

В. Н. Чуриловский
д-р техн. наук, проф.

Т Е О Р И Я ОПТИЧЕСКИХ П Р И Б О Р О В

*Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования РСФСР
в качестве учебного пособия
для высших технических
учебных заведений*



ИЗДАТЕЛЬСТВО «МАШИНОСТРОЕНИЕ»
МОСКВА 1966 ЛЕНИНГРАД

В учебном пособии рассмотрены вопросы геометрической оптики, изложена общая теория оптических приборов. Описано устройство микроскопов и телескопических систем. Разбираются вопросы применения электронных устройств в оптических приборах.

Пособие написано применительно к утвержденной программе курса теории оптических приборов для тех вузов, где читается данный курс.

Предназначено для студентов вузов; может быть полезно инженерно-техническим работникам оптической промышленности и НИИ.

Рецензенты: кафедра оптических приборов Московского высшего технического училища им. Баумана и д-р физ.-мат. наук, проф. Г. Г. Слюсарев

Редактор канд. техн. наук А. П. Грамматин

ПРЕДИСЛОВИЕ

Непрерывный и быстрый рост оптического приборостроения в Советском Союзе требует большого количества специалистов в этой области и углубленных научно-технических знаний по теории оптических приборов.

Учебное пособие составлено на базе курса лекций по теории оптических приборов, читаемого автором в течение длительного времени. Отводимый на этот курс объем лекционных часов во втузах лимитирует количество содержащихся в нем научных сведений. Поэтому в процессе преподавания этой дисциплины некоторые вопросы приходится выделять для самостоятельного изучения, ввиду чего в данное пособие включен ряд новых разделов, связанных с широким внедрением электронных устройств в оптическом приборостроении.

Чтобы не задерживать выпуск пособия, из него исключены части, представляющие интерес лишь для узких специальностей, например: фотографические, кинопроекторные и аэросъемочные приборы, прожекторы, маяки и сигнальная оптика, теория аберраций и расчет оптических систем и некоторые другие.

Автор

ВВЕДЕНИЕ

1. НАЗНАЧЕНИЕ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ТЕОРИИ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

Существуют две оптические науки. Первая из них называется *физической оптикой* и представляет собой отдел физики, именуемый также *учением о свете*. Другая — *теория оптических приборов*, называемая также *технической оптикой* или сокращенно *оптотехникой*. Это наука прикладная, инженерная. Физическая оптика отвечает на вопрос, что такое свет и как происходят световые явления. Теория оптических приборов изучает рациональные конструкции оптических приборов и образование оптического изображения.

В своих выводах и расчетах теория оптических приборов пользуется положениями физической оптики. При этом она решает множество задач, возникающих перед инженерами оптической промышленности при конструировании, расчете, изготовлении, сборке и регулировке оптических приборов. Поэтому теория оптических приборов рассматривается как основной курс втузов, закладывающий теоретический фундамент специальных инженерных знаний.

Курс теории оптических приборов состоит из двух неравных частей: элементарной части, называемой *геометрической оптикой*, вводящей студентов в область специфических оптотехнических понятий и представлений и подготавливающей математический аппарат, необходимый для решения инженерных оптико-технических задач, и из собственно *теории оптических приборов*, которую можно рассматривать как науку о рациональном расчете и конструировании оптических приборов.

2. ЧТО ТАКОЕ ОПТИЧЕСКИЙ ПРИБОР

Правильный ответ на этот вопрос можно сформулировать следующим образом: прибор, основная функция которого выполняется при помощи оптической системы, есть оптический прибор. Таким образом, наличие в приборе оптической системы служит

необходимым, но недостаточным признаком оптического прибора. Нужно еще, чтобы основная функция прибора выполнялась оптическими средствами, т. е. с помощью его оптической системы. Поэтому, например, прибавление к логарифмической линейке лупы, облегчающей отсчет, не сделает эту линейку оптическим прибором: основная функция линейки решается посредством механического перемещения движка линейки.

Многих даже очень опытных специалистов оптического приборостроения иногда смущает то обстоятельство, что удельный вес (в смысле затраты труда на изготовление) оптической системы в современных оптических приборах бывает малым. Разительным примером такого положения может служить современный кинопроекторный аппарат, содержащий сложные механические и электротехнические устройства, но имеющий всего только две оптические системы: проекционный объектив для получения изображения на экране и микрообъектив для считывания звука со звуковой дорожки киноплёнки. Но именно эти оптические системы выполняют основные функции аппарата: воспроизведение изображения и звука, записанных на плёнку.

Даже в приборе с очень сложной оптической системой — в перископе подводной лодки — производственные затраты на изготовление оптики составляют только 5—6% от общей стоимости перископа. Несмотря на это, перископ является типичным оптическим прибором. Фотографический аппарат останется оптическим прибором, какие бы механические (автоматизация работы) или электронные (фотоэкспонометр) устройства ни были в него введены, так как основная его функция — образование изображения на фотографической плёнке — произойдет фотографическим объективом.

Наряду с этим существуют приборы, основные функции которых выполняются не только оптическими, но и другими устройствами. Например, в ряде геодезических приборов (в нивелире, кипрегеле, теодолите) основные функции выполняют не только оптические системы (отсчет по рейкам, наводка перекрестья на вежу и т. п.), но и механизмы прибора (поворот вокруг осей, отсчет по лимбам, установка по уровню и т. п.). Такие приборы следует называть оптико-механическими.

Съемочную телевизионную камеру следует отнести к электронно-оптическим приборам, так как ее функция — получение электрических колебаний, передающих изображение предметов, — выполняется совместно оптическими и электронными устройствами камеры. Класс электронно-оптических приборов в настоящее время чрезвычайно энергично развивается, и можно ожидать, что в недалеком будущем чисто оптические и оптико-механические приборы будут встречаться сравнительно редко.

Курс теории оптических приборов посвящен изучению их оптического устройства. Во избежание усложнения терминологии,

условимся называть оптическими (в широком смысле этого слова) как чисто оптические, так и оптико-механические и электронно-оптические приборы, следовательно, будем считать оптическим всякий прибор, одну из основных функций которого выполняет оптическая система.

До сего времени нет общепризнанной и подробно разработанной классификации оптических приборов. Наиболее просто и естественно оптические приборы разбиваются на два класса: приборы дальнего действия (зрительные трубы, фотоаппараты) и приборы ближнего действия (лупы, микроскопы). Ввиду отчетливо выраженной принципиальной разницы в теоретических основах этих двух классов приборов, мы будем в настоящем курсе часто прибегать к этой классификации.

Применяется также классификация по физическому принципу действия поверхностей системы:

1) диоптрические приборы (рефракторы), применяющие только преломляющие поверхности;

2) катоптрические приборы (рефлекторы), состоящие только из отражающих (зеркальных) поверхностей;

3) катадиоптрические приборы (зеркальнолинзовые), содержащие как преломляющие, так и отражающие поверхности.

Эта классификация получила применение главным образом в области астрономических объективов, но в последнее время она используется и для объективов микроскопов.

Следует также познакомиться с классификацией оптических приборов по области применения (и по некоторым специфическим признакам):

- 1) астрономические приборы;
- 2) геодезические приборы (в том числе маркшейдерские);
- 3) аэросъемочная аппаратура;
- 4) фотоаппараты;
- 5) проекционные аппараты;
- 6) киносъемочные аппараты;
- 7) аппараты высокочастотной съемки;
- 8) кинопроекционные аппараты;
- 9) военные оптические приборы (наблюдательные, прицельные, дальномерные);
- 10) морские и воздушные навигационные оптические приборы;
- 11) оптические приборы космической навигации;
- 12) лупы;
- 13) микроскопы;
- 14) очки;
- 15) офтальмологические приборы;
- 16) медицинские оптические приборы для исследования внутренних полостей человеческого организма;
- 17) фотометры, светотехнические приборы;
- 18) светильники;

- 19) колориметрические приборы;
- 20) спектральные приборы;
- 21) поляризационные приборы;
- 22) интерферометры;
- 23) приборы инфракрасной техники;
- 24) приборы космической ультрафиолетовой техники;
- 25) лабораторные измерительные оптические приборы;
- 26) контрольно-измерительные оптические приборы оптической промышленности;
- 27) контрольно-измерительные оптические приборы различных отраслей промышленности;
- 28) оптические устройства металлообрабатывающих станков;
- 29) оптические датчики систем автоматического управления различными техническими процессами;
- 30) оптические датчики систем автоматического управления химическими производственными процессами;
- 31) сигнализационные приборы;
- 32) прожекторы и фары;
- 33) оптическое устройство маяков.

Эта классификация, возникшая в начале нашего столетия, много раз исправлялась и дополнялась. Но и в приведенном здесь современном виде она не отличается ни стройностью ни практическим удобством. Достаточно сказать, например, что приборы, работающие в ультрафиолетовой области спектра, встречаются не только в п. 24, но и в пп. 13 и 20. Телевизионные приборы также оказались разбросанными по разным пунктам. Кроме того, группы приборов по этой классификации очень неравноценны по своему объему.

3. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК РАЗВИТИЯ ОПТОТЕХНИКИ

Хотя варка прозрачного стекла была известна древним египтянам и жителям Месопотамии за 1600 лет до н. э., а в древнем Риме стеклянная утварь и украшения достигли высокого совершенства, науке античной древности не были известны оптические свойства линз, а ее представления о световых явлениях и процессе зрения были противоречивы и наивны. Только в начале эпохи Возрождения (XIII век н. э.) человечество получило первые оптические приборы: очки и увеличительное стекло. Значительно позднее были изобретены микроскоп и зрительная труба (в начале XVII столетия).

Научная разработка задач оптического приборостроения началась с конца XVII столетия благодаря трудам таких выдающихся ученых, как Р. Декарт (1596—1650 гг.), П. Ферма (1601—1665 гг.), И. Ньютон (1643—1727 гг.), Л. Эйлер (1707—1783 гг.), М. В. Ломоносов (1711—1765 гг.), К. Гаусс (1777—1855 гг.). Однако оформле-

ние теории оптических приборов в самостоятельную дисциплину произошло только в последней четверти XIX в., когда начался быстрый рост оптической промышленности.

В России благодаря трудам М. В. Ломоносова и Л. Эйлера в XVIII в. были заложены важнейшие основы для развития оптического производства. Позднее уже по конкретным разделам оптического приборостроения работали многие лица, в частности, О. Н. Малафеев занимался конструированием зрительных труб, В. Н. Чиколев (1845—1898 гг.) разрабатывал проблемы прожекторной оптики. Однако в XIX в. и позднее оптическая промышленность не получила надлежащего развития в России из-за косности и глубокого равнодушия царского правительства к этому новому делу.

Только после Великой Октябрьской социалистической революции началось планомерное создание нашей отечественной оптической промышленности.

Создание такой промышленности могло идти двумя путями. Первый путь: сначала строятся мелкие оптические предприятия, потом более крупные заводы, затем путем их объединения организуется большая оптическая промышленность; параллельно с ее техническим оснащением развивается и оптическая наука. Этот путь прост и естествен, но длителен.

Второй путь: создается мощная научная база, располагающая хорошо оснащенными лабораториями и высококвалифицированными научно-техническими кадрами, разрабатываются основы отечественной оптической промышленности. При этом широко используется зарубежный опыт. Этот путь, трудный, но короткий, и был избран в нашей стране.

В 1918 г. был создан Государственный оптический институт (ГОИ), носящий теперь имя акад. С. И. Вавилова, в котором работал ряд выдающихся советских ученых, возглавляемых первым директором ГОИ акад. Д. С. Рождественским. К их числу нужно отнести академиков С. И. Вавилова, А. А. Лебедева, И. В. Гребенщикова, В. П. Линника и членов-корреспондентов АН СССР Н. Н. Качалова, Д. Д. Максutowa, А. И. Тудоровского и др.

Первым достижением этой группы ученых была постановка производства оптического стекла в Советском Союзе, освободившая нашу страну от импорта сырья, необходимого для оптической промышленности. Вычислительное бюро ГОИ, руководимое А. И. Тудоровским, освоило методику расчета совершенных оптических систем. Уже в 1929 г. развитие советской оптической промышленности достигло такого уровня и размаха, что для руководства ею потребовалось создание специального технического и административного центра. Таким центром стало Всесоюзное объединение оптико-механической промышленности (ВООМП).

Кроме этого, для подготовки высококвалифицированных инженеров-оптотехников в 1930 г. был создан Ленинградский институт

точной механики и оптики (ЛИТМО) на базе ранее существовавшего техникума. К этому времени за рубежом не было вузов, готовящих инженеров для оптической промышленности.

В настоящее время ЛИТМО стал институтом, охватывающим многие области приборостроения. Его оптический факультет готовит инженеров-оптиков.

4. СОВРЕМЕННЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ОПТИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ В СОВЕТСКОМ СОЮЗЕ

Уже в середине тридцатых годов наша оптическая промышленность достигла уровня передовых стран Запада. В годы Великой Отечественной войны 1941—1945 гг. она блестяще выдержала трудный экзамен: в тяжелых условиях, будучи перебазированной в восточные районы страны, она бесперебойно снабжала Вооруженные Силы нашей страны оптическими приборами высокого качества.

Производство фотоаппаратуры, начатое еще в тридцатых годах, приобрело необычайный размах после окончания Великой Отечественной войны, а в последнее десятилетие начался выпуск и любительской киноаппаратуры.

Послевоенные годы — это годы освоения нашей промышленностью высокоточных уникальных оптических приборов для различных отраслей советской науки, в том числе интерферометров, спектрографов и т. п. Особенно блестящую страницу в истории советской оптики вписала наша промышленность постройкой зеркального астрономического телескопа с диаметром большого зеркала 2,6 м, самого крупного в Европе. В настоящее время ведутся работы по изготовлению самого большого в мире телескопа диаметром 6,0 м.

К числу крупных достижений советской оплотехники относится создание проф. М. М. Русиновым широкоугольных фотографических объективов для аэрофотокамер, выдвинувшее советскую аэросъемку на первое место в мире. Широкой известностью во всем мире пользуются менисковые астрономические объективы Д. Д. Максудова.

В настоящее время наша оптическая промышленность находится в состоянии дальнейшего роста и расцвета. Закладываются основания для построения оптической промышленности в республиках и краях нашей страны, никогда раньше не имевших такой промышленности. В то же время жизнь ставит перед оплотехниками Советского Союза новые интереснейшие задачи. Для автоматического управления различными производственными процессами и для контроля получаемой при этом продукции требуются новые и своеобразные *оптические датчики* — автоматически действующие оптические измерительные и контролирующие приборы.

Перед оплотехниками и учеными других специальностей стоит очень важная нерешенная проблема: научить электронную вычисли-

тельную машину читать печатный написанный текст, иными словами, наладить поступление информации по оптическому каналу. Применение в народном хозяйстве радиоактивных изотопов требует многочисленных оптических приборов для дистанционного наблюдения за манипуляциями, производимыми с радиоактивными веществами.

Огромный успех советской оплотехники — создание аппаратуры для фотографирования обратной стороны луны, положившее начало новой отрасли оптического приборостроения — космическим оптическим приборам для астронавигации, астрономических наблюдений (и фотосъемки) с борта космических кораблей и изучения радиации солнца и других небесных тел. Следует еще отметить, что открытые недавно квантовые генераторы света (лазеры), дающие мощное монохроматическое и узко направленное излучение, до сего времени не получили в оплотехнике того широкого применения, которого они несомненно заслуживают. Но можно ожидать в ближайшем будущем появления многочисленных и разнообразных оптических приборов, работающих на квантовых генераторах. Если к этому прибавить ныне широко внедряемое в оптическое приборостроение применение электронных приемников лучистой энергии, в том числе телевизионных приемников, станет ясно, что советское оптическое приборостроение находится на новом подъеме и открывает широкое поле деятельности инженерно-техническим работникам оптической промышленности.

ГЛАВА I

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

А. ЗАКОНЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТА И ИХ ПРОСТЕЙШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

§ 1. Пучки лучей. Закон прямолинейного и независимого распространения света

Природа света двойственная: *волновая и корпускулярная*. Для понимания действия оптических приборов наиболее важен волновой характер света. Согласно волновой теории, свет распространяется от источника света в виде электромагнитных волн подобно волнам, возникающим на поверхности воды от брошенного камня. Распространение света происходит вдоль линий, нормальных к волновым поверхностям. Эти линии называются световыми лучами. В прозрачной, но неоднородной по плотности или по химическому составу среде лучи могут быть криволинейными. Но в однородной и изотропной среде (а таковы почти все среды, применяемые в оптическом приборостроении) лучи света прямолинейны.

Примером неоднородной прозрачной среды может служить атмосфера земли. Лучи света, идущие от звезд и пронизывающие всю толщу земной атмосферы, заметно искривляются. Астрономы знают и учитывают это явление, известное под названием воздушной рефракции. Но на небольших расстояниях, какие встречаются в оптических приборах, можно (за редкими исключениями) считать воздух совершенно однородным. Изотропными называются среды, в которых скорость распространения света (а следовательно, и показатель преломления) не зависит от направления. Анизотропными (т. е. не изотропными) средами являются различные кристаллы. Они редко применяются в оптических приборах (за исключением поляризационных устройств).

Основным материалом, из которого изготавливаются оптические детали (призмы, линзы, пластинки) приборов, служит оптическое стекло, отличающееся от технического стекла чистотой, прозрач-

ностью, отсутствием окраски, пузырей и посторонних включений. При его изготовлении принимаются особые меры, обеспечивающие его однородность и изотропность. Поэтому при расчете оптических приборов можно все среды, пронизываемые световыми лучами, считать однородными и изотропными, а лучи света в каждой среде — прямолинейными.

Совокупность множества световых лучей, нормальных к некоторой волновой поверхности и заполняющих некоторый (обычно ограниченный) участок этой поверхности, называется *пучком световых лучей*. Из изолированной светящейся точки A (рис. I.1) свет распространяется в пространстве, образуя сферические волновые поверхности W_1 , W_2 и т. д. Совокупность лучей, исходящих из точки A и заполняющих все окружающее эту точку пространство, называется *неограниченным пучком лучей*. Если же на некотором расстоянии от точки A поставлен непрозрачный экран E с отверстием, то за экраном образуется *ограниченный пучок лучей*. Он ограничивается лучами AB_1 и AB_2 , проведенными из точки A через края отверстия. При этом за экраном образуется область тени (показана штриховкой), куда не проникает свет, идущий от точки A .

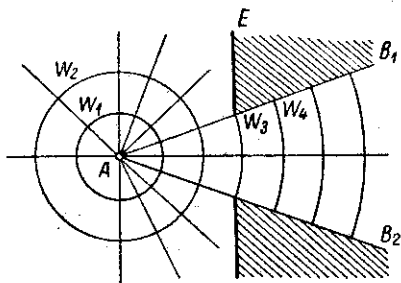


Рис. I. 1

Ограниченный пучок лучей вырезает из волновых поверхностей W_3 , W_4 и т. д. ограниченные участки. Однако физически это невозможно: волновые поверхности — это поверхности уровня светового поля, потому они не могут обрываться. Исследование этого парадокса показало, что в пограничном слое (вдоль лучей AB_1 и AB_2), ширина которого соизмерима с длиной световых волн, происходят сложные явления, известные под названием дифракции света. В этом слое волновые поверхности резко изгибаются, а закон прямолинейного распространения света, да и само понятие о световых лучах становятся неприменимыми. Явление дифракции не позволяет выделить очень узкий пучок световых лучей, делая отверстие в экране E малым: в этом случае дифракция усиливается, и свет за экраном расходится более широким пучком.

В пределах геометрической оптики мы пренебрежем явлениями дифракции, полагая, что имеющиеся в оптических приборах отверстия, ограничивающие ширину проходящих через приборы пучков лучей, несоизмеримо больше (на три-четыре порядка) длины световой волны. В таком случае влияние дифракции на распространение света становится действительно пренебрежимо малым. Таким образом мы заменяем волновую теорию света упрощенной «лучевой теорией», которая вполне достаточна для многих

инженерных расчетов, но не может удовлетворительно объяснить тонкую структуру оптического изображения. В таких случаях мы оставляем за собой право прибегать к теории дифракции.

Пучок лучей B_1AB_2 — расходящиеся. В природе встречаются только расходящиеся пучки лучей, и глаз человека, помещенный в таком пучке, как бы мысленно продолжает входящие в его зрачок лучи обратно и видит светящуюся точку A в месте их пересечения. Однако в оптических приборах часто создаются сходящиеся пучки лучей. Глаз человека, находящийся в таком пучке лучей, не способен видеть светящуюся точку. Пограничным между сходящимся и расходящимся пучками является пучок параллельных лучей, часто осуществляемый в оптических приборах. Но и в природе человек имеет дело с параллельными (или почти

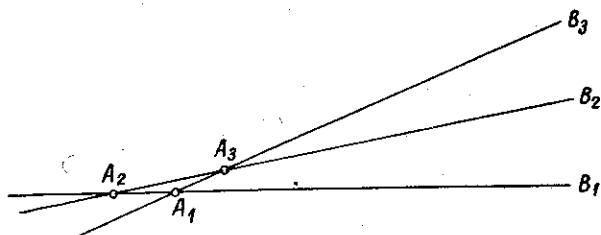


Рис. I. 2

параллельными) лучами в случае, когда наблюдаемый предмет находится далеко. В пучке параллельных лучей глаз человека хорошо видит предметы (например, звезды, луну, далекие предметы на земле).

Представленный на чертеже (рис. I.1) пучок лучей отличается тем свойством, что все лучи пересекаются в одной точке A . Пучки, обладающие этим свойством, называются *гомоцентрическими* пучками лучей. В природных условиях человек имеет дело именно с такими пучками лучей, но пучки лучей, создаваемые оптическими приборами, нередко бывают *негомоцентрическими*. На чертеже (рис. I.2) показаны три луча A_1B_1 , A_2B_2 и A_3B_3 , принадлежащие негомоцентрическому пучку лучей и не пересекающиеся в одной точке. Нетрудно понять, что глаз человека помещенный в расходящемся ходе негомоцентрического пучка лучей, не может точно локализовать положение светящейся точки, иначе говоря, вместо резкой точки он увидит расплывчатое пятно рассеяния, захватывающее область $A_1A_2A_3$, в которой происходит пересечение лучей.

Нерезкость изображения — существенный недостаток оптического прибора. Поэтому конструктор оптических приборов всегда стремится к тому, чтобы пучки лучей, покидающие прибор и направляющиеся в глаз человека или в иной приемник световой энергии, были гомоцентрическими или так мало отличались от

гомоцентрических, чтобы нерезкость изображения стала неуловимой для глаза. Поэтому высококачественный оптический прибор должен входящие в него гомоцентрические пучки лучей преобразовывать так, чтобы они оставались гомоцентрическими (или почти гомоцентрическими) после их выхода из прибора.

Обычно принято считать, что чем уже пучок лучей, тем меньше он отличается от гомоцентрического пучка. Но существуют даже бесконечно узкие пучки лучей с резким нарушением гомоцентричности. На чертеже (рис. 1.3) представлена элементарная площадка ds волновой поверхности, окружающая точку A . Прямая AO_2 — нормаль к волновой поверхности. Из теории поверхностей известно, что через нормаль в любой точке поверхности можно проложить два взаимно перпендикулярных главных сече-

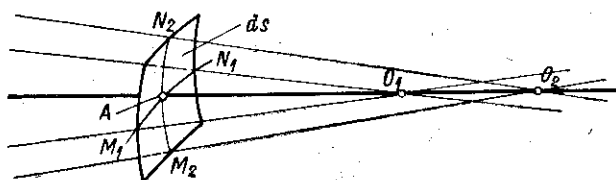


Рис. 1.3

ния M_1N_1 и M_2N_2 , в которых радиусы кривизны AO_1 и AO_2 имеют наибольшее и наименьшее значение. Эти сечения называются главными. Поэтому лучи (нормали к волновой поверхности), лежащие в горизонтальном сечении, пересекаются в точке O_1 , а лучи, лежащие в вертикальном сечении, — в точке O_2 . Расстояние между точками O_1 и O_2 может быть большим независимо от размеров площадки ds (точки O_1 и O_2 могут, например, лежать по разным сторонам от поверхности ds). Такая негомоцентричность называется астигматизмом, а описанный здесь бесконечно узкий пучок лучей — астигматическим.

К первому закону распространения света, утверждающему прямолинейность лучей света, обычно еще добавляется положение о независимом распространении света: если в какой-либо области пространства встречаются пучки лучей, идущие в разных направлениях, то они не влияют друг на друга и каждый пучок распространяется так, как если бы других пучков не существовало. Это положение строго справедливо для пучков лучей, идущих от различных источников света, и нарушается, по-видимому, только сверхмощными излучениями, пронизывающими атмосферы некоторых звезд. Но в физической оптике известно явление интерференции, когда пучки световых лучей, идущие от одного источника света по различным путям, встречаясь, могут не только усилить, но в известных условиях и ослабить друг друга, что явно противоречит указанному положению. В геометрической оптике явления

интерференции не рассматриваются, и в дальнейших разделах курса мы будем пользоваться теорией интерференции только при изучении тонкой структуры изображения (например, при рассмотрении образования изображения в микроскопе, см. § 70).

§ 2. Преломление света

Для преобразования пучков световых лучей в оптических приборах применяются два явления: преломление света на границе двух прозрачных сред и отражение света от полированных зеркальных поверхностей.

Пусть световой луч AP падает в точке P на поверхность, разделяющую две прозрачные среды с показателями преломления n и n' и называемую преломляющей поверхностью (рис. 1. 4). Восстановим в точке P падения луча нормаль NN' к поверхности.

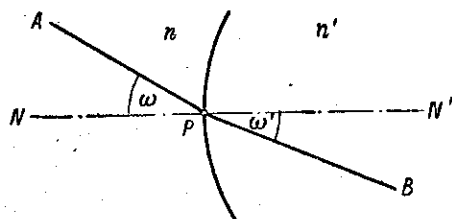


Рис. 1. 4

Угол $\omega = \angle NPA$ назовем углом падения луча AP . Во второй среде распространяется преломленный луч PB , образующий с той же нормалью NN' угол преломления $\omega' = \angle N'PB$. Закон преломления, открытый голландским математиком и астрономом В. Снеллиусом (1580—1626 гг.) в 1626 г. и приведенный к более удобной

форме французским ученым Р. Декартом (1596—1650 гг.) в 1637 г., состоит из двух частей. В первой части содержится утверждение, что падающий и преломленный лучи (AP и PB) и нормаль (NN') в точке падения (P) луча лежат в одной плоскости. Вторая часть закона преломления устанавливает математическую зависимость между углами ω и ω' :

$$n' \sin \omega' = n \sin \omega. \quad (I. 1)$$

Произведение показателя преломления на синус угла, образованного лучом с нормалью в точке падения, остается постоянным при переходе через преломляющую поверхность.

Из формулы (I. 1) вытекает, что при переходе из среды оптически менее плотной ($n < n'$) в среду более плотную луч, преломляясь, притягивается к нормали (как показано на рис. 1. 4). В противном случае (если $n > n'$) луч, наоборот, отклоняется от нормали, и поэтому $\omega' > \omega$.

В оптических приборах применяются преломляющие поверхности двух типов: наружные поверхности, разграничивающие воздух и стекло, и поверхности склейки двух оптических деталей. Показатель преломления воздуха относительно пустоты мало отличается от единицы: $n_a = 1,00027$. В оплотехнике принято опре-

делять показатели преломления не относительно пустоты, а относительно воздуха. При этом показатель преломления воздуха принимается равным единице.

Различные марки (сорта) оптического силикатного стекла отличаются друг от друга не только величиной показателя преломления n_D для основной длины волны $\lambda_D = 589,8 \text{ мкм}$ (желтая линия D натрия), но и величиной их дисперсии, характеризуемой разностью показателей преломления данного стекла $n_F - n_C$ для двух разных длин волн: $\lambda_F = 486,1 \text{ нм}$ (зелено-голубая линия F водорода) и $\lambda_C = 656,3 \text{ нм}$ (красная линия C водорода). Марки стекла, обладающие малой дисперсией, называются *кронами*, а обладающие высокой дисперсией — *флинтами*.

К важнейшим характеристикам различных марок оптического стекла относится также коэффициент дисперсии ν , выражаемый формулой

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}. \quad (\text{I. 2})$$

Показатели преломления n_D кронов лежат обычно в пределах от 1,44 до 1,57, а так называемых тяжелых кронов — до 1,74. Флинты имеют показатели преломления n_D от 1,54 до 2,04. Коэффициенты дисперсии ν кронов лежат в пределах от 50,2 до 70,0, а для флинтов эти пределы составляют 18,1—47,2.

Крон марки К8, часто применяемый для изготовления призм и собирательных линз, имеет характеристики: $n_D = 1,5163$ и $n_F - n_C = 0,00806$. Характерный флинт марки Ф1 имеет показатель $n_D = 1,6128$ и дисперсию $n_F - n_C = 0,01659$. Флинты и кроны отличаются друг от друга по химическому составу.

Кроме силикатного, постепенно все чаще начинают применять в оптическом приборостроении органическое стекло, отличающееся малым удельным весом порядка $1,20 \text{ г/см}^3$ при высокой прочности. Наиболее известен полиметилметакрилат (марочные названия — плексиглас, акрилит, увиоглас и др.), превосходящий силикатное стекло по прозрачности (особенно в ультрафиолете), легко обрабатываемый на металлорежущих станках и штампованием (при нагреве до $105\text{—}150^\circ$). По оптическим характеристикам он не отличается от обычных кронов, n_D лежит в пределах от 1,482 до 1,521. Линзы с асферическими поверхностями, с большим трудом изготавливаемые из силикатного стекла, легко могут быть выполнены штампованием из органического стекла.

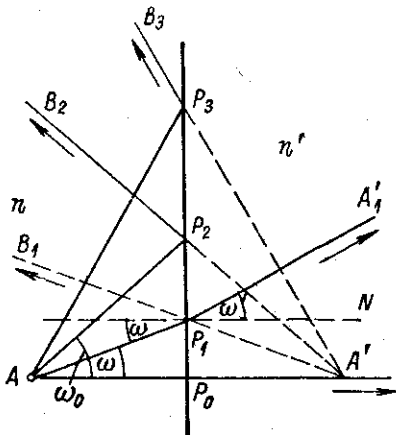


Рис. I. 5

Иногда в оптических приборах применяются и другие прозрачные вещества, в их числе — некоторые кристаллы. К таким прозрачным материалам относятся:

	n_D	$n_F - n_C$	ν
Флюорит CaF_2	1,43385	0,00454	95,30
Кварц кристаллический SiO_2			
обыкновенный	1,54424	0,00778	69,97
необыкновенный	1,55335	0,00806	68,62
Стекло кварцевое	1,45843	0,00677	67,70
Сильвин KCl	1,49038	0,01113	44,05
Каменная соль NaCl	1,54432	0,01273	42,77
Вода	1,33295	0,00601	55,38

При преломлении света на границе двух прозрачных сред всегда происходит частичное отражение света от этой границы. Таким образом, луч AP_0 (рис. 1. 5), идущий перпендикулярно к плоской преломляющей поверхности, у точки P_0 образует углы падения и преломления, равные нулю: $\omega = \omega' = 0$. При этом большая часть света проходит во вторую среду по направлению P_0A' , а меньшая часть, отразившись у точки P_0 , возвращается обратно в первую среду по направлению P_0A .

Пусть луч AP_1 образует у точки P_1 угол падения ω . Если при этом свет проходит из среды с большим показателем преломления в среду с меньшим показателем, т. е. если $n > n'$, то по закону преломления $\omega' > \omega$. Поэтому, если увеличивать угол ω , то будет расти и угол ω' , который всегда больше угла ω . При некотором значении ω_0 угла ω угол ω' станет равным 90° , а его синус — единице. Подставив это значение в закон преломления, найдем угол ω_0 :

$$\sin \omega_0 = \frac{n'}{n}. \quad (1.3)$$

Луч AP_2 , образующий угол падения ω_0 , во второй среде скользит по преломляющей поверхности по направлению P_2P_3 . Часть света, отраженная у точки P_2 , пойдет в первой среде по направлению P_2B_2 .

Если луч образует угол падения, превосходящий ω_0 , например луч AP_3 , то весь свет целиком отражается от преломляющей поверхности, как от идеального зеркала, несмотря на то, что преломляющая поверхность прозрачна. Это явление называется *полным внутренним отражением*, а угол ω_0 , определяемый формулой (1. 3), называется *предельным углом полного внутреннего отражения*. Обычно полное внутреннее отражение происходит на границе между стеклом и воздухом. Поэтому, положив $n' = 1$, получим вместо выражения (1. 3)

$$\sin \omega_0 = \frac{1}{n}. \quad (1.4)$$

При часто применяемом стекле марки К8 имеем: $n = 1,5163$. По формуле (1. 4) найдем: $\omega_0 \approx 41^\circ 16'$.

Полное внутреннее отражение применяется часто в конструкции так называемых отражательных призм. Из них простейшей является прямоугольная (равнобедренная) призма, главное сечение которой имеет форму равнобедренного прямоугольника (рис. I. 6). Луч SP_1 , падающий перпендикулярно к входной грани AB , проходит через эту грань прямо и достигает гипотенузной грани BC в точке P_2 . По чертежу легко определяется угол падения ω у точки P_2 : он равен 45° . Так как он больше предельного угла ω_0 , найденного выше, на гипотенузной грани BC происходит полное внутреннее отражение, и отраженный луч P_2P_3 пойдет по направлению, перпендикулярному к выходной грани AC призмы. На этой грани у точки P_3 луч образует углы падения и преломления, равные нулю, и покидает призму по направлению P_3S' , перпендикулярному к грани AC . В результате прямоугольная отражательная призма отклоняет световые лучи на 90° от их первоначального направления. Ниже будут рассмотрены еще некоторые отражательные призмы иного устройства.

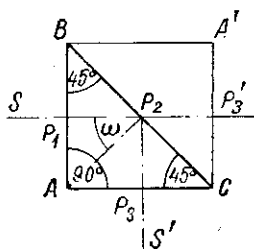


Рис. I. 6

§ 3. Отражение света

От полированных поверхностей свет отражается следуя *закону отражения света*. Первая часть этого закона совпадает с первой частью закона преломления: падающий луч, нормаль к отражающей поверхности в точке падения и отраженный луч лежат в одной плоскости. Вторая часть закона преломления сводится к утверждению, что углы падения и отражения равны друг другу и лежат по разные стороны от нормали к поверхности в точке падения луча. Такая несколько неуклюжая формулировка второй части этого закона может быть упрощена, если пользоваться для углов ω и ω' правилом знаков: угол, образованный поворотом луча по на-

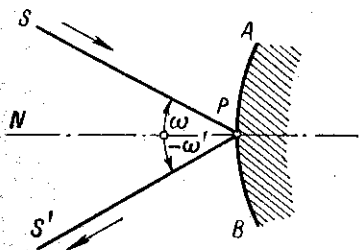


Рис. I. 7

правлению часовой стрелки, считая от нормали к поверхности, — положительный, в противном случае — отрицательный. На чертеже (рис. I. 7) показан луч SP , падающий на отражающую поверхность AB , нормаль NP в точке падения луча и отраженный луч PS' . По приведенному правилу знаков угол $\omega = \angle NPS$ — положителен, а угол $\omega' = \angle NPS'$ — отрицателен. Поэтому закон отражения представляется простой формулой:

$$\omega' = -\omega \quad (\text{I. 5})$$

Для теории оптических приборов очень важно заметить, что закон отражения (I. 5) формально может быть представлен, как частный случай закона преломления (I. 1) при условии:

$$n' = -n. \quad (\text{I. 6})$$

Благодаря этому все формулы геометрической оптики, введенные для случая оптических систем с преломляющими поверхностями, могут быть непосредственно приложены к оптическим системам, содержащим отражающие поверхности. Для этого достаточно для каждой отражающей поверхности ввести условие (I. 6)

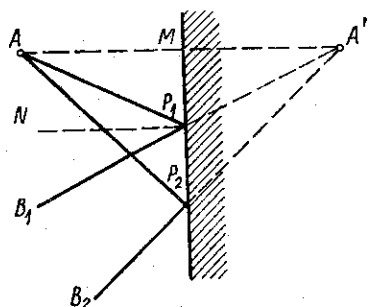


Рис. I. 8

Пусть из точки A (рис. I. 8) на плоское зеркало MP_2 падает гомоцентрический пучок лучей. После отражения эти лучи образуют снова гомоцентрический пучок лучей с центром в точке A' , лежащей на перпендикуляре AM , опущенном из точки A на плоское

зеркало, причем $MA' = MA$. Возьмем, например луч AP_1 . Соединив точки P_1 и A' прямой, получим отраженный луч P_1B_1 . При помощи чертежа легко доказать, что при этом $\angle NP_1A = \angle NP_1B_1$ и что, следовательно, при отражении этого луча соблюден закон отражения.

Таким образом, как бы ни располагалась точка A , плоское зеркало создает точечное изображение A' этой точки. Плоское зеркало относится к числу немногих известных нам оптических систем, способных создавать точечное изображение для точки, как угодно расположенной в пространстве.

Пусть луч AP (рис. I. 9) отражается от плоского зеркала L_1M_1 , образуя с нормалью N_1P углы падения и отражения $\omega_1 = \angle APN_1 = \angle N_1PB_1$. Пусть далее зеркало повернется на угол $\beta = \angle L_1PL_2$, заняв новое положение L_2M_2 . Определим угол $\alpha = \angle B_1PB_2$, на который повернется отраженный луч. Очевидно, что при повороте зеркала на угол β на такой же угол повернется и нормаль: $\beta = \angle N_1PN_2$. По чертежу найдем новый угол падения луча $\omega_2 = \angle APN_2 = \angle N_2PB_2$

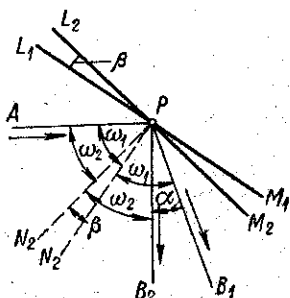


Рис. I. 9

$$\omega_1 - \omega_2 = \beta. \quad (\text{I. 7})$$

Далее из чертежа находим

$$\alpha = 2(\omega_1 - \omega_2). \quad (I. 8)$$

Из равенства (I. 7) следует окончательная формула

$$\alpha = 2\beta. \quad (I. 9)$$

Таким образом, при повороте плоского зеркала на некоторый угол отраженный луч поворачивается на удвоенный угол.

Вращающиеся (вернее, качающиеся) зеркала часто применяются в оптических приборах для изменения направления визирного луча в пространстве предметов. Вращающиеся зеркала могут быть заменены вращающимися отражательными призмами. Закономерность (I. 9) при этом сохраняется.

Рассмотрим теперь два плоских зеркала P_1O и P_2O , образующих угол $\sigma = P_1OP_2$ (рис. I. 10). Световой луч проходит в такой системе ломаный путь AP_1P_2B . Определим угол $\alpha = P_1MB$ между положительными направлениями предметов, входящего в систему, и луча, выходящего из нее. Пусть у точки P_1 луч образует углы падения и отражения ω_1 , а у точки P_2 — углы ω_2 . Пусть далее точка N есть точка пересечения нормалей P_1N и P_2N . Угол LNP_2 равен углу $\sigma = P_1OP_2$ (их стороны попарно взаимно перпендикулярны). В то же время угол LNP_2 — внешний угол треугольника P_1NP_2 , а потому

$$\omega_1 + \omega_2 = \sigma. \quad (I. 10)$$

Угол $\alpha = P_1MB$ также является внешним углом для треугольника P_1MP_2 , вследствие чего находим

$$\alpha = 2(\omega_1 + \omega_2). \quad (I. 11)$$

Используя выражение (I. 10), получаем из равенства (I. 11) окончательную формулу

$$\alpha = 2\sigma. \quad (I. 12)$$

Интересно заметить, что угол α не зависит от углов ω_1 и ω_2 . Это значит, что при повороте двойного зеркала как целой системы (угол σ при этом не меняется) угол α останется неизменным, а следовательно, направление выходящего из системы луча остается постоянным и не зависит от поворота системы. Таким образом, двойное зеркало в этом отношении резко отличается от простого зеркала, поворот которого вызывает поворот луча на удвоенный угол. Это свойство двойного зеркала очень ценно для оптического приборостроения, так как делает оптические приборы нечувствительными к возникающим в процессе эксплуатации нарушениям регулировки, например к изгибу трубы при одностороннем нагреве ее солнечными лучами.

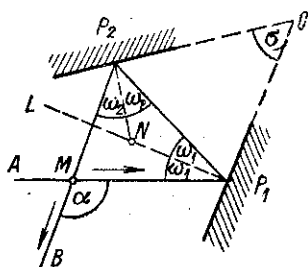


Рис. I. 10

Двойное зеркало практически чаще всего осуществляется в виде пентапризмы (рис. I. 11). Чтобы начертить ее контур $AB_1D_1D_2B_2$, следует сначала построить квадрат AB_1CB_2 , сторона которого равна ширине проходящего пучка a . На продолжении диагонали AC откладывается отрезок CE , равный a . Точка E соединяется прямыми с углами B_1 и B_2 квадрата. Стороны квадрата B_1C и B_2C продолжают до пересечения с линиями B_1E и B_2E в точках D_1 и D_2 . Точки D_1 и D_2 соединяются прямой. Осевой луч проходит в пентапризме ломанный путь $P_1P_2P_3P_4$. Угол B_1AB_2 между входной и выходной гранью пентапризмы равен 90° . Угол B_1EB_2 между отражающими гранями составляет 45° . Угол α между лучами P_1P_2 и P_3P_4 тоже равен 90° , что следует из формулы (I. 12) при $\sigma = 45^\circ$.

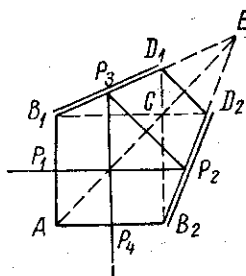


Рис. I. 11

Углы падения на отражающие грани у точек P_2 и P_3 составляют $22^\circ 30'$ и, следовательно, меньше предельного угла полного внутреннего отражения. Чтобы отражение все же произошло, грани B_1D_1 и B_2D_2 должны быть покрыты отражающим слоем металла (серебра или алюминия).

§ 4. Плоскопараллельная пластинка

Плоскопараллельная пластинка — часто встречающаяся деталь оптических приборов, характеризующаяся тем, что она состоит из одного куска оптического стекла и имеет две плоскопараллельные грани — входную и выходную. Плоскопараллельные пластинки применяются в качестве защитных стекол для предохранения внутренних полостей оптических приборов от проникновения в них пыли и влаги. Изготовленные из цветного или дымчатого стекла, плоскопараллельные пластинки служат в качестве светофильтров. Так называемые сетки — это тоже плоскопараллельные пластинки с выгравированными на них шкалами, перекрестьями или иными марками, которые должны быть видны в поле зрения прибора одновременно с наблюдаемым предметом. Но наиболее важно знать действие плоскопараллельной пластинки потому, что часто применяемые в оптических приборах отражательные призмы во многих отношениях эквивалентны (равноценны) плоскопараллельной пластинке.

Пусть светящаяся точка A (рис. I. 12) находится на расстоянии z от входной грани плоскопараллельной пластинки, толщина которой равна d , а показатель преломления стекла равен n . Луч AS_1 , совпадающий с нормалью к грани S_1P_1 пластинки, как нетрудно заметить, образует на двух ее гранях углы падения и преломления, равные нулю, а потому он проходит через всю пластинку по прямой AS_2 . Мы рассмотрим здесь ход другого

луча AP_1 , образующего у точки P_1 углы падения и преломления ω_1 и ω'_1 , а у точки P_2 — углы ω_2 и ω'_2 . Учитывая, что показатель преломления воздуха равен единице, и применяя закон преломления (I. 1) к преломлению рассматриваемого луча на двух гранях пластинки, получим два выражения:

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega_1 &= n \sin \omega'_1; \\ n \sin \omega_2 &= \sin \omega'_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 13})$$

Но по чертежу устанавливаем, что $\omega_2 = \omega'_1$. Поэтому левая часть второй формулы (I. 13) совпадает с правой частью первой формулы, а следовательно, должны быть равны левая часть первой и правая часть второй формулы. Таким образом находим, что углы ω_1 и ω'_2 равны. Если учесть, что нормали к граням пластинки, восстановленные в точках P_1 и P_2 , параллельны друг другу, то из равенства углов ω_1 и ω'_2 следует, что луч P_2B , покидающий пластинку, параллелен лучу AP_1 , падающему на нее. Обратное продолжение луча P_2B встречает осевую прямую AS_2 в точке A' , которую можно в первом приближении рассматривать как изображение точки A . Определим теперь отрезок $\Delta = AA'$, смещение изображения, вызываемое плоскопараллельной пластинкой.

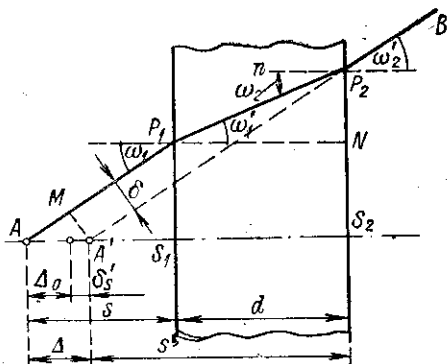


Рис. I. 12

Для этого найдем сначала отрезок P_1P_2 из треугольника P_1NP_2

$$P_1P_2 = \frac{d}{\cos \omega'_1}. \quad (\text{I. 14})$$

Затем найдем по чертежу отрезок $\delta = MA'$

$$\delta = P_1P_2 \sin (\omega'_2 - \omega_2). \quad (\text{I. 15})$$

Пользуясь формулой (I. 14) и доказанными выше положениями: $\omega_2 = \omega_1$ и $\omega'_2 = \omega'_1$, получим из выражения (I. 15)

$$\delta = \frac{\sin (\omega_1 - \omega'_1)}{\cos \omega'_1} d. \quad (\text{I. 16})$$

Простым тригонометрическим преобразованием это выражение приводится к виду

$$\delta = (\sin \omega_1 - \cos \omega_1 \operatorname{tg} \omega'_1) d$$

и далее, благодаря первой формуле (I. 13)

$$\delta = \sin \omega_1 \left(1 - \frac{\cos \omega_1}{n \cos \omega_1'} \right) d. \quad (\text{I. 17})$$

Находим

$$\cos \omega_1' = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \omega_1}{n^2}}.$$

Поэтому получим вместо выражения (I. 17)

$$\delta = \sin \omega_1 \left(1 - \frac{\cos \omega_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \omega_1}} \right) d. \quad (\text{I. 18})$$

Это окончательная точная формула для величины δ сдвига луча плоскопараллельной пластинкой.

Смещение Δ изображения легко находится из треугольника AMA'

$$\Delta = \frac{\delta}{\sin \omega_1}.$$

Применив выражение (I. 18) получаем

$$\Delta = \left(1 - \frac{\cos \omega_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \omega_1}} \right) d. \quad (\text{I. 19})$$

Из полученной точной формулы для смещения Δ изображения следует, что это смещение пропорционально толщине пластинки. Но, кроме того, из этой формулы видно, что Δ зависит от угла ω_1 . Пусть из точки A исходит гомоцентрический пучок лучей, образующих на входной грани пластинки различные углы падения ω_1 . По формуле (I. 19) для этих лучей получаются разные значения величины Δ , а значит пучок лучей, бывший до пластинки гомоцентрическим, после выхода из пластинки становится негомоцентрическим, а изображение точки A делается нерезким.

Величину возникающей при этом ошибки определим для случая малых углов ω_1 . В этом случае можно разложить в ряды тригонометрические и другие функции угла ω_1 , отбросив из этих рядов члены, содержащие четвертую и более высокие степени угла. Таким приемом можно получить приближенные формулы третьего порядка малости, точность которых бывает достаточной для решения многих практических задач.

Пользуясь известными формулами для разложения в ряд тригонометрических функций, получим:

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega_1 &= \omega_1 \left(1 - \frac{1}{6} \omega_1^2 \right); \\ \sin^2 \omega_1 &= \omega_1^2; \\ \cos \omega_1 &= 1 - \frac{1}{2} \omega_1^2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 20})$$

Выражение (I. 19) приводится к виду

$$\Delta = \left(1 - \frac{1 - \frac{1}{2} \omega_1^2}{n \sqrt{1 - \frac{\omega_1^2}{n^2}}} \right) d. \quad (\text{I. 21})$$

Далее воспользуемся известной приближенной формулой, также обеспечивающей точность до членов третьего порядка малости:

$$\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1 + \frac{1}{2}x, \quad (\text{I. 22})$$

где x — величина второго порядка малости.

Это позволяет привести формулу (I. 21) к виду

$$\Delta = \left[1 - \frac{1}{n} \left(1 - \frac{1}{2} \omega_1^2 \right) \left(1 + \frac{1}{2n^2} \omega_1^2 \right) \right] d, \quad (\text{I. 23})$$

откуда после понятных упрощений следует

$$\Delta = \frac{n-1}{n} \left(1 + \frac{n+1}{2n^2} \omega_1^2 \right) d. \quad (\text{I. 24})$$

Отсюда находим при $\omega_1 = 0$

$$\Delta_0 = \frac{n-1}{n} d. \quad (\text{I. 25})$$

Разность $\delta s' = \Delta - \Delta_0$ называется сферической аберрацией пластинки. Вследствие (I. 24) и (I. 25) получаем для сферической аберрации $\delta s'$ выражение

$$\delta s' = \frac{n^2 - 1}{2n^3} \omega_1^2 d. \quad (\text{I. 26})$$

Рассматривая какой-либо предмет через толстую плоскопараллельную пластинку, вы не сможете, однако, обнаружить ни малейшей нерезкости изображения этого предмета. Это объясняется малым угловым отверстием пучков лучей, входящих в зрачок глаза. В самом деле, полагая, что половина диаметра зрачка глаза равна 1 мм, а рассматриваемое изображение удалено от зрачка глаза на расстояние 250 мм, найдем, что угол $\omega_1 = 1/250 \text{ рад} = 0,004 \text{ рад}$. Положив далее $n = 1,5$, подсчитаем по формуле (I. 26): $\delta s' \approx 3 \cdot 10^{-6} d$. Если d равно даже 100 мм, получим $\delta s' = 0,3 \text{ мкм}$. Эта величина лежит далеко за пределами различимости для невооруженного глаза.

В оптическом приборе плоскопараллельная пластинка может находиться в пучках лучей, обладающих значительно большим угловым отверстием, и сферическая аберрация $\delta s'$, вносимая пластинкой, может оказаться недопустимо большой. В таких случаях

сферическую aberrацию $\delta s'$ пластинки компенсируют при помощи введения в другую часть оптической системы сферической aberrации, равной $\delta s'$ по абсолютной величине, но обратной по знаку. Эти соображения позволяют при предварительном конструктивном расчете оптических систем совсем не учитывать сферическую aberrацию, а смещение Δ изображения рассчитывать по простой формуле (I. 25). Для приближенной оценки ожидаемого смещения Δ положим в этой формуле $n = 1,5$. Тогда получим $\Delta = 1/3d$, т. е. смещение Δ изображения при введении плоскопараллельной пластинки составляет около одной трети ее толщины d .

При этих расчетах мы не учитывали, что показатель преломления n меняется с изменением длины волны света. Величина ds' изменения смещения Δ при переходе от одной длины волны света к другой называется величиной хроматизма положения. Считая в формуле (I. 25) n переменной величиной, получим, дифференцируя эту формулу:

$$ds' = \frac{d}{n^2} dn. \quad (\text{I. 27})$$

Здесь dn — величина дисперсии: $dn = n_F - n_C$. Исключая d из формул (I. 25) и (I. 27), найдем:

$$ds' = \frac{dn}{n-1} \frac{\Delta}{n}. \quad (\text{I. 28})$$

Введем коэффициент дисперсии ν , иначе называемой числом Аббе и определяемый формулой

$$\nu = \frac{n-1}{dn} = \frac{n_D-1}{n_F-n_C}. \quad (\text{I. 29})$$

Окончательно получим

$$ds' = \frac{\Delta}{n\nu}. \quad (\text{I. 30})$$

Найдем ds' для пластинки, приняв $n = 1,5$; $\nu = 60,0$; $d = 90,0$ мм. Сначала по формуле (I. 25) получим: $\Delta = 30,0$ мм, а затем найдем из выражения (I. 30) $ds' = 0,33$ мм. Такая величина хроматизма положения может быть обнаружена глазом при внимательном наблюдении.

§ 5. Оптический клин

Под термином *оптический клин* в теории оптических приборов понимается преломляющая призма с малым преломляющим углом. На чертеже (рис. I. 13) преломляющий угол σ клина представлен для удобства чертежа довольно большим, но при рассмотрении

клина мы будем считать малыми как преломляющий угол σ , так и углы падения и преломления луча $\omega_1 = MP_1N$, $\omega_1' = NP_1P_2$, $\omega_2 = P_1P_2N$ и $\omega_2' = NP_2M$. Задача заключается в нахождении угла $\alpha = AMA'$.

Заметим, что в треугольнике P_1MP_2

$$\angle MP_1P_2 = \omega_1 - \omega_1';$$

$$\angle MP_2P_1 = \omega_2' - \omega_2.$$

Искомый угол α , как внешний угол в треугольнике P_1MP_2 , равен сумме углов MP_1P_2 и MP_2P_1

$$\alpha = \omega_1 - \omega_1' + \omega_2' - \omega_2. \quad (\text{I. 31})$$

По закону преломления находим:

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega_1 &= n \sin \omega_1'; \\ \sin \omega_2' &= n \sin \omega_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 32})$$

При малых углах эти выражения принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= n \omega_1'; \\ \omega_2' &= n \omega_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 33})$$

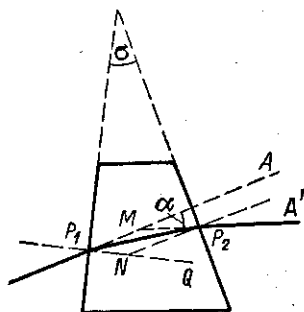


Рис. I. 13

В результате из выражения (I. 31) следует:

$$\alpha = (n - 1) (\omega_1' + \omega_2). \quad (\text{I. 34})$$

Угол QNP_2 равен σ , так как стороны этих углов попарно взаимно перпендикулярны. В то же время угол QNP_2 есть внешний угол в треугольнике P_1NP_2 . Поэтому

$$\sigma = \omega_1' + \omega_2. \quad (\text{I. 35})$$

Получим из выражения (I. 34) окончательную простую формулу

$$\alpha = (n - 1) \sigma. \quad (\text{I. 36})$$

При $n = 1,5$ $\alpha = 0,5 \sigma$. Следует отметить, что угол α не зависит от угла ω_1 падения луча на переднюю поверхность клина. Следовательно, α не меняется при повороте клина вокруг оси, перпендикулярной к плоскости чертежа. Нужно, однако, помнить, что это все справедливо только при малых углах ω_1 .

Дифференцируя выражение (I. 36) по n , найдем угловую дисперсию da :

$$da = \sigma dn. \quad (\text{I. 37})$$

Исключив σ из выражений (I. 36) и (I. 37), получим:

$$da = \frac{dn}{n-1} \alpha. \quad (\text{I. 38})$$

Введем коэффициент ν дисперсии по формуле (I. 29)

$$d\alpha = \frac{\alpha}{\nu}. \quad (\text{I. 39})$$

Коэффициент ν обычного стекла типа крон для приблизительного подсчета можно принять равным 60. Считая, что допустима угловая дисперсия $d\alpha$, равная одной минуте, получим, что наибольшее допустимое отклонение луча клином может составлять 1° , при этом преломляющий угол клина будет равен 2° .

Выражение (I. 39) позволяет устанавливать допуск на клиновидность плоскопараллельных пластинок, расположенных перед зрительной трубой. В этом случае допустимый угол $d\alpha$ определяется в секундах по формуле

$$d\alpha = \frac{60}{\Gamma}. \quad (\text{I. 40})$$

Здесь Γ — видимое увеличение зрительной трубы. Пользуясь формулами (I. 39) и (I. 36), найдем тогда выражение для угла σ , представляющего допуск на клиновидность пластинки:

$$\sigma = \frac{60\nu}{(n-1)\Gamma}. \quad (\text{I. 41})$$

Например, при $\Gamma = 30\times$, $n = 1,5$, $\nu = 60$ найдем $\sigma = 240'' = 4'$.

§ 6. Отражательные призмы

Выше были рассмотрены две отражательные призмы: простая прямоугольная призма с одним отражением и пентапризма. Существует много типов отражательных призм с числом отражений до пяти. Основное назначение этих призм — делать перевернутое изображение прямым. Призмы применяются также с целью придания прибору компактной, сжатой конструкции. В перископических приборах с помощью призм осуществляют наблюдение из-за прикрытия (или из подводной лодки, находящейся в погруженном состоянии). Призмы с полупрозрачными гранями часто используются для разделения одного пучка на две части или, наоборот, для соединения двух пучков. Качающиеся призмы позволяют изменять направление визирной оси, не поворачивая всего прибора. Существует и ряд других специфических задач, разрешаемых призмами специального устройства, например устранение поворота изображения призмой Довэ, изменение расстояния между осями двух окуляров в бинокулярных приборах и т. п.

Определение необходимых размеров призм требует от конструктора знания некоторых приемов, к числу которых относится так называемая оптическая развертка призм, которая позволяет определить длину хода осевого луча в призме. Поясним этот прием на простых примерах. На чертеже (рис. I. 14) показан

контур ABC главного сечения прямоугольной призмы с двумя отражениями и ход луча $P_1P_2P_3P_4$ в ней. Представим себе, что контур ABC вырезан из картона. Перекинем его вокруг стороны AB , так что он займет положение ABC' . Участок P_2P_3 хода луча при этом перейдет в положение P_2P_3' , составляющее прямое продолжение луча P_1P_2 . Затем перекинем контур ABC' вокруг стороны BC' , после чего он займет положение $BC'A'$. При этом отрезок P_3P_4 хода луча ляжет на продолжение луча P_1P_3 в виде отрезка P_3P_4' .

Таким образом, переворачивая контур сечения призмы вокруг каждой стороны этого контура, соответствующей отражающей грани, в той последовательности, в которой происходят отражения луча от отражающих граней, мы выполним оптическую развертку призмы и построим эквивалентную плоскопараллельную пластинку, толщина d которой равна длине пути луча внутри призмы. На нашем чертеже AC и $C'A'$ — входная и выходная грани плоскопараллельной пластинки, равноценной данной призме, а длина хода луча P_1P_4' равна толщине пластинки d .

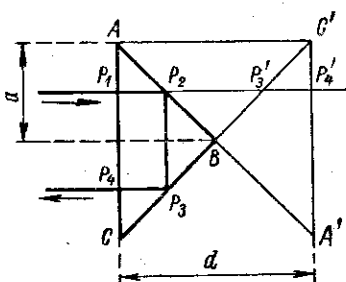


Рис. I. 14

Наибольшая ширина a пучка параллельных лучей, могущего пройти через развертку (а следовательно, и через призму), определяется вертикальной проекцией стороны AB . Для любой призмы толщина d эквивалентной пластинки выражается формулой

$$d = ka, \quad (I. 42)$$

где k — численный коэффициент, характеризующий призму данного типа.

Для прямоугольной призмы с двумя отражениями находим по чертежу

$$d = AC' = AC = 2a. \quad (I. 43)$$

Следовательно, для такой призмы $k = 2$.

Каждая призма должна непременно разворачиваться в плоскопараллельную пластинку. Клиновидность развертки нельзя допускать, так как она вносит ряд aberrаций (хроматизм, астигматизм и др.), несимметричных относительно оси проходящего пучка лучей, а потому не устранимых при помощи других компонентов симметричной оптической системы. Плоскопараллельность развертки рассматриваемой призмы легко доказать. Учитывая, что углы у вершин A и C контура призмы равны 45° , получаем: $\angle CAC' = \angle AC'A' = 90^\circ$, откуда и вытекает параллельность сторон AC и $C'A'$.

Вернемся к прямоугольной призме с одним отражением, рассмотренной выше (рис. I. 6). На чертеже показана и развертка $ABA'C$ этой призмы, причем $a = AB$, $d = P_1P'_3 = A'B = AB = a$. Коэффициент k равен единице.

На чертеже (рис. I. 15) представлена развертка пентапризмы. Наибольшая ширина a проходящего пучка лучей равна высоте входной грани призмы. Толщина d развертки пентапризмы состоит из трех отрезков l_1 , l_2 и l_3 . По чертежу имеем: $l_1 = l_3 = a$; $l_2 = a\sqrt{2}$. Поэтому $d = (2 + \sqrt{2})a$. Коэффициент k формулы (I. 42) равен 3,41421. Показанным на рассмотренных здесь примерах способом можно построить оптическую развертку и определить коэффициент k для любой призмы (кроме призм с крышей).

