеркала вызывает появление комы и астигматизма. Рассмотрим это подробнее.

На рис. 4.27 изображено квазиплоское зеркало, имеющее небольшую кривизну $\rho = 1/r$ (на рис. 4.27,а и 4.27,б кривизна очень сильно утрирована). Центр кривизны зеркала лежит в точке O_1 . На зеркало из точки A (рис. 4.27,а) под углом ε падает гомоцентрический пучок лучей. Пусть AO есть ось этого пучка. Нормаль к зеркалу в точке O обозначим через OO_1 . Если бы зеркало не имело кривизны, то плоскость RH , касательная к зеркалу в точке O , являлась бы плоскостью зеркала и изображение точки A оказалось бы в точке A' . Наличие кривизны зеркала приводит к тому, что изображение точки A для сагиттального пучка окажется в точке A'_s , а для меридионального пучка — в точке A'_m . Точка A'_s является пересечением прямых AO_1 и OA' . Это ясно из того, что при небольшом перемещении в сагиттальной плоскости плоскость чертежа 4.27,а лишь повернется вокруг оси AO_1 . При этом точка A'_s не сместится и будет фокусом сагиттальных лучей. Пусть $AO = t$, а $A'_s A' = \Delta'_s$. Прямая AA' параллельна прямой OO_1 . Поэтому $\Delta'_s = t - OA'_s$. Учитывая, что $AA' = 2t \cos \varepsilon$ получим

$$\Delta'_s = \frac{2t^2 \cos \varepsilon}{r(1 + \frac{2t}{r} \cos \varepsilon)}.$$

Так как $r \gg t$, то

$$\Delta'_s \approx \frac{2t^2}{r} \cos \varepsilon. \quad (4.101)$$

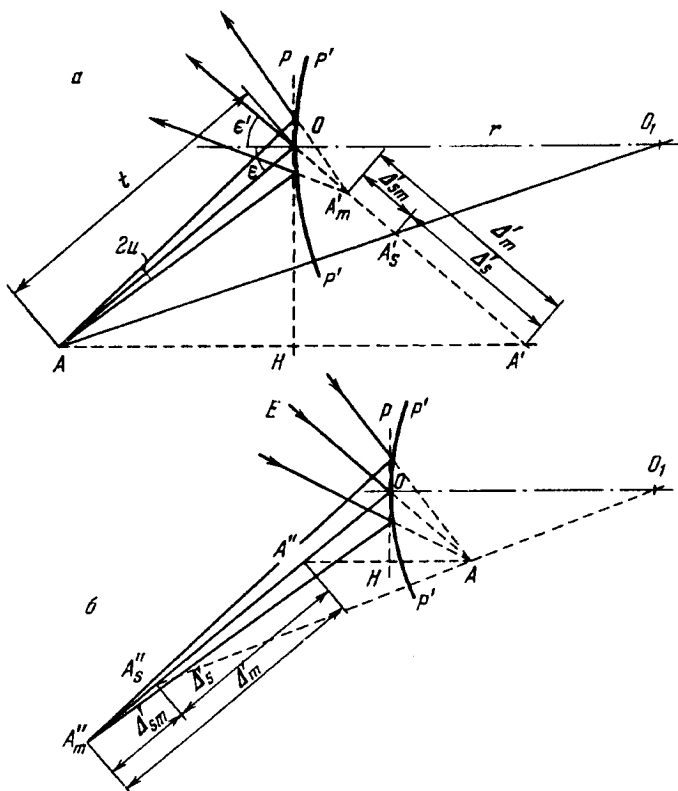


Рис. 4.27. Появление астигматизма при отражении пучка наклонных лучей в нестрого плоском зеркале: расходящийся пучок падает на зеркало из точки A (а); сходящийся в точке A пучок встречает на своем пути зеркало (б).

Эта формула легко выводится из формулы Юнга для сагиттального пучка (2.21). Аналогично, воспользовавшись формулой Юнга (2.21) для меридионального пучка, получим

$$\Delta'_m = \frac{2t^2}{r \cos \varepsilon}. \quad (4.101')$$

В результате астигматическая разность

$$\Delta'_{sm} = \Delta'_s - \Delta'_m = \frac{2t^2}{r} \operatorname{tg} \varepsilon \sin \varepsilon. \quad (4.102)$$

Если зеркало наклонено к пучку под углом 45° , как это бывает в телескопах, использующих схемы Ньютона, Несмита и некоторые виды схем кудэ (см. § 6.1 и 6.5), то

$$\Delta'_{sm} = 1,414 \frac{t^2}{r}. \quad (4.103)$$

Формулы (4.101) — (4.103) справедливы и в обратном ходе лучей: го-моцентрический пучок, сходящийся в точке A , при падении на идеаль-

ное плоское зеркало P в направлении EO (рис. 4.27, б) соберется в фокусе в точке A'' . Если же зеркало имеет кривизну с центром в точке O_1 , то меридиональные лучи соберутся в точке A_m'' , а сагиттальные в точке A_s'' . Допуск на величину астигматической разности Δ_{sm} был нами определен формулой (2.19), в которой относительное отверстие A должно быть заменено апертурой пучка $2b/t$, где b — малая полуось эллипса, заполненного светом на зеркале $P'P'$. Тогда, в соответствии с формулой (2.19), радиус кривизны r квазиплоского зеркала должен быть не меньше величины

$$r_{\min} \geq \frac{4b^2}{\lambda} \operatorname{tg} \epsilon \sin \epsilon. \quad (4.104)$$

При $\epsilon = 45^\circ$ и $\lambda = 0,000555$ мм

$$r_{\min} \geq 5110b^2, \quad (4.104')$$

где $r_{\min}$ и b выражены в миллиметрах. Д.Д. Максutow [1946, 1979] приводит частный пример: если в телескопе Ньютона эллиптическое диагональное зеркало имеет малую ось $2b = 100$ мм и наклонено под углом $\epsilon = 45^\circ$, то для первоклассного визуального телескопа его радиус кривизны должен быть не меньше ≈ 13 км. В больших современных телескопах используются плоские зеркала с величиной $2b = 1,5$ м и более. Радиус кривизны диагонального зеркала с $2b = 1,5$ м должен быть не менее 2875 км.

Так как радиус кривизны зеркала много больше его диаметра, то его можно рассматривать как очень малосветосильную систему. Апертура $2u$ пучка играет при этом роль поперечника поля зрения $2w$. Поэтому мы можем применить здесь рассуждения параграфа 4.5 о сравнительном преобладании влияния комы и астигматизма. Влияние комы в этом случае, много меньше, чем астигматизма. Поэтому кому мы рассматривать не будем.

§ 4.12. Преломление лучей на плоскости; плоскопараллельная пластинка

Часто перед фотопластинкой ставятся светофильтры. С оптической точки зрения они являются плоскопараллельной пластинкой, установленной в сходящемся пучке лучей. Призмы полного внутреннего отражения, используемые в любительских телескопах Ньютона, призмы Дове, поляризационные призмы, светоделительные кубики, стеклянные сетки нитей также эквивалентны плоскопараллельным пластинкам. В § 4.1 мы затронули вопрос о преломлении пучка света на плоскости. Ввиду его важности рассмотрим подробнее преломление гомоцентрического пучка на плоской поверхности. Пусть пучок лучей апертуры $2u$ выходит из точки A (рис. 4.28) и падает на плоскую преломляющую поверхность PO так, что ось его AB_2 составляет с

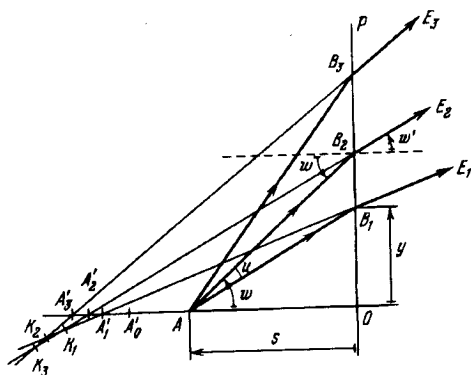


Рис. 4.28. Появление астигматизма при преломлении гомоцентрического пучка на плоской поверхности

нормалью к поверхности угол w . Перпендикуляр AO можно рассматривать как оптическую ось. Каждый из лучей AB_1 , AB_2 , AB_3 претерпит преломление. Преломленный пучок лучей перестанет быть гомоцентрическим: он, в соответствии с формулой (4.7), приобретет продольную сферическую aberrацию

$$\Delta s'_{y_i} = y_i^2 \frac{n'^2 - n^2}{2nn's}, \quad (4.105)$$

где $y_i = OB_i$ ($i = 1, 2, 3$), $s = OA$, n — показатель преломления первой среды, n' — показатель преломления второй среды. Если бы имелся параксиальный луч AO , то сопряженной ему точкой являлась бы точка A'_0 . На наклонных лучах AB_i , лежащих в меридиональной плоскости, точкам A_i соответствуют сопряженные точки A'_i , отстоящие от точки A'_0 на расстояниях $\Delta s'_{y_i}$. Продолжения бесконечно близких пар преломленных лучей B_1E_1 , B_2E_2 , B_3E_3 в обратном направлении будут пересекаться между собой в точках K_1 , K_2 , K_3 , лежащих на искривленной линии, называемой *каустикой*. Каждой зоне y будет соответствовать свой отрезок KB . Это приводит к появлению комы. Устранить ее можно, уменьшив апертурный угол w . Технически это обычно невозможно. Кроме того, астигматизм при этом сохраняется. А он вызван тем, что для узких сагиттальных пучков сопряженная точка зоны y_2 лежит в A'_2 на оптической оси AO , а для меридиональных пучков — в точке K_2 , и никакое уменьшение апертуры σ пучка не может исправить это. Уменьшить астигматизм можно только, уменьшив угол падения w , что обычно технически невозможно. В зависимости от соотношения величин углов σ (т.е. светосилы) и w доминирует кома или астигматизм. Сферическая aberrация, кома и астигматизм равны нулю

лишь, если на плоскость под углом w падает пучок параллельных лучей ($\sigma = 0, s = -\infty$). Даже незначительная кривизна преломляющей поверхности приводит к появлению комы, астигматизма и некоторой малой сходимости пучка.

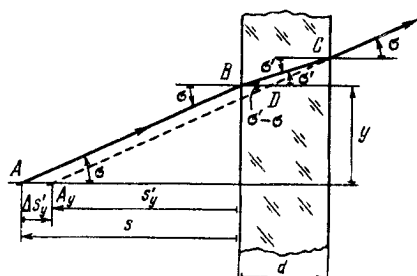


Рис. 4.29. Продольная сферическая абберация $\Delta s'_y$, вносимая плоско-параллельной пластинкой в наклонный пучок

Так как в формулу (1.1), выражающую закон Снеллиуса, входят показатели преломления n и n' , то преломленный пучок не свободен от хроматизма — лучи разных длин волн преломляются по-разному.

При прохождении через плоскопараллельную пластинку, находящуюся в воздухе, каждый луч претерпевает пре-

ломление дважды (рис. 4.29). В результате, упав на пластинку под углом σ , луч выйдет из нее под тем же углом, но окажется смещенным на величину $AA_y = \Delta_y$. Если толщина пластинки равна d , то путь луча в ней $m = d/\cos \sigma'$. Применяя к треугольнику BCD теорему синусов, получим

$$\Delta_y = d \left[1 - \frac{1}{n} (1 - \sin^2 \sigma)^{1/2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \sin^2 \sigma \right)^{-1/2} \right]. \quad (4.106)$$

Это выражение является точным. Если угол w не очень велик, то можно выражения, заключенные в круглые скобки, разложить в ряды, ограничиться вторыми степенями $\sin \sigma$ и считать, что $\sin^2 \sigma \approx \tan^2 \sigma$. Тогда, после несложных преобразований,

$$\Delta_y = \frac{n-1}{n} d + y^2 \frac{n^2-1}{2n^3} \frac{d}{s^2}. \quad (4.106')$$

Первый член выражает смещение параксиального изображения плоскопараллельной пластинкой. Плоскопараллельные пластинки делаются обычно из стекла типа крон. Для него $n \approx 1,5$, в результате смещение параксиального луча составит

$$\Delta_0 \approx \frac{1}{3} d. \quad (4.107)$$

Введение в сходящийся пучок лучей плоскопараллельной пластинки отодвигает фокальную плоскость приблизительно на величину, равную одной трети ее толщины. Сопряженное расстояние равно

$$s'_y = s + \Delta_y = s + \frac{n-1}{n} d + y^2 \frac{n^2-1}{2n^3} \frac{d}{s^2}. \quad (4.108)$$

Мы считаем, что угол σ невелик. Поэтому последнюю формулу можно переписать в виде

$$s_y' = s + \frac{n-1}{n}d + \frac{n^2-1}{2n^3}\sigma^2d \quad (4.109)$$

и сферическая абберация будет

$$\Delta s_y' = \frac{n^2-1}{2n^3}\sigma^2d. \quad (4.110)$$

Плоскопараллельная пластинка вносит положительную сферическую абберацию. Это надо учитывать при расчете оптических систем, содержащих призмы полного внутреннего отражения, светофильтры и другие подобные элементы.

Приведем без вывода формулы остальных аббераций плоскопараллельной пластинки (вывод их с применением сумм Зейделя читатель может найти в книге И.А. Турыгина [1966]):

Полная длина пятна комы

$$\delta l_{II}' = \frac{3(n^2-1)}{2n^2}w\sigma d, \quad (4.111)$$

астигматическая разность

$$\Delta_{sm} = x_s' - x_m' = -\frac{n^2-1}{n^3}w^2d, \quad (4.112)$$

смещение изображения, вызванное дисторсией,

$$\delta l_V' = \frac{n^2-1}{2n^3}w^3d, \quad (4.113)$$

продольный хроматизм для лучей C ($\lambda = 0,6563$ мкм) и F ($\lambda = 0,4861$ мкм)

$$s_F' - s_C' = \frac{n_F - n_C}{n^2}d = \frac{n-1}{n^2\nu}d, \quad (4.114)$$

поперечный хроматизм для тех же лучей

$$l_F - l_C' = -\frac{n-1}{n^2\nu}wd. \quad (4.115)$$

В этих формулах σ — половина апертурного угла, w — половина поля зрения, ν — дисперсия стекла, из которого изготовлена плоскопараллельная пластинка. Для уменьшения хроматизма, вносимого пластинкой, ее выгодно делать из стекла с большей дисперсией ν . Такому требованию удовлетворяют кроновые стекла.

§4.13. Использование оптических волокон в астрономических телескопах

Оптическим волокном называется стеклянная нить, по которой можно передать свет. В последнее время такие оптические световоды получили применение в телескопах.

С помощью обычного щелевого спектрографа за одну экспозицию, продолжающуюся десятки минут и даже часы, можно получить спектр лишь одной звезды. Это непродуктивно. Но представим себе, что в фокусе телескопа построено изображение участка неба и к изображениям интересующих астронома звезд подведены торцы оптических волокон. Другие концы их расположены вдоль щели спектрографа. В результате за одну экспозицию могут быть получены спектры нескольких десятков звезд. Такие спектрографы получили название *многозвездных* (или типа «медуза»). С помощью гибкого оптического волокна можно передать свет (или, если использовать упорядоченный жгут волокон, то и изображение) на значительное расстояние, что упрощает конструкцию телескопа.

Оптическое волокно представляет собой светопроводящую стеклянную нить (жилу) диаметром от 5 до 50 мкм, окруженную тонкой стеклянной оболочкой. Показатели преломления нити n_1 и оболочки n_2 должны удовлетворять условию

$$n_1 > n_2 \quad (4.116)$$

Это обеспечивает полное внутреннее отражение на границе нить-оболочка и, тем самым, распространение света вдоль нити. Если входной торец нити находится в среде с показателем преломления n_0 , то в меридиональном сечении пройдут через нить все лучи, входящие в нее в апертурном угле, для которого

$$\sin u_M = \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (4.117)$$

Косые лучи, лежащие вне меридиональной плоскости, пройдут, если для них

$$\sin u \cos \gamma \leq \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}, \quad (4.117')$$

где γ есть угол между проекцией луча на плоскости поперечного сечения волокна и нормалью к поверхности раздела жила-оболочка. Очевидно, что угол γ может быть заключен в пределах от 0 до $\pi/2$.

Для меридиональных лучей апертура волокна

$$A_M = n_0 \sin \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (4.118)$$

При падении косого луча под углом $u > u_M$ на торец волокна значения угла γ должны удовлетворять условию

$$\cos \gamma \leq \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0 \sin u}. \quad (4.118')$$

Изложенное строго лишь для прямых волокон. В изогнутых волокнах картина усложняется. Кроме того, следует иметь в виду, что волокно нарушает когерентность передаваемого света и его поляризацию, причем последняя меняется при изгибе волокна. Оптические волокна могут иметь числовую апертуру более высокую, чем обычные линзовые системы, а упорядоченные жгуты волокон—большое линейное поле. К оптическим волокнам предъявляются следующие требования: жила должна быть изготовлена из стекла с большим показателем преломления (однако это снижает светопропускание в коротковолновой части спектра), поверхность ее должна быть гладкой, а поперечное сечение круглым; торцы должны быть оптически плоскими и перпендикулярны оси волокна.

Кроме оптических волокон в астрономии находят применение также *волоконные шайбы* и *фоконы*. Волоконная шайба представляет собой пластину, собранную из множества светопроводящих жил, как правило, впеченных в общую оболочку. Такие шайбы широко используются в электронно-оптических преобразователях (ЭОП) для спрямления криволинейного поля. Они могут использоваться и для спрямления поля в оптических системах вместо линзы Пиацци—Смита (см. § 5.5). В этих случаях входной поверхности волоконной шайбы придается кривизна, равная кривизне поля, а другая сторона ее—плоская.

Фоко́ном называется оптический световод, геометрия поперечного сечения которого меняется вдоль оси. Фокон может быть выполнен в виде конуса. В этом случае числовая апертура на входе с широкого конца его меньше числовой апертуры на выходе. Если направить пучок лучей в широкий торец фокона, то на узком конце его поперечное сечение сожмется, но расходимость увеличится. Фокон с круглым входом и лезвиеобразным выходом позволяет направить в узкую щель спектрографа весь свет от сравнительно большого круглого изображения звезды. Однако, применяя волоконные элементы, всегда следует иметь в виду согласование апертуры телескопа, волокна или фокона на входе и на выходе и входной апертуры спектрографа или другого светоанализирующего прибора. При этом следует помнить, что даже цилиндрическое волокно несколько увеличивает апертуру выходного пучка лучей по сравнению с апертурой пучка на входе: некоторая доля (в отдельных случаях до 20 %) лежит вне теоретического конуса лучей. Это явление называется *деградацией апертуры*.

При переносе изображения поля с помощью волокон, шайб или фоконов желательно, чтобы для каждой точки поля ось соответствующего волокна совпадала с направлением оси главного луча. В противном случае, как показал Винне (Wynne C.G.[1991]), неизбежны потери света.

Глава 5

ЛИНЗОВЫЕ СИСТЕМЫ ТЕЛЕСКОПОВ И МЕТОДЫ ИХ РАСЧЕТА

§ 5.1. Однолинзовый объектив

В астрономических приборах однолинзовый объектив используется редко—почти исключительно только во внеатомных коронографах, где основным требованием является минимальное количество рассеянного света. Это определяет необходимость иметь минимальное количество оптических поверхностей. Хроматизм объектива коронографа роли не играет, так как наблюдения выполняются в монохроматическом свете. При переходе от одной спектральной линии к другой необходимо лишь перефокусировать объектив. Однако сферическая аберрация объектива должна быть исправлена, т.е. линза объектива должна быть анаберрационной. Для этого одна из ее поверхностей должна быть асферической. Величина асферичности выражается формулой (4.73). Однако это возможно лишь для одной длины волны.

§ 5.2. Ахроматический объектив

Перейдем к рассмотрению объективов, содержащих несколько линз. Все рассуждения будут относиться к параксиальной области и к объективу, содержащему бесконечно тонкие соприкасающиеся линзы. Оптическая сила Φ такого объектива есть сумма оптических сил отдельных линз, входящих в него,

$$\Phi = \sum_i \Phi_i. \quad (5.1)$$

В частности, для двухлинзового объектива

$$\Phi = \Phi' + \Phi'' = (n' - 1)\Delta\rho' + (n'' - 1)\Delta\rho''. \quad (5.1')$$

Здесь и далее величины, отмеченные одним штрихом, относятся к первой линзе объектива, а двумя—ко второй. В двухлинзовом объективе можно исправить хроматизм параксиальных лучей двух заданных длин волн или лучей, проходящих через некоторую заданную зону

объектива. Для совмещения положения фокусов лучей двух длин волн λ_1 и λ_2 надо выполнять условие $\Phi_{\lambda_1} = \Phi_{\lambda_2}$ или

$$(n_{\lambda_1}' - 1)\Delta\rho' + (n_{\lambda_1}'' - 1)\Delta\rho'' = (n_{\lambda_2}' - 1)\Delta\rho' + (n_{\lambda_2}'' - 1)\Delta\rho''. \quad (5.2)$$

Такой объектив называется *ахроматическим*. Ахроматизировать объектив можно для лучей С ($\lambda = 0,6563$ мкм) и F ($\lambda = 0,4861$ мкм), лежащих приблизительно по краям доступного глазу спектрального интервала или для лучей F и h ($\lambda = 0,4047$ мкм), лежащих по краям области чувствительности несенсибилизированной фотопластинки. Первый случай соответствует *визуальной ахроматизации*, второй — *фотографической*. Из (5.2) следует, что в ахроматическом объективе кривизны обеих линз должны удовлетворять условию

$$\frac{\Delta\rho'}{\Delta\rho''} = -\frac{n_{\lambda_1}'' - n_{\lambda_2}''}{n_{\lambda_1}' - n_{\lambda_2}'}.$$

Если положить $\lambda_1 = \lambda_F$, $\lambda_2 = \lambda_C$ и подставить сюда из (4.66') значения $\Delta\rho'$ и $\Delta\rho''$, то учтя (4.80), получим

$$\frac{\Phi'}{\Phi''} = -\frac{\nu'}{\nu''}, \quad (5.3)$$

где Φ' и Φ'' есть оптические силы положительной и отрицательной линз для средней длины волны, например для луча D ($\lambda = 0,5893$ мкм), а ν' и ν'' — числа Аббе каждой из линз. Последнее уравнение можно записать в виде

$$\frac{\Phi'}{\nu'} + \frac{\Phi''}{\nu''} = 0. \quad (5.4)$$

Можно показать, что вообще условие ахроматичности системы, содержащей k компонент, есть

$$\sum_{i=1}^k \frac{\Phi_i}{\nu_i} = 0. \quad (5.4')$$

Решая (5.1') и (5.4) относительно Φ' и Φ'' , получим

$$\begin{cases} \Phi' = \Phi \frac{\nu'}{\nu' - \nu''}, \\ \Phi'' = -\Phi \frac{\nu''}{\nu' - \nu''}, \end{cases} \quad (5.5)$$

где Φ — оптическая сила объектива. Выражения (5.5) называются *условием ахроматичности*. Важно, что они определяют только силу каждой из линз, но не их форму. Из условия ахроматичности следует, что оптические силы каждой из линз обратно пропорциональны разности дисперсии стекол. Чтобы Φ' и Φ'' не были чрезмерными, следует выбирать стекла с сильно различающимися значениями дисперсий ν' и ν'' . Положительная линза обяза-

тельно должна быть изготовлена из стекла с большим значением дисперсии, чем отрицательная линза, т.е. положительная линза должна быть из стекла типа крон, а отрицательная из стекла типа флинт. Подставляя полученные значения Φ' и Φ'' в (4.66'), получим

$$\begin{cases} \Delta\rho' = \frac{\Phi}{(v' - v'')(n_F' - n_C')}, \\ \Delta\rho'' = -\frac{\Phi}{(v' - v'')(n_F'' - n_C'')}. \end{cases} \quad (5.6)$$

Отсюда следует, что для получения ахроматического объектива заданной оптической силы Φ разность кривизн $\Delta\rho'$ и $\Delta\rho''$ каждой из линз однозначно определяется выбранными сортами стекол. Индексами 1 и 2 мы будем обозначать первую и вторую поверхности каждой из линз; при этом сами кривизны $\rho_1', \rho_2', \rho_1'', \rho_2''$ каждой поверхности каждой из линз могут быть любыми; их величины будут влиять лишь на монохроматические aberrации. Надлежащей кривизной линз можно исправить сферическую aberrацию и кому (см. § 5.9 и 5.10). Для исправления сферической aberrации третьего порядка воспользуемся тем обстоятельством, что при выполнении условия ахроматизации (5.5) кривизны каждой из поверхностей линз, а значит, и продольная aberrация каждой из линз, произвольны. В § 4.8 мы показали, что положительная линза обладает всегда отрицательной сферической aberrацией, а отрицательная линза наоборот — всегда положительной aberrацией (исключения представляют мениски). Это позволяет дать такие формы каждой из линз, чтобы их aberrации были равны по абсолютной величине, но имели противоположные знаки. Для определенности предположим, что положительная линза предшествует (считая по ходу лучей) отрицательной. Тогда для положительной линзы $s = -\infty$; ее сферическая aberrация выразится формулой (4.67), которую мы перепишем здесь в виде

$$\Delta f_y' = -y^2 [A'(\rho_1')^2 + B'\rho_1' + C']. \quad (5.7)$$

Штрихи означают здесь первую (в данном случае положительную) линзу. Aberrацию отрицательной линзы определим в обратном ходе лучей, что будем обозначать стрелкой $\leftarrow$ над соответствующими величинами. Для этого предположим, что светящаяся точка расположена в главном фокусе F объектива (рис. 5.1), повернутого на 180° ; при этом перед $\Delta\rho''$ и Φ надо поменять знаки на обратные. Так как обе линзы приняты бесконечно тонкими и соприкасающимися, то зоны у у них будут одни и те же. Продольная сферическая aberrация отрица-

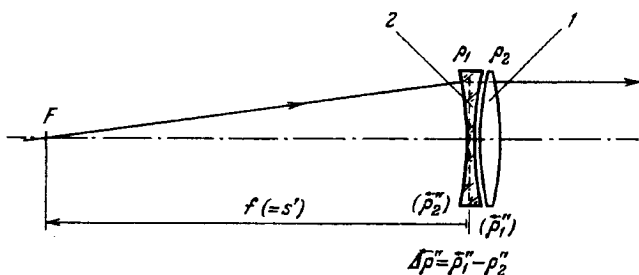


Рис. 5.1. К определению сферической aberrации отрицательной флинтовой линзы. Объектив рассматривается условно повернутым на 180° , т.е. в обратном ходе лучей

тельной линзы для зоны y определится при этом из (4.63), которую мы запишем в виде, аналогичном формулам (4.64) и (5.7):

$$\bar{\Delta} s_y'' = -y^2 [A''(\bar{\rho}_2'')^2 + B''\bar{\rho}_2'' + C]. \quad (5.8)$$

Здесь два штриха обозначают вторую (в данном случае отрицательную) линзу. Компенсация aberrаций наступит при выполнении условия

$$\Delta f_y' = -\Delta s_y''. \quad (5.9)$$

В соответствии с (4.64') коэффициенты A' , B' , C' зависят только от показателей преломления n' и n'' выбранных сортов стекла и разностей кривизн $\Delta \rho'$ и $\Delta \rho''$ положительной и отрицательной линз, определенных условием ахроматизации. Так как пучок света для второй линзы рассматривается идущим с конечного расстояния (из фокуса F объектива), то коэффициенты $\bar{A}''$, $\bar{B}''$ и $\bar{C}''$ зависят кроме того и от оптической силы всего объектива:

$$\begin{cases} A' = \frac{n' + 2}{2n'(n' - 1)\Delta \rho'}, \\ B' = -\frac{2n' + 1}{2(n' - 1)}, \\ C' = \frac{n'^2}{2(n' - 1)}\Delta \rho', \\ \bar{A}'' = a(n'' + 2), \\ \bar{B}'' = -a[4(n'' + 1)\bar{\Phi} + n''(2n'' + 1)\bar{\Delta} \rho''], \\ \bar{C}'' = a[(3n'' + 2)\bar{\Phi}^2 + n''(3n'' + 1)\bar{\Phi}\bar{\Delta} \rho'' + n''^3\bar{\Delta} \rho''^2], \end{cases} \quad (5.10)$$

где

$$a = \frac{(n'' - 1)\bar{\Delta} \rho''}{2n''[(n'' - 1)\bar{\Delta} \rho'' + \bar{\Phi}]^2}.$$

Если мы задали фокусное расстояние объектива f (или обратную ему величину — оптическую силу Φ), разность кривизн $\Delta\rho'$ положительной линзы и выбрали сорта стекол, т.е. определили показатели преломления n' и n'' обеих линз, то из (5.1') находим разность кривизн $\Delta\rho''$, а значит, и оптическую силу Φ'' отрицательной линзы. Подставляя значения (5.5) и (5.6) в (5.10), получим численные значения величин A' , B' , C' , $\bar{A}''$, $\bar{B}''$ и $\bar{C}''$. Если мы, кроме того, задались величиной ρ_1' , то из (5.7) находим $\Delta s_y'$. При этом флинтсовая линза рассматривается повернутой на 180° ; поэтому при определении истинного значения аберрации $\Delta s_y''/y^2$, вносимой ею в сходящийся к фокусу пучок лучей, следует заменить величину ρ_1' величиной $-\rho_2''$. Условие (5.9) будет выполнено лишь при вполне определенном значении ρ_2'' , которое получается в результате решения квадратного уравнения

$$y^2 [\bar{A}''(\rho_2'')^2 + \bar{B}''\rho_2'' + \bar{C}''] - \Delta s_y' = 0. \quad (5.11)$$

Воспользуемся рисунком 4.21, чтобы показать это более наглядно. Для этого перенесем с него на рис. 5.2 абсолютные величины аберраций положительной и отрицательной линз. По оси абсцисс будем откладывать кривизну ρ_1' первой поверхности первой (кроновой) линзы. Кроме того на отдельных шкалах нанесем соответствующие значения остальных кривизн ρ_1'' , ρ_2' и ρ_2'' . При этом шкалы ρ_1'' и ρ_2' совместим. По оси ординат будем откладывать абсолютные значения

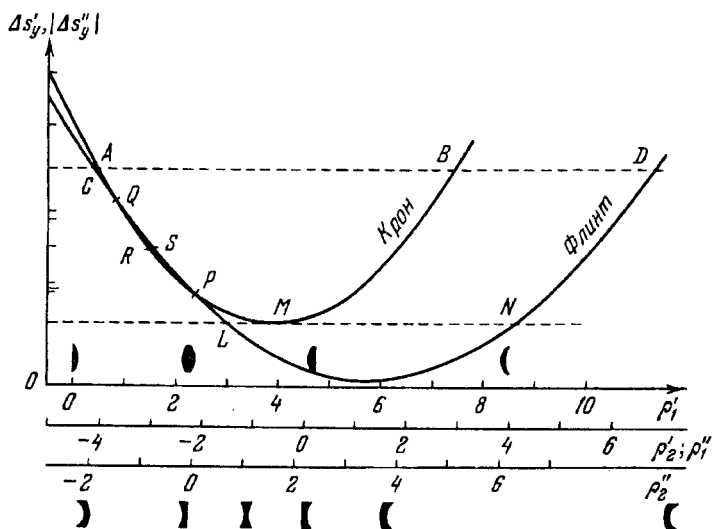


Рис. 5.2. Форма линз в тонких двухлинзовых объективах разных типов

величин $\Delta f_y'$ и $\Delta s_y''$ aberrаций каждой из линз. Если квадратное уравнение (5.11) не имеет действительных корней, то следует выбрать другую пару марок стекол. Возможность произвольного выбора значений $|\Delta f_y'|$ и равных им значений $|\Delta s_y''|$ позволяет осуществить множество типов ахроматических объективов с исправленной сферической aberrацией третьего порядка. Задание продольной сферической aberrации каждой из линз определяет на рис. 5.2 некоторый вполне определенный уровень — например, прямую $CABD$. Ей соответствуют четыре возможные комбинации форм линз ахроматического объектива: $A+C$, $A+D$, $B+C$ или $B+D$, т.е. каждой форме одной линзы отвечают вообще две возможные формы другой линзы. Указанные комбинации схематически изображены на рис. 5.3. Уровню LMN

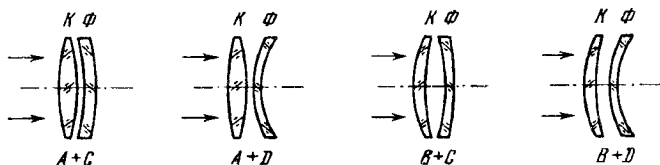


Рис. 5.3. Четыре варианта ахроматических объективов с кроновой линзой впереди

соответствуют только две возможные комбинации: ML или MN . Из четырех типов объективов наиболее выгодная схема $A+C$, так как в ней кривизны линз меньше, чем в любой другой комбинации. С ростом же кривизны линз возрастают сфероахроматическая aberrация и aberrации высших порядков. Кроме того, предъявляются более жесткие требования к центрировке линз.

Кривизна ρ_1' первой поверхности может быть выбрана любой, лишь бы соблюдались условия ахроматизации (5.5) и компенсации сферической aberrации (5.9). Эта свобода может быть использована для удовлетворения других требований, например конструктивных или, чаще, оптических.

Условия (5.7) и (5.8) выражают aberrации кроновой и флинтовой линзы через радиусы кривизн наружных поверхностей объектива ρ_1' и ρ_2'' . Можно задаться условием, чтобы вторая поверхность кроновой линзы имела кривизну, равную кривизне поверхности флинтовой линзы, т.е. чтобы было удовлетворено условие равенства кривизн внутренних поверхностей объектива:

$$\rho_2' = \rho_1'' \quad (5.12)$$

Выполнение этого требования позволяет склеить обе линзы в один блок. Для удовлетворения условий (5.12) удобно выразить $\Delta f_y'$ кроновой линзы и $\Delta s_y''$ флинтовой линзы соответственно через ρ_2' и ρ_1'' . Для такого перехода воспользуемся формулой (4.61'), из которой следует,

что $\rho_1' = \Delta\rho' + \rho_2'$, $\bar{\rho}_1'' = \bar{\rho}_2'' - \Delta\rho''$. После несложных преобразований получим

$$\begin{cases} \Delta f_y' = -y^2 [\bar{A}'\rho_2'^2 + \bar{B}'\rho_2' + \bar{C}'], \\ \bar{\Delta s}_y' = -y^2 [\bar{A}''\bar{\rho}_1''^2 + \bar{B}''\bar{\rho}_1'' + \bar{C}'], \end{cases} \quad (5.13)$$

где

$$\begin{cases} \bar{A}' = A', \\ \bar{B}' = 2A'\bar{\Delta\rho}' + B', \\ \bar{C}' = A'(\bar{\Delta\rho}')^2 + B'\bar{\Delta\rho}' + C', \\ \bar{A}'' = A'', \\ \bar{B}'' = -2A''\bar{\Delta\rho}'' + B'', \\ \bar{C}'' = A''(\bar{\Delta\rho}'')^2 - B''\bar{\Delta\rho}'' + C''. \end{cases} \quad (5.10')$$

Черточки над коэффициентами A, B и C обозначают, что эти величины относятся к склеенному объективу. Условие (5.12) при исправлении сферической аберрации эквивалентно выполнению равенства

$$(\bar{A}' - \bar{A}'')(\rho_2')^2 + (\bar{B}' - \bar{B}'')\rho_2' + (\bar{C}' - \bar{C}'') = 0, \quad (5.14)$$

которое может быть справедливым лишь если дискриминант D этого квадратного уравнения неотрицателен.

При $D > 0$ имеются два решения квадратного уравнения (5.14), которые соответствуют склеенным объективам, называемым *объективами Клеро* типов P и Q .

Широкое распространение получили *объективы А. Кларка*. В них кроновая и флинтовая линзы разделены значительным воздушным промежутком, составляющим, как, правило около $0,014f'$. Промежуток введен исключительно только для удобства чистки внутренних поверхностей линз. Наличие такого воздушного промежутка неизбежно приводит к появлению хроматизма увеличения (см. рис.2.12) и дисторсии. Тем не менее все крупнейшие рефракторы мира снабжены объективами Кларка. Рис.2.12 делает ясным тот механизм, который приводит к хроматизму увеличения. По выходе из кроновой линзы синий луч F отклоняется значительно сильнее, чем красный луч C . В результате лучи F встречают флинтовую линзу ближе к оптической оси, чем красные лучи C . Так как поперечная сферическая аберрация пропорциональна кубу зоны y , то переисправление сферической аберрации для фиолетовых лучей несколько уменьшилось. Поэтому объективы Кларка дают несколько менее заметный фиолетовый ореол вокруг звезд.

Коэффициент отражения при нормальном или близком к нормальному падению лучей на непросветленную поверхность, разделяющую среды с показателями преломления n и n' , составляет

$$k = \left(\frac{n' - n}{n' + n} \right)^2. \quad (5.15)$$

В несклеенном объективе любого типа третья поверхность его отражает около $1/18$ падающей энергии, давая пучку дополнительную сходямость, равную $-2\rho_1''$ (в единицах оптической силы всего объектива). Вторая поверхность объектива отразит $1/23$ долю этого пучка в направлении к фокусу телескопа и уменьшит сходямость пучка на $2\rho_2'$. Так как расстояние между линзами ничтожно, то дважды отраженный пучок образует свой фокус на расстоянии $\Delta f' = 2(\rho_1'' - \rho_2')$ от главного фокуса. Если разность кривизн ρ_1'' и ρ_2' мала, как это обычно бывает в объективах, близких к типу Клеро, то каждая яркая звезда даст на фотопластинке заметный весьма вредный блик. В результате изображение каждой яркой звезды сопровождается слабым спутником, который будет слабее самой звезды на 6,6 звездной величины. Взаимное склеивание линз в объективе уменьшает потери света на отражениях от их поверхностей. Принимая показатели преломления кроны 1,52, флинта 1,62, а воздуха 1,0, находим, что в несклеенном объективе, в котором линзы разделены даже тонким воздушным промежутком, суммарные потери на отражение составляют 18,3 %. Склеивание линз снижает их до 9,7 %. Кроме того, уменьшаются вредные блики и слабый рассеянный фон неба по полю. Склейка фактически исключает влияние погрешностей формы склеиваемой поверхности кроновой линзы и на $1/7$ уменьшает влияние таковых на склеиваемой поверхности флинтавой линзы, а также влияние царапин на них и обеспечивает неизменность центровки линз. Склеенные объективы используются только в небольших рефракторах и астрометрических инструментах, в которых недопустимо смещение линз.

§ 5.3. Вторичный спектр двухлинзового ахроматического объектива и объективы с уменьшенным вторичным спектром

В предыдущем параграфе мы показали, что в двухлинзовом объективе ахроматизация возможна для лучей каких-то двух избранных длин волн (например, С и F). Лучи других длин волн в тот же фокус направить нельзя. В результате некоторый хроматизм положения остается. Он называется *вторичным спектром*. Действительно, в соответствии с (5.1), (5.6) и (4.80), фокусное расстояние для лучей произвольной длины волны λ есть

$$f_{\lambda}' = f' \frac{\nu' - \nu''}{\nu_{\lambda}' - \nu_{\lambda}''}, \quad (6.16)$$

где f' — фокусное расстояние объектива для длины волны ахроматизации, ν' и ν'' — числа Аббе для первой и второй линз, определяемой формулой (4.80), а ν_{λ}' и ν_{λ}'' — аналогичные величины для рассматриваемой длины волны:

$$\nu_{\lambda} = \frac{n_{\lambda} - 1}{n_F - n_C}.$$

Уклонение фокуса лучей длины волны λ от фокуса тех лучей, для которых объектив был ахроматизован (в данном случае мы рассматриваем на примере ахроматизации лучей длин волн C ($\lambda=0,6563 \text{ мкм}$) и F ($\lambda=0,4861 \text{ мкм}$)), составит

$$f_{\lambda}' - f_D' = \Delta f_{\lambda}' = f_D' \frac{\gamma_{\lambda}' - \gamma_{\lambda}''}{\nu_{\lambda}' - \nu_{\lambda}''}, \quad (5.17)$$

где через γ_{λ} обозначено отношение частных дисперсий $n_D - n_{\lambda}$ к средней дисперсии $n_F - n_C$, т.е.

$$\gamma_{\lambda} = \frac{n_D - n_{\lambda}}{n_F - n_C}. \quad (5.18)$$

Относительное удлинение фокуса для лучей длины волны λ будет

$$\frac{\Delta f_{\lambda}'}{f_{\lambda}'} = \frac{\gamma_{\lambda}' - \gamma_{\lambda}''}{\nu_{\lambda}' - \nu_{\lambda}''}. \quad (5.19)$$

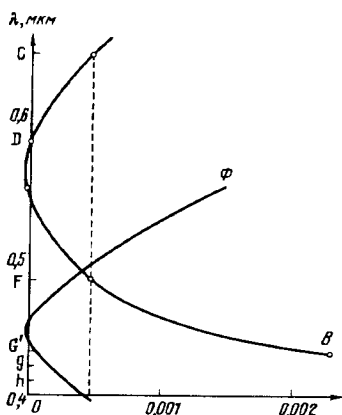


Рис. 5.4. Кривые вторичного спектра объектива при визуальной (кривая B) и фотографической (кривая F) ахроматизации

Мы видим, что величина вторичного спектра пропорциональна отношению разностей частных дисперсий к разности относительных дисперсий. На рис. 5.4 нанесена кривая вторичного спектра для объектива из стекол К8 и Ф2 при совмещении фокусов лучей C и F (кривая B). По оси ординат отложены длины волн, а по оси абсцисс — *продольный вторичный спектр*. Такая кривая называется хроматической кривой объектива. Ее зависимость от длины волны носит приблизительно параболический характер.

Вершина хроматической кривой объектива должна лежать в области максимальной чувствительности того светоприемника, который будет с ним использоваться. Начнем с телескопа, предназначенного для визуальных наблюдений. Глаз человека обладает наибольшей чувствительностью в области длин волн около $0,555 \text{ мкм}$. Такая ахроматизация называется *визуальной коррекцией*, а объектив — *визуальным объективом*. В нем лучи длин волн λ_C и λ_F дадут хроматический кружок рассеяния диаметром

$$2\varphi_{CF} = \frac{\Delta f'}{f_D'} D = \frac{\gamma_C' - \gamma_C''}{\nu_C' - \nu_C''} D. \quad (5.20)$$

Подставляя численные значения показателей преломления и дисперсий, получим

$$\rho_{CF} = 0,00024D. \quad (5.20')$$

В угловой мере кружок, вызванный вторичным спектром, будет иметь радиус

$$\eta_{CF} = \frac{\rho_{CF}}{f_D'} = 0,00024A \text{ радиан} = 50 A \text{ секунд дуги}, \quad (5.20'')$$

где D — диаметр объектива, а A — его относительное отверстие. Волновая абберрация составит

$$h_{CF} = \int_0^{D/2} \eta_{CF} dy = 0,000060AD. \quad (5.21)$$

Первоклассный визуальный объектив требует, чтобы эта величина не превышала $\lambda/4$. Так как $\lambda = 0,5500$ мкм, то предельное значение диаметра двухлинзового объектива в зависимости от его относительного отверстия не должно превышать

$$D_{\max} = 2,29/A \text{ (мм)}. \quad (5.22)$$

Сравним эту величину с (4.86) для предельного значения диаметра однолинзового объектива. Будем при этом считать, что последний изготовлен из крона ($\nu = 64,0$). Мы видим, что двухлинзовый ахромат дает выигрыш по сравнению с однолинзовым объективом приблизительно в 16 раз. Такой эффект дало изобретение ахроматического объектива. В табл.5.1 мы приводим предельные значения относительного отверстия $A_{\max}$ и минимального значения $f'_{\min}$ для различных диаметров D двухлинзового объектива. К сожалению, ни один из крупных рефракторов не удовлетворяет этому критерию. Это вызвано, конечно, практической невозможностью осуществления очень длиннофокусных телескопов. Крупнейший в мире рефрактор Йеркской обсерватории диаметром 1,02 м имеет относительное отверстие 1:19,4. Для него $2\rho_{CF} = 0,5$ мм, $\eta_{CF} = 2,6''$ и $h_{CF} = 5,7\lambda$ (при $\lambda = 0,5550$ мкм).

Таблица 5.1

Предельные значения относительного отверстия A и фокусного расстояния F (м) визуального ахромата диаметром D (мм), обеспечивающего рэлеевское разрешение (по Д.Д. Максудову [1979])

D	$A_{\max}$	$f'_{\min}$	D	$A_{\max}$	$f'_{\min}$
50	1:22	1,10	280	1:122	34,2
70	1:30	2,10	400	1:175	70,0
100	1:44	4,40	570	1:244	139
140	1:61	8,55	800	1:348	278
200	1:87	17,44	1000	1:436	436

Фотографические эмульсии наиболее чувствительны к сине-фиолетовым лучам. Поэтому в астрографах, предназначенных для фотографического использования, коррекция объектива должна осуществляться для лучей F ($\lambda = 0,4861$ мкм) и h ($\lambda = 0,4047$ мкм). Такая кривая нанесена на рис. 5.4 и обозначена буквой Φ . Соответствующее исправление хроматизма называется *фотографической коррекцией*, а объектив — фотографическим. Фотографический ахромат имеет менее крутые поверхности, чем визуальный. Кружок рассеяния, вызванный вторичным спектром лучей в пределах от F до h, при ахроматизации на длину волны линии G' ($\lambda = 0,4340$ мкм) имеет в плоскости Гаусса поперечник

$$2\rho_{Fh} = \Delta f' \frac{D}{f_0'} : \frac{\gamma_h' - \gamma_h''}{\nu_h' - \nu_h''} D = 0,00039 D. \quad (5.23)$$

Полное разрешение эмульсии (0,020 мкм) может быть использовано лишь в объективах, диаметр которых не превышает 25 мм. Для ортохроматических фотоэмульсий следует применять объектив с так называемой *фотовизуальной коррекцией* с ахроматизацией для длины волны $\lambda = 0,4861$ мкм (линия F), близкой к визуальной. Для устранения сине-фиолетовых лучей, создающих ореол, приходится перед фотопластинкой устанавливать желтый светофильтр. Для разных фотоэлектрических светоприемников должна быть своя ахроматизация.

Многие крупные рефракторы были построены еще в прошлом веке. Они предназначались для визуальных наблюдений—в то время фотография еще не получила развития. С появлением фотографии встал вопрос о приспособлении их к новому методу наблюдений: надо было сдвинуть хроматическую кривую в синюю область, получив ахроматизацию для линий F и h. Этого можно добиться, меняя одну из линз объектива или вводя дополнительный оптический элемент. Последний путь дешевле, так как этот элемент можно поместить ближе к фокусу, что дает экономию стекла и не утяжеляет объективный конец трубы телескопа. Такая сменная линза имела, например, в старом «30-дюймовом» (760 мм) рефракторе Пулковской обсерватории. В 1894 г. Г. Невалл предложил для этой цели использовать одну дополнительную коррекционную линзу, установленную вблизи фокуса. Но одна линза, совмещающая фокус лучей длин волн F и h, должна первые отклонить сильнее, чем лучи длины волны h. Поэтому она неизбежно должна быть положительной и не может являться афокальной. Она сместит фокальную плоскость внутрь трубы телескопа. Это неудобно. Д. Кейлер (J.E. Keeler [1895]) предложил двухлинзовый преобразователь, в котором положение фокуса удерживается на месте. Сферическая аберрация, вносимая им, невелика, но кривая вторичного спектра, хотя и сдвигается в нужную для фотографии область спектра, имеет значительно более крутые ветви, чем в объективе, к которому предназначен корректор. Это сужает рабочую спектральную область. Другой путь указан нами (Н.Н. Михельсон [1992]): необходимо задиафрагмировать объектив до 0,894 его диаметра и использовать

фотоэмульсии с кривой чувствительности, соответствующей кривой чувствительности глаза.

Посмотрим, что надо сделать, чтобы уменьшить вторичный спектр в двухлинзовом объективе. Из формулы (5.17) следует, что для этого необходимо выбрать такую пару стекол, у которой $\Delta\gamma = \gamma' - \gamma''$ маленькое, а $\Delta\nu = \nu' - \nu''$ большое. Но если мы обратимся к любому каталогу оптических стекол и построим график зависимости γ от числа Аббе ν , то убедимся, что точки, соответствующие различным сортам стекол, ложатся практически на одну прямую (рис.5.5) и отношение $\Delta\gamma/\Delta\nu$ остается неизменным. В результате, если делать

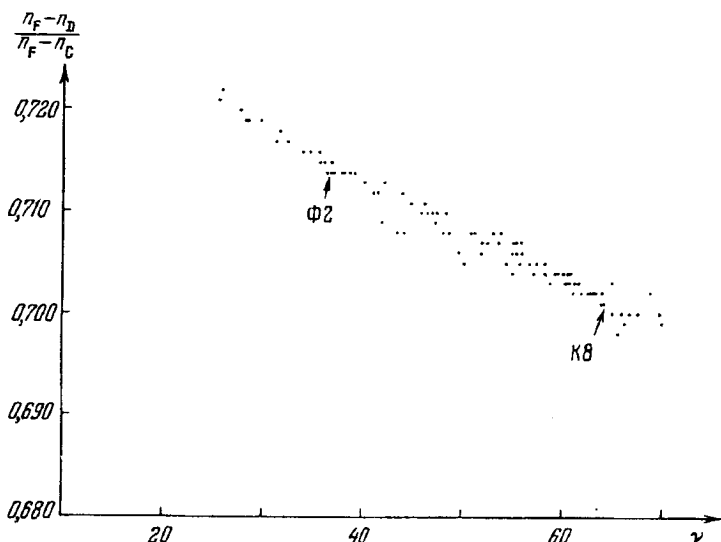


Рис. 5.5. Зависимость коэффициента $\gamma = (n_F - n_D) / (n_F - n_C)$ от числа Аббе ν (по ГОСТ 13659-78)

объектив из обычных сортов стекол, то вторичный спектр уменьшить нельзя. Для визуальных объективов, изготовленных из любых обычных сортов стекла, величина продольного вторичного спектра в пределах длин волн от линии С ($\lambda = 0,6563$ мкм) до D ($\lambda = 0,5893$ мкм) и от D до F ($\lambda = 0,4861$ мкм) составляет примерно $1/2000$ фокусного расстояния:

$$f_C' - f_D' = f_F' - f_D' \approx f_D' / 2000. \quad (5.24)$$

В таблице 5.2, заимствованной нами у Г.Г. Слюсарева [1969], на пересечении строк и столбцов, соответствующих указанным в ней спектральным линиям, находим величину вторичного спектра, выраженную в десятитысячных долях фокусного расстояния.

Величина вторичного спектра (в десяти тысячных долях фокусного расстояния) при ахроматизации объектива к разным сочетаниям длин волн для $s_0 = -\infty$ (по Слюсареву [1969])

Линии спектра	Длина волны, мкм	Линии спектра						
		h	G'	F	e	D	C	A'
		Длина волны, мкм						
		4050	4340	4860	5460	5890	6560	7660
h	4050	0	1,5	6	12	16	22	30
G'	4340	1,5	0	2	6	8	13	18
F	4860	6	2	0	1	2	6	9
e	5460	12	6	1	0	0,6	2	4
D	5890	16	8	2	0,6	0	1	2
C	6560	22	13	6	2	1	0	0,7
A'	7660	30	18	9	4	2	0,7	0

Некоторое уменьшение вторичного спектра можно получить, применяя такие пары стекол, для которых прямая, соединяющая их на рис.5.5, лежит возможно более полого. Стекла, для которых соответствующие точки на рис.5.5 ложатся левее средней линии, называются *курцфлинтами*, а которые ложатся правее нее — *лангкронами*. Практически осуществлены только курцфлинты, но лангкроны до сих пор нет. Для небольших объективов можно использовать флюорит (CaF_2) или фтористый литий (LiF). Первый из них имеет $n_D = 1,43384$; $\nu = 95,1$; второй — $n_D = 1,39205$; $\nu = 98,0$. Но коэффициенты преломления их сильно зависят от температуры. Оба они имеют большие коэффициенты линейного расширения и доруги. Кроме того фтористый литий гигроскопичен. Эти обстоятельства делают их мало пригодными для использования в астрономических объективах.

Применение обычных стекол в сочетании с курцфлинтами позволяет осуществить двухлинзовые объективы с укороченным вторичным спектром. Удастся уменьшить его почти до двух раз, но полностью устранить его современные сорта стекол не позволяют. Объективы с уменьшением вторичным спектром называются *полуахроматами*. При этом следует выбирать такие пары стекол для которых разность $\Delta\nu$ не очень маленькая при возможно малой разности $\Delta\gamma$. Малое значение $\Delta\nu$ требует применения крутых поверхностей (большие кривизны линз), а это приводит к увеличению сферохроматической аберрации и аберраций высших порядков. При этом влияние сферохроматической аберрации может превысить влияние вторичного спектра.

Для наглядности представим рис. 5.5 схематично (рис.5.6). Обычные сорта стекол, укладываемые на прямую с углом наклона ω к оси абсцисс, обозначим буквами A, x, y, z, B, а лангкрон и курцфлинт

соответственно через L и K . Двухлинзовому *апохромату* соответствуют комбинации $K + y$ или $z + L$, для которых $\Delta\gamma = 0$. Но при этом $\Delta\nu$ очень мало, и такой объектив не имеет практического интереса из-за значительных aberrаций высших порядков и сферохроматической aberrации. Поэтому приходится ограничиваться *полуапохроматом* с комбинациями $K + L$, $K + z$ или $L + y$. В них вторичный спектр уменьшен, но $\Delta\nu$ все еще малы.

Чтобы увеличить $\Delta\nu$, приходится прибегать к комбинациям $K + B$ или $L + A$. Большие возможности появляются при использовании многолинзовых объективов.

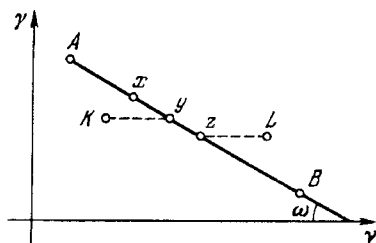


Рис. 5.6. Схема выбора стекол для ахроматов ($A+B$), полуапохроматов ($K+L$, $K+z$, $y+L$, $A+L$ или $K+B$) и апохроматов ($K+y$, $z+L$)

§ 5.4. Сферохроматическая aberrация двухлинзового объектива

Для средней длины волны λ_0 (или, например, линии D) ретушью объектива сферическая aberrация может быть исправлена полностью (рис. 5.7, а). Пусть при этом фокусы параксиальных лучей для длин волн λ_C и λ_F совмещены. Если учесть зависимость изменения коэффициента преломления n с длиной волны, то из формул (5.7)–(5.10) следует, что в этом случае для $\lambda < \lambda_0$ сферическая aberrация переисправлена, а для $\lambda > \lambda_0$ недоисправлена, что и показано на рис. 5.7, а.

Это *сферохроматическая aberrация*. Однако волновая aberrация $h'_{\text{мах}}$ при этом значительна (рис. 5.7, ж). В визуальном объективе выгоднее исправлять хроматизм объектива не для параксиальной области, а для зоны y_0 (средний столбец графиков aberrаций на рис. 5.7), так как при этом уменьшаются волновые aberrации (рис. 5.7, з). А. Данжон и А. Кудер (А. Danjon, А. Couder [1935]) рекомендуют исправлять сферическую aberrацию для зоны $y = \frac{1}{\sqrt{3}}D = 0,577D$ (рис.

5.7, б). В этом случае она уменьшится в $\frac{3\sqrt{3}}{2} = 2,577$ раза по сравнению со сферохроматической aberrацией краевых лучей при ее коррекции для параксиальной зоны. Однако влияние сферохроматической aberrации в тонком двухлинзовом объективе, изготовленном из обычных сортов стекол, составляет всего лишь 1–3 % от влияния вторичного спектра. Так как в двухлинзовом ахроматическом объективе остаточный хроматизм значительно превышает допуск Рэлея, то наблюдатель видит не дифракционный кружок, а хроматический. Поэтому в визуальном объективе следует стараться уменьшить именно его, уменьшая угловую сферохроматическую aberrацию (рис.

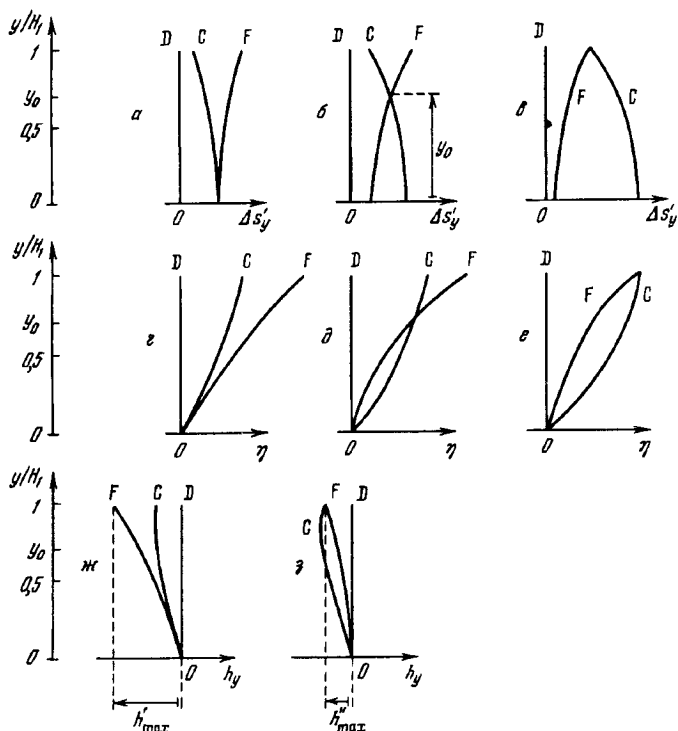


Рис. 5.7. Сферохроматическая aberrация: продольная (а, б, в); угловая (z, д, е); волновая (ж, з). Левые рисунки относятся к исправлению хроматизма для параксиальных лучей; средние — к случаю получения минимальной волновой, а правые — минимальной угловой aberrации в лучах С и F

5.7,е). При этом фокусы лучей С и F должны быть совмещены для внешней зоны $y/H = 1$ (рис.5.7,в) и угловая aberrация, выраженная в длинах волн λ_C и λ_D , на внешней зоне $y = H$ уравнивается (рис. 5.7,е).

Для фотографического объектива это тем более существенно. Фиолетовый ореол, вызванный сферохроматизмом, усугубляется еще и тем, что человеческий глаз, мало чувствительный для длин волн более длинных, чем луч С, еще достаточно чувствителен для лучей более коротких, чем F. Для линии G' ($\lambda = 0,4340$ мкм) диаметр кружка превышает кружок ρ_{CF} приблизительно в 4,5 раза. Вместе со сферической aberrацией это приводит к тому, что при относительном отверстии $A = 1:15$ все тонкие двухлинзовые объективы дают сине-фиолетовый ореол радиусом около $40''$, а при $A = 1:30$ радиус ореола сокращается до $30''$. Применение асферической поверхности в двухлинзовом объективе позволяет значительно уменьшить остаточную сферическую aberrацию, а использование стекол типа курцфлинт и лангрон — вторичный спектр.

§ 5.5. Кривизна поля, астигматизм и дисторсия объективов

Пусть оптическая система состоит из k компонентов, i -й из которых содержит t_i бесконечно тонких линз, разделенных между собой бесконечно малыми промежутками. Между компонентами имеются значительные воздушные промежутки (рис.5.8). Для i -го компонента обозначим через π_i величину

$$\pi_i = \sum_{u=1}^{t_i} \frac{\varphi_u}{n_u}, \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (5.25)$$

где $\varphi_u = \Phi/\Phi_u$, Φ — оптическая сила системы, а Φ_u — оптическая сила u -го элемента ($u = 1, 2, \dots, t_i$) i -го компонента. В большинстве систем

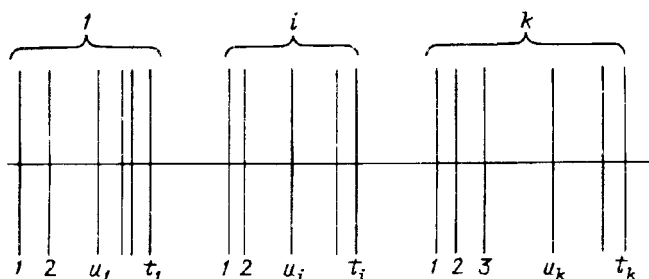


Рис. 5.8. Сложная система, содержащая k компонентов; i -й компонент содержит t_i бесконечно тонких элементов, разделенных бесконечно тонкими воздушными промежутками

π заключено в пределах от 0,6 до 0,7. Поэтому в выражении коэффициента Зейделя для кривизны Пецваля

$$\sum \mathbb{P} = \sum_{i=1}^k \Phi_i \pi_i. \quad (5.26)$$

Величину π_i можно считать постоянной, равной 0,65, и вынести за знак суммы. Тогда условие исправления кривизны поля запишется в виде

$$\sum \Phi_i = 0. \quad (5.27)$$

Отсюда следует, что для исправления кривизны поля в объективе хотя бы один компонент должен быть отрицательным (это относится и к зеркальным системам).

Рассмотрим телескопическую систему Кеплера (объектив + положительный окуляр, см. рис.1.3,б). Для нее

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_1 \Phi_2 d = 0, \quad (5.28)$$

где Φ_1 и Φ_2 — соответственно оптическая сила объектива и окуляра, а d — промежуток между ними. Условие исправления кривизны поля (5.27) запишется в виде

$$\Phi_1 + \Phi_2 = 0. \quad (5.27')$$

Тогда (5.28) приводит к требованию $\Phi_1 \Phi_2 d = 0$, что невозможно, так как все величины, входящие в (5.27') положительны. Поэтому любая телескопическая система Кеплера, как с линзовым, так и с зеркальным объективом не свободна от кривизны поля.

Исправить кривизну поля положительной системы можно, поместив непосредственно перед ее фокусом отрицательную линзу над-

лежащей оптической силы. Такая линза не влияет на ход лучей идущих из точки предмета, лежащей на оптической оси, и практически не вносит aberrаций. Каждый узкий пучок проходит в ней свой путь (рис. 5.9) и небольшой участок ее действует в соответствии с формулой (4.106'), оттягивая фокус на величину

$$x = \frac{n-1}{n} d_w, \quad (5.29)$$

где d_w — толщина линзы для точки поля, отстоящей на угловом расстоянии w от центра. Такая линза называется *линзой Ч. Пиацци-Смита*. Пусть радиус криволинейной фокальной поверхности есть R .

Тогда, сравнивая стрелки x фокальной

поверхности объектива и d_w линзы, найдем, что ей следует придать радиус кривизны

$$r = \frac{n-1}{n} R. \quad (5.30)$$

В соответствии с (4.106') для точки на оси такая линза вносит продольную сферическую aberrацию

$$\Delta s_y' = \frac{n^2-1}{8n^3} A^2 d_0, \quad (5.31)$$

где A — относительное отверстие пучка лучей, сходящегося к фокусу, а d_0 — толщина линзы в центре. Поперечная сферическая aberrация даст кружок диаметром

$$2\rho = \frac{n^2-1}{8n^3} A^3 d_0. \quad (5.31')$$

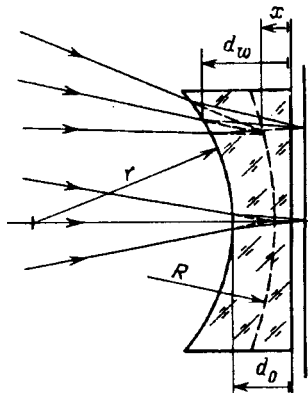


Рис. 5.9. Пояснение действия линзы Пиацци-Смита

Надлежащей перефокусировкой его можно уменьшить в 4 раза:

$$2\rho_{\min} = \frac{n^2 - 1}{32n^3} A^3 d_0. \quad (5.31'')$$

Для края поля действуют периферийные участки линзы, криволинейная поверхность которой для конуса является поверхностью двоякой кривизны, внося кому, дисторсию, астигматизм и хроматизм. Все эти дополнительные aberrации невелики, если плоская тыльная поверхность линзы непосредственно примыкает к фокальной плоскости. Если между линзой Пиацци-Смита и светоприемником устанавливаются светофильтры, то их толщина должна быть вычтена из толщины d_0 линзы, конечно, с учетом различий показателей преломления стекла линзы и светофильтра. Г.Г. Слюсарев [1937] показал, что, придавая надлежащую кривизну обоим поверхностям линзы, можно исправить и дисторсию. Д.Д. Максудов использовал это в отечественном двухменисковом астрометрическом астрографе АЗТ-16, установленном в Южном полушарии в Чили на горе Серро-Робле. Линзы Пиацци-Смита используются преимущественно в камерах Шмидта и в рефлекторах.

Для всех старых сортов стекол и многих современных имеется зависимость (А.И. Тудоровский [1952], с.129)

$$\frac{1}{n} = 0,716 - \frac{2,71}{\nu}. \quad (5.32)$$

Подставляя это в условие Пецваля, получим

$$\sum_{i=1}^k \frac{\Phi_i}{n_i} = 0,716\Phi - 2,71 \sum_{i=1}^k \frac{\Phi_i}{\nu_i}. \quad (5.33)$$

Если выполнено условие ахроматизма (5.4), то

$$\sum_{i=1}^k \frac{\Phi_i}{n_i} = 0,716\Phi. \quad (5.33')$$

Это выражение заведомо не равно нулю. Таким образом, условие ахроматизации и условие плоского поля по Пецвалю являются взаимно исключающими во всех старых объективах, сколько бы линз они ни содержали.

При визуальных наблюдениях кривизна поля не так существенна, так как поле, доступное наблюдению в окуляр, невелико. Кроме того, разработка новых стекол, свободных от соотношения (5.32), облегчило задачу создания анастигматов. Правда это достигается ценой применения многих линз, а не двух. При фотографировании кривизна поля и астигматизм ограничивают полезное поле зрения. Сравнивая кривизну поля с соответствующими значениями для параболического зеркала, мы видим, что кривизна поля двухлинзового объектива в 2,7 раза больше, чем у параболического зеркала, а коэффициенты астигматизма их одинаковы и равны $\Sigma \Pi_a = +1,0$.

Известно (см., например, Г.Г. Слюсарев [1969]), что астигматизм бесконечно тонкого объектива, находящегося в плоскости одного из зрачков системы, определяется только его фокусным расстоянием и не зависит от элементов объектива. Исправление возможно только при изменении положения входного зрачка. В телескопических системах астигматизм тонкого объектива можно компенсировать астигматизмом окуляра. Для тонкого объектива линейные размеры эллипса астигматизма в плоскости Гаусса определяются формулами, приведенными в табл. 2.1. Вполне правомерно поставить вопрос: что может дать применение асферических поверхностей в двухлинзовом объективе? Если обратиться к формулам aberrаций третьего порядка, то можно показать (см. K. Schwarzschild [1905]), что коэффициент асферичности входит только в выражение для сферической aberrации, которая в стигматичном на оси ахромате исправлена и без того. Тем не менее, можно ввести ретушь с тем, чтобы получить объектив с минимальными кривизнами поверхностей. Это существенно для светосильных объективов, в которых заметную роль играют сферохроматизм и aberrации высших порядков. Такие объективы были рассчитаны Шварцшильдом (K. Schwarzschild [1905]) и Д.Д. Максutowым [1946]. В последних сферохроматическая aberrация практически исключена полностью. В тонком объективе с входным зрачком, совмещенным с его передней главной плоскостью, геометрическая дисторсия отсутствует. Это следует из рис. 2.9 и пояснения к нему. Нормальная дисторсия отсутствует, если радиус кривизны поля равен фокусному расстоянию объектива. Астрономическая дисторсия равна геометрической, если исправлена кома. Забегая вперед, скажем, что всем этим условиям удовлетворяет камера Шмидта (см. § 9.4).

§ 5.6. Остаточные aberrации объективов

Кривые aberrации в форме параболических зависимостей, которые мы рисовали до сих пор (см. рис. 5.7), справедливы только в рамках теории aberrаций третьего порядка. Aberrации высших порядков меняют форму кривых, причем задача оптика-вычислителя заключается в том, чтобы эти изменения были направлены в нужную сторону, чтобы они компенсировали остаточные aberrации третьего порядка и друг друга. Расчеты по формулам aberrаций пятого, а тем более еще более высоких порядков столь сложны, что ими никто не пользуется. Строгий расчет хода лучей по формулам Федера позволяет построить графики aberrаций и следы пересечения каждого из лучей с выбранной фокальной поверхностью — так называемые *точечные диаграммы* (см. рис. 2.16), включающие влияние aberrаций всех порядков (см. § 3.5 и § 3.6). Сферическая aberrация двухлинзового ахромата должна быть наилучшим образом исправлена для наиболее эффективных лучей ($\lambda = 0,5550$ мкм для визуального объектива и

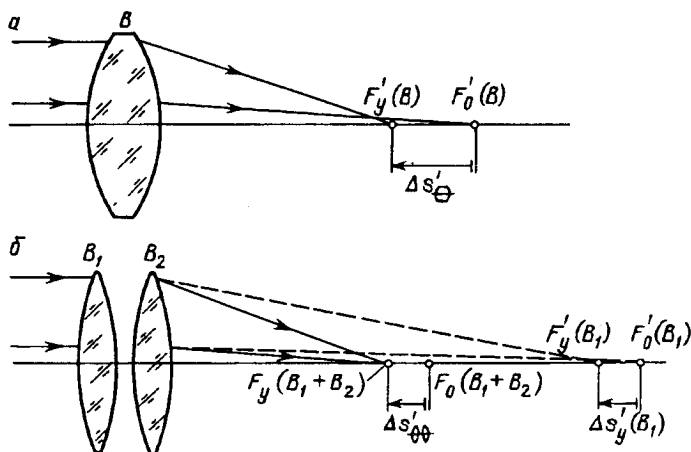


Рис. 5.10. Уменьшение продольной сферической aberrации при разделении линзы B с кривыми поверхностями (а) на две линзы B_1 и B_2 с пологими поверхностями (б)

$\lambda = 0,4400$ мкм для фотографического объектива). В этих же лучах должна лежать вершина хроматической кривой вторичного спектра. Для получения от визуального объектива максимального разрешения необходимо, чтобы в нем была наилучшим образом исправлена волновая aberrация. В объективе, предназначенном для выполнения фотографических работ, необходимо добиваться минимального кружка рассеяния, т.е. минимальной угловой aberrации η_y (см. § 2.14). Если имеется линза с большими кривизнами, то она вносит значительную сферическую aberrацию, которую трудно компенсировать другими оптическими элементами системы. Кроме того, такая линза вносит большие aberrации высших порядков. Уменьшить продольную сферическую aberrацию и aberrации высших порядков можно, разделив линзу на две, сохранив оптическую силу. Рассмотрим бесконечно тонкую симметричную линзу B (рис. 5.10, а) с кривизнами поверхностей ρ'_1 и $\rho'_2 = -\rho'_1$. Пусть пучок лучей падает на нее из бесконечности. Ее сферическая aberrация

$$\Delta s'_{\Theta} = -y^2 \frac{24n^3 - 4n^2 - n + 2}{4n(n-1)} \rho'_1. \quad (5.34)$$

Разделим эту линзу на две одинаковые симметричные линзы B_1 и B_2 (рис. 5.10, б) с кривизнами $\rho''_1 = \rho'_1/2$, $\rho''_2 = -\rho''_1$, $\rho''_3 = \rho''_1$, $\rho''_4 = \rho''_2$. Сферическая aberrация совокупности двух линз будет

$$\Delta s'_{\Theta\Theta} \approx \frac{1}{8} \cdot \frac{26n^3 - 34n^2 - 7n + 20}{4n^3 - 4n^2 - n + 2} \Delta s'_{\Theta}. \quad (5.34')$$

При $n = 1,5$ $\Delta s'_{\Theta\Theta} \approx 0,52 \Delta s'_{\Theta}$. Строгий расчет показывает, что в этом случае $\Delta s'_{\Theta\Theta} = 0,58 \Delta s'_{\Theta}$. Априори уменьшение сферической aberr-

рации примерно в 2 раза видно из следующего рассуждения. Из-за сферической aberrации $\Delta s'_{y(B_1)}$ линзы B_1 параксиальные и краевые лучи входят в линзу B_2 не гомоцентрическим пучком: параксиальные лучи направлены в точку $F'_{0(B_1)}$, а краевые — в точку $F'_{y(B_1)}$. Так как эти точки достаточно удалены от линзы B_2 , то ее продольная сферическая aberrация приблизительно равна отрезку $F'_{0(B_1)} F'_{y(B_1)}$ и в результате после линзы B_2 aberrация не увеличивается. Отметим, что кома и астигматизм при таком разделении линзы не меняются. Р. Фишер и К. Мазон (Fischer R.E., Mason K. L. [1987]) показали, что разделение одиночной тонкой линзы на два, три или четыре тонких соприкасающихся компонента уменьшает продольную сферическую aberrацию. Aberrации 3-го, 5-го, 7-го и 9-го порядков имеют один знак вплоть до показателя преломления $n = 1,674$, после чего некоторые aberrации меняют знак и начинают компенсировать aberrации третьего порядка. Это позволяет уменьшить волновую aberrацию на 6 порядков.

