

Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981.

В настоящей монографии кратко и систематизированно описаны основные физические свойства и характеристики многочисленных типов звуковых (упругих) поверхностных волн, дана их классификация. Весьма подробно изложены вопросы возбуждения (приема) и распространения в твердых телах различной формы поверхностных рэлеевских волн, являющихся основным и наиболее широко используемым на практике типом звуковых поверхностных волн. Теоретически и экспериментально рассмотрены звуковые поверхностные волны в пьезоэлектрических кристаллах, включая их возбуждение (прием), взаимодействие с электронами (усиление волн постоянным электрическим током) и распространение по цилиндрическим поверхностям. Отмечены многочисленные практические применения звуковых поверхностных волн.

Монография представляет интерес для научных работников, аспирантов, инженеров и студентов старших курсов вузов, занятых исследованиями и техническими разработками в области ультразвука, акустоэлектроники и физической акустики.

Ил. 107. Табл. 9. Библиогр. 214 назв.

Ответственный редактор

доктор физико-математических наук
В. А. КРАСИЛЬНИКОВ

В 1885 г. лорд Рэлей (Дж. Стретт) теоретически показал [1], что вдоль плоской свободной границы изотропного твердого полупространства могут распространяться упругие поверхностные волны, амплитуда которых быстро спадает с глубиной. С тех пор эти волны, названные рэлеевскими, прошли большой и быстрый путь развития.

Вначале на весьма низких частотах (~ 1 —100 Гц) они использовались и подробно изучались только применительно к сейсмологии и сейсморазведке (рэлеевские волны являются основным типом волн, наблюдающихся при землетрясениях, поскольку, распространяясь по поверхности, они затухают с расстоянием медленнее объемных волн).

В 50-х годах нашего века ультразвуковые рэлеевские волны с частотами $\sim 10^6$ Гц стали интенсивно использоваться как средство всестороннего неразрушающего контроля поверхности и поверхностного слоя образцов и материалов (определение дефектов, степени и глубины термической закалки, остаточных механических напряжений, качества обработки поверхности и т. д.). Дело в том, что скорость, затухание и структура рэлеевской волны неразрывно связаны с механическими, термическими и прочими характеристиками поверхностного слоя образца, в котором она распространяется. Поэтому по скорости и затуханию рэлеевской волны можно получать информацию о состоянии поверхностного слоя образца.

Наконец, в последние 10—15 лет рэлеевские волны с частотами 10^7 — 10^9 Гц очень широко применяются в миниатюрных твердотельных устройствах по обработке информации (ультразвуковые линии задержки, полосовые фильтры, ответвители сигналов, конвольверы, фазовращатели и т. д.). Применение рэлеевских волн в таких устройствах вызвано тремя особенностями данных

волн: 1) возможностью «вывести» звуковой сигнал из любой точки поверхности образца, по которому распространяется волна; 2) удачным сочетанием поверхностной локализации волны с планарностью микроэлектронных устройств; 3) относительно большой концентрацией энергии в волне вследствие малости слоя локализации волны.

Помимо техники, рэлеевские волны еще широко используются в чисто физических экспериментах как инструмент для изучения свойств поверхности и поверхностного слоя твердого тела, включая его «электрические» характеристики, например электронные поверхностные состояния в полупроводниковом кристалле.

Использование рэлеевских волн открыло принципиально новые возможности.

Так, в ультразвуковой дефектоскопии применение рэлеевских волн сделало ультразвуковой контроль универсальным — применимым для деталей и заготовок любой формы, поскольку стали доступными для контроля поверхность (плоская и криволинейная) и поверхностный слой образца. Это позволило ультразвуковому контролю выйти на первое место среди других методов неразрушающего контроля.

Высокочастотные звуковые волны и в первую очередь поверхностные рэлеевские способствовали рождению целой особой области науки и техники — акустоэлектроники, лежащей на «стыке» высокочастотной акустики и электроники твердого тела. Акустоэлектроника изучает процессы и явления, связанные с возбуждением, распространением и приемом ультра- и гиперзвуковых волн различных типов в твердых телах и их взаимодействием с электронами проводимости в кристаллах. В техническом плане акустоэлектроника — это новые типы миниатюрных твердотельных приборов и новые способы обработки информации. Основу акустоэлектроники составляют поверхностные волны в кристаллах с частотами 10^6 — 10^{10} Гц (длины волн 1000—0,1 мкм).

Все перечисленное привело к тому, что звуковые рэлеевские волны сейчас чрезвычайно широко изучаются во всех странах и совокупность работ по ним составляет целое научное направление. Помимо рэлеевских волн, сейчас открыт и нашел применение целый ряд других типов звуковых поверхностных волн (под звуковыми или акустическими поверхностными волнами здесь и везде в дальнейшем мы, если это не оговорено особо, понимаем упругие

поверхностные волны любых частот — инфразвуковых, звуковых, ультра- и гиперзвуковых).

Целью настоящей монографии является попытка описать и систематизировать класс звуковых поверхностных волн, их свойства и характеристики, уделив особое внимание наиболее широко используемым волнам — рэлеевским и поверхностным волнам в пьезоэлектрических кристаллах.

Монография написана на основе работ автора с сотрудниками и материалов многочисленных публикаций.

При изложении материала основное внимание мы старались уделять физической стороне вопросов. Там, где это возможно, дается и строгое математическое описание явлений. Наряду с этим при описании различных типов поверхностных волн кратко отмечаются практические применения и новые технические перспективы, открываемые поверхностными волнами.

Исследования по звуковым поверхностным волнам проводились в Акустическом институте им. академика Н. Н. Андреева АН СССР с 1954 г. по инициативе доктора технических наук Ю. М. Сухаревского. С чувством глубокой признательности автор вспоминает доктора физико-математических наук Г. Д. Малюжину и доктора технических наук Л. Д. Розенберга, которые полезными советами и постоянным вниманием способствовали развитию этого направления исследований. Автор выражает искреннюю благодарность академику Л. М. Бреховских, члену-корреспонденту АН СССР Ю. В. Гуляеву, члену-корреспонденту АН СССР С. В. Богданову, доктору физико-математических наук В. А. Красильникову, старшему научному сотруднику А. А. Чабану за обсуждение результатов работы и младшим научным сотрудникам Акустического института В. И. Васьковой, Т. М. Каекиной, П. А. Пятакову и А. А. Талашеву, проводившим вместе с ним исследования по указанному направлению.

И. А. Викторов

Когда монография готовилась к печати, в расцвете творческих сил скоропостижно скончался ее автор — лауреат Государственной премии СССР доктор физико-математических наук Игорь Александрович Викторов.

Память о нем навсегда сохранится у всех, кто близко знал его и работал с ним.

В. А. Красильников

ТИПЫ ЗВУКОВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН И ИХ СВОЙСТВА

В первых четырех главах этой части мы опишем свойства и характеристики основных типов звуковых поверхностных волн, открытых, изученных и используемых ранее других. Далее мы остановимся на различных обобщениях и новых видах поверхностных волн, открытых сравнительно недавно.

Глава I

ВОЛНЫ РЭЛЕЯ

Волны Рэлея являются основным типом звуковых поверхностных волн, т. е. наиболее распространенным, хорошо изученным и максимально используемым. Поэтому мы начнем изложение с описания этих волн.

1. Уравнения движения, граничные условия, характеристическое уравнение

Рассмотрим распространение гармонической (зависимость от времени согласно множителю $e^{-i\omega t}$) рэлеевской волны с частотой ω вдоль плоской границы однородного изотропного идеально упругого полупространства с вакуумом. Пусть полупространство занимает область $z > 0$ (рис. 1.1). Как известно [2], в общем случае уравнение движения изотропной однородной идеально упругой среды записывается в следующей форме:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = \mu \Delta \mathbf{U} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{U}. \quad (1.1)$$

Здесь $\mathbf{U}$ — вектор смещения частиц среды; ρ — плотность; λ и μ — упругие постоянные (параметры Ламе) среды; Δ — оператор Лапласа. Представим вектор смещения в виде

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}_l + \mathbf{U}_t, \quad (1.2)$$

где $\mathbf{U}_l = \text{grad } \varphi$; $\mathbf{U}_t = \text{rot } \psi$; φ и ψ — так называемые скалярный и векторный потенциалы соответственно (из векторного анализа известно, что такое представление всегда возможно). Подставляя выражение (1.2) в уравнение (1.1) и производя некоторые операции [3], сведем это уравнение к двум независимым уравнениям

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}_l}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu) \Delta \mathbf{U}_l = 0, \quad (1.3)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}_t}{\partial t^2} - \mu \Delta \mathbf{U}_t = 0. \quad (1.4)$$

Первое из них описывает распространение продольных, второе — поперечных волн. Продольные волны — без-

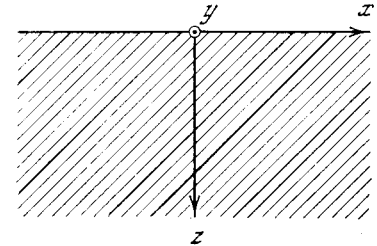


Рис. 1.1. Твердое полупространство

вихревые ($\text{rot } \mathbf{U}_l = 0$), а в поперечных отсутствует объемное сжатие и расширение ($\text{div } \mathbf{U}_t = 0$).

Не ограничивая по существу общности задачи, рассмотрим плоскую рэлеевскую волну, распространяющуюся в положительном направлении оси x вдоль границы полупространства с вакуумом (см. рис. 1.1). В этом случае движение не зависит от координаты y и y векторного потенциала ψ будет отлична от нуля только компонента по оси y . Эту компоненту обозначим просто через ψ . Для плоской гармонической волны уравнения движения (1.3), (1.4) будут удовлетворены, если потенциалы φ и ψ являются решениями двух волновых уравнений вида

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + k_l^2 \varphi = 0, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k_t^2 \psi = 0. \quad (1.6)$$

Здесь $k_l = \omega \sqrt{\rho/(\lambda + 2\mu)}$, $k_t = \omega \sqrt{\rho/\mu}$ — волновые числа соответственно продольных и поперечных волн.

Будем искать решения уравнений (1.5), (1.6), соответствующие плоской поверхностной волне. Для этого положим

$$\varphi = F(z) \exp[i(kx - \omega t)], \quad \psi = G(z) \exp[i(kx - \omega t)].$$

Подставляя эти выражения в уравнения (1.5), (1.6), получим два линейных дифференциальных уравнения для функций $F(z)$ и $G(z)$:

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} - (k^2 - k_l^2) F(z) = 0,$$

$$\frac{d^2 G(z)}{dz^2} - (k^2 - k_t^2) G(z) = 0.$$

Двумя линейно независимыми решениями каждого из написанных уравнений будут являться функции $\exp(\pm \sqrt{k^2 - k_l^2} z)$ и $\exp(\pm \sqrt{k^2 - k_t^2} z)$. Априори предположим (как мы увидим в дальнейшем, это предположение подтвердится), что $k^2 > k_l^2 > k_t^2$. Тогда решения с положительными радикалами в экспоненте будут соответствовать нарастающему с глубиной движению, а решения с отрицательными радикалами — экспоненциально убывающему, т. е. поверхностной волне. Таким образом, выражения для φ и ψ приобретают вид

$$\varphi = A \exp[-qz + i(kx - \omega t)], \quad \psi = B \exp[-sz + i(kx - \omega t)], \quad (1.7)$$

где $q^2 = k^2 - k_l^2$; $s^2 = k^2 - k_t^2$; A и B — произвольные постоянные.

Согласно соотношению (1.2) компоненты смещения частиц в волне по осям x и z выражаются через потенциалы φ и ψ следующим образом:

$$U_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad U_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (1.8)$$

Используя линейную связь между тензором деформаций и тензором напряжений (закон Гука) в упругой среде [2] и соотношения (1.8), можно представить через φ и ψ и компоненты T_{xx} , T_{zz} , T_{xz} тензора напряжений:

$$\begin{aligned} T_{xx} &= \lambda \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right), \\ T_{zz} &= \lambda \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right), \\ T_{xz} &= \lambda \left(2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (1.9)$$

На границе $z = 0$ полупространства с вакуумом напряжения T_{zz} и T_{xz} должны обращаться в нуль. Подставляя выражения для φ и ψ в эти условия, получим систему линейных однородных уравнений относительно произвольных постоянных A и B :

$$\begin{aligned} \left[k^2 \frac{\lambda}{2\mu} - q^2 \left(1 + \frac{\lambda}{2\mu} \right) \right] A + iksB &= 0, \\ 2ikqA + (k^2 + s^2) B &= 0. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Условием существования нетривиального решения этой системы является равенство нулю ее определителя $F(k)$. Это дает следующее характеристическое уравнение для нахождения волнового числа k :

$$F(k) = 4k^2 qs - (k^2 + s^2)^2 = 0. \quad (1.11)$$

Это уравнение называют уравнением Рэлея. Часто уравнение (1.11) записывают в полиноминой форме

$$\eta^6 - 8\eta^4 + 8(3 - 2\xi^2)\eta^2 - 16(1 - \xi^2) = 0. \quad (1.12)$$

Здесь введены обозначения: $\eta = k_l/k = c/c_l$; $\xi = k_l/k_t = c_l/c_t$; c_l, c_t — фазовые скорости продольных и поперечных волн соответственно. Всегда, однако, следует помнить, что уравнение (1.12) — производное и, в частности, может содержать лишние корни по сравнению с исходным уравнением Рэлея (1.11).

2. Скорость, смещения и напряжения в рэлеевской волне

Уравнение (1.12) имеет шесть корней, значения которых зависят только от коэффициента Пуассона ν рассматриваемой упругой среды. Рэлеевской волне соответствует корень η_R , лежащий между нулем и единицей (в дальнейшем индексом R мы будем отмечать все величины, относящиеся к рэлеевской волне). Можно показать [4, 5], что для любых значений ν , соответствующих реальным средам ($0 \leq \nu \leq 0,5$), уравнение (1.12) имеет один и только один такой корень, являющийся одновременно и корнем исходного уравнения (1.11). Это подтверждает справедливость нашего априорного предположения и вместе с тем доказывает возможность существования рэлеевской волны на свободной границе упругого полупространства. Приближенное выражение для этого корня [6] следующее:

$$\eta_R = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu}. \quad (1.13)$$

При изменении ν от 0 до 0,5 фазовая скорость рэлеевской волны монотонно изменяется от 0,87 до 0,96 c_t . Нетрудно видеть, что рэлеевская волна не имеет дисперсии фазовой скорости, поскольку η_R и c_t не зависят от частоты. Наконец, заметим, что здесь и везде далее под скоростями продольной, поперечной (сдвиговой) и рэлеевской волн и под упругими модулями твердой среды мы понимаем их адиабатические значения, поскольку практически на всех частотах (вплоть до $\sim 10^{11}$ Гц) деформации в упругой волне происходят без теплообмена между различными участками твердой среды [3].

Зная фазовую скорость рэлеевской волны, из уравнения (1.10) легко получить соотношение между произвольными постоянными A и B и определить потенциалы ϕ и ψ (см. выражения (1.7)) с точностью до одной произвольной постоянной:

$$\begin{aligned}\phi &= -A \exp[-q_R z + i(k_R x - \omega t)], \\ \psi &= \frac{2ik_R q_R}{k_R^2 + s_R^2} A \exp[-s_R z + i(k_R x - \omega t)].\end{aligned}\quad (1.14)$$

Эти выражения показывают, что рэлеевская волна состоит из двух неоднородных волн — продольной и поперечной, которые распространяются вдоль границы полупространства с одинаковыми скоростями и затухают с глубиной по законам $\exp(-\sqrt{k_R^2 - k_t^2} z)$ (продольная волна) и $\exp(-\sqrt{k_R^2 - k_t^2} z)$ (поперечная волна). На границе ($z = 0$) эти волны взаимно компенсируют создаваемые ими напряжения.

Вычисляя из формул (1.14) компоненты смещений по осям x и z при помощи соотношений (1.8), получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}U_x &= Ak_R \left[\exp(-q_R z) - \frac{2q_R s_R}{k_R^2 + s_R^2} \exp(-s_R z) \right] \times \\ &\quad \times \exp \left[i \left(k_R x - \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right], \\ U_z &= Aq_R \left[\exp(-q_R z) - \frac{2k_R^2}{k_R^2 + s_R^2} \exp(-s_R z) \right] \times \\ &\quad \times \exp[i(k_R x - \omega t)].\end{aligned}\quad (1.15)$$

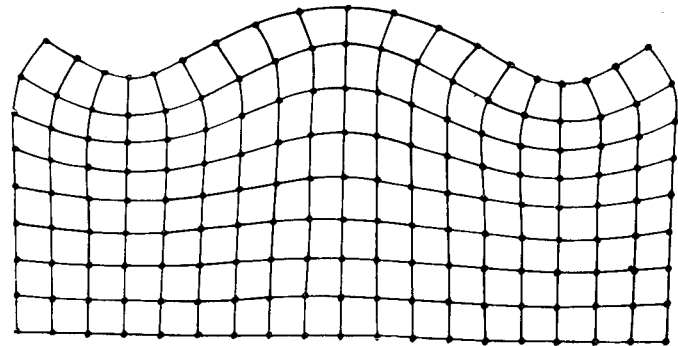


Рис. 1.2. Смещения в рэлеевской волне

Компоненты напряжений в рэлеевской волне можно вычислить, воспользовавшись соотношениями (1.9) и (1.14).

На рис. 1.2 изображена картина смещений в рэлеевской волне. Точками обозначены частицы среды, которые в отсутствие волны расположены на равных расстояниях (по вертикали и горизонтали) одна от другой. На рис. 1.3, а, б представлены рассчитанные нами [7] зависимости амплитуд смещений $\hat{U}_x$, $\hat{U}_z$ и амплитуд напряжений $\hat{T}_{xx}$, $\hat{T}_{zz}$, $\hat{T}_{xz}$ в рэлеевской волне от глубины соответственно. Кривые даны в безразмерной форме: амплитуды смещений отнесены к амплитуде нормального смещения на поверхности $\hat{U}_{z0}$, а амплитуды напряжений — к амплитуде $\hat{T}_{xx|z=0}$ на поверхности. Глубина отложена в долях длины волны. Кривые рассчитаны для значений коэффициента Пуассона $\nu = 0,25$ и $0,34$. Между этими значениями заключены коэффициенты Пуассона для большинства металлов. Из графиков видно, что смещение, нормальное к поверхности, сначала возрастает, а затем монотонно убывает с глубиной; смещение, параллельное поверхности, меняет знак на глубине примерно $0,2 \lambda_R$. Из графиков видно также, что T_{xx} меняет знак, тогда как T_{zz} и T_{xz} достигают максимума приблизительно при $0,3 \lambda_R$ и затем экспоненциально убывают с глубиной.

Поскольку компоненты смещений в рэлеевской волне U_x и U_z сдвинуты по фазе на $\pi/2$, траекториями движения частиц в волне являются эллипсы. При распространении волны в положительном направлении оси x при выбран-

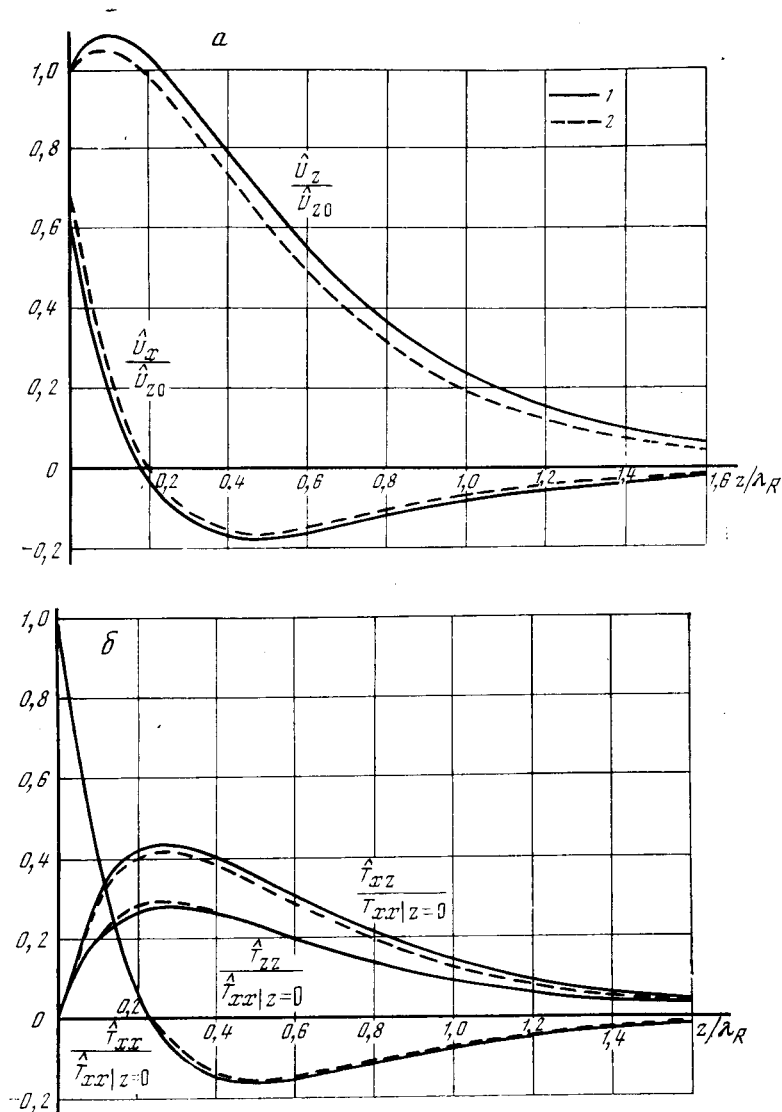


Рис. 1.3. Зависимости амплитуд смещений U_x , U_z (а) и амплитуд напряжений $\hat{T}_{xx}$, $\hat{T}_{zz}$, $\hat{T}_{xz}$ (б) в рэлеевской волне от относительной глубины z/λ_R

1 — $\nu = 0,25$; 2 — $\nu = 0,34$

ной нами системе координат вращение частиц по эллипсу у поверхности происходит против часовой стрелки, на глубине $z > 0,2 \lambda_R$ (когда смещение U_R меняет знак) направление вращения меняется на обратное. Большая полуось эллипсов перпендикулярна границе полупространства, малая параллельна направлению распространения волны. Эксцентриситет эллипсов зависит от расстояния до поверхности и от коэффициента Пуассона упругой среды. В табл. 1.1 приведены относительные размеры полуосей эллипсов на разной глубине для четырех значений коэффициента Пуассона ν . В числителе даны размеры большой полуоси (амплитуда $\hat{U}_z$), в знаменателе — малой (амплитуда $\hat{U}_x$).

Таблица 1.1

z/λ_R	$\nu=0$	$\nu=0,25$	$\nu=0,33$	$\nu=0,50$
0	1,000 0,772	1,000 0,676	1,000 0,626	1,000 0,540
0,25	0,745 -0,007	0,910 -0,076	0,968 -0,101	1,120 -0,158
0,50	0,432 -0,104	0,587 -0,157	0,643 -0,177	0,812 -0,206
1,00	0,109 -0,044	0,192 -0,071	0,219 -0,077	0,339 -0,099

3. Распределение энергии в рэлеевской волке по глубине

Вычислим функцию распределения средней по времени плотности упругой энергии в рэлеевской волне по глубине [8]. Плотность упругой энергии в рэлеевской волне складывается из плотностей кинетической и потенциальной энергий. Эти плотности равны соответственно

$$E_K(x, z, t) = \frac{\rho}{2} \left[\left(\frac{\partial U_x(x, z, t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_z(x, z, t)}{\partial t} \right)^2 \right],$$

$$E_{\Pi}(x, z, t) = \Phi(x, z, t). \quad (1.16)$$

Здесь $\Phi(x, z, t)$ — упругий потенциал [2]. Используя выражения для упругого потенциала изотропной одно-

родной идеально упругой твердой среды [2], запишем суммарную плотность энергии в виде

$$E(x, z, t) = \frac{\rho}{2} \left\{ \left(\frac{\partial U_x(x, z, t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_z(x, z, t)}{\partial t} \right)^2 + \right. \\ \left. + 2(c_l^2 - 2c_t^2) \frac{\partial U_x(x, z, t)}{\partial x} \frac{\partial U_z(x, z, t)}{\partial z} + \right. \\ \left. + c_l^2 \left[\left(\frac{\partial U_x(x, z, t)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_z(x, z, t)}{\partial z} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + c_t^2 \left[\frac{\partial U_x(x, z, t)}{\partial z} + \frac{\partial U_z(x, z, t)}{\partial x} \right]^2 \right\}. \quad (1.17)$$

Вычислим среднюю по времени плотность энергии в рэлеевской волне. Для этого подставим в формулу (1.17) выражения (1.15) для компонент смещений и произведем усреднение по времени. В результате получим

$$\bar{E}(x, z, t) = \frac{A^2 \rho \omega^4 c_t^2}{2c_R^4} [A_1(v) \exp(-2q_R z) - \\ - A_2(v) \exp(-(q_R + \varepsilon_R)z) + A_3(v) \exp(-2s_R z)]. \quad (1.18)$$

Здесь $A_1(v) = 4 + \eta_R^2 - 4\eta_R^2 \xi^2$;

$$A_2(v) = 2\sqrt{1 - \eta_R^2 \xi^2} (\sqrt{1 - \eta_R^2} + \sqrt{1 - \eta_R^2 \xi^2}) \times \\ \times (2 + \eta_R^2 + 2\sqrt{1 - \eta_R^2} \sqrt{1 - \eta_R^2 \xi^2}) / (2 - \eta_R^2);$$

$$A_3(v) = 4(1 - \eta_R^2 \xi^2)(4 - 3\eta_R^2) / (2 - \eta_R^2)^2.$$

На рис. 1.4 приведены кривые распределения средней по времени плотности энергии в рэлеевской волне по глубине для сред с коэффициентом Пуассона в пределах 0—0,5 (все реальные среды). Средние плотности энергии отнесены к средним плотностям энергии у поверхности ($z = 0$). Как видно из графика, для всех твердых сред плотность энергии сначала быстро убывает при удалении от свободной поверхности, затем это убывание замедляется (при $v < 0,1$) или сменяется максимумом (при $v > 0,1$), после чего наступает плавный экспоненциальный спад плотности энергии с глубиной. Такой характер зависимости можно интерпретировать следующим образом. Вблизи свободной поверхности плотность кинетической энергии (пропорциональная квадратам амплитуд смеще-

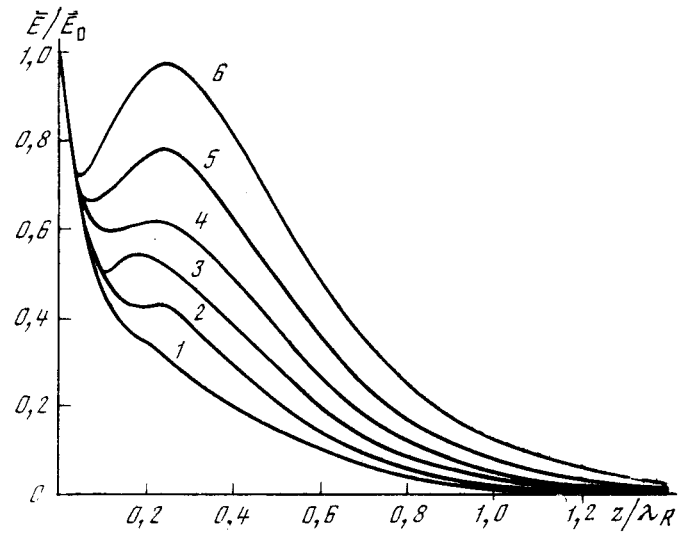


Рис. 1.4. Зависимости средней по времени плотности энергии в рэлеевской волне от относительной глубины

1 — $\nu = 0$; 2 — 0,1; 3 — 0,2; 4 — 0,3; 5 — 0,4; 6 — 0,5

ний в волне) максимальна и быстро спадает с глубиной, приводя к спаду и плотность суммарной энергии. Плотность потенциальной энергии, напротив, возрастает при удалении от поверхности и имеет максимум на глубине $\sim 0,2 \lambda_R$ (где максимальны амплитуды деформаций в волне). Это и обуславливает наличие максимума у плотности суммарной энергии.

Таким образом, в общем случае в произвольной точке твердого полупространства средняя по времени плотность кинетической энергии в рэлеевской волне не равна средней по времени плотности потенциальной энергии. Однако непосредственный расчет показывает, что средняя по времени суммарная кинетическая энергия в волне (интеграл от плотности кинетической энергии по глубине z) равна средней по времени суммарной потенциальной энергии. Это свидетельствует о том, что рэлеевскую волну (как и «обычную» плоскую однородную упругую волну) можно представлять как линейную колебательную систему (линейный осциллятор), для которой, как известно, такое соотношение всегда имеет место.

Кривые смещений, напряжений и плотности энергии в рэлеевской волне (см. рис. 1.3—1.4) иллюстрируют, что

рэлеевская волна локализована в поверхностном слое толщиной $\lambda_R - 2\lambda_R$. Как известно, длина волны λ — основная пространственная характеристика любой волны. Поэтому равенство указанной глубины локализации величине порядка λ демонстрирует, что рэлеевская волна является типично поверхностной.

Мы привели здесь основные характеристики рэлеевских волн. Более подробно свойства этих волн, методы возбуждения (приема) и распространение в однородных изотропных твердых телах описаны в следующей части.

4. Рэлеевские волны в кристаллах.

Основные соотношения

В настоящее время рэлеевские волны в изотропных твердых телах изучены весьма основательно [7]. Очень важным моментом явилось обобщение рэлеевских волн на случай анизотропной среды. Рассмотрим здесь кратко схему расчета и основные соотношения, которые имеют место при распространении плоской гармонической рэлеевской волны вдоль свободной границы кристалла произвольной симметрии, занимающего полупространство $x_3 > 0$. Как известно [3], для уравнения движения анизотропной однородной идеально упругой среды при отсутствии пьезоэффекта мы вместо (1.1) имеем более сложную форму:

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = c_{iklm} \frac{\partial^2 U_m}{\partial x_k \partial x_l}, \quad i, k, l, m = 1, 2, 3, \quad (1.19)$$

где $U_1, 2, 3$ — компоненты смещения в волне по осям x_1, x_2, x_3 прямоугольной системы координат (рис. 1.5); c_{iklm} — компоненты тензора упругих модулей. По всем дважды повторяющимся индексам здесь и далее подразумевается суммирование. Оси x_1, x_2, x_3 для простоты обычно выбирают по возможности совпадающими с осями симметрии кристалла.

Будем искать решение уравнений (1.19) в виде следующих плоских волн:

$$U_i = A_i \exp [ik \cos \alpha_3 x_3] \exp [ik (\cos \alpha_1 x_1 + \cos \alpha_2 x_2 - ct)]. \quad (1.20)$$

Здесь $k = \omega/c$ — неизвестный и произвольный пока параметр, который мы будем называть волновым числом рэлеевской волны; c — фазовая скорость волны; $\cos \alpha_1, \cos \alpha_2$ —

направляющие косинусы (см. рис. 1.5); $\cos \alpha_3$ — неизвестная функция k и упругих параметров среды. Определим далее волновой вектор

$$\mathbf{k} = k (x_1^0 \cos \alpha_1 + x_2^0 \cos \alpha_2), \quad (1.21)$$

где x_1^0, x_2^0 — единичные векторы по осям x_1 и x_2 . При таком определении волновой вектор всегда параллелен свободной поверхности. Подставляя выражения (1.20)

в уравнение (1.19) и учитывая, что $U_i = \delta_{im} U_m$, получим систему линейных однородных уравнений относительно A_i

$$(\rho \omega^2 \delta_{im} - c_{iklm} k^2 \cos \alpha_k \cos \alpha_l) A_m = 0, \quad (1.22)$$

где δ_{im} — символ Кронекера. Как известно, такая система имеет отличные от нуля решения только при равенстве нулю ее определителя. Таким образом, должно выполняться условие

$$|k^2 c_{iklm} \cos \alpha_k \cos \alpha_l - \rho \omega^2 \delta_{im}| = 0. \quad (1.23)$$

В случае объемных волн в бесконечном кристалле это уравнение следует рассматривать как бикубическое уравнение относительно неизвестного волнового числа k . Для каждого заданного направления (когда указаны все направляющие косинусы $\cos \alpha_i$) оно определяет три волновых числа и соответственно три волновых вектора $\mathbf{k}$, отвечающих одной квазипродольной и двум квазипоперечным волнам [3].

В случае поверхностных рэлеевских волн, когда $\cos \alpha_3$ является не третьим направляющим косинусом, а неизвестной функцией (см. (1.20)), уравнение (1.23) следует рассматривать как уравнение шестой степени для $\cos \alpha_3$ с параметром k . Поскольку $\cos \alpha_1$ и $\cos \alpha_2$ — вещественные величины, коэффициенты при степенях $\cos \alpha_3$ в уравнении (1.23) также чисто вещественные и уравнение (1.23) в общем случае имеет три пары комплексно-сопряженных корней. Среди значений $(\cos \alpha_3)^{(m)}$ мы должны отобрать три значения с положительными коэффициентами при мн-

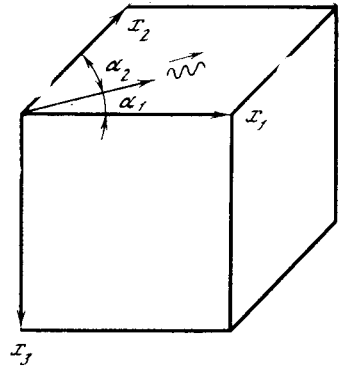


Рис. 1.5. Анизотропное полупространство с осями координат

мых частях $\text{Im}(\cos \alpha_3) > 0$, которые удовлетворяют условию излучения, т. е. дают решение, ограниченное во всем полупространстве. После отбора указанных трех значений $\cos \alpha_3^{(n)}$ ($n = 1, 2, 3$) мы можем из системы уравнений (1.22) выразить две из произвольных постоянных A_i ($i = 1, 2, 3$), входящих в (1.20), через третью (например, через A_1). В результате для каждого из трех значений $\cos \alpha_3^{(n)}$ мы получим совокупность трех значений $A_i^{(n)}$ ($A_{1,2,3}^{(n)}$), зависящих в каждом случае только от одной произвольной постоянной $A_1^{(n)}$. Эти $A_i^{(n)}$ определяют частные решения системы уравнений (1.19). Общим решением системы будет следующая линейная комбинация частных решений:

$$U_i = \sum_{n=1}^3 C_n A_i^{(n)} \exp [ik(\cos \alpha_1 x_1 + \cos \alpha_2 x_2 + \cos \alpha_3^{(n)} x_3 - ct)], \quad (1.24)$$

где C_n — новые произвольные постоянные.

Полученные выражения зависят от трех произвольных постоянных C_n , от неизвестного волнового числа k и постоянных кристалла. Как видно из выражений (1.24), смещения U_i в рэлеевской волне в кристалле представляя собой суперпозицию не двух, как в изотропной среде, а трех неоднородных плоских волн (парциальные волны), распространяющихся с одной и той же фазовой скоростью в плоскости $x_3 = 0$ и затухающих (каждая по своему закону) при удалении от этой границы.

Для нахождения волнового числа k обратимся к граничным условиям, которым должно удовлетворять искомое решение (1.24). Эти условия сводятся к равенству нулю компонент тензора напряжений на границе

$$T_{iz} = c_{iz'm} \frac{\partial U_m}{\partial x_i} = 0 \quad \text{при } x_3 = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (1.25)$$

Подставляя в (1.25) выражения (1.24), получим систему трех линейных однородных уравнений относительно C_n . Приравнявая нулю определитель D этой системы, будем иметь дисперсионное уравнение для нахождения волнового числа k рэлеевской волны. Определитель третьего порядка D состоит из девяти элементов вида

$$d_{in} = c_{izlm} A_m^{(n)} \cos \alpha_l^{(n)}, \quad (1.26)$$

где $\cos \alpha_1^{(n)} \equiv \cos \alpha_1$, $\cos \alpha_2^{(n)} \equiv \cos \alpha_2$. В общем случае $\cos \alpha_3^{(n)}$ является величиной комплексной, поэтому и определитель D , вообще говоря, комплексный. В частных случаях достаточно высокой симметрии задачи этот определитель может быть чисто вещественной величиной.

Приведенная здесь краткая схема решения задачи о распространении рэлеевской волны в кристалле, которую мы закончили получением дисперсионного уравнения, показывает, что дисперсионное уравнение весьма сложно и решить его можно практически только численным методом. В этой связи нельзя дать однозначный строгий ответ о возможности существования рэлеевской волны, распространяющейся по любому направлению в кристалле произвольной симметрии, хотя в весьма большом количестве кристаллов такое существование сейчас установлено расчетным и экспериментальным путем.

5. Новые свойства рэтеевских волн, обусловленные анизотропией

Упругая анизотропия приводит к целому ряду особенностей в структуре, свойствах и характеристиках рэлеевских волн. Рассмотрим здесь основные из них.

Прежде всего структура и свойства рэлеевской волны существенно зависят от направления распространения и симметрии кристалла.

В кристаллах возможно существование новых (по сравнению с рэлеевской) типов поверхностных волн (подробнее это будет рассмотрено в разд. 15, 16, 24 этой части) и одновременное существование двух видов поверхностных волн.

Поясним две указанные особенности на примере кубических кристаллов. Известно [9], что в кристаллах GaAs, Si, Cu и ряде других (в отличие от изотропного твердого тела) в плоскости (001) существуют две поверхностные волны: волна 1, являясь рэлеевской при $\theta = 0$ (рис. 1.6), при направлении распространения, близком к диагональному ($\theta \rightarrow \pi/4$), плавно переходит в чисто поперечную объемную волну со смещением, параллельным свободной поверхности. Поверхностная волна 2, являясь при $\theta = \pi/4$ чисто рэлеевской, превращается при отклонении от этого значения θ в «вытекающую» волну (подробнее об этих волнах будет сказано в разд. 9 этой главы),

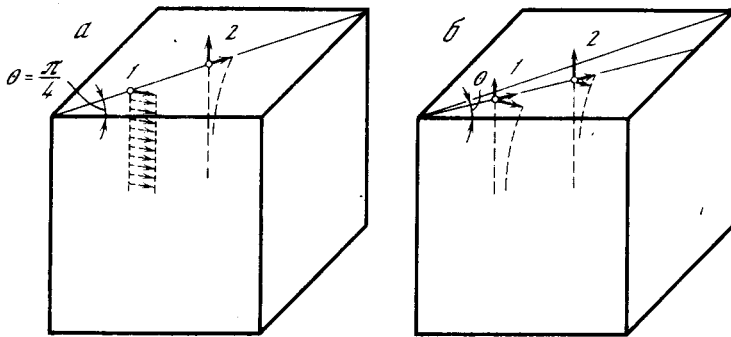


Рис. 1.6. Две поверхностные волны на плоскости (001) кубического кристалла

а — $\theta = \pi/4$; б — $\theta \neq \pi/4$

излучающую энергию в глубь кристалла, поскольку ее фазовая скорость c при этом превосходит фазовую скорость $c_i^{\text{гор}}$ объемной поперечной волны с горизонтальной поляризацией (из-за анизотропии упругих свойств фазовые скорости двух поперечных волн в кристалле могут сильно различаться, и соотношение $c > c_i^{\text{гор}}$ в отличие от изотропного случая можно реализовать). Излучение возрастает при увеличении отклонения $\Delta\theta$, и при $\theta \simeq 20^\circ$ эта волна переходит в объемную.

Из сказанного ясно, что для обозначения волны, распространяющейся вдоль свободной границы кристалла, целесообразно использовать более общий термин — «поверхностная волна», конкретизируя для каждого заданного направления ее структуру более детально: волна Рэлея-типа, вытекающая волна и т. д.

К особенностям поверхностных волн в кристалле относятся и усложнение их структуры. В общем случае плоская поверхностная волна в кристалле имеет не две (как в изотропной среде), а три компоненты вектора смещения (см. формулы (1.24)) и является, таким образом, волной смешанной (вертикально-горизонтальной) поляризации. Уменьшение амплитуды смещения с глубиной в парциальных волнах, а следовательно, и в результирующей поверхностной волне, определяемое значениями $\cos \alpha_3^{(1)}$, $\cos \alpha_3^{(2)}$, $\cos \alpha_3^{(3)}$, может происходить не по экспоненциальному закону, а по осциллирующей экспоненте (произведение экспоненциальной и тригонометрической

функций). Волна в этом случае называется обобщенной поверхностной.

Характерной особенностью поверхностных волн в кристаллах является еще несовпадение направления волнового вектора $\mathbf{k}$ с направлением вектора групповой скорости $\mathbf{c}_{\text{гр}} = d\omega/d\mathbf{k}$. Как и для объемных волн в анизотропных средах, это означает, что фаза и энергия волны распространяются в различных направлениях.

Интересными свойствами обладают поверхностные волны в пьезоэлектрических кристаллах. Распространение волн в таких средах сопровождается квазистатическим электрическим пьезополем. Вследствие этого появилась возможность возбуждать волны, создавая электрическое поле в тонком поверхностном слое образца при помощи системы металлических электродов, нанесенных на его поверхность. Это позволило получить в пьезоэлектрических кристаллах поверхностные волны предельно высоких частот $\sim 10^{10}$ Гц. Далее, наличие электронов проводимости у пьезоэлектрических кристаллов (так называемые пьезополупроводниковые кристаллы, например структуры вюрцита CdS, ZnS, ZnO, CdSe и т. д.) приводит к принципиально новому явлению — взаимодействию поверхностных волн с электронами. Известно несколько механизмов электрон-фононного взаимодействия в кристаллах, однако взаимодействие через пьезоэффект является наиболее интенсивным на частотах 10^6 — 10^{10} Гц, широко доступных для экспериментального исследования. Эффект взаимодействия поверхностной волны с электронами проводимости кристалла представляет как чисто физический, так и технический интерес. Он дает возможность получать информацию о характеристиках поверхностного слоя кристалла; с другой стороны, усиление поверхностных волн постоянным током и вообще взаимодействие волны с электронами широко используется в акустоэлектронике.

В настоящее время по поверхностным волнам в кристаллах имеется очень много работ. Теоретически и экспериментально показано, что поверхностные волны существуют в большом множестве реальных кристаллов. В целом ряде работ исследованы методы возбуждения и приема высокочастотных поверхностных волн в кристаллах [10], вопросы существования и распространения в кристаллах различных симметрий [9], взаимодействие с электронами в полупроводниках, включая усиление волн постоянным

током [11—15], затухание и прочие свойства волн [16—18].

Мы в рамках данной книги, естественно, не можем охватить весь круг вопросов, связанных с поверхностными волнами в кристаллах, однако наиболее интересные, с нашей точки зрения, аспекты мы рассмотрим. Это слабонеоднородные и вытекающие волны в кристаллах (см. разд. 15, 16, 24 первой части) и поверхностные волны в пьезоэлектрических кристаллах (третья часть).

Глава II

ВОЛНЫ ЛЯВА

Рэлеевская волна в изотропном твердом полупространстве, рассмотренная в гл. I, состоит из двух плоских неоднородных волн — продольной и поперечной с векторами смещения, лежащими в плоскости, перпендикулярной границе и параллельной направлению распространения волны. Эти волны и составленная из них рэлеевская волна — волны с вертикальной поляризацией.

Рассмотрим теперь волновые движения с взаимно дополнительным типом поляризации (горизонтальная поляризация), представляющие собой плоские поперечные волны со смещениями, параллельными свободной поверхности полупространства и перпендикулярными направлению распространения волны. Пусть волновой вектор лежит в плоскости xz , а смещения параллельны оси y (рис. 1.7). Эти волны с горизонтальной поляризацией также удовлетворяют уравнению (1.1), являясь его вторым линейно-независимым решением. Действительно, пусть $U_y \neq 0$, $U_x = U_z = 0$ и $\partial/\partial y = 0$, поскольку волны плоские. Тогда уравнение (1.1) принимает следующую простую форму:

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mu \Delta U, \quad (1.27)$$

где $U = U_y$. Очевидно, что решением этого уравнения и является указанная система волн с горизонтальной поляризацией.

Простейшей волной с горизонтальной поляризацией является плоская объемная поперечная волна, скользящая вдоль границы полупространства и описываемая

выражением

$$U_y = A \exp [i(k_x x - \omega t)], \quad (1.28)$$

где A — произвольная постоянная. Эта волна строго удовлетворяет граничным условиям отсутствия напряжений на плоскости $z = 0$. Скользящая объемная поперечная волна, как будет видно в дальнейшем, «неустойчива» в том смысле, что небольшое изменение граничных условий или

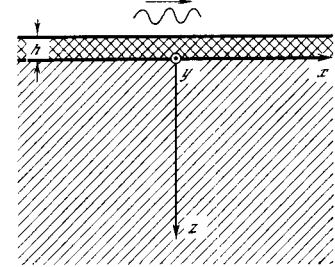


Рис. 1.7. Твердое полупространство со слоем

свойств среды превращает ее в поверхностную. Поэтому ее можно рассматривать как некоторый предельный случай поверхностной волны с бесконечной толщиной слоя локализации. Первым примером такой неустойчивости являются волны Лява [2, 3] — второй основной тип звуковых поверхностных волн. В этом случае поверхностная волна получает «возможность существования» из-за добавления к полупространству твердого слоя (см. рис. 1.8), являющегося нагрузкой для полупространства.

6. Изотропное однородное полупространство со слоем

Рассмотрим распространение плоской гармонической поперечной поверхностной волны вдоль границы двух однородных изотропных идеально упругих сред — твердого полупространства и твердого слоя толщины h (см. рис. 1.7). И в слое (индекс 1), и в полупространстве $z > 0$ (индекс 2) единственная отличная от нуля компонента смещения в волне $U_y^{(1,2)}$ должна удовлетворять уравнению движения (1.27) (с соответствующими значениями ρ , μ). Будем искать решения для $U_y^{(1,2)}$ в виде следующей совокупности плоских волн, синфазно распространяющихся

вдоль границы $z = 0$:

$$U_y^{(1)} = (B \sin s_1 z + C \cos s_1 z) \exp [i (kx - \omega t)], \quad (1.29)$$

$$U_y^{(2)} = A \exp (-s_2 z) \exp [i (kx - \omega t)].$$

Здесь A, B, C — произвольные амплитуды; $s_1 = \sqrt{k_{t1}^2 - k^2}$; $s_2 = \sqrt{k^2 - k_{t2}^2}$ (под s_2 понимается ветвь этой функции, удовлетворяющая принципу излучения); k — волновое число.

Граничные условия задачи заключаются в непрерывности (касательных) компонент смещений и напряжений при $z = 0$ и в отсутствии напряжений при $z = -h$. Подставляя выражения (1.29) в указанные три граничных условия, получим систему их трех линейных однородных уравнений относительно неизвестных амплитуд A, B, C

$$\begin{aligned} A - C &= 0, \\ \mu_2 s_2 A - \mu_1 s_1 B &= 0, \\ s_1 \cos s_1 h B - s_1 \sin s_1 h C &= 0. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Приравнивание нулю определителя этой системы приводит к дисперсионному уравнению

$$\operatorname{tg} s_1 h = \mu_2 s_2 / \mu_1 s_1. \quad (1.31)$$

Из системы (1.30) можно выразить неизвестные амплитуды B и C через A , после чего выражения (1.29) для смещений становятся зависимыми от одной произвольной постоянной и приобретают следующий вид:

$$U_y^{(1)} = A \cos s_1 (h + z) \exp [i (kx - \omega t)], \quad (1.32)$$

$$U_y^{(2)} = A \cos s_1 h \exp [i (kx - \omega t) - s_2 z].$$

Нетрудно показать, что при условии $c_{t1} < c_{t2}$ (замедляющий слой) дисперсионное уравнение (1.31) имеет действительные корни, лежащие в пределах $k_{t1} > k > k_{t2}$. Это доказывает, что волны Лява существуют и их фазовая скорость всегда меньше фазовой скорости поперечных объемных волн в полупространстве и больше скорости этих волн в слое. Уравнение (1.31) имеет множество указанных корней. Различные корни соответствуют волнам Лява разных номеров (порядков). Число их тем больше, чем больше $k_{t2} h$. Это показывает, что волны Лява существуют в виде

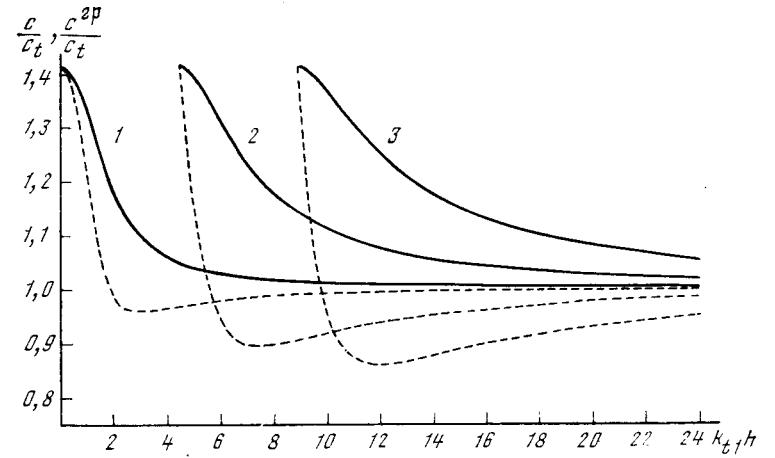


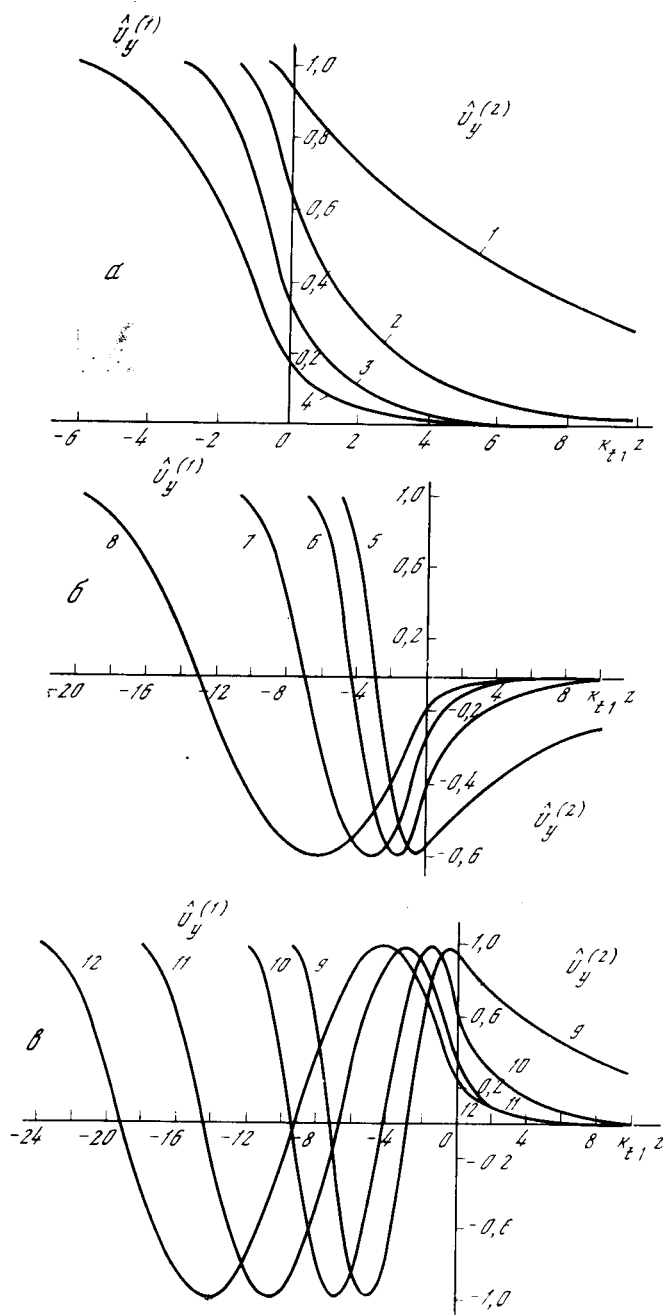
Рис. 1.8. Зависимость фазовых (сплошные линии) и групповых (штриховые) скоростей трех первых волн Лява от относительной толщины слоя $k_{t1}h$

совокупности нормальных волн, каждая из которых удовлетворяет уравнениям движения, граничным условиям и имеет свой закон распределения смещений и напряжений в слое и полупространстве.

Часто под волной Лява понимают только волну первого номера, которая существует при всех толщинах слоя, включая и $k_{t2}h \rightarrow 0$. При тонком слое ($k_{t2}h \ll 1$) эта волна описывается выражениями

$$\begin{aligned} U_y^{(1)} &= A \exp [i (kx - \omega t)], \\ U_y^{(2)} &= A \exp [i (kx - \omega t) - s_2 z], \\ k &= k_{t2} \left[1 + \frac{1}{2} (k_{t2} h)^2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^2 \left(1 - \frac{c_{t1}^2}{c_{t2}^2} \right)^2 \right], \\ s_2 &= k_{t2} \left(1 - \frac{c_{t1}^2}{c_{t2}^2} \right) k_{t2} h \frac{\rho_1}{\rho_2}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Как видно из (1.33), смещения в слое постоянны по толщине, а в полупространстве медленно убывают с глубиной. Фазовая скорость волны лишь немного меньше, чем в полупространстве (на величину $\sim (k_{t2}h)^2$). При увеличении толщины слоя фазовая скорость волны уменьшается и стремится к фазовой скорости поперечной объемной вол-



ны в слое, а смещения становятся распределенными по косинусу.

На рис. 1.8 изображены фазовые и групповые скорости трех первых волн Лява в зависимости от $k_{t1}h$, рассчитанные для следующего соотношения между параметрами слоя и полупространства: $\rho_1 = \rho_2$, $\mu_1 = \mu_2/2$. Как видно из рисунка, кривые для волн разных номеров качественно очень похожи. При малых толщинах слоя фазовые и групповые скорости волн определяются параметрами полупространства и очень близки к значению c_{t1} , при больших толщинах — параметрами слоя и соответственно близки к значению c_{t2} . Фазовые скорости монотонно уменьшаются с ростом толщины слоя, а групповые имеют минимум и области очень сильной дисперсии перед ним.

Зная фазовые скорости, можно вычислить смещения и напряжения в волнах Лява. На рис. 1.9 изображены распределения смещений в волнах Лява трех первых номеров при различных относительных толщинах слоя $k_{t1}h$. Из графиков видно, что для волны первого номера (рис. 1.9, а) смещения монотонно убывают при удалении от верхней (свободной) границы слоя. Во второй и третьей волнах Лява (рис. 1.9, б, в) в слое имеются узлы и пучности смещений, и лишь в полупространстве смещения экспоненциально убывают с глубиной. С увеличением толщины слоя волна все меньше проникает в полупространство и почти целиком локализуется в слое.

7. Полупространство со слабой поверхностной неоднородностью

Интересным новым обобщением волн Лява являются поперечные поверхностные волны в полупространстве с небольшой поверхностной неоднородностью, рассмотренные в работе [19]. Такая неоднородность возникает во многих практических случаях, например при механической обработке поверхности (в частности, при упрочнении поверхностного слоя стекла методом ионной имплантации), при освещении поверхности фоточувствительного полу-

Рис. 1.9. Распределение смещений в волнах Лява первого (а), второго (б) и третьего (в) номеров

1 — $k_{t1}h = 0,5$; 2 — 1,5; 3 — 3,0; 4 — 6,1; 5 — 5,0; 6 — 6,75; 7 — 10,7; 8 — 19,8; 9 — 9,5; 10 — 12,0; 11 — 18,2; 12 — 24,0

проводникового пьезокристалла (CdS, CdSe, ZnO, ZnS и т. д.) поглощаемым светом и т. д.

Рассмотрим эту задачу на примере изотропного идеально упругого твердого полупространства с тонким и слабо-неоднородным поверхностным слоем. Пусть плотность ρ и модуль сдвига μ изменяются по следующим законам:

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \exp\left(-\frac{z}{z_0}\right) \right), \\ \mu &= \mu_0 \left(1 - \frac{\Delta\mu}{\mu_0} \exp\left(-\frac{z}{z_0}\right) \right),\end{aligned}\quad (1.34)$$

где z — координата, направленная в глубь полупространства; z_0 — характерная глубина неоднородного слоя; ρ_0 и μ_0 — соответствующие значения ρ и μ на большой глубине, $0 < \Delta\rho/\rho_0$, $\Delta\mu/\mu_0 \ll 1$. Динамическое уравнение движения для неоднородного полупространства записывается в форме (ср. с (1.1) (1.19))

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}, \quad (1.35)$$

где T_{ik} — тензор напряжений, имеющий тот же вид, что и для однородного твердого тела, но с модулями упругости, являющимися функциями координат (x, y, z) . Для нашего частного случая, когда $U_x = U_z = 0$, $U_y \neq 0$, а зависимость плотности и упругих модулей имеется только от координаты z , уравнение (1.35) приобретает вид

$$\rho \frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2} - \mu(z) \Delta U_y - \frac{d\mu}{dz} \frac{\partial U_y}{\partial z} = 0. \quad (1.36)$$

Поскольку неоднородности слабые, последний член этого уравнения много меньше остальных и его можно отбросить (справедливость этого априорного предположения подтверждается полученным решением).

Будем искать решение укороченного уравнения в виде гармонической плоской волны, распространяющейся вдоль границы:

$$U_y = AF(z) \exp[i(kx - \omega t) - sz], \quad (1.37)$$

где A — произвольная постоянная; $F(z)$ — неизвестная функция; $s = \sqrt{k^2 - (k_t^0)^2}$ (под s понимается ветвь этой функции, удовлетворяющая условию излучения); k — неизвестное волновое число; $k_t^0 = \omega \sqrt{\rho_0/\mu_0}$. Введем новую переменную

$$\xi = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \right) \exp(-z/z_0) = d^2 \exp(-z/z_0).$$

Подставляя выражение (1.37) в уравнение (1.36) без последнего члена, получим дифференциальное уравнение для F

$$\begin{aligned}\xi(1 - \xi) \frac{d^2 F}{d\xi^2} + [(1 + 2sz_0) - \xi(1 + 2sz_0)] \frac{dF}{d\xi} + \\ + (k_t^0 z_0)^2 F = 0.\end{aligned}\quad (1.38)$$

Это гипергеометрическое уравнение, и его решением является следующая гипергеометрическая функция: $F = F(\alpha, \beta, \gamma, \xi)$, где $\alpha = (s - k)z_0$, $\beta = (s + k)z_0$, $\gamma = 1 + 2sz_0$. Приближенное выражение для F следующее:

$$F = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma} \xi + O(\xi^2). \quad (1.39)$$

Решение (1.37) должно удовлетворять граничному условию отсутствия сдвиговых напряжений на плоскости $z = 0$, т. е.

$$\mu(z) \frac{\partial U_y}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (1.40)$$

Производя вычисления, получим из (1.40) дисперсионное уравнение, которое приводит к выражению для искомого волнового числа поверхностной волны

$$k = k_t^0 \left[1 + \frac{(k_t^0 z_0)^2}{2} d^4 + O(d^6) \right]. \quad (1.41)$$

Таким образом, выражения (1.37), (1.41) показывают, что при рассмотренной типичной неоднородности поверхностного слоя в твердом полупространстве может существовать и распространяться наряду с рэлеевской дополнительная поверхностная волна, являющаяся некоторым обобщением волны Лява. Эта волна локализована в поверхностном слое толщиной $z_{\text{Л}} = 1/s$, которая тем больше, чем слабее неоднородность:

$$z_{\text{Л}} = \left(\frac{\Delta\mu}{\mu_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \right)^{-1} \frac{1}{k_t^0 z_0} \frac{1}{k_t^0}. \quad (1.42)$$

Так, например, при $\frac{\Delta\mu}{\mu_0} + \frac{\Delta\rho}{\rho_0} = 0,08$, $k_t^0 z_0 = 1$ волна локализована в слое толщиной порядка двух длин волн: $z_{\text{Л}} \sim 2\lambda$, а ее фазовая скорость $c = 0,997 c_t^0$, т. е. меньше скорости поперечной объемной волны в однородном пространстве (с параметрами μ_0 , ρ_0) на 0,3%.

Поскольку слабая неоднородность поверхностного слоя твердого тела часто встречается на практике и легко может быть создана специально, описанные поверхностные волны, по-видимому, должны довольно часто наблюдаться в экспериментах.

Другой интересной модификацией волн Лява являются поперечные (сдвиговые) волны в полупространстве со свободной границей гребенчатого профиля [20] (периодическая система канавок прямоугольной формы, пропиленных на поверхности твердого тела перпендикулярно направлению распространения волны). В этом случае поверхностный слой полупространства как бы «размягчается» и имеет меньшие эффективные модули упругости по сравнению с остальной толщей полупространства. Таким образом, получается эквивалент замедляющего слоя для волн Лява. Вдоль такой границы может распространяться замедленная поперечная поверхностная волна. Однако граничные условия на такой (сложной формы) поверхности приводят к тому, что эта волна не может быть гармонической в пространстве, а имеет сложную пространственную структуру (типа структуры блоховских функций для движения электрона в периодическом поле кристаллической решетки). Благодаря этому данное волновое образование имеет очень сильную дисперсию фазовой и групповой скоростей.

В настоящее время волны Лява реализуются и используются не только в сейсмологии (как первоначально), но и в лабораторных условиях. В физических экспериментах и в технических применениях волны Лява часто возбуждаются и распространяются в кристаллах, где, как правило, направление распространения выбирается таким образом, что волны имеют такую же структуру, как в изотропных средах. Основной областью применения высокочастотных волн Лява (диапазон $10^6 - 10^9$ Гц) является акустоэлектроника [21—27]. Для этих целей, в частности, Ю. В. Гуляев и В. И. Пустовойт [28] предложили усиливать волну Лява электрическим током некоторым оптимальным способом (используя ее природу), «разнося» дрейф электронов и пьезополе в волне в разные среды (слой и полупространство), специально подобранные для этих целей (тогда параметры сред легче подобрать нужным образом); подробнее об этом см. гл. VI третьей части.

Глава III

ВОЛНЫ СТОУНЛИ

Третьим основным типом звуковых поверхностных волн являются волны на границе двух твердых полупространств (жестко склеенных), описанные Стоунли [29] в 1924 г. Волны Стоунли бывают двух поляризаций: вертикальной ($U_{x,z} \neq 0, U_y = 0$) и горизонтальной ($U_y \neq 0, U_{x,z} = 0$).

8. Граница двух изотропных твердых полупространств

Рассмотрим распространение плоской гармонической поверхностной волны в направлении положительной оси x вдоль плоской границы $z = 0$ двух жестко склеенных твердых полупространств (рис. 1.10). Повторяя во многом рассуждения разд. 1, будем считать, что волна в каждом из полупространств состоит из суммы продольной и поперечной плоских волн, каждая из которых является решением уравнений (1.3) или (1.4) с соответствующими значениями ρ, λ, μ . Тогда выражения для смещений можно представить в следующей форме:

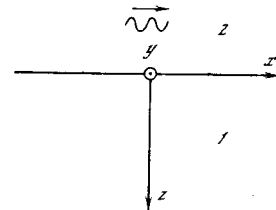


Рис. 1.10. Граница двух твердых полупространств

$$\begin{aligned} U_x^{(1)} &= [-ikA_1 \exp(-q_1 z) + s_1 B_1 \exp(-sz)] \times \\ &\times \exp[i(kx - \omega t)], \\ U_z^{(1)} &= [q_1 A_1 \exp(-q_1 z) + ik B_1 \exp(-sz)] \times \\ &\times \exp[i(kx - \omega t)], \\ U_x^{(2)} &= [-ikA_2 \exp(q_2 z) + s_2 B_2 \exp(s_2 z)] \times \\ &\times \exp[i(kx - \omega t)], \\ U_z^{(2)} &= [-q_2 A_2 \exp(q_2 z) - ik B_2 \exp(s_2 z)] \times \\ &\times \exp[i(kx - \omega t)]. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Здесь $A_{1,2}, B_{1,2}$ — произвольные амплитуды; $s_1 = (k^2 - k_{11}^2)^{1/2}$; $s_2 = (k^2 - k_{12}^2)^{1/2}$; $q_1 = (k^2 - k_{11}^2)^{1/2}$; $q_2 = (k^2 - k_{12}^2)^{1/2}$ (под $q_{1,2}, s_{1,2}$ понимаются ветви этих функций, удовлетворяющие принципу излучения); k — волновое число. Компоненты тензора напряжений T_{xz} и T_{zz} в средах 1, 2

выражаются через смещения по соотношениям

$$T_{xz} = \mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right), \quad T_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial U_z}{\partial z}. \quad (1.44)$$

На границе $z = 0$ должны выполняться условия равенства данных компонент напряжений и смещений $U_{x,z}$ в средах 1, 2. Записывая эти условия, получим систему линейных однородных уравнений относительно амплитуд $A_{1,z}, B_{1,z}$

$$\begin{aligned} 2\mu_1 k q_1 A_1 + 2\mu_2 q_2 k A_2 + i\mu_1(k^2 + s_1^2) B_1 + \\ + i\mu_2(k^2 + s_2^2) B_2 = 0, \\ -\mu_1(k^2 + s_1^2) A_1 + \mu_2(k^2 + s_2^2) A_2 - 2i\mu_1 s_1 k B_1 + \\ + 2i\mu_2 s_2 k B_2 = 0, \\ k^2 A_1 - k^2 A_2 + i k s_1 B_1 - i k s_2 B_2 = 0, \\ k q_1 A_1 + k q_2 A_2 + i k^2 B_1 + i k^2 B_2 = 0. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Условием существования нетривиального решения этой системы является равенство нулю ее определителя. Это приводит к следующему дисперсионному уравнению:

$$\begin{vmatrix} 2\mu_1 \frac{q_1}{k} & 2\mu_2 \frac{q_2}{k} & \mu_1 \left(1 + \frac{s_1^2}{k^2}\right) & \mu_2 \left(1 + \frac{s_2^2}{k^2}\right) \\ -\mu_1 \left(1 + \frac{s_1^2}{k^2}\right) & \mu_2 \left(1 + \frac{s_2^2}{k^2}\right) & -2\mu_1 \frac{s_1}{k} & 2\mu_2 \frac{s_2}{k} \\ 1 & -1 & s_1/k & -s_2/k \\ q_1/k & q_2/k & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (1.46)$$

Искомой поверхностной волне соответствует вещественный корень k_0 данного уравнения, который удовлетворяет условию

$$k_0 > k_{t1}, k_{t2}. \quad (1.47)$$

Только в этом случае выражения (1.43) описывают волновое движение, локализованное вблизи границы двух полупространств. После нахождения волнового числа k_0 можно из системы (1.45) выразить три произвольные постоянные через четвертую и по формулам (1.43) расчи-

тать смещения в волне. Траекториями движения частиц в волне (как и в случае волны Рэлея) являются эллипсы.

Дисперсионное уравнение (1.46) достаточно сложно, и в общем случае (при произвольном соотношении параметров $\rho_{1,2}, \lambda_{1,2}, \mu_{1,2}$) его решение возможно только численным методом. Анализ показывает [29, 30], что уравнение (1.46) не всегда имеет корень, удовлетворяющий условию (1.47), т. е. волна Стоунли (в отличие от волны Рэлея) существует только в определенной области соотношений между параметрами граничных сред. Рассмотрим некоторые характерные случаи.

Прежде всего заметим, что, если $\rho_2/\rho_1 \rightarrow 0$, то уравнение (1.46) переходит в известное уравнение Рэлея (1.11), а волна Стоунли переходит в волну Рэлея. В этом легко убедиться, если использовать для элементов двух первых строк определителя (1.46) тождественные соотношения $\mu_1 = \rho_1 c_{l1}^2$, $\mu_2 = \rho_2 c_{l2}^2$.

Далее в работе [29] показано, что при равенстве фазовых скоростей упругих волн в граничных полупространствах ($c_{l1} = c_{l2}$, $c_{t1} = c_{t2}$), но при $\rho_1 \neq \rho_2$ волны Стоунли всегда существуют. Волны существуют также, если соответствующие фазовые скорости достаточно близки между собой.

9. Граница твердого и жидкого полупространств

Наконец, рассмотрим случай, когда второе полупространство — жидкость [4, 7]. Переходя в уравнении (1.46) к пределу при $\mu_2 \rightarrow 0$ и учитывая, что $s_2 \rightarrow \infty$, $\mu_2 \frac{s_2^2}{k^2} \rightarrow -\rho c_{ж}^2$ (где $c_{ж}$ — фазовая скорость звуковой волны в жидкости), $\mu_2 s_2 \rightarrow 0$, получим после некоторых преобразований следующее уравнение:

$$4k^2 q_1 s_1 - (k^2 + s_1^2)^2 = \frac{\rho_{ж}}{\rho_1} \frac{q_1 k_{t1}^4}{q_{ж}}, \quad (1.48)$$

где $\rho_{ж}$ — плотность жидкости; $q_{ж}^2 = k^2 - k_{ж}^2$. Данное уравнение отличается от уравнения Рэлея (1.11) для полупространства со свободной границей наличием правой части, учитывающей влияние жидкости на полупространство I (см. рис. 1.10). Вычисляя по соотношениям (1.43), (1.45) смещения в верхнем и нижнем полупространствах с учетом указанных предельных соотношений при $\mu_2 \rightarrow 0$,

получим, что движение в твердом теле описывается выражениями (1.15), в которых k_R нужно заменить на волновое число k_0 волны Стоунли, а в жидкости — формулами

$$U_x^* = Ak \frac{q_1 k_{t1}^2}{q_{ж}(k^2 + s_1^2)} \exp \left[i \left(kx - \omega t + \frac{\pi}{2} \right) + q_{ж} z \right],$$

$$U_z^* = Ak_{t1} \frac{q_1 k_{t1}}{k^2 + s_1^2} \exp [i(kx - \omega t) + q_{ж} z]. \quad (1.49)$$

В работе [31] показано, что в отличие от границы двух твердых полупространств при любом соотношении параметров твердой и жидкой сред уравнение (1.48) имеет один вещественный корень, соответствующий поверхностной волне, бегущей вдоль границы с фазовой скоростью c , меньшей скорости $c_{ж}$ волны в жидкости и скоростей c_{t1} , c_{l1} продольных и поперечных волн в твердом теле.

В случае существенного различия плотностей и упругих модулей жидкости и твердого тела, когда $\rho_{ж}/\rho \ll 1$ и $(c_{ж}/c_t)^2 \ll 1$, для этого корня справедливо выражение [4]

$$k = k_{ж}(1 + \alpha) = k_{ж} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\rho_{ж}}{\rho} \frac{c_{ж}^2}{c_t^2 - c_l^2} \right)^2 \right]. \quad (1.50)$$

Приведенные выражения показывают, что скорость рассматриваемой волны немного меньше $c_{ж}$ и в жидкости волна локализована в толстом слое: $z_{л} = 1/q_{ж} \simeq \lambda_{ж}/2\pi\sqrt{2\alpha} \gg \lambda_{ж}$, а в твердом теле — в тонком: толщина слоя ее локализации равна примерно $\lambda_{ж}/2\pi$. Энергия волны сосредоточена в основном в жидкости. Отметим, что именно эта волна распространяется по дну океана при землетрясениях.

10. Некоторые итоги

В заключение суммируем кратко основные особенности и свойства волн Стоунли. В изотропных твердых телах волны Стоунли — это волны с вертикальной поляризацией. В основополагающей работе [29] показано, что волны Стоунли с горизонтальной поляризацией, у которых имеется только смещение U_y , не могут существовать на границе изотропных полупространств. Волны с такой поляризацией возможны только при наличии промежуточ-

ного твердого слоя между двумя полупространствами, скорость поперечных волн в котором меньше, чем в граничных полупространствах. Такие волны называются обобщенными волнами Лява [29].

Волны Стоунли, как и волны Рэлея, не обладают дисперсией фазовой скорости. Эта скорость, как и другие характеристики волн, включая критерий существования, полностью определяется плотностями и упругими параметрами граничных сред. Скорость волн Стоунли всегда меньше скоростей продольных и поперечных волн в граничных средах.

Толщина слоев локализации волн Стоунли обычно порядка длины волны λ , но в некоторых случаях, как, например, для границы твердое тело—жидкость, это не выполняется.

В настоящее время наряду с применением в сейсмологии волны Стоунли на частотах 10^6 — 10^7 Гц успешно используются в физических экспериментах и ультразвуковой дефектоскопии [32, 33]. Делаются попытки применения этих волн на более высоких частотах в акустоэлектронике [16, 34].

Имеется ряд модификаций и обобщений волн Стоунли. Так, в работе [35] рассмотрены волны на границе двух твердых изотропных полупространств не с жесткой склейкой, а со скользящим контактом, а в работе [36] — волны на криволинейной границе двух сред. В работах [37, 38] численным методом исследовались волны Стоунли на границах анизотропных сред. Показано, в частности, что в отличие от контакта двух изотропных полупространств анизотропия приводит к возможности существования простейшего вида волн Стоунли — волн с горизонтальной поляризацией, у которых имеется только одна компонента смещения, параллельная границе и перпендикулярная направлению распространения волн.

Глава IV

ВОЛНЫ В ПЛАСТИНАХ

К числу основных типов звуковых поверхностных волн часто относят еще так называемые нормальные волны в пластинах. Строго говоря, это не вполне правомерно, поскольку движение в этих волнах происходит не только у поверхностей, но и в толще пластины. Нормальные

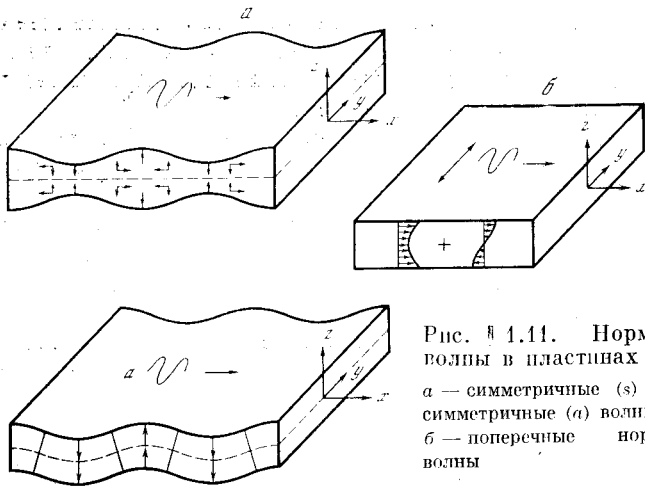


Рис. 1.11. Нормальные волны в пластинах
 а — симметричные (s) и антисимметричные (a) волны Лэмба;
 б — поперечные нормальные волны

волны в пластинах бывают двух поляризаций: вертикальной (волны, открытые Лэмбом в 1917 г. [39], рис. 1.11, а) и горизонтальной (поперечные нормальные волны, рис. 1.11, б).

11. Волны Лэмба

Волны Лэмба делятся на две группы — симметричные s и антисимметричные a (см. рис. 1.11, а). В симметричных волнах движение происходит симметрично относительно плоскости $z = 0$, т. е. в верхней и нижней половинах пластины смещение U_x имеет одинаковые знаки, а смещение U_z — противоположные. В антисимметричных волнах движение антисимметрично относительно плоскости $z = 0$, т. е. в верхней и нижней половинах пластины смещение U_x имеет противоположные знаки, а смещение U_z — одинаковые. В пластине толщины $2h$ при частоте ω может распространяться определенное конечное число симметричных и антисимметричных волн Лэмба, отличающихся одна от другой фазовыми и групповыми скоростями и распределениями смещений и напряжений по толщине пластины. Число волн тем больше, чем больше значение $\omega h/c_t$.

При малых толщинах пластины ($\omega h/c_t \ll 1$) в ней возможно распространение только двух волн Лэмба нулевого порядка s_0 и a_0 , которые представляют собой продольную (s_0) и изгибную (a_0) волны в пластине. Продольная

волна очень похожа на продольную волну в неограниченном твердом теле: в ней преобладает продольная компонента смещения U_x , и только вследствие того, что грани пластины свободны, появляется небольшое смещение U_z (в $1/k_th$ раз меньше продольного). За счет уменьшения продольной жесткости из-за податливости боковых граней фазовая скорость этой волны $c_l^{пл}$ немного меньше фазовой скорости c_l продольной волны в неограниченном твердом теле и равна $c_l^{пл} = c_l (1-2\nu)^{1/2}/(1-\nu)$. При увеличении толщины пластины свойства волн s_0 и a_0 меняются: они становятся все более похожи одна на другую. При $k_th \gg 1$ их фазовые и групповые скорости стремятся к фазовой скорости рэлеевской волны c_R , смещения становятся локализованными вблизи свободных границ пластины и их распределения с глубиной стремятся к распределению смещений по глубине в рэлеевской волне. Таким образом, каждая из волн s_0 и a_0 превращается в две рэлеевские волны на обеих поверхностях пластины.

Волны порядков выше нулевого появляются только при некоторых «критических» значениях k_th . При докритических толщинах и частотах в этих волнах нет потока энергии, и они представляют собой движение, быстро затухающее вдоль пластины. Критические значения k_th характерны тем, что при этом по толщине пластины укладывается четное или нечетное число продольных или поперечных (сдвиговых) полуволн и рождающаяся волна Лэмба представляет собой чисто продольную или чисто поперечную стоячую волну, образованную двумя волнами соответствующих поляризаций, распространяющимися с равными амплитудами в положительном и отрицательном направлениях оси z . Фазовые скорости волн Лэмба при этом равны бесконечности, а групповые — нулю.

При значениях k_th , больших критических, фазовые скорости волн Лэмба становятся отличными от бесконечности, а групповые — от нуля. Это можно интерпретировать как поворот направлений распространения двух продольных или поперечных волн, образующих стоячую волну в критической области, от оси z в сторону положительной оси x . При этом из-за отражения от границ пластины возникают волны другой поляризации и волна Лэмба оказывается «составленной» из четырех компонент (рис. 1.12): двух продольных волн с волновым вектором k_l и двух поперечных с волновым вектором k_t , «припасо-

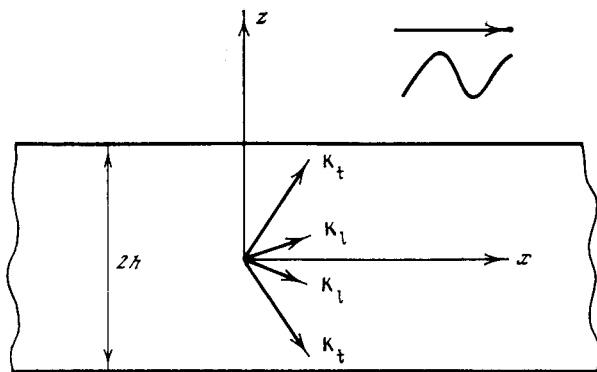


Рис. 1.12. Структура волны Лэмба

ванных» одна к другой таким образом, что проекции всех волновых чисел на ось x одинаковы, а напряжения, создаваемые четырьмя волнами на граничных поверхностях $z = \pm h$, равны нулю. Распределение смещений и напряжений по сечению пластины характеризуется узлами и пучностями, а траекториями частиц среды в волнах становятся эллипсы, эксцентриситет которых зависит от типа и номера волны, глубины и коэффициента Пуассона материала пластины.

При больших толщинах пластины ($k_i h \gg 1$) у всех волн Лэмба, кроме s_0 и a_0 , имеется только смещение U_z по оси z , распределенное по толщине синусоидально с пространственным периодом $2h/n$ (n — номер волны) или $2h/(n - 1/2)$. Амплитуда этого смещения на поверхности стремится к нулю по сравнению с амплитудой в толще пластины, т. е. движение в каждой волне Лэмба, кроме s_0 и a_0 , становится локализованным в толще и не «выходит» на поверхность. Для волн s_0 и a_0 , как уже отмечалось, напротив, имеет место своеобразный скин-эффект. Фазовые и групповые скорости всех волн (кроме s_0 и a_0) при $k_i h \gg 1$ стремятся к c_i .

В настоящее время свойства волн Лэмба, их возбуждение и распространение в изотропных пластинах довольно подробно изучены [7], поэтому мы не будем здесь на этом останавливаться. Эти волны широко применяются в физических экспериментах и при неразрушающем контроле [7, 40, 41].

В последние годы проведены интересные исследования волн Лэмба в некоторых кристаллах, включая пьезополупроводниковые кристаллы, где эти волны на частотах $\sim 10^8$ Гц взаимодействуют с электронами и могут быть усилены электрическим током [42, 43]. П. Е. Краснушкиным в строгой математической формулировке рассмотрена задача о возбуждении волн Лэмба в неоднородной пластине [44].

12. Поперечные нормальные волны

В поперечных нормальных волнах имеется только одна компонента смещения U_y (отсутствующая в волнах Лэмба), параллельная поверхности пластины и перпендикулярная направлению распространения волны. Таким образом, деформация в поперечной нормальной волне является чистым сдвигом. Как и волны Лэмба, поперечные нормальные волны по характеру деформации делятся на две группы — симметричные s и антисимметричные a .

В волнах s движение происходит симметрично относительно средней плоскости $z = 0$: в верхней и нижней половинах пластины смещение $U_y^{(s)}$ имеет одинаковые знаки и распределено по закону

$$U_y^{(s)} = A \cos m_s \frac{\pi z}{h} \sin(k_s x - \omega t); \quad (1.51)$$

здесь k_s — волновое число симметричной нормальной волны, равное $2\pi/\lambda_s$; A — произвольная постоянная; m_s — последовательность, характеризующая номера (порядки) волн, равная 0, 1, 2, 3... В волнах a движение антисимметрично относительно плоскости $z = 0$: в верхней и нижней половинах пластины смещение $U_y^{(a)}$ имеет противоположные знаки и распределено по закону

$$U_y^{(a)} = A \sin m_a \frac{\pi z}{h} \sin(k_a x - \omega t), \quad (1.52)$$

где k_a — волновое число антисимметричной нормальной волны; $m_a = 1/2, 3/2, 5/2...$

Основным свойством поперечных нормальных волн (как и волн Лэмба) является то, что при заданных значениях ω и h в пластине может распространяться только определенное число волн, которое тем больше, чем больше отношение $2h/\lambda_i = \omega h/\pi c_i$. При $2h/\lambda_i < 1/2$ в пластине может распространяться только одна нормальная волна

(нулевая нормальная волна). Эта волна является симметричной, и смещение в ней одинаково во всех точках поперечного сечения ($m_s = 0$), а фазовая и групповая скорости равны c_t , т. е. это такая же поперечная волна, как в неограниченном твердом теле.