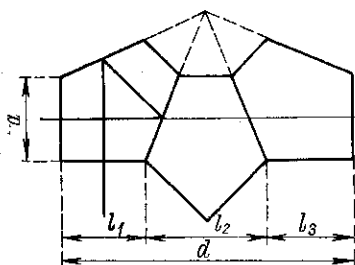


Рис. I. 15

Так как призмы применяются для оборачивания изображения, то очень важно уметь правильно определять оборачивающее действие призм. Для этой цели служит метод скрещенных стрелок. На чертеже (рис. I. 16) этот способ показан применительно к призмам трех типов. Перед каждой призмой помещен предмет, состоящий из двух взаимно перпендикулярных стрелок, расположенных так, что для наблюдателя, смотрящего на них со стороны призмы

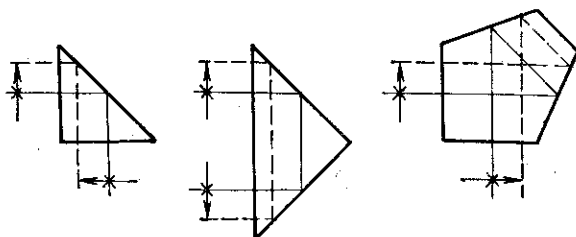


Рис. I. 16

(или со стороны прибора), вертикальная стрелка обращена острием вверх, а горизонтальная — острием направо. Вертикальная стрелка показана прямо на чертеже, горизонтальная показана условно: крестик обозначает, что она направлена острием от смотрящего на чертеж (или обращена к нему оперением). Если горизонтальная стрелка обращена к смотрящему на чертеж острием, она обозначается жирной точкой.

Оборачивание стрелки, лежащей в плоскости чертежа (вертикальной), легко можно проследить при помощи вспомогательного луча, проводимого через острие стрелки и параллельного осевому лучу (вспомогательный луч показан пунктиром). Острие изобра-

жения стрелки тоже лежит на этом луче. Место изображения нас не интересует и берется произвольно, лишь бы стрелки перекрещивались на осевом луче. Стрелка, перпендикулярная к плоскости чертежа, призмами, в которых весь ход осевого луча лежит в одной плоскости, совсем не оборачивается.

Для оборачивания стрелки, перпендикулярной к плоскости чертежа, применяются либо призмные системы с пространственным ходом осевого луча, либо призмы с крышей. К числу призмных систем с пространственным ходом осевого луча относятся две системы, предложенные русским изобретателем-самоучкой О. Н. Малафеевым в 1827 г. Несколько позднее такие же призмные системы были предложены итальянским оптиком Порро. На чертеже (рис. I. 17) показана система Малафеева первого рода в двух проекциях. Она состоит из двух одинаковых прямоугольных призм с двумя отражениями, главные сечения которых взаимно перпендикулярны. На вертикальной проекции видно, что призма P_1 оборачивает вертикальную стрелку, а на горизонтальной — что призма P_2 оборачивает горизонтальную стрелку. Система Малафеева первого рода применяется в полевых призмных биноклях.

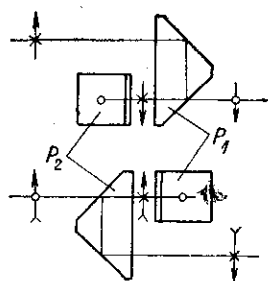


Рис. I. 17

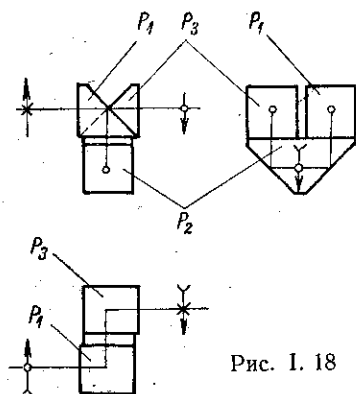


Рис. I. 18

Оборачивающая призмная система Малафеева второго рода представлена на чертеже (рис. I. 18) в трех проекциях. Она состоит из двух малых прямоугольных призм P_1 и P_3 с одним отражением и большой прямоугольной призмы P_2 с двумя отражениями. Она также дает полное оборачивание (переворачивает обе стрелки), как и первая система Малафеева.

Второй способ получения полного оборачивающего действия призмной системы заключается в применении призм с крышей. На чертеже (рис. I. 19) представлена в двух проекциях простая прямоугольная призма ABC с крышей. В нижней части чертежа показано поперечное сечение этой призмы плоскостью MN . Крыша образуется путем замены отражающей (гипотенузой) грани BC двумя гранями $B'D'$ и $B'E'$ путем срезания заштрихованных частей призмы. Двугранный угол между гранями крыши равен 90° , благодаря чему эти грани напоминают двускатную крышу дома.

На поперечном сечении призмы отмечаются точки D' и E' , с их помощью строится на левой проекции боковое ребро DE крыши, а на правой проекции находится положение углов D_1 и D_2 контура входной грани. Пусть точка R_1 представляет собой луч, перпендикулярный к плоскости чертежа. В призме этот луч упадет на правый скат крыши, отразившись от него по наклонному направлению R_1R_2 , луч этот в точке R_2 падает на левый скат крыши. После второго отражения луч R_2R_3 направляется вертикально вниз. Аналогично этому луч L_1 , идущий перпендикулярно к плоскости чертежа, падает сначала на левый скат крыши, затем перебрасывается на правый скат и покидает

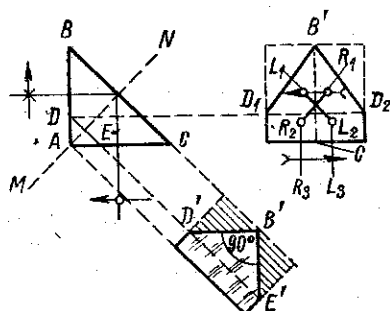


Рис. 1. 19

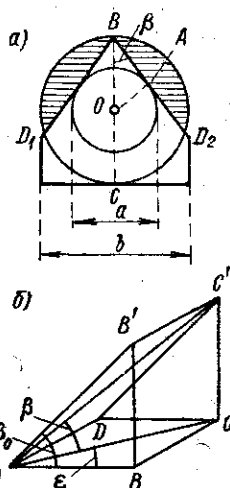


Рис. 1. 20

призму по направлению L_2L_3 вертикально вниз. Правый и левый лучи меняются при этом местами, благодаря чему и происходит оборачивание горизонтальной стрелки предмета.

Крышей можно заменить любую отражающую грань всякой призмы. Угол падения осевого луча на боковую грань крыши равен 60° . Поэтому крыша практически всегда обеспечивает полное внутреннее отражение и не нуждается в металлическом покрытии.

На чертеже (рис. 1. 20, а) повторен вид входной грани прямоугольной призмы с крышей. Если на эту грань упадет пучок лучей, имеющий круглое поперечное сечение, диаметр которого равен стороне b призмы, то заштрихованные на чертеже части этого пучка будут срезаны. Чтобы этого не было, необходимо уменьшить диаметр пучка лучей до такой величины a , чтобы стороны BD_1 и BD_2 касались окружности поперечного сечения пучка. Имея в виду, что $OB = 1/2 b$, а $OA = 1/2 a$, находим из треугольника AOB

$$b = \frac{a}{\sin \beta}. \quad (\text{I. 44})$$

Если известен диаметр a пучка лучей, то по этой формуле можно определить сторону призмы b , а следовательно, и толщину d ее развертки. Но для этого нужно предварительно найти угол β .

Для вывода формулы, определяющей угол β , воспользуемся чертежом (рис. 1. 20, б), на котором плоскость $ABCD$ есть плоскость симметрии призмы с крышей, делящая пополам двугранный угол крыши, а плоскость $A'B'C'D'$ — одна из граней крыши. Угол $\beta_0 = BAB'$ поэтому равен половине угла крыши (обычно 45°). Угол β_0 лежит в плоскости BAB' , перпендикулярной к ребру AD крыши. Нам же нужно определить угол β , лежащий в плоскости SAC' , наклоненной к плоскости BAB' под углом $\varepsilon = BAC$. Угол ε образован плоскостью MN (левая проекция на рис. 1. 19), нормальной к ребру BC крыши, и плоскостью AB , в которой лежит искомый угол β .

По чертежу (рис. 1. 20, б) находим:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta_0 &= \frac{BB'}{AB}; \\ \operatorname{tg} \beta &= \frac{CC'}{AC}. \end{aligned} \right\} \quad (I. 45)$$

По построению $CC' = BB'$, поэтому из формул (I. 45) следует:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{AB}{AC}. \quad (I. 46)$$

Из прямоугольного треугольника ABC получаем

$$\frac{AB}{AC} = \cos \varepsilon. \quad (I. 47)$$

Из выражений (I. 46) и (I. 47) следует

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_0 \cos \varepsilon. \quad (I. 48)$$

Обычно $\beta_0 = 45^\circ$ и $\operatorname{tg} \beta_0 = 1$, поэтому получим окончательную формулу

$$\operatorname{tg} \beta = \cos \varepsilon. \quad (I. 49)$$

В случае прямоугольной призмы с крышей $\varepsilon = 45^\circ$. По формуле (I. 49) находим: $\cos \varepsilon = \operatorname{tg} \beta = 0,707107$, откуда $\beta = 35^\circ 15' 51,8''$ и $\sin \beta = 0,577350$. Теперь можно воспользоваться формулой (I. 44) для определения стороны b призмы: $b = 1,732 a$. Так как в простой прямоугольной призме толщина d развертки равна стороне призмы, найдем коэффициент k для призмы с крышей: $k = 1,732$.

Следует указать, что ошибка φ в прямом угле крыши приводит к двоянию изображения, так как выходящие из призмы

лучи R_2R_3 и L_2L_3 (рис. I. 19, правая проекция) вследствие этой ошибки будут непараллельны друг другу. Угловая величина ψ двоения изображения вычисляется по формуле

$$\psi = 4n\phi \cos \omega, \quad (\text{I. 50})$$

где n — показатель преломления стекла призмы;

ω — угол, образованный осевым лучом с нормалью к ребру крыши.

Здесь нет возможности рассмотреть всевозможные типы отражательных призм, тем более что они описаны в «Справочнике конструктора оптико-механических приборов» (Машгиз, 1963, стр. 255—268). Мы рассмотрим только призму Довэ, применяемую

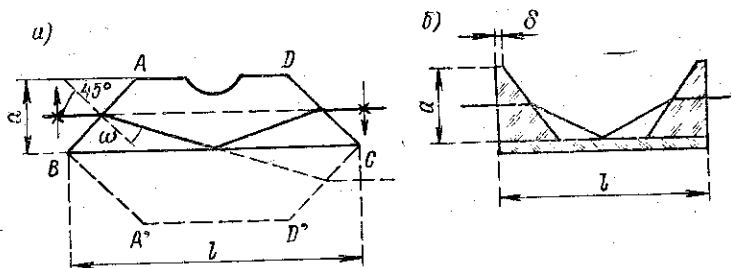


Рис. I. 21

для компенсации вращения изображения в панорамных приборах (см. § 84). Призма Довэ (рис. I. 21, а) характеризуется тем, что угол падения осевого луча на входную грань AB призмы равен не нулю, как в других призмах, а 45° . Такой же величины и угол преломления на выходной грани CD . Несмотря на это, призма разворачивается в плоскопараллельную пластинку с гранями AB и CD , но эта пластинка наклонена на 45° к оси проходящих лучей. Из-за наклона, вносящего несимметричные aberrации, эту призму можно ставить только в параллельном ходе лучей. В призме происходит одно только отражение от грани BC . Осевой луч, выходящий из призмы, совпадает с продолжением входящего луча. В оптическом приборостроении используется интересное свойство призмы Довэ: если вращать ее вокруг осевого луча, то изображение вращается с удвоенной угловой скоростью.

Если взять луч, параллельный осевому и проходящий через край A входной грани, то этот луч должен попасть на отражающую грань BC в точке C . Пользуясь ходом этого луча, легко можно вывести следующую формулу для длины $l = BC$ призмы:

$$l = [1 + \operatorname{tg} (45^\circ + \omega')] a, \quad (\text{I. 51})$$

причем угол ω' предварительно надо вычислить по формуле:

$$\sin \omega' = \frac{\sin 45^\circ}{n} = \frac{0,707}{n}. \quad (\text{I. 52})$$

В этих формулах n — показатель преломления стекла призмы и a — наибольшая ширина входящего в призму пучка лучей.

При помощи несложных преобразований формулы (I. 51) можно получить для l выражение:

$$l = \frac{2n^2 - 1 + \sqrt{2n^2 - 1}}{n^2 - 1} a. \quad (\text{I. 53})$$

При $n = 1,5163$ находим: $l = 4,23 a$. Большая длина l призмы затрудняет ее применение при большом диаметре пучка: призма получается очень тяжелой и возникают трудности получения такого куска стекла без внутренних напряжений и неоднородностей.

В подобных случаях призму Довэ целесообразно заменить призмой, предложенной автором настоящего учебника в 1938 г. (рис. I. 21, б). Призма эта по своему действию не отличается от призмы Довэ, но состоит из двух преломляющих призм, наклеенных на пластинку, верхняя поверхность которой (между двумя призмами) покрыта отражающим слоем.

Длина l призмы вычисляется при помощи легко выводимой формулы

$$l = [\operatorname{tg} \omega + \operatorname{ctg} (\omega' - \omega)] a + 2 \delta. \quad (\text{I. 54})$$

Здесь угол ω равен преломляющему углу призм, а угол ω' вычисляется по формуле

$$\sin \omega' = n \sin \omega, \quad (\text{I. 55})$$

где a — ширина входящего в призму пучка лучей;

δ — ширина фаски у тонкого края преломляющих призм. Полагая, например, $n = 1,5163$ и $\omega = 36^\circ$, найдем: $l = 2,686 a + 2 \delta$, что свидетельствует о значительном сокращении длины этой призмы по сравнению с призмой Довэ.

§ 7. Определение размеров призм

При определении размеров призм существенную помощь конструктору может оказать прием, носящий название «приведение развертки призмы к воздуху» или сокращенно «редуцирование призмы». Пусть в результате оптической развертки призмы конструктором получена плоскопараллельная пластинка (рис. I. 22) с входной гранью S_1P_1 и выходной гранью S_2P_2 . Пусть толщина пластинки d , показатель преломления стекла пластинки n . Произвольный луч проходит через нее по ломаному пути AP_1P_2B , причем $P_2B \parallel AP_1$. Представим себе, что выходную грань P_2S_2 вместе с точкой P_2 и лучом P_2B мы сдвигаем налево, уменьшая толщину пластинки до тех пор, пока точка P_2 , двигаясь вдоль горизонтальной прямой P_2P_2' , не попадет на продолжение луча AP_1 в точке P_2' . При этом выходная поверхность пластинки займет

новое положение $S_2'P_2'$, а выходящий из пластинки луч совпадает с продолжением $P_2'B'$ луча AP_1 . Таким образом, луч $AP_1P_2'B'$ проходит через новую пластинку прямо, не претерпевая сдвига, что, очевидно, возможно только в случае, если n будет равно единице, т. е. если пластинка станет воздушной. Толщину d' такой редуцированной или приведенной к воздуху пластинки

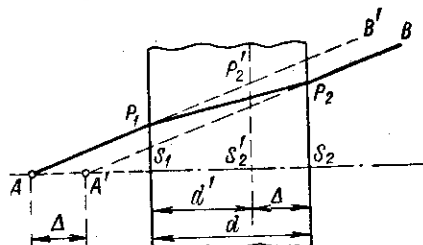


Рис. I. 22

можно найти по чертежу. При этом из построения вытекает, что смещение S_2S_2' выходной грани равно удлинению Δ , вносимому стеклянной пластинкой и определяемому формулой (I. 25)

$$\Delta = \frac{n-1}{n} d. \quad (I. 56)$$

По чертежу находим

$$d' = d - \Delta. \quad (I. 57)$$

Подставив сюда Δ из формулы (I. 56), получим после упрощения

$$d' = \frac{d}{n}. \quad (I. 58)$$

Таким образом, редуцированная толщина d' получается делением истинной толщины d пластинки на n .

Замена стеклянной пластинки пластинкой, приведенной к воздуху, существенно упрощает работу конструктора, так как все лучи проходят через редуцированную пластинку прямо без преломления на ее гранях. И все же задача определения размеров призмы остается довольно трудной.

Пусть на чертеже (рис. I. 23) дан участок хода лучей в оптическом приборе. На этом участке, с одной стороны ограниченном отверстием объек-

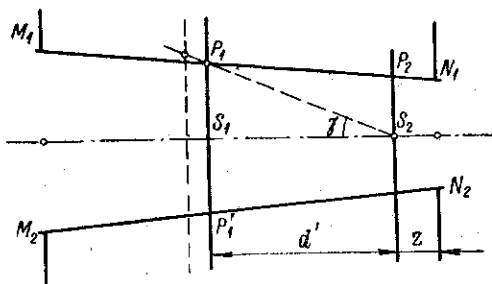


Рис. I. 23

тива M_1M_2 , а с другой — отверстием полевой диафрагмы N_1N_2 , в плоскости которой возникает действительное изображение наблюдаемого предмета, необходимо расположить призму заданного типа. Предположим, что $M_1M_2 > N_1N_2$. Понятно, что мы значительно облегчим себе работу, если заменим призму эквивалентной пластинкой — разверткой. Еще легче станет задача, если от развертки перейдем к редуцированной воздушной пластинке. Целесообразно призму поместить у правого узкого края

рассматриваемого участка хода лучей, так как этим уменьшаются размеры призмы. Но помещать ее выходную грань прямо в плоскости N_1N_2 изображения не рекомендуется, так как возможные дефекты на этой поверхности (царапины, расшлифованные пузырьки, осевшие на поверхность пылинки, частицы лака и т. п.) становятся отчетливо видными наблюдателю, пользующемуся прибором. Выходную грань S_2P_2 следует поместить на некотором расстоянии z от плоскости изображения. Если последнее рассматривается через окуляр с фокусным расстоянием $f_{ок}$, то расстояние z рекомендуется делать не менее величины, находимой по формуле

$$z \geq 0,01f_{ок}^2. \quad (I. 59)$$

Выбрав положение выходной грани призмы, мы можем определить диаметр сечения пучка лучей выходной гранью призмы. Но очевидно, что диаметр сечения пучка входной гранью будет больше, и размер d' должен определяться диаметром a на входной грани S_1P_1 . С другой стороны, пока неизвестна толщина d редуцированной развертки призмы,

нельзя определить и диаметр a . Выход из этого «заколдованного круга» указывает графоаналитический метод определения размеров призм, предложенный проф. И. А. Турыгиным в 1938 г.

Сущность метода заключается в следующем. Прямая, проведенная через крайнюю точку P_1 входной грани S_1P_1 и через осевую точку S_2 выходной грани, приведенной к воздуху развертки призмы, образует с осью S_1S_2 угол γ (рис. I. 24). По чертежу находим

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a}{2d'}. \quad (I. 60)$$

Отсюда получим благодаря выражению (I. 58)

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{an}{2d}. \quad (I. 61)$$

Известно, что толщина d развертки призмы выражается формулой

$$d = ka. \quad (I. 62)$$

После подстановки этого значения d в формулу (I. 61) величина a сокращается, и получается выражение

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{n}{2k}. \quad (I. 63)$$

Это выражение интересно тем, что для определения угла γ не требуется знать линейные размеры призмы, необходимо знать

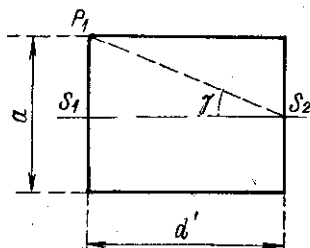


Рис. I. 24

только коэффициент k , характеризующий призму данного типа, и показатель преломления n стекла призмы. Если же угол γ вычислен при помощи выражения (I. 63), то дальше задача определения размеров призмы очень просто решается графическим построением на чертеже хода лучей (рис. I. 23): через осевую точку S_2 входной грани проводим прямую P_1S_2 под углом γ к оси S_1S_2 , отмечаем точку P_1 пересечения прямой с габаритным лучом M_1N_1 и через эту точку проводим прямую S_1P_1 . Эта прямая и есть входная грань редуцированной развертки призмы, поэтому мы можем прямо по чертежу найти толщину $S_1S_2 = d'$ или же диаметр пучка $P_1P'_1 = a$. Если с чертежа снята величина d' , то можно затем определить величины d и a :

$$\left. \begin{aligned} d &= nd'; \\ a &= \frac{d}{k}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 64})$$

Если же с чертежа снята величина a , то d и d' определяются по формулам (I. 62) и (I. 58). После этого остается только определить все размеры призмы, необходимые для ее изготовления, пользуясь известными ее углами и чертежами призмы.

Б. ОПТИКА СОЛИНЕЙНОГО СРОДСТВА

§ 8. Центрированный оптический прибор как преобразователь пучков световых лучей

Выше рассматривались оптические детали с плоскими преломляющими и отражающими поверхностями. Однако наиболее важную роль в оптических приборах играют неплоские (выпуклые или вогнутые) преломляющие и отражающие поверхности. Зависимости, управляющие образованием изображения в оптических системах с неплоскими поверхностями, чрезвычайно сложны. Поэтому при изучении таких систем полезно выделить простую систему математических зависимостей, справедливую для идеализированной оптической системы. Эта группа зависимостей образует как бы математическую основу или упрощенную элементарную часть геометрической оптики, известную под названием оптики солинейного сродства.

В настоящем курсе будут рассматриваться только центрированные оптические системы. Мы дадим здесь два определения понятия о центрированной системе. Первое — наиболее общее определение. *Центрированной оптической системой* мы называем систему, все поверхности (преломляющие и отражающие) которой являются поверхностями вращения, имеющими общую ось вращения, называемую *оптической осью системы*. В практике работы оптических заводов чаще всего применяются сферические преломляющие (и отражающие) поверхности. В этом случае приведенное

выше определение тоже применимо, но его удобнее заменить следующим вторым определением. *Центрированной оптической системой, состоящей из сферических преломляющих (и отражающих) поверхностей*, называется система, в которой все центры ее поверхностей располагаются на одной прямой, называемой оптической осью системы.

Благодаря такому устройству, центрированная оптическая система симметрична относительно своей оптической оси, и все явления и процессы, связанные с прохождением света через такую систему, тоже подчиняется закону симметрии относительно оптической оси.

Если оптическая система состоит из одной сферической поверхности, положение ее оптической оси становится неопределенным, так как всякая прямая, проходящая через центр сферической поверхности, может быть принята за оптическую ось. Если же система состоит из двух сферических поверхностей, то она всегда центрирована, ибо через два центра кривизны двух поверхностей системы всегда можно провести прямую, которая и является оптической осью этой системы. Исключение из этого правила возникает в случае, если центры сферических поверхностей системы совпадают. Такую систему принято называть концентрической. В концентрической оптической системе из двух или большего числа поверхностей, как и в системе из одной поверхности, любая прямая, проходящая через общий центр поверхностей, может быть принята за оптическую ось.

Вследствие действия оптического прибора возникает геометрическая или, правильнее, проективная связь между двумя пространствами. Первое пространство, в котором находятся предметы, т. е. излучающие свет точки, линии и поверхности, как самосветящиеся, так и освещаемые каким-либо источником света, называется пространством предметов. Во втором пространстве возникают оптические изображения этих предметов. Такое пространство называется пространством изображений.

Эти пространства связаны между собой посредством множества лучей, проходящих через оптическую систему. Любой такой луч, вообще говоря, при прохождении через оптический прибор меняет свое направление. Однако, задав положение луча в пространстве предметов, мы можем проследить его ход через оптическую систему прибора и, таким образом, найти положение соответствующего луча в пространстве изображений. Такие соответствующие друг другу лучи, и не только лучи, но и любые геометрические образы, соответствующие друг другу и находящиеся в разных пространствах, будем называть сопряженными.

Не требует пояснений положение, что с любым лучом в пространстве предметов сопряжен непременно один, и только один, луч в пространстве изображений. Так как луч есть прямая линия, можно так сформулировать основное положение оптики

солинейного сродства: всякая прямая пространства предметов обязательно сопряжена с одной, и только с одной, прямой пространства изображений. В частности, об оптической оси системы можно сказать, что она сопряжена сама с собой.

Таким образом, геометрическая связь, устанавливающаяся между пространствами предметов и изображений, состоит в попарном соответствии прямых линий в этих пространствах. Отсюда произошел термин «солинейное сродство», который служит названием излагаемого раздела геометрической оптики. То же значение имеет и термин «коллинеарная связь», встречающийся в иностранной литературе.

Второе положение солинейного сродства говорит о том, что каждой точке пространства предметов соответствует в пространстве изо-

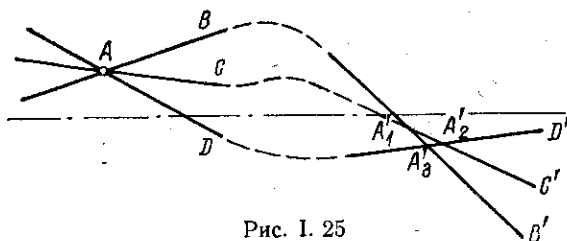


Рис. I. 25

бражений всегда одна, и только одна, сопряженная точка. Это положение не может быть выведено как следствие первого положения. Более того, если первое положение действительно выполняется всеми реальными оптическими системами, то второе выполняется лишь немногими, особыми оптическими системами, а как общее правило, не выполняется в оптических приборах. Известно, что гомоцентрический в пространстве предметов пучок лучей после прохождения этих лучей через оптическую систему может превратиться в негомоцентрический пучок лучей. Пусть, например, в пространстве предметов имеется три луча AB , AC и AD (рис. I. 25) с общей точкой A . Они сопряжены с лучами $A_1'B'$, $A_2'C'$ и $A_3'D'$, не пересекающимися в одной точке. Точке A пространства предметов может соответствовать любая из точек A_1' , A_2' и A_3' , а следовательно, второе положение солинейного сродства не выполняется. Поэтому, вводя второе положение солинейного сродства, мы идеализируем оптические системы, полагая, что они не нарушают гомоцентричности проходящих через них пучков лучей. Этим мы отвлекаемся от реальных оптических приборов, подменяя их воображаемыми приборами, не обладающими недостатками, свойственными реальным приборам. Но такая идеализация может считаться допустимой, если учитывать, что реальные оптические системы подвергаются коррекции, при которой путем специального расчета негомоцентричность пучков сводится

к минимуму (для данного положения предмета). Введение второго положения устанавливает связь пространств предметов и изображений не только по прямым линиям, но и по точкам.

Так как две пересекающиеся прямые однозначно определяют положение плоскости в пространстве, то из первых двух положений солинейного сродства получается, как следствие, третье положение: всякой плоскости пространства предметов соответствует всегда одна, и только одна, сопряженная плоскость пространства изображений.

Любая плоскость, содержащая оптическую ось, называется меридиональной плоскостью. Оптическая система рассекается меридиональными плоскостями подобно тому, как земной шар рассекается плоскостями меридианов. Если луч в пространстве

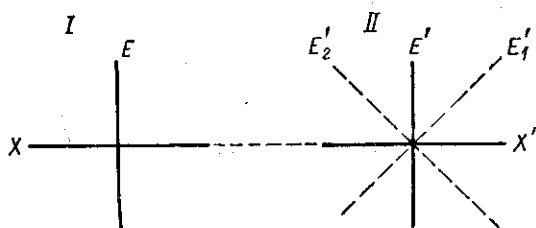


Рис. I. 26

предметов лежит в меридиональной плоскости, то, как нетрудно понять, он на всем протяжении хода через оптическую систему не может покинуть эту плоскость. Отсюда следует, что всякая меридиональная плоскость сопряжена сама с собой. Очевидно, справедливо также утверждение, что если меридиональная плоскость в пространстве предметов будет повернута на произвольный угол φ вокруг оптической оси, то сопряженная с ней меридиональная плоскость в пространстве изображений также повернется вокруг оптической оси на тот же угол φ .

На чертеже (рис. I. 26) показана оптическая ось XX' , проходящая через пространство I предметов и пространство II изображений. Оптическая система на чертеже не показана. Пусть в пространстве предметов имеется плоскость E , перпендикулярная к оси XX' . Докажем лемму, утверждающую, что плоскость E' , сопряженная с плоскостью E , тоже перпендикулярна к оптической оси XX' .

Поведем доказательство от противного. Предположим, что с плоскостью E сопряжена плоскость E'_1 , не перпендикулярная к оптической оси. Теперь меридиональную плоскость нашего чертежа вместе с плоскостями E и E'_1 повернем вокруг оптической оси системы на 180° . После такого поворота плоскость чертежа снова совпадет с плоскостью бумаги. Плоскость E , перпендикулярная к оптической оси, не изменит при этом повороте своего

положения, а плоскость E'_1 после поворота займет новое положение E'_2 , симметричное положению плоскости E'_1 . Очевидно, что после поворота плоскость E сопряжена с плоскостью E'_2 . Но по предпосылке леммы плоскость E сопряжена также с плоскостью E'_1 . Это противоречит третьему основному положению солинейного сродства, согласно которому всякая плоскость может быть сопряжена только с одной плоскостью другого пространства. Мы свели таким образом к абсурду предположение, что плоскость E'_1 не перпендикулярна к оси. В самом деле, если плоскость E' , сопряженная с плоскостью E , тоже перпендикулярна к оптической оси, то после поворота на 180° вокруг оси она не изменит своего положения, а потому с плоскостью E будет сопряжена только одна плоскость E' .

§ 9. Линейное увеличение оптической системы

Предположим, что дана пара сопряженных плоскостей E и E' (рис. I. 27, а), перпендикулярных к оптической оси AA' . Осевые точки A и A' этих плоскостей тоже сопряжены друг с дру-

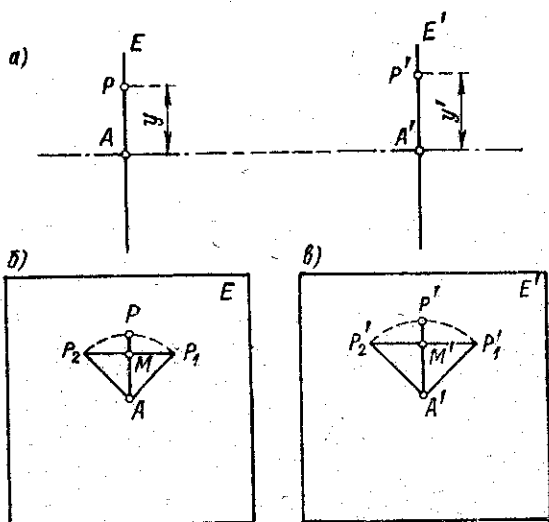


Рис. I. 27

гом, так как они лежат на пересечении сопряженных элементов. Возьмем на плоскости E точку P , находящуюся на расстоянии $y = AP$ от оси системы. Точка, сопряженная с точкой P , должна лежать на плоскости E' . Пусть это будет точка P' , отстоящая от оси на расстоянии $y' = A'P'$. Отрезки, концы которых попарно сопряжены друг с другом, назовем сопряженными отрезками. По-

этому y и y' — сопряженные отрезки, лежащие в плоскостях E и E' , перпендикулярных к оптической оси. Введем понятие *линейного увеличения* V , определяемого как отношение таких сопряженных отрезков:

$$V = \frac{y'}{y}. \quad (\text{I. 65})$$

Докажем теорему: *линейное увеличение в паре сопряженных и перпендикулярных к оси плоскостей постоянно.*

На чертежах (рис. I. 27, б и в) показан вид плоскостей E и E' , если на них смотреть вдоль оптической оси. На чертежах показаны отрезки y и y' . Оптическая ось проходит через точки A и A' перпендикулярно к плоскости чертежей. Для доказательства теоремы выполним следующие построения. Меридиональную плоскость верхнего чертежа (рис. I. 27, а) повернем на произвольный угол φ . Вследствие этого на плоскости E (рис. I. 27, б) отрезок $y = AP$ повернется (по часовой стрелке) вокруг точки A на угол $\varphi = PAP_1$ и займет положение AP_1 . Аналогично на плоскости E' (рис. I. 27, в) отрезок $y' = A'P'$ повернется на тот же угол $\varphi = P'A'P'$. Затем повернем меридиональную плоскость верхнего чертежа на тот же угол φ , но в обратную сторону. Тогда на плоскостях E и E' отрезки AP и $A'P'$ повернутся (против часовой стрелки) на угол φ и займут положения AP_2 и $A'P'_2$. Соединим прямыми точки P_1 и P_2 , а также P'_1 и P'_2 . Заметим, что отрезки P_1P_2 и $P'_1P'_2$ сопряжены между собой, так как попарно сопряжены их концы. Отметим точку M пересечения отрезков AP и P_1P_2 , а также точку M' пересечения отрезков $A'P'$ и $P'_1P'_2$. Точки M и M' сопряжены, потому что они лежат на пересечении попарно сопряженных отрезков. В результате мы видим, что отрезки AM и $A'M'$ тоже сопряжены, так как попарно сопряжены их концы.

Считая, что линейное увеличение V для отрезков AP и $A'P'$, определяемое формулой (I. 65), нам известно, найдем линейное увеличение V_1 для отрезков AM и $A'M'$:

$$V_1 = \frac{A'M'}{AM}. \quad (\text{I. 66})$$

Вспользуемся теперь подобием треугольников MAP_1 и $M'A'P'_1$, в которых углы у вершин M и M' прямые (по построению), а углы у вершин A и A' равны углу φ . Кроме того, следует учесть, что

$$\left. \begin{aligned} AP_1 &= AP = y; \\ A'P'_1 &= A'P' = y'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 67})$$

Продолжая равенство (I. 66), получим

$$V_1 = \frac{A'M'}{AM} = \frac{A'P'_1}{AP_1} = \frac{A'P'}{AP} = \frac{y'}{y} = V. \quad (\text{I. 68})$$

Этим доказано, что линейное увеличение V_1 для отрезков AM и $A'M'$ равно линейному увеличению V . Но при этом угол $\varphi = \angle PAP_1$ выбран произвольно. Меняя угол φ , можно менять величину отрезков AM и $A'M'$. Следовательно, линейное увеличение в паре сопряженных плоскостей, перпендикулярных к оптической оси, остается постоянным, независимо от величины сопряженных отрезков. Это и требовалось доказать.

Доказанная теорема справедлива для неподвижных плоскостей E и E' . Если же плоскость E перемещается вдоль оптической оси, то перемещается и сопряженная с ней плоскость E' , а линейное увеличение в этих плоскостях при этом изменяется. Изменение увеличения при перемещении предмета вдоль оптической оси происходит в широких пределах от $-\infty$ до $+\infty$.

§ 10. Кардинальные точки оптической системы

Кардинальными (основными, важнейшими) точками оптической системы называются особые точки, лежащие на оптической оси системы в пространствах предметов и изображений. Знание расположения кардинальных точек существенно упрощает задачу построения изображения заданного предмета, так как при этом

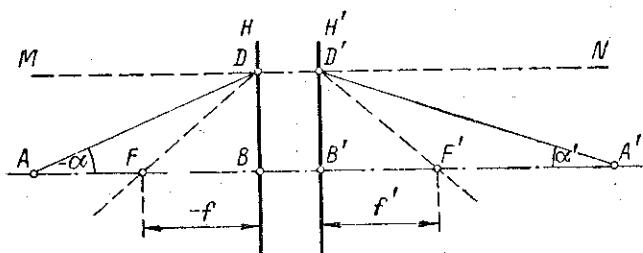


Рис. I. 28

оказывается возможным находить сопряженные лучи, не прибегая к исследованию их хода внутри оптической системы.

Введем здесь понятие о главных плоскостях оптической системы: *главными плоскостями* называется пара сопряженных и перпендикулярных к оптической оси плоскостей H и H' (рис. I. 28), линейное увеличение V_H в которых равно единице:

$$V_H = 1. \quad (I. 69)$$

Сопряженные друг с другом осевые точки B и B' главных плоскостей называются *главными точками*. При этом главную плоскость и главную точку, находящиеся в пространстве предметов, называют *передней главной плоскостью* и *передней главной точкой*. В пространстве изображений расположены *задняя главная плоскость* и *задняя главная точка*.

Пусть нам известно положение светящейся точки A на оптической оси в пространстве предметов и положение сопряженной с ней точки A' на оси в пространстве изображений. Пусть в пространстве предметов задано положение луча AD , исходящего из точки A и пересекающего переднюю главную плоскость H в точке D . Сопряженный с ним луч $D'A'$ находится на основании следующих соображений: 1) он должен проходить через точку A' , сопряженную с точкой A ; 2) он должен проходить через точку D' , сопряженную с точкой D . Точка D' находится очень просто: так как линейное увеличение в главных плоскостях равно единице, то должно быть: $B'D' = BD$. Поэтому проводим вспомогательную прямую DD' параллельно оптической оси AA' . Точка D' пересечения этой прямой с задней главной плоскостью H' и есть искомая точка, сопряженная с точкой D . Таким образом, точки D' и A' однозначно определяют положение луча $D'A'$, сопряженного с лучом AD .

Зафиксируем теперь точку D пересечения луча AD с плоскостью H , а точку A начнем передвигать вдоль оптической оси налево, тогда угол $BAD = \alpha$ станет постепенно уменьшаться. Когда точка A удалится налево на бесконечность, угол α станет равным нулю и луч займет положение MD , параллельное оптической оси. При таком перемещении точки A будет перемещаться вдоль оптической оси и точка A' . Пусть в тот момент, когда точка A уйдет на бесконечность, точка A' достигнет некоторой точки F' . Точку F' , сопряженную с бесконечно далекой точкой пространства предметов, называют *задним фокусом оптической системы*. Все лучи, параллельные оптической оси, после прохождения через оптическую систему, пересекаются в заднем фокусе F' . Плоскость, перпендикулярная к оптической оси и проведенная через точку F' , называется *задней фокальной плоскостью*. Она сопряжена с бесконечно далекой плоскостью пространства предметов.

Будем теперь так двигать точку A , чтобы точка A' удалялась вдоль оптической оси направо. Угол $B'A'D' = \alpha'$ станет уменьшаться и обратится в нуль, когда точка A' удалится в бесконечность. Луч $D'A'$ займет положение $D'N'$, параллельное оптической оси, а точка A перейдет в положение точки F , сопряженной с бесконечно далекой точкой оптической оси в пространстве изображений и называемой *передним фокусом оптической системы*. Все лучи, проходящие в пространстве предметов через передний фокус F , после выхода из оптической системы становятся параллельными оптической оси. Плоскость, проходящая через точку F и нормальная к оптической оси, сопряжена с бесконечно далекой плоскостью пространства изображений и называется *передней фокальной плоскостью*.

Сопряженные точки мы будем обозначать одной и той же заглавной буквой латинского алфавита, отмечая штрихом точки, лежащие в пространстве изображений. Исключение делается

для переднего фокуса F и заднего фокуса F' , которые обозначаются одной буквой, хотя они не сопряжены друг с другом. Отрезок $BF = f$ называется *передним фокусным расстоянием*, а отрезок $B'F' = f'$ — *задним фокусным расстоянием* оптической системы.

Главные точки B и B' и фокусы F и F' называются кардинальными точками системы. Если известно на чертеже положение кардинальных точек, то тем самым задана и величина обоих фокусных расстояний оптической системы.

Введем теперь правила знаков, применение которых делает формулы геометрической оптики универсальными, т. е. пригодными при любом расположении элементов (точек, прямых, плоскостей) на чертеже. Условимся делать чертежи так, чтобы свет на них направлялся слева направо. Для углов, образованных любым лучом с оптической осью, принимаем правило: если угол образован поворотом луча от оптической оси по часовой стрелке, то он положительный. В противном случае угол считается отрицательным, и перед обозначением такого угла на чертеже (малой буквой греческого алфавита) мы обязаны ставить знак «минус». Этот знак необходимо учитывать, если какое-либо соотношение мы считываем с чертежа.

На нашем чертеже (рис. I. 28) можно установить по указанным правилам, что угол $B'A'D' = \alpha'$ положительный, а угол $BAD = -\alpha$ отрицательный.

Для отрезков, перпендикулярных к оптической оси, один конец которых лежит на оси, действует следующее правило знаков: если отрезок лежит выше оси, он положителен (например, отрезок BD), в противном случае он считается отрицательным.

Для отрезков, лежащих на самой оптической оси, применяется следующее общее правило: если направление отрезка совпадает с направлением движения света (слева направо), отрезок считается положительным, в противном случае — отрицательным. Для пользования этим правилом необходимо знать направление отрезка, т. е. знать, где лежит его начало, а где — конец. Поэтому, вводя новые отрезки, мы должны уславливаться относительно положения начала этих отрезков.

Так, например, для отрезков f и f' условимся считать, что начало их лежит в главных точках. Тогда направление отрезка совпадает с направлением распространения света, и отрезок f' положителен. Направление же отрезка f оказывается противоположным направлению движения света, а потому отрезок f отрицателен.

Все отрицательные углы и отрезки непременно отмечаются знаком «минус» перед их буквенным обозначением на чертежах. При считывании с чертежа какого-либо соотношения необходимо учитывать эти знаки.

§ 11. Построение изображения и основные оптические формулы

На чертеже (рис. I. 20) даны главные плоскости H и H' и фокусы F и F' оптической системы. Кроме того, на чертеже дано положение предмета $y = AP$. Требуется построить изображение этого предмета. Для решения этой задачи не требуется строить изображения всех точек отрезка AP . Достаточно найти изображение P' одной только точки P . Опустив из точки P' перпендикуляр $P'A'$ на оптическую ось, мы тогда построим изображение всего отрезка AP .

Для нахождения изображения точки P нам достаточно проследить ход двух лучей, исходящих из точки P , и найти точку

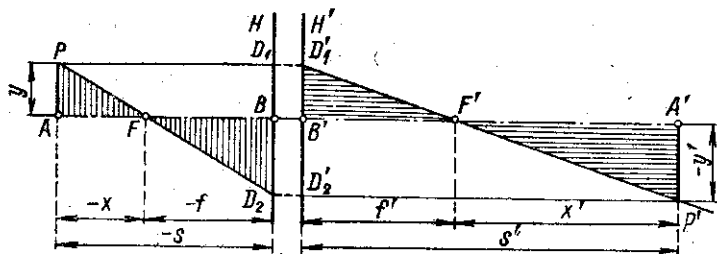


Рис. I. 29

пересечения сопряженных с ними лучей в пространстве изображений. Один луч, исходящий из точки P , направим параллельно оптической оси. Пусть этот луч встретит переднюю главную плоскость H в точке D_1 . Сопряженный с ним луч пройдет через задний фокус F' оптической системы и через точку D'_1 на задней главной плоскости H' , причем $B'D'_1 = BD_1$ вследствие того, что линейное увеличение в главных плоскостях равно единице (I. 69). Таким образом, находим луч D'_1F' , сопряженный с лучом PD_1 .

Второй луч, идущий из точки P , выберем так, чтобы он прошел через передний фокус F оптической системы. Луч PF встречает переднюю главную плоскость H системы в точке D_2 . Сопряженный с ним луч в пространстве изображений должен пройти через точку D'_2 на задней главной плоскости H' , причем вследствие (I. 69) имеем: $B'D'_2 = BD_2$. В пространстве изображений этот луч D'_2P' идет параллельно оптической оси системы.

Построенные в пространстве изображений лучи D'_1F' и D'_2P' пересекаются в точке P' , которая сопряжена, следовательно, с точкой P . Перпендикуляр $P'A'$, опущенный на оптическую ось из точки P' , есть изображение отрезка AP .

Чертежом (рис. I. 29) можно воспользоваться для получения основных формул оптики солинейного сродства. Для этого введем

обозначения: $y = AP$; $y' = A'P'$; $f = BF$; $f' = B'F'$. Кроме того, введем отрезки на оптической оси, начала которых лежат в точках F и F' , а концы — в точках A и A' (точки A и A' сопряжены друг с другом): $x = FA$ и $x' = F'A'$. По введенному выше правилу знаков отрезок x , направленный против движения света, считается отрицательным и отмечен на чертеже знаком «минус». Отрицательны также и отрезки $f = BF$ и $y' = A'P'$.

Отрезки x и y можно рассматривать как декартовы координаты точки P , лежащей в меридиональной плоскости нашего чертежа, причем начало координат находится в переднем фокусе F оптической системы. Таким же образом отрезки x' и y' — декартовы координаты точки A' при начале координат в заднем фокусе F' . Задача сводится, таким образом, к нахождению координат x' и y' точки P' по данным координатам x и y точки P при известных фокусных расстояниях f и f' .

Пользуясь подобием одинаково заштрихованных треугольников FAP и FBD_2 и учитывая, что по построению $BD_2 = A'P' = -y'$, получим

$$\frac{-y'}{y} = \frac{-f}{-x}. \quad (I. 70)$$

Применяя выражение (I. 65), получим из (I. 70)

$$V = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}. \quad (I. 71)$$

Аналогично находится из подобия одинаково заштрихованных треугольников $B'F'D'_1$ и $F'A'P'$

$$\frac{-y'}{y} = \frac{x'}{f'} \quad (I. 72)$$

и затем

$$V = \frac{y'}{y} = -\frac{x'}{f'}. \quad (I. 73)$$

Таким образом, здесь получены две расчетные формулы (I. 71) и (I. 73) для линейного увеличения V , входящие в математические основы геометрической оптики.

Приравнивая правые части этих формул, найдем известную формулу, предложенную Ньютоном и носящую его имя:

$$xx' = ff'. \quad (I. 74)$$

Произведение отрезков x и x' для оптической системы постоянно и равно произведению ее фокусных расстояний.

Введем теперь отрезки $s = BA$ и $s' = B'A'$. Начало этих отрезков будем считать лежащим в точках B и B' , поэтому на нашем чертеже отрезок s отрицателен. Установим математиче-

скую связь между отрезками s и s' . По чертежу находим, учитывая знаки на чертеже,

$$\left. \begin{aligned} x &= s - f; \\ x' &= s' - f'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 75})$$

Вводя эти значения величин x и x' в формулу (I. 74) и раскрывая скобки, получим после упрощения:

$$f's + fs' = ss'. \quad (\text{I. 76})$$

Деля это выражение почленно на ss' , приведем его к обычно принятому виду:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1. \quad (\text{I. 77})$$

Эту формулу называют формулой отрезков или оптической формулой.

Найдем теперь вспомогательную формулу для отношения отрезков s и s' . По формулам (I. 75) получим:

$$\frac{s'}{s} = \frac{f' + x'}{f + x}. \quad (\text{I. 78})$$

Из формулы (I. 74) следует:

$$x' = \frac{ff'}{x}.$$

Подставим это значение x' в выражение (I. 78)

$$\frac{s'}{s} = f' \frac{1 + \frac{f}{x}}{f + x} = \frac{f'}{x}. \quad (\text{I. 79})$$

Из формулы Ньютона вытекает

$$\frac{f'}{x} = \frac{x'}{f}. \quad (\text{I. 80})$$

Поэтому находим для отношения s'/s два выражения:

$$\frac{s'}{s} = \frac{f'}{x} = \frac{x'}{f}. \quad (\text{I. 81})$$

Это выражение позволяет получить формулу для линейного увеличения V через отрезки s и s' . Для этого из формулы (I. 73) исключим x' , пользуясь формулой (I. 81). Таким образом найдем

$$V = -\frac{f}{f'} \frac{s'}{s}. \quad (\text{I. 82})$$

§ 12. Применение основных формул солинейного сродства

В практической работе конструкторов оптических приборов часто встречается случай, когда фокусные расстояния оптической системы равны по абсолютной величине, но обратны по знаку:

$$f = -f'. \quad (I. 83)$$

В этом частном случае выведенные выше формулы приобретают более простой вид. Для линейного увеличения V оптического прибора получаем выражения

$$V = \frac{y'}{y} = \frac{f'}{x} = -\frac{x'}{f'} = \frac{s'}{s}. \quad (I. 84)$$

Формула Ньютона

$$xx' = -f'^2. \quad (I. 85)$$

Формула отрезков

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}. \quad (I. 86)$$

При решении различных задач на построение хода лучей можно убедиться, что пространства предметов и изображений не отделяются одно от другого какой-либо границей. Оба пространства неограниченно простираются во все стороны, входя одно в другое и занимая одно и то же трехмерное пространство.

На чертеже (рис. I. 30) показаны различные случаи расположения предмета AP и изображения $A'P'$. Случаи, представленные на рис. I. 29, I. 30, a и b , отличаются тем, что в них $f < 0$ и $f' > 0$. Такая система называется собирающей или положительной системой. На рис. I. 30, $в$, $г$ и $д$ имеем $f > 0$ и $f' < 0$. В этом случае оптическая система рассеивающая или отрицательная. На рис. I. 30, a изображение $A'P'$ получается в левой части чертежа. В отдельных точках этого изображения пересекаются не сами лучи, а их мысленные обратные продолжения. Однако глаз, помещенный в выходящих из системы расходящихся пучках, увидит изображение $A'P'$. Такое изображение называется мнимым. При рассеивающей системе образование мнимого изображения представлено на рис. I. 30, $в$. Мнимое изображение нельзя уловить на каком-нибудь экране.

Образование действительного изображения, получаемого в результате физического пересечения лучей, показано на рис. I. 29 для положительной системы и на рис. I. 30, $г$ — для отрицательной. Такое изображение можно уловить на экране.

Мнимым может быть не только изображение, но и предмет. Последний находится в таком случае в правой части чертежа

и образуется мысленным продолжением падающих на систему лучей, как показано на рис. I. 30, б, г и д. На рис. I. 30, д представлен случай, когда и предмет, и изображение мнимые. Такой случай возможен только при рассеивающей оптической системе.

Доказанное выше постоянство линейного увеличения в паре сопряженных плоскостей, перпендикулярных к оптической оси,

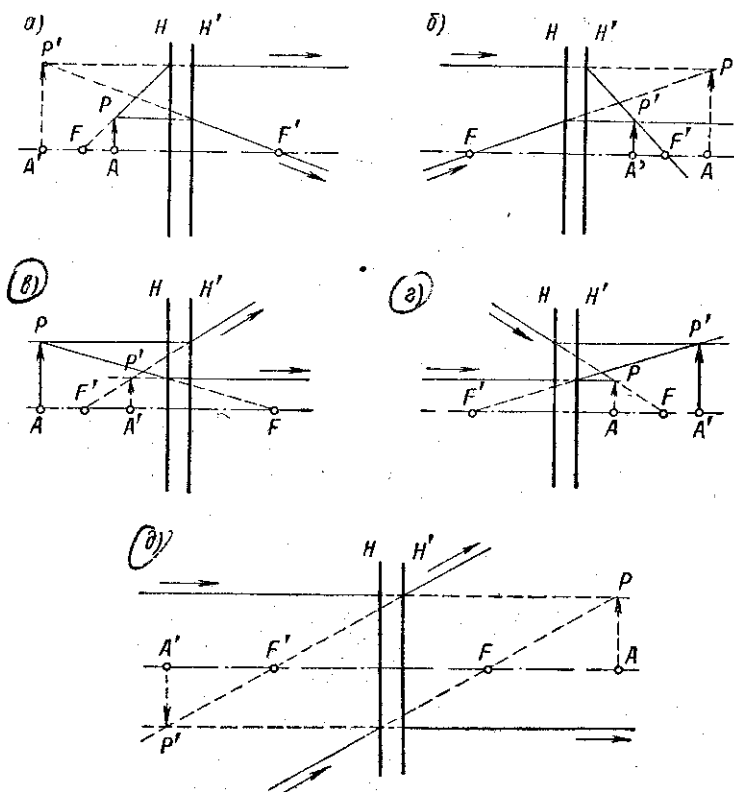


Рис. I. 30

приводит к тому, что изображение предмета, лежащего в перпендикулярной к оси плоскости, всегда подобно предмету. Если же предмет лежит в плоскости, не перпендикулярной к оси системы, подобие это может нарушаться. Оно нарушается особенно резко, если предмет лежит в меридиональной плоскости. Это наглядно обнаруживается при решении следующей задачи: требуется найти изображение окружности радиуса r , лежащей в меридиональной плоскости; центр окружности лежит на оптической оси на расстоянии x_0 от переднего фокуса системы с заданными фокусными расстояниями f и f' (рис. I. 31).

Уравнение данной окружности имеет вид:

$$y^2 + (x_0 - x)^2 = r^2 \quad (I. 87)$$

Пользуясь формулой Ньютона (I. 74) и выражением (I. 73), перейдем от величин x и y к величинам x' и y' и получим уравнение кривой, служащей изображением данной окружности:

$$f'^2 y'^2 + (x_0 x^2 - ff')^2 = r^2 x'^2. \quad (I. 88)$$

Это — уравнение кривой второго порядка. Исследуя его, найдем расстояние x'_c от заднего фокуса F' до центра C' кривой:

$$x'_c = \frac{ff'x_0}{x_0^2 - r^2}. \quad (I. 89)$$

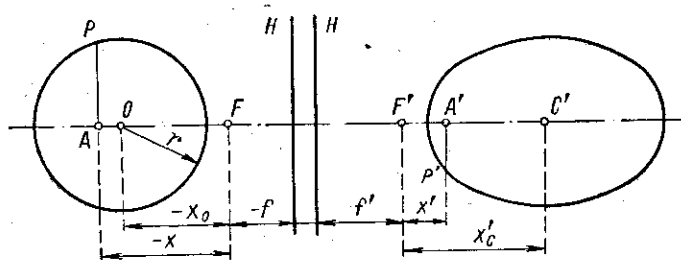


Рис. I. 31

Следует заметить, что центр O окружности и центр C' искомой кривой не сопряжены друг с другом. Дальнейшее исследование уравнения (I. 88) приводит к таким результатам.

1. Если $|x_0| > r$ и точка F лежит вне заданной окружности, кривая (I. 88) — эллипс с полуосями:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{ff'r}{x_0^2 - r^2}; \\ b &= \frac{fr}{\sqrt{x_0^2 - r^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (I. 90)$$

2. Если $|x_0| = r$ и точка F лежит на окружности, кривая (I. 88) — парабола, параметр p которой имеет значение

$$p = \frac{f}{f'} r, \quad (I. 91)$$

а вершина удалена от точки F' на расстояние x'_c , определяемое по формуле

$$x'_c = \frac{ff'}{2r}. \quad (I. 92)$$

3. Наконец, если $|x_0| < r$ и точка F находится внутри окружности, кривая (I. 88) — гипербола. Ее полуось (лежащая на оси) выражается тоже первой формулой (I. 90), а полуось b вычисляется по формуле

$$b = \frac{fr}{\sqrt{r^2 - x_0^2}}. \quad (\text{I. 93})$$

4. Окружность может изображаться окружностью при выполнении условия

$$|x_0| = \sqrt{f'^2 + r^2}. \quad (\text{I. 94})$$

Формулы солинейного сродства позволяют решать задачи, связанные с оптической трансформацией, — так называется искажение формы изображения в случае, если плоскости предметов и изображений не параллельны друг другу (рис. I. 32, а). Для того чтобы наклонные плоскости $A\bar{F}$ и $\bar{F}'A'$ были сопряжены, необходимо выполнить два условия: во-первых, они должны проходить через сопряженные точки A и A' на оси и, во-вторых, они должны пересекать главные плоскости в точках $\bar{B}$ и $\bar{B}'$, равно удаленных от оптической оси (правило Чапского). Плоскости $A\bar{F}$ и $B\bar{B}$, а также $\bar{F}'A'$ и $B'\bar{B}'$ пересекаются вдоль прямых, перпендикулярных к плоскости чертежа и проходящих через точки $\bar{B}$ и $\bar{B}'$.

Восстановив в точках F и F' перпендикуляры к оптической оси, найдем точки $\bar{F}$ и $\bar{F}'$ их пересечения с плоскостями $A\bar{F}$ и $\bar{F}'A'$. В этих плоскостях устанавливаются закономерности солинейного сродства, причем отрезки $\bar{f} = \bar{B}\bar{F}$ и $\bar{f}' = \bar{B}'\bar{F}'$ играют роль фокусных расстояний. Пусть заданы отрезок s и угол α . Пользуясь формулой отрезков, найдем s' :

$$s' = \frac{sf'}{s - f}. \quad (\text{I. 95})$$

По чертежу определяем

$$B\bar{B} = B'\bar{B}' = s \operatorname{tg} \alpha = s' \operatorname{tg} \alpha'. \quad (\text{I. 96})$$

Это позволяет найти угол α' :

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{s}{s'} \operatorname{tg} \alpha = \frac{s - f}{f'} \operatorname{tg} \alpha. \quad (\text{I. 97})$$

Наконец, пользуясь чертежом, получим

$$\left. \begin{aligned} \bar{f} &= \frac{f}{\cos \alpha}; \\ \bar{f}' &= \frac{f'}{\cos \alpha'}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 98})$$

Наклонную плоскость предметов $A\bar{F}$ повернем вокруг линии ее пересечения с передней главной плоскостью, чтобы плоскость $A\bar{F}$ была перпендикулярна к плоскости $B\bar{B}$. Таким же образом повернем наклонную плоскость изображений $\bar{F}A'$ вокруг оси, проходящей через точку $\bar{B}'$, так, чтобы она была перпендику-

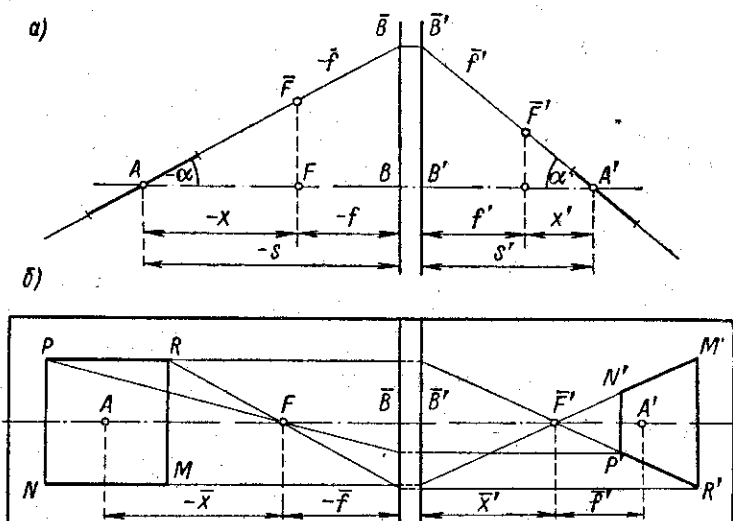


Рис. I. 32

лярна к плоскости $B'\bar{B}'$. Тогда плоскости $A\bar{F}$ и $\bar{F}'A'$ окажутся совмещенными в одну плоскость, представленную на рис. I. 32, б. В этой плоскости действуют законы солинейного сродства, как в меридиональной плоскости оптической системы. Это положение доказано автором книги в 1929 г. Оно позволяет решать на таком развернутом в одну плоскость чертеже различные задачи, пользуясь только построениями и формулами солинейного сродства. Так, например, на фиг. I. 32, б показано, что квадрат $MNPR$ изображается трапецией $M'N'P'R'$.

§ 13. Угловое увеличение оптической системы

Пусть луч $ADD'A'$ (рис. I. 33) образует с осью углы α и α' . Такие углы будем называть сопряженными углами. Отношение тангенсов углов α' и α назовем угловым увеличением W оптической системы:

$$W = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Напишем это выражение более кратко:

$$W = \frac{\alpha'}{\alpha}, \quad (I. 99)$$

подразумевая под α и α' тангенсы этих углов. С чертежа считываем, принимая во внимание знаки на чертеже:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{h}{s}; \\ \alpha' &= \frac{h}{s'}. \end{aligned} \right\} \quad (I. 100)$$

Здесь, как и в дальнейшем изложении, под величинами α и α' подразумеваются тангенсы этих углов.

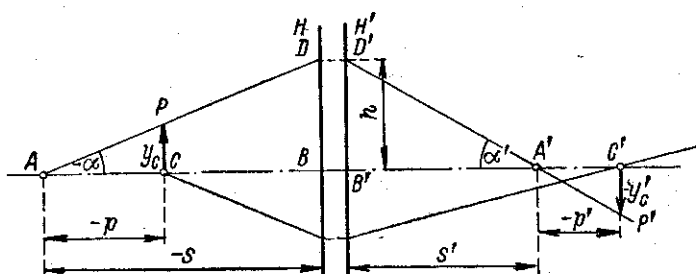


Рис. I. 33

Подставив значения (I. 100) в (I. 99), имеем после сокращения на h

$$W = \frac{s}{s'}. \quad (I. 101)$$

Применив теперь полученные выше вспомогательные выражения (I. 81), находим следующие формулы, служащие для вычисления углового увеличения W :

$$W = \frac{x}{f'} = \frac{f}{x'}. \quad (I. 102)$$

Пользуясь первой частью (I. 102) и формулой (I. 71) для линейного увеличения V , найдем выражение для произведения этих двух увеличений

$$VW = -\frac{f}{f'} = \text{const.} \quad (I. 103)$$

Произведение VW не зависит от x , а тем самым от положения предмета на оси. Оно постоянно для данной оптической системы. В частном случае, когда $f = -f'$, формула (I. 103) имеет вид:

$$VW = 1. \quad (I. 104)$$

Подставим в формулу (I. 103) значения V и W по формулам (I. 65) и (I. 99). Освободившись от знаменателей, найдем:

$$f'y'a' = -fy_a. \quad (\text{I. 105})$$

Это выражение известно под названием формулы Лагранжа — Гельмгольца (французский математик и механик Жозеф Луи Лагранж, 1736—1813 гг. и немецкий физик и физиолог Герман Людвиг Гельмгольц, 1821—1894 гг.). Эта формула связана с соблюдением закона сохранения энергии при прохождении светового потока через оптическую систему.