Кому удобно рассматривать не отдельно, а как условие отклонения от изопланатизма (2.18'). Если мы представим графически функцию $(\Delta f'_y - \Delta s'_y)/f'_0$, характеризующую остаточную кому в зависимости от зоны y , то получим одну из кривых, изображенных на рис. 5.11. Д.Д. Максотов [1946, 1979] рекомендует добиваться получения кривой вида III. Для внутренних зон ее кома положительная, для внешних — отрицательная. Остаточная кома определяется стрелкой $[\Delta f'/f']_{\max}$ кривой, характе-

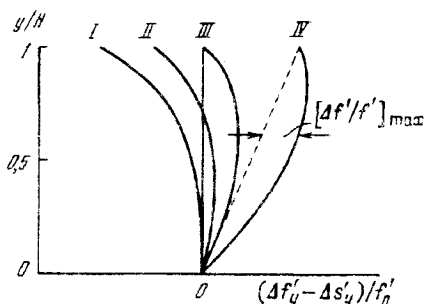


Рис. 5.11. Кривые остаточной комы (по Д.Д. Максотову [1946, 1979])

ризующей кому. Если имеется кривизна поля, то фокальная поверхность может быть обращена в направлении падающих лучей выпуклостью или вогнутостью. Первый случай благоприятен при выполнении фотографических работ, так как гораздо легче выгнуть пластинку или натянуть пленку на выпуклую поверхность, чем прижать ее подсосом к вогнутой поверхности. В инструментах, предназначенных специально для работы с электронно-оп-

тическими преобразователями (ЭОП), фотокатод которых неизбежно всегда имеет выпуклость в направлении падающего света, необходима такая же кривизна поля. К сожалению, у большинства объективов кривизна поля имеет обратный знак. Спрямление поля или согласование его кривизны с кривизной (например, ЭОП) может быть

достигнуто путем применения специальной полеспрямляющей линзы, впервые предложенной Ч. Пиацци-Смитом в 1847 г. (см. §5.5) или с помощью волоконно-оптической шайбы (см. § 4.13). В любом телескопе, будь то визуальный или фотографический, астигматизм всегда вреднее, чем кривизна поля. Сложные объективы, как правило, всегда имеют дисторсию, которая мало вредит при астрофизических исследованиях, но которую надо всемерно устранять в астрометрических телескопах. Происхождение дисторсии в толстом объективе было пояснено в § 2.6 (рис. 2.9 и 2.10). Также вреден в астрографах и хроматизм увеличения. Тонкий объектив свободен от хроматизма увеличения, даже если фокусные расстояния для разных длин волн у него разные. При любой установке фотопластинки оси наклонных пучков разных цветов оставляют след в одной и той же точке, являющейся центром хроматических кружков изображения звезды. Совсем другая картина будет в случае объектива с толстыми линзами или широким воздушным промежутком между ними (например, в объективе Кларка). Здесь, из-за различия фокусных расстояний объектива для разных длин волн, масштаб изображения в разных лучах неодинаков. В силу этого на краю поля зрения изображение каждой звезды вытянется в спектр (см. рис.2.12). За меру хроматизма увеличения можно принять величину

$$\frac{f'_C - f'_F}{f'_D} = \frac{\Delta f'_{C,F}}{f'_D}.$$

Распределение энергии в хроматическом изображении, а значит, и положение области максимального почернения фотопластинки, зависит от распределения энергии в излучении звезды, спектральной прозрачности атмосферы, пропускания объектива и спектральной чувствительности выбранного светоприемника. Мы не знаем распределения энергии в спектрах тысяч сфотографированных звезд, положение которых мы собираемся измерять. Мы не знаем также состояние атмосферы во время фотографирования. Поэтому мы не можем внести какие-то поправки в результаты наших измерений и объектив с большим хроматизмом увеличения (например, типа Кларка) мало пригоден для точных астрофотографических работ. Для астрометрических приборов важно, чтобы при небольших дефокусировках не изменился бы масштаб изображения в фокальной плоскости. Это обеспечивается, если главные лучи FAB (рис.5.12) после выхода из оптической системы распространяются в пространстве изображений параллельно оптической оси. Тогда расфокусировка приводит к увеличению размера изображений точки, но не вызывает смещения ее центра в плоскости изображений. Такой ход лучей называется *телецентрическим ходом* со стороны изображения; он может быть достигнут в случае, если входная диафрагма системы совмещена с передним фокусом объектива O (рис. 5.12,а) или если вблизи пло-

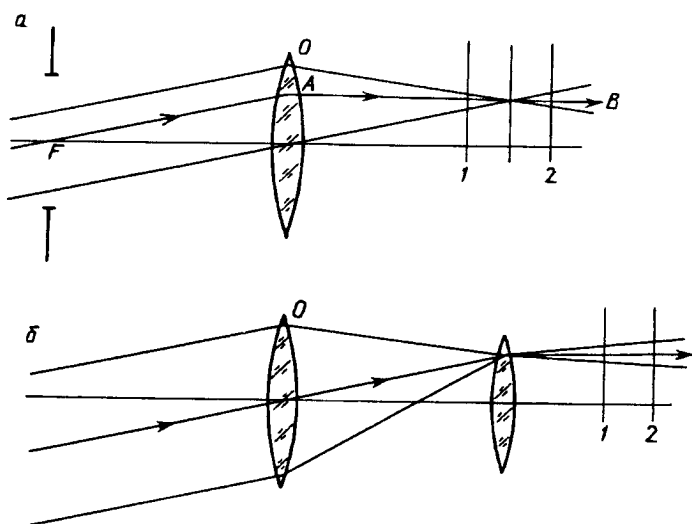


Рис. 5.12. Телецентрический ход лучей. В плоскостях 1 и 2, несмотря на дефокусировку, центр изображения не смещается относительно оптической оси

скости изображения помещена положительная линза и ее первый фокус совмещен с выходным зрачком объектива O (рис. 5.12, б).

§ 5.7. Расчет бесконечно-тонкого двухлинзового несклеенного ахромата

Бывают случаи, когда не требуется, чтобы объектив давал хорошие изображения по большому полю, а лишь бы вблизи оптической оси. В этих случаях можно мириться с комой и исправлять только сферическую aberrацию и хроматизм. Пусть необходимо рассчитать двухлинзовый несклеенный астрономический объектив (для объекта, расположенного в бесконечности), в котором были бы исправлена сферическая aberrация на внешней зоне и сведены в один фокус параксиальные лучи для двух длин волн λ_1 и λ_3 . Такой объектив называется *ахроматом*. Для упрощения дальнейших записей примем, что длинам волн λ_1 , λ_2 и λ_3 соответствуют спектральные линии F, D и C, что не ограничивает общности рассмотрения. Величины, относящиеся к первой (по ходу луча) линзе мы будем снабжать одним штрихом, ко второй линзе — двумя. Для расчета должны быть заданы f' — фокусное расстояние объектива, D — его диаметр, сорта стекол и их показатели преломления для избранных длин волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$: $n_{\lambda_1}', n_{\lambda_2}', n_{\lambda_3}'$,

n_{λ_1}'' , n_{λ_2}'' и n_{λ_3}'' . По этим величинам находим коэффициенты дисперсии Аббе

$$\nu' = \frac{n_D' - 1}{n_F' - n_C'}, \quad \nu'' = \frac{n_D'' - 1}{n_F'' - n_C''},$$

оптическую силу объектива $\Phi = 1/f$, разности кривизн каждой из линз и оптические силы их:

$$\begin{cases} \Delta\rho' = \rho_1 - \rho_2 = \frac{\Phi}{(\nu' - \nu'')(n_F' - n_C')}, \\ \Delta\rho'' = \rho_3 - \rho_4 = \rho_1'' - \rho_2'' = -\frac{\Phi}{(\nu' - \nu'')(n_F'' - n_C'')}, \end{cases} \quad (3.35)$$

$$\Phi' = (n' - 1)\Delta\rho', \quad \Phi'' = (n'' - 1)\Delta\rho'' \quad (5.36)$$

(индекс D здесь и далее мы для краткости опускаем). Условия (5.35) и (5.36) обеспечивают ахроматизацию объектива. Зададимся радиусом кривизны первой поверхности первой линзы. Тогда

$$\rho_1' = 1/r_1, \quad \rho_2' = \rho_1' - \Delta\rho', \quad r_2 = 1/\rho_2'. \quad (5.37)$$

Найдем сферическую aberrацию первой линзы в средней длине волны. Это можно сделать, используя приближенные формулы (4.64) и (4.64') для случая $s_0 = -\infty$ (т.е. $\sigma = 0$),

$$\Delta s_y' = -y^2 a' [A' \rho_1'^2 + B' \rho_1' + C'], \quad (5.38)$$

где

$$\begin{cases} A' = n' + 2, \\ B' = (2n' + 1)n' \Delta\rho', \\ C' = n'^3 \Delta\rho'^2, \\ a' = \frac{1}{2n'(n' - 1)\Delta\rho'}. \end{cases} \quad (5.38')$$

Точнее $\Delta s_y'$ можно получить, используя строгий расчет хода лучей через линзу тригонометрическим методом или по формулам Федера. Очевидно, что вторая линза должна компенсировать aberrацию первой линзы. Рассмотрим ее в обратном ходе лучей (рис.5.13); это обстоятельство будем отмечать сверху стрелкой, направленной влево. Очевидно, что

$$\overleftarrow{\Delta\rho''} = \overleftarrow{\rho_4} - \overleftarrow{\rho_3} = \overrightarrow{\rho_3} - \overrightarrow{\rho_4} = \overrightarrow{\Delta\rho''}, \quad (5.39)$$

$$\begin{cases} \overleftarrow{\Delta s_y''} = -\overrightarrow{\Delta s_y'}, \\ \overleftarrow{\sigma''} = \frac{1}{s''} = -\frac{1}{f'}. \end{cases} \quad (5.40)$$

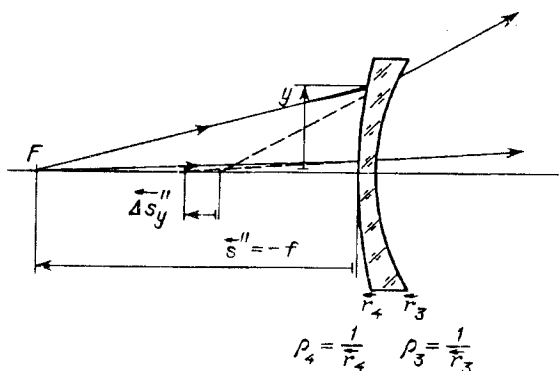


Рис. 5.13. Вторая линза двухлинзового ахромата в обратном ходе лучей. F — фокус объектива

После этого находим коэффициенты

$$\begin{cases} \vec{A}'' = n + 2 \\ \vec{B}'' = -n(2n + 1)\Delta\rho - 4(n + 1)\sigma'' \\ \vec{C}'' + \frac{\vec{\Delta s}_y'}{y^2 a} = n^3\Delta\rho^2 + (3n'' + 1)\vec{\Delta\rho}''\sigma'' + (3n'' + 2)\sigma''^2 + \frac{\vec{\Delta s}_y'}{y^2 a}, \end{cases} \quad (5.41)$$

где

$$a = \frac{(n'' - 1)\vec{\Delta\rho}''}{2n''[(n'' - 1)\vec{\Delta\rho}'' + \sigma'']^2}. \quad (5.41')$$

С этими коэффициентами решаем квадратное уравнение

$$\vec{A}''\vec{\rho}_4^2 + \vec{B}''\vec{\rho}_4 + \left(\vec{C}'' + \frac{\vec{\Delta s}_y'}{y^2 a}\right) = 0, \quad (5.42)$$

которое дает два решения: $\vec{\rho}_4^{(I)}$ и $\vec{\rho}_4^{(II)}$. Для каждого из них вычисляем

$$\begin{cases} \vec{\rho}_3^{(I)} = \vec{\rho}_4^{(I)} - \vec{\Delta\rho}'', & \vec{\rho}_3^{(II)} = \vec{\rho}_4^{(II)} - \vec{\Delta\rho}'', \\ \vec{r}_3^{(I)} = -1/\vec{\rho}_3^{(I)}, & \vec{r}_4^{(I)} = -1/\vec{\rho}_4^{(I)}, \\ \vec{r}_3^{(II)} = -1/\vec{\rho}_3^{(II)}, & \vec{r}_4^{(II)} = -1/\vec{\rho}_4^{(II)}. \end{cases} \quad (5.43)$$

Из полученных двух решений выбираем то, которое дает меньшие значения кривизн поверхностей второй линзы, — у него будут меньшие значения aberrаций высших порядков. В соответствии с приведенным алгоритмом можно составить программу для микрокалькуляторов МК-52, МК-54 и МК-56, которая состоит из шести этапов.

Э т а п 1: Вычисление $\Delta\rho'$ и $\overleftarrow{\Delta\rho''}$.

ИП8, 1, —, ИП7, ИП9, —, П1, ÷, Пб, ИП5, 1, —, ИП6, ИП4, —, П2, ÷, Пд, +, ИП3, ×, ÷, Пс, ИП1, ÷, Па, ИПс, ИП2, ÷, П6, ИП0, $F\sqrt{x}$, ИПа, —, Пб, ИП0, $F\sqrt{x}$, П4, ИП8, П0, ИПб, $F\sqrt{x}$, С/П

Первоначальный ввод: $n_1' \rightarrow$ П7, $n_3' \rightarrow$ П8, $n_3'' \rightarrow$ П9, $n_1'' \rightarrow$ П4, $n_2'' \rightarrow$ П5, $n_3'' \rightarrow$ П6, $\Phi \rightarrow$ П3, $r_1 \rightarrow$ П0. После нажатия С/П получаем $\text{Па} \rightarrow \Delta\rho'$, $\text{П6} \rightarrow \overleftarrow{\Delta\rho''}$, $\text{Пб} \rightarrow \rho_2'$.

П р и м е р: исходные данные $n_1 = 1,521955 \rightarrow$ П7, $n_2' = 1,5163 \rightarrow$ П8, $n_3' = 1,513895 \rightarrow$ П9, $n_1'' = 1,624657 \rightarrow$ П4, $n_2'' = 1,6128 \rightarrow$ П5, $n_3'' = 1,608067 \rightarrow$ П6, $f' = 2000$, $\Phi = 1/f' = 5,04 \rightarrow$ П3, $r_1 = 1215 \rightarrow$ П0.

Р е з у л ь т а т: записать с индикатора $r_2 = -682,85379$, из П6 $\rightarrow \overleftarrow{\Delta\rho''} = -1,1113412-03$.

Э т а п 2. Расчет сферической аберрации $\Delta s_y'$ первой линзы по формулам (4.64) — (4.64').

1, ИП0, —, ИПа, ×, Пд, 2, ÷, ИП0, ÷, ИПд, ИПб, —, Fx^2 , ÷, Пд, ИП0, 2, +, П7, ИП0, 1, +, Пс, 4, ×, ИПб, ×, ИПс, ИП0, +, Пс, ИП0, ×, ИПа, ×, +, 1—1, П8, ИП0, ИПа, ×, Fx^2 , ИП0, ×, ИПс, ИП0, +, Пс, ИП0, ×, ИПа, ×, ИПб, ×, +, ИПс, 1, +, ИПб, Fx^2 , ×, +, П9, ИП3, 1, —, $Fx \neq 0,80$, ИП9, ИП2, ИП1, Fx^2 , ÷, ИПд, ÷, —, П9, БП, 97, ИП7, ИП4, Fx^2 , ×, —, ИП4, ×, +, ИП9, +, ИПд, ×, ИП1, Fx^2 , ×, 1—1, П2, С/П

Первоначальный ввод: $y \rightarrow$ П1, $n_2' \rightarrow$ П0 (передать из П8), $\sigma = 1/s_0 \rightarrow$ Пб, 1 $\rightarrow$ П3. Вывод: П2 $\rightarrow -\Delta s_y'$, П1 $\rightarrow \vec{A}'$, П8 $\rightarrow \vec{B}'$, П9 $\rightarrow \vec{C}'$, Пд $\rightarrow -a'$.

П р и м е р: $y = 100 \rightarrow$ П1, П8 $\rightarrow n_2' = 1,5163 \rightarrow$ П0, $\sigma = 0 \rightarrow$ П6.

Р е з у л ь т а т: $-a = -279,2055$, $\vec{A}' = 3,5163$, $\vec{B}' = -1,3987144-02$, $\vec{C}' = 1,824202-05$, $-\Delta s_y' = +25,440985$. Результаты можно не записывать.

Э т а п 3: Расчет по формулам (5.41) коэффициентов $\vec{A}''$, $\vec{B}''$, $\vec{C}''$ уравнения (5.42), $\Phi = 1/f'$ объектива, $\overleftarrow{\Delta\rho''} = \overrightarrow{\Delta\rho'}$, полученному в Пд в первом этапе, и по $\overleftarrow{\Delta s_y'} = -\Delta s_y'$, полученному в П2 во втором этапе. Используется программа, приведенная во втором этапе.

Первоначальный ввод: $y \rightarrow$ П1, 2 $\rightarrow$ П3, $n_2'' \rightarrow$ П0 (передать из П5), $\overleftarrow{\Delta\rho''} \rightarrow$ Па (передать из П6), $-\Phi \rightarrow$ Пб.

Р е з у л ь т а т: П7 $\rightarrow \vec{A}''$, П8 $\rightarrow \vec{B}''$, П9 $\rightarrow \vec{C}''$ (можно не записывать).

П р и м е р: $y = 100 \rightarrow$ П1, П5 $\rightarrow n_2'' = 1,6128 \rightarrow$ П0, П6 $\rightarrow \overleftarrow{\Delta\rho''} = -1,1113412-03 \rightarrow$ Па, $-\Phi = -1/2000 = -5,04 \rightarrow$ Пб.

Результат: $\overleftarrow{A''} = 3,6128$, $\overleftarrow{B''} = 1,2799443 - 02$, $\overleftarrow{C''} = -4,684221 - 06$ (не записываем).

Этап 4: Решение квадратного уравнения (5.42) и вычисление радиусов кривизны второй линзы.

ИП8, ИП7, 2, $\times$, $\div$, $1-1$, П5, Fx^2 , ИП9, ИП7, $\div$, $-$, П4, $F(x < 0)$, 16, С/П, $F\sqrt{}$, П6, ИП5, $+$, П5, FVx , ИП6, $-$, П6, ИПа, ИП5, $-$, $F\sqrt{x}$, П0, ИП5, $1-1$, $F\sqrt{x}$, П1, ИПа, ИП6, $-$, $F\sqrt{x}$, П2, ИП6, $1-1$, $F\sqrt{x}$, П3, ИП4, С/П

В качестве исходных величин используются результаты, полученные в ходе выполнения этапа 3. По завершении счета на индикаторе высвечивается дискриминант уравнения (5.42). Если он положительный то результаты расчета кривизн второй линзы размещаются в регистрах: первое решение П0 $\rightarrow r_3'$, П1 $\rightarrow r_4'$, второе решение П2 $\rightarrow r_3''$, П3 $\rightarrow r_4'$. Из этих двух решений следует выбрать то, которое обеспечивает менее крутые поверхности второй линзы. Если дискриминант отрицателен, то уравнение (5.42) не имеет действительных корней и следует поменять значение r_1 или выбрать другие сорта стекол. Для данного примера находим: дискриминант $= +4,4344275 - 06$

первая линза $r_1 = +1215$, $r_2 = -682,85376$

вторая линза: вариант 1 $r_3 = -691,68385$, $r_4 = -2990,3769$

вариант 2 $r_3 = +361,55004$, $r_4 = +257,91742$.

Очевидно, что вариант 1 предпочтителен.

Этап 5. Определение стрелок x_1 , x_2 , x_3 и x_4 каждой из поверхностей может быть выполнено на микрокалькуляторах по программе 1.1. Толщина линз по оси должна соответствовать ГОСТ 3-490-71.

Этап 6. Контрольный расчет полученного объектива может быть выполнено на микрокалькуляторе по универсальной программе 3.2 тригонометрического расчета хода лучей по формулам Федера (по программе 3.3) или на большой ЭВМ по специальным программам, например по программе ОРТИС (ГАО РАН) (см. §3.11) или ОПАЛ (ЛИТМО). Обладатель МК-52 может записать все используемые программы в ППЗУ и применять их последовательно.

§5.8. Расчет двухлинзового склеенного объектива

Склеенные двухлинзовые объективы применяются в основном в астрометрических инструментах, где крайне опасны влияния взаимных смещений линз. В склеенном двухлинзовом объективе можно исправить сферическую aberrацию $\Delta s'_y$ на внешней зоне и хроматизм положения $\Delta s'_{\lambda_1 \lambda_2}$. Пусть Φ_1 и Φ_2 есть оптические силы первой и вто-

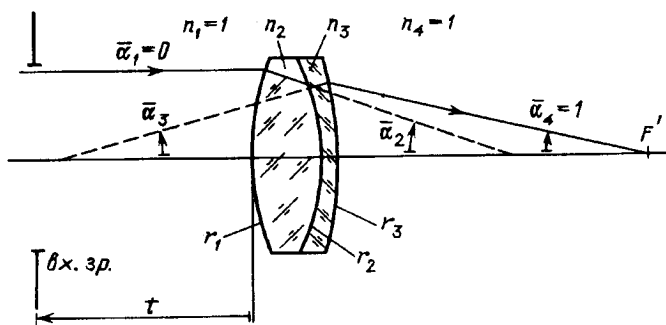


Рис. 5.14. Двухлинзовый склеенный объектив

рой линз объектива, выраженные в единицах оптической силы объектива. Тогда

$$\begin{cases} \Phi_1 + \Phi_2 = 1, \\ S_I^{\text{xp}} = -\left(\frac{\Phi_1}{\nu_1} - \frac{\Phi_2}{\nu_2}\right), \end{cases} \quad (5.44)$$

где ν_1 и ν_2 — коэффициенты дисперсии для интервала длин волн, для которого выполняется ахроматизация. Решая систему уравнений (5.44), имеем

$$\begin{cases} \Phi_1 = \frac{\nu_1(1 + \nu_2 S_I^{\text{xp}})}{\nu_1 - \nu_2}, \\ \Phi_2 = 1 - \Phi_1. \end{cases} \quad (5.44')$$

Введем вспомогательную величину Q , связанную с углами $\bar{\alpha}_2$ и $\bar{\alpha}_3$ (рис.5.14) первого вспомогательного луча (см. § 2.9),

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_2 = (1 - \mu_2)Q + \Phi_1, \\ \bar{\alpha}_3 = (1 - \mu_3)Q + \Phi_1, \end{cases} \quad (5.45)$$

где $\mu_2 = 1/n_2$, $\mu_3 = 1/n_3$. Для бесконечно тонкого объектива коэффициент сферической аберрации

$$\Sigma I = aQ^2 + bQ + c, \quad (5.46)$$

где

$$\begin{cases} a = 1 + 2\left(\frac{\Phi_1}{n_2} + \frac{\Phi_2}{n_3}\right), \\ b = 3\left(\frac{1}{n_2 - 1}\Phi_1^2 - \frac{1}{n_3 - 1}\Phi_2^2 - 2\Phi_2\right), \\ c = \frac{n_2}{(n_2 - 1)^2}\Phi_1^3 + \frac{1}{(n_3 - 1)^2}\Phi_2^3 + \frac{n_3}{n_3 - 1}\Phi_2^2. \end{cases} \quad (5.47)$$

При заданных марках кроновой и флинтовой линз определяем по каталогу оптического стекла их показатели преломления n_2 и n_3 для средней длины волны. Далее, используя (5.44), находим их оптические силы Φ_1 и Φ_2 , а из (5.47) коэффициенты a , b и c квадратного уравнения (5.46). Подставляя в него требуемое значение ΣI (обычно это нуль), решаем квадратное уравнение (5.46) и находим два значения вспомогательной величины Q . Параметр Q связан с параметром W , определяющим кому:

$$W = -\frac{a+1}{2}Q + \frac{\Phi_2 - b}{3}. \quad (5.48)$$

Из двух решений уравнений (5.46) следует выбрать то, которое обеспечивает меньшее значение коэффициента W . Если корни уравнения (5.46) комплексные, то выбор марок стекол выполнен неудачно; надо использовать другие сорта стекол. Получив действительные корни уравнения (5.46), по формулам (5.45) находим углы $\bar{\alpha}_2$ и $\bar{\alpha}_3$ и радиусы поверхностей линз, выраженные в единицах фокусного расстояния объектива,

$$r_{01} = \frac{n_2 - 1}{\bar{\alpha}_2 n_2 - 1}, \quad r_{02} = \frac{n_3 - n_2}{\bar{\alpha}_3 n_3 - \bar{\alpha}_2 n_2}, \quad r_{03} = \frac{1 - n_3}{1 - \bar{\alpha}_3 n_3}, \quad (5.49)$$

где нуль в индексах означает, что объектив бесконечно тонкий. Толщины линз должны выбираться не только из конструктивных соображений, но и исправлять хроматизм увеличения. Для этого должно быть соблюдено соотношение

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\mu_2 \nu_1}{\mu_1 \nu_2} \frac{1 - \alpha_3}{\alpha_3},$$

где $\mu_i = 1/n_i$, а ν_i — число Аббе для первой и второй линз. Хроматизм положения от этого практически не меняется. В.Н. Чуриловский [1968] указывает, что для уменьшения сферохроматической аберрации целесообразно давать коэффициенту S_1^{xp} хроматизма положения некоторое небольшое, обычно отрицательное значение (рис. 5.15). Для учета реальных

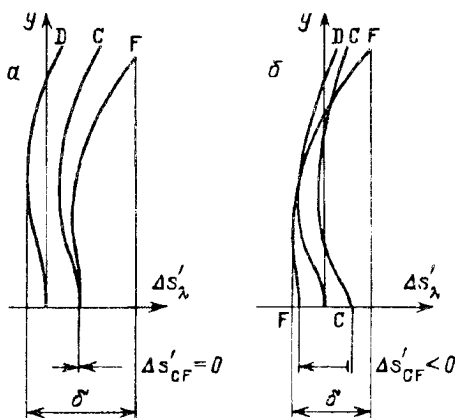


Рис. 5.15. Кривые хроматизма для случая $S_1^{xp} = 0$ (а) и $S_1^{xp} < 0$ (б); в последнем случае лучи F, D и C для разных зон укладываются в более узкий интервал δ вдоль оптической оси

шое, обычно отрицательное значение (рис. 5.15). Для учета реальных

толщин d_1 и d_2 линз примем во внимание, что высоты первого вспомогательного луча

$$h_1 = 1, \quad h_2 = 1 - \bar{\alpha}_2 d_1, \quad h_3 = h_2 - \bar{\alpha}_3 d_2,$$

где углы $\bar{\alpha}_2$ и $\bar{\alpha}_3$ определены ранее по формулам (5.45). Тогда радиусы кривизны поверхностей будут

$$r_1 = r_{01}, \quad r_2 = h_2 r_{02}, \quad r_3 = h_3 r_{03}.$$

§ 5.9. Расчет тонкого двухлинзового несклеенного объектива по методу Г.Г. Слюсарева

В астрономии до сих пор широко используются простейшие двухлинзовые объективы. Ими снабжены все крупнейшие рефракторы. Двухлинзовые объективы используются и для переноса изображения из одной плоскости в другую с изменением масштаба или без изменения его. Для первоначального расчета двухлинзового объектива достаточно использовать теорию аббераций третьего порядка, считая компоненты бесконечно тонкими. Рассмотрим общий случай, когда предмет не лежит в бесконечности ($s \neq -\infty$). Диаметр объектива $D = 2h_1$, расстояние s до объектива и относительное фокусное расстояние $\forall$ должны быть заданы. Будем считать, что сорта стекол выбраны. Величины D , s и $\forall$ определяют первый α_1 и последний α_5 углы,

$$\alpha_1 = \frac{h_1}{s}, \quad \alpha_5 = \frac{1}{2\forall},$$

первого вспомогательного параксиального луча с оптической осью. Углы α_2 , α_3 и α_4 являются свободными параметрами. Они позволяют исправить три абберации. Целесообразно исправлять наиболее вредные абберации: сферическую абберацию, кому и продольный хроматизм. В своем изложении будем следовать Г.Г. Слюсареву [1969].

Коэффициенты аббераций третьего порядка бесконечно тонкого объектива обозначим, как и в § 2.8, через P , W и C . Тогда, в соответствии с (2.38), сферическая абберация

$$P = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\Delta \alpha_i}{\Delta \mu_i} \right)^2 \Delta \left(\frac{\alpha_i}{n_i} \right), \quad (5.50)$$

кома

$$W = \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta \alpha_i}{\Delta \mu_i} \Delta \left(\frac{\alpha_i}{n_i} \right), \quad (5.51)$$

хроматизм

$$C = \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta \alpha_i}{\Delta \mu_i} \Delta \left(\frac{\delta n_i}{n_i} \right). \quad (5.52)$$

Здесь использованы символы Аббе

$$\begin{cases} \Delta\alpha_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i, & \Delta\mu_i = \frac{1}{n_{i+1}} - \frac{1}{n_i}, \\ \Delta\left(\frac{\alpha_i}{n_i}\right) = \frac{\alpha_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\alpha_i}{n_i}, \\ \Delta\left(\frac{\delta n_i}{n_i}\right) = \frac{\delta n_{i+1}}{n_{i+1}} - \frac{\delta n_i}{n_i}, & \delta n_i = n_i(\lambda_3) - n_i(\lambda_1). \end{cases} \quad (5.53)$$

Три уравнения (5.50), (5.51) и (5.52) с тремя неизвестными α_2 , α_3 и α_4 имеют решение

$$A\alpha_2^2 + B\alpha_2 + D = 0, \quad (5.54)$$

$$\alpha_3 = \frac{C + \alpha_1 \frac{\delta n_2}{1 - n_2} - \alpha_5 \frac{\delta n_4}{1 - n_4}}{\frac{\delta n_2}{1 - n_2} - \frac{\delta n_4}{1 - n_4}}, \quad (5.55)$$

$$\alpha_4 = \alpha_2 d + j, \quad (5.56)$$

где

$$A = \frac{(\alpha_3 - \alpha_1)(2 + n_2)n_2}{(1 - n_2)^2} + d^2 \frac{(\alpha_5 - \alpha_3)(2 + n_4)n_4}{(1 - n_4)^2}, \quad (5.57)$$

$$B = 2jd \frac{(\alpha_5 - \alpha_3)(2 + n_4)n_4}{(1 - n_4)^2} + \frac{(\alpha_1^2 - \alpha_3^2)(1 + 2n_2)n_2}{(1 - n_2)^2} + \\ + d \frac{(\alpha_3^2 - \alpha_5^2)(1 + 2n_4)n_4}{(1 - n_4)^2}, \quad (5.58)$$

$$D = j^2 \frac{(\alpha_5 - \alpha_3)(2 + n_4)n_4}{(1 - n_4)^2} + j \frac{(\alpha_3^2 - \alpha_5^2)(1 + 2n_4)n_4}{(1 - n_4)^2} + \\ + \frac{(\alpha_3^3 - \alpha_1^3)n_2^2}{(1 - n_2)^2} + \frac{(\alpha_5^3 - \alpha_3^3)n_4^2}{(1 - n_4)^2} - P, \quad (5.59)$$

$$d = \frac{(\alpha_1 - \alpha_3)(1 + n_2)(1 - n_4)}{(\alpha_5 - \alpha_3)(1 - n_2)(1 + n_4)}, \quad (5.60)$$

$$j = \frac{W - (\alpha_1^2 - \alpha_3^2) \frac{n_2}{1 - n_2} - (\alpha_3^2 - \alpha_5^2) \frac{n_4}{1 - n_4}}{(\alpha_5 - \alpha_3) \frac{1 + n_4}{1 - n_4}}. \quad (5.61)$$

Зная углы α_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), легко определить радиусы кривизны каждой из поверхностей

$$r_i = h_i \frac{n_{i+1} - n_i}{\alpha_{i+1} n_{i+1} - \alpha_i n_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad (5.62)$$

где

$$h_{i+1} = h_i - \alpha_{i+1} d_i, \quad h_1 = 1,$$

а d_i (в отличие от (5.60)) — толщина линз и воздушного промежутка между ними.

Формула (5.62) непосредственно вытекает из формулы (1.4) после умножения обеих ее частей на высоту луча h и обозначения отношений $h/s = \alpha$ и $h/s' = \alpha'$. В обычно встречающемся в астрономических телескопах случае $s_0 = -\infty$. При этом $\alpha_1 = 0$ и все формулы упрощаются. Кроме того, если объектив используется самостоятельно, а не как часть какой-то более сложной системы, то необходимо, чтобы было

$$P = 0, \quad W = 0, \quad C = 0.$$

Это еще упрощает приведенные формулы.

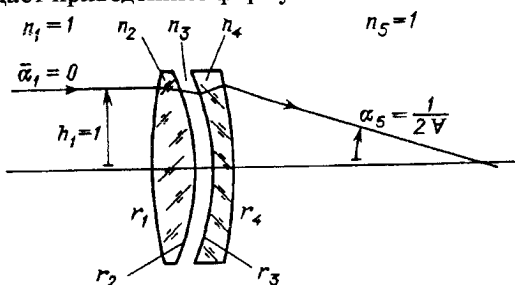


Рис. 5.16. К алгоритму расчета тонкого двухлинзового объектива

Алгоритм вычислений (рис. 5.16):

1. Задаемся сортами стекол линз и по каталогу определяем показатели преломления их для двух крайних длин волн λ_1 и λ_3 и средней λ_{cp} длины волны,

$$n_2(\lambda_1), \quad n_2(\lambda_{cp}), \quad n_2(\lambda_3),$$

$$n_4(\lambda_1), \quad n_4(\lambda_{cp}), \quad n_4(\lambda_3),$$

считая, что показатели преломления пространства предметов, воздушного промежутка между линзами и пространства изображений $n_1 = n_3 = n_5 = 1$.

2. Задаемся относительным фокусным расстоянием объектива $V = f'/D$ и определяем угол

$$\alpha_5 = \frac{1}{2V}.$$

3. Определяем величины

$$\delta n_2 = n_2(\lambda_1) - n_2(\lambda_3),$$

$$\delta n_4 = n_4(\lambda_1) - n_4(\lambda_3).$$

4. Вычисляем угол α_3 :

$$\alpha_3 = -\alpha_5 \frac{\frac{\delta n_4}{1 - n_4}}{\frac{\delta n_2}{1 - n_2} - \frac{\delta n_4}{1 - n_4}} \quad (5.55')$$

(здесь и в дальнейшем, если длина волны не указана, то подразумевается, что это λ_{cp}).

5. Вычисляем следующие величины, зависящие от показателей преломления линз:

$$\frac{n_i}{n_i - 1}, \quad \frac{n_i + 1}{n_i - 1}, \quad \frac{2 + n_i}{(n_i - 1)^2} n_i, \quad \frac{1 + 2n_i}{(n_i - 1)^2} n_i \quad (i=2, 4).$$

6. Вычисляем вспомогательные величины

$$d = -\frac{\alpha_3}{\alpha_5 - \alpha_3} \frac{\frac{1 + n_2}{1 - n_2}}{\frac{1 + n_4}{1 - n_4}}, \quad (5.60')$$

$$j = \frac{\alpha_3^2 \frac{n_2}{1 - n_2} - (\alpha_3^2 - \alpha_5^2) \frac{n_4}{1 - n_4}}{(\alpha_5 - \alpha_3) \frac{1 + n_4}{1 - n_4}}. \quad (5.61')$$

7. Определяем коэффициенты квадратного уравнения (5.54):

$$A = \alpha_3 \frac{2 + n_2}{(1 - n_2)^2} n_2 + d^2 (\alpha_5 - \alpha_3) \frac{2 + n_4}{(1 - n_4)^2} n_4, \quad (5.57')$$

$$B = 2jd(\alpha_5 - \alpha_3) \frac{2 + n_4}{(1 - n_4)^2} n_4 - \alpha_3^2 \frac{1 + 2n_2}{(1 - n_2)^2} n_2 + \\ + d(\alpha_3^2 - \alpha_5^2) \frac{1 + 2n_4}{(1 - n_4)^2} n_4, \quad (5.58')$$

$$D = j^2(\alpha_5 - \alpha_3) \frac{2 + n_4}{(1 - n_4)^2} n_4 + j(\alpha_3^2 - \alpha_5^2) \frac{1 + 2n_4}{(1 - n_4)^2} n_4 + \\ + \alpha_3^3 \left(\frac{n_2}{1 - n_2} \right)^2 + (\alpha_5^3 - \alpha_3^3) \left(\frac{n_4}{1 - n_4} \right)^2. \quad (5.59')$$

8. Решаем квадратное уравнение (5.54) и находим два его корня α_2' и α_2'' .

9. Соответственно двум корням α_2' и α_2'' квадратного уравнения находим два значения угла α_4 :

$$\alpha_4' = \alpha_2'd + j, \quad \alpha_4'' = \alpha_2''d + j.$$

10. Считаем линзы и воздушный промежуток между ними бесконечно тонкими, $d_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$).

11. Используя (5.62), находим радиусы кривизны поверхностей линз, выраженные в долях высоты h_1 падающего луча.

Расчет бесконечно тонкого двухлинзового несклеенного объектива по методу Г.Г. Слюсарева для случая, когда объект лежит в бесконечности ($s = -\infty$), может быть выполнен на микрокалькуляторах. Так как программа содержит несколько частей, которые одновременно не помещаются в памяти МК, то наиболее удобным является микрокалькулятор МК-52, в котором каждую из частей можно запомнить.

Программа 5.2

Расчет бесконечно тонкого несклеенного объектива по методу Г.Г. Слюсарева.

Часть I. Вычисление вспомогательных величин $n - 1$, $\frac{n}{n-1}$, $\frac{n+1}{n-1}$, $\frac{2+n}{(n-1)^2}n$, $\frac{1+2n}{(n-1)^2}$, $\alpha_5 - \alpha_3$, d и j по формулам (5.60) и (5.61).

ИП5, ПЗ, ИП9, ИП7, —, П1, ИП6, ИП4, —, П0, 1, ИП5, —, ÷, ИП1, 1, ИП8, —, ÷, —, ÷, ИПб, ×, Па, ИП8, Пд, 9, П1, 2, П0, ИПд, ИПд, 1, —, $F\sqrt{x}$, Пс, ×, Пд, КП1, ИПс, +, КП1, Fx^2 , ИПс, Fx^2 , —, КП1, ИПд, +, КП1, ИПЗ, Пд, FL0, 30, ИПа, ИП7, ×, ИПЗ, ÷, ИПб, ИПа, —, П0, ÷, 1—1, Пд, ИП0, ИПа, ИПб, +, ×, П9, ИП4, ×, ИПа, Fx^2 , ИП8, ×, +, ИПЗ, ÷, Пс, ИП0, ÷, П7, С/П

Первоначальные засылки $n_2(\lambda_1) \rightarrow$ П7, $n_2(\lambda_2) \rightarrow$ П8, $n_2(\lambda_3) \rightarrow$ П9, $n_4(\lambda_1) \rightarrow$ П4, $n_4(\lambda_2) \rightarrow$ П5, $n_4(\lambda_3) \rightarrow$ П6, $\alpha_5 \rightarrow$ Пб. После выполнения программы имеем: П0 $\rightarrow (\alpha_5 - \alpha_3)$, Па $\rightarrow \alpha_3$, Пб $\rightarrow \alpha_5$, Пс $\rightarrow j(\alpha_5 - \alpha_3)$, Пд $\rightarrow d$, П1 $\rightarrow \frac{1+2n_4}{(n_4-1)^2}n_4$, П2 $\rightarrow \frac{2+n_4}{(n_4-1)^2}n_4$, ПЗ $\rightarrow \frac{n_4+1}{n_4-1}$, П4 $\rightarrow \frac{n_4}{n_4-1}$, П5 $\rightarrow \frac{1-2n_2}{(n_2-1)^2}n_2$, П6 $\rightarrow \frac{2+n_2}{(n_2-1)^2}$, П7 $\rightarrow j$, П8 $\rightarrow \frac{n_2}{n_2-1}$, П9 $\rightarrow (\alpha_5^2 - \alpha_3^2)$.

Эти величины будут являться исходными для второй части программы. Расчет занимает 40 с.

Часть II. Вычисление величин A, B, D , решение квадратного уравнения (5.54), определение двух значений углов α_2' и α_2'' и углов α_4' и α_4'' .

ИПа, ИП6, $\times$, ИПd, Fx^2 , ИП0, $\times$, ИП2, $\times$, $+$, П6, ИПа, Fx^2 , ИП5, $\times$, 2, ИПd, $\times$, ИПс, $\times$, ИП2, $\times$, $-$, ИП9, ИП1, $\times$, П3, ИПd, $\times$, $+$, П5, 3, ИПа, Fx^2 , В $\uparrow$, ИПб, В $\uparrow$, Fx^2 , $\times$, $-$, ИП4, Fx^2 , $\times$, $\leftrightarrow$, ИП8, Fx^2 , $\times$, $-$, ИПс, ИП2, $\times$, ИП3, $-$, ИП7, $\times$, $-$, П4, 6, П2, 2, П0, ИП5, ИП6, $\div$, 2, $\div$, П1, Fx^2 , ИП4, ИП6, $\div$, $+$, Fv, П9, ИП9, $|-|$, П9, ИП1, ИП9, $+$, КП2, ИПd, $\times$, ИП7, $+$, КП2, FL0, 74, С/П

Исходными величинами являются результаты, полученные в ходе выполнения первой части программы. Результаты получаются в регистрах: Па $\rightarrow \alpha_3$, Пб $\rightarrow \alpha_5$, П2 $\rightarrow \alpha_4''$, П3 $\rightarrow \alpha_2''$, П4 $\rightarrow \alpha_4'$, П5 $\rightarrow \alpha_2'$. Эти величины являются исходными для третьей части программы. Их следует записать. Расчет занимает 30 с.

Часть III. Вычисления радиусов кривизны каждой из поверхностей, выраженных в долях высоты луча.

ИП5, П3, ИП4, П1, ИПб, П0, ИПа, П2, 0, П4, 1, П9, П7, П5, 9, Па, 8, Пб, 4, Пс, 3, Пд, КИПа, КИПб, $-$, КИПа, КИПс, $\times$, КИПб, КИПд, $\times$, $-$, $\div$, КПс, ИПа, 1, $-$, Па, ИПб, 1, $-$, Пб, ИПс, 1, $-$, Пс, ИПd, 1, $-$, Пд, $Fx < 0$, 22, С/П

В программе используются результаты части II. Расчет первого варианта с углами α_2' и α_4' выполняется непосредственно после завершения счета части II после занесений $n_2 \rightarrow$ П8 и $n_4 \rightarrow$ П6. Результаты расчета первого варианта объектива: П4 $\rightarrow r_1/h = \bar{r}_1$, П3 $\rightarrow r_2/h = \bar{r}_2$, П2 $\rightarrow r_3/h = \bar{r}_3$, П1 $\rightarrow r_4/h = \bar{r}_4$. Расчет второго варианта требует занесений $\alpha_4'' \rightarrow$ П1, $\alpha_3 \rightarrow$ П2, $\alpha_2'' \rightarrow$ П3, после чего последовательно нажать клавиши БП, 0, 8, С/П. При остановке на индикаторе высвечивается «-1». Расчет каждого варианта занимает около 40 с. Действительные значения r_i' и r_i'' находятся вручную: $r_i = D\bar{r}_i/2$, где D — диаметр объектива.

Часть IV (не обязательная). Контроль расчета.

8, Пд, КИПд, Пс, ИПа, $\times$, ИПd, 4, $-$, Пд, $\leftrightarrow$, КИПд, $\times$, П0, ИПd, 5, $+$, Пд, ИПс, КИПд, Пс, $-$, ИПа, $\times$, ИПd, 5, $-$, Пд, КИПд, ИПс, $\times$, $\leftrightarrow$, F $\circ$, $+$, ИП0, $\div$, С/П, F $\div$ x, Па, ИПd, 3, $+$, Пд, БП, 02

Занесение: $s_0 = -1, +16 \rightarrow$ Па. Для одного варианта системы используются значения $\bar{r}_i$, полученные в ходе выполнения части III программы. При каждой остановке с индикатора можно прочитать последовательно значения углов α_2 , α_3 , α_4 и α_5 , а после очередного нажатия клавиши С/П из Па величину последнего отрезка для соответствующей поверхности. Для другого варианта системы необходимо занести $\bar{r}_1 \rightarrow$ П4, $\bar{r}_2 \rightarrow$ П3, $\bar{r}_3 \rightarrow$ П2, $\bar{r}_4 \rightarrow$ П1, $s_0 = -1, +16 \rightarrow$ Па.

Рассмотрим пример. Пусть выбраны стекла с показателями преломления

	λ_1	λ_{cp}	λ_3
n_2	1,51630 $\rightarrow$ П7	1,51785 $\rightarrow$ П8,	1,52196 $\rightarrow$ П9
n_4	1,61640 $\rightarrow$ П4	1,61963 $\rightarrow$ П5	1,62844 $\rightarrow$ П6

Пусть относительное отверстие объектива = 1:10; тогда $\alpha_5 = 1/2\vartheta = 5, -02 \rightarrow$ Пв.

Используя первую часть программы 5.2 вычисляем коэффициенты, зависящие от показателей преломления:

	n_2	n_4
$n/(n-1)$	П8 $\rightarrow$ 2,931061	П4 $\rightarrow$ 2,6138662
$(n+1)/(n-1)$		П3 $\rightarrow$ 4,2277325
$(2+n)n/(n-1)^2$	П6 $\rightarrow$ 19,911234	П2 $\rightarrow$ 15,269158
$(1+2n)n/(n-1)^2$	П5 $\rightarrow$ 22,842295	П1 $\rightarrow$ 17,883024
	Пд $\rightarrow$ d = 2,0445604	П7 $\rightarrow$ j = -3,928779-02

Все эти величины можно не записывать. Используя часть II программы, находим два решения квадратного уравнения (5.54): П5 $\rightarrow \alpha_2' = 2,8103946-02$ и П3 $\rightarrow \alpha_2'' = 1,0621612-01$; Па $\rightarrow \alpha_3' = 1,1428431-01$. Двум решениям α_2' и α_2'' будут соответствовать углы П4 $\rightarrow \alpha_4' = 1,8172425-02$ и П2 $\rightarrow \alpha_4'' = 1,7787748-01$. Значения α_2'' и α_4'' записываем, они нужны будут впоследствии при вычислении в части III программы радиусов кривизн поверхностей для второго решения квадратного уравнения (5.54). Величины α_2' , α_3' и α_4' также полезно записать для сравнения со значениями, получаемыми в контрольной части IV программы. Наконец, используя часть III программы 5.2 и занося значения $n_2 = 1,51785 \rightarrow$ П8 и $n_4 = 1,61963 \rightarrow$ П6, получаем значения радиусов кривизны каждой из поверхностей:

	для углов	
$\alpha_2' = 2,8103946-02 \rightarrow$ П5	$\alpha_2'' = 1,0621612-01 \rightarrow$ П3	
$\alpha_4' = 1,8172425-02 \rightarrow$ П4	$\alpha_4'' = 1,7787748-01 \rightarrow$ П1	
	$\alpha_3 = 1,1428431-01 \rightarrow$ П2	
П4 $\rightarrow r_1/h$	12,139696	3,2120678
П3 $\rightarrow r_2/h$	-7,2298418	11,033151
П2 $\rightarrow r_3/h$	-7,3025045	3,5649562
П1 $\rightarrow r_4/h$	-30,126808	2,6024409

Очевидно, что вариант, полученный из решения α_2' и α_4' , дает менее крутые поверхности, чем вариант, полученный из решения α_2'' и α_4'' . Менее крутые поверхности обеспечивают меньшие значения аберраций высших порядков, а поэтому решение, полученное из α_2' и α_4' , предпочтительно. Это можно было предвидеть из того, что сами углы α_2' и α_4' меньше, чем соответствующие углы α_2'' и α_4'' .

§ 5.10. Расчет двухлинзового объектива методом G -сумм Конради

А.Конради (A.Conrady [1957]) предложил простой метод расчета бесконечно тонкого двухлинзового объектива. Обозначим величины, относящиеся к первой линзе, одним штрихом, а ко второй—двумя штрихами. Индексы 1, 2, 3, и 4 при кривизнах ρ будут относиться к соответствующим поверхностям. Величины G_i' и G_i'' ($i=1, 2, \dots, 8$) называются коэффициентами G -сумм Конради. Они являются функциями показателей преломления n' и n'' линз для длины волны ахроматизации:

$$\left\{ \begin{array}{ll} G_1 = \frac{n^2(n-1)}{2}, & G_2 = \frac{(2n+1)(n-1)}{2}, \\ G_3 = \frac{(3n+1)(n-1)}{2}, & G_4 = \frac{(n+2)(n-1)}{2n}, \\ G_5 = 2\frac{n^2-1}{n}, & G_6 = \frac{(3n+2)(n-1)}{2n}, \\ G_7 = \frac{(2n+1)(n-1)}{2n}, & G_8 = \frac{n(n-1)}{2}. \end{array} \right. \quad (5.63)$$

Собственно G -суммами Конради называются выражения

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{G}_1' = (G_1'\Delta\rho'^2 + G_2'\Delta\rho'\rho_2 - G_3'\Delta\rho'\Phi + G_4'\rho_2^2 - \\ \quad - G_5'\rho_2\Phi' + G_6'\Phi'^2)\Delta\rho', \\ \bar{G}_1'' = (G_1''\Delta\rho''^2 - G_2''\Delta\rho''\rho_3 + G_3''\Delta\rho''\Phi' + G_4''\rho_3^2 - \\ \quad - G_5''\rho_3\Phi' + G_6''\Phi'^2)\Delta\rho'', \\ \bar{G}_2' = (\frac{1}{4}G_7'\rho_2 - G_7'\Phi' + G_8'\Delta\rho')\Delta\rho', \\ \bar{G}_2'' = (\frac{1}{4}G_7''\rho_3 - G_7''\Phi' - G_8''\Delta\rho'')\Delta\rho'', \end{array} \right. \quad (5.64)$$

где один штрих указывает на величины, относящиеся к первой линзе, а два — ко второй, Φ' — оптическая сила первой линзы, определяемая из (5.36). Черточки над G поставлены для того, чтобы отличать эти величины от коэффициентов G в формулах (5.63). Величины $\Delta\rho'$ и $\Delta\rho''$ определяются из условия (5.35). Условие исправления сферической аберрации имеет вид

$$\bar{G}_1' + \bar{G}_2'' = 0. \quad (5.65)$$

Здесь известны все величины кроме ρ_2 и ρ_3 . Из (5.64) и (5.65) получаем

$$A'\rho_2^2 + B'\rho_2 + C' + A''\rho_3^2 + B''\rho_3 + C'' = 0, \quad (5.65')$$

где

$$\begin{aligned} A' &= G_4' \Delta \rho', \quad B' = (G_2' \Delta \rho' - G_5' \Phi') \Delta \rho', \\ C' &= (G_1' \Delta \rho'^2 - G_3' \Delta \rho' \Phi' + G_6' \Phi'^2) \Delta \rho', \\ A'' &= G_4'' \Delta \rho'', \quad B'' = -(G_2'' \Delta \rho'' + G_5'' \Phi'') \Delta \rho'', \\ C'' &= (G_1'' \Delta \rho''^2 + G_3'' \Delta \rho'' \Phi'' + G_6'' \Phi''^2) \Delta \rho''. \end{aligned}$$

Для склеенного объектива $\rho_2 = \rho_3$, и мы получаем квадратное уравнение

$$(A' + A'') \rho_2^2 + (B' + B'') \rho_2 + (C' + C'') = 0. \quad (5.65'')$$

Далее находим

$$\rho_1 = \Delta \rho' + \rho_2, \quad \rho_4 = \rho_3 - \Delta \rho''. \quad (5.66)$$

Из двух решений квадратного уравнения (5.65'') следует выбрать то, которое обеспечивает меньшие (по абсолютной величине) кривизны и более симметричную форму кроновой линзы. Радиусы кривизны поверхностей, выраженные в долях фокусного расстояния объектива, будут

$$r_i = 1/\rho_i \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (5.66')$$

Кома при этом остается неисправленной. Исправить кому можно в несклеенном объективе. Для этого должно быть удовлетворено второе условие

$$G_2' + G_2'' = 0.$$

Это приводит к дополнительному соотношению между ρ_2 и ρ_3 :

$$\rho_3 = \alpha - \beta \rho_2, \quad (5.66'')$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= 4 \frac{(G_7' \Phi' - G_8' \Delta \rho') \Delta \rho' + (G_7'' \Phi'' + G_8'' \Delta \rho'') \Delta \rho''}{G_5'' \Delta \rho''}, \\ \beta &= - \frac{G_5' \Delta \rho'}{G_5'' \Delta \rho''}. \end{aligned}$$

Подставляя ρ_3 из (5.66'') в (5.66'), получаем квадратное уравнение для ρ_2

$$(A' + A'' \beta^2) \rho_2^2 + (B' - 2A'' \alpha \beta - B'' \beta) \rho_2 + (C' + A'' \alpha^2 + B'' \alpha + C'') = 0. \quad (5.65''')$$

Из двух решений выбираем то, которое обеспечивает меньшие кривизны линз. Подставляя полученное значение ρ_2 в (5.66'') находим ρ_3 . Остается найти ρ_1, ρ_4 и значения всех радиусов кривизн, для чего используем формулы (5.66) и (5.66').

Расчет объектива с использованием метода G -сумм Конради может быть выполнен на микрокалькуляторе МК-52. Программа состоит из трех частей. В первой вычисляются разности кривизн $\Delta\rho'$ и $\Delta\rho''$ линз, а также оптическая сила Φ' первой линзы с тем, чтобы получить ахроматический объектив. При этом принимается, что фокусное расстояние объектива $f'_{об} = 1$. Во второй части вычисляются значения коэффициентов $A', B', C', A'', B'', C'', \alpha$ и β . В третьей части, разной для склеенного объектива и несклеенного, определяются радиусы кривизны поверхностей линз.

Программа 5.3

Расчет бесконечно тонкого объектива методом G -сумм Конради

Часть I. Вычисление радиусов кривизны $\Delta\rho'$ и $\Delta\rho''$ линз и оптической силы Φ' первой линзы.

ИП8, П1, 1, —, ИП7, ИП9, —, ÷, Па, ИП5, 1, —, ИП4, ИП6, —, ÷, —, Пб, $F\frac{1}{x}$, ИП7, ИП9, —, ÷, Пд, ИП8, 1, —, ×, Пе, ИП6, ИП4, —, $F\frac{1}{x}$, ИПб, ÷, Пс, С/П

Первоначальные засылки: $n'_1 \rightarrow П7$, $n'_2 \rightarrow П8$, $n'_3 \rightarrow П9$, $n''_1 \rightarrow П4$, $n''_2 \rightarrow П5$, $n''_3 \rightarrow П6$, где индекс «1» соответствует показателю преломления в синей области, а индекс «3» — в красной. Результаты получаются в регистрах: Пе $\rightarrow \Phi'$, Пд $\rightarrow \Delta\rho'$, Пс $\rightarrow \Delta\rho''$. Значения $\Delta\rho'$ и $\Delta\rho''$ необходимо записать в бланк вычислений. Значение n'_2 пересылается в П1.

Часть II. Вычисление коэффициентов $A', B', C', A'', B'', C'', \alpha$ и β .

ИП1, 1, —, 2, ÷, Па, ИП1, 2, +, ×, ИП1, ÷, ИПд, ×, КП0, ИП1, Fx^2 , ИПа, ×, ИПд, Fx^2 , ×, 3, ИП1, ×, 1, +, Пс, ИПа, ×, ИПд, ×, ИПе, ×, —, 1, ИПс, +, ИПа, ×, ИП1, ÷, ИПе, Fx^2 , ×, +, ИПд, ×, КП0, ИПс, ИП1, —, ИПа, ×, Пб, ИПд, Fx^2 , ×, ИП1, Fx^2 , 1, —, ИП1, ÷, 2, ×, ИПд, ×, КП0, ИПе, ×, —, КП0, ИПб, ИП1, ÷, ИПе, ×, ИП1, ИПа, ×, ИПд, ×, —, ИПд, ×, С/П, —, 4, ×, ИП3, ÷, Па, ИП7, ИП3, ÷, Пб, С/П

Программа использует вычисленные в первой части значения Φ' , $\Delta\rho'$ (сохраняются в регистрах Пд и Пе), $\Delta\rho''$.

Программа выполняется в два этапа для склеенного объектива и в три этапа — для несклеенного:

Этап 1. Занесение $10 \rightarrow П0$, нажать В/О и С/П. После остановки калькулятора (примерно через 30 с) списать с индикатора значение $(G'_7\Phi' - G'_8\Delta\rho')\Delta\rho' = \gamma_1$.

Этап 2. Перенос $П5 \rightarrow П1$, занесение записанного ранее значения $\Delta\rho''$ с обратным знаком $-\Delta\rho'' \rightarrow Пд$. Нажать В/О и С/П. Счет 30 с. Распределение результатов в памяти: $П9 \rightarrow A'$, $П6 \rightarrow B'$, $П8 \rightarrow C'$, $П5 \rightarrow -A''$, $П2 \rightarrow -B''$, $П4 \rightarrow -C''$ (результаты можно не записывать).

Этап 3 (только для несклеенного объектива). Набрать на клавиатуре записанное значение γ_1 . Нажать С/П (не нажимая В/О).

Через 5 с можно прочесть $Па \rightarrow \alpha$, $Пб \rightarrow \beta$ (можно не записывать).

Этап 3-А. Расчет радиусов кривизн склеенного объектива

ИП9, ИП5, —, П7, ИП8, ИП4, —, П1, ИП6, ИП2, —, П4, Fx^2 , 4, ИП7, ×, ИП1, ×, —, $F\sqrt{}$, П0, ИП4, —, 2, ÷, ИП7, ÷, Пе, ИП4, 1—1, ИП0, —, 2, ÷, ИП7, ÷, Пб, ИПс, ИПе, +, $F\frac{1}{x}$, П8, ИПе, $F\frac{1}{x}$, П5, П2, ИПе, ИПд, +, $F\frac{1}{x}$, Па, ИПс, ИПб, +, $F\frac{1}{x}$, П9, ИПб, $F\frac{1}{x}$, П6, П3, ИПб, ИПд, +, $F\frac{1}{x}$, Пб, С/П

Занесение: $\Delta\rho' \rightarrow \text{Пс}$. Нажать В/О, С/П; счет около 25 с. В результате решения квадратного уравнения получаем два варианта объектива. Величины r для первого из них отмечены одной черточкой сверху ($\bar{r}$), для второго — двумя ($\bar{\bar{r}}$). Распределение значений r в памяти: $\text{П8} \rightarrow \bar{r}_1$, $\text{П5} \rightarrow \bar{r}_2$, $\text{П2} \rightarrow \bar{r}_3 = \bar{r}_2$, $\text{Па} \rightarrow \bar{r}_4$, $\text{П9} \rightarrow \bar{\bar{r}}_1$, $\text{П6} \rightarrow \bar{\bar{r}}_2$, $\text{П3} \rightarrow \bar{\bar{r}}_3 = \bar{\bar{r}}_2$, $\text{Пб} \rightarrow \bar{\bar{r}}_4$.

Э т а п 3-Б. Расчет радиусов кривизны линз расклеенного объектива.

ИП9, ИП5, ИПб, Fx^2 , $\times$, —, П7, ИП8, ИП5, ИПа, Fx^2 , $\times$, —, ИП2, ИПа, $\times$, —, ИП4, —, П9, ИП6, 2, ИП5, $\times$, ИПа, $\times$, ИПб, $\times$, —, ИП2, ИПб, $\times$, —, П8, Fx^2 , 4, ИП7, $\times$, ИП9, $\times$, —, $F\sqrt{\quad}$, П4, ИП8, —, 2, $\div$, ИП7, $\div$, П5, ИП4, ИП8, +, 2, $\div$, ИП7, $\div$, 1—1, П6, ИПа, ИПб, ИП5, $\times$, +, П2, ИПа, ИПб, ИП6, $\times$, +, П3, ИПс, ИП5, +, $F\sqrt{\quad}$, П8, ИПс, ИП6, +, $F\sqrt{\quad}$, П9, ИП2, ИПд, +, $F\sqrt{\quad}$, Па, ИП3, ИПд, +, $F\sqrt{\quad}$, Пб, КИП0, $F\sqrt{\quad}$, КП1, ИП0, $F(x < 0)$, 91

З а н е с е н и я: $\Delta\rho' \rightarrow \text{Пс}$, $7 \rightarrow \text{Па}$, $7 \rightarrow \text{П0}$. Аварийный останов «ERROR» через 20 с. по команде 43 означает, что дискриминант квадратного уравнения (5.6''') отрицателен. Необходимо изменить сорта стекол. Останов через 50 с по команде 93 с высвечиванием на индикаторе «ERROR» означает успешное завершение расчета. Распределение значений $\bar{r}_i$ и $\bar{\bar{r}}_i$ в памяти такое же, как и в случае склеенного объектива.

Расчет двухлинзового склеенного объектива можно выполнить так же, используя таблицы Г.Г. Слюсарева [1949] или таблицы С.В. Трубка [1984], построенные на основе таблиц Г.Г. Слюсарева. Использование этих таблиц дает некоторые дополнительные возможности по сравнению с методом G -сумм (например, возможность ахроматизации не параксиальных лучей, а лучей заданной зоны, обычно $y = 0,87D/2$). Но использование таблиц значительно сложнее, чем расчеты по методам Слюсарева (§ 5.9) или G -сумм Конради хотя бы потому, что требуют интерполирования, иногда даже квадратичного.

§ 5.11. Двухкомпонентные объективы. Дублеты и телеобъективы

Увеличивая число линз и раздвигая их, желательно, прежде всего устранить кривизну поля и астигматизм. Но выполнение условия Пецваля наталкивается на большие трудности и неизбежно приводит к значительным нежелательным кривизмам линз. Если рассмотреть объектив, состоящий из двух разнесенных тонких компонентов, каждый из которых состоит в свою очередь из двух линз, то мы должны определить 8 значений радиусов кривизн и расстояний между компонентами — всего 9 неизвестных. Для их определения мы должны составить 9 уравнений: условие масштаба, исправление хроматизма положения, хроматизма увеличения, сферической аберрации, комы, кривизны поля, астигматизма, выполнение условия Пецваля и обеспечение минимальной кривизны линз. Параметры, относящиеся к i -й по ходу луча линзе будем обозначать индексом в арабской нумерации

($i = 1, 2, 3, \dots$), а параметры относящиеся к первому и второму компонентам—соответственно римским цифрами I и II. Расстояние между компонентами обозначим Δ . Тогда с учетом того, что каждый компонент тонкий, получим соотношения между оптическими силами каждого из них

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_I, \quad \Phi_3 + \Phi_4 = \Phi_{II}. \quad (5.67)$$

Из условия масштаба имеем связь высот лучей на линзах с их оптическими силами

$$y_I \Phi_I + y_{II} \Phi_{II} = 1. \quad (5.68)$$

Из условий исправления хроматизма положения и увеличения

$$\begin{cases} y_I^2 \left(\frac{\Phi_1}{\nu_1} + \frac{\Phi_2}{\nu_2} \right) + y_{II}^2 \left(\frac{\Phi_3}{\nu_3} + \frac{\Phi_4}{\nu_4} \right) = 0, \\ y_I^2 K_I \left(\frac{\Phi_1}{\nu_1} + \frac{\Phi_2}{\nu_2} \right) + y_{II}^2 K_{II} \left(\frac{\Phi_3}{\nu_3} + \frac{\Phi_4}{\nu_4} \right) = 0, \end{cases} \quad (5.69)$$

где K_I и K_{II} есть некоторые функции углового размера объекта. Это — система двух линейных однородных уравнений относительно неизвестных, заключенных в скобки. Так как детерминант ее отличен от нуля, то она имеет единственное тривиальное решение

$$\frac{\Phi_1}{\nu_1} + \frac{\Phi_2}{\nu_2} = 0, \quad \frac{\Phi_3}{\nu_3} + \frac{\Phi_4}{\nu_4} = 0, \quad (5.70)$$

т.е. каждая часть двухкомпонентной системы должна быть ахроматизована сама по себе. Несоблюдение этого требования тем не менее позволяет исправить хроматизм положения, т.е. позволяет удовлетворить первое из уравнений (5.69), но хроматизм увеличения будет очень большой. Каждое из этих уравнений совместно с одним из уравнений (5.67) образует систему, позволяющую определить оптическую силу каждой из линз, если известны оптические силы компонентов Φ_I и Φ_{II} :

$$\begin{cases} \Phi_1 = \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} \Phi_I, & \Phi_2 = -\frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} \Phi_I, \\ \Phi_3 = -\frac{\nu_3}{\nu_4 - \nu_3} \Phi_{II}, & \Phi_4 = \frac{\nu_4}{\nu_4 - \nu_3} \Phi_{II}. \end{cases} \quad (5.71)$$

Для определения Φ_I и Φ_{II} воспользуемся условием (1.13). Тогда условие масштабирования ($\Phi = 1$) запишется в виде

$$\Phi_I + \Phi_{II} - \Phi_I \Phi_{II} \Delta = 1, \quad (5.68')$$

а условие Пецваля, если мы хотим его выполнить, будет

$$\sum_{i=1}^4 \frac{\Phi_i}{n_i} = 0. \quad (5.72)$$

Вместо условия Пецваля можно задать какое-либо другое требование: например иметь минимальную кривизну линз. Расстояние от задней главной плоскости второго компонента до фокуса, практически почти совпадающее с последним отрезком двухкомпонентной системы, в соответствии с (1.14) будет

$$s' \approx \frac{f_{II}'(f_I' - \Delta)}{f_I' + f_{II}' - \Delta}, \quad (5.73)$$

а отношение длины L ($L = \Delta + s'$) инструмента к фокусному расстоянию f' его

$$\frac{L}{f'} = 1 + \frac{\Delta}{f'} \left(1 - \frac{\Phi_I}{\Phi} \right). \quad (5.74)$$

Определим Φ_{II} и s'/f' как функции независимой переменной Φ_I/Φ :

$$\Phi_{II} = \frac{1 - \frac{\Phi_I}{\Phi}}{1 - \frac{\Phi_I \Delta}{\Phi f'}} \Phi, \quad (5.75)$$

$$\frac{s'}{f'} = 1 - \frac{\Phi_I \Delta}{\Phi f'}. \quad (5.76)$$

Рассмотрим зависимость величины вторичного спектра в двухкомпонентном объективе от его параметров. В качестве средней длины волны примем $\lambda_D = 0,5893$ мкм и будем отсчитывать продольные аберрации $\Delta s'_\lambda$ от фокуса F'_D . Тогда, если продольный хроматизм исправлен для лучей С и F, то в соответствии с (5.73)

$$s'_C = s'_F = \frac{f_{II,F}'(f_{I,F}' - \Delta)}{f_{I,F}' + f_{II,F}' - \Delta}.$$

Обозначим отношение $\Delta\gamma/\Delta\nu$, выражающее наклон прямой на рис.5.6, через $\operatorname{tg} \omega$. Тогда, в силу (5.19), приращение фокусного расстояния каждого из компонентов при переходе от лучей D к лучам С или F будет

$$\begin{aligned} \Delta f_I' &= f_{I,F}' - f_{I,D}' = f_{I,D}' \operatorname{tg} \omega_I, \\ \Delta f_{II}' &= f_{II,F}' - f_{II,D}' = f_{II,D}' \operatorname{tg} \omega_{II}. \end{aligned}$$

Приращение последнего отрезка s' выразим через приращения $\Delta f_I'$ и $\Delta f_{II}'$:

$$\Delta s'_C = \Delta s'_F = \frac{f_I' f_{II}' \operatorname{tg} \omega_I + (f_I' - \Delta)^2 \operatorname{tg} \omega_{II}}{(f_I' + f_{II}' - \Delta)^2} f_{II}'.$$

Это продольный вторичный спектр системы. Относительное значение его будет

$$\frac{\Delta s'}{f'} = \frac{\Phi_I}{\Phi} \operatorname{tg} \omega_I + \left(1 - \frac{\Phi_I}{\Phi}\right) \left(1 - \frac{\Phi_I \Delta}{\Phi f'}\right) \operatorname{tg} \omega_{II}. \quad (5.77)$$

Оба компонента объектива могут быть сделаны из пары обычных стекол, у которых $\operatorname{tg} \omega_I = \operatorname{tg} \omega_{II}$ или некоторые из стекол могут быть типа курц-флинт или ланг-крон. В последнем случае $\operatorname{tg} \omega_I \neq \operatorname{tg} \omega_{II}$. Рассмотрим первый случай. Тогда

$$\frac{\Delta s'}{f'} = \operatorname{tg} \omega \left[1 - \frac{\Phi_I \Delta}{\Phi f'} \left(1 - \frac{\Phi_I}{\Phi}\right)\right]. \quad (5.78)$$

В двухлинзовом ахромате, составленном из тех же стекол и имеющем то же фокусное расстояние f' , относительный продольный вторичный спектр, в соответствии с (5.19),

$$\Delta f'/f' = \operatorname{tg} \omega. \quad (5.79)$$

Отношение выражений (5.78) и (5.79), согласно Д.Д. Максудову [1946], обозначим через Z :

$$Z = 1 - \frac{\Phi_I \Delta}{\Phi f'} \left(1 - \frac{\Phi_I}{\Phi}\right). \quad (5.80)$$

Величина Z характеризует вторичный спектр двухкомпонентного объектива по сравнению с таковым у обычного двухлинзового ахроматического объектива. Если $Z < 1$, то двухкомпонентный объектив имеет преимущество перед обычным ахроматом в части вторичного спектра. Так как Φ , Δ и f' — величины всегда положительные, то условие $Z < 1$ возможно только при

$$0 < \frac{\Phi_I}{\Phi} < 1. \quad (5.81)$$

Объективы, удовлетворяющие этому условию, называются *дублетами*. Для них справедливы вытекающие из (5.74) и (5.76) соотношения

$$f'/s' > 1, L/f' > 1. \quad (5.82)$$

Из (5.81) и (5.75) следует, что как первый так и второй компоненты его положительны. Объективы, для которых $\Phi_I/\Phi > 1$, называются *телеобъективами*. Второй компонент в телеобъективе отрицателен. Вторичный спектр в них больше, чем в ахромате, но общая длина инструмента меньше фокусного расстояния, т.е. $L/f' < 1$. Это их единственное преимущество перед обычными объективами, ахроматами и дублетами. Отношение $\Gamma = f'/s'$ называется *телефотоувеличением*. Обратную величину обозначим через γ . Обычно в телеобъективах Γ имеет значение в пределах от 2 до 3. Примем $f' = 1$. Расстояние d между компонентами, выраженное в единицах

фокусного расстояния телеобъектива, должно быть $d \approx 1/(2\Gamma)$. При этом оптические силы компонентов

$$\Phi_I = 2(\Gamma - 1), \quad \Phi_{II} = (3 - 2\Gamma)\Gamma. \quad (5.83)$$

Подставляя в сумму Пецваля значения Φ_I и Φ_{II} из (5.83) и приравнявая ее нулю, получим квадратное уравнение, корни которого $\Gamma = 2$ и $0,5$. Таким образом, плоское поле (по Пецвалю) получается в телеобъективе только при $\Gamma = 2$ (а в обращенном телеобъективе при $\Gamma = 0,5$). Объективы, для которых $\Phi_I/\Phi < 0$, называются *обращенными телеобъективами*. Для них $L/f' > 1$, $\Phi_I < 0$. Практического значения они не имеют. На рис. 5.17 представлен характер зависимостей Z , s'/f' , L/f' и Φ_{II}/Φ как функции отношения Φ_I/Φ , а на рис. 5.18 — схемы соответствующих объективов.

Как в обычном ахроматическом объективе, так и во всех трех рассмотренных двухкомпонентных системах удастся совместить в общем фокусе лучи только двух длин волн, например, как мы рассматривали, F и C. Действительно, для того, чтобы совместить в том же фокусе и лучи D, надо, чтобы было $Z = 0$. Но приравнявая Z нулю, мы получаем для Φ_I/Φ квадратное уравнение

$$\left(\frac{\Phi_I}{\Phi}\right)^2 \frac{\Delta}{f'} - \frac{\Phi_I \Delta}{\Phi f'} + 1 = 0, \quad (5.84)$$

которое при $\Delta < f'$ не имеет вещественных корней.

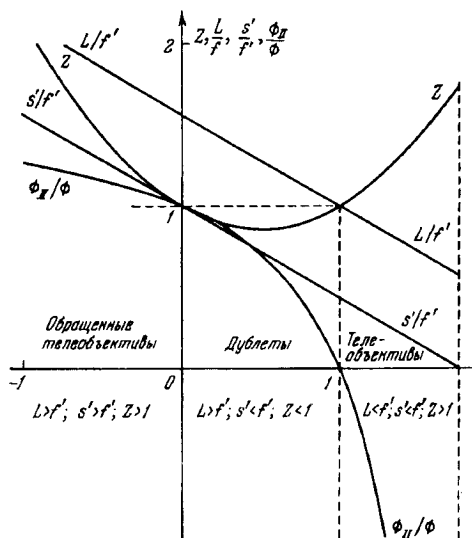


Рис. 5.17. Характер зависимостей Z , L/f' , s'/f' и Φ_{II}/Φ от Φ_I/Φ для двухкомпонентных объективов

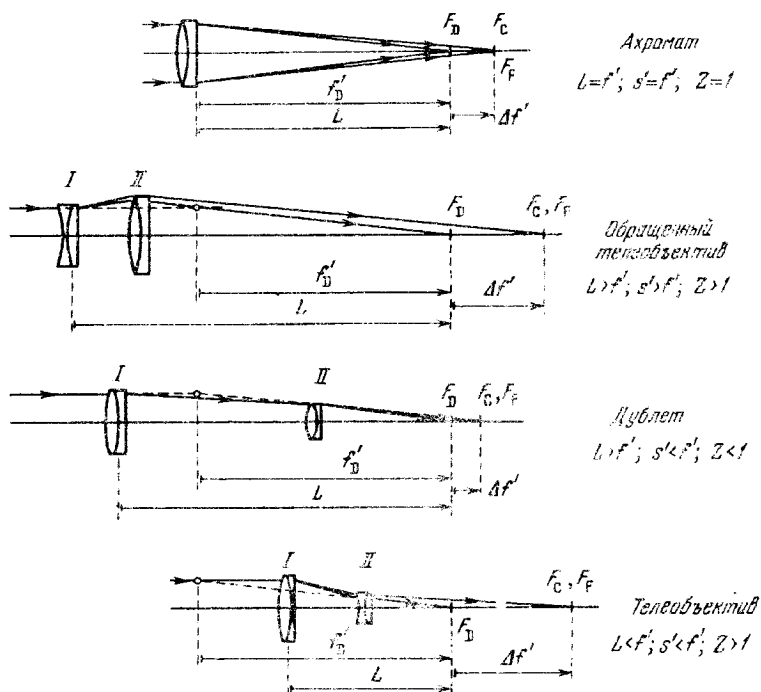


Рис. 5.18. Схемы двухкомпонентных объективов и их сравнение с ахроматом того же фокусного расстояния f'_D

Перейдем к рассмотрению случая использования стекол типа ланг-крон и курц-флинт. При этом $\text{tg } \omega_I \neq \text{tg } \omega_{II}$. Теперь мы можем приравнять нулю выражение (5.78) и получить объектив с исправленным хроматизмом для трех лучей, в данном случае C, D и F. При этом, учитывая (5.75), получим

$$\frac{\text{tg } \omega_I}{\text{tg } \omega_{II}} = -\frac{\Phi_{II}}{\Phi_I} \left(1 - \frac{\Phi_I \Delta}{\Phi f'} \right)^2. \quad (5.85)$$

Мы видим, что отношение тангенсов и отношение оптических сил компонентов должно быть противоположных знаков. Решения возможны в любой из областей: Среди обращенных телескопических ($\Phi_{II}/\Phi_I < 0$, $\text{tg } \omega_I/\text{tg } \omega_{II} > 0$, $\Phi_{II} > \Phi$) дублетов ($\Phi_{II}/\Phi_I < 0$, $\text{tg } \omega_I/\text{tg } \omega_{II} < 0$, $0 < \Phi_{II} < \Phi$) и телескопических ($\Phi_{II}/\Phi_I < 0$, $\text{tg } \omega_I/\text{tg } \omega_{II} > 0$, $\Phi_{II} < 0$). При этом так как для дублетов $\Phi_I < \Phi$ и $\Phi_{II} < 1$, то они не требуют сильных линз и больших кривизн их поверхностей, а это выгодно с точки зрения сферохроматической aberrации и aberrаций высших порядков. Но подобрать пары стекол с $\text{tg } \omega < 0$ трудно и разность Δn для них неизбежно невелика. Даже при малой оптической силе линз это требует значительных прогибов их, а значит, и больших кривизн.

Одним из первых объективов типа дублет был знаменитый *портретный объектив Пецваля*, составленный из обычных стекол. Объектив Пецваля получил широкое распространение как в фотографии, так и в астрономии. В нем несколько уменьшены вторичный спектр и сферическая aberrация и существенно снижена сферохроматическая aberrация. Полезное поле ограничивается кривизной поля и астигматизмом. Объектив Пецваля может иметь относительное отверстие до 1:2 при полезном поле 2ω до 20° .