Волны порядков выше нулевого (симметричные $s_1, s_2, s_3, \dots$, для которых $m_s = 1, 2, 3, \dots$, и антисимметричные $a_1, a_2, a_3, \dots$, для которых $m_a = 1/2, 3/2, 5/2$) появляются только при некоторых «критических» значениях $k_t h$. При докритических толщинах и частотах в этих волнах нет потока энергии и они представляют собой синфазное движение, экспоненциально затухающее по оси x . Критические значения $\omega h/c_t$ определяются из условия

$$\left(\frac{\omega h}{c_t}\right)_{\text{кр}} = \left(\frac{2\pi h}{\lambda_t}\right)_{\text{кр}} = m_{s,a}\pi. \quad (1.53)$$

Они характерны тем, что при этом по толщине пластины укладывается целое число поперечных (сдвиговых) полуволн и рождающаяся нормальная волна представляет собой стоячую поперечную волну, образованную двумя волнами, распространяющимися с равными амплитудами в положительном и отрицательном направлениях оси z . Фазовые скорости волн при этом равны бесконечности, а групповые — нулю.

В общем случае для фазовых и групповых скоростей поперечных нормальных волн справедливы следующие выражения:

$$c_{s,a}^{(\Phi)} = c_t [1 - (m_{s,a} \lambda_t / 2h)^2]^{-1/2}, \quad c_{s,a}^{(\text{гр})} = c_t^2 / c_{s,a}^{(\Phi)}. \quad (1.54)$$

Как видно из формул, при значениях $\frac{\omega h}{c_t} = \frac{2\pi}{\lambda_t} h$, больших критических, фазовые скорости нормальных волн становятся отличными от бесконечности, а групповые — от нуля. Как и для волн Лэмба, это можно интерпретировать как поворот направлений распространения двух волн, образующих стоячую волну в критической области, от оси z в сторону положительной оси x . С ростом $k_t h$ фазовые скорости нормальных волн монотонно уменьшаются, а групповые монотонно возрастают, приближаясь с разных сторон к предельному значению, равному c_t .

Распределение смещений в поперечных нормальных волнах обладает тем интересным свойством, что (в отличие от распределения в волнах Лэмба) число узлов и пучностей смещения в поперечном сечении пластины возрастает

только с увеличением номера волны, т. е. при переходе от волн низших номеров к высшим. Для волны заданного номера распределение смещений по сечению пластины «заморожено», т. е. сохраняется неизменным при любых частотах и толщинах h .

Дисперсионные кривые поперечных нормальных волн, включая области $\omega < \omega_{\text{кр}}$, а также другие характеристики этих волн в изотропных пластинах в настоящее время хорошо изучены [45]. Для создания дисперсионных линий задержки, фильтров и других приборов акустоэлектроники поперечные поверхностные волны на частотах 10^6 – 10^9 Гц сейчас исследуются и в пластинках из кристаллов [46, 47].

Глава V

ВОЛНЫ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ СО СЛОЕМ

Помимо описанных основных типов поверхностных волн, в настоящее время предложен и изучен ряд обобщений и новых разновидностей поверхностных волн, к рассмотрению которых мы сейчас перейдем. Начнем с волн на границе твердого полупространства со слоем.

13. Жидкий слой на твердом полупространстве

Рассмотрим, следуя работе [48], плоские гармонические волны с вертикальной поляризацией, распространяющиеся в направлении положительной оси x на границе $z = 0$ (см. рис. 1.7) твердого полупространства и плоского жидкого слоя толщины h , вторая граница которого свободна. Наличие жидкого слоя может существенно изменить характеристики рэлеевской волны, которая существует в полупространстве при его отсутствии, и привести к ряду интересных эффектов.

Повторяя рассуждения разд. 1, получим, что волна в твердом полупространстве состоит из суммы продольных и поперечных волн и описывается выражениями (1.7), (1.8). Потенциал в жидкости $\varphi_{\text{ж}}$ удовлетворяет уравнению

$$\Delta \varphi_{\text{ж}} + k_{\text{ж}}^2 \varphi_{\text{ж}} = 0. \quad (1.55)$$

Будем искать решение этого уравнения в следующей

форме:

$$\varphi_{\text{ж}} = [C_1 \exp(i \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} z) + C_2 \exp(-i \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} z)] \exp[i(kx - \omega t)], \quad (1.56)$$

где C_1, C_2 — произвольные постоянные.

На плоскости $z = -h$ должно быть выполнено граничное условие равенства нулю давления, а на плоскости $z = 0$ — граничные условия равенства нормальных смещений U_z в жидкости и твердом теле, равенства давления в жидкости напряжению $-T_{zz}$ в твердом теле и отсутствия касательного напряжения T_{xz} . Из этих условий получим однородную систему линейных уравнений для определения произвольных постоянных A, B, C_1, C_2 :

$$\begin{aligned} \exp(-\sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} h) C_1 + \exp(i \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} h) C_2 &= 0, \\ -qA + ikB - i \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} C_1 + i \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} C_2 &= 0, \quad (1.57) \\ (2\mu q^2 - \lambda k_t^2) A - 2\mu k s i B + \omega^2 \rho_{\text{ж}} C_1 + \omega^2 \rho_{\text{ж}} C_2 &= 0, \\ 2ikqA + (k^2 + s^2) B &= 0. \end{aligned}$$

Приравняв нулю определитель этой системы, получим дисперсионное уравнение

$$4k^2 q s - (k^2 + s^2)^2 = \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho} \frac{q k_t^4 \operatorname{tg} \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} h}{\sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2}}. \quad (1.58)$$

Выражая из трех уравнений системы (1.57) все произвольные постоянные через A , будем иметь для смещений в твердом полупространстве формулы (1.15), в которых k_R нужно заменить на волновое число k искомой поверхностной волны, а для смещений в жидком слое — следующие выражения:

$$\begin{aligned} U_x^{(\text{ж})} &= Ak \frac{q k_t^2}{\sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} (k^2 + s^2)} \frac{\sin[\sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} (z + h)]}{\cos \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} h} \times \\ &\times \exp\left[i\left(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right], \end{aligned} \quad (1.59)$$

$$U_z^{(\text{ж})} = Ak_t \frac{q k_t}{k^2 + s^2} \frac{\cos[\sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} (z + h)]}{\cos \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2} h} \exp[i(kx - \omega t)].$$

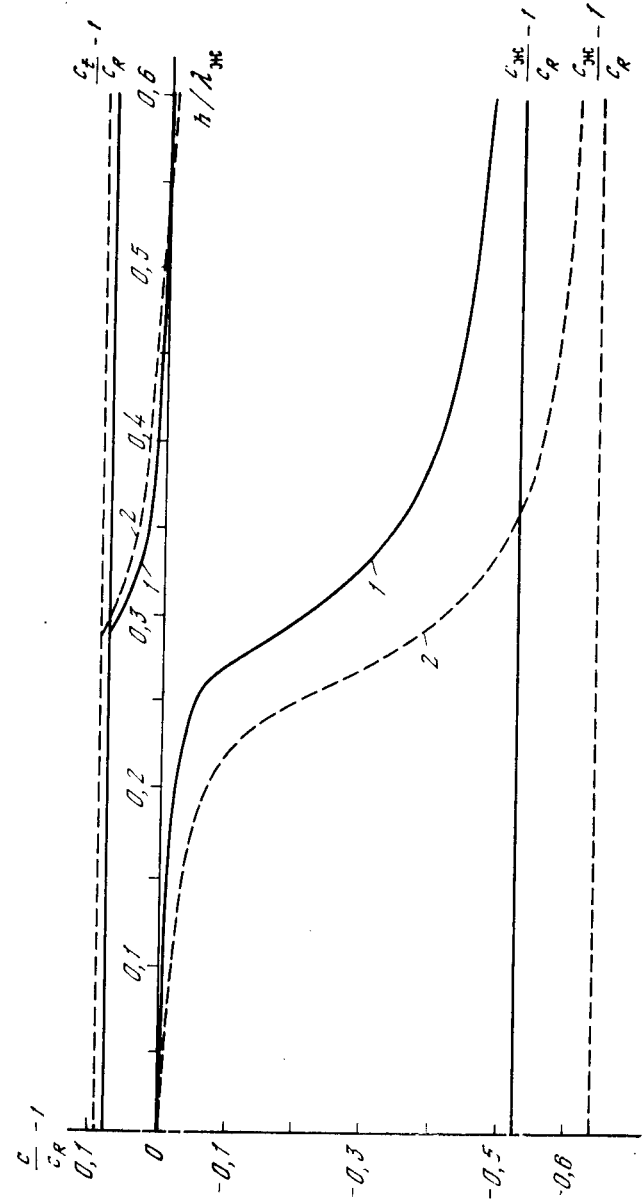


Рис. 1.13. Зависимости фазовых скоростей с поверхностных волн от относительной толщины слоя жидкости

На рис. 1.13 приведены результаты численного решения уравнения (1.58). По оси абсцисс отложено отношение толщины слоя к длине волны в жидкости $\lambda_{ж}$, по оси ординат — относительная разница в скоростях поверхностной c и рэлеевской c_R волн. Одна из расчетных кривых (1) соответствует слою трансформаторного масла на стали, другая (2) — случаю жидкой и твердой сред с некоторыми «средними» параметрами $\rho_{ж}/\rho = 0,40$, $r = k_{ж}/k_t = 3$, $\nu = 0,25$.

Как видно из графика, наличие слоя приводит прежде всего к разветвлению рэлеевской волны на ряд поверхностных нормальных волн. При $h/\lambda_{ж} \ll 1$ существует только одна распространяющаяся нормальная волна, фазовая скорость которой несколько меньше c_R (замедленная слоем рэлеевская волна). При дальнейшем увеличении толщины слоя ее скорость, уменьшаясь, асимптотически стремится к значению $c_{ж}$. При $h/\lambda_{ж} \simeq 0,30$ возникает вторая нормальная волна, фазовая скорость которой в точке «рождения» равна c_t и далее плавно стремится к $c_{ж}$, проходя через значение c_R при $h/\lambda_{ж} = (1 - k_R^2/k_{ж}^2)^{-1/2}/2$ (в этой точке жидкость не влияет на рэлеевскую волну). Дисперсионная кривая для второй нормальной волны после ее пересечения с осью абсцисс идет аналогично дисперсионной кривой для первой нормальной волны в промежутке $0 < h/\lambda_{ж} < 0,30$. При $h/\lambda_{ж} \simeq 0,80$ появляется третья нормальная волна и т. д. Множество кривых, которое получится при изменении $h/\lambda_{ж}$ от 0 до ∞ , соответствует множеству нормальных волн различных порядков, существование которых возможно в слое. При $h'/\lambda_{ж} = n/2 (1 - k_R^2/k_{ж}^2)^{1/2}$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) кривые пересекают ось абсцисс ($c = c_R$),

$$\text{а в точках } \frac{h''}{\lambda_{ж}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{1 - k_t^2/h_{ж}^2}} \operatorname{Arctg} \left(-\frac{\rho}{\rho_{ж}} \frac{\sqrt{k_{ж}^2 - k_t^2}}{\sqrt{k_t^2 - k_l^2}} \right)$$

возникают новые нормальные волны.

Отметим интересное обстоятельство. В точке своего рождения каждая нормальная волна представляет собой не поверхностную, а объемную волну, локализованную во всем полупространстве $z > 0$. Действительно, в этих точках $c = c_t$, $k = k_t$, $s = 0$. У поверхности, т. е. при $qz < 1$, в волне имеются обе компоненты смещения U_x , U_z , но при $qz > 1$ практически остается одна компонента U_z , которая не зависит от глубины, т. е. остается одна чисто поперечная объемная волна. В окрестностях точек

рождения нормальных волн при $h/\lambda_{ж} = h''(1 + \gamma)/\lambda_{ж}$, где $0 < \gamma \ll 1$, каждая из указанных волн превращается в слабонеоднородную квазипоперечную волну, характеризуемую соотношениями

$$k = k_t \left(1 + \frac{H^2}{2} \gamma^2 \right),$$

$$U_x = Ak_t \left[\exp(-\sqrt{k_t^2 - k_l^2} z) - 2 \sqrt{1 - \frac{k_l^2}{k_t^2}} H \gamma \exp(-k_t H \gamma z) \right] \times$$

$$\times \exp \left[i \left(kx - \omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (1.60)$$

$$U_z = A \sqrt{k_t^2 - k_l^2} \left[\exp(-\sqrt{k_t^2 - k_l^2} z) - 2 \exp(-k_t H \gamma z) \right] \exp[i(kx - \omega t)],$$

$$\text{где } H = \frac{\rho_{ж}}{\rho} \frac{k_t h''}{4 \cos^2 \sqrt{k_{ж}^2 - k_l^2} h''}.$$

Как видно из данных формул, меняя толщину слоя h , можно управлять структурой этой волны и получать поверхностную сдвиговую волну с любой требуемой глубиной локализации. Такая возможность представляет интерес для технического применения, например, при ультразвуковом неразрушающем контроле.

14. Твердый слой на твердом полупространстве

Рассмотрим теперь более сложный случай — плоские гармонические поверхностные волны с вертикальной поляризацией, распространяющиеся в направлении положительной оси x на границе $z = 0$ (см. рис. 1.7) твердого полупространства и плоского твердого слоя толщины h с упругими параметрами λ' , μ' и плотностью ρ' . Вторая граница слоя $z = -h$ свободна.

Как и в предыдущем случае, волновое движение в твердом полупространстве удовлетворяет уравнениям (1.5), (1.6) и состоит из совокупности одной продольной и одной поперечной волн, описываемых выражениями (1.7), (1.8). В твердом слое потенциалы продольных ϕ' и поперечных ψ' волн должны удовлетворять соответствующим волно-

вым уравнениям

$$\frac{\partial^2 \Phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial z^2} + k_l'^2 \Phi' = 0, \quad \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial z^2} + k_t'^2 \Psi' = 0, \quad (1.61)$$

где $k_l' = \omega \sqrt{\rho' / (\lambda' + 2\mu')}$, $k_t' = \omega \sqrt{\rho' / \mu'}$. Волновое движение в слое теперь должно в общем случае слагаться из двух продольных и двух поперечных волн, бегущих вдоль границы с той же фазовой скоростью, что и волны в полупространстве. Запишем это движение в форме

$$\begin{aligned} \Phi' &= (A_1 \exp(-q'z) + A_2 \exp(q'z)) \exp[i(kx - \omega t)], \\ \Psi' &= [B_1 \exp(-s'z) + B_2 \exp(s'z)] \exp[i(kx - \omega t)], \end{aligned} \quad (1.62)$$

где $q' = \sqrt{k^2 - k_l'^2}$; $s' = \sqrt{k^2 - k_t'^2}$; $A_{1,2}$, $B_{1,2}$ — произвольные постоянные.

Решение на плоскости $z = -h$ должно удовлетворять граничным условиям равенства нулю напряжений, а на плоскости $z = 0$ — граничным условиям равенства смещений $U_{x,z}$ и напряжений T_{xz} , T_{xz} в слое и полупространстве. Выразив компоненты смещений и напряжений через потенциалы Φ , Φ' , Ψ , Ψ' по соотношениям (1.8) и (1.9) и сделав вычисления, получим систему однородных алгебраических уравнений для определения амплитуд A , B , A_1 , B_1 , A_2 , B_2 :

$$\begin{aligned} &[2\mu k^2 - (\lambda + 2\mu) k_l'^2] A - 2iks\mu B - \\ &- [2\mu' k^2 - (\lambda' + 2\mu') k_t'^2] A_1 - [2\mu' k^2 - (\lambda' + 2\mu') k_l'^2] \times \\ &\times A_2 + 2iks'\mu' B_1 - 2iks'\mu' B_2 = 0, \\ &- 2ikq\mu A + (k_t'^2 - 2k^2)\mu B + 2kq'\mu' A_1 - 2kq'\mu' A_2 + \\ &+ (2k^2 - k_t'^2)\mu' B_1 + (2k^2 - k_t'^2)\mu' B_2 = 0, \\ &- qA + ikB + q'A_1 - q'A_2 - ikB_1 - ikB_2 = 0, \\ &ikA + sB - ikA_1 - ikA_2 - s'B_1 + s'B_2 = 0, \\ &- 2ikq'e^{q'h}A + 2ikq'e^{-q'h}A_2 - (2k^2 - k_t'^2)e^{s'h}B_1 - \\ &- (2k^2 - k_t'^2)e^{-s'h}B_2 = 0, \\ &[2\mu' k^2 - (\lambda' + 2\mu') k_t'^2] e^{q'h}A_1 + [2\mu' k^2 - (\lambda' + 2\mu') k_l'^2] e^{-q'h} - \\ &- 2i\mu' ks'e^{s'h}B_1 + 2i\mu' ks'e^{-s'h}B_2 = 0. \end{aligned} \quad (1.63)$$

Приравнявая нулю определитель этой системы, получим дисперсионное уравнение для нахождения волновых

$$\begin{array}{ccccccc} & q & -ik & -q' & q' & ik & ik \\ & ik & s & -ik & -ik & -s' & s' \\ & -\frac{2ikq}{k_t'^2} \alpha & -\frac{k^2 + s^2}{k_t'^2} \alpha & \frac{2ikq'}{k_t'^2} & -\frac{2ikq'}{k_t'^2} & \frac{k^2 + s'^2}{k_t'^2} & \frac{k^2 + s'^2}{k_t'^2} \\ & \frac{k^2 + s^2}{k_t'^2} \alpha & -\frac{2iks}{k_t'^2} \alpha & -\frac{k^2 + s'^2}{k_t'^2} & \frac{2iks'}{k_t'^2} & -\frac{2iks'}{k_t'^2} & -\frac{2iks'}{k_t'^2} \\ & 0 & 0 & 2ikq'e^{q'h} & -2ikq'e^{-q'h} & (k^2 + s'^2)e^{s'h} & (k^2 + s'^2)e^{-s'h} \\ & 0 & 0 & -(k^2 + s'^2)e^{q'h} & -(k^2 + s'^2)e^{-q'h} & 2iks'e^{s'h} & -2iks'e^{-s'h} \end{array} = 0. \quad (1.64)$$

чисел и фазовых скоростей поверхностных волн. После небольших преобразований это уравнение примет вид (1.64), где $\alpha = \rho/\rho'$; ρ и ρ' — плотности соответственно материала полупространства и слоя.

При $h = 0$ данное уравнение переходит в уравнение Рэлея (1.11) и, следовательно, имеет один корень, отвечающий поверхностной рэлеевской волне. При увеличении h/λ_R , как и в случае жидкого слоя, появляются новые корни, что соответствует «разветвлению» рэлеевской волны в полупространстве на множество нормальных поверхностных волн в системе полупространство — твердый слой.

Волна рэлеевского типа. Изложенная выше постановка задачи о волнах в системе твердое полупространство — твердый слой и дисперсионное уравнение (1.64) имеются в целом ряде работ (см., например, [49]), однако до количественных расчетных формул дело не было доведено. Подробный количественный анализ структуры и фазовой скорости поверхностной волны в указанной системе содержится в работе [50], где рассмотрена поверхностная волна в системе плавленый кварц — тонкий слой (пленка) кристалла CdS. Гексагональная ось c кристалла перпендикулярна граничной поверхности $z = 0$ (см. рис. 1.7), вдоль которой распространяется волна. При такой геометрии гексагональный кристалл при расчете можно было заменить некоторой эквивалентной изотропной средой. Рассчитана и экспериментально измерена зависимость фазовой скорости поверхностной волны рэлеевского типа от толщины пленки CdS. Результаты приведены на рис. 1.14, где кривая соответствует расчету, значки — экспериментам, выполненным в частотном диапазоне 4—16 МГц со слоями CdS толщиной 5 и 11 мкм. Как видно из рисунка, тонкий ($h/\lambda_R < 0,1$) твердый слой, как и жидкий (см. рис. 1.13), замедляет поверхностную рэлеевскую волну, причем у твердого слоя эффект замедления более явно выражен. Расчеты распределения смещений показали, что в данном диапазоне толщин слоя распределение смещений по глубине в поверхностной волне в полупространстве практически не отличается от распределения в чисто рэлеевской волне (при отсутствии слоя).

Тонкий твердый слой не только изменяет фазовую скорость поверхностной волны, но и может существенно изменить ее затухание (по сравнению с затуханием рэлеевской волны в свободном полупространстве). Это убедительно

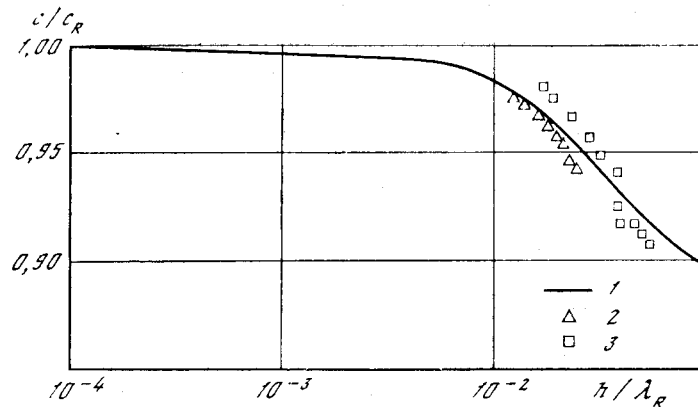


Рис. 1.14. Расчетная (1) и экспериментальные (2 и 3) зависимости фазовой скорости поверхностной волны от относительной толщины твердого слоя

Толщина слоя CdS: 2 — 5 мкм; 3 — 11 мкм

тально продемонстрировано в экспериментах С. В. Богданова и И. Б. Яковкина, выполненных на частоте 13 МГц с пленкой InSb на кварце [51].

Возможность «управления» скоростью рэлеевских волн с помощью пленки на поверхности приводит, как впервые показано Тёрстоном [52], к интересному явлению — волноводному распространению поверхностных волн. Для осуществления этого на поверхность твердого тела наносится дорожка пленки, которая обеспечивает уменьшение скорости рэлеевских волн по сравнению с c_R на тех участках поверхности, где пленки нет. Подбирая профиль пленки, можно получить даже некоторый наиболее подходящий закон изменения скорости. Образуется акустический волновод (аналогичный, например, волноводу в море) с нормальными волнами, связанными с распределением амплитуд смещений в поперечном сечении (по оси y на рис. 1.7). При этом энергия пучка рэлеевских волн при распространении не расходится во всей плоскости $z = 0$, а концентрируется в волноводе, который можно сделать довольно произвольной формы (изогнуть, свернуть в спираль и т. д.). Это находит многочисленные технические применения в акустоэлектронных приборах и устройствах [53, 54].

Медленная сильнонеоднородная поверхностная волна. До сих пор уравнение (1.64) обычно анализировалось

при $\alpha \sim 1$, $q'h$, $s'h < 1$. В этом случае, как уже отмечалось выше, оно имеет корень, соответствующий рэлеевской волне, несколько измененной наличием слоя. Можно показать, что при $\alpha \rightarrow \infty$ уравнение (1.64) разделяется на дисперсионное уравнение Рэлея (1.11) для полупространства со свободной границей и дисперсионное уравнение для твердого слоя, одна граница (верхняя) которого свободна, а другая (нижняя) — «зажата», т. е. нормальное и касательное смещения на ней равны нулю. Напротив, при $\alpha \rightarrow 0$ уравнение (1.64) разделяется на дисперсионное уравнение для полупространства с зажатой границей и дисперсионное уравнение для твердого слоя со свободными границами.

В работе [55] впервые был рассмотрен случай $\alpha \ll 1$, $\mu/\mu' \sim \alpha$ и достаточно тонкий слой ($q'h$, $s'h < 1$). Было показано, что при этих условиях существует следующий корень дисперсионного уравнения (1.64):

$$k = k_0 (1 + \delta), \quad (1.65)$$

где $k_0 = k_t \sqrt[4]{6(1 - \nu')/\sqrt{k_t h}}$ — волновое число изгибной волны в слое со свободными границами; ν' — коэффициент Пуассона материала слоя; δ — малая поправка, выражение для которой имеет вид

$$\delta = \frac{1}{4k_t h} \frac{k_t' s}{qs - k_0^2} \alpha. \quad (1.66)$$

Смещения U_x , U_z в слое и U_x , U_z в полупространстве описываются выражениями

$$U_x' = -iCk_t' \left(z + \frac{h}{2} \right) \exp[i(kx - \omega t)] + O(C\alpha), \quad (1.67)$$

$$U_z' = C \frac{k_t'}{k} \exp[i(kx - \omega t)] + O(C\alpha),$$

$$U_x = \frac{ik_t'^2 C}{k^2 - qs} \left[\left(\frac{s}{k_t'} - m \right) \exp(-qz) + \frac{s}{k_t'} \left(\frac{qk_t'}{k^2} m - 1 \right) \exp(-sz) \right] \exp[i(kx - \omega t)] + O(C\alpha), \quad (1.68)$$

$$U_z = \frac{k_t'^2 C}{k^2 - qs} \left[-\frac{q}{k} \left(\frac{s}{k_t'} - m \right) \exp(-qz) - \frac{k}{k_t'} \left(\frac{qk_t'}{k^2} m - 1 \right) \exp(-sz) \right] \exp[i(kx - \omega t)] + O(C\alpha),$$

где $m = \sqrt{\frac{3}{2}(1 - \nu')}$; C — произвольная постоянная.

Формулы (1.65) — (1.68) описывают особую поверхностную волну, распространяющуюся вдоль границы полупространства со слоем. Фазовая скорость этой волны имеет порядок фазовой скорости изгибной волны, т. е. эта волна является самой медленной из всех упругих волн, включая и звуковые поверхностные волны. При надлежащем выборе $k_t' h$ (толщины слоя) и материала подложки фазовая скорость этой волны может быть сделана достаточно малой, что может быть весьма полезно в целом ряде практических применений. Рассматриваемая волна является дисперсионной с заметной зависимостью фазовой и групповой скоростей от частоты и толщины слоя. Соотношение между фазовой c и групповой c^g скоростями примерно такое же, как в изгибной волне, т. е. $c^g \approx 2c$.

Смещения в волне локализованы и в слое, и в полупространстве. В слое смещения с точностью до членов $\sim \alpha$ такие же, как в изгибной волне. В полупространстве смещения локализованы в очень тонкой поверхностной области $\sim \lambda/2\pi$ и экспоненциально убывают с глубиной, т. е. рассматриваемая волна является сильнонеоднородной. В качестве примера на рис. 1.15 изображены зависимости амплитуд нормального $\hat{U}_z$ и касательного $\hat{U}_x$ смещений в полупространстве от расстояния до поверхности в длинах волн z/λ для системы платиновый слой на полупространстве из плавленого кварца.

Обратимся теперь к вопросу существования волны. Формулы (1.65) — (1.68) применимы при $\alpha \ll 1$, $\mu'/\mu \sim \alpha$ и $k_t' h \ll 1$. Второе условие не является принципиальным и связано только с тем, что мы считаем волну в нулевом приближении изгибной и берем для нее соответствующие выражения. Можно $k_t' h$ не считать малым и взять для получения аналогичных формул соответствующие выражения для нулевой антисимметричной волны a_0 в пластине. Конечно, структура волны при этом усложнится. При малости α и $k_t' h$ между ними должно выполняться соотношение, необходимое для обеспечения условия $|\delta| \ll 1$. При существенно меньших $k_t' h$ характеристики волны изменяются и в рассматриваемом виде волна не существует.

Другие типы волн. Мы рассмотрели две характерные поверхностные волны, существующие на границе твердого

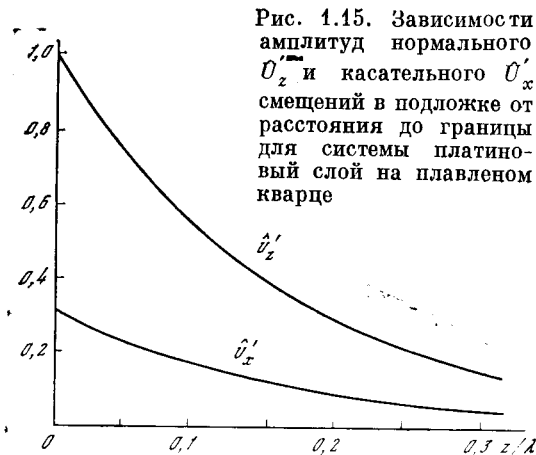


Рис. 1.15. Зависимости амплитуд нормального $\bar{u}'_z$ и касательного $\bar{u}'_x$ смещений в подложке от расстояния до границы для системы платиновый слой на плавленом кварце

полупространства с тонким твердым слоем. Это — нормальные волны низших номеров. При увеличении толщины слоя в системе твердое полупространство — твердый слой, как и в случае жидкого слоя, возникают нормальные волны более высоких порядков. В частности, в работе [52] указано, что если твердый слой «тяжелый» и замедляет рэлеевскую волну в твердом полупространстве, то при $k_R h \sim 0,30$ в системе слой—полупространство возникает вторая нормальная волна (волна Сезавы), фазовая скорость которой уменьшается от c_i до $0,7 c_i$ при увеличении $k_R h$ до 1. Если слой «легкий» (и жесткий), то при этих сравнительно малых $k_R h$ второй нормальной волны не существует.

Более сложные обобщения рэлеевских волн получают в случаях, когда твердый слой на полупространстве неоднородный или переменный по толщине, когда полупространство слоистое [56], слоисто-неоднородное или с плавно меняющимися по глубине свойствами. Эти обобщения рассмотрены в работах Н. В. Зволинского [57], В. М. Бабича и И. А. Молоткова [58], В. Ю. Завадского [59] и др.

Глава VI

СЛАБНЕОДНОРОДНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

В данной главе мы рассмотрим различного типа слабонеоднородные поверхностные волны, т. е. волны амплитуды смещений в которых убывают при удалении от поверхности достаточно медленно (уменьшение в e раз на глубинах много больше длины волны λ). Все эти волны являются волнами с почти горизонтальной поляризацией, у которых основное смещение параллельно границе и перпендикулярно направлению распространения волн.

Возможность существования и появление таких волн можно рассматривать как «неустойчивость» поперечной объемной волны, скользящей вдоль свободной границы полупространства. Как уже отмечалось в гл. II, такая волна строго удовлетворяет граничным условиям отсутствия напряжений на свободной поверхности и может трансформироваться в поверхностную при небольшом изменении граничных условий или свойств среды. Математически это означает появление дополнительного полюса в комплексной плоскости волнового числа k при указанных изменениях. Сильное влияние параметров среды (коэффициента сдвиговых потерь) на поведение полюсов, соответствующих поверхностным волнам в цилиндрическом волноводе, отмечено в работе [60].

Примером отмеченной неустойчивости являются волны Лява, возможность существования которых обусловлена «добавлением» к полупространству твердого слоя. В описываемых далее случаях скользящая объемная волна превращается в поверхностную из-за анизотропии упругих свойств, наличия у среды пьезосвойств или присутствия достаточно сильного магнитного поля.

15. Квазиобъемные волны в кристаллах

В целом ряде кристаллов вдоль плоской свободной границы по направлениям высокой симметрии может распространяться скользящая объемная чисто сдвиговая волна, аналогичная такой же волне в изотропном полупространстве [9]. В ряде случаев при отступлении от этого направления на малый угол указанная волна «превращается» в слабонеоднородную поверхностную волну, обычно называемую квазиобъемной волной. Рассмотрим это на

примере кубических кристаллов GaAs, Si, Cu, Ni и др., распространение звуковых поверхностных волн в которых в настоящее время довольно подробно изучено численными методами [9].

Пусть свободной границей кристалла является плоскость (001). По направлению $\theta = \pi/4$ в этой плоскости в указанных кристаллах может распространяться чисто поперечная объемная волна со смещением, параллельным свободной поверхности (см. рис. 1.6). При небольшом отступлении от этого направления волна превращается в медленно затухающую по глубине поверхностную волну уже не с горизонтальной, а с частично смешанной поляризацией. В волне имеются не одна, а три компоненты смещения — параллельно границе и перпендикулярно направлению распространения (U_t — основная компонента), перпендикулярно границе (U_n) и параллельно направлению распространения (U_l). В соответствии со структурой звуковой поверхностной волны в кристалле, распространяющейся в произвольном направлении (см. разд. 4), данная волна оказывается составленной из трех парциальных волн — двух квазипоперечных, одна из которых является преобладающей, и одной квазипродольной.

Проиллюстрируем изложенное количественными расчетами, приведенными в работе [9] для кристалла никеля. На рис. 1.16, 1.17 по осям абсцисс отложен угол θ (в град), а по осям ординат соответственно амплитуды смещений U_l , U_t , U_n в относительных единицах и фазовые скорости рассматриваемой поверхностной c и двух поперечных объемных волн $c_t^{(1)}$, $c_t^{(2)}$, отнесенные к фазовой скорости $c_t^{(1)}$. Здесь объемная волна T_1 является волной со смещениями, перпендикулярными свободной границе кристалла, а волна T_2 — волной со смещениями в плоскости границы. Как видно из графиков, в точке $\theta=45^\circ$ объемная волна T_2 и рассматриваемая поверхностная волна тождественны (их характеристики совпадают), т. е. поверхностная волна вырождена в объемную. При $\theta \leq 45^\circ$ вырождение снимается и появляется постепенное различие в характеристиках и свойствах волн, причем квазипоперечная объемная волна 2 уже, естественно, не удовлетворяет условиям отсутствия напряжений на плоскости (001), а поверхностная волна изменяется и при $\theta = 0$ переходит в волну вертикальной поляризации ($U_t = 0$, $U_{l,n} \neq 0$) рэлеевского типа с фазовой скоростью, $c \approx 0,76 c_t^{(1)}$. Ма-

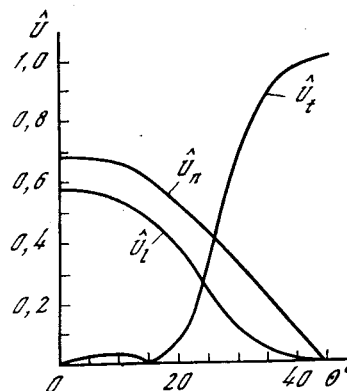


Рис. 1.16. Зависимости амплитуд поверхностных смещений от угла θ при распространении волны на плоскости (001) кристалла никеля

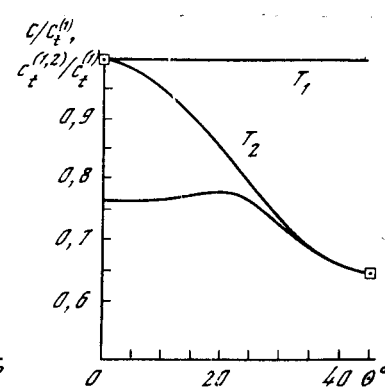


Рис. 1.17. Зависимости фазовых скоростей объемных (T_1 , T_2) и поверхностной волн от угла θ при распространении волн на плоскости (001) кристалла никеля

тематически сказанное означает, что в дисперсионном уравнении при $\theta = 45^\circ$ имеется корень, совпадающий с особенностью типа точки ветвления функции $\sqrt{k^2 - (k_t^{(2)})^2}$. При $\theta < 45^\circ$ этот корень «отходит» от точки ветвления.

В работах [61, 62] рассмотрены квазиобъемные волны в кристаллах ряда симметрии: кубических, гексагональных, тетрагональных и ромбических. Предполагается, что волны распространяются вблизи направлений высокой симметрии, вдоль которых существуют объемные поперечные волны, удовлетворяющие граничным условиям на свободной поверхности кристалла. Под окрестностью направлений высокой симметрии здесь понимается как область малых углов отклонения направления распространения от избранного на свободной поверхности, так и область малых углов поворота этой поверхности от избранной вокруг направления высокой симметрии. В окрестностях этих направлений путем разложения по малому углу отклонения от избранного направления $\Delta\theta$ аналитически исследованы условия существования поверхностных волн.

Установлено, что в рассматриваемых кристаллах может быть несколько возможных ситуаций: 1) не существует ни одной распространяющейся поверхностной волны (вытекающие волны здесь не рассматривались); 2) существует

только одна волна — квазиобъемная, которая в пределе при совпадении направления распространения с избранным переходит в поперечную объемную волну; 3) существует одна поверхностная волна, в пределе переходящая в волну рэлеевского типа (двухпарциальную); 4) существуют две поверхностные волны — рэлеевского типа и квазиобъемная. Какая именно ситуация реализуется — зависит от симметрии кристалла и конкретных значений его упругих модулей.

16. Волна Гуляева—Блюстейна

Рассмотрим здесь поверхностные волны в кристаллах, обладающих пьезосвойствами (более подробно этот вопрос будет рассмотрен в третьей части). В таких кристаллах распространение упругой поверхностной волны сопровождается переменным квазистатическим электрическим полем, возникающим в кристалле и в полупространстве вакуума за счет пьезоэффекта. При этом должны быть выполнены уравнения движения (1.69), уравнения Пуассона для кристалла (1.70) и вакуума (1.71) и соотношения пьезоэффекта (1.72), (1.73):

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \partial T_{ik} / \partial x_k, \quad (1.69)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad (1.70)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E}' = 0, \quad (1.71)$$

$$T_{ik} = c_{iklm}^E U_{lm} - e_{jik} E_j, \quad (1.72)$$

$$D_n = 4\pi e_{nlm} U_{lm} + \epsilon_{jn}^s E_j. \quad (1.73)$$

Здесь T_{ik} , U_{lm} , c_{iklm}^E — компоненты тензоров соответственно механического напряжения, деформации и упругих модулей кристалла (последние взяты при постоянном электрическом поле); $\mathbf{E}$, $\mathbf{E}'$ — векторы напряженности электрического поля в кристалле и вакууме соответственно; $\mathbf{D}$ — вектор электрической индукции; ϵ_{jn}^s — компонента тензора диэлектрической проницаемости кристалла при постоянной энтропии; e_{jik} — компонента тензора пьезоэлектрической постоянной.

Гуляев и Блюстейн недавно показали [63, 64], что в ряде кристаллов сдвиговая объемная волна может «превращаться» в слабонеоднородную поверхностную волну вследствие наличия пьезоэффекта. Рассмотрим это на

примере кристалла структуры вюрцита (ZnS, ZnO, CdS, CdSe и т. д.), граничащего с вакуумом вдоль плоскости $y = 0$ (рис. 1.18). Введем для кристалла и вакуума электрические потенциалы φ и φ' соответственно, определяемые как $E = -\operatorname{grad} \varphi$, $E' = -\operatorname{grad} \varphi'$. После этого систему уравнений (1.69) — (1.73) можно свести к следующим трем уравнениям:

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = c_{iklm}^E \frac{\partial^2 U_m}{\partial x_k \partial x_l} + e_{jik} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_k \partial x_j}, \quad (1.74)$$

$$2\pi e_{nlm} \left(\frac{\partial^2 U_l}{\partial x_n \partial x_m} + \frac{\partial^2 U_m}{\partial x_n \partial x_l} \right) - \epsilon_{jn}^s \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n \partial x_j} = 0, \quad (1.75)$$

$$\Delta \varphi' = 0. \quad (1.76)$$

Будем искать решение системы (1.74)–(1.76) в виде плоской чисто сдвиговой поверхностной волны, распространяющейся в направлении оси x , имеющей только одну компоненту смещения $U_z \neq 0$ (z — гексагональная ось, $U_{x,y} = 0$) и удовлетворяющей на плоскости $y = 0$ граничным условиям отсутствия напряжений и непрерывности тангенциальной составляющей электрического поля.

Производя вычисления по методике, аналогичной описанной в разд. 1, можно убедиться, что такое решение существует и имеет форму

$$\begin{aligned} U_z &= A \exp(-sy) \exp[i(kx - \omega t)], \\ \varphi &= A \frac{4\pi e_{15}}{\epsilon_{11}} \left[\exp(-sy) - \frac{1}{1 + \epsilon_{11}} \exp(-ky) \right] \times \\ &\quad \times \exp[i(kx - \omega t)], \\ \varphi' &= A \frac{4\pi e_{15}}{1 + \epsilon_{11}} \exp(ky) \exp[i(kx - \omega t)], \end{aligned} \quad (1.77)$$

где $k^2 = \frac{\rho \omega^2}{c_{44}^E} \left[1 + \eta^2 - \frac{\eta^4}{(1 + \eta^2)(1 + \epsilon_{11}^s)} \right]^{-1}$; $s = \eta^2 k [(1 + \eta^2) \times (1 + \epsilon_{11}^s)]^{-1}$; η — коэффициент электромеханической связи для данного типа колебаний (сдвиговых) в кристалле,

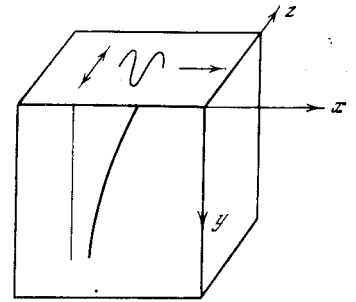


Рис. 1.18. Волна Гуляева — Блюстейна

$\eta^2 = 4\pi e_{15}^2 / \epsilon_{11}^s c_{44}^E$; e_{15} — соответствующая пьезоэлектрическая постоянная; c_{44}^E — упругий модуль; A — произвольная постоянная. Поскольку в CdS и вообще в громадном большинстве реальных кристаллов $\eta^2 \ll 1$, то

$$k \cong k_t \left[1 + \frac{\eta^2}{2(1 + \epsilon_{11}^s)^2} \right], \quad (1.78)$$

т. е. фазовая скорость волны Гуляева—Блюстейна меньше фазовой скорости (с учетом пьезоэффекта) чисто сдвиговой объемной волны на очень малую величину $\eta^4 c_t / [2(1 + \epsilon_{11}^s)^2]$, что для CdS составляет $\simeq 0,5 \cdot 10^{-5} c_t$. Глубина $h_{\perp}$ локализации волны

$$h_{\perp} = \frac{1}{s} \simeq \frac{1 + \epsilon_{11}^s}{\eta^2} \frac{1}{k_t}. \quad (1.79)$$

Для кристалла CdS это составляет $\simeq 50\lambda_t$.

Волна Гуляева—Блюстейна является изящным дополнением к классу поверхностных волн. Для ее существования не требуется наличие слоя на твердом теле, как для волны Лява. Она применяется в акустоэлектронных устройствах [65, 66]. Однако при ее практическом использовании необходимо учитывать следующее принципиальное обстоятельство. Эта волна реализуется в чистом виде только на весьма больших расстояниях $L \simeq [4(k - k_t)]^{-1}$ от излучателя [67, 68], какие на практике обычно не достигаются. При меньших расстояниях на поверхности и в поверхностном слое кристалла преобладают смещения, созданные поперечными объемными волнами. По глубине эти смещения распределены, конечно, совсем иначе, чем в волне Гуляева—Блюстейна. Для CdS на частоте 30 МГц $L \simeq 16$ см. Если поверхность кристалла заматаллизировать, то L заметно уменьшается [69].

В работах [70, 71] дано обобщение волны Гуляева—Блюстейна для границы двух пьезоэлектрических кристаллов, разделенных тонкой щелью. Благодаря возможности проникновения пьезополя из одного полупространства в другое эти полупространства оказываются связанными электрически, и вдоль их границы могут возникать так называемые щелевые волны, описываемые в каждом из полупространств выражениями вида (1.77). Аналогичные граничные волны, но обусловленные не пьезоэффектом, а электрострикцией сред, рассмотрены в

работах [72, 73]. В этом последнем случае появляется дополнительная возможность управлять характеристиками волны, в частности, глубиной слоя локализации посредством приложения к кристаллу постоянного электрического поля.

17. Поверхностные волны в металлах с магнитным полем

В работе [74] было показано, что объемная сдвиговая волна в металле может стать поверхностной под действием сильного постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$, направленного вдоль свободной поверхности металла и под углом к направлению распространения волны (рис. 1.19). Следуя работе [74], рассмотрим распространение упругих поверхностных волн в идеально проводящем твердом упругоизотропном полупространстве $z > 0$ с полем $\mathbf{H}_0$, имеющим компоненту вдоль направления распространения волны ($H_{0x} \neq 0$) и в перпендикулярном направлении в плоскости границы ($H_{0y} \neq 0$).

Упругие волны в таком полупространстве сопровождаются переменным электрическим и магнитным полями и токами. При этом должны быть выполнены уравнение теории упругости и система уравнений Максвелла с учетом движения элементов объема проводящего полупространства в магнитном поле. Эти уравнения имеют вид

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = \mu \Delta \mathbf{U} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{U} + \frac{\mu_m}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}], \quad (1.80)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (1.81)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\mu_m}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1.82)$$

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \left(\mathbf{E} + \frac{\mu_m}{c} \left[\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \times \mathbf{H}_0 \right] \right). \quad (1.83)$$

Здесь $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}'$ — напряженность суммарного (постоянного и переменного) магнитного поля в точках полупространства; $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля; $\mathbf{j}$ — плотность тока; σ — электропроводность среды; μ_m — магнитная проницаемость; c — скорость света.

Поскольку мы предполагаем, что электропроводность достаточно велика, мы можем пренебречь током смещения в уравнении (1.81). Уравнение (1.83) при больших зна-

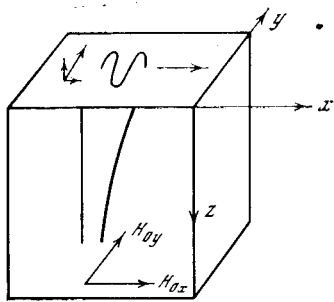


Рис. 1.19. Поверхностная волна в металле с сильным магнитным полем

чениях σ_0 приводит к соотношению $E = -\frac{\mu_m}{c} \left[\frac{\partial U}{\partial t} \times H_0 \right]$, что означает равенство нулю напряженности полного электрического поля в нашей проводящей среде. Большая электропроводность среды в рассматриваемом случае означает возможность пренебрежения членами порядка $(\omega/\sigma)(c/c_t)^2$ (ω — циклическая частота поверхностной волны) по сравнению с 1. Отметим также, что уравнения (1.80)–(1.83)

написаны в магнитогидродинамическом приближении [75–77]. Это приближение справедливо при $\omega\tau \ll 1$, $\omega_c\tau \ll 1$, $l/\lambda \ll 1$ (ω_c — циклотронная частота; τ — время релаксации; l — длина свободного пробега электронов; λ — длина поверхностной волны), что хорошо выполняется вплоть до частот $\sim 10^7$ Гц. Ограничение по частоте возникает из-за указанного пренебрежения влиянием электропроводности σ для реальных металлов и сводится к условию $(\omega/\sigma)(c/c_t)^2 \ll 1$. Для металлов при комнатной температуре это означает $(\omega/2\pi) \lesssim 10^6$ Гц. При сделанных предположениях уравнения (1.80)–(1.83) сводятся к следующему:

$$\rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \mu \Delta U + (\lambda + \mu) \text{grad div } U + \frac{\mu_m}{4\pi} [\text{rot rot } [U \times H_0]] \times H_0. \quad (1.84)$$

Нетрудно заметить, что данное уравнение отличается от уравнения (1.1) движения изотропной однородной твердой среды только наличием дополнительного «магнитного» члена, возникающего из-за присутствия в каждой точке полупространства силы Лорентца, действующей на электроны и передаваемой кристаллической решетке.

Граничными условиями задачи являются равенства нулю компонент полного тензора напряжений (с учетом магнитного давления [75]) на деформированной волной поверхности $z = U_z(x, y, t)$ полупространства

$$T_{ik}^{\text{полн}} = T_{ik} + \frac{\mu_m}{4\pi} H_i H_k - \frac{\mu_m}{8\pi} (H)^2 \delta_{ik}, \quad (1.85)$$

где T_{ik} — компоненты тензора упругих напряжений. Деформация поверхности в граничных условиях существенна, поскольку магнитное давление дает из-за нее вклад в $T_{ik}^{\text{полн}}$, пропорциональный первой степени деформации.

Уравнение (1.84) и граничные условия (1.85), выражаемые в конечном счете через смещения U_i в волне и напряженности постоянного магнитного поля H_{i0} , дают решение задачи в терминах U_i . Зная U_i , можно из системы (1.80)–(1.83) и системы уравнений Максвелла для полупространства $z < 0$ (вакуума) найти электрические и магнитные поля и токи в обоих полупространствах. Можно показать, что эти поля и токи единственным образом «сшиваются» на границе и, таким образом, все механические и электрические величины могут быть однозначно определены. Из уравнения (1.84) и граничных условий видно, что магнитное поле создает в полупространстве $z > 0$ своеобразную анизотропию, которая, как можно убедиться, отлична от «упругой» анизотропии кристаллов и не может быть к ней сведена.

Будем искать решение уравнения (1.84) в форме, соответствующей плоским гармоническим волнам, распространяющимся в полупространстве в направлении оси z :

$$U_{x, y, z} = \frac{A, B, C}{k} \exp[-\beta kz + i(kx - \omega t)]; \quad (1.86)$$

здесь k — неизвестное пока волновое число; $\beta(k)$ — функция k ; A, B, C — произвольные постоянные. Подставляя выражения (1.86) в уравнение (1.84), получим после разделения компонент векторов систему трех линейных однородных уравнений относительно A, B, C . Приравняв нулю определитель этой системы приводит к следующему уравнению для $\beta(k)$:

$$(f - h_x)[f^2 + (\beta^2 - 1)(m_{x,y}f - mh_x)] = 0, \quad (1.87)$$

где $f(\beta) = k_l^2/k^2 + \beta^2 - 1$; $m = k_l^2/k_t^2 - 1$, $m_{x,y} = m + h_x + h_y$; $h_x = \mu_m H_{0x}^2/4\pi\mu$; $h_y = \mu_m H_{0y}^2/4\pi\mu$; $k_{l,t}$ — волновые числа продольных и поперечных волн при $H_0 = 0$. Безразмерные параметры h_x, h_y характеризуют интенсивность магнитного поля.

Уравнение (1.87) является бикубическим относительно $\beta(k)$. Из него можно найти три функции $\beta_{1,2,3}(k)$, соответствующие волнам, затухающим при удалении от границы $z = 0$. Назовем β_3 функцию, обращающуюся

в нуль выражение в первой скобке в (1.87), а $\beta_{1,2}$ — остальные две функции, переходящие при $H_0 = 0$ в $\beta_{10} = (1 - k_l^2/k^2)^{1/2}$ и $\beta_{20} = (1 - k_t^2/k^2)^{1/2}$ соответственно.

После определения $\beta_{1,2,3}$ можно выразить две из трех произвольных констант A, B, C через третью. В итоге получим

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{1}{k} \sum_{n=1}^3 F(\beta_n) A_n \exp[-\beta_n k z + i(kx - \omega t)], \\ U_y &= \frac{1}{k} \sum_{n=1}^3 A_n \exp[-\beta_n k z + i(kx - \omega t)], \\ U_z &= \frac{1}{k} \sum_{n=1}^3 G(\beta_n) A_n \exp[-\beta_n k z + i(kx - \omega t)]. \end{aligned} \quad (1.88)$$

Здесь $F(\beta_n), G(\beta_n)$ — функции β_n и параметров полупространства; $A_{1,2,3}$ — новые произвольные постоянные.

Подставляя выражения (1.88) в граничные условия, будем иметь систему линейных уравнений для A_n :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 \left[\beta_n a_n + i \left(1 + \frac{h_x + h_y}{2} \right) c_n \right] A_n &= 0, \\ \sum_{n=1}^3 \beta_n A_n &= 0, \\ \sum_{n=1}^3 [\beta_n c_n (m_{x,y} + 1) + i(m - 1 + h_y) a_n - \\ &- i \sqrt{h_x h_y}] A_n = 0, \end{aligned} \quad (1.89)$$

$$\text{где } a_{1,2} = \frac{h_x(1 - \beta_{1,2}^2) - f_{1,2}}{(h_x h_y)^{1/2}(1 - \beta_{1,2}^2)}, \quad c_{1,2} = \frac{i \beta_{1,2} f_{1,2}}{(h_x h_y)^{1/2}(1 - \beta_{1,2}^2)},$$

$$a_3 = -(h_y/h_x)^{1/2}, \quad c_3 = (i/\beta_3)(h_y/h_x)^{1/2}.$$

Приравняв нулю определитель $\Delta(k)$ системы (1.89), получим дисперсионное уравнение для нахождения волнового числа k .

Анализируя дисперсионное уравнение, можно показать, что оно имеет корень, соответствующий волне рэлеевского типа, которая при $H_0 = 0$ переходит в рэлеевскую волну в изотропном полупространстве. При сильных магнитных полях может появляться еще второй (допол-

нительный) корень дисперсионного уравнения. Так, в случае $h_x \sim 1, h_y \ll 1$ возможно решение вида

$$\begin{aligned} U_y &= \frac{A}{k} \{ \exp[-\beta k z + i(kx - \omega t)] + O(h_y^{1/2}) \}, \\ U_{x,z} &\sim O(h_y^{1/2}), \end{aligned} \quad (1.90)$$

$$\text{где } k = \frac{k_t}{(1 + h_x)^{1/2}} \left[1 + \frac{h_x}{2(1 + h_x)(m - h_x)} h_y \right],$$

$$\beta = \frac{h_x(h_x - 1) \left[m - \left(\frac{3}{2}m + 1 \right) h_x - \frac{1}{2} h_x^2 \right]}{(m - h_x) \sqrt{m(m+1)} \left(1 + \frac{1}{2} h_x \right) (m - h_x - h_x^2)}.$$

Это особая поверхностная волна, существование которой (как поверхностной волны) связано исключительно с магнитным полем. Она представляет собой слабонеродную ($\beta \sim h_y \ll 1$) квазипоперечную волну (см. рис. 1.19), которая при однокомпонентном магнитном поле ($h_x = 0$ или $h_y = 0$) переходит в чисто поперечную объемную волну. Возможность существования этой волны зависит от напряженности магнитного поля: волна существует только при тех значениях h_x , которые обеспечивают выполнение условия $\beta > 0$.

Глава VII

ВОЛНЫ НА КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Особую большую группу поверхностных волн представляют волны на криволинейных поверхностях — цилиндрической и сферической.

Особенно много работ посвящено поверхностным волнам на цилиндрических поверхностях, распространяющимся в направлении, перпендикулярном образующей. Эти волны находят сейчас большое практическое применение. Как известно [4], на цилиндрической поверхности изотропного твердого тела указанные поверхностные волны существуют в виде волн двух поляризаций: вертикальной и горизонтальной. В волнах с вертикальной поляризацией вектор смещения лежит в плоскости, перпендикулярной образующей цилиндра, и имеет одну компоненту, перпендикулярную поверхности, а другую — параллельную направлению распространения волны. В волнах с горизонтальной поляризацией (поперечные поверхност-

ные волны) имеется только одна компонента смещения, параллельная образующей цилиндрической поверхности.

Изучение указанных волн мы начнем с волн рэлеевского типа, которые были первым рассмотренным примером волн на криволинейных поверхностях [78].

18. Волны рэлеевского типа на цилиндрических поверхностях

Следуя работе [78], приведем вначале постановку задачи для волн на цилиндрической поверхности, распространяющихся в направлении, перпендикулярном образующей.

Будем рассматривать плоские волны, распространяющиеся вдоль свободной поверхности бесконечного круглого цилиндра (выпуклая цилиндрическая поверхность) или вдоль свободной поверхности цилиндрической полости кругового сечения в бесконечной упругой среде (вогнутая цилиндрическая поверхность). Тогда в цилиндрических координатах r, θ, z (рис. 1.20) поле в упругой среде не будет зависеть от z . Будем рассматривать установившиеся гармонические колебания, считая поле зависящим от времени согласно множителю $\exp(-i\omega t)$. Твердую среду, как и раньше, будем считать однородной изотропной и идеально упругой.

Аналогом рэлеевских волн на указанных цилиндрических поверхностях можно считать такое решение уравнения (1.1) теории упругости, которое имеет следующие свойства:

1) удовлетворяет условию отсутствия напряжений на цилиндрической поверхности и принципу погашаемости [79];

2) зависит от угловой координаты θ по закону $\exp(\pm ip\theta)$, где p — некоторая безразмерная величина, которую можно называть угловым волновым числом;

3) при стремлении радиуса кривизны цилиндрической поверхности к бесконечности и конечном отношении p/R переходит в обычную рэлеевскую волну, бегущую вдоль плоской границы упругого полупространства с вакуумом.

Чтобы избежать искусственного ограничения задачи случаям целых значений p , будем рассматривать решение в бесконечном угловом интервале $-\infty < \theta < \infty$, считая ось $r = 0$ линией разветвления бесконечного порядка. При этом в задаче для сплошного цилиндра (выпуклая

цилиндрическая поверхность) мы налагаем на решение дополнительное требование ограниченности при $r = 0$. При таком подходе различные значения решения в интервалах $n < \theta/2\pi < n+1$ для разных целых n естественно интерпретируются как поля, соответствующие последовательным пробегам волн вокруг цилиндра. Данный математический прием имеет простую физическую интерпретацию: он соответствует режиму бегущей волны на цилиндрической поверхности. На высоких частотах это может быть осуществлено, например, применением поглотителей волн на определенных участках поверхности, использованием импульсного режима или спирального распространения по поверхности (в последнем случае движением по оси z пренебрегают, считая его малым).

Как и в плоском случае (см. разд. 1), введем для областей пространства, занятых упругой средой, скалярный и векторный потенциалы φ и ψ . Поскольку решения не должны зависеть от z , у векторного потенциала ψ будет отлична от нуля только компонента по оси z , которую мы обозначим ψ . Потенциалы φ и ψ должны удовлетворять двум следующим волновым уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + k_l^2 \varphi &= 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + k_t^2 \psi &= 0. \end{aligned} \quad (1.91)$$

Компоненты смещений U_r, U_θ и напряжений $T_{rr}, T_{r\theta}$ можно представить через φ и ψ по формулам

$$U_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad U_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (1.92)$$

$$\begin{aligned} T_{rr} &= (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} \right) + \\ &+ \lambda \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \quad (1.93)$$

$$T_{r\theta} = \mu \left(\frac{2}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right).$$

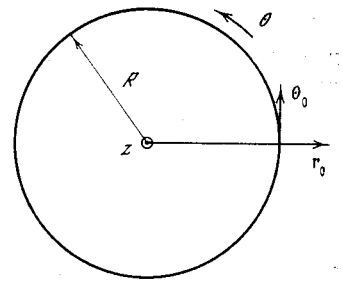


Рис. 1.20. Твердый цилиндр

Выпуклая цилиндрическая поверхность. Единственными решениями уравнений (1.91), зависящими от θ только через множитель $\exp(ip\theta)$ и ограниченными при $r = 0$, являются

$$\begin{aligned}\varphi &= A \exp[i(p\theta - \omega t)] \mathcal{J}_p(kr), \\ \psi &= B \exp[i(p\theta - \omega t)] \mathcal{J}_p(kr),\end{aligned}\quad (1.94)$$

где A и B — произвольные постоянные; $\mathcal{J}_p(kr)$ — функции Бесселя порядка p ; p — угловое волновое число, равное $2\pi R/\lambda$; R — радиус цилиндра; λ — длина пространственной периодичности на поверхности цилиндра (ее не следует смешивать с упругой постоянной Ламе). В дальнейшем будем называть λ длиной рассматриваемой поверхностной волны, $k = 2\pi/\lambda$ — волновым числом, а $c = \omega/k$ — фазовой скоростью этой волны. Так как рассматривается волна, бегущая по θ , то p может быть и целым, и дробным.

Условия равенства нулю напряжений T_{rr} и $T_{\theta r}$ при $r = R$ приводят (после использования тождественных соотношений между бесселевыми функциями) к двум следующим уравнениям:

$$\frac{B}{A} = \frac{\mathcal{J}_{p-2}(x) - \mathcal{J}_{p+2}(x) \frac{k_l^2}{k_t^2}}{\mathcal{J}_{p-2}(y) + \mathcal{J}_{p+2}(y) \frac{k_l^2}{k_t^2}} i, \quad (1.95)$$

$$\frac{\mathcal{J}_{p+2}(x) + \mathcal{J}_{p-2}(x) - 2(k_l^2/k_t^2 - 1)\mathcal{J}_p(x)}{\mathcal{J}_{p+2}(x) - \mathcal{J}_{p-2}(x)} = \frac{\mathcal{J}_{p+2}(y) - \mathcal{J}_{p-2}(y)}{\mathcal{J}_{p+2}(y) + \mathcal{J}_{p-2}(y)}, \quad (1.96)$$

где $x = k_l R$, $y = k_t R$.

Первое из этих уравнений дает амплитудное соотношение между φ и ψ при известном p . Второе уравнение — это дисперсионное уравнение для данного случая, определяющее связь p с x и y , т. е. в конечном счете — волновое число k при заданном радиусе цилиндра R . Можно легко убедиться, что при заданном R , т. е. при заданных x и y , существует много значений p , удовлетворяющих уравнению (1.96). Каждое из этих значений p определяет фазовую скорость соответствующей волны. В данном разделе исследуется волна, которая переходит в рэлеевскую волну при бесконечном увеличении радиуса кривизны поверхности. Такой волне соответствует только один корень урав-

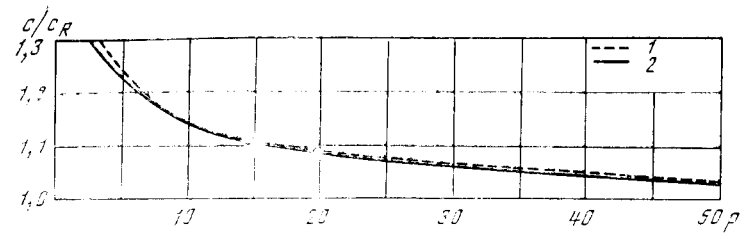


Рис. 1.21. Зависимости фазовых скоростей поверхностных волн от отношения радиуса кривизны цилиндрической поверхности к длине волны

1 — $\nu = 0,25$; 2 — $\nu = 0,34$

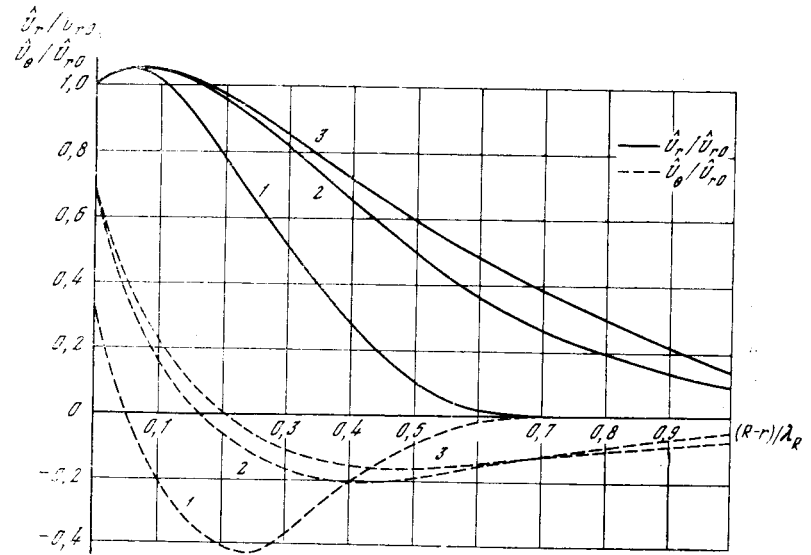


Рис. 1.22. Зависимости амплитуд смещений в поверхностной волне от расстояния до цилиндрической границы

1 — $p = 5$; 2 — 41; 3 — ∞

нения (1.96). Мы будем проводить решение уравнений (1.96) пока только для этого корня. Результаты численного решения приведены на рис. 1.21 и относятся к средам с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,25$ и $0,34$. По оси ординат отложены отношения фазовых скоростей поверхностных волн к фазовым скоростям рэлеевских волн в соответствующих средах, по оси абсцисс — $p = 2\pi R/\lambda$. Как видно из графика, отношения c/c_R для этих двух сред при од-

ном и том же значении p очень близки. Кроме того, из графика видно, что $c > c_R$ и $c \rightarrow c_R$ при $p \rightarrow \infty$. Последнее обстоятельство отражает тот факт, что поверхностная волна переходит в рэлеевскую при $p \rightarrow \infty$. Это можно легко проверить, взяв асимптотические представления

$$\mathcal{J}_p(k_l, r), \quad \mathcal{J}_p(k_l, tR) \quad \text{при} \quad p \rightarrow \infty \quad \text{и} \quad \frac{R-r}{r} \rightarrow 0 \quad [80].$$

Исследуемая поверхностная волна похожа на рэлеевскую: ее фазовая скорость c близка к c_R , а смещения сосредоточены в тонком поверхностном слое порядка длины волны. Смещения можно вычислить по формулам (1.92) с учетом соотношений (1.94)–(1.96). На рис. 1.22 приведены зависимости амплитуд смещений от глубины для среды с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,25$ для $p = 5, 41$ и ∞ (последний случай соответствует, конечно, рэлеевской волне); $\hat{U}_{r0}$ — амплитуда радиального смещения в поверхностной волне при $r = R$. Приведенные зависимости показывают, что в поверхностной волне смещения убывают несколько быстрее с удалением от свободной границы, чем в рэлеевской волне, причем тем быстрее, чем меньше $p = kR$. При $r = 0$ смещения в поверхностной волне равны нулю, в то время как в рэлеевской волне смещения не исчезают ни при какой глубине. Качественно приведенные зависимости смещений от глубины сохраняются для любой упругой среды.

При больших значениях p (порядка 100 и больше) для фазовой скорости поверхностной волны справедливо выражение

$$c = c_R (1 + \delta), \quad (1.97)$$

где δ — малая поправка, зависящая от упругих свойств твердой среды и p , причем $\delta \rightarrow 0$ при $p \rightarrow \infty$. Чтобы определить δ , используем для функций Бесселя асимптотическое представление через полусходящиеся ряды Дебая [80], учитывая большие значения аргумента (x и y) и индекса (p), а также то, что аргумент меньше индекса ($k_l, tR < kR$) (последнее в данном случае всегда выполняется, поскольку $c_R < c_t < c_l$). Найдем приближенное выражение для левой и правой частей (1.96). Старшие члены в (1.96), которые не обратились в нуль, имеют порядок единицы и образуют дисперсионное уравнение для нахождения c_R . Оставшиеся члены дают уравнение для определения

δ , из которого получаем

$$\delta = \frac{\left[\left(1 + \frac{s_R}{q_R} \right) + \frac{k_R}{2s_R} \left(1 - \frac{s_R^2}{q_R^2} \right) \right] \frac{k_R + q_R}{k_R - q_R} \frac{k_R - s_R}{k_R + s_R}}{kR \left[\left(1 - \frac{s_R}{q_R} \right) \left(\frac{k_R + q_R}{k_R - q_R} \frac{k_R - s_R}{k_R + s_R} - \frac{k_R - q_R}{k_R + q_R} \frac{k_R + s_R}{k_R - s_R} \right) + \frac{4k_R s_R}{k_t^2} \left(\frac{k_t^2}{k_l^2} - 1 \right) \right]} + \frac{\left[\left(1 + \frac{s_R}{q_R} \right) - \frac{k_R}{2s_R} \left(1 - \frac{s_R^2}{q_R^2} \right) \right] \frac{k_R - q_R}{k_R + q_R} \frac{k_R + s_R}{k_R - s_R} - \frac{2s_R^2}{k_t^2} \left(\frac{k_t^2}{k_l^2} - 1 \right)}{kR \left[\left(1 - \frac{s_R}{q_R} \right) \left(\frac{k_R + q_R}{k_R - q_R} \frac{k_R - s_R}{k_R + s_R} - \frac{k_R - q_R}{k_R + q_R} \frac{k_R + s_R}{k_R - s_R} \right) + \frac{4k_R s_R}{k_t^2} \left(\frac{k_t^2}{k_l^2} - 1 \right) \right]}. \quad (1.98)$$

Таким образом, фазовая скорость поверхностной волны на выпуклой цилиндрической поверхности имеет поправку δ (по сравнению с c_R), пропорциональную $1/k_R R$. Легко убедиться, что $\delta > 0$ для любой упругой среды.

Групповую скорость можно найти по известному соотношению между фазовой и групповой скоростями

$$c^{gp} = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda}. \quad (1.99)$$

Оказывается, что при данном приближении для фазовой скорости $c^{gp} = c_R$, т. е. групповая скорость имеет поправку порядка $(1/k_R R)^2$.

Вогнутая цилиндрическая поверхность. Единственными решениями уравнений (1.91), зависящими от θ по закону $\exp(\pm i p \theta)$ и ограниченными во всей области $r \geq R$, в данном случае будут функции

$$\begin{aligned} \varphi &= A \exp[i(p\theta - \omega t)] H_p^{(1)}(k_l r), \\ \psi &= B \exp[i(p\theta - \omega t)] H_p^{(1)}(k_l r). \end{aligned} \quad (1.100)$$

Здесь A и B — произвольные постоянные; $H_p^{(1)}(k_l, r)$ — функции Ганкеля первого рода порядка p . Уравнения

(1.95), (1.96) заменяются аналогичными:

$$\frac{B}{A} = \frac{H_{p-2}^{(1)}(x) - H_{p+2}^{(1)}(x)}{H_{p-2}^{(1)}(y) + H_{p+2}^{(1)}(y)} \frac{k_l^2}{k_l^2} i, \quad (1.101)$$

$$\frac{H_{p+2}^{(1)}(x) + H_{p-2}^{(1)}(x) - 2 \left(\frac{k_l^2}{k_l^2} - 1 \right) H_p^{(1)}(x)}{H_{p+2}^{(1)}(x) - H_{p-2}^{(1)}(x)} = \frac{H_{p+2}^{(1)}(y) - H_{p-2}^{(1)}(y)}{H_{p+2}^{(1)}(y) + H_{p-2}^{(1)}(y)}. \quad (1.102)$$

Будем исследовать решение дисперсионного уравнения (1.102), соответствующее волне, локализованной у поверхности. Очевидно, что даже при вещественных x и y это уравнение удовлетворяется только для комплексного $p = p_1 + ip_2$. Волновое число k при этом тоже становится комплексным:

$$k = k_1 + ik_2 = p_1/R + ip_2/R. \quad (1.103)$$

Таким образом, поверхностная волна на вогнутой цилиндрической поверхности будет распространяться с затуханием, которое, как нетрудно заметить, не связано с потерями в упругой среде.

Заменим функции Ганкеля в уравнении (1.102) их выражениями через функции Бесселя и Неймана того же порядка. Используем для функций Бесселя и Неймана при больших p асимптотические представления через полусходящиеся ряды Дебая [80]. Тогда можно показать, что при $k_1 R \rightarrow \infty$ уравнение (1.102) перейдет в уравнение (1.11) для плоского случая, а выражения (1.100) — в соответствующие выражения для рэлеевской волны, т. е. поверхностная волна переходит в рэлеевскую при $k_1 R \rightarrow \infty$, как было и в случае выпуклой поверхности при $kR \rightarrow \infty$. При больших, но конечных $k_1 R$, для волнового числа поверхностной волны справедливо следующее представление:

$$k = k_R (1 - \zeta) + ik_2. \quad (1.104)$$

Здесь k_2 — мнимая часть волнового числа, $k_2 \rightarrow 0$ при $k_1 R \rightarrow \infty$; ζ — малая поправка, зависящая от упругих свойств среды и значения $k_1 R$ и исчезающая при $k_1 R \rightarrow \infty$. Для фазовой скорости волны соответственно получим

выражение

$$c = c_R (1 + \zeta). \quad (1.105)$$

Пользуясь асимптотическими представлениями для функций Бесселя и Неймана и априорно предполагая, что $k_1 R$ по порядку величины не больше 1 (как мы увидим ниже, это предположение справедливо), получим из вещественной и мнимой частей уравнения (1.102) после ряда преобразований следующие выражения для ζ и k_2 :

$$\zeta = -\delta, \quad (1.106)$$

$$k_2 = \frac{q_R s_R (k_R^2 + s_R^2)^2}{4k_R (q_R - s_R) [k_R^2 (q_R - s_R) + 2q_R s_R^2]} \times \exp \left[-2k_1 R \left(\text{Arth} \frac{s_1}{k_1} - \frac{s_1}{k_1} \right) \right], \quad (1.107)$$

где $s_1 = \sqrt{k_1^2 - k_l^2}$.

Сопоставляя соотношения (1.97), (1.105), (1.106), замечаем, что поправки к фазовым скоростям поверхностных волн на выпуклой и вогнутой цилиндрических поверхностях одного и того же радиуса R отличаются только знаками (следовательно, всегда $\zeta < 0$). Групповая скорость волн на вогнутой цилиндрической поверхности, как и в случае выпуклой цилиндрической поверхности, равна c_R с точностью до членов порядка $(1/k_R R)^2$. Из выражения (1.107) следует, что предположение о малости $k_2 R$ оправдано: $\text{Im} k_2 \sim \exp(-k_1 R)$ при больших значениях $k_1 R$.

Используя формулу (1.107), нетрудно вычислить то дополнительное затухание, которое имеет поверхностная волна на вогнутой цилиндрической поверхности по сравнению с рэлеевской волной на плоской поверхности. Коэффициент γ этого затухания на длину рэлеевской волны равен

$$\gamma = k_2 \lambda_R = 2\pi k_2 / k_R. \quad (1.108)$$

При $k_R R \simeq 100$ ($R/\lambda_R \simeq 20$) относительная погрешность вычисления γ и k_2 по формуле (1.107) очень мала (порядка величины $1/(k_R R)^2$). При $k_R R \simeq 30$ ($R/\lambda_R \simeq 5$) относительная погрешность не превышает 30%. Поэтому формулу (1.107) можно использовать для приближенных расчетов γ и k_2 и при сравнительно небольших значениях $k_R R$.

На рис. 1.23 линиями изображены зависимости $\ln \gamma$ от R/λ_R для твердых сред с коэффициентом Пуассона 0,25 и 0,34. Как видно из рисунка, дополнительное затухание поверхностных волн на вогнутой цилиндрической поверхности сильно зависит от ее кривизны. При $R/\lambda_R \simeq 5$ ($k_R R \simeq 30$) затухание весьма значительно, а при $R/\lambda_R \simeq 50$ ($k_R R \simeq 300$) оно ничтожно мало. Для наглядности ниже приведены значения величины $\exp\left(-\frac{\pi R}{\lambda_R} \gamma\right)$

для некоторых радиусов кривизны цилиндрической поверхности, характеризующие затухание поверхностной волны на вогнутой цилиндрической поверхности на пути, равном длине полуокружности радиуса R (в начале пути

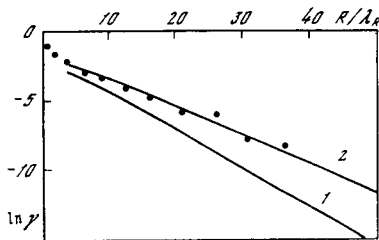


Рис. 1.23. Зависимости коэффициента затухания от безразмерного радиуса кривизны цилиндрической поверхности

Обозначения те же, что на рис. 1.21

амплитуда волны предполагается равной единице). Приведенные данные относятся к среде с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,34$.

R/λ_R	5	10	15	20	30	50
$\exp\left(-\frac{\pi R}{\lambda_R} \gamma\right)$	0,280	0,340	0,555	0,751	0,948	0,949

Рассмотренное затухание поверхностной волны на вогнутой цилиндрической поверхности вызвано радиальным излучением энергии в среду, которое производится поверхностной волной в данном случае. Поясним это подробнее. Из выражений (1.100) непосредственно следует, что плоскости равной фазы волны расположены по радиусам ($\theta = \text{const}$). Следовательно, длина пространственной периодичности (и скорость распространения фронта равной фазы) в такой волне зависит от расстояния до поверхности ($r = R$). Вблизи поверхности эта длина при больших радиусах R ($kR \sim 100$) примерно совпадает с длиной λ_R рэлеевской волны на плоской поверхности. При значительном удалении от поверхности длина про-

странственной периодичности будет больше как λ_R , так и $\lambda_{l,t}$, а скорость фазового фронта больше $c_{l,t}$. Но, согласно принципу Рэлея [81], граница с таким возмущением должна излучать звуковые волны. Таким образом, «глубинные части» рассматриваемой поверхностной волны непрерывно излучают энергию в твердую среду. Это можно показать и чисто формально: при $r \gg R$ функции $H_p^{(1)}(k_l, r)$ из выражений (1.100) представляют собой цилиндрические волны, уходящие по радиусу. Записывая для данного случая закон сохранения энергии в волне, можно из этого чисто энергетического соображения показать, что $k_2 \sim k_R e^{-k_1 R}$ (ср. с (1.107)). Это доказывает правильность описанного механизма затухания поверхностной волны на вогнутой цилиндрической поверхности.

19. Волны с вертикальной поляризацией на выпуклой цилиндрической поверхности

Как уже отмечалось в разд. 18, уравнение (1.96), помимо корня, соответствующего поверхностной волне рэлеевского типа, имеет множество других корней. Волны, соответствующие этим корням, были впервые исследованы в работе [82] и вместе с волнами горизонтальной поляризации названы (по аналогии с акустическими волнами вблизи криволинейных границ) волнами шепчущих галерей. Рассмотрим здесь, следуя работе [82], основные характеристики указанных волн в высокочастотной области спектра, когда длина волны и глубина ее локализации много меньше радиуса цилиндра R .

Для нахождения решения будем по-прежнему использовать подход, изложенный в разд. 18, но решение для потенциалов ϕ и ψ будем искать в несколько иной форме, чем (1.94), а именно:

$$\phi = r^{-1/2} \hat{\phi}(r) \exp[i(p\theta - \omega t)], \quad \psi = r^{-1/2} \hat{\psi}(r) \times \exp[i(p\theta - \omega t)]. \quad (1.109)$$

Подстановка выражений (1.109) в уравнения (1.91) дает следующие уравнения для функций $\hat{\phi}(r)$ и $\hat{\psi}(r)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{\phi}}{dr^2} + \left(k_l^2 - \frac{p^2 - 1/4}{r^2}\right) \hat{\phi} &= 0, \\ \frac{d^2 \hat{\psi}}{dr^2} + \left(k_t^2 - \frac{p^2 - 1/4}{r^2}\right) \hat{\psi} &= 0. \end{aligned} \quad (1.110)$$

Для удобства дальнейшего рассмотрения введем координату $L = \theta R$ вдоль поверхности цилиндра и координату $\bar{r} = R - r$, отсчитываемую от поверхности цилиндра к его центру, а также величину $H = (R/2)^{1/3} k^{-2/3}$, которая, как будет показано ниже, совпадает по порядку величины с глубиной локализации поверхностной волны. Из дальнейшего будет видно, что для нас существенны значения k , близкие к k_t . Предполагая, что волна поверхностная, а ее длина существенно меньше радиуса, в расчетах можно пренебречь величинами порядка $(H/R) \sim \sim (1/k_t^2 H^2) \sim (\lambda/R)^{2/3}$ по сравнению с единицей, а $\bar{r}/R$ считать малой величиной. При этих условиях можно положить в (1.110)

$$\frac{p^2 - 1/4}{r^2} \simeq k^2 \frac{R^2}{r^2} \simeq k^2 \left(1 + \frac{2\bar{r}}{R}\right) \quad (1.111)$$

и уравнения (1.110) записать в следующей форме:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{\phi}}{d\bar{r}^2} + (k_l^2 - k^2 - \bar{r}H^{-3}) \hat{\phi} &= 0, \\ \frac{d^2 \hat{\psi}}{d\bar{r}^2} + (k_t^2 - k^2 - \bar{r}H^{-3}) \hat{\psi} &= 0. \end{aligned} \quad (1.112)$$

Введем две новые безразмерные переменные

$$\begin{aligned} \kappa &= \kappa_0 + \bar{r}/H, \quad \kappa_0 = (k^2 - k_l^2) H^2, \\ \eta &= \eta_0 + \bar{r}/H, \quad \eta_0 = (k^2 - k_t^2) H^2. \end{aligned} \quad (1.113)$$

Тогда уравнения (1.112) примут вид

$$\frac{d^2 \hat{\phi}}{d\kappa^2} - \kappa \hat{\phi}(\kappa) = 0, \quad \frac{d^2 \hat{\psi}}{d\eta^2} - \eta \hat{\psi}(\eta) = 0. \quad (1.114)$$

Единственными решениями уравнений (1.114), ограниченными в центре цилиндра ($\bar{r} = R$) и в остальных его точках, будут выражения

$$\hat{\phi} = A \mathcal{V}(\kappa), \quad \hat{\psi} = B \mathcal{V}(\eta), \quad (1.115)$$

где $\mathcal{V}(\kappa)$, $\mathcal{V}(\eta)$ — функции Эйри, введенные в работе [83].

Функция Эйри может быть выражена в виде интеграла

$$\mathcal{V}(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \cos\left(\frac{s^3}{3} + st\right) ds, \text{ а также в виде комбинации цилиндрических функций порядка } 1/3. \text{ В частности,}$$

при $t < 0$

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(t) &= \frac{1}{3} \sqrt{\pi(-t)} [\mathcal{Y}_{-1/3}(W) + \mathcal{Y}_{1/3}(W)], \\ W &= \frac{2}{3} (-t)^{3/2}. \end{aligned} \quad (1.116)$$

Функция Эйри имеет в этом случае осциллирующий характер. При $W \gg 1$ справедливы асимптотические формулы

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(t) &= (-t)^{-1/4} \sin\left(W + \frac{\pi}{4}\right) \left[1 - \frac{a_2}{W^2} + \frac{a_4}{W^4} - \dots\right] - \\ &- (-t)^{-1/4} \cos\left(W + \frac{\pi}{4}\right) \left[\frac{a_1}{W} - \frac{a_3}{W^3} + \frac{a_5}{W^5} - \dots\right], \\ \mathcal{V}'(t) &= -(-t)^{1/4} \cos\left(W + \frac{\pi}{4}\right) \left[1 + \frac{b_2}{W^2} - \right. \\ &- \left. \frac{b_4}{W^4} + \frac{b_6}{W^6} - \dots\right] + (-t)^{1/4} \sin\left(W + \frac{\pi}{4}\right) \times \\ &\times \left[\frac{b_1}{W} - \frac{b_3}{W^3} + \frac{b_5}{W^5} - \dots\right], \end{aligned} \quad (1.117)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{5}{72}, \quad a_2 = \frac{(5 \cdot 11) \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot (72)^2}, \quad a_3 = \frac{(5 \cdot 11 \cdot 17) (7 \cdot 13)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (72)^3}, \\ a_n &= \frac{5 \cdot 11 \dots (6n-1) \cdot 7 \cdot 13 \dots (6n-5)}{1 \cdot 2 \dots n \cdot (72)^n}, \\ b_1 &= \frac{7}{72}, \quad b_2 = \frac{(7 \cdot 13) \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot (72)^2}, \quad b_3 = \frac{(7 \cdot 13 \cdot 19) (5 \cdot 11)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (72)^3}, \\ b_n &= \frac{7 \cdot 13 \dots (6n+1) \cdot 5 \cdot 11 \dots (6n-7)}{1 \cdot 2 \dots n \cdot (72)^n}. \end{aligned}$$

С другой стороны, при t положительных и больших ($t \gg 1$)

$$\begin{aligned} W &= \frac{2}{3} t^{3/2}, \quad \mathcal{V}(t) = \frac{1}{2} t^{-1/4} e^{-W} \times \\ &\times \left(1 - \frac{a_1}{W} + \frac{a_2}{W^2} - \frac{a_3}{W^3} + \dots\right), \\ \mathcal{V}'(t) &= -\frac{1}{2} t^{1/4} e^{-W} \left(1 + \frac{b_1}{W} - \frac{b_2}{W^2} + \frac{b_3}{W^3} - \dots\right), \end{aligned} \quad (1.118)$$

а значения $a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots$ те же, что в (1.117).