Формула (I. 103) позволяет определить угловое увеличение W_n в главных точках, где $V_n = 1$. Находим: $W_n = -f/f'$. Точки K

и K' на оптической оси, для которых $W_k = 1$, называются *узловыми точками* оптической системы. Положение узловых точек легко найти, полагая в выражениях (I. 102) W равным единице,

$$\left. \begin{aligned} x_k &= f'; \\ x'_k &= f. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 106})$$

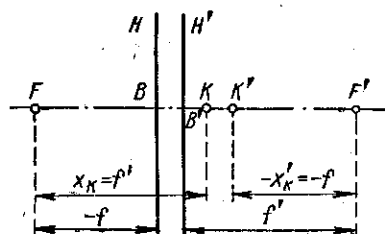


Рис. I. 34

На чертеже (рис. I. 34) показано положение узловых точек K

и K' оптической системы. При помощи этого чертежа можно легко доказать, что расстояние KK' между узловыми точками системы равно расстоянию BB' между главными точками. В самом деле, отрезок FF' может быть выражен двояким образом:

$$FF' = -f + BB' + f' = x_k + KK' - x'_k. \quad (\text{I. 107})$$

Из выражений (I. 106) и (I. 107) следует равенство отрезков BB' и KK' . Линейное увеличение V_k в узловых точках находится по формуле (I. 103): $V_k = -f/f'$.

Для отрезков BK и $B'K'$ находим по чертежу выражение

$$BK = B'K' = x_k + f = f' + f. \quad (\text{I. 108})$$

В случае когда $f = -f'$, получаем из выражения (I. 106): $BK = B'K' = 0$. В этом частном случае, следовательно, узловые точки совпадают с главными.

§ 14. Продольное увеличение оптической системы

Пусть на чертеже (рис. I. 33) кроме сопряженных точек A и A' имеется вторая пара сопряженных точек C и C' . Тогда отрезки $CA = p$ и $C'A' = p'$, лежащие на оптической оси, сопряжены друг с другом. Начала этих отрезков мы условно будем считать лежащими в точках C и C' . В дальнейшем (см. гл. II, А) точкам C и C' будет придано особое значение. Вследствие приня-

того правила знаков при показанном на чертеже расположении оба отрезка p и p' — отрицательные.

Назовем продольным увеличением Q оптической системы отношение отрезков p и p' :

$$Q = \frac{p'}{p}. \quad (\text{I. 109})$$

Поместим в точке C предмет y_c , перпендикулярный к оптической оси. Внеосевой конец предмета P пусть лежит на луче AD . Изображение y'_c этого предмета находится у точки C' , его внеосевой конец лежит на луче $D'A'$. Из треугольников ACP и $A'C'P$ находим, учитывая знаки на чертеже:

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{y_c}{\alpha}; \\ p' &= \frac{y'_c}{\alpha'}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 110})$$

Поэтому из выражения (I. 109) следует

$$Q = \frac{p'}{p} = \frac{y'_c}{y_c} \frac{\alpha}{\alpha'}. \quad (\text{I. 111})$$

Но отношение y'_c к y_c есть, очевидно, линейное увеличение V_c в точках C и C'

$$V_c = \frac{y'_c}{y_c}. \quad (\text{I. 112})$$

Кроме того, имеем

$$W = \frac{\alpha'}{\alpha}. \quad (\text{I. 113})$$

На основании выражений (I. 112) и (I. 113) получаем из (I. 111) удобную формулу для вычисления продольного увеличения Q

$$Q = \frac{V_c}{W}. \quad (\text{I. 114})$$

Воспользуемся постоянством произведения VW согласно формуле (I. 113)

$$VW = V_c W_c = -\frac{f}{f'}. \quad (\text{I. 115})$$

Здесь W_c — угловое увеличение в точках C и C' . Переставляя члены в выражении (I. 115), найдем

$$\frac{V_c}{W} = \frac{V}{W_c}. \quad (\text{I. 116})$$

Поэтому, кроме формулы (I. 114) для продольного увеличения, получим еще формулу

$$Q = \frac{V}{W_c}. \quad (\text{I. 117})$$

Для практических расчетов более удобна формула, в которой Q выражено через линейные увеличения V и V_c для концов отрезков p и p' . Чтобы получить такую формулу, воспользуемся сначала выражением (I. 115)

$$W_c = -\frac{f}{f'V_c}. \quad (\text{I. 118})$$

Это значение W_c подставим затем в формулу (I. 117) и получим окончательно

$$Q = -\frac{f'}{f} V V_c. \quad (\text{I. 119})$$

Представим себе, что точка C приближается к точке A . При этом точка C' приближается к точке A' , так что оба отрезка p и p' одновременно стремятся к нулю: $p \rightarrow 0$ и $p' \rightarrow 0$. Кроме того, при этом должно быть: $V_c \rightarrow V$ и $W_c \rightarrow W$. Что касается величины продольного увеличения Q , то она при этом стремится к некоторому предельному значению q , которое представляет собой продольное увеличение бесконечно малых отрезков dp и dp' :

$$q = \frac{dp'}{dp}. \quad (\text{I. 120})$$

Увеличение q называют также *продольным увеличением в точках*.

Так как $V_c \rightarrow V$ и $W_c \rightarrow W$, формулы (I. 114) и (I. 117) приводят к одному и тому же выражению для q

$$q = \frac{V}{W}. \quad (\text{I. 121})$$

Эта формула связывает все три увеличения оптической системы в паре сопряженных точек A и A' .

Из формулы (I. 119) таким же образом получается выражение

$$q = -\frac{f'}{f} V^2. \quad (\text{I. 122})$$

Пользуясь формулой (I. 71) для V и формулой Ньютона, можно получить из выражения (I. 122):

$$q = -\frac{ff'}{x^2} = -\frac{x'}{x}. \quad (\text{I. 123})$$

В случае когда $f = -f'$, формулы (I. 119) и (I. 122) упрощаются:

$$Q = V V_c \quad (\text{I. 124})$$

$$q = V^2. \quad (\text{I. 125})$$

§ 15. Зависимость увеличений от положения предмета и изображения

При перемещении предмета вдоль оптической оси перемещается и его изображение. В то же время меняются все увеличения оптической системы и характер изображения. Для определения величин x' , V , W и q при изменении величины x служат формулы:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{ff'}{x}; \\ V &= -\frac{f}{x}; \\ W &= \frac{x}{f'}; \\ q &= -\frac{ff'}{x^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 126})$$

Рассматривая здесь только случай собирательной системы, с целью получения простого и наглядного результата положим: $f' = 1$ и $f = -1$. Тогда формулы (I. 126) упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} x' &= -\frac{1}{x}; \\ V &= \frac{1}{x}; \\ W &= x \\ q &= \frac{1}{x^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 127})$$

На основании этих формул составлена табл. I. 1 изменения увеличений и изображения при перемещении предмета.

Положение предмета, характеризуемое отрезком x , меняется в таблице в самых широких пределах: от $-\infty$ до $+\infty$. При x в пределах от $-\infty$ до 1 предмет действительный, при x в пределах от 1 до $+\infty$ — мнимый. Характер изменения изображения наглядно представлен в таблице. Таблица позволяет подметить некоторые общие закономерности:

- 1) продольное увеличение всегда положительно;
- 2) изображение перемещается всегда в том же направлении, как и предмет.

Эта закономерность известна в литературе под наименованием: принцип «куда предмет, туда изображение».

Обе эти закономерности могут нарушаться только в зеркальных оптических системах, что легко проверить на примере плоского зеркала.

Таблица 1. 1

Изменение увеличений и изображения при перемещении предмета

x	x'	V	W	q	Изображение		
$-\infty$	0	0	$-\infty$	0	Действительное	Перевернутое	Уменьшенное
-5	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	-5	$\frac{1}{25}$			
-2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{4}$			
-1	1	-1	-1	1			Увеличенное
$-\frac{1}{2}$	2	-2	$-\frac{1}{2}$	4			
$-\frac{1}{5}$	5	-5	$-\frac{1}{5}$	25			
0	$\pm \infty$	$\pm \infty$	0	$+\infty$	Мнимое	Прямое	Увеличенное
$\frac{1}{5}$	-5	5	$\frac{1}{5}$	25			
$\frac{1}{2}$	-2	2	$\frac{1}{2}$	4			
1	-1	1	1	1			
2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{4}$	Действительное	Прямое	Уменьшенное
5	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	5	$\frac{1}{25}$			
$+\infty$	0	0	$+\infty$	0			

Зависимость перемещений предмета и изображения в случае $f' > 0$ и $f = -f'$ (для собирающей оптической системы) представлена на графике (рис. I. 35). Главные плоскости H и H' представлены здесь совмещенными. $A_1, A_2, \dots, A_9$ — последовательные положения осевой точки предмета, а $A'_1, A'_2, \dots, A'_9$ — сопряженные с ними осевые точки изображения. Здесь тоже видно, что изображение и предмет движутся всегда в одном направлении (направо). Пока предмет находится далеко от главных плоскостей системы, изображение движется медленнее предмета. Когда предмет (A_3) помещается на двойном фокусном расстоянии от глав-

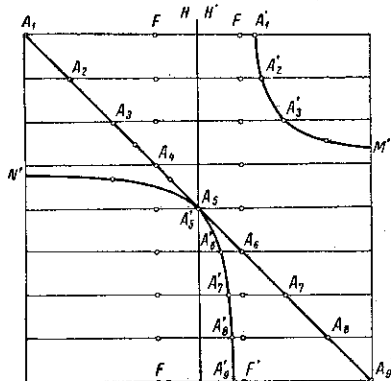


Рис. I. 35

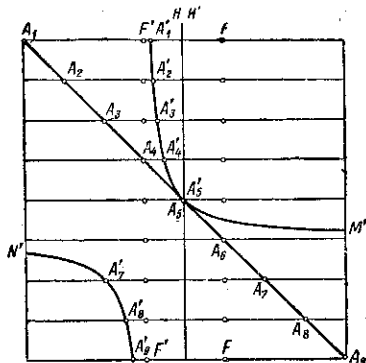


Рис. I. 36

ных точек, скорости движения предмета и изображения выравниваются. По мере приближения предмета к переднему фокусу (точка A_4) скорость изображения растет очень быстро и становится бесконечно большой при прохождении предмета через передний фокус. При этом изображение удаляется направо на бесконечность и вновь появляется из бесконечности слева. Когда предмет подходит к передней главной точке (A_5), изображение, двигаясь слева, догоняет предмет. При этом скорости их движения вторично выравниваются. Дальше изображение все больше отстает от предмета и доходит только до заднего фокуса F' системы, в то время как предмет успевает уйти направо на бесконечность.

Следует заметить, что ветвь A'_1M' графика соответствует действительному изображению, ветвь $N'A'_5$ — мнимому, а ветвь $A'_5A'_9$ — действительному изображению.

Аналогичный график (рис. I. 36) построен для рассеивающей оптической системы, причем принято: $f' < 0$ и $f = -f'$. График позволяет сделать выводы, аналогичные приведенным выше.

В. ОПТИКА НУЛЕВЫХ ЛУЧЕЙ

§ 16. О параксиальных лучах

Одной из основных задач оптики нулевых лучей (или, как ее часто называют, оптики Гаусса) является определение положения кардинальных точек центрированной оптической системы и ее фокусных расстояний. При этом мы сначала введем такое ограничение: будем рассматривать только световые лучи, образующие на всех преломляющих поверхностях бесконечно малые углы ω и ω' падения и преломления. Если преломляющая поверх-

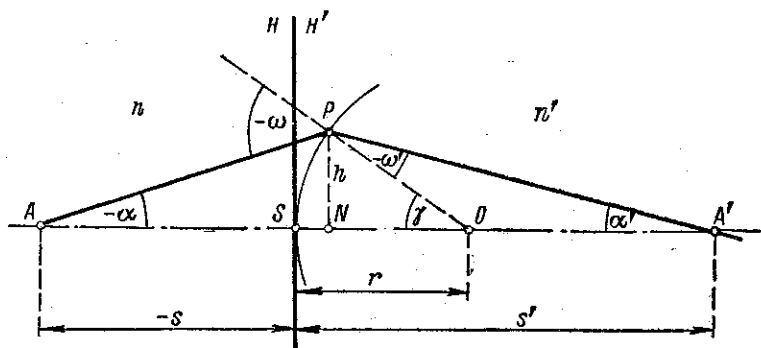


Рис. I. 37

ность разделяет две среды с показателями преломления n и n' , то закон преломления выразится формулой

$$n' \sin \omega' = n \sin \omega. \quad (\text{I. 128})$$

Если углы ω и ω' бесконечно малы, эта формула приобретает более простой вид:

$$n' \omega' = n \omega. \quad (\text{I. 129})$$

Рассмотрим теперь ход луча через одну преломляющую поверхность, показанную на рис. I. 37. Пусть это сферическая преломляющая поверхность с центром в точке O . Точку пересечения S преломляющей поверхности с оптической осью мы назовем вершиной этой поверхности. Следует заметить, что в случае одной преломляющей поверхности любая прямая, проведенная через ее центр, может быть принята за оптическую ось. Однако предположим, что рассматриваемая преломляющая поверхность входит в состав некоторой центрированной оптической системы, обладающей вполне определенным положением оптической оси.

Отрезок SO представляет собой радиус r этой сферической поверхности. Начало этого отрезка мы условимся считать лежащим в вершине S . Правило знаков для радиусов преломляющих

поверхностей можно сформулировать так: если центр поверхности расположен справа от ее вершины, то радиус считается положительным, в противном случае — отрицательным.

Пусть в среде с показателем преломления n лежит на оптической оси некоторая светящаяся точка A . Мы рассмотрим ход луча, образующего у точки A угол α с осью и падающего на преломляющую поверхность в точке P . Нормалью к преломляющей поверхности в точке падения луча P служит прямая PO . Луч AP образует с прямой PO угол падения ω . Преломленный луч PA' образует с нормалью PO угол преломления ω' . Правило знаков для углов ω и ω' : если угол образуется поворотом луча от нормали по часовой стрелке, то угол положительный, в противном случае — отрицательный.

Преломленный луч PA' проходит в среде с показателем преломления n' и встречает ось в точке A' . Введем отрезки $s = SA$ и $s' = SA'$. Начало этих отрезков будем считать лежащим в вершине S поверхности.

Следует заметить, что малость углов ω и ω' влечет за собой малость углов α и α' , так как и те и другие одновременно обращаются в нуль при приближении точки P к точке S . Здесь мы не принимаем во внимание частного случая, при котором точка A и O совпадают и углы ω и ω' обращаются в нуль независимо от величины углов α и α' .

Углы α и α' такого луча остаются малыми на протяжении его хода через весь ряд преломляющих поверхностей, образующих центрированную оптическую систему. Из точки P опустим перпендикуляр PN на оптическую ось. Нетрудно убедиться, что если угол α бесконечно мал, то и длина этого перпендикуляра $h = PN$ будет такого же порядка малости, как и угол α .

Обозначив через γ угол SOP , заметим, что угол ω — внешний угол треугольника AOP . Поэтому, учитывая знаки углов на чертеже, получаем:

$$\omega = \alpha - \gamma. \quad (\text{I. 130})$$

Угол γ — внешний угол треугольника $OA'P$, вследствие чего можем написать

$$\omega' = \alpha' - \gamma. \quad (\text{I. 131})$$

Благодаря (I. 130) и (I. 131) получим из (I. 129)

$$n'(\alpha' - \gamma) = n(\alpha - \gamma). \quad (\text{I. 132})$$

Из треугольника NOP следует

$$\sin \gamma = \frac{h}{r}, \quad (\text{I. 133})$$

а с учетом величин только первого порядка малости

$$\gamma = \frac{h}{r}. \quad (\text{I. 134})$$

Отрезок SN — величина второго порядка малости

$$SN = h \operatorname{tg} \frac{1}{2} \gamma \approx \frac{1}{2} h \gamma. \quad (\text{I. 135})$$

Пренебрегая поэтому отрезком SN , из треугольника ANP находим

$$\alpha = \frac{h}{s} \quad (\text{I. 136})$$

и аналогично из треугольника $NA'P$

$$\alpha' = \frac{h}{s'}. \quad (\text{I. 137})$$

Подставляя значения углов γ , α и α' из (I. 134), (I. 136) и (I. 137) в (I. 132), после сокращения на h получим окончательно формулу

$$n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right) = n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right), \quad (\text{I. 138})$$

известную под названием формулы Аббе, хотя она была выведена еще Ньютоном.

Вследствие сделанного в начале настоящего раздела предположения о малости углов ω и ω' , а следовательно, и углов α и α' , луч APA' бесконечно близок к оптической оси. Если центрированная оптическая система состоит из ряда преломляющих (и отражающих) поверхностей, то такой луч останется бесконечно близким к оси на всем протяжении его хода через оптическую систему. Луч, который проходит внутри нитеобразного бесконечно узкого пространства, окружающего оптическую ось системы, будем называть *параксиальным лучом*.

Очевидно, что формула Аббе справедлива только для параксиальных лучей. Она связывает отрезки s и s' , позволяя определять один из них, если известен второй. Пусть, например, задан отрезок s , определяющий положение светящейся точки A . Тогда по формуле Аббе можно найти отрезок s' , который указывает положение точки A' . При этом обращает на себя внимание тот факт, что отрезок s' не зависит от угла α . Это значит, что все лучи, исходящие из точки A и образующие с осью различные, но обязательно бесконечно малые углы α , после преломления пройдут все через одну и ту же точку. Иными словами, гомоцентрический пучок параксиальных лучей после прохождения через преломляющую поверхность остается гомоцентрическим. Это положение, очевидно, распространяется и на центрированную оптическую систему, составленную из ряда таких преломляющих поверхностей. Вследствие этого в области параксиальных лучей мы вправе применять к центрированным оптическим системам все формулы и положения солинейного сродства.

Формула Аббе позволяет найти фокусные расстояния преломляющей поверхности. Для этого сначала убедимся, что обе главные плоскости H и H' совпадают и проходят через вершину S преломляющей поверхности. Представим себе весьма малый предмет, как бы наложенный на поверхность у ее вершины. Очевидно, что изображение этого предмета по положению и по величине совпадает с самим предметом. Следовательно, в точке S находится совмещенная пара сопряженных точек, линейное увеличение в которых равно единице, т. е. здесь находятся совпадающие главные точки преломляющей поверхности.

Если точка A , двигаясь по оптической оси, удалится на бесконечность, то точка A' совпадает с задним фокусом F' поверхности. Поэтому можно записать условия

$$s = \infty; \quad s' = f'. \quad (I. 139)$$

Подставив (I. 139) в (I. 138) и решив полученное таким образом выражение относительно f' , находим формулу для заднего фокусного расстояния преломляющей поверхности

$$f' = \frac{n'r}{n' - n}. \quad (I. 140)$$

Заставив далее точку A' передвинуться по оси на бесконечность, заметим, что точка A перейдет при этом в передний фокус F поверхности. Это приводит нас к новой паре условий

$$s = f; \quad s' = \infty. \quad (I. 141)$$

Подставив их в формулу Аббе (I. 138), получим выражение для переднего фокусного расстояния поверхности

$$f = -\frac{nr}{n' - n}. \quad (I. 142)$$

Формулы (I. 140) и (I. 142) позволяют находить фокусные расстояния преломляющей поверхности, если известны n и r . Так, например, если свет проходит через поверхность из воздуха в стекло с $n = 1,5$, получим: $f = -2r$; $f' = 3r$. Если же $n = 1,6$, то будет: $f = -1,667r$; $f' = 2,667r$.

Формулы (I. 140) и (I. 142) можно применить для определения отношения фокусных расстояний преломляющей поверхности:

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (I. 143)$$

Это весьма важное выражение мы получили здесь применительно к одной преломляющей поверхности. Ниже будет показано, что формула (I. 143) справедлива для любой оптической системы.

§ 17. Оптические инварианты

Пусть имеется функция, связывающая параметры (углы, отрезки, высоты) хода луча в среде, предшествующей некоторой преломляющей поверхности. Если мы заменим эти параметры аналогичными параметрами, относящимися к среде, следующей за данной преломляющей поверхностью, то мы как бы совершим переход через эту поверхность. Мы условимся называть инвариантом такую функцию параметров хода луча, которая при переходе через преломляющую поверхность не меняет своего численного значения. Математически инвариант может быть представлен в виде совершенно симметричного уравнения, причем стороны

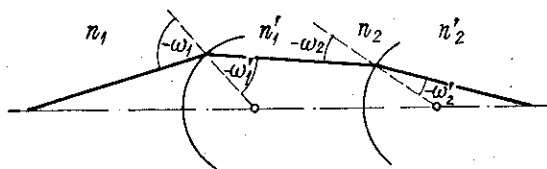


Рис. I. 38

уравнения отличаются друг от друга только тем, что входящие в них величины относятся к разным средам.

Примером инварианта может служить закон преломления:

$$n \sin \omega = n' \sin \omega'. \quad (\text{I. 144})$$

Формула Аббе (I. 138) — тоже инвариант. Величина r в равной мере относится к обеим средам, разделяемым преломляющей поверхностью. Поэтому присутствие величины r в левой и правой частях формулы Аббе не нарушает ее инвариантности.

Приведенные здесь инварианты сохраняют численное значение только при переходе через одну преломляющую поверхность. Поясним это положение на примере закона преломления, пользуясь обозначениями, введенными на рис. I. 38, где представлен ход луча через две последовательные преломляющие поверхности.

Напишем выражения закона преломления для каждой поверхности:

$$n_1 \sin \omega_1 = n_1' \sin \omega_1'; \quad n_2 \sin \omega_2 = n_2' \sin \omega_2'. \quad (\text{I. 145})$$

Имеют ли произведения $n \sin \omega$ в обеих формулах (I. 145) одно и то же значение? Или, другими словами, можно ли поставить знак равенства между уравнениями (I. 145)? Мы видим, что $n_2 = n_1'$, так как эти величины относятся к одной среде. Однако $\omega_2 \neq \omega_1'$. Поэтому знак равенства между выражениями (I. 145) поставлен быть не может, а произведение $n \sin \omega$ сохраняет численное значение только при переходе через одну поверхность.

То же самое можно сказать и относительно инварианта Аббе (I. 138). Но существуют инварианты, сохраняющие численное значение при прохождении через целую оптическую систему, составленную из любого числа преломляющих поверхностей. Такие инварианты называются полными инвариантами.

Рассмотрим здесь пример полного инварианта. В разделе «Оптика солинейного сродства» мы получили формулу Лагранжа—Гельмгольца:

$$fay = -f'a'y'. \quad (\text{I. 146})$$

Это — не инвариант, так как знак минус нарушает инвариантность. Но формула (I. 146) может быть применена к любой оптической системе (в области параксиальных лучей).

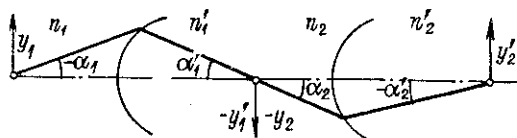


Рис. I. 39

Мы применим формулу (I. 146) к одной преломляющей поверхности, для которой справедливо соотношение (I. 143). Вследствие этого найдем из (I. 146):

$$n_1ay = n_1'a'y'. \quad (\text{I. 147})$$

Этот инвариант называется инвариантом Лагранжа—Гельмгольца. Мы показали его справедливость для одной преломляющей поверхности.

Покажем теперь, что он справедлив также и для двух поверхностей, пользуясь обозначениями, введенными на рис. I. 39. Напишем выражение (I. 147) для каждой из двух поверхностей:

$$n_1a_1y_1 = n_1'a_1'y_1'; \quad n_2a_2y_2 = n_2'a_2'y_2'. \quad (\text{I. 148})$$

Обратившись к чертежу, видим, что $n_2 = n_2'$; $a_2 = a_1'$; $y_2 = y_1'$. А потому $n_2a_2y_2 = n_1'a_1'y_1'$. Этим мы доказали, что численное значение инварианта Лагранжа—Гельмгольца сохраняется при прохождении лучей через две преломляющие поверхности. Но очевидно, что это доказательство легко распространяется на любое число преломляющих поверхностей. Поэтому инвариант Лагранжа—Гельмгольца — полный инвариант, справедливый для любой оптической системы в области параксиальных лучей.

Формула Лагранжа—Гельмгольца (I. 146) также справедлива для любой оптической системы. Деля (I. 146) на (I. 147), получим после перестановки членов пропорции

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (\text{I. 149})$$

Раньше выражение (I. 143) было получено нами применительно к одной преломляющей поверхности. Теперь мы доказали его справедливость для любой оптической системы.

Если в пространствах предметов и изображений одна и та же среда (обычно воздух), имеем $n = n'$, и из (I. 149) следует

$$f = -f'. \quad (\text{I. 150})$$

Это и есть тот частный случай, на который мы указывали в разделе «Оптика солинейного средства» и который очень часто встречается в практике конструирования оптических приборов. Случаи, когда $n \neq n'$, встречаются редко. Примером, когда в пространстве предметов не воздух, а жидкость с более высоким показателем преломления, может служить объектив иммерсионного микроскопа. Примером, когда не воздушная среда находится в пространстве изображений, является глаз человека.

§ 18. О нулевых лучах

Параксиальные лучи, с которыми мы оперировали в двух предыдущих параграфах, очень неудобны для практических вычислений и конструкторских работ из-за бесконечно малых углов и высот, образуемых этими лучами. Мы установим здесь понятие о нулевых лучах, более удобных для указанных целей.

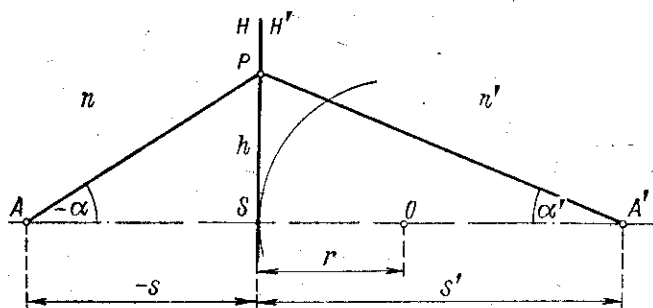


Рис. I. 40

Рассмотрим снова одну преломляющую поверхность, пользуясь обозначениями, показанными на рис. I. 40. Отрезки s и s' — это отрезки параксиального луча, исходящего из точки A на оптической оси и приходящего в сопряженную точку A' .

Выберем теперь произвольную точку P , лежащую на совпадающих главных плоскостях HH' на конечном расстоянии h от вершины S поверхности. Точку P мы соединим прямыми с точками AA' . Полученная таким образом ломаная линия APA' и называется *нулевым лучом*. Нулевой луч — это фиктивный луч; он в действительности не может существовать в оптических

системах уже хотя бы потому, что он преломляется не на преломляющей поверхности, а в точке P , лежащей внутри одной из сред, разделяемых этой поверхностью. Несмотря на это, он оказывается очень удобным в работе конструктора благодаря следующим его свойствам: 1) он засекает на оптической оси отрезки s и s' параксиального луча; 2) его высоты h , засекаемые им на главных плоскостях преломляющих поверхностей, обычно немного отличаются от высот реального луча, проходящего через оптическую систему; 3) то же можно сказать и об углах α и α' нулевого и реального лучей; 4) формулы для расчета хода нулевого луча значительно проще аналогичных формул для реального луча. Особенно важно последнее обстоятельство, открывающее широкую возможность аналитического исследования встречающихся в инженерной практике конструкторских задач.

§ 19. Расчет хода нулевого луча

Из чертежа (рис. I. 40) следует:

$$\alpha = \frac{h}{s}; \quad \alpha' = \frac{h}{s'}. \quad (\text{I. 151})$$

Здесь, как и в солинейном сродстве, величины α и α' представляют собой тангенсы углов, обозначенных этими буквами на чертеже.

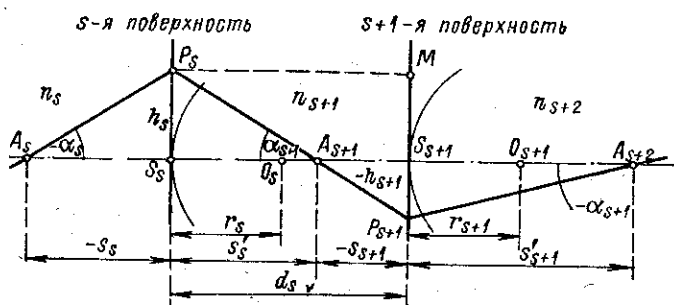


Рис. I. 41

Помножив почленно формулу Аббе (I. 138) на конечную величину h , на основании (I. 151) получим после очевидных преобразований выражение для α'

$$\alpha' = \frac{n}{n'} \alpha + h \frac{n' - n}{n'r}. \quad (\text{I. 152})$$

Эта формула будет в дальнейшем использована для расчета хода нулевого луча. Но сначала необходимо ввести нумерацию всех его параметров во избежание путаницы в процессе численных расчетов.

Эта нумерация, которой мы будем придерживаться на протяжении всего курса, показана на рис. I. 41. Здесь представлены

две соседние преломляющие поверхности — s -я и $s+1$ -я — оптической системы, состоящей из m поверхностей. Все параметры, характеризующие самую оптическую систему (r_s , d_s и n_s), а также и параметры хода нулевого луча (α_s , h_s , s_s и s'_s) перенумерованы по ходу этого луча.

Параметры, характеризующие данную оптическую систему, принято выписывать в определенном порядке, представленном на схеме:

$$\begin{array}{lll}
 r_1 = \dots\dots\dots & & n_1 = \dots\dots\dots \\
 & d_1 = \dots\dots\dots & n_2 = \dots\dots\dots \\
 r_2 = \dots\dots\dots & & d_2 = \dots\dots\dots & n_3 = \dots\dots\dots \\
 & & & \dots\dots\dots \\
 & & & \dots\dots\dots \\
 & d_{s-1} = \dots\dots\dots & n_s = \dots\dots\dots \\
 r_3 = \dots\dots\dots & & d_s = \dots\dots\dots & n_{s+1} = \dots\dots\dots \\
 r_{s+1} = \dots\dots\dots & & d_{s+1} = \dots\dots\dots & n_{s+2} = \dots\dots\dots \\
 & & & \dots\dots\dots \\
 & & & \dots\dots\dots \\
 & d_{m-1} = \dots\dots\dots & n_m = \dots\dots\dots \\
 r_m = \dots\dots\dots & & & n_{m+1} = \dots\dots\dots
 \end{array}$$

Применяя формулу I. 152 к s -й преломляющей поверхности, получим ее в виде, удобном для практических вычислений:

$$\alpha_{s+1} = \frac{n_s}{n_{s+1}} \alpha_s + h_s \frac{n_{s+1} - n_s}{n_{s+1} r_s}. \quad (\text{I. 153})$$

Эта формула служит для последовательного вычисления всех углов α_s . При этом, однако, нужна еще вторая формула для последовательного определения величин h_s , входящих в выражение (I. 153). Такая формула легко находится из рассмотрения треугольника $P_s M P_{s+1}$ (рис. I. 41)

$$h_{s+1} = h_s - \alpha_{s+1} d_s. \quad (\text{I. 154})$$

При составлении схем и программ для выполнения расчета хода нулевого луча вычислителями или электронными счетными машинами целесообразно ввести в формулы (I. 153) и (I. 154) изменения, уменьшающие число математических операций. Для этого введем вспомогательную величину γ_s , связанную с α_s зависимостью:

$$\gamma_s = n_s \alpha_s. \quad (\text{I. 155})$$

Следует заметить, что при $n_s = 1$ (воздух) получим: $\gamma_s = \alpha_s$.

Вводя вместо углов α_s вспомогательные величины γ_s , получим из (I. 153)

$$\gamma_{s+1} = \gamma_s + h_s \frac{n_{s+1} - n_s}{r_s}. \quad (\text{I. 156})$$

и из (I. 154)

$$h_{s+1} = h_s - \gamma_{s+1} \frac{d_s}{n_{s+1}}. \quad (\text{I. 157})$$

За счет незначительного усложнения формулы (I. 154) мы, таким образом, достигли существенного снижения числа математических операций при расчете по формуле (I. 153).

Расчет хода нулевого луча часто применяется для вычисления положения заднего фокуса оптической системы и ее заднего фокусного расстояния. В таком случае следует принять α_1 равным нулю. Независимо от выбора высоты h_1 луча в пространстве пред-

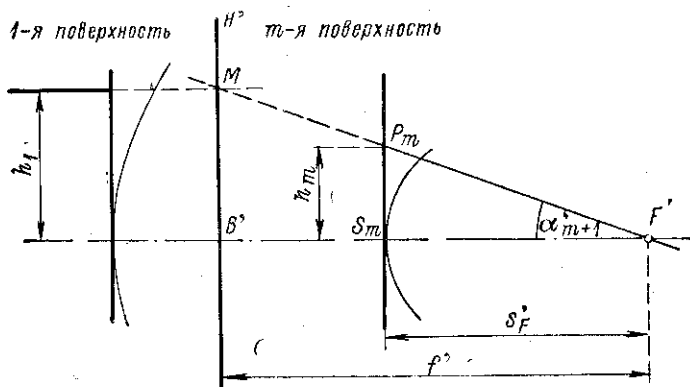


Рис. I. 42

метов такой луч пересечет ось в пространстве изображений в заднем фокусе F' системы. Это представлено на рис. I. 42, где показаны лишь первая и m -я (последняя) преломляющие поверхности системы.

В результате расчета хода нулевого луча по заданному h_1 при $\alpha_1 = 0$ находятся: высота h_m на главных плоскостях последней поверхности и последний угол α_{m+1} , образованный лучом с осью. Задний фокальный отрезок s_F' , определяющий положение заднего фокуса F' системы, находится из треугольника $P_m S_m F'$:

$$s_F' = \frac{h_m}{\alpha_{m+1}}. \quad (\text{I. 158})$$

Кроме того, мы можем определить и заднее фокусное расстояние f' оптической системы, для чего требуется сначала найти положение задней главной плоскости H' этой системы. Высота входящего в систему луча, параллельного оси, на передней главной плоскости H системы равна h_1 , где бы эта плоскость ни находилась. Вследствие того, что линейное увеличение в главных плос-

костях системы равно единице, высота, засекаемая лучом $P_m F'$ на задней главной плоскости H' , тоже должна быть равна h_1 .

Теперь производим следующее простое построение для нахождения положения задней главной плоскости. Находим точку M пересечения входящего и выходящего лучей (или их продолжений). Заднюю главную плоскость H' проводим через точку M перпендикулярно к оптической оси. Отрезок $f' = B'F'$ и будет фокусным расстоянием оптической системы. Пользуясь этим построением, найдем из треугольника $MB'F'$ формулу для вычисления фокусного расстояния:

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_{m+1}}. \quad (\text{I. 159})$$

На основании формул (I. 156)—(I. 159) составлена приводимая ниже схема (табл. I. 2) для расчета хода лучей при помощи

Таблица I.2

Схема расчета хода нулевого луча при $\alpha_1 = 0$

Поверхности		
1-я	s-я	m-я
	$\frac{\lg h_s}{\lg (n_{s+1} - n_s)}$	$\frac{\lg h_m}{\lg (n_{m+1} - n_m)}$
	$\frac{\text{colg } r_s}{\lg N_s}$	$\frac{\text{colg } r_m}{\lg N_m}$
$\gamma_2 = \pm(n_2 - n_1)$	$\frac{+\gamma_s^s}{\gamma_{s+1}}$	$\frac{+\gamma_m^m}{\gamma_{m+1}}$
$\frac{\lg \gamma_2}{\lg d_1}$	$\frac{\lg \gamma_{s+1}}{\lg d_s}$	$\frac{\lg h_m}{\text{colg } \alpha_{m+1}}$
$\frac{\text{colg } n_2}{\lg N_1}$	$\frac{\text{colg } n_{s+1}}{\lg N_s'}$	$\frac{\lg s_F'}{\lg s_F'}$
		$s_F' = \dots$
$\frac{h_1}{N_1}$	$\frac{h_s}{N_s'}$	$\frac{\lg h_1}{\text{colg } \alpha_{m+1}}$
$\frac{h_2}{h_2}$	$\frac{h_{s+1}}{h_{s+1}}$	$\frac{\lg f'}{\lg f'}$
		$f' = \dots$

логарифмических таблиц. Каждый столбец этой схемы соответствует одной преломляющей поверхности. Схема первой поверхности получилась особенно простой вследствие того, что $\alpha_1 = 0$ и произвольная высота h_1 принята равной абсолютной величине первого радиуса r_1 .

В схему m -й поверхности введено заключительное вычисление по формулам (I. 158) и (I. 159).

На рис. I. 43 представлен ход реального луча через две поверхности оптической системы. Пользуясь этим чертежом и вве-

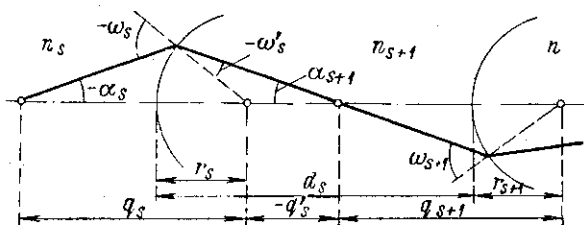


Рис. I. 43

денными на нем обозначениями, получаем следующую сводку формул для выполнения расчета хода такого луча:

$$\left. \begin{aligned} K_s &= d_s + r_{s+1} - r_s; \\ q_s &= K_{s-1} + q'_{s-1}; \\ \sin \omega_s &= \frac{q_s}{r_s} \sin \alpha_s; \\ \sin \omega'_s &= \frac{n_s}{n_{s+1}} \sin \omega_s; \\ \alpha_{s+1} &= \alpha_s + \omega'_s - \omega_s; \\ q'_s &= r_s \frac{\sin \omega'_s}{\sin \alpha_{s+1}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 160})$$

При помощи формул (I. 160) составлена схема расчета хода крайнего луча (табл. I. 3). В графе «Заключительные вычисления» приводится расчет ошибки δ'_s заднего отрезка (сферическая аберрация) и ошибки $\delta f'$ заднего фокусного расстояния (ошибки закона синусов).

Таблица 1.3

Схема расчета хода крайнего луча при $\alpha_1 = 0$

Поверхности		Заключительные вычисления
1-я	s-я	
$K_s = d_s + r_{s+1} - r_s$		
	K_{s-1}	$-r_m$
	$\frac{q'_{s-1}}{q_s}$	$\frac{q_m}{S'_m}$
		$-s_m$
		(нулевого луча)
		$\delta s' m$
$\lg h_1$	$\lg q_s$	$\lg h_1$
$\frac{\text{colg } r_1}{\lg \sin \omega_1}$	$\lg \sin \alpha_s$	$\frac{\text{colg } \sin \alpha_{m+1}}{\lg F'}$
$\frac{\lg (n_1 : n_2)}{\lg \sin \omega'_1}$	$\frac{\text{colg } r_s}{\lg \sin \omega_s}$	
$\frac{\lg r_1}{\text{colg } \sin \alpha_2}$	$\frac{\lg (n_s : n_{s+1})}{\lg \sin \omega'_s}$	$-F'$
$\frac{\lg q_1}{\lg q'_1}$	$\frac{\lg r_s}{\text{colg } \sin \alpha_{s+1}}$	$-f'$
	$\lg q'_s$	(нулевого луча)
		$\delta f'$
$\frac{\omega'_1}{\omega_1}$	$\frac{\omega'_s}{\omega_s}$	
α_2	$\dots$	
	$+\alpha_s$	
	α_{s+1}	

§ 20. Замечания о практике оптических вычислений

Вычисление хода нулевых и реальных лучей в практике заводов и институтов оптической промышленности обычно выполняются либо специальными вычислителями при помощи логарифмических таблиц и арифмометров, либо электронными вычислительными машинами. Для вычислений при помощи логарифмических таблиц можно рекомендовать «Логарифмо-тригонометрические таблицы для нового (десятичного) деления с шестью знаками» В. Иордана, так как эти таблицы обеспечивают нужную в оптических расчетах высокую точность и в то же время удобны для использования благодаря введенному в них десятичному делению углов.

Во избежание появления в вычислениях отрицательных логарифмов (характеристик и мантисс) применяются следующие два простых приема.

Во-первых, отрицательные характеристики вычитаются из десяти. Так, например, мы пишем:

$\lg 20,000000 = 1,301030$; $\lg 2,000000 = 0,301030$; $\lg 0,200000 = -9,301030$; $\lg 0,020000 = 8,301030$ и т. д.

Во-вторых, применяются вместо отрицательных (т. е. вычитаемых) логарифмов так называемые кологарифмы (colg), определяемые формулой: $\text{colg } x = 10 - \lg x$. Вычитание из десяти легко выполняется в уме: все цифры, кроме последней, вычитаются из девяток, а последняя — из десятки.

Расчет хода нулевого луча проще и быстрее выполняется на арифмометре. Вычислители всегда работают парами, т. е. два вычислителя выполняют один и тот же расчет, сверяя получающиеся результаты. Таким образом исключаются случайные ошибки.

Применение в вычислительной работе цифровых электронных вычислительных машин (ЦЭВМ) оказывается весьма эффективным. Приведенные выше схемы (табл. I. 2 и I. 3) должны быть превращены в программы, что является весьма трудоемким и сложным процессом. Однако полученные один раз программы могут затем применяться для подобных расчетов с различными численными значениями входных данных. Применение ЦЭВМ открывает возможность автоматизации работ по расчету оптических систем. Действительно, по специально составленным программам вычислительная машина сама будет подбирать параметры рассчитываемой системы таким образом, чтобы последняя удовлетворяла ряду условий (например, устранение некоторых или всех аберраций и т. д.).

§ 21. Отдельная линза в воздухе

Отдельная линза в воздухе широко применяется в оптическом приборостроении. Есть оптические приборы, содержащие всего лишь одну линзу (лупы) или две линзы (очки). Но чаще отдельная линза входит в состав более сложных оптических систем, например окуляров зрительных труб, фотографических объективов, объективов для микроскопов.

На рис. I. 44 представлено шесть типичных форм линз: в верхнем ряду — три собирательные или положительные линзы ($f' > 0$); в нижнем — три рассеивающие или отрицательные линзы ($f' < 0$). По известному эмпирическому правилу у положительных линз толщина у края меньше, чем у оси; у отрицательных линз — наоборот. Однако существуют такие переходные формы линз, в применении к которым это правило не дает отчетливого и однозначного ответа.

Наиболее простыми в смысле технологии их изготовления являются плоско-выпуклая и плоско-вогнутая линзы (левый вертикальный ряд). Они наиболее экономичны в изготовлении, а потому везде, где это допустимо с точки зрения качества изображения, следует применять линзы этой формы. Математически эти линзы характеризуются тем, что один из их радиусов (на чертеже — первый) равен бесконечности: $r_1 = \infty$.

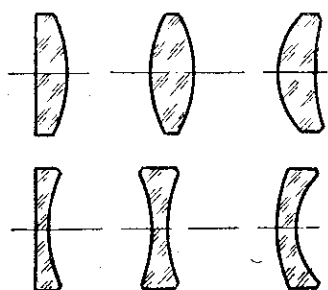


Рис. I. 44

Двояковыпуклая и двояковогнутая линзы (средний вертикальный ряд) отличаются тем, что их радиусы имеют разные знаки. Так, у двояковыпуклой линзы $r_1 > 0$; $r_2 < 0$. У двояковогнутой, наоборот, $r_1 < 0$; $r_2 > 0$. В частном случае линзы могут быть симметричными при условии $r_2 = -r_1$.

Если оба радиуса линзы имеют один и тот же знак (на чертеже — положительный), то линза называется *мениском*. Для положительного мениска справедливо условие $r_2 \geq r_1$, а для отрицательного $r_2 < r_1$ (при тонких линзах). Эти условия остаются в силе и в случае, если линзы будут перевернуты.

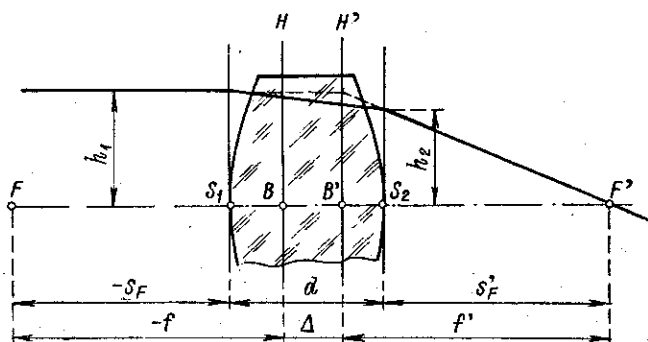


Рис. I. 45

На рис. I. 45 представлена схема хода нулевого луча через отдельную линзу в воздухе. Пользуясь введенными на этом чертеже обозначениями, рассчитаем ход нулевого луча в алгебраическом виде, положив: $\alpha_1 = 0$, а h_1 выбрав произвольно. Применяв (I. 153) к первой преломляющей поверхности линзы, получим:

$$\alpha_2 = h_1 \frac{n-1}{nr_1}. \quad (\text{I. 161})$$

Таким же образом по (I. 154) находим

$$h_2 = h_1 - \alpha_2 d. \quad (\text{I. 162})$$

Отсюда на основании (I. 161)

$$h_2 = h_1 \left(1 - \frac{n-1}{nr_1} d \right). \quad (\text{I. 163})$$

Прилагая формулу (I. 153) ко второй поверхности линзы, найдем с учетом (I. 162) и (I. 163)

$$\alpha_3 = h_1 \left[(n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{nr_1 r_2} d \right]. \quad (\text{I. 164})$$

На этом заканчивается расчет нулевого луча, и нам остается лишь воспользоваться формулами (I. 158) и (I. 159) для заключительного вычисления.

Введем понятие о силе Φ оптической системы

$$\Phi = \frac{1}{f'}. \quad (\text{I. 165})$$

Силой оптической системы мы называем обратную величину заднего фокусного расстояния этой системы. Такое название величины Φ объясняется тем, что чем короче фокусное расстояние системы, тем сильнее она преломляет лучи входящего в нее пучка лучей.

Вследствие (I. 165) и (I. 159) имеем

$$\Phi = \frac{\alpha_3}{h_1}, \quad (\text{I. 166})$$

а подставив сюда α_3 из (I. 164), получим окончательную формулу для силы линзы в воздухе

$$\Phi = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{nr_1 r_2} d. \quad (\text{I. 167})$$

Из (I. 158) находится задний фокальный отрезок s'_F линзы

$$s'_F = \frac{h_1}{\alpha_3} \frac{h_2}{h_1}. \quad (\text{I. 168})$$

Первая дробь в правой части (I. 168) есть величина f' . Подставив в (I. 168) значение h_2 по (I. 163), получим окончательно

$$s'_F = f' \left(1 - \frac{n-1}{nr_1} d \right). \quad (\text{I. 169})$$

Переднее фокусное расстояние f линзы находится легко по (I. 149): $f = -f'$. Но для определения переднего фокального отрезка s_F нужно рассчитать ход нулевого луча через перевернутую

линзу. Однако можно получить выражение для s_F и не выполняя такого расчета. При переворачивании линзы ее радиусы, очевидно, изменят свои знаки и поменяются местами. Рассматривая формулу (I. 167), нетрудно убедиться, что при такой операции сила Φ останется неизменной, а следовательно, не изменится и фокусное расстояние. Тогда задний фокальный отрезок $\bar{s}_F$ перевернутой линзы может быть представлен по аналогии с (I. 169):

$$\bar{s}_F = f' \left(1 + \frac{n-1}{nr_2} d \right). \quad (\text{I. 170})$$

Но очевидно, что передний фокальный отрезок s_F неперевернутой линзы и задний фокальный отрезок $\bar{s}_F$ перевернутой линзы связаны зависимостью

$$s_F = -\bar{s}_F. \quad (\text{I. 171})$$

Поэтому находим окончательную формулу

$$s_F = -f' \left(1 + \frac{n-1}{nr_2} d \right). \quad (\text{I. 172})$$

По рис. I. 45 можно установить, что формулы (I. 167), (I. 169) и (I. 172) определяют положение всех четырех кардинальных точек линзы: F и F' , B и B' . Эти формулы могут быть использованы для исследования всевозможных конструктивных задач, связанных с расчетом линз.

Пусть, например, поставлена задача определить, при какой форме линзы ее главные точки B и B' совпадают. По рис. I. 45 находим, что расстояние Δ между точками B и B' определяется выражением

$$\Delta = -s_F + d + s'_F - 2f'. \quad (\text{I. 173})$$

Подставив сюда значения отрезков s_F и s'_F по (I. 172) и (I. 169), получим после простых преобразований

$$\Delta = f'd \left[\Phi - \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right]. \quad (\text{I. 174})$$

Отсюда вследствие (I. 167) находим после ряда упрощений окончательное выражение для Δ :

$$\Delta = \frac{(n-1)^2}{n} \frac{f'd}{r_1 r_2} (r_2 - r_1 + d). \quad (\text{I. 175})$$

Заметим, что, пренебрегая толщиной d во второй скобке этой формулы и подставляя в нее значение величины f' из формулы (I. 167) при $d = 0$, можно легко получить простую и удоб-

ную приближенную формулу для расстояния Δ между главными точками тонкой линзы:

$$\Delta \approx \frac{n-1}{n} d.$$

Выражение (I. 175) распадается на множители, вследствие чего получаем два решения. Первое решение: $d = 0$ (бесконечно тонкая линза). Второе решение:

$$r_1 - r_2 = d. \quad (\text{I. 176})$$

Это — условие концентричности преломляющих поверхностей линзы. Таким образом совмещенные главные (и узловые) точки имеют только два типа линз: бесконечно тонкая и концентрическая.

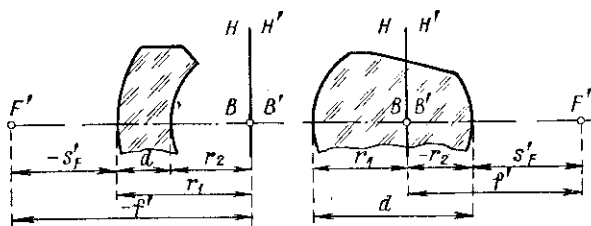


Рис. I. 46

Рассмотрим последнюю несколько подробнее. При соблюдении условия (I. 176) находим из (I. 177)

$$\varphi = -\frac{n-1}{n} \frac{d}{r_1 r_2}, \quad (\text{I. 177})$$

а потому из (I. 169) следует:

$$s_F' = f' + r_2. \quad (\text{I. 178})$$

На основании (I. 178) можно утверждать, что обе главные точки концентрической линзы совпадают с общим центром ее поверхностей. На рис. I. 46 показаны два вида концентрической линзы. Если обе поверхности линзы лежат по одну сторону от их общего центра, то оба ее радиуса имеют один и тот же знак. Из (I. 177) следует, что в этом случае линза отрицательная. Если же центр находится между поверхностями, то ее радиусы имеют различные знаки, и линза становится положительной.

Отрицательные концентрические линзы применяются в оптическом приборостроении в качестве защитных колпаков для объективных головок приборов.

Частным случаем положительной концентрической линзы является шарообразная линза, удовлетворяющая условиям:

$$r_1 > 0; r_2 = -r_1; d = 2r_1. \quad (\text{I. 179})$$

Выражение для ее силы Φ найдем из (I. 177)

$$\Phi = 2 \frac{n-1}{nr_1}. \quad (\text{I. 180})$$

По внешнему виду очень похожа на отрицательную concentрическую линзу линза с равными радиусами: $r_1 = r_2$, показанная на рис. I. 47. Для нее получаем из (I. 167)

$$\Phi = \frac{(n-1)^2 d}{nr_1^2}. \quad (\text{I. 181})$$

На основании этого выражения можно сказать, что всегда $\Phi > 0$, а поэтому такая линза всегда положительна. Вследствие (I. 181) найдем из (I. 169):

$$s'_F = f' - \frac{r_1}{n-1} \approx f' - 2r_1. \quad (\text{I. 182})$$

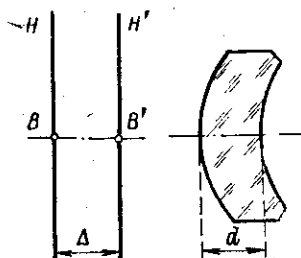


Рис. I. 47

Последнее выражение получается при $n = 1.5$. Формула (I. 175) в случае этой линзы приводит к $\Delta = d$; следовательно, главные плоскости линзы с равными радиусами сильно вынесены в сторону выпуклой поверхности линзы, а расстояние между ними равно ее толщине.

При помощи приведенных здесь общих формул легко исследуются также плоско-выпуклая и плоско-вогнутая линзы ($r_2 = \infty$). Для силы такой линзы получаем формулу

$$\Phi = \frac{n-1}{r_1} \quad (\text{I. 183})$$

независимо от толщины d линзы. Одна главная плоскость проходит через вершину неплоской поверхности линзы, а вторая лежит внутри линзы на расстоянии d/n от ее плоской поверхности.

Полагая $\Phi = 0$, найдем из (I. 167) следующее условие, связывающее параметры линзы:

$$n(r_1 - r_2) = (n-1)d. \quad (\text{I. 184})$$

§ 22. О сложной оптической системе

Сложной оптической системой мы назовем систему, составленную из ряда более или менее самостоятельных частей, называемых *компонентами* сложной системы. На рис. I. 48 представлен схематически ход нулевого луча через два соседних (s -й и $s+1$ -й) компонента сложной оптической системы, состоящей из m компонентов. На чертеже введены необходимые обозначения и нумерация параметров. Предполагается, что силы Φ_s всех компонентов

известны. Передняя и задняя главные плоскости каждого компонента представлены условно совмещенными. В пространстве предметов, в пространстве изображений и в промежутках между компонентами предполагается воздух, а потому соответствующие показатели преломления равны единице.

Для расчета хода нулевого луча через такую сложную систему воспользуемся формулой отрезков:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}. \quad (I. 185)$$

Применительно к s -й поверхности она получает вид:

$$\frac{h_s}{s_s'} - \frac{h_s}{s_s} = h_s \varphi_s. \quad (I. 186)$$

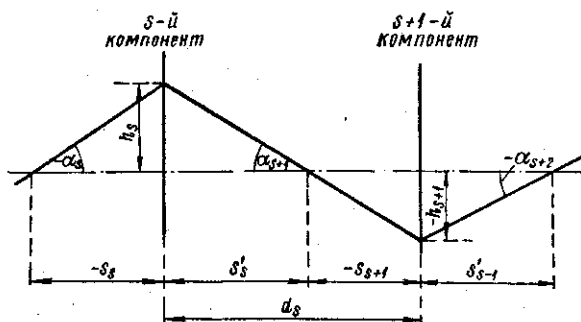


Рис. I. 48

Здесь выражение (I. 185) помножено почленно на h_s . Из рисунка следует

$$\frac{h_s}{s_s} = \alpha_s; \quad \frac{h_s}{s_s'} = \alpha_{s+1}. \quad (I. 187)$$

Поэтому получим из (I. 186), решая это выражение относительно α_{s+1} , окончательную формулу

$$\alpha_{s+1} = \alpha_s + h_s \varphi_s. \quad (I. 188)$$

Формула для высот h_{s+1} остается такой же, как в случае системы из ряда преломляющих поверхностей:

$$h_{s+1} = h_s - \alpha_{s+1} d_s. \quad (I. 189)$$

Формулы (I. 188) и (I. 189) служат для расчета хода нулевого луча через сложную систему. Ими обычно пользуется конструктор в процессе разработки новой оптической системы. Очень часто расчет хода нулевого луча производится с целью нахождения заднего фокусного расстояния f' и заднего фокального отрезка s_f' .

Тогда следует положить $\alpha_1 = 0$. При этом остаются в силе формулы (I. 158) и (I. 159), выведенные для системы из ряда преломляющих поверхностей.

§ 23. Оптическая система из двух компонентов

На рис. I. 49 представлен схематически ход нулевого луча через оптическую систему, состоящую из двух компонентов. Произвольно выбрав высоту h_1 луча и положив $\alpha_1 = 0$, находим из (I. 188) и (I. 189), полагая значок s равным единице,

$$\alpha_2 = h_1 \varphi_1; \quad h_2 = h_1 (1 - \varphi_1 d). \quad (\text{I. 190})$$

Положив затем значок s равным двум, получаем из (I. 188) после простых преобразований

$$\alpha_3 = h_1 (\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d). \quad (\text{I. 191})$$

Теперь вследствие (I. 159) и (I. 191) имеем окончательно следующее выражение для силы φ системы из двух компонентов:

$$\varphi = \frac{\alpha_3}{h_1} = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d. \quad (\text{I. 192})$$

Из (I. 158) находим

$$s'_F = \frac{h_1}{\alpha_3} \frac{h_2}{h_1} = f' (1 - \varphi_1 d) \quad (\text{I. 193})$$

и окончательно

$$s'_F = \frac{1 - \varphi_2 d}{\varphi}. \quad (\text{I. 194})$$

Для определения переднего фокального отрезка s_F представим себе, что система перевернута и при этом компоненты поменялись местами. По виду формулы (I. 192) можно утверждать, что при такой перестановке компонентов сила системы остается неизменной. Поэтому для заднего фокального отрезка $\bar{s}_F$ перевернутой системы получаем по аналогии с выражением (I. 194)

$$\bar{s}_F = \frac{1 - \varphi_2 d}{\varphi}. \quad (\text{I. 195})$$

Если мы теперь возвратим систему в ее первоначальное положение, то $\bar{s}_F$ перейдет в s_F , изменив при этом знак. Поэтому мы получаем для s_F формулу

$$s_F = - \frac{1 - \varphi_2 d}{\varphi}. \quad (\text{I. 196})$$

Формулы (I. 192), (I. 194) и (I. 196) позволяют определить положение всех четырех кардинальных точек системы из двух компонентов.

В случаях когда предмет двухкомпонентной оптической системы находится на конечном расстоянии и задано линейное увеличение этой системы (рис. I. 50), можно получить формулы для нахождения отрезков s и s' . По чертежу находим

$$s = x + s_F; \quad s' = x' + s'_F. \quad (\text{I. 197})$$

Из известных формул оптики солинейного сродства определим отрезки x и x'

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{f}{V} = \frac{f'}{V} = \frac{1}{V\varphi}; \\ x' &= -Vf' = -\frac{V}{\varphi}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 198})$$

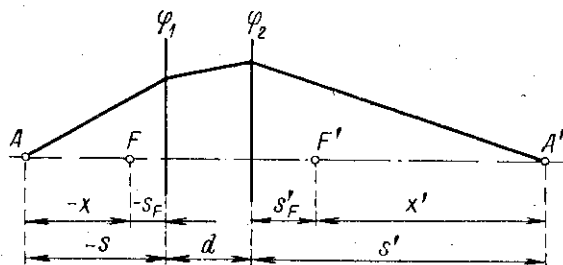


Рис. I. 50

Подставив в формулы (I. 197) значения x и x' из формул (I. 198) и значения s_F и s'_F по формулам (I. 194) и (I. 196), получим искомые выражения:

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{\varphi} \left(\frac{1}{V} - 1 + \varphi_2 d \right); \\ s' &= \frac{1}{\varphi} (1 - V - \varphi_1 d). \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 199})$$

Для примера рассмотрим следующую задачу (рис. I. 51). Объектив с силой φ_1 дает изображение шкалы, находящейся у точки A_0 , на экране, помещенном у точки A' , с линейным увеличением V . Если известны φ_1 и V , то, пользуясь формулой отрезков

$$\frac{1}{s_0} - \frac{1}{s_0'} = \varphi_1 \quad (\text{I. 200})$$

и выражением для V

$$V = \frac{s_0'}{s_0}, \quad (\text{I. 201})$$

можно определить отрезки s_0 и s_0' :

$$s_0 = \frac{1-V}{V\varphi_1}; \quad s_0' = \frac{1-V}{\varphi_1}. \quad (\text{I. 202})$$

Если теперь после объектива с силой φ_1 на некотором расстоянии d мы поставим линзу с силой φ_2 , то на том же экране у точки A' получится изображение шкалы, помещенной у точки A на расстоянии a от первой шкалы, с прежним линейным увеличением V . Величина a задана. Требуется найти d и φ_2 .