§ 5.12. Апохромат и триплет Тейлора. Сложные объективы

Двухлинзовые объективы обладают большим вторичным спектром, а объективы Кларка, кроме того, и хроматизмом увеличения. Это накладывает ограничения на применение их в астрономии. Высоко-точная астрометрия требует высокого качества изображения, а это приводит к необходимости усложнять оптическую схему. Методы композиции оптических систем, разделения линзы на части, использование специальных сортов стекол, оптимизация и другие приемы позволяют разрабатывать сложные системы, удовлетворяющие поставленным требованиям. Начнем сближать компоненты телеобъектива. При $\Delta \rightarrow 0$ отношение $\text{tg } \omega_{II} / \text{tg } \omega_{II} \rightarrow 1$. Два компонента такого объектива сливаются в один четырехлинзовый компонент. При этом, если линзы тонкие, то их последовательность роли не играет. Можно подобрать сорта стекол так, чтобы две линзы из трех были изготовлены из одного сорта стекла. Эти две линзы можно объединить в одну, придав ей оптическую силу, равную сумме сил тех линз, из которых она составлена. При этом одна из трех линз неизбежно получается с кривыми поверхностями и одна из линз должна быть изготовлена из стекла ланг-крон или курц-флинт. Это позволяет уменьшить кривизны поверхностей и получить ахроматизацию для трех длин волн; кривая вторичного спектра имеет форму, близкую к кубической параболе. Такие трехлинзовые объективы были предложены в 1893 г. Г. Тейлором (рис. 5.19) и получили название *апохроматов Тейлора*. В 1894 г. Г. Тейлор разработал объектив, состоящий из трех разнесенных линз—двух кроновых по краям и флинтовой между ними (рис. 5.20). Такой объектив называется *триплетом Тейлора* или просто триплетом. Триплет Тейлора свободен от хроматизма увеличения: средняя отрицательная линза сводит лучи линий h ($\lambda = 0,4047$ мкм) и F ($\lambda = 0,4861$ мкм) вместе на поверхности третьей кроновой линзы. Последняя рассчитывается так, чтобы весь

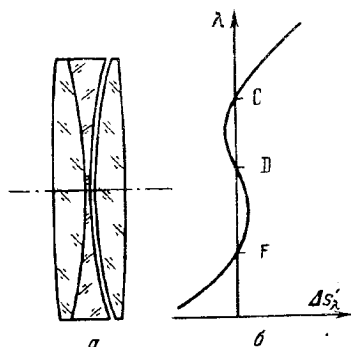


Рис. 5.19. Схема апохромата Тейлора (а) и кривая его вторичного спектра (б)

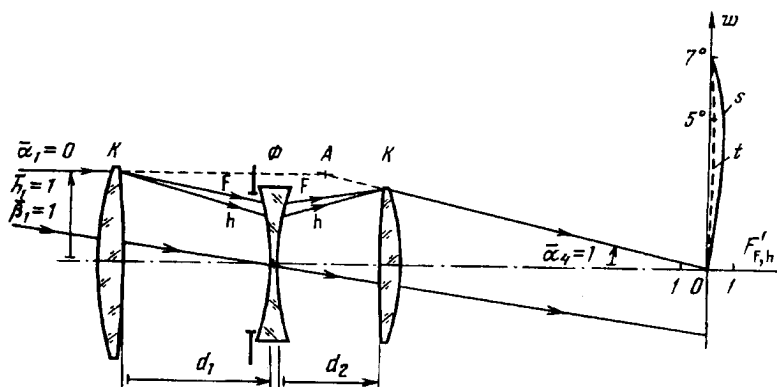


Рис. 5.20. Триплет Тейлора с апертурной диафрагмой у второй линзы, ход первого и второго вспомогательных лучей и кривые астигматизма

объектив в целом был ахроматизован. В результате лучи F и h не только собираются в одном фокусе, но приходят в него одним путем; фокусное расстояние $AF_{F,h}$ оказывается общим для этих лучей, что и требуется для исправления хроматизма увеличения, который особенно вреден при решении таких астрометрических задач как определение параллаксов звезд и их собственных движений. Строго говоря, хроматизм увеличения удастся исправить только для одной зоны y_0 объектива; другие зоны дают остаточный хроматизм увеличения — одного знака для зон более низких, чем y_0 , и другого знака для более высоких. Кроме того, требования исправления астигматизма и кривизны поля противоречат исправлению хроматизма увеличения. Известно множество расчетов триплетов, в том числе с исправленными для некоторой зоны астигматизмом, кривизной поля, с ничтожной дисторсией, но довольно заметной остаточной сферической aberrацией. Триплет диаметром 160 мм с относительным отверстием 1:5 обеспечивает удовлетворительное поле диаметром до $2w = 15^\circ$. Будем считать линзы триплета Тейлора бесконечно тонкими, но расстояния между ними d_1 и d_2 конечными. Примем, что апертурная диафрагма совпадает со средней линзой. Должны быть выполнены шесть условий:

1. У с л о в и е м а с ш т а б а, обеспечивающее требуемое фокусное расстояние,

$$\Phi_1 + h_2\Phi_2 + h_3\Phi_3 = 1, \quad (5.86)$$

где Φ_i ($i = 1, 2, 3$) — оптические силы линз, выраженные в единицах оптической силы объектива, а h_i — высоты первого вспомогательного луча (см. § 2.8) на соответствующей поверхности.

2. У с л о в и е получения заданного фокального отрезка

$$h_3 = s_{F'}'. \quad (5.87)$$

3. Условие исправления кривизны Пецваля

$$\Sigma P = \frac{\Phi_1}{n_1} + \frac{\Phi_2}{n_2} + \frac{\Phi_3}{n_3} = 0. \quad (5.88)$$

4. Условие исправления хроматизма положения

$$S_I^{xp} = - \left(\frac{\Phi_1}{\nu_1} + \frac{h_2^2 \Phi_2}{\nu_2} + \frac{h_3^2 \Phi_3}{\nu_3} \right) = 0, \quad (5.89)$$

где ν_i ($i = 1, 2, 3$) — коэффициенты дисперсии выбранных стекол для требуемого диапазона длин волн.

5. Условие исправления хроматизма увеличения

$$S_{II}^{xp} = - \left(y_1 \frac{\Phi_1}{\nu_1} + y_3 h_3 \frac{\Phi_3}{\nu_3} \right) = 0, \quad (5.90)$$

где h_i и y_i ($i = 1, 2, 3$) — высоты первого и второго вспомогательных лучей (см. § 2.8).

6. Условие исправления дисторсии

$$\Sigma V \cong 3,65(y_1 \Phi_1 + \frac{y_3}{h_3} \Phi_3) = 0. \quad (5.91)$$

В рассматриваемом триплете

$$y_1 = \frac{d_1}{h_2}, \quad y_3 = -\frac{d_2}{h_2}, \quad (5.92)$$

$$h_2 = 1 - \Phi_1 d_1, \quad h_3 = 1 - \Phi_1 d_1 - d_2(\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_1 \Phi_2 d_1). \quad (5.93)$$

Рекомендуется следующий порядок вычислений:

1. Выбираем марки стекол.

2. Задаем оптической силе Φ_1 первой линзы последовательно с некоторым интервалом значения от 1 до 2, а Φ_2 — значения от -3 до -4. Используя (5.88), находим для каждого сочетания Φ_1 и Φ_2 значение Φ_3 .

3. Решая совместно уравнения (5.86) и (5.89), вычисляем высоты h_2 и h_3 первого вспомогательного луча. Желательно, чтобы при этом было выполнено условие (5.87), хотя в астрономических объективах величина s'_F особого значения не имеет.

4. По формулам (5.93) находим d_1 и d_2 .

5. По формулам (5.90) и (5.91) определяем хроматизм увеличения S_{II}^{xp} и дисторсию ΣV .

6. Если результат оказывается неудовлетворительным, то меняем марки стекол.

7. Исправление сферической aberrации, комы и астигматизма осуществляется выбором радиусов кривизн линз. Это можно сделать, используя соотношения

$$\begin{cases} \Sigma I = P_1 + h_2 P_2 + h_3 P_3 = 0, \\ \Sigma II = y_1 P_1 + W_1 + W_2 + y_3 P_3 + W_3 = 0, \\ \Sigma III_a = y_1^2 P_1 + 2y_1 W_1 + \Phi_1 + \Phi_2 + \frac{y_3^2}{h_3} P_3 + 2\frac{y_3}{h_3} W_3 + \Phi_3 = 0, \end{cases} \quad (5.94)$$

где h_i , y_i и Φ_i определены на предыдущей стадии расчета, P и W выражены формулами (2.38), а Φ_i — формулой (1.15'). Однако этот путь сложен и долог. Проще задаться какими-то радиусами кривизн и толщин линз, используя известный прототип объектива Тейлора, а потом оптимизировать его на ЭВМ с помощью программы автоматической оптимизации системы (см. § 3.10). Объектив А. Зоннефельда отличается от триплета Тейлора тем, что одна из поверхностей последней линзы делается асферической. Это позволяет значительно уменьшить остаточную сферическую aberrацию.

На рис. 5.21 приведены схемы некоторых объективов, применяемых в астрономии. На рис. 5.21,а изображены портретный объектив Пецваля и кривые его астигматизма. Четырехлинзовый объектив Росса (рис. 5.21,б) при поле $2w = 9^\circ$ имеет хорошо исправленные aberrации. Дисторсия составляет всего 0,005 %. А. Зоннефельд еще усовершенствовал его (рис. 5.21,в). Эти объективы получили название *фирлинзер* (четырехлинзовые) и имеют широкое применение в

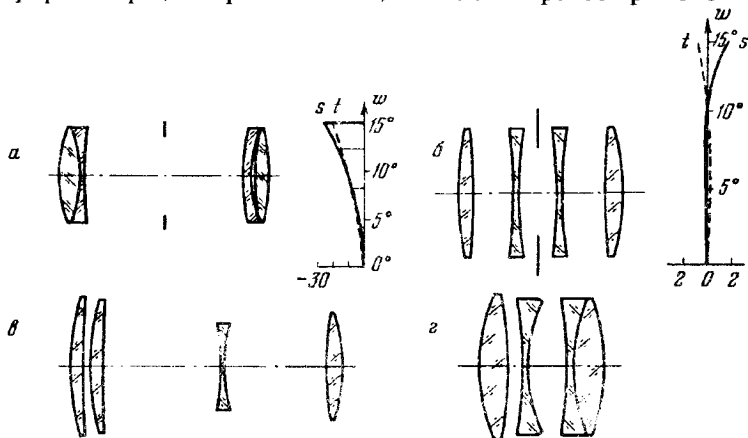


Рис. 5.21. Типы сложных объективов: а — портретный объектив Пецваля; б — объектив Росса; в — фирлинзер Зоннефельда; г — тессар Рудольфа. s — астигматизм сагиттальных лучей, t — тангенциальных лучей

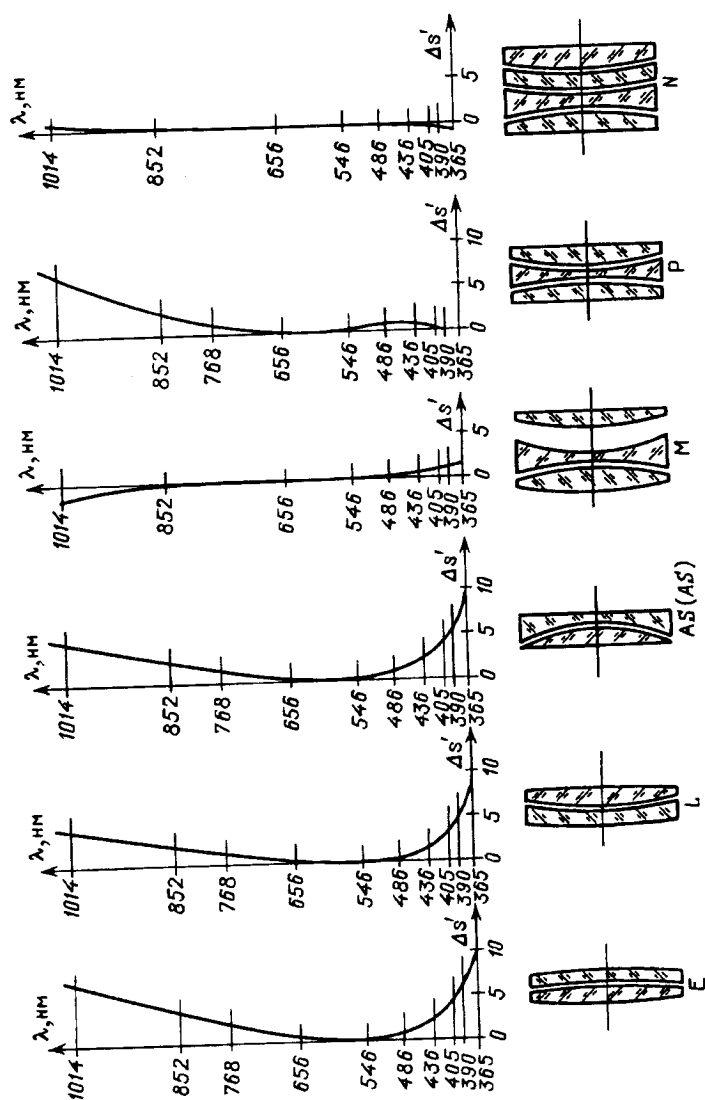


Рис. 5.22. Кривые вторичного спектра объективов L, M и N фирмы Карл Цейс по сравнению с классическими объективами E (Фраунгофера), AS и P

астрографах — телескопах, специально предназначенных для получения фотографий звездного неба, пригодных для последующего точного измерения положения звезд с целью решения астрометрических задач. Обычно такие астрографы снабжаются объективами диаметром 400 мм с фокусным расстоянием 2000 или 3000 мм и имеют поле до 15° с дисторсией не более 0,02 %. Широкое распространение получил объектив *тессар Рудольфа*, отличающийся от триплета тем, что последняя линза его составлена из двух частей (в небольших объективах склеенная — рис.5.21,з). Это позволяет еще уменьшить остаточные aberrации. Отечественные объективы «Индустар» относятся к типу тессаров. В *тессарах Мерте* склеенной является не последняя, а первая линза. В объективе «Целор» фирмы Герца средняя флинтсовая линза триплета разделена на две, с значительным воздушным промежутком между ними. Фирма Карл Цейс ввела буквенные обозначения для своих объективов. На рис. 5.22 приведены схемы некоторых из них и кривые вторичного спектра. Двухлинзовый апохромат с относительным отверстием 1:18 имеет по номенклатуре Цейса обозначения «А». Если необходимо несколько большее относительное отверстие 1:15, то приходится мириться с большим вторичным спектром. Такой объектив имеет обозначение «AS». Объективу Фраунгофера присвоен индекс «Е». Объектив типа «В» Цейс относится к типу трехлинзовых апохроматов Тейлора. При относительном отверстии 1:15 такой объектив имеет почти полностью исправленный вторичный спектр. Из-за сложности изготовления больших дисков стекол эти апохроматы изготавливались диаметром не более 300 мм. Объективы Цейс с применением новых сортов стекол имеют обозначения *L*, *M* и *N*.

§ 5.13. Окуляры

В современных больших телескопах окуляры почти не применяются. Собственно в телескопах наблюдения выполняются не визуально, а с помощью объективных светоприемников; в гидах окуляры вытеснены фотогидами и телевизионными гидами; в искателях — телевизионными камерами, передающими изображение поля на монитор наблюдателя.

Окуляр можно рассматривать как лупу, через которую наблюдатель видит в увеличенном виде изображение объекта, построенное объективом. Для нормального глаза совокупность объектива и окуляра телескопа должны составлять афокальную телескопическую систему (см. § 1.1 и рис. 1.3,б). Пусть $f'_{об}$ и $f'_{ок}$ — соответственно фокусные расстояния объектива и окуляра, D и d — диаметры входного и выходного зрачков телескопической системы, w и β — половины угловых полей объектива и окуляра. Тогда увеличение телескопа будет

$$G = \frac{f'_{об}}{f'_{ок}} = \frac{D}{d} = \frac{\beta}{w}. \quad (5.95)$$

Расстояние $oO' = p'$ (рис. 1.3) выходного зрачка телескопа от задней главной точки H' окуляра составляет

$$p' = f'_{\text{ок}} \left(1 + \frac{f'_{\text{ок}}}{f'_{\text{об}}} \right) \approx f'_{\text{ок}}. \quad (5.96)$$

Довольно часто встречаются люди со степенью *аметропии* (нарушение нормальной аккомодации глаза) ± 10 диоптрий. Дальнозоркий наблюдатель вынужден выдвигать окуляр наружу, близорукий — вдвигать его внутрь. Смещением окуляра на величину до $\Delta = \pm f'^2_{\text{ок}} a_r / 1000$ (здесь Δ и $f'_{\text{ок}}$ выражены в мм) мы должны изменить сходимость пучка лучей, выходящего из окуляра, на величину, равную степени a_r аметропии глаза, выраженную в диоптриях. Особые окуляры требуют значительных перефокусировок.

При наблюдении в окуляр могут быть два положения глаза: или изображение выходного зрачка телескопа mn (рис. 5.23) совпадает с центром вращения глазного яблока (рис. 5.23,а, положение I) или изображение выходного зрачка mn построенное через роговую оболочку глаза и жидкость передней камеры, совпадает со зрачком глаза (рис. 5.23,б, положение II). В первом случае объекты, расположенные на краю поля зрения, не видны вовсе или сильно виньетированы; чтобы их увидеть, необходимо повернуть глазное яблоко. Если окуляр

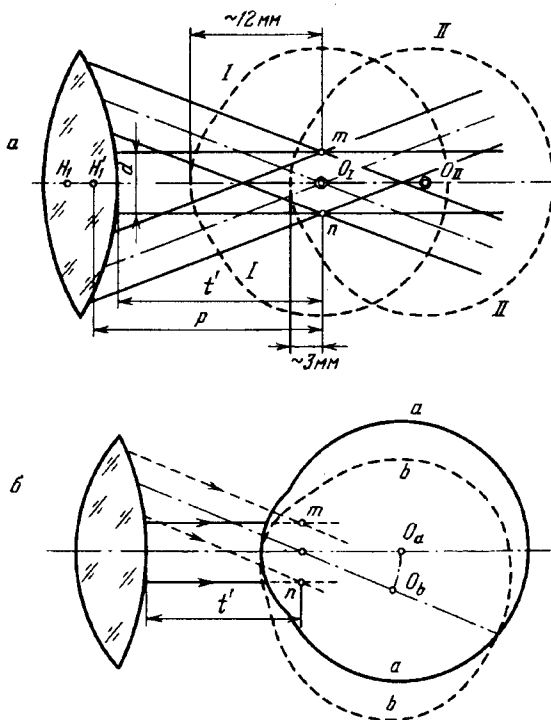


Рис. 5.23. Два способа наблюдения в окуляр. O — центр вращения глаза

сильный, то глаз близко придвинут к нему и это мешает наблюдениям. Поэтому этот способ наблюдения применим лишь к слабым окулярам. Во втором случае видно все поле зрения сразу. Но отчетливо видна только та часть его, которая проецируется на центральное («желтое») пятно сетчатки. Чтобы отчетливо видеть разные участки поля, необходимо не только поворачивать глазное яблоко, но и слегка перемещать голову. Зато этот способ наблюдения применим и к сильным окулярам, до тех пор, пока расстояние t' от последней плоской поверхности окуляра до выходного зрачка (*рабочее расстояние*, или *вынос выходного зрачка*) $t' > 4$ мм. При малых значениях t' и здесь будет неприятное касание ресниц к линзе или к оправе окуляра. Чтобы этого не было, желательно иметь $t' > 12$ мм. Специально рассчитанные окуляры, у которых $t' > f'_{\text{ок}}$, называются *окулярами с вынесенным зрачком*. Такие конструкции важны в сильных окулярах. Однако в них диаметр d зрачка выхода $D'D'$ может быть меньше зрачка глаза d_r . В этом случае можно отодвинуться от окуляра и тем не менее перехватить без виньетирования наклонные пучки лучей (рис. 5.24). Окуляр строит изображение входного зрачка телескопической системы в плоскости выходного зрачка. Однако для лучей, входящих в объектив телескопа под разными полевыми углами, положение выходного зрачка может быть разным (рис. 5.25). Это явление называется *абберацией в зрачках*. Оно приводит к тому, что при перемещении глаза вдоль оптической оси радужная оболочка глаза будет виньетировать лучи тех или иных полевых углов.

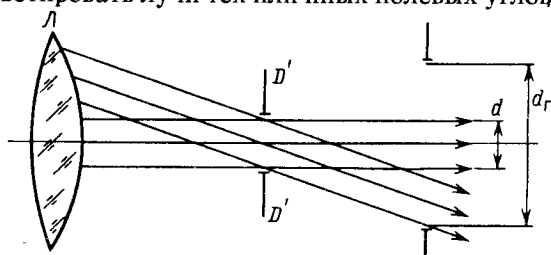


Рис. 5.24. Наблюдение поля в сильный окуляр

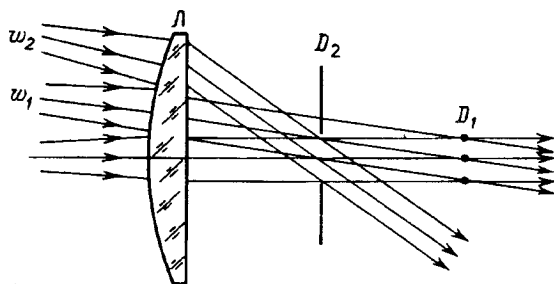


Рис. 5.25. Абберация в зрачках. Л — глазная линза окуляра. Для полевого угла w_1 выходной зрачок лежит в плоскости D_1 , а для угла w_2 — в плоскости D_2

Так как выходной зрачок телескопа с окуляром мал, то сферическая аберрация окуляра малозаметна. Глаз видит изображение, даваемое окуляром, на бесконечно далеком расстоянии. Поэтому хроматизм положения окуляра не очень существен. Гораздо неприятнее хроматизм увеличения (рис. 2.19, з); исправление его является главной задачей оптика.

Для нормального глаза лучи света из окуляра выходят от разных точек предмета параллельными пучками. Поэтому расчет окуляра удобно выполнять в обратном ходе лучей.

Простейшим типом окуляра является одиночная линза. По сравнению с другими окулярами у нее лишь два преимущества—простота (и дешевизна) и значительная величина последнего отрезка t' . Чтобы уменьшить хроматизм, следует изготавливать линзу из стекла с малой дисперсией (крон). Если в качестве окуляра используется плоско-выпуклая линза, то, ставя ее плоской стороной к объективу, мы будем иметь сравнительно малую сферическую аберрацию и связанную с этим удовлетворительную резкость изображения на оси, но большие аберрации наклонных пучков и дисторсию, а соответственно малое поле. Обратная картина будет, если поставить линзу плоской стороной к глазу. Так как обычно резкость на оси важнее поля, то, применяя плоскопараллельную линзу в качестве окуляра ее следует ставить плоской стороной к объективу. Однолинзовые окуляры могут быть применены лишь, если относительное отверстие объектива не очень велико. Так, при выходном зрачке $d = 1$ мм относительное отверстие должно быть около 1:5, а при $d = 6$ мм (ночное равнозрачковое увеличение)—1:9. Продольный хроматизм в однолинзовом окуляре в пределах от лучей С до F составляет (согласно (4.81)) $f'_{\text{ок}}/\nu$, т.е. если окуляр изготовлен из стекла крон, то около $f'_{\text{ок}}/64$, а вторичный спектр двухлинзового объектива (см. § 5.3)—примерно $f'_{\text{об}}/2000$. Их влияние уравнивается при увеличении $G = 2000/64 \approx 30^\times$. Если применять более сильные увеличения, то продольный хроматизм окуляра влияет меньше, чем вторичный спектр объектива. Максимальное допустимое значение диаметра выходного зрачка в зависимости от относительного отверстия, согласно Д.Д. Максутову,

$$d_{\text{max}} = 0,00222\lambda\nu. \quad (5.97)$$

Хроматизм увеличения однолинзового окуляра весьма заметен. В интервале длин волн от С и F он составляет $100/\nu$ %. Если полный угол зрения окуляра $2\beta = 20^\circ$, то на краю поля зрения он составит $9,4'$. Изображение каждой звезды вытянется в спектр, который будет виден глазу под этим, явно заметным углом. Поэтому для наблюдений окажется доступным лишь центральная часть поля зрения. Поле зрения на небе будет в G раз меньше и составит очень небольшую величину. Хроматизм увеличения является наиболее вредной аберрацией любого окуляра.

Окуляр Х. Гюйгенса (рис. 5.26, а) содержит две, обычно плоско-выпуклые линзы, разделенные воздушным промежутком Δ . Первая по ходу лучей линза называется *полевой*, или *коллективом*, вторая—

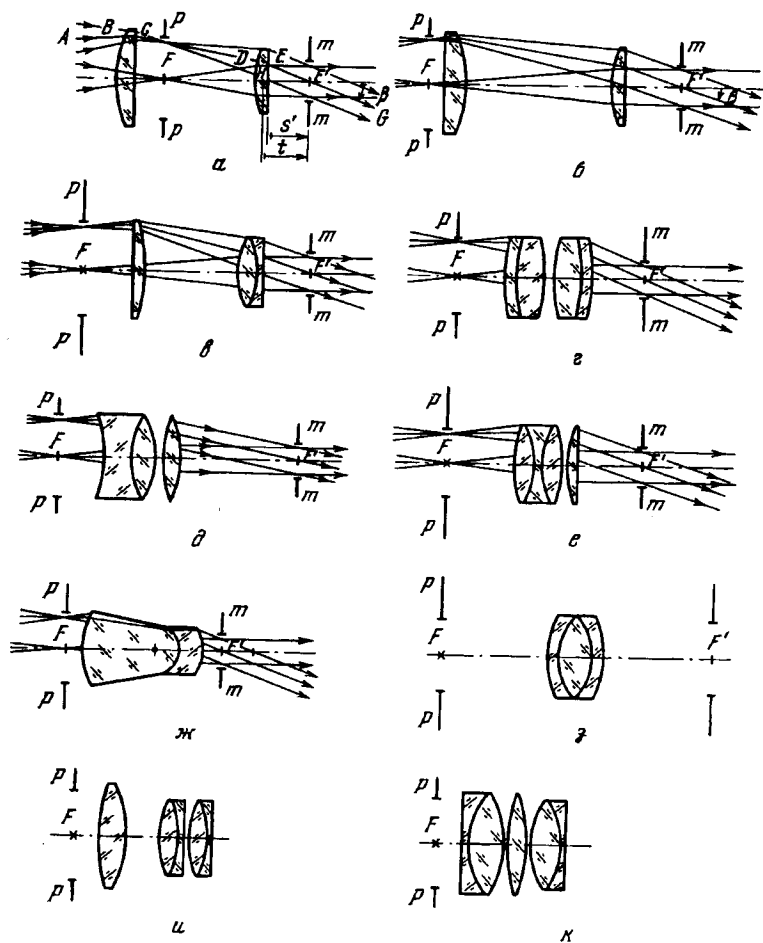


Рис. 5.26. Схемы некоторых окуляров: окуляр Гюйгенса (а), окуляр Рамсдена (б), окуляр Кельнера (в), симметричный окуляр (г), окуляр с вынесенным зрачком (д), ортоскопический окуляр Аббе (е), моноцентрический окуляр Д.Д.Максутова [1929] (ж), моноцентрический окуляр Штейнгеля (з), окуляры Эрфле (и,к)

глазной. Задача полевой линзы состоит в том, чтобы сжать пучки лучей. Это позволяет уменьшить диаметр глазной линзы при том же поле зрения. Если f_1' и f_2' — фокусные расстояния каждой из линз окуляра для длины волны лучей F , а d_2 — воздушный промежуток между линзами окуляра, то, в соответствии с (1.14), фокусное расстояние f_F' окуляра для лучей F будет

$$f_F' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2' - d_2}.$$

Для другой длины волны (например для лучей С) фокусное расстояние окуляра будет

$$f'_C = \frac{f'_1 \left(1 + \frac{1}{v_1}\right) f'_2 \left(1 + \frac{1}{v_2}\right)}{f'_1 \left(1 + \frac{1}{v_1}\right) + f'_2 \left(1 + \frac{1}{v_2}\right) - d} \approx f'_F \left[1 - \frac{f'_1 v_1 + f'_2 v_2 - (v_1 + v_2) d_2}{v_1 v_2 (f'_1 + f'_2 - d_2)} \right].$$

Хроматизм окуляра исправлен, если $f'_F = f'_C$, т.е. если

$$d_2 \approx \frac{f'_1 v_1 + f'_2 v_2}{v_1 + v_2}. \quad (5.98)$$

Выражение (5.98) называется *условием Гюйгенса*.

Если обе линзы изготовлены из одного сорта стекла, то

$$d_2 = \frac{f'_1 + f'_2}{2}. \quad (5.98')$$

Последний отрезок при этом

$$s' = \frac{f'_2 (f'_1 - f'_2)}{f'_1 + f'_2}. \quad (5.99)$$

В окуляре Гюйгенса обычны соотношения $f'_1 : d_2 : f'_2 = 4 : 3 : 2$ или $3 : 2 : 1$.

Для уменьшения дисторсии и астигматизма оптимально отношение $f'_1 : d_2 : f'_2 = 4 : 3 : 2$. При этом $d_4 = 0,25 f'_{ок}$ (см. рис. 5.27). В астрономических трубах применяются окуляры Гюйгенса с фокусным расстоянием до 100–150 мм. Поле зрения их 2β при этом достигает 80° . При $f' = 7 \div 80$ мм поле зрения составляет около 50° . Окуляр Гюйгенса относится к так называемым *отрицательным окулярам*—в нем объектив строит изображение между полевой и глазной линзами. Для нормального глаза фокус глазной линзы должен быть совмещен с фокусом системы объектив телескопа + полевая линза. В этой же плоскости устанавливается *диафрагма поля зрения PP*. На рис. 5.26,а $ABCDEF'G$ есть ход главного луча, соответствующего краю поля зрения. Он определяет угол β видимого поля зрения и положение выходной диафрагмы mt .

Астигматизм и дисторсия в окуляре Гюйгенса незначительны, но в нем велики сферическая aberrация, хроматизм положения и кривизна поля. Кроме того, объектив телескопа строит изображение между линзами окуляра. Это не позволяет его использовать вместе с микрометром, так как aberrации полевой линзы исказят все результаты измерений. При заданном фокусном расстоянии окуляра Гюйгенса и выбранных сортах стекол имеется два свободных конструктивных параметра для его расчета: это или два радиуса кривизны линз или один из радиусов и расстояние между линзами. Aberrации высших порядков окуляра Гюйгенса очень малы и расчет его по сум-

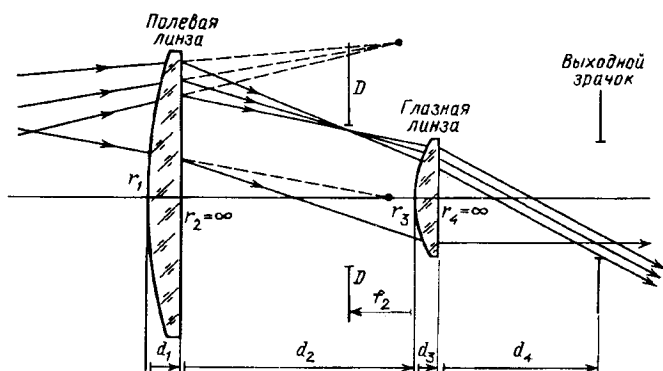


Рис. 5.27. К расчету окуляра Гюйгенса

мам Зейделя дает вполне удовлетворительный результат. Мы ограничимся случаем, когда обе линзы изготовлены из одного сорта стекла.

Будем считать линзы бесконечно тонкими. Зададимся показателем преломления n стекол и отрезком $d_4 = t'$, определяющим положение выходного зрачка окуляра (рис. 5.27). Тогда радиусы r_1 и r_3 полевой и глазной линз и расстояние d_2 между ними, будут

$$\begin{cases} r_1 = \frac{f'_{\text{ок}} - d_4}{f'_{\text{ок}} - 2d_4} (n-1) f'_{\text{ок}}, & r_3 = (f'_{\text{ок}} - d_4)(n-1), \\ d_2 = \frac{(f'_{\text{ок}} - d_4)^2}{f'_{\text{ок}} - 2d_4}. \end{cases} \quad (5.100)$$

Сетка нитей (если таковая используется) и диафрагма поля DD должны быть в фокусе глазной линзы:

$$-f'_2 = -(f'_{\text{ок}} - t').$$

Для первоначального расчета окуляра Гюйгенса можно применять следующую программу:

Программа 5.4.

Расчет окуляра Гюйгенса из стекол одного сорта (без учета толщины линз)

ИП4, 1, —, Пс, 1, ИП1, —, П6, 1, ИП1, 2, ×, —, Пб, ÷, П5, С/П, ИП6, С/П, ИП5, ИПс, ×, П2, С/П, ИП6, ИПс, ×, П3, С/П, ИП6, Fx^2 , ИПб, ÷, Пд, С/П, ИП5, ИП6, ×, ИП5, ИП6, +, ИПд, —, ÷, П8, С/П

Первоначальные занесения: $n \rightarrow$ П4, $d_4/f'_{\text{ок}} \rightarrow$ П1. В ходе выполнения программы последовательно шесть раз нажимаем клавишу С/П и получаем значения $f'_1, f'_2, r_1, r_3, d_2$ — все выраженные в единицах

фокусного расстояния $f'_{\text{ок}}$ окуляра. После последней остановки на индикаторе должно появиться 1,0 или очень близкое к нему значение.

Пример: $n = 1,518294 \rightarrow P6$, $d_4/f'_{\text{ок}} = 0,3 \rightarrow P1$. Результаты: $f'_1 = 1,75$, $f'_2 = 0,7$, $r_1 = 0,9070$, $r_3 = 0,3628$, $d_2 = 1,2250$ (все в долях $f'_{\text{ок}}$).

Окончательный расчет окуляра следует выполнять с введением реальных толщин линз с расчетом хода лучей трех длин волн на ЭВМ, добиваясь исправления хроматизма увеличения. Это можно выполнить, применяя методы оптимизации.

Окуляр Дж. Рамсдена (рис. 5.26,б), как и окуляр Гюйгенса, содержит две линзы, но обе они расположены позади главного фокуса телескопа—окуляр Рамсдена относится к *положительным* окулярам. Первая линза его плосковыпуклая, вторая выпуклоплоская. Условие (5.98) всецело относится и к окуляру Рамсдена. Если обе линзы имеют одинаковую оптическую силу и изготовлены из одного сорта стекла, то из (5.98) получим условие ахроматизации

$$d_2 = f'_1 = f'_2 = f'_{\text{ок}}. \quad (5.101)$$

При этом фокус телескопа совмещен с вершиной полевой линзы; все царапинки и пылинки на ее поверхности становятся отчетливо видимы и мешают наблюдениям. Еще существеннее, что выходной зрачок телескопа оказывается внутри глазной линзы, куда невозможно поместить глаз наблюдателя. Поэтому в чистом виде окуляр Рамсдена неприменим. Приходится отступать от условия (5.101), сохраняя $f'_1 = f'_2$, но принимая значения d_2/f'_1 между 2/3 и 3/4.

Введем следующие обозначения: $f'_{\text{ок}}$ — заднее фокусное расстояние окуляра, f'_1 и f'_2 — задние фокусные расстояния первой и второй линз окуляра, t' — расстояние от последней плоской поверхности второй линзы окуляра до выходного зрачка (*рабочее расстояние*) окуляра, $d_1 = d_3$ — толщины линз (мы их считаем = 0), d_2 — воздушный промежуток между линзами, $k = d_2/f'_{\text{ок}}$, Γ — угловое увеличение системы объектив телескопа + окуляр (в астрономических телескопах $\Gamma < 0$). В первом приближении для окуляра Рамсдена, составленного из бесконечно тонких линз с $r_2 = -r_3$, имеются следующие соотношения:

$$\begin{cases} f'_1 = f'_2 = f'_{\text{ок}}(1 - \sqrt{1-k}) = f'_{\text{ок}}(1 - \sqrt{1-d_2/f'_{\text{ок}}}), \\ -r_2 = r_3 = f'_1(n-1), \\ t' = f'_{\text{ок}}\sqrt{1-k} - \frac{f'_{\text{ок}}}{\Gamma} - \frac{d_3}{n}. \end{cases} \quad (5.102)$$

В последнем выражении последний член учитывает реальную толщину второй линзы. Для нормального глаза сетка нитей должна быть на расстоянии

$$s_{\text{сетки}} = -f'_{\text{ок}} \sqrt{1-k} \quad (5.103)$$

от передней плоской поверхности первой линзы окуляра. В окуляре Рамсдена хроматизм положения исправлен в 1,5 раза лучше, а сферическая аберрация—в 4 раза лучше, чем в окуляре Гюйгенса. Кривизна поля его очень незначительна. Но астигматизм в 4 раза больше, чем в окуляре Гюйгенса. Возрос и хроматизм увеличения. Малые значения параметра k приводят к значительным кривизнам линз. Поэтому приходится прибегать к значениям k порядка 0,6—0,8, но это уменьшает рабочее расстояние и затрудняет использование окуляра при больших увеличениях. Но с окуляром Рамсдена легко использовать микрометр, так как передний фокус лежит перед полевой линзой.

Окуляр Кельнера (рис. 5.26,в) отличается от окуляра Рамсдена тем, что глазная линза в нем сделана склеенной из двух сортов стекла—крона и флинта. Это позволило уменьшить хроматизм положения и хроматизм увеличения, хотя условие (5.98) Гюйгенса и не соблюдено. В нем улучшены сферическая аберрация и астигматизм, увеличен вынос выходного зрачка, который даже несколько больше, чем в окуляре Гюйгенса. Поле зрения его составляет около 40°. Это один из самых употребительных окуляров.

Еще больше вынос выходного зрачка в *симметричном окуляре* (рис. 5.26,г), в котором обе линзы сделаны склеенными, симметричными. Наружные отрицательные линзы сделаны из флинта, внутренние положительные — из крона. В нем достаточно хорошо исправлены сферическая аберрация и кривизна поля. Астигматизм такого окуляра того же порядка, что и в окуляре Кельнера. За счет астигматизма можно исправить дисторсию и получить условие ортоскопичности. Последний отрезок в окуляре Кельнера составляет около $0,77f'_{\text{ок}}$.

Еще большая величина последнего отрезка (до 114 % фокусного расстояния) достигается в специальных *окулярах с вынесенным зрачком* (рис. 5.26,д), которые оказываются пригодными для наблюдений с самыми большими увеличениями. Все аберрации, кроме дисторсии, в них хорошо исправлены. Другой, так называемый *ортоскопический окуляр Э. Аббе*, с вынесенным зрачком показан на рис. 5.26,е. В нем хорошо исправлены дисторсия и хроматизм; он свободен от бликов. Видимое поле 2β у него до 40° и он удобен для использования с микрометром. Большой вынос выходного зрачка позволяет строить сильные окуляры с короткими фокусными расстояниями (3–5 мм) для больших увеличений.

Д.Д. Максutow [1929, 1949] разработал *моноцентрический окуляр* (рис. 5.26,ж). В нем все поверхности являются концентричными сферами. В силу этого он не чувствителен к любым наклонам. Будучи склеенным в один монолит, он свободен от бликов; светопотери в нем также уменьшены. В окуляре Максutowа очень хорошо исправле-

ны аберрации, хотя поле не превышает $25-30^\circ$. Другой *моноцентрический окуляр разработан К. Штейнгелем* (рис. 5.26,з). Он также хорошо исправлен, свободен от бликов и дает такое же видимое поле, как и окуляр Максутава. Для искателей необходимы окуляры с большим видимым полем 2β . Такие *окуляры разработаны Х.Эрфле* (рис. 5.26, и и к) и носят его имя.

Конструируя окуляр, оптик должен иметь в виду, что любой двухкомпонентный окуляр должен иметь две подвижки: для того чтобы резкое изображение звезды было построено на сетке нитей, необходимо перемещать его вдоль оптической оси телескопа с помощью *фокусировочной выдвигки*; для того, чтобы глаз резко видел сетку нитей, необходимо перемещение окуляра (или отдельно глазной линзы) относительно сетки нитей; это называется *диоптрийной выдвигкой окуляра*.

Глава 6

ОДНОЗЕРКАЛЬНЫЕ И ДВУХЗЕРКАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ТЕЛЕСКОПОВ

§ 6.1. Однозеркальные системы рефлекторов

Присущий линзовым объективам хроматизм заставил оптиков и астрономов обратить внимание на зеркальные системы. Первый зеркальный телескоп практически осуществил И. Ньютон в 1668 г.

В однозеркальном телескопе используется одно вогнутое зеркало. Лишь оно одно изменяет сходимость пучка лучей. Другие оптические элементы, которые могут входить в состав однозеркального телескопа (плоские зеркала, призмы полного внутреннего отражения, плоскопараллельные пластинки—например светофильтры), не меняют сходимость лучей. Только вогнутое параболическое зеркало строит стигматичное изображение бесконечно удаленной точки, находящейся на его оптической оси. Поэтому в однозеркальных телескопах используется параболическое зеркало. Но если точка расположена в стороне от оптической оси параболического зеркала, то начинают сказываться кома и астигматизм. Аберрации одиночного параболического зеркала были рассмотрены в § 4.5.

В однозеркальном телескопе светоприемник помещается в фокальной плоскости параболического зеркала (рис. 6.1, а), неизбежно вызывая экранирование его центральной части. Если используется угловое поле $2w$ (рад), то диаметр экранированной части составляет (без учета кассеты и ее крепления)

$$2l' = 2wf'. \quad (6.1)$$

К так определенному значению $2l'$ надо прибавить некоторую величину a , учитывающую размер кассеты (которая всегда больше, чем фотопластинка) и ее крепление:

$$2L = a + 2wf'. \quad (6.2)$$

Считается допустимым экранирование $1/3$ диаметра параболического зеркала. При этом светопотери, вызванные экранированием, невелики и частотноконтрастная характеристика изменяется незна-

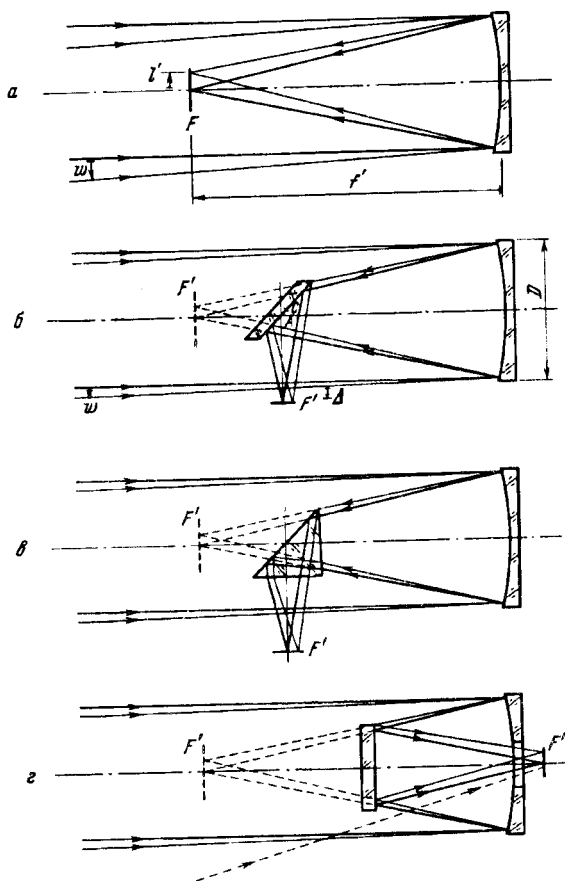


Рис. 6.1. Различные варианты оптических схем однозеркальных рефлекторов: схема главного фокуса (а), схема Ньютона с плоским зеркалом (б), схема Ньютона с призмой (в), кольцевой телескоп (г)

чительно. В больших рефлекторах центральное экранирование, вызванное кассетой, много меньше $1/3$ диаметра зеркала.

Чтобы обеспечить удобство наблюдений, в небольших телескопах используется небольшое плоское диагональное зеркало. Оно перехватывает пучок лучей перед тем как тот соберется в фокусе параболического зеркала и отражает его в сторону без изменения сходимости (рис. 6.1, б). Такая схема была предложена в 1668 г. Ньютоном и называется схемой Ньютона, или рефлектором Ньютона. Контур такого плоского зеркала предпочтительно делать эллиптическим с тем, чтобы его проекция на фронт падающей волны была окружностью. В этом случае экранирование, вызванное им, будет минимальным. Для определения необходимого размера и положения плоского диагонального

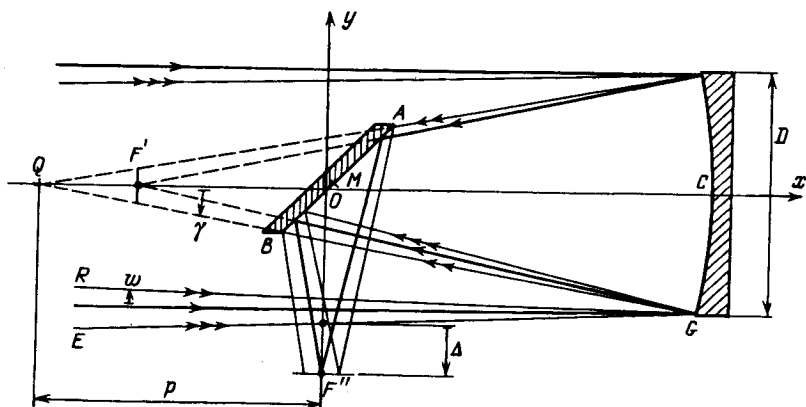


Рис. 6.2. К определению положения и размеров диагонального зеркала в телескопе Ньютона

зеркала построим систему координат xOy с началом в точке пересечения оптической оси с плоскостью диагонального зеркала (рис. 6.2). Расстояние OF'' отраженной фокальной плоскости от оптической оси должно несколько превышать радиус тубуса телескопа. Если диаметр главного зеркала D , а вынос фокальной плоскости F'' за крайний полевой луч EG есть Δ (считая $\Delta > 0$), то расстояние OF' , определяющее положение диагонального зеркала будет

$$OF' = \frac{\frac{1}{2}D + |f' \operatorname{tg} w| + \Delta}{1 + |\operatorname{tg} w|} = OF'' \quad (6.3)$$

Ограничимся обычно имеющим место случаем, когда угол между оптической осью и плоскостью диагонального зеркала равен 45° . Рассмотрим крайний полевой луч RG . После отражения главным зеркалом он пойдет в направлении GQ . Обозначим угол между оптической осью и лучом GQ через γ . Очевидно, что

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left| \frac{D}{2f'} \right| - w. \quad (6.4)$$

Введем обозначения $k = \operatorname{tg} \gamma$, $p = OQ$ (считая k и p положительными). Легко показать, что

$$p = OF' + F'Q = \frac{\frac{1}{2}D + |f' \operatorname{tg} w| + \Delta}{1 + |\operatorname{tg} w|} + \left| f' \frac{\operatorname{tg} w}{\operatorname{tg} \gamma} \right|. \quad (6.5)$$

Тогда в системе координат xOy координаты вершин A и B эллипса

диагонального зеркала и его центра M будут

$$\begin{cases} x_A = y_A = \frac{k}{1-k}p, & x_B = y_B = -\frac{k}{1+k}p, \\ x_M = y_M = \frac{k^2}{1-k^2}p, \end{cases} \quad (6.6)$$

а полуоси диагонального зеркала составят

$$a = \frac{k}{1-k^2}p\sqrt{2}, \quad b = \frac{k}{\sqrt{1-k^2}}p. \quad (6.7)$$

Расстояние CO от вершины C главного зеркала до точки O пересечения оптической оси с диагональным зеркалом

$$CO = |f'| - OF' = |f'| - \frac{\frac{1}{2}D + |f'|\operatorname{tg}w + \Delta}{1 + |\operatorname{tg}w|}. \quad (6.8)$$

Расчет может быть выполнен на микрокалькуляторах МК-52, МК-54 или МК-56 по программе 6.1

Программа 6.1

Расчет диагонального зеркала в телескопе Ньютона

ИПЗ, Ftg, Pd, ИП4, 2, ÷, ИП6, ÷, Ftg⁻¹, ИПЗ, —, Ftg, П1, ИП6, ИПd, ×, П2, ИП4, 2, ÷, +, ИП5, +, 1, ИПd, +, ÷, Пс, ИП2, ИП1, ÷, +, П0, ИП1, ×, Пб, 1, ИП1, —, ÷, П7, ИПб, ИП1, 1, +, ÷, 1—1, П8, ИПб, ИП1, ×, Пб, ИП1, 1, ИП1, Fx², —, F√, ÷, Pd, ИП0, ×, Пб, ИПd, Fx², ИП0, ×, П9, ИП1, ÷, 2, F√, ×, Па, ИП6, ИПс, —, Pd, C/П

Первоначальные засылки: диаметр главного зеркала $D \rightarrow$ П4, фокусное расстояние $|f'| \rightarrow$ П6, вынос фокальной плоскости за падающий пучок лучей $\Delta \rightarrow$ П5, полевой угол (в градусах и их долях) $|w| \rightarrow$ ПЗ. Режим работы—градусы (Г).

После остановки на индикаторе высвечивается расстояние CO (считаемое вдоль оптической оси) от главного зеркала до диагонального. Вывод результатов: $a \rightarrow$ Па, $b \rightarrow$ Пб, $OF' \rightarrow$ Пс, $x_A \rightarrow$ П7, $x_B \rightarrow$ П8, $x_M \rightarrow$ П9, $l' \rightarrow$ П2, $p \rightarrow$ П0, $\operatorname{tg} \gamma \rightarrow$ П1.

Пример: $D = 200$, $|f'| = 1000$, $\Delta = 20$, $w = 0,5^\circ$, $CO = 872,3868$, $x_A = 22,407817$, $x_B = -18,66247$, $x_M = 1,8726729$, $a = 29,041077$, $b = -20,449578$, $l' = 8,726867$. Время счета около 25 с.

Если плоское диагональное зеркало в рефлекторе Ньютона с относительным отверстием A не является точной плоскостью, а имеет радиус кривизны r и находится на расстоянии l от фокуса, то оно, в соответствии с (4.102) и (2.2'), вносит поперечный астигматизм

$$\rho_{\text{аст}} = 0,7 \frac{l^2}{r} A. \quad (6.9)$$

Чем дальше от фокуса расположено плоское зеркало, тем оно должно быть точнее.

Иногда в небольших малосветосильных телескопах Ньютона вместо диагонального зеркала применяют прямоугольную призму полного внутреннего отражения (см. рис. 6.1, *в*). Но призма должна быть сферическую aberrацию и вносит хроматизм. Призма должна быть несколько большего размера, чем диагональное зеркало. Если она не округлена вокруг оптической оси, то ее углы, не выполняя никакой полезной работы, создают дополнительное экранирование света.

В редких случаях в простой зеркальной системе, кроме параболического зеркала, применяют вторичное плоское зеркало, перпендикулярное оптической оси главного зеркала (рис. 6.1, *г*). Это зеркало отражает пучок лучей в обратном направлении. Лучи проходят через центральное отверстие в главном зеркале и собираются за ним. Такой телескоп иногда называют *кольцевым телескопом*. Как мы увидим далее, он может рассматриваться как частный случай системы Кассегрена. Если лучи собираются за вершиной главного зеркала, то длина трубы кольцевого телескопа приблизительно в два раза меньше, чем фокусное расстояние телескопа, но центральное экранирование вторичным зеркалом превышает (считая по диаметру) 50 %. Это существенно сказывается на частотно-контрастной характеристике (ЧКХ) телескопа и на его разрешающей способности. Тем не менее в 1963 г. во Флагстаффском отделении Морской обсерватории США по инициативе К.А. Стрэнда установлен 1,5-метровый рефлектор, построенный по кольцевой схеме. Телескоп предназначен специально для выполнения астрометрических работ с использованием астрофотографии.

В кольцевом телескопе на фотопластинку могут попадать прямые лучи от неба, как это показано штриховой линией снизу на рис. 6.1, *г*. Фон неба будет засвечивать фотопластинку. Чтобы это исключить, необходимо ввести так называемые «отсекатели» — патрубки, преграждающие путь прямым лучам, идущим от неба. Отсекатели (см. § 6.2) неизбежно увеличивают центральное экранирование. Поэтому эффективность телескопа далеко не соответствует его диаметру.

Если центральное экранирование недопустимо, то применяют систему Ломоносова—Гершеля (соответственно 1762 и 1774 гг.). Если относительное отверстие невелико, то зеркало может быть сферическим. Такая система широко применяется в солнечных телескопах. Если же относительное отверстие значительно, то поверхность должна быть параболоидом. При этом могут быть два случая. В одном (рис. 6.3, *а*) зеркало AB является параболоидом вращения с оптической осью mF' и при выполнении визуальных наблюдений ось окуляра O должна совпадать с направлением mF' , а при выполнении фотографических наблюдений плоскость фотопластинки должна быть перпендикулярна этому направлению. При этом изображение свободно от сферической aberrации, но кома, астигматизм и кривизна поля на оси mF' определяются углом w . В другом случае (рис. 6.3, *б*) зеркало AB является частью параболоида ABC с вершиной в точке B и осью BF' . Тогда зеркало AB будет внесосевым параболоидом. Его изготовление является задачей весьма сложной. При выполнении фотографических наблюдений плоскость фотопластинки должна быть пер-

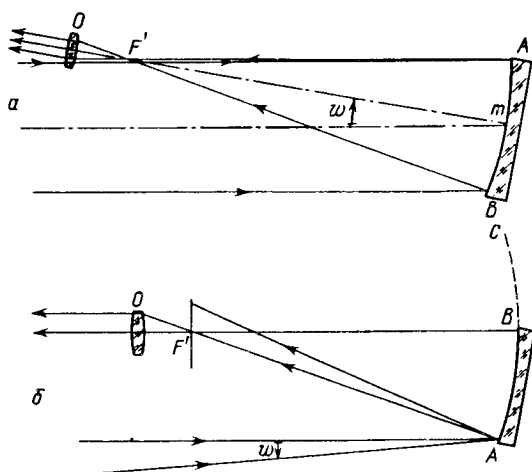


Рис. 6.3. Схема рефлектора Ломоносова–Гершеля: параболоид вращения с оптической осью mF' (а), внеосевой параболоид AB с оптической осью BF' (б)

пендикулярна оси BF' , а при визуальных—оптическая ось окуляра O должна быть продолжением оси BF' . В результате из всего окуляра фактически работает лишь часть его. Сферическая aberrация равна нулю, кома и астигматизм объекта, лежащего на оптической оси, также равны нулю, но быстро растут с удалением от нее. Они определяются по формулам (4.41) и (4.48), в которых относительное отверстие A надо считать для всего диаметра AC , из которого вырезано внеосевое параболическое зеркало AB .

§ 6.2. Классификация двухзеркальных систем телескопов и их габаритный расчет

Двухзеркальными системами телескопов называются системы, содержащие два неплоских зеркала, каждое из которых меняет сходимость лучей. Лучи света звезд параллельными пучками падают на первое зеркало M_1 , называемое *главным* (рис. 6.4), диаметр которого $D_1 = 2H$, а фокусное расстояние f'_1 . От него они отражаются на второе зеркало M_2 , обычно называемое *вторичным*, имеющее

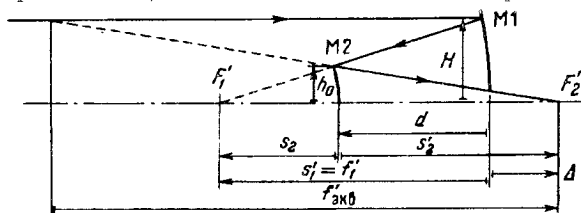


Рис. 6.4. Основные размеры двухзеркальной системы

диаметр $D_2 = 2h_0$. В больших астрономических телескопах всегда $D_1 > D_2$. Лишь в небольших телескопах, используемых в Космосе, и в камерах спектрографов (камера Попова-Боуэна) встречаются случаи, когда $D_1 < D_2$. В рентгеновской области, где коэффициент отражения зеркал крайне мал, используются специальные системы с зеркалами косо́го падения лучей. Такие системы будут рассмотрены в § 6.9.

В дальнейшем мы будем приписывать индекс «1» величинам, относящимся к главному зеркалу, а индекс «2» — ко второму. Общее фокусное расстояние телескопа называется *эквивалентным фокусным расстоянием*. Мы его будем обозначать f' (или $f'_{\text{экв}}$). Соответственно эквивалентным относительным отверстием называется величина $A_{\text{экв}} = D_1 / |f'_{\text{экв}}|$. Кроме двух неплоских зеркал М1 и М2, меняющих сходимость пучка и определяющих абберации системы, телескоп может содержать дополнительные плоские зеркала; они не меняют сходимость пучка и теоретически не влияют на его абберации, но направляют свет в место, удобное для наблюдателя. Мы будем рассматривать только такие центрированные системы, в которых используются зеркала М1 и М2, имеющие форму поверхности тел вращения второго порядка. Ограничимся не очень светосильными системами, в которых стрелками зеркал можно пренебречь. Обозначим через q и β отношения (рис. 6.4)

$$q = h_0 / H = s_2 / f'_1, \quad (6.10)$$

$$\beta = -s_2 / s'_2 = -f'_1 / f'_{\text{экв}}, \quad (6.11)$$

где h_0 — высота маргинального луча на зеркале М2 (для полевого угла $w = 0$), s_2 — расстояние от вершины вторичного зеркала М2 до фокуса F'_1 главного зеркала, s'_2 — последний отрезок системы. Величина q является мерой центрального экранирования главного зеркала вторичным. Для объекта, расположенного на оптической оси телескопа,

$$|q| = D_2 / D_1. \quad (6.10')$$

Параметр β характеризует изменение сходимости пучка после вторичного зеркала, т.е. изменение относительного отверстия телескопа:

$$|\beta| = A_{\text{экв}} / A_1 = |f'_1 / f'_{\text{экв}}|. \quad (6.11')$$

Обратная ему величина

$$m = 1/\beta = -s'_2 / s_1 \quad (6.11'')$$

есть мера увеличения масштаба изображения. Она называется *увеличением на вторичном зеркале*. Главное зеркало М1 строит изобра-

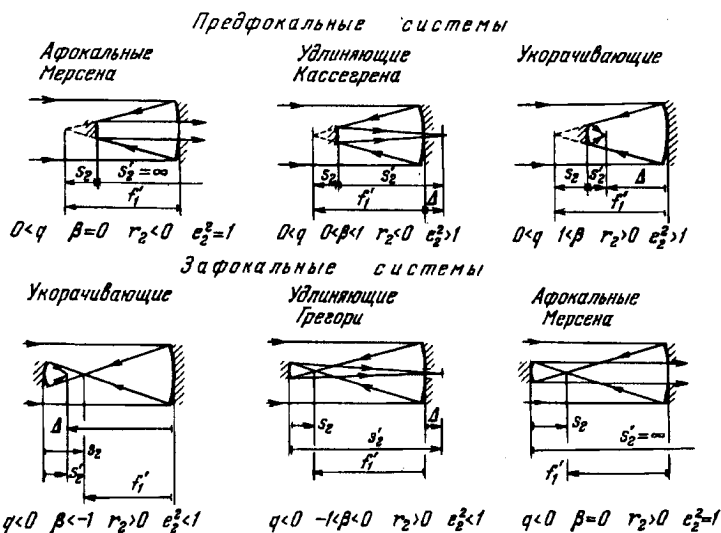


Рис. 6.5. Типы двухзеркальных систем

жение в своем главном фокусе F'_1 ; вторичное зеркало M2 переносит его во вторичный фокус F'_2 . Точки F'_1 и F'_2 являются сопряженными. Параметры q и β позволяют удобно исследовать и классифицировать двухзеркальные системы, что было впервые сделано Д.Д. Максуповым [1932].

Оптические схемы, соответствующие различным возможным сочетаниям параметров β и q , показаны на рис. 6.5. Если $0 < q < 1$, то вторичное зеркало находится перед фокусом главного зеркала, если же $-1 < q < 0$ — то за ним. Поэтому первые системы называются *предфокальными*, а вторые — *зафокальными*. Системы с $|q| > 1$ мы не рассматриваем, так как, как было сказано выше, такие системы имеют ограниченное применение. Если $|\beta| < 1$ ($|m| > 1$), то система уменьшает сходимость пучка, удлиняя общее фокусное расстояние системы ($f' > |f'_1|$). При этом масштаб изображения увеличивается, а относительное отверстие системы уменьшается. Такие системы называются *удлиняющими*. Если $|\beta| > 1$ ($|m| < 1$), то сходимость пучка увеличивается, уменьшая общее фокусное расстояние системы $f'_{\text{экв}}$ ($|f'_{\text{экв}}| < |f'_1|$) и масштаб изображения. Такие системы называются *укорачивающими*. Системы, в которых q и β имеют противоположные знаки, дают мнимые изображения. Такие системы самостоятельного применения иметь не могут. Системы с $\beta = 0$ являются афокальными. На рис. 6.6 приведена схема классификаций оптических систем двухзеркальных телескопов по Д.Д. Максупову; на ней заштрихованы области, в которых $D_2 > D_1$, т.е. где располагаются системы, дающие мнимое изображение ($\text{sign } q = -\text{sign } \beta$).

Радиусы $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_2$ кривизны зеркал, расстояние d между ними, последний отрезок s_2' и вынос Δ фокальной плоскости за вершину главного зеркала являются функциями величин $f'_{\text{ЭКВ}}$, β и q :

$$q = \frac{s_2}{f_1'} = \frac{s_2'}{f'_{\text{ЭКВ}}}, \quad (6.10'')$$

$$\beta = -\frac{s_2}{s_2'} = -\frac{f_1'}{f'_{\text{ЭКВ}}}, \quad (6.11''')$$

$$\bar{r}_1 = -2\beta f'_{\text{ЭКВ}}, \quad (6.12)$$

$$\bar{r}_2 = -\frac{2\beta q}{1 - \beta} f'_{\text{ЭКВ}} = \frac{q}{1 - \beta} \bar{r}_1 = \xi \bar{r}_1, \quad (6.13)$$

$$d = -\beta(1 - q)f'_{\text{ЭКВ}}, \quad (6.14)$$

$$s_2' = qf'_{\text{ЭКВ}}, \quad (6.15)$$

$$\Delta = [q - \beta(1 - q)]f'_{\text{ЭКВ}}. \quad (6.16)$$

В предфокальных системах $f'_{\text{ЭКВ}} > 0$, $\beta > 0$, $q > 0$, в зафокальных $f'_{\text{ЭКВ}} < 0$, $\beta < 0$, $q < 0$. Формулы (6.10) — (6.16) применимы и к кольцевому телескопу, для которого $\beta = +1$, $f'_{\text{ЭКВ}} = -f_1'$, а вторичное зеркало

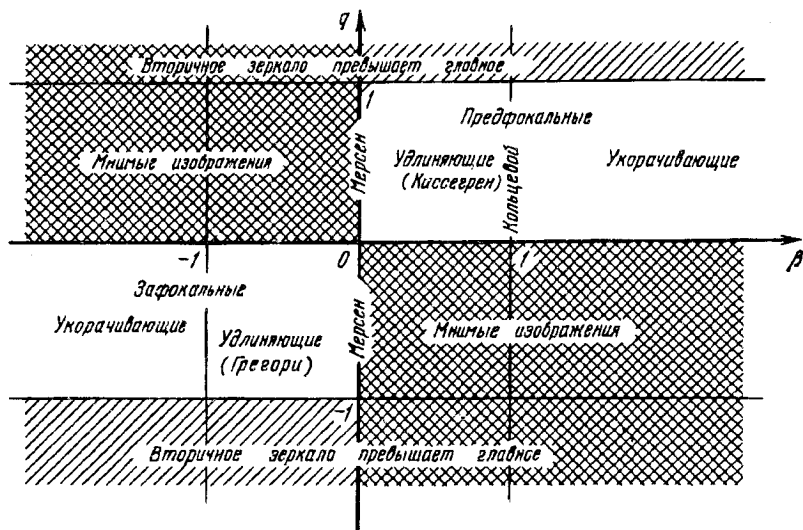


Рис. 6.6. Классификация двухзеркальных телескопов по Д.Д. Максудову [1932, 1946, 1979] («диаграмма Максудова»)

М2 плоское. Из формулы (6.13) следует, что фокусные расстояния главного и вторичного зеркал связаны соотношением

$$f'_2 = \frac{q}{1 - \beta} f'_1 = \xi f'_1. \quad (6.17)$$

Расчет конструктивных параметров может быть выполнен на микрокалькуляторах МК-52, МК-54, МК-56 по программе 6.2. Эта программа включает в себя также вычисление квадратов эксцентриситетов зеркал в классических системах типов Кассегрена и Грегори (см. § 6.5) и в апланатических системах типов Ричи-Кретьена, Шварцшильда и Максудова (см. § 6.6).

Программа 6.2

Расчет конструктивных параметров $\overset{\circ}{r}_1, \overset{\circ}{r}_2, d, s'_2, \Delta, e_1^2$ и e_2^2 двухзеркальных систем телескопов по заданным значениям $f'_{\text{экр}}, q$ и β

ИП2, 2, $\times$, ИП6, $\times$, 1 — 1, П0, ИП1, $\times$, 1, ИП2, —, П5, $\div$, Па, ИП1, 1, —, П4, ИП2, $\times$, ИП6, $\times$, Пб, ИП1, ИП6, $\times$, Пс, ИП1, ИП2, ИП4, $\times$, +, ИП6, $\times$, Пд, 1, ИП2, Fx^2 , 2, $\times$, П3, ИП1, $\times$, ИП4, $\div$, —, П8, 1, ИП2, +, 1, ИП2, —, $\div$, Fx^2 , П7, ИП3, ИП4, $\div$, ИП5, Fx^2 , $\div$, ИП5, $\div$, —, П9, С/П

Первоначальные засылки: $q \rightarrow \text{П1}, \beta \rightarrow \text{П2}, f'_{\text{экр}} \rightarrow \text{П6}$.

Результаты: П0 $\rightarrow r_1$, Па $\rightarrow r_2$, Пб $\rightarrow d$, Пс $\rightarrow s'_2$, Пд $\rightarrow \Delta$, П7 $\rightarrow e_{2, \text{класс}}^2$, П8 $\rightarrow e_{1, \text{апланат}}^2$, П9 $\rightarrow e_{2, \text{апланат}}^2$.

Пр и м е р: $q = +0,3, \beta = +0,2, f'_{\text{экр}} = +10000$; результаты $\overset{\circ}{r}_1 = -4000, \overset{\circ}{r}_2 = -1500, d = -1400, s'_2 = 3000, \Delta = 1600, e_{2, \text{класс}}^2 = 2,25, e_{1, \text{апланат}}^2 = 1,0342857, e_{2, \text{апланат}}^2 = 2,4732143$. Время счета около 20 с.

Соотношения, обратные формулам (6.10) и (6.11),

$$q = 1 - 2d/\overset{\circ}{r}_1, \quad (6.18)$$

$$\beta = (2d - \overset{\circ}{r}_1 + \overset{\circ}{r}_2)/\overset{\circ}{r}_2 \quad (6.19)$$

позволяют определить параметры q и β по известным конструктивным элементам $\overset{\circ}{r}_1, \overset{\circ}{r}_2$ и d . Полезно также выразить $f'_{\text{экр}}$ через $\overset{\circ}{r}_1, \overset{\circ}{r}_2$ и d :

$$f'_{\text{экр}} = -\frac{\overset{\circ}{r}_1 \overset{\circ}{r}_2}{2(2d - \overset{\circ}{r}_1 + \overset{\circ}{r}_2)}. \quad (6.20)$$

Для расчета этих величин можно использовать программу 6.3.

Программа 6.3

Расчет параметров β и q и эквивалентного фокусного расстояния $f'_{\text{экр}}$ по конструктивным элементам $\overset{\circ}{r}_1, \overset{\circ}{r}_2$ и d

1, ИПб, 2, $\times$, ИП0, $\div$, —, П1, 2, ИПб, $\times$, ИП0, —, ИПа, +, П3, ИПа, $\div$, П2, ИП0, ИПа, $\times$, 2, $\div$, ИП3, $\div$, 1 — 1, П6, С/П

Исходные засылки: $\overset{\circ}{r}_1 \rightarrow \text{П0}, \overset{\circ}{r}_2 \rightarrow \text{Па}, d \rightarrow \text{Пб}$; результаты: П1 $\rightarrow q$, П2 $\rightarrow \beta$, П6 $\rightarrow f'_{\text{экр}}$.

Пример: $\overset{\circ}{r}_1 = -5000$, $\overset{\circ}{r}_2 = 1200$, $d = -3250$; результаты: $q = -3-01$, $\beta = -2,5-01$, $f'_{\text{ЭКВ}} = -10000$. Время счета около 8 с.

Если входной зрачок системы лежит на главном зеркале, то выходной зрачок находится на расстоянии

$$s_{\text{вых}} = \overset{\circ}{r}_2 \frac{d}{2r_2 - 2d}. \quad (6.21)$$

В системах с выпуклым вторичным зеркалом (удлиняющие предфокальные системы типа Кассегрена и их аналоги) выходной зрачок лежит позади (на рис. 6.4 левее) вторичного зеркала. Если вторичное зеркало вогнутое, то выходной зрачок находится перед ним. Диаметр выходного зрачка составляет

$$D_{\text{вых}} = D_1 \frac{s'_{\text{вых}}}{d}. \quad (6.22)$$

Конструктивно удобно задавать оптическую систему диаметром D_1 главного зеркала, его относительным отверстием A_1 , эквивалентным относительным отверстием A , выносом фокальной плоскости Δ и угловым полем зрения w . Этих данных достаточно для определения всех остальных конструктивных элементов (кроме квадратов эксцентриситетов зеркал, которые должны быть определены из условий исправления аберраций, что будет рассмотрено в § 6.5 и 6.6). Соответствующие соотношения:

$$\overset{\circ}{r}_1 = 2f'_1 = -2 \frac{D_1}{A_1}, \quad (6.23)$$

$$\overset{\circ}{r}_2 = 2 \frac{f'_1 f'_{\text{ЭКВ}}}{f'_{\text{ЭКВ}} - 2 - f'^2_1} (\Delta - f'_1), \quad (6.24)$$

$$d = f'_1 \frac{f'_{\text{ЭКВ}} - \Delta}{f'_{\text{ЭКВ}} - f'_1}. \quad (6.25)$$

Диаметр вторичного зеркала $D_{2,w}$ должен быть таким, чтобы обеспечить отсутствие виньетирования заданного углового поля $2w$:

$$D_{2,w} = \left| \frac{\Delta - f'_1}{f'_{\text{ЭКВ}} - f'_1} \right| D_1 - 2d \operatorname{tg} |w| = |q| D_1 - 2d \operatorname{tg} |w| \quad (6.26)$$

(при этом напомним, что $d < 0$). Если $s'_2 > |d|$, то для прохода лучей к фокусу системы главное зеркало должно иметь центральное отверстие диаметром

$$D_{3,w} = \left| A_{\text{ЭКВ}} \Delta \right| + 2 \left| d \frac{f'_{\text{ЭКВ}} + \Delta}{d - \Delta} \operatorname{tg} w \right| = \left| [q - \beta(1-q)] D_1 \right| + \left| 2\beta \frac{1-q}{q} [1 + q - \beta(1-q)] f'_{\text{ЭКВ}} \operatorname{tg} w \right|. \quad (6.27)$$

Для предфокальных систем следует считать, как это общепринято, $A_{\text{экв}} > 0$, но для зафокальных необходимо условно полагать $A_{\text{экв}} < 0$.

Если система задана диаметром главного зеркала D_1 , его относительным отверстием A_1 , эквивалентным относительным отверстием $A_{\text{экв}}$, выносом фокальной плоскости за вершину главного зеркала Δ и полупоперечником углового поля w , то габаритный расчет ее может быть выполнен по программе 6.4 на микрокалькуляторе МК-52.

Программа 6.4

Расчет габаритов двухзеркальных систем по диаметру D_1 и относительному отверстию A_1 главного зеркала, эквивалентному относительному отверстию системы $A_{\text{экв}}$, выносу фокальной плоскости Δ и угловому полю w .

ИП4, ИП1, ÷, |—|, П5, 2, ×, П0, ИП4, ИП2, ÷, П6, ИП0, ×, ИП6, Fx², ИП5, Fx², —, ÷, ИПd, ИП5, —, ×, Па, ИП6, ИПd, —, ИП5, ×, ИП6, ИП5, —, П7, ÷, Пб, ИПd, ИП5, —, ИП7, ÷, К|—|, ИП4, ×, П7, 2, ИПб, ×, ИП3, Fig, П3, ×, —, П8, ИП2, ИПd, ×, К|x|, П9, 2, ИПб, ×, ИП6, ИПd, +, ×, ИПб, ИПd, —, ÷, ИП3, ×, К|x|, +, Пс, ИП5, ИП6, ÷, |—|, П2, ИП6, ИП3, ×, П5, 1, ИПб, 2, ×, ИП0, ÷, —, П1, ИП6, ×, С/П

Режим работы—градусы (Г). Первоначальные засылки: $D_1 \rightarrow \text{П4}$, $A_1 \rightarrow \text{П1}$, $A_{\text{экв}} \rightarrow \text{П2}$, (для зафокальных систем условно $A_{\text{экв}} < 0$), $\Delta \rightarrow \text{Пd}$, $w \rightarrow \text{П3}$ (в градусах и их долях). Результаты: $\text{П0} \rightarrow \dot{r}_1$, $\text{Па} \rightarrow \dot{r}_2$, $\text{Пб} \rightarrow d$, $\text{П6} \rightarrow f'_{\text{экв}}$, линейный полупоперечник поля $\text{П5} \rightarrow l'$, диаметр вторичного зеркала М2 для нулевого поля: $\text{П7} \rightarrow D_{2,0}$, для поля $2w$: $\text{П8} \rightarrow D_{2,w}$, диаметр центрального отверстия в главном зеркале для нулевого поля: $\text{П9} \rightarrow D_{3,0}$, для поля $2w$: $\text{Пс} \rightarrow D_{3,w}$; параметры: $\text{П1} \rightarrow q$, $\text{П2} \rightarrow \beta$. Последний отрезок s'_2 высвечивается на индикаторе, но не запоминается. Значения исходных величин A_1 , $A_{\text{экв}}$ и w не сохраняются. Время решения 35 с.

Пр и м е р ы : 1) Предфокальная система, $D_1 = 500$, $A_1 = 1:4 = 0,25$, $A_{\text{экв}} = 1:20 = 0,05$, $\Delta = 160$, $w = 0,5^\circ$; результаты: $\dot{r}_1 = -4000$, $\dot{r}_2 = -900$, $d = -1640$, $f'_{\text{экв}} = 10000$, $l' = 87,26867$, $D_{2,0} = 90$, $D_{2,w} = 118,62412$, $D_{3,0} = 8$, $D_{3,w} = 169,56272$, $q = 0,18$, $\beta = 0,2$, $s'_2 = 1800$.

2) Зафокальная система $D_1 = 500$, $A_1 = 1:4 = 0,25$, $A_{\text{экв}} = -1:20 = -0,05$, $\Delta = 400$, $w = 0,5^\circ$; результаты: $\dot{r}_1 = -4000$, $\dot{r}_2 = 1000$, $d = -2600$, $f'_{\text{экв}} = -10000$, $l' = -87,26867$, $D_{2,0} = 150$, $D_{2,w} = 195,37971$, $D_{3,0} = 20$, $D_{3,w} = 165,21507$, $q = -0,3$, $\beta = -0,2$, $s'_2 = 3000$.