Граничные условия задачи по-прежнему заключаются в равенстве нулю напряжений T_{rr} и $T_{\theta r}$ при $r = R$. Заменим в выражениях (1.93) ϕ и ψ на $\hat{\phi}$ и $\hat{\psi}$ (согласно (1.109))

и напомним эти условия в координатах $\bar{r}$, L . Величинами H/R и $1/k_t R$ можно пренебречь по сравнению с единицей. Тогда с учетом (1.115) получим два следующих соотношения:

$$\begin{aligned} H(2k^2 - k_t^2) \mathcal{V}(\kappa_0) A - 2ik \mathcal{V}'(\eta_0) B &= 0, \\ 2ik \mathcal{V}'(\kappa_0) A + H(2k^2 - k_t^2) \mathcal{V}(\eta_0) B &= 0. \end{aligned} \quad (1.119)$$

Приравнявая к нулю детерминант этой системы уравнений для определения произвольных амплитуд A и B , получим дисперсионное уравнение для данного случая

$$4 \frac{k^2}{H^2} \mathcal{V}'(\eta_0) \mathcal{V}'(\kappa_0) - (2k^2 - k_t^2) \mathcal{V}(\eta_0) \mathcal{V}(\kappa_0) = 0. \quad (1.120)$$

Анализируя данное уравнение, рассмотрим два характерных случая.

1. Пусть $k^2 > k_t^2$, разность $k^2 - k_t^2$ имеет порядок величины k_t^2 . Очевидно, что при этом $(k^2 - k_t^2) \sim k_t^2$, а следовательно, согласно формулам (1.113) и выражению для H $\eta_0 \sim \kappa_0 \sim (k_t R)^2 \gg 1$. Это позволяет воспользоваться асимптотической формулой (1.118) и получить приближенные соотношения

$$\mathcal{V}'(\kappa_0) \simeq -\kappa_0^{1/2} \mathcal{V}(\kappa_0), \quad \mathcal{V}'(\eta_0) \simeq -\eta_0^{1/2} \mathcal{V}(\eta_0). \quad (1.121)$$

Подставляя эти выражения в уравнение (1.120), получим известное уравнение Рэлея (1.11) для плоской границы. Этот результат подтверждает наши данные о волне Рэлеяского типа на цилиндрической поверхности (см. разд. 18). Действительно, для этой волны, у которой $(k^2 - k_t^2) \sim k_t^2$, влияние кривизны имеет порядок $(k_t R)^{-1}$, поэтому в рассматриваемом здесь приближении, когда мы пренебрегаем членами $(k_t R)^{-1}$, кривизна не сказывается.

2. Пусть теперь $k_t^2 < k^2 < k_t^2$, но разность $k_t^2 - k^2$ мала настолько, что η_0 по абсолютной величине невелико. При этом κ_0 будет по-прежнему большой положительной величиной, и для $\mathcal{V}'(\kappa_0)$ будем опять использовать первую из формул (1.121). Учитывая это, запишем дисперсионное уравнение (1.120) в следующем виде:

$$\frac{\mathcal{V}(\eta_0)}{\mathcal{V}'(\eta_0)} = -\frac{4k^2}{H} (k^2 - k_t^2)^{1/2} (2k^2 - k_t^2)^{-2}. \quad (1.122)$$

Правая часть данного уравнения является величиной порядка $k_t H \sim (k_t R)^{1/2}$, т. е. малой по сравнению с единицей.

Вследствие этого приближенно можно это уравнение заменить на более простое $\mathcal{V}(\eta_0) = 0$, решения которого будут соответствовать искомой совокупности нормальных волн вертикальной поляризации на цилиндре. Обозначим корни приближенного уравнения $\eta_0^{(m)}$, где $m = 1, 2, 3...$ Из таблиц функций Эйри имеем $\eta_0^{(1)} = -2,338$, $\eta_0^{(2)} = -4,088$, $\eta_0^{(3)} = -5,521$. Учитывая выражение для η_0 согласно формуле (1.113), находим в конечном счете

$$(k_m)^2 = k_t^2 + \frac{\eta_0^{(m)}}{H^2}, \quad k_m \simeq k_t \left[1 + \frac{\eta_0^{(m)}}{2k_t^2 H^2} \right]. \quad (1.123)$$

Нетрудно показать, что учет правой части уравнения (1.122) дает в выражении для k_m пренебрежимо малый добавочный член порядка $(k_t H)^{-3}$. Для нормальной волны номера m величину $\eta \equiv \eta_m$ из формулы (1.113) можно записать в форме

$$\eta_m = \bar{r}/H + \eta_0^{(m)}. \quad (1.124)$$

Для фазовой и групповой скоростей из формул (1.123) можно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned} c_m &= c_t \left(1 - \frac{\eta_0^{(m)}}{2k_t^2 H^2} \right) = c_t \left[1 - \frac{\eta_0^{(m)}}{2} \left(\frac{\lambda_m}{\pi R} \right)^{2/3} \right], \\ c_m^{\text{гп}} &= c_t \left(1 - \frac{\eta_0^{(m)}}{6k_t^2 H^2} \right) = c_t \left[1 - \frac{\eta_0^{(m)}}{6} \left(\frac{\lambda_m}{\pi R} \right)^{2/3} \right]. \end{aligned} \quad (1.125)$$

На рис. 1.24 изображены зависимости нормированных фазовых и групповых скоростей от отношения длины волны к радиусу цилиндра для $m = 1, 2$.

Определяя из уравнений (1.119) A через B , получим выражения для потенциалов m -й нормальной волны

$$\begin{aligned} \Phi_m &= \frac{2iB_m}{\sqrt{r} k_t H} \mathcal{V}'(\eta_0^{(m)}) \frac{\mathcal{V}'(\kappa_0^{(m)})}{\mathcal{V}(\kappa_0^{(m)})} \exp(ik_m L), \\ \Psi_m &= \frac{B_m}{\sqrt{r}} \mathcal{V}'(\eta_m) \exp(ik_m L). \end{aligned} \quad (1.126)$$

Включим $\sqrt{r} \simeq \sqrt{R}$ в произвольную постоянную B_m , заменим $\mathcal{V}'(\kappa_m)$, $\mathcal{V}(\kappa_0^{(m)})$ их асимптотическими представлениями по формуле (1.118) с учетом только первых членов. Кроме того, учитывая выражения (1.113) для κ , имеем

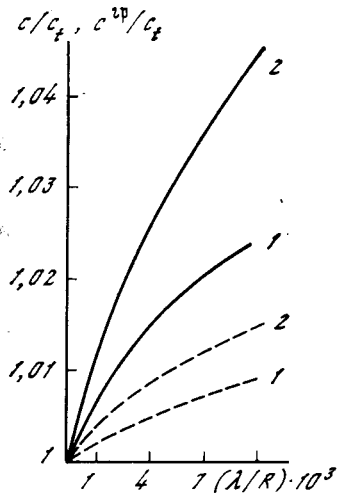


Рис. 1.24. Зависимости фазовых (сплошные линии) и групповых (штриховые) скоростей нормальных волн от отношения длины волны к радиусу цилиндра

1 — $m = 1$; 2 — $m = 2$

в нашем приближении

$$\begin{aligned} \frac{\kappa_m}{\kappa_0^{(m)}} &\simeq 1, (\kappa_m)^{3/2} - (\kappa_0^{(m)})^{3/2} = \\ &= (\kappa_0^{(m)})^{3/2} \left[\left(1 + \frac{\bar{r}}{\kappa_0^{(m)} H} \right)^{3/2} - 1 \right] \simeq \frac{3}{2} \sqrt{k_i^2 - k_i^2 \bar{r}}. \end{aligned} \quad (1.127)$$

Тогда $\mathcal{V}(\kappa) = \exp(-\sqrt{k_i^2 - k_i^2 \bar{r}}) \times \mathcal{V}(\kappa_0)$, и в результате получим

$$\begin{aligned} \varphi_m &= \frac{2iB_m}{k_i H} \times \\ &\times \exp(-\sqrt{k_i^2 - k_i^2 \bar{r}}) \mathcal{V}'(\eta_0^{(m)}) \times \\ &\times \exp(ik_m L). \end{aligned} \quad (1.128)$$

С увеличением $\bar{r}$ φ_m (в отличие от ψ_m) убывает по экспоненциальному закону. Глубина проникновения продольных волн оказывается значительно меньше глубины проникновения поперечных волн.

Используя найденные выражения для потенциалов, вычислим теперь по формуле (1.92) вертикальное U_r и горизонтальное U_θ смещения в m -й нормальной волне:

$$\begin{aligned} U_\theta &= U_t = B_m k_t \frac{1}{k_i H} [\mathcal{V}''(\eta_m) - 2\mathcal{V}''(\eta_0^{(m)}) \times \\ &\times \exp(-\sqrt{k_i^2 - k_i^2 \bar{r}})] \exp(ik_m L), \\ U_r &= B_m i k_t \left[\mathcal{V}'(\eta_m) + \frac{2\sqrt{l_i^2 - k_i^2}}{l_i^2 H} \mathcal{V}'(\eta_0^{(m)}) \times \right. \\ &\left. \times \exp(-\sqrt{k_i^2 - k_i^2 \bar{r}}) \right] \exp(ik_m L), \end{aligned} \quad (1.129)$$

где η_m дается выражением (1.124). Поскольку U_r смещено относительно U_θ по фазе на $\pi/2$, движение частиц в волне

будет происходить по эллипсу. Но $|U_\theta| \ll |U_r|$, так как $k_i H$ велико, и эллипс оказывается сильно вытянутым, а волна практически сдвиговой. На рис. 1.25 изображены зависимости амплитуд смещений $U_{r, \theta}$ в первых трех нормальных волнах от относительной глубины $\bar{r}/R$. Кривые построены при следующих условиях: $c_l = 6 \cdot 10^5$ см/с, $c_t = 3,5 \cdot 10^5$ см/с, $k_i R = 3,812 \cdot 10^3$, $c_1 = 3,527 \cdot 10^5$, $c_2 = 3,547 \cdot 10^5$, $c_3 = 3,563 \cdot 10^5$ см/с. Для сравнения на последнем графике даны смещения в рэлеевской волне на цилиндре.

Остановимся на физическом смысле полученных результатов. Как видно из графиков, волны действительно являются поверхностными, но в отличие от рэлеевской волны смещения в них локализованы в слое с толщиной, много большей λ_m . Непосредственным анализом формулы (1.129) можно убедиться, что глубина локализации волн $\sim H$ и возрастает с увеличением номера волны. Большой глубиной локализации волн объясняется более сильное влияние кривизны поверхности на рассматриваемые волны: как следует из формул (1.123), (1.125), оно порядка $(k_i R)^{-3/2}$, а не $(k_i R)^{-1}$, как у волны рэлеевского типа.

Формулы (1.129) показывают, что волна состоит из продольной и поперечной компонент. Продольная компонента волны является неоднородной волной (см. (1.128)) и быстро затухает при удалении от границы (соответствующий ей слой локализации заштрихован на рис. 1.26). Что касается поперечной компоненты, то, поскольку фазовая скорость m -й нормальной волны в рассматриваемом случае больше c_t , поперечная компонента представляет собой волну, отходящую от границы. Учитывая известную связь между фазовой скоростью c_m волны вдоль границы и углом α_m ее наклона к границе ($c_m = c_t \cos \alpha_m$), получим из формулы (1.125)

$$\alpha_m^2 \simeq \eta_0^{(m)2} / 2k_i^2 H^2. \quad (1.130)$$

Эти указанные поперечные компоненты нормальных волн часто сопоставляют с лучами, распространяющимися вдоль границы и последовательно от нее отражающимися (лучи $AA_1A_2 \dots$, $BB_1B_2 \dots$ на рис. 1.26). Естественно, что с нормальной волной номера m сопоставляются лучи, отражающиеся от границы под углом скольжения $\alpha = \alpha_m$. Чем больше m , тем больше α_m , тем больше отходят лучи от границы в процессе своего распространения и тем больше глубина проникновения $\bar{r}_m$ соответственной нормаль-

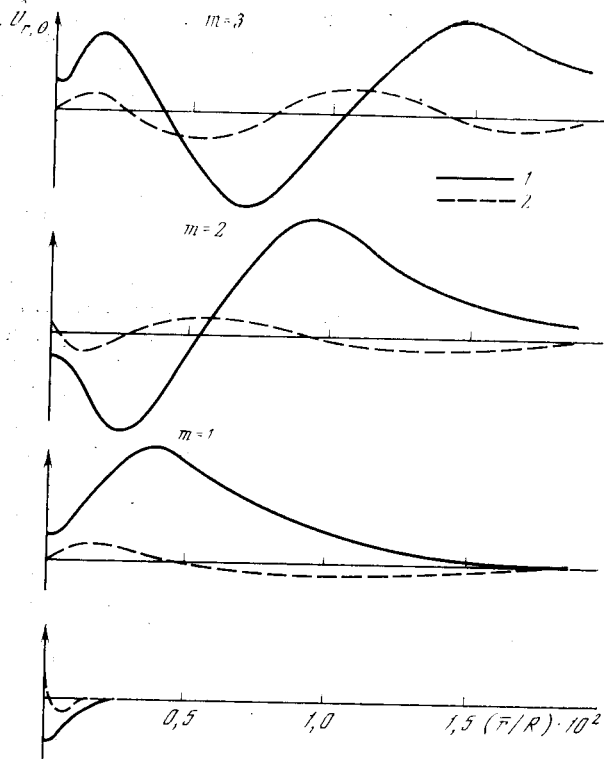


Рис. 1.25. Зависимости амплитуд смещений U_r (1) и U_0 (2) в первых трех нормальных волнах от относительной глубины r/R

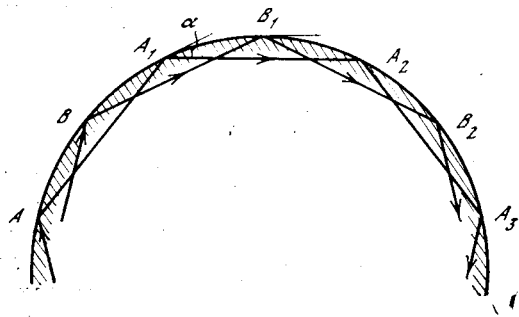


Рис. 1.26. Лучевая картина распространения нормальных волн по цилиндрической поверхности

ной волны. Из геометрических соображений согласно рис. 1.26 мы имеем для максимального удаления луча от границы

$$\bar{r}_{\max} = R(1 - \cos \alpha_m) \cong \eta_0^{(m)} H,$$

что по порядку величины совпадает с глубинами локализации нормальных волн, указанными выше.

В заключение сделаем замечание о пределах применимости полученных результатов. Проведенное здесь рассмотрение относится к случаю не очень больших m , таких, что $\eta_0^{(m)} \ll (k_t H)^2$, когда согласно выражению (1.123) k_m близко к k_t . Большие m , когда $\eta_0^{(m)} \sim (k_t H)^2$, не рассматривались, так как здесь не будет иметь места концентрация энергии у поверхности. Действительно, глубина проникновения волн $\bar{r}_{\max} = \eta_0^{(m)} H \sim k_t^2 H^3 = R/2$ оказывается при этом сравнимой с радиусом цилиндра. К этому сводится и опущенный здесь случай $k^2 < k_t^2$, при котором η_0 согласно соотношениям (1.113) становится очень большим по абсолютной величине и $\eta_0^{(m)} \gg (k_t H)^2$, в результате снова не получается какой-либо концентрации энергии вблизи поверхности.

20. Волны с горизонтальной поляризацией

Волны горизонтальной поляризации на цилиндре, граничащем с вакуумом, рассматривались в ряде работ [82, 84, 85]. Приведем вначале постановку задачи и основные результаты, основываясь на работе [85].

Поскольку у волн отлична от нуля единственная компонента смещения U_z , уравнение движения (1.1) принимает следующую форму:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} &= \mu \Delta U_z = \\ &= \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] U_z. \end{aligned} \quad (1.131)$$

Используя целиком подход к решению, изложенный в предыдущих разделах, будем искать решение в форме

$$U_z = U_z(r) \exp[i(p\theta - \omega t)]. \quad (1.132)$$

Граничные условия задачи сводятся к равенству нулю единственной не равной тождественно нулю компоненты

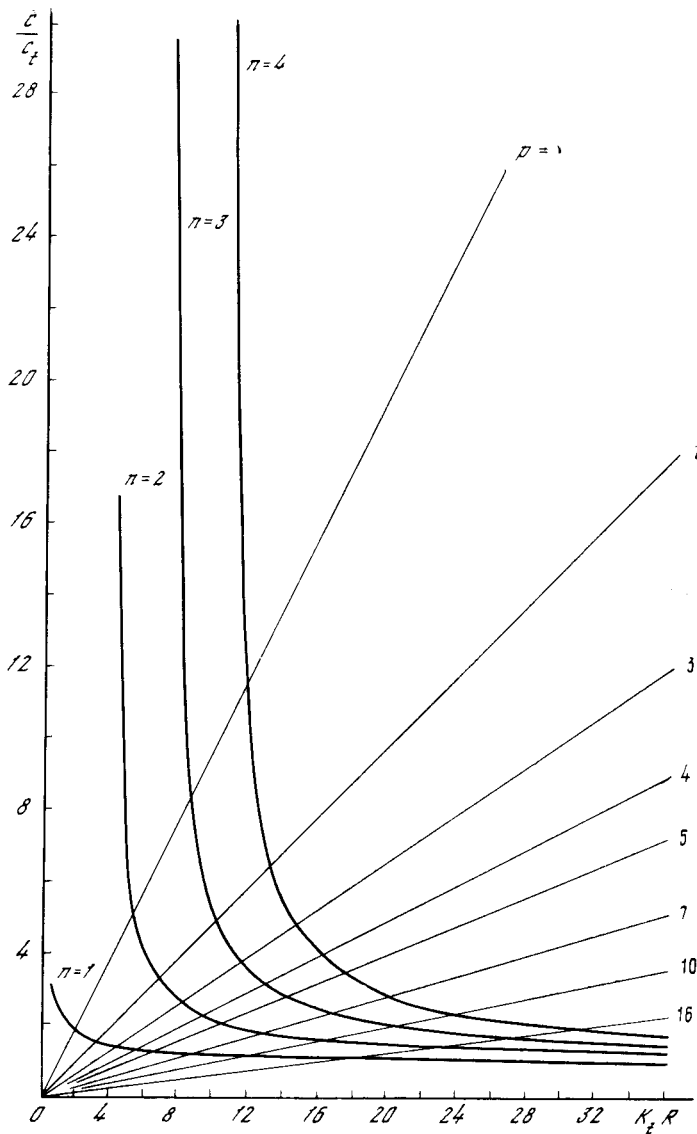


Рис. 1.27. Зависимость безразмерной фазовой скорости от $k_t R$ для первых четырех нормальных волн

T_{zr} тензора механических напряжений

$$T_{zr} = \mu \partial U_z / \partial r. \quad (1.133)$$

Решение, удовлетворяющее уравнению (1.131), данному граничному условию и ограниченное во всей области $r \leq R$, имеет следующий вид:

$$U_z = A \mathcal{Y}_p(k_t r) \times \exp[i(p\theta - \omega t)], \quad (1.134)$$

где A — произвольная постоянная; $\mathcal{Y}_p(k_t r)$ — функция Бесселя порядка p . Дисперсионное уравнение после ряда преобразований приводится к простой форме:

$$\mathcal{Y}_{p+1}(k_t R) / \mathcal{Y}_{p-1}(k_t R) = 1. \quad (1.135)$$

При каждом фиксированном значении $k_t R$, т. е. при заданных частоте и радиусе R цилиндра, уравнение (1.135) имеет конечное число вещественных корней $p_1, p_2, \dots, p_n$. Каждый корень соответствует распространяющейся нормальной волне определенного номера. На рис. 1.27 приведены зависимости безразмерной фазовой скорости $c/c_t = k_t R / p$ от $k_t R$ для первых четырех нормальных волн, а на рис. 1.28 — распределения смещений с глубиной в первых трех волнах при $k_t R \approx 113$. Как видно из рисунков, дисперсионные кривые похожи на соответствующие кривые для поперечных нормальных волн в пластинах [86], а смещения во всех волнах имеют поверхностный характер. Точки пересечения дисперсионных кривых с лучами $p = 1, 2, 3, \dots$ соответствуют собственным колебаниям цилиндра, когда по его окружности укладывается целое число длин волн. Отметим, что вопрос о физическом смысле решения (1.134) при $0 < p < 1$ (область дисперсионных кривых выше луча $p = 1$) требует дополнительного исследования, поскольку в этой области напряжения в нормальных волнах при $r = 0$ обращаются в бесконечность.

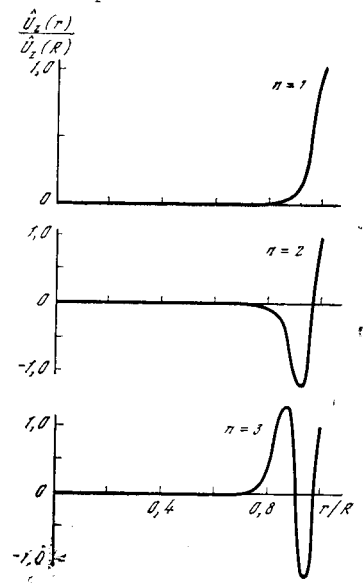


Рис. 1.28. Распределения смещений с глубиной в первых трех нормальных волнах при $k_t R \approx 113$

В работе [82] приведена высокочастотная асимптотика для поверхностных волн горизонтальной поляризации через функции Эйри. Как и для волн вертикальной поляризации (описанных выше), она соответствует случаю, когда радиус R много больше как длины волны λ , так и глубины локализации волн H . Для смещений, фазовой и групповой скоростей m -й нормальной волны справедливы следующие выражения:

$$\begin{aligned} U_m &= A_m \mathcal{V}(\eta_m) \exp(ik_m L), \\ c_m &= \frac{\omega}{k_m} = c_t \left[1 - \frac{\eta_0^{(m)}}{2} \left(\frac{\lambda_m}{\pi R} \right)^{2/3} \right], \\ c_m^{\text{rp}} &= c_t \left[1 - \frac{\eta_0^{(m)}}{6} \left(\frac{\lambda_m}{\pi R} \right)^{2/3} \right]. \end{aligned} \quad (1.136)$$

Здесь A_m — произвольные постоянные; $\eta_0^{(m)}$ — корни дисперсионного уравнения $\mathcal{V}''(\eta_0) = 0$; остальные обозначения те же, что и в предыдущем разделе. Формулы (1.136) показывают, что структура рассматриваемых волн существенно проще, чем волн вертикальной поляризации. В волнах имеется только поперечная компонента, которая полностью аналогична соответствующей компоненте в волне вертикальной поляризации (см. (1.129)).

21. Сферическая поверхность

Волны рэлеевского типа и волны шепчущих галерей могут существовать и на сферической поверхности изотропного твердого тела.

Волны рэлеевского типа. Задача о гармонических рэлеевских волнах на поверхности идеально упругой сферы впервые рассматривалась в работе [87]. Под волнами рэлеевского типа здесь понимается точное решение уравнения (1.4), удовлетворяющее условию отсутствия напряжений на поверхности $r = R$ сферы и имеющее характер установившихся монохроматических поверхностных волн. В полюсах сферы $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ (r, φ, θ — сферические координаты) располагаются «источник» и «сток» волн, соответствующие особым точкам решений уравнения (1.4). Предполагается, что источник и сток вполне эквивалентны один другому и волны распространяются от полюсов с равными амплитудами в $+\theta$ - и

— θ -направлениях, так что наложение их позволяет образовать стоячие волны, регулярные во всех точках сферы.

При такой постановке задачи асимптотические выражения для компонент вектора смещения U частиц в волне при радиусе сферы R , много большем длины поверхностной волны, при $\tilde{r} = R - r \ll R$ (вблизи поверхности сферы) и при $0 < \theta < \pi$ имеют вид

$$\begin{aligned} U_r &= \sqrt{\frac{1}{\sin \theta}} \frac{q_R}{k_R} \left[-\exp\left(-\frac{m}{R} \frac{q_R}{k_R} \tilde{r}\right) + \frac{2k_R^2}{k_R^2 + s_R^2} \exp\left(-\frac{m}{R} \frac{s_R}{k_R} \tilde{r}\right) \right] \cos \Phi, \\ U_\theta &= \sqrt{\frac{1}{\sin \theta}} \left[\exp\left(-\frac{m}{R} \frac{q_R}{k_R} \tilde{r}\right) - \frac{2q_R s_R}{k_R^2 + s_R^2} \exp\left(-\frac{m}{R} \frac{s_R}{k_R} \tilde{r}\right) \right] \sin \Phi, \\ U_\varphi &\equiv 0. \end{aligned} \quad (1.137)$$

Здесь m — любое целое число, много большее единицы;

$$\Phi = \frac{m}{R} (\theta R \pm c_R t)$$

— фазовый множитель.

Сравнивая формулы (1.137) и (1.15), нетрудно заметить, что, как и для плоской поверхности, амплитуда вектора смещения экспоненциально убывает с глубиной, а фазовая скорость совпадает со скоростью на плоской поверхности. Влияние малой сферической кривизны ($R \gg \lambda_R$) приводит лишь к дискретному спектру частот установившихся волн. Действительно, для волн на сфере роль волнового числа $k_R = \omega/c_R$ играет величина m/R , принимающая лишь дискретные значения (это является следствием принятого при постановке задачи условия об эквивалентности источника и стока). При $R \rightarrow \infty$ спектр частот переходит в непрерывный.

Волны с вертикальной поляризацией типа шепчущих галерей. Исследование таких волн проведено в работе [82]. Предполагалось, что сфера является изотропной, однородной, идеально упругой, что источник волн находится на оси $\theta = 0$, а упругое поле на зависит от угла φ . Таким образом, $U_{r, \theta} \neq 0$, $U_\varphi \equiv 0$. Проводя вычисления, аналогичные изложенным в разд. 19 для волн верти-

кальной поляризации на цилиндре, получим в итоге выражения для смещений в m -й нормальной волне

$$U_\theta = \frac{B_m}{H} [\mathcal{P}''(\eta_m) - 2\mathcal{P}''(\eta_0^{(m)}) \times \\ \times \exp(-\sqrt{k_t^2 - k_l^2} \bar{r})] \frac{\exp(i\theta)}{\sqrt{\sin \theta}} \exp(ik_m L), \\ U_r = B_m k_t \left[\mathcal{P}(\eta_m) + \frac{2\sqrt{k_t^2 - k_l^2}}{k_l^2 H} \mathcal{P}''(\eta_0^{(m)}) \times \right. \\ \left. \times \exp(-\sqrt{k_t^2 - k_l^2} \bar{r}) \right] \frac{\exp(i\theta)}{\sqrt{\sin \theta}} \exp(ik_m L); \quad (1.138)$$

здесь $L = \theta R$ — координата, отсчитываемая по поверхности сферы.

Полученные выражения с точностью до множителя $(\sin \theta)^{-1/2} e^{i\theta}$ совпадают с $U_{\theta, r}$ для цилиндрической поверхности. Появившийся в сферическом случае дополнительный множитель учитывает фокусировку волн у антипода, а также дополнительный набег фазы 2π при обходе вокруг сферы. Все остальные характеристики поверхностных волн, такие, как фазовая и групповая скорости, зависимости амплитуд смещений от глубины, в сферическом случае оказываются точно такими же, что и в случае цилиндра.

Таким образом, в первом приближении сферическая кривизна не вносит ничего нового (по сравнению с цилиндрической) в характеристики поверхностных волн вертикальной поляризации.

Глава VIII

ВЫТЕКАЮЩИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

Перейдем теперь к рассмотрению большой группы волн, открытых сравнительно недавно и получивших название «вытекающих» поверхностных волн (leaky surface waves). Эти волны являются промежуточными между поверхностными и объемными волнами и представляют собой упругие возмущения, распространяющиеся вдоль границы твердого тела и непрерывно переизлучающие энергию в глубь среды в процессе распространения. Вытекающие волны могут существовать только в определенной конеч-

ной области вблизи источника, распадаясь далее на объемные волны, по мере того как их поверхностная компонента переизлучится в объемную.

22. Два типа вытекающих поверхностных волн

Известны вытекающие поверхностные волны двух типов. Волны первого типа существуют на границе двух полупространств, и переизлучение энергии в них происходит из одного полупространства в другое.

Характерным примером такой вытекающей волны является волна рэлеевского типа на границе твердого и жидкого полупространств [4, 7]. Дисперсионное уравнение (1.48), как можно показать, помимо вещественного корня, имеет еще комплексный корень. Этот корень соответствует системе трех волн (рис. 1.29): продольной и поперечной волнам в твердом теле и отходящей от границы волне в жидкости. Амплитуда в последней медленно нарастает по экспоненте вдоль фронта при удалении от границы (за счет переизлучения энергии в жидкость), что отмечено на рисунке увеличением толщины линий волновых фронтов. Во второй части об этой волне будет сказано весьма подробно, в частности, будут приведены расчеты фазовых скоростей и коэффициентов затухания волны для разных граничных сред. В среднем волна затухает в e раз на расстоянии $\sim 10 \lambda_R$.

Другими разновидностями вытекающих волн на границе двух сред, где затухание происходит из-за излучения энергии в смежную среду, являются волна Лэмба в пластинах, погруженных в жидкость [7], волны на границе жидкого полупространства с твердым слоем [4] и волны типа Стоунли на границе двух твердых полупространств [33, 88, 89].

Более сложным и интересным типом вытекающих волн являются такие волны на границе твердого тела с вакуумом, у которых излучение энергии происходит не в смежную среду, а в то же полупространство, где локали-

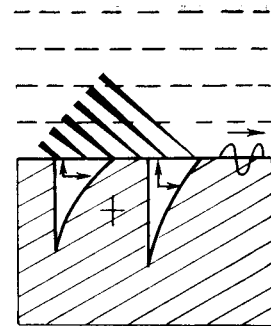


Рис. 1.29. Смещения в вытекающей волне рэлеевского типа на границе твердого и жидкого полупространств

зована волна. По-видимому, впервые описанным примером таких волн являются волны на вогнутой цилиндрической поверхности (см. разд. 18). Поскольку волновые фронты у них направлены вдоль радиусов, то на некоторой глубине след волны «бежит» со скоростью, большей фазовых скоростей объемных волн, и происходит излучение. Как и излучение вытекающих волн на границе двух сред, оно аналогично излучению тел, движущихся в среде со сверхзвуковой или сверхсветовой скоростями (ударная волна от самолета, конус Маха от шарика в жидкости, излучение Вавилова—Черенкова).

23. Вытекающие волны в изотропном твердом полупространстве

Интересно, что вытекающие волны второго типа могут существовать и в изотропном твердом теле с плоской границей, но с несколько измененными (по сравнению со свободной поверхностью) граничными условиями. В работах [90, 91] впервые показано, что в твердом полупространстве с импедансными условиями на границе $z = 0$, в частности в полупространстве, нагруженном жидким слоем толщины h (см. рис. 1.7), могут существовать две медленно затухающие с расстоянием вдоль границы вытекающие волны. Рассмотрим это подробнее.

Дисперсионное уравнение для случая границы упругого полупространства с жидким слоем толщины h записывается в форме (1.58). Компоненты смещений в полупространстве по осям x и z представляются выражениями

$$\begin{aligned} U_x &= Bk \left[e^{-qz} - \frac{2qs}{k^2 + s^2} e^{-sz} \right] \times \\ &\times \exp \left[i \left(kx - \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \right], \\ U_z &= -Bq \left[e^{-qz} - \frac{2k^2}{k^2 + s^2} e^{-sz} \right] \exp [i(kx - \omega t)], \end{aligned} \quad (1.139)$$

где $q = \sqrt{k^2 - k_l^2}$, $s = \sqrt{k^2 - k_t^2}$. В разд. 5 было указано, что дисперсионное уравнение (1.58) имеет ряд вещественных корней, соответствующих множеству поверхностных незатухающих нормальных волн (в частности, рэлеевского типа), возможных в рассматриваемой среде.

Но уравнение (1.58) имеет еще два комплексных корня, соответствующих вытекающим волнам.

Проанализируем сначала первую волну на примере твердого тела с коэффициентом Пуассона $\nu \ll 1$ (малость ν дает возможность получить решение в аналитической форме разложением по ν). После вычислений имеем

$$\begin{aligned} k_1 &= k_l \left[1 + \frac{A^2 - 1}{2(A^2 + 1)^2} \nu^4 + \frac{Ai}{(A^2 + 1)^2} \nu^4 \right], \\ A &= -\frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2 h}}{\sqrt{k_{\text{ж}}^2/h^2 - 1}}, \end{aligned} \quad (1.140)$$

$$q = k_l \frac{A}{A^2 + 1} \nu^2 + k_l \frac{i}{A^2 + 1} \nu^2,$$

$$s = -k_l \frac{A}{(A^2 + 1)^2} \nu^4 - ik_l (1 + \nu).$$

Выражения для смещений при $\nu \ll 1$ переходят в следующие:

$$\begin{aligned} U_x &= -Bk_l [(1 + A_i) e^{-qz} + \nu e^{-sz}] \times \\ &\times \exp [i(k_1 x - \omega t)], \\ U_z &= Bk_l [\nu^2 e^{-qz} + \nu e^{-sz}] \exp [i(k_1 x - \omega t)]. \end{aligned} \quad (1.141)$$

Если толщина слоя h такова, что $A > 0$ (например, $1/4 < h/\lambda_{\text{ж}} < 1/2$), то формулы (1.140), (1.141) описывают волну, распространяющуюся вдоль границы с фазовой скоростью $c \simeq c_l$ и слабо затухающую с расстоянием ($\operatorname{Im} k_1 \sim \nu^4$). Эта волна состоит из продольной (члены с e^{-qz}) и поперечной (члены с e^{-sz}) волн. Амплитуда смещения в продольной l волне медленно спадает с глубиной ($\operatorname{Re} q \sim \nu^2$), т. е. продольная волна поверхностная. Поперечная t волна — объемная, она отходит от границы под углом $\theta \simeq \pi/4$ (рис. 1.30), и ее амплитуда ($\sim \nu$ у поверхности) медленно меняется вдоль фронта (переменная толщина линий волновых фронтов на рис. 1.30 схематично изображает это).

Для второго корня в случае слабого влияния слоя жидкости на волны в полупространстве (это реализуется

при $\left| \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho} \frac{q \operatorname{tg} \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - k^2 h}}{\sqrt{k_{\text{ж}}^2/h^2 - 1}} \right| \ll 1$) справедливы следующие

асимптотические выражения:

$$k_2 = k_2^{(0)} (1 + \alpha),$$

$$q_2 = i \sqrt{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} \left[1 - \frac{(k_2^{(0)})^2}{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} \alpha \right], \quad (1.142)$$

$$s_2 = -i \sqrt{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} \left[1 - \frac{(k_2^{(0)})^2}{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} \alpha \right],$$

где $\alpha = -i \frac{\rho_{ж}}{\rho} \frac{\sqrt{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} \operatorname{tg} \sqrt{k_{ж}^2 - (k_2^{(0)})^2} h}{\sqrt{k_{ж}^2 - (k_2^{(0)})^2}} A(v);$

$$(1.143)$$

$$A(v) = \frac{k_t^4}{4(k_2^{(0)})^2} \left\{ 4(k_2^{(0)})^2 - 2k_t^2 + \sqrt{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} \times \right.$$

$$\left. \times \sqrt{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} \left[\frac{(k_2^{(0)})^2}{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} + \frac{(k_2^{(0)})^2}{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} - 2 \right] \right\}^{-1};$$

$k_2^{(0)}$ — вещественный корень уравнения (1.58) с нулевой правой частью, лежащий в интервале $0 < k_2^{(0)} < k_l$ (в отличие от корня k_1 при $v \ll 1$ $k_2 \simeq k_2^{(0)} \simeq 0,6 k_l$). Рассчи-

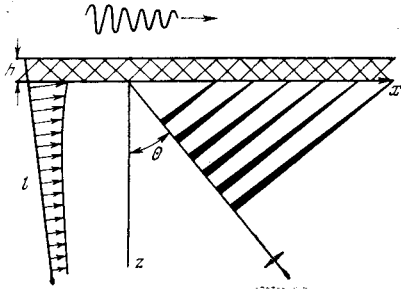


Рис. 1.30. Смещения в первой вытекающей волне на границе твердого полупространства с жидким слоем

танные нормированные значения невозмущенных обратных волновых чисел (фазовых скоростей) $k_t/k_1^{(0)} = c_1^{(0)}/c_t$ и $k_l/k_2^{(0)} = c_2^{(0)}/c_t$ для волн 1 и 2 и для продольной волны в зависимости от коэффициента Пуассона v изображены на рис. 1.31. Видно, что фазовые скорости волн 1 и 2 больше c_l .

Из рис. 1.31 и 1.32 и из выражения для α следует, что α — мнимая величина, $\alpha = im$, где $m \leq 0$ в зависимости от толщины слоя h . Если $m > 0$, то выражения (1.141), (1.142) описывают волну типа вытекающей, которая затухает в направлении распространения (ось x) из-за излу-

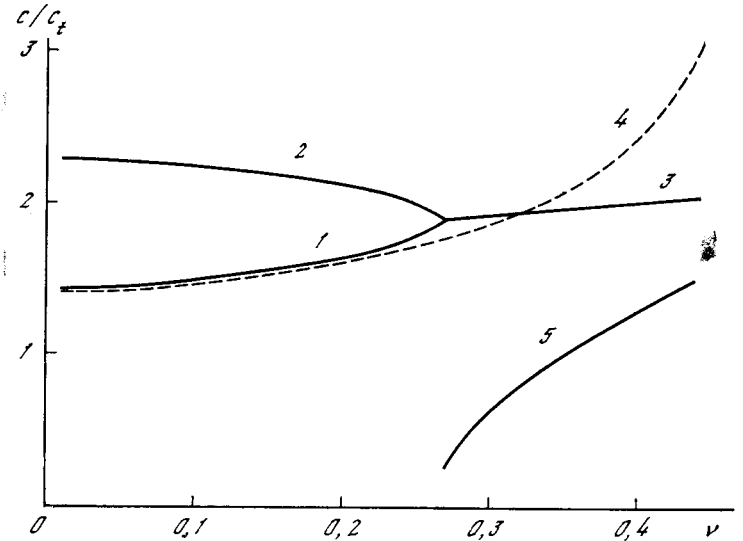
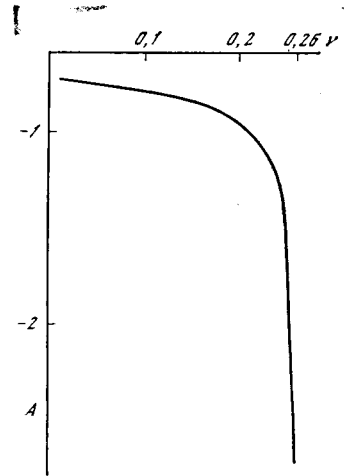


Рис. 1.31. Зависимости нормированных фазовых скоростей волн 1 (1), 2 (2) и продольной волны (4) и зависимость коэффициента затухания волн 1 и 2 на длине волны (5) от v

Рис. 1.32. Зависимость A от v



чения энергии в глубь полупространства. Волна состоит из продольной l и поперечной t компонент (рис. 1.33). В обеих волнах смещения убывают вдоль направления распространения (ось x) ($\operatorname{Im} k > 0$). По глубине z смещения в продольной волне медленно затухают ($\operatorname{Re} q > 0$), а в поперечной — медленно нарастают ($\operatorname{Re} s < 0$, толщина волновых фронтов t -волны на рис. 1.33 пропорциональна амплитуде смещения в данной точке). Вдоль прямых, параллельных линиям $z = -q_0 x/k_2^{(0)}$ и $z = s_0 x/k_2^{(0)}$, амплитуды смещений в l - и t -волнах соответственно постоянны. Быстрота затухания и нарастания волны по x и z

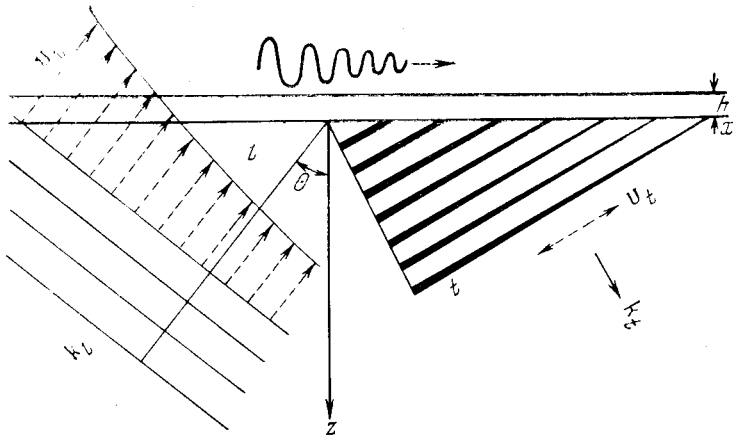


Рис. 1.33. Смещения во второй вытекающей волне на границе твердого полупространства с жидким слоем

определяется степенью влияния жидкости. Если, например,

$$N = \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho} \frac{\sqrt{k_l^2 - (k_2^{(0)})^2} \operatorname{tg} \sqrt{k_{\text{ж}}^2 - (k_2^{(0)})^2} h}{\sqrt{k_{\text{ж}}^2 - (k_2^{(0)})^2}} = 0,01 \text{ и } \nu = 0,2,$$

то волна затухает в e раз в направлении распространения (ось x) на пути $L \cong 16 \lambda$, где λ — длина волны. Затухание в e раз по глубине продольной составляющей происходит на расстоянии $\cong 14 \lambda$, а нарастание в e раз поперечной составляющей — на расстоянии $\cong 30 \lambda$.

Перейдем теперь к интерпретации поверхностных волн в твердом изотропном полупространстве. Как следует из формул (1.140) — (1.143), при $\nu < 0,26$ и без слоя жидкости ($N = 0$) волны 1 и 2 являются объемными, а соответствующие им волновые числа k_1 и k_2 — чисто вещественными. При этом каждая из волн 1 и 2 состоит из продольной l и поперечной t волн, одна из которых падает, а другая отражается от границы $z = 0$. Падение происходит под углами Брюстера, при которых отраженных волн той же поляризации, что и падающая, не возникает и происходит полная трансформация продольной волны в поперечную [4].

Волновые числа k_1 , k_2 , k_R (k_R — волновое число рэлеевской волны) и соответствующие им значения радикалов $\sqrt{k_{l,t}^2 - k^2}$ (ветви двузначных функций $\sqrt{k_{l,t}^2 - k^2}$) ис-

черпывают все корни дисперсионного уравнения (1.58) с нулевой правой частью (уравнение Рэлея). Соответствующие им три волны в твердом полупространстве со свободной границей составляют класс трансформируемых волн [4], идущих под брьюстерскими углами к границе полупространства (для рэлеевской волны этот угол мнимый). Левая часть уравнения (1.58), содержащая радикалы $\sqrt{k_{l,t}^2 - k^2}$, является многозначной функцией k . Чтобы сделать ее однозначной, из четырех листов плоскости k образуют четырехлистную поверхность Римана, проводя разрезы от точек $\pm k_{l,t}$. Обычно при решении задач о волнах в полупространстве (см., например, [92]) знаки радикалов и разрезы выбирают так, чтобы на одном из листов поверхности Римана (верхнем) решение удовлетворяло бы принципу излучения. Тогда корень k_R лежит на этом верхнем листе, а корни k_1 , k_2 — на других листах.

В случае свободной границы полупространства волны 1 и 2 при $\nu < 0,26$, как уже отмечалось, являются объемными. Жидкий слой делает их поверхностными вытекающими, т. е. при слое в упругом полупространстве существует рэлеевская и две вытекающие поверхностные волны. Можно показать, что и другое изменение граничных условий для полупространства (твердый слой, импедансные граничные условия) «превращает» волны 1 и 2 из объемных в поверхностные вытекающие. Интересно, что при помощи изменения толщины слоя h можно управлять глубиной локализации и затуханием вытекающих волн вдоль направления распространения (ось x). В частности, что очень важно для практики, это затухание можно сделать весьма малым (порядка дифракционных и вязких потерь).

Из анализа уравнения (1.58) с нулевой правой частью следует, что при $\nu > 0,26$ двух вещественных корней, соответствующих волнам 1 и 2, не существует. Вместо них появляются два комплексно-сопряженных корня, соответствующих двум системам неоднородных по x и z волн. На рис. 1.31 видно, что кривые 1 и 2 волновых чисел k_1 и k_2 при $\nu \cong 0,26$ сливаются в одну кривую 3, которая изображает зависимость нормированной фазовой скорости $k_l/\operatorname{Re}k_3$ от ν ($\operatorname{Re}k_3 > 0$). Кривая 5 изображает зависимость коэффициента затухания волны $\operatorname{Im}k_3\lambda$ на длине волны от ν . Это означает, что волна с волновым числом k_3 является вытекающей и без слоя жидкости на границе полупространства. Однако от рассмотренных волн 1 и 2 она существенно отличается тем, что очень быстро затухает при

распространении вдоль границы (затухание в e раз на пути порядка длины волны при всех v , кроме узкой области $v \cong 0,26$). Поэтому большого практического интереса эта волна не представляет. Отметим, однако, что слой жидкости может существенно уменьшить указанное затухание (это следует из формул (1.142), если считать, что $k_2^{(n)}$ — комплексное число).

2.4. Вытекающие волны в кристаллах

Интересной разновидностью вытекающих поверхностных волн второго типа являются звуковые вытекающие волны в кристаллах [9, 93—95]. Такие волны были обнаружены примерно 10 лет назад (кристаллы меди, никеля, кварца, ниобата лития и др.). Они состоят из трех парциальных волн — одной квазипродольной и двух квазипоперечных, причем фазовая скорость одной из квазипоперечных волн меньше, чем фазовая скорость суммарной поверхностной волны вдоль границы, что создает излучение (благодаря различию фазовых скоростей двух квазипоперечных волн такая ситуация в кристаллах вполне реализуема).

В теоретическом плане вытекающие поверхностные волны в кристаллах изучены, к сожалению, не аналитическим, а только численным путем (машинный счет). Проиллюстрируем это кратко, следуя работе [9]. Как указано в разд. 4, общее выражение для компонент смещений в поверхностной волне в кристалле имеет форму (1.24). Поверхностной волне соответствуют чисто вещественные значения $\cos \alpha_1$, $\cos \alpha_2$ и три значения $\cos \alpha_3^{(n)}$ с положительными мнимыми частями, которые удовлетворяют условию излучения, т. е. дают решение, ограниченное во всем полупространстве. В ряде кристаллов для некоторых направлений распространения $\cos \alpha_3^{(3)}$ становится почти точно или совершенно точно вещественным, а константа $C_3 \gg C_{1,2}$ или $C_3 \rightarrow \infty$. Это означает, что поверхностная волна вырождается в объемную. В окрестностях таких точек и возникают вытекающие поверхностные волны.

Если вычислять определитель дисперсионного уравнения по обычной схеме, т. е. с вещественными $\cos \alpha_1$, $\cos \alpha_2$ и комплексными $\cos \alpha_3^{(n)}$, то в окрестностях указанных точек он имеет минимум, но не обращается в нуль. Сделать определитель равным нулю удастся, во-первых, введением

небольших положительных мнимых добавок к $\cos \alpha_{1,2}$, таких, что $\text{Im} \cos \alpha_1 / \text{Re} \cos \alpha_1 = \text{Im} \cos \alpha_2 / \text{Re} \cos \alpha_2 \ll 1$, и, во-вторых, предположением, что $\cos \alpha_3^{(3)}$ — число с положительной вещественной частью и малой отрицательной мнимой. C_3 может при этом меняться от нуля до значений, равных примерно $C_{1,2}$. Этот корень и дает вытекающую поверхностную волну. Если $C_3 \rightarrow 0$, то волна почти чисто поверхностная: она медленно затухает вдоль направления распространения, упругое поле в ней в основном локализовано у поверхности и только за счет множителя, содержащего $\cos \alpha_3^{(3)}$, медленно нарастает с глубиной подобно полю вытекающих поверхностных волн в изотропных телах, рассмотренных выше.

Для пояснения сказанного рассмотрим, следуя работе [9], результаты расчета фазовых скоростей упругих волн в плоскости (001) кубического кристалла меди (плоскость x_1x_2 на рис. 1.5). На рис. 1.34 по оси абсцисс отложен угол θ между направлением распространения волны и осью x_1 , а по оси ординат — скорость волн в относительных единицах. Из графика видно, что, как и в кристалле никеля (см. разд. 6), прежде всего имеется волна T_1 , фазовая скорость которой не зависит от направления распространения. Это — чисто сдвиговая объемная волна со смещениями, параллельными оси x_3 . Скорость второй сдвиговой объемной волны T_2 со смещениями в плоскости x_1x_2 , напротив, существенно зависит от направления распространения. В точках $\theta = 0$ и $\theta = 45^\circ$ (отмечены крестиками на рисунке) волна T_2 строго удовлетворяет условию отсутствия напряжений на плоскости x_1x_2 кристалла. Одна из этих точек $\theta = 45^\circ$ является точкой «рождения» двух поверхностных волн.

Первая поверхностная волна (жирная линия на рис. 1.34), являясь при $\theta = 45^\circ$ чисто сдвиговой объемной вол-

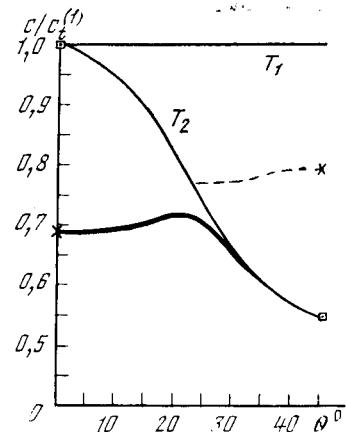


Рис. 1.34. Зависимости скоростей объемных и поверхностных волн в плоскости (001) от направления распространения

ной со смещениями, параллельными свободной поверхности, при $\theta \rightarrow 0$ плавно переходит в рэлеевскую волну со смещениями по осям x_1 и x_3 . В промежуточной области углов у волны имеются все три компоненты смещения.

Вторая поверхностная волна (штриховая линия на рис. 1.34) при $\theta = 45^\circ$ является чисто рэлеевской со смещениями вдоль направления распространения и перпендикулярно границе. При отступлении от этого направления ($\theta < 45^\circ$) данная волна превращается в вытекающую, излучающую энергию в глубь кристалла, поскольку ее фазовая скорость при этом превосходит фазовую скорость объемной поперечной волны T_2 горизонтальной поляризации. При $\theta = 45^\circ$ волна не является вытекающей и излучения нет из-за того, что смещения в ней и в волне T_2 строго ортогональны. При увеличении отклонения $\Delta\theta$ от диагонального направления излучение возрастает, и при $\theta \simeq 25^\circ$ вытекающая волна «переходит» из поверхностной в объемные волны. В волне имеются все три компоненты смещения, причем по мере увеличения $\Delta\theta$ возрастает компонента, перпендикулярная направлению распространения волны и параллельная границе.

В заключение данного раздела остановимся коротко на физическом и математическом смысле вытекающих поверхностных волн. Поскольку все вытекающие поверхностные волны (как звуковые в изотропных твердых телах и в кристаллах, так и электромагнитные) содержат экспоненциально нарастающую с глубиной объемную компоненту, они не могут существовать во всем полупространстве. Физически это означает, что на достаточном удалении от источника вытекающая поверхностная волна распадается на объемные волны. Вытекающие поверхностные волны, как и все рассмотренные здесь поверхностные волны, математически являются собственными функциями соответствующих краевых задач, а их волновые числа — собственными значениями, определяемыми полюсами подынтегральной функции в комплексной плоскости волнового числа k . При удалении от источника эти полюса смещаются (в частности, переходят на другой лист поверхности Римана) и перестают захватываться контуром интегрирования, что приводит к «исчезновению» вытекающей волны вдали от источника [96].

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ВОЛНЫ РЭЛЕЯ В ИЗОТРОПНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

В данной части, написанной в основном по материалам монографии [7] (со ссылками на все необходимые литературные первоисточники), описываются методы возбуждения (приема), свойства и характеристики рэлеевских волн в изотропных твердых телах. Это сделано по двум соображениям. Во-первых, рэлеевские волны в изотропных твердых телах являются основным и наиболее широко используемым на практике типом звуковых поверхностных волн в твердых телах. Во-вторых, материал имеет достаточно общий характер, поскольку качественно все описанные здесь результаты распространяются и на случай волн рэлеевского типа в кристаллах.

Проводимые здесь эксперименты были выполнены с ультразвуковыми рэлеевскими волнами. Однако полученные результаты справедливы для рэлеевских волн любого частотного диапазона.

Глава I

МЕТОДЫ ВОЗБУЖДЕНИЯ И ПРИЕМА ВОЛН РЭЛЕЯ

Для возбуждения ультразвуковых рэлеевских волн существует целый ряд методов. Так, в работе [97] указывается, что пластинка кварца X-среза, опирающаяся на ребро прямоугольного упругого клина (рис. 2.1, а), возбуждает на его гранях «слабые поверхностные волны». Наилучшее возбуждение получается, если пластинка наклонена к граням под углом 45° .

В работе [98] описан метод возбуждения рэлеевских волн кварцевой пластинкой Y-среза, имеющей акустический контакт с поверхностью твердого тела посредством тонкого слоя масла (рис. 2.1, б). Такая пластинка возбуждает две рэлеевские волны, бегущие в отрицательном и положительном направлениях оси x с одинаковыми амплитудами. Как утверждают авторы, амплитуды максимальны

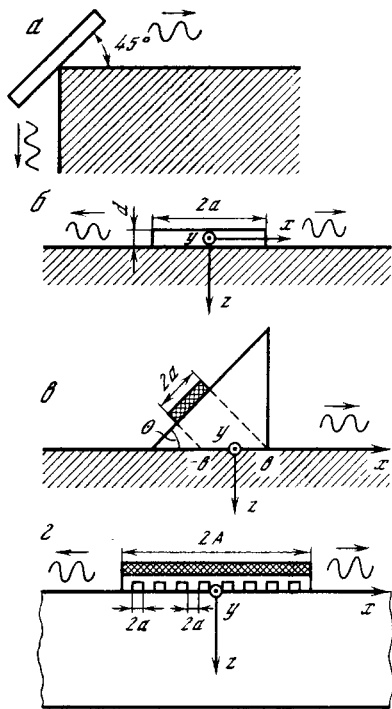


Рис. 2.1. Методы возбуждения и приема ультразвуковых рэлеевских волн

а — с ребра клина; б — кварцевой пластинкой Y-среза; в — клином; г — гребенчатой структурой

вихревых токов с этим полем приводит к колебаниям поверхности и возбуждению рэлеевской волны. В работе [102] данный метод был использован для приема рэлеевских волн с поверхности металлических образцов.

Отметим, что и все остальные описываемые в данном разделе методы возбуждения (со всеми их особенностями) можно обратить и на случай приема.

Наиболее распространенным методом возбуждения рэлеевских волн является так называемый метод клина [97, 103], основанный на преобразовании продольных волн в рэлеевские. В этом методе (рис. 2.1, в) пластмассовая призма вдоль одной своей грани имеет акустический контакт с поверх-

при отношении ширины $2a$ пластинки к толщине d , равном 7 : 1. Основная доля механической энергии пластинки расходуется в этом методе возбуждения на излучение поперечных ультразвуковых волн в глубь твердого тела.

В работах [99—101] для возбуждения рэлеевских волн использовался бесконтактный магнитный метод, основанный на магнитоакустическом эффекте. В этом методе электрический сигнал звуковой частоты подается на специальную магнитную катушку, расположенную у поверхности образца и наводящую на ней периодические в пространстве вихревые токи. Для этого, конечно, образец должен быть из металла или на его поверхность должна быть нанесена металлическая пленка. Вблизи поверхности образца имеется еще и постоянное магнитное поле. Взаимодействие

ностью твердого тела. На наклонной грани призмы располагается пьезопластинка, излучающая плоскую продольную волну, которая падает под углом θ на границу твердого тела с призмой. Угол θ выбирается из условия оптимального возбуждения $\sin \theta_R = c_{кл}/c_R$, где $c_{кл}$ — скорость продольных волн в материале клина; c_R — скорость рэлеевских волн в образце (ясно, что материал призмы должен быть таким, что $c_{кл} < c_R$, поэтому призма делается обычно из пластмассы). При этом на границе твердого тела и призмы создается периодическое возмущение с пространственным периодом, равным длине рэлеевской волны в образце. Поскольку $\theta_R = \arcsin(c_{кл}/c_R)$ больше угла полного внутреннего отражения как для продольной, так и для поперечной волн, прошедшие в образец волны являются неоднородными и возмущение затухает с глубиной. Это возмущение возбуждает рэлеевскую волну, распространяющуюся по поверхности образца в направлении положительной оси x . Наилучшее возбуждение получается, когда проекция ребра призмы на наклонную грань совпадает с передним краем пьезопластинки, как показано на рис. 2.1, в. В методе клина возбуждается практически только одна рэлеевская волна, уровень возбуждаемых объемных волн лежит на 20—30 дБ ниже.

В работе [40] описан несколько видоизмененный метод клина с трансформацией поперечной волны в рэлеевскую. Благодаря меньшей (по сравнению с продольной волной) скорости поперечной волны клин в этом случае может быть сделан не из пластмассы, а из металла, например латуни. Это дает ряд преимуществ: более простая технология изготовления, меньшая изнашиваемость, лучшая возможность согласования материала клина и образца (последнее может повысить эффективность излучения и приема рэлеевских волн в несколько раз по сравнению со случаем пластмассового клина).

В настоящее время метод клина обобщен на высокие частоты. Так, в работе [104] описывается возбуждение ультразвуковых поверхностных волн в кристалле ниобата лития клиновидным преобразователем, изготовленным из кристалла сульфида кадмия. Использование вместо пластмассы кристалла, поверхности которого обработаны с высокой точностью, а затухание звука в котором мало, позволило возбуждать волны в интервале 10—60 МГц. Вместо пьезопластинки на наклонной грани клина был создан путем диффузии серебра в тонкий поверхностный слой этой

границ так называемый диффузионный пьезопреобразователь поперечных объемных волн на указанные частоты. Никаких других изменений в высокочастотном варианте не содержится.

В 1958 г. А. Г. Соколинским [105] был предложен метод возбуждения рэлеевских волн гребенчатой структурой, создающей на поверхности твердого тела (подобно клину) периодическую совокупность нормальных возмущений с пространственным периодом λ_R (при отличии пространственного периода от λ_R возбуждение менее эффективно). Такая структура проще всего может быть выполнена в виде металлической пластинки гребенчатого профиля с периодическим чередованием выступов и пазов шириной $\lambda_R/2$ (рис. 2.1, а) и пластинки кварца Х-среза, лежащей на ней. Гребенчатой структурой можно весьма эффективно возбуждать рэлеевские волны в образце из любого материала, достаточно только сделать ее пространственный период равным λ_R .

Прецизионное изготовление гребенчатых структур позволяет применять этот метод для возбуждения и приема рэлеевских волн и на высоких частотах (порядка 100 МГц и выше [106]). В этом большие преимущества данного метода. Недостатком метода гребенчатой структуры является высокий уровень паразитных сигналов, связанных с излучением структурой объемных волн.

Наконец, отметим еще один способ возбуждения рэлеевских волн, имеющий ценность в области высоких частот [107]. Луч от мощного лазера проходит через решетку, состоящую из прозрачных и непрозрачных полос и создает на поверхности кристаллического образца периодическое чередование освещенности, которое из-за теплового эффекта приводит к появлению периодических механических напряжений, генерирующих рэлеевскую волну. Это по существу тоже разновидность метода гребенчатой структуры.

1. Теория

В работе [108] проведено детальное теоретическое и экспериментальное исследование четырех основных (механических) методов возбуждения рэлеевских волн: клина, гребенчатой структуры, кварцевой пластинки Y- и X-срезов. Последний метод введен нами по аналогии с ме-

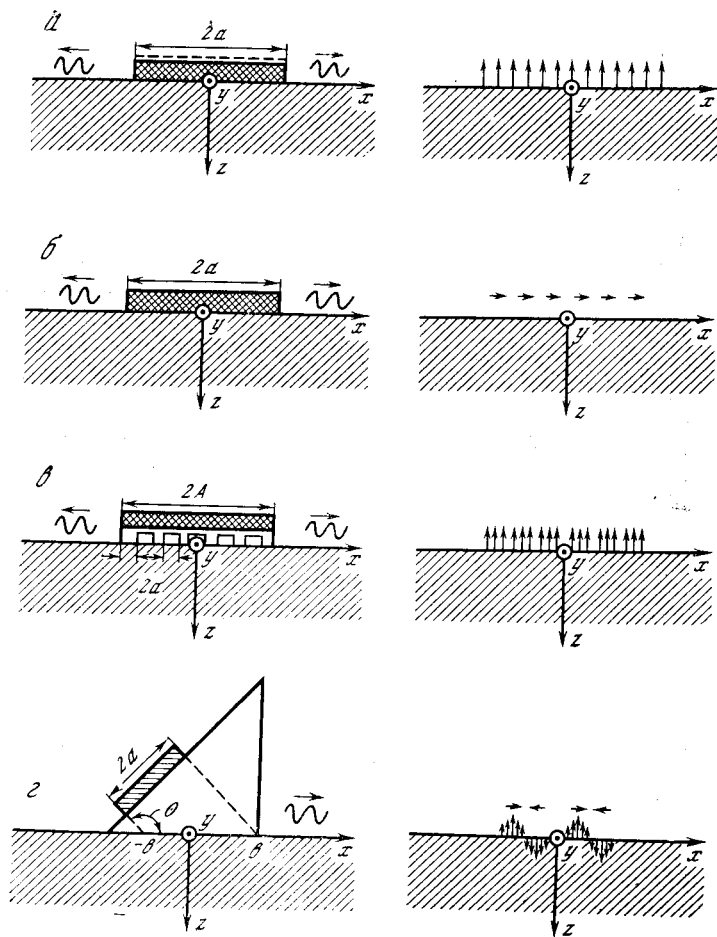


Рис. 2.2. Методы возбуждения рэлеевских волн и их идеализации

тодом кварцевой пластинки Y-среза. Изложим здесь основное содержание этой работы.

Будем считать твердое тело, на поверхности которого возбуждаются рэлеевские волны, однородным изотропным идеально упругим полупространством с плоской свободной границей.

Размеры излучателей по оси y (рис. 2.2) будем предполагать бесконечными и будем считать, что действие излучателя рэлеевских волн на поверхность твердого тела эк-

вивалентно действию напряжений, приложенных к свободной поверхности твердого тела на том участке, где находится излучатель.

При возбуждении кварцевыми пластинками X-среза (рис. 2.2, а) и Y-среза (рис. 2.2, б) имеем соответственно нормальные и касательные напряжения единичной амплитуды, распределенные равномерно в области поверхности $|x| \leq a$, при гребенчатой структуре (рис. 2.2, в) — периодическую совокупность единичных нормальных напряжений, в методе клина (рис. 2.2, е) — систему нормальных и касательных напряжений, приложенных к свободной поверхности твердого тела в области $|x| \leq a/\cos \theta = b$, определяемой геометрическими границами пучка продольных волн, распространяющихся в клине. Напряжения здесь будем считать равными напряжениям, возникающим при падении плоской продольной волны под углом θ на границу двух полупространств, одно из которых состоит из материала клина, а второе — из материала твердого тела (продольная волна падает в первом полупространстве, а ее амплитуда предполагается такой, что нормальные напряжения на площадке, перпендикулярной направлению ее распространения, равны единице).

Строго говоря, «замена» излучателей рэлеевских волн напряжениями допустима только при условии малости волновых сопротивлений материалов излучателей (т. е. кварца, материала гребенчатой структуры и материала клина) по сравнению с материалом твердого тела, что в большинстве практических случаев выполняется только приближенно, однако другой предельный случай (малость волнового сопротивления твердого тела), когда излучатели рэлеевских волн можно было бы «заменить» смещениями, заданными на поверхности твердого тела, еще более далек от практики.

Заметим также, что в методе клина мы будем пренебрегать расхождением пучка продольных волн в клине и смещением отраженного пучка на границе клин — твердое тело.

Зависимость напряжений от времени будем предполагать сперва гармонической, затем полученные результаты обобщим на случай импульсного режима.

При сделанных предположениях исследование четырех методов возбуждения рэлеевских волн сводится к исследованию колебаний полупространства при следующих напряжениях на его границе.

В случае возбуждения кварцевой пластинкой X-среза

$$T_{xz}|_{z=0} = 0 \text{ при } |x| < \infty,$$

$$T_{zz}|_{z=0} = \begin{cases} T(t) = e^{-i\omega t} & \text{при } |x| \leq a, \\ 0 & \text{при } |x| > a. \end{cases} \quad (2.1)$$

В случае возбуждения кварцевой пластинкой Y-среза

$$T_{zz}|_{z=0} = 0 \text{ при } |x| < \infty,$$

$$T_{xz}|_{z=0} = \begin{cases} T(t) = e^{-i\omega t} & \text{при } |x| \leq a, \\ 0 & \text{при } |x| > a. \end{cases} \quad (2.2)$$

В случае возбуждения гребенчатой структурой

$$T_{xz}|_{z=0} = 0 \text{ при } |x| < \infty,$$

$$T_{zz}|_{z=0} = \begin{cases} T(t) = e^{-i\omega t} & \text{при } |x| \in G, \\ 0 & \text{при } |x| \notin G, \end{cases} \quad (2.3)$$

где $G = \sum_{i=0}^{\pm n} g_i$ — область, состоящая из $2n + 1$ элементарных областей g_i , границы которых определяются на плоскости $z = 0$ прямыми $x_{\text{нач}} = (4i + 1)a$, $x_{\text{кон}} = (4i - 1)a$.

В случае возбуждения клином

$$T_{zz}|_{z=0} = \begin{cases} T_z e^{ik_0 x} T(t) & \text{при } |x| \leq b, \\ 0 & \text{при } |x| > b, \end{cases} \quad (2.4)$$

$$T_{xz}|_{z=0} = \begin{cases} T_x e^{ik_0 x} T(t) & \text{при } |x| \leq b, \\ 0 & \text{при } |x| > b, \end{cases}$$

где $k_0 = k_{\text{кл}} \sin \theta$; $T(t) = e^{-i\omega t}$; T_x и T_z — безразмерные комплексные амплитуды напряжений.

Методика теоретического расчета одинакова для всех методов возбуждения. Поэтому ограничимся приведением краткой схемы расчета для метода возбуждения кварцевой пластинкой X-среза, а для остальных методов выпишем только окончательные результаты.

Введем для области, занятой упругим полупространством, потенциалы ϕ и ψ продольных и поперечных (сдвиговых) волн, удовлетворяющие волновым уравнениям (1.5), (1.6). Будем искать ϕ и ψ в форме интегралов

Фурье:

$$\begin{aligned}\varphi &= \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(k) \exp[i(kx + \sqrt{k_l^2 - k^2}z - \omega t)] dk, \\ \psi &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi(k) \exp[i(kx + \sqrt{k_l^2 - k^2}z - \omega t)] dk.\end{aligned}\quad (2.5)$$

Функции $\varphi(k)$ и $\psi(k)$ определим из граничных условий (2.1), записывая выражения для напряжений тоже в форме интегралов Фурье и выражая напряжения T_{zz} и T_{xz} через φ и ψ .

С учетом найденных таким образом $\varphi(k)$ и $\psi(k)$ из (2.5) можно вычислить смещения и напряжения в любой точке полупространства, т. е. определить полное поле. Поскольку нас интересуют главным образом рэлеевские волны, т. е. та часть поля, которая локализована у поверхности, будем вычислять поверхностные смещения. Анализ поверхностных смещений вместе с тем дает представление и о совокупности объемных волн, возбуждаемых в каждом случае наряду с рэлеевскими.

Для нормального и касательного поверхностных смещений имеем

$$\begin{aligned}U_{z0} &= \frac{ik_l^2}{\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{kF(k)} \sqrt{k_l^2 - k^2} \sin kae^{ikx} dk, \\ U_{x0} &= -\frac{i}{\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{F(k)} (2k^2 - k_l^2 + 2\sqrt{k_l^2 - k^2} \times \\ &\quad \times \sqrt{k_l^2 - k^2}) \sin kae^{ikx} dk,\end{aligned}\quad (2.6)$$

где $F(k) = -4k^2 \sqrt{k_l^2 - k^2} \sqrt{k_l^2 - k^2} - (k_l^2 - 2k^2)^2$.

Для вычисления интегралов (2.6) рассмотрим их в комплексной плоскости k . В этой плоскости у подынтегральных функций есть следующие особенности: точки ветвления $k = \pm k_l$, радикалов $\sqrt{k_l^2 - k^2}$ и простые полюса $k = \pm k_R$, соответствующие простым корням функции $F(k)$ (см., например, [92]). Чтобы сделать функции $\sqrt{k_l^2 - k^2}$ однозначными, образуем из четырех листов плоскости k четырехлистную поверхность Римана, проведя разрезы, как показано на рис. 2.3. Назовем верхним лис-

том поверхности Римана тот, на котором знаки радикалов $\sqrt{k_l^2 - k^2}$ соответствуют удовлетворению принципа излучения для решения (2.5) на вещественной оси (путь интегрирования). Это означает, что при этом решение состоит только из волн, уходящих от границы полупространства на бесконечность, и из неоднородных волн, распространяющихся вдоль границы и затухающих с глубиной (по оси z). Пути интегрирования в выражениях (2.5), (2.6) проходят по вещественной оси верхнего листа поверхности Римана.

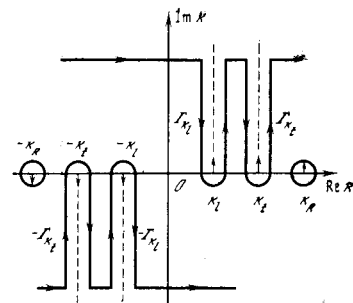


Рис. 2.3. Комплексная плоскость k и путь интегрирования

Будем вычислять поверхностные смещения для области вне пластинки ($|x| > a$). Перемещая пути интегрирования интегралов (2.6) с вещественной оси верхнего листа в положительную или отрицательную (в зависимости от знака x) мнимые бесконечности, сведем интегралы (2.6) к вычетам в точках $k = \pm k_R$ и интегралам по берегам разрывов (см. рис. 2.3) (направление обхода полюсов $k = \pm k_R$, лежащих на вещественной оси, определится введением в упругое полупространство бесконечно малого затухания, при котором полюса сместятся с вещественной оси (см. стрелки на рис. 2.3)). Для больших x ($k_l a$ ($x - a$) $\gg 1$) интегралы по берегам разрывов можно вычислить приближенно методом наискорейшего спуска, и тогда для U_{z0} и U_{x0} будем иметь выражения (2.7). Ниже приведены соответствующие формулы для всех методов возбуждения.

В случае возбуждения пластинкой X-среза кварца ($k_l a$ ($x - a$) $\gg 1$)

$$\begin{aligned}U_{z0} &= -iA \frac{q_R}{k_R} \frac{\sin k_R a}{k_R} \exp(ik_R x) + \\ &\quad + B_1 \frac{\sin k_l a}{k_l} \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + \\ &\quad + C_1 \frac{\sin k_l a}{k_l} \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + O\left[\frac{1}{k_l^2 x^2}\right],\end{aligned}$$

$$U_{x0} = A \frac{k_R^2 + s_R^2}{2k_R^2} \frac{\sin k_R a}{k_R} \exp(ik_R x) + \quad (2.7)$$

$$+ B_2 \frac{\sin k_l a}{k_l} \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + C_2 \frac{\sin k_t a}{k_t} \times$$

$$\times \frac{\exp(ik_t x)}{k_t^{3/2} x^{3/2}} + O\left[\frac{1}{k_{l,t}^2 x^2}\right].$$

В случае возбуждения пластинкой Y-среза кварца ($k_{l,t}(x-a) \gg 1$)

$$U_{z0} = -A \frac{k_R^2 + s_R^2}{2k_R^2} \frac{\sin k_R a}{k_R} \exp(ik_R x) +$$

$$+ B_3 \frac{\sin k_l a}{k_l} \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + C_3 \frac{\sin k_t a}{k_t} \times$$

$$\times \frac{\exp(ik_t x)}{k_t^{3/2} x^{3/2}} + O\left[\frac{1}{k_{l,t}^2 x^2}\right], \quad (2.8)$$

$$U_{x0} = -iA \frac{s_R}{k_R} \frac{\sin k_R a}{k_R} \exp(ik_R x) + B_4 \frac{\sin k_t a}{k_t} \times$$

$$\times \frac{\exp(ik_t x)}{k_t^{3/2} x^{3/2}} + C_4 \frac{\sin k_l a}{k_l} \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + O\left[\frac{1}{k_{l,t}^2 x^2}\right].$$

В случае возбуждения гребенчатой структурой ($k_{l,t}x - (4n+1)k_{l,t}a \gg 1$)

$$U_{z0} = -iA \frac{q_R}{k_R} \sum k_R a_n \exp(ik_R x) +$$

$$+ B_5 \sum k_l a_n \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + C_5 \sum k_t a_n \times$$

$$\times \frac{\exp(ik_t x)}{k_t^{3/2} x^{3/2}} + O\left[\frac{1}{k_{l,t}^2 x^2}\right], \quad (2.9)$$

$$U_{x0} = A \frac{k_R^2 + s_R^2}{2k_R^2} \sum k_R a_n \exp(ik_R x) +$$

$$+ B_6 \sum k_l a_n \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + C_6 \sum k_t a_n \times$$

$$\times \frac{\exp(ik_t x)}{k_t^{3/2} x^{3/2}} + O\left[\frac{1}{k_{l,t}^2 x^2}\right].$$

В случае возбуждения клином ($k_{l,t}(b-x) \gg 1$)

$$U_{z0} = -A \left(i \frac{q_R}{k_R} T_z + \frac{k_R^2 + s_R^2}{2k_R^2} T_x \right) \frac{\sin(k_0 - k_R) b}{k_0 - k_R} \times$$

$$\times \exp(ik_R x) + (B_7 T_z + B_8 T_x) \frac{\sin(k_0 - k_l) b}{k_0 - k_l} \times$$

$$\times \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + (C_7 T_z + C_8 T_x) \frac{\sin(k_0 - k_t) b}{k_0 - k_t} \times$$

$$\times \frac{\exp(ik_t x)}{k_t^{3/2} x^{3/2}} + O\left[\frac{1}{k_{l,t}^2 x^2}\right], \quad (2.10)$$

$$U_{x0} = A \left(\frac{k_R^2 + s_R^2}{2k_R^2} T_z - i \frac{s_R}{k_R} T_x \right) \frac{\sin(k_0 - k_R) b}{k_0 - k_R} \times$$

$$\times \exp(ik_R x) + (B_9 T_z + B_{10} T_x) \frac{\sin(k_0 - k_l) b}{k_0 - k_l} \times$$

$$\times \frac{\exp(ik_l x)}{k_l^{3/2} x^{3/2}} + (C_9 T_z + C_{10} T_x) \times$$

$$\times \frac{\sin(k_0 - k_t) b}{k_0 - k_t} \frac{\exp(ik_t x)}{k_t^{3/2} x^{3/2}} + O\left[\frac{1}{k_{l,t}^2 x^2}\right].$$

Здесь $\Sigma k_{l,t,R} a_n = \frac{1}{k_{l,t,R}} [\sin(4n+1)k_{l,t,R} a - \sin(4n-1)k_{l,t,R} a + \sin(4n-3)k_{l,t,R} a - \sin(4n-5)k_{l,t,R} a + \dots + \sin k_{l,t,R} a]$;

$$A = \frac{k_l^2 q_R s_R}{2\mu [k_R^2 (q_R^2 + s_R^2) - 2q_R s_R (k_R^2 + s_R^2 - q_R s_R)]};$$

$B_1, \dots, B_{10}, C_1, \dots, C_{10}$ — комплексные константы, зависящие от коэффициента Пуассона ν и постоянной Ламе μ упругой среды.

Из приведенных формул видно, что при каждом методе возбуждения выражения поверхностных смещений вдали от области, где приложены напряжения, состоят из суммы ряда членов, каждый из которых, как это следует из их фазовых множителей, соответствует определенному типу волн. Первые слагаемые формул (2.7) — (2.10) соответствуют рэлеевским, вторые и третьи — продольным и поперечным волнам, распространяющимся вправо от областей приложения напряжений. Амплитуды поверхностных смещений в этих объемных волнах существенно меньше

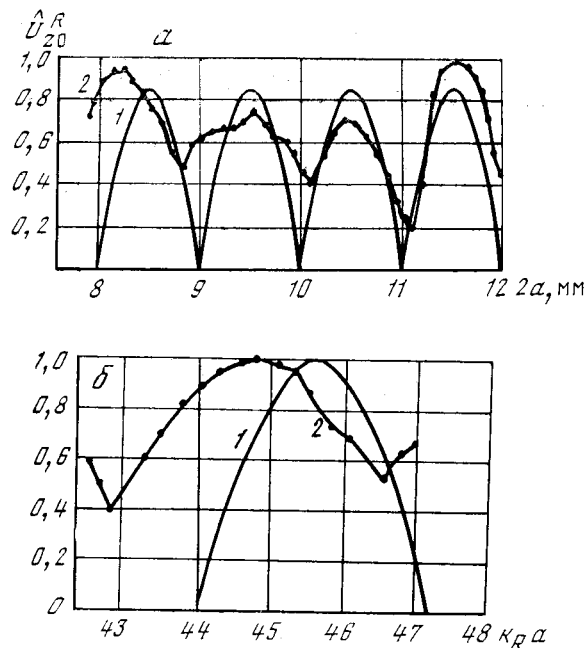


Рис. 2.4. Зависимости амплитуды рэлеевской волны от ширины кварцевых пластинок X- (а) и Y-среза (б)

1 — теория; 2 — эксперимент

(в $k_l^{3/2} x^{3/2}$ раз) соответствующих амплитуд в рэлеевской волне и убывают с расстоянием вдоль поверхности полупространства по закону $(k_l x)^{-3/2}$. Такое быстрое убывание амплитуд объясняется тем, что основная часть энергии продольных и поперечных волн излучается в глубь полупространства, а не вдоль его свободной границы. Данные лучи объемных волн, скользящие вдоль границы, в сейсмологии называются головными волнами. В последнее время головные волны стали изучаться и на ультразвуковых частотах [109—110].

Укажем, что при больших отрицательных x амплитуды U_{z0} и U_{x0} отличаются от амплитуд (2.7) — (2.10) лишь знаками. Исключение составляет случай клина, где излучение в направлении $-x$ меньше, чем в направлении $+x$. В частности, при $k_0 \simeq k_R$ амплитуда рэлеевской волны, бегущей в направлении $-x$, ничтожно мала (в $2k_R b$ раз меньше амплитуды в направлении $+x$).

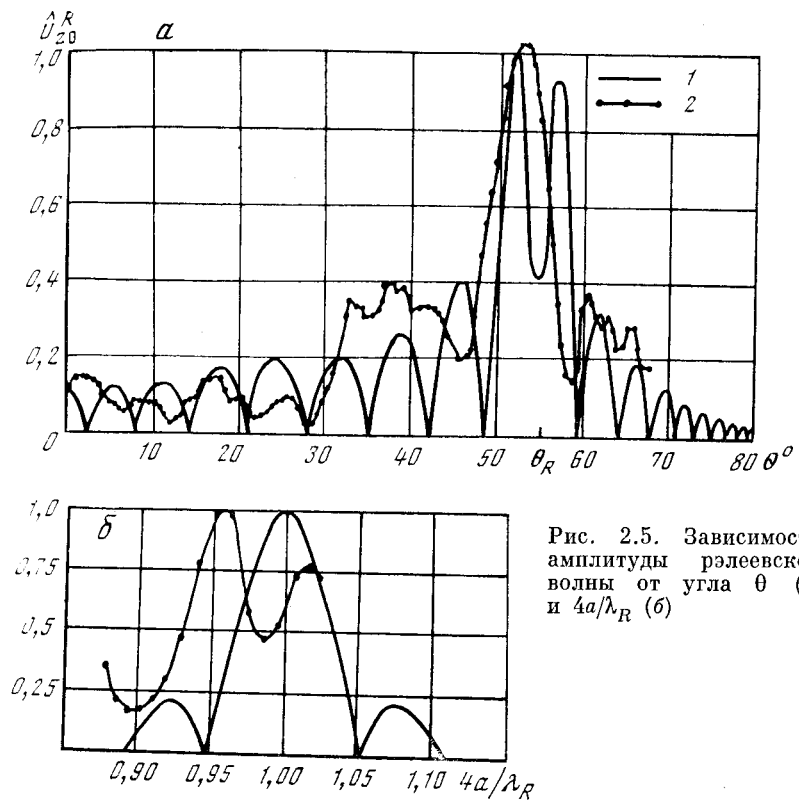


Рис. 2.5. Зависимости амплитуды рэлеевской волны от угла θ (а) и $4a/\lambda_R$ (б)

Анализируя выражения амплитуд поверхностных смещений $\hat{U}_{z0}^R$ и $\hat{U}_{x0}^R$ в рэлеевской волне, возбуждаемой в каждом методе, можно сделать следующие выводы.

1. При возбуждении пластинками X- и Y-срезов кварца амплитуда рэлеевской волны зависит от ширины $2a$ пластинки синусоидально (см. первые слагаемые в (2.7) и (2.8) и рис. 2.4, на котором приведены теоретические (1) и экспериментальные (2) кривые; упругое полупространство предполагается здесь и в дальнейшем «алюминиевым»).

2. При возбуждении рэлеевских волн гребенчатой структурой и клином, когда на поверхности полупространства имеется область с периодическими возмущениями, амплитуда рэлеевской волны очень сильно зависит от длины пространственного периода этих возмущений, т. е. от угла θ и размера $4a$ соответственно (рис. 2.5). На рис.

2.5 приведены теоретические кривые (1), рассчитанные по формулам (2.9) и (2.10) для случая гребенчатой структуры с числом элементарных ячеек, равным 19 ($n = 9$), и полистиролового клина с кварцевой пластинкой шириной $2a = 7,66 \lambda_{\text{кл}}$, и экспериментальные кривые (2). Анализируя выражения (2.9) и (2.10), легко убедиться, что острота максимумов кривых на рис. 2.5 пропорциональна размеру области возмущения, т. е. числу ячеек m и величине $2b$.

3. При возбуждении рэлеевских волн пластинками X- и Y-срезов кварца максимальная эффективность возбуждения, получающаяся при $2a = \lambda_R/2$, $3\lambda_R/2$, $5\lambda_R/2$, не зависит от ширины пластинки $2a$. При возбуждении гребенчатой структурой и клином максимальная амплитуда рэлеевской волны, соответствующая случаям $4a = \lambda_R$ и $\theta \simeq \arcsin(k_R/k_{\text{кл}})$, как следует из выражений (2.9) и (2.10), прямо пропорциональна размеру излучателей в направлении распространения рэлеевской волны и теоретически может быть неограниченной.