По чертежу (рис. I. 51) имеем

$$-s_0 = a - s; \quad s'_0 = d + s'.$$

Пользуясь выражениями (I. 199) для s и s' системы, состоящей из объектива и включаемой линзы, и выражениями (I. 202)

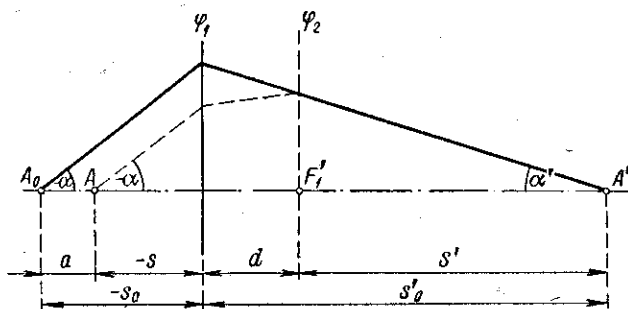


Рис. I. 51

для отрезков s_0 и s'_0 , получим для определения двух наших неизвестных два уравнения:

$$\left. \begin{aligned} a + \frac{1-V}{V\varphi_1} - \frac{1-V}{V\varphi} - \frac{\varphi_2 d}{\varphi} &= 0; \\ d - \frac{1-V}{\varphi_1} + \frac{1-V}{\varphi} - \frac{\varphi_1 d}{\varphi} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 203})$$

Преобразуя второе из этих уравнений при помощи формулы (I. 192), получим после сокращения на φ_2 (φ_2 не может быть равным нулю) квадратное уравнение для d

$$d^2 - \frac{2-V}{\varphi_1} d + \frac{1-V}{\varphi_1^2} = 0. \quad (\text{I. 204})$$

Для нас представляет интерес один корень этого уравнения:

$$d = \frac{1}{\varphi_1} = f'_1, \quad (\text{I. 205})$$

при котором из (I. 192) следует:

$$\varphi = \varphi_1. \quad (\text{I. 206})$$

Вводя эти значения d и φ в первую формулу (I.203), легко найти и силу включаемой линзы φ_2 :

$$\varphi_2 = a\varphi_1^2. \quad (\text{I. 207})$$

Условие (I. 205) обозначает, что передняя главная плоскость линзы φ_2 совпадает с задней фокальной плоскостью объектива φ_1 . Проследивая обратный ход луча от точки A' к точкам A_0 и A , нетрудно понять, что оба луча в пространстве предметов параллельны друг другу и образуют с осью один и тот же угол α (при постоянном угле α' в пространстве изображений, как показано на рис. I. 51). Поэтому оба хода лучей дают одно и то же угловое увеличение, а следовательно, и линейное.

При решении подобных задач в заводской конструкторской работе приходится часто учитывать не только конструктивные условия (например, габаритные), но и требования, предъявляемые со стороны экономичности технологии изготовления деталей и сборки прибора. Очень важно не забывать, что повышение сил применяемых линз влечет за собой уменьшение радиусов кривизны поверхностей. Это не только неблагоприятно для качества изображения (увеличение аберраций высших порядков), но и неэкономично: на каждый корпус («чашку» или «гриб») при этом помещается меньше обрабатываемых заготовок линз, что и приводит к удорожанию продукции, выпускаемой оптическим цехом завода.

§ 24. О расчете телеобъективов

Телеобъективы — это объективы, у которых задняя главная плоскость вынесена вперед (навстречу движению света). Благодаря этому телеобъективы могут быть сделаны конструктивно компактными, не требующими большой длины корпуса (или тубуса) прибора.

Первое применение телеобъективы нашли в фотографических камерах для съемки далеких предметов (теле — далеко). Чтобы при фотографировании далеких предметов изображения были достаточно крупными, нужно, очевидно, фотографировать их при помощи более длиннофокусного объектива, чем нормальный объектив данной фотокамеры. Но применять длиннофокусный объектив в камере, предназначенной для короткофокусного объектива, было бы затруднительно по конструктивным соображениям и неудобно в эксплуатации. Применение компактного телеобъектива устраняет все конструктивные и эксплуатационные трудности.

В последние годы телеобъективы стали широко применяться в конструкции различных зрительных труб, чем достигается повышение ряда ценных эксплуатационных свойств этих труб: уменьшение механической длины труб и их веса, снижение их чувствительности к деюстирующим воздействиям и т. п.

В качестве примера практического применения выведенных выше формул к решению инженерных задач мы рассмотрим теперь три метода расчета телеобъективов. Один метод чисто геометрический; он может быть рекомендован для расчета телеобъективов для зрительных труб, обладающих малым углом поля зрения. Второй метод предназначен для расчета фотографических телеобъективов, обладающих, как правило, сравнительно большим углом поля зрения; при расчете таких телеобъективов целесообразно учесть некоторые возможности коррекции полевых aberrаций (так называемое условие Пецваля). Наконец, третий метод

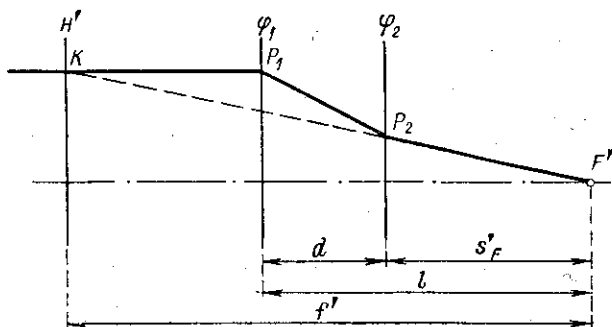


Рис. I. 52

применяется для расчета так называемых *аналактических* объективов геодезических инструментов.

Постановка задачи расчета телеобъектива (рис. I. 52), состоящего из двух компонентов с силами φ_1 и φ_2 , может быть геометрически представлена следующим образом. Пусть конструктору заданы две величины: фокусное расстояние f' телеобъектива и его длина l , т. е. расстояние от главных плоскостей первого компонента до задней фокальной плоскости всего объектива. Если конструктор по каким-то соображениям задастся еще положением второго компонента (т. е. выберет величину d — расстояние между компонентами), то, как мы сейчас покажем, задача расчета телеобъектива решается полностью.

Пусть в нашу систему входит луч, параллельный оптической оси, встречающий главные плоскости первого компонента в точке P_1 . Мы можем на чертеже построить ход луча, выходящего из системы, так как этот луч должен пройти через две известные точки: через задний фокус F' телеобъектива и через точку K пересечения падающего на систему луча с задней главной плоскостью H' объектива.

Таким образом на чертеже определяется ход луча P_2F' . Но при этом находится и ход этого луча между компонентами, для чего достаточно соединить прямой точки P_1 и P_2 . Очевидно,

что, меняя величину d , можно таким образом получить множество решений, удовлетворяющих поставленным требованиям.

Из ломаного хода луча KP_1P_2F' видно, что первый компонент положительный и что его сила существенно больше силы всего объектива. Второй же компонент — отрицательный и тоже обладающий большой силой. Практика расчета телеобъективов показывает, что большая (по абсолютной величине) сила рассеивающего компонента является основным затруднением при расчете.

По чертежу (рис. I. 52) можно убедиться, что с уменьшением расстояния d между компонентами до нуля угол $P_1P_2K_1$, на который луч отклоняется вторым компонентом, возрастает, вследствие чего и сила Φ_2 этого компонента стремится к бесконечности. Если же уменьшать задний фокальный отрезок s'_F до нуля, сохраняя, конечно, неизменными l и f' , то указанный угол уменьшится, но не до нуля, в то время как высота точки P_2 будет стремиться к нулю. В этом случае сила Φ_2 второго компонента будет стремиться к бесконечности. Из этого можно сделать заключение, что при некотором значении d , лежащем между нулем и l , должен существовать минимум силы Φ_2 . При практическом расчете телеобъектива, предназначенного для зрительной трубы, целесообразно использовать именно это минимальное значение Φ_2 .

Перейдем к математическому решению поставленной задачи. При заданных f' и l по чертежу устанавливается соотношение

$$l = d + s'_F, \quad (I. 208)$$

откуда вследствие (I. 194) находим

$$\Phi(l - d) = 1 - \Phi_1 d. \quad (I. 209)$$

Это выражение и формула (I. 192) связывают параметры рассчитываемой системы. Но определению подлежат три параметра: Φ_1 , Φ_2 и d . Поэтому одного математического условия не хватает для однозначного решения задачи. В качестве этого недостающего условия и предлагается здесь ввести условие минимума силы Φ_2 .

Для получения этого условия следует составить выражение для Φ_2 как функции от одного параметра d , для чего нужно исключить Φ_1 из формул (I. 192) и (I. 193). При этом из (I. 192) получается выражение для Φ_1

$$\Phi_1 = \frac{\Phi - \Phi_2}{1 - \Phi_2 d}, \quad (I. 210)$$

а поставив это значение Φ_1 в (I. 209), найдем

$$\Phi_2 = -\frac{1 - \Phi l}{\Phi(l - d)d}. \quad (I. 211)$$

Для наших целей значительно удобнее перейти к фокусным расстояниям f'_2 и f' :

$$f'_2 = -\frac{(l-d)d}{f'-l}, \quad (I. 212)$$

здесь f'_2 представлено как функция от одной неизвестной d .

Определяя теперь экстремальное значение f'_2 , найдем первую производную от f'_2 по d и приравняем ее нулю:

$$\frac{df'_2}{dd} = -\frac{l-2d}{f'-l} = 0. \quad (I. 213)$$

Отсюда определим d

$$d = \frac{1}{2} l, \quad (I. 214)$$

вследствие чего получим из (I. 212)

$$f'_2 = -\frac{1}{4} \frac{l^2}{f'-l}. \quad (I. 215)$$

Это и есть фокусное расстояние второго компонента при условии минимума его силы (по абсолютной величине), в чем нетрудно убедиться, исследуя знак второй производной $\frac{d^2 f'_2}{dd^2}$.

Из формулы (I. 210), переходя от Φ_1 к f'_1 , найдем

$$f'_1 = \frac{l f'}{2f'-l}. \quad (I. 216)$$

Формулы (I. 214), (I. 215) и (I. 216) являются расчетными формулами и позволяют определить искомые параметры Φ_1 , Φ_2 и d рассчитываемого телеобъектива.

При расчете фотографического телеобъектива, учитывая сравнительно большой угол его поля зрения, следует принять меры к уменьшению кривизны изображения, которая без этой предосторожности может стать недопустимо большой. Для этого вместо условия минимальной силы второго компонента следует ввести в расчет так называемое условие Пецваля, установленное венским оптиком Пецвалем в 40-х годах прошлого столетия и гарантирующее в пределах аберраций третьего порядка получение плоского поля изображения при неперменном условии, что астигматизм данной оптической системы устранен каким-либо иным способом. Для системы, состоящей из двух тонких компонентов, построенных с применением одинаковых марок стекла в обоих компонентах, условие Пецваля приобретает очень простой вид

$$\Phi_2 = -\Phi_1. \quad (I. 217)$$

Поэтому для нахождения трех искоемых параметров φ_1 , φ_2 и d следует решить совместно уравнения (I. 192), (I. 209) и (I. 217).
Вследствие (I. 217) получаем из (I. 192)

$$d = \frac{\varphi}{\varphi_1^2} = \frac{f_1'^2}{f'}, \quad (\text{I. 218})$$

а поэтому из выражения (I. 209)

$$\varphi \left(l - \frac{\varphi}{\varphi_1^2} \right) = 1 - \frac{\varphi}{\varphi_1}. \quad (\text{I. 219})$$

Перейдя от сил к фокусным расстояниям, найдем из формулы (I. 219) квадратное уравнение для определения f_1'

$$f_1'^2 - f'f_1' + f'(f' - l) = 0. \quad (\text{I. 220})$$

Решая его, находим

$$f_1' = \frac{1}{2} f' \pm \sqrt{f' \left(l - \frac{3}{4} f' \right)}. \quad (\text{I. 221})$$

Отсюда видно, что во избежание мнимости при численном определении величины f_1' необходимо выполнение следующего условия, связывающего заданные конструктору величины:

$$l \geq \frac{3}{4} f'. \quad (\text{I. 222})$$

Таким образом, при соблюдении условия Пецваля невозможно достичь значительного сокращения длины l телеобъектива по сравнению с f' . Поэтому следует остановиться на наименьшей возможной длине и принять в основу расчета:

$$l = \frac{3}{4} f'. \quad (\text{I. 223})$$

В таком случае найдем по формуле (II. 94) величину f_1' и по условию Пецваля (I. 217) — величину f_2

$$f_1' = -f_2' = \frac{1}{2} f', \quad (\text{I. 224})$$

по формуле (I. 218)

$$d = \frac{1}{4} f' \quad (\text{I. 225})$$

и наконец по формуле (I. 208)

$$s_F = \frac{1}{2} f'. \quad (\text{I. 226})$$

На основе приведенного здесь метода расчета, приводящего к расчетным формулам (I. 223)—(I. 226), рассчитано и выпускается оптическими заводами в СССР и за границей множество фотографических телеобъективов.

Третий способ расчета телеобъективов применяется при расчете зрительных труб с внутренней фокусировкой. Внутренняя фокусировка, т. е. наводка на резкость, осуществляется перемещением вдоль оптической оси второго (рассеивающего) компонента телеобъектива. Зрительные трубы геодезических инструментов часто используются для измерения расстояния от вертикальной оси прибора до рейки оптическим методом (так называемый нитяной дальномер). Сущность этого метода заключается

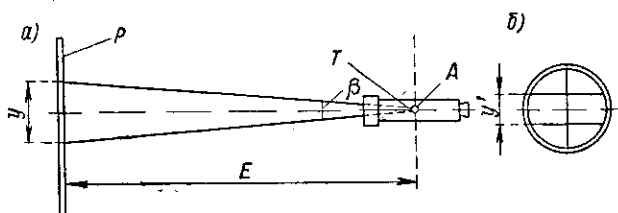


Рис. I. 53

в том, что через зрительную трубу T инструмента (рис. I. 53, а) отсчитывается разность y отсчетов по рейке P , выставленной на расстоянии E от вертикальной оси вращения инструмента. Отсчеты, разность которых определяется, производятся по двум горизонтальным нитям, видимым в поле зрения инструмента. Эти нити выгравированы на стеклянной пластинке (сетке), помещенной в плоскости действительного изображения рейки P . Постоянное расстояние между нитями равно y' (рис. I. 53, б). Если объектив зрительной трубы обладает тем свойством, что постоянной величине y' соответствует в пространстве предметов постоянный (и известный) малый угол β , то расстояние E может быть определено по формуле

$$E = ky, \quad (\text{I. 227})$$

где k — постоянный коэффициент, обычно равный 100:

$$k = \frac{1}{\beta}. \quad (\text{I. 228})$$

Точка A , вершина угла β , называется аналактической точкой, а объектив, обладающий указанным свойством, — аналактическим объективом. Если объектив представляет собой телеобъектив, второй компонент которого перемещается вдоль оптической оси для фокусировки, то при таком перемещении аналактическое свойство объектива нарушается (при постоянном y' угол β не

является постоянным), а расчет дистанции E по формуле (I. 227) будет производиться с некоторой погрешностью. Мы можем только уменьшить эту погрешность до некоторого практически допустимого минимума посредством приводимого здесь ниже расчета телеобъектива.

На схеме телеобъектива (рис. I. 54), сила которого Φ и длина l , показано положение аналактической точки A , находящейся на расстоянии t от главных плоскостей первого компонента. Пусть точка A' , изображение аналактической точки A через первый

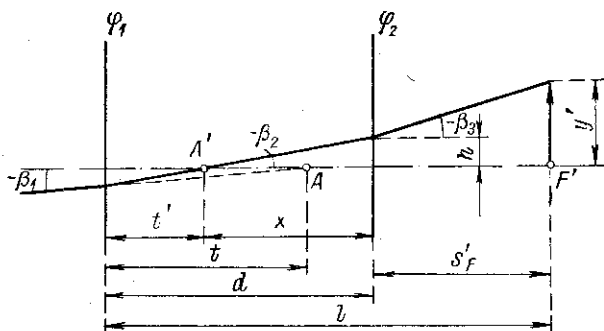


Рис. I. 54

компонент, находится от его главной плоскости (задней) на расстоянии t' . Отрезки t и t' связаны формулой отрезков

$$\frac{1}{t'} - \frac{1}{t} = \Phi_1. \quad (\text{I. 229})$$

Представим себе луч, направленный в пространстве предметов в точку A и образующий постоянный угол β_1 с осью. После прохождения через первый компонент телеобъектива этот луч пройдет через точку A' , а затем, пройдя через второй компонент, пересекает на плоскости изображений отрезок y' . Пусть первоначально предмет находится на бесконечности; тогда изображение y' будет лежать в задней фокальной плоскости. Если же предмет придвинется на конечное расстояние к объективу, то потребуются перемещение второго компонента для фокусировки, а длина l прибора останется постоянной. При этом, однако, изменится и величина y' , а следовательно (при постоянном β_1), нарушится аналактичность объектива.

Положение второго компонента определяется расстоянием x от точки A' до главной плоскости (передней) второго компонента. Целесообразно ввести в расчет условие, чтобы y' , являющееся функцией от x , имело при установке на бесконечность экстремум (максимум), так как возле экстремума функция меняется наиболее медленно.

Найдем зависимость y' от x . Для этого сначала определим по чертежу h

$$h = -\beta_2 x, \quad (\text{I. 230})$$

затем величину β_3 по формуле (I. 188):

$$\beta_3 = \beta_2 (1 - \varphi_2 x). \quad (\text{I. 231})$$

Теперь нетрудно найти и y' , если учесть, что по чертежу

$$s'_F = l - t' - x. \quad (\text{I. 232})$$

После небольших упрощений находим

$$y' = -\beta_2 [l - t' - (l - t') \varphi_2 x + \varphi_2 x^2]. \quad (\text{I. 233})$$

Продифференцировав выражение (I. 233) по x и приравняв результат нулю, получим для x значение

$$x = \frac{l - t'}{2}, \quad (\text{I. 234})$$

а потому по формуле (I. 232)

$$s'_F = \frac{l - t'}{2} \quad (\text{I. 235})$$

и по чертежу

$$d = t' + x = \frac{l + t'}{2}. \quad (\text{I. 236})$$

Найдем t' из формулы (I. 229)

$$t' = \frac{t}{1 + \varphi_1 t}. \quad (\text{I. 237})$$

Поэтому вместо (I. 235) и (I. 236)

$$\left. \begin{aligned} s'_F &= \frac{1}{2} \left(l - \frac{t}{1 + \varphi_1 t} \right); \\ d &= \frac{1}{2} \left(l + \frac{t}{1 + \varphi_1 t} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 238})$$

Применяя формулу (I. 194) для отрезка s'_F системы, состоящей из двух компонентов, получим с учетом (I. 238) после некоторых упрощений

$$2 - (\varphi_1 + \varphi) l - \frac{(\varphi_1 - \varphi) t}{1 + \varphi_1 t} = 0. \quad (\text{I. 239})$$

Входящие в это выражение величины φ , l и t можно считать исходными данными, известными конструктору, приступающему

к расчету телеобъектива. Поэтому выражение (I. 239) содержит только одну неизвестную φ_1 , для нахождения которой получается квадратное уравнение

$$\varphi_1^2 + \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{l} + \varphi\right) \varphi_1 - \frac{2}{tl} + \varphi \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{l}\right) = 0. \quad (\text{I. 240})$$

Решая это уравнение и отбрасывая практически непригодный отрицательный корень, получим

$$\varphi_1 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{l} + \varphi\right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{t} - \frac{1}{l} - \varphi\right)^2 + \frac{8}{tl}}. \quad (\text{I. 241})$$

Учитывая возможность переведения зрительной трубы через зенит и через надир, часто бывает удобно ввести условие: $t = \frac{1}{2}l$. При этом формула (I. 241) несколько упрощается

$$\varphi_1 = \frac{1}{2l} [\sqrt{(1 - \varphi l)^2 + 16} - 1 - \varphi l]. \quad (\text{I. 242})$$

Для силы φ_2 второго компонента найдем по формуле (I. 192) выражение

$$\varphi_2 = \frac{\varphi - \varphi_1}{1 - \varphi_1 d}. \quad (\text{I. 243})$$

Таким образом, расчет аналактического телеобъектива с внутренней фокусировкой может быть выполнен применением формулы (I. 241) или при $t = \frac{1}{2}l$ формул (I. 242), (I. 238) и (I. 243). Вопрос о величине перемещения второго компонента телеобъектива при фокусировке на заданное конечное расстояние a до рейки требует особого рассмотрения.

Не останавливаясь подробно на этом вопросе, приведем здесь окончательные формулы. После выполнения расчета по приведенным выше формулам задаются рядом малых отрицательных значений линейного увеличения V объектива в пределах: $-f' : E_0 < V < 0$. Здесь E_0 — наименьшее расстояние до рейки (приблизительно). Для каждого значения V вычисляют расстояние E от аналактической точки A до рейки и величину d_E по формулам:

$$\left. \begin{aligned} d_E &= \frac{1}{2} \left[l - f'_1 - \sqrt{(l - f'_1)^2 + 4(1 - V)f'_1 f'_2} - \right. \\ &\quad \left. - 4(f'_1 + f'_2)l \right]; \\ \varphi &= \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d_E; \\ E &= \frac{1}{\varphi} \left(\varphi t - \frac{1}{V} + 1 - \varphi_2 d_E \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 244})$$

Тогда фокусирующее перемещение δd второго компонента для каждого значения E найдется по формуле

$$\delta d = d_E - d, \quad (\text{I. 245})$$

где d — расстояние между компонентами для случая бесконечно далекого предмета, определенное по второй формуле (I. 238).

§ 25. Графический способ определения хода нулевого луча

При габаритном расчете сложных оптических систем рекомендуется параллельно с численным определением основных параметров рассчитываемой системы производить вычерчивание хода лучей в этой системе. Вычерчивание хода лучей создает ряд существенных преимуществ: во-первых, этим обеспечивается наглядность получаемых результатов расчета, позволяющая быстро в процессе расчета обнаруживать и устранять варианты, неблагоприятные в конструктивном отношении или неудобные в эксплуатации будущего прибора; во-вторых, возникающими на чертеже соотношениями (например, подобием треугольников) можно

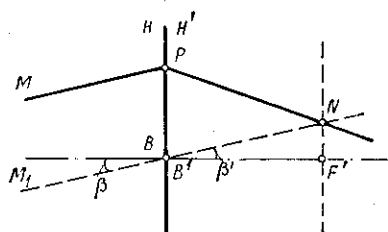


Рис. I. 55

воспользоваться для численного определения того или иного рассчитываемого параметра; в-третьих, вычерчивание хода лучей может служить контролем правильности расчета и средством для обнаружения ошибок в вычислениях.

Для графического построения хода луча, преломленного оптической системой (компонентом сложной системы), можно

рекомендовать следующий простой способ (рис. I. 55). Пусть на чертеже отмечено положение условно совмещенных главных плоскостей HH' системы и положение ее заднего фокуса. Предполагается, что система окружена воздухом. На чертеже задано положение падающего на систему луча MP . Требуется начертить ход преломленного луча в пространстве изображений.

Проще всего задача эта решается так. В пространстве предметов проводят вспомогательный луч M_1B , параллельный заданному лучу MP , но проходящий через совмещенные главные точки B и B' . Вследствие того что система окружена воздухом, с ее главными точками B и B' совпадают и ее узловые точки (т. е. точки, в которых угловое увеличение равно единице). Вследствие этого показанные на чертеже углы β и β' равны или, другими словами, луч $B'N$ в пространстве изображений является продолжением луча M_1B в пространстве предметов.

Так как лучи MP и M_1B в пространстве предметов параллельны, то сопряженные с ними лучи должны пересечься в задней фокальной плоскости NF' . Но один из них — луч $B'N$ пересекает заднюю фокальную плоскость системы в точке N . Следовательно, через точку N должен пройти и искомый луч PN , что и позволяет нанести его на чертеж.

Если опустить приведенные здесь пояснения, то весь процесс построения вышедшего из системы луча будет состоять из трех простых графических операций. Первая операция: проведение

прямой $B'N$ через точку B' параллельно заданному лучу MP ; вторая операция: проведение прямой NF' через точку F' перпендикулярно к оптической оси системы и, наконец, третья операция: проведение искомого луча через точки P и N .

В случае рассеивающей системы (рис. I. 56) построение выполняется точно так же, несмотря на иное расположение заднего фокуса F' .

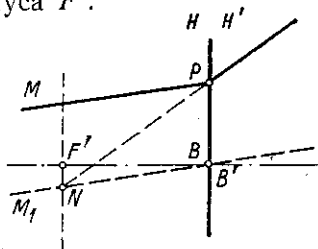


Рис. I. 56

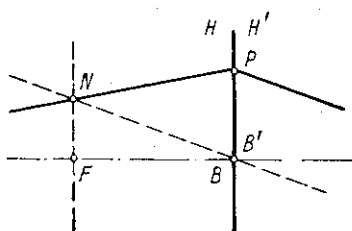


Рис. I. 57

Если задано на чертеже положение переднего фокуса F (рис. I. 57), то построение выполняется в обратном порядке: 1) находят точку N пересечения заданного луча с передней фокальной плоскостью NF ; 2) соединяют вспомогательной прямой N с передней главной точкой B ; 3) искомый преломленный луч проводят через точку P параллельно линии NB .

Во многих случаях может оказаться полезным при построении хода луча следующее простое правило: разность высот l и l' , образуемых падающим и преломленным лучами на задней фокальной плоскости, равна высоте h этих лучей на главных плоскостях. Несмотря на его простоту, это правило впервые предлагается здесь нами. Справедливость его вытекает из построения, показанного на рис. I. 55. Математически это правило формулируется так:

$$l - l' = h. \quad (\text{I. 246})$$

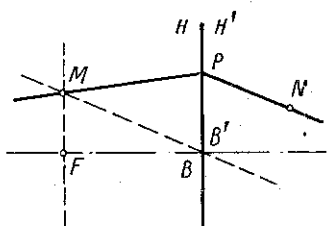


Рис. I. 58

Оно справедливо и для рассеивающих систем. Если определять разность высот в передней фокальной плоскости, то в формуле (I. 246) меняется знак:

$$l' - l = h. \quad (\text{I. 247})$$

Перед конструктором нередко возникает такая задача: через точку M , лежащую в передней фокальной плоскости MF оптической системы, заданной на чертеже (рис. I. 58) положением ее условно совмещенных главных плоскостей HH' , и через

произвольно расположенную в пространстве изображений точку N нужно провести луч. В частном случае точка N может лежать на оптической оси.

Для решения этой задачи следует вспомнить, что все лучи, проходящие в пространстве предметов через точку M , должны в пространстве изображений быть параллельны друг другу и лучу MB . Поэтому построение искомого луча выполним так: соединим прямой точки M и B . Через точку N проведем луч параллельно прямой MB и отметим точку P его пересечения с задней главной плоскостью системы. Через точки M и P проведем искомый луч в пространстве предметов.

§ 26. Основы диоптрийного исчисления

Диоптрийное исчисление представляет собой вычислительный прием, приводящий к существенному упрощению основных формул геометрической оптики, а потому и к уменьшению объема вычислительных работ. Однако оно получило значительное практическое применение главным образом только в одной области — в офтальмологии (физиологической оптике) и в связанном с ней производстве очковых стекол.

В диоптрийной мере длина некоторого отрезка a , лежащего в среде с показателем преломления n , выражается величиной A

$$A = \frac{n}{a}, \quad (\text{I. 248})$$

причем длина a должна быть выражена в метрах. В таком случае величина A будет выражена в единицах, называемых диоптриями (*дптр*). Одной диоптрий соответствует длина $a = n$ метров. Таким образом, линейная величина, соответствующая одной диоптрии, меняется в зависимости от показателя преломления среды, в которой расположен данный отрезок. Если он находится в воздухе, то A равняется просто обратной величине длины a , выраженной в метрах.

В диоптрийном исчислении вместо понятия о силе ϕ вводится другое более удобное понятие о рефракции D оптической системы

$$D = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}. \quad (\text{I. 249})$$

Так, для одной преломляющей поверхности мы на основании (I. 140) получим

$$D = \frac{n' - n}{r}. \quad (\text{I. 250})$$

Формула отрезков с учетом выражения (I. 149) имеет вид

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'}{f'}. \quad (\text{I. 251})$$

Вводя обозначения

$$A = \frac{n}{s}; \quad B = \frac{n'}{s'} \quad (\text{I. 252})$$

и пользуясь формулой (I. 249), получим из (I. 251) замечательно простое выражение в диоптрийной форме

$$B - A = D. \quad (\text{I. 253})$$

Формула Аббе (I. 138) вследствие (I. 250) также приводится к этому виду. Формулы для силы отдельной линзы в воздухе (I. 167) и для силы системы, составленной из двух компонентов (I. 192) приобретают в диоптрийном исчислении следующий вид:

$$D = D_1 + D_2 - D_1 D_2 \frac{d}{n}. \quad (\text{I. 254})$$

Задней вершинной рефракцией B_F системы в диоптрийном исчислении называется величина n'/s'_F , передней вершинной рефракцией A_F — величина n/s_F . Для линзы в воздухе получим из (I. 169) и (I. 172)

$$\left. \begin{aligned} A_F &= -\frac{D}{1 - D_2 \frac{d}{n}}; \\ B_F &= \frac{D}{1 - D_1 \frac{d}{n}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 255})$$

Обе эти формулы пригодны также и для системы из двух компонентов. Для этой же системы формулы (I. 199) приобретают в диоптрийной форме следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{D}{1 - \frac{1}{V} - D_2 \frac{d}{n}}; \\ B &= \frac{D}{1 - V - D_1 \frac{d}{n}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 256})$$

Г. КРАТКИЙ ОБЗОР АБЕРРАЦИЙ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ 27. Хроматические aberrации

К современным оптическим приборам обычно предъявляются высокие требования в отношении качества изображения, которое должно быть резким по всему полю зрения, свободным от цветных каемок и неискаженным по форме. Нарушения этих требований, вызываемые некоторыми физическими свойствами оптических приборов, называются aberrациями.

Семь основных aberrаций оптических систем принято разбивать на две группы: две aberrации составляют группу *хроматических aberrаций*, а остальные пять — группу *монокроматических aberrаций*. В группу хроматических aberrаций входят: *хроматизм положения* и *хроматизм увеличения*.

Группу монокроматических aberrаций разбивают на две подгруппы: *aberrации широкого пучка* и *полевые aberrации*. К подгруппе aberrаций широкого пучка относятся: *сферическая aberrация* и *кома*. В подгруппу полевых aberrаций входят: *астигматизм*, *кривизна изображения* и *дисторсия*.

При прохождении через границу двух прозрачных сред (через преломляющую поверхность) белый луч света не только преломляется, но и разлагается в спектр, что и вызывает появление хроматических aberrаций. Это свойство стекла и других прозрачных веществ называется *дисперсией* (в широком смысле слова). Физическая причина дисперсии заключается в том, что показатель преломления n любой прозрачной среды зависит от длины волны λ проходящего света

$$n = f(\lambda). \quad (I. 257)$$

При этом в случае нормальной дисперсии n возрастает при уменьшении λ , а потому синие и фиолетовые лучи преломляются сильнее, чем оранжевые и красные.

Дисперсией (в узком смысле слова) называют разность $n_1 - n_2$ двух значений показателя преломления данного вещества для двух значений λ_1 и λ_2 длин волн света. При расчете оптических систем принято пользоваться несколькими длинами световых волн, расположенными в пределах видимой части спектра (0,36—0,78 мкм) и соответствующими ряду спектральных линий Фраунгофера. В наиболее длинноволновой, темно-красной части спектра лежит линия A' , в красно-оранжевой области расположена линия C . В желтой части спектра, к которой наиболее чувствителен глаз человека, находятся линии D и d . В зеленовато-голубой части спектра помещается линия F , а в сине-фиолетовой части — линия G' . Наконец, в фиолетовой части, близко к коротковолновому концу видимого спектра лежит линия h . Максимум светочувствительности фотографических эмульсий лежит вблизи линии G' . Перечисленным линиям спектра соответствуют следующие длины волн λ :

Спектральная линия	Длина волны в мкм	Спектральная линия	Длина волны в мкм
A'	768,5	F	486,1
C	653,3	G'	434,1
D	589,3	h	404,7
d	587,6		

Основным цветом при расчете оптических приборов считается желтый цвет спектральной линии D . Если показатель преломления n приводится без указания линии спектра или длины волны, то имеется в виду показатель n_D для длины волны $\lambda = 589,3$ нм. Отступление от этого правила допускается при расчете оптических систем, работающих только в инфракрасной области спектра.

Разность $n_F - n_C$ называется основной дисперсией. Разности $n_F - n_D$ и $n_D - n_C$ называются частичными дисперсиями, а величины типа $(n_F - n_D) : (n_F - n_C)$ — относительными дисперсиями. В каталогах оптического стекла приводится также коэффициент дисперсии v , определяемый формулой

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}. \quad (1.258)$$

При расчете фотографических объективов вместо основной дисперсии часто применяется разность $n_{G'} - n_D$, а коэффициент дисперсии v' имеет значение

$$v' = \frac{n_D - 1}{n_{G'} - n_D}. \quad (1.259)$$

Хроматизм оптических систем впервые был экспериментально исследован И. Ньютоном (1643—1727 гг.). Заметив, что при увеличении преломляющей способности, определяемой величиной $n_D - 1$, возрастает также и дисперсия $n_F - n_C$, Ньютон пришел к ошибочному результату, что коэффициент дисперсии v постоянен для всех прозрачных веществ, а отсюда сделал вывод о невозможности устранения хроматизма в линзовых системах. Ньютон указал на возможность замены линзовых систем зеркальными и предложил свою конструкцию зеркального астрономического объектива. Конечно, применение зеркальных систем позволяет совершенно освободиться от хроматизма вследствие очевидного положения, что углы падения и отражения равны для всех длин волн и свет при отражении не разлагается в спектр.

Мнение Ньютона о том, что в линзовых системах хроматизм неустраним, было ошибочным. Его авторитетное высказывание на десятки лет задержало развитие оптического приборостроения. Только в 1747 г., через двадцать лет после смерти Ньютона, петербургский академик Л. Эйлер (1707—1783 гг.) математически доказал ошибочность утверждения Ньютона и возможность устранения хроматизма в специально рассчитанных линзовых системах. Однако в своих практических расчетах Эйлер базировался на ошибочной гипотезе о связи дисперсии стекла с его показателем преломления. Поэтому его вычисления не имеют практической ценности и не были осуществлены. Первые ахроматические объективы для зрительных труб были изготовлены и выпущены в продажу в Англии в 1758 г. оптиком Дж. Доллондом (1706—1761 гг.).

Впрочем, в настоящее время установлено, что английский изобретатель Честер-Холл еще в 1729 г. построил первый в мире ахроматический объектив; он, однако, не опубликовал своего изобретения и не опротестовал патента, выданного Доллону на ахроматический объектив.

Пусть луч AP_1 белого света падает на простую собирательную линзу (рис. I. 59). В точке P_1 падения луча на первую поверхность линзы происходит преломление и одновременно разложение белого света в спектр. Так, например, красный луч $P_1P_{2к}$ меньше отклоняется от направления падающего луча AP_1 , чем фиолетовый луч $PP_{2ф}$. При преломлении этих лучей на второй поверхности линзы их расхождение еще усиливается. Покинув линзу,

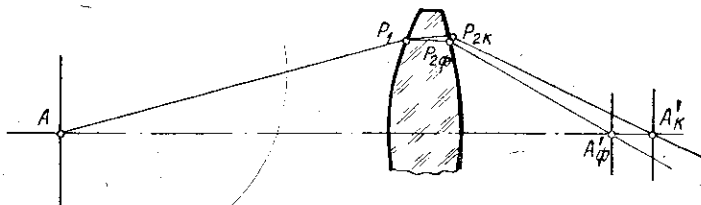


Рис. I. 59

лучи пересекают оптическую ось в точках $A'_к$ и $A'_ф$, являющихся красным и фиолетовым изображениями точки A . На участке оси $A'_фA'_к$ расположены другие цветные изображения точки A в порядке спектральных цветов. В случае если предмет находится на бесконечности, в точках $A'_ф$ и $A_к$ будут лежать фокусы для фиолетового и красного цветов.

Изображение плоскости, перпендикулярной к оптической оси и проходящей через точку A , также разбивается на бесконечное множество разноцветных плоскостей. При этом, например, фиолетовое изображение лежит в плоскости, проходящей через точку $A'_ф$ и перпендикулярной к оси, а красное — в такой же плоскости, но проходящей через точку $A'_к$. Разноцветные изображения не совпадают по своему положению. Поэтому описанная здесь аберрация называется хроматизмом положения. Она приводит к тому, что где бы мы ни поставили экран, улавливающий изображение, оно может быть резким лишь для одной длины волны света. Другие длины волн дадут на этом экране нерезкие изображения.

Хроматизм положения может быть устранен путем соответствующего расчета в оптической системе, составленной по крайней мере из двух линз, изготовленных из оптического стекла разных марок (обычно из крона и флинта). Но и рассчитанная таким образом система не будет полностью свободна от хроматизма. Раз-

ноцветные изображения y_C и y_F для двух цветов, например, для цветов спектральных линий C и F , теперь совпадают по положению на оптической оси, но они могут не совпадать по величине, как это показано на чертеже (рис. I. 60). Вследствие этого в поле зрения оптического прибора возникают радужные каемки, наблюдаемые вдоль контуров изображения контрастных предметов.

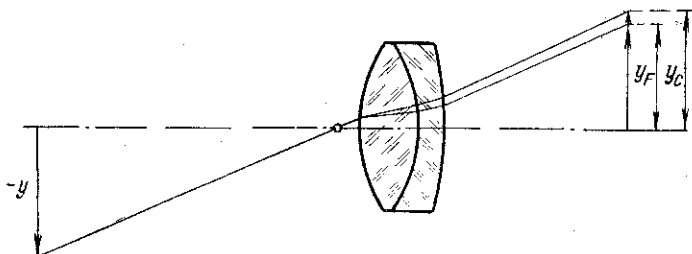


Рис. I. 60

Величина изображения y' связана с величиной предмета y через линейное увеличение V

$$y' = Vy. \quad (\text{I. 260})$$

Величина предмета y постоянна для всех длин волн; поэтому непостоянство величины изображения y' может быть объяснено только тем, что линейное увеличение V меняется с изменением длины волн. Мы рассматриваем это явление как вторую хроматическую aberrацию, называя ее хроматизмом увеличения. Численное значение хроматизма увеличения (в случае устраненного хроматизма положения) определяется разностью $y'_F - y'_C$.

§ 28. Ахроматические системы

Имея общее физическое происхождение, хроматические aberrации по своей величине не зависят одна от другой, так что можно сделать, например, одну равной нулю, оставив другую неустраненной.

Применяя обычные марки оптического стекла для материала линз, мы не можем практически достичь строгого совмещения всех разноцветных изображений в одной плоскости. Обычно бывает достаточно совместить два изображения для двух выбранных длин волн. Для других длин световых волн получить изображения в той же плоскости не удастся, но они могут быть сближены.

Выбор длин волн, для которых должна быть выполнена ахроматизация, т. е. должно быть достигнуто совмещение, зависит от назначения конструируемого прибора. Если прибор визуальный, то применяется *оптическая коррекция* хроматизма, если же он фотографический, то применяется *актиническая коррекция*.

Визуальными называют приборы, действующие непосредственно совместно с глазом наблюдателя, так что изображение при этом сразу возникает на сетчатке глаза. Фотографические приборы действуют совместно с фотографической пленкой (или пластинкой), на которой возникает и фиксируется изображение. В дальнейшем фотографический снимок тоже, конечно, рассматривается глазами человека, но процесс рассматривания снимка оказывается отделенным во времени и в пространстве от процесса получения оптического изображения в фотографическом приборе.

Принципиальная разница между визуальными и фотографическими приборами обусловлена различной спектральной чув-

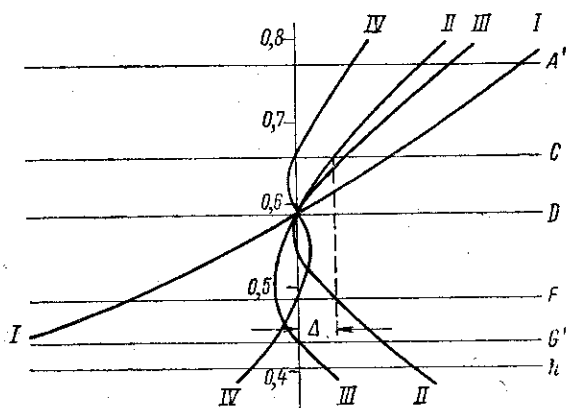


Рис. I. 61

ствительностью глаза и фотопленки: максимум чувствительности глаза лежит в желтой части спектра у линии *D* Фраунгера, в то время как максимум чувствительности фотографических эмульсий находится в сине-фиолетовом участке спектра близ линии *G'*, несмотря на то, что чувствительность современных сенсibilизированных фотопленок может простирается далеко в красную и даже в инфракрасную области спектра. Однако в последнее время распространение цветной (трехслойной) фотопленки в значительной степени усложнило задачу конструктора фотографических объективов, требуя улучшения хроматической коррекции в широкой области спектра.

Для визуальных приборов рекомендуется оптическая коррекция хроматизма, при которой совмещаются цветные изображения, соответствующие линиям *C* и *F* спектра, лежащим по обе стороны от линии *D*.

Коррекция хроматизма удобно может быть рассмотрена на графике (рис. I. 61), по вертикальной оси которого отложены длины волн λ и отмечены положения основных спектральных линий. По горизонтальной оси графика отложены величины отступле-

ний $\delta s'$ данного цветного изображения от изображения основного цвета (линии D). Если в оптической системе хроматизм не исправлен (простая собирающая линза), то ее график имеет вид монотонной кривой $I—I$. Если же выполнена оптическая коррекция хроматизма, получается кривая $II—II$. Точки этой кривой, соответствующие цветам линий C и F , лежат на одной вертикали (штриховая прямая), что свидетельствует о совмещении изображений этих двух цветов.

Такая коррекция хроматизма была бы, однако, нецелесообразна для фотографических приборов. Во многих фотографических аппаратах наводка на резкость выполняется фотографом визуально. При этом он совмещает с фотопленкой желтое изображение (линии D), к которому наиболее чувствителен его глаз. Но фиолетовое изображение (линии G') отстоит довольно далеко от желтого изображения в случае графика $II—II$ оптической коррекции. Для большинства современных фотографических систем рекомендуется производить совмещение изображений для линий C и G' .

Оптические системы, в которых совмещаются цветные изображения, соответствующие двум линиям спектра (график $II—II$), называются *ахроматами*.

В настоящее время, ввиду появления различных новых приемников лучистой энергии, соединяют нередко изображения для других длин волн, в зависимости от рабочего спектрального диапазона данного прибора.

Вернемся к графику оптической коррекции $II—II$. При таком способе исправления хроматизма желтое изображение (линии D) удалено от плоскости совпадающих изображений для линий C и F на небольшой отрезок Δ . Это приводит к появлению остаточного хроматизма, называемого вторичным спектром. Вторичный спектр обычно очень мал. Так, для склеенного из двух стекол объектива при фокусном расстоянии $f' = 100,0$ мм вторичный спектр Δ составляет приблизительно 0,05 мм. Поэтому вторичный спектр обычно не обнаруживается наблюдателем и не приводит к заметному снижению качества изображения.

Но если применяются особенно большие увеличения, вторичный спектр может стать заметным и оказывающим вредное действие. В таком случае он обнаруживается в виде цветных каемок по контрастному контуру предмета, но каемки эти образованы не чисто спектральными (радужными) цветами, а цветами смешанными, характерными для вторичного спектра: с одной стороны — пурпурная каемка, с другой — яблочно-желтая. В самом деле, если отойти от штриховой вертикальной линии чертежа, где совмещены изображения цвета линий C и F , вправо, то там на одной вертикали расположатся красные и фиолетовые оттенки, которые и создают при совмещении пурпурный цвет. Слева же от штриховой линии суммируются желто-оранжевые и желто-зеленые тона, дающие каемку яблочно-желтого цвета.

Особенно большие увеличения применяются в следующих областях оптического приборостроения: в астрономических телескопах, микроскопах и геодезических трубах. Поэтому именно в этих группах приборов возникла необходимость устранения вторичного спектра. В линзовых астрономических объективах устранение вторичного спектра достигается применением оптического стекла особых марок, изготовляемого для этой цели специальными заводами. Стекло это изготовляется малыми партиями, и его стоимость значительно выше стоимости обычного оптического стекла.

Объективы с устраненным вторичным спектром называются апохроматами. Для графика остаточного хроматизма апохромата характерна форма кривой $IV-IV$, представленной на чертеже (рис. I. 61). Три точки этой кривой, соответствующие спектральным линиям C , D и F , лежат на одной вертикали (на вертикальной оси графика).

Второй способ, самый радикальный, устранения всяких следов хроматизма в астрономических телескопах заключается в применении чисто зеркальных систем, в которых хроматизм вообще не возникает (предложение Ньютона), или смешанных зеркальнолинзовых объективов, в которых линзовую часть без особых затруднений можно сделать свободной от хроматизма и от вторичного спектра, не прибегая к особым маркам стекла.

Устранение вторичного спектра в объективах микроскопов оказалось делом необычайно трудным. Достичь этого результата удается только путем применения в качестве материала для некоторых линз вместо стекла различных кристаллов: флуорита, кварца, квасцов и даже каменной соли.

§ 29. Расчет простых ахроматов

Рассмотрим здесь хроматизм положения ds' тонкой линзы в воздухе. Задачи такого рода удобно решаются дифференциальным методом, если принять, что показатель преломления n стекла линзы при переходе от некоторой длины волны света к другой близкой длине волны получает бесконечно малое приращение dn . Сила φ тонкой линзы в воздухе определяется формулой

$$\varphi = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (\text{I. 261})$$

Радиусы r_1 и r_2 остаются постоянными при переходе от одной длины волны света к другой. Поэтому, дифференцируя формулу (I. 261), получим приращение силы φ

$$d\varphi = \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) dn. \quad (\text{I. 262})$$

Отсюда вследствие (I. 261)

$$d\varphi = \frac{dn}{n-1} \varphi. \quad (\text{I. 263})$$

Величина $(n-1)/dn$ есть коэффициент дисперсии ν стекла линзы

$$\frac{dn}{n-1} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = \frac{1}{\nu}. \quad (\text{I. 264})$$

Поэтому найдем вместо (I. 263)

$$d\varphi = \frac{\varphi}{\nu} = \frac{1}{\nu f'}. \quad (\text{I. 265})$$

Величина ds' хроматизма положения линзы есть приращение ее заднего отрезка s' при переходе от одной длины волны к другой. Путем дифференцирования формулы отрезков

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \varphi \quad (\text{I. 266})$$

находится выражение

$$-\frac{ds'}{s'^2} = d\varphi. \quad (\text{I. 267})$$

При этом отрезок s считается постоянным. Применяя формулу (I. 265), получим окончательное выражение для ds'

$$ds' = -\frac{s'^2}{\nu f'}. \quad (\text{I. 268})$$

Если предмет находится на бесконечности и $s = \infty$, то из формулы отрезков (I. 266) следует: $s' = f'$, а потому для этого частного случая получим из выражения (I. 268)

$$ds' = -\frac{f'}{\nu}. \quad (\text{I. 269})$$

Пусть, например: $\nu = 64$; $f' = 128,0$ мм. По формуле (I. 269) получим $ds' = -2,0$ мм.

Пусть теперь $s = -2f'$. В этом частном случае из (I. 266) следует: $s' = 2f'$. Линейное увеличение при этом равно минус единице. Для хроматизма положения в этом случае находим

$$ds' = -\frac{4f'}{\nu}. \quad (\text{I. 270})$$

Сравнивая выражения (I. 269) и (I. 270), заметим, что при перемещении предмета с бесконечности до расстояния $s = -2f'$ величина хроматизма положения возрастает в четыре раза.

Плоскопараллельная пластинка, грани которой перпендикулярны к оптической оси, будучи установлена в непараллельном ходе лучей, также обладает хроматизмом положения. Удлинение

Δ хода лучей, вносимое плоскопараллельной пластинкой, определяется по формуле

$$\Delta = \frac{n-1}{n} d. \quad (\text{I. 271})$$

Величина хроматизма положения ds' находится дифференцированием этой формулы ($d = \text{const}$)

$$d\Delta = ds' = \frac{dn}{n^2} d. \quad (\text{I. 272})$$

Отсюда, применяя (I. 264), получим окончательное выражение

$$ds' = \frac{n-1}{n^2 v} d. \quad (\text{I. 273})$$

Рассмотрим здесь еще ахроматизацию тонкого объектива, состоящего из двух линз. Как видно из чертежа (рис. I. 62), одна

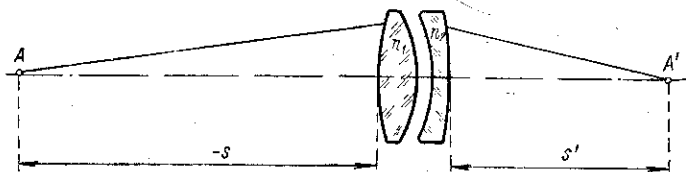


Рис. I. 62

его линза положительная и сделана из крона, другая — отрицательная, сделанная из флинта. Толщины линз и расстояния между линзами считаются столь малыми, что ими можно пренебречь.

Для силы φ тонкой системы, состоящей из двух компонентов, имеем выражение

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2, \quad (\text{I. 274})$$

где φ_1 и φ_2 — силы каждой линзы объектива, выражаемые формулами:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= (n_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \\ \varphi_2 &= (n_2 - 1) \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 275})$$

Здесь n_1 и n_2 — показатели преломления марок стекла линз; r_1, r_2, r_3 и r_4 — радиусы поверхностей линз объектива.

Дифференцируя выражения (I. 275) и выполняя преобразования, аналогичные указанным в формулах (I. 262), (I. 263) и (I. 264), получим выражения

$$\left. \begin{aligned} d\varphi_1 &= \frac{\varphi_1}{v_1}; \\ d\varphi_2 &= \frac{\varphi_2}{v_2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 276})$$

Дифференцируя выражение (I. 274) и применяя формулы (I. 276), находим

$$d\varphi = \frac{\varphi_1}{v_1} + \frac{\varphi_2}{v_2}. \quad (\text{I. 277})$$

Формулы (I. 266) и (I. 267) справедливы и для двухлинзового объектива. Подставив в формулу (I. 267) значение величины $d\varphi$ по формуле (I. 277), получим

$$ds' = -s'^2 \left(\frac{\varphi_1}{v_1} + \frac{\varphi_2}{v_2} \right). \quad (\text{I. 278})$$

Из этого выражения следует, что для устранения хроматизма положения ds' тонкого объектива независимо от величины s' , а следовательно, и от расстояния s до предмета, необходимо выполнить условие

$$\frac{\varphi_1}{v_1} + \frac{\varphi_2}{v_2} = 0. \quad (\text{I. 279})$$

Это и есть условие ахроматизации тонкого двухлинзового объектива.

Решая совместно уравнения (I. 274) и (I. 279), находим силы φ_1 и φ_2 линз объектива

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{v_1 \varphi}{v_1 - v_2}; \\ \varphi_2 &= -\frac{v_2 \varphi}{v_1 - v_2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 280})$$

Найдя таким образом силы φ_1 и φ_2 линз, мы можем рассматривать формулы (I. 275) как два уравнения, связывающие четыре неизвестных r_1, r_2, r_3 и r_4 . Для получения однозначного решения добавим к ним еще два конструктивных условия. Во-первых, последнюю поверхность можно сделать плоской для упрощения технологии изготовления объектива: $r_4 = \infty$. Во-вторых, имея в виду возможность склейки линз, положим $r_3 = r_2$. Тогда из второго уравнения (I. 275) следует

$$r_3 = r_2 = \frac{n_2 - 1}{\varphi_2} = (n_2 - 1)f_2'. \quad (\text{I. 281})$$

Из первого уравнения (I. 275) получим затем выражение для нахождения радиуса r_1 :

$$\frac{1}{r_1} = \frac{\varphi_1}{n_1 - 1} + \frac{\varphi_2}{n_2 - 1}. \quad (\text{I. 282})$$

Вычислив отсюда обратную величину радиуса r_1 , найдем затем и самый радиус. Следует заметить, что при практическом решении эта задача усложняется необходимостью исправления еще других аберраций, свойственных этому объективу.

В тонком двухлинзовом объективе вместе с устранением хроматизма положения устраняется и хроматизм увеличения. Но при введении в объектив конечных толщин линз для исправления возникающего при этом хроматизма увеличения следует выдержать определенное соотношение толщины положительной линзы к толщине отрицательной линзы, приблизительно равное двум. Такое отношение толщин удобно и с точки зрения технологии изготовления линз.

Условие $r_4 = \infty$ часто заменяется более сложным условием, вытекающим из требования устранения сферической aberrации объектива. Для устранения комы прибегают к специальному подбору марок оптических стекол, применяемых для линз объектива.

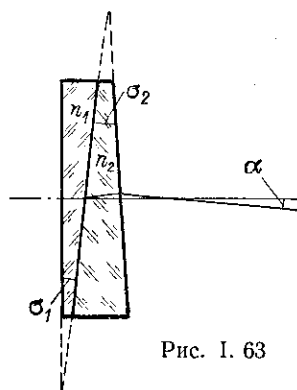


Рис. I. 63

Полная методика расчета склеенных из двух стекол объективов разработана проф. Г. Г. Слюсаревым.

В заключение рассмотрим здесь расчет ахроматического клина (рис. I. 63), составленного из двух клиньев с преломляющими углами σ_1 и σ_2 , изготовленных из стекол с показателями преломления n_1 и n_2 и коэффициентами дисперсии v_1 и v_2 . Углы σ_1 и σ_2 , а также все углы падения и преломления лучей будем считать малыми. Угол α_1 отклонения луча первым клином может быть выражен формулой:

$$\alpha_1 = (n_1 - 1) \sigma_1. \quad (\text{I. 283})$$

Так как при переходе к соседней длине волны угол σ_1 остается постоянным, получим логарифмическим дифференцированием формулы (I. 283)

$$\frac{d\alpha_1}{\alpha_1} = \frac{dn_1}{n_1 - 1}. \quad (\text{I. 284})$$

Отсюда найдем, учитывая выражение (I. 264),

$$d\alpha_1 = \frac{\alpha_1}{v_1}. \quad (\text{I. 285})$$

Аналогично находится выражение для угла $d\alpha_2$ второго клина

$$d\alpha_2 = \frac{\alpha_2}{v_2}. \quad (\text{I. 286})$$

Полный угол α отклонения луча двумя клиньями

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2. \quad (\text{I. 287})$$

Дифференцируя эту формулу получим

$$d\alpha = d\alpha_1 + d\alpha_2 \quad (\text{I. 288})$$

или вследствие формул (I. 285) и (I. 286)

$$d\alpha = \frac{\alpha_1}{v_1} + \frac{\alpha_2}{v_2}. \quad (\text{I. 289})$$

В ахроматизированном клине угол $d\alpha$ рассеяния цветных лучей должен, очевидно, быть равным нулю. Поэтому условие ахроматизации клина имеет вид

$$\frac{\alpha_1}{v_1} + \frac{\alpha_2}{v_2} = 0. \quad (\text{I. 290})$$

Будем считать, что угол α задан конструктору. Тогда найдем углы α_1 и α_2 , решая совместно уравнения (I. 288) и (I. 290)

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{v_1 \alpha}{v_1 - v_2}; \\ \alpha_2 &= -\frac{v_2 \alpha}{v_1 - v_2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 291})$$

Поэтому преломляющие углы σ_1 и σ_2 клиньев находятся по формулам

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{n_1 - 1} \frac{v_1 \alpha}{v_1 - v_2}; \\ \sigma_2 &= -\frac{1}{n_2 - 1} \frac{v_2 \alpha}{v_1 - v_2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 292})$$

Рассматривая эти формулы, можно убедиться в том, что углы σ_1 и σ_2 имеют разные знаки. Это значит, что клинья обращены вершинами преломляющих углов в разные стороны (рис. I. 63). Оба клина ахроматической пары обычно склеиваются друг с другом бальзамом или бальзамином.

Если угол α отклонения луча клином довольно велик (больше $2-3^\circ$), то приведенные здесь формулы дают недостаточно точный результат. В таком случае следует пользоваться более строгой теорией ахроматизации призмённых систем, учитывающей конечные величины углов падения и преломления лучей, а также и преломляющих углов призм.

§ 30. Сферическая абберация

Монохроматическими абберациями называются те недостатки изображения, которые обнаруживаются в отличие от хроматических аббераций даже при монохроматическом свете ($\lambda = \text{const}$). Причина возникновения монохроматических аббераций заключается в том, что реальные световые лучи проходят по путям, несколько отличающимся от путей, проходимых нулевыми лучами. Иными словами, лучи, образующие конечные углы с оптической осью, не подчиняются строго закономерностям, справедливым для

параксиальных лучей. Возникающие вследствие этого aberrации (отклонения) вызывают ухудшение качества изображения.

К первой подгруппе монохроматических aberrаций относятся сферическая aberrация и кома. Сферической aberrацией называется нарушение гомоцентричности пучков лучей, прошедших через оптическую систему, без нарушения симметрии строения этих пучков (в отличие от комы и астигматизма).

Пусть, например, пучок параллельных оси лучей падает на простую собирающую линзу (рис. I. 64). Ход трех таких лучей, падающих на линзу на различной высоте, показан на чертеже. С точки зрения оптики Гаусса все эти лучи должны были бы после

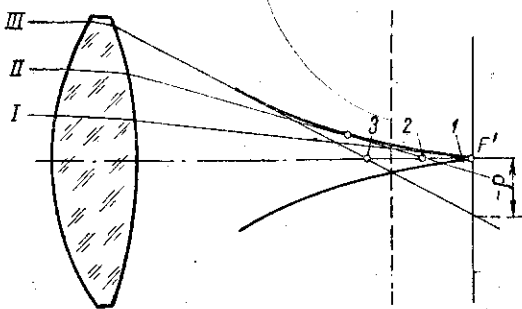


Рис. I. 64

выхода из линзы пересечься в заднем фокусе F' линзы. Но на самом деле строго следуют законам оптики Гаусса только лучи, бесконечно близкие к оптической оси.

Луч I , имеющий в пространстве предметов малую, но конечную высоту, пересекает оптическую ось в точке 1, не совпадающей с точкой F' . Чем больше высота падения луча на линзу, тем сильнее отступает точка пересечения луча с осью от точки F' . Таким образом луч II пересекает ось в точке 2, более близкой к линзе, а крайний луч III пересекает ось в точке 3, расположенной еще ближе к линзе.

Ниже оптической оси на чертеже можно было бы прочертить ход таких же трех лучей, расположенных симметрично относительно показанных на чертеже. Они пересекали бы ось в тех же точках 1, 2 и 3 вследствие полной симметрии оптической системы относительно оси.

Таким образом, обнаруживается, что пучок лучей, параллельных оптической оси, после выхода из оптической системы перестает быть гомоцентричным, не теряя в то же время симметрии своего строения. Это приводит к возникновению нерезкости изображения улавливаемого на экране, перпендикулярном к оптической оси. Получаемые при этом фигуры рассеяния имеют строго круглую форму. Если, например, этот экран совпадает с задней фокальной

плоскостью системы, то радиус кружка рассеяния q определяется расстоянием от точки F' до точки пересечения луча III с фокальной плоскостью. Радиус q называется поперечной сферической аберрацией.

Обнаруживается также своеобразная форма пучка лучей, выходящих из оптической системы. К семейству лучей этого пучка, лежащих в меридиональной плоскости, можно построить огибающую, последовательно касающуюся всех этих лучей. Ее называют *каустикой*. Каустика имеет, однако, не только геометрический смысл, но и физический. Ее можно определить как геометрическое место точек пересечения бесконечно близких меридиональных лучей пучка. Там, где пересекаются такие лучи, образуется сгущение световой энергии, благодаря чему каустика может быть обнаружена в различных физических опытах (например, в задымленном пространстве).

Пространственную форму пучка можно себе представить, заставив каустику вращаться вокруг оптической оси. Таким образом получается каустическая поверхность, имеющая обычно форму раструба. Острие этого раструба совпадает с задним фокусом F' системы.

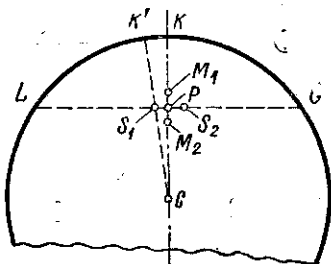


Рис. I. 65

Каустическая поверхность не исчерпывает всего геометрического места точек пересечения бесконечно близких лучей в этом пучке. Рассматриваемая нами линза, если смотреть на нее вдоль оптической оси, представится в виде круга (рис. I. 65), через центр C которого проходит перпендикулярно к плоскости чертежа оптическая ось. След вертикальной меридиональной плоскости представляется в виде вертикальной линии KC .