В процессе изготовления зеркал телескопа неизбежно появление некоторых отступлений от расчетных конструктивных параметров. Небольшие отступления от заданных значений радиусов кривизн зер-

кал $\dot{r}_1, \dot{r}_2$ и промежутка d между ними приводят к изменению последнего отрезка s'_2 (Михельсон Н.Н. [1983а]),

$$\delta s'_2 = \frac{1}{\beta^2} \left[-\frac{1}{2} \delta \dot{r}_1 + \frac{(1-\beta)^2}{2} \delta \dot{r}_2 + \delta d \right] \quad (6.28)$$

или, с использованием $\dot{r}_1, \dot{r}_2$ и d ,

$$\delta s'_2 = \left(\frac{\dot{r}_2}{2d - \dot{r}_1 + \dot{r}_2} \right)^2 \left[-\frac{\delta \dot{r}_1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{2d - \dot{r}_1}{\dot{r}_2} \right)^2 \delta \dot{r}_2 + \delta d \right]. \quad (6.28')$$

Отсчет отрезков s'_2 ведется от вершины вторичного зеркала, которое при изменении воздушного промежутка d само смещается на величину δd . Поэтому изменение δd вызывает изменение расстояния от неподвижной вершины главного зеркала до плоскости Гаусса,

$$\delta \Delta = \frac{1}{\beta^2} \left[-\frac{1}{2} \delta \dot{r}_1 + \frac{1}{2} (1-\beta)^2 \delta \dot{r}_2 + (1+\beta^2) \delta d \right]. \quad (6.29)$$

При одновременном изменении $\dot{r}_1, \dot{r}_2$ и d изменение фокусного расстояния составит

$$\begin{aligned} \delta f'_{\text{экв}} &= \frac{1}{\dot{r}_2 \beta^2} \left[-\frac{2d + \dot{r}_2}{2} \delta \dot{r}_1 + \frac{\dot{r}_1^2}{2\dot{r}_2} q \delta \dot{r}_2 + \dot{r}_1 \delta d \right] = \\ &= \frac{1}{(2d - \dot{r}_1 + \dot{r}_2)^2} \left[-\frac{2d + \dot{r}_2}{2} \dot{r}_2 \delta \dot{r}_1 - \frac{2d - \dot{r}_1}{2} \dot{r}_1 \delta \dot{r}_2 + \dot{r}_1 \dot{r}_2 \delta d \right]. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Погрешности в значениях $\dot{r}_1, \dot{r}_2$ и d вызовут изменения величин q и β :

$$\begin{cases} \delta q = 2 \frac{d}{\dot{r}_1^2} \delta \dot{r}_1 - 2 \frac{1}{\dot{r}_1} \delta d, \\ \delta \beta = -\frac{1}{\dot{r}_2} \delta \dot{r}_1 - \frac{2d - \dot{r}_1}{\dot{r}_2^2} \delta \dot{r}_2 + \frac{2}{\dot{r}_2} \delta d. \end{cases} \quad (6.31)$$

Перемещение вторичного зеркала на величину δd приводит к смещению фокальной плоскости в том же направлении на величину δx . Изменение эквивалентного фокусного расстояния $f'_{\text{экв}}$ и продольного увеличения m определяются при этом формулами

$$\delta f'_{\text{экв}} = -\frac{f'_{\text{экв}}}{-f'_1 + f'_2 + d} \delta d, \quad (6.32)$$

$$\delta m = \frac{m^2(m-1)}{s'_2} \delta d. \quad (6.33)$$

Сокращение воздушного промежутка (уменьшение $|d|$) приводит к увеличению фокусного расстояния системы. Формулы (6.10) — (6.32) относятся к гауссовой области. Они не зависят от формы зеркал и поэтому справедливы для любых двухзеркальных систем.

Фокальная плоскость в двухзеркальном телескопе должна быть защищена от возможности попадания на нее прямых лучей света от фона неба, которые могли бы пройти, минуя оптическую систему. Для такой защиты используются *отсекатели* — конические раструбы BP и DS (рис. 6.7), окружающие вторичное зеркало и центральное отверстие в главном зеркале. Точки P , S и R (край используемого поля зрения) должны лежать на одной прямой.

Выберем систему координат xOy с началом в вершине главного зеркала (рис. 6.7); ось x направлена вдоль оптической оси системы, ось y — в меридиональной плоскости. Будем обозначать разные лучи в пространстве предметов цифрами 1, 2 и 3; после отражения этих лу-

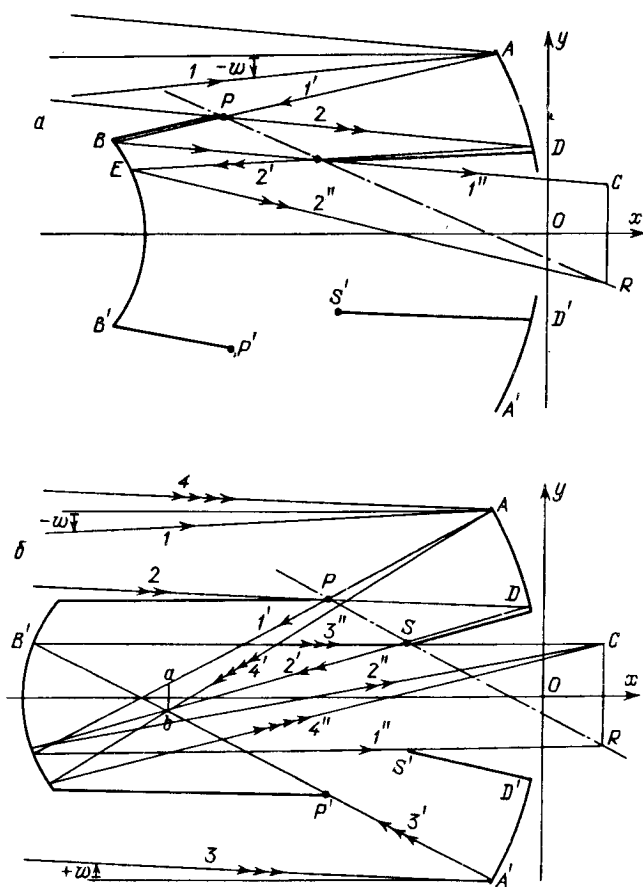


Рис. 6.7. К расчету отсекающих в предфокальных (а) и зафокальных (б) двухзеркальных системах телескопов

чей в главном зеркале припишем им по штриху — $1'$, $2'$ и $3'$, а после отражения во вторичном зеркале по два штриха — $1''$, $2''$ и $3''$. В предфокальной системе луч 1 , падающий на край A главного зеркала и составляющий угол $-w$ с оптической осью (рис. 6.7,а), пересечет фокальную плоскость в точке C . Луч 2 , входящий в телескоп под углом $+w$, встречает главное зеркало в точке D . После отражения во вторичном зеркале в точке E этот луч пересечет фокальную плоскость в точке R . Точки C и R симметричны (с точностью до аберраций) относительно оптической оси. Лучи $1'$ и 2 пересекаются в точке P , а лучи $1''$ и $2'$ — в точке S . В зафокальных системах (рис. 6.7,б) положение точки P та же определяется пересечением лучей $1'$ и 2 , а для определения точек S необходимо рассмотреть отражение луча 3 , входящего в телескоп под углом $+w$ и встречающего главное зеркало в его крайней точке A' . После отражения его в главном зеркале (луч $3'$) он встретит вторичное зеркало в точке B' ; после отражения в нем луч $3''$ пересечется с лучом $2'$ в точке S и попадает в фокальной плоскости в точку C . Задача расчета заключается в том, чтобы в ходе последовательных приближений найти такое положение точки $D(x_D, y_D)$, при котором углы наклона прямых PR и SR будут одинаковы. Для приближенного решения этой задачи можно предложить программу 6.5 для МК-52.

Программа 6.5.

Приближенный расчет (стрелками и асферичностью зеркал пренебрегаем) на МК-52 отсекаателей в предфокальных двухзеркальных системах телескопов

ИПс, ИП0, $\times$, ИПд, ИП3, $\times$, Пе, —, В $\uparrow$, ИП6, ИП3, $\times$, $\downarrow$ — 1, П2, +, Па, $\div$, ИП0, ИП6, $\times$, П1, $\times$, ИПд, +, Пб, ИП1, ИПа, $\div$, Па, ИП1, ИПд, +, П1, ИП9, ИПс, ИП9, —, ИПс, $\div$, 1, ИП0, —, $\div$, ИПд, $\times$, П7, ИП3, $\times$, —, П8, ИПе, 1, ИП0, —, ИП9, $\times$, —, ИПд, $\div$, П5, ИПа, $\times$, 1, +, ИПб, ИПа, ИП9, $\times$, —, $\div$, F/x , П4, ИПб, —, ИПа, $\div$, $\downarrow$ — 1, П5, ИП8, ИП2, —, ИП7, ИП1, —, $\div$, ИП5, ИП2, —, ИП4, ИП1, —, $\div$, —, С/П, БП, 33

Предварительные засылки: $q \rightarrow \text{П0}$, $f'_{\text{эКВ}} \rightarrow \text{П6}$, $D_1/2 \rightarrow \text{Пс}$, $d \rightarrow \text{Пд}$, $|\text{tg}w| \rightarrow \text{П3}$, $y_D \rightarrow \text{П9}$. На индикаторе высвечивается разность $\Delta \text{tg} = \text{tg}\alpha_P - \text{tg}\alpha_S$. Если $\Delta \text{tg} > 0$, то y_D надо увеличить, если $\Delta \text{tg} < 0$, то уменьшить. Введя новое значение $y_D \rightarrow \text{П9}$, продолжить счет, нажав С/П. Счет продолжать, меняя y_D до тех пор, пока $|\Delta \text{tg}|$ не станет меньше некоторой заданной величины. Координаты точек P , S и Q получаются в регистрах $\text{П7} \rightarrow x_P$, $\text{П8} \rightarrow y_P$, $\text{П4} \rightarrow x_S$, $\text{П5} \rightarrow y_S$, $\text{П1} \rightarrow x_R$, $\text{П2} \rightarrow y_R$. Счет первого цикла итераций занимает около 33 с, каждого последующего — около 23 с. Достаточна точность определения координат точек P , S и R 1 мм. Если в ходе приближений координаты этих точек меняются лишь в указанном пределе, то счет можно прекратить.

Пример: двухзеркальная система диаметром $D_1 = 1000$ мм ($D_1/2 = 500$), $f'_{\text{эКВ}} = 10000$ мм, $q = 0,3$, $d = -1400$ мм, $w = 0,5^\circ$, $(\text{tg}w = 8,726867-03)$. В качестве исходного приближения выберем $y_D =$

$= 350$, получаем $\Delta t_g = -1,107-01$. Для второго приближения возьмем $y_D = 250$, получаем $\Delta t_g = -3,455-02$, для третьего — $y_D = 150$, получаем $\Delta t_g = +3,828-02$, для четвертого $y_D = 200$, получаем $\Delta t_g = +4,849-05$, для пятого $y_D = 201$, получаем $\Delta t_g = -6,544-03$. Точность $y_D = 200$ вполне достаточна. Для $y_D = 200$ из регистров памяти читаем $x_P = -1200$, $y_P = 210,5$, $x_S = -544,2$, $y_S = 140,8$, $x_R = 1600$, $y_R = -87,3$.

Расчет с использованием строгих формул Федера по программе ОРТИС дал: $x_P = -1210,3$, $y_P = 211,5$, $x_S = -550,0$, $y_S = 141,2$, $x_R = 1600$, $y_R = -87,4$. Учитывая, что программа 6.5 не принимает во внимание стрелки зеркал, которые в данном случае достигают для главного зеркала 31 мм, а для вторичного 8,7 мм, согласие результатов следует считать удовлетворительным.

§ 6.3. Применение «диаграммы пластинок» Бёрча к двухзеркальным телескопам; их аберрации

Общий анализ двухзеркальных систем при любых значениях q и β впервые был выполнен Д.Д. Максutowым [1932] в начале 20-х годов, но опубликован лишь в 1932 г. Сходные исследования независимо, но позже, были выполнены Линфутот (Linfoot E.H. [1955, a]) и Ланди-Десси совместно с Пушем (Landi Dessy J., Puch A. [1966]). Применим «диаграмму пластинок» Бёрча (см. § 3.8) к двухзеркальной системе. Такая диаграмма приведена на рис.3.16 (§ 3.8). Положения пластинок и их оптические силы после перенесения их в пространство предметов будут

$$\begin{cases} d_{S1} = -t, & K_{S1} = ze_1^2, \\ d_{C1} = -2\beta f'_{\text{ЭКВ}} - t, & K_{C1} = -z, \\ d_{S2}^* = \frac{1-q}{q}\beta f'_{\text{ЭКВ}} - t, & K_{S2}^* = -z(1-\beta)^3 q e_2^2, \\ d_{C2}^* = -\beta \left[\frac{1}{q} \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right) + 1 \right] f'_{\text{ЭКВ}} - t, & K_{C2}^* = z(1-\beta)(1+\beta)^2 q, \end{cases} \quad (6.34)$$

где t — расстояние от главного зеркала до входного зрачка; для сокращения записи введено обозначение

$$z = 1/(32\beta^3 f'_{\text{ЭКВ}})^3, \quad (6.35)$$

а звездочки обозначают, что изображения пластинок Бёрча перенесены в пространство предметов. Используя правило Бёрча (см. § 3.8) и

учитывая дополнительный член Линфута, мы получаем выражения для коэффициентов aberrаций двухзеркальной системы,

$$\begin{cases} \Sigma I = a_{11}e_1^2 + a_{12}e_2^2 + b_1, \\ \Sigma II = a_{21}e_1^2 + a_{22}e_2^2 + b_2, \\ \Sigma III_a = a_{31}e_1^2 + a_{32}e_2^2 + b_3, \\ \Sigma V = -8\Sigma K^* d^{*3} + 2\left(\frac{d_{C1}}{r_1} - \frac{d_{C2}^*}{r_2}\right), \end{cases} \quad (6.36)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= \tilde{K}_{S1}, & a_{21} &= \tilde{K}_{S2}^*, & b_1 &= K_{C1} + K_{C2}^*, \\ a_{21} &= \tilde{K}_{S1}d_{S1}, & a_{22} &= \tilde{K}_{S2}^*d_{S2}^*, & b_2 &= K_{C1}d_{C1} + K_{C2}^*d_{C2}^*, \\ a_{31} &= \tilde{K}_{S1}d_{S1}^2, & a_{32} &= \tilde{K}_{S2}^*d_{S2}^{*2}, & b_3 &= K_{C1}d_{C1}^2 + K_{C2}^*d_{C2}^{*2}. \end{aligned} \quad (6.37)$$

Здесь $\tilde{K}_{Si}$ отличается от K_{Si} отсутствием множителя e_i^2 . В большинстве случаев входной зрачок телескопа совпадает с главным зеркалом. При этом $t = 0$, $d_{S1} = 0$ и система уравнений (6.36) принимает вид

$$\begin{cases} \Sigma I = a_{11}e_1^2 + a_{12}e_2^2 + b_1, \\ \Sigma II = a_{22}e_2^2 + b_2, \\ \Sigma III_a = a_{32}e_2^2 + b_3. \end{cases} \quad (6.36')$$

Мы видим, что в этом случае кома и астигматизм не зависят от квадрата эксцентриситета главного зеркала.

Подставляя в (6.36') значения a_{ij} из (6.37) и учитывая (6.34) и (6.35), получим следующие выражения коэффициентов aberrаций третьего порядка произвольной двухзеркальной системы с входным зрачком, совмещенным с главным зеркалом ($t = 0$), для предмета, находящегося в бесконечности ($s = -\infty$):

$$\Sigma I = -\frac{1}{4\beta^3}\{e_1^2 - q(1 - \beta)^3e_2^2 - 1 + q(1 - \beta)(1 + \beta)^2\}, \quad (6.38)$$

$$\Sigma II = \frac{1}{4\beta^2}\{(1 - q)(1 - \beta)^3e_2^2 + q(1 - \beta)(1 + \beta)^2 - [1 + \beta + \beta^2 - \beta^3]\}, \quad (6.39)$$

$$\Sigma III_a = \frac{1}{4\beta}\left\{\frac{(1 - q)^2}{q}(1 - \beta)^3e_2^2 - q(1 - \beta)(1 + \beta)^2 + 2[1 + \beta + \beta^2 - \beta^3] - \frac{(1 - \beta)^3}{q}\right\}, \quad (6.40)$$

$$\Sigma IV_a = \Sigma P + 2\Sigma III_a, \quad (6.42)$$

$$\Sigma V = \frac{1}{4} \left\{ \frac{(1-q)^3}{q^2} (1-\beta)^3 e_2^2 - \frac{(1-\beta)^2}{q^2(1+\beta)} [4 - (1-\beta)^2] - \right. \\ \left. - \frac{1}{q} (1-\beta) [4 - 3(1-\beta)^2] + 3(1-\beta)^2(1+\beta) + q(1-\beta)(1+\beta)^2 \right\}. \quad (6.43)$$

Из формулы (6.38) — (6.43) мы видим, что если предмет лежит в бесконечности, а входной зрачок на главном зеркале, то коэффициенты комы ΣI , астигматизма ΣIII_a , средней кривизны поля ΣIV_a и дисторсии ΣV любой двухзеркальной системы не зависят от квадрата эксцентриситета главного зеркала, коэффициент кривизны Пецваля ΣP не зависит от квадратов эксцентриситетов зеркал, он одинаков для всех двухзеркальных систем, имеющие значения β и q .

Для расчета коэффициентов аберраций третьего порядка произвольной двухзеркальной системы на микрокалькуляторах МК-52, МК-54 и МК-56 можно использовать программы 6.6 и 6.7. В программе 6.6 вычисляются ΣI , ΣII , ΣIII_a , ΣP и ΣIV_a , а в программе 6.7 ΣV .

Программа 6.6.

Расчет коэффициентов аберраций третьего порядка ΣI , ΣII , ΣIII_a , ΣP и ΣIV_a произвольной двухзеркальной системы

1, ИП2, —, П5, Fx^2 , ИП5, ×, П3, ИПа, ×, П6, ИП1, ×, ИП0, —, 1, +, ИП1, ИП5, ×, 1, ИП2, +, П7, Fx^2 , ×, П8, —, 4, ИП2, Fx^2 , П9, ×, Пd, ИП2, ×, ÷, Пб, 1, ИП1, —, П4, ИП6, ×, ИП8, +, ИП9, ИП5, ×, ИП7, +, П9, —, ИПd, ÷, Пс, ИП4, Fx^2 , ИП1, ÷, ИП6, ×, ИП8, —, 2, ИП9, ×, +, ИП3, ИП1, ÷, —, 4, ÷, ИП2, ÷, Пd, ИП4, ИП2, —, ИП1, ÷, ИП2, ÷, П3, 2, ИПd, ×, +, П6, С/П

Первоначальные засылки: $q \rightarrow П1$, $\beta \rightarrow П2$, $e_1^2 \rightarrow П0$, $e_2^2 \rightarrow Па$. Вывод результатов: Пб $\rightarrow \Sigma I$, Пс $\rightarrow \Sigma II$, Пd $\rightarrow \Sigma III_a$, П3 $\rightarrow \Sigma P$, П6 $\rightarrow \Sigma IV_a$ высвечивается на индикаторе.

Пример: $q = 0,3$, $\beta = 0,25$, $e_1^2 = 1,15$, $e_2^2 = 4,0$. Время счета около 30 с. Результат: $\Sigma I = 7,5-02$, $\Sigma II = 9,4375-01$, $\Sigma III_a = 3,5921874$, $\Sigma P = 6,0$, $\Sigma IV_a = 13,184375$.

Программа 6.7

Расчет коэффициента дисторсии ΣV третьего порядка произвольной двухзеркальной системы

1, ИП1, —, 1, ИП2, —, П5, ×, П8, Fx^2 , ИП8, ×, ИП1, Fx^2 , ÷, ИПа, ×, ИП5, ИП1, ÷, П7, 3, ИП2, —, ×, 4, +, ИП5, Fx^2 , Пс, 3, ×, П9, —, ИП7, ×, —, 1, ИП2, +, Пб, ИП9, ×, +, ИП5, ИПб, Fx^2 , ×, ИП1, ×, +, 4, ÷, П6, С/П

Первоначальные засылки: $q \rightarrow П1$, $\beta \rightarrow П2$, $e_2^2 \rightarrow Па$, (можно использовать исходные данные, которые были занесены при счете по программе 6.6). Результат получается в П6 и высвечивается на индикаторе. Время счета около 18 с.

Пример: $q = 0,1944$, $\beta = 0,2$, $e_2^2 = 2,25$; результат: $\Sigma V = -9,378134$. Обе программы независимы.

§ 6.4. Двухзеркальные системы, свободные от сферической аберрации

Далеко не всякая двухзеркальная система с поверхностями второго порядка пригодна для использования в телескопе. В первую очередь она должна быть свободна от сферической аберрации, т.е. стигматичной на оси. В рамках теории аберраций третьего порядка это достигается при $\Sigma I = 0$, для чего необходимо соблюдение соотношения

$$e_2^2 = \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^2 + \frac{e_1^2 - 1}{q(1 - \beta)^3}. \quad (6.44)$$

Зависимость $e_2^2(\beta, e_1^2)$ при заданном q может быть представлена в виде сложной поверхности в пространстве (β, e_1^2, e_2^2) . Ввиду ее сложности мы покажем на рис. 6.8 только проекцию ее основных линий на плоскость (β, e_1^2) для случая $|q| = 0,33$. Из этого рисунка видно, что главное зеркало может иметь форму сплюснутого сфероида ($e_1^2 < 0$), сферы ($e_1^2 = 0$), эллипсоида ($0 < e_1^2 < 1$), параболоида ($e_1^2 = 1$) или гиперboloида ($e_1^2 > 1$). Форма вторичных зеркал, соответствующих каждому значению β и e_1^2 , обозначена на рис. 6.8 различной штриховкой. Исторически сложилось так, что раньше все телескопы строились только с параболическим главным зеркалом ($e_1^2 = 1$). Такие системы получили название *классических двухзеркальных систем* (см. § 6.5).

Из рис. 6.8 видно, что зафокальные классические рефлекторы требуют применения эллиптического вторичного зеркала, а предфокальные — гиперболического. Это следствие формулы (6.44), если в ней положить $e_1^2 = 1$. Лишь в афокальной системе ($\beta = 0$) вторичное зеркало является параболическим.

Можно создать систему со сферическим главным зеркалом ($e_1^2 = 0$). В этом случае из (6.44) получаем

$$e_2^2 = \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^2 - \frac{1}{q(1 - \beta)^3}. \quad (6.45)$$

Для значения параметра $q = \pm 0,25$ характер зависимости e_2^2 от β при $e_1^2 = 0$ представлен на рис. 6.9. Системы со сферическим главным зеркалом имеют два преимущества: 1) легкость изготовления и контроля большого главного зеркала; 2) возможность создания комбинированной системы: камеры Шмидта (см. гл. 9) с заменой в ней коррекционной пластинки на вторичное зеркало с e_2^2 , рассчитанным по формуле (6.45). Крупнейшим телескопом такого типа является камера Шмидта диаметром 1,34 м Таутенбургской обсерватории, которая может работать

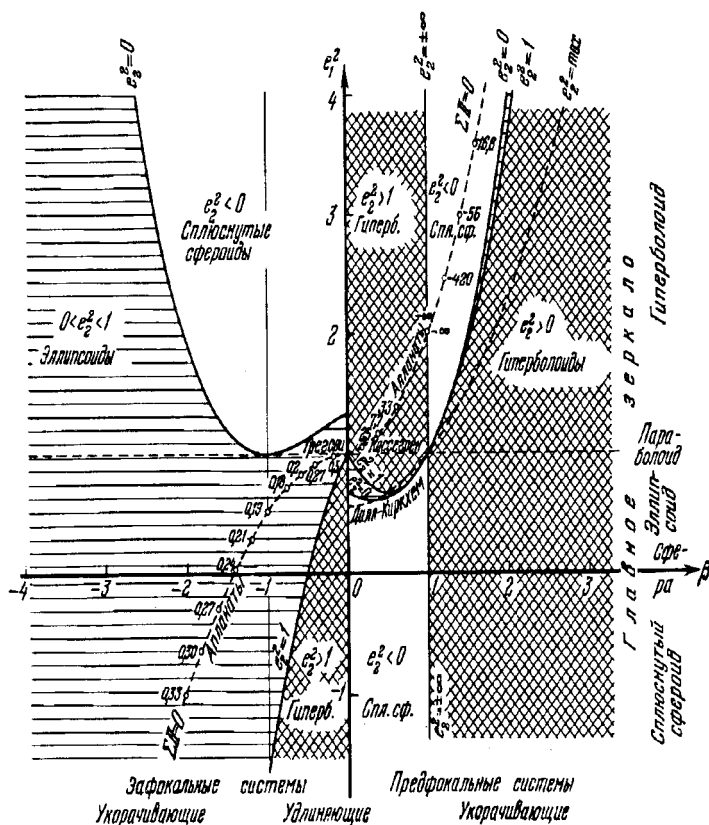


Рис. 6.8. Проекция поверхности e_2^2 на плоскость (β, e_1^2) в двухзеркальной системе, свободной от сферической аберрации. Различной штриховкой обозначены области вторичных зеркал, имеющих форму сплюснутых сфероидов, эллипсоидов и гиперboloидов. Прерывистой линией показана проекция кривой $\Sigma_{11} = 0$ (см. § 6.6), лежащей на поверхности e_2^2 . В отдельных точках около нее приписаны соответствующие значения e_2^2 .

Рисунок построен для значения $|q| = 1/3$

как двухзеркальный рефлектор диаметром 2,0 м. Однако при этом в предфокальных системах вторичное зеркало должно иметь форму сплюснутого сфероида ($e_2^2 < 0$). В удлиняющих зафокальных системах ($-1 < \beta < 0$) вторичное зеркало в зависимости от величины β может быть гиперboloидом, параболоидом или эллипсоидом, а в укорачивающих ($\beta < -1$) — только эллипсоидом.

Максимальное отступление поверхности вторичного зеркала от ближайшей сферы

$$(\delta_2)_{\max} = \frac{H_1^4}{32r_1^2} [(\beta - 1)(\beta + 1)^2 q + 1]. \quad (6.46)$$

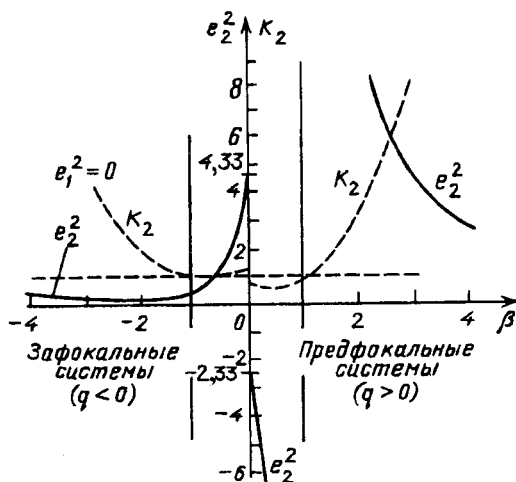


Рис. 6.9. Случай $e_1^2 = 0$. Форма (e_2^2) и асферичность (K_2) вторичного зеркала (по Д.Д.Максутову). График построен для $|q| = 0,3$

Сравним эту величину с асферичностью параболоида, эквивалентного главному зеркалу. Отношение их асферичностей

$$K_2 = (\beta - 1)(\beta + 1)^2 q + 1 \quad (6.47)$$

нанесено на рис. 6.9 штриховой линией.

Можно создать систему и со сферическим вторичным зеркалом. Форма поверхности главного зеркала при этом определяется из уравнения

$$e_1^2 = (\beta - 1)(\beta + 1)^2 q + 1. \quad (6.48)$$

Мы видим, что выражение (6.48) совершенно аналогично выражению (6.47). Поэтому кривая K_2 , на рис. 6.9 отражает зависимость e_1^2 от β при $e_2^2 = 0$. В предфокальных удлиняющих системах ($0 < \beta < 1$) главное зеркало должно иметь форму эллипсоида вращения с e_1^2 , близким к 0,65, а для зафокальных удлиняющих — гиперболоида вращения с e_1^2 близким к 1,2. Впервые такие системы были рассмотрены Д.Д. Максутовым [1932], но его работа осталась за рубежом неизвестной. Независимо от Максутова система со сферическим вторичным и эллиптическим главными зеркалами была предложена Г. Даллом и А. Киркхеном, описана Ингалсом (Ingalls A. [1945]) и получила название системы Максутова-Далла-Киркхема. Существенным недостатком этих систем является значительная кома, которая составляет

$$3\rho_{II} = -\frac{3}{32} \frac{\beta(1 + \beta - \beta^2) + e_1^2}{\beta^2} A^2 w f' \quad (w \text{ — в радианах}). \quad (6.49)$$

Система, в которой одновременно оба зеркала являются сферическими, практического интереса не имеют, так как центральное экранирование в ней $q \geq 27/32 \approx 0,84$.

Если в ходе шлифовки главного зеркала допущена погрешность δr_1 его радиуса кривизны r_1 , то для исправления сферической аберрации необходим перерасчет системы (изменение квадрата эксцентриситета главного зеркала). Этот вопрос был рассмотрен А. Корнехо и Д. Малакарой (Cornejo A, Malacara D. [1975]), однако их решение слишком упрощенное, так как они не учитывают, что при появлении погрешности δr_1 меняются значения параметров q и β ; соответственно меняется и фокусное расстояние системы. Пусть черточки над символами обозначают величины, относящиеся к ошибочному значению r_1 : $\bar{r}_1 = r_1 + \delta r_1$. Тогда, решая три уравнения (6.12), (6.13) и (6.16) с тремя неизвестными $\bar{f}'_{\text{экв}}$, $\bar{q}$ и $\bar{\beta}$ получим для $\bar{f}'_{\text{экв}}$ квадратное уравнение

$$\frac{r_2}{\bar{r}_1} \bar{f}'_{\text{экв}}{}^2 + \left(\frac{\bar{r}_1}{2} - \Delta \right) \bar{f}'_{\text{экв}} - \frac{\bar{r}_1 r_2}{4} = 0, \quad (6.50)$$

после чего найдем новые значения параметров $\bar{\beta}$ и $\bar{q}$:

$$\begin{cases} \bar{\beta} = -\frac{\bar{r}_1}{2\bar{f}'_{\text{экв}}}, \\ \bar{q} = -\frac{1 - \bar{\beta}}{2\bar{\beta}} \frac{r_2}{\bar{f}'_{\text{экв}}} = \frac{\bar{r}_1 + 2\bar{f}'_{\text{экв}}}{2\bar{r}_1} \frac{r_2}{\bar{f}'_{\text{экв}}}. \end{cases} \quad (6.51)$$

Новое значение квадрата эксцентриситета главного зеркала будет

$$\bar{e}_1^2 = \bar{q}(1 - \bar{\beta})[(1 - \bar{\beta})^2 e_2^2 - (1 + \bar{\beta})^2] + 1. \quad (6.52)$$

Вторичное зеркало должно быть перефокусировано, а воздушный промежуток между зеркалами определится по формуле (6.14):

$$\bar{d} = -\bar{\beta}(1 - \bar{q})\bar{f}'_{\text{экв}}. \quad (6.53)$$

Сферическая аберрация будет при этом исправлена, а значение комы может быть определено по формуле (6.39). Применение приведенных формул (6.50)—(6.53) требует тщательного измерения реального радиуса кривизны $\bar{r}_1$ главного зеркала до его фигуризации.

§ 6.5. Классические двухзеркальные системы рефлекторов

Классической двухзеркальной системой рефлектора называется такая, в которой главное зеркало является параболоидом вращения ($e_1^2 = 1$). Мы знаем, что параболическое зеркало свободно от сферической аберрации, т.е. строит изображение, стигматичное на оси. Вторичное зеркало не должно нарушать это свойство. Из формулы (6.44)

вытекает, что в классических системах квадрат эксцентриситета вторичного зеркала должен быть

$$e_2^2 = \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^2. \quad (6.54)$$

Расчет значения e_2^2 может быть выполнен на микрокалькуляторах МК-52, МК-54 и МК-56 по программе 6.2. Зависимость e_2^2 от β иллюстрирована рисунком 6.10. В зафокальных системах ($\beta < 0$) вторичное зеркало должно быть вогнутым эллипсоидом, в предфокальных ($\beta > 0$) — выпуклым гиперboloидом. В любом случае один из фокусов вторичного зеркала должен быть совмещен с фокусом главного параболического зеркала. Зафокальная система ($\beta < 0$) была предложена в 1663 г. Грегори, предфокальная ($\beta > 0$) — Кассегреном (около 1672 г.). Соответственно они называются *схемами Грегори и Кассегрена*. Если $\beta = 0$, то вторичное зеркало превращается в вогнутый или выпуклый параболоид, а система становится афокальной. Такие системы по имени их автора называются *схемами Мерсена* (1636 г.). У них $A_{\text{ЭКВ}} = 0$, $f'_{\text{ЭКВ}} = \infty$. Системы Мерсена используются для питания бесщелевых спектрографов. На существование зафокальных укорачивающих и предфокальных удлиняющих систем впервые указали К. Шварцшильд (Schwarzschild K. [1905]) и Д.Д. Максудов [1932]. Системы с $\beta = -1$ на практике нереализуемы. Системы с $\beta = +1$ вырождаются в кольцевой телескоп.

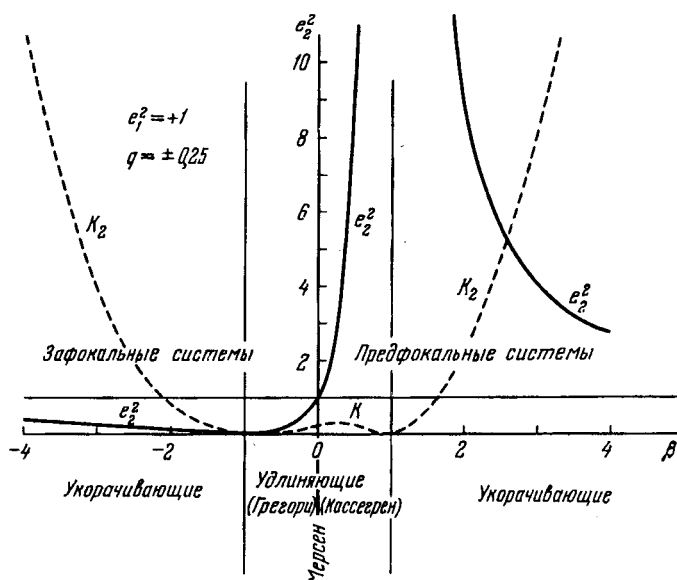


Рис. 6.10. Зависимость квадрата эксцентриситета e_2^2 вторичного зеркала в классических двухзеркальных системах ($e_1^2 = 1$) от величины параметра β . График построен для $q = \pm 0,25$. Кривая относительной асферичности K_2 вторичного зеркала (см. ниже выражение (6.62)) изображена прерывистой линией

Система Кассегрена короче, чем система Грегори. Это имеет решающее преимущество при конструировании трубы телескопа. Кроме того, это позволяет использовать купол меньшего диаметра, что сильно сокращает общую стоимость нового телескопа. Поэтому в настоящее время в классических телескопах используются почти исключительно только удлиняющие системы Кассегрена.

Фокусное расстояние $f'_{y, \text{экв}}$ всей системы для зоны y_1 главного зеркала выражается формулой

$$f'_{y, \text{экв}} = f'_{0, \text{экв}} + \Delta f'_{y, \text{экв}} \approx \frac{r_1^2}{2\beta} + y_1^2 \frac{\beta}{2r_1}. \quad (6.55)$$

Отсюда следует, что в классических сложных системах кома исправлена только в схемах Мерсена ($\beta = 0$). Второй член последней формулы можно представить в виде

$$\Delta f'_{y, \text{экв}} = -y_1^2 \frac{1}{4f'_{0, \text{экв}}}. \quad (6.55')$$

Сравнивая это выражение с (4.39') и учитывая, что в двухзеркальной системе с $\beta > 0$ $f'_{\text{экв}} > 0$, а у одиночного параболического зеркала $f' < 0$, мы видим, что кома классической двухзеркальной системы с фокусным расстоянием $f'_{0, \text{экв}}$ в точности равна коме одиночного зеркала того же фокусного расстояния. Действительно, если подставить (6.54) в (6.39), то получим $\Sigma \Pi = -1/2$. Полный размер пятна комы по-прежнему равен

$$3\rho_{\Pi} = \frac{3}{16} A_{\text{экв}}^2 w f'_{\text{экв}} \quad (6.56)$$

(w — в радианах).

Коэффициент астигматизма в классической двухзеркальной системе выражается зависимостями, вытекающими из (6.40) и (6.54),

$$\Sigma \Pi_a = \frac{1 - \beta + q\beta}{q} = \frac{f'_{\text{экв}} + d}{s'_2} = \frac{mf'_{\text{экв}} + \Delta}{f'_{\text{экв}} + m\Delta}, \quad (6.57)$$

где d расстояние между зеркалами ($d < 0$), m — увеличение на вторичном зеркале ($m = \frac{1}{\beta}$), Δ — вынос фокальной плоскости за вершину главного зеркала, а s'_2 — последний отрезок (от вершины вторичного зеркала до фокальной плоскости). Сравним астигматизм двухзеркальной системы с астигматизмом одиночного параболического зеркала. Коэффициент астигматизма последнего $\Sigma \Pi_a = 1$. Если фокальная плоскость совпадает с вершиной главного зеркала ($\Delta = 0$), то астигматизм в схеме Кассегрена в m раз больше, чем у одиночного параболического

зеркала того же размера с фокусным расстоянием, равным фокусному расстоянию схемы Кассегрена. Из (6.57) следует, что классическая двухзеркальная система может быть свободна от астигматизма, если выполнено условие

$$q = 1 - \frac{1}{\beta} = 1 - m. \quad (6.58)$$

К сожалению, анастигматы возможны только среди предфокальных укорачивающих систем ($\beta > 1$).

Коэффициенты средней кривизны поля и дисторсии принимают в классических двухзеркальных системах значения

$$\Sigma IV_a = \frac{\beta + (1 - 2\beta^2)(1 - q)}{\beta q}, \quad (6.59)$$

$$\Sigma P = \frac{1 - q - \beta}{\beta q}, \quad (6.60)$$

$$\Sigma V = -\frac{1}{2}(1 - \beta) \left\{ (1 - 3\beta) \frac{1}{q^2} + 2(1 + 3\beta) \frac{1}{q} - 3(1 + \beta) \right\}. \quad (6.61)$$

Трудность изготовления главного и вторичного зеркал определяется их асферичностью. Наибольшее отступление $(\delta_1)_{\max}$ главного параболического зеркала от ближайшей сферы определяется формулой (1.45). Наибольшее отклонение от ближайшей сферы вторичного зеркала выражается формулой (1.43'). Используя (6.46), (6.12) и (6.13), нетрудно преобразовать это выражение к виду

$$(\delta_2)_{\max} = \frac{H_1^4 q (\beta - 1) (\beta + 1)^2}{32 r_1^3},$$

где H_1 и r_1 — поперечник и радиус кривизны главного зеркала. Относительную асферичность вторичного зеркала удобно оценивать коэффициентом K_2 , равным отношению $(\delta_2)_{\max} / (\delta_1)_{\max}$:

$$K_2 = (\beta - 1) (\beta + 1)^2 q. \quad (6.62)$$

Чем меньше центральное экранирование, тем меньше относительная асферичность вторичного зеркала. На рис. 6.10 штриховой линией показан ход кривой K_2 для $q = \pm 0,25$.

Погрешность δr_1 в радиусе кривизны главного зеркала приводит к появлению поперечной аберрации, которая, как показали А. Корнехо и Д. Малакара (Cornejo A., Malacara D. [1975]), составляет

$$\delta \rho_{\max} = \frac{\delta r_1}{256 \beta} A_1^3, \quad (6.63)$$

где A_1 — относительное отверстие главного зеркала. Например, при $A_1 = 1:2,7$, $\beta = 0,225$ погрешность $\delta r_1 = 30$ мм вызывает поперечную

абберацию $\delta\rho_{\max} = 0,026$ мм. Погрешность радиуса кривизны главного зеркала может быть компенсирована изменением его квадрата эксцентриситета:

$$\delta e_1^2 = -2(1 - e_1^2) \frac{\delta r_1}{r_1}. \quad (6.64)$$

Если главное зеркало строго параболическое, то необходима только перефокусировка вторичного зеркала, т.е. изменение расстояния d между зеркалами.

Если в ходе изготовления вторичного зеркала допущена небольшая погрешность в значении r_2 , то это приводит, в соответствии с формулами (6.31), к изменению параметров β и q . Как показали А. Корнехо и Д. Малакара эта погрешность может быть компенсирована изменением квадрата эксцентриситета вторичного зеркала, что получается в ходе его полировки после получения сферы. Изменение e_2^2 должно составлять

$$\Delta e_2^2 = \frac{4e_2^2}{1 - \beta^2} \Delta\beta. \quad (6.65)$$

Естественно, что необходима перефокусировка системы. Фокусное расстояние при изменении значения β слегка изменится, но исправление сферической абберации будет обеспечено.

Теоретически в схеме Кассегрена один из фокусов вторичного зеркала должен быть совмещен с главным фокусом главного зеркала, а во втором фокусе вторичного зеркала должен быть установлен светоприемник. При изменении температуры зеркал и особенно трубы, а также из-за весовых деформаций это условие нарушается. Для его восстановления необходимо было бы перемещать как вторичное зеркало, так и светоприемник. Конструктивно это сложно и на практике ограничиваются перемещением одного вторичного зеркала на величину δd до получения наиболее резкого изображения. Для перемещения на величину $\delta s'_2$ необходимо сместить вторичное зеркало вдоль оптической оси в том же направлении на величину

$$\delta d = \beta^2 \delta s'_2. \quad (6.66)$$

Это нарушает условие совмещения фокусов главного и вторичного зеркал и приводит к появлению продольной сферической абберации, величина которой для краевых лучей составляет

$$\Delta s' = -\frac{1}{8} m^2 (m^2 - 1) A_{\text{экв}}^2 \delta d. \quad (6.67)$$

Надлежащим перемещением светоприемника относительно оправы главного зеркала ее влияние можно уменьшить в 4 раза (см. § 2.1):

$$\Delta s' = -\frac{1}{32} m^2 (m^2 - 1) A_{\text{экв}}^2 \delta d. \quad (6.67')$$

В плоскости наилучшей фокусировки продольная сферическая абберация выражается формулой (6.67'), а соответствующие ей угловая, поперечная и волновая абберации составляют

$$\eta = \frac{1}{64} m^2 (m^2 - 1) \frac{A_{\text{ЭКВ}}^3}{f'_{\text{ЭКВ}}} \delta d, \quad (6.68)$$

$$2\rho = \frac{1}{32} m^2 (m^2 - 1) A_{\text{ЭКВ}}^3 \delta d, \quad (6.69)$$

$$h = -\frac{1}{512} m^2 (m^2 - 1) A_{\text{ЭКВ}}^4 \delta d. \quad (6.70)$$

Допустимый диапазон продольного перемещения вторичного зеркала при фотографических наблюдениях в плоскости наилучшей фокусировки определяется из условия $\eta \leq 0,2''$,

$$|\delta d| \leq 0,000062 \frac{f'_{\text{ЭКВ}}}{m^2 (m^2 - 1)} \sqrt[3]{\text{ЭКВ}}, \quad (6.71)$$

и из условия $\rho \leq 0,010$ мм,

$$|\delta d| \leq 0,64 \frac{1}{m^2 (m^2 - 1)} \sqrt[3]{\text{ЭКВ}}. \quad (6.71')$$

При визуальных наблюдениях из условия $h \leq \lambda/4$ (при $\lambda = 0,5550$ мкм)

$$|\delta d| \leq 0,071 \frac{1}{m^2 (m^2 - 1)} \sqrt[4]{\text{ЭКВ}}. \quad (6.71'')$$

Значение δd , полученное из (6.71), имеет ту же размерность, что и $f'_{\text{ЭКВ}}$. Значения δd , полученные из условий (6.71)–(6.71''), выражены здесь в мм. Мы видим, что параметр q не входит ни в одну из этих формул. Кроме того, абсолютная величина допустимого смещения вторичного зеркала при визуальных наблюдениях не зависит от габарита телескопа; она одна и та же для маленького любительского рефлектора Кассегрена и для большого телескопа при условии, что относительные отверстия A и параметр β у них одинаковые. То же относится и к допуску, исходящему из условия поперечной абберации. Допуск на смещение вторичного зеркала, выведенный из условия угловой абберации пропорционален фокусному расстоянию телескопа.

Небольшие погрешности δe_1^2 , δe_2^2 , δr_1 , δr_2 и δd приводят в системе Кассегрена к появлению сферической абберации. Коэффициент ее будет

$$\Sigma I = -\frac{r_2^3}{4b^3} \delta e_1^2 + \frac{(r_2 - b)^4}{4b^3 r_1} \delta e_2^2 + \frac{r_2^2 - b^2}{b^3 r_1} \left[\delta r_1 - \frac{r_2 - b}{r_2} \delta r_2 - 2\delta d \right], \quad (6.72)$$

которую мы назовем *нейтральной* и обозначим через N . Если точки B и N совпадают, то вторичная кома отсутствует; поворот вторичного зеркала вокруг этой точки приводит только к смещению изображения. Как показали Уэтерелл и Риммер (Wetherell W.B., Rimmer M.P. [1972]), нейтральная точка совпадает с главным фокусом главного зеркала, т.е. лежит на расстоянии

$$x_N = \pm \beta q f'_{\text{экр}} = s_2 \quad (6.77)$$

от вершины вторичного зеркала. Знак плюс относится к зафокальным системам Грегори, а минус — к предфокальным Кассегрена. Наоборот: смещение вторичного зеркала, при котором точка B совпадает с центром кривизны его, приводит к появлению вторичной комы, но не смещает изображение. Наличие нейтральной точки N позволяет осуществить тонкую коррекцию положения объекта в поле зрения телескопа (и даже сканирование изображения в пределах нескольких минут) не поворотом (или качанием) всего телескопа, а поворотом вторичного зеркала вокруг точки N на угол $\Delta\epsilon$. Этот поворот можно разложить на две составляющие: смещение зеркала в направлении, перпендикулярном оптической оси на величину Δy , и поворот его вершины на угол $\epsilon_2 = \Delta\epsilon$. В соответствии с (6.74) первое вызовет смещение изображения на величину $\Delta l'(\Delta y) = -(m-1)\Delta y$, а второе — на величину $\Delta l'(\Delta\epsilon) = 2\epsilon_2 q f'_{\text{экр}} = -2\epsilon_2 s'_2 = -2\epsilon_2 m s_2$. Суммарное смещение изображения, с учетом (6.76), будет

$$\Delta l' = (m+1)\Delta y. \quad (6.78)$$

Смещение, выраженное в угловой мере (в радианах), будет

$$\Delta w = (m+1)\Delta y / f'_{\text{экр}}. \quad (6.78')$$

Таким образом, для смещения изображения на величину $\Delta l'$ (или Δw) необходимо:

1. Сместить вторичное зеркало с оптической оси на величину

$$\Delta y = \frac{\Delta l'}{m+1}. \quad (6.79)$$

2. Одновременно повернуть его вокруг его вершины на угол

$$\epsilon = \frac{\Delta l'}{(m+1)s_2} \text{ (рад.)}. \quad (6.79')$$

Так как при повороте вторичного зеркала вокруг нейтральной точки N происходит еще его смещение вдоль оптической оси на величину $-\Delta x$, то необходимо сдвинуть его на величину

$$\Delta x = -\frac{(\Delta y)^2}{2s_2} = -\frac{(\Delta l')^2}{2(m+1)^2 s_2} \quad (6.80)$$

в направлении от нейтральной точки к главному зеркалу.

Другое решение этой же задачи предложили Боттема и Вудруфф (Bottema M., Woodruff R. [1971]), (см. § 6.7).

В настоящее время из всех классических двухзеркальных систем в крупных телескопах наиболее широко применяется *схема Кассегрена*. Она обеспечивает получение достаточного масштаба изображения (обычно используется относительное отверстие от 1:8 до 1:15) и позволяет удобно расположить светоприемную аппаратуру позади оправы главного зеркала (рис. 6.12, *а*). Для прохода света к светоприемнику в главном зеркале сверлится центральное отверстие. Применение всего лишь двух зеркал обеспечивает минимальные светопотери на отражениях. Кроме того, так как углы падения лучей на каждое из зеркал невелики, то они не сильно меняют поляризацию исследуемого света. Это существенно при поляризационных исследованиях звезд, туманностей, Луны и других небесных объектов. Тем не менее конструктивно иногда оказывается удобным размещать светоприемник не

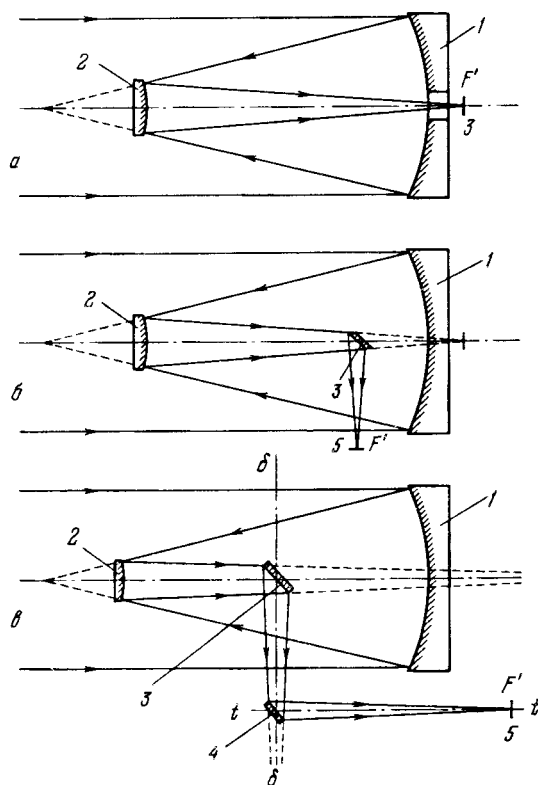


Рис. 6.12. Варианты распространенных в настоящее время двухзеркальных систем: схема Кассегрена (*а*), схема Невилла (*б*), схема Кудзэ (*в*); 1 — главное зеркало, 2 — вторичное зеркало, 3 и 4 — плоские диагональные зеркала, 5 — фокальная плоскость и светоприемник, $\delta-\delta$ — ось склонений (или зенитных расстояний), $t-t$ — полярная ось (или ось азимутов) телескопа

позади оправы главного зеркала, а сбоку трубы, направляя в него свет с помощью дополнительного плоского зеркала (рис. 6.12, б). Такая система получила название *схемы Несмита*; она применяется для размещения крупных светоприемников сбоку трубы, которые не всегда можно установить в фокусе Кассегрена, и удобна тем, что простым поворотом плоского диагонального зеркала вокруг оси телескопа можно быстро перейти от наблюдений с одним светоприемником (например, со спектрографом) к работе с другим светоприемником (например, электрофотометром), не снимая один и не устанавливая другой на трубе, что сделать в условиях ночных наблюдений не так просто. Используя схему Несмита, достаточно расположить светоприемники веером вокруг трубы. Часто направляют свет в полую ось склонений, вокруг которой поворачивается телескоп. Использование схемы Несмита, обеспечивая удобство наблюдений, приводит к увеличению светопотерь (одно лишнее отражение) и затрудняет поляризационные исследования. Поэтому в настоящее время на крупных телескопах она используется редко, хотя в некоторых инструментах (например, в рефлекторе им. академика Г.А. Шайна диаметром 2,6 м в Крымской астрофизической обсерватории) имеется возможность работы как в схеме Несмита, так и в схеме Кассегрена.

Фокусы Кассегрена и Несмита и установленная в них светоприемная аппаратура участвуют в движениях телескопа. На крупные спектрографы при этом действует переменная весовая нагрузка, изменяющая их деформации. Используя два (или более) плоских диагональных зеркала (рис. 6.12, в) можно направить свет через полую ось склонения вдоль полой полярной оси телескопа. В этом случае при повороте трубы телескопа вокруг любой из осей положение фокальной плоскости остается неизменным. Такая система получила название *схемы кудэ* (от французского слова «coude» — ломаный, коленчатый). Хотя схема кудэ была известна и ранее (она была использована, например, в парижском рефракторе Леви и братьев Анри в 1880 г.), для крупного рефлектора она была применена впервые Ричи (2,5-метровый рефлектор обсерватории Маунт Вилсон 1917 г.). Большой спектрограф в фокусе кудэ, закреплен на фундаментах башни неподвижно, а не скреплен с полярной осью телескопа. Схема кудэ используется в настоящее время во всех крупных рефлекторах. Относительное отверстие в ней обычно составляет около 1:30. Следует иметь в виду, что изображение звездного поля в фокусе кудэ (в отличие от фокусов Кассегрена и Несмита) вращается. В современных крупных рефлекторах используются обычно все три основные оптические системы: главный фокус, схема Кассегрена и схема кудэ. Иногда используется и схема Несмита. Переход от одной схемы к другой достигается сменой вторичного и плоских зеркал. В сооружаемом для Южной Европейской обсерватории (ESO) комплексе VLT, состоящем из четырех 8-метровых телескопов, снабженных адаптивной оптикой, переход от фокуса Кассегрена к фокусу кудэ будет осуществляться деформацией вторичного зеркала; этим будет меняться значение e_2^2 .

§ 6.6. Апланатические двухзеркальные системы рефлекторов

Из aberrаций наиболее вредными являются сферическая aberrация и кома. В классических рефлекторах сферическая aberrация исправлена, но кома остается. Ее устранение является первоочередной задачей. Впервые для частного случая эта задача была решена Шварцшильдом (Schwarzschild K. [1905]). Система Шварцшильда относится к типу предфокальных укорачивающих систем ($\beta > 1$). Кассета расположена в ней между главным и вторичным зеркалами. Другое решение дали Ричи и Кретьен (Ritchey G.W., Chretien H. [1927]). Их система, подобно системе Кассегрена, относится к типу предфокальных удлиняющих ($0 < \beta < 1$). Системы Ричи–Кретьена получают сейчас широкое распространение. Независимо от Шварцшильда, Ричи и Кретьена, ничего не зная о их работах, Д.Д. Максудов [1932] выполняя в 1923–1924 гг. общий анализ сферической aberrации и комы двухзеркальных систем, открыл апланатические системы и показал, что кроме систем Шварцшильда и Ричи–Кретьена существуют зафокальные удлиняющие и укорачивающие двухзеркальные апланаты.

Исправление сферической aberrации в классическом двухзеркальном рефлекторе достигается тем, что главное зеркало его является параболоидом вращения ($e_1^2 = 1$), а второе — гиперболоидом с e_2^2 , удовлетворяющим уравнению (6.54). При этом из двух свободных параметров e_1^2 и e_2^2 используется только один: e_2^2 . Между тем, если использовать оба свободных параметра e_1^2 и e_2^2 , то достигается исправление как сферической aberrации, так и комы: $\Sigma I = 0$ и $\Sigma II = 0$. Формулы (6.38) и (6.39) дают два уравнения с двумя неизвестными: e_1^2 и e_2^2 . Решение этой системы

$$\begin{cases} e_1^2 = 1 + 2\beta^2 \frac{q}{1-q}, \\ e_2^2 = \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^2 + \frac{2\beta^2}{(1-q)(1-\beta)^3} \end{cases} \quad (6.81)$$

обеспечивает апланатизм телескопа. Значения e_1^2 и e_2^2 могут быть вычислены на микрокалькуляторах МК-52, МК-54 и МК-56 по программе 6.2. На рис. 6.13 в форме пространственных графиков показаны зависимости e_1^2 и e_2^2 от β при $q = \pm 1/3$. Проекция пространственной кривой e_2^2 на плоскость (β, e_1^2) дает график зависимости e_1^2 от β (при данном q). Эта же кривая нанесена на рис. 6.8 прерывистой линией и около нее в соответствующих точках указаны значения e_2^2 . Построенная на рис. 6.13 кривая e_2^2 (состоящая из двух ветвей) относится к

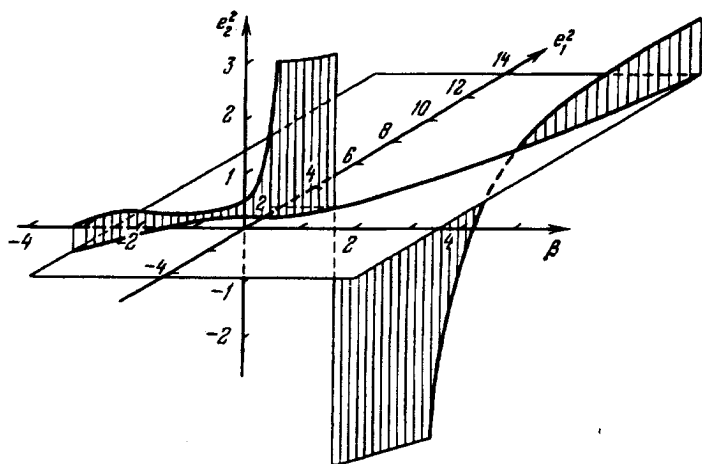


Рис. 6.13. Пространственный график зависимостей e_1^2 и e_2^2 от параметра b (при $|q| = \pm 1/3$)

одному конкретному значению параметра $q = 1/3$. Для других значений q можно построить аналогичные кривые. Вся совокупность их образует некоторую поверхность апланатических систем. Каждой точке на этой поверхности будут отвечать вполне определенные значения величин β , q , e_1^2 и e_2^2 , связанные между собой зависимостями (6.81). Астигматизм, кривизна поля и дисторсия при этом выражаются коэффициентами

$$\Sigma \text{III}_a = \frac{2 - \beta(1 - q)}{2q} \text{sign} \beta, \quad (6.82)$$

$$\Sigma \text{IV}_a = \frac{\beta + (1 - \beta^2)(1 - q)}{\beta q} \text{sign} \beta, \quad (6.83)$$

$$\Sigma \text{P} = \frac{1 - q - \beta}{\beta q} \text{sign} \beta, \quad (6.84)$$

$$\Sigma \text{V} = -\frac{1}{2} \left\{ (1 - 4\beta + 2\beta^2) \frac{1}{q^2} + 2(1 + 2\beta - 2\beta^2) \frac{1}{q} - (3 - 2\beta^2) \right\}. \quad (6.85)$$

Поле в апланатическом рефлекторе ограничено астигматизмом. Угловой диаметр поля в минутах дуги, в пределах которого поперечник пятна астигматизма в средней плоскости между тангенциальной и сагиттальной фокалями не превышает 1 секунды дуги, будет

$$2w = 30,3' \cdot \sqrt{\left| \frac{q}{2 - \beta + \beta q} \right|}. \quad (6.86)$$

Из формулы (6.82) следует, что астигматизм может быть исправлен, к сожалению, только для систем типа Шварцшильда. Впервые это показал Кудер (A. Couder [1926]). Астигматизм равен нулю, и

получается *двухзеркальный анастигмат*, если удовлетворено условие

$$\beta = \frac{2}{1 - q}. \quad (6.87)$$

Если учесть, что $d = (1 - q)f'_1$, и определить расстояние d между зеркалами, то окажется, что в этом случае

$$|d| = 2f'_{\text{экв}}. \quad (6.87')$$

Расстояние между зеркалами анастигмата в два раза превышает эквивалентное фокусное расстояние телескопа!

Сравним трудности изготовления оптики апланатического телескопа и эквивалентного классического рефлектора того же диаметра и относительного отверстия. Из (1.44) следует, что асферичность главного зеркала телескопа Ричи-Кретьена в $e^2_{1\text{апл}}$ раз больше, чем в классическом телескопе:

$$(\delta_{\text{max}})_{1,\text{апл}}/(\delta_{\text{max}})_{1,\text{клас}} = e^2_{1,\text{апл}} = 1 + 2\beta^2 \frac{q}{1 - q}. \quad (6.88)$$

Аналогично из (1.44) асферичность вторичного зеркала $(\delta_{\text{max}})_{2,\text{апл}}$ апланатического телескопа

$$\begin{aligned} (\delta_{\text{max}})_{2,\text{апл}}/(\delta_{\text{max}})_{2,\text{клас}} &= e^2_{2,\text{апл}}/e^2_{2,\text{клас}} = \\ &= 1 + \frac{2\beta^2}{(1 - q)(1 + \beta)^2(1 - \beta)}. \end{aligned} \quad (6.89)$$

Из этого отношения следует, что асферичность вторичных зеркал в системах Ричи-Кретьена всегда больше, чем в равноценных системах Кассегрена. То же относится и ко всем зафокальным системам. И только среди укорачивающих предфокальных систем имеются такие, у которых это отношение (по абсолютной величине) меньше единицы. Отметим, что в классическом рефлекторе небольшие погрешности поверхности одного из зеркал можно компенсировать соответствующей ретушью поверхности другого зеркала—до получения безупречного изображения точки на оси. Неизбежно при этом появляющиеся погрешности по полю не будут заметны, так как потонут в быстро растущей по полю коме. В апланатическом телескопе кома исправлена и появляющиеся погрешности по полю будут очень заметны. Поэтому подобная взаимная подгонка поверхностей здесь невозможна—каждая из поверхностей должна быть изготовлена строго в соответствии с расчетным профилем.

Рассматривая формулы (6.81) и рис. 6.13, мы видим, что значения параметров β и q однозначно определяют необходимые значения e^2_1 и e^2_2 . И наоборот, задавшись произвольными значениями e^2_1 и q , мы

однозначно определим β и e_2^2 . При этом e_1^2 может быть любым. Лишь $e_1^2 = +1$ (параболическое зеркало) дает афокальную апланатическую систему Мерсена, не представляющую большого практического интереса. Зафокальные апланатические системы Д.Д. Максудова [1932] позволяют использовать эллиптические главное и вторичное зеркала. Это значительно облегчает их изготовление и контроль.

Так как во всех апланатических телескопах применяется непараболическое главное зеркало, то в главном фокусе их изображение всегдаотягощено сферической аберрацией. Если вынос Δ фокальной плоскости за вершину главного зеркала равен нулю, то продольная сферическая аберрация в главном фокусе телескопа Ричи—Кретьена ровно в 2 раза больше, чем в равносильном сферическом зеркале, но противоположна по знаку. Поэтому главный фокус в апланатических системах непосредственно использовать нельзя. Для работы в нем приходится применять дополнительные корректоры, которые будут рассмотрены в гл. 8.

Вся изложенная теория строга только в рамках аберраций третьего порядка. Остаточные аберрации высших порядков присутствуют. Они ограничивают поле в анастигматах, когда сферическая аберрация, кома и астигматизм третьего порядка полностью исправлены. Максудов [1946], Чуриловский, [1958а,б] и Ланди-Десси (J.Landi Dessy [1968]) показали, что при $\beta = +1$ апланатический телескоп имеет

$$r_2 = \infty, \quad e_1^2 = 1 + \frac{2q}{1-q}, \quad e_2^2 = \infty, \quad f'_{\text{экв}} = \frac{r_1}{2}.$$

Такой телескоп принадлежит к типу «кольцевых» (рис.6.7,з), вторичное зеркало в нем является ретушированной плоскостью, а главное зеркало—гиперболоидом.

Рассмотрим влияние децентрировок в телескопе Ричи—Кретьена. Параметры децентрировок вторичного зеркала будут те же, что и в системе Кассегрена (рис. 6.11). Как показал Баранн (А. Baranne [1966]) смещение вторичного зеркала вдоль оси на величину Δx приводит к появлению сферической аберрации. В плоскости наилучшей фокусировки диаметр кружка составит

$$2\rho(\Delta x) = \frac{m^2(1 + e_1^2 m^2)}{32} A_{\text{экв}}^3 \Delta x. \quad (6.90)$$

Поперечное смещение вторичного зеркала на величину Δy приводит к появлению постоянной по всему полю комы. Полная длина ее пятна составляет

$$3\rho_{\text{II}}(\Delta y) = \frac{3(1 + e_1^2)}{32} m^3 A_{\text{экв}}^2 \Delta y. \quad (6.91)$$

Сравним последние две формулы с аналогичными формулами (6.69) и (6.75). Мы получим

$$\begin{cases} \frac{2\rho(\Delta x)_{\text{апл}}}{2\rho(\Delta x)_{\text{клас}}} = \frac{1 + e_1^2 m^2}{m^2 - 1}, \\ \frac{3\rho_{\text{II}}(\Delta y)_{\text{апл}}}{3\rho_{\text{II}}(\Delta y)_{\text{клас}}} = \frac{(1 + e_1^2) m^2}{2(m^2 - 1)}. \end{cases} \quad (6.92)$$

В системах Ричи–Кретьена e_1^2 мало отличается от единицы, а увеличение на вторичном зеркале порядка 2,5+3. Поэтому апланатические системы лишь немногим более чувствительны к децентрировкам, чем классические, если все остальные параметры их одинаковые. Но, обладая малыми абберациями, системы Ричи–Кретьена позволяют строить более светосильные телескопы, чем классические рефлекторы Кассегрена. Поэтому светосильный телескоп Ричи–Кретьена значительно более чувствителен к децентрировкам, чем обычный «классический Кассегрен». В апланатической системе, как и в классической, имеется нейтральная точка N (рис. 6.11), только расстояние ее от вершин вторичного зеркала определяется теперь вместо формулы (6.77) формулой, данной Уэтереллом и Риммером (Wetherell W.B., Rimmer M.P. [1972]):

$$x_N = \frac{1 + \beta}{1 + \beta + e_2^2(1 - \beta)} r_2 = \pm \frac{(1 - \beta^2)(1 - q)\beta q}{(1 - \beta^2)(1 - q) + \beta^2 f'_{\text{экв}}}. \quad (6.93)$$

§ 6.7. Некоторые специальные схемы

двухзеркальных телескопов.

Система Боттема–Вудруффа. Фокус Эппса. Брахиты

При наблюдении астрономических объектов с самолета, аэростата или космического корабля осуществлять удержание объекта на оптической оси телескопа затруднительно. Предпочтительно делать это не поворотом всего телескопа, а наклоном вторичного зеркала (рис. 6.14). Боттема и Вудруфф (Bottema M., Woodruff R.A. [1971]) предложили модификацию системы Кассегрена, позволяющую осуществить такое гидирование с сохранением стигматизма на оси. В телескопах, предназначенных для наблюдений в инфракрасной области спектра, *система Боттема–Вудруффа* позволяет чередовать построение на светоприемнике изображения исследуемого объекта и окружающего его фона (см. § 6.8). Квадраты эксцентриситетов глав-

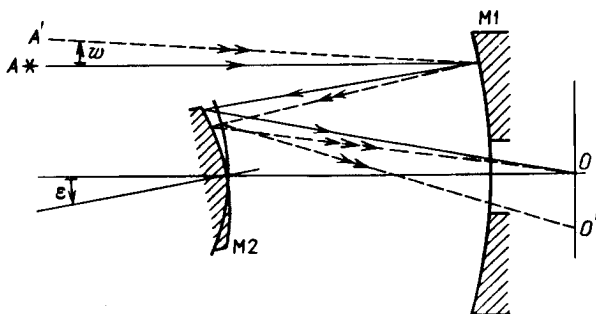


Рис. 6.14. Система Боттема–Вудруффа. Изображение звезды A , которое должно находиться в точке O , в силу ошибки гидирования переместилось в точку O' . Наклон вторичного зеркала M_2 на угол ϵ возвращает изображение в точку O

ного и вторичного зеркал в системе Боттема–Вудруффа выражаются формулами

$$\begin{cases} e_1^2 = 1 + \frac{q}{1-q}(1+\beta^2), \\ e_2^2 = \left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^2 + \frac{1+\beta^2}{(1-q)(1-\beta)^3}. \end{cases} \quad (6.94)$$

Оба зеркала в такой системе являются гиперболоидами. При больших светреилах главного зеркала требуется ретушь вторичного. Боттема и Вудруфф называют свою систему апланатом. Однако это лишено основания, так как коэффициент комы

$$\Sigma\Pi = \frac{1-\beta^2}{4\beta^2} \neq 0. \quad (6.95)$$

Апланатом система становится только при $\beta = 1$. При этом вторичное зеркало становится планоидом с $r_2 = \infty$, $e_2^2 = \infty$ и оно располагается в фокусе главного зеркала, что делает невозможным практическое использование такой системы. Коэффициент астигматизма

$$\Sigma\Pi\Pi_a = \frac{1}{4\beta} \left(\frac{1+4\beta-3\beta^2}{q} - 1+3\beta^2 \right). \quad (6.96)$$

Если объект ушел в поле зрения на угловое расстояние w , то для его возвращения на прежнее место необходимо повернуть вторичное зеркало вокруг его вершины на угол

$$\epsilon = \frac{w}{2q}. \quad (6.97)$$

Желание иметь светосильную двухзеркальную систему привело Эппса к предложению разместить вторичный фокус между главным и вторичным зеркалами ($-d > s_2'$, вынос $\Delta < 0$) (рис. 6.15).

Система обычно является удлиняющей с большим значением параметра β (увеличение на вторичном зеркале m невелико). Такая система удобна в применении к очень большим телескопам, когда кабина с находящимся в ней наблюдателем и светоприемной аппаратурой размещаются в трубе телескопа (обычно на пересечении двух осей, вокруг которых поворачивается телескоп для наведения на объект наблюдения и для слежения за ним).

Мы видели, что из системы Ньютона можно вырезать внецентренную систему Ломоносова-Гершеля, свободную от центрального экранирования. Аналогично поступая с системой Кассегрена, мы получим двухзеркальную внецентренную систему, свободную от центрального экранирования (рис. 6.16). Такие системы были предложены Форстером и Фричем (Fritsch K. [1877]) и получили название *брахитов*. Качественное изготовление их весьма сложно. Распространение брахиты получили только в малосветосильных солнечных телескопах.

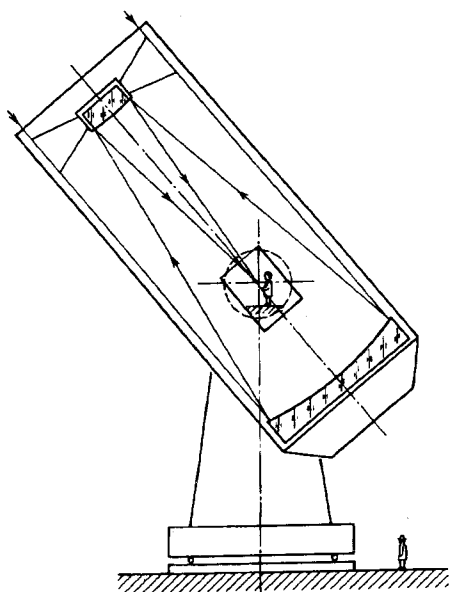


Рис. 6.15. Применение фокуса Эппса в крупном телескопе

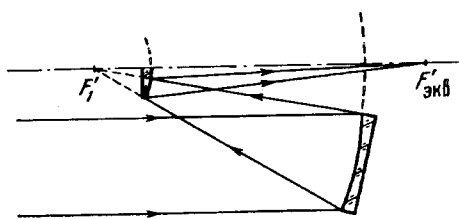


Рис. 6.16. Рефлектор-брахит Форстера и Фриче

§ 6.8. Телескопы для наблюдений в инфракрасной области спектра

Земная атмосфера сравнительно прозрачна в некоторых диапазонах длин волн в инфракрасной области спектра. Эти диапазоны получили обозначения К (2,0–2,5 мкм), L (3,2–4,2 мкм), М (4,5–5,2 мкм), N' (8–9,4 мкм) и N'' (10–13 мкм). Углекислый газ, озон и особенно водяные пары, имеющиеся в земной атмосфере, увеличивают

поглощение в диапазоне 0,75–14 мкм. Поэтому наблюдения в инфракрасных лучах приходится выполнять в высокогорных районах и в местах, где количество водяного пара в атмосфере минимально. Кроме того, сама атмосфера, купол, труба телескопа, все металлические детали, попадающие в пучок лучей (например, растяжки поддерживающие вторичное зеркало рефлектора), зеркала и их оправы, будучи теплыми, излучают инфракрасные лучи. Есть образное выражение, описывающее условия наблюдения в инфракрасном диапазоне: наблюдать приходится очень далекий и слабый огонек через бушующее море огня, находящегося вблизи. Это предъявляет следующие специфические требования к телескопам, предназначенным для таких наблюдений:

1. Ничто, кроме отражающих поверхностей зеркал не должно попадать в поле зрения телескопа.

2. Зеркала должны иметь отражающие покрытия, наиболее эффективные в инфракрасной области спектра, и обладать минимальным излучением в ней. В наибольшей мере этому требованию удовлетворяют золото и серебро.

3. Все, что можно охладить, необходимо охлаждать до температуры жидкого азота (-196°C) или даже жидкого гелия (-269°C).

4. Для исключения излучения земной атмосферы необходимо выполнять наблюдения дифференциальным методом—путем вычитания из излучения «объект + фон неба» излучение неба («фон»)

5. Чтобы построить изображение входного зрачка телескопа внутри криостата, содержащего светоприемник, чувствительный к инфракрасным лучам, конус лучей, входящих в криостат, должен быть возможно более узким. Это требует малого эквивалентного относительного отверстия телескопа.

6. Использование линзовых корректоров недопустимо, так как их не охладить и они сами излучают тепловые лучи.

Перечисленные требования приводят к следующим конструктивным особенностям телескопов, предназначенным специально для исследований в инфракрасной области спектра:

1. Желательно охлаждение отсекаателей до криогенных температур. Однако это сложно, дорого, и поэтому в инфракрасных телескопах отсекаатели применяются редко.

2. Растяжки, поддерживающие вторичное зеркало, должны иметь минимальное поперечное сечение и охлаждаться до криогенных температур.

3. Излучение оправ зеркал не должно попадать на светоприемник.

4. Должен осуществляться быстрый переход от регистрации излучения наблюдаемого объекта к регистрации излучения близлежащего участка неба. Предпочтительно осуществлять это быстрым покачиванием вторичного зеркала; входной зрачок телескопа должен быть на вторичном зеркале.

5. Светоприемник (в данном случае используется радиометр) должен охлаждаться до криогенных температур.

6. Диаметр центрального отверстия в главном зеркале должен быть минимальным.

7. Излучение, идущее расходящимся конусом из центрального отверстия в главном зеркале ко вторичному, не должно отражаться последним в обратном направлении; для этого в центре вторичного зеркала устанавливается экранирующее коническое зеркало, закрывающее изображение отверстия в главном зеркале.

В качестве оптических систем обычно используются схемы Кассегрена или Ричи-Кретьена, хотя возможно применение и специально разработанной для инфракрасных телескопов схемы Боттема-Вудруффа, описанной в § 6.7.

§ 6.9. Рефлекторы рентгеновского диапазона длин волн

Далеким ультрафиолетовый участок спектра и рентгеновское излучение исследуются из Космоса. Лучи с длиной волны короче 100 нм практически не отражаются зеркалами, а то, что отражается, настолько искажается микрошероховатостью полированной поверхности, что получить изображение хорошего качества невозможно. Поэтому в рентгеновском диапазоне приходится использовать скользящее падение лучей на отражающую поверхность.