На основании полученных результатов можно сделать выводы и относительно импульсного режима возбуждения. Рассмотрим наиболее часто встречающийся случай, когда импульс механических напряжений, которыми мы «заменяем» излучатель, имеет прямоугольную форму и синусоидальное заполнение, т. е. функция $T(t)$ (см. (2.1) — (2.4)) равна

$$T(t) = \begin{cases} \exp(-i\omega_0 t) & \text{при } |t| \leq \tau, \\ 0 & \text{при } |t| > \tau \end{cases} \quad (2.11)$$

(где 2τ — длительность; ω_0 — частота заполнения импульса), причем в начальный и конечный моменты времени напряжения равны нулю ($\text{Re } e^{\pm i\omega_0 \tau} = \cos \omega_0 \tau = 0$). Представляя $T(t)$ в форме интеграла Фурье, можно после несложных вычислений получить решение для импульсного режима из суперпозиции решений (2.7) — (2.10) для непрерывного режима.

На рис. 2.6 изображены осциллограммы механического напряжения T_{zz} или T_{xz} (рис. 2.6, а) и нормального поверхностного смещения в рэлеевской волне (для всех методов возбуждения: б и в — X- и Y-срезами кварца, г — гребенчатой структурой, д — клином), рассчитанные для возбуждения пластинками X- и Y-срезов кварца в предположении $\sin k_R a = 1$, для возбуждения гребенчатой структурой при $m = 3$ и для метода клина при $k_0 = k_R$.

($\theta = \theta_R$). Как видно из рис. 2.6, во всех методах возбуждения, кроме метода клина, импульс рэлеевских волн имеет большую (по сравнению с импульсом напряжений) длительность и измененную форму (ступенчатую при возбуждении пластинками X- и Y-срезов (см. рис. 2.6, б, в) и трапецеидальную при возбуждении гребенчатой структурой (см. рис. 2.6, г)). Это изменение формы и длительности связано с процессом установления колебаний в области приложения напряжений, для чего необходимо время $2L/c_R$, где L — размер излучателя в направлении распространения рэлеевских волн. В методе клина при $k_0 = k_R$ установление происходит вместе с постепенным появлением напряжений в области $|x| \leq b$. Соответственный импульс напряжений, созданный продольными волнами в клине, в начальный момент времени появляется на левой границе области $|x| \leq b$ и распространяется затем к правой со скоростью c_R . К моменту появления напряжений во всей области $|x| \leq b$ колебания устанавливаются также во всей области. Поэтому импульс рэлеевских волн повторяет форму импульса напряжений.

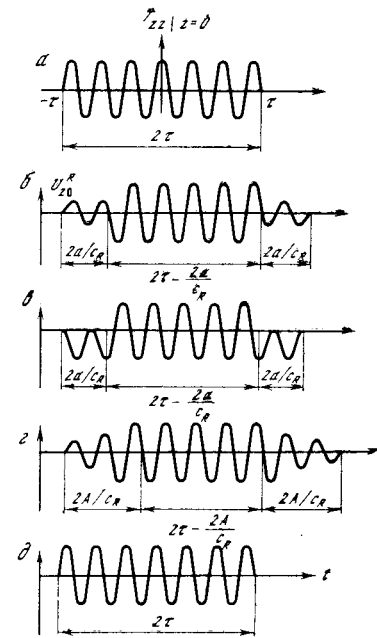


Рис. 2.6. Осциллограммы смещений и механических напряжений а — механическое напряжение T_{zz} или T_{xz} ; б — в — нормальные поверхностные смещения при возбуждении X-срезом кварца, Y-срезом кварца, гребенчатой структурой и клином соответственно

2. Экспериментальное исследование

Экспериментальная проверка результатов теоретического расчета проводилась на импульсной установке, состоящей из генератора прямоугольных электрических импульсов с частотой заполнения 2,5 — 3,5 МГц, резон-

нансного усилителя и индикатора (синхроскоп). Звукпроводом для рэлеевских волн служили алюминиевые стержни прямоугольного сечения размером $25 \times 65 \times 500$ мм. Прием рэлеевских волн при всех экспериментах осуществлялся методом клина. Измерения проводились при длительности электрического импульса 2—20 мкс. Отсчеты амплитуд импульсов на индикаторе производились по средней части импульса, соответствующей установившемуся режиму колебаний, к которому применимы формулы (2.7) — (2.10).

Для определения зависимости амплитуды нормально-го поверхностного смещения в рэлеевской волне $\hat{U}_{z0}^R$ от ширины кварцевой пластинки X-среза изменялась длина площадки, вдоль которой осуществлялся (при помощи слоя масла) акустический контакт кварцевой пластинки X-среза и стержня. Для снятия аналогичной зависимости при Y-срезе кварцевая пластинка приклеивалась через резину к поверхности стержня и изменялась частота заполнения электрического импульса, подаваемого на пластинку, т. е. размер пластинки в длинах λ_R .

Полученные кривые $\hat{U}_{z0}^R(2a)$ и $\hat{U}_{z0}^R(k_R a)$ отмечены точками на рис. 2.4. Кривые нормированы: средняя высота максимумов экспериментальной кривой $\hat{U}_{z0}^R(2a)$ взята равной высоте максимумов теоретической, а у экспериментальной и теоретической кривых $\hat{U}_{z0}^R(k_R a)$ высоты приняты одинаковыми. Как видно из рис. 2.4, экспериментальные кривые обнаруживают качественно тот же периодический характер зависимости амплитуды от ширины пластинок, что и теоретические. Однако количественно кривые заметно отличаются.

При методе клина для исследования зависимости амплитуды рэлеевской волны от длины пространственного периода возмущений, создаваемых излучателем, т. е. от угла θ , использовался круговой полистироловый сектор раствора 90° , контактирующий со стержнем, и перемещаемый по сектору ползунок с кварцевой пластинкой X-среза, укрепленный на нем. Ползунок можно было закреплять в любом положении на секторе, что позволяло направлять пучок продольных волн на поверхность стержня под углами в пределах $0-80^\circ$. При снятии аналогичной зависимости $\hat{U}_{z0}^R(4a/\lambda_R)$ для гребенчатой структуры использовалась алюминиевая пластинка гребенчатого профиля с кварцевой пластинкой X-среза, лежащей на ней. Параметр

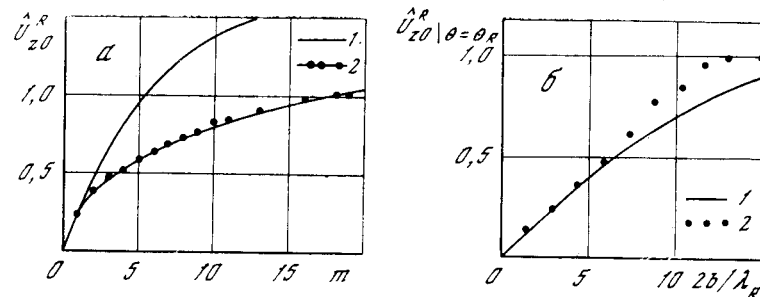


Рис. 2.7. Зависимости амплитуды рэлеевской волны от числа выступов гребенчатого профиля (а) и от размера $2b/\lambda_R$ (б)

Обозначения те же, что на рис. 2.4

$4a/\lambda_R$ менялся посредством изменения частоты заполнения электрического импульса, подаваемого на излучатель. Акустический контакт полистиролового сектора и стержня обеспечивался твердой пленкой клея БФ-4, остальные акустические контакты осуществлялись маслом.

Экспериментальные кривые $\hat{U}_{z0}^R(\theta)$ (см. рис. 2.5, а) и $\hat{U}_{z0}^R(4a/\lambda_R)$ (см. рис. 2.5, б) приведены к теоретическим: средняя высота первых трех максимумов экспериментальной кривой $\hat{U}_{z0}^R(\theta)$ взята равной средней высоте теоретической, а у кривых $\hat{U}_{z0}^R(4a/\lambda_R)$ высоты главных максимумов сделаны одинаковыми. Из рисунков видно, что качественный характер экспериментальных и теоретических кривых одинаков. Характерной особенностью экспериментальной кривой на рис. 2.5, а (по сравнению с теоретической) является более ярко выраженный главный максимум, положение которого удовлетворяет (в пределах ошибки измерений) условию $k_0 = k_R$ ($\theta = \theta_R = \arcsin k_R/k_{\text{кл}}$), что находится в согласии с данными работы [103].

Изучались также зависимости амплитуды рэлеевской волны в резонансных методах возбуждения от размера излучателей в направлении распространения волны при пространственном резонансе, т. е. при $4a = \lambda_R$ и $\theta = \theta_R$. Для снятия зависимости $\hat{U}_{z0}^R(m)$ менялось число выступов пластинки гребенчатого профиля, вдоль которых осуществлялся акустический контакт ее со стержнем. Зависимость $\hat{U}_{z0}^R|_{\theta=\theta_R}(2b/\lambda_R)$ изучалась путем изменения ширины $2a$ площадки акустического контакта кварцевой пластинки, укрепленной на наклонной грани клина,

с клином. Описанные зависимости показаны на рис. 2.7. Здесь же тонкими линиями отмечены соответствующие теоретические кривые, построенные на основании (2.9) и (2.10) с учетом экспериментально измеренного затухания рэлеевской волны, при распространении под излучателем, которое не учитывалось в (2.9) и (2.10). При построении теоретических кривых их амплитудный множитель выбирался из условия совпадения наклона экспериментальных и теоретических кривых вблизи начала координат. Как видно из рис. 2.7, теоретическая и экспериментальная кривые $\hat{U}_{20}^R|_{\theta=\theta_R}(2b/\lambda_R)$ удовлетворительно совпадают одна с другой, а экспериментальная кривая $\hat{U}_{20}^R(m)$ стремится к «насыщению» быстрее теоретической.

Описанные эксперименты подтверждают, что амплитуда рэлеевской волны при всех методах возбуждения сильно зависит от размера излучателя в направлении распространения волны, а в резонансных методах — еще и от пространственной структуры излучателя.

Таблица 2.1

Метод возбуждения	Контактный переходный слой	K, дБ
Возбуждение рэлеевских волн кварцевой пластинкой X-среза	Касторовое масло	56,8
Возбуждение рэлеевских волн кварцевой пластинкой Y-среза	Церезин	56,4
Возбуждение рэлеевских волн кварцевой пластинкой Y-среза с отношением $2a:d=7:1$ ($\sin k_R a \neq 1$)	»	57,5
Возбуждение рэлеевских волн алюминиевой пластинкой гребенчатого профиля ($m=19$, $2A=18,5\lambda_R$) с кварцевой пластинкой X-среза, укрепленной на ней	Касторовое масло	41,1
Возбуждение рэлеевских волн полистироловым клином ($2b=17\lambda_R$)	Клей БФ-4	51,4
Возбуждение и прием продольных волн кварцевыми пластинками X-среза	Касторовое масло	35,3
Возбуждение и прием поперечных волн кварцевыми пластинками Y-среза	Церезин	35,7

Измерялись коэффициенты преобразования K электрического импульса в акустический и обратно для всех методов возбуждения. Под K понимается, как обычно, отношение амплитуды электрического напряжения на излучателе к амплитуде ЭДС, развиваемой приемником. Приемником служил полистироловый клин. В табл. 2.1 приведены значения K , соответствующие максимальным (в каждом случае) амплитудам рэлеевских волн (т. е. измеренные при $\sin k_R a = 1$, $4a = \lambda_R$, $\theta = \theta_R$). Для сравнения приведены значения K и для объемных волн. Все измерения сделаны на частоте $f \simeq 2,7$ МГц.

Из таблицы видно, что наиболее эффективен метод гребенчатой структуры, однако даже для него эффективность заметно ниже, чем при возбуждении и приеме объемных волн. Данные табл. 2.1, рис. 2.4 и формула (2.8), как нам представляется, опровергают утверждение авторов работы [98] о том, что амплитуда рэлеевской волны, излучаемой кварцевой пластинкой Y-среза, максимальна при отношении ширины $2a$ пластинки к толщине d , равном 7 : 1.

На рис. 2.8 приведены фотографии импульсов рэлеевских волн при возбуждении пластинками кварца X-среза (б) и Y-среза (в), гребенчатой структурой (г) и клином (д). Фотографии получены при следующих размерах излучателей в направлении распространения рэлеевской волны: $2a = 15$, $2A = 18$, $2b = 16$ мм, причем амплитуда рэлеевской волны в каждом случае была максимальна, т. е. соответствовала условиям $\sin k_R a = 1$, $4a = \lambda_R$, $\theta = \theta_R$. Для оценки искажений, вносимых в импульс рэлеевских волн кварцевой пластинкой и усилителем, импульс рэлеевских волн сравнивался не с импульсом электрического напряжения, а с импульсом продольных волн, излученных и принятых кварцевой пластинкой X-среза (рис. 2.8, а).

Как видно из рис. 2.8, в соответствии с теоретическими данными (см. рис. 2.6) импульс рэлеевских волн во всех методах возбуждения удлиняется и изменяет форму (по сравнению с импульсом электрического напряжения), кроме метода клина, где и длительность и форма сохраняются.

Как отмечалось выше, большинство приведенных экспериментальных данных совпадают с соответствующими теоретическими только качественно. Это обусловлено, по-видимому, в основном несоответствием теоретических иде-

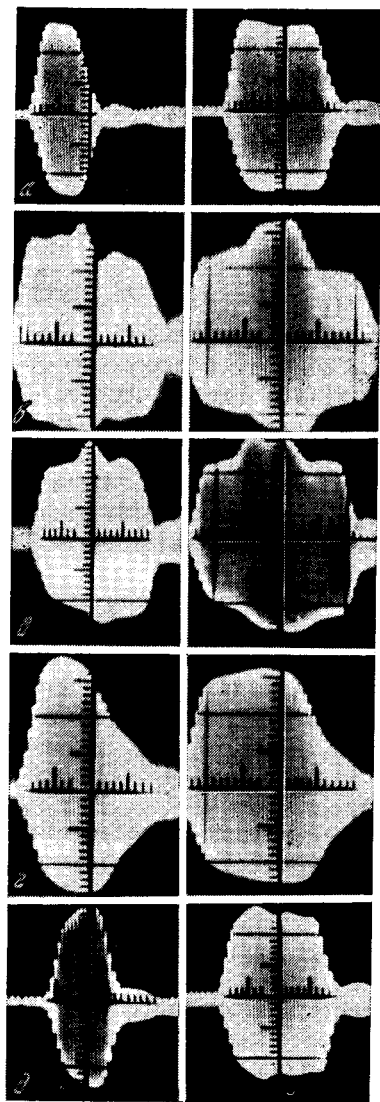


Рис. 2.8. Фотографии импульса продольных волн (а) и импульсов рэлеевских волн при возбуждении последних пластинкой кварца Х-среза (б), Y-среза (с), гребенчатой структурой (д) и клином (д)

Левые снимки — длительность эллиптического импульса $2\tau = 5$ мкс, правые — $2\tau = 10$ мкс

ализаций реальному положению вещей, заключающемуся в следующем:

1) действие излучателя на поверхность твердого тела не эквивалентно действию поверхностных напряжений;

2) распределения напряжений, создаваемых рассматриваемыми реальными излучателями рэлеевских волн, отличны от идеализированных (см. рис. 2.2) вследствие непоршнеобразных колебаний вырезанных прямоугольно кварцевых пластинок (см. [6]), неоднородности контактного переходного слоя, расхождения и затухания пучка продольных волн в материале клина (для метода клина) и несовершенств в изготовлении алюминиевой пластинки гребенчатого профиля: неодинаковая ширина пазов и выступов и пр. (для метода гребенчатой структуры);

3) при распространении вдоль поверхности акустического контакта излучателя и стержня рэлеевские волны затухают (что учитывалось

лишь при построении теоретических кривых на рис. 2.7), вследствие чего вклад разных участков контактной поверхности излучателя в образование рэлеевской волны неодинаков.

Кроме того, на различии экспериментальных и теоретических кривых могли сказаться ошибки эксперимента, в особенности ошибка измерения частоты ω_0 , влияющая на положение максимумов и минимумов экспериментальных кривых $\hat{U}_{20}^R(k_R a)$ и $\hat{U}_{20}^R(4a/\lambda_R)$ на рис. 2.4 и 2.5.

Из приведенного исследования ясно, что при возбуждении рэлеевских волн зависимость амплитуды этих волн от параметров излучателя имеет ряд характерных дополнительных особенностей по сравнению со случаем излучения объемных волн. Эти особенности описываются формулами (2.7)–(2.10), и при выборе того или иного метода возбуждения, а также при конструировании соответствующего излучателя их нужно учитывать.

3. Диаграммы направленности излучателей рэлеевских волн

До сих пор мы везде предполагали размеры излучателей по оси y бесконечными, считая рэлеевские волны плоскими. Конечность размеров излучателей по оси y приводит к появлению у излучателей диаграмм направленности.

В этом разделе, написанном на основе работы [111], мы теоретически и экспериментально рассмотрим вопрос о диаграммах направленности при резонансных методах возбуждения рэлеевских волн (методе гребенчатой структуры и методе клина). Диаграммы направленности при нерезонансных методах (методы кварцевых пластинок Х- и Y-срезов) можно получить как частный случай диаграмм направленности для метода гребенчатой структуры, когда число элементарных областей возбуждения g_i (число выступов пластинки гребенчатого профиля) равно единице.

Для расчета диаграмм сделаем ряд упрощающих предположений.

1. Как и ранее, будем считать твердое полупространство, где происходит распространение, изотропным, однородным и идеально упругим.

2. Поскольку энергия волнового пучка рэлеевских волн расходится в двух измерениях, структура волн по третьему измерению совершенно не существенна для диа-

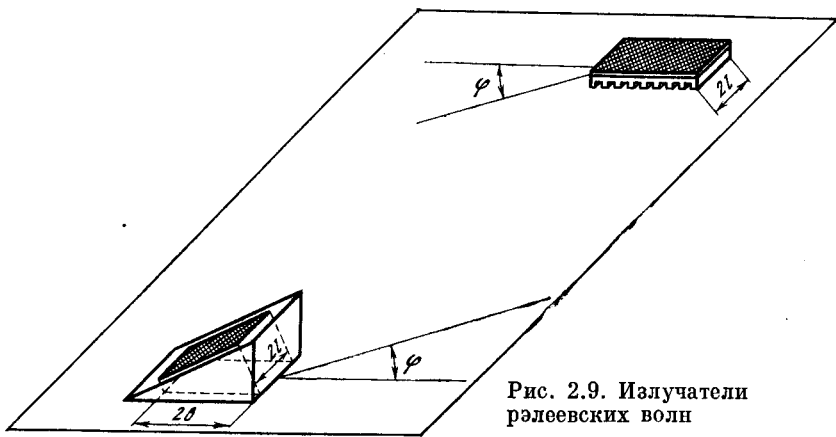


Рис. 2.9. Излучатели рэлеевских волн

грамм, и мы будем рассматривать плоскую задачу, считая, что волновое распространение происходит в плоскости r, φ (рис. 2.9).

3. Заменим реальный излучатель рэлеевских волн совокупностью элементарных излучателей, распределенных по соответствующему закону в той области плоскости r, φ , где находился реальный излучатель. В случае пластинки гребенчатого профиля такой областью будет ряд полосок на плоскости r, φ , соответствующих выступам пластинки, в случае клина — сечение пучка продольных волн в клине (без учета расхождения) плоскостью r, φ .

4. Амплитуду смещения, создаваемого на плоскости r, φ элементарным излучателем, будем считать пропорциональной $H_0^{(1)}(k_R r) \exp(-i\omega t - \delta \rho)$, где $H_0^{(1)}(k_R r)$ — функция Ганкеля первого рода нулевого номера. Множитель $e^{-\delta \rho}$ учитывает затухание волны от элементарного излучателя при ее прохождении через область, занимаемую другими элементарными излучателями (δ — коэффициент затухания на единичном пути). Такое затухание является экспериментально установленным фактом (см. разд. 2 этой главы) и объясняется трансформацией рэлеевской волны в другие типы волн, когда отдельные участки поверхности полупространства перестают быть свободными. Для используемых нами излучателей коэффициент δ , найденный экспериментально, равнялся $0,019 \text{ см}^{-1}$ для пластинки гребенчатого профиля и $0,020 \text{ см}^{-1}$ для клина.

Интегрируя по всем элементарным излучателям и производя необходимые вычисления, получим для диаграмм

направленности пластинки гребенчатого профиля и клина следующие выражения:

$$N_r = \begin{cases} \frac{\sin(k_R l \sin \varphi)}{k_R l \sin \varphi} \frac{\sin(\pi \cos \varphi / 2)}{\cos \varphi} \exp \left[\bar{\delta} \left(1 - \frac{1}{\cos \varphi} \right) \right] \times \\ \times \{ [1 + \exp(-4m\bar{\delta}/\cos \varphi) - 2 \exp(-2m\bar{\delta}/\cos \varphi) \times \\ \times \cos(2\pi m \cos \varphi)]^{1/2} / [1 + \exp(-4\bar{\delta}/\cos \varphi) - \\ - 2 \exp(-2\bar{\delta}/\cos \varphi) \cos(2\pi \cos \varphi)]^{1/2} \} \times \\ \times \frac{1 - \exp(-2\bar{\delta})}{1 - \exp(-2m\bar{\delta})} \quad \text{при } \varphi \simeq 0, \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} \frac{\sin[(\pi \cos \varphi)/2]}{k_R l \cos \varphi} \frac{1}{\sin \varphi} [\sin^2(k_R l \sin \varphi) \text{ch}^2(4l\bar{\delta}/\lambda_R \sin \varphi) + \\ + \cos^2(k_R l \sin \varphi) \text{sh}^2(4l\bar{\delta}/\lambda_R \sin \varphi)]^{1/2} \times \\ \times \exp \left[\left(1 - \frac{4l}{\lambda_R \sin \varphi} \right) \bar{\delta} \right] \frac{\sin(m\pi \cos \varphi)}{\sin(\pi \cos \varphi)} \times \\ \times \frac{1 - \exp(-2\bar{\delta})}{1 - \exp(-2m\bar{\delta})} \quad \text{при } \varphi \simeq \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad (2.13)$$

$$N_{\text{кл}} = \frac{2\bar{\delta}}{\pi} (1 + \text{cth } \delta b) \frac{\sin(k_R l \sin \varphi)}{k_R l \sin \varphi} \times \\ \times \{ \sin^2[k_R b (1 - \cos \varphi)] \text{ch}^2(\delta b / \cos \varphi) + \\ + \cos^2[k_R b (1 - \cos \varphi)] \text{sh}^2(\delta b / \cos \varphi) / (1 - \cos \varphi)^2 + \\ + 4\bar{\delta}^2 / \pi^2 \cos^2 \varphi \}^{1/2} \exp(-\delta b / |\cos \varphi|). \quad (2.14)$$

Здесь N_r и $N_{\text{кл}}$ — отношения амплитуд смещений, создаваемых пластинкой гребенчатого профиля и клином по направлению φ в зоне Фраунгофера (т. е. при расстояниях $r \gg 4l^2/\lambda_R$), к соответствующим амплитудам при $\varphi = 0$; $2l, 2b, 2A$ — линейные размеры областей возбуждения на плоскости r, φ (см. рис. 2.9); m — число выступов пластинки гребенчатого профиля; $\bar{\delta} = \delta \lambda_R / 4$.

Формулы (2.12)–(2.14) являются приближенными вследствие нестрогого учета затухания волн, создаваемых элементарными излучателями. Формула (2.12) дает хорошее приближение при $0 < \varphi < l/2b$, формула (2.13) — при $\pi/2 - \lambda_R/l < \varphi < \pi/2$, а формула (2.14) — в двух диапазонах: $0 < \varphi < l/2A$ и $\pi - l/2A < \varphi < \pi$. Для остальных углов относительная ошибка при расчете по этим формулам составляет 20–30%, однако это не суще-

ственно, поскольку для этих углов излучение пластинки гребенчатого профиля и клина мало.

Экспериментально получение диаграмм направленности проводилось в импульсном режиме на установке, состоящей из генератора электрических импульсов прямоугольной формы с синусоидальным заполнением частотой 2,5—3,5 МГц, усилителя и индикатора (осциллоскоп). Длительность импульсов составляла 10 и 2 мкс. В качестве излучателей волн использовались дюралевая пластинка гребенчатого профиля с 19 выступами и лежащей на ней титанатовой пластинкой размером 9×18 мм, а также полистироловый клин с углом наклона 55° и титанатовой пластинкой размером 9×9 мм, расположенной на наклонной грани. Приемником волн в обоих случаях служил аналогичный полистироловый клин, имеющий очень малую площадь акустического контакта (круг с диаметром 3 мм) с поверхностью образца, в котором распространялись волны. Последнее позволяло измерить амплитуду колебаний поверхности образца в малой области (локально). Все акустические контакты осуществлялись с помощью масла.

Для снятия диаграмм направленности излучатель и приемник помещались на хорошо обработанные поверхности дюралевых листов размером 450×300 мм и толщиной 6 мм. Излучатель закреплялся неподвижно, а приемник последовательно помещался в точки окружности радиуса 25 см, описанной вокруг излучателя, причем каждое измерение амплитуды в точке тотчас же относилось к соответствующему измерению на оси излучателя ($\varphi = 0$, см. рис. 2.9). Угол наклона клина и расстояние между центрами выступов пластинки гребенчатого профиля были выбраны так, чтобы пространственный период возмущений на поверхности дюралевого листа равнялся длине рэлеевской волны в дюрале. Тогда при используемой толщине листа каждый излучатель возбуждал совокупность двух нулевых нормальных волн Лэмба, которые, интерферируя между собой, создавали во всех точках листа упругое поле, подобное полю рэлеевской волны (см. разд. 4 второй части).

На рис. 2.10, *a* — *в* изображены соответственно диаграммы направленности пластинки гребенчатого профиля с одним выступом ($m = 1$), с 19 выступами ($m = 19$) и клина (для снятия диаграммы направленности при $m = 1$ использовалась та же пластинка, что и при $m = 19$, толь-

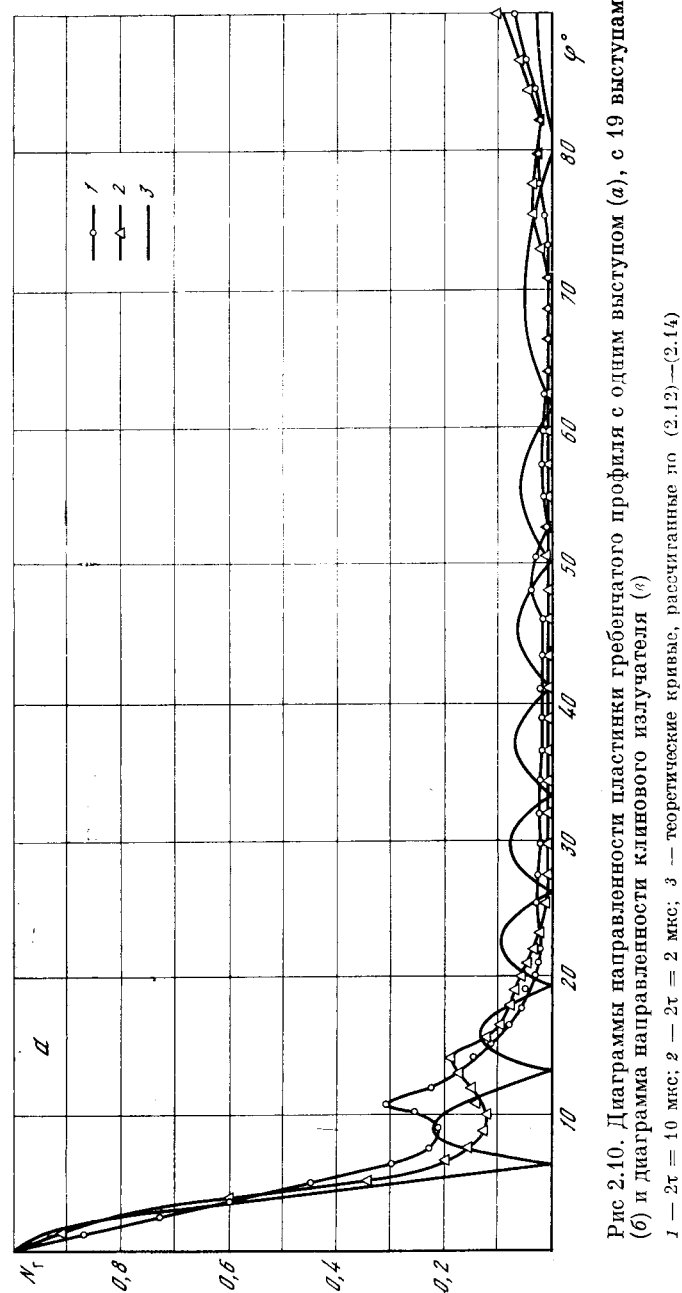


Рис 2.10. Диаграммы направленности пластинки гребенчатого профиля с одним выступом (а), с 19 выступами (б) и диаграмма направленности клиновидного излучателя (в)
1 — $2\tau = 10$ мкс; 2 — $2\tau = 2$ мкс; 3 — теоретические кривые, рассчитанные по (2.12) — (2.14)

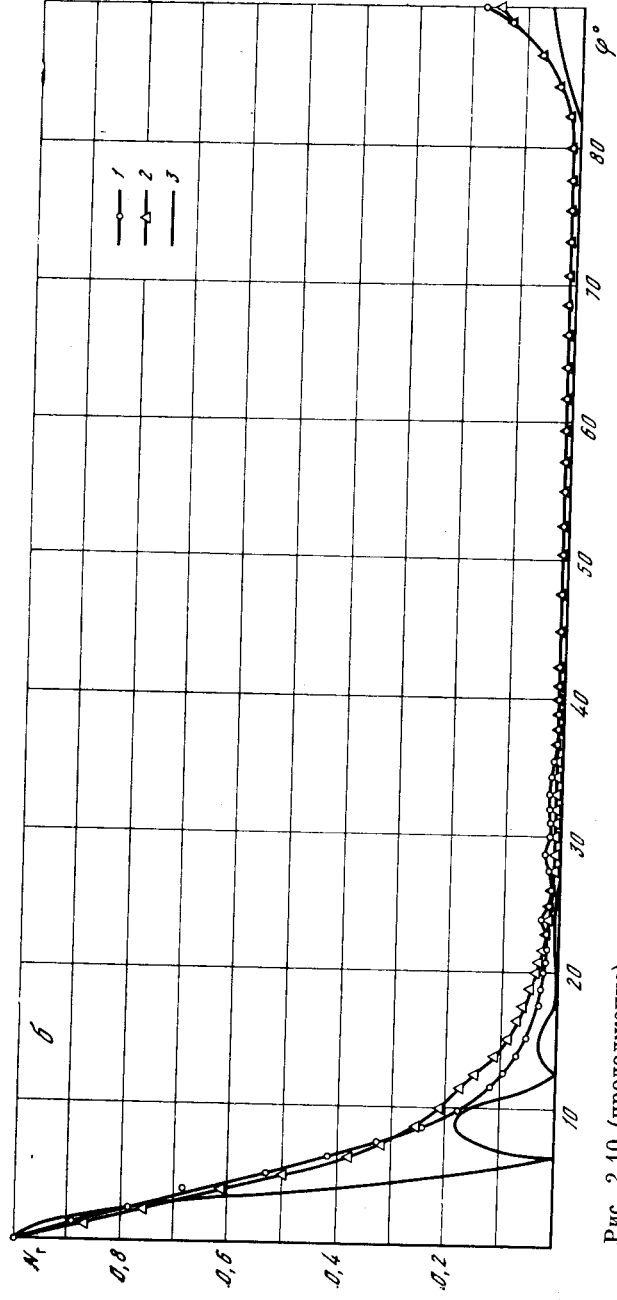


Рис. 2.10 (продолжение)

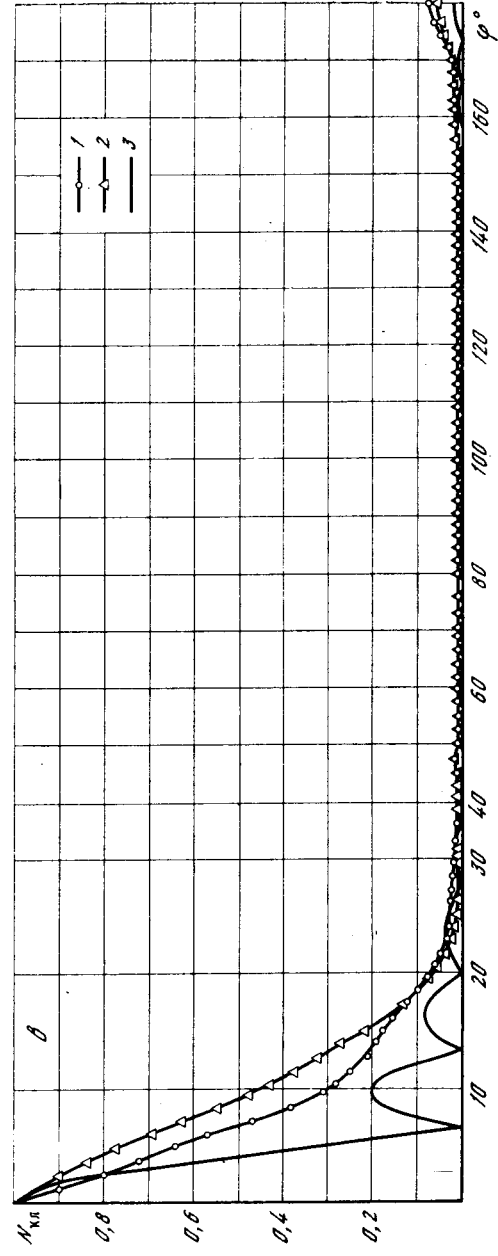


Рис. 2.10 (окончание)

ко акустический контакт пластинки с дюраlevым листом осуществлялся лишь под одним выступом). Диаграммы для пластинки гребенчатого профиля построены при $0 \leq \varphi \leq \pi/2$, для клина — при $0 \leq \varphi \leq \pi$. При остальных углах диаграммы можно получить соответствующим симметричным продолжением (симметрия экспериментальных диаграмм проверялась и подтвердилась на опыте). Анализируя рис. 2.10, можно сделать следующие выводы.

1. Экспериментально измеренные диаграммы направленности лишь качественно совпадают с расчетными, причем основное различие состоит в почти полном отсутствии тонкой структуры у экспериментальных диаграмм; для пластинки гребенчатого профиля с $m = 19$ и клина вторичные максимумы в экспериментальных диаграммах вообще отсутствуют (кроме слабых максимумов при $\varphi = \pi/2$ для пластинки и $\varphi = \pi$ для клина), а для пластинки гребенчатого профиля с одним выступом они выражены слабо. Экспериментальные диаграммы напоминают огибающие соответствующих теоретических. По-видимому, основной причиной различия экспериментальных и расчетных диаграмм является несоответствие идеализированного теоретического распределения смещений в областях возбуждения на плоскости r, φ реальному вследствие непоршнеобразных колебаний титанатовых пластинок, неоднородности контактного переходного слоя, расхождения и затухания пучка продольных волн в материале клина и несовершенств в изготовлении пластинки гребенчатого профиля (например, несколько неодинаковая ширина пазов и выступов пластинки в разных ее частях).

2. Угловая ширина главного максимума излучения как для пластинки гребенчатого профиля с любым числом выступов, так и для клина равна примерно λ_R/l , т. е. определяется поперечным размером излучателей в плоскости r, φ и не зависит от второго размера ($2b, 2A$). Экспериментальная ширина главного максимума для клинового излучателя несколько больше, по-видимому, из-за расхождения пучка продольных волн в клине. Отметим, что в случае $2b, 2A \gg l$, которого мы не касались, такое положение может нарушаться.

3. Вследствие практически полного отсутствия вторичных максимумов излучения пластинку гребенчатого профиля можно считать двунаправленным излучателем, а клин — однонаправленным.

4. Поведение экспериментальных диаграмм направленности при импульсном режиме излучения зависит от длительности импульса, однако эта зависимость слабо выражена (случай очень коротких импульсов с пространственной длиной, много меньшей размеров излучателя, конечно, исключается). Поэтому замена импульсного режима непрерывным, сделанная нами при расчете, по-видимому, вполне оправдана.

Глава II

СВОЙСТВА ВОЛН РЭЛЕЯ

4. Связь между волнами Рэлея и Лэмба

Строго говоря, волны Рэлея могут распространяться только по поверхности полупространства. Между тем на практике твердое полупространство создать, конечно, нельзя. Поэтому возникает вопрос о возможности существования рэлеевских волн на поверхности твердых тел конечных размеров. Этот вопрос рассматривался нами в работе [112], где исследовалась структура волн, которые возбуждаются излучателем гармонических рэлеевских волн, расположенным на одной из свободных поверхностей плоской бесконечной пластины (твердого слоя). Поскольку исследовалась качественная картина явления, тип излучателя не конкретизировался, считалось только, что он приспособлен для возбуждения рэлеевских волн, т. е. представляет, например, гребенчатую структуру с пространственным периодом λ_R .

Как известно, в твердом плоском слое (пластине) распространяются волны Лэмба (см. разд. 11 первой части). В работе [112] показано, что при достаточной толщине $2h$ слоя ($h \sim \lambda_R$ и больше) излучатель рэлеевских волн возбуждает в нем главным образом две волны Лэмба — нулевую симметричную s_0 и нулевую антисимметричную a_0 , что обусловлено сходством этих волн с рэлеевской волной при $h > \lambda_R$: их фазовые и групповые скорости при этом близки к фазовой скорости рэлеевской волны, а распределение смещений с глубиной в каждой из волн для верхней и нижней половин слоя подобно распределению смещений в рэлеевской волне. Остальные волны Лэмба возбуждаются в незначительной степени вследствие их

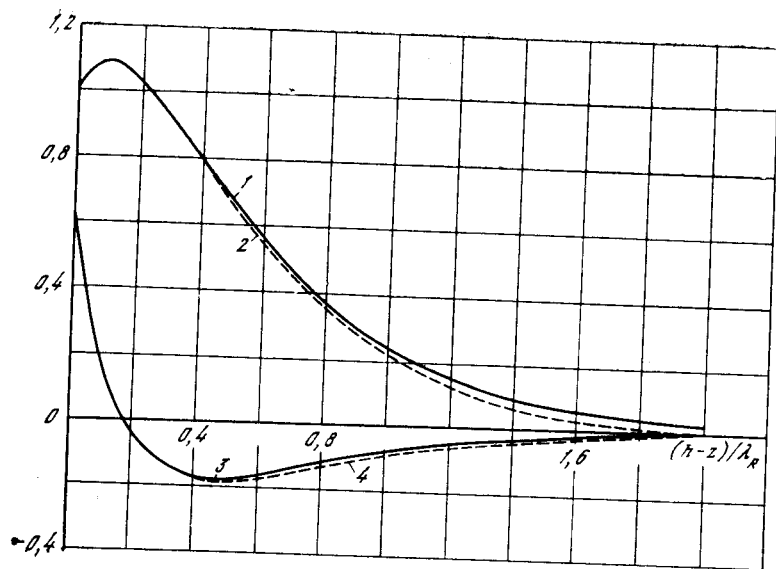


Рис. 2.11. Распределение смещений с глубиной в квазирэлеевской волне

1 — $\hat{U}_z^R / (\hat{U}_z^R)_0$; 2 — $(\hat{U}_z^{s_0} + \hat{U}_z^{a_0}) / 2(\hat{U}_z^{s_0})_0$; 3 — $\hat{U}_x^R / (\hat{U}_x^R)_0$; 4 — $(\hat{U}_x^{s_0} + \hat{U}_x^{a_0}) / 2(\hat{U}_x^{s_0})_0$

Рис. 2.12. Зависимости величины L от h/λ_R

1 — $L \cdot 10^{-1}$; 2 — $L \cdot 10^{-2}$; 3 — $L \cdot 10^{-3}$; 4 — $L \cdot 10^{-4}$
Штриховые линии — $\nu = 0,25$; сплошные — $\nu = 0,34$

несходства с рэлеевской волной. Волны s_0 и a_0 возбуждаются излучателем приблизительно с равными амплитудами и фазами, поскольку условия для их возбуждения одинаковы. При этом в той половине слоя, где расположен излучатель (верхней), смещения в волнах

s_0 и a_0 направлены одинаково, а в другой половине слоя (нижней) — противоположно, так как движение в волне s_0 симметрично относительно средней плоскости пластинки, а в волне a_0 — антисимметрично.

Распространяясь, волны s_0 и a_0 интерферируют. Вблизи от излучателя, где разность фаз между ними близка к нулю, их суммарное упругое поле подобно упругому полю рэлеевской волны, поэтому описанную совокупность волн s_0 и a_0 можно назвать квазирэлеевской волной. На рис. 2.11 приведено суммарное распределение смещений с глубиной $(h-z)/\lambda_R$ (отсчитываемой от верхней границы слоя) в совокупности волн s_0 и a_0 , находящихся в фазе, и в рэлеевской волне. Кривые построены в безразмерной форме по образцу кривых на рис. 1.3 ($\hat{U}_z^{s_0}$, $\hat{U}_z^{a_0}$, $\hat{U}_z^R$, $\hat{U}_x^{s_0}$, $\hat{U}_x^{a_0}$, $\hat{U}_x^R$ — амплитуды смещений по осям z и x в волнах s_0 , a_0 и рэлеевской; $(\hat{U}_z^{s_0, a_0})_0$, $(\hat{U}_x^R)_0$ — соответствующие амплитуды у верхней поверхности). Кривые рассчитаны для коэффициента Пуассона $\nu = 0,34$, толщины слоя $2h = 2\lambda_R$ и в предположении, что $(\hat{U}_z^{s_0})_0 = (\hat{U}_z^{a_0})_0$.

По мере удаления от излучателя разность фаз между волнами s_0 и a_0 возрастает и достигает на некотором расстоянии величины π . Обозначим это расстояние, отнесенное к λ_R , через L . Тогда область вблизи излучателя, где квазирэлеевская волна похожа на рэлеевскую, определяется условием $x \ll L\lambda_R$ (x — расстояние от излучателя). На расстоянии $L\lambda_R$ квазирэлеевская волна, локализованная первоначально около той поверхности слоя, где расположен излучатель, «переходит» на противоположную поверхность. На расстоянии $2L\lambda_R$ осуществляется обратный «переход» и т. д.

Величина L возрастает с увеличением толщины слоя, при $h/\lambda_R \rightarrow \infty$ $L \rightarrow \infty$, т. е. квазирэлеевская волна превращается в рэлеевскую. На рис. 2.12 приведена зависимость L от $2h/\lambda_R$. При $2h/\lambda_R > 2,5$ величина L с точностью не менее 10% дается формулой

$$L = \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{8(1-\eta_R^2)} + \frac{1}{8(1-\eta_R^2\xi^2)} - \frac{1}{2-\eta_R^2} \right] \times \exp(2k_R h \sqrt{1-\eta_R^2}), \quad (2.15)$$

из которой видно, что величина L экспоненциально возрастает с увеличением толщины слоя $2h$. При $2h \simeq 2\lambda_R$ $L \simeq 40$, а при $2h \simeq 5\lambda_R$ $L \simeq 60\,000$. Это означает, что в

металле на частоте 3 МГц квазирэлеевская волна перейдет с верхней поверхности слоя на нижнюю, пройдя расстояние $L \simeq 60$ м. На расстояниях от излучателя порядка метра и меньше квазирэлеевская волна будет практически не отличима от рэлеевской.

Образование и распространение квазирэлеевской волны в слое изучалось в [112] и экспериментально на установке, описанной в разд. 2,3 данной части. Опыты проводились с дюралевыми полосками толщиной 0,9—5 мм и полностью подтвердили изложенное выше. Рэлеевская волна в таких полосках не наблюдалась, в полосках возбуждались две нулевые волны s_0 и a_0 . При больших расстояниях между приемником и излучателем импульсы, соответствующие этим волнам, разделялись, а их групповые скорости хорошо совпадали с расчетными значениями. При малых расстояниях импульсы перекрывались и интерферировали, образуя квазирэлеевскую волну, которая переходила с одной поверхности полоски на другую. Экспериментально измеренные периоды этих переходов отмечены точками на рис. 2.12. Точки хорошо ложатся на соответствующие ($\nu = 0,34$) теоретические кривые зависимости L от $2h/\lambda_R$.

Отметим в заключение, что описанная квазирэлеевская волна, состоящая из двух равноамплитудных волн s_0 и a_0 , будет возбуждаться не только излучателем рэлеевских волн, помещенным на одну из поверхностей твердого слоя (пластины) достаточно большой толщины, но вообще любым распределением напряжений или смещений, заданным на одной из поверхностей слоя. Только наряду с квазирэлеевской волной при этом будут возбуждаться и другие волны Лэмба (более высоких порядков).

5. Затухание рэлеевских волн

Поскольку рэлеевские волны не проникают в глубь твердого тела, их амплитуда вдали от источника (в зоне дифракции Фраунгофера) убывает с расстоянием R пропорционально $(k_R R)^{-1/2}$ вследствие расхождения волнового пучка, излучаемого источником. Это убывание такое же, как у цилиндрических волн, т.е. медленнее, чем у объемных, где аналогичная зависимость описывается законом $(k_l, iR)^{-1}$. Именно благодаря этому рэлеевские волны являются основным типом волн, регистрируемых при землетрясениях.

Убыванию амплитуды рэлеевских волн вследствие поглощения и рассеяния упругой энергии должны быть присущи особенности, характерные для продольных и поперечных волн, поскольку рэлеевская волна, как уже отмечалось, является комбинацией этих волн. Поглощение и рассеяние рэлеевских волн на ультразвуковых частотах исследовано довольно слабо. Затухание же объемных (продольных и поперечных) ультразвуковых волн изучено весьма подробно (см., например, [6]). Поэтому была сделана попытка установить связь между затуханием поверхностных и объемных волн. В работах [113, 114] получена формула, связывающая коэффициенты затухания указанных волн.

Приведем кратко ее вывод. Рассмотрим упругую среду с потерями, где

$$\bar{k}_l = k'_l + ik''_l, \quad \bar{k}_t = k'_t + ik''_t, \quad \bar{k}_R = k'_R + ik''_R.$$

Пусть затухание продольных и поперечных волн мало ($k'_l \gg k''_l$, $k'_t \gg k''_t$) и одинаково во всех точках среды. Как будет видно из дальнейшего, затухание рэлеевских волн при этом также мало и одинаково во всех точках среды. Запишем комплексные волновые числа продольной, поперечной и рэлеевской волн в виде

$$\bar{k}_l = k'_l(1 + i\alpha), \quad \bar{k}_t = k'_t(1 + i\beta), \quad \bar{k}_R = k'_R(1 + i\gamma). \quad (2.16)$$

Здесь $\alpha = k''_l/k'_l$, $\beta = k''_t/k'_t$, $\gamma = k''_R/k'_R$ — малые вещественные поправки, численно равные отнесенным к 2π коэффициентам затухания продольной, поперечной и рэлеевской волн на длине соответствующей волны.

Для определения $\bar{k}_R$ обратимся к характеристическому уравнению, которое при комплексных волновых числах имеет вид

$$\bar{\eta}_R^6 - 8\bar{\eta}_R^4 + 8\bar{\eta}_R^2(3 - 2\bar{\xi}^2) - 16(1 - \bar{\xi}^2) = 0, \quad (2.17)$$

где $\bar{\eta}_R^2 = \bar{k}_t^2/\bar{k}_l^2$, $\bar{\xi}^2 = \bar{k}_l^2/\bar{k}_t^2$.

Данное уравнение получается из уравнения (1.12) заменой вещественных η_R и ξ соответствующими комплексными значениями. Подставим волновые числа (2.16) в выражения $\bar{\eta}_R$ и $\bar{\xi}$, а полученные таким путем $\bar{\eta}_R$ и $\bar{\xi}$ — в уравнение (2.17). Сохраним в последнем члены порядка единицы и порядка α , β , γ , отбросив члены порядка α^2 , β^2 , γ^2 и

выше. Приравнивая после этого нулю вещественную и мнимую части укороченного уравнения, получим два уравнения. Первое из них определяет вещественную часть волнового числа рэлеевской волны в рассматриваемой среде через вещественные части волновых чисел продольной и поперечной волн, из второго имеем

$$\gamma = C\alpha + (1 - C)\beta. \quad (2.18)$$

Здесь

$$C = \frac{16\xi'^2(1 - \eta_R'^2)}{\eta_R'^2(3\eta_R'^4 - 16\eta_R'^2 - 16\xi'^2 + 24)}; \quad \xi' = k_l'/k_t'; \quad \eta_R' = k_l'/k_R'.$$

Таким образом, коэффициент затухания рэлеевской волны на длине волны есть линейная комбинация из аналогичных коэффициентов затухания продольных и поперечных волн. Величина C зависит только от коэффициента Пуассона ν . На рис. 2.13 изображены рассчитанные нами кривые зависимостей C и $1 - C$ от ν . Из графика видно, что для всех материалов «удельный вес» β в формуле (2.18) больше удельного веса α , т. е. при примерно одинаковых значениях величин α и β коэффициент γ затухания рэлеевских волн определяется в основном коэффициентом затухания поперечных волн β . Так, например, для стали $\gamma = 0,89\beta + 0,11\alpha$, для алюминия $\gamma = 0,93\beta + 0,07\alpha$, для резины ($\nu = 0,5$) $\gamma = \beta$.

В работе [113] приведены результаты опытов по проверке формулы (2.18), проводившихся на плексигласовых образцах импульсным методом в диапазоне частот 20—180 кГц. Эти опыты хорошо подтверждают зависимость между коэффициентами затухания продольных (1), поперечных (2) и рэлеевских (3) волн (рис. 2.14), даваемую соотношением (2.18). (На рис. 2.14 сплошные линии — линейные приближения экспериментальных зависимостей, полученные по методу наименьших квадратов; штриховая — расчетная зависимость коэффициента затухания рэлеевских волн.)

В работе [102] измерялись коэффициенты затухания рэлеевских и продольных ультразвуковых волн в дюрале, сплаве МА-3 и плавленом кварце на частотах 2,5—8 МГц. Коэффициенты затухания рэлеевских и продольных волн получились одного порядка, что в некоторой мере подтверждает формулу (2.18).

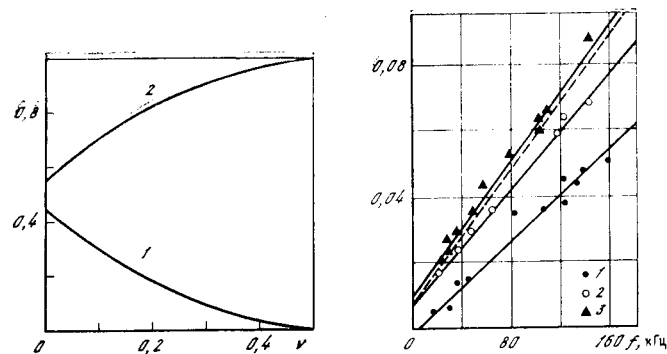


Рис. 2.13. Зависимости величин C (1) и $1 - C$ (2) от ν

Рис. 2.14. Зависимости коэффициентов затухания поверхностных и объемных волн от частоты

Волны: 1 — продольные; 2 — поперечные; 3 — рэлеевские

В работе [115] проведена проверка соотношения (2.18) в мегагерцевом диапазоне частот для трех твердых материалов различного типа: металла (дюраль), стекла (зеркальное стекло) и пластмассы (полистирол). Измерение затухания в этих материалах производилось импульсным методом на частотах 1 и 3 МГц (наиболее употребительных в ультразвуковой дефектоскопии) при длительности импульса 10 мкс. Образцами служили прямоугольные бруски и плиты. Продольные и поперечные волны возбуждались и принимались кварцевыми пластинками X- и Y-срезов, расположенными на параллельных плоскостях бруска и плиты. Рэлеевские волны в дюрале и стекле возбуждались и принимались методом клина, а в полистироле — методом гребенчатой структуры. Акустические контакты кварцевых пластинок Y-среза с поверхностями образцов осуществлялись тонким слоем эпоксидной смолы, во всех остальных случаях акустические контакты осуществлялись при помощи масла.

При расчете всех коэффициентов затухания по экспериментальным данным учитывалось убывание с расстоянием амплитуды сигнала на приемнике из-за расхождения волнового пучка. При расчете коэффициентов затухания объемных волн по амплитудам последующих сигналов на приемнике, которые соответствовали однократному, трехкратному и т. д. пробегам импульсами длины образца, учитывалось также уменьшение амплитуды сиг-

Таблица 2.2

Материал	$c_l \cdot 10^{-8}$, см/с	$c_t \cdot 10^{-8}$, см/с	$c_R \cdot 10^{-8}$, см/с	ν	σ_l , см $^{-1}$	σ_t , см $^{-1}$	σ , см $^{-1}$	$\alpha \cdot 10^3$
При частоте 1 МГц								
Дюраль	6,02	3,00	2,90	0,335	0,0034	0,0055	0,0049	2,05
Стекло	5,31	2,60	2,43	0,342	0,0050	0,020	0,023	2,65
Поли- стирол	2,28	1,05	0,984	0,365	0,028	0,15	0,14	6,46

нала из-за наличия на отражающих поверхностях излучающей и приемной кварцевых пластинок. Относительная ошибка определения коэффициентов затухания по описанной методике составляет $\approx 20\%$.

Параллельно с измерением затухания измерялись также скорости c_l , c_t в исследуемых материалах. Скорости измерялись импульсным методом при помощи жидкостной линии задержки с плавной регулировкой времени задержки, служащей для отсчета времени распространения импульса в образце. По скоростям c_l , c_t рассчитывался коэффициент Пуассона ν , а затем вычислялась скорость поверхностных волн c_R .

В табл. 2.2 приведены результаты измерений. Коэффициенты α , β , γ вычислялись по измеренным на опыте значениям коэффициентов затухания продольных (δ_l), поперечных (δ_t) и рэлеевских (δ_R) волн согласно соотношениям $\alpha = \delta_l \lambda_l$, $\beta = \delta_t \lambda_t$, $\gamma = \delta_R \lambda_R$. Коэффициент $\gamma_{\text{теор}}$ рассчитывался на основании значений α и β по формуле (2.18). Как видно из таблицы, относительное различие экспериментальных и теоретических значений γ составляет в среднем 15–20%, что хорошо подтверждает зависимость между коэффициентами затухания объемных и поверхностных рэлеевских волн, описываемую формулой (2.18).

Наличие в упругом полупространстве затухания изменяет движение в рэлеевской волне. Поскольку движение в рэлеевской волне зависит от глубины z через множители $\exp(\sqrt{k_R^2 - k_l^2}z)$ и $\exp(\sqrt{k_R^2 - k_t^2}z)$, влияние затухания будет различным на разных глубинах. Рассмотрим в качестве примера влияние затухания на поверхностные смещения в рэлеевской волне. Из формул (1.14) с помощью со-

$\beta \cdot 10^3$	$\gamma \cdot 10^3$	$\gamma_{\text{теор}} \cdot 10^3$	σ_l , см $^{-1}$	σ_t , см $^{-1}$	σ_R , см $^{-1}$	$\alpha \cdot 10^3$	$\beta \cdot 10^3$	$\gamma \cdot 10^3$	$\gamma_{\text{теор}} \cdot 10^3$
При частоте 1 МГц			При частоте 3 МГц						
1,65	1,42	1,67	0,0061	0,014	0,018	1,22	1,40	1,77	1,40
5,10	5,70	4,90	0,023	0,043	0,046	4,02	3,70	3,73	3,72
15,5	13,3	14,9	0,077	0,28	0,22	5,80	9,77	12,80	9,50

отношений (1.8) получим для поверхностных смещений с учетом затухания выражения вида

$$U_x = \text{Re} \left[-i A \bar{k}_R \left(1 - \frac{2 \bar{q}_R \bar{s}_R}{\bar{k}_R^2 + \bar{s}_R^2} \right) \exp [i (\bar{k}_R x - \omega t)] \right], \quad (2.19)$$

$$U_z = \text{Re} \left[A \bar{q}_R \left(1 - \frac{2 \bar{k}_R^2}{\bar{k}_R^2 + \bar{s}_R^2} \right) \exp [i (\bar{k}_R x - \omega t)] \right].$$

Разлагая в этих выражениях $\bar{q}_R$ и $\bar{s}_R$ в ряды по степеням α , β , γ и ограничиваясь в разложениях членами порядка α , β , γ , перепишем (2.19) в форме

$$U_x = A k_R' \left(1 - \frac{2 q_R' s_R'}{k_R'^2 + s_R'^2} \right) e^{-k_R'' x} \sin (k_R' x - \omega t + \Delta_1), \quad (2.20)$$

$$U_z = A q_R' \left(1 - \frac{2 k_R'^2}{k_R'^2 + s_R'^2} \right) e^{-k_R'' x} \cos (k_R' x - \omega t + \Delta_2).$$

Здесь

$$\Delta_1 = \frac{\gamma - \left[\gamma + \delta + \zeta - \frac{2 (k_R'^2 + s_R'^2 \zeta)}{(k_R'^2 + s_R'^2)} \right] \frac{2 q_R' s_R'}{(k_R'^2 + s_R'^2)}}{1 - \frac{2 q_R' s_R'}{(k_R'^2 + s_R'^2)}};$$

$$\Delta_2 = \frac{\delta - \left[\delta + 2\gamma - \frac{2 (k_R'^2 + s_R'^2 \zeta)}{(k_R'^2 + s_R'^2)} \right] \frac{2 k_R'^2}{(k_R'^2 + s_R'^2)}}{1 - \frac{2 k_R'^2}{(k_R'^2 + s_R'^2)}};$$

$$\delta = (\gamma k_R^2 - \alpha k_l^2)/q_R; \quad \zeta = (\gamma k_R^2 - \beta k_l^2)/s_R;$$

$$q_R = \sqrt{k_R^2 - k_l^2}; \quad s_R = \sqrt{k_R^2 - k_l^2}.$$

Из выражений (2.20) видно, что в среде с затуханием разность фаз между горизонтальной и вертикальной компонентами поверхностного смещения в рэлеевской волне несколько отлична от $\pi/2$. Вследствие этого траекториями частиц при $z = 0$ в данном случае являются такие же эллипсы, как и в среде без затухания, только их большая ось не перпендикулярна поверхности, а образует с нормалью к последней угол $\Delta\theta$, который равен

$$\Delta\theta = \frac{q_R k_R (1 - 2q_R s_R / (k_R^2 + s_R^2)) (1 - 2k_R^2 / (k_R^2 + s_R^2))}{k_R^2 (1 - 2q_R s_R / (k_R^2 + s_R^2))^2 - q_R^2 (1 - 2k_R^2 / (k_R^2 + s_R^2))^2} \times (\Delta_1 - \Delta_2). \quad (2.21)$$

Укажем еще на изменение структуры рэлеевской волны в среде с затуханием: волновые фронты (плоскости равной фазы) продольной и поперечной неоднородных волн, образующих рэлеевскую волну, в отличие от среды без затухания не перпендикулярны свободной границе полупространства, а несколько наклонены к ней, причем под разными углами.

Уравнения волновых фронтов:

$$\text{продольная волна} \\ k_R x - q_R z = \text{const}, \quad (2.22)$$

$$\text{поперечная волна} \\ k_R x - s_R z = \text{const}. \quad (2.23)$$

Глава III

РЭЛЕЕВСКИЕ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ С ЖИДКОСТЬЮ

6. Теоретическое исследование распространения рэлеевских волн на границе твердого и жидкого полупространств

Рассмотрим снова задачу о распространении плоских гармонических поверхностных волн на границе двух полупространств — твердого (нижнее полупространство на рис. 1.10) и жидкого (верхнее полупространство на рис. 1.10).

В разд. 9 первой части отмечалось, что при любом соотношении параметров твердой и жидкой сред на их границе может существовать поверхностная волна типа волны Стоунли, бегущая вдоль границы с фазовой скоростью, меньшей скорости $c_{ж}$ волны в жидкости и скорости $c_{l, t}$ продольных и поперечных волн в твердом теле. Волновое число $k = \omega/c$ этой волны соответствует вещественному корню дисперсионного уравнения (1.48), а смещения описываются выражениями (1.15) и (1.49).

Можно показать [4], что при условии $c < c_R$, которое выполняется почти для всех реальных сред, уравнение (1.48) имеет (наряду с вещественным) комплексный корень $k \simeq k_R$, соответствующий системе трех волн (одна в жидкости и две в твердом теле), переходящих при $\rho_{ж} \rightarrow 0$ в рэлеевскую волну в твердом теле. При этом для данной волны под $q_{ж}$ в уравнении (1.48) и в формулах (1.49) ((1.49) и (1.15) по-прежнему описывают движение в волне) следует понимать следующую ветвь корня:

$$q_{ж} = \sqrt{k^2 - k_{ж}^2} = -i \sqrt{k_{ж}^2 - k^2}. \quad (2.24)$$

Комплексность k имеет простой физический смысл: поверхностная волна в этом случае непрерывно излучает энергию в жидкость, образуя в ней отходящую от границы неоднородную волну. Этот тип поверхностной волны представляет большой интерес в иммерсионной ультразвуковой дефектоскопии и других областях ультразвуковой практики. Исследование названного типа поверхностных волн производилось рядом авторов, но всегда делалось в предположении малости отношения $\rho_{ж}/\rho$.

Авторы работы [116] проводили исследования без этого ограничения. Расчет основной константы распространения — комплексного волнового числа $k = k_1 + ik_2$, по которому можно затем вычислить затухание, фазовую скорость волны, а также распределение амплитуд смещений в жидкости и твердом теле (формулы (1.49), (1.15)), производился на ЭВМ для различных параметров твердой и жидкой сред. Результаты приведены на рис. 2.15 и 2.16. Кривые построены для значений $r = c_t/c_{ж}$ в диапазоне 1,5—10, отношения $\rho_{ж}/\rho = 0 \div 0,9$ и коэффициента Пуассона $\nu = 0 \div 0,50$. Используемой совокупностью значений $\rho_{ж}/\rho$, ν и r исчерпываются все практические случаи.

Из рис. 2.15, а, б видно, что наличие жидкости на границе упругого полупространства увеличивает фазовую скорость поверхностной волны рэлеевского типа в полупространстве, причем тем больше, чем больше отношение $\rho_{ж}/\rho$. Зависимость приращения скорости от r и ν тоже монотонная: с ростом r и ν приращение уменьшается. Следует отметить, что увеличение скорости поверхностной волны невелико: при средних значениях параметров, когда $\rho_{ж}/\rho = 0,50$, $\nu = 0,25$ и $r = 5$ относительное увеличение составляет 0,0012, т. е. примерно 0,1%.

Из рис. 2.16, а, б следует, что коэффициент затухания поверхностной волны монотонно возрастает при увеличении отношения $\rho_{ж}/\rho$ и уменьшении r и ν . Влияние жидкости на затухание поверхностных волн (в противоположность влиянию на скорость) весьма существенное: при тех же средних значениях параметров $\rho_{ж}/\rho$, r и ν коэффициент дополнительного затухания из-за излучения в жидкость на пути λ_R составляет 0,11, т. е. на пути примерно $10 \lambda_R$ происходит затухание в e раз.

Рассчитав комплексное волновое число k , по формулам (1.15), (1.49) можно описать движение жидкости и твердого тела. Качественный анализ показывает, что в жидкости от границы будет отходить неоднородная волна, уносящая энергию от твердого полупространства. Ее волновыми фронтами являются плоскости $k_1 x - (\text{Re} \sqrt{k_{ж}^2 - k^2})z = \text{const}$. В твердом полупространстве по-прежнему будут две неоднородные волны со следующими уравнениями волновых фронтов: $k_1 x - \text{Im} qz = \text{const}$ (продольная волна) и $k_1 x - \text{Im} sz = \text{const}$ (поперечная волна). Как видно из уравнений, эти волны распространяются не строго вдоль границы (как было в рэлеевской

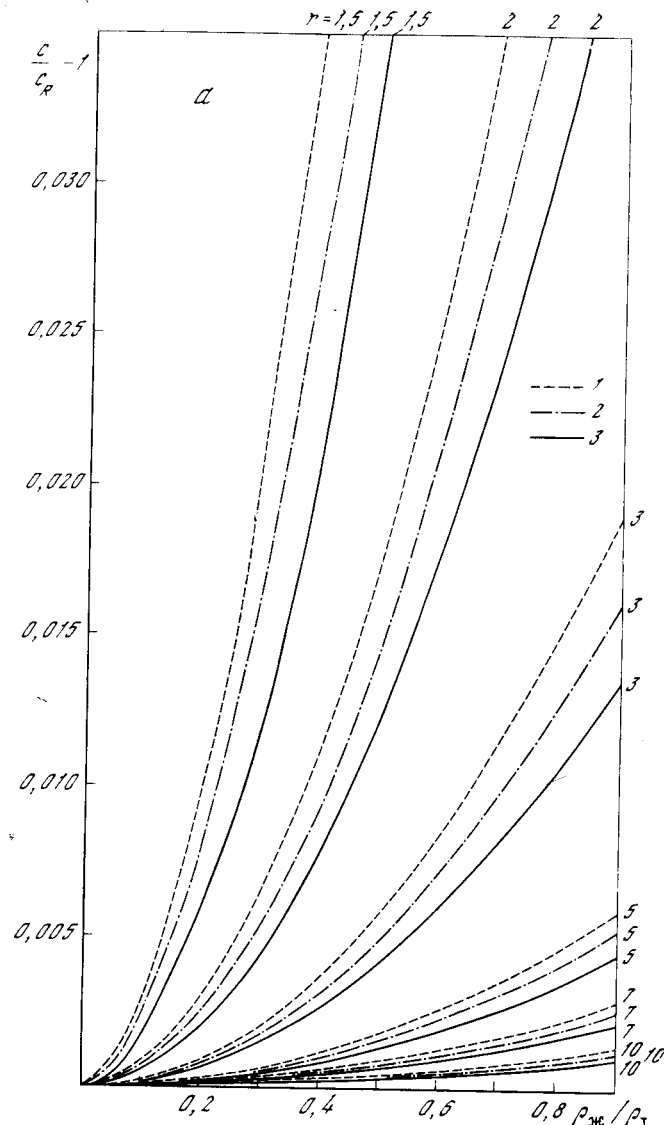


Рис. 2.15. Зависимости относительного приращения фазовой скорости поверхностной волны от $\rho_{ж}/\rho_T$ для сред с $\nu = 0 \div 0,2$ (а) и $\nu = 0,3 \div 0,5$ (б)

1 — $\nu = 0$; 2 — 0,1; 3 — 0,2; 4 — 0,3; 5 — 0,4; 6 — 0,5

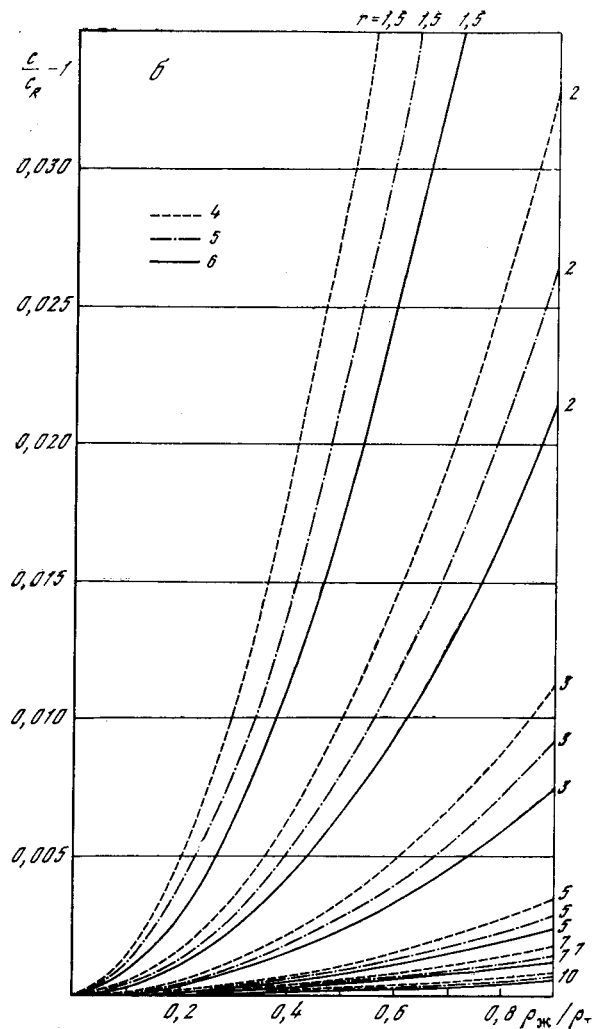


Рис. 2.15 (окончание)

волне), а под некоторым углом к ней, что отражает наличие потока энергии из твердого тела в жидкость. На рис. 2.17, взятом из [4], изображены волновые фронты и направления распространения трех указанных волн. Толщина линий схематически отображает величину ам-

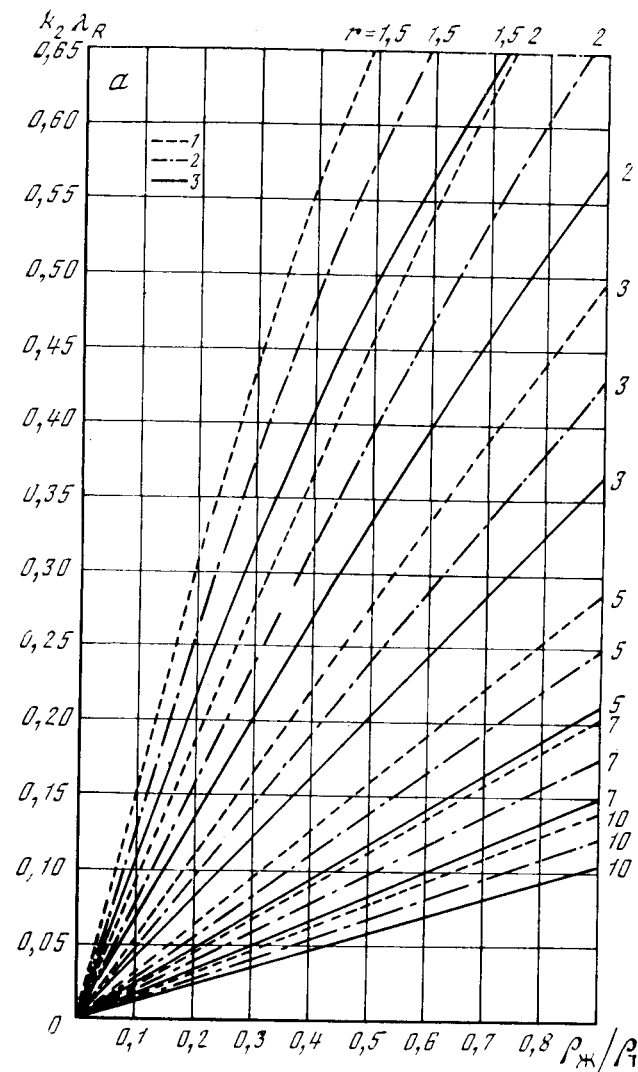


Рис. 2.16. Зависимости коэффициента затухания на длину волны от $\rho_{ж}/\rho_1$ для сред с $\nu = 0; 0,1; 0,2$ (а) и $\nu = 0,3; 0,4; 0,5$ (б).

Обозначения те же, что на рис. 2.15

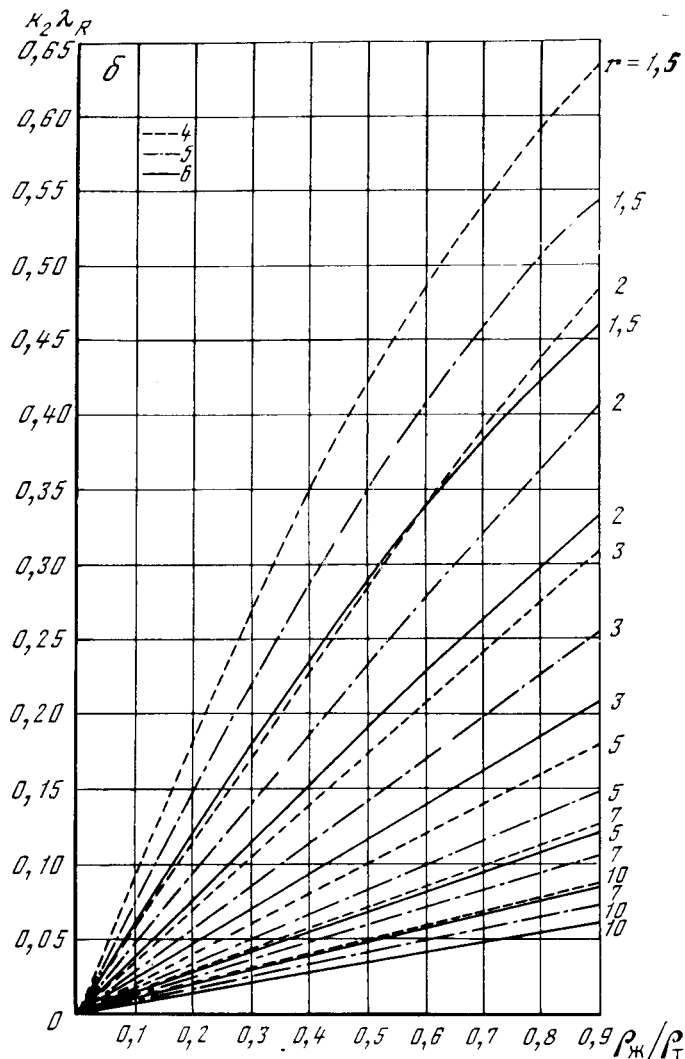


Рис. 2.16 (окончание)

плитуды волны в соответствующей точке пространства. Рассматриваемая волна является типичным примером вытекающей поверхностной волны (см. разд. 22 первой части).

Для иллюстрации характера волнового движения

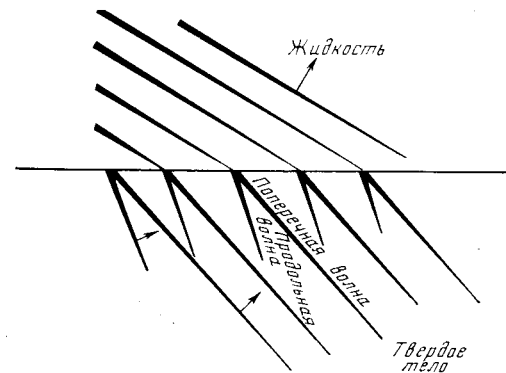


Рис. 2.17. Затухающая поверхностная волна на границе твердого тела с жидкостью

жидкости и твердого тела рассмотрим еще в качестве примера движение на границе ($z = 0$). Из формул (1.49), (1.15) после разделения вещественных и мнимых частей получим следующие выражения для компонент поверхностных смещений:

$$U_x^* = -Ak_1 \frac{q_1 k_t^2}{\sqrt{k_{1n}^2 - k_1^2 (k_1^2 + s_1^2)}} \exp(-k_2 x) \times \cos(\omega t - k_1 x - \Delta_1), \quad (2.25)$$

$$U_z^* = -Ak_t \frac{q_1 k_t}{k_1^2 + s_1^2} \exp(-k_2 x) \cos(\omega t - k_1 x - \Delta_2),$$

$$U_x = -Ak_1 \left(1 - \frac{2q_1 s_1}{k_1^2 + s_1^2}\right) \exp(-k_2 x) \sin(\omega t - k_1 x - \Delta_3), \quad (2.26)$$

$$U_z = U_z^*.$$

Здесь

$$q_1 = \sqrt{k_1^2 - k_t^2}; \quad s_1 = \sqrt{k_1^2 - k_{1n}^2};$$

$$\Delta_1 = \frac{k_1 k_2}{q_1^2} - \frac{4k_1 k_2}{k_1^2 + s_1^2} + \frac{k_2}{k_1} + \frac{k_1 k_2}{k_{1n}^2 - k_1^2};$$

$$\Delta_2 = \frac{k_1 k_2}{q_1^2} - \frac{4k_1 k_2}{k_1^2 + s_1^2}; \quad \Delta_3 = \frac{k_2}{k_1} \left[1 + \frac{4k_1^2}{k_t^2} - \frac{4k_1^4 (q_1^2 + s_1^2)}{q_1 s_1 (k_1^4 - s_1^4)}\right].$$

При получении формул (2.25), (2.26) предполагалось, что $k_2 \ll k_1$ (отбрасывались члены $\sim k_2^2/k_1^2$). Как следует из рис. 2.16, почти при всех значениях параметров $\rho_{ж}/\rho$, γ , ν это условие неплохо выполняется.

Из выражений (2.25), (2.26) видно, что траекториями движения частиц жидкости и твердого тела являются эллипсы. В твердом полупространстве это те же эллипсы, что и в обычной рэлеевской волне, только их большая ось не перпендикулярна границе, а образует с нормалью к последней угол, пропорциональный разности $\Delta_2 - \Delta_1$, т. е. в конечном счете пропорциональный отношению k_2/k_1 . В жидкости эллипсы близки к отрезкам прямых $z = -\sqrt{k_{ж}^2/k_1^2 - 1} x$. Отношение большой оси к малой для них пропорционально разности $\Delta_2 - \Delta_1$. Эллиптическая траектория частиц жидкости вызвана неоднородностью волны в жидкости (возрастанием амплитуды вдоль фронта волны при удалении от границы), что в свою очередь связано с затуханием поверхностной волны в твердом теле вдоль оси x из-за излучения энергии в жидкость.

7. Экспериментальное исследование

Экспериментальные исследования по распространению ультразвуковых рэлеевских волн на границе с жидкостью, описанные в работе [116], проводились на импульсной установке, состоящей из генератора синусоидальных колебаний, модулятора, смесителя, усилителя, фазовращателя и индикатора (осциллоскоп). Измерения были выполнены на частотах 1, 2, 3 МГц при длительностях импульсов 10—50 мкс. Форма импульсов была прямоугольная. Рэлеевские волны распространялись по поверхностям алюминиевых и стальных брусков прямоугольного сечения размером $20 \times 20 \times 400$ мм. Условия распространения на границе твердого и жидкого полупространств имитировались погружением одного конца бруска в ванну с жидкостью. При этом рэлеевские волны, переходя с одной боковой поверхности бруска через торец на другую поверхность, часть пути проходили в контакте с жидкостью. Изменением глубины погружения бруска в жидкость определялись исходные данные для расчета затухания и изменения фазовой скорости рэлеевской волны из-за влияния жидкости. Излучение и прием рэле-

Таблица 2.3

Граничная среда	$\left(\frac{c-cR}{cR}\right)_{\text{теор, \%}}$	$\left(\frac{c-cR}{cR}\right)_{\text{эксп, \%}}$			$(k\lambda R)_{\text{теор}}$	$(k\lambda R)_{\text{эксп}}$		
		$f = 1 \text{ МГц}$	$f = 2 \text{ МГц}$	$f = 3 \text{ МГц}$		$f = 1 \text{ МГц}$	$f = 2 \text{ МГц}$	$f = 3 \text{ МГц}$
Сталь—вода	0,054	0,062	0,062	0,061	0,070	0,073	0,069	0,075
Сталь—трансформаторное масло	0,042	0,046	0,051	0,046	0,057	0,061	0,061	0,059
Сталь—глицерин	0,190	0,13	0,14	0,13	0,124	0,11	0,12	0,11
Алюминий—вода	0,480	0,49	0,52	0,50	0,189	0,20	0,19	0,20
Алюминий—трансформаторное масло	0,350	0,38	0,35	0,35	0,157	0,17	0,16	0,16
Алюминий—глицерин	1,550	1,05	1,00	1,15	0,352	0,30	0,29	0,25

РЭЛЕЕВСКИЕ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ

В разд. 18 первой части было показано, что на выпуклой и вогнутой цилиндрических поверхностях могут существовать волны рэлеевского типа, распространяющиеся в направлении, перпендикулярном образующей цилиндрической поверхности. Были рассчитаны фазовые и групповые скорости и упругие поля таких волн. Было установлено одно принципиальное обстоятельство: волны на вогнутой цилиндрической поверхности являются вытекающими, т. е. распространяются с затуханием, которое вызвано переизлучением энергии волны в глубь среды по мере распространения волны.

В настоящей главе, основанной на работах [117, 118], мы приводим описание экспериментов по изучению указанных волн на таких поверхностях. Эти эксперименты подтверждают существование волн и основные характеристики их распространения.

8. Экспериментальное исследование затухания рэлеевских волн на выпуклых и вогнутых цилиндрических поверхностях

Эти опыты проводились на частоте 2,65 МГц при длительности импульса 10 мкс (вогнутая цилиндрическая поверхность) и 5 мкс (выпуклая цилиндрическая поверхность). В опытах с вогнутыми цилиндрическими поверхностями излучение и прием волн производились методом клина. Излучающая и приемная призмы были сделаны из полистирола и имели угол наклона 53°. На наклонных гранях призм крепились квадратные пластинки из титаната бария размером 9×9 мм с собственной резонансной частотой 2,5 МГц. Акустические контакты пластинок с призмами и призм с исследуемыми образцами осуществлялись с помощью масла.

В качестве выпуклых и вогнутых цилиндрических поверхностей, на которых исследовалось затухание поверхностных волн, использовались боковые поверхности дюралевых дисков с радиусами $R = 5 \div 85$ мм и толщиной 25 мм и поверхности цилиндрических выемок радиусом 1–50 мм, прорезанных в боковых поверхностях дюра-

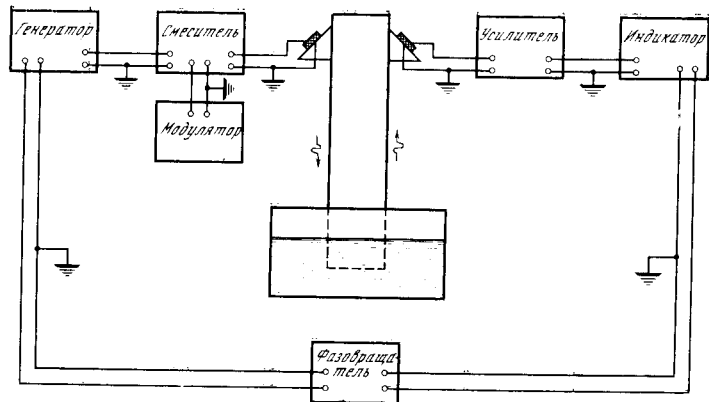


Рис. 2.18. Блок-схема установки для измерения фазовой скорости и затухания поверхностной волны на границе с жидкостью

евских волн осуществлялись методом клина. Расположение приемной и излучающей призмы на бруске показано на рис. 2.18. Затухание измерялось импульсным методом, а скорость — импульсно-фазовым. Блок-схема установки для измерения скорости поверхностной волны на границе твердого и жидкого полупространств приведена на рис. 2.18. Блок-схема для измерения затухания была такая же, только без фазовращателя (на осциллоскоп при этом от модулятора подавался синхронизирующий импульс, запускающий ждущую развертку нужной длительности).