Пусть точка P означает след одного из лучей I , II или III , параллельного оптической оси. Наметим на чертеже лучи, бесконечно близкие к лучу P , принадлежащие к тому же пучку параллельных лучей и лежащие в одной меридиональной плоскости. Их следы на чертеже — точки M_1 и M_2 , они лежат сверху и снизу по обе стороны от луча P . Эти три луча, бесконечно близкие друг к другу, после выхода из оптической системы должны пересечься в одной точке — в точке касания луча P и каустики.

Теперь проведем плоскость, перпендикулярную к меридиональной плоскости KC и проходящую через луч P . След этой плоскости на чертеже — прямая LG . Такую плоскость назовем *сагиттальной плоскостью* (по-гречески сагитта — стрела). В сагиттальной плоскости LG также имеются два луча, бесконечно близкие к лучу P и расположенные справа и слева от него: их следы на чертеже — точки S_1 и S_2 . Лучи, лежащие в сагиттальной плоскости

и бесконечно близкие к основному лучу P , называются *сагиттальными лучами*.

Чтобы решить вопрос, где пересекутся после выхода из системы сагиттальные лучи, повернем меридиональную плоскость KC вокруг оптической оси на бесконечно малый угол KCK' . При таком повороте точка P опишет бесконечно малую дугу окружности, совпадающую с отрезком PS_1 касательной к этой окружности (с точностью до членов высших порядков). Вследствие этого основной луч P после поворота совместится с сагиттальным лучом S_1 . Так как поворот выполнен вокруг оптической оси, то точка пересечения этих лучей после их выхода из оптической системы может лежать только на оптической оси — в точке пересечения основного луча с осью.

На рис. I. 64 показано, что точки пересечения лучей с осью заполняют отрезок оси от точки F' до точки $З$. Этот отрезок является геометрическим местом пересечения бесконечно близких сагиттальных лучей. Поэтому все геометрическое место точек пересечения бесконечно близких лучей (в таких точках происходит сгущение световой энергии) состоит из колоколообразной каустической поверхности и отрезка оптической оси внутри этой поверхности, образующего как бы язычок колокольчика. Представление о каустике позволяет судить о распределении световой энергии внутри кружков рассеяния.

Если улавливающий изображение экран совмещен с задней фокальной плоскостью, то радиус q кружка рассеяния получается довольно большим. Но энергия распределяется в этом кружке очень неравномерно. У заднего фокуса F' , где к экрану подходит острые каустики, создается яркое ядро сравнительно малого диаметра, а у края кружка рассеяния световая энергия быстро падает. Поэтому по полному диаметру пятна рассеяния было бы неправильно судить о действительной резкости изображения.

Из чертежа (I. 64) можно установить, что в том месте, где луч III после оптической системы пересекает нижнюю ветвь каустики, находится наиболее узкое место пучка лучей, его шейка. Если перенести экран в это место (пунктирная прямая на чертеже), то диаметр кружка рассеяния будет наименьшим. Однако распределение световой энергии в этом кружке будет менее благоприятным. У центра кружка будет также светлое ядро, но менее яркое, чем в предыдущем случае. Самая крайняя зона кружка рассеяния представится в виде яркого колечка, так как здесь экран пересекает каустическую поверхность. Наилучшее по резкости изображение расположено между указанными здесь положениями экрана и может быть найдено по расчету волновых aberrаций (§ 98).

При расчете оптических систем пользуются графиком сферической aberrации, при построении которого по вертикальной оси откладывается высота h падения луча на первую поверхность, а по горизонтальной оси — величина $\delta s'$, отрезок от гауссовского

изображения A' до точки пересечения M луча с осью. Отрезок $\delta s'$ называется продольной сферической aberrацией.

На чертеже (рис. I. 66) показано построение точки L графика $A'L$ сферической aberrации линзы. График имеет нижнюю симметрично расположенную ветвь $A'L_1$, которую обычно не изображают. В начале координат A' графика касательная к кривой $A'L$ совпадает с вертикальной осью.

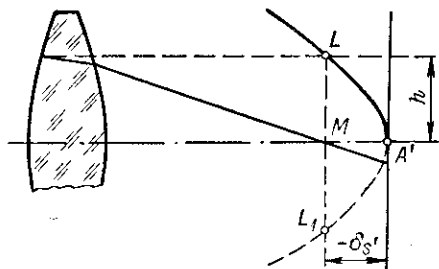


Рис. I. 66

Для исправления сферической aberrации применяют тот же способ, что и для исправления хроматизма: оптическую систему составляют из двух или большего числа линз, изготовленных из различных марок оптического стекла. Однако

в очень редких случаях (главным образом применяя асферические преломляющие поверхности) удается достичь полного устранения сферической aberrации, причем график ее совпадает с вертикальной осью. Обычно сферическую aberrацию удается устранить лишь для одного значения высоты $h = h_0$, соответствующего краю отверстия системы (рис. I. 67).

Чтобы исследовать представленный на чертеже график, нужно знать аналитическое выражение этой кривой

$$\delta s' = f(h). \quad (\text{I. 293})$$

Обычно из-за чрезвычайной сложности эта функция не может быть представлена в точном виде и приходится прибегать к разложению ее в степенной бесконечный ряд:

$$\delta s' = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + \dots, \quad (\text{I. 294})$$

причем a_0, a_1, a_2 и т. д. — коэффициенты этого ряда. Некоторые из них можно легко определить. Так, коэффициент a_0 находится при усло-

вии $h = 0$; так как кривая проходит через начало координат, то и $\delta s'$ при этом равно нулю. Из выражения (I. 294) следует: $a_0 = 0$.

Кроме того, нужно иметь в виду, что график $A'P_e P_0$ имеет симметрично расположенную ветвь $A'P'_e P'_0$, находящуюся ниже оптической оси. Из симметрии графика относительно горизонтальной оси вытекает, что функция, представленная выражением (I. 294), должна быть четной: при перемене знака у величины h

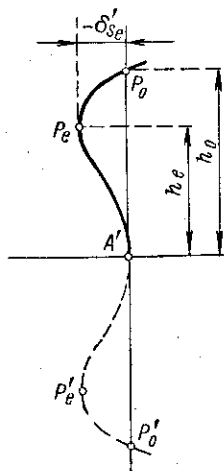


Рис. I. 67.

величина $\delta s'$ должна оставаться неизменной. Следовательно, должны равняться нулю коэффициенты слагаемых правой части выражения (I. 294) при нечетных степенях h : $a_1 = a_3 = a_5 = \dots = 0$. Таким образом, вместо выражения (I. 294) получим, откидывая члены шестого и более высоких порядков,

$$\delta s' = h^2 (a_2 + a_4 h^2). \quad (\text{I. 295})$$

Найдем теперь то значение $h = h_0$, при котором сферическая aberrация $\delta s'$ обращается в нуль. Приравняв нулю выражение (I. 295), получаем два решения. Первое решение: $h_0 = 0$ соответствует началу координат A' . Более интересно второе решение:

$$h_0 = \pm \sqrt{-\frac{a_2}{a_4}}. \quad (\text{I. 296})$$

Это решение соответствует точкам P_0 и P'_0 графика. Вещественное решение существует только в том случае, если коэффициенты a_2 и a_4 имеют разные знаки. В противном случае решение становится мнимым. Это значит, что у графика нет точки, в которой $\delta s'$ обращается в нуль (кроме точки A'), а следовательно, с увеличением h кривая монотонно отходит от вертикальной оси.

Для нахождения точки P_e (и P'_e) графика, в которой $\delta s'$ становится наибольшим, ставим условие

$$\frac{d(\delta s')}{dn} = 2h_e (a_2 + 2a_4 h_e^2) = 0. \quad (\text{I. 297})$$

Здесь h_e — значение высоты h , при котором $\delta s'$ имеет экстремальное значение.

Из выражения (I. 297) находятся снова два решения. Первое решение $h_e = 0$ опять приводит в начало координат A' . Второе решение

$$h_e = \pm \sqrt{-\frac{a_2}{2a_4}}. \quad (\text{I. 298})$$

Сравнивая выражения (I. 296) и (I. 298), можно установить простое соотношение высот h_0 и h_e

$$\frac{h_e}{h_0} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707. \quad (\text{I. 299})$$

Это соотношение не зависит от a_2 и a_4 , а потому справедливо для всех оптических систем. Поэтому если для некоторой высоты h_0 (у края отверстия оптической системы) сферическая aberrация устранена ($\delta s' = 0$), то наибольшего значения остаточной сферической aberrации следует ожидать при высоте h_e , определяемой по формуле (I. 299).

Следует заметить, что в каталогах советских объективов принято по вертикальной оси графика сферической aberrации откладывать вместо величины h пропорциональную ей величину

$100\sigma'$, причем $\sigma' = h/f'$, где f' — заднее фокусное расстояние данного объектива.

Если в разложенной в ряд функции $\delta s'$ отбросить все члены, кроме первого, то получается приближенное значение аберрации δs , называемое аберрацией третьего порядка. Такие выражения получены немецким ученым Зейделем в пятидесятых годах прошлого столетия для всех монохроматических аберраций. Ввиду сравнительной простоты формул аберраций третьего порядка, они успешно применяются для предварительного расчета оптических систем.

Так, например, для тонкой линзы в воздухе при любом положении предмета сферическая аберрация $\delta s'$ третьего порядка может быть вычислена по формуле

$$\delta s' = -\frac{1}{8} \frac{D^2 s'^2}{(1-v)^2 f'} \left[A + B \frac{1-v}{r_1} + (1+2v) \left(\frac{1-v}{r_1} \right)^2 \right]. \quad (\text{I. 300})$$

Вспомогательные величины A и B находятся по формулам:

$$A = \frac{3}{s'} \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right) + \frac{1}{f'^2} - v(2+v) \left(\frac{2}{s'} - \frac{1}{f'} \right) \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right) + \\ + v^2(1+2v) \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^2; \quad (\text{I. 301})$$

$$B = 2v(1+2v) \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right) - (2+v) \left(\frac{2}{s'} - \frac{1}{f'} \right). \quad (\text{I. 302})$$

В этих формулах

$v = \frac{1}{n}$ — обратная величина показателя преломления линзы;

$D = 2h$;

f' — заднее фокусное расстояние линзы;

s' — задний отрезок линзы;

r_1 — радиус кривизны первой поверхности линзы.

Радиус r_2 второй поверхности линзы определяется из соотношения

$$\frac{1-v}{r_2} = \frac{1-v}{r_1} - \frac{v}{f'}. \quad (\text{I. 303})$$

Если предмет находится на бесконечности, то $s' = f'$, и формула (I. 300) упрощается

$$\delta s' = -\frac{1}{8} \frac{D^2 f'}{(1-v)^2} \left[\frac{1}{f'^2} - \frac{2+v}{f'} \frac{1-v}{r_1} + (1+2v) \left(\frac{1-v}{r_1} \right)^2 \right]. \quad (\text{I. 304})$$

Исследуя это выражение, можно найти, что $\delta s'$ имеет минимум

$$\delta s'_{\min} = -\frac{1}{32} \frac{v}{(1-v)^2} \frac{4-v}{1-2v} \frac{D^2}{f'} \quad (\text{I. 305})$$

при

$$r_1 = 2(1-v) \frac{1+2v}{2+v} f'. \quad (\text{I. 306})$$

При $n = 1,5$ получим: $\delta s'_{\min} = -0,268 \frac{D^2}{f}$; $r_1 = 0,583 f$; $r_2 = -3,500 f$. Отношение радиусов $r_2 : r_1 = -6$.

Сферическая aberrация, вносимая плоскопараллельной пластинкой, может быть представлена точной формулой

$$\delta s' = \left(1 - \frac{n \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) \frac{d}{n}. \quad (I. 307)$$

Угол α находится по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{s} = \frac{D}{2s}. \quad (I. 308)$$

В этих выражениях

n — показатель преломления стекла пластинки;

d — толщина пластинки;

s — передний отрезок;

h — высота луча на первой поверхности пластинки;

$D = 2h$.

Сферическая aberrация третьего порядка, вносимая плоскопараллельной пластинкой, вычисляется по формуле

$$\delta s' = \frac{1}{8} v (1 - v^2) \left(\frac{D}{s} \right)^2 d. \quad (I. 309)$$

При $n = 1,5$ получим

$$\delta s' = 0,0463 \left(\frac{D}{s} \right)^2 d. \quad (I. 310)$$

§ 31. Кома

Вторая монохроматическая aberrация широкого пучка лучей называется комой. Она наблюдается в широком пучке лучей, проходящем наклонно к оптической оси прибора, и состоит в нарушении симметрии строения этого пучка лучей. Вследствие этого пятно рассеяния лучей, идущих от некоторой внеосевой точки предмета, теряет круглую форму, характерную для сферической aberrации, и распределение света в этом пятне становится более сложным.

На чертеже (рис. I. 68) показан ход широкого параллельного пучка лучей, наклонно падающего на входное отверстие оптической системы, условно представленной в виде простой линзы. На чертеже намечен ход трех лучей: верхнего крайнего, образующего высоту $+m$ на входном отверстии, нижнего крайнего с высотой $-m$ на входном отверстии и среднего или главного луча, проходящего через центр S входного отверстия. По законам оптики Гаусса (при отсутствии aberrаций) все лучи этого пучка после преломления в оптической системе должны были бы встретиться в одной точке, лежащей на задней фокальной плоскости MF' системы.

Но из-за наличия в системе aberrаций этого не произойдет, и три луча, указанные выше, пересекут плоскость MF' на трех различных расстояниях от оптической оси: y'_{+m} , y'_{-m} и y'_0 .

Если бы точка N пересечения двух крайних лучей лежала на главном луче, фигура рассеяния лучей была бы круглой. В таком случае строение пучка было бы симметричным и кома отсутствовала бы. Точка пересечения главного луча с плоскостью MF' совпала бы при этом с точкой M , делящей пополам отрезок $y'_{-m} - y'_{+m}$. При наличии комы точка N не лежит на главном луче, а потому не совпадают точка M и точка пересечения главного луча

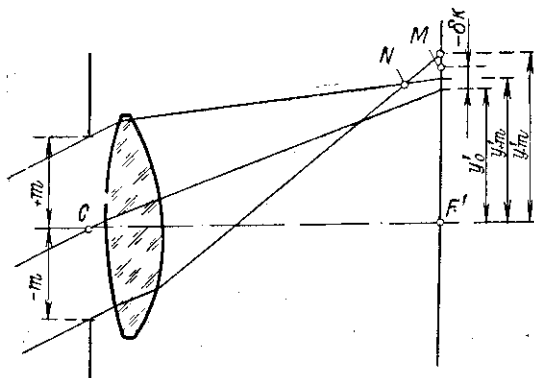


Рис. I. 68

с плоскостью MF' . Отрезок δk между этими точками численно характеризует величину комы. По чертежу для отрезка δk находится следующая формула:

$$\delta k = \frac{1}{2}(y'_{+m} + y'_{-m}) - y'_0. \quad (\text{I. 311})$$

Величина δk характеризует, конечно, только меридиональную кому. Для определения сагиттальной комы, размеров пятна рассеяния и распределения световой энергии в нем приходится прибегать к расчету хода «косых» лучей (лучей, не лежащих в меридиональной плоскости).

Следует заметить, что исправление комы в оптических приборах вызывает большие трудности при расчете оптических систем. Если же устранена сферическая aberrация, но не устранена кома, то пятно рассеяния приобретает характерную форму, напоминающую кому.

Задача устранения комы облегчается при соблюдении закона синусов, установленного Аббе. При соблюдении этого условия кома устраняется, строго говоря, только для бесконечно малого поля зрения; практически, однако, кома в таком случае становится малой и при большом поле зрения.

Закон синусов выражается формулой

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}, \quad (I. 312)$$

где V — линейное увеличение оптической системы;
 n и n' — показатели преломления сред в пространствах
 предметов и изображений;
 α и α' — передний и задний апертурные углы.

Вывод закона синусов приводится в § 99. Если оптическая система свободна от сферической абберации и удовлетворяет условию (I. 312), она называется апланатом.

В случае если предмет лежит на бесконечности, формула (I. 312) приобретает неопределенный вид. После раскрытия неопределенности закон синусов в этом случае выразится формулой

$$\frac{h}{\sin \alpha'} = f'. \quad (I. 313)$$

Здесь h — высота падения на первую преломляющую поверхность системы луча, параллельного оптической оси;

α' — задний апертурный угол;

f' — заднее фокусное расстояние оптической системы.

Ошибка закона синусов $\delta f'$ может быть выражена формулой:

$$\delta f' = \frac{h}{\sin \alpha'} - f'. \quad (I. 314)$$

§ 32. Полевые абберации

Три полевые абберации — *астигматизм, кривизна изображения и дисторсия* — в отличие от аббераций широких пучков обнаруживаются даже в бесконечно узких наклонных пучках лучей.

Основную полевую абберацию — астигматизм — рассмотрим в случае одной сферической преломляющей поверхности P_1PP_2 (рис. I. 69), разделяющей две среды с показателями преломления n и n' . Из точки A пространства предметов исходит бесконечно узкий пучок лучей. Главный (средний) луч AP этого пучка падает на преломляющую поверхность в точке P . Соединив точку P с центром O сферической поверхности, находим угол падения луча AP и по закону преломления строим преломленный луч PS . Задача заключается в том, чтобы выяснить структуру бесконечно узкого пучка лучей после его прохождения через преломляющую поверхность.

Для этой цели представим себе широкий пучок лучей, исходящий из точки A и ограниченный, например, лучами AP_1 и AP_2 . Если соединить точку A прямой с центром O сферической поверхности, то прямая AO будет играть роль оптической оси указанного широкого пучка лучей. Согласно изложенному в § 30, в этом

пучке будет наблюдаться сферическая абберрация. При этом возникнет каустика RMA' , имеющая острие в точке A' — в гауссовском изображении точки A .

Интересующий нас бесконечно узкий пучок лучей составляет как бы один элемент воображаемого широкого пучка. Все лучи широкого пучка (лежащие выше линии AO) касаются каустики RMA' . Поэтому и преломленный главный луч PS узкого пучка касается каустики в точке M . Но каустика есть геометрическое место точек пересечения бесконечно близких меридиональных лучей. Поэтому меридиональные (т. е. лежащие в плоскости чертежа) лучи бесконечно узкого пучка после преломления встретятся в точке M каустики. Иначе ведут себя сагиттальные лучи. Из анализа строения широкого пучка лучей, приведенного в § 30, вытекает, что геометрическим местом пересечения бесконечно близких сагиттальных лучей служит отрезок LA' оси AO . Поэтому сагиттальные лучи бесконечно узкого пучка после преломления встречаются все в точке S пересечения главного луча PS с линией AO , соединяющей точку A предмета с центром кривизны O .

Таким образом устанавливается несовпадение точек M и S схождения меридиональных и сагиттальных лучей. В этом и заключается явление астигматизма. Отрезок MS , измеренный вдоль главного луча бесконечно узкого пучка, служит мерой астигматизма.

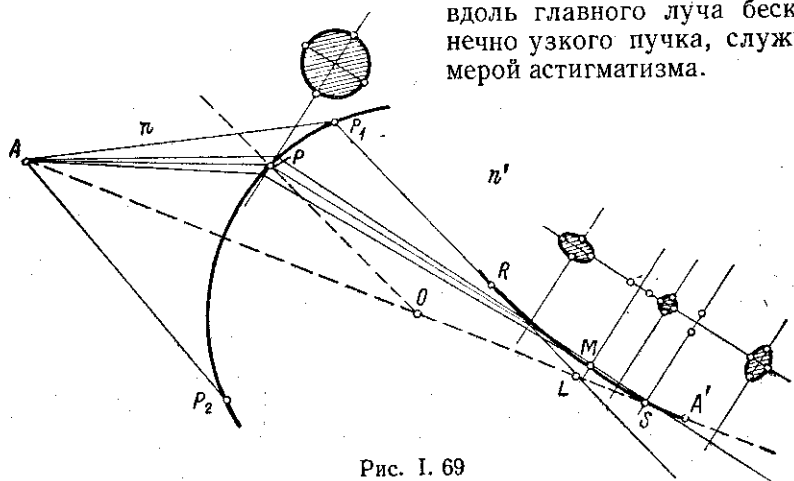


Рис. I. 69

Форма астигматического пучка оказывается не простой. Рассмотрим ряд поперечных сечений пучка, считая, что поперечное сечение пучка возле точки P круглое (поперечные сечения пучка, совмещенные с плоскостью чертежа, показаны на чертеже выше хода лучей). Поперечное сечение пучка в промежутке между точками P и M имеет форму эллипса, большая ось которого расположена горизонтально, вследствие того, что меридиональные лучи (верхний и нижний), которые должны пересечься в точке M ,

сближаются более быстро, чем сагиттальные лучи (правый и левый), которые пересекаются в более далекой точке S .

У точки M поперечное сечение пучка вырождается в отрезок прямой линии, расположенный горизонтально и перпендикулярно к меридиональной плоскости: меридиональные лучи (верхний и нижний) пересекаются друг с другом и с главным лучом в этом сечении, в то время как сагиттальные лучи (правый и левый) должны встретиться в точке S , а в данном сечении они еще находятся на некотором расстоянии один от другого.

Таким же образом можно представить себе, что поперечное сечение астигматического пучка лучей у сагиттального фокуса S превращается в отрезок прямой линии, но расположенной в меридиальной плоскости. Происходит это потому, что меридиональные лучи после их пересечений в точке M на протяжении пути MS успевают несколько разойтись, поменявшись при этом местами: луч, бывший до точки M верхним, становится после точки M нижним, и наоборот.

Нетрудно убедиться также и в том, что посередине отрезка MS находится круглое сечение астигматического пучка. Все же поперечные сечения пучка, расположенные дальше точки S , имеют форму эллипса, большая ось которого расположена вертикально. Впрочем, чем дальше отнесено это сечение от точки S , тем ближе отношение полуосей эллипса к единице. Поэтому на бесконечности находится третье круглое сечение астигматического пучка лучей.

Наружная поверхность астигматического пучка относится к числу линейчатых поверхностей; ее свойства исследованы математиком Штурмом. Поэтому геометрическое тело, ограниченное такой поверхностью, принято называть коноидом Штурма.

Ни в одном сечении астигматического пучка лучей мы не получаем точечного изображения. Пятно рассеяния имеет большей частью эллиптическую форму, что характерно для астигматизма. В двух местах, у точек M и S , площадь поперечного сечения пучка обращается в нуль, но это не значит, что в этих точках получается наилучшее изображение.

Площадь ΔF пятна рассеяния выражается при астигматизме формулой

$$\Delta F = \frac{\pi}{4} l_t l_s. \quad (I. 315)$$

Здесь l_t и l_s — размеры эллиптической фигуры рассеяния, измеренные в меридиональном и в сагиттальном сечениях. В поперечном сечении у точки M имеем: $l_t = 0$, $l_s = l$, а поэтому $\Delta F_M = 0$. В поперечном сечении посередине между точками M и S имеем: $l_t = l_s = \frac{1}{2} l$, а потому $\Delta F_0 = \frac{\pi}{16} l^2$. У точки S получим: $l_t = l$, $l_s = 0$, а следовательно, $\Delta F_S = 0$. Однако степень нерезкости по опытным данным правильнее характеризуется не величиной ΔF , а функцией $\Delta\Phi$:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{2}(l_t^2 + l_s^2). \quad (\text{I. 316})$$

По указанным выше данным получаем в сечениях у точек M и S : $\Delta\Phi_M = \Delta\Phi_S = \frac{1}{2} l^2$, а в сечении посередине между точками M и S : $\Delta\Phi_0 = \frac{1}{4} l^2$. Поэтому наилучшее качество изображения следует ожидать именно в этом сечении.

В случае более сложной оптической системы, состоящей из ряда преломляющих поверхностей, астигматизм сохраняет те же свойства, что и в рассмотренном здесь случае одной преломляющей поверхности.

Пусть, например (рис. I. 70), луч KC есть главный луч бесконечно узкого пучка,

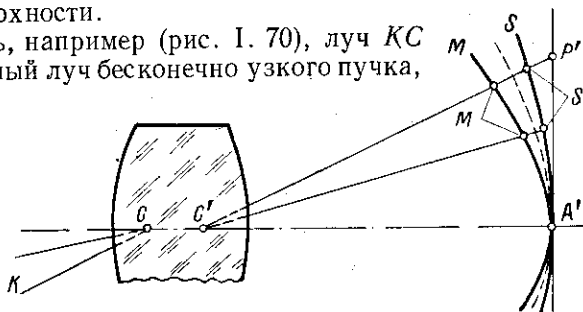


Рис. I. 70

идущего от внеосевой точки предмета (лежащего слева за пределами чертежа). В пространстве изображений ему соответствует луч $C'P'$, пересекающий в точке P' гауссовскую плоскость изображения $A'P'$. Но лучи бесконечно узкого пучка не пройдут через точку P' , вследствие астигматизма меридиональные лучи соберутся в точке M , а сагиттальные — в другой точке S на луче $C'P'$. При этом обе эти точки могут не совпадать с точкой P' .

Если взять другой наклонный пучок лучей, то на главном луче этого пучка также можно отметить точки M и S , в которых сходятся меридиональные и сагиттальные лучи. Точки M и S оказываются на всех главных лучах узких пучков, идущих от разных точек предмета. Если соединить плавной кривой все точки M , получится кривая, симметричная относительно оптической оси, служащая геометрическим местом меридиональных фокусов (т. е. точек пересечения меридиональных лучей). Таким же образом можно построить кривую, проходящую через все точки S и являющуюся геометрическим местом сагиттальных фокусов.

Переноса эти рассуждения в пространство, заметим, что все точки M располагаются на чашеобразной поверхности вращения, возникающей при вращении кривой меридиональных фокусов вокруг оптической оси. Эту поверхность называют поверхностью меридионального изображения. Таким же образом получается

поверхность вращения, на которой лежат все точки S и которая называется поверхностью сагиттального изображения. Следует, однако, иметь в виду, что ни на одной из этих поверхностей не получается резкое (точечное) изображение. В центральной части поля зрения точки M и S сближаются, а астигматизм становится малым и совсем исчезает в осевой точке A' изображения.

Разделив пополам все отрезки MS на главных лучах и соединив кривой полученные таким образом точки, получим кривую (штриховая кривая на рис. I. 70), на которой расположены круглые поперечные сечения пучков. В результате вращения этой кривой вокруг оптической оси образуется поверхность наилучшего изображения. Тот факт, что это изображение оказывается лежащим

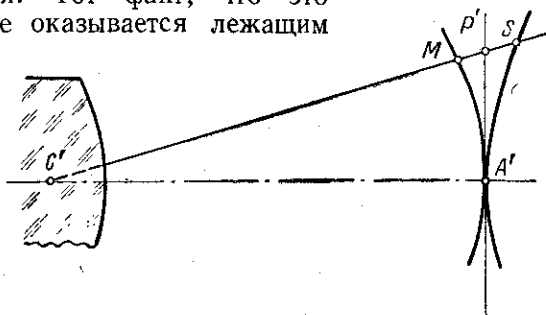


Рис. I. 71

не на плоскости, а на кривой поверхности, рассматривается как самостоятельная aberrация, отличная от астигматизма. Эту aberrацию называют кривизной изображения.

Астигматизм и кривизна изображения имеют, как видно из изложенного выше, общую физическую основу. Однако по своей величине эти две aberrации совершенно независимы одна от другой. Так, например, можно уничтожить астигматизм. Точки M и S при этом сольются, меридиональная и сагиттальная поверхности изображения наложатся одна на другую. Но получающееся при этом точечное изображение может оказаться лежащим на сильно искривленной, неплюсской поверхности. Можно, наоборот, получить плоское изображение при неустраненном астигматизме. Середины отрезков MS главных лучей должны при этом лежать на гауссовской плоскости $P'A'$ изображения, как показано на чертеже (рис. I. 71).

Исправление кривизны изображения весьма необходимо для оптических приборов, в которых изображение получается на плоском экране, например на фотопленке, на приемном экране телевизионной трубки или эопа. Если изображение лежит на чашеобразной кривой поверхности, а экран совпадает с гауссовской плоскостью изображения, то резкое изображение получится только в центральной части экрана, а по краям изображение будет нерезким. Поэтому, например, в фотографических объективах при-

нято кривизну изображения удерживать в пределах до 0,6 мм при фокусном расстоянии $f' = 100$ мм и $D/f' = 1 : 3,5$, в то время как допустимый астигматизм на краю поля зрения достигает нередко 1,5 мм (в широкоугольных объективах — еще больше).

Иначе обстоит дело в оптических приборах, работающих совместно с глазом человека, обладающим замечательным свойством приспособляться к различным расстояниям до предмета. Эта способность, называемая аккомодацией глаза, позволяет до известных пределов не бояться кривизны изображения. Поэтому в визуальных приборах более важную роль играет исправление астигматизма, в то время как кривизна изображения может быть большой. Так, например, за окуляром зрительных труб считается обычно допустимым астигматизм, доходящий до 0,5 дптр. Соответственный допуск на кривизну изображения достигает 3,0 дптр.

Последняя полевая aberrация — дисторсия — имеет совершенно особый характер по сравнению со всеми остальными aberrациями: она не вызывает нерезкости изображения. Если в оптической системе уничтожены все рассмотренные раньше aberrации и остается лишь одна чистая дисторсия, то изображение всех точек предмета будет точечным. Дисторсия вызывает другой недостаток изображения: нарушается подобие изображения предмету.

Дисторсия возникает в оптических приборах вследствие нарушения (или нестрогого выполнения) известного положения геометрической оптики (см. § 9): в паре сопряженных и перпендикулярных к оптической оси плоскостей линейное увеличение постоянно. Несоблюдение этого положения и приводит к нарушению подобия изображения предмету. Следует, однако, заметить, что и при непостоянстве увеличения на плоскости изображения в точках, равно удаленных от оптической оси, увеличение должно иметь постоянное значение (вследствие симметрии системы относительно оптической оси). Поэтому изменение линейного увеличения обнаруживается только при перемещении в радиальном направлении от осевой точки изображения к его краю.

При этом могут иметь место три различных случая: либо линейное увеличение возрастает по мере удаления от оптической оси, либо оно остается постоянным, либо, наконец, оно уменьшается. Второму случаю соответствует, очевидно, отсутствие дисторсии, а потому этот случай мы здесь не рассматриваем. Первый и третий случай представляют два различных типа дисторсии.

Пусть предмет (рис. 1, 72, а), лежащий в плоскости, перпендикулярной к оптической оси, имеет форму квадрата, и центр A этого квадрата лежит на оптической оси.

Пусть далее на чертеже (рис. 1, 72, б) показано изображение этого квадрата. Осевая точка A изображается в точке A' , а середина стороны B квадрата изображается в точке B' . Если бы линейное увеличение было постоянным, то изображение угловой точки C квадрата получилось бы в точке C'_0 , в углу квадрата,

показанного на чертеже штрихами. Но в случае, если увеличение возрастает с удалением от оптической оси, линейное увеличение для отрезка AC должно быть больше, чем для отрезка AB , а потому изображение $A'C'$ отрезка AC будет больше отрезка $A'C_0$. Вследствие этого изображение C' точки C расположится на продолжении прямой $A'C_0$ в точке C' , а потому сторона DC квадрата изобразится в виде кривой $D'C'$. Дисторсия, при которой увеличе-

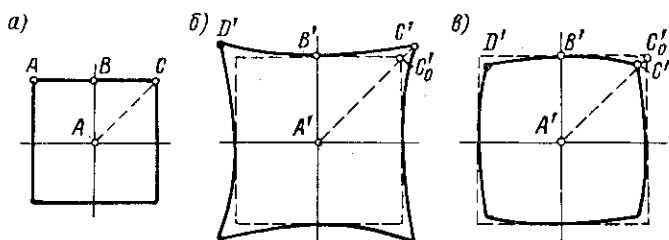


Рис. 1. 72

ние возрастает с удалением от оси, а изображение квадрата имеет вогнутые стороны, называется положительной или подушкообразной дисторсией.

Если же линейное увеличение с удалением от центра поля зрения убывает, то для отрезка AC оно оказывается меньшим, чем для отрезка AB , в результате чего точка C' , изображение точки C , распо-

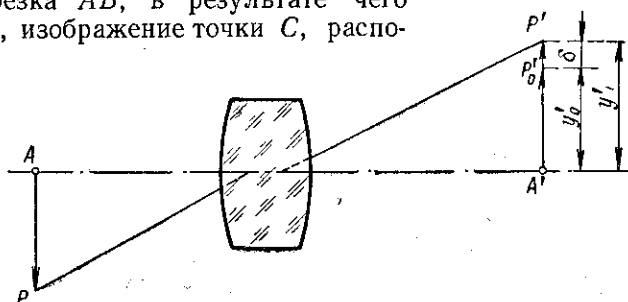


Рис. 1. 73

ложится на прямой $A'C'$ (рис. 1. 72, в) ближе к центру A' , чем угол C_0 квадрата, сторона которого равна удвоенному отрезку $A'B'$. Вследствие этого сторона DC квадрата изобразится в виде дуги $D'C'$. Дисторсию, характеризующуюся тем, что увеличение с удалением от оптической оси убывает, а квадрат изображается фигурой с выпуклыми сторонами, называют отрицательной или бочкообразной дисторсией.

Для определения величины дисторсии оптической системы представим себе ход главного луча наклонного пучка (рис. 1. 73),

исходящего из внеосевого конца P предмета $y = AP$. Величина $y'_0 = A'P'_0$ гауссовского изображения предмета y находится по формуле

$$y'_0 = Vy. \quad (I. 317)$$

Однако формулы оптики Гаусса не учитывают влияния дисторсии. Поэтому, если путем тригонометрического расчета проследить ход главного луча наклонного пучка, исходящего из точки P , то обнаружится, что точка P' пересечения этого луча с плоскостью изображения не совпадет с точкой P'_0 . При этом отрезок $y' = A'P'$ представляет величину изображения предмета y с учетом влияния дисторсии оптической системы. Поэтому линейная величина δ дисторсии находится по формуле

$$\delta = y' - y'_0. \quad (I. 318)$$

Если увеличение возрастает с удалением от оптической оси, то δ , определяемое по этой формуле, будет положительным, в противном случае — отрицательным.

Кроме выражения дисторсии в линейной мере, часто применяется выражение дисторсии в процентах величины y'_0

$$\Delta = \frac{\delta}{y'_0} 100\% = \left(\frac{y'}{y'_0} - 1 \right) 100\%. \quad (I. 319)$$

Дисторсия Δ называется относительной дисторсией.

Практически установлено, что в зрительных трубах можно без особого вреда допустить дисторсию до 3,5%, а при широкоугольных окулярах — до 11% и более. В то же время в объективах фото-

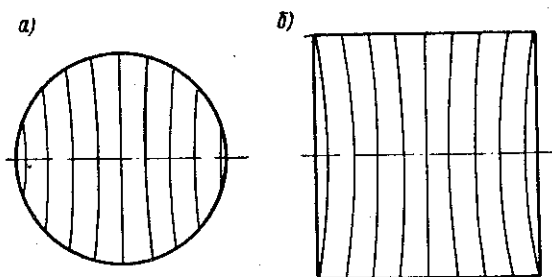


Рис. I. 74

графических аппаратов универсального типа дисторсия не должна превосходить 0,5%, а в дешевых аппаратах — 2,0%. Объясняется это расхождением различной формой ограничения поля зрения этих приборов.

Пусть в качестве предмета служит ряд параллельных вертикальных линий (частокол). Изображение вертикальной линии,

проходящей через центр поля зрения, совершенно не искривляется при наличии любой дисторсии. Чем дальше отстоит изображение вертикальной линии от центра поля зрения, тем сильнее оно искривлено благодаря дисторсии оптического прибора.

Но у зрительной трубы поле зрения ограничено круглой диафрагмой (рис. I. 74, а). Вследствие этого наиболее сильно искривленные линии получаются короткими, а кривизна коротких отрезков мало заметна для глаза наблюдателя. Совсем иначе обстоит дело в фотографических аппаратах. Фотографические снимки имеют обычно прямоугольную форму (рис. I. 74, б). В этом случае длина изображения линии, находящейся возле края поля зрения, может быть такой же, как в центре. Поэтому вызываемое дисторсией искривление такой линии легко обнаруживается наблюдателем, тем более что он может сравнивать искривленное изображение прямой с действительно прямым краем снимка. Это и приводит к необходимости более строгой коррекции дисторсии фотографических объективов.

Особенно высокие требования в смысле исправления дисторсии предъявляются к измерительным и фотограмметрическим приборам. Так, например, в объективах аэрофотокамер допускается дисторсия, не превосходящая 0,04—0,10%.

§ 33. Сложение аберраций

Результаты расчета оптических систем сопровождаются графиками остаточных аберраций. На чертеже (рис. I. 75) показаны для примера графики: *a* — хроматизма положения и сферической аберрации, *б* — астигматизма и кривизны изображения, *в* — относительной дисторсии, *г* — хроматизма увеличения и *д* — аберраций широкого наклонного пучка.

В практической работе конструктору нередко приходится составлять сложную оптическую систему из ряда компонентов, причем остаточные аберрации каждого компонента конструктору известны. В таких случаях возникает необходимость хотя бы приблизительно оценить величину ожидаемых аберраций всей системы не прибегая к трудоемким расчетам хода нескольких лучей (нулевых и реальных) через всю оптическую систему. Для этого можно применить установленные практикой правила сложения аберраций, строго говоря, справедливые только для аберраций третьего порядка.

1. Продольные аберрации $\delta s'_{s-1}$ хроматизма положения, сферической аберрации, астигматизма и кривизны изображения, полученные в пространстве предметов для *s*-го компонента (или для группы компонентов, начиная с *s*-го), можно перевести в пространство изображений *s*-го компонента (или группы их) посредством умножения на квадрат линейного увеличения V_s этого компонента (или группы компонентов).

2. Поперечные aberrации $\delta'_{g_{s-1}}$ хроматизма увеличения, комы и дисторсии, полученные в плоскости предметов для s -го компонента (или для группы компонентов, начиная с s -го), можно перевести в плоскость изображений путем умножения на линейное увеличение V_s этого компонента (или группы компонентов).

3. Как продольные, так и поперечные aberrации, приведенные к одному пространству, суммируются.

4. При суммировании aberrаций необходимо учитывать, что суммировать можно только aberrации, получаемые по ходу одного луча (предметного или главного), проходящего через всю оптическую систему.

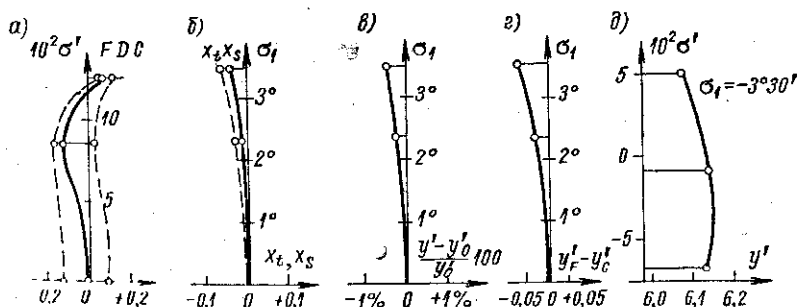


Рис. 1.75

5. Практически часто встречается случай, когда линейное увеличение некоторого k -го компонента равно бесконечности, а увеличение следующего за ним $k + 1$ -го компонента равно нулю. Два таких компонента составляют так называемую оборачивающую систему с параллельным ходом лучей между ее двумя компонентами. В этом случае aberrации $\overleftarrow{\delta s'_k}$ и $\overleftarrow{\delta g'_k}$ даются в обратном ходе лучей (что мы отмечаем стрелками). Aberrация $\overleftarrow{\delta s'_k}$ просто суммируется с суммарной aberrацией всей системы, предшествующей k -му компоненту. Aberrация $\overleftarrow{\delta g'_k}$ при таком суммировании меняет знак (т. е. вычитается из суммарной aberrации предшествующей системы). Полученные таким образом aberrации в пространстве предметов k -го компонента переводятся непосредственно в пространство изображений $k + 1$ -го компонента путем умножения на линейное увеличение $V_{k, k+1}$ (или на его квадрат) k -го и $k + 1$ -го компонентов, рассматриваемых вместе, как одна система.

6. Если линейное увеличение V_m последнего m -го компонента равно бесконечности (изображение, создаваемое системой, лежит на бесконечности), то aberrации системы в целом не могут быть представлены в линейной мере. От линейной величины $\delta s'$ суммарной продольной aberrации всей системы, отнесенной

к пространству предметов последнего компонента, можно в этом случае перейти к диоптрийному выражению суммарной аберрации L в пространстве изображений по формуле

$$L = -1000 \frac{\delta s'}{f_m'^2}, \quad (\text{I. 320})$$

где f_m' — фокусное расстояние последнего компонента в мм.

7. В случае, указанном в п. 6, можно перейти от суммарной поперечной аберрации $\delta g'$ всей системы, отнесенной к плоскости предметов для последнего компонента, к угловой величине $\delta \alpha'$ аберрации в пространстве изображений по формуле

$$\delta \alpha' = 206\,000 \frac{\delta g'}{f_m'}, \quad (\text{I. 321})$$

где $\delta \alpha'$ — в сек.

8. Относительные величины хроматизма увеличения $\Delta_{xp} = \frac{\delta V}{V} = \frac{\delta y'}{y'}$ и дисторсии $\Delta = \frac{y' - y_0'}{y_0'}$ складываются как поперечные аберрации, но без умножения на линейные увеличения компонентов.

Пользуясь изложенными здесь правилами, можно подсчитать ожидаемые величины остаточных аберраций оптической системы, составленной из нескольких компонентов. Пусть, например, имеется оптическая система, состоящая из четырех компонентов (зрительная труба с оборачивающей системой). Известно, что $V_1 = 0$; $V_2 = \infty$; $V_3 = 0$; $V_4 = \infty$. Даны величины $V_{2,3}$ и f_4' , а также продольные, поперечные и относительные аберрации $\delta s_1', \delta s_2', \delta s_3'$ и $\delta s_4'$; $\delta g_1', \delta g_2', \delta g_3'$ и $\delta g_4'$; $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ и Δ_4 . По указанным выше правилам суммарные аберрации $\delta s'$ и $\delta g'$ всей системы, отнесенные к пространству предметов последнего компонента, вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \delta s' &= (\delta s_1' + \overleftarrow{\delta s_2'}) V_{2,3}^2 + \delta s_3' + \overleftarrow{\delta s_4'}; \\ \delta g' &= (\delta g_1' - \overleftarrow{\delta g_2'}) V_{2,3} + \delta g_3' - \overleftarrow{\delta g_4'}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I. 322})$$

Применяя затем формулы (I. 320) и (I. 321), получим в диоптрийной или в угловой мере остаточные аберрации системы, отнесенные к пространству изображения. Относительные аберрации Δ , отнесенные к пространству изображений всей составной системы, получаются по простой формуле

$$\Delta = \Delta_1 - \overleftarrow{\Delta_2} + \Delta_3 - \overleftarrow{\Delta_4}. \quad (\text{I. 323})$$

ГЛАВА II

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

А. ОГРАНИЧЕНИЕ ПУЧКОВ

§ 34. Работа оптического прибора в реальных условиях

В геометрической оптике при рассмотрении действия оптических систем допускается ради упрощения рассуждений такая схематизация условий и протекания работы оптического прибора, которая подчас находится в резком противоречии с реальными условиями работы. Такая схематизация необходима с целью установления геометрических принципов и закономерностей, лежащих в основе действия оптических систем. Но теперь, приступая к изучению общих свойств оптических приборов, знание которых необходимо для рационального конструирования этих приборов, следует внести в наши представления об условиях их работы ряд существенных дополнений и поправок.

1. Положение солинейного сродства о том, что всякому лучу в пространстве предметов обязательно соответствует луч в пространстве изображений, не выполняется в реальных условиях работы оптических приборов. Вследствие неизбежно ограниченных поперечных размеров линз, призм и прочих оптических деталей и их механических оправ через оптический прибор могут проникнуть лишь лучи, проходящие внутри этих размеров. Любому лучу в пространстве предметов, проходящему вне границ, определяемых поперечными размерами оптических деталей и диафрагм, не соответствует никакой реальный луч в пространстве изображений.

Ограниченный размер отверстий в оптическом приборе приводит, во-первых, к ограничению телесного угла пучков лучей, исходящих из отдельных точек предмета, и во-вторых, — к ограничению поля зрения оптического прибора. Эти обстоятельства необходимо учитывать при конструировании оптических приборов.

2. Ограничение пучков лучей, проходящих через оптический прибор, влечет за собой ограничение количества световой энергии, проходящей через прибор и участвующей в образовании оптического изображения. Поэтому при конструировании оптического прибора необходимо позаботиться о том, чтобы создаваемое им оптическое изображение не было слишком темным. Для этого следует составить для рассчитываемого прибора световой баланс, позволяющий определить его светосилу.

До последнего времени при определении освещенности изображения конструктор должен был довольствоваться тем количеством световой энергии, которое поступает во входное отверстие прибора. В настоящее время мы располагаем электронно-оптическими преобразователями (эопами), позволяющими сделать изображение, создаваемое оптическим прибором, более ярким, т. е. увеличить световой поток, добавив в него энергию со стороны. Это не освобождает, однако, конструктора от необходимости тщательно учитывать световой баланс оптических приборов, подсчитывая потери, которые несет свет при его прохождении через оптический прибор.

3. Подавляющее большинство оптических приборов в конечном счете обслуживает человеческий глаз. Это относится не только к визуальным оптическим приборам, создающим изображение прямо на светочувствительной сетчатой оболочке человеческого глаза (зрительные трубы, очки, лупы, микроскопы), но и к проекционным приборам (диапроекторы и кинопроекторы, эпидиаскопы), где изображение возникает на экране, к фотографическим приборам, создающим изображение, зафиксированное на фотоснимках, и к приборам с телевизионными приемниками, позволяющими наблюдать изображение на телевизионном экране. При конструировании всех этих приборов необходимо учитывать требования, предъявляемые к ним со стороны глаза человека, а потому необходимо познакомиться с физиологическими особенностями строения и работы глаза, с основными понятиями физиологической оптики.

4. На основе представления о совместной работе прибора с глазом наблюдателя вводится понятие о видимом увеличении оптического прибора, дающее возможность определять его увеличивающую способность. В то же время устанавливается условие неискаженной передачи перспективы оптическим прибором, так называемое условие естественного впечатления, лежащее в основе оценки эстетического воздействия оптического изображения (художественная фотография, кино).

5. В геометрической оптике предполагалось, что в пространстве предметов имеется плоскость предметов, перпендикулярная к оптической оси. Ее изображение возникает в сопряженной с ней плоскости изображений. Условия работы реальных оптических приборов обычно не выполняют эти требования. Предметы, одновременно попадающие в поле зрения оптического прибора, нередко

оказываются хаотически размещенными в пространстве предметов на различных расстояниях от прибора. В то же время в пространстве изображений всегда имеется плоскость (или поверхность), на которой возникает и улавливается изображение предметов, — экран приемника световой энергии. В частности, таким экраном может служить фотографическая пленка или сетчатая оболочка глаза.

Очевидно, что не все объекты, разбросанные по пространству предметов, одинаково резко изобразятся на экране приемника. Следовательно возникает вопрос о глубине резкости изображаемого пространства, требующий внимания со стороны конструктора оптических приборов.

6. Опыт показывает, что разрешающая способность человеческого глаза имеет определенный предел, зависящий от структуры сетчатки глаза. Аналогичными пределами разрешающей способности обладают и другие приемники световой энергии (зернистость фотоэмульсий, разбивка на строки и точки телевизионного изображения). Этим накладывается ограничение и на разрешающую способность оптических приборов, что необходимо учитывать при проектировании оптических приборов.

Но помимо этой внешней причины, ограничивающей разрешающую способность оптических приборов, есть еще внутренняя причина, заключающаяся в возникновении дифракционных пятен рассеяния света, обусловленных ограничением проходящих через прибор пучков световых лучей. Дифракционная разрешающая способность должна быть сбалансирована известным образом с разрешающей способностью приемника световой энергии.

Здесь перечислен круг вопросов, подлежащих рассмотрению в гл. II настоящего курса.

§ 35. Ограничение апертуры оптических приборов

Всякий оптический прибор имеет в пространстве предметов входное отверстие MN (рис. II. 1), которое ограничивает пучок световых лучей, исходящий из осевой точки A предмета. Так как оптический прибор центрирован, то отверстие это обязательно имеет форму круга с центром в точке C на оптической оси. Исключением из этого правила служат некоторые спектрометрические и интерферометрические приборы, имеющие щелевидные входные отверстия.

Входное отверстие оптического прибора, расположенное в пространстве предметов и ограничивающее пучки лучей, идущие от отдельных точек предмета, называется *входным зрачком* оптического прибора (по аналогии со зрачком человеческого глаза, также ограничивающим входящие в глаз пучки световых лучей).

Угол $\alpha = \angle CAM$, образованный с осью крайним лучом пучка, исходящего из точки A , называется *передним апертурным углом*.

Слово апертура обозначает отверстие. Пучок лучей, идущий из осевой точки A предмета и заполняющий отверстие входного зрачка прибора, имеет форму прямого конуса, ось которого совпадает с оптической осью. Если же взять внеосевую точку A_1 предмета, то для нее получим пучок, ограниченный на чертеже лучами A_1M и A_1N и имеющий форму наклонного конуса лучей.

Рассечем этот наклонный конус лучей произвольной плоскостью PQ , перпендикулярной к оптической оси. Поперечное сечение пучка будет круглым, так как сечение это параллельно основанию конуса, совпадающему с круглым входным зрачком, и известно, что все сечения конуса, параллельные основанию, подобны этому основанию.

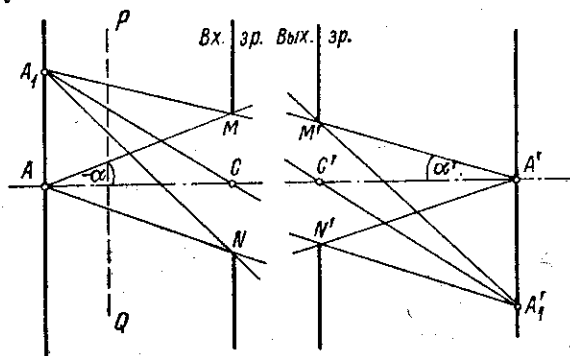


Рис. II. 1

Легко можно найти положение центра круглого поперечного сечения пучка лучей. Для этого следует разделить пополам отрезок вертикальной прямой, заключенный внутри угла, образованного крайними лучами A_1M и A_1N пучка. Если соединить линией центры всех поперечных сечений пучка, то получим прямую, проходящую через точки A_1 и C . Луч, совпадающий с прямой A_1C и проходящий через центры поперечных сечений пучка лучей, называется *главным лучом* пучка.

Если в пространстве предметов имеется множество светящихся точек, то от каждой точки можно провести главный луч. Все главные лучи в пространстве предметов образуют гомоцентрический пучок с центром в точке C (в центре входного зрачка прибора).

В пространстве изображений находится изображение входного зрачка прибора. При помощи формул оптики Гаусса нетрудно определить величину и положение этого изображения $M'N'$ входного зрачка. При этом все лучи пучков, исходящих из точек A и A_1 и заполняющих входной зрачок MN прибора, после прохождения через прибор должны заполнить изображение $M'N'$ и собраться в точках A' и A_1' изображения предмета. Отсюда сле-

дует, что изображение $M'N'$ входного зрачка, называемое *выходным зрачком* оптического прибора, в пространстве изображений точно также ограничивает пучки лучей, собирающиеся в точках изображения, как это делает входной зрачок в пространстве предметов, хотя по нашему предположению выходной зрачок не является материальной диафрагмой, а лишь ее оптическим изображением.

Крайний луч $M'A'$ пучка, собирающегося в точке A' , образует с осью угол $\alpha' = C'A'M'$, называемый *задним апертурным углом* оптического прибора. Главные лучи $C'A'$ наклонных пучков в пространстве изображений, сопряженные с главными лучами AC , образуют также гомоцентрический пучок лучей с центром в центре C' выходного зрачка.

Вырежем в непрозрачной пластинке круглое отверстие (диафрагму), равное по величине выходному зрачку прибора. Материальную диафрагму, стоявшую во входном зрачке, уберем, а новую диафрагму поставим в выходном зрачке. Очевидно, что после такой перемены диафрагм ничего не изменится в ходе лучей в пространстве изображений. Таким образом, материальная диафрагма может находиться не во входном зрачке, а в выходном. В этом случае входным зрачком будет служить изображение выходного зрачка через всю оптическую систему прибора в обратном ходе лучей.

Материальная диафрагма, ограничивающая пучки лучей, исходящие из отдельных точек предмета, называется *апертурной диафрагмой*. Она может находиться либо в пространстве предметов и служит тогда входным зрачком прибора, либо в пространстве изображений, где она становится выходным зрачком. Возможен, однако, и третий случай расположения апертурной диафрагмы: она может находиться в одном из междулинзовых промежутков оптического прибора. В таком случае выходным зрачком служит оптическое изображение апертурной диафрагмы в прямом ходе лучей через часть прибора, следующую за апертурной диафрагмой, а входным зрачком — изображение той же апертурной диафрагмы в обратном ходе лучей через часть прибора, предшествующую апертурной диафрагме.

Конечно, если во входном зрачке нет материальной диафрагмы, то в прибор может войти луч, проходящий вне отверстия входного зрачка. Однако этот луч задерживается материальной апертурной диафрагмой, стоящей либо в междулинзовом промежутке, либо в выходном зрачке, и в пространство изображений этот луч не пройдет. При конструировании оптического прибора следует учитывать только те лучи, которые участвуют в образовании оптического изображения в пространстве изображений. Поэтому достаточно принимать во внимание только те лучи, которые проходят через входной зрачок прибора. В таком смысле и нужно понимать положение о том, что оптическое изображение

материальной диафрагмы ограничивает проходящие через оптическую систему пучки лучей.

Все три указанные выше случая расположения апертурной диафрагмы встречаются в практике оптического приборостроения. Так, например, в призмменном бинокле и в ряде других зрительных труб апертурной диафрагмой и одновременно входным зрачком служит наружная оправа объектива, расположенная в простран-

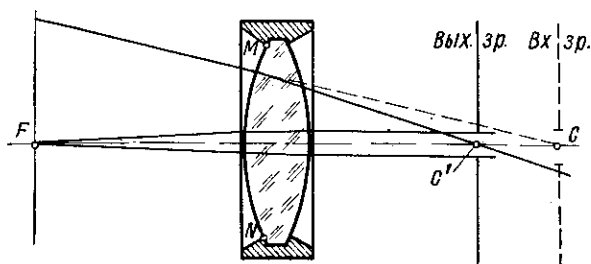


Рис. 11. 2

стве предметов, а выходным зрачком — действительное изображение этой оправы через всю систему, находящееся за окуляром трубы. Здесь его легко можно обнаружить опытным путем в виде светлого кружка на куске кальки.

В случае лупы (рис. 11. 2) предмет находится в передней фокальной плоскости прибора. Пучок световых лучей, исходящий

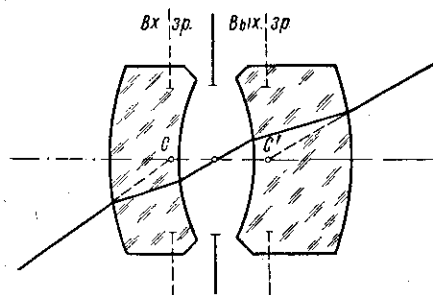


Рис. 11. 3

из осевой точки F предмета, превращается после прохождения через лупу в параллельный пучок. Этот пучок ограничивается зрачком глаза наблюдателя, пользующегося лупой. Зрачок глаза служит поэтому апертурной диафрагмой (диаметр зрачка глаза при ярком освещении не превышает 2 мм) и одновременно выходным зрачком лупы. Диаметр оправы лупы делается значительно большего размера для

свободного прохождения наклонных пучков, а потому оправка лупы не ограничивает пучков лучей, исходящих из отдельных точек предмета. Рассчитав в обратном направлении ход главного луча, проходящего через центр C' выходного зрачка, можно определить величину и положение мнимого входного зрачка лупы с центром в точке C .

Примером третьего случая, когда апертурная диафрагма помещается в междулинзовом промежутке, может служить любой современный фотографический объектив — анастигмат. На

рис. II. 3 схематически представлена конструкция фотографического объектива, состоящего из двух компонентов, между которыми находится ирисовая диафрагма, служащая апертурной диафрагмой (тут же располагается часто и затвор фотоаппарата). Входным и выходным зрачками являются мнимые изображения апертурной диафрагмы через передний и задний компонент объектива.

§ 36. Отрезки, определяющие положение зрачков

На чертеже (рис. II. 4) показано схематическое расположение осевых точек A и A' предмета и его изображения, фокусов F и F' оптической системы и ее зрачков с центрами в точках C и C' . Мы будем в дальнейшем пользоваться линейным увеличением V_c в зрачках как одной из оптических характеристик прибора. Введем теперь отрезки p и p' , считаемые от точек C и C' до точек A

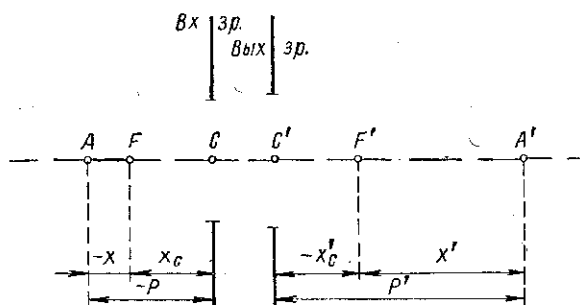


Рис. II. 4

и A' . Так как это сопряженные отрезки (их концы сопряжены парно), они связаны между собой через продольное увеличение Q

$$Q = \frac{p'}{p} = -\frac{f'}{f} VV_c. \quad (\text{II. 1})$$

Пользуясь формулой для отношения фокусных расстояний, найдем

$$\frac{p'}{p} = \frac{n'}{n} VV_c. \quad (\text{II. 2})$$

Для определения этих отрезков введем еще отрезки $x = FA$ и $x' = FA'$ и аналогичные отрезки $x_c = FC$ и $x'_c = F'C'$. По чертежу находим

$$\left. \begin{aligned} p &= x - x_c; \\ p' &= x' - x'_c. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 3})$$

Четыре отрезка x , x' , x_c и x'_c определяются через линейные увеличения V и V_c

$$\left. \begin{aligned} V &= -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}; \\ V_c &= -\frac{f}{x_c} = -\frac{x'_c}{f'}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 4})$$

Из выражений (II. 4) следует

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{f}{V}; \\ x' &= -Vf'; \\ x_c &= -\frac{f}{V_c}; \\ x'_c &= -V_cf'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 5})$$

Подставляя эти значения в формулы (II. 3), найдем

$$p = -f \frac{V_c - V}{VV_c} \quad (\text{II. 6})$$

и

$$p' = f' (V_c - V). \quad (\text{II. 7})$$

Пользуясь выражением

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}, \quad (\text{II. 8})$$

можно привести формулу (II. 6) к виду

$$p = \frac{n}{n'} f' \frac{V_c - V}{VV_c}. \quad (\text{II. 9})$$

Формулы (II. 7) и (II. 9) удобны при практических расчетах и позволят нам в дальнейшем сократить некоторые выкладки. К сожалению, эти формулы для отрезков p и p' мало известны конструкторам и редко применяются ими в практической работе.

§ 37. Ограничение поля зрения оптических приборов

Даже в самых простых оптических приборах помимо входного зрачка имеется по крайней мере еще одна диафрагма, которая ограничивает поле зрения прибора. Например, в случае лупы (рис. II. 2) кроме входного зрачка в пространстве предметов находится еще оправа MN лупы, которая и ограничивает пучок главных лучей, направляющихся в центр S входного зрачка.

Пусть в общем случае в пространстве предметов кроме входного зрачка PQ с центром в точке S имеется еще одна диафрагма

MN , ограничивающая поле зрения прибора. Эту диафрагму мы назовем *входным люком* (рис. II. 5).