Киркпатрик предложил схему, в которой использованы две системы скрещенных параболических пластин (рис. 6.17). Вольтер (Wolter H. [1952]) разработал три типа оптических схем, которые

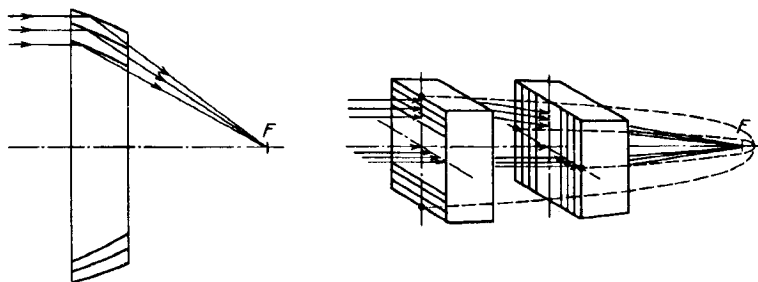


Рис. 6.17. Схема рентгеновского телескопа Киркпатрика и Баеза со скрещенной системой параболических пластин

принято называть системами *Вольтера I, II, III типов* (рис. 6.18). В I типе лучи, отраженные вогнутым параболоидом, перехватываются вогнутым гиперболоидом и собираются в его фокусе. Во II типе лучи, идущие от вогнутого параболоида, отражаются выпуклым гиперболоидом в фокус телескопа. В III типе Вольтера лучи падают на выпуклый параболоид и отражаются им на вогнутый эллипсоид.

Рассмотрим сначала одиночное параболическое зеркало скользящего падения. Пусть начало O системы координат (рис. 6.19) выбрано

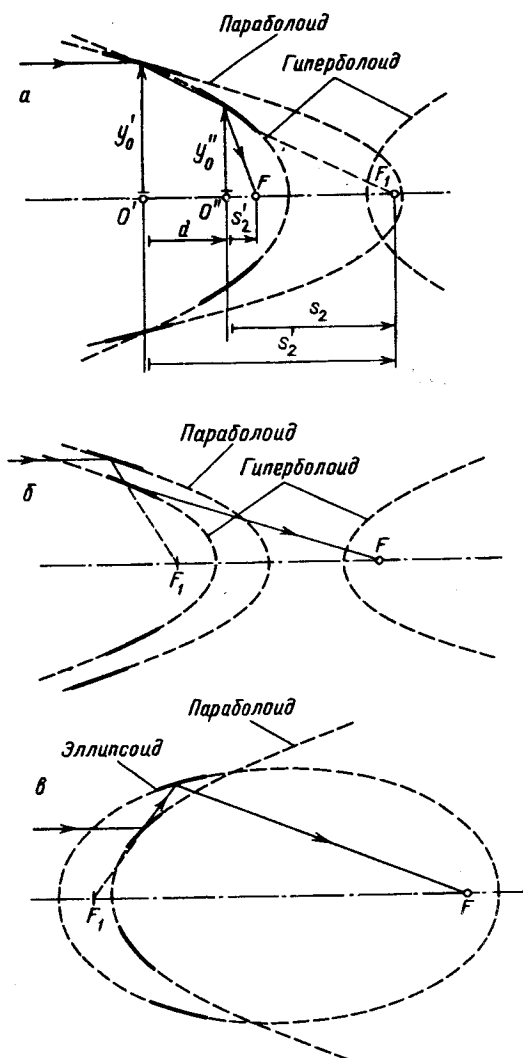


Рис. 6.18. Схемы рентгеновских телескопов Вольтера типов I (а), II (б) и III (в)

так, что плоскость YOZ , перпендикулярная оптической оси, делит параболический зеркальный «бочонок» пополам. Тогда уравнение меридионального сечения отражающей поверхности можно записать в виде

$$y^2 - y_0^2 = 2kx - (1 + \sigma_1)x^2, \quad (6.98)$$

где y_0 — ордината сечения при $x = 0$, k — поднормаль в плоскости YOZ ($k = OB$, рис. 6.19), а σ_1 — коэффициент асферичности Шварцшильда (см. (1.28)). Первое зеркало в двухзеркальных системах Воль-

тера (рис. 6.18) всегда параболическое и соответственно $\sigma_1 = -1$. В двухзеркальных системах Вольтера будут две координатные системы $X'Y'Z'$ и $X''Y''Z''$ с началом в точках O' и O'' и расстоянием между ними d (рис. 6.18,а). Величины, относящиеся к первому зеркалу, будем снабжать одним штрихом, а ко второму двумя. Тогда

$$\begin{cases} y_0'' = y_0' - d \operatorname{tg} 2\gamma', \\ k' = -y_0' \operatorname{tg} \gamma', \quad k'' = -y_0'' \operatorname{tg} (2\gamma' + \gamma''), \\ \sigma' = -1, \quad \sigma'' = \frac{-\sin 2\gamma''}{[\sin 2(\gamma' + \gamma'') - \sin 2\gamma']^2}, \end{cases} \quad (6.99)$$

где ρ_0 — длина нормали AB , а γ — угол скользящего падения. Расстояние s_2' от точки O'' до фокуса F системы, ее фокусное расстояние f' и радиус R кривизны поля соответственно будут

$$\begin{cases} s_2' = O''F = \frac{y_0''}{\operatorname{tg} 2(\gamma' + \gamma'')}, \\ f' = \frac{2y_0'}{\sin 4(\gamma' + \gamma'')}, \\ R \approx -\frac{y_0' y_0''}{4d}. \end{cases} \quad (6.100)$$

В последней формуле знак приближенного равенства отражает тот факт, что она выведена из теории аберраций третьего порядка. Для уменьшения кривизны поля необходимо уменьшить расстояние между зеркалами, но это уменьшает полезную площадь зеркал. Для систем Вольтера I типа

$$f' < \frac{2y_0'}{\sin 4\gamma'},$$

а для систем II типа

$$f' > \frac{2y_0'}{\sin 4\gamma'}.$$

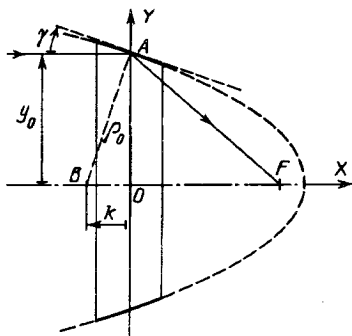


Рис. 6.19. Рентгеновский телескоп со скользящим падением лучей на кольцеобразную часть параболического зеркала

Расчет системы начинается с выбора значений y_0' и γ' , f' и R . Вычислив величину $2y_0' / \sin 4\gamma'$ и сравнив ее с данным значением f' , мы определяем, будет ли система I или II типа Вольтера. После этого,

применив (6.100), находим угол скользящего падения γ'' для второго зеркала:

$$\gamma'' = \frac{1}{4} \arcsin \left(\frac{2y_0'}{f'} \right) - \gamma'.$$

Используя (6.99) и (6.100), определим значения

$$\begin{cases} y_0'' = \frac{y_0'}{1 - \frac{y_0'}{4R} \operatorname{tg} 2\gamma'}, \\ d = -\frac{y_0' y_0''}{4R}. \end{cases} \quad (6.101)$$

Одна пара зеркал в телескопах Вольтера работает узким кольцом. Для увеличения светособирающей площади используют серию соосных зеркал, вложенных друг в друга. Саха (Saha T. [1990]) показал, что системы Вольтера II типа гораздо более чувствительны к погрешностям изготовления и юстировки, чем системы I типа.

Глава 7

ТРЕХЗЕРКАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ТЕЛЕСКОПОВ

§ 7.1. Краткое историческое введение

Двухзеркальный апланатический рефлектор свободен от сферической aberrации и комы. Но астигматизм и кривизна поля остаются неисправленными. Для их коррекции используются линзовые элементы (см. гл. 8), которые неизбежно ограничивают доступный спектральный диапазон. Между тем для телескопов, используемых в Космосе, важно, чтобы они были практически всеволновыми, с плоским полем и исправленными сферической aberrацией, комой и астигматизмом. Двухзеркальные корректоры к главному параболическому зеркалу также следует рассматривать как трехзеркальный телескоп. Впервые такой корректор был предложен М. Паулем (Paul M. [1935]). В нем, кроме главного параболического зеркала, используются два сферических: выпуклое, создающее в паре с главным афокальную систему типа квази-Мерсена и вогнутое (рис. 7.1, а). Радиусы кривизн второго и третьего зеркал одинаковые, а центр кривизны третьего зеркала совмещен с вершиной второго. Сферическая aberrация, кома и астигматизм хорошо исправлены, но кривизна поля значительна. И. Пихт (Picht J. [1951]) рассмотрел несколько вариантов двухзеркальных

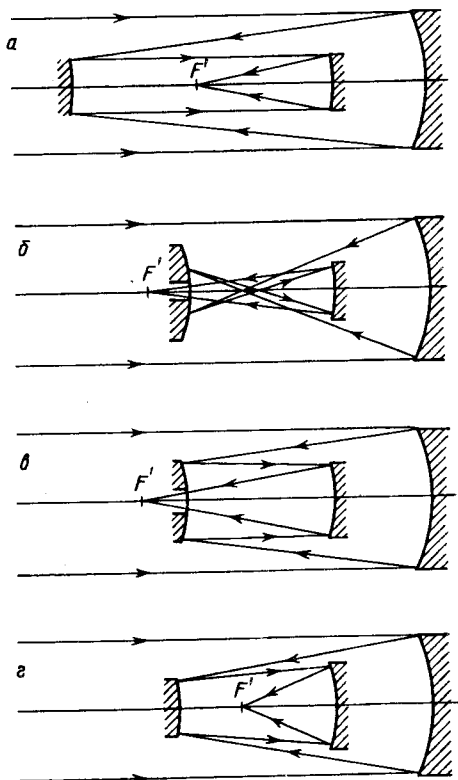


Рис. 7.1. Трехзеркальные системы рефлекторов: система Пауля (а), корректоры Пихта к параболическому зеркалу (б, в, г)

корректоров к параболическому зеркалу, представляя форму каждого из зеркал в виде рядов. Три варианта решений Пихта показаны на рис. 7.1, б, в, г.

Весьма перспективной является система Н. Рамзая (Rumsey N.J. [1971]). В ней вершина третьего зеркала совмещена с вершиной первого (главного) зеркала и оба зеркала имеют почти одинаковые радиусы кривизны при их вершинах. Все три поверхности являются гиперболами. Поле в системе Рамзая почти плоское. А.Мейнел (Meinel A.B. [1965]) разработал оптическую систему со сферическим главным зеркалом Z_1 . Второе зеркало Z_2 переносит изображение плоскости, проходящей через центр C кривизны главного зеркала, в плоскость квазиплоского (планоидного) третьего зеркала Z_3 , установленного в фокальной плоскости F_1 главного зеркала (рис. 7.2). Изображение неба получается в фокусе F , совпадающем с точкой C .

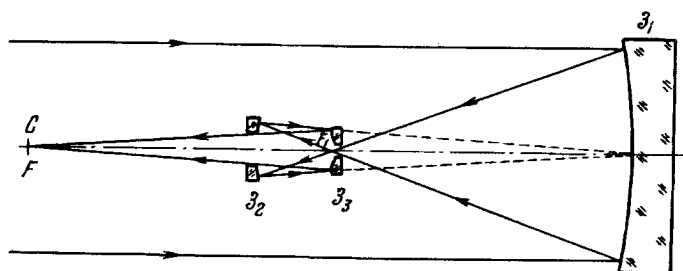


Рис. 7.2. Трехзеркальный рефлектор Мейнела

В.Н. Чуриловский [1958 а] предложил трехзеркальную систему Мерсена. Он рассмотрел также систему, в которой первое зеркало, наклоненное к падающему пучку, является планоидным, а второе и третье — сферическими [1958 б]. Позднее В.Н. Чуриловский [1960] рассмотрел ряд вопросов теории трехзеркальных систем и предложил очень компактную схему, к сожалению, не свободную от кривизны поля. Г.И. Цуканова (Тихомирова Г.И. [1967]), [1971а, 1972а, 1977а] исследовала трехзеркальные системы, основанные на схеме Мерсена с различными размещениями третьего зеркала и входного зрачка (рис. 7.3, а). В работе [1971б] она рассмотрела защиту фокальной плоскости от возможного попадания постороннего света на светоприемник. Ф.М. Халиуллин [1965] исследовал условия отсутствия виньетирования в трехзеркальной системе. Ю.Д. Пименов [1977а] предложил два варианта трехзеркальных систем. Однако для практического использования каждая из них требует включения в схему дополнительного плоского зеркала, ломающего пучок. Это приводит к увеличению светопотерь в телескопе. От этого недостатка свободна система, описанная им в авторской заявке (Пименов Ю.Д. [1977б]) (рис. 7.3, б). Ряд перспективных систем был исследован А.Мейнелом (Meinel A.B. [1970]) Д. Бэкером (Baker J.C. [1969]), Н. Рамзаем

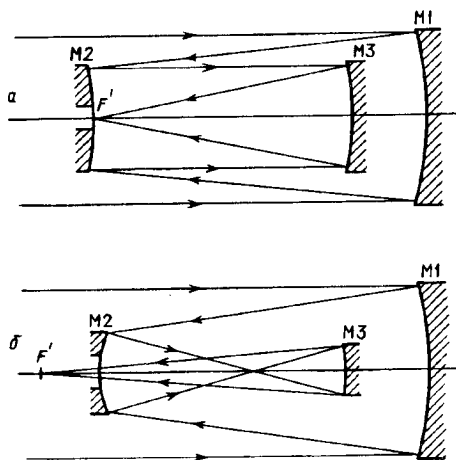


Рис. 7.3. Трехзеркальные рефлекторы Г.И.Цукановой (а) и Ю.Д.Пименова (б)

(Rumsey N.Y. [1969 а; 1971]), Рамзаем и Хаттом (Rumsey N.Y., Hutt N. [1969]), Р. Фрошем и Д. Коршем (Frosch R., Korsch D. [1978]), Д. Коршем (Korsch D. [1977]).

Трехзеркальная камера для ультрафиолетового диапазона спектра была разработана А. Мейнелом (Meinel A.B. [1967]) для космического корабля APOLLO-AAP. Она имела диаметр 152 мм, относительное отверстие 1:1,8 и плоское поле диаметром 5,4°. Вторичное зеркало камеры planoидное. Она описана в обзоре М.А. Сосниной [1976]. Оригинальная система с наклоненным planoидным зеркалом, установленным на входе перед двухзеркальной системой, разработана для космического астрометрического телескопа HIPPARCOS. Однако во всех этих работах предлагаются отдельные конкретные оптические системы. Наиболее полный общий анализ трехзеркальных систем выполнен Д. Коршем (Korsch D. [1973]) и особенно П. Роббом (Robb P. [1978]).

§ 7.2. Классификация трехзеркальных систем оптических телескопов

Известная классификация Д.Д. Максудова [1932, 1946, 1979] (см. § 6.2) двухзеркальных телескопов может быть распространена и на трехзеркальные системы (Н.Н. Михельсон [1980а,б; 1982а]). Любая трехзеркальная система, состоящая из зеркал M1 + M2 + M3, может рассматриваться как двухзеркальная, состоящая из воображаемого («*имажинарного*») зеркала M_i и третьего зеркала M3 исходной системы, если зеркало M_i полностью эквивалентно системе M1 + M2, как в параксиальной области, так и в области аббераций третьего порядка.

К каждой из этих систем ($M1+M2$ и $Mi+M3$) можно применить классификацию Д.Д. Максutowa, т.е. каждая из них может быть *предфокальной* ($q > 0$) или *зафокальной* ($q < 0$), *удлиняющей* ($|\beta| < 1$) или *укорачивающей* ($|\beta| > 1$). Важно лишь, чтобы в каждой из них было $|q| < 1$. Будем обозначать величины, относящиеся к системе $M1+M2$, индексом I, а к системе $Mi+M3$ — индексом II. Тогда получаем четыре параметра, β_I , q_I , β_{II} и q_{II} , и классификация трехзеркальных систем становится четырехмерной. Однако эти параметры оказываются связанными. В то время как система $M1+M2$ может давать мнимое изображение, система $Mi+M3$ должна давать действительное изображение, а значит, знаки параметров β_{II} и q_{II} должны совпадать, поэтому в основу классификации трехзеркальных систем можно положить только три параметра: β_I , q_I и β_{II} . Для краткости будем обозначать предфокальные системы буквой «п», зафокальные — «з», укорачивающие — «ук», удлиняющие — «удл», а системы, в которых первая часть (зеркала $M1+M2$) дает мнимое изображение, — буквами «мн». Будем обозначать в виде дроби характер системы, указывая в числителе характер системы $M1+M2$, а в знаменателе $Mi+M3$. В трехзеркальной системе $M1+M2+M3$ возможны шесть комбинаций:

1) Система $M1+M2$ дает действительное изображение, обе системы $M1+M2$ и $Mi+M3$ зафокальные (з/з).

2) $M1+M2$ является зафокальной и дает действительное изображение, а система $Mi+M3$ — предфокальной (з/п);

3) $M1+M2$ является предфокальной и дает мнимое изображение, а система $Mi+M3$ — зафокальной (п.мн/з);

4) $M1+M2$ является предфокальной и дает действительное изображение, а система $Mi+M3$ — зафокальной (п/з);

5) $M1+M2$ дает действительное изображение, и обе системы являются предфокальными (п/п);

6) $M1+M2$ является зафокальной и дает мнимое изображение, а система $Mi+M3$ — зафокальная (з.мн/з).

Каждая из систем $M1+M2$ и $Mi+M3$ может быть как удлиняющей (удл), так и укорачивающей (ук). Системы с $q_I > 0$, $\beta_I < 0$ и $\beta_{II} > 0$, а также системы с $q_I < 0$, $\beta_I > 0$ и $\beta_{II} > 0$ дают мнимое изображение и

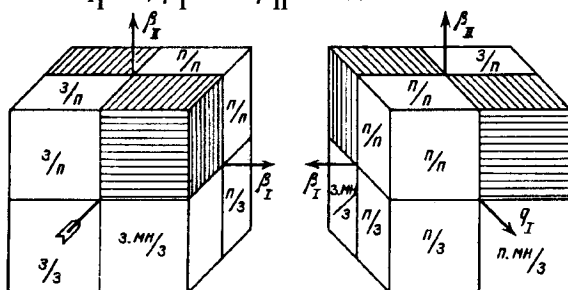


Рис. 7.4. «Куб» классификации трехзеркальных систем телескопов (по Н.Н. Михельсону [1982a])

самостоятельно использоваться не могут. Системы с $\beta_{II} = 0$ являются афокальными. Если одновременно $\beta_I = 0$ и $\beta_{II} = 0$, то третье зеркало МЗ является плоским или planoидным и пучок лучей, отраженный им, полностью экранируется зеркалом М2. В системах с $\beta_I = +1$ зеркало М2 является плоским или planoидным. Если $\beta_{II} = +1$, то зеркало МЗ плоское (или planoидное). Все перечисленные типы систем укладываются на трехмерной диаграмме в «куб» классификации (рис. 7.4). Надо иметь в виду, что этот «куб» следует считать бесконечно распространенным в направлениях вдоль осей β_I и β_{II} .

§ 7.3. Габаритные соотношения в трехзеркальных системах телескопов

Правила знаков для параметров β_I , β_{II} , q_I , q_{II} , фокусного расстояния f'_{1+2} системы М1+М2 и эквивалентного фокусного расстояния $f'_{\text{экв}}$ всей системы приведены в таблице 7.1. Аналогично формулам (6.12) — (6.16) легко вывести формулы для определения радиусов кривизн r_1 , r_2 , r_3 , воздушных промежутков d_1 , d_2 , последнего отрезка s'_0 и выноса Δ фокальной плоскости за вершину второго зеркала М2 (рис. 7.5):

$$r_1 = 2\beta_I \beta_{II} f'_{\text{экв}}, \quad (7.1)$$

$$r_2 = 2 \frac{\beta_I \beta_{II} q_I}{1 - \beta_I} f'_{\text{экв}}, \quad (7.2)$$

$$r_3 = -2 \frac{\beta_{II} q_{II}}{1 - \beta_{II}} f'_{\text{экв}} \operatorname{sign} \beta_I, \quad (7.3)$$

$$d_1 = \beta_I \beta_{II} (1 - q_I) f'_{\text{экв}}, \quad (7.4)$$

$$d_2 = -\beta_{II} (q_I - q_{II} \operatorname{sign} \beta_I) f'_{\text{экв}}, \quad (7.5)$$

$$s'_3 = d_3 = q_{II} f'_{\text{экв}} \operatorname{sign} \beta_I, \quad (7.6)$$

$$\Delta = d_2 + d_3. \quad (7.7)$$

Таблица 7.1
Знаки параметров β_I , q_I , β_{II} , q_{II} и фокусных расстояний f'_{1+2} и $f'_{\text{экв}}$.

Номер	Тип системы	β_I	q_I	β_{II}	q_{II}	F'_{1+2}	$f'_{\text{экв}}$
1	з/з	—	—	—	—	—	—
2	з/п	—	—	+	+	—	+
3	п.мн/з	—	+	—	—	—	—
4	п/з	+	+	—	—	+	+
5	п/п	+	+	+	+	+	—
6	з.мн/з	+	—	—	—	+	+

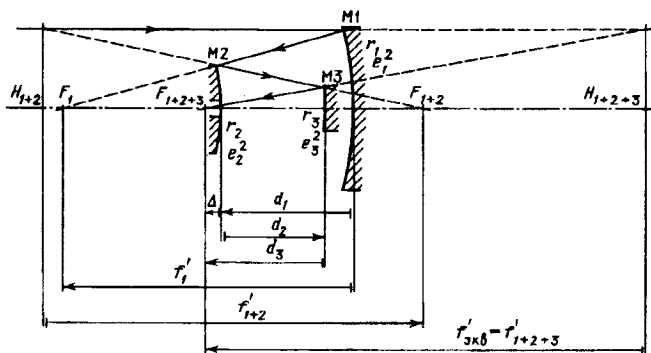


Рис. 7.5. Основные габаритные соотношения в трехзеркальном телескопе (на примере предфокально-предфокальной (п/п) системы)

Расчет всех этих величин может быть выполнен на микрокалькуляторе МК-52 по программе 7.1.

Программа 7.1

Расчет конструктивных элементов $r_1, r_2, r_3, d_1, d_2, d_3 = s_3'$ и Δ трехзеркальных телескопов по заданным $f'_{экв}$ и параметрам q_I, β_I, q_{II} и β_{II}

2, ИП2, ×, ИПа, ×, ИПЗ, ×, П4, ИП1, ×, 1, ИП2, —, ÷, П5, ИП2, КЗН, Пб, 2, ИПа, ×, ИП0, ×, ИПб, ×, ИПЗ, ×, ИПа, 1, —, ÷, П6, ИП4, 2, ÷, 1, ИП1, —, ×, П7, ИП0, ИПб, ×, ИП1, —, ИПа, ×, Пс, ИПЗ, ×, П8, ИП0, ИПЗ, ×, ИПб, ×, П9, ИП8, +, Пд, С/П

Первоначальные занесения: $q_I \rightarrow П1, \beta_I \rightarrow П2, q_{II} \rightarrow П0, \beta_{II} \rightarrow Па, f'_{экв} \rightarrow ПЗ$. Результаты: $П4 \rightarrow r_1, П5 \rightarrow r_2, П6 \rightarrow r_3, П7 \rightarrow d_1, П8 \rightarrow d_2, П9 \rightarrow d_3 = s_3', Пд \rightarrow \Delta$. Время счета около 23 с.

Обладатели МК-54 и МК-56 могут воспользоваться этой же программой, если заменяет 18-й шаг КЗН пятью шагами ИПа, Fx^2 , $F\sqrt{}$, ИПа, ÷.

Пример: $q_I = 0,403030, \beta_I = 0,193937, q_{II} = 0,287258, \beta_{II} = 2,481194, f'_{экв} = -30000$. Результат: $r_1 = -28871,719, r_2 = -14435,805, r_3 = -28871,687, d_1 = -8617,7747, d_2 = 8617,5837, d_3 = -8617,74, \Delta = -0,1563$.

В свою очередь, если известны конструктивные элементы $r_1, r_2, d_1, d_3 = s_3'$, фокусное расстояние $f'_{экв}$ и тип системы (а значит, и знак параметра β_I), то величины параметров $q_I, \beta_I, q_{II}, \beta_{II}$ могут быть последовательно определены по формулам

$$\begin{cases} q_{II} = s_3' \operatorname{sign} \beta_I / f'_{экв}, & q_I = 1 - 2d_1 / r_1, \\ \beta_I = 1 - q_I r_1 / r_2, & \beta_{II} = r_1 / 2f'_{экв} \beta_I. \end{cases} \quad (7.8)$$

Для выполнения этого расчета можно использовать программу 7.2.

Расчет параметров q_I, β_I, q_{II} и β_{II} по известным значениям $r_1, r_2, r_3, d_1, d_3, f'_{\text{ЭКВ}}$ и знаку параметра β_I

ИП9, ИПб, $\times$, ИПЗ, $\div$, П0, 1, ИП7, 2, $\times$, ИП4, $\div$, —, П1, ИП4, $\times$, ИП5, $\div$, $\div$, 1, 1, $\div$, П2, $F^{1/2}$, ИП4, $\times$, 2, $\div$, ИПЗ, $\div$, Па, С/П

Первоначальные засылки: $r_1 \rightarrow \text{П4}, r_2 \rightarrow \text{П5}, d_1 \rightarrow \text{П7}, d_3 \rightarrow \text{П9}, f'_{\text{ЭКВ}} \rightarrow \text{ПЗ}, \text{sign}\beta_I \rightarrow \text{Пб}$ ($\text{sign}\beta_I = +1$ для систем типов п/з, п/п и змн/з и $\text{sign}\beta_I = -1$ для систем типов з/з, з/п, пмн/з). Результаты: $\text{П1} \rightarrow q_I, \text{П2} \rightarrow \beta_I, \text{П0} \rightarrow q_{II}, \text{Па} \rightarrow \beta_{II}$. Время счета около 8 с.

Пример: система п/п, $r_1 = -2000, r_2 = -960, d_1 = -580, d_3 = -735,4497, \text{sign}\beta_I = +1, f'_{\text{ЭКВ}} = -2116,4021$. Результат: $q_I = 0,42, \beta_I = 0,125, q_{II} = 0,3475, \beta_{II} = 3,78$.

Если $d_2 > |d_1|$, то третье зеркало МЗ оказывается за главным М1. В этом случае в главном зеркале необходимо иметь центральное отверстие. Если вынос $\Delta > 0$, то светоприемную аппаратуру придется устанавливать в промежутке между зеркалами М1 и МЗ. Это неудобно, предпочтительнее иметь $\Delta < 0$. В этом случае зеркало М2 должно иметь центральное отверстие.

§ 7.4. Диаграмма Бёрча для трехзеркальных систем телескопов и их аберрации

Пластинки surf-lam и sent-lam первого зеркала находятся в пространстве предметов. Их оптические силы («массы») и положение относительно входного зрачка системы будут

$$\begin{cases} K_{S1} = -Ze_1^2, & K_{C1} = Z, \\ d_{S1} = -t, & d_{C1} = 2\beta_I\beta_{II}f'_{\text{ЭКВ}} - t, \end{cases} \quad (7.9)$$

где для краткости записи введено обозначение

$$Z = 1/(32\beta_I^3\beta_{II}^3f'^3_{\text{ЭКВ}}), \quad (7.9')$$

t — расстояние входного зрачка от главного зеркала М1. Положение и оптические силы («массы») пластинок зеркал М2 и М3 переносятся в пространство предметов по правилам, изложенным в § 3.8. При этом для зеркала М3 перенос выполняется дважды: сначала зеркалом М2, потом зеркалом М1. В пространстве предметов (обозначаем это звездочками) соответствующие величины будут (Н.Н. Михельсон [1980б])

$$K_{S2}^* = Z(1 - \beta_I)^3 q_1 e_2^2, \quad (7.10)$$

$$K_{C2}^* = -Z(1 - \beta_I)(1 + \beta_I)^2 q_1, \quad (7.11)$$

$$K_{S3}^* = Z\beta_I^3(1 - \beta_{II})^3 q_{II} e_3^2 \text{sign} \beta_I, \quad (7.12)$$

$$K_{C3}^* = -Z\beta_I^3(1 - \beta_{II})(1 + \beta_{II})^2 q_{II} \text{sign} \beta_I, \quad (4.13)$$

$$d_{S2}^* = -\frac{1 - q_I}{q_I} \beta_I \beta_{II} f'_{\text{ЭКВ}} - t, \quad (7.14)$$

$$d_{C2}^* = \left(1 + \frac{1 - \beta_I}{1 + \beta_I} \frac{1}{q_I}\right) \beta_I \beta_{II} f'_{\text{ЭКВ}} - t, \quad (7.15)$$

$$d_{S3}^* = \frac{q_{II} - q_I \text{sign} \beta_I - \beta_I q_{II} (1 - q_I)}{q_I q_{II}} \beta_{II} f'_{\text{ЭКВ}} - t, \quad (7.16)$$

$$d_{C3}^* = \left\{ \frac{1}{q_I} [\beta_I (q_I - 1) + 1] + \frac{1}{q_{II}} \frac{1 - \beta_{II}}{1 + \beta_{II}} \text{sign} \beta_I \right\} \beta_{II} f'_{\text{ЭКВ}} - t. \quad (7.17)$$

Коэффициенты aberrаций третьего порядка трехзеркального телескопа будут

$$\left\{ \begin{aligned} \Sigma I &= 8 \left(\sum_{i=1}^3 K_i^* \right) f'_{\text{ЭКВ}}{}^3, \\ \Sigma II &= -8 \left(\sum_{i=1}^3 K_i^* d_i^* \right) f'_{\text{ЭКВ}}{}^2, \\ \Sigma III_a &= 8 \left(\sum_{i=1}^3 K_i^* d_i^{*2} \right) f'_{\text{ЭКВ}}; \end{aligned} \right. \quad (7.18)$$

ΣK^* , $\Sigma K^* d^*$ и $\Sigma K^* d^{*2}$ есть суммарная «масса», «момент сил первого порядка» и «момент сил второго порядка» «рычага» с пластинками Бёрча, размещенными на нем; «точка опоры» рычага совмещена с входным зрачком телескопа. Сумма Пецваля будет

$$\Sigma P = \frac{-q_I q_{II} + q_{II} (1 - \beta_I) + (1 - \beta_{II}) \beta_I q_I \text{sign} \beta_I}{q_I \beta_I q_{II} \beta_{II}}. \quad (7.19)$$

Коэффициент дисторсии

$$\Sigma V = -8(\Sigma K^* d^{*3}) + \frac{2}{r_1} d_{C1} - \frac{2}{r_2} d_{C2}^* + \frac{2}{r_3} d_{C3}^*. \quad (7.20)$$

Учитывая выражения (7.10)–(7.17) для оптических сил («масс») пластинок Бёрча и их положений, можно переписать формулы (7.18) в виде

$$\left\{ \begin{aligned} \Sigma I &= a_{11} e_1^2 + a_{12} e_2^2 + a_{13} e_3^2 + b_1, \\ \Sigma II &= a_{21} e_1^2 + a_{22} e_2^2 + a_{23} e_3^2 + b_2, \\ \Sigma III_a &= a_{31} e_1^2 + a_{32} e_2^2 + a_{33} e_3^2 + b_3, \end{aligned} \right. \quad (7.21)$$

где

$$\begin{cases} a_{11} = 8\tilde{K}_{S1}f'^3, & a_{12} = 8\tilde{K}_{S2}^{*}f'^3, & a_{13} = 8\tilde{K}_{S3}^{*}f'^3, \\ a_{21} = 8\tilde{K}_{S1}d_{S1}f'^2, & a_{22} = 8\tilde{K}_{S2}^{*}d_{S2}^{*}f'^2, & a_{23} = 8\tilde{K}_{S3}^{*}d_{S3}^{*}f'^2, \\ a_{31} = 8\tilde{K}_{S1}d_{S1}^2f', & a_{32} = 8\tilde{K}_{S2}^{*}d_{S2}^{*2}f', & a_{33} = 8\tilde{K}_{S3}^{*}d_{S3}^{*2}f', \end{cases} \quad (7.22)$$

$$\begin{cases} b_1 = 8(K_{C1} + K_{C2}^{*} + K_{C3}^{*})f'^3, \\ b_2 = 8(K_{C1}d_{C1} + K_{C2}^{*}d_{C2}^{*} + K_{C3}^{*}d_{C3}^{*})f'^2, \\ b_3 = 8(K_{C1}d_{C1}^2 + K_{C2}^{*}d_{C2}^{*2} + K_{C3}^{*}d_{C3}^{*2})f'. \end{cases} \quad (7.23)$$

Здесь для краткости индекс «экв» везде опущен. $\tilde{K}_{Si}^{*}$ отличается от K_{Si}^{*} отсутствием множителя e_i^2 :

$$K_{Si}^{*} = \tilde{K}_{Si}^{*}e_i^2 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (7.24)$$

Трехзеркальные системы позволяют искать анастигматы, т.е. системы, в которых исправлены все три первые аберрации третьего порядка:

$$\Sigma I = 0, \quad \Sigma II = 0, \quad \Sigma III_a = 0. \quad (7.25)$$

Эти аберрации можно исправить надлежащим выбором квадратов эксцентриситетов зеркал; положение входного зрачка на них не влияет. Ограничимся случаем, когда входной зрачок системы совмещен с первым (главным) зеркалом М1 телескопа. В этом случае

$$t = 0, \quad d_{S1} = 0, \quad a_{21} = 0, \quad a_{31} = 0,$$

и мы получаем систему трех уравнений

$$\begin{cases} a_{11}e_1^2 + a_{12}e_2^2 + a_{13}e_3^2 + b_1 = 0, \\ a_{22}e_2^2 + a_{23}e_3^2 + b_2 = 0, \\ a_{32}e_2^2 + a_{33}e_3^2 + b_3 = 0 \end{cases} \quad (7.21')$$

относительно трех неизвестных e_1^2 , e_2^2 и e_3^2 . Решение ее

$$e_2^2 = -\frac{D_2}{D}, \quad e_3^2 = -\frac{D_3}{D}, \quad e_1^2 = -\frac{a_{12}e_2^2 + a_{13}e_3^2 + b_1}{a_{11}}, \quad (7.26)$$

где

$$D = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad D_2 = \begin{vmatrix} b_2 & a_{23} \\ b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_{22} & b_2 \\ a_{32} & b_3 \end{vmatrix}. \quad (7.27)$$

Расчет оптических сил («масс») $\tilde{K}^*$ и положений d^* пластинок диаграммы Берча может быть выполнен на микрокалькуляторах МК-52 по программам 7.3 и 7.4.

Программа 7.3

Расчет оптических сил («масс») $\tilde{K}^*$ пластинок диаграммы Берча для трехзеркальных систем телескопов

2, ИП2, ×, ИПа, ×, ИПе, ×, Pd, Fx², ИПd, ×, 4, ×, FV_x, Пс, 1, ИП2, −, ПЗ, Fx², ИПЗ, ×, ИПс, ×, ИП1, ×, П5, 1, ИП2, +, Fx², ИПс, ×, ИПЗ, ×, ИП1, ×, 1−1, П8, 1, ИПа, −, ИП2, ×, П7, Fx², ИП7, ×, ИПс, ×, ИП2, КЗН, Пб, ×, ИП0, ×, П6, ИП2, 1, ИПа, +, ×, Fx², ИП7, ×, ИПс, ×, ИП0, ×, ИПб, ×, 1−1, П9, ИПс, П7, 1−1, П4, С/П

Первоначальные засылки: $q_I \rightarrow П1$, $\beta_I \rightarrow П2$, $q_{II} \rightarrow П0$, $\beta_{II} \rightarrow Па$, $f'_{\text{экв}} \rightarrow Пе$. Результаты: $П4 \rightarrow \tilde{K}_{S1}$, $П5 \rightarrow \tilde{K}_{S2}^*$, $П6 \rightarrow \tilde{K}_{S3}^*$, $П7 \rightarrow K_{C1}$, $П8 \rightarrow K_{C2}^*$, $П9 \rightarrow K_{C3}^*$.

Пример: $q_I = -0,3$, $\beta_I = -0,4$, $q_{II} = -0,1$, $\beta_{II} = -0,6$, $f'_{\text{экв}} = -1000$, $\tilde{K}_{S1} = 2,2605613-09$, $\tilde{K}_{S2}^* = 1,8608941-09$, $\tilde{K}_{S3}^* = 5,9259258-11$, $K_{C1} = -2,2605613-09$, $K_{C2}^* = -3,4179687-10$, $K_{C3}^* = -3,7037036-12$.

Программа 7.4

Расчет положений изображений пластинок диаграммы Бёрча в пространстве предметов для трехзеркальных систем телескопов (входной зрачок на первом зеркале М1)

ИП2, ИПа, ×, ИПе, ×, ПЗ, 2, ×, П7, ИП1, 1, −, Пс, ИП1, ÷, ИПЗ, ×, П5, 1, ИП2, −, 1, ИП2, +, ÷, ИП1, ÷, 1, +, ИПЗ, ×, П8, ИП2, КЗН, Пб, ИП0, ИПб, ИП1, ×, −, ИП2, ИП0, ×, ИПс, ×, +, ИП1, ÷, ИП0, ÷, ИПа, ×, ИПе, ×, П6, 1, ИП2, ИПс, ×, +, ИП1, ÷, 1, ИПа, −, 1, ИПа, +, ÷, ИП0, ÷, ИПб, ×, +, ИПа, ×, ИПе, ×, П9, 0, П4, С/П

Первоначальные засылки: $q_I \rightarrow П1$, $\beta_I \rightarrow П2$, $q_{II} \rightarrow П0$, $\beta_{II} \rightarrow Па$, $f'_{\text{экв}} \rightarrow Пе$. Результаты: $П4 \rightarrow d_{S1} = 0$, $П5 \rightarrow d_{S2}^*$, $П6 \rightarrow d_{S3}^*$, $П7 \rightarrow d_{C1}$, $П8 \rightarrow d_{C2}^*$, $П9 \rightarrow d_{C3}^*$.

Пример: $q_I = -0,3$, $\beta_I = -0,4$, $q_{II} = -0,1$, $\beta_{II} = -0,6$, $f'_{\text{экв}} = -1000$, результаты: $d_{S1} = 0$, $d_{S2}^* = -1040$, $d_{S3}^* = -9040$, $d_{C1} = -480$, $d_{C2}^* = 1626,6666$, $d_{C3}^* = 20960$.

§ 7.5. Виньетирование в трехзеркальных системах телескопов

Расчитывая трехзеркальную систему телескопа, необходимо стремиться удовлетворить ряд конструктивных требований, к числу важнейших из которых следует отнести:

1. Минимальные потери света, вызванные взаимным экранированием зеркал и светоприемником.

2. Отсутствие засветки поля светом неба, отраженным в направлении светоприемника одним или двумя зеркалами.

3. Удобство размещения светоприемной аппаратуры без использования дополнительных плоских зеркал.

Эти вопросы были рассмотрены Г.И. Цукановой [1971б, 1977б] и Н.Н. Михельсоном [1982в, 1985].

Для выполнения первого требования необходимо, чтобы все лучи параллельного пучка, входящего в систему под углом w к оптической оси (кроме тех, которые экранируются тыльной поверхностью зеркала М2), после отражения от главного зеркала М1 попадали на зеркала М2 и М3. Чтобы взаимное экранирование зеркал не приводило к излишним потерям света, желательно соблюдение условия $|q_{II}| < |q_I|$. В случае нарушения этого условия при $|d_2/d_1| < 1$ поперечник зеркала М3 превышает поперечник зеркала М2 и зеркало М3 не только экранирует пучок лучей, идущий от неба на зеркало М1, но оказывается трудно защитимым от попадания на него постороннего света, что может привести к засветке светоприемника. Рассмотрим поле, свободное от виньетирования. Введем обозначения

$$n_2 = d_2/d_1, \quad n^* = d_3/d_2, \quad (7.28)$$

где d_3 — последний отрезок системы (т.е. $d_3 = s'$). Пусть H_k^s и h_k^s обозначают высоты лучей при пересечении плоскости, касающейся k -й поверхности ($k = 1, 2, 3, 4$; при этом при этом $k = 1, 2, 3$ относятся к зеркалам М1, М2, М3, а $k = 4$ — к фокальной поверхности). Заглавные буквы будут относиться к лучу, падающему на верхний край H_1 ($H_1 > 0$) зеркала М1, а строчные — к лучу, встречающему зеркало М1 на зоне $y = h_1$ ($0 < h_1 < H_1$). Значок s будет обозначать знак угла, под которым луч входит в систему: если $w > 0$, то значок s есть плюс, если $w < 0$, то минус, если $w = 0$, то s есть нуль. Один штрих указывает на то, что луч пересекает k -ю плоскость, распространяясь в направлении справа налево, для штриха — слева направо. При этом в меридиональной плоскости луч может проходить через центральное отверстие в k -м зеркале выше оптической оси или ниже нее. Если луч отражается в k -м зеркале, то штрих отсутствует. В зависимости от значений n_2 и n^* будут различные сочетания пересечения плоскостей, приведенные в табл. 7.2 и следующие значения высот лучей:

$$h_3' = [q_I - (1 - q_I)n_2]h_1 = \beta_I\beta_{II}(1 - q_I)(1 + n_2)f'w, \quad (7.29)$$

$$h_4' = \frac{1}{\beta_I\beta_{II}}gh_1 + (\beta_I\beta_{II} - g)f'w, \quad (7.30)$$

где

$$g = q_Iq_{II}(1 + \beta_I) - q_{II}(1 + \beta_{II})\text{sign}\beta_I, \quad (7.31)$$

$$h_2 = q_Ih_1 + \beta_I\beta_{II}(1 - q_I)f'w, \quad (7.32)$$

$$h_4'' = \frac{q_{II} \text{sign} \beta_I}{\beta_{II}(q_I - q_{II} \text{sign} \beta_I)} h_2 + \frac{\beta_{II}(q_I - q_{II} \text{sign} \beta_I) + q_{II} \text{sign} \beta_I}{\beta_{II}(q_I - q_{II} \text{sign} \beta_I)} h_3, \quad (7.33)$$

$$h_1' = [q_I - \beta_I(1 - q_I)] h_1 + \frac{1 + q_I - \beta_I(1 - q_I)}{q_I} \beta_I \beta_{II}(1 - q_I) f' w, \quad (7.34)$$

$$h_3 = q_{II} h_1 \text{sign} \beta_I + \beta_{II} \left\{ 1 - \frac{q_{II}}{q_I} [1 - \beta_I(1 - q_I)] \text{sign} \beta_I \right\} f' w, \quad (7.35)$$

$$h_1'' = \frac{\beta_{II} [\beta_I(1 - q_I) - q_I + q_{II} \text{sign} \beta_I] + q_{II} \text{sign} \beta_I}{q_{II}} \times \\ \times (H_3 - f' w) \text{sign} \beta_I + f' w, \quad (7.36)$$

$$h_2' = \left[1 - \beta_{II} \left(\frac{q_I}{q_{II}} - 1 \cdot \text{sign} \beta_I \right) \text{sign} \beta_I \right] h_3 + \\ + \left(\frac{q_I}{q_{II}} - 1 \cdot \text{sign} \beta_I \right) \beta_{II} f' w \text{sign} \beta_I, \quad (7.37)$$

$$h_4 = f' w. \quad (7.38)$$

Таблица 7.2

Высоты пересечения плоскостей зеркал лучом, встречающим зеркало М1 на зоне $y = h_1$ (для разных сочетаний значений n_2 и n^*)

n^*	n_2									
	$n_2 < -1$									
	h_1			h_2		h_1'	h_3	h_1''	h_2'	h_4
$n^* < -1$	h_1			h_2		h_1'	h_3	h_1''	h_2'	h_4
$-1 < n^* < 0$	h_1		h_4'	h_2	h_4''	h_1'	h_3	h_1''		h_4
	n_2									
	$-1 < n_2 < 0$									
	h_1	h_3'		h_2			h_3		h_2'	h_4
$n^* < -1$	h_1	h_3'		h_2			h_3		h_2'	h_4
$-1 < n^* < 0$	h_1	h_3'	h_4'	h_2	h_4''		h_3			h_4

Если луч падает на край зеркала М1, то все строчные буквы h_k^j в табл. 7.2 и в формулах (7.29)–(7.38) следует заменить на заглавные H_k^j . Предельные высоты лучей h_1^s на зеркале М1 определяются из условий

$$\begin{aligned} \bar{h}_1 &= H_1 |q_I| - 2d_1 |w|, \\ \hat{h}_1 &= H_1 |q_I| - d_1 |w|, \\ \dagger h_1 &= H_1 |q_I|. \end{aligned} \quad (7.39)$$

Если $|H_3| > |H_2|$ и $-1 < n_2 < 0$, то

$$\overset{s}{h}_1 = |\overset{M}{H}_3| + (d_1 + d_2)\overset{s}{w}, \quad (7.39')$$

где d_1 и d_2 — расстояния между зеркалами М1–М2 и М2–М3, взятые со своими знаками, а символ M над H_3 указывает на то, что из трех значений $\bar{H}_3$, $\overset{\circ}{H}_3$ и $\overset{\pm}{H}_3$ взято наибольшее по абсолютной величине. Условием отсутствия виньетирования будет беспрепятственное прохождение луча, упавшего на зеркало М1 на высоте h_1 , через всю систему. «Опасными» плоскостями будут те, которые в табл. 7.2 отмечены одним или двумя штрихами. Если $n_2 < 1$, то в зеркале М1 необходимо иметь центральное отверстие диаметром $2H'_1$. Если $n^* < -1$, то в зеркале М2 должно иметься центральное отверстие диаметром $2H'_2$.

В качестве примера рассмотрим предфокально-предфокальную систему. В ней возможны четыре случая, которые обозначим А1, В1, А2 и В2 (рис. 7.6).

С л у ч а й А1: $n_2 < -1$. Центральное отверстие в М1 имеет диаметр $2H'_1$. Виньетирования не будет для лучей с $\overset{\pm}{h}_1 \geq \bar{H}'_1$. Предельное поле, свободное от виньетирования, будет

$$\bar{w} = \frac{q_I}{[1 + q_I - \beta_I(1 - q_I)]\beta_{II}} \frac{H_1}{f'}, \quad (A1)$$

где $\bar{w}$ означает, что $w < 0$.

С л у ч а й В1: $-1 < n_2$. Чтобы луч, падающий под углом $\overset{+}{w} > 0$ на зону $y = H_1$ зеркала М1, не экранировался тыльной стороной зеркала М3, должно быть $\overset{\pm}{h}'_4 \geq \bar{H}_3$. Поле, свободное от виньетирования, будет

$$\overset{+}{w} = \frac{[q_I - (1 - q_I)n_2][q_I - q_{II}]}{\beta_{II}\{\beta_I(1 - q_I)(1 + n_2) + 1 - \frac{q_{II}}{q_I}[1 - \beta_I(1 - q_I)]\}} \frac{H_1}{f'}. \quad (B1)$$

С л у ч а й А2: $n^* < -1$. Луч, вошедший в систему по краю зеркала М2 под углом $\overset{+}{w}$ после отражения зеркалом М1 не должен попадать в центральное отверстие в зеркале М2, диаметр которого есть $2H'_2$. Для этого должно быть соблюдено условие $|\bar{H}'_2| \leq \overset{\pm}{h}_2$. Поле, свободное от виньетирования, будет

$$\bar{w} = \frac{q_I^2 - pq_{II}}{rp + s + t} \frac{1}{\beta_{II}} \frac{H_1}{f'}, \quad (A2)$$

где $p = 1 - \beta_{II}(q_I/q_{II} - 1)$, $r = 1 - [1 - \beta_I(1 - q_I)]q_{II}/q_I$, $s = q_I/q_{II} - 1$, $t = \beta_I(1 - q_I)$.

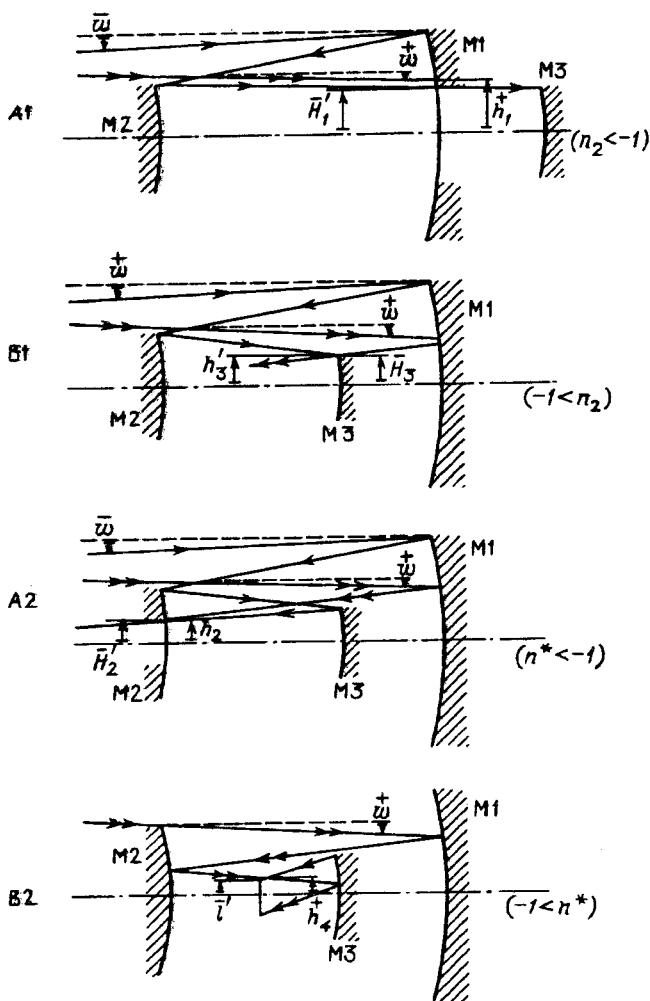


Рис. 7.6. Условия ограничения поля из-за виньетирования в предфокально-предфокальных системах

Случай B2: $-1 < n^*$. Луч, входящий в систему под углом $+\bar{w}$ по краю зеркала M2, не должен зкранироваться тыльной стороной светоприемника; для этого необходимо выполнение условия $|\bar{l}'| \leq |h_4''|$, где $\bar{l}' = f' \operatorname{tg} \bar{w}$, h_4'' — высота луча в плоскости светоприемника. Поле, свободное от виньетирования, будет

$$\bar{w} = \frac{aq_1}{1+b} \frac{H_1}{f'}, \quad (\text{B2})$$

где

$$a = q_{II} - c(q_{II} - q_I),$$

$$b = \left\{ (1 - c) \left[1 - \frac{q_{II}}{q_I} [1 - \beta_I(1 - q_I)] \right] + c\beta_I\beta_{II}(1 - q_I) \right\} \beta_{II},$$

$$c = \frac{q_{II}}{\beta_{II}(q_I + q_{II})}.$$

Полученные четыре условия можно объединить в табл. 7.3. В ней символ & обозначает, что поле, свободное от виньетирования, определяется каждый раз тем из условий, которое является более жестким. Например, если в рассматриваемой системе $-1 < n_2 < 0$, а $n^* < -1$ и если условие A2 позволяет получить поле $w = 43'$, а условие B1 ограничивает его углом $w = 31'$, то поле, свободное от виньетирования, будет лишь $31'$. Во всех четырех типах систем типа п/п поле, свободное от виньетирования, тем больше, чем светосильнее система.

Таблица 7.3

Условия получения поля, свободного от виньетирования в предфокально-предфокальных системах трехзеркальных телескопов.

			$n_2 < -1$	$-1 < n_2 < 0$
			A1	B1
			$ H'_1 \leq h_1 $	$ h'_3 \geq H_3 $
$n^* < -1$	A2	$ H'_2 \leq h_2 $	(A1) & (A2)	(A2) & (B1)
$-1 < n^* < 0$	B2	$ l \leq h_4 $	(A1) & (B2)	(B1) & (B2)

Легко выполнить аналогичный анализ, получить формулы, сходные с формулами (A1)–(B2), и построить таблицу, подобную табл. 7.3, для любых других типов трехзеркальных систем, указанных в «кубе» классификации. Случай A1 (рис. 7.6) подробно рассмотрен в работе Иоррио-Фили с коллегами (Iorio-Fili D., Misuri G., Scandone S. [1980]).

§ 7.6. Кома и смещение изображения при децентрировках зеркал в трехзеркальных телескопах

Если то или иное зеркало оптической системы децентрировано, то децентрированными оказываются и его пластинки диаграммы Берча. Пусть пластинка смещена на величину Δy в направлении, перпендикулярном к оптической оси. Ее изображение в пространстве предметов сместится с оптической оси на Δy^* , а оптическую силу этого изображения можно записать в виде (Н.Н. Михельсон [1984, 1988])

$$\tilde{K}^* = K^* \left[1 + a \frac{\Delta y^*}{f'} + b \left(\frac{\Delta y^*}{f'} \right)^2 + \dots \right]. \quad (7.40)$$

В случае малых децентрировок членами $\left(\frac{\Delta y^*}{f'}\right)^2$ и более высоких степеней можно пренебречь. Член

$$\tilde{\Delta K}^* = a K^* \frac{\Delta y^*}{f'} \quad (7.40')$$

описывает влияние децентрировки. Согласно Н.Н. Губелю [1975] децентрировка оптической поверхности вызывает aberrацию типа комы, описываемую, однако, выражением, характерным для сферической aberrации. Меридиональная длина пятна комы будет

$$3\rho_{II} = \frac{3}{2}(-1)^k f'^3 A^2 a \Sigma(K^* \Delta y^*), \quad (7.41)$$

где k — число зеркал в оптической схеме телескопа, A — относительное отверстие его, f' — эквивалентное фокусное расстояние. Для определения коэффициента a рассмотрим одиночное зеркало. Пусть оно центрировано и на него падает пучок лучей под углом w . Выражение для комы в этом случае общеизвестно:

$$3\rho_{II} = -\frac{3}{16} f' A^2 w. \quad (7.42)$$

Если же это зеркало повернуто вокруг своей вершины на угол $\epsilon = -w$, а пучок лучей падает на него параллельно исходному (центрированному) направлению оптической оси, то появится кома. При этом $\Delta y_S^* = 0$, $\Delta y_C^* = -r\epsilon$, $K_S^* = -e^2/4r^3$, $K_C^* = 1/4r^3$, где r — радиус кривизны зеркала, а e^2 — его квадрат эксцентриситета. Формула (7.41) дает

$$3\rho_{II} = -\frac{3}{32} f' A^2 a w. \quad (7.42')$$

Сопоставляя выражения (7.42) и (7.42'), получаем, что $a = 2$. Отсюда

$$3\rho_{II} = 3(-1)^{k+1} f'^3 A^2 \Sigma(K^* \Delta y^*). \quad (7.43)$$

Формула (7.43) применима к любой системе. Для вычисления по ней значения комы нужно знать силы («массы») K^* и смещения изображений пластинок Δy^* в пространстве предметов.

В табл. 7.4 приведены значения сил K^* пластинок *surf-lam* и *cent-lam* диаграммы Берча для каждого из трех зеркал и смещения их изображений в пространстве предметов для трех случаев:

1. Второе зеркало M2 повернуто на угол ϵ_2 вокруг точки, отстоящей от его вершины на расстояние r_2 и лежащей на оптической оси главного зеркала M1 (этот случай обозначен нами через $j = 2$).

2. Третье зеркало M3 повернуто на угол ϵ_3 вокруг точки, отстоящей от его вершины на расстояние r_3 и лежащей на общей оптической оси зеркал M1 и M2 (этот случай обозначен нами через $j = 3$).

Оптические силы (массы) K^* пластинок диаграммы Бёрча, их смещения Δy^* в пространстве предметов и смещение $\Delta l'$ изображения при децентрировках зеркал в трехзеркальных системах телескопов

Плас- тинка	K^*	$\Delta y^*(r_2, \varepsilon_2)$
S1	$-Ze_1^2$	0
C1	Z	0
S2*	$Zq_1(1 - \beta_1)^3 e_2^2$	$\frac{1}{q_1} r_2 \varepsilon_2$
C2*	$-Z(1 - \beta_1)(1 + \beta_1)^2 q_1$	$-\frac{1}{q_1} \frac{1 - \beta_1}{1 + \beta_1} r_2 \varepsilon_2 + 2 \frac{\beta_1 \beta_{11}}{1 + \beta_1} f \varepsilon_2$
S3*	$Z\beta_1^3 q_{11}(1 - \beta_{11})^3 e_3^2 P$	$\frac{q_1 - q_{11} P}{\beta_1 q_1 q_{11}} (1 - \beta_1) P r_2 \varepsilon_2 - 2(q_1 - q_{11} P) \frac{\beta_{11}}{q_{11}} P f \varepsilon_2$
C3*	$-Z\beta_1^3 (1 - \beta_{11})(1 + \beta_{11})^2 q_{11} P$	$-\frac{q_1(1 - \beta_{11})P - q_{11}(1 + \beta_{11})}{\beta_1 q_1 q_{11}(1 + \beta_{11})} (1 - \beta_1) r_2 \varepsilon_2 +$ $+ 2 \frac{q_1(1 - \beta_{11})P + q_{11}(1 + \beta_{11})}{1 + \beta_{11}} \frac{\beta_{11}}{q_{11}} f \varepsilon_2$
$\Delta l'$		$-\frac{1 - \beta_1}{\beta_1 \beta_{11}} r_2 \varepsilon_2 + 2 q_1 f \varepsilon_2$

Плас- тинка	$\Delta y^*(r_3, \varepsilon_3)$	$\Delta y^*(r_{23}, \varepsilon_{23})$
S1	0	0
C1	0	0
S2*	0	$\frac{1}{q_1} r_{23} \varepsilon_{23}$
C2*	0	$-\frac{1}{q_1} \frac{1 - \beta_1}{1 + \beta_1} r_{23} \varepsilon_{23} + 2 \frac{\beta_1 \beta_{11}}{1 + \beta_1} f \varepsilon_{23}$
S3*	$\frac{1}{q_{11}} P r_3 \varepsilon_3$	$\frac{q_1 - q_{11}(1 - \beta_1)P}{\beta_1 q_1 q_{11}} P r_{23} \varepsilon_{23} - (q_1 - q_{11} P) \frac{\beta_{11}}{q_{11}} P f \varepsilon_{23}$
C3*	$-\frac{1}{q_{11}} \frac{1 - \beta_{11}}{1 + \beta_{11}} P r_3 \varepsilon_3 - 2 \frac{\beta_{11}}{1 + \beta_{11}} f \varepsilon_3$	$-\frac{q_1(1 - \beta_{11})P - q_{11}(1 - \beta_1)(1 + \beta_{11})}{\beta_1 q_1 q_{11}(1 + \beta_{11})} r_{23} \varepsilon_{23} +$ $+ \frac{q_1(1 - \beta_{11})P + q_{11}(1 + \beta_{11})}{1 + \beta_{11}} \frac{\beta_{11}}{q_{11}} f \varepsilon_{23}$
$\Delta l'$	$-\frac{1 - \beta_{11}}{\beta_{11}} r_3 \varepsilon_3 - 2 q_{11} P f \varepsilon_3$	$-\frac{1 - \beta_1 \beta_{11}}{\beta_1 \beta_{11}} r_{23} \varepsilon_{23} + (1 + \beta_{11})(q_1 - q_{11} P) f \varepsilon_{23}$

$$P = \text{sign} \beta_1, \quad Z = 1 / (32 \beta_1^3 \beta_{11}^3 f^3)$$

3. Второе и третье зеркала повернуты совместно на угол ε_{23} вокруг точки, отстоящей от вершины зеркала М2 на расстоянии r_{23} и лежащей на оптической оси главного зеркала М1 (этот случай обозначен нами через $j = 23$).

Для краткости введено обозначение

$$P = \text{sign} \beta_1. \quad (7.44)$$

Смещение изображений в пространстве предметов любой из пластинок диаграммы Бёрча может быть представлено в виде

$$\Delta y_{i,j}^* = a_{i,j} r_f \varepsilon_j + b_{i,j} f' \varepsilon_j,$$

где индекс i пробегает для шести пластинок Бёрча значения 1, 2, ..., 6. Соответственно входящая в (7.43) сумма будет иметь вид

$$\sum_i (K_i^* \Delta y_{i,j}^*) = a_j r_f \varepsilon_j + b_j f' \varepsilon_j, \quad (7.45)$$

где

$$a_j = \sum_i K_i^* a_{i,j}, \quad b_j = \sum_i K_i^* b_{i,j}. \quad (7.46)$$

В случаях, если то или иное зеркало смещено с оптической оси на величину Δy_j без поворота, то

$$r_j \rightarrow \infty, \quad \varepsilon_j \rightarrow 0, \quad r_f \varepsilon_j \rightarrow \Delta y_j. \quad (7.47)$$

Сумма $\sum_i K_i^* \Delta y_{i,j}^*$ обращается в нуль, а следовательно, исчезает и кома, вызванная децентрировками соответствующих зеркал, если

$$r_j = -\frac{b_j}{a_j} f'. \quad (7.48)$$

Выражение (7.48) определяет положение нейтральной точки для каждого из трех случаев ($j = 2, j = 3$ или $j = 23$).

Из простых геометрических соображений легко определить смещение изображения для каждого случая. Соответствующие значения величин l' приведены в последней строке табл. 7.4.

§ 7.7. Анастигмат с двукратным отражением света от главного зеркала

Н.Н. Михельсон [1982а,б] рассмотрел возможность создания трехзеркальной системы, в которой в качестве зеркала М3 использовалась бы центральная часть главного зеркала М1. Для этого должны быть выполнены следующие условия:

$$r_1 = r_3, \quad d_2 = -d_1, \quad d_3 = n d_1, \quad e_1^2 = e_3^2, \quad (7.49)$$

где n является дополнительным параметром, указывающим положение фокуса системы. Если $0 < n < 1$, то фокус системы будет лежать между зеркалами M1 и M2, если $n = 1$, то на поверхности зеркала M2, если $n > 1$, то позади зеркала M2. В последнем случае зеркало M2 должно иметь центральное отверстие для прохода лучей от зеркала M3 к фокусу. С точки зрения удобства размещения светоприемной аппаратуры предпочтителен случай, когда n лишь немного превосходит 1,0. Случай $n < 0$ очевидно смысла не имеет, так как изображение получается мнимым. Первые три из условий (7.49) эквивалентны трем уравнениям

$$\begin{cases} \beta_I = -q_{II}/(1 - \beta_{II})\text{sign}\beta_I, \\ \beta_I(1 - q_I) = q_I - q_{II}\text{sign}\beta_I, \\ n\beta_I\beta_{II}(1 - q_I) = q_{II}\text{sign}\beta_I. \end{cases} \quad (7.50)$$

Эти уравнения можно решить относительно q_{II} , β_{II} и n , выразив их как функцию только β_I и q_I :

$$\begin{cases} q_{II} = [q_I - \beta_I(1 - q_I)]\text{sign}\beta_I, \\ \beta_{II} = \frac{q_I(1 + \beta_I)}{\beta_I}, \\ n = \frac{q_I - (1 - q_I)\beta_I}{q_I(1 - q_I)(1 + \beta_I)}. \end{cases} \quad (7.51)$$

Подставляя эти величины в формулы (7.1) — (7.7), получим

$$\begin{cases} r_1 = 2q_I(1 + \beta_I)f'_{\text{экв}}, & d_1 = q_I(1 - q_I)(1 + \beta_I)f'_{\text{экв}}, \\ r_2 = 2q_I^2 \frac{1 + \beta_I}{1 - \beta_I} f'_{\text{экв}}, & d_2 = -d_1, \\ r_3 = r_1, & s'_3 = d_3 = [q_I - \beta_I(1 - q_I)]V'_{\text{экв}}, \\ \Delta = (n - 1)d_1 = [-\beta_I + q_I^2(1 + \beta_I)]V'_{\text{экв}}. \end{cases} \quad (7.52)$$

Здесь Δ — вынос фокальной плоскости за вершину зеркала M2 (см. рис. 7.5).

На рис. 7.7 приведена диаграмма размещения систем, удовлетворяющих первым трем условиям (7.49). Координатами, в соответствии с (7.51), приняты переменные β_I и q_I . На рисунке заштрихованы те области плоскости (β_I, q_I) , в которых системы не имеют реального смысла.

Условие Пецвале $\Sigma P = 0$ будет выполнено, если числитель выражения (7.19) обратиться в нуль. Подставляя в него значения q_{II} и β_{II} из (7.51), получим условие Пецвала для трехзеркальной системы, в ко-

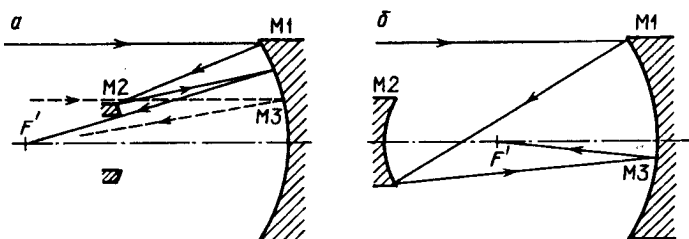


Рис. 7.8. Две конструкции трехзеркальных телескопов с полным совмещением зеркал M1 и M3

только узкое наружное кольцо зеркала M1. Поэтому системы с $q_1 > 0$ нерациональны.

В области $q_1 < 0$ зеркала M1+M2 образуют зафокальную систему; фокус главного зеркала M1 лежит между зеркалами M1 и M2, а фокальная плоскость всей системы неизбежно располагается очень близко к фокусу зеркала M1. В результате светоприемник будет экранировать лучи, идущие от зеркала M1 к зеркалу M2 (рис. 7.8,б), и полезное поле подобной системы оказывается ничтожным. Линейный диаметр поля будет

$$2l' = \left| \frac{\beta_1}{1 + \beta_1} \right| D_1, \quad (7.54)$$

где D_1 — диаметр главного зеркала M1. При $q_1 = -0,30244$ система, удовлетворяющая всем четырем условиям (7.49), должна иметь $\beta_1 = -0,025$ и при $D_1 = 1000$ мм линейный диаметр полезного поля составит всего 25,6 мм. При относительном отверстии телескопа 1:10 это соответствует угловому полю $2\omega = 8,8'$. С ростом абсолютной величины параметра q_1 дело улучшается, однако растет степень центрального экранирования, а с ним растут светопотери и ухудшается частотно-контрастная характеристика объектива. Обойти эту трудность можно, используя четвертое (плоское) диагональное зеркало, отразив с его помощью лучи в обратном направлении или в сторону, аналогично тому, как это предлагают в своих схемах Д.Корш (Korsch D. [1972], [1977]) и Ю.Д. Пименов [1977а]. При отражении лучей в сторону мы получим нечто вроде трехзеркальной схемы Несмита. Однако введение лишнего плоского зеркала приводит к увеличению светопотерь.

Систему, близкую к рассмотренной, однако с ходом лучей, параллельным оптической оси между зеркалами M1 и M2, исследовал В.Н. Чуриловский [1958а,б]. Он также обратил внимание на указанные трудности.

Остается рассмотреть системы с $\beta_1 > 0$, в которых выполнены первые три требования (7.49) и условие Пецваля (7.53). Они должны удовлетворять двум дополнительным геометрическим требованиям:

1. Лучи, отраженные зеркалом М2 к зеркалу М3, не должны экранироваться кассетой.

2. Размер зеркала М3 не должен превышать центральную нерабочую область зеркала М1.

Эти условия должны быть соблюдены для всех зон у главного зеркала и для всех полевых углов w .

Условие 1 оказывается выполненным на поле

$$w_1 = \frac{|q_1 - \beta_1(1 - q_1)| q_1}{2(1 - q_1)(1 + \beta_1)[1 + q_1 - \beta_1(1 - q_1)]} A_{\text{экв}}, \quad (7.55)$$

а условие 2 выполняется на поле

$$w_2 = \frac{\beta_1}{2(1 + \beta_1)[1 + q_1 - \beta_1(1 - q_1)]} A_{\text{экв}}, \quad (7.55')$$

где $A_{\text{экв}}$ — эквивалентное относительное отверстие телескопа. Оба условия выполняются одновременно при

$$q_1 = \sqrt{\frac{\beta_1}{1 + \beta_1}}, \quad (7.56)$$

что совпадает с вытекающим из (7.51) условием $n = 1,0$, т.е. фокальная поверхность системы должна быть совмещена с вершиной зеркала М2.

Если взять $n < 1$, то требование 1 (7.55) будет более жестким, чем требование 2 (7.55') и будет $w_1 < w_2$; если же взять $n > 1$, то, наоборот, будет $w_2 < w_1$. Если ко всему этому добавить еще условие равенства нулю суммы Пецваля (7.53), то получим, что β_1 должно быть корнем уравнения

$$\beta_1^3 - \beta_1^2 - 5\beta_1 + 1 = 0.$$

Решение его дает значения

$$\beta_1 = 0,193937, q_1 = 0,403032. \quad (7.57)$$

Полученная система близка к системе Н. Рамзая и Л. Хатта (Rumsey N., Hutt L. [1969]), в которой $\beta_1 = 0,1463649$, $q_1 = 0,337975$, $n = 1,0000191$. В рассмотренной нами системе (7.57) угловое поле, определенное из условий (7.55) и (7.55'), составляет

$$2w = 433,78A \text{ минут дуги}, \quad (7.58)$$

а линейное поле

$$2l' = 0,126186D, \quad (7.58')$$

где A — эквивалентное относительное отверстие телескопа, а D — его диаметр. Чем светосильнее телескоп, тем большее угловое поле позволяет получить его геометрия!

Однако с ростом светосилы возрастают остаточные аберрации. Реальное поле зрения, свободное от виньетирования, будет определяться допустимыми аберрациями и не должно превышать величину, определяемую из условия (7.58).

Конструктивные элементы системы с $n = 1,0$ получаются такими:

r	d	e^2	
$0,962389f'_{\text{экв}}$		$1,438658$	
$0,481194f'_{\text{экв}}$	$0,287258f'_{\text{экв}}$	$4,443594$	(7.59)
	$-0,287258f'_{\text{экв}}$		
$0,962389f'_{\text{экв}}$	$0,287258f'_{\text{экв}}$	$10,839795$	

где $f'_{\text{экв}}$ — эквивалентное фокусное расстояние телескопа.

В системе 1:5 с $D = 3,0$ м на краю поля $w = 46'23''$ длина пятна комы не превышает 22,5 мкм, полный размер изображения звезды составляет 0,34", а среднеквадратический кружок рассеяния 0,21".

Однако такие системы имеют два существенных недостатка: Первый из них заключается в том, что фокальная плоскость плохо защищена от лучей света, отраженных на нее лишь одним зеркалом М1, минуя зеркала М2 и М3. Расчет показывает, что большая часть лучей, падающих на зеркало М1 и не попадающих на М2, отражается в стороны, однако часть их все же подсвечивает фокальную плоскость. От этого недостатка не свободны и близкие к рассматриваемой системы Ф.М. Халиулина и Рамзая и Хатта. Второй недостаток состоит в том, что $e_3^2 > e_1^2$, вызывает технологические трудности изготовления.

§ 7.8. Трехзеркальный телескоп-анастигмат с плоским полем

Для получения анастигмата с плоским полем должны быть выполнены четыре условия:

$$\Sigma I = 0, \quad \Sigma II = 0, \quad \Sigma III_a = 0, \quad \Sigma P = 0. \quad (7.60)$$

Введем безразмерные коэффициенты n_2 , n^* и n_3 :

$$d_2 = n_2 d_1, \quad d_3 = n^* d_2 = n_3 d_1. \quad (7.61)$$

Очевидно, что в реальной системе должны быть соблюдены условия

$$n_2 < 0, \quad n_3 > 0, \quad n^* < 0. \quad (7.62)$$

Подставляя в систему уравнений

$$d_2 = n_2 d_1, \quad d_3 = n_3 d_1, \quad \Sigma P = 0 \quad (7.63)$$

выражения для d_1 , d_2 и d_3 , приведенные в (7.4) — (7.6), приравнявая числитель условия (7.19) нулю и вводя в качестве независимых параметров q_I , q_{II} и n_2 , мы получим следующие выражения (Н.Н. Михельсон [1982а, в]):

$$\begin{cases} \beta_I = \frac{-q_I + q_{II} \operatorname{sign} \beta_I}{n_2(1 - q_I)}, \\ \beta_{II} = 1 - \frac{q_{II}}{q_I} \left[1 + n_2 \frac{(1 - q_I)^2}{q_I - q_{II} \operatorname{sign} \beta_I} \right] \operatorname{sign} \beta_I, \\ n^* = \frac{q_I q_{II}}{-(q_I - q_{II} \operatorname{sign} \beta_I)^2 \operatorname{sign} \beta_I + n_2 q_{II} (1 - q_I)^2}. \end{cases} \quad (7.64)$$

Подстановка величин q_I , q_{II} , β_I , β_{II} и n^* в формулы (7.1) — (7.7) позволяет определить радиусы кривизны каждого из зеркал и воздушные промежутки между ними, а решение системы (7.21') дает квадраты эксцентриситетов поверхностей.

Каждая из систем, удовлетворяющих условиям (7.63) и (7.64) является анастигматом с плоским (по Пецвалю) полем и находит свое место на диаграмме (q_I, q_{II}) (рис. 7.9), составленной для заданного значения n_2 . Для $\beta_I > 0$ мы направляем ось q_{II} вниз, а для $\beta_I < 0$ — вверх, как это указано «полустрелками» на рис. 7.9. Оптические системы, расположенные на диагонали, имеют $\beta_I = 0$. Для них пучок лучей в промежутке между зеркалами М2 и М3 афокален. Такие «вырожденные» системы рассматривали Бэкер (Baker J.C. [1969], Г.И. Цуканова [1971а] и Н. Рамзей (Rumsey N., Nutt L. [1969]; Rumsey N. [1971])).

На диаграммах нанесена изолиния, на которой $n^* = \pm \infty$. Для нее q_I определяется из решения квадратного уравнения

$$-(q_I - q_{II} \operatorname{sign} \beta_I)^2 \operatorname{sign} \beta_I + n_2 q_{II} (1 - q_I)^2 = 0. \quad (7.65)$$

Это дает

$$q_I = \frac{-q_{II}(1 - n_2) \pm (1 - q_{II} \operatorname{sign} \beta_I) \sqrt{n_2 q_{II} \operatorname{sign} \beta_I}}{n_2 q_{II} - 1 \operatorname{sign} \beta_I}. \quad (7.65')$$

Знаки $\pm$ соответствуют двум решениям квадратного уравнения (7.65). Системы, расположенные на этой изолинии, являются *афокальными*

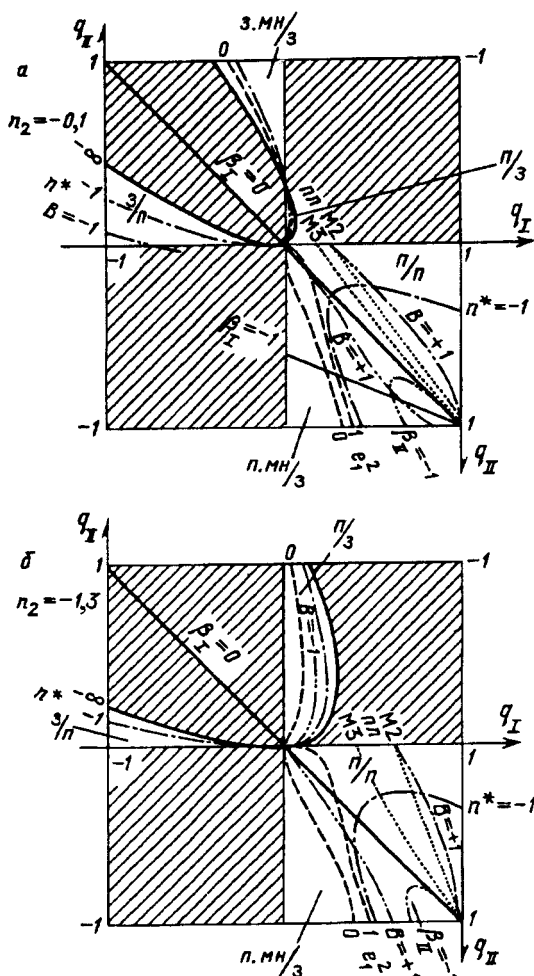


Рис. 7.9. Диаграммы (q_I, q_{II}) трехзеркальных анастигматов с плоским полем для случаев $-1 < n_2 < 0$ (а) и $n_2 < 0$ (б). В заштрихованных областях реальных систем нет

телескопическими трехзеркальными анастигматами с плоским полем.