В табл. 2.3 приведены экспериментальные и расчетные данные по затуханию и скорости для двух твердых полупространств («алюминиевого» и «стального») и трех жидких (вода, трансформаторное масло и глицерин).

Как видно из таблицы, имеется совпадение экспериментальных и расчетных данных: для приращения скорости в среднем с точностью до 15%, для затухания — до 10%.

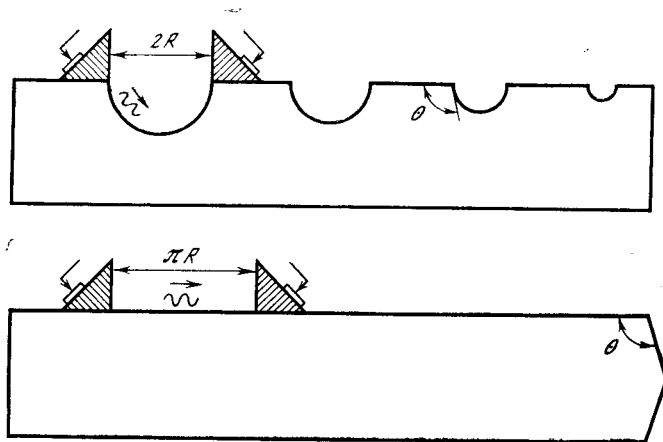


Рис. 2.19. Образцы с цилиндрическими поверхностями

левых брусков с прямоугольным сечением 25×70 мм (рис. 2.19). В качестве плоской поверхности, на которой измерялось затухание, служила боковая поверхность дюралевого бруска такого же прямоугольного сечения (контрольный брусок). Торцы контрольного бруска были срезаны не под прямыми углами к оси и представляли двугранную поверхность (см. ниже). Поскольку величина коэффициента затухания рэлеевских волн сильно зависит от структуры материала и степени обработки поверхности, то с целью устранения влияния этих факторов все диски и бруски изготовлялись из одного листа дюрала Д-16, а плоские и цилиндрические исследуемые поверхности были обработаны строго одинаково.

Определение затухания волн на вогнутой цилиндрической поверхности производилось следующим образом (см. рис. 2.19). Сравнивались амплитуды импульсов на индикаторе при положении излучателя и приемника у краев цилиндрической выемки радиуса R (амплитуда A_1) и на поверхности контрольного бруска на расстоянии πR (амплитуда A_2). Отношение A_2/A_1 , деленное на произведение коэффициентов прохождения рэлеевских волн с плоской поверхности бруска на цилиндрическую поверхность выемки K' и с цилиндрической поверхности выемки на поверхность бруска K'' , равно $\exp(-\pi R \gamma / \lambda_R)$, где γ — искомый коэффициент дополнительного затухания (см. соотношение (1.108)). При расчете γ предполагалось, что $K' = K''$. Коэффициент

K' определялся экспериментально как коэффициент прохождения рэлеевской волны с одной грани упругого клина: раствора θ на другую, где $\theta \approx 90^\circ$ — двугранный угол между плоской поверхностью бруска и касательной плоскостью, проведенной к поверхности выемки на глубине половины слоя локализации рэлеевской волны (см. рис. 2.19). Соответствующие измерения проводились на боковых и торцевых поверхностях контрольного бруска. Для малых R ($R \sim \lambda_R$) в коэффициент K' на основе данных из нашей работы [118] вводилась поправка, учитывающая преобразование рэлеевских волн на плоской поверхности в поверхностные волны рэлеевского типа на цилиндрической поверхности, заметно отличающиеся от первых при $R \sim \lambda_R$. Для устранения нестабильного влияния переходного слоя масла между поверхностями излучающей, приемной призмы и стержня на результаты измерений A_1 и A_2 эти измерения повторялись 20 раз, после чего производилось усреднение. Напряжение на излучателе при этом контролировалось и поддерживалось постоянным.

Суммарная ошибка определения γ по описанной методике не превышала 15% при $R/\lambda_R \sim 10$ и составляла примерно 30% при $R/\lambda_R \sim 40$, когда абсолютная величина γ становилась весьма малой. Эта ошибка вызывалась погрешностью аппаратуры, случайной ошибкой измерений. Кроме того, причиной ошибки могло быть некоторое возможное изменение поглощения и рассеяния рэлеевских волн на вогнутой цилиндрической поверхности (по сравнению с плоской), вызванное не геометрией поверхности, а некоторым различием в скорости и структуре рэлеевских волн на плоской и цилиндрической поверхностях. Отметим, что эти источники ошибок могли быть и в опытах с выпуклыми цилиндрическими поверхностями, описанных ниже.

Экспериментальные значения γ показаны на рис. 1.23 точками. Как видно из рис. 1.23, эти значения удовлетворительно совпадают с соответствующими теоретическими (кривая для $\nu = 0,34$). Указанное совпадение подтверждает правильность приближенной расчетной формулы (1.107) для γ/λ_R в широком интервале $k_R R$ ($k_R R \sim 30$ и больше, $R/\lambda_R \sim 5$ и больше).

Экспериментальные исследования затухания рэлеевских волн на выпуклых цилиндрических поверхностях имели целью показать отсутствие дополнительного за-

тухания таких волн по сравнению с рэлеевской волной на плоской поверхности. Для этого измерялось ослабление амплитуды импульса волн с расстоянием от излучателя при распространении по выпуклым цилиндрическим поверхностям различного радиуса, включая и $R = \infty$ (плоская поверхность).

Излучателем поверхностных волн в этих опытах служила титанатовая пластинка размером 9×9 мм с собственной резонансной частотой 2,5 МГц, закрепленная неподвижно на указанных поверхностях и имеющая с ними акустический контакт посредством масляного слоя. При малых R ($R \sim 5 \div 10 \lambda_R$) эта пластинка служила и приемником рэлеевских волн, измерявшим ряд последовательных значений амплитуд импульса поверхностных волн, соответствующих последовательным пробегам импульса по окружности диска. Из указанного ряда значений амплитуд с учетом коэффициента ослабления импульса поверхностных волн в результате его прохождения через участок контакта пластинки и диска легко можно было вычислить искомое спадание амплитуды импульса при удалении от излучателя. Коэффициент ослабления определялся экспериментально. Для этого на цилиндрическую поверхность диска по обе стороны от титанатовой пластинки помещались «клиновые» излучатель и приемник рэлеевских волн и сравнивалась амплитуда импульса на приемнике при наличии титанатовой пластинки между ними и без нее. При больших R ($R \sim 40 \lambda_R$) и в случае плоской поверхности ослабление амплитуды импульса поверхностных волн с расстоянием от излучателя измерялось непосредственно клиновым приемником, помещаемым на различные расстояния от излучающей титанатовой пластинки. При средних R ($R \sim 20 \lambda_R$) измерение ослабления амплитуды производилось обоими описанными способами. Суммарная ошибка измерений в опытах с выпуклыми цилиндрическими поверхностями при всех R не превышала 10–15%.

На рис. 2.20 приведены результаты измерений. По оси абсцисс отложено расстояние L (в мм) от излучателя, отсчитываемое по цилиндрической поверхности в направлении, перпендикулярном образующей. По оси ординат отложена в условных единицах амплитуда импульса рэлеевских волн на цилиндрических поверхностях разного радиуса (включая и $R = \infty$). Амплитуды, относящиеся к поверхностям одного и того же радиуса, отмечены оди-

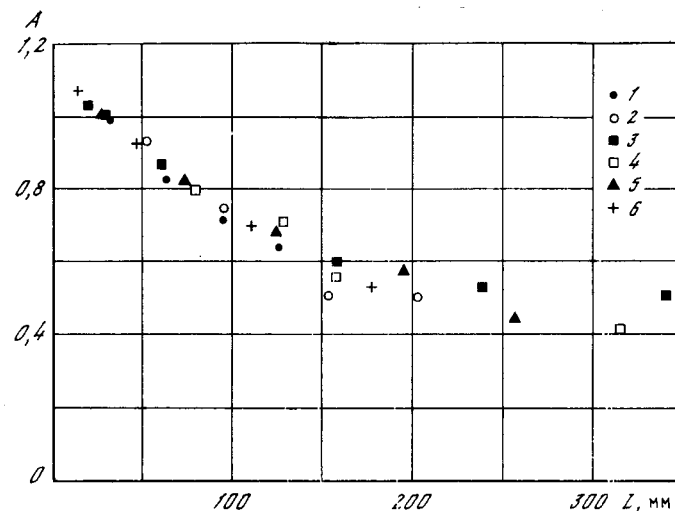


Рис. 2.20. Зависимости амплитуд рэлеевских волн от расстояния до излучателя на цилиндрических поверхностях разного радиуса
 1 — $R = 4,5 \lambda_R$; 2 — $7,3 \lambda_R$; 3 — $11,3 \lambda_R$; 4 — $22,4 \lambda_R$; 5 — $44,85 \lambda_R$; 6 — ∞

наковыми значками. Все амплитуды нормированы: их значения при $L=30$ мм приняты равными единице (значение амплитуд в точке $L=30$ мм до нормировки вычислялись по двум соседним значениям соответствующих амплитуд с помощью линейной интерполяции).

Из рис.2.20 видно, что в пределах погрешности измерений все экспериментальные точки лежат на одной кривой. Это и доказывает независимость коэффициента затухания рэлеевских волн на выпуклой цилиндрической поверхности от величины радиуса кривизны.

Таким образом, приведенные результаты экспериментального исследования подтверждают выводы разд. 18 первой части о затухании поверхностных волн рэлеевского типа на цилиндрических поверхностях: на вогнутых цилиндрических поверхностях эти волны распространяются с дополнительным по сравнению с плоской поверхностью затуханием, величина которого при достаточно больших радиусах кривизны определяется выражением (1.108); на выпуклых цилиндрических поверхностях дополнительного затухания не обнаружено.

9. Исследование прохождения и отражения рэлеевских волн на закруглениях различного радиуса

Если между двумя плоскими поверхностями, образующими двугранный угол, сделано закругление, то рэлеевская волна, распространяющаяся по одной из поверхностей, дойдя до закругления, частично отразится, а частично перейдет на вторую поверхность. В работе [118] изучалось прохождение и отражение рэлеевских волн на цилиндрических закруглениях радиуса $0-1,7 \lambda_R$, сделанных между гранями прямоугольного упругого клина. Рассматривался случай нормального падения рэлеевской волны на закругление (рис. 2.21, на котором стрелкой указано направление распространения падающей рэлеевской волны). Прохождение и отражение рэлеевских волн характеризовались соответствующими коэффициентами прохождения $K_{пр}$ и отражения $K_{отр}$ (по амплитуде).

Измерения проводились в импульсном режиме на частоте 2,7 МГц при длительности импульса 10 мкс. Возбуждение и прием рэлеевских волн осуществлялись методом клина. В качестве двугранных поверхностей использовались боковые и торцевые поверхности алюминиевых брусков размером $20 \times 25 \times 300$ мм. Между указанными поверхностями были сделаны закругления радиуса $0 \leq R \leq 2$ мм (см. рис. 2.21, а), на которых и исследовалось прохождение и отражение рэлеевских волн. Радиусы закруглений, измеряемые под микроскопом, были выдержаны постоянными (в пределах ошибки $\pm 10\%$) по всей длине закругления.

Измерение коэффициента отражения $K_{отр}$ производилось следующим образом. На расстоянии l_1 перед за-

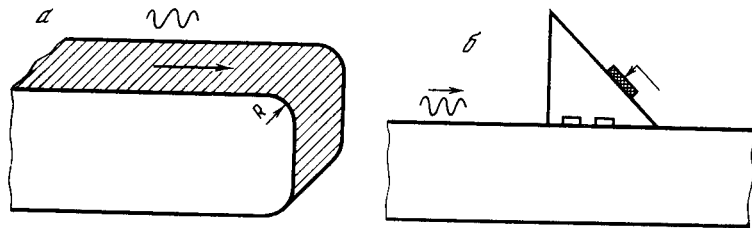


Рис. 2.21. Брусок с цилиндрическим закруглением (а) и приемная призма (б)

круглением измерялась амплитуда A_1 импульса рэлеевских волн, идущего от излучателя. Затем в этой же точке тем же приемником измерялась амплитуда A_2 импульса, отраженного от закругления. Отношение A_2/A_1 , умноженное на коэффициент, учитывающий ослабление первого импульса в результате его прохождения через участок поверхности бруска, занятый приемником, а также вследствие расхождения и поглощения волнового пучка на пути $2l_1$, есть искомый коэффициент отражения.

Для учета расхождения и затухания волнового пучка рэлеевских волн (из-за поглощения и рассеяния в алюминии) на поверхности алюминиевого бруска была снята зависимость амплитуды импульса рэлеевских волн, распространяющихся по такой поверхности, от расстояний до излучателя.

Для определения коэффициента ослабления импульса рэлеевских волн в результате его прохождения через участок поверхности бруска, занятый приемником, этот приемник помещался на поверхности бруска между излучателем рэлеевских волн и вторым (вспомогательным) приемником. Измерялась величина сигнала, принимаемого вторым приемником. Затем первый приемник убирался и опять измерялась величина сигнала на втором приемнике. Отношение этих двух величин и представляло нужный нам коэффициент ослабления. Для того чтобы ослабляющее действие приемника рэлеевских волн было небольшим, поверхность его акустического контакта с алюминиевым бруском была сделана в виде узкой полоски. Для этого на контактной грани приемной призмы были пропилены параллельно ее ребру две прямоугольные канавки на расстоянии 1,7 мм одна от другой (рис. 2.21, б). При измерениях маслом покрывался только участок поверхности на грани приемной призмы, расположенный между канавками, а у передающей призмы маслом покрывалась вся соответствующая поверхность.

Коэффициент прохождения $K_{пр}$ определялся как отношение амплитуды импульса рэлеевских волн на расстоянии l_2 после закругления (на торцевой поверхности бруска) к амплитуде A_1 импульса на расстоянии l_1 перед закруглением, умноженное на коэффициент, учитывающий ослабление амплитуды волнового пучка на пути $l_1 + l_2$. Ошибка измерения коэффициентов $K_{отр}$ и $K_{пр}$ указанным методом не превышала $\pm 5\%$.

На рис. 2.22 приведены результаты измерений. По

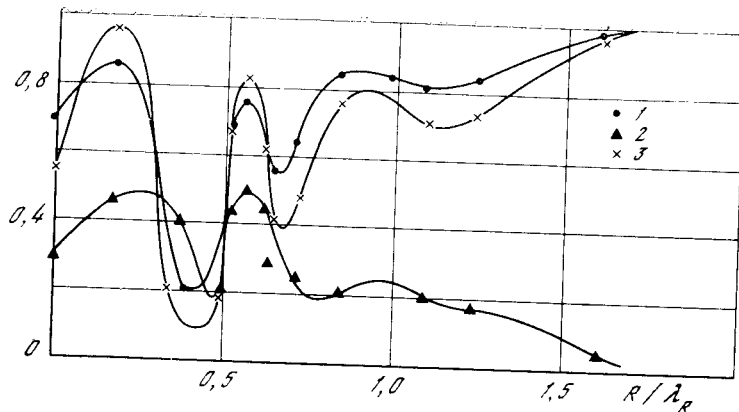


Рис. 2.22. Зависимости коэффициентов отражения и прохождения рэлеевских волн на цилиндрическом закруглении от относительного радиуса закругления

1 — $K_{\text{пр}}$; 2 — $K_{\text{отр}}$; 3 — $K_{\text{пр}}^2 + K_{\text{отр}}^2$

оси абсцисс отложено отношение радиуса закругления к длине рэлеевской волны (R/λ_R), по оси ординат отложены значения коэффициентов прохождения и отражения, а также величина $K_{\text{пр}}^2 + K_{\text{отр}}^2$, представляющая отношение суммарной энергии прошедшей и отраженной рэлеевской волн к энергии падающей волны. Как видно из рис. 2.22, при увеличении радиуса закругления коэффициент $K_{\text{пр}}$ возрастает, стремясь к единице, а коэффициент $K_{\text{отр}}$ уменьшается, стремясь к нулю. Однако увеличение и уменьшение коэффициентов $K_{\text{пр}}$ и $K_{\text{отр}}$ происходит не монотонно, а с глубокими осцилляциями. Как видно из кривой $K_{\text{пр}}^2 + K_{\text{отр}}^2$, сумма квадратов коэффициентов прохождения и отражения при всех радиусах закругления меньше единицы. Это свидетельствует о постоянном превращении части энергии падающей рэлеевской волны в энергию продольных и поперечных волн, рассеиваемых закруглением.

Описанные результаты позволяют сделать вывод, что при $0 < R/\lambda_R < 1,7$ прохождение и отражение рэлеевских волн на закруглении определяются отношением R/λ_R , а при $R/\lambda_R > 1,7$ коэффициенты прохождения и отражения становятся практически равными соответственно 1 и 0, т. е. наступает «полное» прохождение рэлеевских волн через закругление.

Остановимся детальнее на осцилляциях коэффициентов прохождения и отражения. Можно предположить по аналогии с прохождением и отражением волн в плоских слоях (см. [4]), что эти осцилляции обусловлены интерференционным механизмом образования прошедшей и отраженной рэлеевских волн. Отраженная рэлеевская волна образуется в результате интерференции отражений от переднего и заднего краев закругления. Аналогичным образом образуется и прошедшая рэлеевская волна. Разность фаз между указанными отражениями определяется числом полуволн, укладывающихся по дуге закругления. Эти волны являются поверхностными волнами рэлеевского типа на выпуклой цилиндрической поверхности закругления. Как показано в разд. 18 первой части, их фазовая скорость c всегда больше фазовой скорости c_R рэлеевских волн и зависит от отношения радиуса кривизны цилиндрической поверхности к длине рэлеевской волны. По расстоянию между максимумами кривых $K_{\text{пр}}$ (R/λ_R) и $K_{\text{отр}}$ (R/λ_R) в области $0,20 > R/\lambda_R > 1,15$ можно определить экспериментальное значение средней (в указанной области) скорости c для алюминия, которое составляет $1,29 c_R$. Соответствующее теоретическое значение равно $1,27 c_R$, т. е. очень хорошо согласуется с экспериментальным. Это подтверждает как интерференционный механизм прохождения и отражения рэлеевских волн на закруглении, так и правильность теоретических значений фазовой скорости поверхностных волн рэлеевского типа на выпуклой цилиндрической поверхности, рассчитанных по характеристическому уравнению (1.96).

Что касается фазовых скоростей поверхностных волн на вогнутой цилиндрической поверхности, то и для них теоретические значения сопоставлялись с соответствующими экспериментальными. Это производилось на основе опытов по отражению рэлеевских волн от моделей поверхностных дефектов. В этих опытах, описанных в следующем разделе, получилось удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных значений.

В заключение укажем, что, учитывая механизм образования отраженной и прошедшей рэлеевской волн, следует ожидать сохранения качественного характера рассмотренных зависимостей $K_{\text{пр}}$ (R/λ_R) и $K_{\text{отр}}$ (R/λ_R) для любых углов θ раствора упругого клина, между гранями которого сделано закругление, т. е. по мере возрастания отношения R/λ_R $K_{\text{пр}}$ должен, осциллируя, увеличиваться

от значения при $R/\lambda_R = 0$ до 1, а коэффициент $K_{отр}$ должен при этом уменьшаться от значения при $R/\lambda_R = 1$ до 0. В этой связи представляют интерес предельные значения коэффициента прохождения и отражения рэлеевских волн на закруглениях нулевого радиуса, сделанных между гранями упругого клина произвольного угла раствора θ (см. гл. V).

Глава V

ВЛИЯНИЕ ДЕФЕКТОВ ПОВЕРХНОСТИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН

При наличии на поверхности, вдоль которой распространяется рэлеевская волна, всякого рода дефектов (трещины, царапины, неровности и пр.) возникают рассеянная (отраженная) рэлеевская волна, а также продольные и поперечные волны, распространяющиеся в глубь среды. Исходная рэлеевская волна будет вследствие этих рассеяний ослабляться. Вопрос о влиянии дефектов поверхности на распространение рэлеевских волн очень важен для практического использования этих волн, особенно применительно к ультразвуковой поверхностной дефектоскопии. Этот вопрос можно разделить на два аспекта — влияние единичных дефектов на рэлеевскую волну и влияние множественных. В этой главе мы кратко рассмотрим и те и другие, начав с единичных.

Из единичных дефектов наибольший практический интерес представляют те, характерные размеры которых меняются от малых долей длины волны λ_R до величины порядка λ_R . Теоретическое исследование влияния подобных дефектов на рэлеевскую волну сводится к решению задачи о дифракции этой волны на дефекте или на его модели. В настоящее время решение такой задачи, кроме отдельных частных случаев, представляет громадную трудность, поэтому указанное исследование выполнено в основном в экспериментальном плане. Подробно эксперименты с единичными дефектами описаны в работах [119—121]. Приведем их основное содержание.

10. Модели единичных поверхностных дефектов

Эксперименты по изучению влияния единичных дефектов поверхности на распространение рэлеевских волн проводились в [119—121] на моделях поверхностных дефектов. Рассматривалось два типа моделей дефектов: линейные (протяженные) поверхностные дефекты и локализованные дефекты.

В качестве первых были выбраны щель, прорезанная на поверхности распространения волны, полуцилиндрическая выемка на поверхности и двугранный клин с острым ребром (рис. 2.23, а). Щель, выемка и ребро клина располагались перпендикулярно направлению распространения волны и перекрывали весь фронт волны (были сделаны на всю ширину поверхности бруска, по которой распространялась рэлеевская волна). Поэтому данные модели и названы нами линейными. К этим моделям можно свести большинство протяженных поверхностных дефектов (трещины, вмятины, царапины и изломы поверхности).

В качестве моделей локализованных на поверхности твердого тела дефектов были выбраны полусферическая выемка различного диаметра и цилиндрический канал разного диаметра и глубины, прорезанный перпендикулярно к поверхности, по которой распространялась рэлеевская волна (рис. 2.23, б). Этими моделями, являющимися естественным дополнением к трем первым, можно представить поверхностные дефекты типа ямок, вертикальных трещин, уходящих от поверхности, и т. д. Вместе с моделями протяженных поверхностных дефектов эти модели характеризуют в какой-то степени все многообразие поверхностных дефектов.

11. Линейные поверхностные дефекты

Для экспериментов с моделями линейных поверхностных дефектов имелся набор прямоугольных дюралевых брусков длиной 600 мм и с поперечными сечениями 30×22 и 47×25 мм. Поверхности брусков были хорошо обработаны. На поверхностях 600×22 мм были прорезаны щели и выемки длиной 22 мм. Ширина щелей (расстояние между противоположными гранями) не превышала 0,09 мм. Глубина щелей h изменялась в пределах 0,23—3 мм, а радиус полуцилиндрических выемок R — в пределах 0,1—1,21 мм. Форма выемок и все размеры щелей и вы-

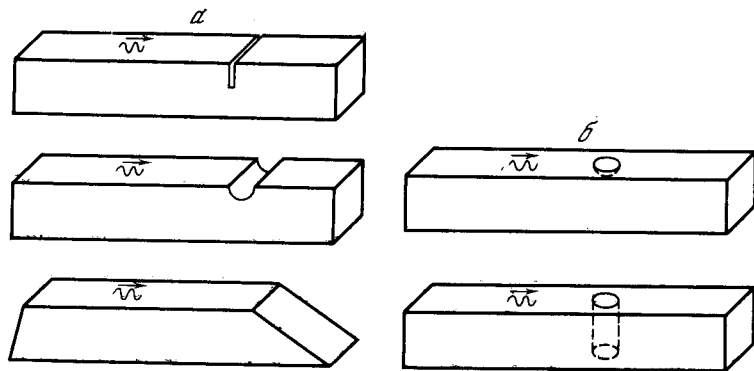


Рис. 2.23. Модели единичных поверхностных дефектов
а — линейные дефекты; б — локализованные дефекты

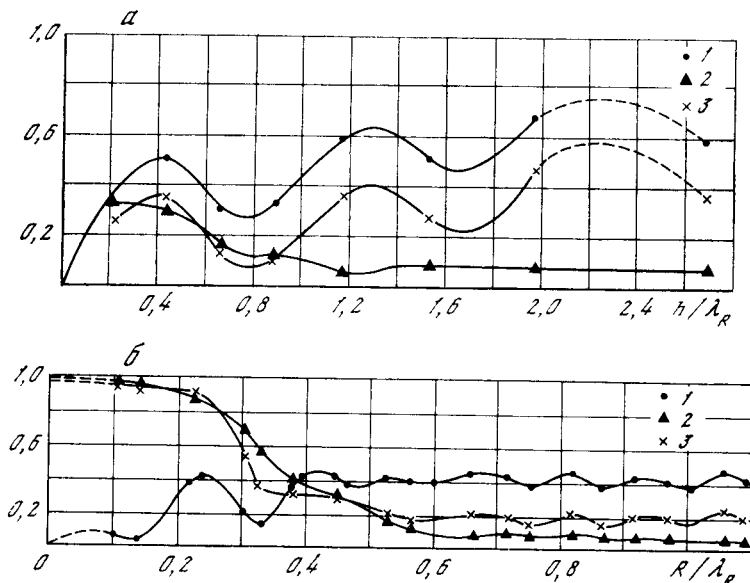


Рис. 2.24. Зависимости коэффициентов отражения и прохождения рэлеевских волн от отношения глубины щели к длине волны (а) и от отношения радиуса выемки к длине волны (б)

1 — $K_{отр}$; 2 — $K_{пр}$; 3 — $K_{отр}^2 + K_{пр}^2$

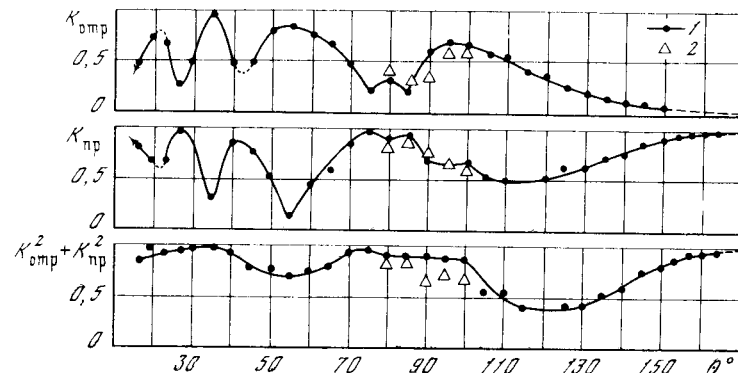


Рис. 2.25. Зависимости коэффициентов отражения и прохождения рэлеевских волн от угла раствора клина θ
1 — дюраль; 2 — сталь

емок были выдержаны с высокой точностью. У брусков с поперечным сечением 47×25 мм торцы были срезаны под острыми и тупыми углами к осям раствора $16-164^\circ$, угол раствора θ менялся через $3,5$ и 5° . Кроме того, имелись набор стальных брусков с углами раствора $80-100^\circ$.

Эксперименты проводились в импульсном режиме на частоте $\approx 2,7$ МГц при длительности импульса 10 мкс. Измерялся коэффициент отражения $K_{тр}$ рэлеевской волны от модели, коэффициент прохождения $K_{пр}$ через нее, а также сумма их квадратов $K_{отр}^2 + K_{пр}^2$, характеризующая преобразование рэлеевской волны в объемные волны, рассеиваемые моделью. Измерения проводились на той же экспериментальной установке и по такой же методике, как и опыты по отражению и прохождению рэлеевских волн на цилиндрических закруглениях (см. разд. 9).

На рис. 2.24 и 2.25 приведены результаты измерений. По осям абсцисс отложены соответственно глубина щели в длинах рэлеевской волны h/λ_R , отношение R/λ_R радиуса полуцилиндрической выемки к длине рэлеевской волны и угол раствора клина θ (в град). По осям ординат отложены коэффициент отражения, прохождения, а также сумма их квадратов. Рассмотрим основные особенности полученных зависимостей.

Прежде всего отметим, что величина $K_{отр}^2 + K_{пр}^2$ всегда меньше единицы, что свидетельствует о частичной трансформации энергии падающей рэлеевской волны в

энергию рассеиваемых моделью объемных волн. В случае щели трансформация значительна при всех глубинах h , которыми мы располагали. Для выемки трансформация велика (около 80%) при $R > 0,25\lambda_R$. Для клина превращение энергии значительно в областях $105^\circ < \theta < 155^\circ$ и $55^\circ < \theta < 70^\circ$, при остальных углах θ превращение мало. Трансформация энергии объясняется тем, что совокупностью только рэлеевских волн (падающей, отраженной, прошедшей и рэлеевских волн на поверхности модели в случае выемки и щели) нельзя удовлетворить условиям отсутствия нормальных и касательных напряжений на поверхности модели.

При возрастании глубины щели и радиуса выемки коэффициенты отражения рэлеевской волны от этих моделей дефектов, осциллируя, возрастают, а коэффициенты прохождения, осциллируя, уменьшаются (отметим, что амплитуды осцилляций существенно больше ошибки измерения коэффициентов отражения и прохождения). Среднее значение $K_{отр}$ для щели стремится с увеличением h/λ_R к значению коэффициента отражения рэлеевской волны на клине раствора $\theta = 90^\circ$ (см. рис. 2.25). Коэффициент прохождения рэлеевской волны через щель при $h/\lambda_R > 1,5$ уже не зависит от глубины и равен примерно 0,08; следовательно, рэлеевская волна может проходить через трещины любой глубины, что важно для практического применения. При одинаковых глубинах щели и выемки и при условии $R, h < 0,4\lambda_R$ экранирующая и отражательная способности щели больше, чем выемки, следовательно, неглубокую поверхностную трещину обнаружить легче, чем вмятину.

Осцилляции $K_{отр}$ и $K_{пр}$ для щели и выемки объясняются интерференционными механизмами образования отраженных и прошедших рэлеевских волн.

В случае щели отраженная волна складывается из отражения от передней (обращенной к излучателю) грани и из рассеяния на «дне» щели той части рэлеевской волны, которая «спустилась» туда по передней грани. Поэтому чередование максимумов и минимумов $K_{отр}$ для щели происходит примерно с периодом $\Delta h \simeq \lambda_R$. Данный механизм объясняет также и тот факт, что среднее значение $K_{отр}$ от щели (около которого происходят колебания) стремится с ростом глубины щели к значению $K_{отр}$ на клине раствора $\theta = 90^\circ$. Действительно, при глубине h , большей толщины слоя локализации волны ($\simeq \lambda_R$),

первая компонента отраженной рэлеевской волны примерно такая же, как при отражении на клине $\theta = 90^\circ$, а вторая компонента, интерферируя с первой, вызывает лишь осцилляции $K_{отр}$ около среднего значения.

Прошедшая через щель рэлеевская волна складывается из сквозного прохождения под щелью нижней части падающей волны, которая не отсекается щелью, и из огибания щели второй (верхней) частью рэлеевской волны, которая проходит через щель, спустившись по одной грани и поднявшись по другой. Благодаря этому период осцилляций $K_{пр}$ вдвое меньше, чем период $K_{отр}$. При $h/\lambda_R > 1,5$ первая компонента исчезает и коэффициент прохождения перестает зависеть от глубины.

В случае выемки отраженная и прошедшая волны возникают из интерференции отражений от двух ребер выемки — переднего и заднего. При неглубокой выемке ($R \ll \lambda_R$) разность фаз этих отражений равна $8\pi R/\lambda_R$, так как падающая рэлеевская волна проходит через выемку, не изменяя направления своего распространения. Поэтому мы имеем минимум отражения при $R/\lambda_R \simeq 0,125$ и максимум при $R/\lambda_R \simeq 0,250$. Заметим, что механизм отражения, аналогичный указанному, возможен при неглубоких выемках любой формы, например для прямоугольной канавки.

При глубине выемки порядка λ_R и больше падающая и отраженная от заднего ребра выемки рэлеевские волны огибают выемку, распространяясь по ее периметру. В этом случае прохождение и отражение волн становятся совершенно аналогичными прохождению и отражению на закруглениях, сделанных между гранями прямоугольного клина (см. разд. 9). Поскольку поверхностные волны рэлеевского типа на вогнутой цилиндрической поверхности с $R \sim \lambda_R$ сильно затухают, коэффициент прохождения рэлеевских волн через выемку при $R/\lambda_R > 0,6$, весьма мал.

По периоду осцилляций $K_{отр}$ и $K_{пр}$ в области $0,50 < R/\lambda_R < 1,10$ можно определить экспериментальное значение фазовой скорости волны рэлеевского типа на вогнутой цилиндрической поверхности указанной кривизны. Оно составляет приблизительно 0,8 c_R . По формуле (1.105) (справедливой, строго говоря, лишь при $R/\lambda_R > 20$) получаем для наших кривизн $s \simeq 0,6 c_R$. Различие этих двух значений лежит в пределах ошибки, даваемой формулой (1.105) в области $0,50 < R/\lambda_R < 1,10$.

Среднее значение $K_{отр}$ для выемки в области $0,50 < R/\lambda_R < 1,10$ примерно равно среднему значению $K_{отр}$ для щели в той же области глубин и заметно меньше значения $K_{отр}$ на клине раствора $\theta = 90^\circ$. Это обусловлено недостаточной глубиной выемки в этой области. При дальнейшем увеличении радиуса выемки среднее значение коэффициента отражения рэлеевских волн от нее должно, как и в случае щели, стремиться к значению $K_{отр}$ на клине раствора $\theta = 90^\circ$.

Для распространения рэлеевских волн на гранях упругого клина характерно, что отражающая и пропускающая способности клина сильно зависят от угла раствора θ : кривые $K_{отр}(\theta)$ и $K_{пр}(\theta)$ имеют ярко выраженные максимумы и минимумы, причем максимумам коэффициента отражения, как правило, соответствуют минимумы коэффициента прохождения и наоборот (за исключением случая $\theta = 115^\circ$). При приближении θ к 180° $K_{отр} \rightarrow 0$, а $K_{пр} \rightarrow 1$. Коэффициенты прохождения и отражения нигде не достигают значений 1 и 0.

Из сравнения кривых $K_{отр}(\theta)$, $K_{пр}(\theta)$ и $K_{отр}^2(\theta) + K_{пр}^2(\theta)$ для дюралевого и стального клиньев в области $80^\circ \leq \theta \leq 100^\circ$ следует, что характер кривых одинаков: кривые отличаются только несколькими различными положениями максимумов и минимумов. Это позволяет предполагать, что для любой твердой среды качественный характер кривых будет таким же.

Экспериментальное исследование прохождения и отражения рэлеевских волн на гранях клина проводилось также в работе [122], где получены результаты, аналогичные приведенным здесь. Однако в [122] исследование проводилось применительно к задачам сейсмологии, а не к ультразвуковым измерениям.

12. Локализованные поверхностные дефекты

Для экспериментов с моделями локализованных поверхностных дефектов имелся набор прямоугольных дюралевых листов размером $450 \times 300 \times 7$ мм, поверхности 450×300 мм которых были хорошо обработаны. На поверхностях 450×300 мм были сделаны модели дефектов — полусферическая выемка и цилиндрический канал. Диаметр d полусферической выемки изменялся в пределах $0,62$ — $3,08$ мм, диаметр d полуцилиндрического канала — в пределах $0,46$ — $2,93$ мм, а глубина h канала менялась

от $0,29$ до $2,38$ мм. Длина рэлеевской волны λ_R составляла $1,06$ мм.

Измерялось рассеяние рэлеевских волн моделями по различным направлениям. Опыты проводились в импульсном режиме на частоте $2,74$ МГц при длительности импульса 10 мкс. Излучение и прием рэлеевских волн осуществлялись методом клина. Излучающий клин располагался на расстоянии 225 мм от модели дефекта и посылал на нее направленный пучок рэлеевских волн. Приемный клин последовательно помещался в точки окружности радиуса 50 мм, описанной вокруг модели, причем каждое измерение амплитуды рассеянной волны тотчас же относилось к соответствующему измерению амплитуды падающей волны в некоторой точке между излучателем и моделью дефекта (удаленной от излучателя по оси на 103 мм и в сторону от оси на 25 мм). Амплитуда колебаний поверхности в этой точке однозначно связана с амплитудой колебаний поверхности непосредственно у модели (последнюю амплитуду нам необходимо было знать). Эта связь определялась экспериментально путем измерения амплитуды падающей рэлеевской волны в предполагаемом месте расположения модели и в указанной точке (для этих измерений, естественно, брался лист без моделей дефектов). Таким образом, путем простого пересчета определялась амплитуда падающей рэлеевской волны непосредственно у модели. Приемный клин имел акустический контакт с поверхностью дюралевого листа только по кругу диаметром 3 мм, что позволяло измерять амплитуду колебаний поверхности листа в малой области (локально). Акустический контакт осуществлялся пленкой масла. Для исключения влияния изменений акустического контакта на результаты измерений каждая пара измерений (в точках окружности и между излучателем и моделью дефекта) повторялась 20 раз с последующим усреднением.

На рис. 2.26 и 2.27 приведены результаты измерений. На рис. 2.26, а изображена зависимость амплитуд A рэлеевских волн, рассеянных цилиндрическим каналом (1) диаметра $d = 1,8$ мм и глубины $h = 3$ мм и полусферической выемкой (2) диаметра $d = 1,6$ мм, от угла φ , отсчитываемого от направления волнового вектора падающей на модель рэлеевской волны по часовой стрелке. Для других размеров моделей зависимость амплитуд рассеянных волн от угла φ была точно такая же, поэтому соответствующих данных не приводится.

На рис. 2.26, б представлены зависимости амплитуд рэлеевских волн, рассеянных цилиндрическим каналом (1) и полусферической выемкой (2), от отношения d/λ_R диаметра модели к длине рэлеевской волны (амплитуды измерялись при $40^\circ < \varphi < 170^\circ$, где они не зависят от φ). На всех рисунках безразмерная амплитуда A представляет умноженное на фактор затухания отношение амплитуды поверхностного смещения в рассеянной модели рэлеевской волне на расстоянии $r = 50$ мм от модели к амплитуде поверхностного смещения в падающей рэлеевской волне у модели. Фактор затухания исключает уменьшение амплитуды рассеянной волны на пути от модели до точки приема (50 мм) из-за поглощения и рассеяния в дюрале. На рис. 2.27 приведена зависимость амплитуды A от отношения глубины цилиндрического канала к длине волны.

Переходя к обсуждению указанных экспериментальных зависимостей, отметим прежде всего, что, как видно из рис. 2.26, а, в угловом интервале $40^\circ < \varphi < 170^\circ$ рассеяние цилиндрического канала и полусферической выемки по всем направлениям одинаково (при углах $\varphi \sim 180^\circ$, $\varphi \sim 40^\circ$ измерения не производились, поскольку отраженный импульс маскировался падающим импульсом). То же самое справедливо, конечно, и при отрицательных значениях φ . Данный результат является неожиданным и связан, по-видимому, со спецификой рэлеевской волны, поскольку обычно при рассеянии объемных волн на препятствиях, сравнимых с длиной волны, в жидкости и твердом теле интенсивность рассеяния существенно зависит от угла φ .

Из рис. 2.26, б следует, что зависимости амплитуд рассеянных на моделях рэлеевских волн от d/λ_R не монотонные, а сильно осциллирующие, причем для цилиндрического канала и полусферической выемки диаметров $d < 1,7 \lambda_R$ период этих осцилляций составляет примерно 0,80, а для полусферической выемки с диаметром $d > 1,7 \lambda_R$ период равен примерно 0,45 (в единицах d/λ_R). Можно предположить по аналогии с рассеянием продольных волн на цилиндрической полости в твердой среде [123], что максимумы рассеяния в нашем случае соответствуют резонансам цилиндрической и полусферической полостей (канала и выемки). Цилиндрическая и полусферическая полости малого диаметра ($d < 1,7 \lambda_R$) резонируют при одинаковых значениях d , что свидетельствует, по-видимому, о резонан-

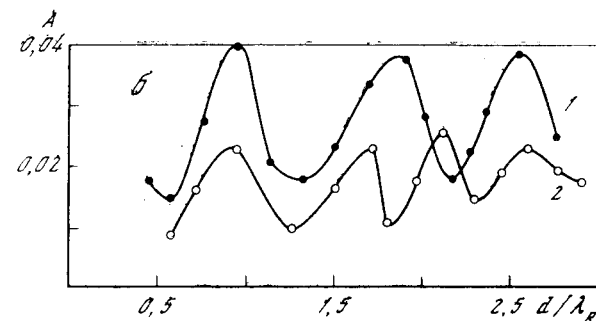
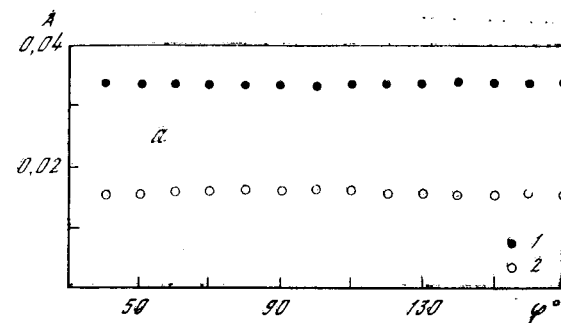


Рис. 2.26. Зависимости амплитуд рассеянных волн на моделях от угла φ (а) и от отношения диаметра модели к длине волны (б)

1 — цилиндрический канал; 2 — полусферическая выемка

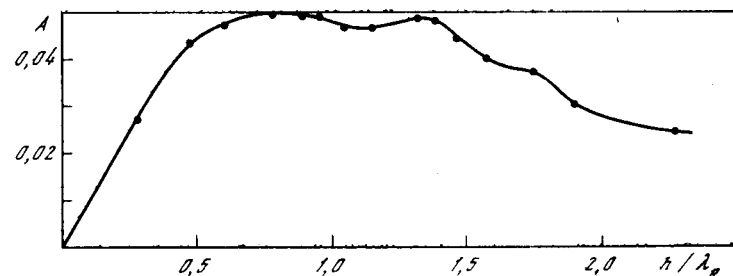


Рис. 2.27. Зависимость амплитуды рассеянной рэлеевской волны от отношения глубины цилиндрического канала к длине волны

сах периметра размером πd в этих случаях. При $d > 1,7\lambda_R$ у полусферической выемки наблюдаются новые резонансы, связанные со спецификой ее геометрии по сравнению с цилиндрическим каналом. Сравнивая кривые 1 и 2 на рис. 2.26, б, можно заметить, что цилиндрическая полость рассеивает рэлеевские волны существенно сильнее, чем полусферическая.

При рассеянии на цилиндрическом канале амплитуда рассеянной рэлеевской волны сначала возрастает с увеличением глубины канала, а затем, слегка осциллируя, уменьшается (см. рис. 2.27). Такой характер зависимости $A(h/\lambda_R)$ позволяет предположить, что в данном случае рассеянная волна образуется в результате излучения двух синфазных рассеивающих центров, один из которых занимает область вблизи верхней кромки канала, другой — около «дна». При глубине канала, большей толщины слоя локализации рэлеевской волны ($h > 2\lambda_R$), «донный» источник «выключается», поэтому амплитуда рассеянной волны падает. Волнистость кривой, по-видимому, связана с взаимодействием между рассеивающими центрами, которое осуществляется через стоячую рэлеевскую волну, возникающую на стенке канала между его верхней кромкой и дном. Такое предположение подтверждает длина пространственного периода волнистости, равная примерно $\lambda_R/2$.

Рассеяние рэлеевских волн моделями локализованных дефектов удобно оценивать путем введения эффективного размера рассеивателя. Будем понимать под эффективным размером D для обеих моделей ширину той части пучка рэлеевских волн, падающих на модель (ширина берется непосредственно у модели), в которой сосредоточена энергия, равная суммарной энергии рассеянных рэлеевских волн. Таким образом, под D понимается размер (в направлении, перпендикулярном волновому вектору падающей волны) некоторого идеального отражателя рэлеевских волн.

При таком определении D , предполагая дополнительно, что амплитуда рассеянных волн при всех углах одна и та же, будем иметь для D следующее выражение:

$$D = 2\pi r A^2, \quad (2.27)$$

где r — расстояние от центра модели, на котором измерялась амплитуда рэлеевской волны (в описанных опытах $r = 50$ мм). Вычисляя по этой формуле эффективные раз-

меры рассеяния моделей, получим, например, что максимальное значение $D = 0,85$ мм соответствует цилиндрическому каналу диаметра $0,5$ мм и глубины $h = 0,83$ мм, а минимальное, равное $0,025$ мм, — полусферической выемке диаметра $d = 0,7$ мм.

Параметр D является универсальной внутренней характеристикой дефекта, определяемой только его формой и отношением линейных размеров к длине падающей рэлеевской волны. Зная величину D и амплитуду B падающей на дефект волны, можно рассчитать амплитуду b рассеянной волны на любом расстоянии R от дефекта по формуле

$$b = \sqrt{D/2\pi RB} \quad (2.28)$$

(формула применима, конечно, при условии независимости амплитуды рассеяния от угла ϕ).

13. Множественные поверхностные дефекты

В отличие от единичных дефектов влияние множественных дефектов на рэлеевскую волну изучено в основном теоретически.

Л. М. Бреховских в работе [124] впервые теоретически исследовал затухание рэлеевских волн при распространении вдоль неровной поверхности, уравнение которой задано в виде $z = \xi(x, y)$. Изложим основные результаты этой работы.

Пусть твердое тело занимает полупространство $z > \xi$. Предположим, что глубина неровностей мала по сравнению с λ_R и малы наклоны поверхности по отношению к средней плоскости. Будем решать задачу методом последовательных приближений с точностью до первого приближения включительно, считая, что в нулевом приближении вдоль плоской границы (см. рис. 1.4) в положительном направлении оси x распространяется гармоническая плоская рэлеевская волна.

В первом приближении необходимо учитывать, что волна распространяется вдоль неровной поверхности, благодаря чему граничными условиями задачи будет отсутствие напряжений на поверхности $z = \xi(x, y)$, а не на плоскости $z = 0$. Напряжения T_{xz} , T_{yz} , T_{zz} в точках поверхности $z = \xi(x, y)$ будут отличны от нуля, причем их можно выразить через напряжения T_{xx}^0 , T_{yy}^0 , T_{zz}^0 , T_{xz}^0

в исходной рэлеевской волне нулевого приближения следующим образом:

$$\begin{aligned} T_{xz} &= \left(\frac{\partial T_{xz}^0}{\partial z} \right)_{z=0} \zeta - (T_{xx}^0)_{z=0} \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \\ T_{yz} &= - (T_{yy}^0)_{z=0} \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \\ T_{zz} &= - \left(\frac{\partial T_{zz}^0}{\partial z} \right)_{z=0} \zeta. \end{aligned} \quad (2.29)$$

«Перенесем» теперь эти напряжения с точек неровной поверхности $z = \zeta(x, y)$ на плоскость $z = 0$, считая, что действие неровностей поверхности на образование рассеянных волн эквивалентно действию указанных напряжений на плоскости $z = 0$. После этого задача о рассеянных неровностями поверхности волнах сводится к задаче о колебании твердого полупространства с плоской границей, на которой заданы напряжения (2.29).

Допустим, что функция $\zeta(x, y)$ может быть представлена двойным рядом Фурье

$$\zeta = \sum_{m, n=-\infty}^{+\infty} \zeta_{mn} \exp[i(mg_x x + ng_y y)], \quad (2.30)$$

где $g_x = 2\pi/\Lambda_x$; $g_y = 2\pi/\Lambda_y$; Λ_x и Λ_y — периоды неровностей в направлениях x и y . Каждой паре чисел m, n , т. е. каждому члену ряда (2.30) будет соответствовать пара рассеянных волн (mn), одна из которых — продольная — описывается скалярным потенциалом

$$\varphi_{mn} = A_{mn} \exp[i(k_m x + k_n y + \sqrt{k_l^2 - k_m^2 - k_n^2} z - \omega t)], \quad (2.31)$$

а другая — поперечная — описывается векторным потенциалом

$$\psi_{mn} = B_{mn} \exp[i(k_m x + k_n y + \sqrt{k_l^2 - k_m^2 - k_n^2} z - \omega t)]. \quad (2.32)$$

где $k_m = k_R + mg_x$, $k_n = ng_y$. При вещественных $\sqrt{k_l^2 - k_m^2 - k_n^2}$ и $\sqrt{k_l^2 - k_m^2 - k_n^2}$ эти волны бегут в направлении от границы и уносят часть энергии основной рэлеевской волны. При мнимых радикалах соответствующие волны будут поверхностными, распространяющимися вдоль границы со скоростью, отличной от скорости c_R

основной рэлеевской волны. Амплитуды волн A_{mn} и B_{mn} можно определить, приравнявая напряжения, созданные совокупностью волн (mn), напряжениям (2.29).

Каждая пара волн (mn), унося энергию основной рэлеевской волны от границы, будет вносить свой вклад в затухание основной волны. Предположим, что затухание рэлеевской волны, вызванное рассеянием, достаточно мало, так что на некотором отрезке $l \gg \lambda_R$ в направлении распространения волны, содержащем большое число неровностей, изменение амплитуды основной волны сравнительно мало. В этом случае можно ввести понятие парциального коэффициента затухания δ_{mn} , равного отношению энергии, унесенной по оси z за единицу времени через единичную площадку волнами (mn), к плотности потока энергии в рэлеевской волне. Суммарный коэффициент затухания δ рэлеевской волны (по энергии) будет равен

$$\delta = \sum_{mn} \delta_{mn}. \quad (2.33)$$

Формула для δ_{mn} очень громоздка, и мы ее приводить не будем.

На рис. 2.28 показаны результаты расчета коэффициента затухания для алюминия (1), земного грунта (2) и стали (3) при простейшем типе неровности поверхности — синусоидальной неровности, когда $\zeta = \zeta_0 \cos gx$. По оси ординат на рисунке отложена безразмерная величина $\gamma = \delta/k_l^3 \zeta_0^2$. Каждая из кривых при пространственных периодах неровностей $\Lambda = \lambda_R/(1 \pm c_R/c_l)$ имеет очень острые максимумы, вблизи которых затухание весьма велико (в e раз на пути (5—10) λ_R). При этих значениях Λ рассеянные продольные волны распространяются в том же направлении, что и первичная рэлеевская волна (левые пики), или в противоположном направлении (правые пики). Резкое возрастание рассеяния при этих значениях Λ обусловлено оттоком энергии от границы в рассеянную поперечную волну. При Λ , большем некоторого $\Lambda_{\max}$ ($\Lambda_{\max} = 11,28 \lambda_l$ для алюминия, $10,26 \lambda_l$ для земного грунта и $4,895 \lambda_l$ для стали), затухание рэлеевской волны вообще отсутствует.

Рассмотренный подход учитывает только однократное рассеяние рэлеевской волны в объемные волны mn , рассеяние в поверхностные рэлеевские волны здесь не учитывается. Однако при периодических неровностях, со-

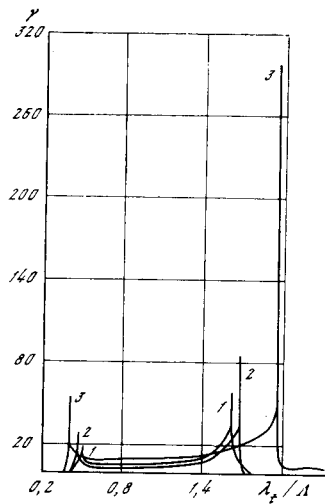


Рис. 2.28. Зависимость коэффициента затухания рэлеевских волн от периода неровностей

неровностях. Задача рассматривается при наклонном падении рэлеевской волны на малые и достаточно пологие периодические неровности. Постановка задачи следующая.

Пусть твердое изотропное полупространство ограничено сверху поверхностью, описываемой уравнением $z = \zeta(x)$, где $\zeta(x)$ — периодическая функция координаты x (рис. 2.29). Требуется найти звуковое поле в этом полупространстве, удовлетворяющее следующим условиям: 1) поле ограничено при $x \rightarrow \infty$; 2) при стремлении высоты неровностей к нулю поле переходит (при наличии в среде сколь угодно малого поглощения) в рэлеевскую волну, распространяющуюся под углом θ к оси x . Рэлеевская волна эффективно отражается от периодических неровностей с периодом, равным $\pi/k_R \cos \theta = \lambda_R/2 \cos \theta$ и близким к нему, и слабо отражается от других периодических неровностей. Поэтому предположим, что функция $\zeta(x)$, описывающая неровности, имеет период $\pi/k_R^0 \cos \theta = \lambda_R^0/2 \cos \theta$, где k_R^0 — волновое число рэлеевской волны при частоте ω_0 . Найдем поле в твердом полупространстве при частоте, равной ω_0 или близкой к ней.

державших фурье-компоненту с волновым числом, равным или близким удвоенному волновому числу поверхностной рэлеевской волны, происходит интенсивное отражение падающей волны от неровностей и учет рассеянных (отраженных) поверхностных волн становится необходимым.

В ряде дальнейших работ по развитию теории распространения рэлеевских волн вдоль неровных границ [125—128] делались попытки учесть указанные поверхностные спектры в рассеянии. Проиллюстрируем это, следуя работе А. Д. Лапина [128], основная идея которой состоит в учете многократного рассеяния рэлеевской волны на

Решение задачи рассеяния получим методом малых возмущений при специальном выборе формы нулевого приближения, соответствующей основной части полного поля. При рассеянии рэлеевской волны, как уже отмечалось, возникает интенсивная отраженная волна; чтобы избежать обычного для метода малых возмущений обра-

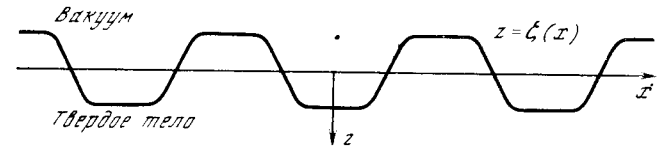


Рис. 2.29. Неровная граница полупространства

щения амплитуды обратной волны в бесконечность на резонансной частоте, будем искать нулевое приближение в специальной форме

$$\varphi^{(0)} = M \exp [i(k_R + \Delta k_R) \cos \theta x + i k_R \sin \theta y - \tilde{q} z - i \omega t] + N \exp [i(k_R + \Delta k_R - 2k_R^0) \cos \theta x + i k_R \sin \theta y - \tilde{\tilde{q}} z - i \omega t],$$

$$\psi_x^{(0)} = -\frac{2ik_R q_R}{k_R^2 + s_R^2} \sin \theta \{M \exp [i(k_R + \Delta k_R) \cos \theta x + i k_R \sin \theta y - \tilde{s} z - i \omega t] + N \exp [i(k_R + \Delta k_R - 2k_R^0) \cos \theta x + i k_R \sin \theta y - \tilde{\tilde{s}} z - i \omega t]\}, \quad (2.34)$$

$$\psi_y^{(0)} = \frac{2ik_R q_R}{k_R^2 + s_R^2} \cos \theta \{M \exp [i(k_R + \Delta k_R) \cos \theta x + i k_R \sin \theta y - \tilde{s} z - i \omega t] - N \exp [i(k_R + \Delta k_R - 2k_R^0) \cos \theta x + i k_R \sin \theta y - \tilde{\tilde{s}} z - i \omega t]\},$$

$$\text{где } \tilde{q} = [(k_R + \Delta k_R)^2 \cos^2 \theta + k_R^2 \sin^2 \theta - k_t^2]^{1/2};$$

$$\tilde{\tilde{q}} = [(k_R + \Delta k_R - 2k_R^0)^2 \cos^2 \theta + k_R^2 \sin^2 \theta - k_t^2]^{1/2};$$

$$\tilde{s} = [(k_R + \Delta k_R)^2 \cos^2 \theta + k_R^2 \sin^2 \theta - k_t^2]^{1/2};$$

$$\tilde{\tilde{s}} = [(k_R + \Delta k_R - 2k_R^0)^2 \cos^2 \theta + k_R^2 \sin^2 \theta - k_t^2]^{1/2};$$

$$|\Delta k_R| \ll k_R^0.$$

Обозначим для краткости $\varphi \equiv \Phi_1$, $\psi_x \equiv \Phi_2$, $\psi_y \equiv \Phi_3$. Как обычно, потенциалы Φ_n определяют смещения в твердом полупространстве согласно соотношениям (1.2). Выберем в (2.34) постоянные Δk_R и N/M таким образом, чтобы

При стремлении высоты неровностей к нулю поле Φ_n переходит (при наличии сколь угодно малого поглощения в среде) в рэлеевскую волну, распространяющуюся вдоль плоской границы. Соотношение (2.36) показывает, что для границы с периодическими неровностями существует частотная полоса запираания. При частотах таких, что $|\Omega| < \Omega_{\text{зап}}$, поле $\Phi_n^{(0)}$ экспоненциально затухает с ростом x . Коэффициент затухания $\delta_r = \text{Im } \delta$ принимает максимальное значение, равное $|T \xi_1|$, в середине ($\omega = \omega_0$) полосы запираания и монотонно убывает до нуля при приближении частоты ω к границам этой полосы, определяемой по формулам $\omega_n = \omega_0 - \Omega_{\text{зап}}$, $\omega_v = \omega_0 + \Omega_{\text{зап}}$. Для частот, лежащих внутри полосы запираания, модуль величины N/M равен единице.

Ширина полосы запираания $\omega_v - \omega_n = 2\Omega_{\text{зап}}$ и коэффициент затухания $\delta_r = \sqrt{\Omega_{\text{зап}}^2 - \Omega^2/c_R}$ зависят от угла падения θ . Величина $\Omega_{\text{зап}}$ пропорциональна множителю $|\sin^2 \theta - k_i^2/4k_R^2|$, поэтому ширина полосы запираания и коэффициент затухания стремятся к нулю при приближении угла падения к углу θ_0 , определяемому по формуле $\theta_0 = \arcsin k_i/2k_R$. При угле падения, равном θ_0 , рэлеевская волна не отражается от рассматриваемых одномерных неровностей поверхности. Впервые это было показано в работе [126].

На основе полученных формул можно рассчитать коэффициент отражения от периодических неровностей, заданных на конечном по x участке, при наклонном падении рэлеевской волны. Пусть неровности $z = \zeta(x)$ заданы в интервале $0 < x < L$. Производя вычисления, получим для модулей коэффициентов отражения $K_{\text{отр}}$ и прохождения $K_{\text{пр}}$ рэлеевской волны следующие выражения:

$$|K_{\text{отр}}| = \text{th}(\delta_r^0 L \cos \theta), \quad |K_{\text{пр}}| = \frac{1}{\text{ch}(\delta_r^0 L \cos \theta)}, \quad (2.38)$$

где $\delta_r^0 = |T \xi_1|$.

Ю. В. Гуляевым и В. П. Плесским проведено дальнейшее уточнение теории рассеяния рэлеевских волн на малых периодических неровностях (см. обзор [129]). Ими исследовано резонансное рассеяние рэлеевских волн от синусоидальных неровностей с пространственным периодом, близким к длине рэлеевской волны, и показано, что в этом случае в граничных условиях задачи принципиально необходимо учитывать члены второго порядка малости

по высоте неровностей. Это приводит к заметному изменению коэффициента затухания волны вблизи резонансной частоты.

В экспериментальном плане влияние множественных поверхностных дефектов на рэлеевскую волну изучено довольно слабо.

В работе [130] исследовано влияние способа обработки поверхности металла (строгание, фрезерование, притирка и полирование) на затухание рэлеевских волн. Показано, что затухание весьма существенно зависит от способа обработки, поскольку при различных способах обработки получается различная структура поверхности и поверхностного слоя: появляется наклеп, обработочные штрихи, различная ориентация структурных элементов поверхностного слоя металла, поверхностные пленки (при химическом полировании).

Отметим еще работу [131], где проверялась изложенная выше теория Л. М. Бреховских [124] по рассеянию поверхностных рэлеевских волн в спектры (mn) объемных волн на неровной поверхности. В отношении характера зависимости коэффициента затухания от частоты и структурных параметров твердого тела получено согласие с теорией. Однако количественно экспериментальные значения коэффициента затухания получились примерно на порядок меньше, чем предсказанные теорией.

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

Данная часть посвящена поверхностным волнам в пьезоэлектрических кристаллах — изоляторах и пьезоэлектрических кристаллах — полупроводниках. Из очень обширного круга вопросов, связанных с этой темой, мы выбрали три наиболее важных (с практической точки зрения): возбуждение волн металлическими электродами, взаимодействие с электронами и распространение по цилиндрическим поверхностям. Каждый из указанных вопросов связан с новым эффектом или с новой технической перспективой. Так, возбуждение волн гребенчатыми металлическими электродами за счет собственного пьезоэффекта среды, как уже отмечалось выше, позволило получить поверхностные волны с частотой 10^9 — 10^{10} Гц. Взаимодействие волн с электронами через пьезоэффект кристалла привело к возможности прямого усиления упругих волн постоянным электрическим током и к возможности определения электрических характеристик кристалла акустическими методами. Существование для ряда кристаллических симметрий поверхностных волн на цилиндрических поверхностях кристаллов позволило осуществить очень большие пути пробега волн в образцах малых размеров за счет многократного огибания волнами цилиндра в направлении, перпендикулярном образующей цилиндра, что принципиально важно для акустических фильтров и ультразвуковых линий задержки на большую длительность и высокую несущую частоту.

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

1. Методы рассмотрения

Идея данного метода возбуждения (приема) поверхностных волн, впервые описанного в работе [132], заключается в следующем. На плоскую хорошо обработанную поверхность пьезоэлектрического кристалла наносится двухфазная система периодических гребенчатых металлических электродов, к которым подводится переменное электрическое напряжение круговой частоты ω (рис. 3.1). Вследствие пьезоэффекта это напряжение создает периодическую совокупность механических возмущений на поверхности и в поверхностном слое кристалла. Механические возмущения, как и в методе гребенчатой структуры (см. разд. 1 второй части), возбуждают поверхностную волну.

Данный метод возбуждения имеет целый ряд существенных преимуществ. Во-первых, не требуется механического (акустического) контакта пьезопреобразователя с образцом. Эта особенность, а также развитие технологии нанесения металлических электродов позволяют в настоящее время возбуждать и принимать поверхностные волны рекордно высоких частот, вплоть до 10^{10} Гц (см., например, [133]). Во-вторых, применяя неэквидистантную систему электродов, а также электроды переменной длины (так называемая аподизация), можно получать амплитудно-частотные характеристики электродных преобразователей практически любой формы, что очень важно для практических приложений [134, 135]. В-третьих, несколько видоизменяя метод и усложняя технологию изготовления преобразователя, можно возбуждать и принимать поверхностные волны и в непьезоэлектрических образцах. Для этого на поверхность образца наносится тонкая пьезоэлектрическая пленка, а металлические электроды делаются над или под этой пленкой [136].

Все перечисленное привело к тому, что использование данного метода возбуждения и приема поверхностных волн в различных кристаллах позволило создать множество акустоэлектронных приборов для обработки информа-

ции, нашедших в настоящее время широкое техническое применение [137—146]. К ним относятся ультразвуковые линии задержки и фильтры, усилители электрических сигналов, корреляторы, кодирующие и декодирующие устройства, фазовращатели и пр.

Для описания возбуждения поверхностных волн металлическими электродами в настоящее время существует несколько подходов (методов).

Первый и наиболее простой — использование модельного представления распределения заряда на электродах

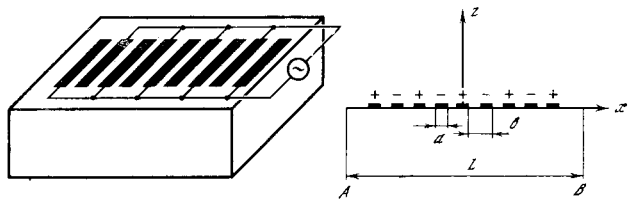


Рис. 3.1. Гребенчатый электродный преобразователь поверхностных волн

в виде δ -функций [138, 147, 148]. Эта модель позволяет описать наиболее характерные частотные свойства электродных преобразователей на кристалле с малым коэффициентом электромеханической связи. В силу своей простоты данный метод часто используется при синтезе фильтров с заданными частотными характеристиками. К его недостаткам относится слабая теоретическая обоснованность и принципиальная невозможность учесть эффекты второго порядка (например, переотражение волн электродами).

Второй подход связан с использованием эквивалентных электрических схем типа схемы Мэсона или ее модификаций [149—151]. Схема Мэсона была введена для описания упругих колебаний в образцах, где имеется система плоских стоячих объемных волн (одномерное распределение упругого и электрического полей). Поэтому при ее применении к расчету существенно двумерных электродных преобразователей поверхностных волн сразу же возникают принципиальные ограничения, которые не устраняются практически никакими модификациями. Это является основным недостатком данного подхода.

Третий, более строгий и физический, чем первые два, подход связан с решением электрической и упругой задач

для полупространства с системой металлических электродов по методу последовательных приближений [152—154]. При строгой постановке задачи для возбуждающих электродов на поверхности полупространства должны быть заданы лишь разности потенциалов на них и их геометрия. Ни распределения электрического поля на поверхности кристалла, ни распределения зарядов (токов) на электродах невозможно задать. Эти поля, заряды и токи сами зависят от возбуждаемых ими упругих колебаний полупространства. Поэтому задача должна решаться как самосогласованная. В методе последовательных приближений сначала решается электрическая (упругая) задача без учета пьезоэффекта, а затем в первом приближении теории возмущений находится упругое (электрическое) поле. Естественно, что получаемое решение приближенно и применимо только при малости коэффициента электромеханической связи и при не очень большом количестве металлических электродов.

Наконец, четвертый, самый корректный подход — это попытка строгого решения задачи о возбуждении «кристаллического» полупространства системы металлических электродов. Здесь следует отметить два приема — использование функций Грина [67, 155, 156] и построение точного решения электрической задачи с дальнейшим использованием для решения введенного Ингебригтсеном [157] понятия поверхностного импеданса [158, 159]. В обоих случаях довольно длительная и сложная процедура решения приводит к интегральному или интегродифференциальному уравнению, решение которого в общем случае возможно только численными методами. Для ряда частных случаев, например для узких (по сравнению с длиной волны) электродов, решение может быть получено в аналитической форме.

2. Постановка задачи

Для описания гребенчатого преобразователя будем использовать метод последовательных приближений, проводя изложение в основном на базе работы [54]. Данный метод рассмотрения достаточно строг и физичен и в то же время прост и нагляден. Кроме того, исследование этим методом близко к нашему подходу для рассмотрения работы механических излучателей поверхностных рэлеевских

волн (см. разд. 1 второй части) и вносит, таким образом, единство изложения.

Рассмотрим границу $z = 0$ с вакуумом однородного идеально упругого полубесконечного кристалла, обладающего пьезосвойствами. Пусть в области $|x| \leq L/2$ на границе нанесена двухфазная эквидистантная система металлических гребенчатых электродов (см. рис. 3.1), размеры которых по оси y бесконечны. Будем предполагать, что электроды бесконечно тонкие (не создающие механической нагрузки) и идеально проводящие. К каждой паре электродов приложено переменное электрическое напряжение $v_0 e^{-i\omega t}$. Требуется найти электрическое и упругое поля в полупространстве.

Электрические и механические колебания в рассматриваемом полупространстве должны описываться уравнением движения (1.69), уравнениями пьезоэффекта (1.72), (1.73) и системой уравнений Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.1)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (3.2)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = 0, \quad (3.3)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (3.4)$$

$$B_n = \mu_{in}^s H_i. \quad (3.5)$$

Здесь c — скорость света; $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ — векторы индукции и напряженности магнитного поля соответственно; μ_{in}^s — компонента тензора магнитной проницаемости при постоянной энтропии.

В полупространстве $z > 0$ над кристаллом (в вакууме) векторы напряженности электрического и магнитного полей $\mathbf{E}'$ и $\mathbf{H}'$ должны удовлетворять следующей системе уравнений Максвелла:

$$\text{rot } \mathbf{E}' = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}, \quad (3.6)$$

$$\text{rot } \mathbf{H}' = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t}, \quad (3.7)$$

$$\text{div } \mathbf{E}' = 0, \quad (3.8)$$

$$\text{div } \mathbf{H}' = 0. \quad (3.9)$$

Можно показать, что вследствие малости скорости звука по сравнению со скоростью света поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{E}'$ явля-

ются практически потенциальными. Действительно, представим эти поля в виде суммы потенциальной и вихревой частей $\mathbf{E} = \mathbf{E}_\psi + \mathbf{E}_{\text{rot}}$. Оценим порядки величин, считая, что в объеме кристалла характерные изменения векторов $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{B}$ происходят на длине поверхностной рэлеевской волны λ_R . Из уравнения (3.1) получим, что $|\mathbf{E}_{\text{rot}}| \sim 2\pi \frac{c_R}{c} |\mathbf{H}|$. Из уравнения (3.2) следует, что $|\mathbf{E}| \sim \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{c}{c_R} |\mathbf{H}|$. Таким образом, отношение вихревой части электрического поля к полному полю в кристалле равно

$$\frac{|\mathbf{E}_{\text{rot}}|}{|\mathbf{E}|} \sim 4\pi^2 \epsilon \frac{c_R^2}{c^2}. \quad (3.10)$$

Подобное выражение получается и для соотношения полей в вакууме. Таким образом, с очень хорошей точностью электрические поля в кристалле и вакууме можно считать потенциальными, а магнитные поля, следовательно, можно исключить из рассмотрения.

С учетом сделанных замечаний система уравнений для кристалла сведется к следующей:

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}, \quad (3.11)$$

$$T_{ik} = c_{iklm}^E U_{lm} - e_{jik} E_j, \quad (3.12)$$

$$D_n = 4\pi e_{nlm} U_{lm} + \epsilon_{jn}^s E_j, \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial D_n}{\partial x_n} = 0. \quad (3.14)$$

Система уравнений (3.6)–(3.9) для вакуума сведется к уравнению (3.8). Будем описывать электрическое поле в кристалле потенциалом ϕ , полагая $E_j = -\partial\phi/\partial x_j$, а электрическое поле в вакууме — потенциалом ϕ' . Тогда в кристалле поверхностная волна будет характеризоваться в общем случае четырьмя переменными: смещениями U_i и потенциалом ϕ , а в полупространстве над кристаллом — только одной переменной — потенциалом ϕ' , удовлетворяющим уравнению Лапласа

$$\Delta\phi' = 0. \quad (3.15)$$

Граничные условия задачи условно можно разделить на механические и электрические. Механические граничные

условия — это равенство нулю нормальных и касательных напряжений на всей границе $z = 0$ кристалла с вакуумом. Электрические граничные условия заключаются в непрерывности касательной компоненты электрического поля E_τ и нормальной компоненты вектора электрической индукции D_n на границе кристалла с вакуумом, в равенстве нулю E_τ на электродах и равенстве электрических напряжений между соседними электродами $V_0 e^{-i\omega t}$.

Для простоты и наглядности все дальнейшие расчеты проведем для поперечно изотропной кристаллической среды. К такой среде относится поляризованная керамика титаната бария и другие пьезокерамики и большая группа кристаллов структуры вюрцита (CdS, CdSe, ZnO, ZnS... формула симметрии $6mm$, см. [160]) при условии, что их гексагональная ось c перпендикулярна свободной поверхности (т. е. совпадает с осью z на рис. 3.1).

Такие кристаллы характеризуются следующими тензорами постоянных: тензором упругих модулей c_{ik}

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

пьезоэлектрической постоянной e_{mn}

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

и диэлектрической проницаемости

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Окончательные численные расчеты будут выполнены для кристалла сульфида кадмия. Кристалл CdS обладает сравнительно большим коэффициентом электромеханической связи, электронной проводимостью и фотоэффектом. Благодаря этому он очень широко используется в физических экспериментах по изучению электрон-фононного

взаимодействия в кристаллах, а также в акустоэлектронных устройствах.

Будем рассматривать возбуждение поверхностных волн рэлеевского типа. При указанном выборе кристаллического полупространства все характеристики рэлеевской волны в нем не зависят от направления ее распространения в плоскости $z = 0$. В экспериментах с CdS (описываемых, в частности, и в данной части) используется именно такая плоскость распространения рэлеевских и поперечных волн. Это объясняется тем, что, помимо упрощений, связанных с тождественностью всех направлений в этой плоскости, эти направления для рэлеевских и поперечных волн являются в сильной степени пьезоактивными (это приводит к сильному взаимодействию волн с электродами).

3. Электрическое поле излучателя

В качестве первого этапа решения задачи о возбуждении поверхностных волн системой металлических электродов рассмотрим электрическое поле такого излучателя. Как показано выше, это поле квазистатическое. В соответствии с основной идеей метода последовательных приближений будем искать квазистатическое поле излучателя, пренебрегая пьезоэффектом ($e_{jik} = 0$). Это поле должно удовлетворять в кристалле уравнению (3.14), где $D_n = \epsilon_{jn}^s E_j$, а в вакууме — уравнению (3.15). Будем вначале предполагать, что число металлических электродов не ограничено.

Проделявая трудоемкие вычисления [154], можно получить решение квазистатической электрической задачи, удовлетворяющее указанным выше граничным условиям, в форме

$$\begin{aligned} E_x = & -iV_0 G(\Delta) \frac{2\pi}{b} \left[\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Delta) \times \right. \\ & \times \exp \left[-i \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{2\pi}{b} (x + imz) - i\omega t \right] - \\ & \left. - \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Delta) \exp \left[i \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{2\pi}{b} (x - imz) - i\omega t \right] \right], \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$E_z = mV_0 G(\Delta) \frac{2\pi}{b} \left[\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Delta) \times \right. \\ \times \exp \left[-i \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{2\pi}{b} (x + imz) - i\omega t \right] + \\ \left. + \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Delta) \exp \left[i \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{2\pi}{b} (x - imz) - i\omega t \right] \right].$$

Здесь $\Delta = \pi a/b$; $m = \sqrt{\epsilon_{11}^s/\epsilon_{33}^s}$; $P_n(\cos \Delta)$ — полином Лежандра номера n ; $G(\Delta)$ — константа, даваемая выражением

$$G(\Delta) = -1/4K(s'); \quad (3.20)$$

$s' = \sqrt{1-s^2}$ — дополнительный модуль; $s = \sin(\Delta/2)$; $K(s')$ — полный эллиптический интеграл первого рода от дополнительного модуля s' .

Найдем теперь поле реального излучателя с конечным числом электродов. Для этого представим составляющие этого поля в виде интегралов Фурье

$$E_x(x, z) = \frac{1}{2\pi} V_0 \exp(-i\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}_x(k, z) \exp(ikx) dk, \quad (3.21)$$

$$E_z(x, z) = \frac{1}{2\pi} V_0 \exp(-i\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} \bar{E}_z(k, z) \exp(ikx) dk,$$

где $\bar{E}_x(k, z)$ и $\bar{E}_z(k, z)$ — трансформанты Фурье, для которых справедливы выражения

$$\bar{E}_x(k, z) = V_0 \exp(-i\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} E_x(x, z) \exp(-ikx) dx, \quad (3.22)$$

$$\bar{E}_z(k, z) = V_0 \exp(-i\omega t) \int_{-\infty}^{\infty} E_z(x, z) \exp(-ikx) dx.$$

Подставляя выражения (3.21) в уравнение (3.14) и используя потенциальность поля E_x , E_z можно показать:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x(k, z) &= \bar{E}_x(k) \exp(m|k|z), \\ \bar{E}_z(k, z) &= -im\bar{E}_x(k) \exp(mkz) \text{ при } k > 0, \\ \bar{E}_z(k, z) &= im\bar{E}_x(k) \exp(-mkz) \text{ при } k < 0. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \bar{E}_x(k) &= \bar{E}_x(k, z)|_{z=0} = V_0 \exp(-i\omega t) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} E_x(x, 0) \exp(-ikx) dx. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Для вычисления $\bar{E}_x(k)$ нужно, таким образом, знать касательную составляющую поля на всей границе полупространства. Будем считать, что в области на границе $z = 0$, занятой электродами (область AB на рис. 3.1), поле такое же, как в случае бесконечной системы электродов, а вне этой области оно равно нулю. Такое предположение неплохо выполняется при большом числе электродов преобразователя, что чаще всего и реализуется на практике.

Используя выражение (3.19) для E_x , выражение (3.20) для $G(\Delta)$ и производя вычисление интеграла (3.24) с учетом указанной идеализации в распределении поля, получим формулу для трансформанты $\bar{E}_x$:

$$\bar{E}_x(k') = i \frac{\pi}{2K(s')} NF(k') V_0 \exp(-i\omega t), \quad (3.25)$$

где $k' = kb/\pi$ — нормированное волновое число; N — число промежутков между электродами;

$$\begin{aligned} F(k') &= \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Delta) \left\{ \sin \left[(2n+1+k') \frac{N\pi}{2} \right] \times \right. \\ &\times \left[(2n+1+k') \frac{N\pi}{2} \right]^{-1} \left\} - \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \Delta) \times \right. \\ &\times \left\{ \sin \left[(2n+1-k') \frac{N\pi}{2} \right] \left[(2n+1-k') \frac{N\pi}{2} \right]^{-1} \right\}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Зная трансформанту $\bar{E}_x(k)$, по соотношениям (3.23) и (3.21) вычислим полное электрическое поле излучателя в любой точке полупространства. Можно было, конечно, не производить описанных здесь вычислений, а просто принять, что поле в области AB (см. рис. 3.1) везде равно полю от бесконечной системы электродов, а вне области AB — равно нулю, как это было предположено для составляющей E_x на поверхности кристалла. Но тогда поле в полупространстве имело бы разрывы на границе области AB , что не очень удобно для дальнейших расчетов. Кроме того, для дальнейшего целесообразно представление поля в форме интегралов Фурье (3.21), а не в форме (3.19).

4. Вычисление упругого поля излучателя

Рассчитанное нами электрическое поле преобразователя вследствие пьезоэффекта создает в кристалле упругие напряжения, которые можно рассматривать, как вынуждающие силы в уравнении движения, приводящие к генерации преобразователем поверхностных и объемных звуковых волн. Для нахождения упругого поля, созданного электрическим напряжением $U_0 \exp(-i\omega t)$, подставим выражения (3.12) в уравнения движения (3.11), учитывая симметрию кристалла, геометрию задачи и известное соотношение

$$U_{im} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} + \frac{\partial U_m}{\partial x_l} \right). \quad (3.27)$$

Производя вычисления, получим следующие уравнения движения:

$$\begin{aligned} \rho\omega^2 U_x + c_{11} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + c_{44} \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + (c_{14} + c_{34}) \frac{\partial^2 U_z}{\partial x \partial z} &= \\ = e_{15} \frac{\partial E_x}{\partial z} + e_{31} \frac{\partial E_z}{\partial x}, \\ \rho\omega^2 U_z + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial z} + c_{44} \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + c_{33} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} &= \\ = e_{15} \frac{\partial E_x}{\partial x} + e_{33} \frac{\partial E_z}{\partial z}, \\ \rho\omega^2 U_y + c_{55} \frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2} + c_{44} \frac{\partial^2 U_y}{\partial z^2} &= 0. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Здесь и везде далее опускаем для краткости индексы «E» и «s» у упругих модулей и диэлектрической постоянной. Третье из уравнений (3.28) показывает, что компонента U_y не связана с U_x, z и с электрическим полем, поэтому мы можем далее положить $U_y \equiv 0$.

Два первых уравнения (3.28) являются уравнениями в частных производных относительно U_x и U_z с функциями источников (члены в правых частях уравнений). Для решения этих уравнений исключим из них переменную x , воспользовавшись стандартным методом Фурье. Представим каждый из членов уравнений (3.28) в форме

интеграла Фурье:

$$\begin{aligned} f(x, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(k, z) \exp(ikx) dk, \\ \bar{f}(k, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x, z) \exp(-ikx) dx. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Здесь $\bar{f}(k, z)$ — трансформанта Фурье от $f(x, z)$. Подставляя решения в форме интегралов Фурье в первые два уравнения (3.28), получим уравнения для трансформант Фурье

$$\begin{aligned} c_{44} \frac{d^2 \bar{U}_x}{dz^2} + (\rho\omega^2 - c_{11}k^2) \bar{U}_x + ik(c_{13} + c_{44}) \frac{d\bar{U}_z}{dz} &= \\ = e_{15} \frac{d\bar{E}_x}{dz} + ik e_{31} \bar{E}_z, \\ ik(c_{13} + c_{44}) \frac{d\bar{U}_x}{dz} + c_{33} \frac{d^2 \bar{U}_z}{dz^2} + (\rho\omega^2 - c_{44}k^2) \bar{U}_z &= \\ = ik e_{15} \bar{E}_x + e_{33} \frac{d\bar{E}_z}{dz}, \end{aligned} \quad (3.30)$$

где $\bar{E}_x, \bar{E}_z$ даются выражениями (3.23). Учитывая это, перепишем уравнения (3.30) для $k > 0$ в следующей форме (для $k < 0$ уравнения отличаются знаками в правых частях и в экспоненте правой части; для краткости не будем расписывать случай $k < 0$):

$$\begin{aligned} c_{44} \frac{d^2 \bar{U}_x}{dz^2} + (\rho\omega^2 - c_{11}k^2) \bar{U}_x + ik(c_{13} + c_{44}) \frac{d\bar{U}_z}{dz} &= \\ = mk(e_{15} + e_{31}) \bar{E}_x(k) \exp(mkz), \\ ik(c_{13} + c_{44}) \frac{d\bar{U}_x}{dz} + c_{33} \frac{d^2 \bar{U}_z}{dz^2} + (\rho\omega^2 - c_{44}k^2) \bar{U}_z &= \\ = ik(e_{15} - e_{33}m^2) \bar{E}_x(k) \exp(mkz). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Мы получили систему двух дифференциальных линейных неоднородных уравнений второго порядка относительно $\bar{U}_x, \bar{U}_z$. Ее решением являются функции вида

$$\bar{U}_x = A_1 \exp(a_1 kz) + A_2 \exp(a_2 kz) + a_3 \frac{\bar{E}_x(k)}{k} \exp(mkz), \quad (3.32)$$

$$\bar{U}_z = i \left[p_1 A_1 \exp(a_1 kz) + p_2 A_2 \exp(a_2 kz) + b_3 \frac{\bar{E}_x(k)}{k} \exp(mkz) \right].$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 &= \frac{1}{2c_{44}c_{33}} \{-B + [B^2 - 4c_{44}c_{33}(\rho c^2 - c_{11})(\rho c^2 - c_{44})]^{1/2}\}; \\ \alpha_2^2 &= \frac{1}{2c_{44}c_{33}} \{-B - [B^2 - 4c_{44}c_{33}(\rho c^2 - c_{11})(\rho c^2 - c_{44})]^{1/2}\}; \\ B &= (\rho c^2 - c_{11})c_{33} + c_{44}(\rho c^2 - c_{44}) + (c_{13} + c_{44})^2; \\ p_j &= (c_{44}\alpha_j^2 + \rho c^2 - c_{11})(c_{13} + c_{44})^{-1}; \\ a_3 &= \frac{1}{\Delta_3} \begin{vmatrix} (e_{15} + e_{31})m & im(c_{13} + c_{44}) \\ i(e_{15} - e_{33}m^2) & c_{33}m^2 + (\rho c^2 - c_{44}) \end{vmatrix}; \\ b_3 &= \frac{1}{\Delta_3} \begin{vmatrix} c_{44}m^2 + (\rho c^2 - c_{11}) & (e_{15} + e_{31})m \\ m(c_{13} + c_{44}) & i(e_{15} - e_{33}m^2) \end{vmatrix}; \\ \Delta_3 &= \begin{vmatrix} c_{44}m^2 - (\rho c^2 - c_{11}) & im(c_{13} + c_{44}) \\ im(c_{13} + c_{44}) & c_{33}m^2 + (\rho c^2 - c_{44}) \end{vmatrix}; \end{aligned} \quad (3.33)$$

c — скорость поверхностной волны; α_1 и α_2 — значения корней с положительными реальными частями. Незвестные амплитуды $A_{1,2}$ и скорость поверхностной волны c должны быть определены из граничных условий.