Для пучка лучей, исходящего из осевой точки A предмета, диафрагма MN не играет никакой роли. Но если двигать точку A вверх от оптической оси, то она достигает такого положения A_1 , при котором крайний луч A_1P пучка пройдет через край M входного люка. При дальнейшем подъеме точки A_1 край входного люка будет срезать часть пучка, исходящего из этой точки. Вследствие этого и количество световой энергии, посылаемой этой точкой в оптический прибор, будет уменьшаться. Если точка предмета A_2

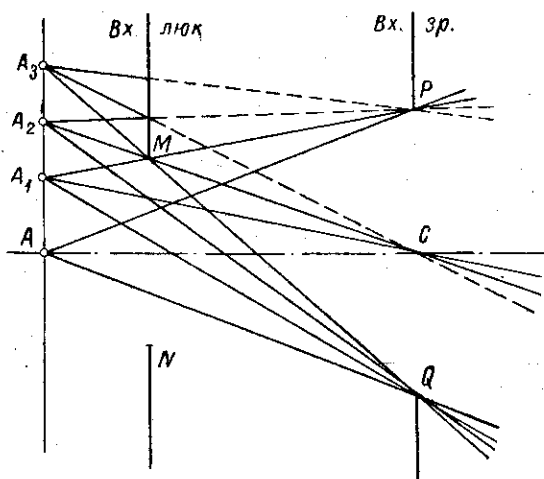


Рис. II. 5

расположена так, что главный луч A_2C пучка проходит через край M входного люка, срезается вся верхняя половина пучка. Если точка предмета находится в положении A_3 , когда нижний крайний луч A_3Q пучка касается края M входного люка, количество световой энергии, поступающей в прибор от точки A_3 , равно нулю. Это положение справедливо также и для всех точек предмета, находящихся от оптической оси дальше точки A_3 .

Таким образом диафрагма MN действительно ограничивает поле зрения прибора, но это ограничение происходит не сразу, а постепенно. На плоскости изображения (рис. II. 6) расположены точки A' , A'_1 , A'_2 и A'_3 , сопряженные с точками A , A_1 , A_2 и A_3 , показанными на рис. II. 5.

В пределах первой зоны, лежащей внутри окружности, проведенной из точки A' как из центра радиусом $A'A'_1$, наблюдается полная освещенность. Начиная от точки A'_1 и до точки A'_3 простирается вторая кольцеобразная зона, в пределах которой наблюдается падение освещенности от полной освещенности на

внутренней границе зоны до полной темноты на ее внешней границе. Наконец, за пределами окружности радиуса $A'A'_3$ простирается (до бесконечности) третья зона, в которой освещенность равна нулю.

Таким образом, ограничение поля зрения происходит в оптических приборах не сразу, а постепенно. Это явление называется *затенением* или *виньетированием*, а вторая зона на плоскости изображения, в пределах которой совершается постепенное падение освещенности, называется зоной затенения.

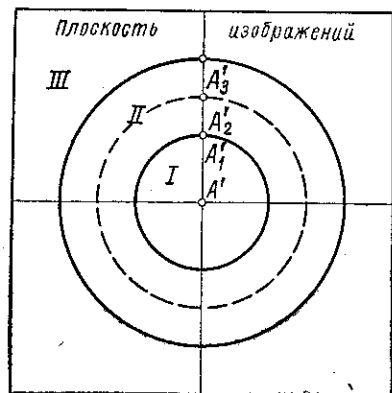


Рис. II. 6

Изображение входного люка в пространстве изображений

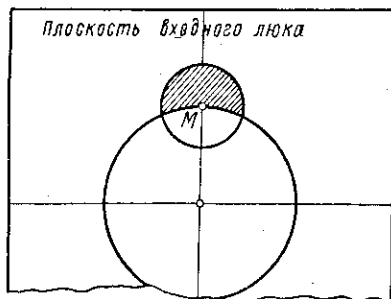


Рис. II. 7

называется *выходным люком*. Выходной люк ограничивает поле зрения прибора в пространстве изображений. Входной люк не обязательно должен быть материальной диафрагмой, но может быть изображением материальной диафрагмы, находящейся в пространстве изображений (и служащей там выходным люком) или внутри оптической системы, в одном из ее междулинзовых промежутков. Такая материальная диафрагма, ограничивающая поле зрения прибора, называется *полевой диафрагмой*.

Глаз человека малочувствителен к падению освещенности на краю поля зрения прибора. Он совсем не обнаруживает падения освещенности на 50%, возникающего внутри зоны затенения на уровне точки A'_2 (штриховая окружность на рис. II. 6). Поэтому в целях уменьшения поперечных размеров оптических деталей затенение в 50% считается допустимым во многих оптических приборах.

Впрочем, следует заметить, что для точки A'_2 (рис. II. 5) пучок лучей срезается даже несколько больше чем на 50%. Пусть ход лучей рассеен плоскостью, совпадающей с плоскостью входного люка. На чертеже (рис. II. 7) представлена эта плоскость. Большая окружность — отверстие входного люка. Главный луч A'_2C проходит через точку M , лежащую на краю входного люка. Малая окружность с центром в точке M — поперечное сечение

пучка лучей, исходящего из точки A_2 предмета. Пройти через оптическую систему может, очевидно, только часть пучка, лежащая внутри отверстия входного люка. Поэтому вся верхняя (заштрихованная) часть пучка срезана входным люком, а по чертежу видно, что срезанная площадь поперечного сечения пучка составляет несколько больше половины его полного (круглого) поперечного сечения. В практических расчетах это обстоятельство не учитывается.

Затенение можно уменьшить, приближая входной люк к плоскости предмета, так как при этом ширина поперечного сечения пучков, измеренная в плоскости входного люка, уменьшается (рис. II. 5), а поэтому уменьшается и ширина зоны затенения на плоскости изображений. Если же входной люк совместить с плоскостью предмета, ширина поперечного сечения пучков станет равной нулю, а вследствие этого станет равной нулю и ширина зоны затенения. В самом деле, в этом случае возможны только два случая: либо точка предмета лежит внутри входного люка, и тогда через систему проходят все лучи, идущие от этой точки и заполняющие входной зрачок, либо точка предмета лежит за пределами входного люка, и тогда от нее через систему не проходит ни один луч.

Для того чтобы входной люк совпал с плоскостью предмета, необходимо поместить полевую диафрагму в плоскости промежуточного изображения предмета. Если в оптической системе не возникает промежуточное действительное изображение, то и затенение не может быть в ней полностью устранено.

§ 38. Определение положения зрачков и люков

Оптическая система любого оптического прибора может рассматриваться как последовательность ряда линз и диафрагм. При этом нужно иметь в виду, что материальными диафрагмами служат не только диафрагмы, специально поставленные для ограничения хода лучей, но также и оправы линз. На чертеже (рис. II. 8) показано устройство трехлинзового объектива, называемого триплетом. Каждая линза объектива закреплена при помощи металлической оправы. Между второй и третьей линзами помещается ирисовая (переменного диаметра) диафрагма, служащая апертурной диафрагмой объектива.

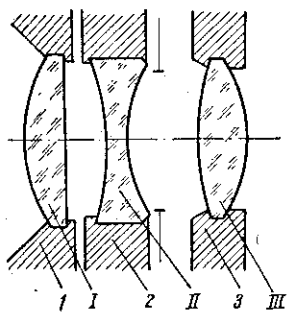


Рис. II. 8

Для определения положения зрачков и люков такого объектива следует сначала оптически спроектировать все материальные диафрагмы в пространство предметов, иными словами, найти

величину и положение изображений каждой из этих диафрагм в обратном ходе лучей в пространстве предметов. Проще всего это делается для оправы 1 линзы I, так как она сама находится в пространстве предметов и ее поэтому не нужно проектировать. Изображение оправы 2 линзы II нужно найти в обратном ходе лучей через линзу I. Затем, построив изображение ирисовой диафрагмы и оправы 3 линзы III через линзы II и I в обратном ходе лучей, найдем еще два изображения материальных диафрагм.

В результате такой операции получим в пространстве предметов целую серию диафрагм различной величины. На чертеже (рис. II. 9) показаны для примера три такие диафрагмы. Соеди-

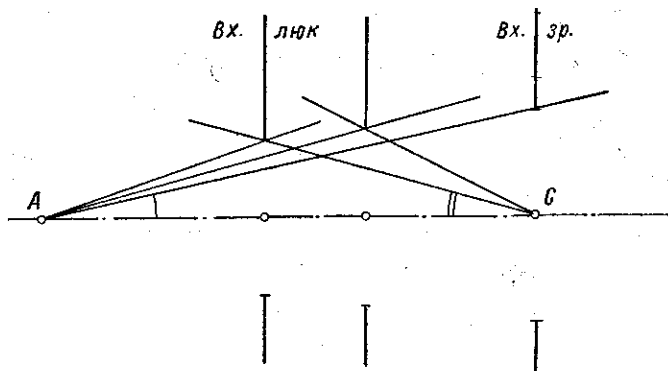


Рис. II. 9

ним теперь лучами края этих диафрагм с осевой точкой A предмета и отметим ту из диафрагм, которая видна из точки A под наименьшим углом. Эта диафрагма — входной зрачок прибора. Материальная диафрагма, сопряженная со входным зрачком, есть апертурная диафрагма прибора.

Края остальных диафрагм соединим с центром C входного зрачка и отметим ту из них, которая видна из точки C под наименьшим углом. Эта диафрагма — входной люк прибора, а материальная диафрагма, сопряженная с входным люком, — полевая диафрагма прибора.

Приведенное здесь правило определения положения апертурной диафрагмы неприменимо в случае, если предмет находится на бесконечности. В этом случае все диафрагмы видны из точки A под углом, равным нулю. Вместо приведенного выше правила в таком случае следует применить измененное правило: входным зрачком служит диафрагма, имеющая наименьший диаметр. В случае же, когда входной зрачок находится на бесконечности, входным люком является та из остальных диафрагм, которая имеет наименьший диаметр.

§ 39. Случай двух зрачков

Особый интерес представляет случай, когда две диафрагмы в пространстве предметов видны из осевой точки A под одним углом зрения (рис. II. 10). Пусть $p_1 = -AC_1$ и $p_2 = -AC_2$, диаметры диафрагм: $D_1 = MN$, $D_2 = PQ$. При этом имеет место соотношение

$$\frac{D_1}{p_1} = \frac{D_2}{p_2}. \quad (\text{II. 10})$$

Рассматриваемый случай характеризуется тем, что при смещении точки A с оптической оси сразу же начинается срезание пучка лучей и затенение, так что диаметр первой зоны (фиг. II. 6), в которой нет затенения, равен нулю.

Пусть точка A_1 удалена от оптической оси на отрезок $y = AA_1$. От точки A_1 в систему проходит пучок, ограниченный лучами A_1M и A_1Q . На плоскости PQ второй диафрагмы луч A_1M проходит через точку R . Главный луч A_1C пучка, исходящего из точки A_1 , проходит на плоскости PQ через точку S , делящую пополам отрезок RQ . Этим определяется положение точки S пересечения главного луча с осью. В этом месте целесообразно поставить еще одну диафрагму UT , которая будет служить входным зрачком системы. При этом $UT = D$; $AC = -p$.

По чертежу находим, пользуясь подобием треугольников AMA_1 и PMR :

$$PR = y \frac{p_2 - p_1}{p_1}; \quad (\text{II. 11})$$

$$RQ = D_2 - PR = D_2 - y \frac{p_2 - p_1}{p_1}; \quad (\text{II. 12})$$

$$SQ = \frac{1}{2} RQ = \frac{1}{2} D_2 - \frac{1}{2} y \frac{p_2 - p_1}{p_1}; \quad (\text{II. 13})$$

$$C_2S = \frac{1}{2} D_2 - SQ = \frac{1}{2} y \frac{p_2 - p_1}{p_1}. \quad (\text{II. 14})$$

Вследствие подобия треугольников ACA_1 и C_2CS находим отношение

$$\frac{C_2S}{p_2 - p} = \frac{y}{p}. \quad (\text{II. 15})$$

Отсюда получим, подставив значение C_2S из формулы (II. 14);

$$\frac{1}{2} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) = \frac{p_2}{p} - 1. \quad (\text{II. 16})$$

Окончательно находим

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \right). \quad (\text{II. 17})$$

Диаметр $UT = D$ входного зрачка определяется из соотношения

$$\frac{D}{p} = \frac{D_2}{p_2}. \quad (\text{II. 18})$$

Исключая отсюда p при помощи выражения (II. 17), найдем

$$D = \frac{2D_2 p_1}{p_1 + p_2}. \quad (\text{II. 19})$$

Из (II. 10) следует

$$p_2 = \frac{D_2}{D_1} p_1. \quad (\text{II. 20})$$

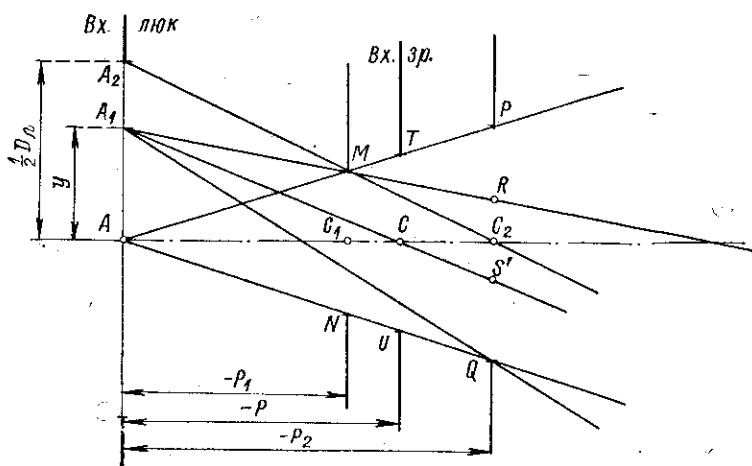


Рис. II. 10

Подставив это значение отрезка p_2 в формулу (II. 19), получим после некоторых упрощений

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right). \quad (\text{II. 21})$$

Рассмотрим вопрос о расположении входного люка в этой системе в предположении, что можно допустить затенение в 50% и что при этом граница поля зрения должна быть резкой. Последнее соображение приводит к необходимости поместить входной люк в плоскости AA_1 предмета. Диаметр D_A входного люка определяется из того соображения, что луч, исходящий из края A_2 люка и проходящий через край M первой диафрагмы, должен пройти также и через центр C_2 второй диафрагмы, чтобы получилось затенение в 50%. Поэтому, пользуясь подобием треугольников AC_2A_2 и C_1C_2M , находим соотношение

$$\frac{D_A}{p_2} = \frac{D_1}{p_2 - p_1}. \quad (\text{II. 22})$$

Вследствие формулы (II. 20) получим после упрощения

$$\frac{1}{D_4} = \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2}. \quad (\text{II. 23})$$

§ 40. Передача перспективы оптическими приборами

Центр входного зрачка прибора имеет особое значение. В этой точке пересекаются все главные лучи, несущие изображение предмета, поэтому она является центром перспективы в пространстве предметов.

Подобным же образом и центр выходного зрачка служит центром перспективы в пространстве изображений. В зависимости от расположения центра входного зрачка относительно предмета меняется характер перспективы; поэтому оптические приборы могут в известных случаях искажать перспективу, и необходимо соблюдать некоторые особые меры для того, чтобы такие искажения не происходили.

Известно, например, что неопытный фотограф иногда получает снимки с очень неудачной неестественной перспективой. Так, рука фотографируемого человека, вытянутая вперед, на снимке кажется громадной по сравнению с самим человеком.

В таких неудачах виноват не фотоаппарат, а фотограф, неудачно выбравший положение центра входного зрачка в момент съемки. Но бывает и так, что положение входного зрачка не зависит от наблюдателя. Тогда за искажение перспективы несет ответственность не наблюдатель, а конструктор прибора.

Рассмотрим случай наблюдения небольшого предмета через увеличительное стекло (или лупу) и на этом простом примере покажем, какие искажения перспективы может вносить оптический прибор. Предположим сначала, что зрачок глаза, являющийся в то же время выходным зрачком лупы, находится между самой лупой и ее задним фокусом F' (рис. II. 11, а). Пространственный предмет, рассматриваемый через лупу, пусть состоит из двух стрелок равной величины, причем одна из них (стрелка FP) лежит в передней фокальной плоскости лупы. Прочертим ход главного луча, проходящего через точку P и через центр C' выходного зрачка лупы. Для этого проведем вспомогательный луч через точку P и через условно совмещенные главные точки лупы. Параллельно этому лучу проводим главный луч MC' в пространстве изображений. Через точки P и M проводим теперь главный луч в пространстве предметов. В точке C пересечения этого луча с осью находится центр входного зрачка лупы. Через точки C и C' проводим теперь второй главный луч P_1M_1C' , исходящий из внеосевого конца второй стрелки. При этом обнаруживается, что более далекая стрелка PF представляется глазу наблюдателя

под углом $MC'F$, а более близкая стрелка — под углом $M_1C'F$, причем $MC'F < M_1C'F$. С такой же закономерностью мы имеем дело и при рассматривании предметов невооруженными глазами: из двух равных по величине предметов более далекий мы видим под меньшим углом зрения, чем более близкий. Перспектива, в которой действует это правило, называется *энтоцентрической* или *нормальной перспективой*.

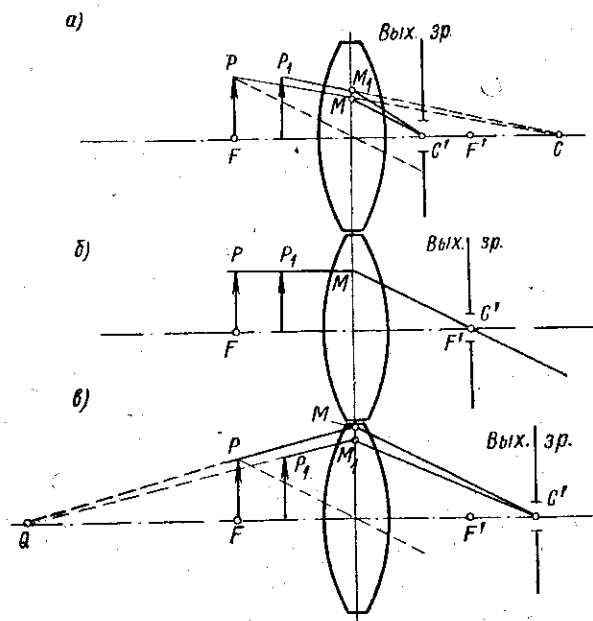


Рис. II. 11

Пусть теперь зрачок глаза, а следовательно, и выходной зрачок лупы лежит в ее задней фокальной плоскости (точки F' и C' совпадают, как показано на рис. II. 11, б). В этом случае центр C входного зрачка лежит на бесконечности, а все главные лучи в пространстве предметов параллельны оптической оси. При этом концы P и P_1 стрелок оказываются лежащими на одном луче, а потому обе стрелки видны наблюдателю под одним и тем же углом $MC'F$. В природных условиях такая перспектива не встречается; только при рассматривании очень далеких предметов перспектива приближается к этим условиям. Но в то же время мы хорошо знакомы с такой перспективой, так как пользуемся ею в технических чертежах (ортогональная проекция). Такую перспективу называют *телецентрической*, а параллельный ход главных лучей называется *телецентрическим ходом лучей*.

Представим себе теперь, что выходной зрачок лупы C' удален от нее дальше ее заднего фокуса F' (рис. II. 11, в). Проделав такое же построение хода главных лучей, какое было проделано выше, убедимся, что центр C входного зрачка теперь оказывается расположенным по другую сторону лупы. На выполненном таким образом чертеже обнаруживается, что более близкий к прибору предмет виден из точки C' под меньшим углом, чем предмет более далекий. Это совсем неестественная перспектива. Она наблюдается только в некоторых оптических приборах. Мы называем эту перспективу *гиперцентрической*. Если оптический прибор должен давать наблюдателю правильное представление о пространственной форме предметов, гиперцентрическая перспектива недопустима. Особенно недопустима она в тех случаях, когда мы ожидаем получения художественного эффекта от изображения (художественная фотография, кино).

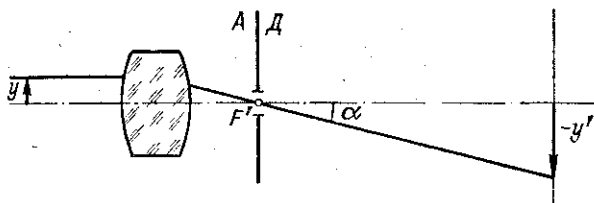


Рис. II. 12

Телецентрический ход лучей используется во многих измерительных оптических приборах. Дело в том, что при неточной наводке на резкость изменяется несколько величина изображения, а это вносит ошибку в измерение величины предмета. В то же время точно выполнить наводку на резкость глаз человека не в состоянии: при перемещении предмета в некоторых пределах его изображение кажется почти одинаково резким. Фотографы знают, что при наводке на резкость по матовому стеклу существуют некоторые пределы перефокусировки, внутри которых невозможно подметить изменения резкости. Однако в этих пределах существенно меняется величина изображения. Поэтому в измерительных приборах наводка на резкость связана обычно с потерей точности. Чтобы этого избежать, по идее Аббе следует создать в пространстве предметов телецентрический ход лучей, поместив для этого апертурную диафрагму AD (рис. II. 12) в задней фокальной плоскости объектива. При этом перемещение предмета относительно прибора (или прибора относительно предмета y), происходящее при фокусировке, не вызовет изменения угла α , а следовательно, и величины y' изображения. Таким образом, введение телецентрического хода лучей исключает ошибку измерения, вносимую неточной фокусировкой.

§ 41. Основные фотометрические величины

При рассмотрении вопросов передачи световой энергии оптическими приборами необходимо оперировать некоторыми понятиями и величинами фотометрии. Поэтому здесь уместно кратко напомнить некоторые сведения о фотометрических величинах и единицах их измерения.

1. *Световой поток* F — количество световой энергии, протекающее в единицу времени через поперечное сечение пучка лучей и оцениваемое по зрительному ощущению. Единица измерения светового потока — люмен ($лм$) есть одна шестидесятая часть све-

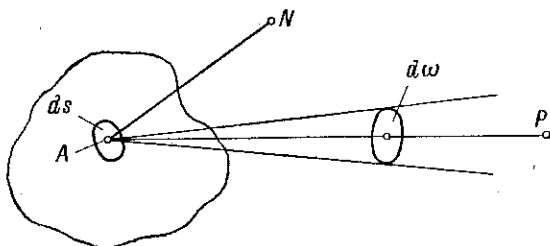


Рис. II. 13

тового потока, излучаемого черным телом при температуре затвердевания платины 2042°K с площади в 1 см^2 .

2. *Сила света* I какого-либо источника света — угловая плотность светового потока, излучаемого источником света

$$I = \frac{dF}{d\omega}. \quad (\text{II. 24})$$

Здесь dF — элементарный световой поток, излучаемый внутри элементарного телесного угла $d\omega$, выраженного в стерadianах (*стер*).

Единицей измерения силы света служит свеча (*св*): это сила света точечного источника света в том направлении, в котором он излучает световой поток в один люмен внутри телесного угла в один стерadian.

3. *Яркость* B источника света — сила света, излучаемого единицей светящейся площади в заданном направлении

$$B = \frac{I}{ds \cos \varphi}. \quad (\text{II. 25})$$

Здесь ds — площадь элементарной площадки, а угол φ образован главным лучом AP элементарного пучка лучей с нормалью AN к этой площадке (рис. II. 13).

Единицы измерения яркости — стильб (*сб*) и нит (*нт*) представляют собой яркость по направлению нормали к светящейся поверхности, площадь которой равна 1 см^2 или 1 м^2 и сила света равна одной свече: $1 \text{ сб} = \text{св}/\text{см}^2$; $1 \text{ нт} = \text{св}/\text{м}^2$; $1 \text{ сб} = 10\,000 \text{ нт}$.

4. Освещенность E — поверхностная плотность светового потока, падающего на освещаемую поверхность:

$$E = \frac{dF'}{ds'}. \quad (\text{II. 26})$$

Здесь dF' — элементарный световой поток, падающий на элементарную площадку ds' освещаемой поверхности.

Единицами освещенности служат люкс (*лк*) и фот — освещенность поверхности, на единицу площади которой падает поток в один люмен: люкс — $\text{лм}/\text{м}^2$; фот — $\text{лм}/\text{см}^2$; $1 \text{ фот} = 10\,000 \text{ лк}$.

ГОСТ 7932—56, введенный в СССР в 1956 г., устанавливает в качестве основной фотометрической единицы свечу. Единицей яркости принят нит, а единицей освещенности — люкс. Стильб и фот — нестандартные единицы.

5. Кроме этих употребляемых в фотометрии величин, мы введем здесь еще величину, характеризующую способность оптического прибора создавать более или менее светлое изображение. Такой величиной является светосила H оптического прибора, определяемая как отношение освещенности, измеренной на поверхности изображения оптического прибора, к яркости предмета

$$H = \frac{E}{B}. \quad (\text{II. 27})$$

Приведем основные фотометрические формулы. Исключив величину I из формул (II. 24) и (II. 25), найдем формулу для элементарного светового потока d^2F (в пространстве предметов)

$$d^2F = B ds d\omega \cos \varphi. \quad (\text{II. 28})$$

Аналогично получаем и в пространстве изображений

$$d^2F' = B' ds' d\omega' \cos \varphi'. \quad (\text{II. 29})$$

Между яркостью B предмета и яркостью B' изображения связь устанавливается законом Кирхгофа

$$B' = \tau \left(\frac{n'}{n} \right)^2 B. \quad (\text{II. 30})$$

Здесь n и n' — показатели преломления сред, находящихся в пространствах предметов и изображений;

τ — коэффициент пропускной способности оптического прибора.

Формула Кирхгофа справедлива в том случае, если изображение рассматривается непосредственно глазом (как, например,

в зрительной трубе, в микроскопе) или иным приемником без участия рассеивающего экрана.

Если же рассматривается изображение, создаваемое на рассеивающем экране, то его яркость можно определить по формуле

$$B' = \frac{a}{\pi} E, \quad (\text{II. 31})$$

где a — альбеда, или коэффициент отражательной способности экрана;

E — освещенность на экране.

Для связи световых потоков d^2F и d^2F' можно применить выражение, вытекающее из закона сохранения энергии

$$d^2F' = \tau d^2F. \quad (\text{II. 32})$$

§ 42. Яркости, освещенности и альбеда

Приведем здесь некоторые численные данные о яркостях различных источников света, применяемых в оптическом приборостроении, и об освещенностях, требуемых в некоторых случаях.

Яркости (в кнт)

Ночное небо (без луны)	10^{-7}
Поверхность луны	2,5
Киноэкран	1,5—3,5
Ясное небо (днем)	4,0
Люминесцентные лампы	3,0—10,0
Небо, покрытое белыми облаками	12
Матированная электролампа 40 вт	25
Матированная газополная электролампа 2000 вт	1300
Вольфрамовая нить накаливания	27 000—33 000
Электрическая лампа пустотная высокого напряжения	5000—12 000
Электрическая лампа газонаполненная низкого напряжения	15 000—25 000
Электрическая лампа газонаполненная с перекалом	35 000
Кратер дуговой лампы простой	$13 \cdot 10^4$ — $18 \cdot 10^4$
То же, интенсивного горения	$2 \cdot 10^5$ — $9 \cdot 10^5$
Солнце	$15 \cdot 10^5$
Ртутные лампы сверхвысокого давления	$4 \cdot 10^5$ — $18 \cdot 10^5$
Плазменные источники света	$2 \cdot 10^7$
Лазеры (квантовые генераторы света)	10^6 — 10^9

Требуемые освещенности (в лк)

В рабочих и общественных помещениях:	
общее освещение	80—120
на рабочем месте	150—250
Киноэкран простой	50—120
» широкий	100—180
Освещенность, создаваемая прямым солнечным светом (июль, полдень)	100 000

Альбеда некоторых поверхностей

Белый экран, покрытый окисью магния . . .	0,98
» » » сернокислым барием . . .	0,95
» » » алебастром . . .	0,92
» » » белой клеевой краской . . .	0,80
Мел очищенный . . .	0,85—0,95
Снег свежесыпавший . . .	0,78
Пемза (серая) . . .	0,56
Известь (затвердевшая) . . .	0,42
Песок . . .	0,25—0,30
Зеленая растительность лиственная, трава . . .	0,17
» » хвойная . . .	0,11
Вспаханное поле . . .	0,06—0,08
Лава, базальт . . .	0,05
Черный экран, покрытый матовым лаком, сажей . . .	0,01
Черный экран, покрытый черным бархатом . . .	0,002

§ 43. Чувствительность фотоматериалов

Среди всех физических приемников света самой высокой чувствительностью отличается глаз человека. При длине световой волны $\lambda = 555 \text{ нм}$ и продолжительности раздражения около $0,05 \text{ сек}$ он воспринимает поток излучения в $1,2 \cdot 10^{-18} \text{ вт}$ (энергия потока в один квант в секунду в этой области спектра составляет $3,5 \cdot 10^{-18} \text{ вт}$). Отсюда следует, что глаз может почувствовать поток в несколько десятков квантов в секунду.

Рассматривая оптические свойства фотографических материалов, введем коэффициент τ пропускания проявленного фотографического слоя в месте его почернения

$$\tau = \frac{F'}{F}. \quad (\text{II. 33})$$

Здесь F — световой поток, падающий на фотослой, а F' — прошедший через него.

Оптической плотностью D принято называть величину

$$D = \lg \frac{1}{\tau} = -\lg \tau. \quad (\text{II. 34})$$

Назовем количеством освещения величину K

$$K = Et. \quad (\text{II. 35})$$

Здесь E — освещенность фотоэмульсии во время экспозиции в лк ; t — продолжительность экспозиции в сек .

Зависимость оптической плотности D от логарифма количества освещения $\lg K$ представляется в виде характеристической кривой (рис. II. 14), определяемой при помощи особого прибора — денситометра.

Прямолинейный участок BC характеристической кривой служит областью нормальных экспозиций (линейная зависимость D

от $\lg K$). Участок AB — область недодержек, а участок CD — область передержек. За точкой D плотность начинает уменьшаться, здесь происходит соляризация (негативное изображение превращается в позитивное).

В местах фотоэмульсии, не подвергавшихся освещению, все же происходит незначительное почернение в процессе проявления, называемое фотографической вуалью. Она обладает некоторой оптической плотностью D_0 .

Светочувствительностью фотоматериала называют величину S , обратно пропорциональную количеству освещения K_s , создающему после проявления заданную оптическую плотность D_s . Плотность D_s называется критерием светочувствительности и в разных системах определяется различным образом. Поэтому для светочувствительности S справедлива общая формула

$$S = \frac{\alpha}{K_s}, \quad (\text{II. 36})$$

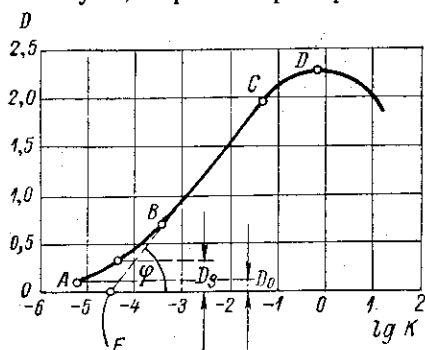


Рис. II. 14

где α — коэффициент.

В системе ГОСТа 2817—50 (введенной в СССР в 1951 г.) принята плотность D_s , превышающая плотность вуали на 0,2

$$D_s = D_0 + 0,2. \quad (\text{II. 37})$$

Соответствующее величине D_s значение количества освещения K_s снимается с характеристической кривой, и светочувствительность определяется по формуле (II. 36) при коэффициенте α , равном единице

$$S = \frac{1}{K_s}. \quad (\text{II. 38})$$

В системе Хертера и Дриффильда (сокращенно X и D) критерием светочувствительности служит точка инерции E , в которой пересекается продолжение прямой BC с горизонтальной осью графика, а коэффициент α принимается равным 10.

В немецкой системе ДИН (Deutsche Industrienormen) критерием светочувствительности является плотность почернения, превышающая плотность вуали на 0,1.

Точных переходных формул из одной системы в другую не может быть, но ориентировочно может быть применена табл. II. 1.

Коэффициентом контрастности или фактором проявления называют величину γ , представляющую собой тангенс угла на-

Ориентировочные значения светочувствительности

ГОСТ 2817—50	11	16	22	32	45	65	90	130	180	250
Х и Д	250	350	500	700	900	1400	2000	3000	4000	6000
ДИН	$\frac{12}{10}$	$\frac{13}{10}$	$\frac{15}{10}$	$\frac{17}{10}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{20}{10}$	$\frac{21}{10}$	$\frac{23}{10}$	$\frac{24}{10}$	$\frac{26}{10}$

клона прямолинейного участка характеристической кривой к оси абсцисс:

$$\gamma = \operatorname{tg} \varphi = \frac{dD}{d \lg K}. \quad (\text{II. 39})$$

Если $\gamma = 1$, контраст фотографического изображения равен оптическому контрасту. Если $\gamma > 1$, фотографический контраст больше оптического и наоборот.

Светочувствительные фотоматериалы обладают селективностью по спектру. Максимум чувствительности бромосеребряной фотографической эмульсии лежит вблизи $\lambda = 350 \text{ нм}$. Ее область чувствительности простирается в видимой части спектра до $\lambda \approx \approx 500 \text{ нм}$. Однако в настоящее время широко применяются эмульсии, сенсibilизированные ко всей видимой части спектра (панхром, изопанхром) и даже к его инфракрасной части.

Наконец, важным свойством фотоэмульсий является их разрешающая способность, зависящая от зернистого строения эмульсий. Хотя в настоящее время созданы специальные эмульсии, диаметр зерен которых составляет всего лишь 1,5—2,0 нм, но разрешающая способность фотопленок, имеющих в продаже, составляет от 50 до 90 линий на 1 мм (разрешающая способность выше у пленки с меньшей чувствительностью).

Фотографические приемники лучистой энергии выгодно отличаются от глаза человека и от электронно-оптических приемников способностью аккумулировать световую энергию за время экспозиции, что позволяет обнаруживать очень слабые источники света. Например, фотографируя небесный свод с очень большой длительностью экспозиции (много часов), можно обнаружить звезды, которые нельзя увидеть визуально при помощи современных телескопов.

§ 44. Чувствительность фотоэлектрических приемников световой энергии

Фотоэлектрическими приемниками принято называть приборы, преобразующие лучистую энергию непосредственно в электрическую, используя при этом фотоэлектрический эффект. Сюда

относятся фотоэлементы с внешним фотоэффектом, фотосопротивления и вентильные фотоэлементы, а также электронно-оптические преобразователи (эопы) и электронные фотоумножители. В настоящее время область чувствительности некоторых фотоэлементов и фотосопротивлений простирается в инфракрасной части спектра до длины волн $\lambda \approx 6$ мкм, что позволило создать приборы для наблюдения в темноте по тепловому излучению предметов.

Широко применяются вакуумные кислородноцезовые фотоэлементы с внешним фотоэффектом, в которых электроны, освобождаемые квантами света, выходят из металла через вакуум. Интегральная чувствительность таких фотоэлементов достигает 50 мка/лм. Сенсибилизированные кислородом сурмяноцезовые фотоэлементы дают фототок в 100—120 мка/лм.

Чувствительность газонаполненных кислородноцезовых фотоэлементов достигает 500 мка/лм, но они отличаются более высокой инерционностью.

Существенным недостатком этих фотоэлементов является непостоянство чувствительности их фотокатода в разных точках его. При переходе от центра к краю в кислородноцезовых фотоэлементах происходит резкое падение чувствительности, достигающее 100% от среднего значения при площади действующего окна 1 мм². В сурмяноцезовых фотоэлементах при площади окна 0,1 мм² происходят колебания чувствительности порядка 30—40%. Для исключения погрешности, вызванной этим недостатком фотоэлементов, рекомендуется такая конструкция работающей с фотоэлементом оптической системы, при которой на окне фотоэлемента возникает изображение не предмета, обладающего переменной структурой и движущегося в пространстве, а апертурной диафрагмы, неподвижной относительно фотоэлемента. Этим достигается постоянное и равномерное распределение светового потока по площади окна фотоэлемента.

В фотосопротивлениях используется внутренний фотоэффект, выражающийся в изменении электропроводности при облучении светом. В них применяются полупроводники, чаще всего селен, теллурид (сернистый таллий) и сернистый свинец. Охлаждение фотосопротивлений позволяет устранить внутренние помехи (тепловое движение электронов, создающее «шум») и этим повысить чувствительность до 10⁶ мка/лм.

В вентильных фотоэлементах под воздействием освещения возникает электродвижущая сила. На границе полупроводника и металла в них образуется тонкий запирающий слой толщиной ~20 нм, в котором и возникает фотоэффект. Наиболее распространены селеновые, меднозакисные, серноталлиевые и серносеребряные вентильные фотоэлементы.

Чувствительность серноталлиевых фотоэлементов достигает 10 000 мка/лм. Спектральное распределение чувствительности селенового фотоэлемента приближается к распределению чувстви-

тельности глаза человека; поэтому селеновые фотоэлементы получили широкое применение в фотометрах, люксметрах и фотоэлектрических экспонометрах.

В табл. II. 2 приведены некоторые характеристики фотоэлектрических приемников.

Таблица II. 2

Характеристики фотоэлектрических приемников

Типы фотоэлементов	Рабочая область спектра в мк	Спектральный максимум в мк	Интегральная чувствительность в мк/лм	Порог чувствительности в лм	Размер светового окна в мм	Инерционность в сек
С внешним фотоэффектом						
Кислородноцезиевый, вакуумный	0,4—1,1	0,8	30—50	$5 \cdot 10^{-7}$	Ø 40	10^{-8}
Кислородноцезиевый газонаполненный	0,4—1,0	0,8	250	$5 \cdot 10^{-8}$	Ø 39	10^{-5}
Сурмяноцезиевый	0,38—0,62	0,45	110	10^{-7}	Ø 39	10^{-8}
Сурмяноцезиевый для ультрафиолета	0,2—0,6	0,42	50	—	Ø 15	10^{-8}
Фотосопротивления						
Сернистоталлиевое	0,4—1,35	1,0	10^5 — 10^6	10^{-8}	От 1×1 до 5×5	10^{-8}
Сернистосвинцовое	0,5—3,0	2,7	До 1 в/вт	10^{-9} вт	От 1×1 до 10×10	10^{-4}
Фотоумножители						
Кислородносеребряноцезиевые	0,4—1,1	0,75	10^6 — 10^7	10^{-9}	5×3	10^{-8}
Сурмяноцезиевые	0,37—0,6	0,45	10^6 — 10^7	—	5×3	10^{-8}
Вентильные						
Селеновый	0,4—0,7	0,55	500	10^{-4}	Ø 39	10^{-3}
Сернистоталлиевый	0,4—1,2	0,95	10 000	—	Ø 30	10^{-3}
Серносеребряный	0,5—1,3	1,05	8 000	—	Ø 20	10^{-3}

Кроме фотоэлектрических приемников лучистой энергии, в инфракрасной области спектра применяются тепловые приемники излучения. Сюда относятся термоэлементы, обладающие чувствительностью 7 в/вт . Полупроводниковые термоэлементы обладают пороговой чувствительностью 10^{-10} вт . Металлические болометры (с золотой пленкой) обладают чувствительностью $4,3 \text{ в/вт}$

и пороговой чувствительностью 10^{-7} вт. Диэлектрические болометры (с нитробензольной пленкой) имеют чувствительность 300 в/вт и пороговую чувствительность 10^{-8} вт. В полупроводниковых болометрах достигается чувствительность в 3500 в/вт при пороге чувствительности 10^{-10} вт.

В последнее время широко применяются термисторы, являющиеся полупроводниковыми сопротивлениями с очень высоким коэффициентом температурного изменения сопротивления (до 6% на градус); их пороговая чувствительность порядка 10^{-9} вт.

К термическим приемникам относятся также оптико-акустические приемники (пороговая чувствительность 10^{-8} вт) и болометры (10^{-10} вт).

§ 45. Световой поток, проходящий через оптическую систему

Определение светосилы H оптического прибора можно разбить на несколько этапов. В первом этапе определяется величина светового потока F , входящего во входной зрачок оптического прибора. Пусть у точки A (рис. II. 15) расположен элемент ds светящейся поверхности. Этот элемент излучает световой поток,

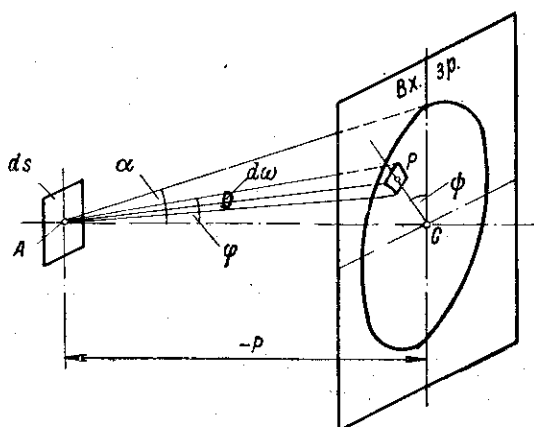


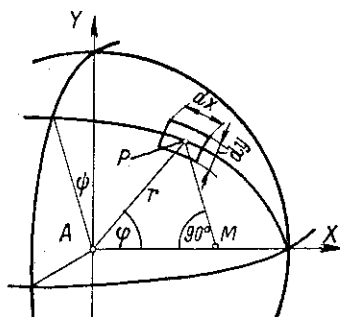
Рис. II. 15

заполняющий отверстие входного зрачка. Передний апертурный угол оптического прибора равен α , а ρ — отрезок AC .

Для определения величины F светового потока, входящего во входной зрачок оптического прибора, можно воспользоваться формулой (II. 28) для элементарного светового потока dF . Для этого выделим на плоскости входного зрачка элементарную площадку, расположенную у некоторой точки P . Тогда световой поток, излучаемый элементарной площадкой ds и падающий на площадку у точки P , может быть представлен формулой (II. 28). При

этом угол φ образуется главным лучом AP элементарного пучка с оптической осью (нормаль к площадке ds совпадает с осью). Элементарный телесный угол $d\omega$ образован пучком лучей, исходящих из точки A и заполняющих элементарную площадку на входном зрачке. Мы введем еще на плоскости входного зрачка угол ψ , образованный радиусом-вектором CP и вертикальной осью. Углы φ и ψ служат угловыми координатами точки P .

Для того чтобы проинтегрировать выражение (II. 28) по всей конечной площади входного зрачка, следует сначала выразить телесный угол $d\omega$ через приращение $d\varphi$ и $d\psi$ угловых координат. Опишем для этого вокруг точки A сферу с радиусом r (рис. II. 16). AX — оптическая ось системы. AP — главный луч элементарного пучка, вырезающего на поверхности элементарную площадку ds_0 вокруг точки P :



$$ds_0 = dx dy. \quad (\text{II. 40})$$

Рис. II. 16

Плоскость, проведенная через ось AX и луч AP , образует с вертикальной плоскостью YAX двугранный угол ψ . В плоскости PAX находится угол φ , образованный лучом AP с осью AX .

Размер dx элементарной площадки ds_0 можно выразить через приращение $d\varphi$ угла φ

$$dx = r d\varphi. \quad (\text{II. 41})$$

Подобным же образом выражается и размер dy этой площадки через приращение $d\psi$

$$dy = \varrho d\psi, \quad (\text{II. 42})$$

причем ϱ — длина перпендикуляра PM , опущенного из точки P на ось AX . По чертежу находим ϱ

$$\varrho = r \sin \varphi. \quad (\text{II. 43})$$

Учитывая формулы (II. 41), (II. 42) и (II. 43), получим вместо выражения (II. 40)

$$ds_0 = r^2 \sin \varphi d\varphi d\psi. \quad (\text{II. 44})$$

При $r = 1$ площадь ds_0 переходит в выражение для телесного угла $d\omega$ (в стерадианах)

$$d\omega = \sin \varphi d\varphi d\psi. \quad (\text{II. 45})$$

Формула (II. 28) для элементарного светового потока после введения в нее этого значения угла $d\omega$ приобретает вид

$$d^2F = B ds \sin \varphi \cos \varphi d\varphi d\psi. \quad (\text{II. 46})$$

Интегрируя это выражение по переменным φ и ψ так, чтобы покрыть всю площадь отверстия входного зрачка прибора, получим искомый световой поток dF , входящий во входной зрачок. При этом будем менять φ в пределах от 0 до α , а ψ — от 0 до 2π . Площадь ds постоянна; с некоторым приближением можно и яркость B предмета считать постоянной (независящей от угла φ). Поэтому получим для dF выражение

$$dF = B ds \int_{\varphi=0}^{\varphi=\alpha} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi \int_{\psi=0}^{\psi=2\pi} d\psi. \quad (\text{II. 47})$$

Выполним интегрирование по ψ

$$dF = 2\pi B ds \int_{\varphi=0}^{\varphi=\alpha} \sin \varphi \cos \varphi d\varphi. \quad (\text{II. 48})$$

Этот интеграл берется легко

$$\begin{aligned} dF &= \frac{1}{2} \pi B ds \int_{\varphi=0}^{\varphi=\alpha} \sin 2\varphi d(2\varphi) = \\ &= \frac{1}{2} \pi B ds \left| -\cos 2\varphi \right|_{\varphi=0}^{\varphi=\alpha} = \frac{1}{2} \pi B ds (1 - \cos 2\alpha). \end{aligned} \quad (\text{II. 49})$$

Отсюда получим окончательно

$$dF = \pi B ds \sin^2 \alpha. \quad (\text{II. 50})$$

Таким образом, определилась величина светового потока, входящего во входной зрачок прибора.

Световой поток dF' , выходящий из выходного зрачка прибора, может быть найден двумя путями. Во-первых, можно применить для связи потоков dF' и dF закон сохранения энергии (II. 32), что приводит к выражению

$$dF' = \tau dF = \pi \tau B ds \sin^2 \alpha. \quad (\text{II. 51})$$

Во-вторых, мы можем воспользоваться формулой (II. 29) для элементарного потока d^2F и получить таким образом для пространства изображений формулу, совершенно аналогичную выражению (II. 50):

$$dF' = \pi B' ds' \sin^2 \alpha', \quad (\text{II. 52})$$

где B' — яркость изображения (без экрана);

ds' — элементарная площадка на плоскости изображений, сопряженная с площадкой ds ;

α' — задний апертурный угол прибора.

Закон Кирхгофа (II. 30) позволяет исключить B' из (II. 52):

$$dF' = \pi \tau \left(\frac{n'}{n} \right)^2 B ds' \sin^2 \alpha'. \quad (\text{II. 53})$$

Таким образом, для определения величины светового потока, прошедшего через оптический прибор, можно применить любую из двух формул (II. 51) или (II. 52).

§ 46. Общие выражения для светосилы оптического прибора

Следующим этапом в процессе получения формул для светосилы оптического прибора служит определение освещенности E на плоскости изображений. Вследствие выражения (II. 26) получим в нашем случае

$$E = \frac{dF'}{ds'}. \quad (\text{II. 54})$$

Подставив сюда значение dF' из формулы (II. 51), найдем

$$E = \pi \tau B \frac{ds}{ds'} \sin^2 \alpha. \quad (\text{II. 55})$$

Отношение ds'/ds сопряженных, а потому подобных площадок равно, как учит геометрия, квадрату отношения их соответственных линейных размеров, иными словами — квадрату линейного увеличения V

$$\frac{ds'}{ds} = V^2. \quad (\text{II. 56})$$

Поэтому из выражения (II. 55) следует

$$E = \pi \tau B \left(\frac{\sin \alpha}{V} \right)^2. \quad (\text{II. 57})$$

Если же в выражение (II. 54) ввести значение для dF' по формуле (II. 53), то получится

$$E = \pi \tau \left(\frac{n'}{n} \right)^2 B \sin^2 \alpha'. \quad (\text{II. 58})$$

Обе полученные формулы (II. 57) и (II. 58) конструктор может применить для определения освещенности на плоскости изображения. Приравнивая поэтому правые части этих формул, найдем после извлечения квадратного корня выражение

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}. \quad (\text{II. 59})$$

Это известный закон синусов, полученный как условие применимости развиваемых здесь энергетических формул. В дальнейшем (см. § 103—106) будет дано значение закона синусов для коррекции аберраций в оптических приборах.

Здесь необходимо указать, что формулы (II. 57) и (II. 58) справедливы только в том случае, если предметы, с которыми

мы имеем дело, представляют собой светящиеся площадки, но они несправедливы, если эти предметы линейные или точечные. Для каждого оптического прибора существует минимальный размер предмета y_0 , при котором этот предмет еще может быть отличен от геометрической точки. Всякий предмет, наблюдаемый в оптический прибор, проектируется на плоскость предметов в виде двухмерного образа. Если оба размера этого образа (наибольший и наименьший) больше y_0 , предмет называем площадочным и для него справедливы полученные выше формулы. Если одно измерение предмета больше y_0 , другое — меньше y_0 , предмет линейный, а если оба его измерения меньше y_0 , то он точечный.

В случае линейного предмета формула (II. 57) должна быть заменена выражением

$$E = \pi \tau B \frac{\sin^2 \alpha}{V}. \quad (\text{II. 60})$$

Так как закон синусов (II. 59) остается справедливым и в этом случае, получим вместо выражения (II. 58) выражение

$$E = \pi \tau B V \left(\frac{n'}{n} \sin \alpha' \right)^2. \quad (\text{II. 61})$$

В случае точечного предмета вместо формулы (II. 57) действует выражение

$$E = \pi \tau B \sin^2 \alpha, \quad (\text{II. 62})$$

а потому получим вместо формулы (II. 58), пользуясь опять законом синусов,

$$E = \pi \tau B \left(\frac{n'}{n} V \sin \alpha' \right)^2. \quad (\text{II. 63})$$

Теперь мы можем совершить последний шаг к определению светосилы H оптического прибора, применяя для этого формулу (II. 27). При этом получим по два выражения светосилы для каждого из трех типов предметов.

Для площадочных предметов справедливы формулы

$$\left. \begin{aligned} H &= \pi \tau \left(\frac{\sin \alpha}{V} \right)^2; \\ H &= \pi \tau \left(\frac{n'}{n} \sin \alpha' \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 64})$$

В случае линейных предметов следует пользоваться формулами

$$\left. \begin{aligned} H &= \pi \tau \frac{\sin^2 \alpha}{V}; \\ H &= \pi \tau V \left(\frac{n'}{n} \sin \alpha' \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 65})$$

Наконец, при точечных предметах действуют формулы

$$\left. \begin{aligned} H &= \pi \tau \sin^2 \alpha; \\ H &= \pi \tau \left(\frac{n'}{n} V \sin \alpha' \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 66})$$

Линейные предметы встречаются сравнительно редко в практике оптического приборостроения (например, деления тонких шкал). С точечными предметами мы встречаемся при рассматривании звезд при помощи астрономических приборов (см. § 82).

§ 47. Светосила оптического прибора с малой передней апертурой

Приборы с малой передней апертурой служат для наблюдения на далеком расстоянии. Сюда относятся зрительные трубы и фотографические объективы для ландшафтной съемки.

Для определения светосилы этих приборов, учитывая только площадочные предметы, мы воспользуемся первой формулой (II. 64), считая апертурный угол α малым,

$$H = \pi \tau \left(\frac{\alpha}{V} \right)^2. \quad (\text{II. 67})$$

Если D — диаметр входного зрачка (рис. II. 17), а p — расстояние от входного зрачка до предмета, то по чертежу находим

$$\alpha = \frac{D}{2p}. \quad (\text{II. 68})$$

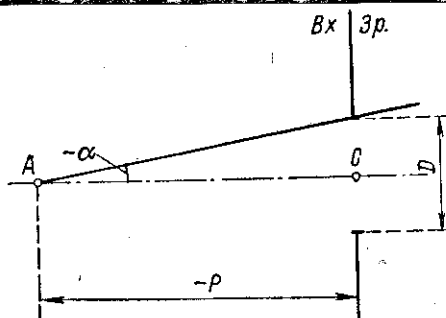


Рис. II. 17

Поэтому получим из выражения (II. 67)

$$H = \frac{1}{4} \pi \tau \left(\frac{D}{Vp} \right)^2. \quad (\text{II. 69})$$

Чтобы исключить неудобное произведение Vp , воспользуемся формулой (II. 9), из которой следует

$$Vp = \frac{n}{n'} f' \frac{V_c - V}{V_c}. \quad (\text{II. 70})$$

Благодаря этому получим вместо формулы (II. 69) окончательное общее выражение

$$H = \frac{1}{4} \pi \tau \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \left(\frac{V_c}{V_c - V} \right)^2 \left(\frac{D}{f'} \right)^2. \quad (\text{II. 71})$$

Часто предмет находится так далеко от прибора, что его изображение практически лежит в задней фокальной плоскости, а линейное увеличение V равно нулю. Тогда выражение (II. 71) упрощается

$$H = \frac{1}{4} \pi \tau \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \left(\frac{D}{f'} \right)^2. \quad (\text{II. 72})$$

Из этой формулы следует, что в случае бесконечно далекого предмета светосила прибора пропорциональна квадрату отношения D/f' . Это отношение называется *относительным отверстием* прибора. Принято выражать относительное отверстие в виде дроби, числитель которой равен единице

$$\frac{D}{f'} = 1 : a.$$

Число a показывает, во сколько раз фокусное расстояние оптической системы больше диаметра ее входного зрачка.

Формулой (II. 72) пользуются для определения светосилы фотографических объективов. Следует заметить, что фотографы (а от них это перешло к заводским инженерам и конструкторам фотоаппаратуры) часто путают понятия светосилы и относительного отверстия, называя величину D/f' светосилой объектива, что, по существу, неправильно.

В фотообъективах в качестве апертурной диафрагмы применяют так называемую ирисовую диафрагму, составленную из металлических лепестков таким образом, что можно плавно изменять диаметр ее отверстия. Это позволяет фотографу при выполнении фотографической съемки регулировать относительное отверстие объектива фотоаппарата и получать желательную ему светосилу. При этом всякий объектив имеет максимальную светосилу (при полном раскрытии ирисовой диафрагмы), а следовательно, и максимальное относительное отверстие.

Относительное отверстие фотографических объективов высокого класса, так называемых анастигматов, непрерывно растет на протяжении многих лет. В десятых годах нашего столетия считалось, что фотолюбителям достаточно располагать объективом с относительным отверстием $1 : 6,3$. В двадцатых годах широкое применение получили анастигматы с относительным отверстием $1 : 4,5$. Такое относительное отверстие имеет, например советский анастигмат «Ортагоз» первой советской фотографической камеры «Фотокор».

Малоформатная камера «ФЭД», выпущенная в 1935 г., имела объектив с относительным отверстием $1 : 3,5$, а в настоящее время широко применяются фотообъективы с относительным отверстием $1 : 2$. Такими объективами оснащены лучшие советские фотокамеры «Зоркий», «Киев», «Ленинград» и др. В качестве сменного

особо светосильного объектива в этих камерах применяется объектив с относительным отверстием 1 : 1,5.

Для киносъемки применяют объективы с относительным отверстием 1 : 1,5 и даже 1 : 1,0. Нужно заметить, что дальнейшее повышение относительного отверстия встречает большие трудности. Чем больше диаметр входного зрачка при заданном фокусном расстоянии объектива, тем больше пятна рассеяния, вызываемые aberrациями. Повышение относительного отверстия требует уменьшения остаточных aberrаций. Но в то же время возрастают трудности их коррекции.

Теория aberrаций объясняет причину этих затруднений. Оказывается, что относительное отверстие 1 : 0,5 является предельным, при котором еще возможно исправление aberrаций, и с приближением к этому пределу трудности практического осуществления коррекции быстро возрастают.

Формула (II. 72) для светосилы фотографического объектива справедлива лишь в случае бесконечно далекого предмета. Если предмет приближается к фотоаппарату, то светосила последнего падает. В этом можно убедиться, рассматривая формулу (II. 70). Пусть фотографируется предмет с такого близкого расстояния, что изображение получается в натуральную величину, т. е. линейное увеличение составляет $V = -1$. Пусть, кроме того, $V_c = +1$, так как зрачки фотографического объектива обычно находятся недалеко от его главных плоскостей. Из выражения (II. 70) получим в таком случае

$$H = \frac{1}{16} \pi \tau \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \left(\frac{D}{f'} \right)^2. \quad (\text{II. 73})$$

Сравнивая формулы (II. 73) и (II. 72), мы можем сказать, что при перемещении предмета от бесконечности до двойного фокусного расстояния (при $V = -1$) светосила фотографического аппарата уменьшается в четыре раза.

Приведенные здесь выражения справедливы только для центральной части поля зрения, т. е. для осевой точки изображения. С удалением от оптической оси светосила понижается по закону Ламберта

$$H = H_0 \cos^4 \beta', \quad (\text{II. 74})$$

даже в том случае, если не происходит срезание наклонных пучков. Здесь H_0 — светосила в центре поля зрения;

H — светосила в этой точке поля зрения, для которой угол, образованный проведенным в эту точку главным лучом с осью, равен β' .

Так, например, при $\beta' = 60^\circ$ получим $H = 1/16 H_0$. Наличие геометрического затенения еще ухудшает освещенность на краю поля зрения.

Казалось, что это явление ставит непреодолимые препятствия перед создателями широкоугольных фотографических объективов. Однако проф. М. М. Русинов показал, что есть возможность существенно уменьшить падение освещенности при больших углах β' . Это становится возможным благодаря открытому им *абerrационному затенению*. Последнее обнаруживается в том случае, если входным зрачком служит оптическое изображение апертурной диафрагмы, стоящей между компонентами объектива. В этом случае величина диаметра входного зрачка зависит не только от линейного увеличения в зрачках той части объектива, которая расположена перед апертурной диафрагмой, но и от аберраций этой части объектива. При этом может быть достигнуто такое действие аберраций, что диаметр входного зрачка будет для наклонных пучков больше, чем для осевого пучка. Если обычное геометрическое затенение, при котором ширина наклонных пучков меньше ширины осевого пучка, считать положительным, то абerrационное затенение, приводящее к расширению наклонных пучков, следует назвать отрицательным.

Расширение наклонных пучков позволяет увеличить освещенность в краевой зоне поля изображения, частично компенсируя действие закона Ламберта. В широкоугольных фотографических объективах Руссар, рассчитанных М. М. Русиновым, вместо закона Ламберта (II. 74), действует закономерность

$$H = H_0 \cos^2 \beta', \quad (\text{II. 75})$$

приводящая к более равномерному распределению освещенности по полю изображения. Так, например, при $\beta' = 60^\circ$ теперь получим $H = \frac{1}{4} H_0$. Таким образом, применение абerrационного затенения позволяет в четыре раза повысить освещенность на краю поля зрения широкоугольных объективов.

§ 48. Светосила оптического прибора с малой задней апертурой

К приборам с малой задней апертурой относятся различные приборы, проектирующие изображение на экран: кинопроекторы, эпидиаскопы, проектирующие изображение прозрачных и непрозрачных картин, а также различные проекционные устройства, получившие в последние годы широкое применение в качестве контрольно-измерительных приборов в промышленности, например проекторы для контроля размеров мелких деталей. В связи с микроминиатюризацией элементов электронных схем такие контрольные проекторы приобретают в настоящее время большую актуальность в нашей промышленности. Малая деталь освещается при помощи специальной осветительной системы и помещается перед объективом проектора, а ее теневое изображение, сильно увеличенное (в 50—200^x), получается на большом экране. Так как

увеличение объектива заранее известно, то на экране может быть вычерчен контур контролируемой детали, каким он должен быть по расчету или по конструкции. При этом отступления от правильной конфигурации детали становятся отчетливо видимыми и легко измеримыми.

Кроме проекционных аппаратов, к приборам с малой задней апертурой следует отнести ряд осветительных и сигнализационных приборов дальнего действия: прожекторы, маячные огни, сигнальные установки различного типа и назначения, начиная от светофора и кончая оптическим телефоном.

При определении светосилы прибора с малой задней апертурой следует воспользоваться второй формулой (II. 64), полагая в ней $n = n' = 1$ и считая угол α' малым

$$H = \pi \tau \alpha'^2. \quad (\text{II. 76})$$

Здесь, аналогично случаю малой передней апертуры, следует положить

$$\alpha' = \frac{D'}{2p'}, \quad (\text{II. 77})$$

где D' — диаметр выходного зрачка прибора;

p' — расстояние от выходного зрачка до изображения.

Подставляя найденное значение угла α' в формулу (II. 76), получим удобную формулу для светосилы проекционных приборов

$$H = \tau \frac{S'}{p'^2}. \quad (\text{II. 78})$$

В этой формуле введена величина S' площади выходного зрачка прибора

$$S' = \frac{1}{4} \pi D'^2. \quad (\text{II. 79})$$

Вследствие формулы (II. 27) можно, пользуясь выражением (II. 78), написать следующее выражение для освещенности E , создаваемой прожектором на экране:

$$E = \tau B \frac{S'}{p'^2}. \quad (\text{II. 80})$$

Это выражение известно в литературе под названием закона Манжена, хотя первым его получил не французский военный инженер А. Манжен, а русский электротехник В. Н. Чиколев (1845—1898 гг.).