Фокус системы совмещен с вершиной зеркала М2, если $n^* = -1$. Изолиния $n^* = -1$ определяется из условия

$$q_{II} = \frac{[3q_I + n_2(1 - q_I)^2] \operatorname{sign} \beta_1 \pm \sqrt{[3q_I + n_2(1 - q_I)^2]^2 - 4q_I^2}}{2}. \quad (7.66)$$

Знак $\pm$ отвечает двум корням квадратного уравнения. В общем

случае произвольная изолиния n^* определится из соотношения

$$q_{II} = \frac{\alpha \operatorname{sign} \beta_I \pm \sqrt{\alpha^2 - 4n^{*2} q_I^2}}{2n^*}, \quad (7.66')$$

где для краткости введено обозначение

$$\alpha = q_I(1 - 2n^*) - n_2 n^*(1 - q_I)^2.$$

Изолинии $n^* = \pm \infty$ и $n^* = -1$ приведены на рис. 7.9. На нем заштрихованы области, в которых нет систем, удовлетворяющих условиям (7.60), или которые дают мнимое изображение.

Если $\beta_I = +1$, то зеркало М2 превращается в planoид. Такие системы располагаются на диаграмме (q_I, q_{II}) вдоль прямой

$$q_{II} = -q_I(1 + n_2) + n_2. \quad (7.67)$$

Если $\beta_{II} = +1$, то planoидом является зеркало М3. Это выполняется при

$$q_{II} = q_I + n_2(1 - q_I)^2. \quad (7.68)$$

При $\beta_I = -1$ зеркало М2 отражает лучи в обратном направлении; такие системы и близкие к ним неконструктивны. Также неконструктивны системы с $\beta_{II} = -1$ и близкие к ним.

Радиусы кривизн зеркал определяются из выражений (7.1)–(7.3). Главное зеркало М1 в астрономическом телескопе всегда вогнутое. Введем дополнительные коэффициенты $k_2 = r_2/r_1$, $k_3 = r_3/r_1$ и будем искать области, в которых $k_2 < 0$, а $k_3 > 0$.

Выполнение этих условий обеспечит вогнутость зеркал М2 и М3. Легко видеть, что

$$k_2 = \frac{q_I}{1 - \beta_I}, \quad k_3 = -\frac{q_{II}}{1 - \beta_{II}} \frac{1}{\beta_I} \operatorname{sign} \beta_I. \quad (7.69)$$

В произвольной трехзеркальной системе зеркало М2 является вогнутым, если часть М1+М2 системы является предфокально-укорачивающей или зафокальной. Аналогично зеркало М3 является вогнутым, если часть М1+М3 системы является предфокально-укорачивающей или зафокальной. Анализ (Н.Н. Михельсон [1983б, 1988а]) показывает, что среди трехзеркальных анастигматов с плоским полем по крайней мере одно из зеркал М2 или М3 должно быть выпуклым.

Всегда желательно соблюдение условия $|q_{II}| < |q_I|$. При выполнении этого требования зеркало М3 имеет меньший световой диаметр, чем зеркало М2. При этом возможны системы с вогнутым зеркалом М2 и выпуклым М3.

Если система $M1+M2$ является предфокальной ($q_I > 0$) и зеркало $M2$ вогнутое, то даже при малых значениях $|n_2|$ степень центрального экранирования главного зеркала вторым неизбежно оказывается значительной. Если система $M1+M2$ является зафокальной ($q_I < 0$), то величина q_{II} всегда существенно меньше величины $|q_I|$. Это выгодно: выпуклое зеркало $M3$ оказывается наименьшим из всех зеркал системы.

Из системы уравнений (7.21') найдем случай, когда $e_1^2 = 0$ или $e_1^2 = 1$. В первом из них главное зеркало телескопа будет сферическим. Это чрезвычайно выгодно для создания телескопов с большим мозаичным главным зеркалом—все элементы мозаики будут одинаковыми сферическими зеркалами. Во втором случае появляется возможность создать двухзеркальный корректор к параболическому телескопу. Изолинии, на которых располагаются такие системы телескопов, схематично показаны на рис. 7.10. Системы со сферическим главным зеркалом имеются среди типов п.мн/з, п/з, з.мн/з и з/п. К сожалению, систем с $e_1^2 = 0$ нет среди наиболее конструктивных предфокально-предфокальных типов анастигматов с плоским полем. В зафокально-предфокальных системах ($q_I < 0, q_{II} > 0$) по мере роста величины $|n_2|$, т.е. по мере приближения третьего зеркала к главно-

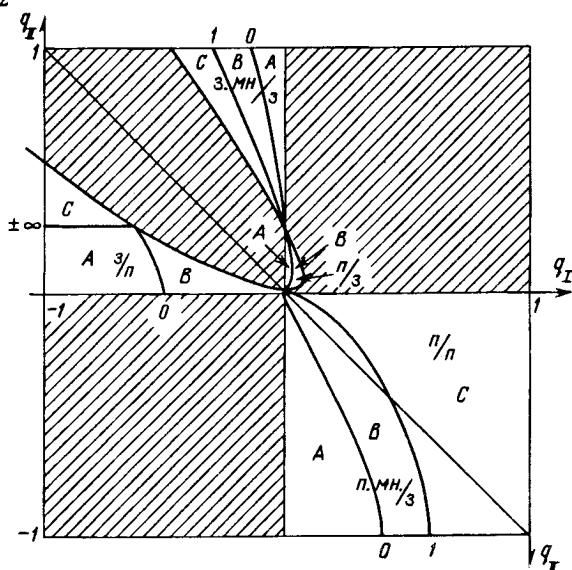


Рис. 7.10. Форма главного зеркала в трехзеркальных анастигматах с плоским полем. А — сплюснутые сфероиды, О — сфера, В — эллипсоиды, I — параболоид, С — гиперболоиды

му, изолиния $e_1^2 = 0$ на диаграмме (q_I, q_{II}) быстро смещается влево и при $n_2 < -0,5$ она уходит за пределы диаграммы. В то же время быстро растет центральное экранирование главного зеркала вторичным. Для всех этих систем значение β_I близко к -1 и лучи, идущие от внутренних зон главного зеркала, «упираются» в тыльную поверхность зеркала МЗ. В области зафокально-мнимых/зафокальных систем $(q_I < 0, q_{II} < 0)$ также возможны схемы со сферическим главным зеркалом. При этом зеркало МЗ может находиться в фокусе главного зеркала М1. Для прохода лучей от главного зеркала М1 ко второму необходимо иметь центральное отверстие в третьем зеркале. В предфокально/зафокальных системах $(q_I > 0, q_{II} < 0)$ имеются системы со сферическим главным зеркалом М1, но даже при малых значениях q_I величина $|q_{II}|$ в них значительна. В предфокально-мнимых/зафокальных системах $(q_I > 0, q_{II} < 0)$ зеркало МЗ превышает по размеру зеркало М2. Все системы этого типа со сферическим главным зеркалом имеют $-1 < n^* < 0$, т.е. фокальная поверхность располагается в промежутке между зеркалами М2 и МЗ. Системы с $e_1^2 = 1,0$ существуют среди предфокально-мнимых/зафокальных и зафокально-мнимых/зафокальных систем. Во всех афокальных системах ($n^* = \pm\infty$) главное зеркало является параболоидом. Планоидные вторичные зеркала М2 ($e_2^2 = \pm\infty$) в предфокально-предфокальных системах, разграничивающие области с гиперболическими выпуклыми зеркалами и вогнутыми сплюснутыми сфероидами, располагаются на рис. 7.10 на прямой, удовлетворяющей условию $\beta_I = +1$ или $q_{II} = q_I(1 - n_2) + n_2$.

При умеренных значениях $|n_2|$ могут иметься системы со сферическим, параболическим или гиперболическим зеркалом М2 (при довольно больших значениях q_I). Однако с ростом $|n_2|$ изолинии 00 (вогнутое сферическое зеркало) и 11 (вогнутое параболическое зеркало), а соответственно и области В и С быстро смещаются на диаграмме (q_I, q_{II}) вправо и уходят за ее рамку. Уже при $n_2 \geq -0,2$ в этой области вторичные зеркала должны быть только вогнутыми эллипсоидами. В зафокально-мнимых/зафокальных системах при значениях n_2 , удовлетворяющих условию $-0,5 \leq n_2 < 0$, возможно использование сферического третьего зеркала МЗ. Предпочтительно использовать при этом малые значения $|n_2|$, так как с удалением третьего зеркала от второго зеркала МЗ может быть сферическим лишь при больших значениях центрального экранирования q_{II} . Предфокально/зафокальные системы со сферическим зеркалом МЗ могут существовать лишь при значениях β_I , близких к нулю. Это означает, что совокупность зеркал

M1+M2 образует в этом случае почти афокальную систему. Системы предфокально-мнимые/зафокальные могут иметь вогнутое сферическое зеркало M3. При этом возможны даже системы, в которых одновременно сферическими являются зеркала M1 и M3, но зеркало M2 будет при этом выпуклым сплюснутым сфероидом.

§ 7.9. Промежуточный фокус в трехзеркальных телескопах

Астрономы всегда стремятся иметь возможно более универсальный телескоп с несколькими оптическими схемами—например, главный фокус и фокус типа Кассегрена. Рассмотрим (в рамках теории aberrаций третьего порядка) соответствующие возможности в трехзеркальном телескопе. Изображение, построенное зеркалами M1 и M2, будем называть промежуточным. Для него оптические силы пластинок Берча и их положения в пространстве предметов будут

$$\begin{cases} K_{S1} = \tilde{K}_{S1} e_1^2, & K_{C1}, & K_{S2}^* = \tilde{K}_{S2}^* e_2^2, & K_{C2}^* \\ d_{S1}, & d_{C1}, & d_{S2}^*, & d_{C2}^* \end{cases} \quad (7.70)$$

Исправление сферической aberrации и комы в промежуточном фокусе требует выполнения условий

$$\begin{cases} (\Sigma I)_{1+2} = 8(\Sigma K)_{1+2} f'_{1+2}{}^3 = 0, \\ (\Sigma II)_{1+2} = 8(\Sigma Kd)_{1+2} f'_{1+2}{}^2 = 0. \end{cases} \quad (7.71)$$

Если мы требуем апланатизма и в фокусе трехзеркальной системы, то должно быть

$$\begin{cases} (\Sigma I)_{1+2+3} = 8(\Sigma K)_{1+2+3} f'_{1+2+3}{}^3 = 0, \\ (\Sigma II)_{1+2+3} = 8(\Sigma Kd)_{1+2+3} f'_{1+2+3}{}^2 = 0. \end{cases} \quad (7.72)$$

Это приводит к необходимости одновременного удовлетворения двух требований (Н.Н. Михельсон [1986])

$$e_3^2 = -\frac{\tilde{K}_{C3}^*}{K_{S3}^*}, \quad e_2^2 = \frac{\tilde{K}_{C3}^* d_{C3}^*}{K_{S3}^* d_{S3}^*}, \quad (7.73)$$

что неизбежно приводит к условию $d_{S3}^* = d_{C3}^*$ и

$$(1 - \beta_{II}) / (1 + \beta_{II}) = -1,$$

а это выполнимо лишь при $\beta_{II} = \pm \infty$, что практически неосуществимо.

Если ограничиться требованиями $(\Sigma I)_{1+2} = 0$, $(\Sigma I)_{1+2+3} = 0$, $(\Sigma II)_{1+2+3} = 0$, то легко получить, что они могут быть удовлетворены при

$$\beta_I \beta_{II} = \pm \sqrt{\frac{1 - q_I}{2q_I}(e_1^2 - 1)}. \quad (7.74)$$

Отсюда следует, что если главное зеркало М1 является сферическим, то исправление сферической аберрации в промежуточном фокусе и получение апланатизма в трехзеркальной системе возможно лишь в укорачивающих системах, в которых $|\beta_I \beta_{II}| > 1$ и $q_I < 0$, т.е. система М1+М2 должна быть зафокальной. Добавление третьего зеркала М3 к системе Кассегрена не может создать трехзеркальный апланат. Единственным исключением является телескопическая система типа трехзеркального Мерсена ($\beta_I \beta_{II} = 0$), в которой фокус системы лежит в бесконечности.

§ 7.10. Системы с афокальным ходом лучей между первым и вторым зеркалами

Двухзеркальная система с $\beta = 0$ является системой Мерсена. Она свободна от сферической аберрации, комы и астигматизма третьего порядка. Добавление третьего зеркала превращает ее в трехзеркальную систему. Подобные схемы были рассмотрены Ланди-Десси (Landi Dessy J. [1963]), Ф.М. Халиуллиным [1965], Г.И. Тихомировой [1967], Д. Бэкером (Baker J. [1969]), Г.И. Цукановой [1971 а,б, 1972 а], Х. Эппсом и М. Такедой (Epps H., Takeda M. [1983]) и другими

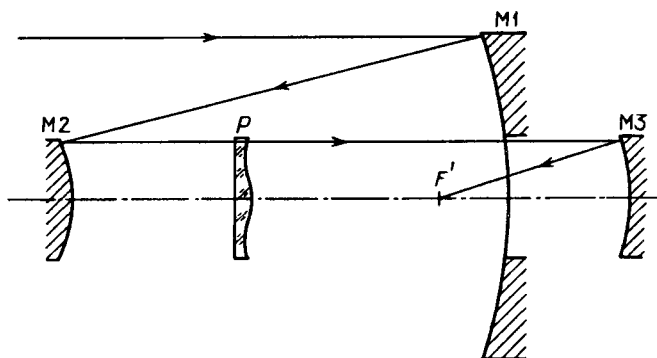


Рис. 7.11. Трехзеркальная система Бэкера

авторами. В работе Г.И. Цукановой [1972а] даны формулы для расчета коэффициентов деформации каждого из зеркал, численный пример и возможная конструкция отсекателей.

Д. Бэкер (Baker J. [1969]) и Я. Ямашита совместно с К. Нариаи (Yamashita Y., Nariai K. [1983]) показали, что в двухзеркальной афокальной системе $M1+M2$ изображение может быть получено с помощью камеры Шмидта (см. гл. 9), образованной коррекционной пластинкой P и третьим зеркалом $M3$ (рис. 7.11). При этом расстояние между вторым зеркалом $M2$ и камерой Шмидта произвольно. В частности, пластинку Шмидта можно поместить на поверхности зеркала $M2$; в этом случае зеркало $M2$ просто превращается в вогнутый эллипсоид, если система $M1+M2$ является предфокальной, или в выпуклый гиперболоид, если она является зафокальной. Третье зеркало $M3$ является в этих случаях сферическим, а главное $M1$ — параболоидом.

§ 7.11. Трехзеркальные телескопы с фокальной плоскостью, хорошо защищенной от постороннего света

Очень привлекательны с конструктивной точки зрения системы с зеркалом $M3$, помещенным в фокусе главного зеркала $M1$. В этом случае удовлетворено условие

$$q_1 = \frac{n_2}{1 + n_2}. \quad (7.75)$$

Такие системы могут быть (при $0,5 < n_2 < 0$) как среди зафокально-/предфокальных (рис. 7.12, а), так и среди зафокально-мнимых/за-

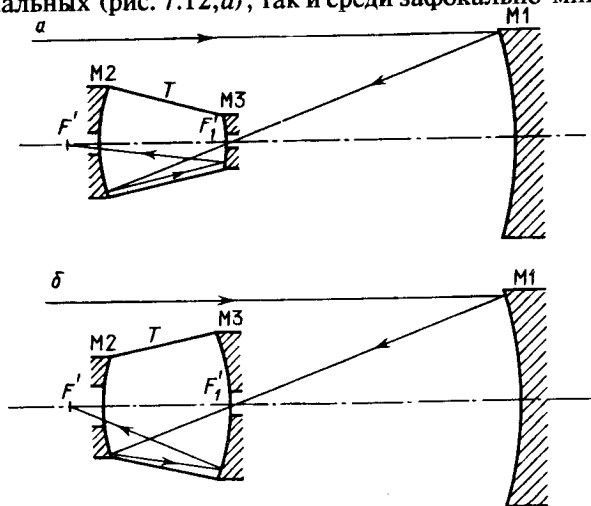


Рис. 7.12. Системы, в которых вершина зеркала $M3$ находится в фокусе зеркала $M1$; з/п система (а), з.мн/п система (б)

фокальных типов (рис. 7.12,б). Для прохода лучей от М1 к М2 в зеркале М3 должно быть центральное отверстие. Поместив зеркала М2 и М3 в коническую трубу T , как это показано на рис. 7.12, можно полностью защитить фокальную плоскость от постороннего света не прибегая к отсекателям. В зафокально-предфокальных системах этого вида (рис. 7.12,а) главное зеркало М1 всегда эллиптическое. Нами, при участии В.В. Кузнецова, (Н.Н. Михельсон [1983б]) был выполнен расчет системы зафокально/предфокального типа (рис. 7.12,а) диаметром 3000 мм, $A = 1:8$ с параметрами $n_2 = -1/3$, $n^* = -1,10$, $q_I = -0,5$, $\beta_I = -0,761482$, $q_{II} = 0,11993$, $\beta_{II} = 0,2868487$. Форма главного зеркала описывается полиномом

$$y^2 + z^2 = -20932,56x - 0,4055938x^2 + (0,2986747 - 04x)^3 - \\ - (0,6606979 - 07x)^4.$$

Квадраты эксцентриситетов второго и третьего зеркал $e_2^2 = 0,1172859$, $e_3^2 = -3,7993995$. Поле, свободное от виньетирования $2w = 1^\circ 12'$, поперечная сферическая аберрация 2,6 мкм, меридиональная кома на краю поля 1,15 мкм.

Я. Ямашита и К. Нариаи (Yamashita Y., Nariai K. [1983]) показали, что анастигмат такого типа не может иметь плоское поле, причем в варианте, изображенном на рис. 7.12, кривизна значительна, особенно при малых значениях q_I .

Глава 8

КОРРЕКТОРЫ ПОЛЯ В ЗЕРКАЛЬНЫХ ТЕЛЕСКОПАХ. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ФОКУСНОГО РАССТОЯНИЯ

§ 8.1. Введение

Рассмотренные выше соотношения в чисто зеркальных телескопах справедливы лишь в рамках теории аббераций третьего порядка. Даже в двухзеркальных апланатических системах имеется остаточная кома высших порядков. Ни в одной из таких систем одновременно не могут быть исправлены астигматизм и кривизна поля. В классическом рефлекторе поле как в главном фокусе, так и в фокусе Кассегрена ограничено комой. В 5-метровом рефлекторе Паломарской обсерватории главное зеркало имеет относительное отверстие 1:3,3 и пятно комы достигает длины 1" уже на расстоянии 1' от оптической оси. Для увеличения полезного поля в главном фокусе этого телескопа Ф. Росс (Ross F.E. [1935]) предложил установить перед главным фокусом в сходящемся пучке лучей дополнительную афокальную линзовую систему, исправляющую кому главного зеркала. Такой корректор комы получил название *корректора Росса* или *линз Росса* (см. § 8.2). Впоследствии корректоры стали использовать для исправления аббераций в главном и вторичном фокусах телескопов Кассегрена и Ричи-Кретьена. Строго говоря рефлекторы, снабженные линзовыми корректорами, переходят из класса катоптрических систем в класс катадиоптрических. Однако главным оптическим элементом в них продолжает оставаться большое зеркало, а линзовые элементы имеют значительно меньшие размеры и играют вспомогательную роль. Поэтому такие телескопы продолжают называть рефлекторами. К настоящему времени предложено большое количество различных типов корректоров.

Корректоры аббераций, используемые в главном и вторичном фокусах рефлектора, можно разделить на два типа:

1. Линзовые корректоры со сферическими поверхностями линз.
2. Корректоры, содержащие асферические пластинки типа пластинок Шмидта, устанавливаемые в сходящемся пучке.

Линзовые корректоры разрабатывались Россом (Ross F.E. [1935]), Д.Д. Максутковым, Т.С. Белороссовой, Н.В. Мерман, М.А. Сосниной (Белороссова Т.С. и др. [1964, 1975]), К. Винне (Wynne C.G. [1965]),

А. Баранном (Baranne A. [1965]), Г.И. Цукановой (Тихомирова Г.И. [1968а,б]) и другими. Корректоры с асферическими пластинками разрабатывали Д.Д. Максутов (не опубликовано), С. Гаскойн (Gascoigne S.C.B. [1965]), Д. Шульте (Schulte D.H. [1963, 1966а,б]), Р. Вильсон (Wilson R.N. [1968, 1971]), Г. Кёлер (Kohler H. [1967, 1968]) и другие.

§ 8.2. Корректор Росса. Расчет двухлинзового афокального корректора к одиночному зеркалу

Рассмотрим принцип действия линз Росса. Из определения комы ясно, что она отсутствует в той оптической схеме, задняя главная поверхность которой является сферой, концентричной с главным фокусом (см. рис. 4.6). При этом, естественно, что условие синусов выполнено. В главном же фокусе параболического зеркала задней главной

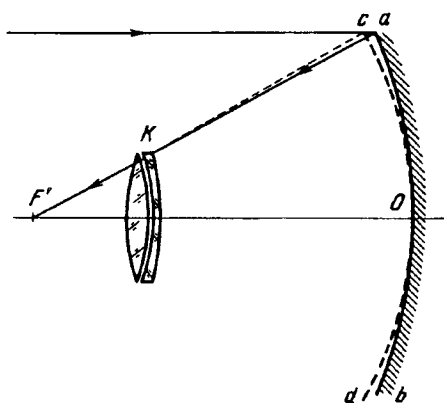


Рис. 8.1. Принцип корректора Росса

ной поверхностью является параболическая поверхность самого зеркала, а для сферического зеркала задняя главная поверхность хоть и сферическая, но ее радиус кривизны в два раза больше фокусного расстояния зеркала. Значит, линзовый корректор K комы должен преобразовать главную поверхность из параболической aOb в сферическую cOd (рис. 8.1) с центром кривизны в фокусе F' зеркала. Кроме того, чтобы он не внес заметного хроматизма, он должен быть афокальным, т.е. состоять из тонких, почти соприкасающихся положи-

тельной и отрицательной линз, изготовленных из одного сорта стекла. Если он будет изготовлен из линз разных сортов стекла, то неизбежен вторичный спектр. Если же не будет афокальным, то появится хроматизм увеличения. Для одновременного исправления сферической aberrации, комы и астигматизма Росс разработал для 5-метрового телескопа трехлинзовый корректор с тонким мениском, установленным на некотором расстоянии перед дублетом. Такой мениск называется *фронтальным мениском* корректора. Корректор с фронтальным мениском не является строго афокальным.

В.Н. Чуриловский [1968] описал метод расчета корректора к сферическому зеркалу. Корректор состоит из двух тонких линз, изготовленных из одного сорта стекла. Его афокальность обеспечивает ахроматическую коррекцию. Мы обобщим метод Чуриловского для расчета корректора к произвольному зеркалу второго порядка.

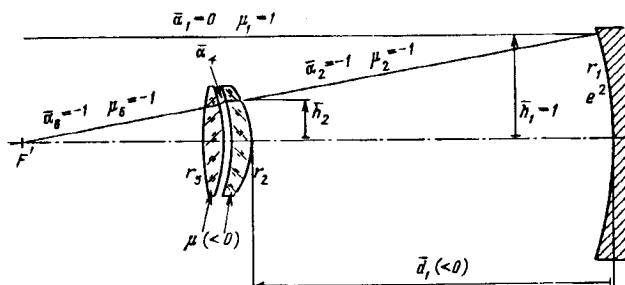


Рис. 8.2. К расчету двухлинзового корректора к произвольному зеркалу

Рассмотрим ход первого вспомогательного луча (см. § 2.8). Для него приведенные значения углов и показатели преломления $\bar{\alpha}_1 = 0$, $\bar{\alpha}_2 = \bar{\alpha}_6 = -1$ (в силу афокальности его), $n_1 = 1$, $n_2 = n_4 = n_6 = -1$, $n_3 = n_4 = n = 1/\mu < 0$. Расстояние $\bar{d}_1$ ($\bar{d}_1 = d_1/|f'| < 0$) корректора от главного зеркала и угол $\bar{\alpha}_4$ луча между линзами являются свободными параметрами. Так как корректор тонкий, то высоты лучей на его поверхностях считаем равными (рис. 8.2):

$$\bar{h}_2 = \bar{h}_3 = \bar{h}_4 = \bar{h}_5 = \bar{h}_1 + \bar{d}. \quad (8.1)$$

Черточки над символами обозначают, что все продольные величины выражены в единицах абсолютной величины фокусного расстояния $|f'|$, поперечные — в долях полупоперечника h_1 главного зеркала, а угловые — в долях последнего угла α_6 .

Апланатизм будет достигнут, если

$$\begin{cases} P_1 + \bar{h}_2 \sum_{i=2}^5 P_i = 0, \\ -W_1 - \sum_{i=2}^5 W_i + \bar{h}_2 S_2 \sum_{i=2}^5 P_i = 0, \end{cases} \quad (8.2)$$

где величины P и W характеризуют сферическую аберрацию и кому бесконечно тонких оптических элементов (см. § 2.8). Вспомогательная величина

$$S_{i+1} = S_i + \frac{\mu_{i+1} \bar{d}_i}{h_i \bar{h}_{i+1}}, \quad S_1 = 0. \quad (8.3)$$

В данном случае $S_2 = -\bar{d}_1/\bar{h}_1$. После преобразований получаем формулы для определения углов $\bar{\alpha}_3$ и $\bar{\alpha}_5$

$$\begin{cases} A = \frac{(1-e^2)(1-\mu^2) - [(1+e^2)\bar{h}_2 + (1-e^2)](2-\mu)(1-\bar{\alpha}_4)}{(1-2\mu)[(1+e^2)\bar{h}_2 + (1-e^2)]}, \\ B = \frac{1+\mu}{1-\mu} \frac{1}{1+\bar{\alpha}_4} \frac{(1+e^2)\bar{h}_2 + (1-e^2)}{4\bar{h}_2}, \end{cases} \quad (8.4)$$

где

$$\mu = 1/n, \quad (\mu < 0), \quad \bar{\alpha}_3 = \frac{A+B}{2}, \quad \bar{\alpha}_5 = \frac{A-B}{2}. \quad (8.5)$$

Радиусы кривизны поверхностей корректора определяются по формулам (5.62):

$$r_i = h_2 \frac{\mu_i - \mu_{i+1}}{\mu_i \bar{\alpha}_{i+1} - \mu_{i+1} \bar{\alpha}_i}. \quad (8.6)$$

Расчет корректора на микрокалькуляторе МК-52 может быть выполнен по программе 8.1.

Программа 8.1

Расчет бесконечно тонкого двухлинзового афокального корректора сферической абберации и комы к произвольному асферическому зеркалу второго порядка

1, ИПд, +, Пс, 1, ИПе, +, ×, 1, +, ИПе, -, П0, 1, ИП8, +, 1, ИП8, —, ÷, 1, ИП2, +, ÷, ИП0, ×, 4, ÷, ИПс, ÷, Пб, 1, ИПе, —, 1, ИП8, Fx², —, ×, ИП0, 2, ИП8, —, ×, 1, П2, —, ×, —, 1, ИП8, 2, ×, —, ÷, ИП0, ÷, Па, ИПб, +, 2, ÷, ПЗ, ИПа, ИПб, —, 2, ÷, П1, ИП6, ИПс, ×, Пе, С/П, КИПб, КИПа, —, КИПб, КИПс, ×, КИПа, КИПд, ×, —, ÷, ИПе, ×, КПс, ИПа, 1, —, Па, 1, —, Пб, ИПс, 1, —, Пс, 1, —, Пд, Fx < 0, 74, С/П

Программа выполняется в два этапа. Первоначальные засылки к первому этапу: $\bar{\alpha}_4 \rightarrow \text{П2}$, $|f'| \rightarrow \text{П6}$, $\mu = 1/n \rightarrow \text{П8}$ ($\mu < 0$), $d_1 \rightarrow \text{Пд}$ ($\bar{d}_1 < 0$), $e^2 \rightarrow \text{Пе}$. После остановки счета (примерно через 25 с) можно прочесть: $\text{Пс} \rightarrow \bar{h}_2$, $\text{Па} \rightarrow A$, $\text{Пб} \rightarrow B$, $\text{ПЗ} \rightarrow \bar{\alpha}_3$, $\text{П1} \rightarrow \bar{\alpha}_5$. После этого надо выполнить новые засылки для второго этапа: —1 в регистры П0, П4, П5, П7, П9, $\mu \rightarrow \text{П6}$, $9 \rightarrow \text{Па}$, $8 \rightarrow \text{Пб}$, $4 \rightarrow \text{Пс}$, $3 \rightarrow \text{Пд}$. Нажать С/П (не нажимая В/О). Через 50 с будут получены значения радиусов кривизн, выраженные в тех же единицах, что и $|f'|$: $\text{П4} \rightarrow r_2$, $\text{ПЗ} \rightarrow r_3$, $\text{П2} \rightarrow r_4$, $\text{П1} \rightarrow r_5$. Заданные в первой части значения $|f'|$, $\bar{\alpha}_4$, e^2 и $\bar{d}_1$, а также вычисленные величины $\bar{h}_2$, A , B , $\bar{\alpha}_3$ и $\bar{\alpha}_5$ не сохраняются.

Пример: $|f'| = 1000$, $e^2 = 1,25$, $n = -1,52$ ($\mu = -6,5789473 - 01$), $\bar{\alpha}_4 = -0,5$, $\bar{d}_1 = -0,85$. В ходе расчета по первой части программы получаем $\bar{\alpha}_3 = -1,1805831$, $\bar{\alpha}_5 = -1,2407683$, а после завершения второй

части программы получаем $r_2 = -98,177$, $r_3 = -60,256$, $r_4 = -56,278$, $r_5 = -88,039$.

Окончательный расчет требует учета реальных толщин линз и оптимизации. Следует иметь в виду, что, исправляя сферическую aberrацию и кому, двухлинзовый корректор существенно увеличивает астигматизм и кривизну поля. Для исправления кривизны поля можно использовать линзу Пиацци-Смита (см. § 5.5).

§ 8.3. Афокальный двухлинзовый корректор сферической aberrации и комы к произвольной двухзеркальной системе

Сферическая aberrация и кома произвольной двухзеркальной системы выражается формулами (6.38) и (6.39). Если коэффициенты ΣI_{1+2} и ΣII_{1+2} известны, то aberrации могут быть исправлены бесконечно тонким афокальным двухлинзовым корректором. Для этого необходимо приравнять нулю выражения этих aberrаций для системы двухзеркального телескопа с двухлинзовым корректором:

$$\begin{cases} \text{сф. aberrация} & \Sigma I = P_1 + h_2 P_2 + h_3 \sum_{i=3}^6 P_i = 0, \\ \text{кома} & \Sigma II = -W_1 - W_2 + h_2 S_2 P_2 - \sum_{i=3}^6 W_i + h_3 S_3 \sum_{i=3}^6 P_i. \end{cases} \quad (8.7)$$

Первые члены формул (8.7) являются коэффициентами сферической aberrации и комы зеркальной системы:

$$\begin{cases} P_1 + h_2 P_2 = \Sigma I_{1+2}, \\ -W_1 - W_2 + h_2 S_2 P_2 = \Sigma II_{1+2}. \end{cases} \quad (8.8)$$

После довольно громоздких преобразований получаем следующую последовательность формул расчета бесконечно тонкого двухлинзового афокального корректора (обозначения d_1 , β и q те же, что и в § 6.2):

$$\bar{h}_2 = q, \quad \bar{d}_1 = -\beta(1 - q), \quad \bar{h}_3 = q - \bar{d}_2, \quad \mu = 1/n, \quad (8.9)$$

$$\begin{cases} p = \frac{\Sigma I_{1+2}}{\bar{h}_3}, \\ s = -\Sigma II_{1+2} - \left[\bar{d}_1 - \frac{\bar{d}_2}{\bar{h}_2} (\bar{d}_1 + 1) \right] p, \end{cases} \quad (8.10)$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{1+2\mu} \left[(2+\mu)(1+\bar{\alpha}_5) - (1-\mu^2) \frac{p}{s} \right], \\ B = \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{1}{1-\bar{\alpha}_5} s, \end{cases} \quad (8.11)$$

$$\bar{\alpha}_4 = \frac{1}{2}(A-B), \quad \bar{\alpha}_6 = \frac{1}{2}(A+B). \quad (8.12)$$

Радиусы кривизны поверхностей линз корректора должны быть вычислены по формуле (8.6), где вместо высоты h_2 надо подставить значение $\bar{h}_3$. Величины $\bar{h}_2$, $\bar{h}_3$, $\bar{d}_1$ и $\bar{d}_2$ пояснены рисунком 8.3, $\bar{\alpha}_4$ и $\bar{\alpha}_6$ — углы наклона первого вспомогательного луча в телах коррекционных линз, изготовленных из стекла с показателем преломления

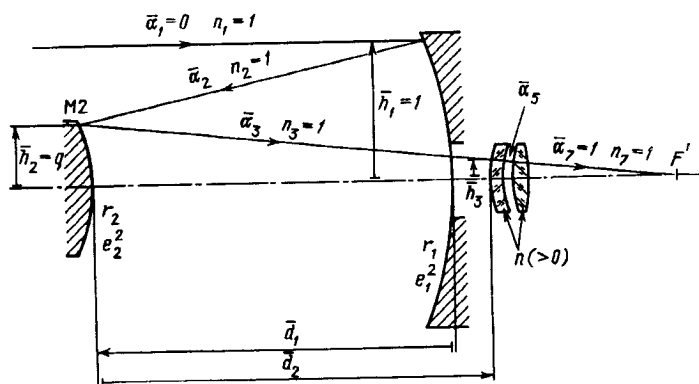


Рис. 8.3. К расчету двухлинзового корректора к произвольной двухзеркальной системе

n ($n > 0$), величины p , s , A и B являются вспомогательными, черточки над символами обозначают, что эти величины являются «приведенными», т.е. продольные величины выражены в единицах $f'_{\text{ЭКВ}}$, поперечные — в единицах $h_1 = D/2$ (D — диаметр главного зеркала), угловые — в единицах угла наклона α_7 последнего луча. Расчет корректора может быть выполнен на микрокалькуляторе МК-52 по программе 8.2.

Программа 8.2

Расчет бесконечно тонкого двухлинзового афокального корректора сферической aberrации и комы к произвольному двухзеркальному телескопу

ИП4, ИПс, ИПе, —, П9, ÷, П0, ИПд, 1, +, ИПе, ×, ИПс, ÷, ИПд, —, ×, ИП5, —, Па, 1, ИП8, —, 1, ИП8, +, ÷, 1, ИП2, —, ÷, ×, Пб, 2, ИП8, +, 1, ИП2, +, ×, 1, ИП8, Fx^2 , —, ИП0, ×, ИПа, ÷, —, 1, ИП8, 2, ×, +, ÷, Па, ИПб, +, 2, ÷, П1, ИПа, ИПб, —, 2, ÷, П3, ИП6, ИП9, ×, Пе, ИП8, П6, С/П, КИПб, КИПа, —, КИПб, КИПс, ×, КИПа, КИПд, ×, —, ÷, ИПе, ×, КПс, ИПа, 1, —, Па, 1, —, Пб, ИПс, 1, —, Пс, 1, —, Пд, $Fx < 0,74$, С/П.

Программа выполняется в два этапа. Засылки для первого этапа: aberrации исходной системы и ее конструктивные параметры

$\Sigma I_{1+2} \rightarrow \text{П4}$, $\Sigma II_{1+2} \rightarrow \text{П5}$, $f' \rightarrow \text{П6}$, $q = \bar{h}_2 \rightarrow \text{Пс}$, $\bar{d}_1 \rightarrow \text{Пd}$, расстояние корректора от вторичного зеркала $\bar{d}_2 \rightarrow \text{Пе}$, величина, обратная показателю преломления линз корректора, $\mu = 1/n \rightarrow \text{П8}$, угол $\bar{\alpha}_5 \rightarrow \text{П2}$. Через 25 с счета микрокалькулятор остановится. Тогда заслать +1 в П7, П9, П4, П5, П0 и 9 $\rightarrow \text{Па}$, 8 $\rightarrow \text{Пб}$, 4 $\rightarrow \text{Пс}$, 3 $\rightarrow \text{Пd}$ и, не нажимая В/О, нажать С/П. Через 50 с получим $\text{П4} \rightarrow r_3$, $\text{П3} \rightarrow r_4$, $\text{П2} \rightarrow r_5$, $\text{П1} \rightarrow r_6$.

П р и м е р : двухзеркальная система с $f'_{\text{экв}} = +10000$, $q = 0,3$, $\bar{d}_1 = -0,14$, $\Sigma I_{1+2} = 0,01398$, $\Sigma II_{1+2} = 0,186$. Для корректора выберем $\bar{d}_2 = 0,25$, $n = 1,52$, $\bar{\alpha}_5 = 0,5$. В ходе вычислений получаем $\bar{\alpha}_4 = 2,1005097-01$, $\bar{\alpha}_6 = 2,3214024-01$, $r_3 = -381,947$, $r_4 = -1438,670$, $r_5 = -1766,943$, $r_6 = -401,964$.

* * *

Общее замечание к § 8.2 и 8.83: для расчета оптимального корректора целесообразно выполнить расчет ряда систем и выбрать такое положение корректора и такой угол первого вспомогательного луча в промежутке между линзами, чтобы линзы имели минимальные кривизны $\rho_i = 1/r_i$.

§ 8.4. Общая теория корректора с асферическими пластинками

Пусть мы имеем произвольную двухзеркальную систему, отягощенную аберрациями, коэффициенты которой выражены формулами (6.38—6.43). Поместим в сходящемся пучке, вблизи фокуса F' , i коррекционных асферических пластинок P_i типа пластинок Шмидта, расположенных на расстояниях d_{Γ_i} от вершины вторичного зеркала

M2 или на расстояниях g_i от главного фокуса F' системы. (Для простоты на рис. 8.4,а изображена только одна пластинка P). Перенесем изображения пластинок в пространство предметов. Эти изображения будут на расстояниях $d_{\Gamma_i}^*$ от вершины главного зеркала. Построим

диаграмму Бёрча такой системы (рис. 8.4,б). Используя правило Бёрча (см. § 3.8), определим положения пластинок диаграммы Бёрча d_{S1}^* , d_{C1}^* — главного зеркала, d_{S2}^* , d_{C2}^* — вторичного зеркала, $d_{\Gamma_i}^*$ — коррекционных пластинок в пространстве предметов и их силы («массы») K_{S1} , K_{C1} , K_{S2}^* , K_{C2}^* и Γ_i^* , необходимые для исправления аберраций. Будем выражать все линейные величины в единицах абсолютной величины фокусного расстояния главного зеркала ($|f'_1| = |-\beta f'_{\text{экв}}/f'_1| = +1$), а силы пластинок — в единицах силы пластинки

surf-lam главного зеркала ($\bar{K} = K/\tilde{K}_{S1}$), т.е. будем считать $\bar{K}_{S1} = 1$. Такое масштабирование будем обозначать черточками сверху.

Легко показать, что расстояние изображения P^* пластинки в пространстве изображений от вершины главного зеркала составляет

$$\bar{d}_r^* = \frac{q - \bar{g}}{\beta q \bar{g}} + \frac{1 - q}{q}. \quad (8.13)$$

Здесь

$$\bar{g} = g/|f_1'|, \quad (8.14)$$

g — расстояние $PF'_{\text{экв}}$ от реальной пластинки P до фокуса $F'_{\text{экв}}$ системы (рис. 8.4, а), β и q — конструктивные параметры двухзеркальной системы (см. § 6.2).

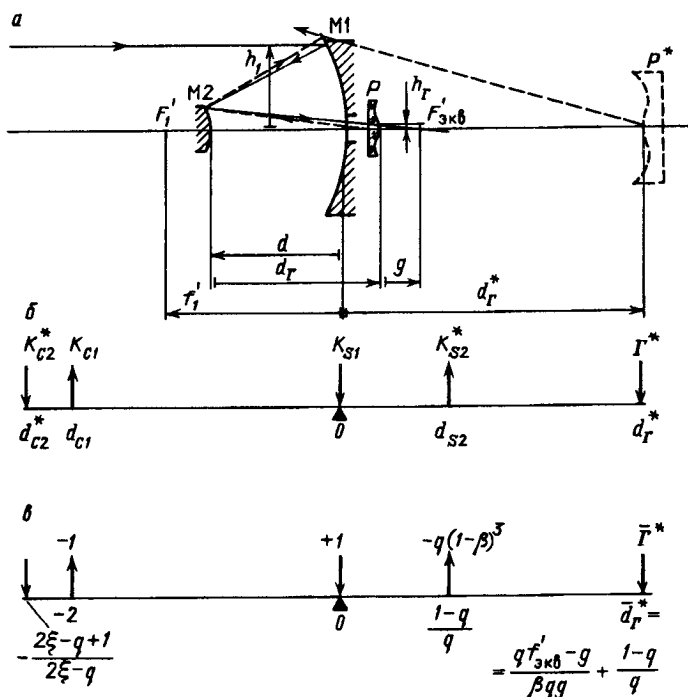


Рис. 8.4. Двухзеркальная система с афокальной коррекционной пластинкой P , ее изображение P^* в пространстве предметов (а) и диаграмма пластинок Бёрча в натуральном масштабе (б) и при масштабировании, где принято $f_1' = 1$ и $K_{S1} = 1$ (в)

Введем еще один параметр

$$\xi = \frac{\bar{r}_2}{\bar{r}_1} = \frac{f_2'}{f_1'} = \frac{q}{1 - \beta}. \quad (8.15)$$

Краевой луч, входящий в систему параллельно оптической оси, пересечет пластинку на высоте

$$h_T = g/2V. \quad (8.16)$$

Тогда, в общем случае, формулы (6.34), описывающие диаграмму пластинок Бёрча для двухзеркальной оптической системы, примут вид

$$\begin{cases} d_{S1} = 0, & K_{S1} = A = e_1^2, \\ \bar{d}_{C1} = -2, & K_{C1} = -1, \\ \bar{d}_{S2}^* = \frac{1-q}{q}, & K_{S2}^* = B = -q(1-\beta)^3 e_2^2, \\ \bar{d}_{C2}^* = -\frac{2\xi - q + 1}{2\xi - q}, & K_{C2}^* = \frac{q^2(2\xi - q)^2}{\xi^3}. \end{cases} \quad (8.17)$$

Здесь A и B — силы пластинок $S1$ и $S2^*$.

Система уравнений, аналогичная системе (6.36') и выражающая сферическую aberrацию, кому, кривизну поля (или астигматизм) и дисторсию для двухзеркальной системы с двумя коррекционными пластинками с входным зрачком на главном зеркале, будет

$$\begin{cases} A + B + \Gamma_1^* + \Gamma_2^* = \bar{P}, \\ -\frac{1-q}{q} B + d_{\Gamma_1}^* \Gamma_1^* + d_{\Gamma_2}^* \Gamma_2^* = \bar{Q}, \\ \left(\frac{1-q}{q}\right)^2 B + d_{\Gamma_1}^{*2} \Gamma_1^* + d_{\Gamma_2}^{*2} \Gamma_2^* = \bar{R} + 2\frac{1-\beta-q}{q}, \\ -\left(\frac{1-q}{q}\right)^3 B + d_{\Gamma_1}^{*3} \Gamma_1^* + d_{\Gamma_2}^{*3} \Gamma_2^* = \bar{S}. \end{cases} \quad (8.18)$$

(Примечание: если мы хотим исправить вместо кривизны поля астигматизм, то в правой части третьего уравнения член $2(1-\beta-q)/q$ следует изъять). В (8.18) введены вспомогательные величины

$$\begin{cases} \bar{P} = 1 - \frac{q^2(2\xi - q)^2}{\xi^3} = 1 - q(1-\beta)(1+\beta)^2, \\ \bar{Q} = -2 + \frac{q^2(2\xi - q + 1)(2\xi - q)}{\xi^3} = \\ = 2 + \{1 + [q - \beta(1-q)]\}(1-\beta^2), \\ \bar{R} = 4 - \frac{q^2(2\xi - q + 1)^2}{\xi^3} = 4 - \frac{1 + q[1 - \beta(1-q)]}{q}(1-\beta), \\ \bar{S} = \frac{2\xi - q + 1}{\xi^3(2\xi - q)} [4\xi^2 - q^2(2\xi - q + 1)^2], \end{cases} \quad (8.19)$$

которые легко получаются из формул (6.38) — (6.43).

Расчет величин $\bar{P}$, $\bar{Q}$, $\bar{R}$ и $\bar{S}$ может быть выполнен на микрокалькуляторах МК-52, МК-54 и МК-56 по программе 8.3.

Программа 8.3

Расчет вспомогательных величин $\bar{P}$, $\bar{Q}$, $\bar{R}$, $\bar{S}$ и члена $2(1 - \beta - q)/q$ в уравнениях (8.18)

1, ИП1, 1, ИП2, —, ÷, ПЗ, 2, ×, ИП1, —, П4, Fx^2 , ИП1, ИПЗ, ÷, Fx^2 , ИПЗ, ÷, П5, ×, —, Па, ИПЗ, 2, ×, 1, +, ИП1, —, П6, ИП4, ×, ИП5, ×, 2, —, Пб, 4, ИП5, ИП6, Fx^2 , ×, —, Пс, 2, ИПЗ, ×, ИП1, ÷, Fx^2 , ИП6, Fx^2 , —, ИП5, ×, ИП6, ×, ИП4, ÷, Пд, 1, ИП1, —, ИП2, —, ИП1, ÷, 2, ×, П0, С/П

Предварительные засылки: $q \rightarrow \text{П1}$, $\beta \rightarrow \text{П2}$. Получаемые результаты читаем из регистров $\text{ПЗ} \rightarrow \xi$, $\text{Па} \rightarrow \bar{P}$, $\text{Пб} \rightarrow \bar{Q}$, $\text{Пс} \rightarrow \bar{R}$, $\text{Пд} \rightarrow \bar{S}$, дополнительное слагаемое $\text{П0} \rightarrow 2(1 - \beta - q)/q$. Время расчета около 23 с.

Пример: $q = 0,3$, $\beta = 0,2$; результаты: $\xi = 3,75-01$, $\bar{P} = 6,544-01$, $\bar{Q} = -8,864-01$, $\bar{R} = 4,117335-01$, $\bar{S} = 22,808177$, $2(1 - \beta - q)/q = 3,3333332$.

Решая систему (8.18), мы найдем величины A и B и силы («массы») изображений пластинок Γ_1^* и Γ_2^* в пространстве предметов. Квадраты эксцентриситетов зеркал будут

$$e_1^2 = A, \quad e_2^2 = -B\xi^3/q^4. \quad (8.20)$$

Из системы уравнений (8.18) мы вправе взять все четыре при условии, что применяем две коррекционные пластинки. Мы можем использовать любые три (применяя только одну коррекционную пластинку и считая $\Gamma_2^* = 0$). При этом, используя первое, второе и третье уравнения (без упомянутого второго слагаемого в третьем уравнении), мы получим анастигмат; используя все четыре уравнения, получим апланат, свободный от кривизны поля и дисторсии.

От сил Γ_i^* изображений коррекционных пластинок в пространстве предметов надо перейти к их реальным силам Γ_i в пространстве изображений и к профилю x_i каждой из них:

$$\Gamma_i = \frac{1}{32\beta_{\text{эКВ}}^3 f'^3} \left(\frac{1}{g_i} \right)^4 \bar{\Gamma}_i^*, \quad (8.21)$$

$$x_i = A_i \left(\frac{y}{h_{\Gamma_i}} \right)^4 = \frac{\Gamma_i}{n' - n} \left(\frac{y}{h_{\Gamma_i}} \right)^4. \quad (8.22)$$

Однако такой профиль не обеспечивает минимальный хроматизм. Поэтому подобно тому, как это решается для камеры Шмидта (см. гл. 9), необходимо придать ретушированной поверхности кор-

рекция пластинки некоторую кривизну в вершине (см. гл. 9), и уравнение ее поверхности будет

$$x = A_1 \left(\frac{y}{h} \right)^2 + A_2 \left(\frac{y}{h} \right)^4, \quad (8.23)$$

где

$$A_1 = \frac{2}{3} \frac{\Gamma}{n-1} h_\Gamma^4, \quad A_2 = -\frac{\Gamma}{n-1} h_\Gamma^4. \quad (8.23')$$

Остающиеся аберрации высших порядков следует устранять методами оптимизации, увеличивая число членов в полиноме (8.23).

Алгоритм расчета будет следующий:

1. Задаем конструктивными параметрами системы $f'_{\text{экв}}$, D , $h_1 = D/2$, $\forall = f'_{\text{экв}}/D$, β , q , расстоянием g от коррекционной пластинки до фокуса системы, показателем преломления n стекла, из которого она изготовлена.

2. Используя формулы (6.12)–(6.16) или программу 6.2, находим r_1 , r_2 , d , s'_2 , Δ . По формулам (8.14) и (8.15) определяем значения $\bar{g} = g/|f'_{\text{экв}}|$ и ξ ; по формуле (8.16) находим h_Γ .

3. По формулам (8.19) или программе 8.3 находим значения вспомогательных величин $\bar{P}$, $\bar{Q}$, $\bar{R}$, $\bar{S}$, $(1-q)/q$, а по формуле (8.13) величину d_Γ^* .

4. Составляем систему уравнений (8.18). Решая ее, находим $e_1^2 = A$, $e_2^2 = -B\xi^3/q^4$, Γ_i^* .

5. По формуле (8.21) вычисляем оптические силы Γ_i реальных пластинок.

6. По формуле (8.23) определяем коэффициенты полинома (в форме (1.32)), описывающие профиль каждой из коррекционных пластинок.

7. На большой ЭВМ выполняем контрольный расчет хода лучей через систему и ее оптимизацию.

В принципе возможно использование трех коррекционных пластинок, обеспечивающих получение анастигмата с плоским полем и с исправленной дисторсией. Однако юстировка таких систем крайне сложна и поэтому они распространения не получили.

§ 8.5. Асферический корректор главного фокуса двухзеркального телескопа (корректор к отдельному гиперболическому зеркалу)

В универсальных двухзеркальных телескопах желательно иметь достаточно светосильную систему, которую может обеспечить главный фокус. Качество изображений при этом должно быть высоким. Система Ричи–Кретьена с гиперболическим главным зеркалом не может дать хорошие изображения в фокусе главного зеркала; необходим корректор. Квадрат эксцентриситета главного зеркала e_1^2 , как пра-

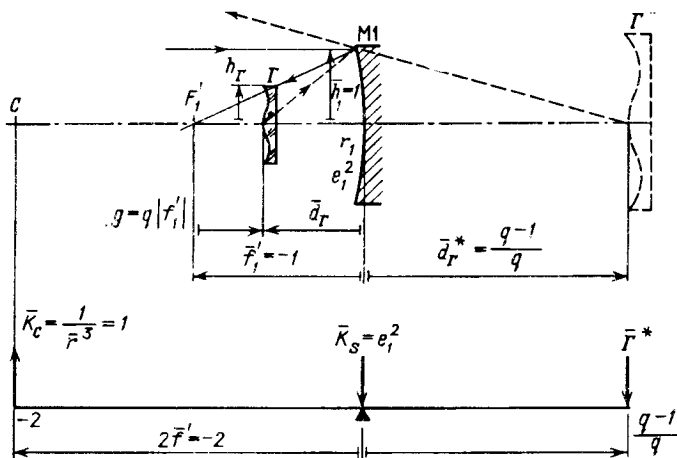


Рис. 8.5. Коррекционная пластинка P перед главным фокусом зеркала $M1$ и диаграмма Бёрча

вило, определен требованиями вторичного фокуса (Кассегрен, Ричи—Кретъен или квази-Ричи—Кретъен). Если в главном фокусе используется одна асферическая коррекционная пластинка Γ , установленная на расстоянии g от главного фокуса зеркала $M1$ (рис. 8.5), то апланатическое решение дается условием, вытекающим из диаграммы Бёрча:

$$\begin{cases} \text{сферическая aberrация } \Sigma I = \bar{K}_S e_1^2 + K_C + \Gamma^* = 0, \\ \text{кома } \Sigma II = d_C K_C + \frac{q-1}{q} \Gamma^* = 0. \end{cases} \quad (8.24)$$

Введем условия масштабирования. Примем фокусное расстояние главного зеркала $f'_1 = 1$, а оптическую силу Γ^* пластинки в пространстве предметов будем выражать в единицах оптической силы пластинки Шмидта в классической системе Шмидта с зеркалом того же радиуса кривизны и обозначить это черточкой сверху. Тогда

$$\bar{K}_S = e_1^2, \quad \bar{K}_C = -1, \quad \bar{d}_\Gamma^* = (q-1)/q,$$

где $q = g/|f'_1|$ — степень экранирования осевого пучка корректором. Система уравнений (8.24) запишется в виде

$$\begin{cases} e_1^2 - 1 + \bar{\Gamma}^* = 0, \\ -2 + \frac{q-1}{q} \bar{\Gamma}^* = 0. \end{cases} \quad (8.25)$$

Из первого уравнения системы (8.25) следует, что для исправления сферической aberrации главного зеркала сила («масса») изоб-

ражения коррекционной пластинки в пространстве предметов должна быть

$$\bar{\Gamma}^* = 1 - e_1^2. \quad (8.26)$$

Из второго уравнения системы (8.25) находим необходимое положение коррекционной пластинки, обеспечивающее получение апланатизма:

$$g = \frac{e_1^2 - 1}{e_1^2 + 1} |f_1'|. \quad (8.27)$$

Отрезок g отсчитывается от фокуса F_1' главного зеркала (см. рис. 8.5). В данном случае эта величина не является произвольной. Далее находим параметр q , определяющий степень центрального экранирования зеркала пластинкой (без учета поля),

$$q = g/|f_1'| = \bar{h}_\Gamma \quad (8.28)$$

и высоту h_Γ краевого луча на пластинке

$$h_\Gamma = qD_1/2. \quad (8.29)$$

Так как реальная пластинка должна стоять в реальном ходе лучей, то должно быть $q > 0$. Из уравнения (8.27) следует, что апланат может быть получен только в том случае, если корректируемое зеркало является гиперболоидом. Используя правило (3.38) переноса пластинок из одного пространства в другое, находим, что сила («масса») реальной пластинки в пространстве изображений, выраженная в указанном выше масштабе, должна быть

$$\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}^*(d_\Gamma^*/d_\Gamma)^4.$$

Используя формулу (4.18), получим $d_\Gamma^*/d_\Gamma = 1/q$ и

$$\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}^*(1/q)^4 = (1 - e_1^2)/q^4. \quad (8.30)$$

Переходя к реальной пластинке, получим ее силу:

$$\Gamma = \bar{\Gamma}/(8f_1'^3) = \frac{1 - e_1^2}{8f_1'^3} \frac{1}{q^4}. \quad (8.31)$$

Уравнение профиля коррекционной пластинки будет

$$x = -\frac{\Gamma}{4(n' - n)} y^4. \quad (8.32)$$

Учитывая (1.35), получим следующее значение коэффициента A_2 полинома (1.32), описывающего профиль пластинки:

$$A_2 = -\frac{e_1^2 - 1}{512(n-1)} D_1 \left| \frac{D_1}{f'_1} \right|^3, \quad (8.32')$$

где e_1^2 — квадрат эксцентриситета главного зеркала, D_1 — его диаметр, а $|D_1/f'_1|$ — относительное отверстие. При этом считается $n > 1$ (хотя на самом деле коррекционная пластинка стоит в пучке лучей, идущих справа налево). Остальные коэффициенты полинома (1.32) равны нулю. Необходимо, чтобы коррекционная пластинка вносила минимальный хроматизм. Это будет обеспечено, если мы придадим ее ретушированной поверхности (как и в случае камеры Шмидта) некоторую общую кривизну. Уравнение профиля коррекционной пластинки будет

$$x = A_1 \left(\frac{y}{h_T} \right)^2 + A_2 \left(\frac{y}{h_T} \right)^4, \quad (8.33)$$

где

$$A_1 = -\frac{2}{3}A_2, \quad A_2 = \frac{e_1^2 - 1}{512(n-1)} D_1 \left| \frac{D_1}{f'_1} \right|^3. \quad (8.33')$$

Расчет коэффициентов A_1, A_2 , расстояния коррекционной пластинки от фокуса и ее светового диаметра $2h_T$ (для нулевого поля) может быть выполнен на любом программируемом микрокалькуляторе по программе 8.4.

Программа 8.4

Расчет коэффициентов A_1, A_2 , расстояния g коррекционной пластинки от фокуса и ее светового полуперпендикуляра h_T к гиперболическому зеркалу для получения апланатического изображения

ИПа, 1, —, П5, ИПа, 1, +, ÷, П1, ИП6, ×, Пд, ИП1, ИПс, ×, 2, ÷, П9, ИП5, 5, 1, 2, ÷, 1, ИП4, —, ÷, ИПс, ×, ИПс, ИП6, ÷, ПЗ, Fx², ИПЗ, ×, ×, П8, 2, ×, 3, ÷, 1—1, П7, С/П

Первоначальные засылки: $|f'_1| \rightarrow \text{П6}$, $n \rightarrow \text{П4}$, $e_1^2 \rightarrow \text{Па}$, $D_1 \rightarrow \text{Пс}$. Результаты получаются: $\text{Пд} \rightarrow g$, $\text{П7} \rightarrow A_1$, $\text{П8} \rightarrow A_2$, $\text{П9} \rightarrow h_T$.

Пр и м е р: $|f'_1| = 1000$, $D_1 = 200$, $e_1^2 = 1,25$, $n = 1,52$. В результате расчета (примерно через 15 с) получаем $g = 111,11111$, $h_T = 11,111111$, $A_1 = 1,0016025-03$, $A_2 = -1,5024038-03$.

Астигматизм такого апланата примерно в $e_1^2/(e_1^2 - 1)$ раз больше астигматизма зеркала без коррекционной пластинки.

Из формулы (8.27) следует, что корректор к параболическому зеркалу возможен только с использованием двух асферических пластинок. Это же относится и к получению анастигмата.

§ 8.6. Корректор вторичного фокуса двухзеркального телескопа с одной асферической коррекционной пластинкой.

Система квази-Ричи-Кретьена

Классическая система Ричи-Кретьена (см. § 6.6) является апланатом, т.е. она свободна от сферической аберрации и комы. Поле в ней ограничивается астигматизмом. Используя одну коррекционную асферическую пластинку, установленную перед фокусом Ричи-Кретьена, и слегка изменив степень асферичности главного и вторичного зеркал, можно исправить все три первые аберрации, т.е. получить анастигмат. Такая система называется системой квази-Ричи-Кретьена. Для этого надо решить систему, состоящую из первых трех уравнений (8.18), отбрасывая слагаемое $2(1 - \beta - q)/q$ в третьем из уравнений. Матрицу коэффициентов этой системы можно вычислить на микрокалькуляторах МК-52, МК-54 или МК-56 по программе 8.5, а обладатели МК-52 и блока БРП-3 могут вызвать из него программу решения системы трех уравнений с тремя неизвестными и получить значения A , B и $\bar{\Gamma}^*$.

Программа 8.5

Расчет матрицы коэффициентов первых трех уравнений системы (8.18) для получения двухзеркального анастигмата (квази-Ричи-Кретьена)

1, ИП1, 1, ИП2, —, ÷, ПЗ, 2, ×, ИП1, —, П4, Fx^2 , ИП1, ИП3, ÷, Fx^2 , ИП3, ÷, П5, ×, —, Па, 2, ИП3, ×, 1, +, ИП1, —, П9, ИП4, ×, ИП5, ×, 2, —, Пб, 4, ИП5, ИП9, Fx^2 , ×, —, Пс, 1, ИП1, —, ИП1, ÷, П5, ИП1, ИПd, ИП6, ÷, П8, —, ИП1, ÷, ИП2, ÷, ИП8, ÷, ИП5, +, П6, Fx^2 , ПЗ, 0, П4, П1, 1, П7, П8, П9, ИП5, Fx^2 , П2, С/П

Первоначальные засылки: $f'_{\text{ЭКВ}} \rightarrow \text{П6}$, $q \rightarrow \text{П1}$, $\beta \rightarrow \text{П2}$, $g \rightarrow \text{Пd}$. В результате расчета в регистрах П7, П8, П9, П4, П5, П6, П1, П2, и ПЗ размещается матрица левых частей системы (8.18), а в Па, Пб и Пс величины P , Q и R . Время счета около 25 с. Занесенные значения $f'_{\text{ЭКВ}}$, q и β не сохраняются.

Пример: $q = 0,3$, $\beta = 0,2$, $f'_{\text{ЭКВ}} = 10000$, $g = 500$. В результате расчета получается матрица

1	+1	+1	$\bar{P} = 0,6544$
0	+2,3333333	+85,666666	$\bar{Q} = -0,8864$
0	+5,4444444	+7338,7775	$\bar{R} = 4,117335-01$

Для решения полученной системы уравнений с помощью блока БРП-3 набираем адрес 1054691, включаем блок БРП-3 и нажимаем клавиши $A \uparrow$, $\uparrow \downarrow$, В/О, С/П. Через 25 с получаем результат решения системы первых трех уравнений (8.18): $\text{Па} \rightarrow A = 1,0466926$, $\text{Пб} \rightarrow B = -3,9264-01$, $\text{Пс} \rightarrow \bar{\Gamma}^* = 3,4739301-04$. В ходе решения системы матрица в памяти не сохраняется. Квадраты эксцентриситета зеркал e_1^2 и e_2^2 , а также коэффициенты полинома, представляющие профиль коррекционной пластинки, могут быть определены по формулам

(8.20), (8.23) и (8.23') или с использованием программы 8.6, пригодной для любого программируемого микрокалькулятора.

Программа 8.6

Расчет квадратов эксцентриситета e_1^2 и e_2^2 и коэффициентов полинома, описывающих профиль коррекционной пластинки для анастигмата типа квази-Ричи-Кретьена

1, ИП1, 1, ИП2, —, ÷, ПЗ, ИП1, ÷, П7, Fx^2 , ИП7, ×, ИП1, ÷, ИПб, ×, |—|, Пб, ИПс, ИП2, ИП6, ×, П8, Fx^2 , ÷, ИП8, ÷, 3, 2, ÷, Пс, ИПд, ИП6, ÷, П5, Fx^2 , Fx^2 , ÷, Пс, ИП9, ИП5, ×, Fx^2 , Fx^2 , ×, 1, ИП4, —, ÷, П8, 2, ×, 3, ÷, |—|, П7, С/П

Первоначальные засылки: $f'_{\text{экр}} \rightarrow \text{П6}$, $q \rightarrow \text{П1}$, $\beta \rightarrow \text{П2}$, $n \rightarrow \text{П4}$, $H_1 = D_1/2 \rightarrow \text{П9}$, $g \rightarrow \text{Пд}$; величины A , B и $\bar{\Gamma}^*$, полученные в результате решения системы уравнений (18.8) по программе 8.5 должны быть сохранены соответственно в Па, Пб и Пс. Результаты расчета (через 18 с): Па $\rightarrow e_1^2$, Пб $\rightarrow e_2^2$, П7 $\rightarrow A_1$, П8 $\rightarrow A_2$. Величины B и $\bar{\Gamma}^*$ в памяти не сохраняются.

Продолжим предыдущий пример: $q = 0,3$, $\beta = 0,2$, $f'_{\text{экр}} = 10000$, $H_1 = 500$, $g = 500$, $n = 1,52$. Величины $\bar{P}$, $\bar{Q}$ и $\bar{R}$ сохраняются с предыдущего расчета. В результате расчета имеем $e_1^2 = 1,0466926$, $e_2^2 = 2,55625$, $A_1 = 1,0873424-04$, $A_2 = -1,6310142-04$.

Ланди-Десси с сотрудниками (Landi Dessy J., Puch A., Simon J.M. [1967]) показал, что использование двух коррекционных пластинок позволяет получить апланат с плоским полем и с исправленной дисторсией.

§ 8.7. Корректор астигматизма для классической системы Ричи-Кретьена

Корректор во вторичном фокусе телескопа Ричи-Кретьена должен исправить только астигматизм и кривизну поля. Теория и методика расчета такого корректора были независимо разработаны Д.Д. Максutowым (приблизительно 1958 г., не опубликовано) и Гаскойне (Gascoigne S.C.B. [1965]).

Пусть звезда S (рис. 8.6) находится на угловом расстоянии w от оптической оси. К фокальной плоскости от нее сходится узкий астигматический пучок лучей. Необходимо, чтобы для этого пучка лучей меридиональная и сагиттальная оптические силы корректора были разными, т.е. чтобы он играл роль, подобную цилиндрической или тороидальной линзе—своей для каждого пучка. Это может быть получено с помощью асферической пластинки, установленной на небольшом расстоянии от фокуса. Если она установлена на расстоянии d от фокуса и ее толщина меняется по закону

$$\Delta = b \frac{y^4}{4(n-1)}, \quad (8.34)$$

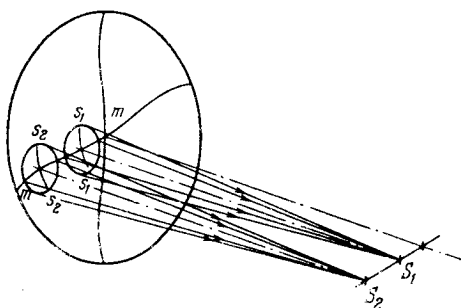


Рис. 8.6. Пояснение принципа исправления астигматизма в кассегреневском фокусе телескопа Ричи-Кретьена. Для пучков лучей, строящих изображения звезд S_1 и S_2 , меридиональные и сагитальные оптические силы корректора различны

то на расстоянии y от оптической оси она полностью эквивалентна цилиндрической линзе с оптическими силами $-by^2$ и $+3by^2$ и внесет астигматизм $-2by^2d$. Так как продольный астигматизм в схеме Ричи-Кретьена равен $Ky^2/f'_{\text{экр}}$, то для исправления его необходимо соблюдение условия

$$2bd^2 = K/f'_{\text{экр}}. \quad (8.35)$$

Д.Д. Максудов использовал следующий алгоритм расчета такой пластинки:

1. По формуле (6.82) определяем коэффициент астигматизма Σ_{III}_a системы Ричи-Кретьена, а по формуле $\Delta'_{sm} = f'_{\text{экр}} w^2 \Sigma_{III}_a$ (см. табл.2.1) находим продольный астигматизм Δ'_{sm} для полевого угла w .

2. Профиль коррекционной пластинки в форме (1.32) в первом приближении будет

$$x = -\Delta'_{sm} \frac{h^2}{8g^2(n' - 1)} \left(\frac{y}{h} \right)^4, \quad (8.36)$$

где g — расстояние коррекционной пластинки от фокуса системы, а h — высота в плоскости пластинки того краевого луча, который входит в систему под углом w .

3. Уточнение профиля должно быть достигнуто путем небольших вариаций численного значения коэффициента при $(y/h)^4$ и интерполяций. Такая пластинка очень мало влияет на сферическую aberrацию, но вносит небольшую кому. Кривизна поля может быть исправлена линзой Пиацци-Смита (см. § 5.5).

§ 8.8. Преобразователи фокусного расстояния

Разрешающая способность светоприемника должна быть согласована с размером изображения точечного объекта. Большие телескопы с большим фокусным расстоянием дают значительное пятно изображения, обусловленное остаточными aberrациями, ошибками изготовления, юстировки и, главным образом, атмосферными помехами. Для уменьшения его приходится применять *преобразователи (редукторы) фокусного расстояния*, хотя встречаются случаи, когда преобразователь используется для удлинения фокусного расстояния. С этого случая мы и начнем.

Простейшим преобразователем является окуляр. Он превращает телескоп в телескопическую афокальную систему, перенося изображение из фокальной плоскости объектива в бесконечность (см. рис. 1.3,б). Если немного выдвинуть окуляр наружу, то он перенесет изображение фокальной плоскости в сопряженную плоскость, находящуюся уже на конечном расстоянии. При этом относительное отверстие системы «объектив плюс окуляр» существенно уменьшается, а фокусное расстояние и масштаб изображения увеличивается. Такой способ преобразования фокусного расстояния называется *окулярным увеличением*. Оно применяется для демонстрации изображения Солнца на экране, фотографирования Луны и планет в любительских условиях. Чтобы получить хорошее изображение, применяют специальный окуляр или дополнительную специально рассчитанную отрицательную линзу Барлоу (Barlow P. [1828]). Расчет ее выполняется так, чтобы в заданной сопряженной плоскости получить нужное увеличение (этим определяется ее оптическая сила) при минимальной сферической aberrации (этим определяется разность кривизн Δr ее поверхностей, т.е. ее форма). Для устранения хроматизма она делается склеенной из двух компонентов.

По-видимому, первым эффективным преобразователем, укорачивающим фокусное расстояние, явилась камера Мейнела [1960]. Она укорачивает фокусное расстояние телескопа в 6–7 раз, тем самым значительно увеличивая его относительное отверстие. Длиннофокусный, крайне малосветосильный рефрактор или рефлектор в схеме Кассегрена становится эквивалентным светосильной камере того же диаметра. Камера Мейнела (рис. 8.7) содержит три основных элемента. Первым из них является установленная в кассегреновском фокусе телескопа линза поля, уменьшающая расхожимость полевых пучков, но не меняющая их апертуру. Ее диаметр равен линейному поперечнику поля телескопа. Она позволяет существенно уменьшить диаметр второго и третьего элементов. Смещение ее из фокуса телескопа вносит кому и хроматизм, который можно использовать для компенсации aberrаций телескопа и последующей камеры. Вторым элементом является объектив типа тессар, установленный в обратном ходе лучей. Он играет роль коллиматора. Сложная система, состоящая из питающего телескопа, полевой линзы и коллиматора, является телескопической. Это позволяет в промежуток между коллиматором и следующим за ним третьим элементом поставить те или иные вспо-

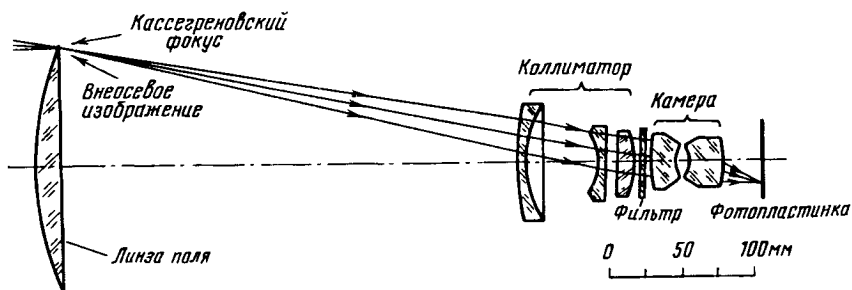


Рис. 8.7. Камера Мейнела [1960]. объектив камеры (типа суммикрон) показан схематически

могательные приборы, требующие для нормальной работы параллельных или слабо наклонных пучков. Третьим элементом является светосильный шестилинзовый объектив типа применяемого в микроскопах (но, конечно, значительно большего размера) с относительным отверстием 1:2.

Дальнейшее развитие преобразователи получили в связи с постройкой ряда крупных телескопов Ричи—Кретьена. Использование преобразователя во вторичном фокусе делает последний эквивалентным главному фокусу. Это весьма заманчиво, так как сразу снимает ряд конструктивных трудностей: отпадает необходимость в корректоре главного фокуса, размещения в нем наблюдателя и светоприемной аппаратуры. Кроме того, не нужно прибегать к технически сложной и трудной в эксплуатации смене вторичных зеркал для перехода от оптической схемы главного фокуса к вторичному фокусу Ричи—Кретьена или кудэ. Но для этого необходимо удовлетворение ряда требований:

1. Преобразователь должен оптически заменять главный фокус, обеспечивая адекватное поле и качество изображения во всем рабочем спектральном интервале.

2. Он должен использовать вторичное зеркало схемы Ричи—Кретьена. Это позволит обойтись всего двумя вторичными зеркалами: для фокусов Ричи—Кретьена и кудэ.

3. Преобразователь должен иметь минимальные габариты и вес с тем, чтобы его можно было легко устанавливать и снимать, чтобы он не требовал увеличения клиренса между подвижными и неподвижными узлами телескопа и чтобы положение фокальной плоскости было в удобном для работы месте, отстоящем недалеко от вторичного фокуса.

4. Он должен вносить минимальные светопотери, в том числе и в ультрафиолетовой области спектра.

Одновременное удовлетворение всех этих требований представляет технически сложную задачу. Различные типы корректоров можно классифицировать следующим образом:

1. Линзовые преобразователи. а) Преобразователи без использования промежуточного изображения (рис. 8.8, а). Системы эти сравнительно короткие, но требуют линз большо-

го диаметра и из-за большого остаточного хроматизма пригодны для работы лишь в узких спектральных интервалах с узкополосными фильтрами.

б) Преобразователи с использованием промежуточных изображений. В них обычно используются полевая линза и коллиматор, превращающие телескоп в афокальную систему. После нее установлена та или иная светосильная камера известного типа. Как правило, эти системы весьма длинные, требуют большого числа линз и так как они оборачивают изображение, то требуют значительно большей оптической силы и не в состоянии обеспечить очень

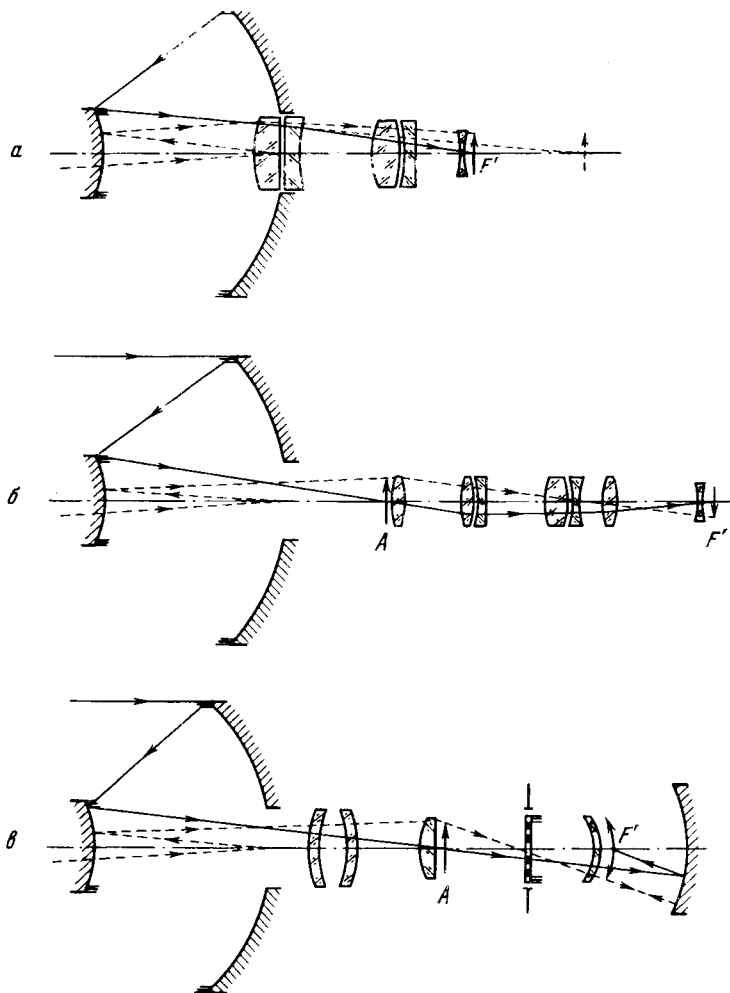


Рис. 8.8. Различные типы преобразователей фокусного расстояния. Линзовые преобразователи: без промежуточного изображения (а), с промежуточным изображением А (б), зеркально-линзовый (в). F' — фокус системы. Короткие черточки у краев поверхностей указывают на их ретушь (асферичность)

высокое качество изображений. К этому типу преобразователей относится рассмотренная выше камера Мейнела. Линзовый преобразователь Вильсона (Wilson R.N. [1971]) с использованием промежуточного изображения приведен на рис.8.8,б. В нем используется линза поля. Он не только преобразует абсолютную величину относительного отверстия от 1:8 к 1:3, но и переворачивает изображение; поэтому его оптическая сила почти в два раза превышает оптическую силу преобразователя без промежуточного изображения. Общая длина преобразователя Вильсона значительно превышает длину преобразователя, описанного выше, без промежуточного изображения. Число линз в нем на две больше, что увеличивает светопотери.