Механические граничные условия (напомним, что электрические граничные условия уже удовлетворены — из них найдено электрическое поле преобразователя) заключаются в отсутствии механических напряжений на поверхности кристалла:

$$T_{xz}|_{z=0} = T_{zz}|_{z=0} = T_{yz}|_{z=0} = 0. \quad (3.34)$$

Поскольку $\partial/\partial y = 0$ и $E_y = 0$, напряжение T_{yz} в нашем случае тождественно равно нулю. Представляя два оставшихся напряжения в виде интегралов Фурье, получим аналогичные (3.34) условия для соответственных трансформант Фурье:

$$\bar{T}_{xz}(k, 0) = \bar{T}_{zz}(k, 0) \equiv 0 \text{ для любых } k. \quad (3.35)$$

Выражая поверхностные напряжения и их трансформанты Фурье через $U_{x,z}$, $E_{x,z}$, получим в итоге алгебраические неоднородные уравнения для нахождения неизвестных амплитуд A_1, A_2 :

$$\begin{aligned} (c_{13} + c_{33}p_1\alpha_1)A_1 + (c_{13} + c_{33}p_2\alpha_2)A_2 &= \\ &= -(e_{33}m + c_{13}a_3 + c_{33}b_3m) \frac{E_x(k)}{k}, \\ c_{44}(\alpha_1 - p_1)A_1 + c_{44}(\alpha_2 - p_2)A_2 &= \\ &= (e_{15} - c_{44}ma_3 + c_{44}b_3) \frac{E_x(k)}{k}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

Их решения можно записать в следующей форме:

$$A_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_4} \frac{E_x(k)}{k}, \quad A_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta_4} \frac{E_x(k)}{k}. \quad (3.37)$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} -(e_{33}m + c_{13}a_3 + c_{33}b_3m) & c_{13} + c_{33}p_2\alpha_2 \\ e_{15} - c_{44}ma_3 + c_{44}b_3 & c_{44}(\alpha_2 - p_2) \end{vmatrix} \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} c_{13} + c_{33}p_1\alpha_1 & -(e_{33}m + c_{13}a_3 + c_{33}b_3m) \\ c_{44}(\alpha_1 - p_1) & e_{15} - c_{44}ma_3 + c_{44}b_3 \end{vmatrix}, \\ \Delta_4 &= \begin{vmatrix} c_{13} + c_{33}p_1\alpha_1 & c_{13} + c_{33}p_2\alpha_2 \\ c_{44}(\alpha_1 - p_1) & c_{44}(\alpha_2 - p_2) \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Это приводит к выражениям для трансформант Фурье от компонент смещений

$$\begin{aligned} \bar{U}_x(k, z) &= \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_4} \exp(\alpha_1 kz) + \frac{\Delta_2}{\Delta_4} \exp(\alpha_2 kz) + \right. \\ &\quad \left. + a_3 \exp(mkz) \right] \frac{E_x(k)}{k}, \\ \bar{U}_z(k, z) &= i \left[\frac{p_1\Delta_1}{\Delta_4} \exp(\alpha_1 kz) + \frac{p_2\Delta_2}{\Delta_4} \exp(\alpha_2 kz) + \right. \\ &\quad \left. + b_3 \exp(mkz) \right] \frac{E_x(k)}{k}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Сами компоненты смещений получим через их трансформанты Фурье по формулам (3.29):

$$\begin{aligned} U_x(x, z, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_4} \exp(\alpha_1 kz) + \frac{\Delta_2}{\Delta_4} \exp(\alpha_2 kz) + \right. \\ &\quad \left. + a_3 \exp(mkz) \right] \frac{E_x(k)}{k} \exp[i(kx - \omega t)] dk + \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 \bar{U}_x(k, z) \exp[i(kx - \omega t)] dk, \\ U_z(x, z, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty i \left[\frac{p_1\Delta_1}{\Delta_4} \exp(\alpha_1 kz) + \frac{p_2\Delta_2}{\Delta_4} \exp(\alpha_2 kz) + \right. \\ &\quad \left. + b_3 \exp(mkz) \right] \frac{E_x(k)}{k} \exp[i(kx - \omega t)] dk + \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 \bar{U}_z(k, z) \exp[i(kx - \omega t)] dk. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Вторые слагаемые здесь (т. е. интегралы $\int_{-\infty}^0 \dots dk$) связаны с тем, что формулы (3.39) для трансформант, как уже отмечалось выше (при выводе формулы (3.31)), справедливы только при $k > 0$. При $k < 0$ аналогичные выражения отличаются знаками, в частности знаком в показателе экспоненты $\exp(mkz)$.

Определяя подынтегральные функции отдельно для $k > 0$ и $k < 0$, можно объединить сумму двух интегралов в каждом из выражений (3.40) в интеграл по k в пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

Будем вычислять только поверхностные смещения ($z = 0$). Для вычисления объединенных интегралов (3.40) при $z = 0$ рассмотрим их в комплексной плоскости волнового числа k . В этой плоскости подынтегральные функции имеют точки ветвления $k = \pm k_1$ и $k = \pm k_2$, определяемые из условий $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, и простые полюса $k = \pm k_R$, соответствующие простым корням уравнения $\Delta_4 = 0$ (k_R — волновое число поверхностной рэлеевской волны, распространяющейся в направлении оси x в рассматриваемом кристалле). Образует из четырех листов комплексной плоскости k четырехлистную поверхность Римана, проведя разрезы от точек $\pm k_1$, $\pm k_2$, как это было сделано для вычисления поверхностных смещений в разд. 1 второй части (см. рис. 2.3). Путь интегрирования в объединенных интегралах (3.40) должен проходить по вещественной оси того листа поверхности Римана, на котором знаки радикалов α_1 и α_2 соответствуют решению, ограниченному во всем полупространстве $z < 0$. Производя операции, аналогичные изложенным в разд. 1 второй части, сведем объединенные интегралы (3.40) к вычетам в точках $k = \pm k_R$, к интегралам по берегам разрезов и по положительной или отрицательной мнимой полуоси (в зависимости от знака x).

Интересующей нас поверхностной рэлеевской волне, распространяющейся в положительном направлении оси x , будет соответствовать вычет в полюсе $k = k_R$. Выражения для касательного и нормального смещений в этой волне имеют вид

$$U_x = [A_1^{(R)} \exp(\alpha_1^{(R)} k_R z) + A_2^{(R)} \exp(\alpha_2^{(R)} k_R z)] \exp(ik_R x), \quad (3.41)$$

$$U_z = i [p_1^{(R)} A_1^{(R)} \exp(\alpha_1^{(R)} k_R z) + p_2^{(R)} A_2^{(R)} \times \\ \times \exp(\alpha_2^{(R)} k_R z)] \exp(ik_R x).$$

Здесь $p_1^{(R)}$, $p_2^{(R)}$, $\alpha_1^{(R)}$, $\alpha_2^{(R)}$ — величины, вычисленные при $c = c_R$;

$$|A_1^{(R)}| = \Delta_1(c_R) |\bar{E}_x(k_R)| \left(c_R \frac{d\Delta_1}{dc} \Big|_{c=c_R} \right)^{-1}, \quad (3.42)$$

$$|A_2^{(R)}| = \Delta_2(c_R) |\bar{E}_x(k_R)| \left(c_R \frac{d\Delta_1}{dc} \Big|_{c=c_R} \right)^{-1}.$$

Поскольку p_j , α_j , Δ_1 , 2, 4 являются функциями c^2 , то вычет в точке $k = -k_R$ по абсолютной величине равен вычету в точке $k = k_R$ и амплитуды поверхностных рэлеевских волн, возбуждаемых преобразователем в направлениях $+x$ и $-x$, одинаковы.

Учитывая выражения (3.25) и (3.20), можно написать

$$|\bar{E}_x(k_R)| = |2\pi G(\Delta) N F(k'_R) V_0|. \quad (3.43)$$

Следовательно, амплитуда $A_1^{(R)}(\omega)$ рэлеевской волны, возбуждаемой нашим преобразователем при приложении к нему напряжения $V_0 e^{-i\omega t}$, может быть представлена в форме

$$|A_1^{(R)}(\omega)| = |L G(\Delta) N F(k'_R) V_0|, \quad (3.44)$$

где $L = \Delta_1(c_R) 2\pi \left(c_R \frac{d\Delta_1}{dc} \Big|_{c=c_R} \right)^{-1}$; $F(k'_R)$ дается выражением (3.26) при $k = k_R$; N — число межэлектродных промежутков в преобразователе; $\Delta = \pi a/b$.

Из выражения (3.44) видно, что амплитуда возбуждаемой поверхностной рэлеевской волны является произведением пяти сомножителей, включая число электродов N и напряжение между соседними электродами V_0 . Поясним смысл трех остальных сомножителей. Множитель L полностью определяется значениями упругих модулей, пьезоэлектрических постоянных и диэлектрических проницаемостей кристалла. Значения L для кристаллов CdS и CdSe приведены ниже в табл. 3.1. Множитель $G(\Delta)$ (см. соотношение (3.20)) зависит только от геометрии преобразователя. И, наконец, $F(k'_R)$ зависит от частоты приложенного электрического напряжения.

Помимо поверхностных рэлеевских волн, рассматриваемый преобразователь излучает объемные волны, которые описываются интегралами по берегам разрезов, идущих от точек ветвления в комплексной плоскости k . Кроме того, в упругое поле излучателя входят синфазные возмущения, монотонно спадающие при удалении от об-

ласти AB (см. рис. 3.1). Эта часть поля описывается интегралом по положительной (отрицательной) мнимой полуоси.

5. Основные характеристики преобразователя

Рассмотрим теперь параметры, характеризующие работу нашего электродного излучателя.

Акустическая мощность, уносимая поверхностной рэлееской волной, определяется средним по времени потоком энергии P в поверхностной волне через площадку единичной ширины по y и бесконечной длины по z :

$$P_i = -\frac{1}{2} \int_0^{-\infty} \operatorname{Re} \left(T_{ij} \frac{\partial}{\partial t} U_j^* \right) dz. \quad (3.45)$$

Здесь значок $*$ обозначает комплексно-сопряженную величину. Используя выражения (3.12) для T_{ik} (при $E_j = 0$) и выражения (3.41) для $U_{x,z}$ в поверхностной рэлееской волне и производя вычисления, можно показать, что

$$P_x = I \omega A_1^2, \quad P_y = P_z = 0, \quad (3.46)$$

где постоянная I определяется упругими свойствами кристалла. В табл. 3.1 приведены значения I для кристаллов CdS и CdSe , а также параметры рэлееской волны, представленной в форме (3.41).

Таблица 3.1

Кристалл	$c_R \cdot 10^{-3},$ м/с	$\alpha_1^{(R)}$	$\alpha_2^{(R)}$	$\frac{A_2^{(R)}}{A_1^{(R)}}$	$p_1^{(R)}$	$\frac{p_2^{(R)} A_2^{(R)}}{p_1^{(R)} A_1^{(R)}}$	$L \cdot 10^3,$ м·Б	$I \cdot 10^{-11},$ Вт·с·м ²
CdS	1,706	1,41	0,17	-0,27	-0,50	-3,72	0,55	1,78
CdSe	1,475	1,47	0,14	-0,23	-0,43	-4,37	0,37	0,81

Важнейшей характеристикой преобразователя является сопротивление излучения. Для его определения рассмотрим полную звуковую мощность, излучаемую преобразователем. Пренебрегая потерями на излучение объемных волн, получим, что эта мощность при ширине H

(размер по оси y) электрода равна

$$P = 2I \omega A_1^2 H. \quad (3.47)$$

Пусть преобразователь имеет N межэлектродных промежутков и ширину электрода H . Тогда, подставляя в (3.47) выражение (3.44) для A_1 , получим следующее соотношение:

$$P = 2I \omega [LG(\Delta) NF(k'_R)]^2 H V_0^2. \quad (3.48)$$

Определим сопротивление излучения R согласно формуле

$$P = \frac{1}{2} V_0^2 / R. \quad (3.49)$$

Из соотношения (3.48) получаем

$$R = \{4I \omega [LG(\Delta) NF(k'_R)]^2 H\}^{-1}. \quad (3.50)$$

Сопротивление излучения существенно зависит от частоты. При совпадении пространственного периода системы гребенчатых электродов с длиной рэлееской волны, т. е. на основной резонансной частоте $\omega = \omega_0 = c_R b / \pi$, имеем $k_R = 1$, $F(k'_R) = -1$. Поэтому на этой частоте

$$R = R_0 = \{4I \omega_0 [LG(\Delta) N]^2 H\}^{-1}. \quad (3.51)$$

Для нормированного сопротивления излучения получаем следующее простое выражение:

$$\frac{R(\omega)}{R(\omega_0)} = \frac{R(\omega)}{R_0} = \frac{\omega_0}{\omega} \left[\frac{1}{F(k'_R)} \right]^2. \quad (3.52)$$

Зависимость сопротивления излучения от частоты изображена рис. 3.2. Кривая рассчитана для $N = 17$ и $\Delta = \pi/4$. Как видно из рисунка, сопротивление излучения очень быстро возрастает при отклонении от резонансной частоты ω_0 , т. е. полоса пропускания преобразователя довольно узкая. Рассматриваемый электродный преобразователь может также довольно эффективно работать на нечетных гармониках. Из соотношений (3.50) и (3.26) можно показать, что отношение сопротивления излучения R_n на n -й гармонике основной резонансной частоты к сопротивлению излучения R_0 на основной резонансной частоте дается выражением

$$\frac{R_n}{R_0} = \{n [P_{(n-1)/2}(\cos \Delta)]^2\}^{-1}, \quad (3.53)$$

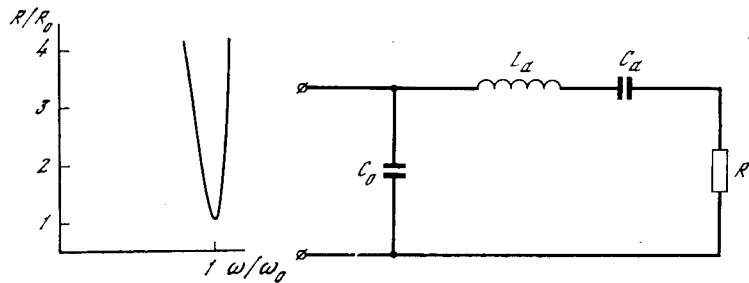


Рис. 3.2. Зависимость сопротивления излучения преобразователя от частоты вблизи резонансной частоты

Рис. 3.3. Эквивалентная схема излучателя на частотах вблизи резонансной

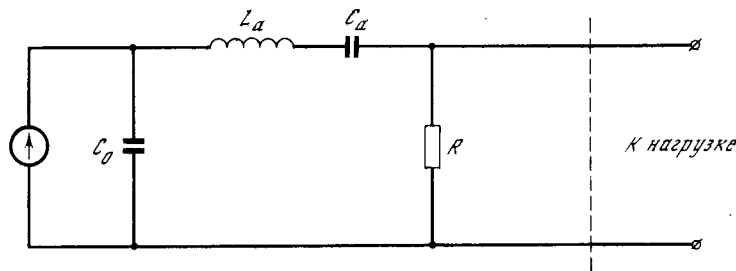


Рис. 3.4. Эквивалентная схема приемного преобразователя

где $P_{(n-1),2}(\cos \Delta)$ — полином Лежандра соответствующего номера.

Используя теорию эквивалентных схем, развитую Мэзоном [161], можно представить эквивалентную схему рассматриваемого электродного излучателя вблизи резонансной частоты ω_0 в виде, изображенном на рис. 3.3. Здесь C_0 — статическая емкость преобразователя; $R = R(\omega)$; L_a и C_a — параметры, определяемые следующими выражениями через ширину полосы преобразователя:

$$\begin{aligned} L_a &= R_0 / |\omega_2 - \omega_1|, \\ C_a &= (L_a \omega_1 \omega_2)^{-1}, \end{aligned} \quad (3.54)$$

где ω_0 — центральная (резонансная) частота излучателя; $\omega_{1,2}$ — частоты, на которых импеданс излучателя равен удвоенному значению (по отношению к значению на ω_0). Статическая емкость C_0 преобразователя вычисляется на основе решения электростатической задачи (см. соотно-

шения (3.19), (3.20)) и для преобразователя ширины H по оси y дается формулой

$$C_0 = \left(1 + \frac{V \epsilon_{11} \epsilon_{33}}{4\pi}\right) \frac{K(s)}{K(s')} H \frac{N}{2}. \quad (3.55)$$

В качестве примера приведем электрические параметры гребенчатого электродного излучателя на кристалле CdS, изготовленного на частоту $\omega_0 = 5,35 \cdot 10^7$ и имеющего размеры $H = 1,6$ мм, $AB = 17b = 1,73$ мм, $N = 17$, $\Delta = \pi a/b = \pi/4$. Эти параметры следующие: $C_0 = 1,1$ пФ, $C_a = 5,3 \cdot 10^{-3}$ пФ, $L_a = 58$ мГн, $R_0 = 252$ кОм.

Характеристики преобразователя в режиме приема можно получить на основе классической теоремы взаимности, обобщенной на случай твердой среды с пьезосвойствами. Используя соотношение, полученное на этой основе в [152], можно показать, что амплитуда электрического напряжения V_0^{np} на выходе преобразователя, работающего в режиме приема (при бесконечном сопротивлении нагрузки), дается выражением

$$V_0^{np} = 4I [LG(\Delta) NF(k'_R)] \omega N H A_1 Z_t, \quad (3.56)$$

где Z_t — электрический импеданс преобразователя. Снова используя названное соотношение для режима короткого замыкания приемного преобразователя, можно получить формулу для амплитуды электрического тока через преобразователь при коротком замыкании:

$$I_0^{np} = 4I [LG(\Delta) NF(k'_R)] \omega N H A_1. \quad (3.57)$$

Из соотношений (3.56) и (3.57) получим

$$V_0^{np} = I_0^{np} Z_t. \quad (3.58)$$

Из изложенного следует, что эквивалентная схема приемника должна состоять из источника тока, параллельно которому включен импеданс Z_t (рис. 3.4).

Основные из описанных здесь характеристик преобразователя проверялись экспериментально. Для этого использовались два идентичных преобразователя, изготовленных на кристаллах кварца или сульфида кадмия. Один из преобразователей служил излучателем, другой — приемником волн. Излучатель и приемник на CdS были защищены от действия света. Размеры преобразователей составляли $H = 1,6$ мм, $AB = 1,73$ мм, $N = 17$. Опыты

проводились в импульсном режиме на частоте 9 МГц. При измерениях сопротивление нагрузки не согласовывалось с внутренним сопротивлением преобразователя.

На основании равенств (3.44), (3.57), (3.58) можно рассчитать потери на преобразование, т. е. отношение амплитуды напряжения $V_0^{\text{пр}}$ на выходе приемника к амплитуде напряжения $V_0^{\text{изл}}$ на входе излучателя. Это отношение равно

$$\frac{V_0^{\text{пр}}}{V_0^{\text{изл}}} = \{4I [LG(\Delta) NF(k_R)]^2 \omega H\} R_n, \quad (3.59)$$

где R_n — сопротивление внешней нагрузки приемного преобразователя.

Для преобразователя на CdS $\Delta = 1,49 \pm 8\%$, расстояние между преобразователями равно 1,1 см, частота 9,0 МГц, $R_n = 2260$ Ом, $(V_0^{\text{пр}}/V_0^{\text{изл}})_{\text{эксп}} = 0,82 \cdot 10^{-2}$, $(V_0^{\text{пр}}/V_0^{\text{изл}})_{\text{расч}} = 1,4 \cdot 10^{-2}$. Как видно, экспериментальные и расчетные значения неплохо согласуются. Некоторые различия, вероятно, вызваны несовершенством изготовления гребенчатых металлических электродов (неоднородность в структуре).

Экспериментально проверялась зависимость $V_0^{\text{пр}}/V_0^{\text{изл}}$ от геометрии преобразователей (множитель $G(\Delta)$ в формуле (3.59)). Для этого были изготовлены три пары электродных преобразователей на кристалле кварца АТ-среза. Все преобразователи имели одинаковые N и b , но различались значениями $\Delta = \pi a/b$ от пары к паре. Расстояние между преобразователями и R_n были постоянны. В табл. 3.2 приведена зависимость $V_0^{\text{пр}}/V_0^{\text{изл}}$ от Δ для кристалла кварца АТ-среза.

Таблица 3.2

$\Delta = \pi a/b$	Относительная величина $V_0^{\text{пр}}/V_0^{\text{изл}}$	
	Эксперимент	Расчет
$2,36 \pm 5\%$	1,0	1,0
$1,93 \pm 8\%$	0,89	$0,95 \pm 10\%$
$1,14 \pm 10\%$	0,67	$0,77 \pm 15\%$

Как видно из таблицы, в пределах ошибки измерений экспериментальные и расчетные данные совпадают.

Наконец, для одной пары гребенчатых преобразователей на кварце АТ-среза сравнивались потери на преобразование на третьей гармонике и на основной частоте. Из выражений (3.59) и (3.26) нетрудно показать, что

$$\left(\frac{V_0^{\text{пр}}}{V_0^{\text{изл}}} \right) = n [P_k (\cos \Delta)]^2 \frac{R_n^{(n)}}{R_n^{(1)}} \left(\frac{V_0^{\text{пр}}}{V_0^{\text{изл}}} \right)_{n=1}, \quad (3.60)$$

где n — номер гармоники ($n = 1$ — это основная частота); индекс $k = (n - 1)/2$; $R_n^{(n)}$ и $R_n^{(1)}$ — сопротивления внешней нагрузки на n -й гармонике и на основной резонансной частоте. В табл. 3.3 приведены измеренные и рассчитанные коэффициенты потерь на основной резонансной частоте и на третьей гармонике для кристалла кварца АТ-среза.

Таблица 3.3

$\Delta = \pi a/b$	$R_n^{(1)}$, Ом	$\left(\frac{V_0^{\text{пр}}}{V_0^{\text{изл}}} \right)_{n=1} \cdot 10^4$	$R_n^{(3)}$, Ом	$(V_0^{\text{пр}}/V_0^{\text{изл}})_{n=3} \cdot 10^4$	
				Эксперимент	Теория
$1,93 \pm 8\%$	226	2,0	302	1,55	1,13
$1,93 \pm 8\%$	226	2,0	555	2,84	2,25

Из таблицы видно, что расчетные значения и экспериментальные данные хорошо согласуются между собой. Это, как и все остальные приведенные здесь таблицы, подтверждает правильность изложенной здесь теории гребенчатых электродных преобразователей на пьезоэлектрических кристаллах.

РЭЛЕЕВСКИЕ ВОЛНЫ В ПРОИЗВОЛЬНОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КРИСТАЛЛЕ (ТЕОРИЯ)

Распространение поверхностных волн рэлеевского типа в пьезополупроводниках и их взаимодействие с электронами рассматривались в большом ряде работ (см., например, [162—166]). В данной главе мы приведем постановку задачи, основные уравнения и граничные условия для рэлеевских волн, распространяющихся в полупроводниковом пьезоэлектрическом кристалле произвольной симметрии. В принципе применяемый здесь подход пригоден и для описания распространения волн Лэмба и поперечных нормальных волн в кристаллических пластинах. Будем вести изложение на основе работ [8, 12, 167]. Подход, применяемый в этих работах, представляется нам наиболее последовательным и обоснованным, поскольку в нем учитывается наличие у кристалла поверхностного слоя, а электрические граничные условия не постулируются, а выводятся.

6. Постановка задачи, идеализации

Рассмотрим кристалл произвольного типа симметрии, обладающий пьезосвойствами и собственной электронной электропроводностью. Пусть данный кристалл граничит с вакуумом вдоль плоскости $z = 0$, а по направлению x в этой плоскости распространяется плоская гармоническая поверхностная волна рэлеевского типа. И направление распространения, и ось z произвольны. Будем предполагать, что длина свободного пробега электронов в кристалле много меньше длины рэлеевской волны (макроскопическая теория). Это предположение хорошо выполняется на ультразвуковых и гиперзвуковых частотах (вплоть до частот $\sim 10^{11}$ Гц).

Вследствие наличия у кристалла пьезосвойств и электропроводности рэлеевская волна в нем сопровождается переменным электрическим полем, посредством которого волна взаимодействует со свободными электронами. Распространение рэлеевской волны в этом случае описывается уравнением движения (1.69), уравнениями пьезоэффекта (1.72), (1.73) и системой уравнений Максвелла (3.1),

(3.2), (3.4), (3.5), к которым необходимо добавить уравнение Пуассона (3.61), уравнение тока (3.62) и уравнение непрерывности (3.63):

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = -4\pi en, \quad (3.61)$$

$$\mathbf{j}_k = \sigma_{ik} \mathbf{E}_i + ef D_{ik} \partial n / \partial x_i, \quad (3.62)$$

$$\partial j_k / \partial x_k = e \partial n / \partial t. \quad (3.63)$$

Здесь $\mathbf{j}$ — вектор плотности тока; σ_{ik} и D_{ik} — компоненты тензоров электропроводности и коэффициента диффузии электронов; e — абсолютная величина заряда электрона; n — превышение концентрации электронов над ее равновесным значением n_0 в отсутствие волны (можно показать, что изменением концентрации положительных ионов из-за деформации в волне правомерно пренебречь по сравнению с изменением концентрации свободных электронов); f — фактор ловушек (уровней «прилипания» электронов); $x_1 x_2 x_3$ — здесь и далее мы отождествляем с x, y, z .

В указанных уравнениях электропроводность σ_{ik} , коэффициент диффузии электронов D_{ik} , фактор ловушек f и другие параметры кристалла, вообще говоря, не постоянны, а зависят от координат. Это происходит потому, что на поверхности (плоскость $z = 0$) имеется разрыв кристаллической решетки. Реально граница кристалла с вакуумом не абсолютно резкая и проходит не по плоскости $z = 0$, а по некоторому переходному слою толщины 2δ . Выше этого слоя находится вакуум, ниже — однородная толща кристалла, где все свойства уже не зависят от расстояния z до границы. Толщина 2δ этого слоя определяется параметрами кристалла (в частности, электропроводностью σ_{ik}) и способом получения граничной поверхности. Для большинства реализуемых на практике случаев она лежит в пределах $\sim 0,1$ — 10 мкм.

В полупространстве $z > 0$ над кристаллом (в вакууме) векторы напряженности электрического и магнитного полей должны удовлетворять системе уравнений Максвелла (3.6)—(3.9). Компоненты смещений U_i и векторы $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ в кристалле, переходном слое и вакууме должны быть связаны граничными условиями, в которые будут входить характеристики кристалла и переходного слоя.

В такой общей постановке решение задачи наталкивается на большие трудности как вычислительного, так

и принципиального порядка (характеристики переходных слоев очень слабо известны). Сделаем дополнительно некоторые ограничения и идеализации, которые не очень существенно нарушат общность задачи, но позволят про-извести все необходимые вычисления.

1. Будем считать, что толщина 2δ переходного слоя много меньше длины рэлеевской волны λ_R в кристалле. Под переходным слоем в полупроводнике обычно понимают приповерхностную область кристалла толщины порядка дебаевского радиуса экранирования l_D :

$$l_D^2 = \frac{\epsilon^s}{4\pi} \frac{kT}{e^2 n_0}. \quad (3.64)$$

Здесь k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура. Поэтому указанное условие означает, что мы рассматриваем частоты, при которых длина рэлеевской волны λ существенно превосходит l_D .

2. Будем считать, что подвижность электронов и фактор ловушек в переходном слое равны соответственным значениям в объеме кристалла, а электропроводность в переходном слое непрерывно меняется от значения электропроводности в объеме (на нижней границе слоя) до нуля (на верхней границе). Последнее означает постепенное спадание до нуля концентрации свободных электронов в переходном слое по мере приближения к его верхней границе (с вакуумом).

3. Будем считать далее подвижность электронов, коэффициент диффузии электронов и электропроводность кристалла скалярами $D_{ik} = \delta_{ik} D$, $\sigma_{ik} = \delta_{ik} \sigma = \delta_{ik} e \mu (n_0 + fn)$, где μ — подвижность электронов в кристалле; $e n_0 \mu = \sigma_0$ — равновесное (в отсутствие волны) значение электропроводности кристалла. Такое упрощение является общепринятым.

4. Как и в случае пьезоэлектрика (см. предыдущую главу), пренебрежем вихревыми частями электрических полей в кристалле и вакууме, считая эти поля потенциальными. Вместо соотношения (3.10) здесь получим

$$\frac{|E_{\text{rot}}|}{|E|} \sim 4\pi^2 \epsilon^s \frac{c_R^2}{c^2} \left(1 + \frac{4\pi\epsilon}{\epsilon^s \omega}\right). \quad (3.65)$$

Максимальное значение отношения σ/ω , при котором еще наблюдается взаимодействие рэлеевских волн с электронами, как будет показано ниже, составляет величину

$\sim 10^2 - 10^3$. Это дает $|E_{\text{rot}}|/|E| \sim 10^{-5}$ (не более). Таким образом, как и в пьезоэлектрике, электрическое поле можно считать квазистатическим и описывать потенциалом φ .

7. Основные уравнения

С учетом сделанных ограничений и идеализаций система исходных уравнений в кристалле теперь сводится к системе (3.11) — (3.13), дополненной уравнением Пуассона (3.61) и двумя уравнениями для тока:

$$j_k = \sigma E_k + e f D \frac{\partial n}{\partial x_k}, \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial j_k}{\partial x_k} = e \frac{\partial n}{\partial t}. \quad (3.67)$$

Здесь $\sigma = e \mu (n_0 + fn)$; E_k — компоненты электрического поля в кристалле, которое в общем случае складывается из поля, созданного рэлеевской волной (поле кристаллической решетки и свободных электронов) и внешнего электрического поля E_0 . Поле E_0 необходимо для создания в кристалле дрейфа электронов, за счет которого можно получить эффект усиления ультразвуковой волны («усиление звука током»). Будем считать, что E_0 постоянно по времени, однородно по всему кристаллу и приложено в направлении x . Такое поле создает в кристалле дрейф электронов по направлению распространения волны со скоростью v_0 (постоянный электрический ток). Напряженность E_0 может меняться в широких пределах, так что v_0 изменяется от нуля до значений, много больших c_R . Отдельно мы рассмотрим случай $E_0 = 0$.

Система уравнений (3.6) — (3.9) для вакуума сведется к уравнению (3.15).

Из уравнений (3.11), (3.12) получим следующие уравнения движения:

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = c_{iklm}^E \frac{\partial^2 U_m}{\partial x_k \partial x_l} + e j_{ik} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_k \partial x_j}. \quad (3.68)$$

Три «электрических» уравнения (3.61), (3.66), (3.67) можно свести к одному уравнению вида

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (\sigma E_k) - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(f D \frac{\partial^2 D_i}{\partial x_k \partial x_i} \right) + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2 D_k}{\partial x_k \partial t} = 0. \quad (3.69)$$

Подставим в это уравнение выражения (3.13) для компонент вектора $\mathbf{D}$, выражение $\sigma = e\mu(n_0 + fn)$ для электропроводности, выражение (3.27) для U_{lm} и выражение $E_j = -\partial\varphi/\partial x_j$ для компонент электрического поля. Учтем наличие постоянного поля $\mathbf{E}_0 = -E_0\mathbf{x}_0$. Наконец, примем во внимание, что $\partial/\partial x = ik$, где k — волновое число поверхностной волны рэлеевского типа. Тогда после ряда вычислений вместо уравнения (3.69) будем иметь следующее:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} e_{nlm} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x_n} \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} + \frac{\partial U_m}{\partial x_l} \right) - \\ & - \frac{1}{2} f D e_{nlm} \frac{\partial^3}{\partial x_k^2 \partial x_n} \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} + \frac{\partial U_m}{\partial x_l} \right) - \\ & - \sigma_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_k^2} - \frac{\varepsilon_{jn}^s}{4\pi} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial t \partial x_j \partial x_n} + \frac{f D \varepsilon_{jn}^s}{4\pi} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x_k^2 \partial x_j \partial x_n} + \\ & + i\mu f E_0 k \left[\frac{1}{2} e_{nlm} \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\frac{\partial U_l}{\partial x_m} + \frac{\partial U_m}{\partial x_l} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{\varepsilon_{jn}^s}{4\pi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n \partial x_j} \right] = 0. \end{aligned} \quad (3.70)$$

В уравнениях (3.15), (3.68)–(3.70) и в дальнейшем U_m , φ , φ' — переменные (связанные с поверхностной волной) составляющие смещений и электрических потенциалов. Постоянные составляющие этих величин, связанные с E_0 , мы не рассматриваем. Уравнение (3.70) линеаризовано: мы пренебрегли в нем членом порядка $nE \sim \frac{ik\mu f E}{4\pi} \frac{\partial D_n}{\partial x_n} \sim U_i^2$ (здесь E — переменная часть поля в кристалле). При плотностях потока звуковой энергии меньше 1 Вт/см^2 такое пренебрежение вполне допустимо.

8. Граничные условия

Условия на границе полупроводникового пьезоэлектрического кристалла с вакуумом необходимо формулировать с учетом существования между объемом кристалла и вакуумом тонкого (по сравнению с λ_R) переходного слоя. Будем считать, что этот слой заключен между плоскостями $z = \pm\delta$.

Поскольку выше слоя находится вакуум, а толщина слоя много меньше длины звуковой волны в кристалле,

можно считать, что механические напряжения T_{ik} во всем слое бесконечно малы. Это означает, что, как в обычных задачах теории упругости, можно считать, что на плоскости $z = 0$ отсутствуют механические напряжения, т. е.

$$T_{iz}|_{z=0} = 0. \quad (3.71)$$

Граничные условия для векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ должны связывать значения их компонент по обе стороны от переходного слоя. Что касается вектора $\mathbf{E}$, то, как известно [75], на границе выполняется непрерывность его тангенциальных составляющих:

$$(E_\tau)_{\text{крист}} = (E_\tau)_{\text{вак}}. \quad (3.72)$$

Для вывода последнего граничного условия, аналогичного условию непрерывности нормальной составляющей вектора $\mathbf{D}$ на границе двух диэлектриков, обратимся к основополагающим уравнениям задачи. Будем считать, что уравнения (3.61), (3.66), (3.67) и вытекающее из них уравнение (3.69) применимы и к объему кристалла, и к переходному слою $z = \pm\delta$. В последнем случае, конечно, под электропроводностью σ , коэффициентом диффузии D и фактором ловушек f понимаются значения этих параметров для переходного слоя. Для получения связи между компонентами $\mathbf{E}$, $\mathbf{D}$ по обе стороны переходного слоя воспользуемся методом, предложенным в [168], и проинтегрируем уравнение (3.69) по переходному слою:

$$\begin{aligned} & \int_{-\delta}^{\delta} \left[\frac{\partial}{\partial x_k} (\sigma E_k) - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(f D \frac{\partial^2 D_i}{\partial x_k \partial x_i} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2 D_k}{\partial x_k \partial t} \right] dz = 0. \end{aligned} \quad (3.73)$$

Поскольку рэлеевская волна предполагается плоской, гармонической, имеющей только две компоненты смещения U_x , U_z , то $\partial/\partial y = 0$, $\partial/\partial x = ik$, $\partial/\partial t = -i\omega$. Электропроводность σ переходного слоя определяется выражением

$$\begin{aligned} \sigma(x, z) &= e\mu n_0(z) + en(x, z)f\mu, \\ \sigma_0 &= en_0(z)\mu, \end{aligned} \quad (3.74)$$

где $n_0(z)$ — равновесная концентрация электронов в переходном слое (зависящая от координаты z); $n(x, z)$ —

связанное с волной изменение концентрации; $\bar{D}$ — коэффициент диффузии электронов в переходном слое, связанный с подвижностью μ известным соотношением [169]

$$D = \mu kT/e. \quad (3.75)$$

Так как мы предположили, что подвижность электронов μ (как и фактор ловушек f) в переходном слое такая же, как в объеме кристалла, коэффициент диффузии D в уравнении (3.73) является постоянной величиной (параметром кристалла).

Принимая во внимание эти замечания, а также условие непрерывности (E_x , E_0) тангенциальной составляющей вектора электрического поля, получим после вычислений

$$\left(\sigma_0(z) E_z - \frac{\bar{D}}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial D_i}{\partial x_i} \right) + \frac{k^2 \bar{D} - i\omega + ik\bar{\mu}E_0}{4\pi} D_z \right) \Big|_{-0}^{\delta} = 0. \quad (3.76)$$

Здесь $fD = \bar{D}$; $f\mu = \bar{\mu}$. При выводе (3.76) мы пренебрегли квадратичным членом вида $\int_{-0}^{\delta} n(x, z) E_x dz$, а также членами порядка малости δ/λ_R (по сравнению с оставленными). Уравнение (3.76) равносильно следующему условию на границе кристалл—вакуум (плоскость $z = 0$):

$$\left(\frac{4\pi\sigma_0}{k^2 \bar{D} - i\omega + ik\bar{\mu}E_0} E_z - \frac{\bar{D}}{k^2 \bar{D} - i\omega + ik\bar{\mu}E_0} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial}{\partial z} (\operatorname{div} \mathbf{D}) + D_z \right)_{\text{крист}} = (D_z)_{\text{вак}}. \quad (3.77)$$

Здесь σ_0 — равновесное значение электропроводности в объеме кристалла. Данное граничное условие учитывает и электропроводность кристалла, и диффузию электронов в кристалле. При отсутствии свободных электронов в кристалле ($\sigma_0 = 0$, $\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$) оно переходит в обычное условие на границе диэлектрика с вакуумом:

$$(D_z)_{\text{крист}} = (D_z)_{\text{вак}}. \quad (3.78)$$

Равенство (3.77) показывает, что на границе полупроводникового пьезоэлектрического кристалла с вакуумом нормальная компонента D_z вектора электрической индукции испытывает скачок. Величина скачка определяется частотой, параметрами кристалла (в первую очередь σ_0 и $\bar{D}$) и дрейфовым полем E_0 . Характерно, что в равенство

(3.77), как и в остальные граничные условия (3.71), (3.72), не входят параметры переходного слоя и все граничные условия сформулированы в конечном счете на плоскости $z = 0$.

Глава III

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ СТРУКТУРЫ ВЮРЦИТА (ГРУППА A_2B_6)

В этой и следующей главах мы рассмотрим распространение рэлеевских волн в двух конкретных кристаллических структурах (структуре типа вюрцита и структуре типа сфалерита), в которых возможно интенсивное взаимодействие ультразвуковых волн с электронами проводимости через пьезоэффект. Окончательные численные расчеты будут проведены нами для двух кристаллов — сульфида кадмия (группа A_2B_6) и арсенида галлия (группа A_3B_5 , структура сфалерита). Естественно, что все полученные расчетные формулы справедливы и для остальных представителей этих структур.

Начнем рассмотрение с кристаллов структуры вюрцита. Имеется целый ряд работ, касающихся вопросов распространения поверхностных рэлеевских волн в таких кристаллах [8, 13, 16, 65, 162, 163, 167, 170—175]. Мы проведем изложение материала на основе работ [8, 13, 167, 176], которые наиболее последовательно и в физическом плане описывают распространение волн с учетом пьезосвойств, электропроводности и дрейфового поля в кристалле.

9. Уравнения и их решения

Рассмотрим распространение поверхностных рэлеевских волн в плоскости $z = 0$, перпендикулярной гексагональной оси кристалла (рис. 3.5). При таком выборе граничной плоскости, как уже отмечалось в разд. 2 данной части, полупространство $z < 0$, занятое кристаллом, «становится» поперечно-изотропным, в котором все харак-

теристики рэлеевской волны не зависят от направления ее распространения в плоскости $z = 0$. В экспериментах с кристаллами A_2B_6 используется именно такая плоскость распространения рэлеевских и поперечных волн. Это объясняется тем, что, помимо упрощений, связанных с тождественностью всех направлений в этой плоскости,

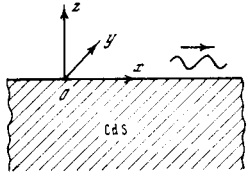


Рис. 3.5. Поверхностная рэлеевская волна в кристалле структуры вюрцита

эти направления для рэлеевских и поперечных волн являются в сильной степени пьезоактивными (это приводит к сильному взаимодействию волн с электронами).

Плоская гармоническая рэлеевская волна, распространяющаяся по направлению x в указанной плоскости, характеризуется смещениями U_x , U_z и электрическими потенциалами φ и φ' в кристалле и вакууме. Эти переменные являются функциями x , z и t . Используя выражения (3.16)–(3.18) для тензоров упругих модулей, пьезоэлектрических постоянных и диэлектрических проницаемостей кристаллов данной симметрии, перепишем уравнения (3.68), (3.70) в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} &= c_{11} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + c_{44} \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + \\ &+ (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 U_z}{\partial x \partial z} + (e_{31} + e_{15}) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}, \\ \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} &= c_{44} \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + c_{33} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial z} + \\ &+ e_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + e_{15} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \\ (i\mu f E_0 k + \frac{\partial}{\partial t} - \bar{D}\Delta) U &= (i\mu f E_0 k + \frac{\partial}{\partial t} - \bar{D}\Delta) \psi + \sigma_0 \Delta \psi. \end{aligned} \quad (3.79)$$

Здесь

$$\begin{aligned} U &= e_{31} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial z} + e_{33} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + e_{15} \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} \right); \\ \psi &= \frac{\varepsilon_{11}}{4\pi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon_{33}}{4\pi} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}; \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \end{aligned}$$

Будем искать решение уравнений (3.79) в форме

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{A}{k} \exp [\beta k z + i(kx - \omega t)], \\ U_z &= \frac{B}{k} \exp [\beta k z + i(kx - \omega t)], \\ \varphi &= \frac{e_{15} C}{k} \exp [\beta k z + i(kx - \omega t)], \end{aligned} \quad (3.80)$$

где $k = \omega/c$ — неизвестное волновое число поверхностной волны; β — функция k ; A , B , C — произвольные безразмерные постоянные. Подставляя выражения (3.80) в уравнения (3.79), получим систему трех линейных однородных алгебраических уравнений относительно A , B , C :

$$\begin{aligned} \left(\frac{c_{11}}{c_{44}} - \beta^2 - \frac{\rho \omega^2}{k^2 c_{44}} \right) A - i\beta \left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}} \right) B - \\ - i\beta \frac{e_{15} (e_{15} + e_{31})}{c_{44}} C = 0, \\ i\beta \left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}} \right) A - \left(1 - \frac{c_{33}}{c_{44}} \beta^2 - \frac{\rho \omega^2}{k^2 c_{44}} \right) B - \\ - \left(\frac{\varepsilon_{15}^2}{c_{44}} - \frac{e_{15} e_{33}}{c_{44}} \beta^2 \right) C = 0, \\ i\beta \left(1 + \frac{e_{31}}{e_{15}} \right) A - \left(1 - \frac{e_{33}}{e_{15}} \beta^2 \right) B + \\ + \left(\frac{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33} \beta^2}{4\pi} + \frac{\sigma_0}{k^2 \bar{D} - i\omega \zeta / (1 - \beta^2)} \right) C = 0, \end{aligned} \quad (3.81)$$

где $\zeta = 1 - \mu f E_0 / c$. Условием существования нетривиального решения этой системы является равенство нулю ее определителя. Запишем это условие:

$$\begin{vmatrix} \frac{c_{11}}{c_{44}} - \beta^2 - \frac{\rho \omega^2}{k^2 c_{44}} & i\beta \left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}} \right) & i\beta \frac{e_{15} (e_{15} + e_{31})}{c_{44}} \\ i\beta \left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}} \right) & 1 - \frac{c_{33}}{c_{44}} \beta^2 - \frac{\rho \omega^2}{k^2 c_{44}} & \frac{\varepsilon_{15}^2 - e_{15} e_{33} \beta^2}{c_{44}} \\ i\beta \left(1 + \frac{e_{31}}{e_{15}} \right) & 1 - \frac{e_{33}}{e_{15}} \beta^2 & \frac{\varepsilon_{33} \beta^2 - \varepsilon_{11}}{4\pi} + \frac{\sigma_0}{i\omega \zeta / (1 - \beta^2) - k^2 \bar{D}} \end{vmatrix} = 0. \quad (3.82)$$

Уравнение (3.82) определяет зависимость $\beta(k)$. Оно имеет восемь корней. Рассматриваемой рэлеевской волне

соответствуют четыре корня, у которых $\operatorname{Re} \beta_i > 0$. У одного из корней (назовем его четвертым) $\operatorname{Re} \beta_4 \sim \lambda_R/l_D$. Таким образом, β_4 описывает ту часть решения, которая локализована в переходном слое кристалла толщиной l_D (напомним, что $l_D \ll \lambda_R$). Это так называемая волна электронной плотности (волна объемного заряда). В граничном условии (3.77) волна электронной плотности автоматически учтена, поскольку оно получено интегрированием всех основополагающих уравнений по переходному слою. В однородном полупространстве под переходным слоем при «построении» решения эту волну учитывать не нужно.

Остальные три корня для удобства дальнейших выкладок целесообразно представить в виде

$$\beta_1 = \beta_1^0 + \delta_1, \quad \beta_2 = \beta_2^0 + \delta_2, \quad \beta_3 = 1 + \delta_3. \quad (3.83)$$

Здесь $\beta_{1,2}^0$ — соответствующие корни для рэлеевской волны в кристалле CdS при отсутствии пьезоэффекта ($e_{mn} \equiv 0$), определяемые из уравнения

$$\left(\frac{c_{11}}{c_{44}} - \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) \left(1 - \frac{c_{33}}{c_{44}} \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) + \beta^2 \left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}} \right)^2 = 0; \quad (3.84)$$

$\delta_{1,2,3}$ — малые поправки. Легко убедиться, что $\beta_{1,2}^0 > 0$.

Будем проводить все дальнейшие расчеты методом последовательных приближений, считая, что пьезоэффект вносит малые возмущения во все характеристики рэлеевской волны в кристалле CdS. Примем за параметр малости отношение e_{15}^2/c_{44} и ограничимся первым приближением.

После вычислений получим из уравнения (3.82) выражения для $\delta_{1,2}$:

$$\delta_{1,2} = \frac{e_{15}^2}{c_{44}} \frac{2a_{12}a_{31}a_{32} - a_{11}a_{32}^2 - a_{22}a_{31}^2}{2\beta_{1,2}^0 a_{33} (a_{22} + c_{33}a_{11}/c_{44} + a_{12}^2/(\beta_{1,2}^0)^2)}. \quad (3.85)$$

Здесь a_{ik} — элементы определителя (3.82), вычисленные соответственно при $\beta = \beta_1^0$ и $\beta = \beta_2^0$. Таким образом, $\beta_{1,2}$ как функции волнового числа k теперь известны. Для β_3 , как можно убедиться из дальнейших расчетов, достаточно ограничиться нулевым приближением, полагая $\beta_3 = 1$.

После определения функций $\beta_{1,2,3}$ можно из первых двух уравнений системы (3.81) выразить две из произвольных постоянных A, B, C через третью. В результате получим

$$B = \frac{\Delta_B}{\Delta} A, \quad C = \frac{\Delta_C}{\Delta} A, \quad (3.86)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{e_{15}^2}{c_{44}} i\beta \left[\left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}} \right) \left(1 - \frac{c_{33}}{e_{15}} \beta^2 \right) - \left(1 + \frac{e_{31}}{e_{15}} \right) \left(1 - \frac{c_{33}}{c_{44}} \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) \right], \\ \Delta_B &= \frac{e_{15}^2}{c_{44}} \left[\beta^2 \left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}} \right) \left(1 + \frac{e_{31}}{e_{15}} \right) + \left(1 - \frac{c_{33}}{e_{15}} \beta^2 \right) \left(\frac{c_{11}}{c_{44}} - \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) \right], \\ \Delta_C &= - \left[\beta^2 \left(1 + \frac{c_{13}}{c_{44}} \right)^2 + \left(\frac{c_{11}}{c_{44}} - \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) \left(1 - \frac{c_{33}}{c_{44}} \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.87)$$

В этих соотношениях β является поочередно одной из трех функций $\beta_{1,2,3}$. Общее решение уравнений (3.79) может быть записано в форме

$$\begin{aligned} U_x &= \sum_{n=1}^3 \frac{A_n}{k} \exp [\beta_n k z + i(kx - \omega t)], \\ U_z &= \sum_{n=1}^3 \frac{A_n}{k} \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \exp [\beta_n k z + i(kx - \omega t)], \\ \varphi &= \sum_{n=1}^3 \frac{e_{15} A_n}{k} \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \exp [\beta_n k z + i(kx - \omega t)]. \end{aligned} \quad (3.88)$$

Здесь A_n — произвольные постоянные.

Как видно из этих формул, смещения и электрический потенциал в рэлеевской волне представляют собой суперпозицию трех неоднородных плоских волн, «припасованных» друг к другу на границе. Две первые волны (соответствующие функциям $\beta_{1,2}$) аналогичны продольной и поперечным неоднородным волнам, из которых состоит рэлеевская волна в изотропном полупространстве (см. разд. 1 первой части). Появление третьей дополнительной

волны (функция β_3) вызвано существованием у кристалла пьезосвойств, поэтому в первом приближении по e_{15}^2/c_{44} достаточно просто учесть наличие третьей волны, полагая $\beta_3 = 1$. Эта волна связана с квазистатическим пьезополем кристаллической решетки, через которое осуществляется взаимодействие волны с электронами проводимости кристалла.

Обратимся теперь к уравнению (3.15) для потенциала в пространстве над кристаллом. Решение этого уравнения, соответствующее поверхностной рэлеевской волне рассматриваемого типа, можно записать в форме

$$\varphi' = \frac{e_{15}}{k} C' \exp[-kz + i(kx - \omega t)], \quad (3.89)$$

где C' — произвольная постоянная.

10. Дисперсионное уравнение

Для нахождения волнового числа k_R рэлеевской волны обратимся к граничным условиям. Для рассматриваемой волны эти условия на плоскости $z = 0$ сводятся к равенству нулю напряжений T_{zz} и T_{xz} , к соотношению (3.77) и к непрерывности составляющей E_x вектора электрического поля. Из последнего условия и формулы (3.89) получим соотношение между электрическим потенциалом φ' в вакууме и электрическим потенциалом φ в кристалле при $z = 0$:

$$\varphi' = \varphi(0) e^{-kz}. \quad (3.90)$$

Остальные три граничных условия с учетом равенств (3.12), (3.13) дают три следующие уравнения:

$$\begin{aligned} c_{13} \frac{\partial U_x}{\partial x} + c_{33} \frac{\partial U_z}{\partial z} + e_{33} \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= 0, \\ c_{44} \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) + e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= 0, \\ e_{31} \frac{\partial U_x}{\partial x} + e_{33} \frac{\partial U_z}{\partial z} - \left[\frac{\varepsilon_{33}}{4\pi} + \frac{i\sigma_0}{\omega(\zeta + ik^2\bar{D}/\omega)} \right] \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \\ - \frac{k}{4\pi} \varphi - \frac{i\bar{D}}{\omega(\zeta + ik^2\bar{D}/\omega)} \left[(e_{15} + e_{31}) \frac{\partial^2 U_x}{\partial x (\partial z)^2} + \right. \\ \left. + e_{15} \frac{\partial^2 U_z}{(\partial x)^2 \partial z} + e_{33} \frac{\partial^2 U_z}{(\partial z)^3} - \frac{\varepsilon_{11}}{4\pi} \frac{\partial^3 \varphi}{(\partial x)^2 \partial z} - \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon_{33}}{4\pi} \frac{\partial^3 \varphi}{(\partial z)^3} \right] &= 0, \end{aligned} \quad (3.91)$$

где значения всех функций и их производных взяты при $z = 0$. Подставляя в эту систему выражения (3.88), приведем ее к виду

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 \left[i \frac{c_{13}}{c_{33}} + \beta_n \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} + \frac{e_{33}e_{15}}{c_{33}} \beta_n \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \right] A_n &= 0, \\ \sum_{n=1}^3 \left[\beta_n + i \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} + i \frac{e_{15}^2}{c_{44}} \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \right] A_n &= 0, \\ \sum_{n=1}^3 \left\{ i \frac{e_{31}}{e_{15}} + \beta_n \frac{e_{33}}{e_{15}} \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} - \right. \\ - \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \left[1 + \beta_n \varepsilon_{33} + \beta_n \frac{4\pi\sigma_0 i}{\omega(\zeta + ik^2\bar{D}/\omega)} \right] - \\ - \frac{ik^2\bar{D}}{\omega(\zeta + ik^2\bar{D}/\omega)} \left[i \left(1 + \frac{e_{31}}{e_{15}} \right) \beta_n^2 - \beta_n \left(1 - \frac{e_{33}}{e_{15}} \beta_n^2 \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} + \beta_n \frac{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33}\beta_n^2}{4\pi} \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \right] \Big\} A_n &= 0. \end{aligned} \quad (3.92)$$

Приравнявая нулю определитель полученной системы линейных однородных уравнений, будем иметь следующее дисперсионное уравнение для нахождения волнового числа k рэлеевской волны:

$$|A_{ik}| = 0, \quad (3.93)$$

где

$$\begin{aligned} A_{1k} &= \frac{c_{13}}{c_{33}} - i\beta_k \frac{\Delta_B(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} - i\beta_k \frac{e_{33}e_{15}}{c_{33}} \frac{\Delta_C(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)}, \\ A_{2k} &= \beta_k + i \frac{\Delta_B(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} + i \frac{e_{15}^2}{c_{44}} \frac{\Delta_C(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)}, \\ A_{3k} &= \frac{e_{31}}{e_{15}} - i\beta_k \frac{e_{33}}{e_{15}} \frac{\Delta_B(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} + \\ + \frac{i}{4\pi} \frac{\Delta_C(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} \left[1 + \beta_k \varepsilon_{33} + \beta_k \frac{4\pi\sigma_0 i}{\omega(\zeta + ik^2\bar{D}/\omega)} \right] + \\ + \frac{k^2\bar{D}}{\omega(\zeta + ik^2\bar{D}/\omega)} \left[\beta_k \left(1 - \frac{e_{33}}{e_{15}} \beta_k^2 \right) \frac{\Delta_B(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} - \right. \\ \left. - i \left(1 + \frac{e_{31}}{e_{15}} \right) \beta_k^2 - \frac{\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33}\beta_k^2}{4\pi} \frac{\Delta_C(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} \right]. \end{aligned} \quad (3.94)$$

Уравнение (3.93) очень громоздко. Будем искать его решение методом последовательных приближений с точностью до первого приближения включительно. Положим

$$k = k_R^0 (1 + \alpha), \quad (3.95)$$

где k_R^0 — волновое число рэлеевской волны в кристалле при отсутствии пьезоэффекта; α — малая добавка. Используя для β_i выражения (3.83), разлагая все величины по степеням малого параметра e_{15}^2/c_{44} и предполагая априори, что $\alpha \sim e_{15}^2/c_{44}$, получим в нулевом приближении уравнение для k_R^0 . Следующее приближение дает уравнение для α , которое после ряда вычислений можно записать в виде

$$\begin{aligned} \alpha = & \left(-0,0326 + 0,0267 \frac{\xi + i\omega/\omega_D + 1,23i\omega_C/\omega}{\xi + i\omega/\omega_D + 1,19i\omega_C/\omega} \right) \delta'_1 + \\ & + \left(-0,327 + 0,0258 \frac{\xi + i\omega/\omega_D + 0,83i\omega_C/\omega}{\xi + i\omega/\omega_D + 1,19i\omega_C/\omega} \right) \delta'_2 + \\ & + \frac{e_{15}^2}{c_{44}} \frac{\omega i/\omega_D}{\xi + i\omega/\omega_D + 1,19i\omega_C/\omega} [0,379 (1 - \delta'_1 \bar{\delta}'_1) - \\ & - 0,0306 (1 - \delta'_2 \bar{\delta}'_2)]. \end{aligned} \quad (3.96)$$

Здесь обозначено: $\omega_C = \sigma_0$; $\omega_D = (c_R^0)^2/\bar{D}$; $\bar{\delta}'_{1,2} = \delta'_{1,2}$ при $\sigma_0 = 0$;

$$\begin{aligned} \delta'_1 &= \frac{e_{15}^2}{c_{44}} \frac{15 (\xi - 0,98\omega i/\omega_D)}{\xi - 0,98\omega i/\omega_D + 1,25\omega_C i/\omega}; \\ \delta'_2 &= \frac{e_{15}^2}{c_{44}} \frac{2,06 (\xi + 0,968\omega i/\omega_D)}{\xi + 0,968\omega i/\omega_D + 1,394\omega_C i/\omega}. \end{aligned} \quad (3.97)$$

При выводе этого уравнения были использованы значения постоянных кристалла CdS, взятые из [177], и полученные на их основе следующие характерные параметры нулевого приближения ($e_{mn} = 0$):

$c_R^0 \cdot 10^{-5}, \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$	$\epsilon \omega^2/(k_R^0)^2 c_{44}$	$\beta_1(k_R^0)$	$\beta_2(k_R^0)$	β_3
1,71	0,937	1,407	0,179	1,00

Уравнение (3.96) описывает электронное затухание (усиление) и дисперсию фазовой скорости рэлеевской волны. Действительно, в линейном приближении имеем

$$\text{Re } \alpha = -\Delta c/c_R^0, \quad \text{Im } \alpha = \gamma_R, \quad (3.98)$$

где Δc — изменение фазовой скорости; γ_R — отнесенный к 2π коэффициент затухания (усиления) рэлеевской волны на длине волны. Выражение для α , даваемое уравнением (3.96), является приближенным: его максимальная относительная погрешность составляет 25—30%. Эта погрешность вызвана неточностью первого приближения, возникающей из-за сравнительно большой величины параметра малости e_{15}^2/c_{44} . Можно было бы избежать этой неточности, производя численное решение уравнений (3.82), (3.83), но при этом мы потеряли бы физическую прозрачность результатов.

11. Основные характеристики рэлеевской волны в кристалле сульфида кадмия

Дисперсионное уравнение (3.96) позволяет рассчитать волновое число k_R рэлеевской волны на любой частоте ω и при любых заданных значениях параметров кристалла (электропроводности σ_0 , коэффициента диффузии $\bar{D}$ и т. д.). Зная волновое число k_R , можно определить остальные характеристики рэлеевской волны, описывающие ее упругое и электрическое поля в кристалле.

Смещения и электрические потенциалы в волне. Рассмотрим прежде всего зависимости смещений $U_{x,z}$ и электрических потенциалов ϕ и ϕ' в рэлеевской волне от расстояния $|z|$ до поверхности кристалла. Для этого обратимся к системе уравнений (3.92). Воспользовавшись первыми двумя уравнениями этой системы, выразим произвольные постоянные A_2, A_3 через A_1 и подставим полученные выражения в формулы (3.88). Тогда U_x, U_z, ϕ , а следовательно и ϕ' (см. (3.90)), будут определены с точностью до амплитудного множителя A_1 .

На рис. 3.6 и 3.7 приведены рассчитанные подобным способом зависимости амплитуд $\hat{U}_{x,z}$ касательного и нормального смещений и амплитуд $\hat{\phi}, \hat{\phi}'$ потенциалов для рэлеевской волны в кристалле CdS от относительного расстояния $|z|/\lambda_R$ до границы кристалла с вакуумом. Амплитуды смещений отнесены к амплитуде нормального смещения $\hat{U}_z(0)$ на поверхности, а амплитуды потенциалов — к амплитуде $\hat{\phi}(0)$ потенциала на поверхности. Кривые рассчитаны для предельного случая $\sigma_0 = 0$. Электропроводность σ_0 может существенно изменить электрическое поле в волне, но она практически не влияет на величину и распределение смещений по глубине.

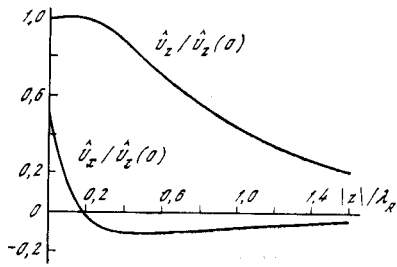


Рис. 3.6. Распределение амплитуд смещений $\hat{U}_{xz}$ в рэлеевской волне в кристалле CdS в зависимости от относительного расстояния до поверхности

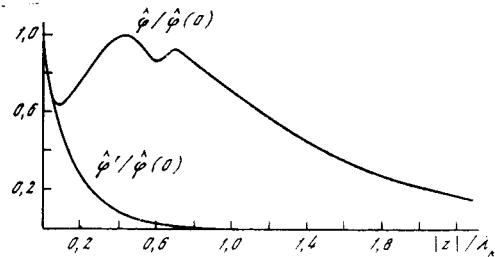


Рис. 3.7. Распределение амплитуд электрических потенциалов $\hat{\phi}, \hat{\phi}'$ в рэлеевской волне в кристалле CdS в зависимости от относительного расстояния до поверхности

Как видно из рис. 3.6, распределения смещений по глубине в кристалле CdS очень похожи на соответственные распределения (рис. 1.3) для изотропного твердого тела. Это объясняется высокой симметрией плоскости, в которой распространяется рэлеевская волна в кристалле CdS (плоскость поперечной изотропии).

Электрический потенциал $\hat{\phi}'$ в пространстве над кристаллом (рис. 3.7) быстро и плавно спадает при удалении от границы $z = 0$. Потенциал $\hat{\phi}$ в кристалле зависит от глубины $|z|$ довольно сложным образом. Непосредственно у поверхности кристалла он быстро спадает с глубиной, затем осциллирует, два раза достигая минимума и максимума, и, наконец, начинает плавно уменьшаться с глубиной. Это означает, что составляющая E_z электрического поля быстро уменьшается при удалении от поверхности кристалла, обращаясь четыре раза в нуль в слое толщиной $\sim 0,7 \lambda_R$. С глубины $\sim 0,7 \lambda_R$ начинается плавный и сравнительно медленный спад электрического поля с расстоянием $|z|$.

Зависимость коэффициента затухания и фазовой скорости рэлеевской волны от частоты и параметров кристалла. Как следует из вывода дисперсионного уравнения, коэффициент электронного затухания и изменение фазовой скорости рэлеевской волны (см. (3.98)) в кристалле

зависят от значений плотности, упругих модулей, пьезоэлектрических постоянных и диэлектрических проницаемостей. Наряду с зависимостью от таких «универсальных» постоянных, определяемых типом и симметрией кристалла, затухание γ_R и $\Delta c/c_R^0$ зависят еще от трех частот ω , ω_C , ω_D и параметра дрейфа ζ , где $\omega_C = \sigma_0$ — это так называемая частота релаксации электропроводности ($1/\omega_C$ по порядку величины равно времени уменьшения в e раз заряда, помещенного в полупроводниковый кристалл); $\omega_D = \frac{(c_R^0)^2}{fD} =$

$= \frac{(c_R^0)^2}{f\mu kT/e}$ — частота диффузии электронов проводимости;

$\zeta = 1 - \mu f E_0 / c_R^0 = 1 - v_0 / c_R^0$, v_0 — постоянная составляющая скорости, характеризующая движение электронов под действием постоянного электрического поля в кристалле. Частоты ω_C и ω_D во многом определяются условиями изготовления кристалла.

При изучении взаимодействия рэлеевской волны с электронами проводимости кристалла необходимо различать два случая: взаимодействие при отсутствии в кристалле постоянного электрического поля ($E_0 = 0$, $\zeta = 1$) и взаимодействие при дрейфе электронов ($E_0 \neq 0$, $\zeta \neq 1$). Рассмотрим сначала первый случай.

На рис. 3.8, а–в изображены результирующие кривые взаимодействия при $E_0 = 0$, т. е. рассчитанные из уравнения (3.96) зависимости $\Delta c_R / c_R^0$ (1) и γ_R (2) от электропроводности и частоты в полулогарифмическом масштабе. Кривые рассчитаны для трех режимов: $\omega_D = \infty$ — диффузия электронов в кристалле отсутствует (рис. 3.8, а), $\omega_D = 10 \omega_C$ — слабая диффузия (рис. 3.8, б) и $\omega_D = \omega_C$ — умеренная диффузия (рис. 3.8, в).

Сразу же оговоримся, что в «высокочастотных областях» (левые участки кривых) применимость нашей теории начинает нарушаться. Условие применимости теории $\lambda_R \gg l_D$ можно записать в следующей форме:

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\omega}{V_{\omega_C \omega_D}} \ll 1. \quad (3.99)$$

При отсутствии диффузии электронов кристалла ($\omega = \infty$) все области значений ω_C / ω у кривых взаимодействия соответствуют полной применимости теории. При $\omega_D = \omega_C$ теория хорошо применима, когда $\omega_C > \omega$ ($\lg \omega_C / \omega \gg 0$).

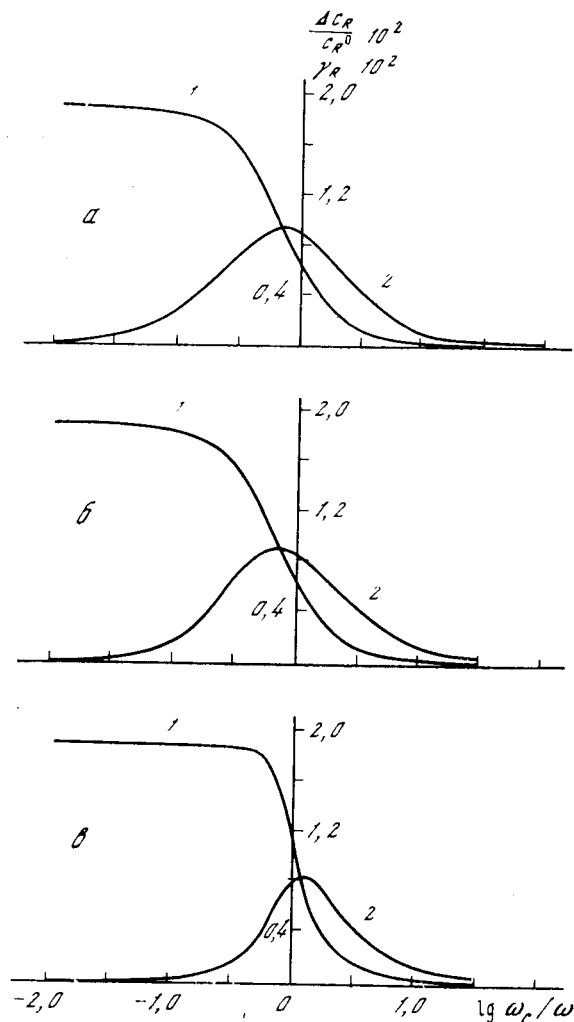


Рис. 3.8. Зависимости изменения фазовой скорости $\Delta c_R/c_R^0$ (1) и электронного затухания γ_R (2) рэлеевской волны в кристалле CdS от безразмерной частоты ω/ω_c

Как видно из графиков, при неизменной частоте ω имеется область значений электропроводности кристалла (ω_c), в которой взаимодействие рэлеевской волны с электронами максимально: коэффициент затухания волны и быстрота изменения фазовой скорости максимальны.

В свою очередь, при постоянном значении ω_c имеется область частот ω , соответствующая максимальной взаимодействию волны с электронами проводимости кристалла. Нетрудно заметить, что при увеличении коэффициента диффузии электронов (уменьшении величины ω_D) взаимодействие рэлеевской волны с электронами ослабевает.

Для сравнения с объемным случаем сопоставим рассматриваемую рэлеевскую волну с плоской поперечной волной, распространяющейся в CdS по тому же направлению и имеющей вектор смещения частиц среды, параллельный оси z . Такое сравнение уместно, поскольку фазовая скорость этой волны близка к фазовой скорости рэлеевской волны, а смещения происходят в том же направлении, что и «основные» нормальные к поверхности смещения U_z в рэлеевской волне.

Сравнение кривых взаимодействия для указанной поперечной (см. работу [178]) и рэлеевской волн показывает, что степени взаимодействия (т. е. максимальные значения γ_R и $\Delta c_R/c_R^0$) для рэлеевской и объемной волн примерно одинаковы.

Рэлеевская волна взаимодействует с электронами проводимости кристалла CdS в более узкой области значений ω_c/ω , чем поперечная волна. Взаимодействие сужается из-за диффузии электронов. Действительно, при отсутствии диффузии ($\omega_D = \infty$) области взаимодействия для обоих типов волн практически одинаковы по ширине: отношение $(\omega_c/\omega)_B/(\omega_c/\omega)_H$ граничных значений на уровне 1/2 составляет 13,8 для рэлеевской волны и 13,5 для поперечной волны. При $\omega_D = \omega_c$ (умеренная диффузия) область взаимодействия для рэлеевской волны существенно сужается: отношение граничных значений в этом случае составляет 5,0. Для поперечной волны при тех же условиях сужение области взаимодействия незначительно: отношение граничных значений равно 10,0. Повышенное влияние диффузии электронов на поведение γ_R , по-видимому, вызвано неоднородностью рэлеевской волны по глубине z (благодаря чему диффузия электронов происходит как вдоль направления распространения волны, так и по оси z).

Значения $(\omega_c/\omega)_{\text{опт}}$, соответствующие максимуму коэффициента затухания γ_R , рэлеевской и поперечной волн в кристалле CdS, вообще говоря, не совпадают. Различие становится заметным при возрастании коэффициента диффузии электронов. Так, например, при $\omega_D = \infty$ и для

рэлеевской, и для поперечной волн в кристалле CdS $(\omega_c/\omega)_{\text{опт}} = 0,70$, а при $\omega_D = \omega_c$ для рэлеевской волны $(\omega_c/\omega)_{\text{опт}} = 1,20$, для поперечной волны $(\omega_c/\omega)_{\text{опт}} = 1,55$. Указанное несовпадение приводит к различию частот ω_0 , соответствующих максимумам затухания рэлеевской и поперечной волн на единицу длины кристалла.

Зависимость коэффициента усиления и фазовой скорости рэлеевской волны от дрейфового поля и параметров кристалла (кривые усиления). На рис. 3.9, а, б изображены рассчитанные по формулам (3.96)–(3.98) зависимости $\gamma_R(E_0)$ и $\Delta c_R/c_R^0(E_0)$ для частоты 30 МГц при четырех значениях электропроводности σ_0 кристалла CdS. Частота 30 МГц выбрана потому, что на ней производились опыты, описанные в разд. 5 данной главы. Напряженность дрейфового поля в киловольтах отложена по осям абсцисс, коэффициент усиления (затухания) и относительное изменение фазовой скорости волны — по осям ординат. Для сравнения на рис. 3.10, а, б приведены аналогичные зависимости для поперечной волны частоты 30 МГц, рассчитанные нами по формулам работы [178]. При расчете всех кривых на рис. 3.9 и 3.10 предполагалось, что подвижность электронов в кристалле $\mu = 200 \text{ В}^{-1} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $T = 300 \text{ К}$, а фактор ловушек $f = 1$. Соответственно параметр дрейфа для рэлеевской волны $\zeta = 1 - 1,176 E_0$, для поперечной волны $\zeta = 1 - 1,143 E_0$ (E_0 в кВ). Заметим, что участок кривой $\Delta c_R/c_R^0(E_0)$ в окрестности точки $\zeta = 0$ для $\sigma = 10^{-5} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ не изображен на рис. 3.9. Это связано с обращением в нуль элемента a_{33} определителя (3.82) при этих условиях, благодаря чему все формулы первого приближения в этой точке становятся не применимыми.

Как видно из рис. 3.9 и 3.10, кривые для рэлеевской и поперечной волн весьма близки между собой и имеют следующие характерные черты. Если дрейфовое поле не очень велико, $\zeta > 0$, и волны затухают ($\gamma_{R,t} > 0$). Но при $\zeta < 0$ коэффициент $\gamma_{R,t}$ становится отрицательным, что означает «замену» затухания рэлеевской волны усилением, происходящим за счет перекачки энергии от дрейфующих электронов в волну. Переход от затухания к усилению происходит при так называемом критическом поле $(E_0)_{\text{крит}}$, определяемом из условия $\zeta = 0$ (или $v_0 = c_R^0$).

Вообще можно выделить три характерных значения дрейфового поля. При первом (наименьшем) значении

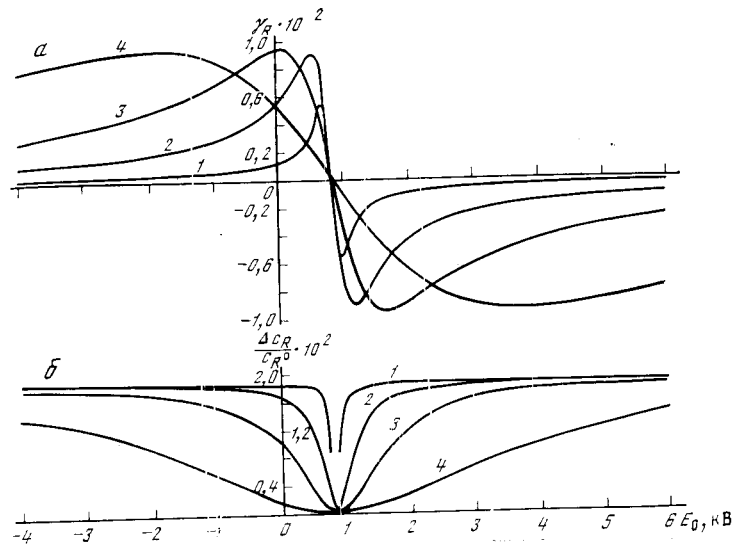
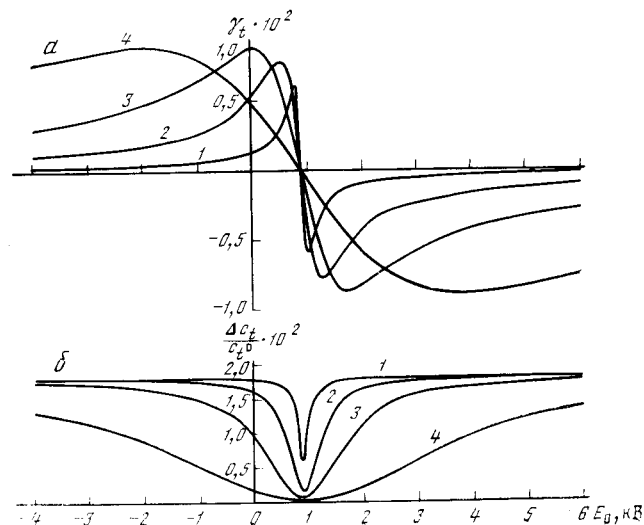


Рис. 3.9. Зависимости электронного усиления (затухания) γ_R (а) и изменения фазовой скорости $\Delta c_R/c_R^0$ (б) рэлеевской волны от дрейфового поля в кристалле CdS

1 — $\sigma = 10^{-5} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$; 2 — 5×10^{-5} ; 3 — $1,41 \times 10^{-4}$; 4 — 5×10^{-4}

Рис. 3.10 Зависимости электронного усиления [(затухания) γ_t (а) и изменения фазовой скорости $\Delta c_t/c_t^0$ (б) поперечной волны от дрейфового поля в кристалле CdS

Обозначения те же, что на рис. 3.9



затухание волн достигает максимума. При втором значении (критическое поле) коэффициент затухания $\gamma_{R,i}$ обращается в нуль, а фазовая скорость достигает минимума. Окрестность критического поля — это область максимального взаимодействия волны с электронами проводимости кристалла. При третьем значении достигает максимума коэффициент усиления волны, причем максимальное значение коэффициента усиления равно максимальному значению коэффициента затухания. Последнее обстоятельство отражает важное свойство кривых усиления — их симметричность относительно точки критического поля $\xi = 0$. Максимальные значения коэффициентов затухания и усиления возрастают при увеличении электропроводности кристалла, стремясь к некоторому постоянному пределу. Поля, соответствующие максимальному затуханию (усилению), в сильной степени зависят от электропроводности кристалла. С ростом σ_0 абсолютные значения этих полей возрастают. Критическое поле не зависит от σ_0 .

Укажем, что вследствие сильной пьезоэлектрической связи взаимодействие рэлеевской и поперечной волн с электронами в кристалле CdS весьма велико. Так, максимальное усиление (затухание) рэлеевской волны на частоте 30 МГц составляет примерно 10^7 см^{-1} .

Глава IV

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ СТРУКТУРЫ СФАЛЕРИТА (ГРУППА A_3B_5)

Распространение объемных (продольных и поперечных) волн в кристаллах структуры сфалерита, в частности в арсениде галлия, и их взаимодействие с электронами проводимости исследовалось как теоретически, так и экспериментально (см., например, работы [160, 179, 180]). В работе [180] было получено усиление ультразвуковых волн в частотном диапазоне 30—90 МГц. Поверхностные (рэлеевские) волны в кристаллах структуры сфалерита довольно подробно рассмотрены в теоретическом плане

[12, 181] и гораздо менее детально в экспериментальном [182, 183].

В настоящей главе, следуя работам [12, 181], мы рассмотрим рэлеевские волны в кристаллах структуры сфалерита с учетом их пьезосвойств и электропроводности.

12. Уравнения и их решения

Кристалл GaAs (для определенности мы будем везде в этой главе говорить о GaAs, помня, что все уравнения и расчетные формулы применимы для любого кристалла структуры сфалерита) гексатетраэдрического класса симметрии имеет структуру сфалерита, или цинковой обманки (формула симметрии $\bar{4}3m$, см. [160]). Такая структура характеризуется следующими тензорами постоянных кристалла (предполагается, что оси x, y, z направлены по ребрам куба): тензором упругих модулей c_{ik}

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix}, \quad (3.100)$$

пьезоэлектрических постоянных

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{14} \end{pmatrix}, \quad (3.101)$$

диэлектрической проницаемости

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{11} \end{pmatrix}. \quad (3.102)$$

Численные значения постоянных кристалла GaAs, используемые нами для дальнейших расчетов, содержатся в работах [184, 185].

Будем считать, что кристалл граничит с вакуумом вдоль плоскости $z = 0$ (рис. 3.11), а рэлеевская волна распространяется по направлению диагонали в этой плоскости (простейшее направление в кристалле, по которому рассматриваемая поверхностная волна является пьезоактивной, т. е. сопровождается квазистатическим пьезополем). В системе координат x, y, z (рис. 3.11) у плоской

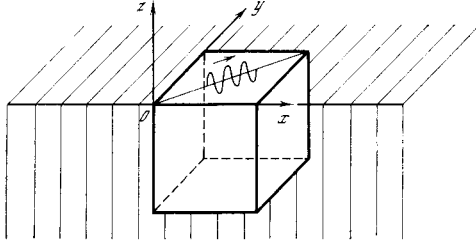


Рис. 3.11. Рэлеевская волна в кристалле арсенида галлия

рэлеевской волны будут отличны от нуля все три компоненты смещений U_i , причем $U_x = U_y = U_l/\sqrt{2}$, где U_l — смещение вдоль направления распространения волны.

Используя выражения (3.100)–(3.102) для тензоров, перепишем уравнения (3.68), (3.70) в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} &= c_{11} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + c_{12} \left(\frac{\partial^2 U_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial x \partial y} \right) + \\ &+ c_{44} \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial x \partial z} \right) + 2e_{14} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z}, \\ \rho \frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2} &= c_{11} \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} + c_{12} \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial y \partial z} \right) + \\ &+ c_{44} \left(\frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial y \partial z} \right) + 2e_{14} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}, \end{aligned} \quad (3.103)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} &= c_{11} \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} + c_{12} \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y \partial z} \right) + \\ &+ c_{44} \left(\frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y \partial z} \right) + 2e_{14} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}, \\ (i\mu f E_0 k + \frac{\partial}{\partial t} - \bar{D}\Delta) U &= \left(\frac{4\pi\tau_0}{\varepsilon_{11}} + i\mu f E_0 k + \frac{\partial}{\partial t} - \bar{D}\Delta \right) \psi. \end{aligned}$$

Здесь $U = 2e_{14} \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial x \partial y} \right)$; $\psi = \frac{\varepsilon_{11}}{4\pi} \Delta \varphi$.

Будем искать решение уравнений (3.103) в форме

$$U_x = U_y = \frac{A}{k\sqrt{2}} \exp \left[\beta k z + \frac{ik}{\sqrt{2}} (x + y) - i\omega t \right],$$

$$U_z = \frac{B}{k} \exp \left[\beta k z + \frac{ik}{\sqrt{2}} (x + y) - i\omega t \right], \quad (3.104)$$

$$\varphi = \frac{e_{14}C}{k} \exp \left[\beta k z + \frac{ik}{\sqrt{2}} (x + y) - i\omega t \right],$$

где k — неизвестное волновое число; β — функция k ; A, B, C — произвольные постоянные. Подставляя выражения (3.104) в уравнения (3.103), получим систему трех линейных однородных алгебраических уравнений относительно A, B, C :

$$\begin{aligned} \left(\frac{c_{11} + c_{12}}{2c_{44}} + 1 - \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) A - i\beta \left(1 + \frac{c_{12}}{c_{44}} \right) B - \\ - 2i\beta \frac{e_{14}^2}{c_{44}} C = 0, \\ i\beta \left(1 + \frac{c_{12}}{c_{44}} \right) A - \left(1 - \frac{c_{11}}{c_{44}} \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) B - \frac{e_{14}^2}{c_{44}} C = 0, \\ 2i\beta A - B + \left[\frac{\varepsilon_{11}(1 - \beta^2)}{4\pi} + \frac{\sigma_0}{k^2 \bar{D} - i\omega\zeta(1 - \beta^2)} \right] C = 0. \end{aligned} \quad (3.105)$$

Приравнявая нулю определитель Δ_1 этой системы, будем иметь уравнение для нахождения функций $\beta(k)$. Проводя вычисления, аналогичные описанным в разд. 9, получим, что рэлеевской волне соответствуют три функции $\beta(k)$:

$$\beta_1 = \beta_1^0 + \delta_1, \quad \beta_2 = \beta_2^0 + \delta_2, \quad \beta_3 = 1 + \delta_3. \quad (3.106)$$

Здесь $\beta_{1,2}^0$ — соответствующие корни для рэлеевской волны в кристалле GaAs при отсутствии пьезоэффекта ($e_{14} = 0$), определяемые из уравнения

$$\begin{aligned} \left(\frac{c_{11} + c_{12}}{2c_{44}} + 1 - \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) \left(1 - \frac{c_{11}}{c_{44}} \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) + \\ + \beta^2 \left(1 + \frac{c_{12}}{c_{44}} \right)^2 = 0; \end{aligned} \quad (3.107)$$

$\delta_{1,2,3} \ll 1$ — малые поправки,

$$\delta_{1,2} = \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \frac{a_{11} - 4 (\beta_{1,2}^0)^2 a_{22} + 4i\beta_{1,2}^0 a_{12}}{2 \epsilon_{1,2}^0 a_{33} [a_{22} + c_{11} a_{11}/c_{44} + a_{12}^2/(\beta_{1,2}^0)^2]}, \quad (3.108)$$

где a_{ik} — элементы определителя Δ_1 , вычисленные соответственно при $\beta = \beta_1^0$ или $\beta = \beta_2^0$. Для β_3 , как и в случае CdS, в первом приближении по малому параметру e_{14}^2/c_{44} (в котором проводится весь численный расчет) достаточно ограничиться нулевым приближением, полагая $\beta_3 = 1$.