Из формулы Манжена—Чиколева следует, что освещенность экрана пропорциональна площади S' выходного зрачка. Это положение справедливо, однако, только при условии, что выходной зрачок полностью заполнен светом. Если же это условие не соблюдено, то в S' должна входить не вся площадь зрачка, а только ее

действующая (т. е. заполненная светом) часть. Обычно в выходном зрачке проектора получается изображение источника света. При расчете проекторов нужно стремиться к тому, чтобы изображение источника света полностью заполняло выходной зрачок прибора.

Если источником света служит лампа накаливания, то ее вольфрамовая нить образует обычно несколько параллельных спиралей. Средняя яркость B лампы дается для площади, охватывающей спирали лампы в виде прямоугольника (рис. II. 18, а). Если круглое отверстие выходного зрачка целиком лежит внутри этого прямоугольника, то площадь S' определяется по формуле (II. 79).

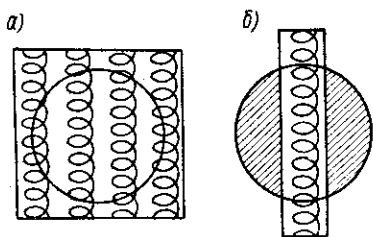


Рис. II. 18

Если же части отверстия выходного зрачка лежат вне этого прямоугольника (заштрихованные сегменты на рис. II. 18, б), то их площадь нужно вычесть из площади выходного зрачка.

При определении освещенности на экране кинопроектора следует учитывать, что свет на экран поступает с перерывами, используемыми для смены кадров (обычно 25 кадров в секунду). Время, в течение которого свет не поступает на экран, составляет около 50% от общего времени проекции. Поэтому и воспринимаемая зрителем освещенность экрана падает в два раза по сравнению с освещенностью экрана при непрерывном освещении.

Оптической системой прожекторной установки служит вогнутое зеркало, большей частью параболической формы (рис. II. 19). У фокуса F зеркала находится источник света (дуговая лампа). Лучи света, идущие от осевой точки источника света, образуют после отражения от зеркала пучок параллельных лучей, диаметр которого равен диаметру D зеркала. Но не следует думать, что все лучи, исходящие из источника света, преобразуются зеркалом прожектора в один параллельный пучок лучей. Лучи света, излучаемые любой внеосевой точкой источника, образуют также параллельный пучок лучей, идущий, однако, не вдоль оптической оси зеркала, а наклонно к ней. Все множество таких наклонных пучков лучей заполняет расходящийся конус с углом рассеяния ε , величина которого определяется формулой, получаемой по чертежу,

$$\varepsilon = \frac{d}{f'}, \quad (\text{II. 81})$$

где d — диаметр источника света (диаметр кратера положительного угла дуговой лампы);

f' — фокусное расстояние зеркала.

Выходным лучом прожектора служит отверстие его зеркала. Для наблюдателя, смотрящего (через плотный светофильтр) на зеркало прожектора с достаточно большого расстояния, вся площадь зеркала представляется светящейся. При этом вследствие закона Кирхгофа (II. 30) видимая яркость зеркала приблизительно равна яркости источника света (коэффициент τ пропускной способности зеркала близок к единице). Поэтому действие прожектора сводится к тому, что он увеличивает источник света до размеров самого зеркала. Представим себе, что зеркало прожектора отсут-

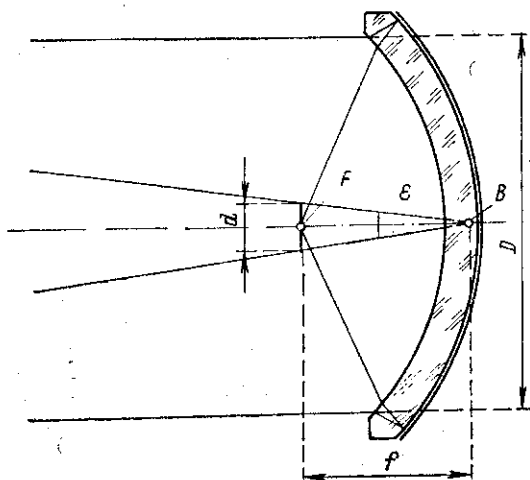


Рис. II. 19

ствует и что та же цель освещается непосредственно источником света, площадь которого равна S , с того же расстояния p' . Получаемая при этом освещенность E_0 на цели может быть вычислена по формуле

$$E_0 = B \frac{S}{p'^2}. \quad (\text{II. 82})$$

Отношение η освещенности E , создаваемой прожектором, к освещенности E_0 , называется *коэффициентом усиления* прожектора. Пользуясь формулами (II. 80) и (II. 82) и пренебрегая близким к единице коэффициентом τ , находим

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \frac{S'}{S} = \left(\frac{D}{d} \right)^2. \quad (\text{II. 83})$$

Пусть, например, диаметр зеркала $D = 2000$ мм, а диаметр источника света $d = 20$ мм. Тогда найдем $\eta = 10\,000$. Эффект получается очень сильный, но в нем нет противоречия с законом сохранения энергии: прожектор дает узкий ограниченный пучок

лучей и освещает небольшую площадь далекого предмета. Источник же света без зеркала рассеивает свою световую энергию в пределах полусферы.

§ 49. Светотехническое действие оптических приборов с электронными приемниками лучистой энергии

Несмотря на то что спектральная область фотографической пленки несколько отличается от спектральной области глаза человека, расчет светосилы фотографических приборов можно производить по приведенным выше формулам таким же образом, как и для визуальных приборов. Дело в том, что стремление к получению художественного эффекта от фотоснимков (или кинокадров) приводит к требованию, чтобы передача светотеневых соотношений на снимках была правильной, т. е. такой же, какой обладает глаз человека. Это требование привело в конечном счете к тому, что спектральная чувствительность фотоаппаратуры в настоящее время сравнительно мало отличается от спектральной чувствительности глаза.

В таком же положении находится в настоящее время и телевизионная аппаратура. Стремление к правильной передаче светотени телевизионными средствами и здесь привело к необходимости уравнивания спектральной чувствительности телевизионных приемных трубок и человеческого глаза. Это положение не распространяется на специальные виды телевизионных (а также и фотографических) установок, предназначенных для работы в областях спектра, недоступных для глаза.

Иначе дело обстоит при применении в оптических приборах других электронно-оптических преобразователей и приемников, к которым не предъявляется требование правильной передачи световых соотношений. Спектральная область чувствительности этих приемников, как видно из первых двух столбцов табл. II. 2, может довольно резко расходиться с областью чувствительности глаза.

Но самое важное отличие фотоэлектрических приемников лучистой энергии заключается не в спектральной области их работы. В отличие от глаза и фотопленки фотоэлектронный приемник реагирует не на освещенность E , создаваемую на его входном окне, а на величину светового потока F' , падающего на это окно, и дает электрический ток, пропорциональный световому потоку F' . Это своеобразие электронных приемников объясняется тем, что входное окно их действует как единичный приемник и может одновременно воспринимать лишь одно световое воздействие, в то время как сетчатая оболочка глаза состоит из множества микроскопически малых единичных приемников (колбочек и палочек), обладающих настолько малой площадью, что даже изображение точечного предмета не может стать меньше (из-за дифракции и других причин) единичного приемника. В силу этого такой эле-

ментарный приемник не может быть засвечен частично, а если он засвечен весь, то сила создаваемого им нервного импульса зависит только от освещенности E (при постоянной площади).

В то же время входное окно фотоэлемента может оказаться засвеченным частично. Тогда при постоянной освещенности E с увеличением освещенной площади будет возрастать световое воздействие на фотоэлемент, которое будет при этом пропорционально световому потоку F'

$$F' = ES, \quad (\text{II. 84})$$

где S — площадь входного окна фотоэлемента.

Фотографическая пленка действует подобно сетчатой оболочке глаза, причем роль элементарных приемников здесь играют микроскопические зерна светочувствительного слоя эмульсии.

Рассмотрим основные условия, которым должна удовлетворять оптическая система, работающая совместно с фотоэлектрическим приемником лучистой энергии.

1. На приемном экране (входном окне) приемника не следует изображать предмет, подлежащий регистрации прибором. Светочувствительность приемника различна в разных точках приемного экрана. Изображение же предмета может передвигаться по экрану, изменять свою величину, форму, структуру. Это приводит к ошибочным показаниям прибора.

2. Значительно целесообразнее ставить приемник в плоскости изображения неподвижной и равномерно освещенной диафрагмы. Обычно этим требованиям отвечает апертурная диафрагма. Поэтому целесообразно помещать фотоэлектрический приемник в выходном зрачке прибора, а величина выходного зрачка должна быть достаточно большой, чтобы была равномерно освещена вся площадь экрана приемника.

3. Конструкцию оптической системы, удовлетворяющую требованиям, указанным в п. 2, назовем нормальной конструкцией светооптического датчика. При нормальной конструкции светооптической системы фотоэлектрический приемник работает при постоянной площади, а потому он реагирует только на переменную освещенность E_c , измеряемую в плоскости его входного экрана или (что то же самое) выходного зрачка прибора.

4. Правило, указанное в п. 3, распространяется также и на следящие приборы, которые автоматически удерживают предмет (достаточно контрастно выделяющийся на общем фоне) на перекрестье. Собственно следящее устройство, вырабатывающее сигналы для механизма, поворачивающего прибор вслед за целью, естественно, должно находиться в плоскости действительного изображения предмета, т. е. в полевой диафрагме прибора. Экран же приемника должен и в этом случае лежать в выходном зрачке прибора.

Примером такого устройства может служить автоматический гид — устройство, применяемое в астрономических телескопах для

слежения за звездой (рис. II. 20). Перед объективом 3 этого устройства помещается оптический клин 2, заключенный в обойму 1, вращающуюся вокруг оптической оси объектива. В фокальной плоскости объектива находится сетка (стеклянная пластинка) 5, средняя круглая часть 4 которой непрозрачна (покрыта черным лаком). Радиус q непрозрачной части сетки определяется по формуле

$$q = f' \operatorname{tg} \alpha. \quad (\text{II. 85})$$

Здесь f' — заднее фокусное расстояние объектива 3, а α — угол отклонения луча клином 2

$$\operatorname{tg} \alpha = (n - 1) \operatorname{tg} \sigma, \quad (\text{II. 86})$$

где n — показатель преломления стекла клина, а σ — преломляющий угол клина.

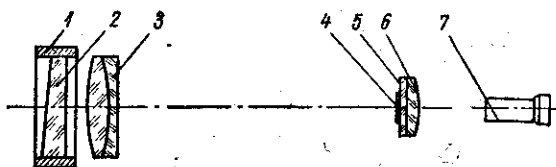


Рис. II. 20

Вслед за сеткой 5 помещается линза 6 (коллектив), создающая изображение входного отверстия обоймы 1 на входном экране 7 фотоумножителя. Коллектив 6 рассчитывается таким образом, чтобы изображение входного отверстия полностью покрывало экран 7 фотоумножителя. Этот экран весь равномерно освещен, независимо от формы, структуры и положения изображения, возникающего на сетке 5.

Автоматическое гидирование (слежение) осуществляется следующим образом. Если звезда находится на оптической оси прибора, то дифракционный диск, служащий изображением звезды на фокальной плоскости объектива 3, наполовину закрыт непрозрачным кругом этой сетки. При вращении клина 2 изображение перемещается по кругу, оставаясь все время закрытым наполовину. Проходящий через фотосопротивление фототок является при этом постоянным, не создающим сигнала. Если же звезда сойдет с оптической оси прибора, то траектория пути изображения звезды на сетке тоже сместится, благодаря чему изображение звезды будет периодически перекрываться непрозрачным экраном сетки и фототок станет переменным (прерывистым) с постоянной частотой, но с различной фазой, зависящей от направления, в котором сместилась звезда. Фазометр, включенный в электрическую схему прибора, сравнивает фазу фототока с постоянной фазой опор-

ного переменного тока и вырабатывает сигналы, управляющие сервомоторами, поворачивающими весь прибор в пространстве так, что он снова направляется на звезду.

При расчете оптических датчиков, т. е. оптических систем, работающих с фотоэлектрическими приемниками, возникает необходимость определения освещенности E_c в выходном зрачке прибора (где при нормальной конструкции прибора должен находиться входной экран приемника).

Пользуясь формулами для светосилы H

$$H = \frac{E}{B}$$

и для освещенности E

$$E = \frac{F'}{\delta s'},$$

можно легко получить выражение для светового потока F' , прошедшего через выходной зрачок прибора,

$$F' = BH\delta s'. \quad (\text{II. 87})$$

Освещенность E_c в выходном зрачке получим, деля световой поток F' на площадь выходного зрачка,

$$E_c = \frac{4F'}{\pi D'^2}. \quad (\text{II. 88})$$

Переходя от выходного зрачка к входному (через линейное увеличение V_c в зрачках прибора) и пользуясь формулой (II. 87), найдем вместо (II. 88)

$$E_c = \frac{4BH\delta s'}{\pi V_c^2 D^2}. \quad (\text{II. 89})$$

Если определена светосила H прибора, то эта формула позволяет вычислить и освещенность E_c на входном окне фотоэлектрического приемника. В частности, при малой передней апертуре получается выражение

$$E_c = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \tau \frac{B\delta s'}{(V_c - V)^2 f'^2}. \quad (\text{II. 90})$$

В формулы (II. 89) и (II. 90) входит площадь δ_s изображения излучающего предмета, которую необходимо знать для определения величины E_c . Например, в случае автоматического гйда площадь δ_s дифракционного пятна рассеяния от звезды можно подсчитать по формуле

$$\delta s' = \frac{1}{4} \pi \left(1,2\lambda \frac{f'}{D}\right)^2. \quad (\text{II. 91})$$

§ 50. Потери света, вызываемые отражением от преломляющих поверхностей

В формулах для светосилы оптических приборов введен коэффициент τ прозрачности или пропускной способности. Для определения величины этого коэффициента необходимо рассмотреть физические причины, вызывающие потери света при его прохождении через оптический прибор. Одной из этих причин служит отражение света от преломляющих поверхностей.

Из физической оптики известно, что на границе двух диэлектриков (например, на поверхности, разграничивающей стекло и воздух) происходит частичное отражение света. Большая часть света, преломляясь, проходит через эту границу, а меньшая часть, отражаясь, возвращается обратно в первую среду. Этот отраженный световой поток теряется, не участвуя в образовании изображения.

Но дело не только в этом. Вследствие многократного отражения от преломляющих поверхностей часть потерянного светового потока проникает на плоскость изображения, где она может вызвать появление бликов (светлых пятен неопределенной формы) или вуали (более или менее равномерной засветки). Такой «паразитный» свет не участвует в образовании изображения. Попадая на те участки картины, которые должны быть темными, он засвечивает их и этим снижает контраст изображения.

Для вычисления потери света при отражении от преломляющей поверхности можно применить формулу Френеля для светового потока F_r , отраженного на границе двух диэлектриков при нормальном падении его на поверхность

$$F_r = \left(\frac{n' - n}{n' + n} \right)^2 F. \quad (\text{II. 92})$$

Здесь F — световой поток, падающий на преломляющую поверхность;

n и n' — показатели преломления разделяемых ею сред.

В таком простом виде эта формула справедлива, строго говоря, только при угле падения, равном нулю. Однако исследование показывает, что при изменении угла падения в широких пределах поток F_r остается практически постоянным до значения угла падения, равного углу Брюстера, а он составляет на границе воздуха и стекла примерно 56° . Такие углы падения практически встречаются крайне редко, что и позволяет всегда пользоваться формулой (II. 92).

Преломляющие поверхности бывают двух родов: поверхности, по которым оптическая деталь (линза или призма) соприкасается с воздухом, и поверхности склейки. Склеивание линз производится при помощи бальзама или бальзамина. Но между склеиваемыми поверхностями имеется ничтожное количество этого вещества. По-

этому его можно не учитывать и считать, что на поверхности склейки соприкасаются два стекла с разными показателями преломления.

Поверхности склейки вызывают очень незначительные потери света. Пусть, например, $n = 1,5$, а $n' = 1,6$. По формуле Френеля найдем: $F_r = 0,01: (3,1)^2 F = 0,00104F$, т. е. около 0,1 % от падающего на поверхность светового потока. Такой малой величиной потерь можно пренебречь. Поэтому при подсчете световых потерь поверхности склейки совсем не принимаются во внимание. Если же поверхность граничит с воздухом, то формула (II. 22) приобретает вид

$$F_r = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 F \quad (\text{II. 93})$$

независимо от того, проходит ли свет из воздуха в стекло или из стекла в воздух. При $n = 1,5$ найдем по этой формуле

$$F_r = \left(\frac{0,5}{2,5} \right)^2 F = \frac{1}{25} F = 4 \% F.$$

Таким образом, на каждой поверхности, разграничивающей воздух и крон, потеря света на отражение составляет 4 %. На границе воздуха и флинта по той же причине теряется 5 % света. Поэтому коэффициент пропускной способности составит 0,96 для поверхности воздух—крон и 0,95 для поверхности воздух—флинт. Если же имеется оптическая система, состоящая из ряда преломляющих поверхностей, граничащих с воздухом (поверхности склейки не учитываются), то коэффициент τ_1 пропускной способности, обусловленной потерей света на отражение от преломляющих поверхностей, может быть выражен степенной зависимостью

$$\tau_1 = 0,96^k \cdot 0,95^f, \quad (\text{II. 94})$$

где k — число поверхностей воздух—крон;

f — число поверхностей воздух—флинт.

В случае сложных приборов потеря света на отражение от преломляющих поверхностей может оказаться большой. Так, в перископах для подводных лодок насчитывается до 30 поверхностей, граничащих с воздухом ($k = 20$, $f = 10$). Количество прошедшего через перископ света благодаря действию одной рассматриваемой причины составит не более 27 % от света, падающего на его входной зрачок. Таким прибором можно пользоваться при дневном свете, но при этом изображение получается малоконтрастным из-за большого количества паразитного света, попадающего в глаз наблюдателя.

До тридцатых годов нашего столетия эти потери света считались неустраняемыми. Но в настоящее время известно, что они могут быть существенно уменьшены. Это не значит, что можно

отменить физический закон, выражаемый формулой Френеля. Но можно использовать другие физические явления для уменьшения потерь света. Такой путь предложен академиками И. В. Гребенщиковым и А. А. Лебедевым. Их метод известен под названием *просветление оптики* и состоит в том, что преломляющая поверхность линзы покрывается тонким прозрачным слоем с показателем преломления n_c , определяемым по формуле

$$n_c = \sqrt{n}, \quad (\text{II. 95})$$

где n — показатель преломления стекла линзы. Толщина слоя — порядка одной четверти длины волны света.

Световые потоки, отраженные от двух поверхностей слоя, взаимно погашаются вследствие интерференции, и вся световая энергия направляется в поток, проходящий через преломляющие поверхности слоя. Теория просветления оптики более подробно излагается в курсе физической оптики. Невозможность практически выполнить условие (II. 95) уменьшает эффективность метода. Однако применяя многослойные покрытия, можно достичь практически очень благоприятных результатов. Ориентировочно можно принимать коэффициент пропускания τ_1 оптической системы с просветленными преломляющими поверхностями, пользуясь следующими значениями:

при однослойном покрытии

$$\left. \begin{array}{l} \tau_1 = 0,98^{k+f}; \\ \text{двухслойном} \\ \tau_1 = 0,99^{k+f}; \\ \text{трехслойном} \\ \tau_1 = 0,995^{k+f}. \end{array} \right\} \quad (\text{II. 96})$$

Просветление оптики позволяет широко применять более сложные и потому более совершенные оптические системы, отличающиеся большой светосилой и высоким качеством изображения.

Вторая физическая причина, вызывающая потери света, заключается в поглощении и рассеянии света в массе стекла оптических деталей. Хотя оптическое стекло и отличается особой чистотой и прозрачностью, часть световой энергии теряется в массе стекла. Сами молекулы стекла (и других прозрачных сред) поглощают и рассеивают часть светового потока. Кроме того, такое же действие производят и имеющиеся в стекле посторонние включения: мелкие непрозрачные частицы и пузырьки газов, образующиеся при варке стекла.

Пропускная способность оптического стекла отличается некоторой спектральной избирательностью. Поэтому стекла некото-

рых марок представляются в проходящем свете слегка окрашенными (кроны — голубоватые, флинты — желтоватые). Мы рассмотрим здесь интегральную пропускную способность стекол для белого света.

Пусть F_0 — световой поток, прошедший через входную поверхность некоторой оптической детали (рис. II. 21) и определяемый на ее внутренней стороне. Таким образом, здесь не учитывается потеря света, вызываемая отражением от входной поверхности. Световой поток F , прошедший путь d внутри стекла, становится меньше F_0 вследствие поглощения и рассеяния света в стекле. Придадим расстоянию d бесконечно малое приращение dd . Световой поток F получит при этом приращение dF , которое должно быть отрицательным и выражается формулой

$$dF = -\alpha F dd, \quad (\text{II. 97})$$

где α — коэффициент пропорциональности.

Это дифференциальное уравнение можно проинтегрировать путем разделения переменных. Вводя постоянную C интегрирования, найдем

$$\int \frac{dF}{F} = -\alpha d + C. \quad (\text{II. 98})$$

Выполняя интегрирование, получим

$$\ln F = -\alpha d + C \quad (\text{II. 99})$$

или иначе

$$F = e^{-\alpha d + C}. \quad (\text{II. 100})$$

Для исключения неопределенной постоянной C перейдем к начальным условиям: $d = 0$; $F = F_0$. При этом получим из выражения (II. 100)

$$F_0 = e^C. \quad (\text{II. 101})$$

Эта формула позволяет исключить C из выражения (II. 100)

$$F = F_0 e^{-\alpha d}. \quad (\text{II. 102})$$

Практически удобно ввести в это выражение постоянный коэффициент a

$$a = e^{-\alpha}, \quad (\text{II. 103})$$

благодаря чему формула приобретает окончательный вид

$$F = F_0 a^d. \quad (\text{II. 104})$$

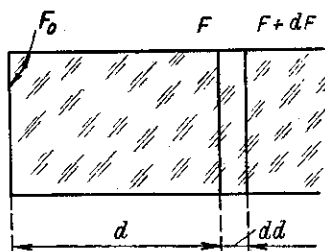


Рис. II. 21

Отсюда находится коэффициент τ_2 пропускной способности

$$\tau_2 = \frac{F}{F_0} = a^d. \quad (\text{II. 105})$$

Коэффициент a пропускной способности стекла зависит от категории стекла по светопоглощению (ГОСТ 3514—57):

Категории	a
00	0,996
0	0,994
1	0,992
2	0,990
3	0,985

При приблизительном подсчете потерь можно для всех марок оптического стекла принимать $a = 0,990$. Величина d представляет собой суммарную длину хода осевого луча во всех оптических деталях данного прибора, выраженную в см.

Если в состав оптической системы прибора входят плоские, вогнутые или выпуклые металлические зеркала, то действует третья физическая причина потерь света, так как при отражении света от металлических поверхностей часть света поглощается. Наиболее высоким коэффициентом отражения, равным 0,94, обладает серебро. Но серебро нестойко. Оно быстро тускнеет на воздухе и теряет свою первоначальную высокую отражающую способность.

Чтобы предохранить серебряный отражающий слой от влияния атмосферы, его наносят на заднюю поверхность пластинки или линзы (рис. II. 22). Луч света падает сначала на переднюю поверхность зеркала, преломляется в ней, затем, отразившись от серебряного слоя на задней поверхности, снова преломляется на первой поверхности. Серебряный слой покрывается защитным покрытием, надежно предохраняющим его от соприкосновения с воздухом. В качестве защитного слоя применяют гальваническое омеднение или покрытие бакелитовым лаком. Такое зеркало не теряет своих отражающих свойств в процессе эксплуатации, но в нем происходят дополнительные потери при двукратном прохождении через переднюю преломляющую поверхность.

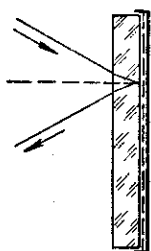


Рис. II. 22

Зеркала с серебряным покрытием на задней стороне в настоящее время вытесняются зеркалами, покрытыми специальными алюминиевыми сплавами, обладающими антикоррозионными свойствами при достаточно высокой отражательной способности. Такие покрытия наносятся непосредственно на переднюю поверхность зеркала. Коэффициент отражения таких зеркал 0,85—0,90. Однако наиболее целесообразным оказалось зеркало, покрытое серебряным или алюминиевым слоем (на передней поверхности), защищенным тонкой пленкой окиси алюминия. Его коэффициент отражения за счет интерференции света в пленке достигает 0,98. Такие

зеркала вытесняют в настоящее время даже отражательные призмы с полным внутренним отражением, при котором практически не происходит поглощения света.

Коэффициент τ_3 пропускной способности зеркал определяется по одной из следующих трех формул:

$$\left. \begin{aligned} \tau_3 &= 0,94^{s_1}; \\ \tau_3 &= 0,85^{s_2}; \\ \tau_3 &= 0,98^{s_3}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 106})$$

Здесь s_1 — число серебряных отражающих поверхностей, имеющих в рассматриваемом приборе;

s_2 — число алюминиевых отражающих поверхностей;

s_3 — число серебряных или алюминиевых просветленных поверхностей.

§ 51. Общая формула для потерь света в оптических приборах

Резюмируя сказанное в предыдущем разделе, можно объединить все потери света при прохождении через оптический прибор в одной приближенной формуле для быстрого вычисления коэффициента τ пропускной способности:

$$\tau = 0,96^k \cdot 0,95^f \cdot 0,98^{m_1} \cdot 0,99^{m_2} \cdot 0,995^{m_3} \cdot 0,99^d \cdot 0,94^{s_1} \cdot 0,85^{s_2} \cdot 0,98^{s_3}, \quad (\text{II. 107})$$

где k — число непросветленных поверхностей воздух—крон;

f — число непросветленных поверхностей воздух—флинт;

m_1 — число однослойно просветленных поверхностей;

m_2 — число двухслойно просветленных поверхностей;

m_3 — число трехслойно просветленных поверхностей;

d — суммарная длина хода осевого луча в стекле оптических деталей в см;

s_1 — число серебряных отражающих поверхностей;

s_2 — число алюминированных отражающих поверхностей;

s_3 — число серебряных или алюминированных просветленных отражающих поверхностей.

Поверхности склейки и отражающие поверхности призм, на которых происходит полное внутреннее отражение, совсем не принимаются во внимание.

При практическом применении формулы (II. 107) ее целесообразно прологарифмировать:

$$\lg \tau = k (0,982271 - 1) + f (0,977724 - 1) + m (0,997823 - 1) + \\ + d (0,995635 - 1) + s_1 (0,973128 - 1) + s_2 (0,929419 - 1) + \\ + s_3 (0,991226 - 1). \quad (\text{II. 108})$$

Пусть, например: $k = f = s_1 = s_2 = 0$; $m = 10$; $d = 50$ см; $s_3 = 2$. По формуле (II. 108) находим, располагая слагаемые столбцом и суммируя их,

$$\begin{array}{r} 0.97823 - 1 \\ 0.78175 - 1 \\ 0.98245 - 1 \\ \hline \lg \tau = 0.74243 - 1 \\ \tau = 0.5526. \end{array}$$

Приведенные здесь формулы не учитывают потерь, вносимых светофильтрами. Последние характеризуются их оптической плотностью D_λ , связанной с пропускной способностью τ_λ формулой

$$D_\lambda = -\lg \tau_\lambda. \quad (\text{II. 109})$$

Как τ_λ , так и D_λ меняются с изменением длины волны света. В значения D_λ , приводимые в каталогах, включены потери света на отражение от преломляющих поверхностей светофильтров.

Для приблизительной оценки потерь света в светофильтрах, применяемых в фотографии, можно пользоваться их интегральной кратностью K , связанной с их интегральной пропускной способностью τ соотношением

$$K = \frac{1}{\tau}. \quad (\text{II. 110})$$

Например, светофильтр с кратностью $K = 4$ обладает пропускной способностью $\tau = 0,25$. Формулы (II. 107) и (II. 108) не учитывают также потерь, вносимых светоделительными устройствами (призмами с полупрозрачными поверхностями).

Наконец, при расчете осветительных систем, применяемых в проекционных установках, нередко за источником света ставится рефлектор — сферическое зеркало, центр кривизны которого совпадает с осевой точкой источника света. Направляя обратно в источник света световой поток, который без рефлектора не был бы использован, рефлектор существенно повышает полезный световой поток проектора. Это следует учитывать путем введения в формулу (II. 107) множителя τ_r , который больше единицы. В случае применения рефлектора с кинолампами накаливания $\tau_r = 1,4$. Следовательно, введение рефлектора увеличивает полезный световой поток на 40%.

В. ДЕЙСТВИЕ ОПТИЧЕСКОГО ПРИБОРА СОВМЕСТНО С ГЛАЗОМ ЧЕЛОВЕКА

§ 52. Строение глаза человека

В последние десятилетия в связи с внедрением в промышленность фотоэлектрических приемников чаще стали применяться оптические приборы, не имеющие никакого отношения к работе

человеческого органа зрения (например, устройства для записи и воспроизведения звука в кино). Однако подавляющее большинство оптических приборов обслуживает глаз человека. При конструировании таких приборов необходимо учитывать ряд требований, которые позволяют создать наиболее рациональные условия работы глаза совместно с оптическим прибором. Поэтому здесь следует рассмотреть некоторые физиологические и оптические свойства человеческого глаза. Эти свойства исследуются специальной наукой, находящейся на стыке биологии (медицины) и физики (оптики) и называемой физиологической оптикой. Здесь мы кратко изложим только наиболее важные практически основные понятия и положения этой науки.

На рис. II. 23 показано сечение правого *глазного яблока* человека диаметральной горизонтальной плоскостью. Глазное яблоко заключено в эластичную белую оболочку, называемую *склерой* 6. *Склера* непрозрачна за исключением ее передней слегка выпуклой части, называемой *роговой оболочкой* или *роговицей* 1, отличающейся высокой прозрачностью и позволяющей поэтому свету проник-

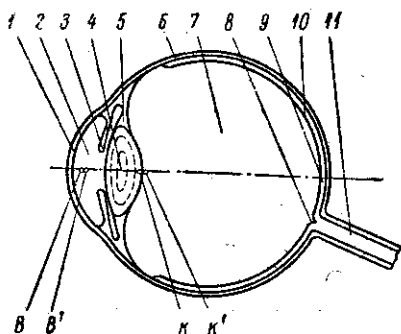


Рис. II. 23

нуть в *переднюю камеру* 2 глаза, заполненную прозрачной жидкостью — *водянистой влагой*. Сзади передняя камера ограничена непрозрачной перегородкой, называемой *ирисовой оболочкой* или *радужкой* 3. По окраске радужки определяется цвет глаза человека. В центре радужки находится круглое отверстие, называемое *зрачком* глаза. За радужной оболочкой расположена *задняя камера* глаза, в передней части которой находится *хрусталик* 4 — линзообразное прозрачное тело, обладающее эластичностью хряща и слоистым строением. Хрусталик заключен в тонкой прозрачной капсуле (мешочке), прикрепленной при помощи так называемых *цинновых связок* 5 к мускульному кольцу. Вся большая полость глаза, находящаяся между хрусталиком и задней стенкой глаза, заполнена студенистым прозрачным веществом, называемым *стекловидным телом* 7. Внутренняя поверхность склеры со стороны стекловидного тела покрыта светочувствительной *сетчатой оболочкой* 10, называемой также *ретиной*, или *сетчаткой*. В пигментированном слое сетчатки, толщина которого (у *желтого пятна*) составляет около 0,1 мм, заключены *палочки* и *колбочки* — светочувствительные клеточные окончания нервных путей. В палочках заключается светочувствительное вещество *родопсин* или *зрительный пурпур* розового цвета. Колбочки содержат светочувствительное вещество *иодопсин* фиолетового цвета. Сетчатка глаза человека

Данные схематического глаза по А. Гульстранду
(длины в мм; рефракция и аметропия в *дптр*)

Наименование величин	Строгий		Упрощенный	
	Покой аккомо- дации	Наиболь- шая акко- модация	Покой аккомо- дации	Наиболь- шая акко- модация
Показатели преломления				
Роговица	1,376	1,376	1,336	1,336
Водянистая влага и стекловидное тело	1,336	1,336	1,336	1,336
Хрусталик (наружные слои) . . .	1,386	1,386	1,413	1,424
Ядро хрусталика	1,406	1,406	—	—
Расстояния от передней вершины роговицы				
Задняя поверхность роговицы	0,50	0,50	—	—
Передняя поверхность хрусталика	3,60	3,20	3,60	3,20
Передняя поверхность ядра хру- сталика	4,145	3,874	—	—
Задняя поверхность ядра хруста- лика	6,565	6,528	—	—
Задняя поверхность хрусталика	7,20	7,20	7,20	7,20
Передняя главная точка <i>B</i> глаза	1,348	1,772	1,505	1,821
Задняя главная точка <i>B'</i> глаза	1,602	2,086	1,631	2,025
Передняя узловая точка <i>K</i> глаза	7,078	6,533	7,130	6,579
Задняя узловая точка <i>K'</i> глаза	7,332	6,847	7,256	6,783
Передний фокус глаза	—15,707	—12,397	—15,235	—12,355
Задний фокус глаза	24,387	21,016	23,996	20,963
Центральная ямка сетчатки . . .	24,000	24,000	24,000	24,000
Входной зрачок глаза	3,047	2,668	3,048	2,671
Выходной зрачок глаза	3,667	3,212	3,519	3,096
Положение ближней точки <i>B</i> гла- за	—	—102,3	—	—100,8
Радиусы кривизны				
Передняя поверхность роговицы	7,70	7,70	7,800	7,800
Задняя поверхность роговицы	6,80	6,80	—	—
Передняя поверхность хрусталика	10,00	5,33	10,000	5,330
Передняя поверхность ядра хру- сталика	7,911	2,655	—	—

Наименование величин	Строгий		Упрощенный	
	Покой аккомодации	Наибольшая аккомодация	Покой аккомодации	Наибольшая аккомодация
Задняя поверхность ядра хрусталика	—5,760	—2,655	—	—
Задняя поверхность хрусталика	—6,000	—5,330	—6,000	—5,330
Оптические характеристики глаза				
Рефракция глаза	58,64	70,57	59,74	70,54
Переднее фокусное расстояние	—17,055	—14,169	—16,740	—14,176
Заднее фокусное расстояние	22,785	18,930	22,365	18,938
Линейное увеличение в зрачках	0,909	0,941	0,923	0,955
Аметропия (осевая рефракция)	+1,0	—9,6	0,0	—9,7

содержит около $13 \cdot 10^7$ палочек и $7 \cdot 10^6$ колбочек. В средней части сетчатки преобладают колбочки, а ее периферические части состоят главным образом из палочек. Местом наиболее ясного видения служит желтое пятно сетчатки. Оно заполнено колбочками, имеющими малые размеры (диаметр около 5 мкм). Угловой размер желтого пятна около $6-7^\circ$. В центре желтого пятна находится центральная ямка 9. В сторону носа сбоку от желтого пятна расположено слепое пятно 8. В этом месте сетчатки отсутствуют палочки и колбочки. Все нервные волокна, идущие от палочек и колбочек, собираются здесь и сплетаются в зрительный нерв 11, который здесь покидает глазное яблоко, направляясь в мозг человека, где в затылочных долях коры больших полушарий происходит восприятие и расшифровка зрительных впечатлений.

Прозрачные среды глаза человека: роговая оболочка, жидкая влага, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему глаза, создающую изображение рассматриваемых предметов на сетчатой оболочке. Значения характеристических величин, близко подходящие к средним, наблюдаемым фактически, даны в так называемом схематическом глазе А. Гульстранда и приведены в табл. II. 3. Данные таблицы относятся к нормальному (эмметропическому) глазу в двух случаях: для покоя аккомодации (предмет на бесконечности) и для наибольшей аккомодации (предмет на расстоянии 102,3 мм). Переднее и заднее фокусные расстояния глаза не равны друг другу по абсолютной величине вследствие формулы

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}. \quad (\text{II. 111})$$

Для человеческого глаза имеем: $n = 1$, $n' = 1,336$.

§ 53. Острота зрения

Под термином *острота зрения* понимается способность глаза человека видеть раздельно два предмета, расположенных близко друг от друга, в частности, две светящиеся точки. Наименьший угол γ , под которым глаз человека видит две точки раздельно, называется *предельным углом разрешающей способности*. Средняя величина угла γ составляет $1'$. Соответствующее этому углу расстояние между изображениями точек на сетчатке глаза — около 5 мкм , что равно диаметру колбочки в желтом пятне сетчатки.

Острота зрения S определяется по формуле

$$S = \frac{1}{\gamma}, \quad (\text{II. 112})$$

причем предельный угол разрешающей способности γ выражается в угловых минутах. Например, если предельный угол разрешающей способности у некоторого наблюдателя равен $2'$, то его острота зрения будет $S = 0,5$. Есть люди, обладающие очень большой остротой зрения $S > 3$.

Острота зрения, в основном определяемая диаметром колбочек, зависит, кроме того, от многих факторов.

1. От контраста предметов. Контрастом K принято называть отношение

$$K = \left| \frac{E_n - E_\phi}{E_n + E_\phi} \right|, \quad (\text{II. 113})$$

где E_n — освещенность предметов;

E_ϕ — освещенность фона.

Величина K достигает значения единицы, если E_n или E_ϕ обращается в нуль. Острота зрения более или менее пропорциональна величине K , если последняя не сильно отличается от единицы.

2. От освещенности в поле наблюдения. При наблюдении темных предметов на светлом поле наибольшая острота зрения наблюдается в пределах освещенности от 50 до 200 лк, а при наблюдении светлых предметов на темном фоне — от 5 до 10 лк (*темновая адаптация* глаза).

3. От диаметра зрачка глаза $D_{\text{зл}}$. С величиной $D_{\text{зл}}$ связан диаметр δ дифракционного пятна рассеяния на сетчатке

$$\delta = - \frac{1,2\lambda}{D_{\text{зл}}} f_{\text{зл}}, \quad (\text{II. 114})$$

где λ — длина волны света;

$f_{\text{зл}}$ — переднее фокусное расстояние глаза.

При наименьшем (без прибора) диаметре зрачка глаза $D_{\text{зл}} = 2,0 \text{ мм}$, $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ и $f_{\text{зл}} = 17 \text{ мм}$ находим: $\delta = 5 \text{ мкм}$. Следовательно, диаметр кружка рассеяния в этом случае равен диаметру колбочки. При увеличении диаметра $D_{\text{зл}}$ величина δ по формуле (II. 114) уменьшается, но острота зрения при этом

не повышается, так как она лимитируется размером колбочек сетчатки. В случае если глаз работает вместе с оптическим прибором, диаметр D' выходного зрачка которого меньше 2 мм, величина δ становится больше 5 мкм и разрешающая способность глаза уменьшается (угол γ становится больше $1'$).

4. От места изображения на сетчатке. При удалении от центральной ямки желтого пятна острота зрения падает очень резко.

5. От длины волны λ света. Максимальная разрешающая способность наблюдается при $\lambda = 0,56$ мкм.

6. От дефектов зрения. Близорукость, дальнокоркость и астигматизм (особенно последний) существенно снижают остроту зрения. Сюда же относятся и aberrации оптической системы глаза. Их влияние, однако, незначительно и обычно не обнаруживается.

Поверхность сетчатки (рис. II. 24), рассматриваемая при помощи микроскопа, представляется как бы покрытой сеткой с шестигранными ячейками (отсюда название сетчатки). Каждая клетка (колбочка) может воспринимать одновременно лишь одно зрительное впечатление. Иными словами, если засвечена некоторая часть клетки, то клетка реагирует вся целиком. Если, например, изображения A и B двух источников света (звезд) попадают на одну ячейку, то глаз их различить не сможет. Но даже если изображения двух звезд C и D падают на соседние клетки, глаз не в состоянии видеть их раздельно. Только если между двумя засвеченными колбочками находится по крайней мере одна незасвеченная, точки E и F представляются глазу видимыми раздельно. Отсюда вытекает, что наименьшее расстояние между изображениями двух точек на сетчатке, при котором они находятся на пределе разрешения, должно быть равно диаметру колбочки.

В устройствах для отсчета по шкалам иногда возможно создать условия, способствующие повышению остроты зрения. Так, номинальное совмещение двух штрихов может быть выполнено с погрешностью в $10''$. Следовательно, острота зрения при этом оказывается в 6 раз больше обычной. Объяснить этот факт можно тем, что изображения KL и MN (рис. II. 24) двух штрихов на сетчатке попадают на два разных ряда колбочек даже в том случае, если величина сдвига δ_1 значительно меньше диаметра колбочки. С такой же повышенной остротой зрения глаз человека производит установку по бисектору, когда штрих шкалы устанавливается в середине между двумя параллельными штрихами индекса.

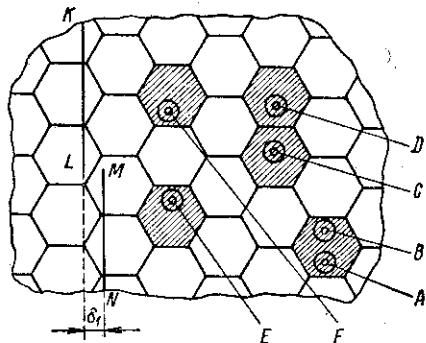


Рис. II. 24

§ 54. Адаптация глаза и его пороговая чувствительность

Глаз человека способен работать в чрезвычайно широком интервале яркостей: от 10^{-7} до 10^6 нт, что составляет перепад в отношении $1 : 10^{13}$. По ширине интервала работы глаз далеко превосходит все приборы, созданные руками человека. Способность человеческого глаза приравниваться к различным уровням освещенности называется *адаптацией*. Адаптация в широких пределах достигается глазом при помощи трех структурно-физиологических устройств или, как принято говорить, трех механизмов.

Первый механизм адаптации: при яркости от 10^{-7} до 1 нт работают главным образом палочки сетчатки, отличающиеся более высокой чувствительностью, но не различающие цвета; при яркостях от 1 до 10^6 нт работают в основном колбочки, обладающие цветной чувствительностью.

Вторым механизмом адаптации служит изменение диаметра отверстия зрачка глаза в пределах от 2 до 8 мм. Это изменение диаметра происходит помимо воли человека, благодаря работе мускульных волокон, заложенных в радужке. Площадь отверстия зрачка и пропускаемый им световой поток изменяются, таким образом, только в 16 раз.

Значительно сильнее изменяется яркостный диапазон работы глаза посредством третьего механизма. Этот механизм двойной: во-первых, чем выше освещенность, тем ниже концентрация неразложившегося светочувствительного вещества (родопсина или иодопсина), а потому меньше светочувствительность сетчатки; во-вторых, в слое сетчатки происходит перемещение темного пигмента; при повышении освещенности пигмент перемещается к наружной поверхности сетчатки, частично заслоняя ее клетки от светового воздействия.

Различают темновую (ночную, сумерочную) и световую (дневную) адаптации. Существуют и промежуточные ступени адаптации,

§ 55. Аккомодация глаза. Аметропический глаз

Аккомодацией мы называем способность глаза отчетливо видеть фиксируемые предметы независимо от расстояния от глаза до предмета. Фиксация какого-либо предмета состоит из двух действий. Первое заключается в направлении визирной оси глаза на предмет, чтобы его изображение возникло на желтом пятне сетчатки, где острота зрения максимальна. Это действие выполняется сознательно, по воле человека. Второе действие заключается в аккомодации глаза. Эта операция выполняется глазом без участия воли человека. В отличие от фотографического

аппарата, где фокусировка на резкость производится путем изменения расстояния от объектива до светочувствительной пленки, расстояние от роговицы до сетчатки (длина глазного яблока) не меняется. Аккомодация глаза производится путем изменения силы оптической системы глаза, что достигается изменением кривизны поверхностей хрусталика. Если мускульное кольцо, к которому прикреплены цинновы связки 5 (рис. II. 23), расслаблено, связки натягивают мешок хрусталика 4 и кривизна его поверхностей становится минимальной. В таком случае на сетчатке получается резкое изображение наиболее далекого предмета. По мере сжатия мускульного кольца натяжение цинновых связок уменьшается, а вследствие этого возрастают кривизна поверхностей хрусталика и его сила. При максимальном сжатии мускульного кольца глаз отчетливо видит наиболее близкие предметы.

Расстояние от вершины Γ роговицы глаза (или от его входного зрачка) до точки A предмета, представляет собой *расстояние аккомодации* a (рис. II. 25, а). При действительном предмете это расстояние отрицательное. Обратная величина расстояния a называется *величиной аккомодации* и выражается в диоптриях.

$$Akk = \frac{1000}{a}. \quad (\text{II. 115})$$

Точка D визирной оси глаза, которую он видит резко при отсутствии напряжения аккомодационного аппарата, называется *дальней точкой глаза*, а точка B , которую он видит отчетливо при наибольшем напря-

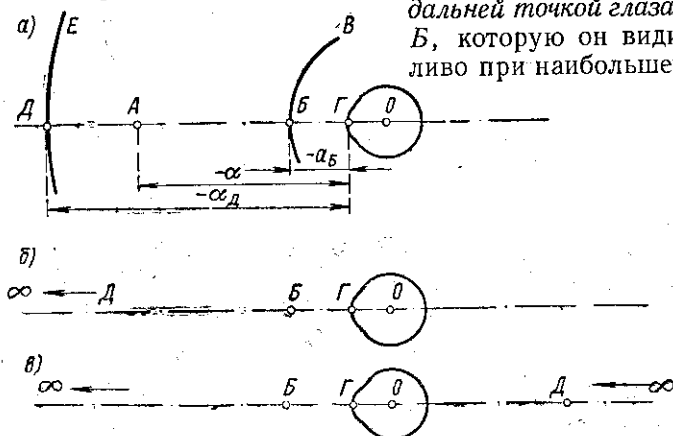


Рис. II. 25

жении аккомодации, — *ближней точкой глаза*. *Объемом* (или *широтой*) *аккомодации* принято называть величину B_a .

$$B_a = \frac{1000}{a_B} - \frac{1000}{a_D}. \quad (\text{II. 116})$$

Зона аккомодации простирается от точки B до точки D .

Сфера $ДЕ$, центр которой совпадает с центром вращения O глазного яблока, проходящая через дальнюю точку $Д$ глаза, называется *дальней сферой глаза*. Такая же сфера $БВ$, но проходящая через ближнюю точку $Б$ глаза, является *ближней сферой глаза*.

Глаз называется *нормальным* или *эмметропическим*, если его дальняя точка $Д$ лежит на бесконечности (рис. II. 25, б). При этом зона аккомодации простирается от точки $Б$ налево до бесконечности. Эмметропический глаз способен поэтому видеть звезды отчетливо без напряжения аккомодации. В случае если дальняя точка глаза не лежит на бесконечности, глаз называется *аметропическим*. *Аметропия* — очень распространенный недостаток зрения. Она выражается в диоптриях как обратная величина расстояния a_d .

$$A = \frac{1000}{a_d}. \quad (\text{II. 117})$$

Различаются два вида аметропии. Если точка $Д$ лежит перед глазом (на рис. II. 25, а слева от точки $Г$), то глаз называется *близоруким* или *миопическим*. Близорукость характеризуется отрицательным значением отрезка a_d и аметропии A . Без напряжения аккомодации он видит предмет, находящийся перед ним на конечном расстоянии. Он совершенно не способен видеть отчетливо далекие предметы (звезды).

Если дальняя точка глаза лежит за глазом (на рис. II. 25, в справа от точки $Г$), то глаз называется *дальнозорким* или *гиперметропическим*. Для дальнозоркости характерны положительные значения отрезка a_d и аметропии A . Дальнозоркий глаз может отчетливо видеть бесконечно далекие предметы, но ему необходимо для этого некоторое напряжение аккомодации. Без напряжения аккомодации он видел бы мнимый предмет, находящийся у точки $Д$ и создаваемый входящими в зрачок глаза конвергирующими (сходящимися) пучками лучей. Зона аккомодации гиперметрического глаза простирается от точки $Б$ налево до бесконечности и справа от бесконечности до точки $Д$.

Причиной аметропии часто служит неправильная длина глазного яблока: при увеличенной его длине — *миопия*, при уменьшенной — *гиперметропия*. Но иногда встречаются случаи аметропии, вызванной неправильной формой роговицы или хрусталика. Известна прогрессирующая близорукость у детей школьного возраста, вызываемая чрезмерным напряжением зрения при чтении, устранимая при помощи соответствующих очков.

Ближняя точка $Б$ глаза за время жизни человека непрерывно отодвигается от роговицы глаза. Отрезок — a_b (в мм) следующим образом меняется с возрастом:

10 лет	71	40 лет	222
20 »	100	50 »	400
30 »	143	60 »	2000

В качестве средней величины принимается $a_B = -125$ мм. Когда расстояние a_B возрастает до -330 мм, наступает состояние, называемое старческой дальнозоркостью или *пресбиопией*.

Когда человек читает книгу, он держит ее на некотором расстоянии от глаз. Это расстояние принято называть расстоянием наилучшего видения, что, по существу, неправильно, так как никакого наилучшего видения здесь не получается. Это расстояние устанавливается человеком инстинктивно в результате взаимодействия двух противоречивых требований. С одной стороны, нужно книгу (или вообще предмет, обладающий мелкими структурными деталями) держать как можно ближе к глазам для того, чтобы видеть буквы (детали) под большими углами зрения. С другой стороны, для уменьшения напряжения аккомодации, а следовательно, и утомления при чтении следует отодвигать книгу от глаз. Практически человек держит книгу на таком расстоянии, которое не требует очень сильного напряжения аккомодации, но в то же время достаточно мало, чтобы различать мелкий шрифт. Это расстояние вдвое больше расстояния до ближней точки глаза и в среднем принимается равным -250 мм или -4 дптр.

§ 56. Коррекция недостатков зрения

Основное назначение очков заключается в исправлении (коррекции) аметропии глаз. Достигается это очень просто. Перед глазом помещается линза, которая создает изображение осевой точки бесконечно далекого предмета в дальней точке глаза. Тогда глаз отчетливо видит бесконечно далекую точку без напряжения акко-

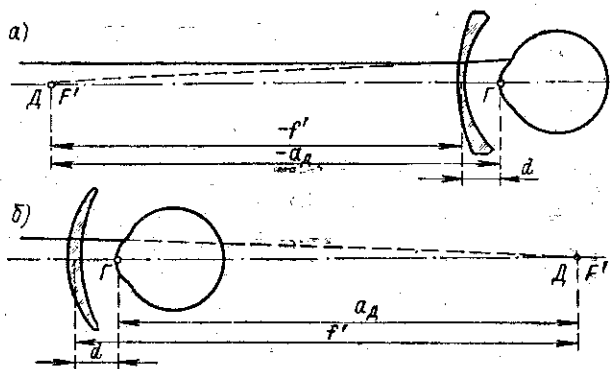


Рис. II. 26

модации, а значит, вся система глаза вместе с очковой линзой действует как эметропический глаз.

На чертеже (рис. II. 26, а) показана коррекция миопического глаза при помощи отрицательной линзы, расположенной перед

глазом на расстоянии d от вершины Γ роговицы глаза. Задний фокус F' линзы совмещен с дальней точкой D близорукого глаза. Заднее фокусное расстояние f' очковой линзы связано с отрезком a_d при помощи выражения, считываемого с чертежа

$$f' = a_d + d. \quad (\text{II. 118})$$

Переходя от f' к рефракции (силе) D линзы и от отрезка a_d к аметропии A по формуле (II. 117), получаем

$$D = \frac{A}{1 + \frac{A}{1000} d}. \quad (\text{II. 119})$$

В случаях когда d мало по сравнению с отрезком a_d , можно заменить эту формулу более простым выражением

$$D = A. \quad (\text{II. 120})$$

На чертеже (II. 26, б) показано действие положительного очкового стекла в случае гиперметропического глаза. И здесь линза расположена перед глазом таким образом, что ее задний фокус F' совпадает с дальней точкой D глаза. Формулы (II. 118)—(II. 120) остаются справедливыми и для коррекции дальновзоркости.

Довольно часто встречается недостаток зрения, называемый *глазным астигматизмом* (не следует путать с астигматизмом наклонных пучков в оптических системах). Чаще всего встречается астигматизм роговицы глаза, заключающийся в том, что в разных меридиональных сечениях радиус кривизны роговицы имеет различные значения. Вследствие этого рефракция глаза, а потому и его аметропия становятся различными в разных меридиональных сечениях. При этом существуют две взаимно перпендикулярные меридиональные плоскости, называемые главными меридиональными сечениями, в которых аметропия имеет экстремальные значения (в одном главном сечении — минимум аметропии, в другом — максимум). Реже встречается астигматизм глаза, обусловленный неправильностью формы преломляющих поверхностей хрусталика.

Для коррекции аметропии астигматического глаза очковая линза должна обладать в двух главных меридиональных сечениях различной рефракцией, необходимой для исправления аметропии глаза в этих сечениях. Достигается такой результат применением цилиндрических, а еще лучше — торических преломляющих поверхностей.

В Европе очки известны уже в конце средних веков: первое изображение человека с очками встречается на картине Томасо да Модена (1352 г.). Но до начала нашего столетия очки не были свободны от существенного недостатка: астигматизма наклонных пучков лучей.

На чертеже (рис. II. 27) представлено взаимное расположение очкового стекла и глазного яблока, вращающегося вокруг центра Z'

вращения глаза. При повороте глазного яблока на некоторый угол $\beta = P_2 Z' S_2$ относительно оптической оси очковой линзы вдоль визирной оси $P_2 Z'$ направляется в зрачок глаза пучок лучей, проходящий через краевую (не центральную) зону очковой линзы. Но в таком наклонном пучке лучей обнаруживается значительный астигматизм, если очковое стекло имеет форму двояковыпуклой линзы, широко применявшейся прежде.

В 1899 г. М. Чернинг показал, что астигматизм наклонных пучков, главные лучи которых пересекаются в центре Z' вращения глаза, может быть полностью устранен путем придания очковой линзе менискообразной формы, рассчитываемой при помощи специальной формулы, полученной им на основании теории aberrаций третьего порядка. Такие очковые стекла получили название *пунктальных* стекол и довольно быстро вытеснили прежние несовершенные формы очковых линз.

Центр вращения Z' глаза находится на расстоянии 14,43 мм от передней вершины роговицы глаза, поэтому расстояние от вершины S_2 задней поверхности очковой линзы до центра Z' глаза принимается обычно равным $t' = 25$ мм (40 дптр). Главные лучи AP_1 в пространстве предметов пересекаются в точке Z , сопряженной с точкой Z' . Отрезок $t = S_1 Z$ зависит от рефракции очковой линзы.

Формула Чернинга представляет собой уравнение второй степени, позволяющее определить рефракцию D_1 первой поверхности стекла, если известны: показатель преломления n стекла линзы, рефракция D всей линзы и обратная величина τ' отрезка t' , выраженная в диоптриях

$$(n+2)D_1^2 - [(n+2)D + 2(n-1)\tau']D_1 + n[D + (n-1)\tau']^2 = 0. \quad (\text{II. 121})$$

Рефракция D_2 второй поверхности линзы и ее радиусы находятся по формулам

$$D_2 = D - D_1; \quad (\text{II. 122})$$

$$r_1 = \frac{n-1}{D_1}; \quad r_2 = -\frac{n-1}{D_2}. \quad (\text{II. 123})$$

Толщина d линзы принята равной нулю. На графике (рис. II. 28) представлена зависимость D_1 от D , выражаемая формулой (II. 121), при $\tau' = 40$ дптр и $n = 1,523$. Из графика видно, что устранение астигматизма возможно при условии

$$-24,5 \leq D \leq \pm 8 \text{ дптр}.$$

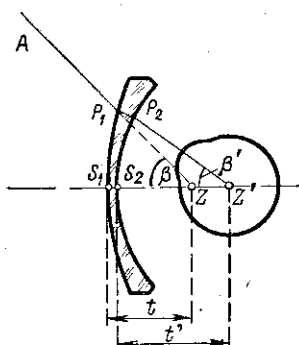


Рис. II. 27

Для коррекции зрения глаза с высокой степенью гиперметропии порядка $+14 \div +16$ дптр, которая возникает после оперативного удаления хрусталика, пунктальные стекла (с устранением астигматизма) могут быть созданы только при условии применения асферических поверхностей.

В последние годы в связи с получением высококачественных прозрачных пластмасс распространяется применение контактных линз для коррекции недостатков зрения. Контактными линзами называются прозрачные колпачки, надеваемые на переднюю поверхность глазного яблока и действующие как рассеивающая (рис. II. 29, а) или собирающая (рис. II. 29, б) линза, исправляющая тот или иной недостаток зрения. В последнее время стали применять так называемые плавающие контактные

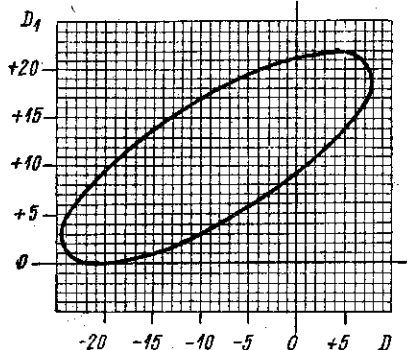


Рис. II. 28

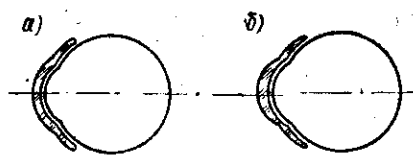


Рис. II. 29

линзы, которые в отличие от линз, показанных на рис. II. 29, не имеют наружной части, опирающейся на склеру глаза, и надеваются только на поверхность роговой оболочки. Такие линзы не вызывают болезненных явлений при продолжительном ношении. Нужно, однако, иметь в виду, что контактные линзы требуют очень тщательной индивидуальной подгонки к форме роговой оболочки глаза.

§ 57. Видимое увеличение оптического прибора. Условие естественного впечатления

Кроме введенных в геометрической оптике трех увеличений: линейного V , углового W и продольного Q — нам необходимо еще ввести четвертое увеличение, называемое *видимым* и обозначаемое заглавной греческой буквой Γ (гамма). Видимое увеличение характеризует способность оптического прибора создавать на сетчатке глаза более крупное (или более мелкое) изображение по сравнению с изображением, возникающим на сетчатке глаза при рассматривании того же предмета невооруженным глазом.

Нетрудно убедиться в том, что другие увеличения непригодны для указанной цели. Определим, например, линейное увеличение V лупы (увеличительного стекла), пользуясь формулами

$$V = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \quad (\text{II. 124})$$

Так как дальняя точка D эмметропического глаза лежит на бесконечности, то для устранения утомляющей глаз аккомодации нужно так расположить лупу относительно предмета, чтобы изображение этого предмета находилось тоже на бесконечности. Тогда оно совпадет с дальней сферой глаза, который при этом освобождается от аккомодационного усилия. Но в таком случае предмет должен находиться в передней фокальной плоскости лупы, а потому $x = 0$; $x' = \infty$. Вследствие этого обе формулы (II. 124) при-

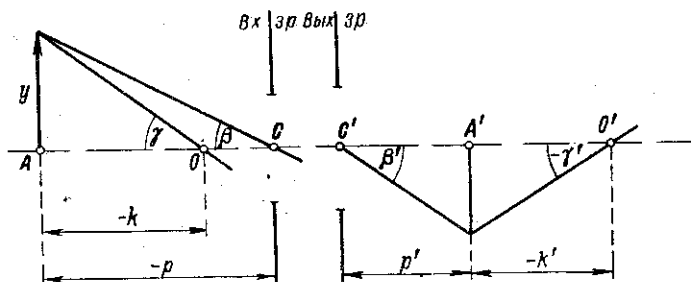


Рис. II. 30

водят к результату $V = \infty$, справедливому для любой лупы, независимо от того, какой увеличивающей способностью она обладает.

Так как величина изображения на сетчатке глаза, очевидно, пропорциональна углу γ , под которым рассматриваемый предмет виден из центра зрачка глаза, можно выразить видимое увеличение Γ формулой

$$\Gamma = \frac{\gamma'}{\gamma}, \quad (\text{II. 125})$$

где γ — угол, под которым предмет виден невооруженному глазу наблюдателя, смотрящего на этот предмет без прибора;

γ' — угол, под которым глазу наблюдателя видно изображение того же предмета при рассматривании его через оптический прибор.

Выведем здесь общую формулу, служащую для вычисления видимого увеличения Γ и справедливую для любого оптического прибора, действующего совместно с глазом человека.

Пусть у осевой точки A (рис. II. 30) находится предмет y . Кроме того, в пространстве предметов расположен еще входной зрачок оптического прибора с центром в точке C . В пространстве изображений находится выходной зрачок с центром в точке C' . Там же находится и изображение предмета y с осевой точкой A' . Это изображение рассматривается глазом наблюдателя, центр зрачка которого помещается в точке O' . На чертеже показаны отрезки $p = CA$ и $p' = CA'$.