II. Зеркально-линзовые преобразователи. Ж. Куртес (Curtes G. [1964]) предложил зеркально-линзовый преобразователь (рис. 8.8,в) для фокуса Ньютона ($A = 1:5$) 1,93-метрового рефлектора обсерватории Верхний Прованс (Франция). Как и в преобразователе Мейнела, здесь используются линза поля и коллиматор, но применена зеркально-линзовая камера. Преобразователь укорачивает фокусное расстояние в пять раз и увеличивает диаметр поля до $1^{\circ}12'$. Диаметр изображений на краю такого поля составляет 0,040 мм. Р. Вильсон разработал преобразователь, в котором часть оптической системы помещена перед промежуточным изображением, что позволяет независимо контролировать астигматизм и поперечный хроматизм. Эта часть преобразователя играет роль корректора, исправляющего промежуточное изображение. Кассету можно устанавливать в промежуточном изображении или в фокальной плоскости укорачивающей камеры. Недостатком зеркально-линзовых преобразователей является трудность размещения светоприемной аппаратуры в пучке лучей. После линзы поля и коллиматора можно использовать камеру Шмидта или менисковую систему Максутава.

При расчете линзовых и зеркально-линзовых корректоров и преобразователей фокуса следует обращать внимание на возможность появления бликов. Блики могут образовываться при многократных отражениях от поверхностей линз или от поверхностей фотопластинки и одной из поверхностей линз. Особенно опасны блики, которые фокусируются вблизи гауссовой плоскости, или те, апертура которых очень маленькая. Они дают на фотопластинке ложные изображения. Расчет бликов выполняют, считая соответствующие поверхности зеркальными. Просветлением поверхностей линз можно снизить как светопотери, так и блики. Но просветление эффективно только в сравнительно узком спектральном интервале. Поэтому иногда приходится делать два сменных корректора или преобразователя, рассчитанных на разные участки спектра. Сужение рабочего диапазона длин волн уменьшает количество используемой энергии, а тем самым и эффективность телескопа. Применение линзового корректора или преобразователя фокусного расстояния оправдано, если неизбежные в них дополнительные светопотери компенсируются увеличением поля или ростом проникающей силы телескопа.

Глава 9

КАМЕРА ШМИДТА

§ 9.1. Идея камеры Шмидта

Весной 1929 г. Бернгард Шмидт решил проблему создания светосильного телескопа, свободного от сферической aberrации, комы и астигматизма и обладающего в силу этого большим полем (B. Schmidt [1931, 1932]). Идея Шмидта чрезвычайно проста и элегантна: параболическое зеркало имеет кому и астигматизм потому, что пучки лучей, падающие параллельно оптической оси и под углом к ней, не равноценны. Если вместо вогнутого параболического зеркала применить сферическое с входным зрачком, совмещенным с самим зеркалом, то оно также внесет кому и астигматизм. Но если входной зрачок установить в центре кривизны зеркала, то все широкие пучки лучей, падающие на сферическое зеркало, становятся совершенно равноправными и кома и астигматизм исчезают (рис. 9.1, *a*). Изображения

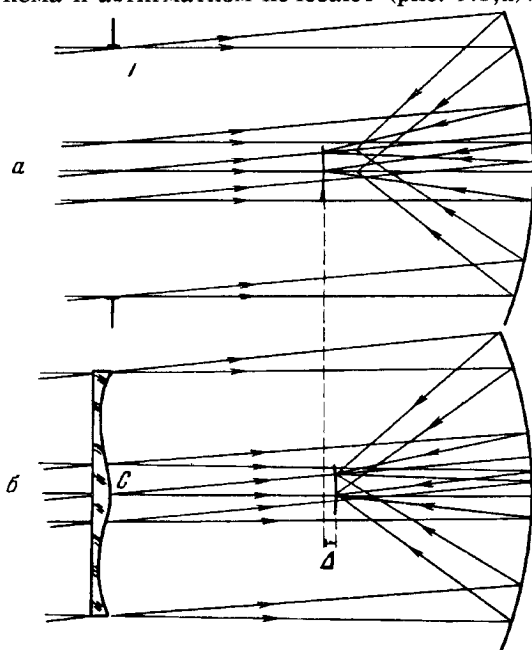


Рис. 9.1. Пояснение принципа камеры Шмидта

звезд по всему выпуклому полю, концентричному с зеркалом, будут совершенно одинаковыми, отягощенными только сферической аберрацией (см. § 4.3). Устранить ее можно, только деформировав волновой фронт в плоскости входной диафрагмы. Это введет минимальные нарушения симметрии пучков. Но в этой плоскости нет ничего, что можно было бы деформировать. Тогда Б. Шмидт поставил во входной зрачок плоское оптическое стекло и надлежащим образом ретушировал одну его поверхность (рис. 9.1, б). Это стекло называется *коррекционной пластинкой* или *пластинкой Шмидта*, а вся система — *камерой Шмидта* или *системой Шмидта*.

§ 9.2. Уравнение профиля сечения пластинки Шмидта

Центральная часть пластинки действует как слабая положительная линза, укорачивая фокусное расстояние лучей внутренних зон, внешняя часть — как слабая отрицательная линза (рис. 9.2), а некоторая средняя зона является нейтральной. В результате положение

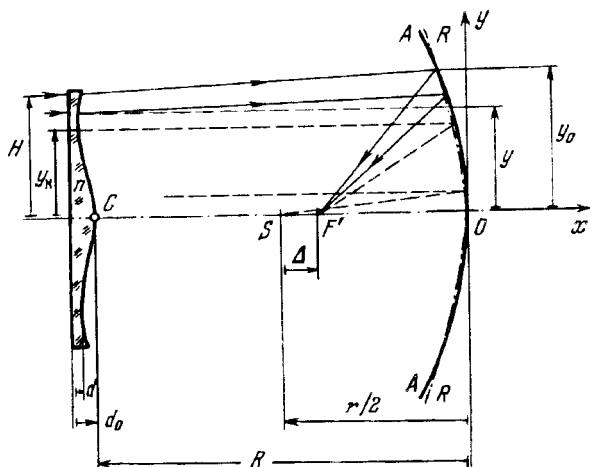


Рис. 9.2. Определение необходимого профиля пластинки; сплошными линиями — при наличии пластинки. Штрих-пунктиром показана референтная параболическая поверхность

фокусов лучей всех зон совмещается, сдвигаясь на величину Δ от первоначального положения фокуса параксиальных лучей, находящегося на расстоянии $r/2$ от вершины зеркала. Вершина выпуклой фокальной поверхности в камере Шмидта совмещена с фокусом лучей, прошедших через нейтральную зону u_N коррекционной пластинки, т.е. смещение Δ равно продольной сферической аберрации зеркала на зоне u_N . Сравним два зеркала: сферическое (на рис. 9.2 показано сплошной линией AOA) с фокусным расстоянием f' и параболическое (на рис. 9.2 показано штрих-пунктирной линией ROR) с фокусным

расстоянием f'_{Π} . Пусть вершины этих зеркал совмещены и обе поверхности пересекаются на зоне y_0 . Направим ось x вдоль оптической оси, ось y перпендикулярно ей в меридиональной плоскости. Начало координат O поместим в вершине зеркала. Уравнения меридиональных сечений сферы и параболоида соответственно будут (см. (1.22') и (1.22''))

$$x = \frac{y^2}{4f'} + \frac{y^4}{64f'^3} + \dots \quad (9.1)$$

и

$$x = \frac{y^2}{4f'_{\Pi}}. \quad (9.2)$$

Отступление Δx сферы от параболоида, касающегося его в вершине и пересекающегося с ним на зоне y_0 , с достаточной степенью точности будет

$$\Delta x = \frac{y^2}{4} \left(\frac{1}{f'_{\Pi}} - \frac{1}{f'} \right) - \frac{y^4}{64f'^3}. \quad (9.3)$$

Учитывая, что поверхности пересекаются на зоне $y = y_0$, т.е. что на ней $\Delta x = 0$, получим, что на произвольной зоне y

$$\Delta x = \frac{y^2 y_0^2 - y^4}{64f'^3}. \quad (9.3')$$

Именно это отступление вызывает появление разности хода и соответственно волновой сферической аберрации h'_y при отражении света от сферического зеркала:

$$h'_y = 2\Delta x = \frac{y^2 y_0^2 - y^4}{32f'^3}. \quad (9.4)$$

Выразим y и y_0 в долях полупоперечника $H = D/2$ коррекционной пластинки: $\bar{y} = y/H$ и $\bar{y}_0 = y_0/H$ и обозначим $\bar{y}_0^2$ через a : $\bar{y}_0^2 = a$. Параметр a определяет зону y_0 , на которой наша сфера пересекается с воображаемым параболоидом, описываемым уравнением (9.2). Тогда

$$h'_y = \frac{a\bar{y}^2 - \bar{y}^4}{512} A^3 D. \quad (9.4')$$

Эта аберрация должна быть компенсирована во входном зрачке путем ретуши коррекционной пластинки. Если пластинка изготовлена из стекла с показателем преломления n_0 , то профиль ее поверхности должен быть $x = -h'_y/(n' - n)$, т.е.

$$x = d - d_0 = -\frac{a\bar{y}^2 - \bar{y}^4}{512(n - n')} A^3 D, \quad (9.5)$$

где $n = 1$, $n' = n_0$, если ретуширована лицевая поверхность пластинки, и $n = n_0$, $n' = 1$, если ретуширована вторая поверхность пластинки, а начало координат помещено в центре ретушированной поверхности пластинки. На рис. 9.3 приведены (в утрированном виде) профили коррекционных пластинок при значениях $a = 0, 1, 1,5$ и 2 .

Нейтральная зона y_N располагается на поверхности коррекционной пластинки там, где касательная к кривой $x = f(y)$ параллельна оси y т.е. при $dx/dy = 0$. Дифференцируя (9.5), получим

$$\bar{y}_N = \sqrt{a/2}. \quad (9.6)$$

(Следует отметить, что в силу приближенности уравнения (9.5), условие (9.6) также является приближенным). При $a = 1,5$ нейтральная зона располагается на высоте $\bar{y}_N = 0,866$. В общем случае

$$y_N = 2\sqrt{-2f'\Delta} = \frac{H}{2}\sqrt{2a}. \quad (9.7)$$

§ 9.3. Хроматизм камеры Шмидта

Коррекционная пластинка слегка отклоняет падающий на зону $\bar{y}$ луч. Угол отклонения составляет

$$\vartheta = (n_0 - 1) \frac{d(d - d_0)}{dy} = \frac{4\bar{y}^3 - 2a\bar{y}}{256} A^3. \quad (9.8)$$

Линейное смещение в фокальной плоскости будет

$$\rho = \frac{2\bar{y}^3 - a\bar{y}}{128} A^3 f'. \quad (9.6)$$

Последнее справедливо для длины волны λ_0 , для которой был задан показатель преломления n_0 . Для другой длины волны показатель преломления будет n_1 . Для нее линейное смещение составит $\rho' = \rho(n_1 - 1)/(n_0 - 1)$, а разность смещений будет

$$\Delta\rho = \rho' - \rho = \frac{n_1 - n_0}{n_0 - 1} \rho = \frac{n_1 - n_0}{n_0 - 1} \frac{2\bar{y}^3 - a\bar{y}}{128} A^3 f'. \quad (9.9)$$

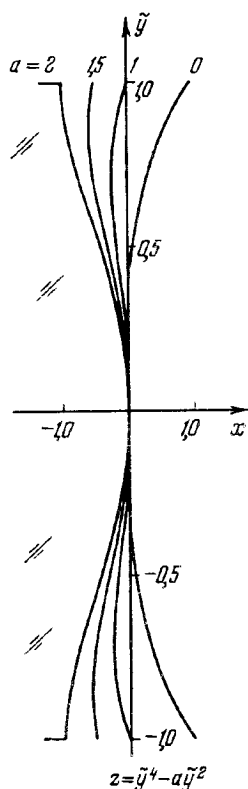


Рис. 9.3. Возможные профили коррекционных пластинок Шмидта при различных значениях параметра a . Профиль с $a = 1,5$ обеспечивает минимальный хроматизм камеры Шмидта, профиль с $a = 160$ наиболее легок в изготовлении

Это поперечная хроматическая aberrация камеры Шмидта. Она будет минимальна, если выбрать такое значение параметра a , которое для $0 \leq \bar{y} \leq 1$ обеспечивает минимальное значение абсолютной величины выражения $\kappa = 2\bar{y}^3 - a\bar{y}$. Последнее достигает экстремума при $dk/d\bar{y} = 6\bar{y}^2 - a = 0$, т.е. при $\bar{y}_m = \sqrt{a/6}$. Величина экстремума составляет $\kappa_m = -4/3 a \sqrt{a/6}$. На краю пластинки ($\bar{y} = 1$) $\kappa = \kappa_1 = 2 - a$. Наше требование будет удовлетворено, если будет $\kappa_m =$

$= -\kappa_1$ т.е. при $-\frac{2}{3}a \sqrt{\frac{a}{6}} = -2 + a$. В пределах $0 \leq \bar{y} \leq 1$ это уравнение имеет решение $a = 1,5$. Таким образом, профиль пластинки Шмидта, удовлетворяющий условию минимального хроматизма с точностью до членов шестого порядка, описывается уравнением

$$x = d - d_0 = \frac{\bar{y}^4 - \frac{3}{2}\bar{y}^2}{512(n-1)} A^3 D. \quad (9.5')$$

При $a = 1,5$ максимальное значение выражения $\bar{y}a - 2\bar{y}^3$ составляет 0,5. Поэтому максимальное значение остаточного хроматизма будет

$$\rho' - \rho = \frac{1}{256} DA^2 \frac{n_1 - n_0}{n_0 - 1}; \quad (9.9')$$

оно определяет предельно допустимые значения относительного отверстия A и фокусного расстояния f' , накладываемые хроматизмом камеры,

$$\begin{cases} A = 16 \sqrt{\frac{\Delta\rho}{D} \frac{n_0 - 1}{n - n_0}}, \\ f' = \frac{D^{3/2}}{16 \sqrt{\Delta\rho \frac{n_0 - 1}{n - n_0}}}. \end{cases} \quad (9.10)$$

где $\Delta\rho = \rho(\lambda_1) - \rho(\lambda_0)$ — радиус кружка рассеяния, вызванного хроматизмом камеры.

Рассмотрим систему Шмидта с $a = 1,5$. Пусть для длин волн λ_1 и λ_2 показатели преломления коррекционной пластинки соответственно равны n_1 и n_2 а для средней длины волны $n_0 = (n_1 + n_2)/2$. Тогда угловой и линейный диаметр кружка рассеяния, вызванного хроматической aberrацией, для которой выполнено (9.5), будет

$$2\rho(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{n_1 - n_2}{n_0 - 1} \frac{DA^2}{256}. \quad (9.11)$$

Если $n_0 = (n_1 + n_2)/2$, то

$$2\rho(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{n_1 - n_0}{n_0 - 1} \frac{DA^2}{128}, \quad (9.11')$$

где n_1 , n_2 и n_0 — показатели преломления материала коррекционной пластинки, отвечающие длинам волн λ_1 , λ_2 и λ_0 . Задаваясь допуском 2ρ , мы получили условие, ограничивающее рабочий диапазон (λ_1, λ_2) :

$$\begin{cases} n_{\lambda_1} = n_0 + 128 \frac{\sqrt{2}}{D} (n_0 - 1) 2\rho, \\ n_{\lambda_2} = n_0 - 128 \frac{\sqrt{2}}{D} (n_0 - 1) 2\rho. \end{cases} \quad (9.12)$$

При диаметре входного зрачка $D = 1000$ мм и относительном отворстии 1:4 спектральный диапазон практически не ограничен. Он лимитируется уже не хроматизмом камеры, а интервалом спектральной чувствительности светоприемника. Устранить хроматизм можно, используя *ахроматическую коррекционную пластинку*, склеенную из двух сортов стекла с ретушью двух наружных поверхностей.

§ 9.4. Монохроматические aberrации камеры Шмидта

Камера Шмидта свободна от сферической aberrации, комы и астигматизма третьего порядка. Хроматизм, остаточные кома и астигматизм, вызываемые наличием коррекционной пластинки, крайне малы. Камера Шмидта свободна и от нормальной дисторсии, которая присуща астрографам с плоским полем. Единственная монохроматическая aberrация, присущая камере Шмидта, есть кривизна поля. Она является следствием равнопрямия всех наклонных пучков. Фокальная поверхность в первом приближении concentрична зеркалу и радиус кривизны ее равен его фокусному расстоянию. Компенсировать кривизну поля можно или изгибая фотопластинку (или фотопленку) по выпуклой сферической поверхности в специальной кассете, или применяя вогнуто-плоскую полеспрямляющую линзу Пиацци-Смита (см. § 5.5), устанавливаемую непосредственно перед фокусом. Для узкого, сходящегося к фокусу пучка лучей, линза практически эквивалентна плоско-параллельной пластине. Пусть r есть радиус кривизны линзы Пиацци-Смита. Тогда после учета (5.30) толщина линзы для точки, отстоящей на расстояние l от центра поля зрения, будет

$$d = \frac{l^2}{2r} = \frac{l^2 n_0}{2(n_0 - 1)f'}, \quad (9.13)$$

где n_0 — показатель преломления стекла, из которого изготовлена линза. Вне оси линза не является строго плоско-параллельной пластинкой, а для узкого пучка лучей — клином. Это приводит к появлению незначительных комы, астигматизма, дисторсии и хроматизма.

В светосильных системах ($A = 1:1$) поле получается незначительным. В силу этого, а также с целью избежать дополнительных потерь света и образования вредных бликов, линзу Пиацци-Смита в крупных телескопах используют редко, предпочитая изгибать соответству-

ющим образом фотопластинку. Перерасчетом коррекционной пластинки можно в значительной мере устранить aberrации, вносимые линзой Пиацци-Смита.

Рассмотрим ход лучей от звезды, отстоящей на угловом расстоянии w от оптической оси. В отличие от сферического зеркала коррекционная пластинка имеет одну ось симметрии. Косое прохождение лучей через пластинку увеличивает задержку волнового фронта в $1/\sin^2 w$ раз и отклонение луча возрастает на величину

$$\Delta\vartheta_1 = \vartheta \cdot \frac{n_0 + 1}{2n_0} \sin^2 w.$$

С другой стороны, луч, упавший на зону у зеркала, пересекает пластинку на зоне $u/\cos w$ что вызовет его отклонение на величину

$$\Delta\vartheta_2 = \left(\frac{1}{\cos w} - 1 \right) \frac{\partial\vartheta}{\partial y}.$$

Оба эффекта вместе дадут кружок рассеяния с максимальным линейным диаметром

$$2\rho = \frac{f' \sin^2 w}{2\lambda} A^3. \quad (9.14)$$

В камере, рассчитанной для предельного относительного отверстия, определенного по формуле (9.10), предельное угловое поле определяется из

$$w = \arcsin \left(\frac{1}{4} \sqrt{3 \frac{n' - n_0}{n_0 - 1}} \right). \quad (9.15)$$

При $\frac{n' - n_0}{n_0 - 1} = 0,02$ получаем $2w \approx 7^\circ$. И.С. Боуэн [1960] показал, что при отсутствии виньетирования изображение получается симметричным.

Боковая сферическая aberrация пятого порядка ограничивает светосилу, а боковая кома—поле. Появление этих aberrаций объясняется тем, что проекция входного зеркала на плоскость, перпендикулярную линзу, наклоненному под углом w к падающему пучку лучей, является эллипсом, а не кругом, а также асферичностью коррекционной пластинки.

§ 9.5. Габаритные соотношения в камере Шмидта и виньетирование

Чтобы получить невиньетированное линейное поле диаметром $2l$ поперечник зеркала должен превышать диаметр коррекционной пластинки на $4l$:

$$D_{\text{зерк}} = D_{\text{вх}} + 4l. \quad (9.16)$$

Будем считать, что размер фотопластинки соответствует размеру невиньетированного поля $2l = (D_{\text{зерк}} - D_{\text{вх}})/2$ и пренебрежем краем

кассеты. Тогда относительное центральное экранирование фотопластинкой и кассетой пучка лучей, проходящего через коррекционную пластинку, составит

$$q = 2l/D_{\text{вх}}.$$

Так как полное угловое поле $2w = 2l/f'$ (радиан), то

$$q = 2w\forall. \quad (9.17)$$

Эта формула позволяет определить предельное невиньетированное поле $2w$ в зависимости от относительного отверстия A и допустимого центрального экранирования. Чем светосильнее камера Шмидта, тем большее поле, свободное от виньетирования, она может обеспечить. Количество сфотографированных звезд тем больше, чем больше используемое поле камеры, но с ростом последнего возрастает центральное экранирование q . В результате, как показал К. Бруннков (К. Brunnkow [1940]), при увеличении поля эффективность камеры Шмидта вначале возрастает, при некотором оптимальном значении q достигает максимума и снова убывает до нуля при $q = 1$. Системы с большим полем возможны лишь при больших относительных отверстиях. Но рассмотренные выше остаточные аберрации не позволяют использовать столь большие поля, какие даются формулой (9.17). Кроме рассмотренного геометрического виньетирования в камере Шмидта имеется *физическое виньетирование*. Оно вызвано тем, что проекция площади коррекционной пластинки на фронт наклонно падающей волны уменьшается в $\cos w$ раз.

Н.Н. Михельсон [1979] построил график, позволяющий по диаметру входного зрачка D и относительному отверстию A оценить фокусное расстояние f камеры Шмидта, масштаб и угловую величину 2ϵ изображения звезды, соответствующую заданному допуску 2ρ на линейные аберрации, спектральный диапазон $\lambda_1\lambda_2$ для выбранной средней длины волны λ_0 (по формуле (9.9')), поле $2w$, $2l$, степень центрального экранирования q и максимальную асферичность δ коррекционной пластинки:

$$\left\{ \begin{aligned} \forall &= \frac{1}{328} \sqrt{\frac{D}{n_0 \rho}} w; & \forall^2 &= \frac{2l}{11,5 \sqrt{n_0 \rho} D}; \\ \forall^2 &= \frac{1}{11,5} \sqrt{\frac{D}{n_0 \rho}} q; & \forall^3 &= \frac{D}{2048(n_0 - 1)} \frac{1}{\delta}. \end{aligned} \right. \quad (9.18)$$

На рис.9.4 приведен такой график для коррекционной пластинки, изготовленной из плавленного кварца и допуска $2\rho = 0,020$ мм. Жирными стрелками показан пример применения графика для $D = 2,0$ м, $A = 1:2,75$ и $\lambda_0 = 0,4861$ мкм.

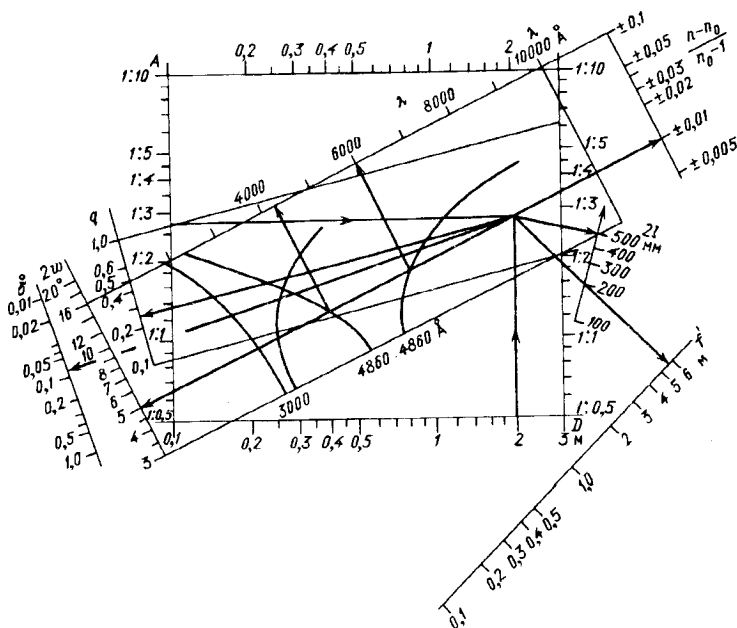


Рис. 9.4. Допустимые значения q , $2l$, λ , λ_0 в зависимости от относительного отверстия A и диаметра D камеры Шмидта (с пластинкой из кварца)

В приведенном примере для $D=2000$, $A=1:2,75$, $\frac{n-n_0}{n_0-1} = \pm 0,01$ и допустимом кружке $2\rho = 0,020$ мм получаем $f' = 5500$ мм, поле $2l = 470$ мм, $2w = 4,9^\circ$, центральное экранирование кассетой $q = 0,24$, наибольшая асферичность $\delta = 0,10$ мм, для $\lambda_0 = 4861 \text{ Å}$ (линия F) спектральный диапазон от 4250 Å до 6000 Å . В небольших системах поле ограничивается центральным экранированием, а в крупных телескопах — появлением aberrаций наклонных пучков, вносимых коррекционной пластинкой.

§ 9.6. Влияние децентрировок в камере Шмидта на качество изображения

Камеру Шмидта удобно рассматривать как совокупность сферического зеркала с пластинкой *sent-lam*, помещенной в центре его кривизны. Пластинка *sent-lam* и есть пластинка Шмидта.

Пластинка *surf-lam* в данном случае отсутствует (или ее силу

можно считать равной нулю). Сила пластинки cent-lam

$$K_C = \frac{1}{4r}.$$

При смещении пластинки Шмидта в направлении, перпендикулярном оптической оси, изменения ее силы, согласно (7.40') будет

$$\Delta K_C = aK^* \frac{\Delta y^*}{f'},$$

где, как было показано в § 7.6, $a = 2$. Кома, возникающая при таком смещении, будет

$$3\rho_{II} = \frac{3}{32}A^2\Delta y. \quad (9.19)$$

Максимальное предельное значение допустимой децентрировки Δy при допуске на кому $3\rho_{II} = p$ составит

$$\Delta y = \frac{32}{3}\sqrt{2}p. \quad (9.19')$$

Так, как центр кривизны C сферического зеркала (рис. 9.2) и центр кривизны выпуклой сферической фокальной поверхности совмещены с вершиной C коррекционной пластинки, то поворот последней вокруг своей вершины C на небольшой угол ε приведет к появлению полевых aberrаций, характерных для полевого угла ε . Если $\varepsilon \ll w$ (w — угловой радиус поля), то эти aberrации пренебрежимо малы.

Смещение коррекционной пластинки вдоль оптической оси на величину Δd вызывает на угловом расстоянии w от оптической оси такую же кому, как и поперечное смещение, если последнее равно $\delta y_{пл} = \Delta d \operatorname{tg} w$:

$$\rho_{\Delta d} = \frac{\Delta d}{2f'}\rho_s, \quad (9.20)$$

где ρ_s — поперечная кома сферического зеркала с входным зрачком в его вершине (см. рис. 4.7).

Поперечное смещение кассеты на величину Δy_K вызывает на краю поля дефокусировку

$$\Delta x' = w\Delta y_K,$$

которая не должна превышать приблизительно 0,01 мм. Отсюда, при обычно применяемом поле $2w = 5^\circ$, получаем допуск на поперечное смещение кассеты $\Delta y_K \leq 0,2$ мм.

§ 9.7. Блики и ореолы в камере Шмидта

На фотографиях, полученных с камерой Шмидта, заметны *блики* и *ореолы*, образуемые яркими звездами. Х. Бек и К. Гюссов (Beck H., Güssow K. [1954]) исследовали причины их появления. Пусть первая поверхность коррекционной пластинки плоская, а вторая ретушированная. Большая часть света, идущего от звезды, пройдет через систему и образует изображение (рис. 9.5). Но часть света отразится от ретушированной поверхности в направлении плоской

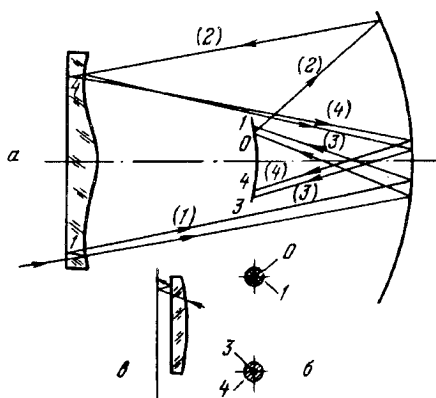


Рис. 9.5. Ореолы и блики в камере Шмидта: *a* — ход лучей, образующих ореолы и блик; *б* — вид изображения звезды (0), ореола (1) вокруг нее, блика (3) и ореола вокруг блика (4); *в* — образование ореола, вызванного линзой Пиацци-Смита

поверхности пластинки Шмидта, а от нее часть лучей вновь отразится внутрь системы. Эти лучи (1) образуют вокруг изображения *O* круглый ореол 1 (рис. 9.5,б). Если поверхности коррекционной пластинки не просветлены, то каждая из них отражает около 4 % падающего света. Поэтому в ореоле содержится около 0,16 % энергии изображения звезды и она распределена на значительной площади. Тем не менее эти ореолы достаточно заметны на негативах, получаемых с камерами Шмидта. Эмульсионный слой фотопластинки сам рассеивает около 30 % падающих на него лучей. Часть их (2), отраженная в телесном угле, соответствующем апертурному углу

телескопа, падает на зеркало и приблизительно параллельным пучком отражается к коррекционной пластинке. Здесь часть этих лучей (3) отражается от ее ретушированной поверхности, а часть, пройдя через пластинку, — от ее плоской поверхности (4). Последние, пройдя вторично через всю оптическую систему, построят на фотопластинке ложное изображение звезды (*блик*), расположенный приблизительно симметрично (относительно оптической оси) изображению звезды. Линза Пиацци-Смита также дает ореол, окружающий изображение (рис. 9.5,в). Ореолы и блики могут быть уменьшены просветлением поверхности коррекционной пластинки и линзы Пиацци-Смита. Но просветлять пластинку большого диаметра сложно. Кроме того просветление эффективно лишь в сравнительно узком спектральном диапазоне. Блики и ореолы могут быть уменьшены также, если ретушь наносить на обе поверхности коррекционной пластинки. Так сделано в двух камерах Шмидта обсерватории Зоннеберг (Германия) диаметром по 200 мм (1:1,5). Применение ахроматической коррекционной пластинки с ретушью двух поверхностей также должно уменьшить блики и ореолы. Наконец, можно изготавливать

пластинку Шмидта в форме мениска, как это предлагают А. Зоннефельд (Sonnefeld A. [1953]), Х. Бек и К. Гюссов (Beck H., Gussow K. [1954]). Фактически это частный случай ретушированных менисковых систем Максутава, которые будут рассмотрены в гл. 10. Естественно, что расчет такой пластинки будет отличаться от описанного ниже, так как необходимо учесть ее общую кривизну.

В настоящее время крупнейшая в мире камера Шмидта имеется в ФРГ на обсерватории им. К.Шварцшильда в Таутенбурге. Диаметр ее коррекционной пластинки составляет 1340 мм. В СНГ крупнейшая камера Шмидта диаметром 1,0 м принадлежит АН Армении и установлена на Бюраканской астрофизической обсерватории.

§ 9.8. Расчет камер Шмидта

Формула (9.5) выражает профиль коррекционной пластинки лишь в первом приближении. Более строгое решение описывается алгоритмом, с очевидностью вытекающим из идеи Шмидта:

1. Выбираем диаметр D и относительное отверстие A камеры.
2. Выбираем среднюю длину волны λ_0 и диапазон ахроматизации λ_1, λ_2 . Выбор этих параметров определяется назначением камеры.
3. Выбираем материал коррекционной пластинки с тем, чтобы он был прозрачен для требуемого диапазона длин волн.
4. По каталогу оптических стекол определяем показатели преломления n_1, n_0, n_2 коррекционной пластинки для выбранных длин волн. Предпочтительно выбирать λ_1 и λ_2 так, чтобы было

$$n_0 \approx (n_1 + n_2)/2.$$

5. По номограмме, аналогичной той, которая приведена на рис. 9.4, используя формулы (9.18) для избранного сорта стекла, определяем допустимое поле $2w$.

6. Выбираем нейтральную зону y_N .

7. Используя формулы (4.19), (4.20) или (4.20') или программу 4.2, находим сферическую aberrацию $\Delta s'_{y_i}$ сферического зеркала (без коррекционной пластинки) для нескольких (практически достаточно трех — y_1, y_2 и y_3) зон y_i . Целесообразно выбирать следующие зоны y_i :

$$y_1 = H, y_2 = y_N, y_3 = H/\sqrt{2},$$

где $H = D/2$ — внешняя зона коррекционной пластинки.

8. Сферическую aberrацию $\Delta s'_{y_N}$ для нейтральной зоны обозначим через Δ .

9. Составим систему уравнений, выражающих полученные значения $\Delta s'_{y_i}$ через искомые коэффициенты асферичности коррекционной

пластинки B_1, B_2, B_3 и степени отношений y/H :

$$\begin{cases} B_1 \left(\frac{y_1}{H} \right)^2 + B_2 \left(\frac{y_1}{H} \right)^4 + B_3 \left(\frac{y_1}{H} \right)^6 = -\Delta s'_1, \\ B_1 \left(\frac{y_2}{H} \right)^2 + B_2 \left(\frac{y_2}{H} \right)^4 + B_3 \left(\frac{y_2}{H} \right)^6 = -\Delta s'_2, \\ B_1 \left(\frac{y_3}{H} \right)^2 + B_2 \left(\frac{y_3}{H} \right)^4 + B_3 \left(\frac{y_3}{H} \right)^6 = -\Delta s'_3. \end{cases} \quad (9.21)$$

10. Решая систему (9.21), находим значения B_1, B_2 и B_3 .

11. Определяем профиль поверхности коррекционной пластинки Шмидта, исправляющей сферическую aberrацию сферического зеркала,

$$x = \frac{y^2}{2(n_0 - n'_0)f'^2} \left[-\Delta + \frac{1}{2}B_1 \left(\frac{y}{H} \right)^2 + \frac{1}{3}B_2 \left(\frac{y}{H} \right)^4 + \frac{1}{4}B_3 \left(\frac{y}{H} \right)^6 \right], \quad (9.22)$$

где n_0 и n'_0 — показатели преломления сред, разделяемых ретушированной поверхностью пластинки Шмидта для средней длины волны, выбранной в п. 2 описываемого алгоритма. Так как ретушируется обычно вторая поверхность пластинки, то $n'_0 = 1,0$ и $n_0 - n'_0 = n_0 - 1$.

Начало координат помещено в центре ретушированной поверхности пластинки. Параметр $\Delta = \Delta s'_{y_N}$ определяет необходимую перефокусировку.

12. Коррекционная пластинка будет иметь радиус кривизны при вершине, равный

$$\overset{\circ}{r} = K/\Delta, \quad (9.23)$$

где

$$K = -(n - n')f'^2. \quad (9.23')$$

13. По формулам тригонометрического расчета (см. § 3.3) или по формулам Федера (§ 3.5) определяем сферическую aberrацию $\Delta s''_{y_i}$ на

зонах y_i ($i = 1, 2, \dots$) системы, включающей пластинку, описанную уравнением (9.22), и сферическое зеркало. В качестве фокальной поверхности берем выпуклую сферу, concentричную зеркалу; вершина этой сферы отстоит от центра зеркала на расстояние $r/2 + \Delta$ ($r < 0$) (рис. 9.2).

14. Зависимости (9.21) являются лишь линейными приближениями. На самом деле $(y_i/h)^{2j}$ ($j = 1, 2, 3$) связаны между собой нелинейными уравнениями. Поэтому решение системы (9.21) не дает полного исправления и расчет, выполненный в соответствии с предыдущим пунктом, дает на зонах y_i ($i = 1, 2, 3$) остаточные aberrации $\Delta s''_{y_i}$. Для их исправления необходима коррекция коэффициентов B_1, B_2 и B_3 .

15. Составляем новую систему уравнений для определения иско-
мых поправок ΔB_1 , ΔB_2 и ΔB_3 :

$$\begin{cases} \Delta B_1 \left(\frac{y_1}{H} \right)^2 + \Delta B_2 \left(\frac{y_1}{H} \right)^4 + \Delta B_3 \left(\frac{y_1}{H} \right)^6 = -\Delta s_1'', \\ \Delta B_1 \left(\frac{y_2}{H} \right)^2 + \Delta B_2 \left(\frac{y_2}{H} \right)^4 + \Delta B_3 \left(\frac{y_2}{H} \right)^6 = -\Delta s_2'', \\ \Delta B_1 \left(\frac{y_3}{H} \right)^2 + \Delta B_2 \left(\frac{y_3}{H} \right)^4 + \Delta B_3 \left(\frac{y_3}{H} \right)^6 = -\Delta s_3''. \end{cases} \quad (9.24)$$

16. Решая систему (9.24), находим поправки ΔB_1 , ΔB_2 и ΔB_3 ,
которые прибавляем к ранее полученным значениям B_1 , B_2 и B_3 , и
находим соответственно новые значения B_1 , B_2 и B_3 , с которыми опре-
деляем уточненный профиль коррекционной пластинки, после чего
вновь выполняем расчет по формулам Федера. Опыт показывает, что
двух приближений бывает достаточно, и еще один расчет по форму-
лам Федера является контрольным.

Этапы 7-10 приведенного выше алгоритма могут быть выполнены
на МК-52 по программе 9.1 с обращением к программе № 6 блока
БРП-3, подключаемого к МК-52.

Программа 9.1

Расчет коэффициентов a_{ij} и свободных членов $b_i = -\Delta s_{y_i}'$ системы уравнений (9.21)

для первоначального расчета коэффициентов B_i профиля
коррекционной пластинки Шмидта

5, 0, П9, 2, ИП6, ×, П1, ИПd, 2, КПП9, Па, ИПd, 3, FV, ×, 4, КПП9, Пб, ИПd, 2,
÷, 2, FV, КПП9, Пс, ИП1, П0, 1, П7, П8, П9, 3, В↑, 4, ÷, П4, Fx², П5, ИП4, ×, П6, 2,
FV_x, П1, Fx², П2, ИП1, ×, П3, С/П, ÷, П2, 1, П7, 2, ИП0, ×, 1, +, П4, 1, +, П5, ИП2,
ИП1, ÷, Fx², П3, ИП4, ИП5, ÷, ИП3, ×, ИП7, ×, 1, +, П7, ИП5, 2, —, П5, ИП4, 2, —,
П4, FLO, 69, ИП7, ИП3, ×, ИП1, ×, 4, ÷, В/О

В некоторых случаях бывает целесообразно уточнить положение фокальной поверхности, т.е. параметр Δ . Для этого выразим поперечную аберрацию в виде

$$\rho_y = \frac{D}{2f'} [\Delta \bar{y} + B_1 \bar{y}^3 + B_2 \bar{y}^5 + B_3 \bar{y}^7], \quad (9.25)$$

где $\bar{y} = y/H$. При $y = H$ ($\bar{y} = 1$) поперечная аберрация будет

$$\rho_2 = \frac{D}{2f'} [\Delta + B_1 + B_2 + B_3]. \quad (9.25')$$

Продифференцируем (9.25) и решим полученное кубическое уравнение

$$\Delta + 3B_1 \bar{y}^2 + 5B_2 \bar{y}^4 + 7B_3 \bar{y}^6 = 0. \quad (9.26)$$

Найдем значение $\bar{y}(\Delta)$, которое отвечает условию $d\rho_y/du = 0$, т.е. соответствует «горбу» кривой $\rho_y(y)$. Подставляя найденное $\bar{y}(\Delta)$ в (9.25), определяем точку ρ_1 ; для этого удобно воспользоваться схемой Горнера:

$$\frac{\rho_1}{D/2f'} = \left\{ [(B_3 \bar{y}^2 + B_2) \bar{y}^2 + B_1] \bar{y}^2 + \Delta \right\} \bar{y}. \quad (9.27)$$

Эти вычисления выполняем для нескольких значений Δ . Оптимальное значение Δ будет достигнуто при $-\rho_1 = \rho_2$, т.е. тогда, когда «горб» кривой поперечной аберрации будет равен по абсолютной величине «хвосту». Для определения Δ_{opt} строим график: по оси абсцисс от-

ложим Δ , а по оси ординат величины $-\frac{\rho_1}{D/2f'}$ и $+\frac{\rho_2}{D/2f'}$. Абсцисса точки пересечения прямой $\frac{\rho_2}{D/2f'}$ с кривой $-\frac{\rho_1}{D/2f'}$ определит значение Δ_{opt} .

Приближенная теория дает значение $\bar{y}_N = 0,866$. Однако при этом не учитывается влияние членов более высокого порядка. Определим положение нейтральной зоны строже, однако и здесь ограничимся шестой степенью зоны $\bar{y}$. Нейтральная зона расположена на пластинке там, где касательная к ее поверхности ортогональна оптической оси. Поэтому продифференцируем уравнение (9.22) и производную приравняем нулю:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{y}{K} [-\Delta + B_1 \bar{y}_N^2 + B_2 \bar{y}_N^4 + B_3 \bar{y}_N^6 + \dots] = 0. \quad (9.28)$$

Мы получили относительно $\bar{y}_N^2$ кубическое уравнение. Из трех действительных решений лишь одно будет меньше 1. Это и будет $\bar{y}_N$.

Если почленно сопоставить между собой формулы (9.5) и (9.22), то получим следующие выражения связи коэффициентов этих двух формул:

$$\Delta = \frac{aD^2}{64f'}, \quad B_1 = \frac{D^2}{32f'}. \quad (9.29)$$

В качестве первого приближения эти значения могут быть приняты на 9-м шаге приведенного алгоритма расчета камеры Шмидта. Связь между коэффициентами B_i и A_j в представлении полинома в виде (1.32) очевидна:

$$\begin{cases} A_0 = 0, & A_1 = \Delta \frac{H^2}{2K}, & A_2 = B_1 \frac{H^2}{4K}, \\ A_3 = B_2 \frac{H^2}{6K}, & A_4 = B_3 \frac{H^2}{8K}. \end{cases} \quad (9.30)$$

Расчет допусков на параметры Шмидта проще всего выполнить, давая небольшие вариации параметров $B_1, B_2, B_3, \Delta, r_{\text{зеркала}},$ расстоянию d между пластинкой и зеркалом и определяя качество изображения.

В § 3.1 мы рассмотрели масштабирование асферических поверхностей. Если в камере Шмидта изменяются в k раз как продольные, так и поперечные размеры, то все ее конструктивные параметры, имеющие линейную размерность (в том числе и коэффициенты Δ, B_1, B_2, B_3 в формуле (9.22) или $A_1, A_2, A_3, \dots$, описывающие асферическую поверхность в форме (1.32)), изменятся в k раз. Во столько же раз изменятся и все продольные и поперечные линейные aberrации. Однако если при масштабировании мы меняем только продольные размеры в k раз, то значение H не меняется, а $\bar{r} = k\bar{r}$ поэтому

$$\bar{\bar{B}}_1 = \frac{1}{k}\bar{B}_1, \quad \bar{\bar{B}}_2 = \frac{1}{k^3}\bar{B}_2, \quad \bar{\bar{B}}_3 = \frac{1}{k^5}\bar{B}_3. \quad (9.31)$$

Соответственно коэффициенты A разложения (1.32) будут

$$\bar{\bar{A}}_2 = \frac{1}{k}\bar{A}_2, \quad \bar{\bar{A}}_3 = \frac{1}{k^3}\bar{A}_3, \quad \bar{\bar{A}}_4 = \frac{1}{k^5}\bar{A}_4. \quad (9.32)$$

Здесь одна черточка над коэффициентами A и B означает, что эти величины относятся к исходной системе, а две — к системе, масштабированной в k раз. При этом радиус кривизны r зеркала и его фокус f' меняются в k раз, параметр K — в k^2 раз, а сферическая aberrация сферического зеркала

$$\Delta s'_y \approx -\frac{y^2}{4r}$$

в $1/k$ раз, коэффициент Δ меняется в $1/k$ раз, а коэффициент

$$A_1 = \Delta \frac{H^2}{2K} - \text{в } 1/k^3 \text{ раз.}$$

Расчет хода луча через асферическую поверхность коррекционной пластинки Шмидта может быть выполнен по обычным формулам расчета хода луча через сферическую поверхность, если аппроксимировать бесконечно малый элемент ее поверхности, окружающий точку M (точку встречи падающего луча с поверхностью), — сферической поверхностью MA , касающейся нашей асферики в точке $M(x, y)$ и имеющей центр C на оптической оси системы (рис.9.6). Это

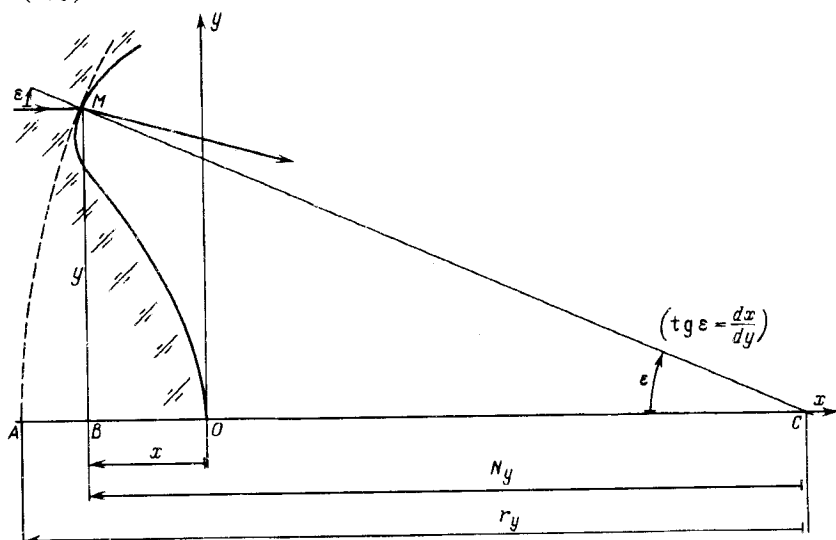


Рис. 9.6. К определению отрезка r_y

значит, что за условный радиус r_y ее кривизны в точке пересечения луча мы принимаем длину отрезка MC нормали. Следует оговорить, что это не радиус кривизны поверхности в том смысле, в котором он определяется в дифференциальной геометрии. Длина поднормали

$$N_y = y / \frac{dx}{dy};$$

$$N_y = \frac{K}{-\Delta + B_1 \bar{y}^2 + B_2 \bar{y}^4 + B_3 \bar{y}^6}.$$

Длина отрезка MC будет

$$MC = r_y = \sqrt{(BC)^2 + y^2} = \sqrt{N_y^2 + y^2}. \quad (9.33)$$

Этот отрезок и следует принимать за радиус r_y кривизны преломляющей поверхности на зоне y . Угол падения ϵ луча на преломляющую

поверхность OM определяется из уравнения

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{dx}{dy}. \quad (9.34)$$

Дальнейшие вычисления выполняются в соответствии с правилами, изложенными в § 3.4.

§ 9.9. Модификации камер Шмидта

Длина трубы камеры Шмидта в два раза превышает ее фокусное расстояние. Это удорожает строительство купола и самого телескопа. Райт (Wright F.W. [1935]) и Вайсяля (Väisälä V. [1936]) показали, что если зеркалу придать форму сплюснутого сфероида с $c^2 = -1$ то входной зрачок с коррекционной пластинкой может лежать в фокальной плоскости телескопа (рис. 4.18 и 9.7, *а*). Асферичность коррекционной пластины, а значит, и хроматизм ее при этом в два раза больше, чем в классической системе Шмидта. Асферическая aberrация и кома третьего порядка исправлены полностью ($\Sigma I = 0$, $\Sigma II = 0$), но

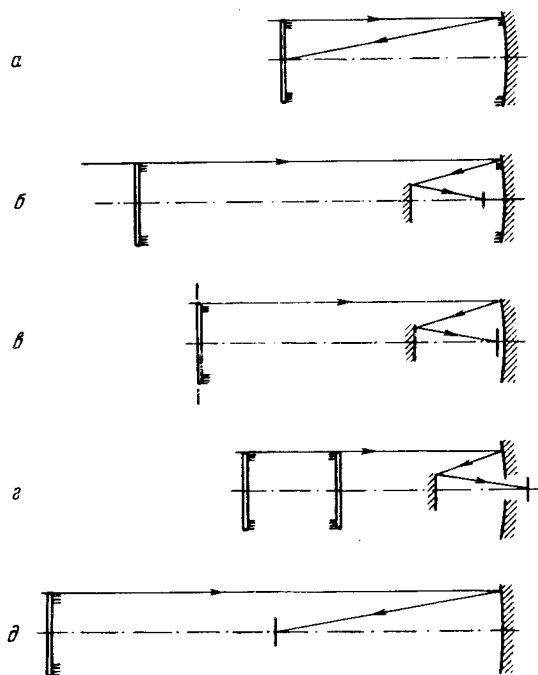


Рис. 9.7. Модификация камер Шмидта: камера Райта–Вайсяля (*а*), камера Шмидта–Кассегрена–Бэкера (*б*), система Слефогта (*в*), система Линфута с двумя коррекционными пластинками (*г*), классическая система Шмидта (для сравнения) (*д*). Все схемы построены в одном масштабе. Штрихами обозначены ретушированные поверхности

астигматизм значителен: $\Sigma III_a = +1/2$, т.е. он лишь в 2 раза меньше, чем у сферического зеркала с входным зрачком в его вершине. Кривизна поля исправлена полностью ($\Sigma IV_a = 0$). Полезное поле такой камеры приблизительно в два раза больше, чем в рефлекторе Ричи-Кретьена, но много меньше, чем в камере Шмидта.

В 1940 г. Д. Бэкер (Baker J.D, [1940]), а в 1942 г. Х. Бёрч (Burch C.R. [1942]) предложили камеру типа Шмидта—Кассегрена (рис. 9.7,б) с вторичным выпуклым зеркалом.

В общем виде сферическая aberrация, кома и астигматизм двухзеркальной системы с коррекционной пластинкой могут быть записаны в таком виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \Sigma I &= -\frac{1}{4\beta^3} [e_1^2 - q(1-\beta)^3 e_2^2 + \Gamma - 1 + q(1-\beta)(1+\beta)^2], \\ \Sigma II &= \frac{1}{4\beta^2} \left\{ (1-q)(1-\beta)^3 e_2^2 + \frac{d_2}{f'} \Gamma + \right. \\ &\quad \left. + q(1-\beta)(1+\beta)^2 - [1 + \beta + \beta^2 - \beta^3] \right\}, \\ \Sigma III_a &= \frac{1}{4\beta} \left\{ \frac{(1-q)^2}{q} (1-\beta)^3 e_2^2 + \left(\frac{d_2}{f'} \right)^2 \Gamma - \right. \\ &\quad \left. - q(1-\beta)(1+\beta)^2 + 2[1 + \beta + \beta^2 - \beta^3] - \frac{(1-\beta)^3}{q} \right\}, \end{aligned} \right. \quad (9.35)$$

где q — центральное экранирование вторичным зеркалом, $\beta = 1/m$, m — увеличение на нем (см. § 6.3), Γ — асферичность коррекционной пластинки, выраженная в единицах асферичности пластинки классической камеры Шмидта с $f' = 1$, d_2 — воздушный промежуток между вершиной главного зеркала и коррекционной пластинкой. Легко видеть, что приведенные формулы отличаются от (6.38)–(6.40) только членами, содержащими Γ . Если положить $\beta = 1$ (т.е. вообразить, что второе зеркало является плоским) и $e_1^2 = 0$, то получим, что $\Sigma I = 0$ при $\Gamma = 1$, а условия $\Sigma II = 0$ и $\Sigma III_a = 0$ требуют, чтобы было $d_2 = +2f'$, т.е. коррекционная пластинка должна быть установлена в центре кривизны главного сферического зеркала. Это классическая система Шмидта. Наличие в двухзеркальной системе коррекционной пластинки позволяет осуществить апланат с теми или иными дополнительными конструктивными особенностями. Например, можно потребовать, чтобы одно из зеркал было сферическим или чтобы общая длина инструмента была умеренной, или чтобы были исправлены или астигматизм, или кривизна поля, или дисторсия.

В камере типа Шмидта—Кассегрена Д. Бэкера и Х. Берча (рис. 9.7,б) радиус кривизны вторичного зеркала равен радиусу кривизны главного зеркала. Это обеспечивает исправление кривизны Пецваля и уменьшает отношение полной длины инструмента к его фокусному расстоянию. Бэкер рассмотрел несколько вариантов двухзеркальных

камер: с короткой трубой и двумя асферическими зеркалами, сферическим вторичным зеркалом, сферическим главным зеркалом, камере, свободную от дисторсии. Применение двух сферических зеркал вместо асферических вносит лишь ничтожно малый астигматизм. Такая система была предложена независимо в 1942 г. Слефогтом (Slevogt Н. [1942]) (рис. 9.7, в) и Линфутом (Linfoot Е.Н. [1944]) (рис. 9.7, з). К сожалению, в этих системах неизбежно значительное экранирование. Так, если вынос Δ фокальной поверхности за вершину главного зеркала равен нулю, то увеличение на вторичном зеркале $m \approx 1,6$ ($\beta \approx 0,62$) и последнее должно иметь диаметр $D_2 = (D_1 + 2wf')/(m + 1)$.

В апланате Линфута (Linfoot Е.Н. [1955]) с плоским полем асферичность коррекционной пластинки

$$\Gamma = 1 - q^2(2 - q)^2,$$

а расстояние ее от главного зеркала

$$d = -\frac{2 - q^2(2 - q)(3 - q)}{1 - q^2(2 - q)^2}.$$

Дисторсия в таких системах зависит от положения входного зрачка, но в любом случае она невелика.

Э. Линфут предложил анастигмат, в котором оба зеркала являются концентрическими сферами с центром на коррекционной пластинке. Асферичность последней

$$\Gamma = 1 - q(1 + \beta)^2(1 - \beta).$$

Дисторсия на сферической фокальной поверхности отсутст-

вует. Для исправления хотя и небольшого, но неизбежного хроматизма систем с одной коррекционной пластинкой можно ввести вторую пластинку с противоположной асферичностью (рис. 9.7, з), как это предложил Э. Линфут (Linfoot Е.Н. [1945]). Оптическая сила каждой из них должна быть обратно пропорциональна дисперсиям стекол, из которых пластинки изготовлены. При этом можно получить анастигмат с плоским полем. Оптическая сила коррекционной пластинки и остаточные погрешности во всех вариантах двухзеркальных камер значительно больше, чем в эквивалентной классической камере Шмидта.

В очень светосильных камерах используют иногда камеры типа «сплошной Шмидт» или «толстый Шмидт», которые предложил Хендрикс (Hendrix D.O. [1939]) (рис. 9.8). В них фотопластинка

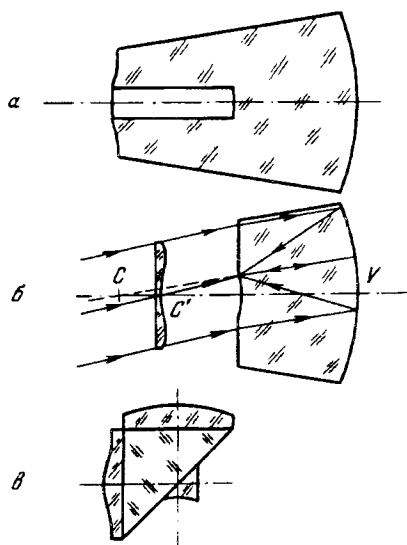


Рис. 9.8. Камера типа «сплошной Шмидт» (а), «толстый Шмидт» (б) и «ломаный Шмидт» (в), используемые в спектрографах

прижимается на иммерсии к блоку стекла. Такие камеры повышают светосилу без увеличения аберраций в n^2 раз по сравнению с обычной камерой тех же размеров. При этом оказывается доступным относительное отверстие до 1:0,35 с полем и асферичностью коррекционной пластинки, отвечающей камере 1:1. В случае «толстого Шмидта» ретушированная поверхность должна находиться на расстоянии $r(n + 1)/2n$ от центра C зеркала (где r — его радиус кривизны, а n —

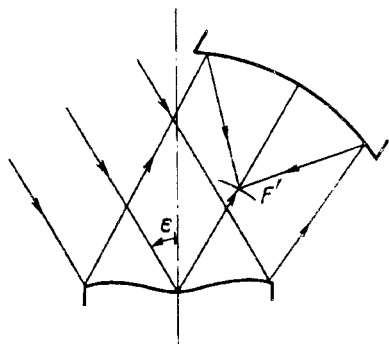


Рис. 9.9. Зеркальная камера Шмидта

показатель преломления стекла). Это положение совпадает с «видимым» центром C' кривизны зеркала, рассматриваемым из вершины V поверхности зеркала. Другой вариант «ломаной» камеры Шмидта сплошного типа был предложен Ф. Хендриком и Д. Кристи (Hendrix D.O., Christie W.H. [1939]).

Наличие преломляющей среды, непрозрачной в далеком ультрафиолете, заставило искать пути создания чисто зеркальных камер Шмидта, которые можно было бы использовать в космической аппаратуре. Возможность применения в

камере Шмидта наклоненного на угол ϵ ретушированного planoидного зеркала впервые была рассмотрена В.Н. Чуриловским [1958,6] (рис. 9.9). Величина ретуши такого зеркала в $4/\cos \epsilon$ раз меньше ретуши коррекционной пластинки, изготовленной из материала с показателем преломления $n = 1,5$. Но ретушь должна выполняться по эллиптическим зонам. Изготовление такого зеркала представляет значительные технические трудности.

Глава 10

МЕНИСКОВЫЕ СИСТЕМЫ МАКСУТОВА

§ 10.1. Идея менисковых систем

История изобретения менисковых систем в пути из блокадного Ленинграда в сентябре 1941 г. весьма образно описана самим автором этих систем (Д.Д. Максутов [1946, 1979]). Кратко их идея изложена нами в § 4.10.

Продольная сферическая абберация зеркала (4.21) и мениска (4.93) имеют одинаковые знаки, но проекция на оптическую ось лучей, прошедших через мениск и отраженных от зеркала, имеют противоположные направления. Поэтому сферическая абберация зеркала может быть скомпенсирована абберацией мениска. Эта простая мысль позволила Д.Д. Максутову создать *менисковые системы*, в которых, в отличие от систем Б. Шмидта, все оптические поверхности строго сферические, а длина трубы не превышает фокусное расстояние телескопа. Первый менисковый телескоп был успешно испытан 26 октября 1941 г. в Йошкар-Оле. Он был построен по схеме менискового Грегори (см. § 10.4) и имеет диаметр всего 100 мм. Он хранится в музее Пулковской обсерватории. Менисковые системы Максутова быстро получили признание и у нас, и за рубежом. Крупнейшие отечественные менисковые телескопы диаметром по 700 мм установлены в Абастумани (АС-32) и в Южном полушарии на г. Серро-Робле в Чили (АЗТ-16). Независимо от Д.Д. Максутова менисковые системы были предложены А. Боуэрсом (Bouwens A. [1946]). Однако теория их им не была рассмотрена и идея использования ахроматического мениска принадлежит Д.Д. Максутову. Простейшая оптическая схема менискового телескопа (рис.10.1) в принципе может содержать лишь два оптических элемента: мениск и сферическое зеркало. Такую систему мы будем называть классической менисковой системой.

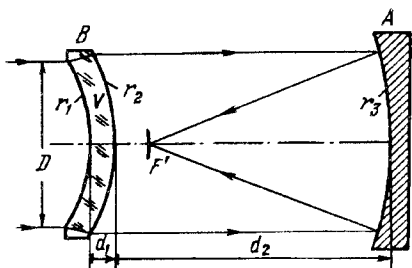


Рис. 10.1. Оптическая схема простейшего менискового телескопа

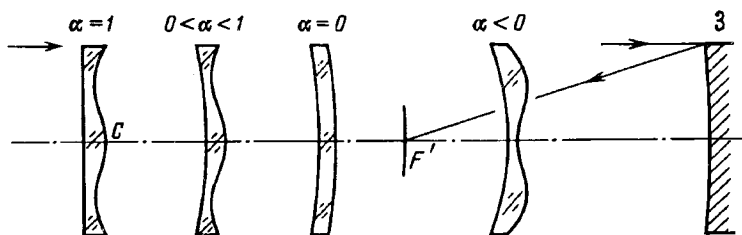


Рис. 10.2. Родство менисковых систем и системы Шмидта. С — центр кривизны сферического зеркала M , F' — фокус системы. Показано четыре разных положения корректирующего ретушированного мениска

Су Дингкьянг и Ванг Ланюань (Su Ding-giang, Wang Lan-juan [1981]) показали, что классическую менисковую систему Максудова и камеру Шмидта можно рассматривать как частные случаи системы, содержащей сферическое зеркало M и мениск с одной ретушированной поверхностью (рис. 10.2). Пусть a есть полная сферическая абберация сферического зеркала, а a_1 — ее доля, исправляемая асферикой, нанесенной на мениск. Обозначим через α их отношение: $\alpha = a_1/a$. При $\alpha = 0$ получаем классическую менисковую систему Максудова, а при $\alpha = 1$ — классическую систему Шмидта. Оптическое качество системы и положение корректора зависит от значения параметра α .

§ 10.2. Аберрации классических менисковых систем

Если на рис. 4.26 нанести зависимость $2\eta_y r_1^4 / y^3 d_1$ от $\Delta r/d_1$ (d_1 — толщина мениска) для разных сортов стекол, то мы увидим, что все прямые пересекаются в области $\Delta r/d_1 \approx 0,7$. Это значит, что все мениски с отношением $\Delta r/d_1$, близким к 0,7,

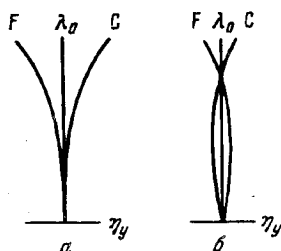


Рис. 10.3. Хроматические кривые менисковых систем: переисправление хроматизма на внешних зонах при выполнении условия (4.97) (а), хроматизм системы с увеличенным отношением $\Delta r/d$ (б)

вносят одинаковую сферическую абберацию практически независимо от того, из какого сорта стекла они изготовлены. В ахроматических менисках отношение $\Delta r/d$ близко к 0,6, поэтому ахроматические менисковые системы мало чувствительны к сорту стекла.

Формулы (4.97) и (4.97'') дают условие ахроматизации в параксиальной области. На внешних зонах хроматизм оказывается переисправленным (рис. 10.3). Правильным выбором отношения $\Delta r/d$ мы можем достаточно хорошо исправить хроматизм менисковой системы. Мениск можно ставить как

выпуклой, так и вогнутой поверхностью к зеркалу. Сферическая aberrация и хроматизм от этого не изменяется. Но Д.Д. Максудов показал, что кома целиком зависит от расстояния мениска от зеркала. Кома обращается в нуль и система становится апланатичной только при вполне определенном значении отрезка d_2 (рис. 10.1). При этом оказывается, что в случае если мениск повернут выпуклой поверхностью к зеркалу, то отрезок d_2 приблизительно в два раза меньше, чем когда он обращен выпуклостью к небу; таким образом, первый случай конструктивно значительно выгоднее второго. Астигматизм и кривизна поля в менисковых системах оказываются умеренными. Д.Д. Максудов показал, что астигматизм может быть исправлен, если зеркалу придать форму эллипсоида с небольшим значением квадрата эксцентриситета (близкого к сфере). Поле, как и в системах Шмидта, обращено выпуклостью к падающему на него пучку лучей. Радиус его кривизны приблизительно равен фокусному расстоянию системы. Кривизна поля может быть исправлена линзой Пиацци-Смита.

Первый член формулы (4.90) выражает последний отрезок мениска для параксиальных лучей. В эту формулу входит показатель преломления n стекла, из которого изготовлен мениск. Он, в свою очередь, зависит от длины волны λ , т.е. $s'_0(n)$ представляет хроматическую кривую мениска. Дифференцируя первый член (4.90) по n и приравнявая производную нулю, мы найдем отношение $(r_2 - r_1)/d_1$ для которого вершина хроматической кривой соответствует показателю n_0 :

$$\frac{\Delta r}{d_1} = 1 - \frac{1}{n_0^2 - \frac{d_1}{r_1}(n_0 - 1)^2}.$$

Продольный вторичный спектр ахроматического мениска в пределах длин волн от λ до λ_0 , для которых показатели преломления равны n_λ и n_0 , составляет

$$\Delta s'_{n_\lambda - n_0} = s'_{n_\lambda} - s'_{n_0} = - \frac{(n_\lambda - n_0)^2 r_1^2 [n_0 - \frac{d_1}{r_1}(n_0 - 1)]}{(n_0 - 1)^4 d_1} \quad (10.1)$$

или, приближенно,

$$\Delta s'_{n_\lambda - n_0} \approx - \frac{(n_\lambda - n_0)^2 n_0 r_1^2}{(n_0 - 1)^4 d_1}. \quad (10.1')$$

Д.Д. Максutow [1944a] рекомендует придерживаться следующих соотношений конструктивных элементов в классической визуальной системе, состоящей из мениска и одного вогнутого сферического зеркала (рис.10.1):

$$\begin{cases} r_1/D = -0,599V^{0,660}, & d_1/D = 0,1 \text{ (стекло K8)}, \\ r_2/D = -[0,599V^{0,660} + 0,0559 + 0,0073A], & \\ r_3/D = -2,105V^{0,984}, & d_2/D = 1,095V^{1,16}, \end{cases} \quad (10.2)$$

где D — диаметр мениска (мм), а $V = f'/D$. Остаточные aberrации такой системы хорошо описываются следующими эмпирическими формулами для волновой сферической aberrации $h_{\max}^{\circ}$, комы $[\Delta f'/f']_{\max}$, сферохроматической aberrации $(\Delta \eta_{C,F})_{\max}$ и хроматизма увеличения $(f'_C - f'_F)/f'$:

$$\begin{cases} h_{\max}^{\circ} = -0,048DA^{4,5} \text{ (мкм)}, \\ \left[\frac{\Delta f'}{f'} \right]_{\max} = 0,55A^{4,6} (\%), \\ (\Delta \eta_{C,F})_{\max} = -14,9A^{3,2} \text{ (секунды дуги)}, \\ \frac{f'_C - f'_F}{f'} = 0,051A^{0,57} (\%). \end{cases} \quad (10.3)$$

Д.Д. Максutow [1944a] показал, что угловой вторичный спектр менисковых систем в пределах от линии С до F может быть выражен формулой

$$2\eta_{C,F} = -0,256A^{1,32} \text{ (секунды дуги)}. \quad (10.3')$$

Сравнивая это выражение с формулой (5.20"), описывающей вторичный спектр двухлинзового объектива, мы видим, что последний в сотни раз больше, чем в менисковой системе, т.е. что ахроматический мениск практически свободен от вторичного спектра. Это является основным преимуществом менисковых систем по сравнению с линзовым объективом. В светосильных системах остаточная сферическая aberrация $\Delta \eta_{\max}$ значительно превышает остаточный хроматизм $\Delta \eta_{C,F}$, но при относительном отворстии $A = 1:6,4$ они сравниваются и в малосветосильных системах наиболее вредным оказывается остаточный хроматизм. В части остаточных aberrаций менисковые системы имеют огромное преимущество перед

обычными объективами. Эти преимущества выражаются коэффициентами

$$K_h = 38A^{0,8}, \quad K_{\left[\frac{\Delta f'}{f}\right]} = 11,0, \quad K_{\Delta\eta_{C,F}} = -146A^{0,1},$$

$$K_{\frac{\Delta f'_{C,F}}{f}} = 27,6A^{1,23}.$$

Последний коэффициент характеризует относительную величину хроматизма увеличения. Хроматизм увеличения вызван тем, что лучи разных длин волн выходят из мениска на слегка разных высотах и идут далее слегка отличными путями (рис. 10.4, а). Хроматизм увеличения можно исправить полностью, если использовать два мениска, повернув их друг другу вогнутостями или выпуклостями. Так сделано в астрометрическом менисковом телескопе Максутова АЗТ-16, установленном в Чили. Оптическая схема его дана на рис. 10.4, б (не в масштабе). Применение двух менисков позволяет выполнить каждый из них с менее крутыми поверхностями, что в свою очередь благоприятно с точки зрения остаточных aberrаций: сферической, сферохроматической и комы. В телескопе АЗТ-16 при относительном отверстии 1:3 обеспечивается первоклассное поле $2\omega = 5^\circ$.

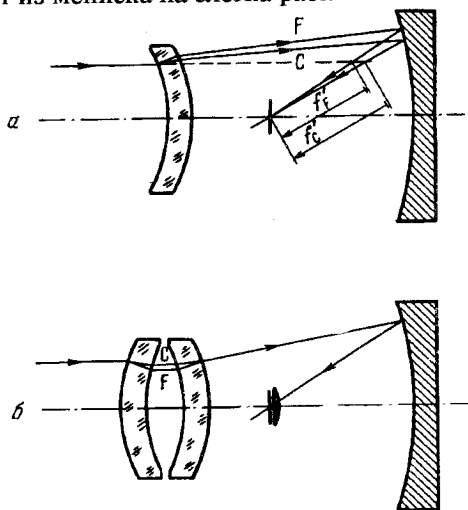


Рис. 10.4. Пояснение причины появления хроматизма увеличения в классической менисковой системе (а) и ее устранения путем использования двух менисков (б) (схема астрографа АЗТ-16)

Сферическая aberrация менисковой системы в интервале длин волн (λ_1, λ_2) на зоне u составляет (Д.С. Волосов [1948])

$$(\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2})_u = \frac{n_0 + 1}{2(n_0 - 1)^3} \frac{y^2}{d_1} \left(\frac{f'_{\text{ЭКВ}}}{f'_M - \bar{d}_2} \right)^2 \Delta n. \quad (10.4)$$

Здесь $f'_{\text{ЭКВ}}$ — фокусное расстояние менисковой системы, f'_M — фокусное расстояние мениска, $\bar{d}_2$ — расстояние второй главной плоскости мениска от главного зеркала. Учитывая, что $\left(\frac{f'_{\text{ЭКВ}}}{f'_M - \bar{d}_2} \right)^2 \ll 1$, а

$f'_M \gg d_2$, и выполняя упрощения, получим, как показал Д.С. Волосов [1948],

$$(\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2})_y \approx \frac{1}{8} \frac{y^2}{n v f'_{\text{эКВ}}}, \quad (10.4')$$

где v есть число Аббе. Формула (10.3') дает погрешность $< 10\%$, если относительное отверстие A системы удовлетворяет условию $1:3,5 < A < 1:1,5$. Для относительных отверстий, лежащих в этих пределах, зона наилучшего исправления сферохроматической аберрации лежит в интервале $0,92H < y < 0,95H$, где $H = D/2$ — внешняя зона. При этом хроматический кружок получается наименьшим:

$$(2\rho'_{\text{хр}})_{y=H} \approx \frac{1}{4}(2\rho'_{\text{хр}})_0.$$

Тогда формула (10.3') принимает вид

$$(\Delta s'_{\lambda_1, \lambda_2})_{y=H} \approx -\frac{1}{128nv} AD. \quad (10.4'')$$

В визуальном менисковом телескопе должен быть соблюден критерий Рэлея (2.1). Приравнявая δ_{max} выражения (10.3) величине $\lambda/4$, принимая $\lambda = 0,5550$ мкм и учитывая еще возможные вариации толщины d_1 мениска, находим условие для первоклассной визуальной системы (Т.С. Белороссова, Д.Д. Максutow, Н.В. Мерман, М.А. Соснина [1969])

$$D_{\text{max}} \leq 2,77 \bar{d}_1^{0,5} \sqrt[4]{4,5}, \quad (10.5)$$

где $\bar{d}_1$ выражено в единицах $d_1/D = 0,1$.

Менисковые системы не могут быть столь светосильными, как камеры Шмидта, но зато они не имеют сложных асферических поверхностей и почти в два раза короче, что очень важно с точки зрения стоимости купола. Но если пойти на небольшое отступление от строго сферической формы поверхностей, т.е. нанести незначительную ретушь на зеркало или на одну из поверхностей мениска, то остаточная сферическая аберрация может быть исправлена полностью. Если ретушь наносить на зеркало, то максимальная асферичность δ_{max} , исправляющая остаточную сферическую аберрацию, согласно (10.3), будет

$$\delta_{\text{max}} = 0,024 D A^{4,5} \text{ (мкм)}. \quad (10.6)$$

Если ретушь наносить на первую поверхность мениска, то максимальная асферичность, исправляющая остаточную сферическую аберрацию будет в четыре раза больше,

$$\delta_{\text{max}} = 0,096 D A^{4,5} \text{ (мкм)}, \quad (10.6')$$

но допуск на погрешности изготовления будет в четыре раза менее жесткий. Требуемая ретушь даже в самых светосильных системах невелика. Ретушь делает менисковые системы Максудова сравнимыми с системами Шмидта. При таком устранении остаточной сферической аберрации пределы диаметру накладывают сферохроматическая аберрация

$$D'_{\max} = 58v^{3,2}. \quad (10.7)$$

и вторичный спектр

$$D''_{\max} = 940v^{1,3}. \quad (10.7')$$

При фокусировке на наилучшее изображение в средней длине волны $\lambda_{\text{ср}}$ кружки рассеяния в длинах волн λ_1 и λ_2 перекрываются, и наименьший диаметр кружка хроматического рассеяния будет

$$(2\rho_{\lambda_1, \lambda_2})_{y=H} \approx \frac{1}{256nv} DA^2. \quad (10.8)$$

Сравнивая это выражение с аналогичным (9.9') для системы Шмидта, мы видим, что поперечный сферохроматизм менисковой системы в $2n$ раз меньше, чем в эквивалентной системе Шмидта. При заданном допуске на поперечную хроматическую аберрацию мы получаем предельное значение относительного фокусного расстояния в системе диаметром D

$$v_{\text{доп}} \approx \frac{1}{16} \sqrt{\frac{D}{nv2\rho_{\text{хр}}}}. \quad (10.9)$$

Если задать допуск η (секунды дуги) на угловую аберрацию, то

$$v_{\text{доп}} \approx \frac{7,4}{3\sqrt{nv} \cdot 3\sqrt{\eta}}. \quad (10.10)$$

Астигматизм зависит от толщины мениска и показателя преломления стекла, из которого он изготовлен. Астигматизм отсутствует, если

$$d_1 \approx -\frac{f'}{2(n+1)^2[2n(n-1)]^5}. \quad (10.11)$$

Коэффициент дисторсии третьего порядка, согласно Д.С. Волосову [1948],

$$\Sigma V = -\frac{d'}{4f'} \left[\left(\frac{d'}{|f'|} - 3 \right)^2 - 1 \right], \quad (10.12)$$

где d' — расстояние входного зрачка от вершины зеркала. Дисторсия $\Sigma V = 0$ при $d' = 0$ и при $d' = 2f'$.