После вычисления $\beta_{1,2,3}$ две из трех произвольных постоянных A, B, C можно выразить через третью из двух первых уравнений системы (3.105):

$$B = \frac{\Delta_B}{\Delta} A, \quad C = \frac{\Delta_C}{\Delta} A. \quad (3.109)$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{e_{14}^2}{c_{44}} i\beta \left[1 - \frac{c_{12}}{c_{44}} - 2 \frac{c_{11}}{c_{44}} \beta^2 - \frac{2\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right], \\ \Delta_E &= -\frac{e_{14}^2}{c_{44}} \left[1 + \frac{c_{11} + c_{12}}{2c_{44}} + \left(1 + 2 \frac{c_{12}}{c_{44}} \right) \beta^2 - \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right], \\ \Delta_C &= \beta^2 \left(1 + \frac{c_{12}}{c_{44}} \right)^2 + \left(\beta^2 - 1 - \frac{c_{11} + c_{12}}{2c_{44}} + \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right) \times \\ &\quad \times \left(\frac{c_{11}}{c_{44}} \beta^2 - 1 + \frac{\rho\omega^2}{k^2 c_{44}} \right). \end{aligned} \quad (3.110)$$

В итоге получим общее решение уравнений (3.103) в виде

$$\begin{aligned} U_x &= U_y = \sum_{n=1}^3 \frac{A_n}{k \sqrt{2}} \exp \left[\beta_n k z + \frac{ik}{\sqrt{2}} (x + y) - i\omega t \right], \\ U_z &= \sum_{n=1}^3 \frac{A_n}{k} \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \exp \left[\beta_n k z + \frac{ik}{\sqrt{2}} (x + y) - i\omega t \right], \end{aligned} \quad (3.111)$$

$$\Phi = \sum_{n=1}^3 \frac{e A_n}{k} \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \exp \left[\beta_n k z + \frac{ik}{\sqrt{2}} (x + y) - i\omega t \right],$$

где A_n — произвольные постоянные. Формулы (3.111) показывают, что, как и в кристалле CdS, смещения и элек-

трический потенциал в волне состоят из трех парциальных волн, которые имеют тот же физический смысл (см. разд. 3).

Для электрического потенциала Φ' в пространстве над кристаллом решение уравнения (3.15) можно записать в форме

$$\Phi' = \frac{e_{14}}{k} C' \exp \left[-kz + \frac{ik}{\sqrt{2}} (x + y) - i\omega t \right], \quad (3.112)$$

где C' — произвольная постоянная.

13. Дисперсионное уравнение

Для нахождения волнового числа k рэлеевской волны обратимся к граничным условиям. Из граничного условия (3.77) получим то же соотношение (3.90), что и для кристалла CdS. Остальные четыре граничных условия (3.71), (3.77) с учетом равенств (3.12), (3.13), выражений (3.100)–(3.102) для тензоров и формул (3.111) приводят к системе линейных однородных уравнений относительно амплитуды A_n :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 \left[1 - i \frac{c_{11}}{c_{12}} \beta_n \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \right] A_n &= 0, \\ \sum_{n=1}^3 \left[\beta_n + i \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} + i \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \right] A_n &= 0, \\ \sum_{n=1}^3 \left\{ 1 + \frac{i}{4\pi} \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \left[1 + \beta_n \epsilon_{11} + \beta_n \frac{4\pi \epsilon_0 i}{\omega (\zeta + ik^2 \bar{D}/\omega)} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{k^2 \bar{D}}{\omega (\zeta + ik^2 \bar{D}/\omega)} \left[\beta_n \frac{\Delta_B(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} - 2i\beta_n^2 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\epsilon_{11} \beta_n (1 - \beta_n^2)}{4\pi} \frac{\Delta_C(\beta_n)}{\Delta(\beta_n)} \right] \right\} A_n = 0. \end{aligned} \quad (3.113)$$

Приравнявая нулю определитель полученной системы уравнений, будем иметь дисперсионное уравнение для k :

$$|A_{ik}| = 0, \quad (3.114)$$

где

$$A_{1k} = 1 - i \frac{c_{11}}{c_{12}} \beta_k \frac{\Delta_B(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)},$$

$$A_{2k} = \beta_k + i \frac{\Delta_B(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} + i \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \frac{\Delta_C(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)}, \quad (3.115)$$

$$A_{3k} = 1 + \frac{i}{4\pi} \frac{\Delta_C(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} \left[1 + \beta_k \varepsilon_{11} + \beta_k \frac{4\pi i \varepsilon_0}{\omega(\zeta + ik^2 \bar{D}/\omega)} \right] + \\ + \frac{k^2 \bar{D}}{\omega(\zeta + ik^2 \bar{D}/\omega)} \left[\beta_k \frac{\Delta_B(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} - 2i\beta_k^2 - \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon_{11}\beta_k^2(1 - \beta_k^2)}{4\pi} \frac{\Delta_C(\beta_k)}{\Delta(\beta_k)} \right].$$

Будем искать решение этого уравнения в форме (3.95). Выполняя вычисления, аналогичные описанным для CdS, получим для поправки к волновому числу дисперсионное соотношение

$$\left(\frac{3,379\omega_C/\omega}{\zeta + i\omega/\omega_D} - 3,256i \right) \alpha = 0,393 \frac{e_{14}^2}{c_{44}} i + \\ + \left[0,658 - 0,0443i + \frac{(0,032 + 0,716i)\omega_C/\omega}{\zeta + i\omega/\omega_D} \right] \delta_1' + \\ + \left[-0,658 - 0,0443i + \frac{(0,032 - 0,716i)\omega_C/\omega}{\zeta + i\omega/\omega_D} \right] \delta_2' + \\ + \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \frac{\omega/\omega_D}{\zeta + i\omega/\omega_D} \left[(0,426 - 0,179i) \left(1 - \frac{\delta_1'}{\delta_1} \right) + \right. \\ \left. + (0,426 + 0,179i) \left(1 - \frac{\delta_2'}{\delta_2} \right) \right]. \quad (3.116)$$

Здесь обозначено: $\bar{\delta}_{1,2}' = \delta_{1,2}'$ при $\sigma_0 = 0$;

$$\delta_1' = (-1,05 + 0,327i) \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \times \\ \times \left[1 + \frac{\omega_C/\omega}{(0,865 - 0,425i)\omega/\omega_D - 0,883\zeta i} \right]^{-1}; \\ \delta_2' = (-1,05 - 0,327i) \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \times \\ \times \left[1 + \frac{\omega_C/\omega}{(0,865 + 0,425i)\omega/\omega_D - 0,883\zeta i} \right]^{-1}.$$

При выводе этого уравнения использовались полученные нами характерные параметры нулевого приближения ($e_{14} \equiv 0$), приведенные ниже:

$c^0 R \cdot 10^{-5}, \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$	$\rho \omega^2 / (k^0 R)^2 c_{44}$	$\beta_1(k^0 R)$	$\beta_2(k^0 R)$	β_3
2,862	0,732	0,501 + 0,480i	0,501 - 0,480i	1,00

Коэффициент электронного затухания γ_R и изменение фазовой скорости рэлеевской волны $\Delta c_R / c_R^0$ даются выражениями (3.98). Поскольку значение малого параметра e_{14}^2 / c_{44} для кристалла GaAs составляет $3,65 \cdot 10^{-3}$, суммарная относительная ошибка в определении α существенно меньше, чем для кристалла CdS, и составляет приблизительно 10^{-2} .

14. Основные характеристики рэлеевской волны в кристалле арсенида галлия

Смещения и электрические потенциалы в волне. Рассмотрим зависимости смещений $U_{x,y,z}$ и потенциалов ϕ и ϕ' в рэлеевской волне от расстояния $|z|$ до поверхности кристалла. Для этого обратимся к системе уравнений (3.113). Воспользовавшись первыми двумя уравнениями этой системы, выразим произвольные постоянные $A_{2,z}$ через A_1 и подставим полученные выражения в формулы (3.111). Тогда все смещения и потенциалы будут определены с точностью до амплитудного множителя A_1 .

На рис. 3.12 и 3.13 приведены рассчитанные подобным образом зависимости амплитуд касательного $\hat{U} = \sqrt{2} \hat{U}_x = \sqrt{2} \hat{U}_y$ и нормального $\hat{U}_z$ смещений и амплитуд электрических потенциалов $\hat{\phi}, \hat{\phi}'$ в рэлеевской волне от относительного расстояния до поверхности кристалла. Амплитуды смещений отнесены к амплитуде нормального смещения на поверхности $\hat{U}_z(0)$, а амплитуды потенциалов — к амплитуде $\hat{\phi}(0)$ потенциала на поверхности. Кривые рассчитаны для предельного случая $\sigma_0 = 0$. Как и в кристалле CdS, электропроводность σ_0 может существенно изменить электрическое поле в волне, но она практически не влияет на величину и распределение смещений по глубине.

Анализируя кривые, прежде всего отметим, что рассматриваемая рэлеевская волна в кристалле GaAs является обобщенной поверхностной, т. е. в составляющих ее

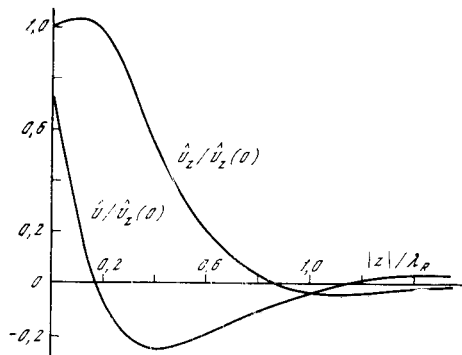


Рис. 3.12. Распределение амплитуд касательного $\hat{U}$ и нормального $\hat{U}_z$ смещений в рэлеевской волне в зависимости от относительного расстояния до поверхности кристалла GaAs

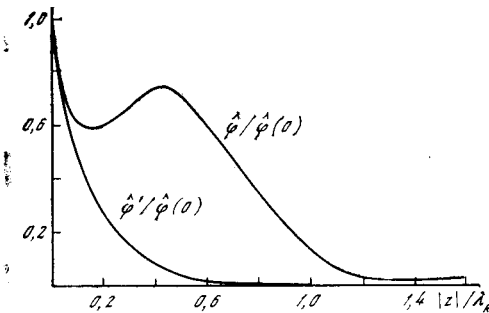


Рис. 3.13. Распределение амплитуд электрических потенциалов ϕ и ϕ' в рэлеевской волне в кристалле GaAs в зависимости от относительного расстояния до поверхности

парциальных волнах упругое поле спадает при удалении от поверхности не плавно, а с осцилляциями (комплексные величины $\beta_{1,2}$). Поэтому зависимость суммарного упругого поля смещений от глубины тоже имеет колебательный характер, хотя осцилляции здесь очень сглажены.

Если не принимать во внимание указанные осцилляции, то зависимость смещений от глубины в кристалле GaAs, как и в кристалле CdS, имеет много общего с аналогичной зависимостью для изотропного полупространства (см. рис. 1.3, а). Это объясняется высокой симметрией кристалла и направления распространения рэлеевской волны в нем.

Электрический потенциал ϕ' в пространстве над кристаллом быстро и плавно спадает при удалении от границы $z = 0$. Это показывает, что электрическое поле в вакууме сосредоточено в более тонком поверхностном слое, чем в кристалле. Потенциал ϕ в кристалле вблизи самой поверхности сначала быстро спадает с глубиной, затем достигает минимума и максимума и начинает стремиться к

нулю с очень слабыми осцилляциями при $|z| > 1,1\lambda_R$. Это означает, что составляющая электрического поля E_z максимальна на поверхности кристалла и быстро убывает при удалении от нее, обращаясь два раза в нуль в слое толщиной $\sim 0,6\lambda_R$. С глубины $\sim 0,6\lambda_R$ начинается медленный и почти плавный спад поля E_z с расстоянием $|z|$.

Зависимость коэффициента затухания и фазовой скорости рэлеевской волны от частоты и параметров кристалла (кривые затухания). Прежде чем перейти к анализу кривых затухания и усиления рэлеевских волн в кристалле GaAs, отметим, что сопоставление дисперсионных уравнений (3.116) и (3.96) для кристаллов GaAs и CdS показывает, что взаимодействие рэлеевских волн с электронами в кристалле GaAs определяется теми же факторами, что и в кристалле CdS (новая кристаллическая структура здесь не вносит качественных изменений).

На рис. 3.14 представлены результирующие кривые взаимодействия рэлеевской волны с электронами при отсутствии в кристалле дрейфового поля: рассчитанные из уравнения (3.116) зависимости $\Delta c_R/c_R^0(I)$ и γ_R (2) от электропроводности и частоты в полулוגарифмическом масштабе. Кривые рассчитаны для трех режимов: $\omega_D = \infty$ — диффузия электронов в кристалле отсутствует (рис. 3.14, а), $\omega_D = \omega_C$ — умеренная диффузия (рис. 3.14, б), $\omega_D = 0,1\omega_C$ — большая диффузия (рис. 3.14, в). Как и в кристалле CdS (см. разд. 3), при конечных значениях ω_D в высокочастотных областях кривых применимость теории начинает нарушаться. При $\omega_D = \omega_C$ теория хорошо применима, когда $\lg \omega_C/\omega \geq 0$, а при $\omega_D = 0,1\omega_C$ область хорошей применимости теории определяется соотношением $\lg \omega_C/\omega \geq 0,50$.

Сопоставим изображенные на рис. 3.14 кривые с аналогичными кривыми для кристалла CdS (рис. 3.8) и с кривыми взаимодействия объемных волн с электронами в GaAs (см. [178]). При этом (по тем же причинам, что и для кристалла CdS) в качестве объемной волны в GaAs для сопоставления целесообразно выбрать плоскую поперечную волну, распространяющуюся в том же направлении (110), что и рэлеевская волна, и имеющую вектор смещений частиц, параллельный оси z . Нетрудно заметить, что качественный ход всех указанных зависимостей одинаков, однако в количественном отношении кривые взаимодействия рэлеевской волны с электронами в GaAs имеют свою специфику.

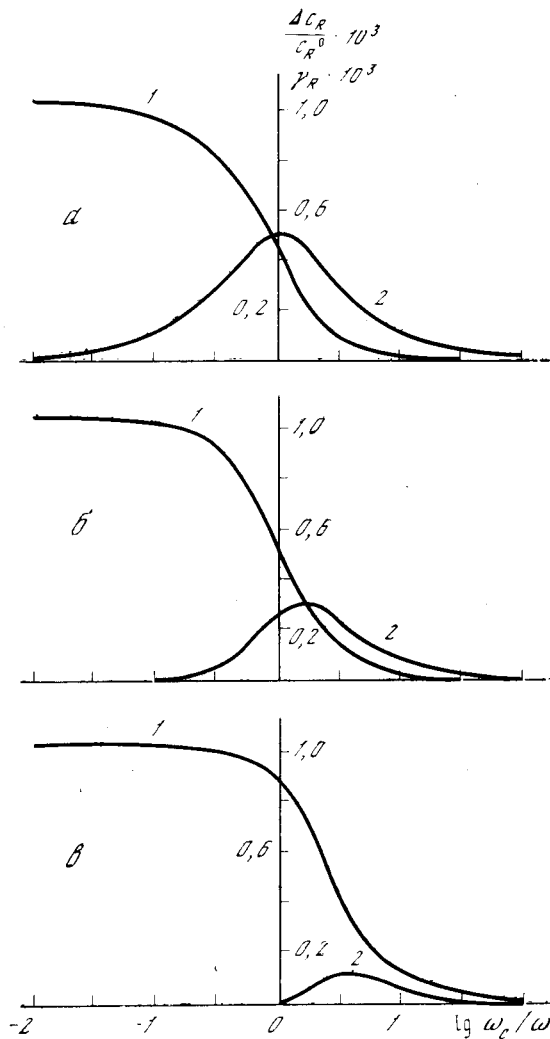


Рис. 3.14. Зависимости изменения фазовой скорости $\Delta c_R/c_R^0$ (1) и электронного затухания γ_R (2) рэлеевской волны в кристалле GaAs от безразмерной частоты ω/ω_c

В кристалле GaAs рэлеевские волны взаимодействуют с электронами проводимости существенно слабее, чем поперечные: их затухание γ_R и изменение фазовой скорости $\Delta c_R/c_R^0$ примерно в два раза меньше соответствующих величин для поперечных волн. В кристалле CdS при малой диффузии электронов ($\omega_D \gg \omega_c$) степени взаимодействия почти одинаковы. По-видимому, причиной этого является то обстоятельство, что в кристалле GaAs взаимодействие рэлеевской волны с электронами осуществляется только через сдвиговые компоненты $U_{lm} (l \neq m)$ тензора деформаций, а в кристалле CdS и через сдвиговые, и через продольные U_{ii} (см. уравнения (3.103), (3.79) и соответствующие тензоры e_{nm} кристаллов GaAs и CdS).

Как и в кристалле CdS, диффузия электронов очень интенсивно влияет на взаимодействие рэлеевской волны с электронами GaAs. Как видно из сопоставления рис. 3.14, а и в, она уничтожает взаимодействие при $\omega > \omega_c$ и сильно уменьшает его на всех остальных частотах, в том числе и в области $\omega \ll \omega_c$. Для поперечных объемных волн в GaAs последнее не наблюдается. Вероятная причина повышенной (по сравнению со случаем объемных волн) роли диффузии электронов при взаимодействии рэлеевской волны с электронами проводимости кристалла та же, что и для CdS.

Наконец, отметим еще, как и в кристалле CdS, несовпадение значений $(\omega_c/\omega)_{\text{опт}}$, соответствующих максимуму коэффициента затухания $\gamma_{R,l}$ рэлеевской и поперечной волн. Различие довольно существенное при большой диффузии. Так, например, при $\omega_D = 0,1\omega_c$ для рэлеевской волны $(\omega_c/\omega)_{\text{опт}} = 3,80$, а для поперечной $(\omega_c/\omega)_{\text{опт}} = 5,30$.

Зависимость коэффициента усиления и фазовой скорости рэлеевской волны от дрейфового поля и параметров кристалла (кривые усиления). На рис. 3.15, а, б изображены кривые усиления рэлеевской волны в кристалле GaAs, рассчитанные на основе дисперсионного уравнения (3.114). Подвижность электронов μ считалась равной $4000 \text{ В}^{-1} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $T = 300 \text{ К}$, фактор ловушек f был принят равным единице. При этом связь ζ и E_0 (в кВ) давалась следующим простым соотношением: $\zeta = 1 - 14 E_0$. Кривые рассчитаны для двух случаев: $\omega_D = \infty$ (рис. 3.15, а) и $\omega_D = \omega$ (рис. 3.15, б). В каждом из случаев рассчитан ряд кривых, соответствующих разным значениям отношения ω_c/ω электропроводности кристалла к частоте. Для сравнения на рис. 3.16, а, б приведены кри-

вые усиления поперечных волн, рассчитанные при тех же условиях по формулам работы [178].

Как и в кристалле CdS, качественно кривые усиления для рэлеевских и поперечных волн весьма сходны. Однако в количественном отношении эти кривые существенно различаются. Прежде всего максимальные значения коэффициентов усиления (затухания) для рэлеевской волны в два раза меньше, чем для поперечной. Это обстоятельство является следствием уже отмеченного более слабого взаимодействия рэлеевской волны (по сравнению с поперечной) с электронами проводимости кристалла.

Далее, при отсутствии диффузии электронов в кристалле ($\omega_D = \infty$) и малых значениях электропроводности ($0 < \omega_c/\omega < 0,5$) максимальные значения коэффициента усиления (затухания) достигаются для рэлеевской волны при меньших значениях ζ (меньшие дрейфовые поля), чем для поперечной. С увеличением электропроводности кристалла эти максимальные значения очень быстро возрастают, стремясь к предельному значению, соответствующему «насыщению». Иными словами, зависимость коэффициента усиления (затухания) рэлеевской волны от ζ и ω_c/ω в области малых значений этих параметров очень резкая. Для поперечной волны эта зависимость сглаженная. Так, при $\omega_c/\omega = 0,1$ максимальное значение γ_R для рэлеевской волны составляет 0,84 от предельного значения и достигается при $\zeta = \pm 0,17$. Для поперечной волны соответственное значение γ_t составляет лишь 0,42 от предельного и достигается при $\zeta = \pm 0,50$. При $\omega_c/\omega > 0,5$ зависимости $\gamma(\zeta)$ и $\Delta c/c_R^0(\zeta)$ для рэлеевской и поперечной волн примерно одинаковы.

При существовании в кристалле диффузии электронов (см. рис. 3.15, б и 3.16, б) наблюдается обратная картина. При всех значениях параметра ω_c/ω (в том числе и при $0 < \omega_c/\omega < 0,5$) зависимости коэффициента усиления (затухания) γ и изменения фазовой скорости $\Delta c/c_R^0$ от ζ и ω_c/ω для рэлеевской волны более сглаженные, чем для поперечной. Максимальные значения γ достигаются для рэлеевской волны при больших дрейфовых полях (большие ζ) по сравнению с соответствующими полями для поперечной волны, а стремление максимальных значений к пределу при росте ω_c/ω происходит для рэлеевской волны медленнее, чем для поперечной. Это означает, что и при наличии в кристалле дрейфового поля влияние диф-

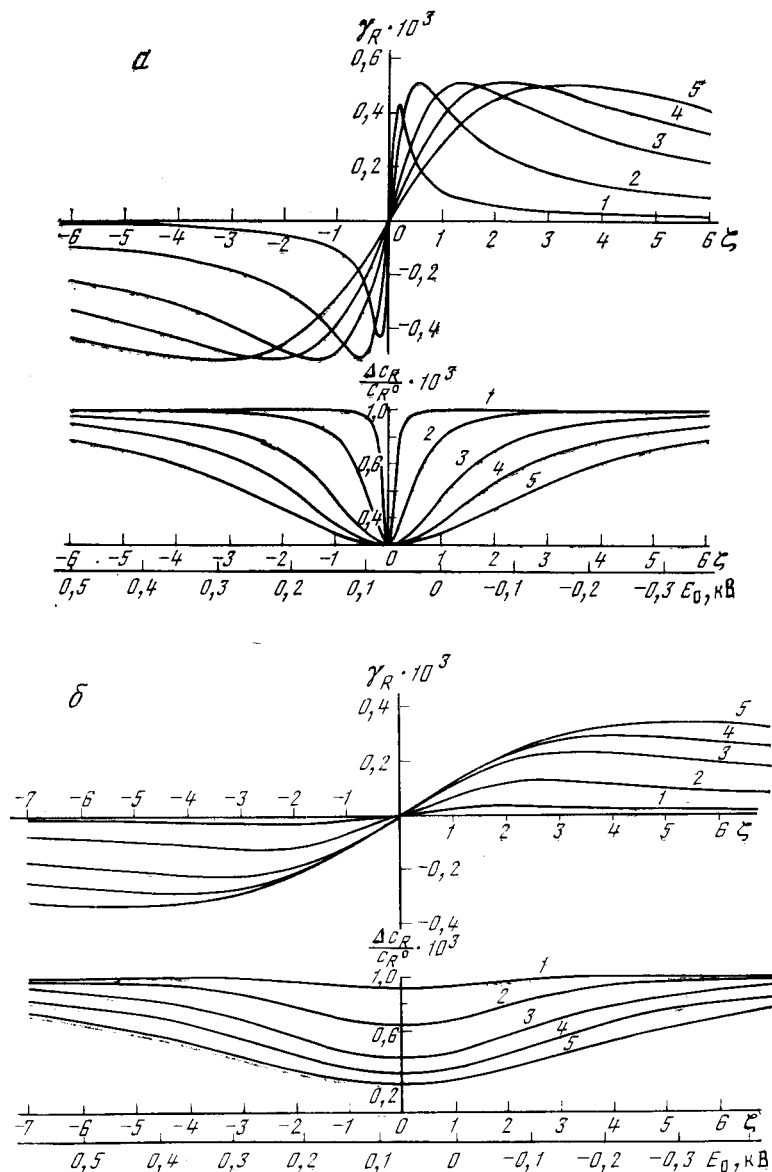


Рис. 3.15. Зависимости электронного усиления (затухания) γ_R и изменения фазовой скорости $\Delta c_R/c_R^0$ рэлеевской волны от дрейфового поля в кристалле GaAs при $\omega/\omega_D = 0$ (а) и $\omega/\omega_D = 1$ (б)

1 — $\omega_c/\omega = 0,1$; 2 — 0,5; 3 — 1,25; 4 — 2,0; 5 — 3,0

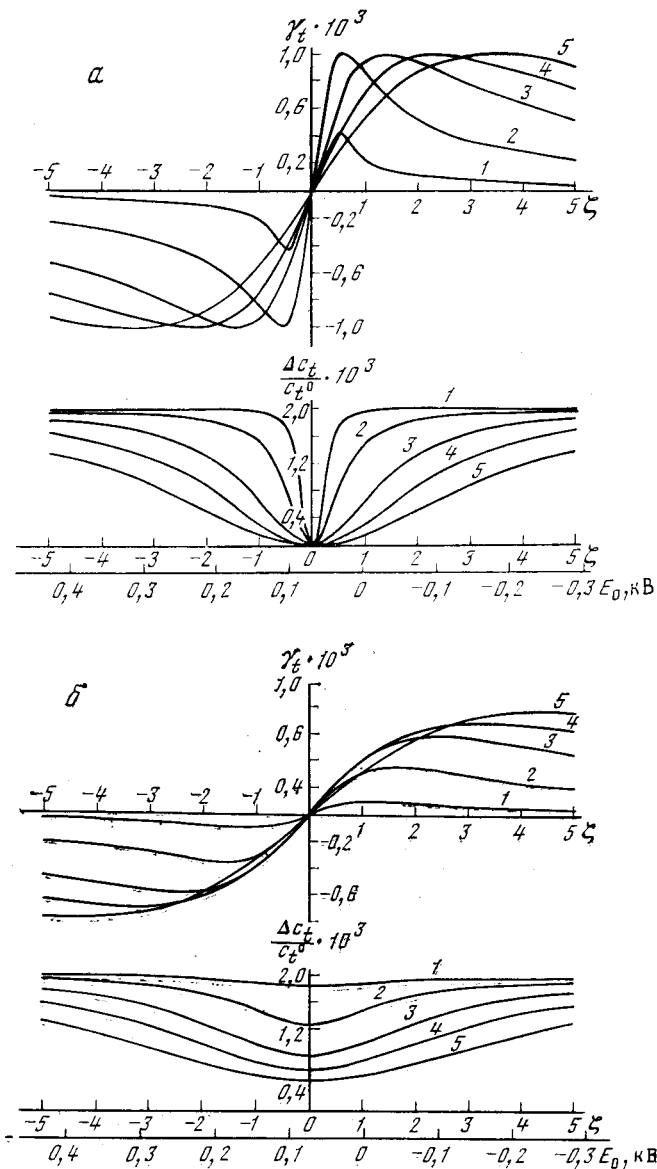


Рис. 3.16. Зависимости электронного усиления (затухания) γ_t и изменения фазовой скорости $\Delta c_t / c_t^0$ поперечной волны от дрейфового поля в кристалле GaAs при $\omega/\omega_D = 0$ (а) и $\omega/\omega_D = 1$ (б)

Обозначения те же, что на рис. 3.15

фузии электронов на их взаимодействие с рэлеевской волной существенно сильнее, чем аналогичное влияние в случае поперечной волны. При этом усиленная роль диффузии электронов кристалла в процессе их взаимодействия с рэлеевской волной при дрейфе электронов проявляется еще сильнее, чем без него.

Глава V

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН С ЭЛЕКТРОНАМИ В КРИСТАЛЛАХ CdS

15. Импульсный режим усиления

Усиление поверхностных рэлеевских волн постоянным электрическим током (дрейфовым полем), являющееся наиболее интересным аспектом взаимодействия этих волн с электронами, наблюдалось и изучалось целым рядом авторов [13, 16, 18, 163, 166, 186—190].

Мы проведем здесь краткое рассмотрение этого вопроса на основе работ [13, 187], которые являются первыми подробными исследованиями в этой области: в них усиление поверхностных рэлеевских волн в сульфиде кадмия детально изучается и сопоставляется с усилением объемных волн в тех же кристаллах.

Основной целью экспериментов по исследованию усиления рэлеевских волн было получение зависимости коэффициента усиления (затухания) волн от дрейфового поля при различных значениях электропроводности σ кристалла. Усиление и затухание, как обычно, определялось по отношению к уровню темнового сигнала. Темновые сигналы соответствовали малым значениям σ , при которых влияние электронов на ультразвуковые волны в CdS было пренебрежимо мало и можно было считать коэффициент γ равным нулю (в области σ_t амплитуды волн переставали зависеть от электропроводности кристалла). Для выяснения особенностей взаимодействия рэлеевских волн с электронами параллельно исследовалось усиление (затухание) поперечных волн в тех же кристаллах.

Опыты проводились на образцах 1 и 2 кристаллов CdS, изготовленных в ВНИИ монокристаллов (г. Харьков) методом, описанным в работе [191]. Образцы имели форму прямоугольных параллелепипедов со следующими размерами l_i вдоль осей x, y, z (z — гексагональная ось): $l_x = 52,0$, $l_y = 11,52$, $l_z = 11,55$ мм (образец 1); $l_x = 28,4$, $l_y = 12,11$, $l_z = 12,15$ мм (образец 2). Образцы были желтого цвета, прозрачные. Их электропроводность σ менялась в зависимости от освещения в пределах 10^{-10} — 10^{-2} Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$. Эффективная дрейфовая подвижность $\bar{\mu}$ составляла приблизительно 140 см·с $^{-1}$ ·В $^{-1}$. Рэлеевские волны распространялись в плоскостях xu кристаллов, а поперечные — вдоль осей y с направлением смещений частиц в волне параллельно осям z . Поверхности xu образцов были хорошо обработаны.

Коэффициенты усиления (затухания) измерялись в импульсном режиме на частоте ≈ 30 МГц при длительности импульсов 2—3 мкс для рэлеевских волн и 1—2 мкс для поперечных волн. На рис. 3.17 приведена схема эксперимента. Дрейфовые электроды, служащие для создания в поверхностном слое кристалла постоянного электрического поля E_0 , наносились на плоскость xu путем напыления индия и представляли собой две параллельные полоски шириной 1,5 мм, находящиеся на расстоянии 7 мм друг от друга. Кристалл освещался ртутной лампой ДРШ-500, причем засвечивалась только узкая полоска (поверхностный слой 0,5 мм) между электродами. Остальная часть кристалла была закрыта непрозрачным экраном. Такое освещение позволяло локализовать электроны проводимости кристалла (созданные светом) в поверхностном слое между дрейфовыми электродами и этим достигнуть постоянства напряженности E_0 по координате x (в пределах 10%). Для развязки импульсов дрейфового поля и импульсов с частотой заполнения 30 МГц, подаваемых на излучатель через коаксиальный кабель, использовались индуктивность L и емкости C .

Электронная часть схемы для измерения усиления поперечных волн была точно такая же, за исключением развязки, которая осуществлялась там акустическим способом: с помощью двух кубических буферов из плавленного кварца, между которыми был зажат кристалл CdS. Дрейфовое поле подавалось на кристалл через индиевые электроды на его торцах, а поперечные волны распространялись через систему буфер — кристалл — буфер (эта

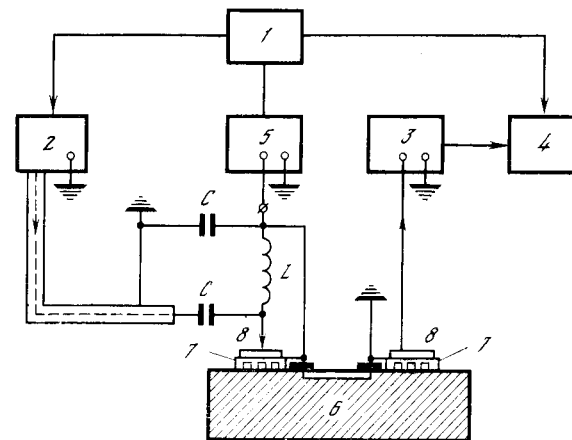


Рис. 3.17. Схема опыта по измерению электронного усиления (затухания) рэлеевских волн

1 — задающий генератор, запускающий схему и вырабатывающий импульсы синхронизации; 2 — генератор импульсов прямоугольной формы с синусоидальным заполнением; 3 — усилитель; 4 — осциллоскоп; 5 — генератор импульсов дрейфового поля; 6 — кристаллический образец; 7 — гребенчатые излучатель и приемник рэлеевских волн; 8 — дрейфовые электроды

часть схемы была заимствована нами из [192]). Грани кристалла и буферов были параллельны с точностью ± 5 мкм. Все акустические контакты осуществлялись тонкими пленками эпоксидной смолы без отвердителя.

На рис. 3.18—3.21 приведены результаты измерений. На рис. 3.18 и 3.19 представлены кривые усиления рэлеевских (рис. 3.18, а, 3.19, а) и поперечных (рис. 3.18, б, 3.19, б) волн в образцах 1, 2 соответственно. По осям абсцисс отложена напряженность дрейфового поля в кристалле в киловольтах, по осям ординат — коэффициенты усиления (затухания) в дБ/см. Длина пути в кристалле, на которой происходило усиление рэлеевских волн, составляла 7 мм, для поперечных волн эта длина равнялась 11,5 мм (образец 1) и 9,4 мм (образец 2). Каждая кривая на рисунках соответствует определенному значению электропроводности σ кристалла. Области значений σ выбирались с таким расчетом, чтобы получить максимальные на данной частоте значения коэффициентов усиления волн в кристалле. На каждом из рисунков имеется по две теоретических кривых, соответствующих граничным (макси-

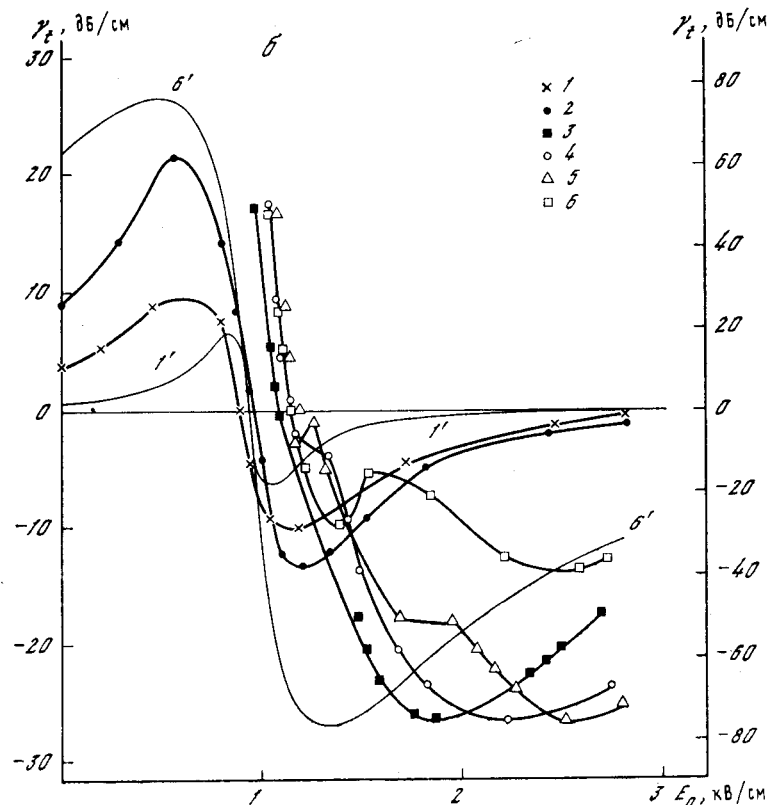
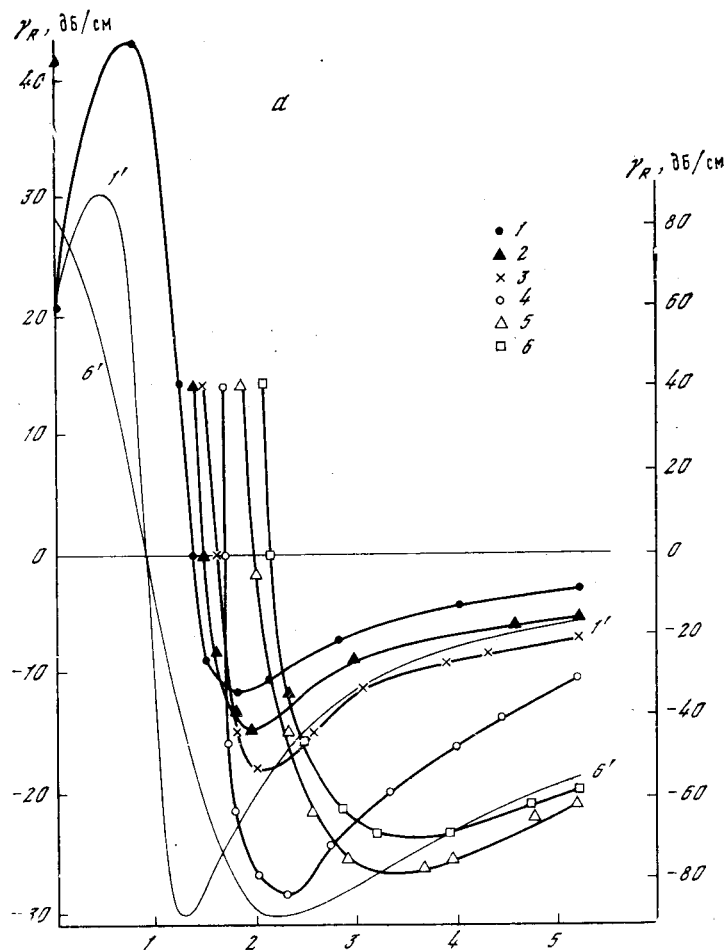


Рис. 3.18 (окончание)

Рис. 3.18. Зависимость коэффициентов электронного усиления (затухания) рэлеевских (а) и поперечных (б) волн от дрейфового поля в образце 1

а: 1 — $\sigma = 6,7 \cdot 10^{-6}$; 2 — $7,5 \cdot 10^{-6}$; 3 — $8,8 \cdot 10^{-6}$; 4 — $1,7 \cdot 10^{-4}$; 5 — $2,1 \cdot 10^{-4}$; 6 — $2,3 \cdot 10^{-4}$ Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$; б: 1 — $\sigma = 2,1 \cdot 10^{-6}$; 2 — $3,1 \cdot 10^{-6}$; 3 — $1,6 \cdot 10^{-5}$; 4 — $2,1 \cdot 10^{-5}$; 5 — $3,5 \cdot 10^{-5}$; 6 — $7,5 \cdot 10^{-5}$ Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$; 1' и 6' — теоретические кривые

мальному и минимальному) значениям электропроводности для данного типа волн в данном образце. Эти кривые нанесены тонкими сплошными линиями (чтобы не увеличивать существенно размер рисунка, масштаб изменения $\gamma_{R,t}$ отложен для них на правых осях ординат).

На рис. 3.20 и 3.21 изображены кривые усиления шума в образцах 1 и 2 соответственно при различных значениях электропроводности образца (рис. 3.20, а, 3.21, а — опыты с рэлеевскими волнами, рис. 3.20, б, 3.21, б — опыты с поперечными волнами). Под шумом здесь понимаются тепловые колебания решетки кристалла, усиленные дрейфовым полем (волны Дебая). Естественно, что шумы измерялись в полосе пропускания нашей схемы

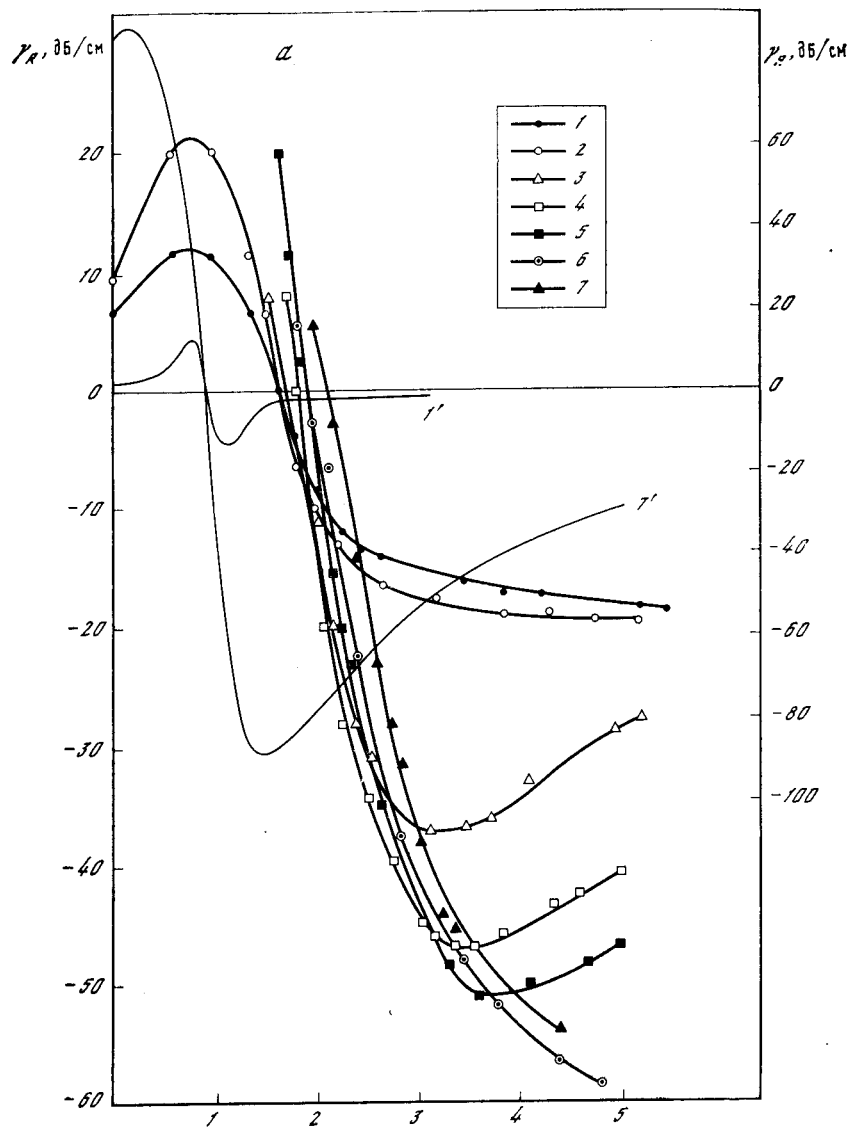


Рис. 3.19. Зависимость коэффициентов электронного усиления (затухания) рэлеевских (а) и поперечных (б) волн от дрейфового поля в образце 2
а: 1 — $\sigma = 2,3 \cdot 10^{-6}$; 2 — $3,2 \cdot 10^{-6}$; 3 — $1,3 \cdot 10^{-5}$; 4 — $2,6 \cdot 10^{-5}$; 5 — $3,5 \cdot 10^{-5}$; 6 — $5,0 \cdot 10^{-5}$; 7 — $8,0 \cdot 10^{-5}$ Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$; 1' и 7' — теоретические кривые; б: 1 — $\sigma = 2,1 \cdot 10^{-6}$; 2 — $3,2 \cdot 10^{-6}$; 3 — $5,2 \cdot 10^{-6}$; 4 — $1,3 \cdot 10^{-5}$; 5 — $1,6 \cdot 10^{-5}$; 6 — $2,0 \cdot 10^{-5}$; 7 — $2,6 \cdot 10^{-5}$; 8 — $4,2 \cdot 10^{-5}$ Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$; 1' и 8' — теоретические кривые

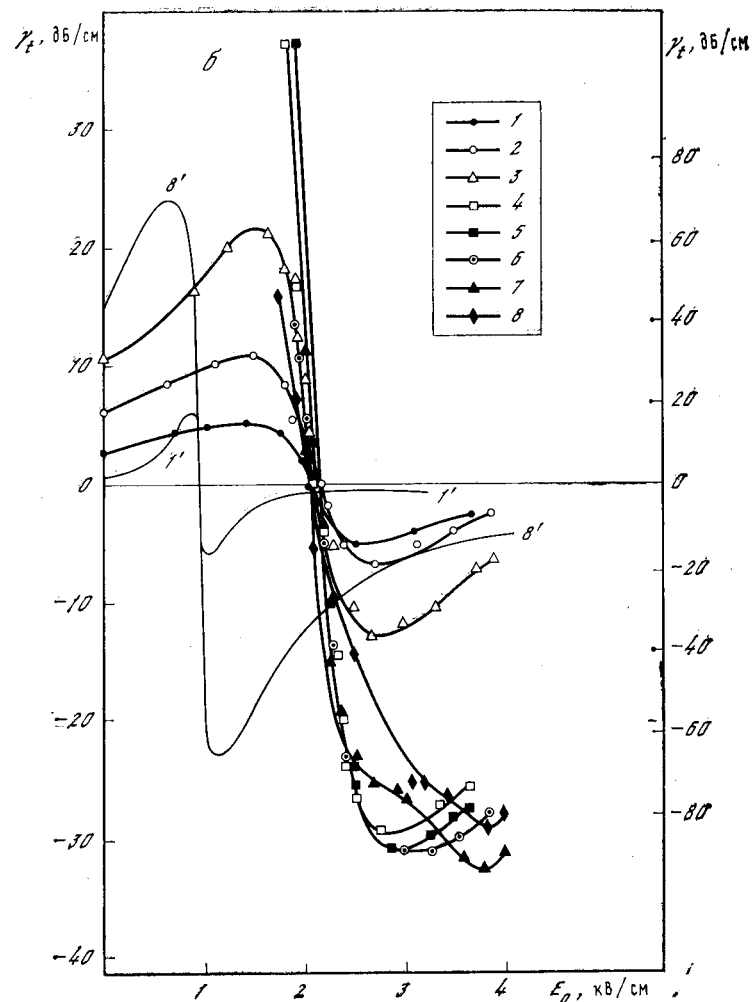


Рис. 3.19 (окончание)

(28—32 МГц). Уровень шума N , отложенный на рисунках по осям ординат, представляет собой $20 \lg \epsilon_{\text{ш}}/\epsilon_0$, где $\epsilon_{\text{ш}}$ — ЭДС, развиваемая шумовым сигналом на приемнике; ϵ_0 — некоторый постоянный уровень (ЭДС темнового сигнала поперечных волн в образце 1).

Анализируя кривые на рис. 3.18—3.21, можно констатировать следующее.

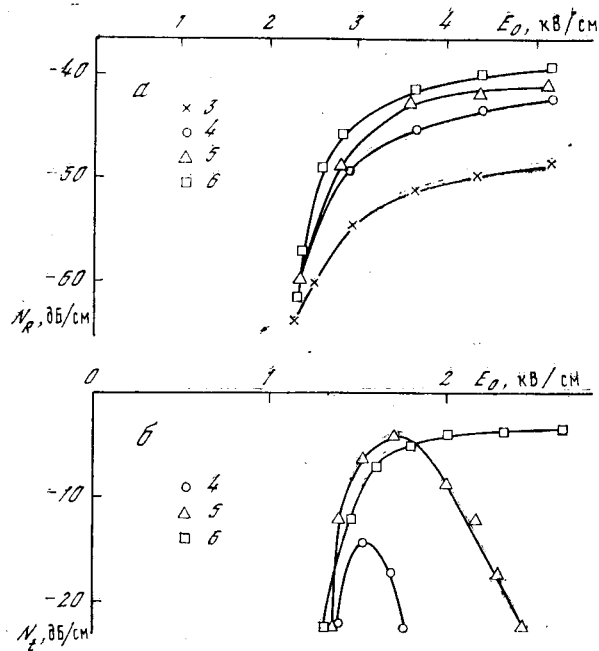


Рис. 3.20. Зависимость уровня шумового сигнала при усилении рэлеевских (а) и поперечных (б) волн от дрейфового поля в образце 1. Обозначения те же, что на рис. 3.18

1. И для рэлеевских, и для поперечных волн соответствие экспериментальных и теоретических кривых усиления носит только качественный характер. Для опытов с объемными волнами такое расхождение теории и эксперимента типично (см., например, [178, 192]) и объясняется рядом причин: неоднородностью кристалла, наличием в нем ловушек, отличием подвижности электронов от ее расчетного значения и т. д. Следует ожидать, что причины расхождения теории с экспериментом для рэлеевских волн те же. Характерно, что степень различия экспериментальных и теоретических кривых для рэлеевских волн несколько меньше, чем для поперечных: экспериментальные кривые для рэлеевских волн по форме ближе к теоретическим.

2. Наблюдаемая на опыте интенсивность взаимодействия рэлеевских волн с электронами проводимости кристалла не меньше (а в образце 2 даже существенно больше,

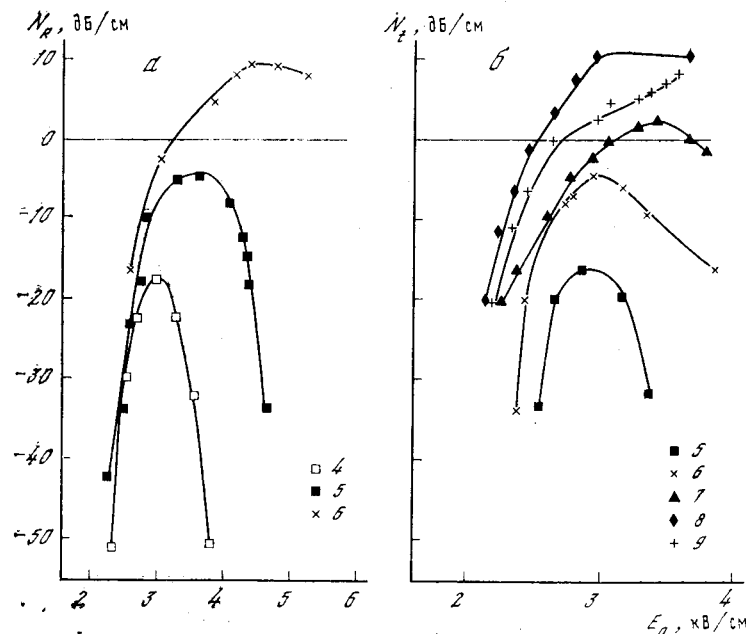


Рис. 3.24. Зависимость уровня шумового сигнала при усилении рэлеевских (а) и поперечных (б) волн от дрейфового поля в образце 2. Обозначения те же, что на рис. 3.19 ($\sigma = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$)

ше), чем для поперечных волн: максимальные значения коэффициентов усиления рэлеевских волн 29 дБ/см (образец 1) и 58 дБ/см (образец 2), а поперечных волн 26,5 дБ/см (образец 1) и 35 дБ/см (образец 2). Согласно теории указанные интенсивности должны быть примерно одинаковы. Возможно, что большие значения коэффициентов усиления рэлеевских волн (по сравнению с поперечными) связаны с большей однородностью кристалла в случае усиления рэлеевских волн, когда неоднородность по координате z не проявляется. Большие значения коэффициентов усиления рэлеевских волн открывают широкие возможности для практического использования эффекта усиления этих волн.

3. Электропроводности, при которых достигается максимальное усиление рэлеевских волн ($1,7 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ в образце 1 и $\approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ в образце 2), существенно больше соответствующих электропроводностей

($2,1 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ в образце 1 и $\approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ в образце 2) для поперечных волн. Между тем согласно теории области значений электропроводности, в которых должно наблюдаться максимальное взаимодействие волн с электронами кристалла (как в режиме затухания, так и в режиме усиления), для рэлеевских и поперечных волн на частоте 30 МГц примерно совпадают. Это означает, что максимальные значения коэффициентов усиления рэлеевских и поперечных волн должны достигаться при одинаковых значениях электропроводности кристалла. Наиболее вероятной причиной наблюдаемого различия является отличие электропроводностей поверхностных слоев кристаллов, в которых локализованы рэлеевские волны ($\sim 60 \text{ мкм}$), от электропроводностей объемов кристаллов: электропроводности поверхностных слоев образцов существенно меньше электропроводностей объемов.

4. В образце 1 уровень шума при усилении рэлеевских волн меньше, чем при усилении поперечных волн. В образце 2 уровни шумов при усилении рэлеевских и поперечных волн, хотя и почти одинаковы, но вследствие большего значения коэффициента усиления рэлеевских волн соотношение сигнал—шум при усилении рэлеевских волн по-прежнему существенно лучше, чем при усилении поперечных волн. Благодаря этим обстоятельствам шумы не оказывают столь существенного влияния на усиление импульса рэлеевских волн, как на усиление импульса поперечных волн. Для поперечных волн при некоторых значениях электропроводности кристалла и дрейфового поля E_0 наблюдается очень сильное взаимодействие сигнала с шумом. Это приводит к наличию у кривых усиления сигнала (см. рис. 3.18, б и 3.19, б) участков, где при увеличении напряженности электрического поля в кристалле усиление временно перестает расти и даже уменьшается (наиболее ярко это выражено у кривой б на рис. 3.18, б). Связь указанной особенности кривых усиления поперечных волн с взаимодействием сигнала и шума была впервые установлена авторами работы [193].

Помимо сравнительно низкого уровня шума, очень важным для практического использования усиления рэлеевских волн является следующее обстоятельство. При усилении рэлеевских волн шумам негде «накапливаться», поскольку шумовой сигнал (как и полезный), пройдя однократно путь от излучателя до приемника практически полностью поглощается приемником и частью кри-

сталла, расположенной за ним, а не отражается обратно с коэффициентом, примерно равным 0,7 (по амплитуде), как это происходит при усилении поперечных волн. Вследствие этого при увеличении длительности импульса дрейфового поля (или при переходе к непрерывному режиму) эффект накопления шума для рэлеевских волн должен быть выражен довольно слабо.

16. Непрерывный режим усиления

Для целого ряда акустоэлектронных устройств и приборов весьма интересным представляется получение и исследование непрерывного режима усиления звуковых поверхностных волн дрейфом электронов в полупроводниковых кристаллах. Эта экспериментальная задача рассматривалась в ряде работ [14, 15, 166, 194]. Приведем здесь схему опыта и основные результаты такого исследования, основываясь на работе [14].

Авторы работы [14] изучали непрерывный режим усиления рэлеевских волн в фоточувствительном монокристалле CdS (темновая электропроводность $10^{-9} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$, электропроводность при освещении $10^{-3} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$). На рабочую поверхность усилителя (рис. 3.22) перпендикулярно оси z наносились гребенчатые металлические электроды для возбуждения и приема рэлеевских волн. Между ними на расстоянии 4 мм друг от друга располагались индиевые электроды для создания дрейфового поля. Помимо тонкой механической полировки и обезжиривания, никакой дополнительной обработки рабочей поверхности не проводилось.

Гребенчатые электроды возбуждали рэлеевские волны на различных частотах в диапазоне от 30 до 240 МГц. Эффективное возбуждение волн удавалось осуществить только при затемнении электродов. Оптимальные электропроводности кристалла для усиления на указанных частотах составляли $10^{-3}—10^{-4} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. Дрейф электронов осуществлялся постоянным электрическим полем.

На рис. 3.22 приведены экспериментальные зависимости коэффициента электронного усиления γ_R рэлеевских волн на частоте 173 МГц и рассеиваемой в образце мощности постоянного тока P от дрейфового напряжения V_0 . Как видно из графиков, усиление чрезвычайно резко растет при переходе дрейфовым полем критического значе-

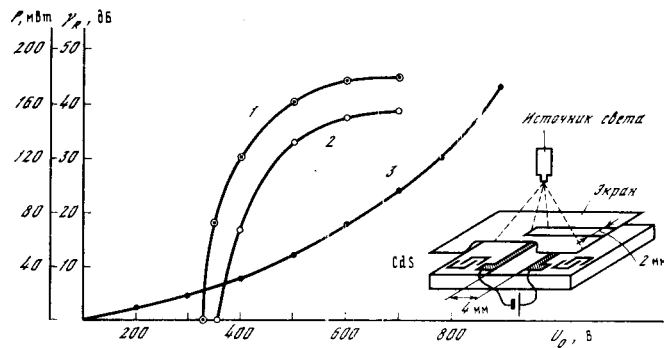


Рис. 3.22. Схема эксперимента и зависимости коэффициента усиления рэлеевских волн γ_R и рассеиваемой в образце мощности P от дрейфового напряжения U_0

1 — γ_R в импульсном режиме; 2 — γ_R в непрерывном режиме; 3 — P в непрерывном режиме

ния и составляет примерно 100 дБ/см. Мощность постоянного тока при этом $P \approx 120$ мВт.

Для сравнения были проведены эксперименты и по усилению в импульсном режиме. Результаты представлены также на рис. 3.22. Из сопоставления кривых усиления для непрерывного и импульсного режимов видно, что критическое поле в непрерывном режиме несколько больше, чем в импульсном. Это, по-видимому, объясняется уменьшением подвижности вследствие разогрева образца постоянным дрейфовым полем. Подвижность μ , найденная по величинам дрейфового поля, составляла в импульсном и постоянном режимах усиления 110 и 90 см²/В·с соответственно.

Отметим некоторые характерные особенности непрерывного режима.

1. Оптимальная электропроводность образца могла быть реализована и при подсветке его белым светом, однако фоточувствительное затухание звука было обнаружено лишь при длине волны подсветки $\lambda_{\text{св}} = 5200$ Å. Использование такой подсветки существенно снизило джоулевы потери в усилителе.

2. Верхняя граница усиливаемых частот составляла 200—250 МГц, что объясняется наличием приповерхностного слоя, нарушенного механической обработкой. Такой слой вносит неэлектронное затухание, которое воз-

растает с уменьшением длины волны. Кроме того, приповерхностный слой обладает еще и меньшей фоточувствительностью по сравнению с объемом. Следует добавить, что создание специально легированного поверхностного слоя толщиной порядка нескольких микрон позволило бы, во-первых, избежать подсветки усилителя, во-вторых, расширило бы частотный диапазон и придало усилителю компактность и практическую законченность.

3. Установлено, что шумы в усилителе являются поверхностными и однопролетными. При увеличении длины области взаимодействия рэлеевской волны с электронами отношение сигнал—шум уменьшается. По оценкам при оптимальной длине области взаимодействия шум на 50 дБ ниже уровня сигнала.

4. Усилитель описываемого типа обладает значительной стабильностью свойств по сравнению с усилителем с разделенными областями дрейфа носителей заряда и распространения звука (о последнем типе «слоистого» усилителя см. в гл. VI). Это связано с тем, что в слоистых системах «возбуждение» полупроводника происходит извне. При переменных от точки к точке электрофизических свойствах полупроводника в области пространственного заряда усиление там начинается при одном и том же поле во всем объеме области пространственного заряда. С точки зрения взаимодействия волн это означает, что в полупроводнике возбуждается единая волна плотности носителей. Естественно, что затухание и скорость этой волны существенно зависят от свойств непосредственно границы полупроводника, которая нестабильна вследствие контакта с окружающей средой.

Глава VI

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЗВУКОВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН С ЭЛЕКТРОНАМИ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ

В 1964 г. Ю. В. Гуляев и В. И. Пустовойт в работе [28] предложили усиливать поверхностную волну Лява электрическим током в полупроводниковых пьезокристаллах некоторым оптимальным способом: «разнося» дрейф электронов и пьезополе в волне в разные среды (слоистая

система полупространство—слой), специально подобранные для этих целей (при таком способе параметры сред легче подобрать нужным образом). Идея о взаимодействии звуковых поверхностных волн с электронами в слоистых системах получила развитие в большом числе работ (см., например, [195—200]) и в настоящее время широко используется в акустоэлектронике [166]. При этом рассматриваются и используются не только волны Лява, но и рэлеевские волны и другие типы поверхностных волн.

Рассмотрим здесь кратко этот вопрос, следуя работе [28]. Пусть над полупроводником, занимающим полупространство $z > 0$, находится пластинка (слой) толщины h из пьезоэлектрического диэлектрика (см. рис. 1.8). В такой системе возможно распространение волн Лява, описанных в разд. 6 первой части. Единственные отличные от нуля компоненты смещения по оси y в пьезодиэлектрическом слое (индекс 1) и в полупроводниковом полупространстве (индекс 2) описываются выражениями (1.32), а дисперсионное уравнение имеет форму (1.31). Эти соотношения применимы, конечно, пока мы пренебрегаем влиянием пьезоэффекта и анизотропией рассматриваемых упругих сред 1 и 2.

Поскольку пластинка (слой) является пьезодиэлектрической, то распространение поверхностной волны Лява сопровождается синфазно бегущим квазистатическим пьезополем, которое проникает во вторую среду (полупроводник). Как легко показать [201], в квазигидродинамическом приближении проникновение электрического поля в полупроводниковое полупространство $z > 0$ описывается следующим множителем:

$$\frac{\Lambda [1 - (\Lambda^2 - k^2) l_D^2] e^{-kz} - k e^{-\Lambda z}}{\Lambda [1 - (\Lambda^2 - k^2) l_D^2] - k}, \quad (3.117)$$

где

$$\Lambda^2 = \frac{1 + k^2 l_D^2}{l_D^2} + i \frac{v\omega}{v_T^2} \left(1 - \frac{v_0}{c}\right); \quad (3.118)$$

l_D — дебаевский радиус экранирования (см. формулу 3.64); v_T — тепловая скорость носителей; v_0 — скорость дрейфа носителей; c — фазовая скорость волны; k — волновое число; v — эффективная частота столкновений. В случае вырожденных полупроводников, когда $\kappa T \ll \epsilon_F$ (где ϵ_F — фермиевская энергия; T — абсолютная

температура; κ — константа Больцмана), вместо v_T входит $v_F/\sqrt{3}$ (v_F — фермиевская скорость). Отсюда видно, что глубина проникновения электрического поля волны в полупроводник определяется наименьшей из величин: дебаевским радиусом или длиной волны.

Решая систему уравнений движения, уравнений пьезоэффекта и уравнений Максвелла для обеих граничных сред (решение проводится аналогично описанному в главах III, IV данной части) и удовлетворяя граничным условиям на плоскости $z = 0$, можно получить дисперсионное соотношение, которое отличается от уравнения (1.31) малыми поправками, пропорциональными квадрату коэффициента электромеханической связи K^2 :

$$K^2 = \frac{4\pi e^2}{\epsilon_1 \mu_1} \ll 1. \quad (3.119)$$

Здесь e — компонента тензора пьезоэлектрических постоянных, приводящая к появлению продольного электрического поля в поперечной волне Лява. Решение дисперсионного уравнения определит вещественную и мнимую части волнового числа. Выражение для мнимой части имеет следующую форму:

$$\text{Im } k = k K^2 \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \text{Im } \Phi}{|(\epsilon_1 + \epsilon_2) \Phi - \epsilon_1|^2} \frac{F(\omega, k)}{kh}, \quad kh > 1, \quad (3.120)$$

где $\Phi = \Lambda (\Lambda + k) l_D^2$; $F(\omega, k)$ — некоторая действительная положительная функция ω и k , по величине близкая к 1; k — волновое число волны, определяемое без учета пьезосвойств слоя из дисперсионного уравнения (1.31).

В качестве множителя $\text{Im } \Phi$ содержит выражение $(1 - v_0/c)$ и, следовательно, при $v_0 > c$ поглощение должно смениться усилением: рассматриваемая поверхностная волна Лява будет нарастать. Анализ показывает, что коэффициент усиления на заданной частоте существенно зависит от концентрации носителей n_0 в полупроводнике: при малых n_0 имеем $\text{Im } k \sim n_0$, при больших n_0 будет $\text{Im } k \sim 1/n_0$. Наоборот, при заданной концентрации носителей частотная характеристика усиления имеет максимум.

Мы рассмотрели случай, когда над полупроводником находился слой пьезодиэлектрика. Однако возможна и другая геометрия системы, а именно когда над пьезодиэлектриком находится слой полупроводника. Можно показать, что и в этом случае глубина проникновения элек-

трического поля при $kh > 1$ будет такой же, и окончательное выражение для $\text{Im } k$ будет отличаться от (3.116) только видом функции $F(\omega, k)$, которая по величине по-прежнему близка к 1.

Отметим, что при рассматриваемом способе усиления звуковых поверхностных волн мощность, выделяемая в единице объема полупроводника, может быть значительно снижена, если использовать полупроводник с большой подвижностью носителей. Так, для чистых образцов InSb при $n_0 \simeq 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и подвижности $10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ рассеиваемая мощность составит около $0,1 \text{ Вт/см}^3$, что значительно меньше, чем при усилении в CdS.

Приведенное здесь квазигидродинамическое рассмотрение взаимодействия поверхностной волны с электронами справедливо, когда дебаевский радиус и длина волны много больше длины свободного пробега носителей. Однако, можно думать, что качественно все результаты сохраняются и при нарушении этого условия.

Глава VII

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ КРИСТАЛЛОВ

В данной главе мы рассмотрим поверхностные волны с вертикальной и горизонтальной поляризациями, распространяющиеся по цилиндрическим поверхностям кристаллов (главным образом пьезоэлектрических) в направлении, перпендикулярном образующей (ось z), и представляющие собой обобщение соответствующих решений для изотропного случая (см. разд. 7 главы I). Впервые вопрос о возможности существования таких волн и их характерных свойствах был в общем плане рассмотрен в работах [85, 202—208]. Приведем основные результаты этого исследования.

Будем понимать здесь под поверхностными волнами строгие решения уравнений теории упругости, пьезоэффекта и уравнений Максвелла, удовлетворяющие граничным условиям и принципу погашаемости [79]. Возможность существования таких решений для кристаллической среды является не вполне тривиальным фактом, поскольку поверхностная волна в кристалле, распространяясь по θ (рис. 3.23), непрерывно изменяет направление своего

волнового вектора k , оставаясь неизменной (несмотря на анизотропию). Необходимым условием существования указанных решений является, очевидно, такая симметрия кристалла, при которой в нем существует плоскость, изотропная для волновых движений с данной поляризацией.

17. Волны с вертикальной поляризацией

Рассмотрим плоские поверхностные волны, распространяющиеся в направлении θ по свободной поверхности $r = R$ цилиндра (см. рис. 3.23) и имеющие две отличные от нуля компоненты смещений U_r, U_θ (U_x, U_y в прямоугольных координатах). Необходимое условие существования для них будет выполнено, если плоскость $z = \text{const}$ является в кристалле плоскостью, где волновые движения с компонентами U_x, U_y распространяются по всем направлениям с одинаковой скоростью. Этому условию удовлетворяют все среды с плоскостью поперечной изотропии [209], т. е. кристаллы структуры вюрцита (группа A_2B_6): CdS, CdSe, ZnO, ZnS... (ось z в этом случае должна совпадать с гексагональной осью кристалла), продольно (по оси z) поляризованная керамика BaTiO_3 и другие такие пьезокерамики.

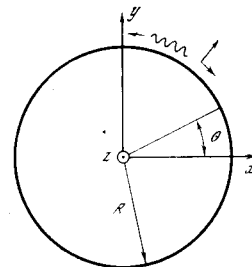


Рис. 3.23. Цилиндрическая поверхность кристалла

Рассмотрим в качестве примера волны в кристаллах структуры вюрцита (дигексагонально-пирамидальный класс симметрии, формула симметрии $6mm$). Поскольку эти кристаллы обладают пьезосвойствами, то, помимо уравнений движения, должны быть выполнены уравнения пьезоэффекта и уравнения Лапласа. В общем виде эти уравнения имеют форму (3.11)—(3.14) (без ограничения общности мы предполагаем здесь, что кристалл является изолятором). Для плоской волны с вертикальной поляризацией ($\partial/\partial z = 0, U_z = 0$) с учетом конкретного вида тензоров упругих модулей, пьезоэлектрической постоянной и диэлектрической проницаемости в кристаллах структуры вюрцита (см. разд. 1 данной главы) из уравнений

(3.11)–(3.14) получим

$$\rho \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = c_{11} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{c_{11} + c_{12}}{2} \frac{\partial^2 U_y}{\partial x \partial y}, \quad (3.121)$$

$$\rho \frac{\partial^2 U_y}{\partial t^2} = c_{11} \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} + \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \frac{\partial^2 U_y}{\partial x^2} + \frac{c_{11} + c_{12}}{2} \frac{\partial^2 U_x}{\partial x \partial y}, \quad (3.122)$$

$$e_{15} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (3.123)$$

Здесь φ — электрический потенциал. Выражения для компонент напряжений T_{ik} приобретают вид

$$T_{xx} = c_{11} \frac{\partial U_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial U_y}{\partial y}, \quad T_{yy} = c_{11} \frac{\partial U_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial U_x}{\partial x}, \quad (3.124)$$

$$T_{xy} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right), \quad (3.125)$$

$$T_{zz} = c_{13} \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} \right), \quad T_{xz} = c_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad T_{yz} = c_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (3.126)$$

Из уравнений (3.121)–(3.123) и выражений (3.124)–(3.126) для напряжений видно, что рассматриваемые волны не пьезоактивны: электрические поля и смещения в них не связаны, и мы можем положить $\varphi \equiv 0$. Далее из соотношений (3.124)–(3.125) следует, что для рассматриваемых волн как смещения, так и напряжения T_{xx} , T_{yy} , T_{xy} , фигурирующие в граничных условиях (T_{rr} и $T_{r\theta}$ выражаются через них), зависят только от двух модулей c_{11} и c_{12} и заменой $c_{12} = \lambda$, $c_{11} = \lambda + 2\mu$ (где λ и μ — параметры Ламе) соотношения (3.121)–(3.125) сводятся к изотропному случаю.

Таким образом, по цилиндрическим поверхностям анизотропных сред, обладающих плоскостью поперечной изотропии, перпендикулярной оси z (см. рис. 3.23), в направлении, перпендикулярном образующей, могут распространяться те же типы поверхностных волн, что и в изотропных средах: 1) волны типа рэлеевских на выпуклой и вогнутой цилиндрических поверхностях; 2) поверхностные волны не рэлеевского типа на цилиндре; 3) поверхностные волны рэлеевского типа на цилиндрических поверхностях, граничащих с жидкостью; 4) поверхностные волны на

границе цилиндрической поверхности с твердым или жидким слоем; 5) волны типа Стоунли. Наконец, отметим еще, что в твердом анизотропном цилиндрическом слое с указанной симметрией могут, как и в изотропном случае [7], существовать волны лэмбовского типа.

18. Волны с горизонтальной поляризацией

Рассмотрим теперь поверхностные волны, распространяющиеся вдоль цилиндрической поверхности опять по направлению θ , но имеющие лишь одну, отличную от нуля компоненту смещения U_z ($U_x = U_y \equiv 0$, $\partial/\partial z \equiv 0$, см. рис. 3.24, где изображен вырезаемый из кристалла цилиндр и направление распространения волн).

Необходимое условие существования данных поперечных волн будет выполнено, если в рассматриваемой среде плоские поперечные волны с компонентами смещений, параллельными оси z , распространяются в плоскости $z = \text{const}$ по всем направлениям с одинаковой фазовой скоростью. Такое условие выполняется по крайней мере в трех случаях: 1) если среда имеет плоскость поперечной изотропии $z = \text{const}$ (например, кристаллы структуры вюрцита CdS, CdSe, ZnO, ZnS, вырезанные, как показано на рис. 3.24, поляризованная керамика BaTiO₃ и другие пьезокерамики); 2) если кристалл является кубическим и ось z параллельна одному из ребер куба (например, кристаллы структуры сфалерита CaAs, InSb, InAs и др.); 3) если кристалл является тетрагональным (например, рутил) и ось z параллельна оси 4. Последовательный анализ уравнений и граничных условий для данных симметрий показывает, что в указанных случаях поверхностные волны существуют.

Если среды с данной симметрией не обладают пьезосвойствами, то указанные волны в них полностью совпадают с поперечными поверхностными волнами на изотропном цилиндре (см. разд. 7 глава I; следует только положить $c_{44} = \mu$). Пьезоэффект вносит ряд особенностей в эти волны. Поэтому мы рассмотрим их здесь подробнее на примере кристалла с плоскостью поперечной изотропии (CdS для определенности). Помимо волн на цилиндре (выпуклая цилиндрическая поверхность), проведем также рассмотрение волн для вогнутой цилиндрической поверхности.

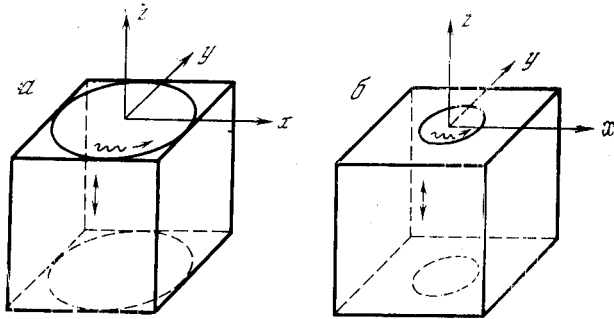


Рис. 3.24. Выпуклая (а) и вогнутая (б) поверхности цилиндрических образцов кристаллов

Итак, пусть по поверхности бесконечного анизотропного цилиндра, граничащего с вакуумом, или вакуумной цилиндрической полости кругового сечения в бесконечной среде в положительном направлении θ распространяется плоская гармоническая поперечная волна. Такая волна характеризуется смещением $U_z(r, \theta, t)$, электрическими потенциалами $\varphi(r, \theta, t)$ в кристалле (пьезополе) и $\varphi_0(r, \theta, t)$ в вакууме. Будем искать их в форме

$$U_z, \varphi, \varphi_0 = U_z(r), \varphi(r), \varphi_0(r) \exp[i(p\theta - \omega t)], \quad (3.127)$$

где p — угловое волновое число, $p = 2\pi R/\lambda = kR$; λ — длина пространственной периодичности на поверхности цилиндра. Будем рассматривать решение в бесконечном угловом интервале $-\infty < \theta < +\infty$, считая ось $r = 0$ линией разветвления бесконечного порядка. При этом p может быть и целым, и дробным (здесь мы полностью используем подход, развитый нами в разд. 7 гл. I для описания волн на цилиндрических поверхностях изотропного твердого тела). Уравнения (3.11), (3.14) для U_z и φ и уравнение Лапласа для φ_0 с учетом цилиндрической симметрии задачи и симметрии кристалла принимают вид

$$\rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} = c_{44} \Delta U_z + e_{15} \Delta \varphi, \quad (3.128)$$

$$\Delta \left(e_{15} U_z - \frac{\epsilon_{11}}{4\pi} \varphi \right) = 0, \quad (3.129)$$

$$\Delta \varphi_0 = 0, \quad (3.130)$$

где $\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ — оператор Лапласа. Из всех компонент тензора механических напряжений в нашем случае будет отлична от нуля только одна:

$$T_{zr} = c_{44} \frac{\partial U_z}{\partial r} + e_{15} \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad (3.131)$$

Граничные условия задачи сводятся к равенству нулю этого напряжения, к непрерывности тангенциальной составляющей вектора электрического поля и нормальной составляющей вектора электрической индукции, т. е. соотношениям при $r = R$

$$T_{zr} = 0, \quad \varphi = \varphi_0, \quad \epsilon_{11} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\partial \varphi_0}{\partial r}. \quad (3.132)$$

В случае выпуклой цилиндрической поверхности решение уравнений (3.128)–(3.130), удовлетворяющее граничным условиям (3.132) и принципу погашаемости [79], имеет вид

$$U_z = A \mathcal{J}_p(k_t r) \exp[i(p\theta - \omega t)],$$

$$\varphi = A \frac{4\pi e_{15}}{\epsilon_{11}} [\mathcal{J}_p(k_t r) - m r^p] \exp[i(p\theta - \omega t)], \quad (3.133)$$

$$\varphi_0 = A \frac{4\pi e_{15}}{\epsilon_{11}} n r^{-p} \exp[i(p\theta - \omega t)].$$

Здесь

$$k_t = \frac{\omega \sqrt{\rho}}{\sqrt{c_{44} + 4\pi e_{15}^2/\epsilon_{11}}};$$

$$m = R^{-p} \frac{p(1/\epsilon_{11} - 1) \mathcal{J}_p(k_t R) + k_t R \mathcal{J}_{p-1}(k_t R)}{p(1/\epsilon_{11} + 1)}; \quad (3.134)$$

$$n = R^p \frac{2p \mathcal{J}_p(k_t R) - k_t R \mathcal{J}_{p-1}(k_t R)}{p(1/\epsilon_{11} + 1)};$$

$\mathcal{J}_p(k_t r)$ — функция Бесселя порядка p ; A — произвольная постоянная. Связь углового волнового числа p с $k_t R$ дается дисперсионным уравнением, получаемым, как обычно, из граничных условий. После ряда преобразований это уравнение приводится к форме

$$\mathcal{J}_{p+1}(k_t R)/\mathcal{J}_{p-1}(k_t R) = (1 - \delta)/(1 + \delta), \quad (3.135)$$

где $\delta = \frac{4\pi e_{15}^2}{\epsilon_{11} c_{44}} \left[(\epsilon_{11} + 1) \left(1 + \frac{4\pi e_{15}^2}{\epsilon_{11} c_{44}} \right) \right]^{-1}$ — безразмерная величина, которая при малом значении квадрата коэф-

коэффициента электромеханической связи $K_{15}^2 = 4\pi e_{15}^2 / \epsilon_{11} c_{44}$ равна примерно $K_{15}^2 / (\epsilon_{11} + 1)$.

При отсутствии в кристалле пьезосвойств решение (3.133) и уравнение (3.135) переходят в соответствующие выражения (1.138) и (1.139) для изотропного цилиндра. Учтем теперь влияние пьезоэффекта. Если квадрат коэффициента электромеханической связи $K_{15}^2 \ll 1$, то, как непосредственно видно из выражения для k_t (см. соотношения (3.134)), пьезоэффект увеличивает фазовую скорость и уменьшает волновое число плоской поперечной

объемной волны в $1 + K_{15}^2/2$ раз, т. е. $k_t = k_t^0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{4\pi e_{15}^2}{\epsilon_{11} c_{44}}\right)$, где k_t^0 — волновое число без учета пьезоэффекта. Для поперечных поверхностных волн различных номеров величина добавок к фазовой скорости и волновому числу из-за пьезоэффекта зависит от области на соответствующей дисперсионной кривой, т. е. от $k_t R$. Для областей асимптотического стремления $c \rightarrow c_t$ («хвосты» дисперсионных кривых на рис. 1.27) вместо $k_t R/p = c/c_t \rightarrow 1$ с пьезоэффектом будет $c/c_t \rightarrow 1 \pm 2\delta$. Это непосредственно видно из уравнения (3.135), которое показывает, что связь p с $k_t R$ изменяется от введения пьезоэффекта только вследствие замены свободного члена, равного без пьезоэффекта единице, на $1/(1 \pm 2\delta)$. Таким образом, в этих областях эффективный коэффициент электромеханической связи $K_{\text{эф}}$ для поперечных поверхностных волн будет с точностью до членов $\sim (K_{15}^2)^2$ такой же, как для плоской поперечной волны (под $K_{\text{эф}}^2$ мы здесь понимаем величину $2\Delta c/c^0 = 2(c - c^0)/c^0$, где c и c^0 — соответственно фазовые скорости поверхностной волны, рассчитанные с учетом и без учета пьезоэффекта).

Рассмотрим подробнее влияние пьезоэффекта на поперечную поверхностную волну первого номера. При $k_t R \gg 1$ пьезоэффект существенно изменяет поведение этой нормальной волны. Без пьезоэффекта эта волна при $k_t R \rightarrow \infty$ стремится к плоской однородной поперечной волне, распространяющейся вдоль плоской границы твердого полупространства с вакуумом, причем всегда ее фазовая скорость $c > c_t$ (см. рис. 1.27). При наличии пьезоэффекта фазовая скорость c , начиная с некоторого значения $k_t R$, становится меньше c_t , а волна при $k_t R \rightarrow \infty$ стремится к слабонеоднородной по r поверхностной волне

Гуляева—Блюстейна. Используя для функций Бесселя, входящих в дисперсионное уравнение (3.135), асимптотическое представление через полусходящиеся ряды Дебая, можно показать, что при $p > (2,5/\delta)^3$ волновое число имеет вид

$$k = k_t^0 \left(1 + \frac{4\pi e_{15}^2}{\epsilon_{11} c_{44}}\right)^{-1/2} \left(1 + \frac{\delta^2}{2} - \frac{1/2\delta}{p}\right). \quad (3.136)$$

Из данного выражения видно, что на волну действуют два фактора: пьезоэффект, замедляющий ее фазовую скорость, и кривизна, увеличивающая фазовую скорость. Влияние кривизны весьма сильное, поскольку коэффициент $1/2\delta \gg 1$. Интересно, что при некотором значении $k_t R$ влияние этих факторов взаимно компенсируется ($k = k_t$) и волна, будучи поверхностной, т. е. неоднородной по r , распространяется со скоростью плоской однородной поперечной объемной волны.

Для вогнутой цилиндрической поверхности решение уравнений (3.128)—(3.130), удовлетворяющее граничным условиям и принципу погашаемости [79], имеет вид

$$\begin{aligned} U_z &= A H_p^{(1)}(k_t r) \exp[i(p\theta - \omega t)], \\ \varphi &= A \frac{4\pi e_{15}}{\epsilon_{11}} [H_p^{(1)}(k_t r) - m_1 r^{-p}] \exp[i(p\theta - \omega t)], \\ \varphi_0 &= A \frac{4\pi e_{15}}{\epsilon_{11}} n_1 r^p \exp[i(p\theta - \omega t)], \\ m_1 &= R^p \frac{p \left(\frac{1}{\epsilon_{11}} + 1\right) H_p^{(1)}(k_t R) - k_t R H_{p-1}^{(1)}(k_t R)}{p \left(\frac{1}{\epsilon_{11}} + 1\right)}, \\ n_1 &= R^{-p} \frac{k_t R H_{p-1}^{(1)}(k_t R)}{p \left(\frac{1}{\epsilon_{11}} + 1\right)}, \end{aligned} \quad (3.137)$$

где $H_p^{(1)}(k_t R)$ — функция Ганкеля первого рода порядка p . Дисперсионное уравнение приводится к форме

$$H_{p+1}^{(1)}(k_t R)/H_{p-1}^{(1)}(k_t R) = (1 + \delta)/(1 - \delta). \quad (3.138)$$

Данное уравнение не имеет вещественных, но имеет множество комплексных корней [210]. Поверхностной волне, которая при «распрямлении» поверхности переходит в волну Гуляева—Блюстейна, аналогично нормальной волне первого номера на выпуклой цилиндрической по-

верхности соответствует только один комплексный корень $p = p_1 + ip_2 = (k_1 + ik_2) R$ (остальные корни имеют большие мнимые части и соответствуют существенно вытекающим волнам). Как и для волн рэлеевского типа на вогнутой цилиндрической поверхности (см. разд. 18 первой части), комплексность корня указывает на то, что поперечная поверхностная волна при распространении излучает энергию вглубь среды. При $k_t R \rightarrow \infty$ это излучение исчезает и волна переходит в волну Гуляева—Блюстейна на плоской поверхности кристалла или (при отсутствии пьезоэффекта, $e_{15} = 0$) в обычную объемную поперечную волну.