§ 10.3. Расчет классической менисковой системы; метод Волосова [1948]

Предварительный расчет классической менисковой системы может быть выполнен по эмпирическим формулам (10.2) Д.Д. Максutowa [1946]. Т.С. Белороссowa, Н.В. Мерман и М.А. Соснина [1969] завершили начатую Д.Д. Максutowым работу и дали ряд полезных формул, таблиц и графиков для расчета менисковых систем. Ими рекомендованы следующие эмпирические формулы для расчета системы типа мениск плюс сферическое зеркало:

$$\begin{cases} \bar{r}_1 = -0,6044 \bar{d}_1^{0,188} V^{0,66}, \\ \frac{\Delta r}{a_1} = -[0,562 + 0,0844 \bar{d}_1^{-0,2} V^{-1,00}], \\ \bar{r}_3 = -[2,127 + (\bar{d}_1^{0,06} - 1)] V^{0,974}, \\ d_2 = 1,1845 \bar{d}_1^{-0,144} V^{1,13} \end{cases} \quad (10.13)$$

(см. рис. 10.1; буквы с чертой наверху означают, что эти величины выражены в единицах диаметра входного зрачка, а величины $\bar{d}_1$ даны в единицах $d_1 = 0,1$).

Д.С. Волосов [1948] рекомендует следующую последовательность расчетных формул, основанных на теории аберраций третьего порядка.

Задаемся фокусным расстоянием f' ($f' < 0$) системы, ее относительным отверстием A ($A > 0$), показателем преломления n материала, из которого изготовлен мениск, и его толщиной d_1 . Находим фокусное расстояние f'_M мениска

$$f'_M = f' \left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{n-1} \sqrt{\frac{-n(n+1)}{d_1}} f' - \frac{1}{3} A \frac{f'}{d_1} \right),$$

после чего находим расстояние d_P от второй главной плоскости мениска до вершины

$$d_P = - \left[1 \pm \frac{2n}{(n-1)^2} \sqrt{-\frac{f'_M}{d_1}} \left(\frac{f'}{f'_M} \right)^2 \right] \frac{2f'}{1 - \frac{2f'}{f'_M}}$$

и расстояние от мениска до зеркала

$$d_2 = d_P \mp \sqrt{-f'_M d_1}.$$

Радиусы r_1 и r_2 мениска и r_3 зеркала будут

$$r_1 = \frac{1}{2} \frac{n^2 - 1}{n^2} d_1 \mp \frac{n - 1}{n} \sqrt{-f'_M d_1},$$

$$r_2 = r_1 - \frac{n^2 - 1}{n^2} d_1,$$

$$r_3 = 2 \frac{f'_M - d_P}{f'_M + f' f'}.$$

Из двух знаков ($\pm$ и $\mp$) верхний отвечает системам, в которых мениск обращен выпуклостью к зеркалу, нижний — к небу. Приведенные формулы дают несколько лучшее исправление сферической аберрации, чем эмпирические формулы Д.Д. Максутава.

Расчет классической менисковой системы по формулам Д.С. Волосова может быть выполнен на микрокалькуляторах МК-52, МК-54 и МК-56 по программе 10.1.

Программа 10.1

Расчет классической менисковой системы с одним мениском и вогнутым сферическим зеркалом по формулам Д.С. Волосова

2, ИП5, 1, —, П9, ÷, ИП5, 1, +, П5, ×, ИП7, ÷, ИП6, ×, Fv, ×, ИП0, 3, ÷, ИП6, ×, ИП7, ÷, +, ИПб, —, ИПб, ×, Па, ИП7, ÷, Fv, П4, 2, ИП5, ×, ИП9, Fx², ÷, ×, ИП6, ИПа, ÷, Пс, Fx², ×, 1, +, 2, ИП6, ×, 2, ИПс, ×, 1, —, ÷, ×, Пд, ИП7, ИП4, ×, П2, +, П8, ИП9, ИП5, ÷, ИП2, ×, 1, ИП5, Fx², Fv, —, ИП7, ×, П3, 2, ÷, —, П1, ИП3, +, П2, ИПа, ИПд, —, 2, ×, 1, ИПс, +, ÷, ИПс, ×, C/П

Первоначальные занесения: $A \rightarrow П0$, $n \rightarrow П5$, $f' \rightarrow П6$, $-d_1 \rightarrow П7$, $0,5 \rightarrow Пб$. Результаты: $П1 \rightarrow r_1$, $П2 \rightarrow r_2$, $П8 \rightarrow d_2$, значение r_3 высвечивается на дисплее при окончании вычислений.

Пример: $A = 3,3333333-01$, $n = 1,5163$, $f' = -1000$, $d_1 = 50$. Результат расчета: $r_1 = -439,90911$, $r_2 = -468,16208$, $r_3 = -2089,0351$, $d_2 = 1294,177$. Время расчета 30 с.

§ 10.4. Разновидности менисковых систем

Простейшая оптическая схема менискового телескопа, содержащая лишь мениск и сферическое зеркало (рис.10.1), часто используется в фотографических камерах, но для визуальных наблюдений она непригодна: наблюдатель своей головой будет экранировать пучок лучей, падающих на мениск. Используя плоское диагональное зеркало, отбрасывающее лучи к стенке трубы, мы получим «менисковый Ньютон» (рис. 10.5,а). В отличие от рефлекторов, менисковые системы дают значительно лучшее качество изображения и позволяют использовать большие относительные отверстия и полезное поле. А это приводит к необходимости применять большое диагональное зеркало; в свою очередь это приводит к значительному экранированию главного зеркала. Чтобы этого избежать, можно применить систему менискового телескопа типа Ломоносова-Гершеля (рис.10.5,б), которую можно рассматривать как часть, выкошенную из полной менисковой системы. Изготовление такой системы много проще, чем внеосевого

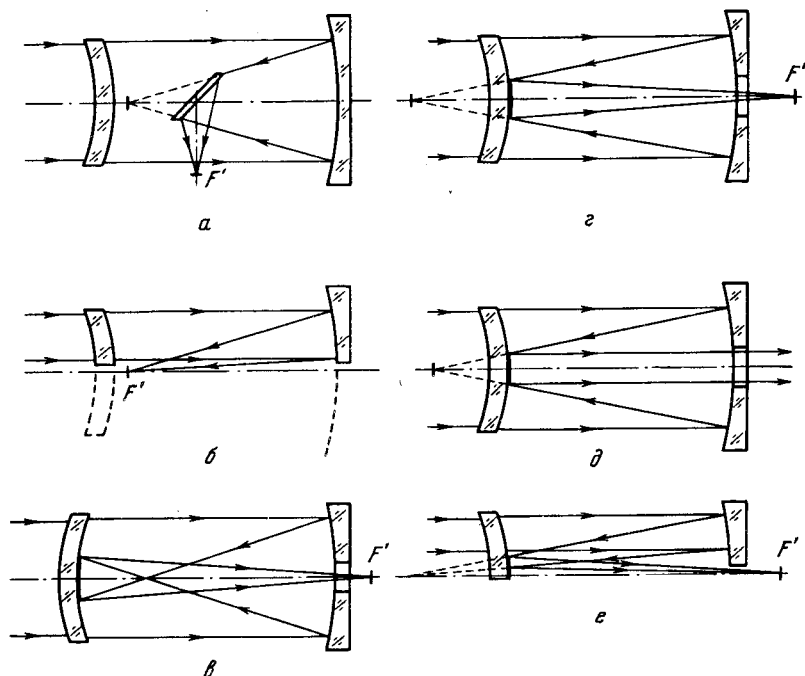


Рис. 10.5. Разновидности менисковых систем: менисковый Ньютон (а), менисковый Ломоносов-Гершель (б), менисковый Грегори (в), менисковый Кассегрен (г), менисковый Мерсен (д), менисковый брахит (е)

параболами в классической системе Ломоносова-Гершеля (см. § 6.1). Еще удобнее применить систему с вторичным зеркалом наподобие систем Грегори или Кассегрена (рис. 10.5, в и г). Первый в мире менисковый телескоп Максутова диаметром 100 мм был построен именно по схеме Грегори. Вогнутое вторичное зеркало было просто образовано алюминированной центральной частью второй поверхности мениска. В схеме менисковый Кассегрен (рис. 10.5, г) вторичное зеркало также может быть образовано путем алюминирования центральной части второй поверхности мениска. Однако нашлифовывание поверхности другого радиуса кривизны в центральной части мениска дает нам лишний параметр, который может быть использован для исправления комы или астигматизма. Т.С. Белороссова, Н.В. Мерман и М.А. Соснина [1962] показали, что в «менисковом Кассегрене» вынос Δ фокальной плоскости за вершину главного зеркала связан со степенью экранирования q главного зеркала вторичным: при $q < 0,33$ неизбежно $\Delta < 0$ и фокальная плоскость расположена перед главным зеркалом; лишь при $q > 0,33$ получаем $\Delta > 0$ и фокальная плоскость располагается в удобном для наблюдений месте, позади главного зеркала.

Наконец, следует отметить возможность изготовления «менискового Мерсена» (рис. 10.5, д) и менискового брахита (рис. 10.5, е). Все эти типы менисковых систем были предложены Д.Д. Максутовым [1942, 1943].

Максутов [1946] указал на возможность построения «менискового Шмидта» (рис. 10.6). В этой системе на удвоенном фокусном расстоянии от зеркала A установлена входная диаграмма диаметром D без коррекционной пластинки.

Роль коррекционного элемента исполняет мениск B , находящийся вблизи фокуса. Центры кривизны его поверхностей совмещены с центром O входной диаграммы, т.е. такая система является концентричной менисковой системой с выпуклой сферической фокальной поверхностью PP . В силу этого все лучи, проходящие через входной зрачок, равноправны и система свободна от внеосевых aberrаций — комы и астигматизма всех порядков. Все поверхности системы сферические. В этом заключается ее преимущество перед классической системой Шмидта. Как и в последней, поле ее криволинейное.

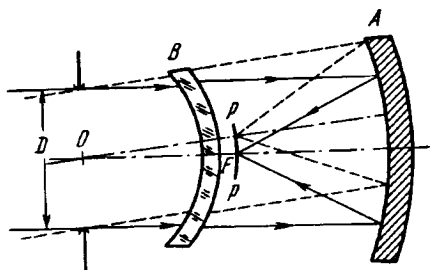


Рис. 10.6. «Менисковый Шмидт» Д.Д.Максутова [1946]

Развитием этих систем явились различные системы типа «супер-Шмидт». А. Бауэрс (Bowers A. [1946]) предложил использовать ахроматический концентрический мениск, склеив его из двух сортов стекла. Д. Хоукинс и Э. Линфут (Hawkins D.S., Linfoot E.H. [1945]) поставили во входной зрачок концентрического «менискового Шмидта» Максудова ахроматическую коррекционную пластинку, склеенную из двух сортов стекла (рис. 10.7). Ее асферичность в 12–16 раз меньше асферичности коррекционной пластинки классической камеры Шмидта. В системе «супер-Шмидт» Бейкера, описанной Уиплом (Whipple F.L. [1949]) имеются два концентрических мениска EE , между которыми в общем центре C их кривизны помещена асферическая ахроматизированная коррекционная пластинка (рис. 10.8). Мениски почти полностью исправляют сферическую aberrацию зеркала A , сохраняя симметрию внеосевых пучков. Остаточная сферическая aberrация устраняется пластинкой Шмидта D . Хро-

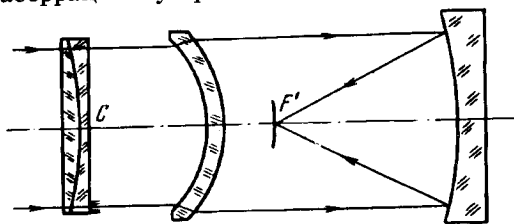


Рис. 10.7. Система «супер-Шмидт» Линфута и Хоукинс. Штрихами отмечена ретушированная поверхность

матизм, вносимый менисками, исправлен тем, что коррекционная пластинка D имеет форму склеенного дублета. Такая система, имея относительное отверстие 1:0,67 и поле $2\omega = 55^\circ$, нашла широкое применение для фотографирования метеоров и искусственных спутников Земли. Выпуклая фокальная поверхность в «супер-Шмидте» Бэкера находится между афокальным корректором и мениском. Это представляет трудности для перезарядки: приходится на шарнирах откидывать в сторону первый мениск и корректор. Глубина фокуса — всего около $\pm 0,005$ мм. Для фотографического наблюдения искусственных спутников Земли с целью точного определения их

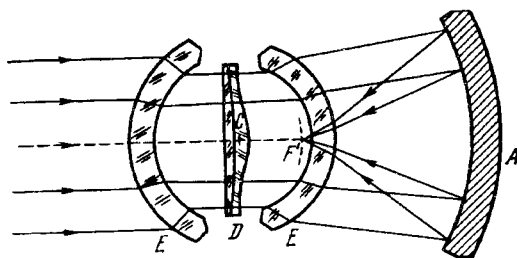


Рис. 10.8. Камера «супер-Шмидт» Бейкера, использованная Уипплом для наблюдения метеоров. Диаметр менисков 457 мм, сферического зеркала 585 мм

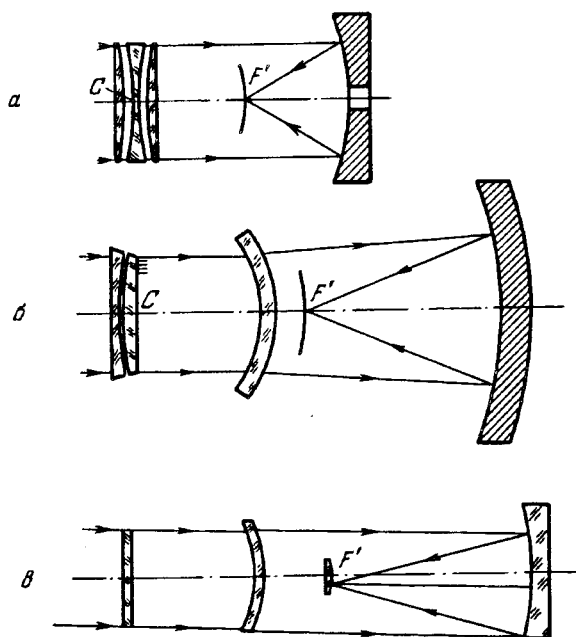


Рис. 10.9. Оптические схемы камер для наблюдения ИСЗ: камера Бейкера-Нанна (а), камера «Астродар» Максудова-Сосниной (БАУ) (б), камера Абеле-Лапушки (ФАС) (в)

траектории в 1955-1957 гг. в США были построены специальные светосильные камеры *Бейкера-Нанна* диаметром 510 мм с относительным отверстием $A = 1:1$ с трехкомпонентным корректором в центре кривизны главного сферического зеркала (рис.10.9,а). Фотографирование производится на пленке, поле $5^\circ \times 30^\circ$. На рис.10.9,б показана оптическая схема объектива «*Астродар*» отечественной камеры «*ВАУ*». Объектив рассчитан Д.Д. Максутковым и М.А. Сосниной для наблюдения спутников. Диаметр действующего отверстия 500 мм, фокусное расстояние 700 мм, эффективное относительное отверстие $1:1,8$, диаметр зеркала 1070 мм. Поле зрения камеры $5^\circ \times 30^\circ$, диаметр кружка рассеяния по всему полю не превышает 0,030 мм. Камера описана А.М. Лозинским и А.Г. Масевич [1970]. М.К. Абеле и К.К. Лапушка (описано там же) разработали камеру «*ФАС*», отличающуюся от «менискового Шмидта» тем, что во входном зрачке установлена слабая положительная плосковыпуклая линза (рис. 10.9,в). Для спрямления поля Абеле и Лапушка применили линзу Пиацци-Смита. В камере диаметром 250 мм с $A = 1:1,9$ поперечники изображений звезд по полю $7^\circ \times 10^\circ$ не превышают 0,020 мм. Область ахроматизации от 0,4000 до 0,7000 мкм. Интересная система типа концентрического «менискового Кассегрена» предложена Т.С. Белороссовой, Н.В. Мерман и М.А. Сосниной [1962] (рис.10.10).

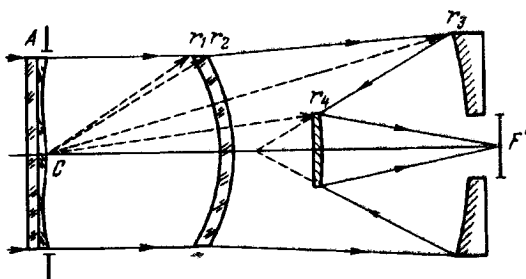


Рис. 10.10. Концентрический «менисковый Кассегрен» Белороссовой, Мерман и Сосниной. Точка С — общий центр кривизны всех четырех сферических поверхностей

Они показали, что при относительном отверстии $1:5$ выполняется критерий Рэлея $h_{\max} \leq \lambda/4$ и диаметр кружка рассеяния на поле $2w \approx 2^\circ$ не превышает 0,02 мм.

Обстоятельно концентрические менисковые системы исследованы Г.М. Поповым [1969].

Глава 11

ПРОЧИЕ КАТАДИОПТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ; СИСТЕМА КЛЕВЦОВА; КАМЕРА ВСЕГО НЕБА ЛЕНГАУЭРА

§ 11.1. Системы Калеба Смита, Шупмана, Зоннефельда, Рихтера–Слефогта, Чуриловского, «менисковый Росс» Максутава

Известно большое количество различных катадиоптрических систем. Вероятно, первой такой системой была система Калеба Смита (1740 г.). Он использовал зеркало Манжена*). Хроматизм, присущий этому зеркалу, Смит исправлял слабой удаленной отрицательной линзой, изготовленной из того же сорта стекла, что и зеркало Манжена. Л. Шупман (Schupmann L. [1899]) предложил систему, получившую название *брахи-медиаля*. В ней аберрации однолинзового объектива исправлялись зеркальнолинзовым корректором, установленным между объективом и фокусом. Корректор содержит вогнутое сферическое зеркало и отрицательную линзу (или систему из двух линз). Вторичный спектр в системе медиаля приблизительно в восемь раз меньше, чем в эквивалентном двухлинзовом объективе.

В 1936 г. Зоннефельд (Sonnefeld A. [1957]) предложил зеркальнолинзовый объектив с относительным отверстием 1:0,5 (рис. 11.1, а). В нем лучи света, пройдя двухлинзовую систему с отрицательной оптической силой и недоисправленной сферической аберрацией, падают на зеркало Манжена, исправляющее сферическую аберрацию, и отражаются к фокусу. В системе Зоннефельда исправлены кома и астигматизм, поле может достигать $2\omega = 4^\circ$ (при относительном отверстии 1:2). Возможно применение полеспрямляющей линзы. Недостатком системы являются ее габариты: длина ее почти в три раза больше фокусного расстояния; диаметр зеркала Манжена также значительно превышает диаметр входного зрачка. Другая катадиоптрическая система разработанная Р. Рихтером и Х. Слефогтом, содержит афокальную линзовую систему, зеркало и полеспрямляю-

*) Строго говоря зеркалом Манжена называется стеклянный мениск со сферическими поверхностями, причем выпуклая поверхность его снабжена зеркальным покрытием. Фокус зеркала Манжена совмещен с центром кривизны преломляющей поверхности. Лучи света проходят через мениск дважды — до отражения от выпуклой зеркальной поверхности его и после отражения. Иногда зеркалом Манжена называют любое вогнутое зеркало, у которого отражающее покрытие нанесено на заднюю поверхность.

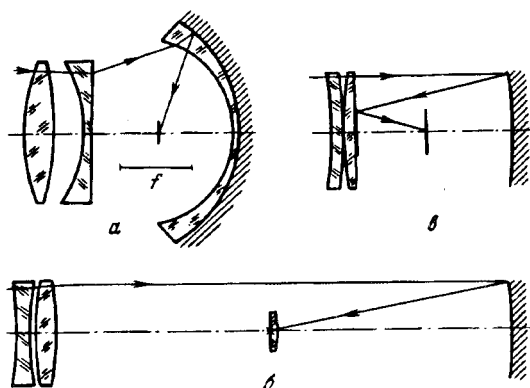


Рис. 11.1. Зеркально-линзовые камеры Зоннефельда (а) и Рихтера-Слефогта (б и в)

щую линзу (рис.11.1,б). Во втором варианте ее используется плоское зеркало, нанесенное на последнюю поверхность линзового элемента (рис.11.1,в), а корректор приближен к зеркалу. Подробный сравнительный анализ менисковых систем, систем Рихтера-Слефогта и Шмидта выполнили Т.С. Белороссова, Д.Д. Максutow, Н.В. Мерман и М.А. Соснина [1961]. Они показали, что с точки зрения остаточных aberrаций комы и астигматизма наибольшие поля могут обеспечить системы Шмидта и наименьшие — менисковые, но в основном поле ограничивается не aberrациями, а допустимым центральным экранированием. Для систем диаметром 1 м при относительном отверстии менее 1:3,5 все рассмотренные системы обеспечивают поле, ограниченное заданным допустимым центральным экранированием $q = 0,3$. В то же время по хроматизму менисковые системы значительно лучше остальных. Авторы этой работы рекомендуют при диаметре системы 1 м и $\mathcal{V} > 3,6$ применять менисковые системы, при $2,8 < \mathcal{V} < 3,6$ использо-

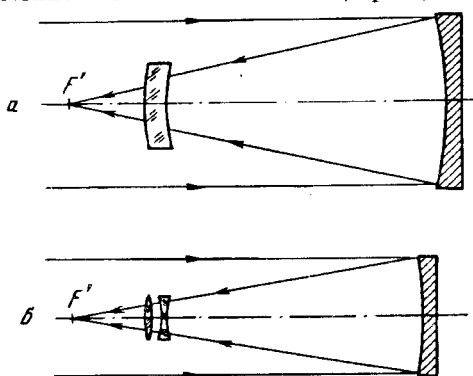


Рис. 11.2. «Менисковый Росс» Д.Д. Максutowа (а) и катодиоптическая система В.Н. Чуриловского с «изохроматическим» дублетом (б)

вать линзовый корректор Рихтера–Слефогта, а в самых светосильных системах при $V < 2,8$ — систему Шмидта.

Размер линзовых элементов, устанавливаемых перед зеркалом в катадиоптрических системах, ограничивает возможные их размеры. Поэтому естественны поиски систем с линзовыми элементами, устанавливаемыми после зеркала. Корректор Росса и все типы корректоров к апланатическим телескопам относятся к этому классу систем. Д.Д. Максutow указал на возможность использования мениска в сходящемся пучке, отраженном сферическим зеркалом, назвав его «*менисковым Россом*». В.Н. Чуриловский [1968] применил двухлинзовый корректор. Чтобы не вызвать хроматизм, обе линзы в нем изготовлены из одного сорта стекла, образуя «изохроматический дублет», а чтобы не было хроматизма положения, они должны быть близко расположены одна к другой. Их оптические силы почти одинаковы, но различны по знаку. Зеркало в системах Максutowа и Чуриловского имеет сферическую форму (рис. 11.2).

§ 11.2. Катадиоптрические системы с вторичным зеркалом Манжена; система Клевцова

В 1947 г. Г.Г. Слюсарев и В.С. Соколова (см. А.И. Тудоровский [1952], с.129) разработали катадиоптрический телескоп с вторичным зеркалом, выполненным в виде линзы. В схеме используются еще четыре линзы. При относительном отверстии 1:5,6 и диаметре 270 мм система обеспечивает хорошее поле диаметром 4°. П.П. Аргунов [1965] рассмотрел ряд систем со сферическим главным зеркалом и корректором в сходящемся пучке. Корректор выполнен в форме ахроматического дублета или апохроматического триплета с нанесением зеркального покрытия на заднюю поверхность последней линзы, образующей таким образом вторичное зеркало типа Манжена.

Ю.А. Клевцов [1983], развивая идею Г.Г. Слюсарева и П.П. Аргунова, разработал методику расчета оптической системы, которая содержит сферическое главное зеркало, мениск, установленный перед вторичным зеркалом, и вторичное зеркало типа Манжена (рис. 11.3). Свет, отраженный главным зеркалом, проходит через мениск, через стекло зеркала Манжена и, отражаясь от его выпуклой задней зеркальной поверхности, следует в обратном направлении. Фокус системы расположен позади главного зеркала, для чего в нем имеется центральное отверстие. Мениск и зеркало Манжена изготовлены из одного материала, имеющего показатель преломления n . Введем $\mu = 1/n$. Обозначим высоту луча, входящего в систему параллельно оптической оси, на i -й поверхности (номера поверхностей указаны на рис. 11.3) через h_i и причем $h_1 = 1$, а углы каждого из лучей с оптической осью — через α_i . Очевидно, что $\alpha_1 = 0$. Будем считать, что задняя поверхность мениска соприкасается с передней поверхностью зеркала Манжена, т.е. что $d_3 = d_6 = 0$. Очевидно, что радиусы $r_2 = r_8$, $r_3 = r_7$,

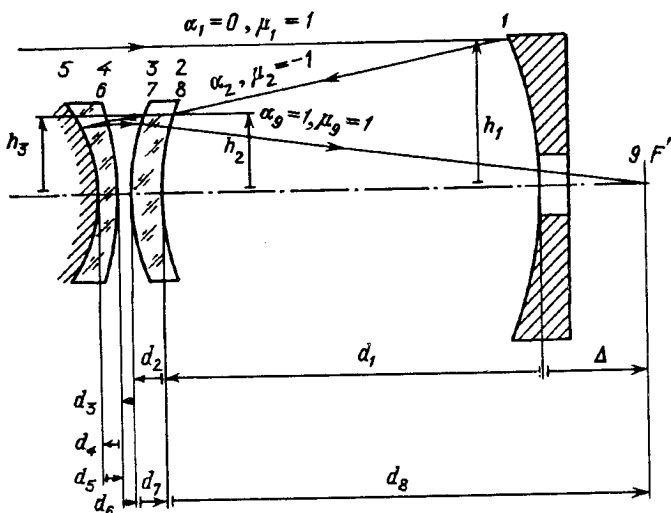


Рис. 11.3. Система Ю.А. Клевцова. Цифрами обозначены номера поверхностей (по ходу луча)

$r_4 = r_6$, а толщины $d_5 = -d_4$, $d_7 = -d_2$. Пренебрежем толщиной зеркала Манжена, т.е. будем считать $d_4 = d_5 = 0$. Примем также, что $h_3 = h_4 = h_5 = h_6 = h_7$. Углы α_i будем измерять в единицах угла α_9 , т.е. примем $\bar{\alpha}_9 = 0$. Очевидно, что $\mu_1 = \mu_7 = \mu_9 = 1$, $\mu_2 = \mu_4 = -1$, $\mu_3 = \mu_5 = -1/n$, $\mu_6 = \mu_8 = 1/n$. В качестве свободных параметров выберем значения h_3 , α_2 , и отношение d_2/dh_3 . В табл. 11.1 приведены выражения для расчета радиусов кривизны r_i каждой из поверхностей и вспомогательных величин U_i , S_i , P_i и W_i . В ней ν есть число Аббе (см. (4.80)).

Из геометрических соображений получаем, что

$$\alpha_8 = \frac{\mu(1 - \alpha_2)}{G} + \frac{H}{G}\alpha_3, \quad (11.1)$$

где $H = 1 + \mu d_2/h_3$, $G = 1 + \mu \alpha_2 d_2/h_3$. Соотношение (11.1) связывает две неизвестные величины α_8 и d_3 с известным значением μ и свободными параметрами α_2 и d_2/h_3 . Ю.А. Клевцов показал, что условие апохроматической коррекции имеет вид

$$\alpha_3 - \alpha_5 = \frac{1}{2} \left(1 + \alpha_3 \frac{d_2}{h_3} \right) \left[\alpha_3 - \alpha_2 + \frac{H}{G}(\alpha_8 - 1) \right]. \quad (11.2)$$

Если мы подставим сюда из (11.1) значение α_8 , то сможем выразить α_5 через α_3 и известные величины. Условие коррекции комы

можно записать в виде

$$\Sigma \Pi = -\sum_{i=1}^8 W_i + \frac{\mu d_2}{h_3}(P_2 - P_8) - S_3 P_1 = 0, \quad (11.3)$$

где

$$S_3 P_1 = -\frac{\alpha_2^2}{4} \left[1 - \frac{G}{h_3(1 + \alpha_3 \frac{d_2}{h_3})} \right], \quad (11.4)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^8 W_i = & \frac{1}{2} + \frac{1+\mu}{2(1-\mu)} \left[(\alpha_8 - 1)^2 - (\alpha_3 - \alpha_2)^2 \right] + \\ & + \frac{1+\mu}{\mu} (\alpha_3 - \alpha_5)(\alpha_8 - \alpha_3). \end{aligned} \quad (11.5)$$

Таблица 11.1

Радиусы кривизн r_i и вспомогательные величины U_i , S_i , P_i и W_i
для каждой из поверхностей

Номер поверхно- сти i	r_i	U_i	S_i	P_i	W_i
1	$\frac{2}{\alpha_2}$	0	0	$-\frac{\alpha_3^2}{4}$	$\frac{\alpha_2^2}{2}$
2	$h_2 \frac{1-\mu}{\alpha_3 - \mu \alpha_2}$	$\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{\nu}$	$\frac{d_1}{h_2}$	$\frac{(\alpha_3 - \alpha_2)^2 (\alpha_2 - \mu \alpha_3)}{(1-\mu)^2}$	$\frac{(\alpha_3 - \alpha_2)(\alpha_2 - \mu \alpha_3)}{1-\mu}$
3	$h_3 \frac{1-\mu}{\alpha_3 - \mu \alpha_4}$	$\frac{\alpha_4 - \alpha_3}{\nu}$	$S_2 - \frac{\mu d_2}{h_2 h_3}$	$\frac{(\alpha_4 - \alpha_3)^2 (\mu \alpha_3 - \alpha_4)}{(1-\mu)^2}$	$\frac{(\alpha_4 - \alpha_3)(\alpha_4 - \mu \alpha_3)}{1-\mu}$
4	$h_3 \frac{1-\mu}{\alpha_5 - \mu \alpha_4}$	$\frac{\alpha_5 - \alpha_4}{\nu}$	S_3	$\frac{(\alpha_5 - \alpha_4)^2 (\alpha_4 - \mu \alpha_5)}{(1-\mu)^2}$	$\frac{(\alpha_5 - \alpha_4)(\alpha_4 - \mu \alpha_5)}{1-\mu}$
5	$\frac{2h_3}{\alpha_6 - \alpha_5}$	0	S_3	$\frac{(\alpha_6 - \alpha_5)^2 (\alpha_6 + \alpha_5)}{4\mu}$	$\frac{\alpha_6^2 - \alpha_5^2}{2}$
6	$h_3 \frac{1-\mu}{\alpha_6 - \mu \alpha_7}$	$\frac{\alpha_6 - \alpha_7}{\nu}$	S_3	$\frac{(\alpha_7 - \alpha_6)^2 (\alpha_7 - \mu \alpha_6)}{(1-\mu)^2}$	$\frac{(\alpha_7 - \alpha_6)(\alpha_7 - \mu \alpha_6)}{1-\mu}$
7	$h_3 \frac{1-\mu}{\alpha_8 - \mu \alpha_7}$	$\frac{\alpha_7 - \alpha_8}{\nu}$	S_3	$\frac{(\alpha_8 - \alpha_7)^2 (\mu \alpha_8 - \alpha_7)}{(1-\mu)^2}$	$\frac{(\alpha_8 - \alpha_7)(\alpha_7 - \mu \alpha_8)}{1-\mu}$
8	$h_8 \frac{1-\mu}{\alpha_8 - \mu}$	$\frac{\alpha_8 - 1}{\nu}$	$S_3 - \frac{\mu d_2}{h_3 h_8}$	$\frac{(1 - \alpha_8)^2 (1 - \mu \alpha_8)}{(1-\mu)^2}$	$\frac{(1 - \alpha_8)(1 - \mu \alpha_8)}{1-\mu}$

Формулы (11.1) и (11.2) позволяют представить выражения (11.4) и (11.5) как функции от α_3 и свободных параметров системы. Подстав-

для эти величины в (11.3), мы приходим к уравнению четвертой степени относительно α_3

$$A\alpha_3^4 + E\alpha_3^3 + I\alpha_3^2 + J\alpha_3 + M = 0, \quad (11.6)$$

коэффициенты которого являются функциями свободных параметров h_3 , α_2 и d_2/h_3 . Задаваясь этими величинами, можно вычислить коэффициенты уравнения (11.6), не выводя сложных аналитических выражений. Ю.А. Клевцов показал, что в диапазоне $h_3 = 0,25 \div 0,30$, $-\alpha_2 = 2 \div 3$; $-d_2/h_3 = 0,015 \div 0,030$ уравнение (11.6) имеет только два решения. После этого находим

$$\begin{cases} h_2 = h_3 \left(1 + \alpha_3 \frac{d_2}{h_3} \right), & h_8 = h_2 \frac{H}{G}, \\ \alpha_6 = \alpha_5 + \alpha_8 - \alpha_3, & d_1 = (1 - h_2)/\alpha_2, \end{cases} \quad (11.7)$$

α_8 определяем из (11.1). Вынос фокальной плоскости за вершину главного зеркала $\Delta = h_8 + d_1$. По формулам, приведенным табл. 11.1, легко определить значения радиусов кривизны поверхностей r_1 , r_2 и r_5 . Система Ю.А. Клевцова позволяет исправить хроматизм положения, сферическую aberrацию и кому. Для этого приравняем нулю хроматизм положения:

$$L = \sum_{i=1}^8 h_i U_i = 0.$$

Подставляя сюда из табл. 11.1 значения U_i , мы видим, что значение v сокращается. Это означает, что в данном случае достигается апохроматическая (по всему спектральному диапазону) коррекция хроматизма положения. Условие исправления сферической aberrации ΣI третьего порядка приводится к квадратному уравнению

$$\alpha_4^2 + N\alpha_4 + Q = 0, \quad (11.8)$$

где

$$\begin{aligned} N &= \frac{2(1-\mu^2)}{\mu(2+\mu)}\alpha_8 - \frac{d_3}{\mu} - \frac{1+2\mu}{2+\mu}\alpha_5, \\ Q &= \frac{(1-\mu)^2}{2(2+\mu)} \frac{P_1 + h_2 P_2 + h_3 P_5 + h_8 P_8}{h_3(\alpha_3 - \alpha_5)} + \frac{\mu}{2+\mu}(\alpha_3^2 + \alpha_3\alpha_5 + \alpha_5^2) + \\ &+ (\alpha_8 - \alpha_3) \left[\frac{(2+3\mu)(1-\mu)^2}{2(2+\mu)\mu^2} d_8 - \frac{1-\mu^2}{(2+\mu)\mu^2} \alpha_3 - \frac{(1-\mu)(1+3\mu)}{2\mu(2+\mu)} \alpha_5 \right]. \end{aligned}$$

Двум решениям уравнения (11.6) для α_3 отвечают два квадратных уравнения (11.8) для α_4 . Следовательно, поставленная задача имеет четыре решения (рис. 11.4). Определив α_4 , найдем значение α_7 :

$$\alpha_7 = \alpha_4 + (\alpha_8 - \alpha_3)/\mu. \quad (11.9)$$

Из выражений, приведенных в табл. 11.1, находим значения радиусов r_3 и r_4 . Таким образом мы получаем все конструктивные параметры схемы, в которых, в рамках теории абберации третьего порядка, исправлены сферическая абберация, кома и хроматизм

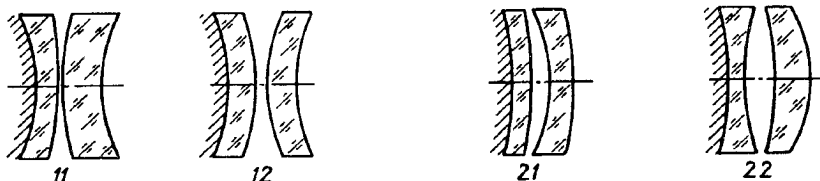


Рис. 11.4. Четыре варианта линзовых элементов системы Ю.А. Клевцова, отвечающих одним и тем же значениям свободных параметров

положения. Неисправленными остаются астигматизм, кривизна поля и хроматизм увеличения. Коэффициенты астигматизма и кривизны поля соответственно будут

$$\left\{ \begin{aligned} \Sigma \text{III}_a &= \frac{1}{2} \left[-\alpha_2 + \frac{\alpha_2}{h_2} + \frac{1}{h_8} + \mu \frac{d_2}{h_3} \left(\frac{\alpha_3^2}{h_2} + \frac{\alpha_8^2}{h_8} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\mu d_2}{h_3} \right)^2 \left(\frac{P_2}{h_2} + \frac{P_8}{h_8} \right) - \frac{\mu d_2}{h_3} \left(\frac{W_2}{h_2} - \frac{W_8}{h_8} \right) + \\ &+ S_3 \left(W_1 + \frac{1}{2} S_3 P_1 \right), \\ \Sigma \text{IV} &= \frac{1}{2} \left[\alpha_2 + \frac{2(\mu - \alpha_8)}{h_8} + \frac{\alpha_3 + \alpha_8 - (1 + \mu)(\alpha_5 + \alpha_6)}{h_3} \right] + \Sigma \text{III}_a, \end{aligned} \right. \quad (11.10)$$

а меридиональный и сагиттальный радиусы кривизны поля

$$R_M = -f' \frac{1}{2\Sigma \text{III}_a + \Sigma \text{IV}}, \quad R_S = -f' \frac{1}{\Sigma \text{IV}}, \quad (11.11)$$

где f' — фокусное расстояние системы.

Хроматизм увеличения определится по формуле

$$F_0 = \frac{\mu d_2}{\nu h_3} (1 - \alpha_2) \left[1 - \mu \frac{1 + \alpha_3 d_2 / h_3}{G} \right] \quad (11.12)$$

или приближенно

$$F_0 \approx \frac{\mu(1-\mu)}{\nu} \frac{d_2}{h_3} (1 - \alpha_2), \quad (11.12')$$

где ν есть число Аббе. Выбор стекла оказывает заметное влияние на хроматизм увеличения, меняя его до трех раз. Предпочтительны стекла с большими числами Аббе ν и малыми показателями преломления $n = 1/\mu$. Значения h_3 должны лежать в пределах $0,25 \div 0,3$. Если принять $h_3 < 0,25$, то появляются большие остаточные aberrации. Величины $h_3 > 0,3$ приводят к большому центральному экранированию. Величина α_2 определяет положение фокальной поверхности; последнее, как правило, задается из конструктивных соображений. Поэтому фактически свободным параметром остается только толщина мениска, т.е. отношение $-d_2/h_3$. С увеличением толщины d_2 мениска и показателя преломления стекла, из которого он изготовлен, возрастают радиусы кривизны поверхностей мениска и уменьшаются остаточные aberrации системы. Однако слишком толстые мениски вызывают недопустимо большой хроматизм увеличения. Толщину d_2 мениска следует выбирать из конструктивных соображений. После расчета по приведенному алгоритму и выбора соответствующего варианта системы необходима ее оптимизация.

§ 11.3. Камера всего неба («All-sky»-камера) Ленгауэра

Для общего исследования структуры Млечного Пути, изучения полярных сияний, для регистрации облачного покрова и других явлений полезны камеры, позволяющие одновременно фотографировать все небо. Такие камеры получили название «камер всего неба» или «all-sky»-камер. В основе их лежит вогнутое (или выпуклое) зеркало, в котором отражается весь небосвод. Это зеркало фотографируется небольшой камерой, укрепленной над ним. Камера неизбежно экранирует часть фотографируемого неба (вблизи зенита); с этим приходится мириться. Впервые такая камера была разработана Хини и Гринстейном, но описана была только в работе О. Струве (Struve O. [1951]). В нашей стране такая камера была построена А.И. Лебединским и использовалась для изучения северных сияний. Теория камеры всего неба с двумя зеркалами была разработана Г.Г. Ленгауэром [1989]. Оптическая схема камеры Г.Г. Ленгауэра показана на рис. 11.5. Она содержит два сферических зеркала М1, М2 и объектив ЛО. Главное вогнутое зеркало М1 и выпуклое вторичное М2 строят мнимое изображение S'' светила S (рис.11.6), которое фотографируется объективом ЛО в точке S''' . Совокупность зеркал М1 + М2 образует, согласно классификации Д.Д. МаксUTOва [1946], предфокально-мнимую систему. В дальнейшем ради краткости мы не

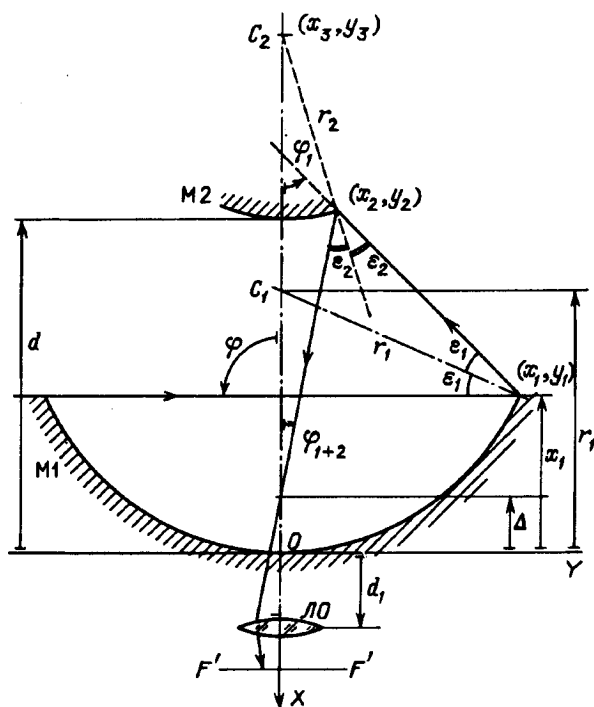


Рис. 11.5. Схема «all-sky»-камеры Г.Г. Ленгауэра и ход краевого луча

приводим выводов формул, а даем сразу алгоритм Г.Г. Ленгауэра для расчета. Выберем систему координат, как указано на рис.11.5: начало O разместим в вершине главного зеркала $M1$, ось X направим вдоль оптической оси, а ось Y — по касательной к главному зеркалу.

Так как камера предназначена для фотографирования всего неба, то угол φ между краевым падающим лучом и оптической осью камеры равен 90° . Зададимся следующими величинами (рис.11.5):

1. углом ϵ_1 падения краевого луча на главное зеркало $M1$,
2. углом φ_{1+2} между оптической осью и краевым лучом, отраженным зеркалами $M1$ и $M2$,
3. диаметром D_1 главного зеркала $M1$.

Вычислим вспомогательные углы φ_1 и ϵ_2 :

$$\varphi_1 = 90^\circ - 2\epsilon_1, \quad \epsilon_2 = (\varphi_1 + \varphi_{1+2})/2; \quad (11.13)$$

φ_1 есть угол между оптической осью и краевым лучом, отраженным зеркалом $M1$, ϵ_2 — угол падения краевого луча на вторичное зеркало $M2$.

рис.11.5, где $\Delta \neq 0$). Найдем координаты (x_3, y_3) центра C_2 (рис.11.5) кривизны зеркала M2:

$$x_3 = x_2 - \frac{y_2}{\operatorname{tg}(\varepsilon_2 - \varphi_{1+2})}, \quad y_3 = 0, \quad (11.16)$$

радиус r_2 его кривизны и расстояние d между вершинами зеркал,

$$r_2 = -\sqrt{(x_2 - x_3)^2 + y_2^2}, \quad d = x_3 - r_2. \quad (11.17)$$

Необходимый диаметр зеркала M2 будет $D_2 = 2y_2$. Определим последний отрезок s'_{1+2} для системы M1+M2 (рис.11.6) и эквивалентное фокусное расстояние f'_{1+2} :

$$s'_{1+2} = \frac{(2d - r_1)r_2}{2(2d - r_1 + r_2)}, \quad f'_{1+2} = -\frac{r_1 r_2}{2(2d - r_1 + r_2)}. \quad (11.18)$$

Линейный размер $2\rho_{1+2}$ мнимого изображения всей небесной полу-сферы ($w = \pi/2$) в фокусе F'_{1+2} будет

$$2\rho_{1+2} \approx \pi f'_{1+2}, \quad (11.19)$$

где $\pi = 3,14...$, что отвечает углу поля зрения $2w = 180^\circ$. Объектив ЛО переносит мнимое изображение из фокальной плоскости F'_{1+2} в сопряженную ей плоскость F'_{1+2+0} (рис.11.6). Расстояние от вершины зеркала M1 до передней главной плоскости $H_0 H_0$ объектива обозначим через d_1 . Объектив можно отодвинуть дальше от вершины зеркала M1, однако при $\Delta \neq d_1$ это вызовет виньетирование наклонных лучей. При этом расстояние a'_0 от задней главной плоскости $H'_0 H'_0$ объектива ЛО до светоприемника (в плоскости F'_{1+2+0}) будет

$$a' = \frac{af'_0}{a - f'_0}, \quad (11.20)$$

где a — расстояние от передней главной плоскости $H_0 H_0$ объектива ЛО до мнимого изображения S'' , а f'_0 — фокусное расстояние объектива ЛО.

В дальнейшем для простоты будем считать, что

$$\Delta = 0, \quad d_1 = 0, \quad (11.21)$$

т.е. что краевой луч, отраженный зеркалами M1 и M2 пересекает оптическую ось в вершине главного зеркала и передняя главная точка объектива O также совмещена с нею. Реальные отступления от этого

невелики. В любом случае, во избежание виньетирования краевых лучей, необходимо, чтобы было

$$\Delta = d_1, \quad (11.22)$$

т.е. чтобы краевой луч попадал в центр объектива ЛО.

При выполнении условия (11.21) линейный диаметр всего поля в плоскости f'_{1+2+0} будет

$$2\rho = 2a'tg\varphi_{1+2}. \quad (11.23)$$

При этом объектив ЛО не вызовет виньетирования лучей вплоть до горизонта. Виньетирование лучей, идущих от горизонта, будет вызываться краем зеркала М1.

Расстояние a от передней главной плоскости H_0H_0 объектива ЛО до мнимого изображения (оно отрицательно)

$$a = d + s'_{1+2} - d_1. \quad (11.24)$$

Фокусное расстояние f'_0 объектива можно выбрать любое. Относительное отверстие системы

$$A_{\text{экр}} = \frac{D_0}{a'}. \quad (11.25)$$

Анализ алгоритма показывает:

1. Радиус кривизны r_1 главного зеркала не зависит от выбора угла φ_{1+2} и очень слабо зависит от угла ε_1 .

2. Стрелка x_1 главного зеркала, выраженная в долях его диаметра D_1 , во всех случаях очень большая; она составляет от 0,15 до 0,5 (в пределе).

3. Диаметр входного зрачка δ при $d_1 = \Delta = 0$

$$\delta = D_0 \frac{2\varphi_{1+2}}{\pi}, \quad (11.26)$$

где D_0 — диаметр перебрасывающего объектива ЛО. Во всех случаях δ много меньше диаметра D_1 главного зеркала. Отношение δ/D_0 , если считать что $\Delta = 0$, равно

$$\frac{\delta}{D_0} = -\frac{f'_{1+2}}{d + s'_{1+2} - d_1}. \quad (11.27)$$

Увеличить диаметр входного зрачка можно, увеличивая или угол φ_{1+2} , или диаметр D_0 перекидывающего объектива, как это следует из (11.26). Однако при увеличении угла φ_{1+2} возникают такие проблемы:

а) Растет диаметр вторичного зеркала М2 и с ним размер недоступной близзенитной зоны. Это усугубляется еще одновременным сближением зеркал М1 и М2, так как уменьшается $|d|$.

б) Растет размер объектива ЛО, а с ним (если задаться каким-то разумным значением его относительного отверстия), в соответствии с (11.23), линейный размер изображения в фокальной плоскости всей системы М1+М2+ЛО; так как $2\rho = \pi f'_0$, то необходимо увеличивать фокусное расстояние объектива ЛО.

в) С ростом δ увеличивается отношение d/r_1 , а значит, растут сферическая aberrация и кома. Чтобы этого не было, необходимо увеличивать r_1 и r_2 , т.е. увеличивать размер системы.

г) С ростом δ увеличивается виньетирование краем главного зеркала лучей, идущих от горизонта.

4. Отношение δ/D_0 сохраняется независимо от диаметра D_1 главного зеркала. Поэтому использование большого главного зеркала бессмысленно. Маленькая камера, изготовленная Г.Г. Ленгауэром, диаметром 300 мм, с $\varepsilon_1 = 23^\circ$, $\varphi_{1+2} = 9,7^\circ$ и с использованием сменных объективов, имеет $\delta/D_0 \approx 0,1$ и δ от 4 до 8 мм.

Фокусное расстояние всей системы М1+М2+ЛО и ее относительное отверстие будут

$$f'_{\text{экр}} \approx a' \frac{2\varphi_{1+2}}{\pi}, \quad A_{\text{экр}} = \frac{\delta}{f'_{\text{экр}}} = \frac{D_0}{f'_0}, \quad (11.28)$$

где f'_0 — фокусное расстояние объектива ЛО. Светосила системы зависит только от светосилы объектива ЛО. При соответствующем выборе объектива она может быть сделана достаточно большой. Это делает систему пригодной для фотографирования протяженных небесных объектов. Для фотографирования точечных объектов (звезд, ИСЗ) играет роль диаметр δ входного зрачка, который, как мы видели, весьма мал. Поэтому проникающая сила такой камеры непропорционально мала по сравнению с ее размером (диаметром D_1 главного зеркала). Имея ограниченный размер 2ρ светоприемника, мы вынуждены брать соответствующее фокусное расстояние

$$f'_0 = 2\rho/\pi \quad (11.29)$$

объектива, и, задаваясь его относительным отверстием A_0 , находим его диаметр

$$D_0 = A_0 f'_0 = A_0 2\rho/\pi. \quad (11.30)$$

Так как объектив ЛО фокусируется не на бесконечность, а на сравнительно близко расположенное мнимое изображение, то его действующая светосила будет меньше номинальной. Сферическая aberrация и кома камеры Г.Г. Ленгауэра пренебрежимо малы; это определяется малой величиной входного зрачка. Наиболее существенными aberrациями являются астигматизм и кривизна поля. Дисторсия системы всегда большая, проекция сферы на плоскость близка к равнопромежуточной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аргунов П.П. Катадиоптрический телескоп // Новая техника в астрономии: Вып.2.—М.:Наука, 1965.—С.8—18.
- Белороссова Т.С., Максutow Д.Д., Мерман Н.В., Соснина М.А. Сравнение трех типов зеркально—линзовых систем: менисковых, Рихтера—Слефогта и Шмидта // Изв. ГАО АН СССР.—1961.—№169.—С.114—122.
- Белороссова Т.С., Максutow Д.Д., Мерман Н.В., Соснина М.А. Светосильный широкоугольный телескоп большого диаметра // Изв. ГАО АН СССР.—1964.—№175.—С.162—166.
- Белороссова Т.С., Максutow Д.Д., Мерман Н.В., Соснина М.А. О расчете менисковых систем // Тр.ГАО АН СССР. Сер. II.—1969.—Т.77.—С.151—152.
- Белороссова Т.С., Мерман Н.В., Соснина М.А. Новый зеркально—линзовый объектив // АЖ.—1962.—Т.39, №2.—С.330—334.
- Белороссова Т.С., Мерман Н.В., Соснина М.А. Оптика главного фокуса телескопа БТА // Изв. ГАО АН СССР.—1975.—№193.—С.175—177.
- Боуэн И.С. Камера Шмидта // Телескопы / Под ред. Дж. Койпера и Б. Миддлхёрст; Пер. с англ.—М.: ИЛ, 1963.—С.64—84.
- Волосов Д.С. Методы расчета сложных фотографических систем.—Л.; М.: Гостехиздат, 1948, 396 с.
- Губель Н.Н. Аберрации децентрированных систем.—Л.: Машиностроение, 1975, с.272.
- Клевцов Ю.А. Аберрационный расчет оптической системы с менисковым корректором // Иссл. по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца.—1983.—Вып.64. С.21—32.
- Ленгауэр Г.Г., Михельсон Н.Н., Никанорова И.Н. Теория сверхширокоугольной камеры Г.Г. Ленгауэра // Изв. ГАО АН СССР.—1989.—№206.—С.75—79.
- Леонова В.Б. Автоматизация расчетов оптических систем.—М.: Машиностроение, 1970, 288 с.
- Лозинский А.М., Масевич А.Г. Фотографические наблюдения искусственных спутников Земли // Научные информации Астрономического Совета АН СССР.—1970.—Вып. 18.—С.3—36.
- Майоров М.А. Обращение рядов, определяющих меридианное сечение асферических поверхностей // Оптико-мех. пром.—1989.—№10.—С.27—28.
- Максutow Д.Д. Однолинзовый окуляр без різниці хроматичного збільшення // Записки державного фізичного інституту в м. Одесі.—1929.—Т. I, вып. 5.—С.3—12.
- Максutow Д.Д. Анаберрационные отражающие поверхности и системы и новые способы их испытания // Тр. Гос. оптического института.—1932.—Т. VIII, вып. 86.—С.1—120.
- Максutow Д.Д. Новые катадиоптрические системы // ДАН СССР.—1942.—Т.37, №4.—С.147—152.
- Максutow Д.Д. Новые катадиоптрические менисковые системы // ЖТФ.—1943.—Т.13, №3.—С.87—108.
- Максutow Д.Д. Новые катадиоптрические менисковые системы // Тр. ГОИ.—1944 (а).—Т.16, вып.124.—Оборонгиз, 133 с.
- Максutow Д.Д. (Maxutov D.D.). New catadioptric meniscus systems // JOSA.—1944 (б).—Т.34, №5.—Р. 270—284.
- Максutow Д.Д. Астрономическая оптика.—М.; Л.: Гостехиздат, 1946, 368 с.
- Максutow Д.Д. Астрономическая оптика. 2-е изд.—Л.: Наука. Ленинградск. отд., 1979, 395 с.
- Мейнел А.В. Кассегреновская камера светосилой 1:2 // Настоящее и будущее телескопов умеренного размера: Пер. с англ.—М.: ИЛ, 1960.—С.198—204.
- Мерман Н.В., Соснина М.А. Сравнительный анализ оптических систем для космических телескопов.—Л.: Пулков, 1974.—Отчет 176 с.

- Михельсон Н.Н. Оптические телескопы: Теория и конструкция.— М.: Наука. Гл.ред.физ.мат.лит., 1976, 510 с.
- Михельсон Н.Н. Диаграмма пластинок Бёрча//Изв.ГАО АН СССР.—1979 (а).— №196.—С.170-173.
- Михельсон Н.Н. О большой камере Шмидта//Новая техника в астрономии.— Л.:Наука.—1979(б).—Вып. 6.—С.151-154.
- Михельсон Н.Н. Рефлекторы с одним и двумя зеркалами//Изв. ГАО АН СССР.— 1980 (а).—№148.—С.167-172.
- Михельсон Н.Н. Общие свойства трехзеркальных телескопов // Изв. ГАО АН СССР.—1980 (б).—№198.—С.173-186.
- Михельсон Н.Н. (Mikhel'son N.N.) Three—mirror telescope anastigmats//Optica Acta.—1982 (а).—Т.29,№7.—Р.979-983.
- Михельсон Н.Н. Трехзеркальный анастигмат с совмещением главного и третьего зеркал//Изв. ГАО АН СССР.—1982 (б).—№199.—С.121-124.
- Михельсон Н.Н. Трехзеркальный телескоп—анастигмат с плоским полем//Изв. ГАО АН СССР.—1982 (в).—№200.—С.146-153.
- Михельсон Н.Н. Дифференциальные формулы двухзеркальных систем телескопов//ОМП 1983 (а).—№1.—С.15-16.
- Михельсон Н.Н. Теория оптических систем и монтаровок крупных астрофизических телескопов: Дисс. на соиск. уч. степени док. техн. наук.—Л.1983 (б), 289 с.
- Михельсон Н.Н. Кома, вызванная децентрировками зеркал в трехзеркальных системах телескопов//Новая техника в астрономии: Приборы и методы исследования.— Л.:Наука.—1984.—С.127-130.
- Михельсон Н.Н. Виньетирование в трехзеркальных системах телескопов// Изв. ГАО АН СССР.—1985.—№201.—С.127-130.
- Михельсон Н.Н. Трехзеркальные системы телескопов с промежуточным фокусом; применение к крупному универсальному солнечному телескопу КУСТ//Бюл. «Солнечные данные».—1986.—№9.—С.71-77.
- Михельсон Н.Н. Форма зеркал и характеристики трехзеркальных телескопов—анастигматов с плоским полем//Изв. ГАО АН СССР.—1988 (а).—№205. С.125-130.
- Михельсон Н.Н. Кома, обусловленная децентрировками зеркал в трехзеркальных телескопах//Изв.ГАО АН СССР.—1988 (б).—№205.—С.131-141.
- Михельсон Н.Н. Возможность использования визуального объектива в качестве объектива астрографа//Астрофотография в исследовании Вселенной.—СПб: Изд. ГАО АН СССР.—1992.—С.220-225.
- Пименов Ю.Д. Исследование оптической схемы трехзеркального объектива// ОМП.—1977 (а).—№7.—С.18-21.
- Пименов Ю.Д. Зеркальный длиннофокусный объектив для телескопа. Авт. св. СССР №542967, Кл. G 02 B 17/16//Бюл. изобр.—1977 (б).—№2.—С.101.
- Попов Г.М. Современная астрономическая оптика.—М.:Наука, 1988, 190 с.
- Родионов С.А. Автоматизация проектирования оптических систем.—Л.: Машиностроение, 1982, 270 с.
- Русинов М.М. Несферические поверхности в оптике.—2—е изд.—М.: Недра, 1973, 295 с.
- Русинов М.М. Композиция оптических систем.—Л.: Машиностроение, 1989, 384 с.
- Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем.—Л.М.:ОНТИ, 1937, 698 с.
- Слюсарев Г.Г. Таблицы для расчета двухлинзовых склеенных объективов.—Л.: Ред.и—зд.отд.ГОИ, 1949, 50 с.
- Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем.—Л.: Машиностроение, 1969, 670 с.
- Слюсарев Г.Г. Расчет оптических систем.—Л.:Машиностроение, 1975, 640 с.
- Соснина М.А. Оптические системы космических телескопов // Исследование космического пространства. Сер. «Итоги науки и техники».—М.:Изд.-во ВИНТИ, 1976,С.7-69.
- Тихомирова Г.И. (Цуканова Г.И.) Трехзеркальные астрономические объективы// Изв. вузов.«Приборостроение».—1967.—Т.10, №12. С.70-75.
- Тихомирова Г.И. (Цуканова Г.И.). Зеркально—линзовые астрофотографические объективы с асферическим мениском для коррекции полевых aberrаций//Изв. вузов. «Приборостроение».—1968 (а).—Т.11, №3.—С.97-102.
- Тихомирова Г.И. (Цуканова Г.И.). Концентрические асферические компенсаторы комы и астигматизма для больших телескопов // Изв. вузов. «Приборостроение».— 1968 (б).—Т.11, № 10.—С.96-101.
- Трубко С.В. Расчет двухлинзовых склеенных объективов: Справочник.—Л.: Машиностроение, 1984, 142 с.

- Тудоровский А.Н. Теория оптических приборов: Т. I.—М.: Изд.-во АН СССР, 1948, 662 с.
- Тудоровский А.Н. Теория оптических приборов: Т. II.—М.: Изд.-во АН СССР, 1952, 568 с.
- Турыгин И.А. Прикладная оптика: Ч. I.—М.: Машиностроение, 1966, 432 с.
- Халиуллин Ф.М. Трехзеркальные оптические системы // ОМП.—1965.—№8.—С. 12–16.
- Цуканова Г.И. Длиннофокусные светосильные трехзеркальные системы // Изв. вузов. «Приборостроение». —1971 (а).—Т. 14, №2.—С. 92–95.
- Цуканова Г.И. Вопросы экранирования и защиты плоскости изображения от постороннего света в трехзеркальных длиннофокусных объективах // Изв. вузов. «Приборостроение». —1971 (б). Т. 14, №9.—С. 109–111.
- Цуканова Г.И. Исследование зеркальных систем с малой осевой длиной // Изв. вузов. «Приборостроение». —1972 (а).—Т. 15, №5.—С. 110–112.
- Цуканова Г.И. Трехзеркальные объективы с четырьмя отражениями с увеличенным полем зрения // Изв. вузов. «Приборостроение». —1972 (б). Т. 15, №10.—С. 110–112.
- Цуканова Г.И. Длиннофокусные трехзеркальные системы с вогнутым вторым и выпуклым третьим зеркалом // Тр. ЛИТМО.—1987 (а).—Вып. 88.—С. 24–30.
- Цуканова Г.И. Расчет защитных бленд от постороннего света в многозеркальных системах // Изв. вузов. «Приборостроение». —1977 (б).—Т. 20, №6.—С. 110–113.
- Чуриловский В.Н. О новом типе астрономического зеркального объектива, основанного на системе Мерсена // Тр. ЛИТМО.—1958 (а).—Вып. 27. С. 11–31.
- Чуриловский В.Н. Зеркальные астрономические объективы, основанные на применении planoидных зеркал // Изв. вузов. «Приборостроение». —1958 (б).—№2.—С. 102–113.
- Чуриловский В.Н. Теория трехзеркального объектива // Изв. вузов «Приборостроение». —1960.—Т. 3, №1.—С. 69–76.
- Чуриловский В.Н. Теория хроматизма и аберраций третьего порядка.—Л.: Машиностроение, 1968, 312 с.
- Allen G.W. Optical aberrations of reflectors (the retarding lamina analysis method) // Vistas in Astronomie.—1975.—V. 19, №2.—P. 179–195.
- Baker J.G. A family of flat-field cameras, equivalent in performance to the Schmidt camera // Proceed. Amer. Philosoph. Soc.—1940.—V. 82, №3.—P. 339–349.
- Baker J.G. On improving the effectiveness of large telescopes // IEEE Trans.—1969.—V. AES-5, №2.—P. 261–272.
- Baranne A. Optical alignment // Symp №27 IAU, «The Construction of Large Telescopes» / Ed. D.L. Crawford, KPNO, 1965.—London, New York: Acad. Press, 1965, P. 97–101.
- Barrane A. Le telescope Ritchey—Chretien de 3,5 metres // J. de Observ.—1966.—V. 49, №3.—P. 75–137.
- Barlow P. An account of a series of experiments made with a view to the construction of an achromatic telescope with a fluid concave lens, instead of the usual lens of flint glass // Phil. Trans. Roy. Soc. London.—1828.—Part 1.—P. 105–112.
- Beck H., Gussow K. Über Reflexbilder im Schmidt—Teleskop // Jenaer Jahrbuch.—1954.—Bd. 11.—S. 363–368.
- Bottema M., Woodruff R. Third order aberration in Cassegrain—type telescopes and coma correction in servo—stabilized images // Appl. Opt.—1971.—V. 10, №2.—P. 300–303.
- Bouwers A. Achievements in optics.—N.—Y.: Amsterd. Elsevier Publ. Co., 1946, 135 p.
- Brunnckow K. Zur Wahl des Kassettenhalbmessers beim Schmidtschen Spiegel—teleskop // AN.—1942.—Bd. 270, №1, S. 36–39.
- Burch C.R. On the optical see-saw diagram // MN RAS.—1942.—V. 102, №3.—P. 159–165.
- Chretien H. Le telescope de Newton et le telescope aplanatique // Rev. d Opt.—1922.—V. 1, №1.—P. 13–22, 49–64.
- Conrady A. Applied optics and optical design.—N.—Y.: Dover Publ., 1957, 518 p.
- Cornejo A., Malacara D. Required accuracy in the radius of curvature of a primary astronomical telescope mirror // Bol. Inst. de Tonantzintla.—1975.—V. 1, №5.—P. 293–294.
- Couder A. Sur un type nouveau de telescope photographique // CR 1926.—V. 183, №25.—P. 1276–1277.
- Courtes G. Interferometric studies of emission nebulosities // A.J.—1964.—V. 69, №5 (1320).—P. 325–333.
- Danjon A., Couder A. Lunettes et telescopes.—Paris, Ed de la Rev. d Opt. Theor. et Instrum., 1955, 715 p.
- Epps H.W., Takeda M. Optimization and practical design for three-mirror telescopes // Ann. Tokyo Astron. Obs., 2-nd Ser.—V. 19, №3.—P. 401–412.

- Feder D.P.* Optical calculations with automatic computing machinery//JOSA.—1951.—V. 41, №9.—P. 630-635.
- Fisher R.E., Mason K.L.* Spherical aberration—some fascinating observations//Proc. Soc. Photo-Opt. Instr. Eng.—1987.—№766.—P. 53-60
- Fritsch K.* Das Brachy—Teleskop, erfunden und konstruiert von J. Forster und K. Fritsch.—Wien, 1877, 183 S.
- Frosch R., Korsch D.* Anastigmatic three-mirror telescope. —USA Patent, 1978, №4101195, kl. G 02 B 17/06.
- Gascoigne S.C.B.* On Ritchey—Chretien systems // Observatory.—1965.—V.85, №945.—P.79-81.
- Hawkins D.S., Linfoot E.N.* An improved tipe of Schmidt camera//MN RAS.—1945.—V.105, №6.—P. 334-344.
- Hendrix D.O.* An extreme fast Schmidt camera//PASP.—1939.—V.51, №301.—P. 156-159.
- Hendrix D.O., Christie W.H.* Some application of the Schmidt principle in optical design//Sci. Amer.—1939.—V. 161, №2.—P.118-123.
- Ingalls A.* Miscellany//Amateur telescope making/Ed. A. Ingalls.—N.-Y.: Munn and Co., 1945.—P. 446-447.
- Iorio-Fili D., Misuri G., Scandone F.* Theory of three—mirror telescopes with diffraction limited performance//Optica Acta.—1980.—V.27, №8.—P.1035-1052.
- Keeler J.E.* On a lens for adapting a visually corrected refracting telescope to photographic observations with the spectroscope//Aph.J.—1895.—V.1, №2.—P.101-111.
- Köhler H.* Die Entwicklung der aplanatischen Spiegelsysteme//AN.—1949.—Bd. 278, №1-2.—S.1-23.
- Köhler H.* The optical system for the 3,5-m telescope// ESO Bull.—1967.—№2.—P.13-35.
- Köhler H.* The optical system for the 3,5-m ESO telescope//Appl. Opt.—1968.—V.7, №2.—P.241-247.
- Korsch D.* Closed form solution for three-mirror telescopes correted for spherical aberration, coma, astigmatism and field curvature//Appl. Opt.—1972.—V.11, №12.—P. 2986-2987.
- Korsch D.* Closed form solution for imaging systems corrected for third-order aberrations//JOSA.—1973.—V.—63, №6.—P. 667-672.
- Korsch D.* Anastigmatic three-mirror telescope//Appl. Opt.—1977.—V.16, №8.—P. 2074-2077.
- Landi Dessy J.* A telescope camera with three mirrors//PASP.—1963.—V.75, №442.—P. 66-68.
- Landi Dessy J., Puch A.* A discussion of third order errors of reflecting telescopes//Mem. Soc. Astron. Ital.—1966.—V.37, №4.—P. 657-677.
- Landi Dessy J.* An astronomical aplanatic telescope with a figured flat secondary mirror//Boll. Assoc. Argent. Astron.—1968.—№14.—P. 21-28.
- Landi Dessy J., Puch A., Simon J.M.* A discussion of third order errors of reflecting telescopes.2. Cassegrain systems with parafocal plates//Obs. Astron. de Cordoba (Argentina). Tirada Aparte.—1967.—№180.—P. 1-25.
- Landoldt H., Bornstein R.* Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik, Astronomische Instrumente (Konig A.) //Hrsg. v. H.H. Voigt, Bd 3.—Berlin, Springer.—1952.—S. 1-29.
- Linfoot E.H.* The Schmidt—Cassegrain sysems and their application to astronomical photography//M.N.1944.—V. 104, №1.—P.48-64.
- Linfoot E.H.* Achromatized plate-mirror systems//Proc. Phys. Soc.—1945.—V.57, Part 3, № 321.—P. 199-209.
- Linfoot E.H.* Recent Advances in Optics.—Oxford: Clarendon Press, 1955, 286 p.
- Meinel A.B.* New approaches to Very Large Telescopes//Symp.№27 IAU «The construction of large telescopes»/ Ed. D.L. Crawford, KPNO, 1965.—London; NewYork: Acad. Press.—P. 221-225.
- Meinel A.B.* Experience with lens design programs at the University of Arisona//J. SMPTE.—1967.—V. 76, №3.—P.201-203.
- Meinel A.B.* Aperture synthesis using independent telescopes// Appl. Opt.—1970.—V.9, №11.—P. 2501-2504.
- Paul M.* Systems correcteurs pour reflecteurs astronomiques//Rev. d'Opt.—1935.—V.14, №5 (1320).—P.169-202.
- Picht J.* Bestimmung einen aus einem (beliebigen) Paraboloidspiegel und einen Zwei-Spiegel-Zusatzsystem Bestehenden Drei-Spiegel-Systems fur das die Aufhebung der spharischen Aberration sowie die Sinusbedingung (Komafreiheit) streng erfüllt ist //Optic.—

1951.—Bd. 8, №3.—S. 129–144; №4.—S. 145–161; №5.—S. 193–205; №6.—S. 241–250; №7.—S. 318–334; №8.—S. 337–358.

Ritchey G.W., Chretien H. Presentation du premier modele de telescope aplane-tique//CR.—1927.—V.185. №4.—P. 266–268.

Robb P. Three-mirror telescopes: design and optimization//Appl. Opt.—1978.—V.17, №17.—P. 2677–2685.

Ross F.E. Lens systems for correcting coma of mirrors//Aph. J.—1935.—V.81, №2.—P. 156–172.

Rumsey N.Y. A compact three—reflection astronomical camera//Optical Instruments and Techniques.1969. Proc. of the Conf. of the Univers. of Reading 14–17 July 1969/Ed. J.H.Dickson.—Newcastle upon Tyne. Oriel Press, 1970.—P.514–520.

Rumsey N.Y. Pairs of spherical mirrors as field correctors for paraboloid mirrors//Proc. of the Astr. Soc. of Austral.—1971.—V.2, №1.—P.22–23.

Rumsey N.Y., Hutt L. Telescopic systems utilizing three axially aligned substantially hyperbolic mirrors. USA Patent №3460886 Cl.350—294 (G 02 B), 1969.

Saha T. Image defects from surface and alignment errors in grazing incidence telescopes//Opt. Eng.—1990.—V.29, №10.—P. 1296–1308.

Schmidt B. Ein lichtstarkes komafreies Spiegelsystem. Centralzeitung fur Optik und Mechanik.—1931.—V.52, №2.—S. 25–26.

Schmidt B. A new type of mirror system//Mitt. d. Hamb.Sternwarte.—1932.—V.7.—S. 15–17.

Schulte D.H. Auxiliary optical systems for the Kitt-Peak telescopes//Appl. Opt.—1963.—V.2, №2.—P. 141–151.

Schulte D.H. Anastigmatic Cassegrain type telescope // Appl. Opt.1966(a),—V.5, №2.—P.309–311.

Schulte D.H. Prime focus correctors involving aspherics//Appl. Opt.—1966 (6).—V.5, №2.—P. 313–317.

Schupmann L. Die Medial-Fernrohre, eine neue Konstruktion fur grosse astronomische Instrumente.—Leipzig, 1899, 145 S.

Schwarzschild K. Untersuchungen zur geometrischen Optik.Astron. Mitt. d. Konigl. Sternw. zu Gottingen, Teil 9, Gottingen, 1905, S. 1–59.

Slevogt H. Über eine Gruppe von aplanatischen Spiegelsystemen//Zts. f. Instrumentenkunde.—1942.—Bd. 62, №10.—S. 312–327.

Sonnefeld A. Zur chromatischen Korrektion des Spiegelsystems nach Bernhard Schmidt//Jenaer Jahrbuch.—1953.—S. 210–214.

Sonnefeld A. Die Hohlspiegel//—Berlin: Technik, 2 Auflage. 1957, 202 S.

Struve O. Photography of the counterglow//Sky and Tel.—1951.—V.10, № 8.—P. 215–218.

Su Ding-giang, Wang Lan-juan. The preliminary studies of two types of catadioptric telescopes//ICO—12 Abstracts Congress and 12 Assembly of the Int. Comiss. for Optics. August 31—Sept. 5, 1981, Graz, Austria.—P.4.

Vaisälä Y. Über Spiegelteleskope mit grossem Gesichtsfeld// AN.—1936.—Bd. 259, №6402.—S. 198–203.

Wetherell W.B., Rimmer M.P. General analysys of aplanatic Cassegrain, Gregorian and Schwarzschild telescopes//Appl. Opt.—1972.—V. 11, §12.—P.2817–2832.

Whipple F.L. The Harward photographic meteor program//Sky and Tel.—1949.—V. 8, №4.—P.90–93.

Wilson R.N. Corrector systems for Cassegrain telescopes//Appl. Opt.—1968.—V.7, №2.—P. 253–263.

Wilson R.N. Optical design for large telescopes//Large Telescope Design., Proc. ESO/CERN Conf., Geneva, March 1—5, 1971//Ed. R. West.—Geneva, 1971.—P.131–171.

Wolter H. Spiegelsysteme streifenden Einfalls als abbildende optiken fur Rontgenstrahler//Ann. d. Phys.—1952.—Bd. 10. №1, S. 94–114.

Wright F.B. An aplanatic reflector with a flat field related to the Schmidt telescope //PASP.—1935.—V.47, №280.—P.300–304.

Wynne C.G. Field correctors for large telescopes//Appl. Opt.—1965.—V.4, №9.—P.1185–1195.

Wynne C.G. Field correctors for astronomical telescopes//Progress in Optics/Ed E. Wolf.—1972.—V.10.—P.137–164.

Yamashita Y., Nariyai K. Three-mirror telescopes // Ann. Tokio Astr. Obs., 2—nd Series.—1983.—V.19, №3.—P.375–400.

Научное издание

МИХЕЛЬСОН Николай Николаевич

Оптика астрономических телескопов и методы ее расчета

Заведующий редакцией *Н.А. Носова*

Редактор *С.С. Куликов*

Редактор-организатор *Л.З. Симакова*

Художник *Б.М. Рябышев*

Художественный редактор *Л.Н. Романенкова*

Технический редактор *Л.В. Лихачева*

ИБ № 41404

ЛР № 020297 от 27.11.91.

Подписано к печати с оригинал-макета 26.01.95. Формат 60×90/16. Бумага кн.-журн.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 24. Усл. кр.-отт. 24. Уч.-изд. л. 25,5. Тираж 1000 экз.
Заказ № **2534** С-008.

Издательская фирма «Физико-математическая литература» РАН
117071 Москва В-71, Ленинский проспект, 15

Отпечатано в Московской типографии № 2 РАН
121099 Москва Г-99, Шубинский пер., 6