При больших $k_t R$ ($p > (2,5/\delta)^3$), проводя вычисления, аналогичные выполненным в разд. 18 первой части для волны рэлеевского типа, получим следующие выражения для $k_{1,2}$:

$$\begin{aligned} k_1 &= k_t^0 \left(1 + \frac{4\pi e_{15}^2}{\varepsilon_{11} c_{44}} \right)^{-1/2} \left(1 + \frac{\delta^2}{2} + \frac{1/2\delta}{p} \right), \\ k_2 &= \frac{s}{2} \frac{(1+2\delta) \exp[\text{Arth}(s/p_1)] - \exp[-\text{Arth}(s/p_1)]}{(1+2\delta) \exp[-\text{Arth}(s/p_1)] + \exp[\text{Arth}(s/p_1)]} \times \\ &\quad \times \exp[2(s - p_1 \text{Arth}(s/p_1))], \end{aligned} \quad (3.139)$$

где $s = \sqrt{k_1^2 - k_t^2}$. Отсюда видно, что в отличие от случая выпуклой поверхности (см. (3.136)) кривизна уменьшает фазовую скорость поверхностной волны. Что касается затухания, то при $k_t R \gg 1$ оно здесь существенно больше, чем для волн рэлеевского типа на вогнутой цилиндрической поверхности. Действительно, поскольку практически всегда $\delta \ll 1$, $k_2 \sim k_t \delta^2 \exp(-\delta^3 k_t R)$. Для волн рэлеевского типа соответственно $k_2 \sim k_t \exp(-k_t R)$. Увеличение затухания поперечных поверхностных волн объясняется тем, что эти волны локализованы в значительно более толстом слое, чем рэлеевские, и излучение энергии в них (происходящее на глубине из-за расхождения волновых фронтов, направленных вдоль радиусов) происходит, начиная с тех глубин, где энергия еще велика.

Рассмотрим теперь кратко поперечные поверхностные волны в кубических, гексагональных и тетрагональных кристаллах и текстурах. Будем считать, что ось z совпадает с осью симметрии высшего порядка в кристалле. Производя вычисления, можно показать, что для выпуклой цилиндрической поверхности решение, описывающее такие вол-

ны (и аналогичное решению (3.133) для кристаллов с плоскостью поперечной изотропии), имеет вид

$$\begin{aligned} U_z &= A \frac{\mathcal{J}_p(k_t r)}{\mathcal{J}_p(k_t R)} \exp[i(p\theta - \omega t)], \\ \varphi &= 4\pi A \left[\frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} \frac{\mathcal{J}_p(k_t r)}{\mathcal{J}_p(k_t R)} + \frac{ie_{14}e_{11} - e_{15}}{\varepsilon_{11}(\varepsilon_{11} + 1)} \left(\frac{r}{R} \right)^p \right] \times \\ &\quad \times \exp[i(p\theta - \omega t)], \\ \varphi_0 &= 4\pi A \frac{e_{15} + ie_{14}}{\varepsilon_{11} + 1} \left(\frac{r}{R} \right)^{-p} \exp[i(p\theta - \omega t)]. \end{aligned} \quad (3.140)$$

Дисперсионное уравнение имеет форму (3.135), только под δ теперь следует понимать выражение

$$\delta = \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11} + 1} \left(\frac{K_{15}^2}{K_{14}^2} - K_{14}^2 \right) \frac{1}{K_{15}^2 + 1}, \quad (3.141)$$

где $K_{15}^2 = 4\pi e_{15}^2/\varepsilon_{11}c_{44}$, $K_{14}^2 = 4\pi e_{14}^2/\varepsilon_{11}c_{44}$. При условиях $y = k_t R \gg 1$, $|p_n - y| = O(y^{1/2})$, где p_n — угловое волновое число для n -й поперечной нормальной волны, следуя итерационному методу, изложенному в работ- [210], можно получить асимптотические решения уравнения (3.135) в двух предельных случаях.

Первый предельный случай $\delta(y/2)^{1/2} \ll 1$. Здесь решение имеет вид

$$\begin{aligned} p_n(y) &= y + g_n' \left(\frac{y}{2} \right)^{1/2} + \left(\frac{g_n'}{60} - \frac{1}{100g_n'} \right) \left(\frac{y}{2} \right)^{1/2} - \\ &\quad - \frac{\delta}{g_n'} \left(\frac{y}{2} \right)^{3/2} + \frac{\delta^2}{2g_n'^3} \frac{y}{2} + O(y^{-1}) + O\left[\delta^2 \left(\frac{y}{2} \right)^{1/2} \right], \end{aligned} \quad (3.142)$$

где g_n' — n -й корень производной от функции Эйри $A_i(g')$, $n = 1, 2, 3, \dots$

Второй предельный случай $|\delta(y/2)^{1/2}| \gg 1$. Здесь возможны два варианта. Если $\delta > 0$, то

$$p_1(y) = y \left(1 + \frac{\delta^2}{2} - \frac{1}{2\delta y} \right) + O(y^{-1}), \quad (3.143)$$

$$\begin{aligned} p_{n-1}(y) &= y + g_n' \left(\frac{y}{2} \right)^{1/2} + \frac{g_n'^2}{60} \left(\frac{2}{y} \right)^{1/2} - \frac{1}{\delta} + \\ &\quad + \frac{g_n'}{3\delta} \left(1 - \frac{1}{\delta^2} \right) \left(\frac{2}{y} \right)^{3/2} + O(y^{-1}), \end{aligned} \quad (3.144)$$

где g_n — n -й корень функции Эйри $A_i(g)$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Если $\delta < 0$, то корни с асимптотикой (3.143) не существует и все асимптотические решения уравнения (3.135) даются формулой (3.144), где p_{n-1} нужно заменить на p_n .

Выражения (3.140)–(3.144) описывают поперечные поверхностные волны на цилиндрических поверхностях гексагональных и тетрагональных кристаллов и текстур следующих классов: 1) $4mm$, $6mm$, ∞m ($e_{15} \neq 0$, $e_{14} = 0$); 2) $422, 622$, $\infty 2$ ($e_{15} = 0$, $e_{14} \neq 0$); 3) $4, 6$, ∞ ($e_{15} \neq 0$, $e_{14} \neq 0$). Как видно из формул, в этих кристаллах существуют волны двух типов: волны с «обычным» пьезоэффектом и волны с существенно «поверхностным» пьезоэффектом. В волнах первого типа ($e_{14} = 0$, $e_{15} \neq 0$) пьезополе складывается из объемной составляющей, пропорциональной деформации в волне (первый член в выражении (3.140) для φ), и поверхностной составляющей (второй член в выражении (3.140) для φ). Объемная составляющая аналогична пьезополю в объемных волнах. Поверхностная составляющая вызвана связанными поверхностными зарядами, возникающими при деформации в поверхностной волне.

Пьезоэффект в волнах второго типа ($e_{15} = 0$, $e_{14} \neq 0$) — это особый вид пьезоэффекта, который, насколько нам известно, применительно к упругим волнам в кристаллах до сих пор не рассматривался. Его воздействие на волну принципиально связано с наличием у кристалла границы. Для объемных волн в таких кристаллах пьезосвойства полностью отсутствуют, поскольку объемные деформации не сопровождаются появлением электрического поля. Однако смещение границы кристалла в поверхностной волне приводит к появлению на ней связанных поверхностных зарядов и соответственно электрического поля, локализованного у поверхности. Волна в принципе становится пьезоактивной, причем для заметной пьезоактивности необходима соизмеримость глубин локализации упругого и электрического полей в волне, а это как раз и имеет место в случае поперечных поверхностных волн на цилиндрической поверхности. Действительно, при $k_t R > 1$, как следует из (3.140), глубина локализации механических смещений $\sim (k_t R)^{-1/3}/k_t$, а электрического поля $\sim R/p \sim 1/k_t$. Таким образом, в целом ряде кристаллов, где объемные волны непьезоактивны, поперечные поверхностные волны на цилиндрических поверхностях обладают заметной пьезоактивностью.

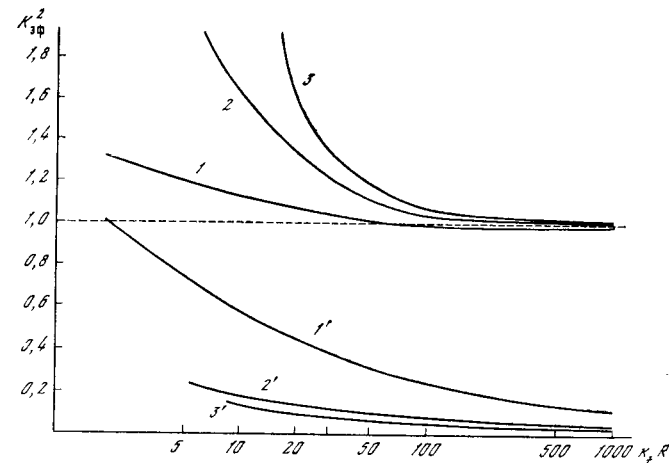


Рис. 3.25. Зависимости квадратов коэффициентов электромеханической связи для трех первых нормальных волн от $k_t R$ в кристаллах класса $6 mm$

Количественно влияние пьезоэффекта на поверхностные волны можно характеризовать, как уже отмечалось, величиной $K_{эф}^2 = 2(c - c^0)/c^0$. На рис. 3.25 изображены зависимости $K_{эф}^2(y)$ для нормальных волн трех первых номеров в кристаллах первой (кривые 1, 2, 3) и второй (кривые 1', 2', 3') групп. К первой группе относятся твердые тела, у которых $e_{14} = 0$, $e_{15} \neq 0$, ко второй — твердые тела с $e_{14} \neq 0$, $e_{15} = 0$. Кривые нормированы по K_{15}^2 (1, 2, 3) и по K_{14}^2 (1', 2', 3').

Из рис. 3.25 видно, что пьезоэффект, как и в случае объемных волн, всегда увеличивает фазовую скорость поверхностной волны. Однако степень влияния пьезоэффекта на волну, т. е. величина $K_{эф}^2$, зависит не только от вида волны и симметрии кристалла (как у объемных волн), но, как уже отмечалось, и очень существенно от кривизны поверхности. При увеличении кривизны $K_{эф}^2$ возрастает и для кристаллов первой группы может заметно превышать K_{15}^2 — квадрат коэффициента электромеханической связи для объемных волн (это может быть полезно при возбуждении поверхностных волн и их электронном усилении). В целом $K_{эф}^2$ для поверхностных волн в кристаллах первой группы существенно больше,

чем $K_{эф}^2$ для этих же волн в кристаллах второй группы. Основной причиной является различная глубина локализации электрического поля в волнах. В кристаллах первой группы (при объемном пьезоэффекте) электрическое поле в волне локализовано на той же глубине H , что и упругое (3.140), т. е. $H \sim y^{1/2}/k_t$. В кристаллах второй группы (с поверхностным пьезоэффектом) электрическое поле в поверхностных волнах локализовано на глубинах $h \sim 1/k \sim 1/k_t$, а упругое — на глубинах $\sim H$. Поскольку обычно на практике $k_t R = y \gg 1$, то $H > h$, т. е. поток электрической энергии в волнах для кристаллов второй группы меньше, чем для первой, что и дает сравнительную малость $K_{эф}^2$. Можно показать, что отношения $(K_{эф}^2)^I / (K_{эф}^2)^{II}$ для указанных групп кристаллов имеют порядок H/h . При распрямлении цилиндрической поверхности ($k_t R \rightarrow \infty$) пьезосвойства у поверхностных волн в кристаллах второй группы пропадают ($h/H \rightarrow 0$), а в кристаллах первой группы значения $K_{эф}^2$, как уже отмечалось, стремятся с точностью до членов $\sim \delta^2$ к соответствующим значениям для плоских поперечных объемных волн.

Отметим, что металлизация цилиндрической поверхности кристалла полностью устраняет влияние поверхностного пьезоэффекта на волны в кристаллах второй группы.

Как видно из соотношений (3.140), (3.135), у поверхностных волн в кристаллах классов 4,6, ∞ ($e_{14} \neq 0$, $e_{15} \neq 0$) (например, в кристалле LiIO_3) решение для электрического поля является суперпозицией решений, соответствующих обычному и существенно поверхностному пьезоэффекту. Принципиально новых особенностей это не вносит, однако некоторые новые свойства волн при этом появляются. Так, например, поскольку одна компонента электрического поля синфазна с полем упругих смещений и локализована в слое глубиной $H \sim y^{1/2}/k_t$, а другая компонента локализована в слое $h \sim 1/k_t$ и сдвинута относительно первой по фазе, фаза электрического поля в волне меняется вдоль радиуса, что соответствует искривлению фронта волны с глубиной (т. е. фронт волны не параллелен радиусу).

Одной из наиболее существенных особенностей, вносимых пьезоэффектом в распространение поперечных поверхностных волн, является анизотропия. Как показано

в начале данного раздела, в кубических и тетрагональных кристаллах классов $23, \bar{4}2m$, $42m$ (GaAs, InSb, $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ и др.) без учета пьезосвойств задача о распространении поперечных поверхностных волн по цилиндрической поверхности сводится к изотропному случаю. Пьезоэффект в кристаллах этой группы вносит анизотропию, приводя к неоднородности условий распространения по направлению. Математически задача сильно усложняется.

19. Экспериментальное изучение поверхностных волн на цилиндрических поверхностях

В настоящее время существование поверхностных волн обеих поляризаций на цилиндрических поверхностях кристаллов подтверждено экспериментально в работах [204, 205]. Кроме того, имеются работы (см., например, [211, 212]) по применению таких волн в циркуляционных ультразвуковых линиях задержки на большую длительность. Изложим здесь основные результаты работ [204, 205].

Начнем с волн вертикальной поляризации. Эти волны наблюдались на выпуклой цилиндрической поверхности кристалла CdS. На рис. 3.26 изображена акустическая часть экспериментальной установки. На плоской поверхности бруска 1 из CdS с помощью системы гребенчатых электродов 2 возбуждался импульс рэлеевских волн прямоугольной формы с длительностью 3 мкс и частотой заполнения 2,7 МГц. К кристаллу 1 с помощью тонкого слоя салолы приклеивался цилиндр 3 из сульфида кадмия диаметром 8,5 мм и длиной 7 мм. Ось z цилиндра была параллельна гексагональной оси кристалла. Оба кристалла были изготовлены во ВНИИ монокристаллов методом, описанным в работе [191]. Плоские и цилиндрические поверхности кристаллических образцов были оптически полированными, а торцы цилиндра были параллельны с точностью не хуже $30'$.

Рэлеевская волна, распространяясь через границу кристаллов 1, 3, частично трансформировалась в волну рэлеевского типа на цилиндре (с компонентами смещений U_r , U_θ), которая неоднократно обегала цилиндр, а на границе каждый раз частично трансформировалась в рэлеевскую волну на плоской поверхности. Импульсы рэлеевских волн, прошедшие «на прямую», после пробега по цилиндру регистрировались приемной системой эле-

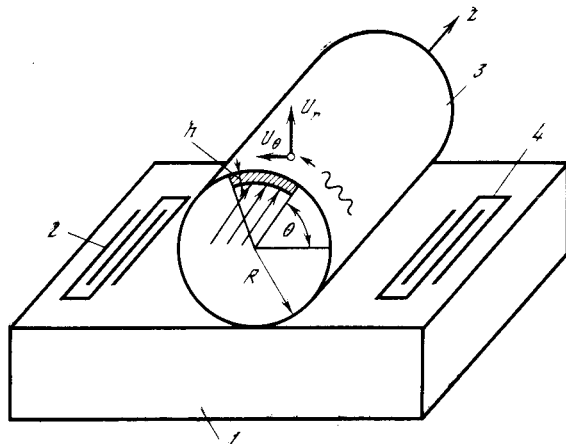


Рис. 3.26. Схема акустической части экспериментальной установки
1 — кристалл CdS с плоской границей; 2, 4 — металлические гребенчатые электроды; 3 — цилиндр из сульфида кадмия

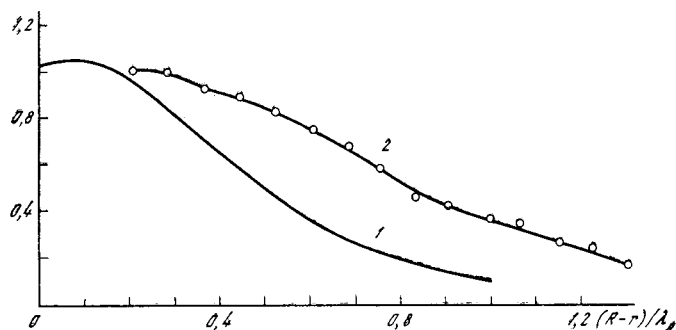


Рис. 3.27. Теоретическая (1) и экспериментальная (2) зависимости амплитуды нормированного радиального смещения в поверхностной волне рэлеевского типа в CdS от глубины

$$1 - U_r/U_r(0);$$

$$2 - \left(\frac{\mathcal{I}_1/\mathcal{I}_0}{\mathcal{I}_1/\mathcal{I}_0 - r=h/2} \right)^{1/2}$$

ктродов 4. Кроме того, волна на цилиндре регистрировалась еще методом дифракции света. Поляризованный в вертикальной плоскости параллельный пучок света от гелий-неонового лазера с помощью специальной диафрагмы освещал заключенный между двумя радиусами учас-

ток торца цилиндра шириной 2 мм и высотой $h = 0,26$ мм (заштрихованная область на рис. 3.26). Освещаемый участок мог перемещаться по радиусу к центру цилиндра. Дифракционная картина в зоне Фраунгофера наблюдалась в плоскости фотокатода ФЭУ-28; сигнал с которого подавался на осциллограф. При указанной геометрии компонента смещения U_r в поверхностной волне должна была создавать дифракцию с поворотом плоскости поляризации светового пучка. И, действительно, такая дифракция наблюдалась в виде двух симметричных максимумов с угловым расстоянием $\Delta\varphi = \lambda_{св}/\lambda_R$, где $\lambda_{св}$ — длина световой волны.

Для доказательства того, что волна на цилиндре является поверхностной, с помощью дифракции света снималось распределение амплитуды радиального смещения в волне от относительного расстояния $(R-r)/\lambda_R$ до поверхности. На рис. 3.27 изображены указанные зависимости. Теоретическая кривая (1) рассчитывалась по формулам (1.92) для смещений в рэлеевской волне в изотропном цилиндре, для экспериментальной кривой (2) нормированная амплитуда радиального смещения $\hat{U}_r/\hat{U}_r(0)$ (где $\hat{U}_r(0)$ — амплитуда на поверхности) вычислялась [213] как квадратный корень из отношения интенсивности света в первом дифракционном максимуме к интенсивности в нулевом, деленный на такую же величину вблизи поверхности (на глубине, равной половине ширины световой щели, $h/2 = 0,13$ мм). Как видно из графиков, в пределах точности наших измерений $\sim 30\%$ (это вызвано в основном небольшими размерами освещенной области в длинах λ_R и ее искривленностью) ход экспериментальной и теоретической зависимостей примерно одинаков и демонстрирует поверхностную локализацию исследуемой волны.

Определялись также фазовые и групповые скорости поверхностных волн на плоской и цилиндрической поверхностях CdS. Групповые скорости измерялись импульсным методом, фазовая скорость на цилиндрической поверхности определялась методом дифракции света на звуке (по отклонению дифракционного луча). Для групповых и фазовых скоростей получены следующие значения: плоская поверхность $c_R = c_{ф} = c_{гр} = (1,71 \pm 0,07) \cdot 10^5$ см/с (этот результат хорошо согласуется с данными других авторов [170, 214]), цилиндрическая поверхность с $R = 6,7 \lambda_R$ ($k_R R = 42$) $c_{ф} = (1,8 \pm 0,2) \cdot 10^5$ см/с;

$c_{гр} = (1,72 \pm 0,05) \cdot 10^5$ см/с. Это качественно согласуется с теорией волн на цилиндрических поверхностях изотропного твердого тела (см. разд. 18 первой части), согласно которой для волн рэлеевского типа на выпуклых цилиндрических поверхностях $c_{ф}/c_R = 1 + \delta$, где $\delta > 0$ и $\delta \sim 1/k_R R$, а $c_{гр} = c_R$ с точностью до членов $(1/k_R R)^2$.

Таким образом, экспериментальные данные подтверждают возможность существования поверхностных волн рэлеевского типа на цилиндрических поверхностях кристалла сульфида кадмия.

Обратимся теперь к волнам горизонтальной поляризации, экспериментальное подтверждение существования которых на выпуклой цилиндрической поверхности кристалла CdS изложено в работе [205]. Опыты проводились с цилиндрическим образцом кристалла CdS, изготовленным по методу, описанному в [191]. Длина цилиндра равнялась 12,9 мм, диаметр $D = 11,2$ мм. Ось z цилиндра была параллельна гексагональной оси кристалла. Все поверхности образца были оптически полированы. Электропроводность образца в зависимости от его освещенности менялась в пределах $10^{-2} - 10^{-7}$ Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$. На боковой поверхности цилиндра были изготовлены методом фотолитографии две системы двухфазных гребенчатых электродов — излучатель 1 и приемник 2 (рис. 3.28), находящиеся на расстоянии $L = 6$ мм один от другого. Излучатель и приемник имели по три пары электродов, параллельных оси z , длина которых (апертура) составляла 7 мм, ширина 0,2 мм, расстояние между соседними электродами равнялось 0,4 мм.

Для возбуждения поперечных поверхностных волн на излучатель подавались электрические импульсы прямоугольной формы с синусоидальным заполнением. При указанной геометрии образца и электродов электрическое поле вызывало вследствие пьезоэффекта механические сдвиговые колебания поверхности, параллельные оси z . Длительность и частота заполнения менялись в пределах 1—3 мкс и 1,7—3,3 МГц соответственно. Сигналы с приемника подавались на усилитель и регистрировались на экране осциллоскопа. Типичная последовательность импульсов, наблюдающаяся на экране осциллоскопа, изображена на рис. 3.29. Максимальное время пробега импульсов в образце, при котором их еще можно было выделить на фоне шумов, составляло 600 мкс, что соответствовало пути пробега $\sim 1,5$ м.

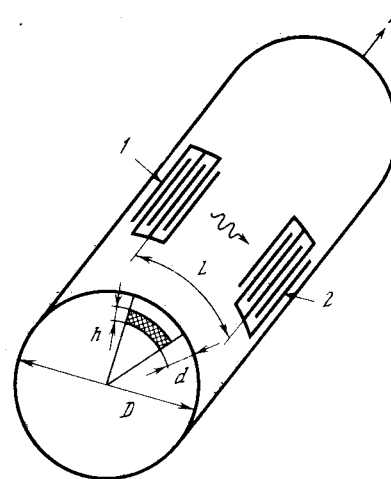


Рис. 3.28. Образец CdS с системами излучающих и приемных электродов

1 — излучатель; 2 — приемник

Рис. 3.29. Осциллограмма импульсов

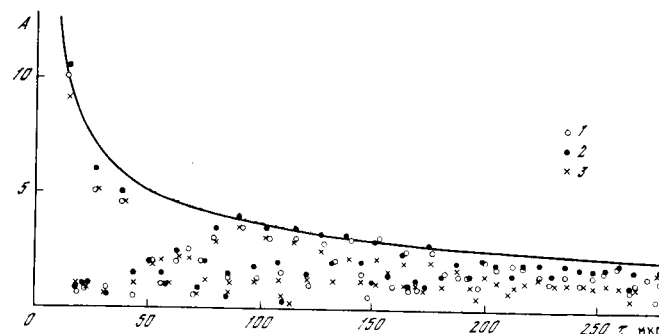
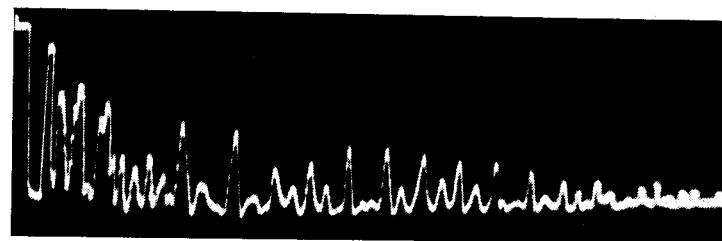


Рис. 3.30. Зависимость амплитуд импульсов A от времени их прихода τ для трех частот

1 — $f = 3,16$ МГц; 2 — 2,93; 3 — 2,68 МГц
Сплошная кривая — расчетная зависимость

При анализе наблюдаемых сигналов прежде всего была сделана попытка доказать их локализацию в поверхностном слое кристалла. Для этого, во-первых, на трех частотах снималась зависимость амплитуд импульсов (сигналов) от времени τ их распространения (рис. 3.30). Если импульсы соответствуют поверхностным волнам, то их амплитуда из-за дифракционного расхождения пучка должна спасть с расстоянием l и временем τ примерно как $1/\sqrt{l}$ и $1/\sqrt{\tau}$ (поглощение волн в кристалле мы не учитываем). Расчетная кривая на рис. 3.30 и представляет эту зависимость, построенную в предположении, что средняя амплитуда первого импульса на разных частотах равна расчетному значению. Как видно из рис. 3.30, несмотря на большой разброс экспериментальных точек, вызванный, по-видимому, интерференционными эффектами (см. ниже), закон спадания амплитуд сигналов близок к $1/\sqrt{\tau}$, а не к $1/\tau$, как было бы при объемной локализации волн.

Кроме того, поверхностная локализация волн доказывалась еще с помощью светового зондирования. Пучок света, параллельный оси цилиндра, направлялся на торец кристалла и освещал площадку сектора, заключенную между двумя дугами (заштрихованная область на рис. 3.28). Освещенная область перемещалась вдоль радиуса так, что ее внутренний край находился на разном расстоянии d от поверхности цилиндра, а ширина h и площадь Q оставались постоянными. Электропроводность кристалла в освещенной области увеличивалась, и вследствие электронного поглощения амплитуды импульсов, распространяющихся в нем, уменьшались. На рис. 3.31 представлены зависимости амплитуд девяти последовательных импульсов (кроме шестого), наблюдаемых на экране осциллоскопа, от глубины зондирования d .

Как видно из графика, для всех девяти импульсов зависимости аналогичны: наибольшее изменение амплитуды имеет место при освещении поверхностного слоя кристалла. При освещении более глубоких слоев амплитуда уменьшается не так сильно и сигналы постепенно «восстанавливаются» к своим темновым значениям (точки на графике при $d = 0$, когда кристалл не освещался). Неполное восстановление значений амплитуд импульсов объясняется, по-видимому, рассеянием света в кристалле, из-за чего даже при освещении глубинных частей кристалла в его поверхностном слое имелся заметный световой фон.

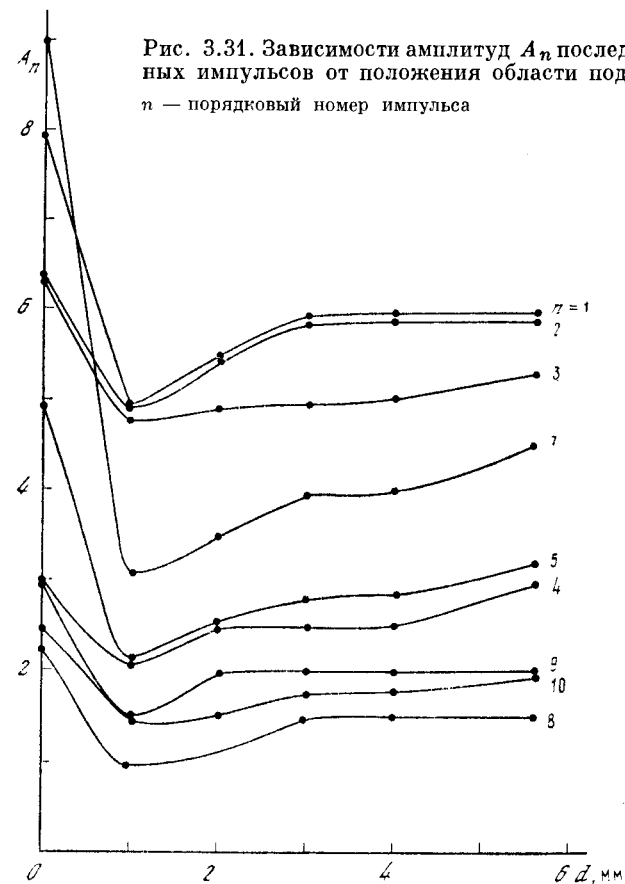


Рис. 3.31. Зависимости амплитуд A_n последовательных импульсов от положения области подсветки
 n — порядковый номер импульса

Указанная реакция амплитуд импульсов на освещение также свидетельствует о поверхностной локализации волн.

В начале осциллограммы импульсов (см. рис. 3.29) находится импульс электрической наводки, время прихода следующего (первого) импульса ≈ 15 мкс, вся осциллограмма занимает промежуток времени ≈ 300 мкс. Предполагая, что импульсы соответствуют поверхностным волнам на цилиндрической поверхности, мы будем иметь следующие последовательности путей их пробега s :

$$s_n = L + \pi Dn, n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (3.145)$$

$$s_m = -L + \pi Dm, m = 1, 2, 3, \dots$$

Последовательность s_n относится к импульсам, пробегающим путь от излучателя к приемнику по часовой стрелке, а последовательность s_m — к импульсам, движущимся против часовой стрелки. Кроме того, нужно еще учесть, что из-за небольшого числа электродов излучатель генерировал объемные сдвиговые волны в радиальном направлении. Эти волны потом отражались от противоположной поверхности цилиндра и возвращались на излучатель, заставляя его колебаться и излучать в обе стороны импульсы поверхностных волн, пробегающие в общей сложности последовательно пути:

$$s'_n = 2D + s_n \text{ и } s'_m = 2D + s_m. \quad (3.146)$$

Если предположить, что согласно теории поперечные поверхностные волны на цилиндре могут распространяться только в виде нормальных волн, указанные последовательности путей пробега должны соответствовать следующим последовательностям времен прихода импульсов:

$$(\tau_n)_i = s_n/c_i^{\text{гп}}, \quad (\tau_m)_i = s_m/c_i^{\text{гп}}, \\ (\tau'_n)_i = 2D/c_t + (\tau_n)_i, \quad (\tau'_m)_i = 2D/c_t + (\tau_m)_i. \quad (3.147)$$

Здесь $c_i^{\text{гп}}$ — групповая скорость i -й нормальной волны.

Нами были рассчитаны фазовые и групповые скорости первых четырех нормальных поверхностных волн в пределах изменения $k_t R$ от 1 до 70 и определены их значения в диапазоне частот 1,7—3,3 МГц для нашего кристалла с $D = 2R = 11,2$ мм. Вычисленные с помощью этих значений $c_i^{\text{гп}}$ времена прихода импульсов удовлетворительно согласуются с формулами (3.147).

Времена прихода импульсов мало меняются с частотой, но их амплитуды существенно зависят от частоты. На рис. 3.32 приведены амплитудно-частотные характеристики $A_n(f)$ ($n = 1, 2, 3, \dots, 7$) первых семи наблюдаемых импульсов, полученные при длительности импульсов $\tau = 2$ мкс. Видно, что в диапазоне $f = 1,8 \div 3,3$ МГц есть три особые точки $f_1 \simeq 2,25$, $f_2 \simeq 2,70$, $f_3 \simeq 2,90$ МГц, в окрестностях которых у всех кривых имеются или намечаются максимумы. Решение задачи о возбуждении поперечных поверхностных волн используемой нами системой электродов (с помощью модельного представления распределения зарядов на электродах) показало, что в указанном диапазоне частот должны иметь место максимумы амплитуд трех первых нормальных волн. Теорети-

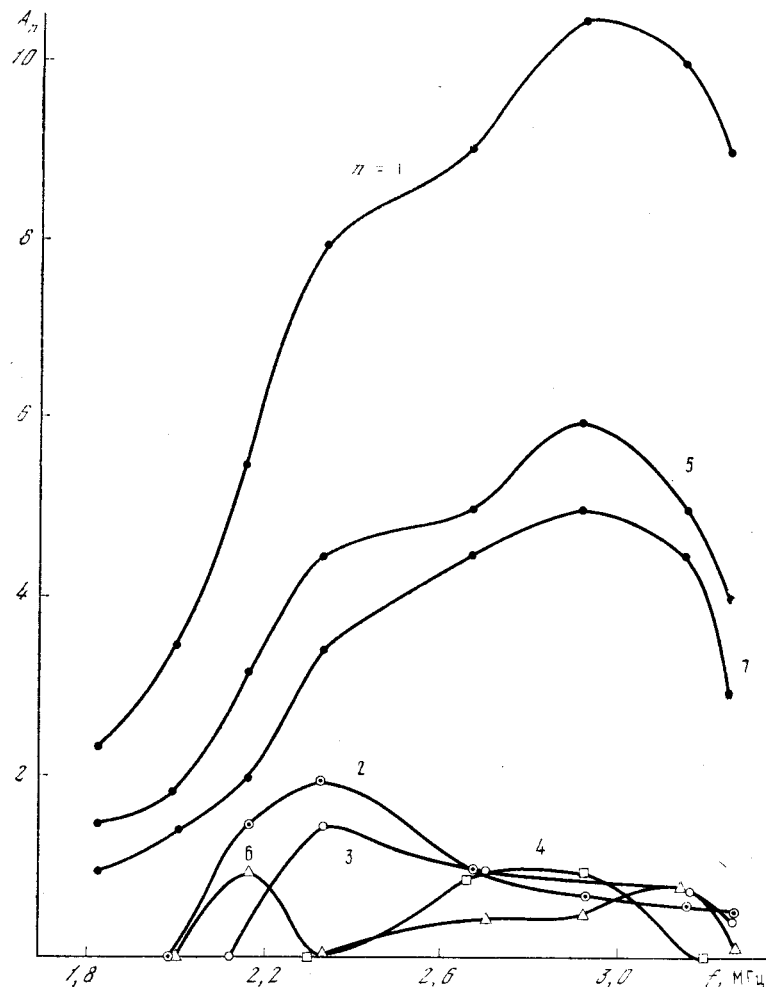


Рис. 3.32. Зависимость амплитуды A_n первых семи импульсов от частоты заполнения импульса

Обозначение то же, что на рис. 3.31

ческие зависимости амплитуд этих волн от частоты в непрерывном режиме возбуждения изображены на рис. 3.33. Как видно из рисунка, частоты, соответствующие оптимальному возбуждению первой, второй и третьей нормальных волн, неплохо согласуются с указанными экспе-

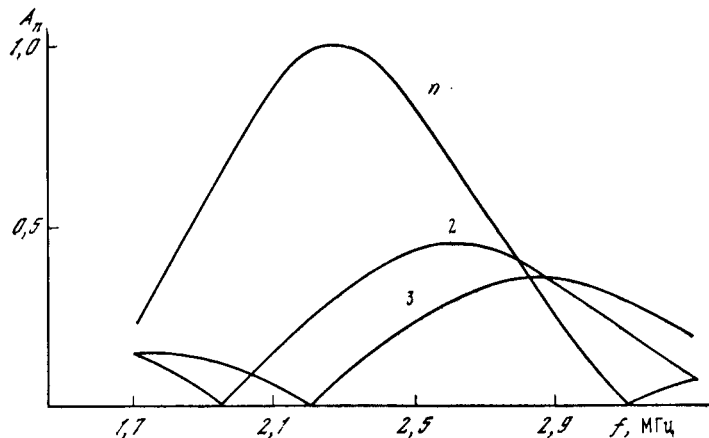


Рис. 3.33. Расчетные зависимости амплитуд A_n нормальных волн от частоты f электрического сигнала, подаваемого на излучатель
 n — номер волны

риментальными значениями $f_{1,2,3}$. Из этого следует, что в окрестностях частот $f_{1,2,3}$ первая, вторая или третья нормальные волны соответственно имеют, по-видимому, максимальную в условиях данного эксперимента амплитуду.

Наличие особенностей амплитуды A_n каждого импульса на трех частотах $f_{1,2,3}$ свидетельствует о том, что имеет место так называемый многомодовый режим возбуждения и распространения, когда каждый импульс состоит по крайней мере из двух-трех импульсов, соответствующих первой, второй и третьей нормальным волнам. Эти импульсы при распространении не успевают разойтись в пространстве и, накладываясь друг на друга, интерферируют. Расстояние L_0 , на котором различные нормальные волны могут приниматься отдельно, т. е. соответствующие им импульсы расходятся в пространстве, определяется условием $L_0 > l_{\text{имп}} c_i^{\text{гр}} / \Delta c^{\text{гр}}$, где $l_{\text{имп}}$ — пространственная длина импульса; $\Delta c^{\text{гр}}$ — различие между групповыми скоростями нормальных волн. При длительности импульса 3 мкс $L_0 \approx 15$ см ($\tau \approx 75$ мкс).

Таким образом, основные (начальные) импульсы, имеющие максимальную амплитуду, являются результатом наложения нескольких импульсов. Оценим расфазировку между отдельными импульсами на пути $s_1 = 2,92$ см,

соответствующем первому наблюдаемому импульсу. Разность фаз $\Delta\varphi \approx \Delta c^{\text{ф}} \omega s_1 / (c_i^{\text{ф}})^2$ между второй и первой и между третьей и первой нормальной волнами на частоте 2,9 МГц здесь составляет примерно $10,5\pi$ и $19,6\pi$ соответственно, т. е. даже в первом импульсе отдельные нормальные волны существенно различаются по фазе. Этой интерференцией, а также интерференцией импульсов, распространяющихся от излучателя к приемнику по различным путям (см. выше), и объясняются резкие изменения амплитуд соседних импульсов (см. рис. 3.29 и 3.30). Кроме того, в перепады амплитуд вносит свой вклад заметное дифракционное расхождение пучков и возможная интерференция боковых дифракционных лучей, отраженных от торцевых поверхностей кристалла.

Обратимся теперь к фазовым и групповым скоростям наблюдаемых волн. Зная геометрию излучателя, по экспериментальным значениям особых частот $f_{1,2,3}$ можно определить экспериментальные значения $c_i^{\text{ф}}$ фазовых скоростей трех первых нормальных волн. В табл. 3.4 приведены эти значения, а также рассчитанные нами из уравнения (3.135) теоретические значения фазовых скоростей $c_i^{\text{ф}}$ на частотах $f_{1,2,3}$. Как видно из табл. 3.4, совпадение экспериментальных и расчетных значений удовлетворительное.

Таблица 3.4

f , МГц	$k_l R$	i	$c_i^{\text{ф}} \cdot 10^{-8}$, см/с	
			Теория	Эксперимент
2,25	44,0	1	1,92	1,89
2,70	52,6	2	2,20	2,27
2,90	56,5	3	2,42	2,44

Определение групповых скоростей нормальных волн несколько осложняется многомодовым режимом. Для их нахождения отберем импульсы с максимальной амплитудой. Этими импульсами являются первый, пятый и седьмой при частоте $f = 2,90$ МГц (рис. 3.32). Как отмечалось выше, частота 2,90 МГц является оптимальной для возбуждения третьей нормальной волны, поэтому в указанных

импульсах должна преобладать эта компонента. Анализируя времена прихода этих импульсов с учетом последнего замечания, нетрудно установить, что первому импульсу соответствует путь s_m ($m = 1$) из последовательности (3.145), пятому — путь s'_m ($m = 1$) из (3.146), а седьмому — путь s_n ($n = 2$) из (3.145). По временам τ прихода импульсов, зная размеры кристалла, можно найти экспериментальные значения групповой скорости c_3^{gp} на частоте 2,90 МГц (табл. 3.5). Как видно из таблицы, теоретическое значение c_3^{gp} неплохо согласуется с экспериментальными.

Таблица 3.5

Номер импульса	Амплитуда, отн. ед.	τ , мкс		$c_3^{gp} \cdot 10^{-5}$, см/с	
		Эксперимент	Теория	Эксперимент	Теория
1	10,5	15,0	14,9	1,95	1,97
5	6,0	27,0	27,4	2,0	1,97
7	5,0	39,3	38,8	1,94	1,97

Все изложенное, как нам представляется, служит экспериментальным подтверждением существования поперечных поверхностных волн (в виде совокупности нормальных волн) на цилиндрической поверхности кристалла сульфида кадмия.

В заключение отметим, что на цилиндрической поверхности кристалла в принципе возможен режим с одним принимаемым сигналом поперечных поверхностных волн. Для этого, во-первых, необходимо осуществить спиральное распространение волн посредством, например, спиральных винтовых дорожек. Это устранит все периодически повторяющиеся из-за многократных пробегов сигналы. Далее, можно выбрать количество электродов излучающего преобразователя и частоту так, что амплитуды всех нормальных волн, кроме одной, будут малы. Например, в нашем случае при частоте 2,5 МГц необходимо взять семь пар электродов, чтобы амплитуды нормальных волн всех номеров, кроме первого, были меньше 0,15 A_1 (A_1 — амплитуда нормальной волны первого номера). При этом относительная ширина полосы пропускания преобразователя будет составлять $\sim 13\%$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rayleigh. On waves propagated along the plane surfaces of an elastic solid.— Proc. London Math. Soc., 1885, 17, p. 4—11.
2. Ляв А. Математическая теория упругости. М.; Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 202 с.
4. Бреховский Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973, гл. 1, с. 5—90.
5. Schoch A. Schallreflexion, Schallbrechung und Schallbengung Ergebnisse der Exakt.— Naturwissenschaften, 1950, 23, S. 127—234.
6. Бергман Л. Ультразвук и его применение в науке и технике. М.: Изд-во иностр. лит., 1957. 726 с.
7. Викторов И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966. Гл. 1. с. 5—77.
8. Викторов И. А. Ультразвуковые волны Рэлея: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: Акуст. ин-т АН СССР, 1969. 344 с.
9. Фарнелл Дж. Свойства упругих поверхностных волн.— В кн.: Физическая акустика. М.: Мир, 1973, т. 6, гл. 3, с. 139—202.
10. Дрансфельд К., Зальцман Е. Возбуждение, обнаружение и затухание высокочастотных упругих поверхностных волн.— В кн.: Физическая акустика. М.: Мир, 1973, т. 7, гл. 4, с. 250—310.
11. Викторов И. А. Взаимодействие ультразвуковых поверхностных и объемных волн с электронами проводимости в кристалле CdS.— ДАН СССР, 174, № 3, с. 556—559.
12. Викторов И. А. Рэлеевские волны в полупроводниковых пьезоэлектрических кристаллах арсенида галлия.— ДАН СССР, 1969, 187, № 2, с. 294—297.
13. Васькова В. И., Викторов И. А. Исследование усиления ультразвуковых поверхностных волн в кристалле сульфида кадмия.— Акуст. журн., 1969, 15, № 4, с. 529—533.
14. Богданов С. В., Боярский А. М., Левин М. Д., Яковкин И. Б. Непрерывный режим усиления упругих поверхностных волн.— Физика и техника полупроводников, 1973, 7, № 8, с. 1604—1605.
15. Tsuchiga C., Furukawa S. Study on saturation power in SAW amplifiers.— Jap. J. Appl. Phys., 1977, 16, N 3, p. 413—422.
16. White R. M. Surface elastic waves.— Proc. IEEE, 1970, 58, N 8, p. 1238—1275.
17. Смит. Физика и техника распространения поверхностных упругих волн.: Пер. с англ. (ГПНТБ; Пер. 71/46899). Указ. пер. М., 1972, № 5, с. 28—36.

18. Кайно Г., Шоу Дж. Акустические поверхностные волны.— УФН, 1974, 113, № 1, с. 157—179.
19. Викторов И. А. О поверхностной волне, вызванной неоднородностью в твердом теле.— В кн.: Акустическая спектроскопия, квантовая акустика, акустоэлектроника: Материалы X Всесоюз. конф. по квантовой акустике и акустоэлектронике, Ташкент, 1978. Ташкент: Фан, 1978, с. 101—103.
20. Гуляев Ю. В., Плесский В. П. Медленные поверхностные акустические волны в твердых телах.— Письма в ЖТФ, 1977, 3, № 5, с. 220—223.
21. Matthews H., Vaart H. Observation of love wave propagation at UH frequencies.— Appl. Phys. Lett., 1969, 14, N 5, p. 171—172.
22. Tournois P., Lardat C. Love wave dispersive delay — lines.— In: Reports 6th Intern. Congr. on Acoustics. Tokyo, 1968, 6, p. 37—40.
23. Fischler C. Transverse surface wave as high — frequency limit of shear — horizontal piezoelectric plate wave.— Solid State Commun., 1970, 8, N 15, p. 1215—1219.
24. Gou P. F. Interfacial and love-type waves in materials with monoclinic elastic symmetry.— JASA, 1970, 47, N 3, p. 777—780.
25. Fischler C. Propagation and amplification of shear-horizontal waves in piezoelectric plates.— J. Appl. Phys., 1971, 42, N 3, p. 919—924.
26. Hang-Sheng T., Ponamgi S. R. Excitation of Love waves in a thin film layer by line source.— IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, 1972, SU-19, N 1, p. 9—14.
27. Koerber G. G., Vogel R. F. SH-mode piezoelectric surface waves on rotated cuts.— IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, 1973, SU-20, N 1, p. 9—12.
28. Гуляев Ю. В., Пустовойт В. И. Усиление поверхностных волн в полупроводниках.— ЖЭТФ, 1964, 47, № 12, с. 2251—2253.
29. Stoneley R. Elastic waves at the surface of separation of two solids.— Proc. Roy. Soc. London A, 1924, 106, p. 416—429.
30. Scholte J. G. The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves.— Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., 1947, 5, p. 120—126.
31. Гоголадзе В. Т. Волны Рэлея на границе сжимаемой жидкой среды и твердого упругого полупространства.— Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР, 1948, № 127, 87 с.
32. Claus R. O., Palmer C. H. Direct measurement of ultrasonic Stoneley waves.— Appl. Phys. Lett., 1977, 31, N 8, p. 547—548.
33. Lee D. A., Corbly D. M. Use of interface waves for nondestructive inspection.— IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, 1977, SU-24, N 3, p. 206—212.
34. Maerfeld C., Tournois P. Pure shear elastic surface wave guided by the interface of two semiinfinite media.— Appl. Phys. Lett., 1971, 19, N 4, p. 117—118.
35. Murty G. S. Wave propagation at an unbonded interface between two elastic half-spaces.— JASA, 1975, 58, N 5, p. 1094—1095.
36. Epstein H. I. The effect of curvature on Stoneley waves.— J. Sound and Vibrat., 1976, 46, N 1, p. 59—66.
37. Velasco V. R. Stoneley waves at an (001) — interface between crystals of cubic symmetry.— Phys. Stat. Sol. (A), 1980, 60, N 1, K 61—64.
38. Tsutsumi M., Bhattacharyya T., Kumagai N. Piezoelectric-magnetoelastic surface wave guided by interface between semi-infinite piezoelectric and magnetoelastic media.— J. Appl. Phys., 1975, 46, N 12, p. 5072—5075.
39. Lamb H. On waves in an elastic plate.— Proc. Roy. Soc. London A, 1917, 93, p. 114.
40. Шрайбер Д. С. Ультразвуковая дефектоскопия. М.: Металлургия, 1965. 391 с.
41. Выборнов Б. И. Ультразвуковая дефектоскопия. М.: Металлургия, 1974. 240 с.
42. Меркулов Л. Г., Турсунов Д. А. Фазовые скорости нормальных волн в пластине кубического кристалла.— Акуст. журн., 1969, 15, № 1, с. 136—138.
43. Коцаренко Н. Я., Кучеров И. Я., Островский И. В. и др. Электронное затухание и усиление волн Лэмба в пьезополупроводниках.— Укр. физ. журн., 1971, 16, № 10, с. 1707—1716.
44. Краснушкин П. Е. Трансформации модулированных нормальных волн при распространении вдоль квазислоистой упругой полосы.— ДАН СССР, 1979, 248, № 2, с. 331—335.
45. Микер Т., Мейтцлер А. Волноводное распространение в протяженных цилиндрах и пластинках.— В кн.: Физическая акустика. М.: Мир, 1966, т. 1, ч. А, гл. 2, с. 140—203.
46. Турсунов Д. А. Поперечные нормальные волны в пластине кубического кристалла.— Акуст. журн., 1969, 15, № 2, с. 307—309.
47. Боровков О. В., Кучеров И. Я. Нормальные упругие волны в пластинах кристаллов класса C_{3v} .— Укр. физ. журн., 1972, 17, № 12, с. 1980—1988.
48. Викторов И. А. К расчету фазовых скоростей поверхностных волн на границе твердого полупространства с жидким слоем.— Акуст. журн., 1977, 23, № 6, с. 947—948.
49. Кейлис-Борок В. И. Интерференционные поверхностные волны. М.: Изд-во АН СССР, 1960. 168 с.
50. Богданов С. В., Левин М. Д., Яковкин И. Б. О существовании поверхностной волны в системе слой — полупространство.— Акуст. журн., 1969, 15, № 1, с. 12—16.
51. Богданов С. В., Яковкин И. Б. Затухание УПВ в системе подложка — пленка InSb.— Физика и техника полупроводников, 1969, 3, № 4, с. 589—592.
52. Tiersten H. F. Elastic surface waves guided by thin films.— J. Appl. Phys., 1969, 40, N 2, p. 770—789.
53. Lagasse P. E., Mason I. M., Ash E. A. Acoustic surface wave — guided-analysis and assessment.— IEEE Trans. Microwave Theory and Techn., 1973, 21, N 4, p. 225—236.
54. Sinha B. K., Tiersten H. F. Elastic and piezoelectric surface waves guided by thin films.— J. Appl. Phys., 1973, 44, N 11, p. 4831—4854.
55. Викторов И. А. Сильно неоднородные звуковые поверхностные волны в твердых телах.— Акуст. журн., 1978, 24, № 5, с. 780—782.
56. Ewing W. M., Jardetzky W. S., Press F. Elastic waves in layered media. N. Y.: McGraw-Hill, 1957. 380 p.

57. Зволинский Н. В. Волны Рэлея в неоднородном упругом полупространстве частотного типа.— Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1945, № 3, с. 61—78.
58. Бабич В. М., Молотков И. А. Математические методы в теории упругих волн.— В кн.: Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНТИ, 1977, т. 10, с. 5—62. (Итоги науки и техники).
59. Завадский В. Ю. Вычисление волновых полей в открытых областях и волноводах. М.: Наука, 1972, гл. 2, с. 63—126.
60. Вовк А. Е., Гудков В. В. Нормальные продольные волны в упругом цилиндрическом волноводе.— Акуст. журн., 1967, 13, № 3, с. 345—351.
61. Любимов В. Н., Санников Д. Г. Поверхностные квазиобъемные и рэлеевские упругие волны в кристаллах.— ФТТ, 1973, 15, № 6, с. 1851—1855.
62. Любимов В. Н., Санников Д. Г. Поверхностные квазиобъемные упругие волны в окрестности избранных направлений и поверхностей в кристаллах.— ФТТ, 1975, 17, № 2, с. 478—483.
63. Гуляев Ю. В. Поверхностные электрозвуковые волны в твердых телах.— Письма в ЖЭТФ, 1969, 9, № 1, с. 63—65.
64. Bleustein J. L. A new surface wave in piezoelectrical materials.— Appl. Phys. Lett., 1968, 13, N 12, p. 412—413.
65. Поверхностные акустические волны — устройства и применения.— В кн.: Тр. Ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. М.: Мир, 1976, 64, № 5. 324 с. Рус. пер.
66. Анисимкин В. И., Морозов А. И. Циклическая ультразвуковая линия задержки с усилением на волнах Гуляева — Блюстейна.— Письма в ЖТФ, 1976, 2, № 9, с. 426—429.
67. Гулинский И. А., Попов В. В. Возбуждение акустоэлектрических волн в пьезоэлектриках внешними источниками.— ЖТФ, 1976, 46, № 11, с. 2233—2242.
68. Пятаков П. А. Структура волнового поля при возбуждении волн Гуляева — Блюстейна.— Акуст. журн., 1978, 24, № 3, с. 394—400.
69. Jong G. Generation of Bleustein—Gulyaev waves along a semi-infinite metal-coated piezoelectric medium.— IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, 1974, SU-21, N 3, p. 187—195.
70. Гуляев Ю. В., Плесский В. П. Щелевые акустические волны в пьезоэлектрических материалах.— Акуст. журн., 1977, 23, № 5, с. 716—723.
71. Балакирев М. К., Горчаков А. В. Связанные поверхностные волны в пьезоэлектриках.— ФТТ, 1977, 19, № 2, с. 613—614.
72. Gulyaev Y. V., Plessky V. P. Shear surface acoustic waves in dielectrics in the presence of an electric field.— Appl. Phys. Lett., 1976, 56 A, N 6, p. 491—492.
73. Бурлак Г. Н., Коцаренко Н. Я., Кошечая С. В. Поверхностные акустоэлектрические волны на границе раздела двух сред, обусловленные электрострикцией.— ФТТ, 1976, 18, № 5, с. 1222—1225.
74. Викторов И. А. Упругие волны в твердом полупространстве с магнитным полем.— ДАН СССР, 1975, 221, № 5, с. 1069—1072.
75. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1957. 532 с.
76. Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1973, т. 5, гл. 1, с. 9—71.
77. Kaliski S., Rogula D. Rayleigh waves in a magnetic field.— Proc. Vibrat. Probl., 1960, 1, N 5, p. 63—80.
78. Викторов И. А. Волны типа рэлеевских на цилиндрических поверхностях.— Акуст. журн., 1958, 4, № 2, с. 131—136.
79. Малюжинец Г. Д. Математическая формулировка задачи о вынужденных гармонических колебаниях в произвольной области.— ДАН СССР, 1951, 78, № 3, с. 439—442.
80. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. Ч. I. 798 с.
81. Рэлей. Теория звука. М.: Гостехиздат, 1955. Т. 2. 476 с.
82. Бреховских Л. М. О поверхностных волнах в твердом теле, удерживаемых кривизной границы.— Акуст. журн., 1967, 13, № 4, с. 541—554.
83. Фок В. А. Таблицы функций Эйри. М.: ГТТИ, 1946. 53 с.
84. Булдырев В. С. Асимптотика собственных функций уравнения Гельмгольца для плоских выпуклых областей.— Вест. ЛГУ. Сер. физ. хим., 1965, 22, № 4, с. 38—51.
85. Викторов И. А. Поверхностные волны на цилиндрических поверхностях кристаллов.— Акуст. журн., 1974, 20, № 2, с. 199—206.
86. De Sasadhar. On the propagation of Love waves in an infinite cylindrical surface.— Pure and Appl. Geophys., 1974, 112, N 1, p. 35—45.
87. Петрашень Г. И. Задача Рэлея для поверхностных волн в случае сферы.— ДАН СССР, 1946, 52, № 9, с. 763—766.
88. Ansell J. H. The roots of stoneley waves equation for solid — liquid interfaces.— Pure and Appl. Geophys., 1972, 94, N 2, p. 172—188.
89. Молотков Л. А., Смирнова Н. С. О затухающих волнах, образующихся на границе двух упругих полупространств.— В кн.: Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л.: Наука, 1974, № 12, с. 32—43.
90. Викторов И. А. О вытекающих поверхностных волнах в изотропном твердом теле.— ДАН СССР, 1976, 228, № 3, с. 579—581.
91. Викторов И. А. О волнах в изотропном твердом полупространстве.— Акуст. журн., 1976, 22, № 5, с. 675—678.
92. Шерман Д. И. Колебание упругого полупространства при заданных смещениях или внешних силах на границе.— Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР, 1946, № 118. 107 с.
93. Engan H., Ingebrigtsen K. A., Tonning A. Elastic surface waves in α -quartz: Observation of leaky surface waves.— Appl. Phys. Lett., 1967, 10, N 11, p. 311—313.
94. Rollins F. R., Lim T. C., Farnell G. W. Ultrasonic reflectivity and surface wave phenomena on surfaces of copper single crystals.— Appl. Phys. Lett., 1968, 12, N 7, p. 236—238.
95. Takayanagi A., Iamanouchi K., Shibayama K. Piezoelectric leaky surface wave in LiNbO_3 .— Appl. Phys. Lett., 1970, 17, N 5, p. 225—227.
96. Фельсен Л. Квазиоптические методы в дифракции.— В кн.: Квазиоптика. М.: Мир, 1966, с. 11—62. (Тр. Междунар. симпоз.).

97. *Minton C. F.* Inspection of metals with ultrasonic surface waves.— Nondestruct. Test., 1954, 12, N 4, p. 13—16.
98. *Firestone F., Frederick I.* Refinements in supersonic reflectoscopy.— JASA, 1946, 18, N 1, p. 200—201.
99. *Шкарлат Ю. М.* Закономерности возбуждения акустических поверхностных волн электромагнитным полем.— Дефектоскопия, 1974, № 4, с. 12—20.
100. *Talaat H., Burstein E.* Phase-matched electromagnetic generation and detection of surface elastic waves on nonconducting solids.— J. Appl. Phys., 1974, 45, N 10, p. 4360—4362.
101. *Thompson R. B.* Strain dependence of electromagnetic generation of ultrasonic surface waves in ferrous metals.— Appl. Phys. Lett., 1976, 28, N 9, p. 483—485.
102. *Виноградов К. Н., Ульянов Г. К.* Измерение скорости и затухания ультразвуковых поверхностных волн в твердых материалах.— Акуст. журн., 1959, 5, № 3, с. 290—293.
103. *Cook E. G., Valkenburg H. E.* Surface waves at ultrasonic frequencies.— ASTM Bull., 1954, N 198, p. 81—84.
104. *Морозов А. И.* Пьезополупроводниковый клиновидный преобразователь поверхностных ультразвуковых волн.— Физика и техника полупроводников, 1971, 5, № 10, с. 1994—1996.
105. А.с. 162373 (СССР). Возбудитель (приемник) ультразвуковых поверхностных волн / А. Г. Соколинский. Заявл. 24.06.58, № 469139/26; Оpubл. в Б.И. 1964, № 9, МПК H04m/21a².
106. *Arzt R. M., Dransfeld K.* Excitation of Rayleigh waves at high frequencies and at low temperatures.— Appl. Phys. Lett., 1965, 7, N 6, p. 156—159.
107. *Lee R. E., White R. M.* Excitation of surface elastic waves by transient surface heating.— Appl. Phys. Lett., 1968, 12, N 1, p. 12—14.
108. *Викторов И. А.* Исследование методов возбуждения рэлеевских волн.— Акуст. журн., 1961, 7, № 3, с. 295—306.
109. *Басацкая Л. В., Вовилкин А. Х., Ермолов И. Н.* и др. К вопросу о распространении ультразвуковых продольных волн вблизи поверхности твердого тела.— Акуст. журн., 1978, 24, № 1, с. 15—20.
110. *Ермолов И. Н., Размыгаев Н. П., Щербинский В. Г.* Исследование ослабления ультразвуковых головных волн с расстоянием.— Дефектоскопия, 1979, № 1, с. 37—40.
111. *Викторов И. А., Зубова О. М.* О диаграммах направленности излучателей волн Лэмба и Рэлея.— Акуст. журн., 1963, 9, № 2, с. 171—175.
112. *Викторов И. А., Григорян Р. А.* Квазирэлеевские волны в упругом слое.— Акуст. журн., 1959, 5, № 3, с. 366—368.
113. *Press F., Healy I.* Absorption of Rayleigh waves in low-loss media.— J. Appl. Phys., 1957, 28, N 11, p. 1323—1325.
114. *Викторов И. А.* Некоторые вопросы распространения рэлеевских волн в твердых телах: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: Акустический ин-т АН СССР, 1958. 92 с.
115. *Викторов И. А.* Затухание поверхностных и объемных ультразвуковых волн.— Акуст. журн., 1964, 10, № 1, с. 116—118.
116. *Викторов И. А., Грищенко Е. К., Какина Т. М.* Исследование распространения ультразвуковых поверхностных волн на границе твердого тела с жидкостью.— Акуст. журн., 1963, 9, № 2, с. 162—170.
117. *Викторов И. А.* О затухании рэлеевских волн на цилиндрических поверхностях.— Акуст. журн., 1961, 7, № 1, с. 21—25.
118. *Викторов И. А.* Прохождение и отражение рэлеевских волн на закруглениях различного радиуса.— Акуст. журн., 1961, 7, № 1, с. 90—91.
119. *Викторов И. А.* О влиянии несовершенств поверхности на распространение рэлеевских волн.— ДАН СССР, 1958, 119, № 3, с. 463—465.
120. *Викторов И. А.* О влиянии дефектов поверхности на распространение рэлеевских волн.— В кн.: Применение ультразвуковых колебаний для исследования свойств, контроля качества и обработки металлов и сплавов. Киев: Изд-во АН УССР, 1960, с. 54—61.
121. *Викторов И. А., Какина Т. М.* Рассеяние ультразвуковых рэлеевских волн на моделях поверхностных дефектов.— Акуст. журн., 1964, 10, № 1, с. 30—33.
122. *Bretnaecker I. Cl.* Transmission and reflection of Rayleigh waves at corners.— Geophysics, 1958, 23, N 2, p. 253—266.
123. *Тютенки В. В.* Рассеяние плоских волн цилиндрической полостью в изотропной упругой среде.— Акуст. журн., 1959, 5, № 1, с. 106—110.
124. *Бреховских Л. М.* О распространении поверхностных рэлеевских волн вдоль неровной границы упругого тела.— Акуст. журн., 1959, 5, № 3, с. 282—289.
125. *Tuan H. S., Parekh J. P.* Theory for SAW grooved reflector arrays.— IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, 1977, SU-24, N 6, p. 384—392.
126. *Бирюков С. В., Горышник Л. Л.* Отражение рэлеевской волны от локальных неоднородностей поверхности при наклонном падении.— Акуст. журн., 1977, 23, № 3, с. 461—462.
127. *Simons D. A.* Reflection of Rayleigh waves by strips, grooves, and periodic arrays of strips or grooves.— JASA, 1978, 63, N 5, p. 1292—1301.
128. *Лапин А. Д.* Отражение рэлеевской волны от периодических неровностей поверхности при наклонном падении.— Акуст. журн., 1979, 25, № 5, с. 766—770.
129. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Взаимное преобразование объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела.— РЭ, 1980, 25, № 8, с. 1569—1587.
130. *Быков Н. С., Шнейдер Ю. Г.* Экспериментальное исследование влияния качества поверхности на затухание поверхностных волн.— Акуст. журн., 1960, 6, № 4, с. 501—503.
131. *Rischbieter F.* Messungen an oberflächenwellen in festen Körpern.— Acustica, 1965—66, 16, N 2, S. 75—83.
132. *White R. M., Voltmer F. W.* Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves.— Appl. Phys. Lett., 1965, 7, N 12, p. 314—316.
133. *Slobodnik A. J.* Microwave frequency acoustic surface wave propagation losses in LiNbO₃.— Appl. Phys. Lett., 1969, 14, N 3, p. 94—96.
134. *Morgan D. P.* Log-periodic transducers for acoustic surface waves.— Proc. IEEE, 1972, 119, N 1, p. 3—10.

135. Речицкий В. И., Кондратьев С. Н. Методы аподизации преобразователей поверхностных акустических волн.— Зарубеж. радиоэлектроника, 1977, № 4, с. 22—45.
136. Ковалев А. В., Лобанова Г. А., Яковкин И. Б. Технология изготовления преобразователей упругих поверхностных волн пленочного типа на аморфных подложках.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1971, 35, № 5, с. 932—934.
137. Каринский С. С. Устройства обработки сигналов на ультразвуковых поверхностных волнах. М.: Сов. радио, 1975. 176 с.
138. Танкрилл, Холланд. Фильтры на поверхностных акустических волнах.— В кн.: Тр. Ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. М.: Мир, 1971, 59, № 3, с. 62—80. Рус. пер.
139. Dienesaint E., Hartemann P. Acoustic surface wave filters.— Ultrasonics, 1973, 11, N 1, p. 24—30.
140. Ларда, Марфельд, Турнуа. Теория и экспериментальные характеристики дисперсионных ультразвуковых линий задержки на поверхностных акустических волнах.— В кн.: Тр. Ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. М.: Мир, 1971, 59, № 3, с. 22—25. Рус. пер.
141. Kino G. S., Matthews H. Signal processing in acoustic surface wave devices.— IEEE Spectrum, 1971, 8, N 8, p. 22—35.
142. Sabine H., Cole P. H. Surface acoustic waves in communications engineering.— Ultrasonics, 1971, 9, N 2, p. 103—133.
143. Maines J. D., Paige E. G. Surface-acoustic-wave components, devices and applications.— IEEE Revs. Inst. Electr. Eng., 1973, 120, N 10R, p. 1078—1110.
144. Holland M. G., Claiborne L. T. Practical surface acoustic wave devices.— Proc. IEEE, 1974, 62, N 5, p. 45—83.
145. Речицкий В. И. Приборы и устройства на акустических поверхностных волнах.— Зарубеж. радиоэлектроника, 1975, № 8, с. 88—101.
146. Surface wave filters. Design, construction and use/Ed. H. Matthews. A Wiley-Intersci. Publ., 1977. 457 с.
147. Ковалев А. В., Яковкин И. Б. Интерференционные эффекты в преобразователях ультразвуковых поверхностных волн встречноштыревого типа.— РЭ, 1971, 16, № 8, с. 1521—1523.
148. Ковалев А. В., Яковкин И. Б. Частотные свойства групп преобразователей упругих поверхностных волн.— РЭ, 1976, 21, № 7, с. 1522—1525.
149. Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г. Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях.— В кн.: Физическая акустика. М.: Мир, 1966, т. 1, ч. А, гл. 3, с. 204—326.
150. Smith W. R., Gerard H. M., Collins J. H. et al. Design of surface wave delay lines with interdigital transducers.— IEEE Trans., 1969, MTT-17, N 11, p. 865—873.
151. Krimholtz R., Leedom D. A., Matthaci C. L. Equivalent circuits for transducers having arbitrary even-or odd-symmetry piezoelectric excitation.— IEEE Trans., 1971, SU-18, N 3, p. 128—141.
152. Coquin G. A., Tierston H. F. Analysis of the excitation and detection of piezoelectric surface waves in quartz by means of surface electrodes.— JASA, 1967, 41, N 4, p. 921—940.
153. Tseng C. C. Frequency response of an interdigital transducer for excitation of surface elastic waves.— IEEE Trans., 1968, ED-15, N 8, p. 586—594.
154. Joshi S. C., White R. M. Excitation and detection of surface elastic waves in piezoelectric crystals.— JASA, 1969, 46, N 1, p. 17—27.
155. Гулинский И. А., Попов В. В. К теории возбуждения волн в пьезокристаллах узкими металлическими электродами.— РЭ, 1978, 23, № 2, с. 392—402.
156. Milson R. F., Reilly N. H. C., Redwood M. Analysis of generation and detection of surface and bulk acoustic waves by interdigital transducers.— IEEE Trans., 1977, SU-24, N 3, p. 147—166.
157. Ingebrigtsen K. A. Surface waves in piezoelectric.— J. Appl. Phys., 1969, 40, N 7, p. 2681—2686.
158. Горышник Л. Л., Кондратьев С. Н. Возбуждение поверхностных электроакустических волн электродными преобразователями.— РЭ, 1974, 19, № 8, с. 1719—1728.
159. Бирюков С. В., Горышник Л. Л. Рассеяние поверхностной волны в пьезоэлектрике системой металлических электродов.— РЭ, 1977, 22, № 8, с. 1588—1595.
160. Физическая акустика/Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1969. Т. 4. Ч. А. 375 с.
161. Mason W. P. Electromechanical transducers and wave filters. Princeton (N. J.), 1948. 279 p.
162. Kaliski S. Ultrasonic surface waves in semiconducting crystals of the wurtzite group.— Proc. Vibrat. Probl., 1968, 9, N 2, p. 91—106.
163. Kaliski S. Direct amplification of ultra- and hypersonic surface waves in semiconducting crystals of the wurtzite group.— Proc. Vibrat. Probl., 1968, 9, N 3, p. 221—242.
164. Coldren L. A., Kino G. S. Monolithic acoustic surface-wave amplifier.— Appl. Phys. Lett., 1971, 18, N 8, p. 317—319.
165. Swierkowski S., Duzer T. V., Turner C. W. Amplification of acoustic surface waves in piezoelectric semiconductors.— IEEE Trans., 1973, SU-20, N 3, p. 260—267.
166. Кайно. Акустоэлектронное взаимодействие в устройствах на поверхностных акустических волнах.— В кн.: Тр. Ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. М.: Мир, 1976, 64, № 5, с. 188—217. Рус. пер.
167. Викторов И. А. Рэлеевские волны в кристаллах сульфида кадмия.— ДАН СССР, 1968, 178, № 6, с. 1281—1284.
168. Михайловский А. Б., Пашицкий Э. А. Поверхностные волны в плазме с током.— ЖЭТФ, 1965, 48, № 6, с. 1787—1795.
169. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. М.; Л.: Физматгиз, 1962. 420 с.
170. Ingebrigtsen K. A., Tonning A. Numerical data for acoustic surface waves in α -quartz and cadmium sulfide.— Appl. Phys. Lett., 1966, 9, N 1, p. 16—18.
171. Tseng C. C., White R. M. Propagation of piezoelectric and elastic surface waves on the basal plane of hexagonal piezoelectric crystals.— J. Appl. Phys., 1967, 38, N 11, p. 4274—4280.
172. Протопопова Л. Ф., Федорченко А. М. Механические характеристики поверхностных волн в монокристаллах CdS и CdSe .— Акуст. журн., 1968, 14, № 1, с. 137—138.

173. *Зубова О. М.* Поверхностные волны в кристаллах CdS с учетом пьезоэффекта.— Акуст. журн., 1968, 14, № 3, с. 473—474.
174. *Ляшнев Л. М.* Об усилении поверхностных волн.— Акуст. журн., 1970, 16, № 2, с. 319—320.
175. *Swierkowski S., Duzer T. V., Turner C. W.* Amplification of acoustic surface waves in piezoelectric semiconductors.— IEEE Trans., 1973, SU-20, N 3, p. 260—267.
176. *Викторов И. А.* Усиление рэлеевских волн в кристаллах сульфида кадмия.— Акуст. журн., 1968, 14, № 3, с. 467—469.
177. *Berlincourt D., Jaffe H., Shiozawa L. R.* Electroelastic properties of the sulfides, selenides and tellurides of zinc and cadmium.— Phys. Rev., 1963, 129, N 3, p. 1009—1017.
178. *White D. L.* Amplification of ultrasonic waves in piezoelectric semiconductors.— J. Appl. Phys., 1962, 33, N 8, p. 2547—2554.
179. *Hutson A. R., White D. L.* Elastic wave propagation in piezoelectric semiconductors.— J. Appl. Phys., 1962, 33, N 1, p. 40—47.
180. *Hickernell F. S.* The electroacoustic gain interaction in III—V compounds: Gallium Arsenide.— IEEE Trans., 1966, SU-13, N 2, p. 61—69.
181. *Викторов И. А.* Усиление рэлеевских волн в кристаллах арсенида галлия.— Акуст. журн., 1970, 16, № 1, с. 37—41.
182. *Shirafuji J., Nakanishi K., Inuishi Y.* Amplification of Rayleigh wave in GaAs with monolithic structure.— Jap. J. Appl. Phys., 1973, 12, N 11, p. 1812—1813.
183. *Ludvik S., Quate C. F.* Amplification of surface shear-wave mode in GaAs.— J. Appl. Phys., 1972, 43, N 9, p. 3619—3622.
184. *Bateman T. B., Mcskimin H. J., Whelan J. M.* Elastic moduli of single crystal gallium arsenide.— J. Appl. Phys., 1959, 30, N 4, p. 544—545.
185. *Чарльсон, Мотт.* Динамическое измерение пьезоэлектрической и упругой констант арсенида галлия.— Тр. Ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. М.: Мир, 1963, 51, № 9, с. 1233—1234. Рус. пер.
186. *White R. M., Voltmer F. W.* Ultrasonic surface-wave amplification in cadmium sulfide.— Appl. Phys. Lett., 1966, 8, N 2, p. 40—42.
187. *Васькова В. И., Викторов И. А.* Прямое усиление рэлеевских волн в кристалле CdS на частоте 30 МГц.— Акуст. журн., 1967, 13, № 2, с. 292—294.
188. *Кмита А. М., Медведь А. В., Федорец В. Н.* Влияние дрейфа электронов на поглощение поверхностных акустических волн в CdS.— ФТТ, 1976, 18, № 12, с. 3610—3614.
189. *Coldren L. A., Kino G. S.* Monolithic acoustic surface-wave amplifier.— Appl. Phys. Lett., 1971, 18, N 8, с. 317—319.
190. *Shibayama K.* Acoustics surface wave research in Japan.— Wave Electron., 1974/75, 1, N 1, p. 15—30.
191. *Сысоев Л. А., Тиман Б. Л., Гершун А. С. и др.* О выращивании кристаллов для целей усиления ультразвука.— Кристаллография, 1966, 11, № 6, с. 933—935.
192. *Hutson A. R., McFee J. H., White D. L.* Ultrasonic amplification in CdS.— Phys. Rev. Lett., 1961, 7, N 6, p. 237—239.
193. *Васькова В. И., Викторов И. А., Розенберг Л. Д.* Усиление ультразвукового сигнала и шума в кристалле CdS.— Акуст. журн., 1964, 10, № 4, с. 403—406.
194. *Duracz A., Latuszek A.* Piezo-semiconductor (CdS) amplifier of continuous action for a surface wave with net gain 32 dB/cm.— Proc. Vibr. Probl., 1969, 10, N 3, p. 299—302.
195. *Collins I. H., Lakin K. M., Quate C. F., Shaw H. J.* Amplification of acoustic surface waves with adjacent semiconductor and piezoelectric crystals.— Appl. Phys. Lett., 1968, 13, N 9, p. 314—316.
196. *Yoshida K., Yamanishi M.* Interaction between surface elastic waves and drifting carriers in layered systems.— Jap. J. Appl. Phys., 1968, 7, N 9, p. 1143—1144.
197. *Fischler C., Yando S.* Amplification of guided elastic waves in piezoelectric plates through electrical coupling to a semiconductor.— Appl. Phys. Lett., 1969, 15, N 1, p. 366—368.
198. *Hanebrekke H., Ingebrigtsen K. A.* Acoustoelectric amplification of surface waves in structure of cadmium-selenide film on lithium niobate.— Electron. Lett., 1970, 6, N 16, p. 520—521.
199. *Mizushima Y., Sudo T.* Surface-wave amplification between parallel semiconductors.— IEEE Trans., 1970, ED-17, N 7, p. 541—549.
200. *Crowley J. D., Giallorenzi T. G., Weller J. F.* Tapped SAW delay line using LiNbO₃ coupled to a CdS bulk-wave amplifier.— Appl. Phys. Lett., 1976, 29, N 8, p. 458—460.
201. *Гинзбург В. Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 683 с.
202. *Викторов И. А.* Упругие поверхностные волны на цилиндрических поверхностях кристаллов.— В кн.: Докл. VI Всесоюз. симпози. по дифракции и распространению волн, Ереван, Цахкадзор. Ереван: ВНИИРИ, 1973, т. 2, с. 391—394.
203. *Chen C. L.* On the electroacoustic waves guided by a cylindrical piezoelectric interface.— J. Appl. Phys., 1973, 44, N 9, p. 3841—3847.
204. *Васькова В. И., Викторов И. А., Сильвестрова И. М., Талашев А. А.* О волнах рэлеевского типа на цилиндрической поверхности кристалла сульфида кадмия.— Акуст. журн., 1975, 21, № 3, с. 466—468.
205. *Васькова В. И., Викторов И. А., Каекина Т. М. и др.* Наблюдение поперечных поверхностных волн на цилиндрической поверхности кристалла CdS.— Акуст. журн., 1977, 23, № 6, с. 861—866.
206. *Викторов И. А., Пятаков П. А.* О влиянии пьезоэффекта на свойства поперечных поверхностных волн на цилиндрических поверхностях кристаллов.— Акуст. журн., 1978, 24, № 1, с. 53—58.
207. *Викторов И. А., Пятаков П. А.* Акустоэлектрические взаимодействия на цилиндрических поверхностях пьезополупроводников.— Акуст. журн., 1979, 25, № 2, с. 290—293.
208. *Викторов И. А., Пятаков П. А.* Поперечные поверхностные волны на цилиндрических поверхностях анизотропного твердого тела.— Акуст. журн., 1977, 23, № 2, с. 234—241.
209. *Мэзон У.* Пьезоэлектрические кристаллы и их применения в ультразвуке. М.: Изд-во иностр. лит., 1952. 480 с.
210. *Streifer W., Kodis R. D.* On the solution of a transcendental equation arising in the theory of scattering by a dielectric cylinder.— Quart. Appl. Math., 1964, 21, N 4, p. 285—298.

211. *Cho F., Hursinger B., Lowson R.* Surface waves circulating on piezoelectric substrates.— *Appl. Phys. Lett.*, 1971, 18, N 7, p. 298—301.
212. *Коадрен, Шоу.* Линии задержки на поверхностных акустических волнах с большими временами задержки.— В кн.: Тр. Ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. М.: Мир, 1976, 64, № 5, с. 30—44. Рус. пер.
213. *Ippen E. P.* Diffraction of light by surface acoustic waves.— *Proc. IEEE*, 1967, 55, N 2, p. 248—249.
214. *Uoltmer F. W., Ippen E. P., White R. M. et al.* Measured and calculated surface-wave velocities.— *Proc. IEEE*, 1968, 56, N 9, p. 1634—1635.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
-----------------------	---

Часть первая

ТИПЫ ЗВУКОВЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН И ИХ СВОЙСТВА

Глава I. Волны Рэлея	6
1. Уравнения движения, граничные условия, характеристическое уравнение	6
2. Скорость, смещения и напряжения в рэлеевской волне	9
3. Распределение энергии в рэлеевской волне по глубине	13
4. Рэлеевские волны в кристаллах. Основные соотношения	16
5. Новые свойства рэлеевских волн, обусловленные анизотропией	19
Глава II. Волны Лява	22
6. Изотропное однородное полупространство со слоем	23
7. Полупространство со слабой поверхностной неоднородностью	27
Глава III. Волны Стоуни	31
8. Граница двух изотропных твердых полупространств	31
9. Граница твердого и жидкого полупространств . . .	33
10. Некоторые итоги	34
Глава IV. Волны в пластинах	35
11. Волны Лэмба	36
12. Поперечные нормальные волны	39
Глава V. Волны в полупространстве со слоем	41
13. Жидкий слой на твердом полупространстве	41
14. Твердый слой на твердом полупространстве	45
Глава VI. Слабонеоднородные поверхностные волны	53
15. Квазиобъемные волны в кристаллах	53
16. Волна Гуляева—Блюстейна	56
17. Поверхностные волны в металлах с магнитным полем	59

Глава VII. Волны на криволинейных поверхностях . . .	63
18. Волны рэлеевского типа на цилиндрических поверхностях	64
19. Волны с вертикальной поляризацией на выпуклой цилиндрической поверхности	73
20. Волны с горизонтальной поляризацией	81
21. Сферическая поверхность	84
Глава VIII. Вытекающие поверхностные волны	86
22. Два типа вытекающих поверхностных волн	87
23. Вытекающие волны в изотропном твердом полупространстве	88
24. Вытекающие волны в кристаллах	94

Часть вторая

ВОЛНЫ РЭЛЕЯ В ИЗОТРОПНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Глава I. Методы возбуждения и приема волн Рэлея . . .	97
1. Теория	100
2. Экспериментальное исследование	111
3. Диаграммы направленности излучателей рэлеевских волн	117
Глава II. Свойства волн Рэлея	125
4. Связь между волнами Рэлея и Лэмба	125
5. Затухание рэлеевских волн	128
Глава III. Рэлеевские волны на границе с жидкостью . .	135
6. Теоретическое исследование распространения рэлеевских волн на границе твердого и жидкого полупространств	135
7. Экспериментальное исследование	142
Глава IV. Рэлеевские волны на цилиндрических поверхностях	145
8. Экспериментальное исследование затухания рэлеевских волн на выпуклых и вогнутых цилиндрических поверхностях	145
9. Исследование прохождения и отражения рэлеевских волн на закруглениях различного радиуса	150
Глава V. Влияние дефектов поверхности на распространение рэлеевских волн	154
10. Модели единичных поверхностных дефектов	155
11. Линейные поверхностные дефекты	155
12. Локализованные поверхностные дефекты	160
13. Множественные поверхностные дефекты	165

Часть третья

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

Глава I. Возбуждение поверхностных волн в кристаллах металлическими электродами	175
1. Методы рассмотрения	175
2. Постановка задачи	177
3. Электрическое поле излучателя	181
4. Вычисление упругого поля излучателя	184
5. Основные характеристики преобразователя	190
Глава II. Рэлеевские волны в произвольном полупроводниковом пьезоэлектрическом кристалле (теория)	196
6. Постановка задачи, идеализации	196
7. Основные уравнения	199
8. Граничные условия	200
Глава III. Теоретическое исследование распространения рэлеевских волн в полупроводниковых пьезоэлектрических кристаллах структуры вюрцита (группа A_3B_6)	203
9. Уравнения и их решения	203
10. Дисперсионное уравнение	208
11. Основные характеристики рэлеевской волны в кристалле сульфида кадмия	211
Глава IV. Теоретическое исследование распространения рэлеевских волн в полупроводниковых пьезоэлектрических кристаллах структуры сфалерита (группа A_3B_3)	218
12. Уравнения и их решения	219
13. Дисперсионное уравнение	223
14. Основные характеристики рэлеевской волны в кристалле арсенида галлия	225
Глава V. Экспериментальное исследование взаимодействия поверхностных волн с электронами в кристаллах CdS	233
15. Импульсный режим усиления	233
16. Непрерывный режим усиления	243
Глава VI. Взаимодействие звуковых поверхностных волн с электронами в слоистых средах	245
Глава VII. Поверхностные волны на цилиндрических поверхностях кристаллов	248
17. Волны с вертикальной поляризацией	249
18. Волны с горизонтальной поляризацией	251
19. Экспериментальное изучение поверхностных волн на цилиндрических поверхностях	261
Литература	273