Представим себе далее ход главного луча, идущего от внеосевого конца предмета y и проходящего через точки C и C' , а также через внеосевой конец изображения. Этот луч образует с оптической осью углы β и β' . Наблюдатель, центр зрачка глаза которого лежит в точке O' , видит изображение y' под углом γ' . При этом мы вводим отрезок $k' = O'A'$ и условимся считать начало этого отрезка лежащим в точке O' . Так как свет распространяется всегда по направлению к глазу (к точке O'), то отрезок k' — всегда отрицательный.

То же самое следует сказать и относительно отрезка $k = OA$ в пространстве предметов, причем в точке O помещается центр зрачка глаза наблюдателя, который (для сравнения) рассматривает непосредственно предмет y и видит его под углом γ .

Углы γ и γ' находятся из соответствующих треугольников:

$$\gamma = -\frac{y}{k}; \quad \gamma' = -\frac{y'}{k'}. \quad (\text{II. 126})$$

Подставив эти выражения в формулу (II. 125) и учитывая, что $V = y'/y$, получим

$$\Gamma = V \frac{k}{k'}. \quad (\text{II. 127})$$

Этой формулой для видимого увеличения мы в дальнейшем будем пользоваться в некоторых теоретических выкладках. Для практических задач она неудобна, так как приобретает во многих частных случаях неопределенный вид.

Представив формулу (II. 127) в виде

$$\Gamma = \frac{y'}{y} \frac{k}{k'}, \quad (\text{II. 128})$$

найдем величины y и y' из другой пары треугольников

$$y = -\beta p; \quad y' = -\beta' p'. \quad (\text{II. 129})$$

После подстановки этих значений в формулу (II. 128), (II. 129) получается

$$\Gamma = \frac{\beta' p' k}{\beta p k'}. \quad (\text{II. 130})$$

Отношение β'/β есть угловое увеличение W_c в зрачках

$$\frac{\beta'}{\beta} = W_c. \quad (\text{II. 131})$$

От углового увеличения W_c можно перейти к линейному увеличению V_c в зрачках при помощи формулы:

$$V_c W_c = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}, \quad (\text{II. 132})$$

отсюда следует

$$W_c = \frac{n}{n'V_c}. \quad (\text{II. 133})$$

Подставляя эту величину W_c вместо отношения β'/β в формулу (II. 130), получим для видимого увеличения Γ выражение

$$\Gamma = \frac{np'k}{n'pk'V_c}. \quad (\text{II. 134})$$

Эта формула позволяет определить видимое увеличение любого оптического прибора. При этом в зависимости от того, служит ли прибор для рассматривания далеких или близких предметов, должен быть различным образом выполнен выбор отрезков k и k' , оставшихся неопределенными в общей формуле (II. 134).

Рассмотрим применение формулы для Γ в случае приборов ближнего действия, имея в виду простейший из таких приборов — лупу. Положение выходного зрачка лупы определяется положением зрачка глаза наблюдателя. Зрачок глаза служит здесь и апертурной диафрагмой. Поэтому отрезок p' (расстояние от выходного зрачка прибора до изображения) и отрезок k' (расстояние от зрачка глаза до изображения), по сути дела, совпадают, независимо от их величины. В результате формула (II. 134) приобретает для прибора ближнего действия вид

$$\Gamma = \frac{nk}{n'V_{cp}}. \quad (\text{II. 135})$$

Воспользуемся далее формулой для отрезка p

$$p = \frac{n}{n'} f' \frac{V_c - V}{VV_c}.$$

Тогда получим вместо (II. 135)

$$\Gamma = \frac{kV}{f'(V_c - V)}. \quad (\text{II. 136})$$

Линейные увеличения V и V_c определяются по формулам:

$$V = -\frac{x'}{f'}; \quad V_c = -\frac{x'_c}{f'}. \quad (\text{II. 137})$$

Вследствие этого находим вместо выражения (II. 136)

$$\Gamma = \frac{kx'}{f'(x'_c - x')}. \quad (\text{II. 138})$$

На чертеже (рис. II. 31) представлена лупа, действующая совместно с аметропическим глазом. Предмет y находится на расстоянии x от переднего фокуса F лупы. Изображение y' находится на расстоянии x' от заднего фокуса F' лупы. Зрачок глаза, служащий выходным зрачком лупы, находится на расстоянии x'_c от

заднего фокуса F' лупы. Для того чтобы глаз мог работать без напряжения аккомодации, необходимо, чтобы осевая точка A' изображения совпадала с дальней точкой D глаза. Поэтому отрезок $C'A'$ является не только одновременно отрезками p и k , но и отрезком a , связанным с аметропией A глаза формулой

$$a = \frac{1000}{A}. \quad (\text{II. 139})$$

По чертежу находим

$$x' = a + x'_c, \quad (\text{II. 140})$$

а на основании выражения (II. 139)

$$x' = \frac{1000}{A} + x'_c. \quad (\text{II. 141})$$

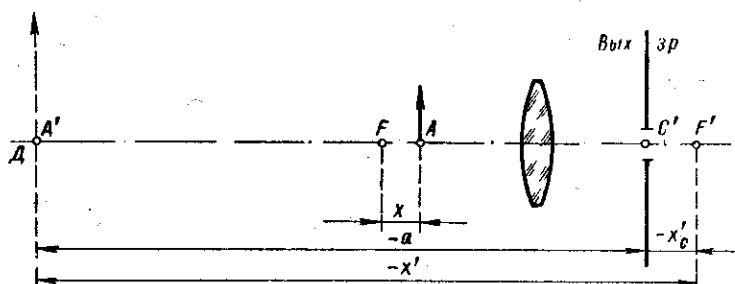


Рис. II. 31

Вследствие этого выражение (II. 138) приводится к виду

$$\Gamma = -\frac{k}{f'} \left(1 + \frac{Ax'_c}{1000} \right). \quad (\text{II. 142})$$

Остается еще условиться относительно выбора отрезка k : с какого расстояния наблюдатель рассматривает предмет невооруженным глазом? Чтобы напряжение аккомодации не было для него утомительным, будет наиболее правильным считать отрезок k равным расстоянию наилучшего видения, принимаемому 250 мм; $k = -250$ мм, так как отрезок k отрицательный.

В случае эметропического глаза в формуле (II. 142) нужно положить: $A = 0$. Поэтому для видимого увеличения Γ_0 лупы при эметропическом глазе получается известная формула

$$\Gamma_0 = \frac{250}{f'}. \quad (\text{II. 143})$$

Видимое увеличение Γ_0 лупы зависит только от одного ее конструктивного параметра — фокусного расстояния. Эта формула справедлива и для микроскопа.

Для аметропического глаза находим из выражения (II. 142)

$$\Gamma = \Gamma_0 \left(1 + \frac{Ax'_c}{1000} \right). \quad (\text{II. 144})$$

Однако, если зрачок глаза совмещен с задней фокальной плоскостью лупы и $x'_c = 0$, увеличение лупы для аметропа будет таким же, как и для эметропа: $\Gamma = \Gamma_0$.

Переходим к рассмотрению видимого увеличения приборов дальнего действия, имея в виду в основном фотоаппарат, применяемый для ландшафтной съемки, и пользуясь снова формулой (II. 134). При этом полагаем: $n = n' = 1$, поскольку фотообъектив окружен воздухом. На каком же расстоянии k от фотографируемого предмета нужно поставить наблюдателя, чтобы сравнить действие фотокамеры с действием невооруженного глаза? Очевидно, он должен находиться возле камеры. Следовательно, отрезок k нужно считать равным расстоянию p от входного зрачка прибора до предмета. Поэтому в формуле (II. 134) можно сократить отрезки k и p . Тогда получим

$$\Gamma = \frac{p'}{V_c k'}. \quad (\text{II. 145})$$

Пользуясь формулой

$$p' = f' (V_c - V), \quad (\text{II. 146})$$

находим для видимого увеличения Γ

$$\Gamma = \frac{f'}{k'} \left(1 - \frac{V}{V_c} \right). \quad (\text{II. 147})$$

Наконец, применив формулы (II. 137), получим выражение

$$\Gamma = \frac{f'}{k'} \left(1 - \frac{x'}{x'_c} \right). \quad (\text{II. 148})$$

Здесь x' — расстояние от заднего фокуса фотообъектива до светочувствительной поверхности фотопленки.

Если фотографируются далекие предметы, можно считать x' равным нулю; тогда получим вместо (II. 148)

$$\Gamma = \frac{f'}{k'}. \quad (\text{II. 149})$$

При выборе отрезка k' возникает необходимость рассмотреть четыре различных случая в зависимости от способа получения и рассматривания изображения.

Во-первых, можно задаться вопросом, каково будет видимое увеличение для фотографа, который рассматривает невооруженным глазом изображение, возникающее на матовом стекле, помещенном

на месте фотопленки. Фотокамеры, в которых именно таким способом производится наводка на резкость, ныне применяются только в фотоателье для портретной съемки. В этом случае расстояние k' от глаза фотографа до матового стекла можно считать равным расстоянию наилучшего видения: $k' = -250$ мм, и формула (II. 149) приобретает вид

$$\Gamma = -\frac{f'}{250}. \quad (\text{II. 150})$$

Так как f' положительно, для видимого увеличения Γ получится отрицательная величина. Это свидетельствует о том, что фотограф видит на матовом стекле изображение, перевернутое сверху вниз и справа налево.

Во-вторых, пусть рассматривается отпечатанный на фотобумаге снимок, полученный при помощи контактной печати. Контактная фотопечать заключается в том, что проявленный негатив накладывается эмульсионным слоем на эмульсионный слой светочувствительной бумаги, а затем бумага освещается сквозь негатив. На бумаге получается после проявления позитивный отпечаток, величина которого в точности равна величине изображения на негативе. Поэтому абсолютная величина увеличения Γ в случае контактной печати не изменится. Однако никто не станет рассматривать перевернутый снимок, его при рассматривании поставят в правильное положение. Поэтому в случае контактной печати следует только отбросить знак минус в формуле (II. 150):

$$\Gamma = \frac{f'}{250}. \quad (\text{II. 151})$$

В-третьих, можно определить видимое увеличение, создающееся в зеркальных малоформатных фотографических камерах при наводке на резкость по изображению на матовом стекле. Это изображение рассматривается фотографом через лупу. Пусть фокусное расстояние объектива фотоаппарата будет $f'_{об}$. Представим себе сначала, что изображение на матовом стекле рассматривается прямо глазом, без лупы. Тогда получится видимое увеличение $\Gamma_{об}$, определяемое по формуле (II. 151)

$$\Gamma_{об} = \frac{f'_{об}}{250}.$$

Мы применили здесь эту формулу, а не формулу (II. 150) потому, что при помощи специальной призмы изображение переворачивается и становится прямым. На чертеже (рис. II. 32) показано схематически устройство такой фотокамеры в вертикальном сечении. Между фотографическим объективом 1 и фотопленкой 2 помещается плоское зеркало 3 (его положение в момент экспозиции показано пунктиром). После отражения от зеркала 3 свет проходит

через коллектив 4, нижняя плоская поверхность которого матирована и удалена от зеркала 3 на такое же расстояние (вдоль осевого луча), как и пленка 2. Далее свет проходит через пентапризму с крышей 6, которая и создает прямое изображение, через двухлинзовую лупу 5 и поступает в глаз фотографа.

Если изображение, возникшее на матовой поверхности коллектива 4, рассматривается не непосредственно глазом, а через лупу, обладающую видимым увеличением Γ_A , то величина изображения на сетчатке глаза возрастет в Γ_A раз. Поэтому общее видимое увеличение Γ можно определить по формуле

$$\Gamma = \Gamma_{об} \Gamma_A. \quad (\text{II. 152})$$

Вследствие формул (II. 151) и (II. 143) получим из (II. 152) выражение

$$\Gamma = \frac{f'_{об}}{f_A}, \quad (\text{II. 153})$$

где f'_A — фокусное расстояние лупы.

Аналогичную формулу мы получим в § 78 для видимого увеличения зрительной трубы.

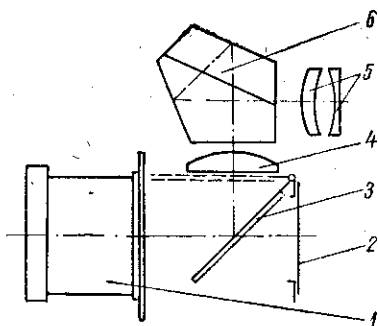


Рис. II. 32

Наконец, в четвертых, рассмотрим случай, когда отпечаток на фотобумаге получается при помощи увеличителя. В этом случае в момент печатания снимка между негативом и светочувствительной бумагой расположен репродукционный объектив. При этом эмульсионный слой фотобумаги находится в плоскости, сопряженной с плоскостью эмульсии негатива. Таким образом, величина изображения на бумаге может быть сделана в V раз больше величины негативного изображения, если V — линейное увеличение увеличителя. Поэтому и видимое увеличение при рассматривании увеличенного снимка возрастет в V раз по сравнению с видимым увеличением при рассматривании негатива. Пользуясь для последнего формулой (II. 149), получим

$$\Gamma = \frac{V f'}{k'}. \quad (\text{II. 154})$$

Введем масштаб увеличения M

$$M = |V| \quad (\text{II. 155})$$

и отрезок l

$$l = |k'|. \quad (\text{II. 156})$$

Тогда получим из выражения (II. 154) известную фотограмм формулу

$$\Gamma = \frac{M f'}{l}. \quad (\text{II. 157})$$

В настоящее время, когда широко применяются малоформатные фотокамеры, обладающие короткофокусной оптикой, увеличение фотоснимков становится совершенно необходимым. При этом отрезок l следует выбирать сообразуясь с условиями рассматривания увеличенного снимка. Так, например, если снимок предназначается для газетной или книжной иллюстрации, то l следует сделать равным расстоянию наилучшего видения. Если же снимок будет экспонирован в фотовитрине, на фотовыставке, в стенной газете и т. п., следует учитывать, что его будут рассматривать со значительно большего расстояния. В таких случаях целесообразно выбрать l порядка 500—2000 мм в зависимости от местных условий.

На первых шагах развития художественной фотографии возник вопрос об естественном впечатлении, получаемом от фотографических снимков. Фотографы убедились, что оно возникает не всегда. Путем опытов было установлено, что естественное впечатление создают фотоснимки, получаемые фотографическими объективами с фокусным расстоянием примерно равным 250 мм. В то время снимки получались только контактной печатью [см. формулу (II. 151)]. При $f' = 250$ мм эта формула дает $\Gamma = 1$. В этом причина естественного впечатления. При видимом увеличении, равном единице, глаз, рассматривающий снимок, видит изображение строго под теми же углами, под которыми он видел бы самые предметы, если бы его зрачок находился на месте входного зрачка фотографического объектива в момент съемки. Благодаря этому создается безукоризненно правильная передача перспективы, позволяющая легко ориентироваться в пространстве, возникает объемное представление от простого плоского снимка. Конечно, здесь невозможно получить настоящий стереоскопический эффект, но правильность передачи перспективы — несомненно основное требование, предъявляемое к художественному фотоснимку.

В процессе развития фотографических камер фокусное расстояние f' объективов непрерывно уменьшалось и продолжает уменьшаться. При $f' = 250$ мм камера тяжела и громоздка, к ней нужны большие фотопластинки и требуется большой расход фотоматериалов, она неудобна в работе и дорога. Поэтому в настоящее время наша промышленность выпускает короткофокусные малоформатные фотокамеры. Это, однако, не значит, что современный фотолюбитель лишен возможности получать снимки, дающие естественное впечатление. При помощи формулы (II. 157) можно прикинуть, каким должен быть масштаб увеличения M при условии естественного впечатления $\Gamma = 1$

$$M = \frac{l}{f'}; \quad (\text{II. 158})$$

Пусть, например, снимок получен фотокамерой «Зоркий» или «Ленинград» с объективом, имеющим фокусное расстояние $f' =$

= 50 мм. Если снимок будет рассматриваться с близкого расстояния (например, в альбоме), нужно положить: $l = 250$ мм, и формула (II. 158) дает: $M = 5$. Если же снимок предназначен для выставки, положим $l = 1000$ мм и получим $M = 20$. Такое увеличение снимка может быть получено при условии применения современной мелкозернистой фотопленки и специальных приемов обработки отпечатков.

Теоретическим основанием условия естественного впечатления служит требование равенства углов β и γ' (рис. II. 30). Под углом β виден предмет y из центра входного зрачка прибора. Под углом γ' мы видим изображение y' того же предмета. Условие естественного впечатления выражается формулой

$$\beta = \gamma'. \quad (\text{II. 159})$$

Пользуясь первой формулой (II. 129) и второй формулой (II. 126), получаем вместо выражения (II. 159),

$$\frac{y}{p} = \frac{y'}{k'}. \quad (\text{II. 160})$$

Имея в виду соотношение $\frac{y'}{y} = V$, найдем из формулы (II. 160)

$$\frac{1}{p} = \frac{V}{k'}. \quad (\text{II. 161})$$

Воспользуемся теперь формулой (II. 127) для видимого увеличения Γ . Вследствие (II. 161) из этой формулы находится выражение

$$\Gamma = \frac{k}{p}. \quad (\text{II. 162})$$

Отсюда следует, что Γ в общем случае не равно единице, как было указано выше. Однако для приборов дальнего действия, для которых мы полагаем $k = p$, величина Γ становится действительно равной единице. Но это требование не может быть применено к приборам ближнего действия, лупе и микроскопу, так как в этом случае отрезки k и p не равны.

В случае лупы (а также и микроскопа) требование естественного впечатления выражается формулой (II. 162). Сравнивая ее с выражением (II. 135), найдем

$$\frac{n}{n'V_c} = 1. \quad (\text{II. 163})$$

Наконец, вследствие выражения (II. 133) получаем

$$W_c = 1. \quad (\text{II. 164})$$

Таким образом, для приборов ближнего действия условие естественного впечатления сводится к требованию, чтобы угловое увеличение в зрчках прибора было равно единице.

Следует заметить, что в специальной литературе иногда встречается запутанная трактовка вопроса об естественном впечатлении. Изложенные здесь соображения помогут избежать ошибок в этом вопросе.

Условие естественного впечатления важно не только для художественной фотографии, оно не менее важно в области кино и телевидения. Для рассмотрения естественного впечатления в кино применим формулу (II. 157), полагая в ней $\Gamma = 1$,

$$l = Mf'. \quad (\text{II. 165})$$

Здесь l — расстояние от экрана в кинозале до глаза зрителя;
 f' — фокусное расстояние объектива киносъёмочной камеры, которой сняты кадры, проектируемые в данный момент на экран;

M — масштаб увеличения, которое дает кинопроекционный аппарат.

Формула (II. 165) позволяет найти расстояние l , на котором зритель получит естественное впечатление. При этом встречается затруднение: неизвестно фокусное расстояние f' киносъёмочной камеры. Однако обычно применяют фокусные расстояния, лежащие в пределах от 30 до 120 мм, в среднем можно применять $f' = 75$ мм. Масштаб M определяется по формуле

$$M = \frac{B}{b}, \quad (\text{II. 166})$$

где B — ширина экрана;

b — ширина кинокадра, равная 22 мм.

Подставляя эти значения в формулу (II. 165), находим выражение

$$l = 3,4B. \quad (\text{II. 167})$$

Это выражение справедливо и для случая передачи кинофильмов по телевидению.

В широкоэкранном кино коэффициент формулы (II. 167) вдвое меньше

$$l = 1,7B. \quad (\text{II. 168})$$

§ 58. Глубина резкости фотографического аппарата

Глубина резкости изображаемого пространства — камень преткновения для многих начинающих фотолюбителей, получающих на снимках нерезкое изображение слишком далеких или слишком близких предметов. Эта нерезкость вызвана тем, что фотографический объектив может дать резкое изображение только той части

пространства предметов, которая заключена между двумя ограничивающими ее плоскостями, называемыми передним и задним планами.

На чертеже (рис. II. 33) представлены входной и выходной зрачки оптического прибора, например фотографического аппарата, с центрами в точках C и C' . В пространстве изображений всегда имеется плоскость E' экрана приемника световой энергии, например поверхность светочувствительной пленки. В пространстве предметов, однако, обычно нет материальной плоскости предметов. Фотографируемые (или просто рассматриваемые) предметы расположены в пространстве произвольно, одни — ближе, дру-

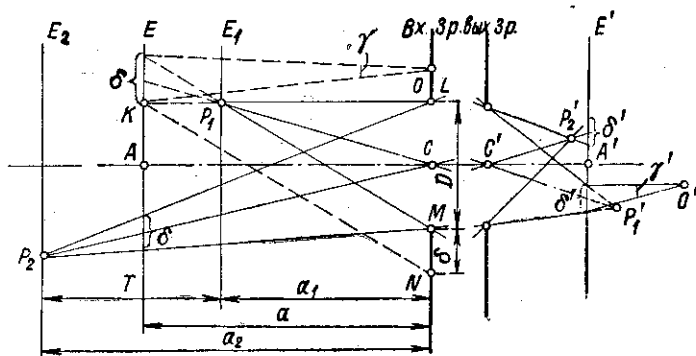


Рис. II. 33

гие — дальше. Но мы можем представить себе в пространстве предметов плоскость E , сопряженную с плоскостью E' пленки. Плоскость E (воображаемую) назовем плоскостью наводки, так как фотоаппарат действительно наведен на плоскость E , и если какая-либо материальная точка предмета лежит в этой плоскости, то на плоскости E' фотопленки возникнет безукоризненно резкое изображение этой точки (влиянием aberrаций и дифракции мы здесь пренебрегаем).

Отрезок $a = AC$ будем здесь считать положительным. Пусть некоторая точка P_1 материального предмета расположена ко входному зрачку ближе плоскости наводки. Тогда пучок лучей, исходящих из точки P_1 и заполняющих отверстие входного зрачка с диаметром D , после выхода из выходного зрачка направится в точку P'_1 , сопряженную с точкой P_1 и не лежащую в плоскости E' . При этом на плоскости E' вместо резкого изображения точки P_1 возникнет кружок рассеяния с диаметром δ' .

Из сказанного можно было бы сделать неправильный вывод, что резкое изображение точки может быть получено только в случае, если эта точка лежит на плоскости наводки. На самом деле это не так, потому что надо еще учитывать остроту зрения глаза,

рассматривающего фотографический снимок. Будет ли изображение точки P_1 представляться глазу наблюдателя с центром зрачка в точке O' резким или нерезким, зависит еще и от величины угла γ' , под которым глаз увидит диаметр δ' кружка рассеяния. Если угол γ' меньше предельного угла разрешающей способности глаза, то изображение точки P представится ему совершенно резким, в противном случае — нерезким.

Представим себе теперь, что плоскость E_1 , в которой лежит точка P_1 , находится на таком расстоянии от плоскости наводки E , что кружок рассеяния δ' виден из точки O^1 под углом γ' , как раз равным предельному углу разрешающей способности, принимаемым в среднем равным $1'$. Тогда плоскость E_1 , очевидно, является передним планом и любая предметная точка, расположенная к объективу ближе плоскости E_1 , изобразится нерезко. Положение переднего плана определяется отрезком a_1 .

Для нахождения отрезка a_1 сначала определим отрезок δ , сопряженный с диаметром δ' кружка рассеяния на пленке. Отрезок δ лежит на плоскости наводки E , а его концы — на обратном продолжении лучей P_1L и P_1M . Отрезок δ является диаметром кружка рассеяния, перенесенного в пространство предметов. Пусть в пространстве предметов находится наблюдатель, центр зрачка глаза которого находится в плоскости входного зрачка, например, в точке O . Тогда он увидит диаметр δ кружка рассеяния под углом γ , находимым по чертежу

$$\gamma = \frac{\delta}{a}. \quad (\text{II. 169})$$

Очевидно, что в приборах дальнего действия, т. е. при $k = p$, углы γ и γ' связаны через видимое увеличение Γ

$$\Gamma = \frac{\gamma'}{\gamma}. \quad (\text{II. 170})$$

При соблюдении условия естественного впечатления $\Gamma = 1$, а потому $\gamma = \gamma' = 1'$. В приборах ближнего действия, если выходной зрачок прибора совмещен со зрачком глаза наблюдателя, углы γ и γ' связаны через угловое увеличение W_c в зрачках

$$W_c = \frac{\gamma'}{\gamma}. \quad (\text{II. 171})$$

Этот случай мы рассмотрим ниже при определении глубины резкости лупы.

Проведем теперь через нижний край K кружка δ вспомогательную линию, параллельную лучу P_1M . Пользуясь подобием треугольников OP_1M и OKN , находим соотношение

$$\frac{a}{a_1} = \frac{D + \delta}{D}, \quad (\text{II. 172})$$

откуда следует

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a} + \frac{\delta}{aD}. \quad (\text{II. 173})$$

Получаем окончательную формулу

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a_0}. \quad (\text{II. 174})$$

Исключив δ при помощи формулы (II. 169), найдем вспомогательную величину a_0

$$a_0 = \frac{D}{\gamma}, \quad (\text{II. 175})$$

где a_0 — расстояние, с которого диаметр D входного зрачка виден под предельным углом разрешающей способности.

Аналогично рассматривается случай, когда предметная точка P_2 лежит на заднем плане E_2 , находящемся на расстоянии a_2 от входного зрачка прибора, причем $a_2 > a$. Изображение P_2 точки P_2 также не лежит в плоскости E' , где возникает кружок рассеяния δ^1 . Сопряженный с ним кружок δ лежит на плоскости наводки E . При этом легко находится формула, аналогичная формуле (II. 174)

$$\frac{1}{a_2} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a_0}. \quad (\text{II. 176})$$

И в этой формуле вспомогательная величина a_0 определяется выражением (II. 175). Расстояние T от заднего плана до переднего

$$T = a_2 - a_1 \quad (\text{II. 177})$$

называется *полной глубиной* изображаемого резко пространства.

Как видно из формул (II. 174)—(II. 177), глубина резкости никак не зависит от фокусного расстояния фотографического объектива. Это утверждение встречает возражение со стороны фотографов, которые из опыта знают, что короткофокусные объективы обладают большей глубиной, чем длиннофокусные. Но это возражение основано на простом недоразумении: фотографы сравнивают объективы при равных относительных отверстиях, благодаря чему при смене объективов меняются не только фокусные расстояния, но и диаметры входного зрачка D . Однако D входит в формулу (II. 175), и его изменение влияет и на глубину резкости. Если при смене объективов позаботиться о сохранении диаметра D постоянным, обнаружится полная независимость глубины резкости от фокусного расстояния.

В руководствах и справочниках по фотографии можно встретить другой подход к определению глубины резкости фотокамер.

Вместо остроты зрения, определяющей предельную величину кружка рассеяния, они вводят зернистость фотоэмульсии. В тридцатых годах нашего века такой подход еще можно было как-то оправдать. В самом деле, в те годы высокочувствительные фото- пленки имели зерно диаметром примерно 12 мкм. При пятикрат- ном увеличении малоформатного снимка, необходимом для дости- жения естественного впечатления, получалась величина нерез- кости 60 мкм. Это приближается к диаметру 75 мкм, который различается невооруженным глазом с расстояния 250 мм. В насто- ящее же время промышленность выпускает специальную пленку высокой светочувствительности с зерном порядка 2—3 мкм. Такая пленка допускает увеличение снимков в 25—37 раз без обнаруже- ния зернистого строения. В руководствах же по фотографии все еще исходят по старинке из зернистости пленки, принимая допу- стимый диаметр δ' кружка рассеяния 10—50 мкм. Такой подход в наши дни ничем не может быть оправдан, но при этом действи- тельно получается, что глубина резкости зависит от фокусного расстояния f' . При съемке далеких предметов имеем для угла γ выражение

$$\gamma = \frac{\delta'}{f'}, \quad (\text{II. 178})$$

а потому получим из выражения (II. 175)

$$a_0 = \frac{D}{\delta'} f'; \quad (\text{II. 179})$$

в связи с этим и глубина резкости делается зависящей от f' .

Более правильно было бы считать, что допустимый диаметр δ' зависит от аберраций объектива. Но в таком случае его можно счита- ть пропорциональным величине f' . При этом величина a_0 по формуле (II. 179) снова становится независимой от f' .

При съемке далеких предметов (видовая съемка) наиболее простой способ наводки на резкость состоит в совмещении пло- скости фотопленки с задней фокальной плоскостью объектива. Плоскость наводки при этом отодвигается на бесконечность: $a = \infty$. По формуле (II. 174) находим положение переднего плана: $a_1 = a_0$. Итак, если плоскость наводки на бесконечности, то перед- ний план находится на расстоянии a_0 . Это расстояние, введенное выше как вспомогательная величина, приобретает поэтому опре- деленный физический смысл. Его принято называть *началом беско- нечности* или *гиперфокальным расстоянием*.

При рассмотренном способе наводки на резкость используется только передняя глубина, считаемая от переднего плана до пло- скости наводки. Вся же задняя глубина, считаемая от плоскости наводки до заднего плана, оказывается совсем неиспользованной. Поэтому возможен более целесообразный способ наводки на рез- кость. Для этого следует принять $a_2 = \infty$, что обеспечивает рез-

кость наиболее далеких фотографируемых предметов. Тогда из формулы (II. 176) находим положение плоскости наводки: $a = a_0$. Следовательно, при этом способе в начале бесконечности должна помещаться плоскость наводки. Передний же план находится по формуле (II. 174): $a_1 = \frac{1}{2} a_0$. Таким образом, при наводке на резкость по второму способу передний план расположен вдвое ближе к камере, чем по первому способу, что дает существенный выигрыш глубины резкости, которым не следует пренебрегать. Второй способ особенно рекомендуется для фотоаппаратов ящичного типа, в которых расстояние от фотообъектива до пленки постоянно и раз навсегда устанавливается при заводской регулировке аппарата.

При съемке сравнительно близких предметов плоскость наводки помещается ближе начала бесконечности, а глубина резкости не простирается до бесконечности. С уменьшением расстояния a глубина резкости T уменьшается очень быстро. Поэтому, например, при съемке групп людей фотограф должен тщательно следить за тем, чтобы все снимаемые люди не выходили за пределы глубины T . Особенно трудным становится соблюдение этого условия при портретной фотографии. В этом случае глубина T может оказаться очень малой.

На основании формул (II. 174) и (II. 176) найдем из выражения (II. 177)

$$T = \frac{aa_0}{a_0 - a} - \frac{aa_0}{a_0 + a}. \quad (\text{II. 180})$$

Отсюда после упрощения

$$T = \frac{2a_0a^2}{a_0^2 - a^2}. \quad (\text{II. 181})$$

Учитывая, что при съемке близких предметов расстояние a много меньше гиперфокального расстояния, можно эту точную формулу заменить приближенной

$$T = \frac{2a^2}{a_0}. \quad (\text{II. 182})$$

Пусть, например, портретный снимок производится при следующих данных: $a = 2 \text{ м}$; $D = 30 \text{ мм}$; $\gamma = 1' = 0,0003$. Сначала определим начало бесконечности a_0 по формуле (II. 175): $a_0 = 100 \text{ м}$. Затем найдем T по формуле (II. 182): $T = 0,08 \text{ м} = 80 \text{ мм}$. Благодаря столь малой глубине резкости нередко на портретах, снятых анфас, можно наблюдать при резком изображении передней части лица заметную нерезкость изображения ушей.

Для того чтобы фотограф, не делая громоздких вычислений, мог в своей работе учитывать глубину резкости, в современных

фотокамерах имеется специальная шкала глубин, жестко связанная с индексом шкалы расстояний a . В малоформатных камерах можно пренебречь небольшим расстоянием от переднего фокуса объектива до входного зрачка и считать: $a = -x$, где x — расстояние от переднего фокуса до предмета (точнее, до плоскости наводки). По формуле Ньютона тогда найдем:

$$x' = -\frac{f'^2}{x} = \frac{f'^2}{a}, \quad (\text{II. 183})$$

где x' — величина перемещения объектива при наводке на расстояние a .

Поэтому формула (II. 183) может быть использована для расчета шкалы расстояний a , связанной с перемещающимся объективом.

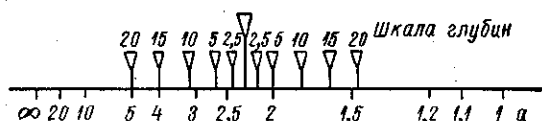


Рис. II. 34

Индекс этой шкалы укреплен на неподвижном корпусе камеры. Шкала получается неравномерной. На рис. II. 34 показан отсчет по индексу 2,3 м.

По той же шкале кроме расстояния a до плоскости наводки можно отсчитывать также расстояния a_1 и a_2 до переднего и заднего планов при помощи дополнительных индексов, нанесенных справа и слева от основного индекса. Для определения положения дополнительных индексов, составляющих шкалу глубин, помножим выражения (II. 174) и (II. 176) на f'^2 и введем обозначения

$$x'_1 = \frac{f'^2}{a_1}; \quad x'_2 = \frac{f'^2}{a_2}. \quad (\text{II. 184})$$

Получим

$$\left. \begin{aligned} x'_1 &= x' + \frac{f'^2}{a_0}; \\ x'_2 &= x' - \frac{f'^2}{a_0}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 185})$$

Отсюда следует, что дополнительные индексы должны быть расположены по обе стороны от основного индекса на равных расстояниях $\pm z$, причем

$$z = \frac{f'^2}{a_0} = \frac{f'^2 \gamma}{D}. \quad (\text{II. 186})$$

Оцифровка дополнительных индексов обычно делается в относительных отверстиях. Если относительное отверстие $D/f' = 1 : R$, то для вычисления z служит формула

$$z = Rf'\gamma. \quad (\text{II. 187})$$

При расчете шкалы глубин, показанной на чертеже (рис. II. 34), принято: $f' = 50$ мм, $\gamma = 2'$. По чертежу можно найти, что при наводке на расстояние $a = 2,3$ м и при относительном отверстии $1 : 5$ передний план — на расстоянии $a_1 = 2,0$ м, а задний — на расстоянии $a_2 = 2,7$ м. При относительном отверстии $1 : 10$ имеем: $a_1 = 1,8$ м; $a_2 = 3,2$ м. Правильно применяя шкалу глубин, фотограф может легко и быстро решать все вопросы, связанные с учетом глубины резкости фотоаппарата.

§ 59. Глубина резкости лупы и микроскопа

Глубина резкости лупы и микроскопа требует специального рассмотрения. При этом воспользуемся формулой (II. 182) для глубины резкости T , подставив в нее значение a_0 по формуле (II. 175) и введя обычное обозначение $p = -a$,

$$T = \frac{2p^2\gamma}{D}. \quad (\text{II. 188})$$

Отношение диаметров D и D' входного и выходного зрачков есть линейное увеличение V_c в зрачках. Поэтому

$$D = \frac{D'}{V_c}. \quad (\text{II. 189})$$

Применим теперь известную формулу для отрезка p

$$p = \frac{n}{n'} f' \frac{V_c - V}{VV_c}. \quad (\text{II. 190})$$

В случае лупы и микроскопа $V = \infty$. Поэтому имеем вместо (II. 190)

$$p = -\frac{n}{n'} \frac{f'}{V_c}. \quad (\text{II. 191})$$

Вследствие (II. 189) и (II. 191) получаем из (II. 188)

$$T = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \frac{2f'^2\gamma}{V_c D'}. \quad (\text{II. 192})$$

На основании выражения (II. 171)

$$\gamma = \frac{\gamma'}{W_c}, \quad (\text{II. 193})$$

а потому из выражения (II. 192) следует

$$T = \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \frac{2f'^2 \gamma'}{V_c W_c D'}. \quad (\text{II. 194})$$

Известно, что

$$V_c W_c = - \frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}, \quad (\text{II. 195})$$

поэтому получим выражение для глубины резкости T

$$T = \frac{n}{n'} \frac{2f'^2 \gamma'}{D'}. \quad (\text{II. 196})$$

Это выражение справедливо как для лупы, так и для микроскопа. Имея теперь в виду только лупу, положим $n = n' = 1$ и исключим f' при помощи формулы (II. 143) для видимого увеличения Γ лупы:

$$T = \frac{2 \cdot 250^2 \gamma'}{\Gamma^2 D'}. \quad (\text{II. 197})$$

Диаметр D' , равный диаметру зрачка глаза, принимаем равным в среднем 3 мм. Предельный угол γ' разрешающей способности глаза равен $1' = 0,0003 \text{ рад}$. Поэтому формула для глубины резкости лупы приобретает окончательный вид

$$T = \frac{12,5}{\Gamma^2}. \quad (\text{II. 198})$$

Пусть, например, $\Gamma = 10\times$. Тогда находим: $T = 0,125 \text{ мм}$.

Для микроскопа мы также воспользуемся формулой (II. 196) и положим в ней $n' = 1$. Величина n может и не быть равной единице, если предмет находится в жидкости, а не в воздухе. Вместо диаметра D' выходного зрачка введем его радиус $q = 1/2D'$. Тогда получим

$$T = \frac{n f'^2 \gamma'}{q}. \quad (\text{II. 199})$$

Из теории микроскопа (§ 69) известна следующая формула для видимого увеличения микроскопа:

$$\Gamma = - \frac{250A}{q'}, \quad (\text{II. 200})$$

где A — численная апертура, определяемая выражением

$$A = n \sin \alpha. \quad (\text{II. 201})$$

Кроме того, для микроскопа справедлива и известная формула

$$\Gamma = \frac{250}{f'}. \quad (\text{II. 202})$$

При помощи выражений (II. 200) и (II. 202) исключим величины q' и f' из формулы (II. 199). В результате получим

$$T = \frac{250n}{A\Gamma} \gamma'. \quad (\text{II. 203})$$

Пусть, например, $n = 1$; $A = 0,3$; $\Gamma = 200\times$, $\gamma' = 4'$. Предельный угол разрешающей способности глаза здесь принят таким большим потому, что диаметр выходного зрачка микроскопа значительно меньше диаметра зрачка глаза. Первый бывает порядка 0,5 мм, в то время как второй не может стать меньше 2 мм. Из-за этого в четыре раза уменьшается острота зрения глаза, вооруженного микроскопом.

Глубину резкости T находим по формуле (II. 203): $T = 5,0$ мкм.

Для другого примера принимаем: $A = 1,5$; $\Gamma = 1500\times$; $n = 1,5$; $\gamma' = 4' = 0,0012$ рад. Находим глубину резкости: $T = 0,2$ мкм. Понятно, что такая малая глубина резкости требует очень тонкого механизма наводки микроскопа на резкость.

Следует заметить, что формула (II. 203) дает несколько заниженные значения глубины резкости, так как при больших увеличениях микроскопа усиливается влияние дифракции на глубину резкости. Дифракционная глубина резкости T_d определяется формулой

$$T_d = \frac{n^2 \lambda}{2A^2}, \quad (\text{II. 204})$$

где λ — длина волны света.

При $\lambda = 0,5$ мкм получим для первого приведенного выше примера: $T_d = 2,8$ мкм, а для второго — $T_d = 0,25$ мкм. Во втором случае дифракционная глубина резкости больше геометрической. В первом приближении можно считать, что наблюдаемая полная глубина равна сумме глубин T и T_d .

В заключение нужно сказать, что в изложении вопроса о глубине резкости не учитывалось влияние аккомодации глаза. В фотоаппарате, где глаз аккомодирован однозначно на плоскость фотоснимка, глубина резкости ни в какой степени не зависит от аккомодации.

Иначе дело обстоит в случае лупы и микроскопа. Меняя свою аккомодацию от ближней точки до дальней, глаз наблюдателя может передвигать зону резкого изображения, и таким образом резко видеть по частям (не одновременно) значительно увеличенную по глубине область пространства. Глубина T_a аккомодации лупы определяется по легко выводимой формуле

$$T_a = \frac{f^2}{1000} A k k. \quad (\text{II. 205})$$

Здесь Akk — объем аккомодации, который для эметропического глаза составляет 8 *дптр* (расстояние от роговицы до ближней точки $a_B = 125$ мм). Поэтому глубину аккомодации можно подсчитывать по формуле

$$T_a = 0,008f'^2, \quad (\text{II. 206})$$

где f' — фокусное расстояние линзы.

§ 60. Разрешающая способность оптических приборов, зависящая от остроты зрения

Острота зрения человеческого глаза может быть существенно повышена при помощи оптического прибора, помещенного между наблюдаемым предметом и глазом.

Предположим, что предмет y , расположенный у точки A (рис. II. 30), настолько мал, что он находится как раз на пределе разрешающей способности глаза, действующего совместно с оптическим прибором. В таком случае угол γ' , под которым наблюдатель видит изображение y' , должен быть равен предельному углу разрешающей способности глаза, в среднем составляющему 1'. Считая поэтому угол γ' известным, найдем по чертежу величину y'

$$y' = k'\gamma'. \quad (\text{II. 207})$$

Далее нетрудно найти и величину y , так как y и y' связаны через линейное увеличение V ,

$$y = \frac{y'}{V}. \quad (\text{II. 208})$$

Отсюда вследствие (II. 207) получается выражение

$$y = -\frac{k'\gamma'}{V}. \quad (\text{II. 209})$$

Из формулы (II. 127) следует

$$\frac{k'}{V} = \frac{k}{\Gamma}. \quad (\text{II. 210})$$

Поэтому получаем из (II. 209)

$$y = -\frac{k}{\Gamma} \gamma'. \quad (\text{II. 211})$$

Если предмет находится далеко, то удобнее выражать разрешающую способность посредством угла β , который в этом случае служит предельным углом разрешающей способности системы, состоящей из прибора и глаза наблюдателя. По чертежу (рис. II. 30) находим угол β

$$\beta = -\frac{y}{D}. \quad (\text{II. 212})$$

Отсюда вследствие выражения (II. 211) находим

$$\beta = \frac{k}{\Gamma \rho} \gamma'. \quad (\text{II. 213})$$

Выше (§ 57) было выяснено, что в случае оптических приборов дальнего действия следует полагать: $k = \rho$. Из выражения (II. 213) следует поэтому простое и удобное выражение

$$\beta = \frac{\gamma'}{\Gamma}. \quad (\text{II. 214})$$

Определим, например, предельный угол β для призмного бинокля с увеличением $\Gamma = 8\times$. При $\gamma' = 60''$ найдем: $\beta = 7,5''$.

Остротой зрения S для глаза, вооруженного прибором, принято называть обратную величину предельного угла разрешающей способности в минутах. Полагая $\gamma' = 1'$, получим вследствие выражения (II. 214)

$$S = \frac{1}{\beta} = \Gamma. \quad (\text{II. 215})$$

Отсюда следует, что острота зрения глаза, вооруженного оптическим прибором дальнего действия, выражается числом, равным видимому увеличению прибора.

В приборах ближнего действия разрешающая способность может быть охарактеризована линейной величиной предмета y , лежащего на пределе разрешения, по формуле (II. 211). При этом нужно положить: $k = -250$ мм, благодаря чему формула приобретает вид

$$y = \frac{250}{\Gamma} \gamma'. \quad (\text{II. 216})$$

Иногда удобнее пользоваться другим выражением, получаемым из этой формулы, если применить выражение (II. 202), справедливое как для лупы, так и для микроскопа,

$$y = \gamma' f'. \quad (\text{II. 217})$$

Наконец, полагая в формуле (II. 216) $\gamma' = 0,0003$ рад и выражая y в мкм, получим еще одну очень удобную формулу

$$y = \frac{75}{\Gamma}. \quad (\text{II. 218})$$

Здесь величина y получается сразу в мкм. Так, например, для лупы десятикратного увеличения находим: $y = 7,5$ мкм.

В некоторых случаях разрешающую способность прибора ближнего действия бывает удобно охарактеризовать числом N линий, приходящихся на длину 1 мм, когда эти линии находятся

на пределе их различения. Полагая, что ширина одной такой линии равна y , получим, если ширина выражена в $\mu\text{м}$

$$N = \frac{1000}{y}. \quad (\text{II. 219})$$

Отсюда, учитывая выражение (II. 218), находим для N

$$N = \frac{40}{3} \Gamma = 13,3\Gamma. \quad (\text{II. 220})$$

Так, для лупы десятикратного увеличения N составит 133 линии на 1 мм .

Кроме остроты зрения глаза наблюдателя, на разрешающую способность оптического прибора влияет еще ряд факторов, которые могут быть разбиты на две группы: внешние и внутренние. К группе внешних факторов относятся условия наблюдения: яркость наблюдаемых предметов, их яркостный и цветовой контраст, состояние атмосферы (дымка, воздушная рефракция). На эти факторы конструктор прибора обычно воздействовать не может.

К группе внутренних факторов относятся некоторые свойства оптического прибора, которые в большинстве своем находятся во власти (или по крайней мере под контролем) конструктора.

1. Неоднородность стекла и других прозрачных материалов, из которых изготовлены оптические детали. Нарушение однородности может быть причиной ухудшения разрешающей способности прибора. Оно иногда обнаруживается в призмах с большой длиной хода лучей (например, в призмах Довэ, в пентапризмах и в призмах Пехана).

2. Местные дефекты преломляющих и отражающих поверхностей. Местные дефекты отражающих поверхностей влияют на разрешающую способность в четыре раза сильнее, чем местные дефекты преломляющих поверхностей.

3. Нарушение центрировки — дефект, оказывающий самое сильное влияние на разрешающую способность. Поэтому самая тщательная центровка является необходимой предпосылкой успешной работы оптического завода.

4. Остаточные аберрации оптической системы. При внимательном и правильном расчете оптической системы они всегда могут быть удержаны в таких пределах, в которых их влияние на разрешающую способность незначительно.

5. Другие погрешности изготовления и сборки прибора. Их влияние на разрешающую способность вместе с влиянием факторов, указанных в пп. 1—4, может быть взаимно скомпенсировано в процессе регулировки.

Однако кроме этих факторов в оптических приборах действует всегда еще один внутренний фактор, бороться с которым мы еще

не в состоянии. Это — дифракция, вызванная ограничением пучков, проходящих через оптическую систему прибора.

Дифракция приводит к тому, что даже в случае строго гомоцентрического пучка лучей, покидающего выходной зрачок прибора, на плоскости изображений возникает пятно рассеяния конечных размеров (теоретически — даже бесконечно большое), внутри которого наблюдается своеобразное распределение световой энергии. Величина этого пятна рассеяния неизбежно ограничивает разрешающую способность оптических приборов.

Г. ДИФРАКЦИЯ В ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРАХ (КРОМЕ МИКРОСКОПА)

§ 61. Дифракция безабберационного объектива

Распределение освещенности в дифракционном пятне рассеяния в случае свободной от аберраций оптической системы поддается математическому расчету на основании принципа Гюйгенса. Пусть из выходного зрачка оптического прибора исходит строго гомоцентрический пучок лучей, сходящихся в точке A_0 (рис. II. 35) и заполняющих небольшой апертурный угол α' . В пределах этого

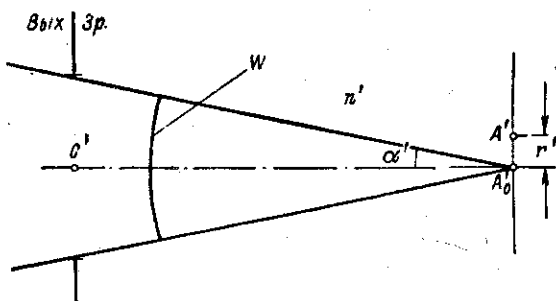


Рис. II. 35

пучка лучей мы выберем произвольную волновую поверхность W , достаточно далекую от точки A_0 . Она представляет собой сферическую поверхность с центром в точке A_0 .

По принципу Гюйгенса мы представляем себе волновую поверхность W как бы покрытой источниками когерентного излучения. Распределение освещенности в окрестности точки A_0 на плоскости изображения представляется как результат интерференции света, излучаемого этими источниками. Соответствующий расчет, который приводится в курсах физической оптики, но который мы здесь опускаем ввиду его громоздкости, приводит к следующим окончательным выражениям.

Освещенность E в точке A' , удаленной от центра A_0 пятна рассеяния на расстояние r' , выражается формулой

$$E = E_0 \left[\frac{2J_1(x)}{x} \right]^2, \quad (\text{II. 221})$$

где E_0 — освещенность в точке A_0 (центр фигуры рассеяния). Вспомогательная величина x связана с расстоянием r' формулой

$$x = \frac{2\pi}{\lambda} n' \alpha' r', \quad (\text{II. 222})$$

где λ — длина волны света в пустоте;
 n' — показатель преломления в пространстве изображений;
 α' — задний апертурный угол (считаемый малым).

Величина x выражает отрезок r' в так называемых оптических единицах (безразмерных). Удобство применения оптических единиц заключается в том, что величина x , выраженная в этих единицах, сохраняет во всех промежуточных средах системы и в пространствах предметов и изображений постоянное численное значение вследствие инвариантности произведения $n' \alpha' r'$ (по инварианту Лагранжа—Гельмгольца).

Функция $J_1(x)$ есть бесселева функция первого рода и первого порядка, выражаемая, как известно, формулой

$$J_1(x) = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{x}{2} \right)^{2n+1}}{n! (n+1)!}. \quad (\text{II. 223})$$

Расчет по этой формуле затруднителен, но можно пользоваться таблицами функций Бесселя для нахождения величины $J_1(x)$ (например, «Пятизначные математические таблицы» Б. И. Сегала и К. А. Семендяева, АН СССР, 1950). Вследствие формулы (II. 223) выражение (II. 221) может быть представлено в виде

$$\frac{E}{E_0} = G^2(x) = \left[\frac{2J_1(x)}{x} \right]^2 = \left[\sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{x}{2} \right)^{2n}}{n! (n+1)!} \right]^2. \quad (\text{II. 224})$$

В табл. II. 4 приведен ряд значений величины $100 E/E_0$ для разных значений аргумента x , а на рис. II. 36 эта зависимость представлена графически. Так как по формуле (II. 222) абсциссы точек этой кривой пропорциональны расстоянию r' , в то время как ординаты пропорциональны освещенности E , этот график выражает в некотором условном масштабе распределение освещенности в дифракционном пятне рассеяния. Представив себе результат вращения этого графика вокруг его вертикальной оси, мы видим, что пятно рассеяния состоит из центрального кружка,

в котором освещенность быстро убывает от центра к периферии, и из ряда колец, разделенных темными промежутками, в которых освещенность падает до нуля. Расчеты распределения освещенности в дифракционном пятне рассеяния впервые были выполнены Дж. Эри (1801—1892 гг.) в 1834 г. Центральный кружок дифракционной фигуры рассеяния называется кружком Эри. Его радиус, равный радиусу первого минимума, составляет 3,8317 оптических единиц.

В настоящее время стали широко применяться зеркальные и

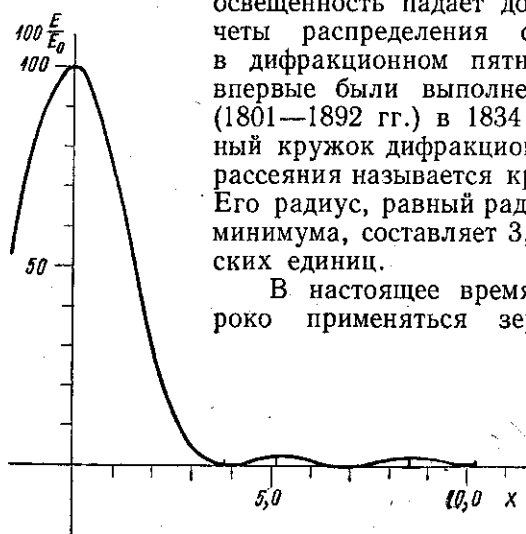


Рис. II. 36

зеркальнолинзовые оптические системы, у которых центральная часть зрачка экранирована (см., например, зеркальный объектив Кассегрена в § 83), и поэтому выходной зрачок имеет кольцеоб-

Таблица II. 4

Распределение освещенности в дифракционном пятне рассеяния

x	$100 \frac{E}{E_0}$	x	$100 \frac{E}{E_0}$	Примечания
0,0	100,00	3,3	1,79	—
0,5	93,91	3,5	0,62	—
1,0	77,46	3,8317	0,00	Минимум
1,5	55,34	5,1356	1,75	Максимум
2,0	33,26	7,0156	0,00	Минимум
2,5	15,81	8,4172	0,42	Максимум
3,0	5,11	10,1735	0,00	Минимум
3,2	2,67	11,6200	0,16	Максимум

разную форму. Расчет распределения освещенности в пятне рассеяния в этом случае выражается формулой

$$E = \frac{E_0}{(1 - \eta^2)^2} \left[\frac{2J_1(x)}{x} - \eta^2 \frac{2J_1(x_1)}{x_1} \right]^2. \quad (\text{II. 225})$$

Здесь E_0 — освещенность в центре фигуры рассеяния.

Если E_D — освещенность в центре фигуры рассеяния при отсутствии центрального экранирования, то

$$E_0 = (1 - \eta^2)^2 E_D. \quad (\text{II. 226})$$

Входящая в эти формулы величина η есть коэффициент линейного экранирования и выражается формулой

$$\eta = \frac{D'_1}{D'}, \quad (\text{II. 227})$$

где D' — полный диаметр отверстия выходного зрачка;

D'_1 — диаметр его центральной экранированной части.

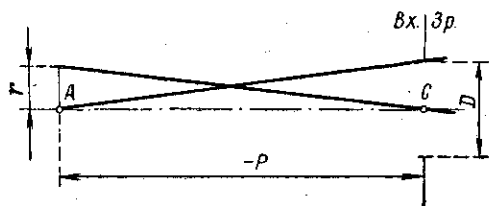


Рис. II. 37

Вспомогательная величина x_1 формулы (II. 225) определяется выражением

$$x_1 = \eta x. \quad (\text{II. 228})$$

При помощи таблиц бесселевых функций легко рассчитывается по формуле (II. 225) распределение освещенности при различ-

ных значениях η . При этом обнаруживается, что при значениях η до 0,25 максимум освещенности в кружке Эри становится более острым, благодаря чему эффективный диаметр кружка уменьшается. Это благоприятно для четкости изображения, несмотря на то, что высота максимумов в кольцах несколько увеличивается. При $\eta = 0,30$ степень резкости изображения еще незначительно отличается от случая неэкранированного зрачка. Только при $\eta = 0,40$ наблюдается заметное, но во многих случаях еще допустимое ухудшение четкости изображения. Оптические системы с центральным экранированием применяются в настоящее время в качестве астрономических, фотографических и микроскопических объективов.

Возвращаясь к случаю неэкранированного зрачка, преобразуем формулу (II. 222), выполняя переход из пространства изображений в пространство предметов

$$x = \frac{2\pi}{\lambda} \text{par.} \quad (\text{II. 229})$$

На чертеже (рис. II. 37) показан ход лучей в пространстве предметов. Из чертежа следует:

$$\alpha = \frac{D}{2p} \quad (\text{II. 230})$$

и, кроме того,

$$r = -\beta p. \quad (\text{II. 231})$$

Поэтому находим вместо (II. 229)

$$x = \frac{\pi}{\lambda} nD\beta. \quad (\text{II. 232})$$

(знак минус здесь отброшен). Решая это выражение относительно β , получим

$$\beta = \frac{\lambda x}{\pi nD}. \quad (\text{II. 233})$$

Это выражение служит основой для определения дифракционной разрешающей способности оптических приборов.

§ 62. Критерии разрешающей способности

Пусть на плоскости изображения некоторой оптической системы возникли изображения двух равно ярких точечных источников света. Пусть эти изображения расположены так близко один к другому, что их кружки Эри частично наложены друг на друга, как это показано на чертеже (рис. II. 38), где приведены также (сплошные линии) графики распределения освещенностей для каждого источника в отдельности. Учитывая, что источники света не когерентны (например, две звезды), мы можем получить результирующее распределение освещенности путем простого суммирования ординат двух графиков. Получаемый таким образом график (штриховая линия) напоминает гору с двумя вершинами, разделенными седловиной. Очевидно, что если впадина b недостаточно глубока по сравнению с высотой a вершин, то заметить ее невозможно, и два пятна рассеяния сольются в одно. В таком случае прибор не сможет разрешить эти два источника света.

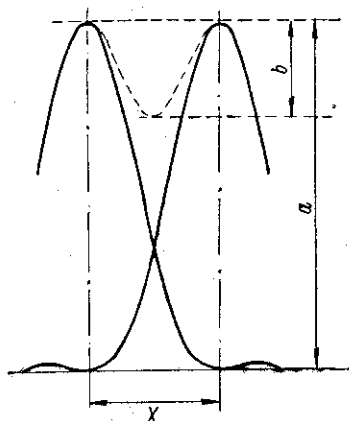


Рис. II. 38

Рассмотрение вопроса о необходимой глубине b седловины для разрешения двух светящихся точек привело к установлению правил, называемых критериями разрешающей способности. При этом применяется формула (II. 233), в которой под x подразумевается расстояние между центрами двух кружков Эри, выраженное в оптических единицах. В зависимости от различного выбора величины x при разных критериях, формула (II. 233) приводится к виду

$$\beta = \frac{k}{D}, \quad (\text{II. 234})$$

где коэффициент k имеет различные значения.

1. Первый критерий разрешающей способности был установлен английским физиком Релеем (Дж. Стратт, позднее лорд Релей, 1842—1919 гг.) в 1879 г. Не располагая в то время опытными данными, Релей установил критерий, носящий его имя, умозрительным путем. Он предложил считать два изображения светящихся точек лежащими на пределе разрешения в случае, если расстояние между центрами фигур рассеяния $x = 3,8317$, что соответствует такому расположению фигур, когда центральный максимум одной из них совпадает с первым минимумом второй. Это расположение показано на чертеже (рис. II. 38). Суммирование ординат кривых распределения освещенностей обнаруживает наличие у суммарной кривой глубокой седловины b , составляющей 22,5% от высоты a максимумов. Расчет по формуле (II. 233) при $n = 1$, $\lambda = 55 \cdot 10^{-5}$ мм и $x = 3,8317$ приводит к следующему результату: $\beta = 67,12 \cdot 10^{-5}/D$. Переходя от радиан к секундам путем умножения на множитель 206 265, получим выражение типа (II. 234)

$$\beta = \frac{138}{D}. \quad (\text{II. 235})$$

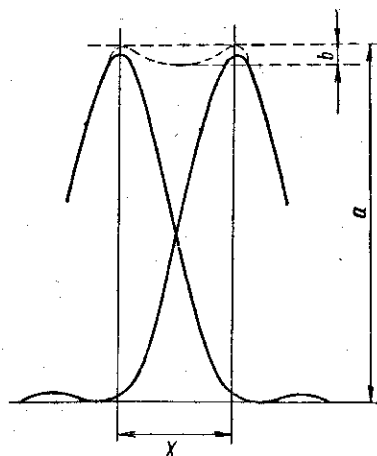


Рис. II. 39

Здесь D — в мм; β — в сек.

Формула показывает, что увеличение диаметра D входного зрачка прибора уменьшает угол β , а следовательно, повышает разрешающую способность прибора.

2. Накопленный астрономами к началу нашего столетия обширный материал по наблюдению двойных звезд при помощи разных телескопов позволил уточнить результат, полученный Релеем, и установить так называемый практический (астрономический) критерий разрешающей способности оптических приборов, основанный на положении, что глаз наблюдателя способен разрешить две светящиеся точки, если падение b освещенности в промежутке между двумя максимумами будет не менее 5% от максимума a (a не 22,5%, как получается при критерии Релея). Это позволяет различать светящиеся точки при меньшем расстоянии x между центрами кружков Эри, именно при $x = 3,3$. Такое расположение показано на чертеже (рис. II. 39). Расчет по формуле для β дает в этом случае (при той же длине волны света λ) $\beta = 57,77 \times 10^{-5}/D$ рад или, если β — в сек,

$$\beta = \frac{120}{D}. \quad (\text{II. 236})$$

Применяя эту формулу к глазу человека и полагая $D = 2$ мм, найдем: $\beta = 60''$, что действительно соответствует средней остроте зрения глаза.

3. Недостатком формулы (II. 236) является тот факт, что она связывает разрешающую способность оптических приборов со способностью глаза различать небольшие понижения освещенности: ведь глаз может быть заменен электронно-оптическим приемником, у которого эта способность окажется иной. Предусматривая такую возможность, проф. В. Е. Мурашкинский (Палата мер и весов, ныне ВНИИМ) уже около 1928 г. установил абсолютный критерий разрешающей способности оптических приборов.

Он нашел, что при некотором расстоянии x между центрами фигур рассеяния, достаточно малом, но не равном нулю, падение освещенности между обоими максимумами полностью исчезает. Поэтому абсолютный критерий характеризуется выражением $b = 0$. Путем подбора находим при этом условии величину x : $x = 3,0$. Получающееся при этом распределение освещенности показано на чертеже (рис. II. 40), из которого видно, что суммарный график в средней части очень близок к горизонтальной прямой. Из этого можно заключить, что, какой бы чувствительностью к падению освещенности между двумя максимумами ни обладал данный приемник световой энергии, он при $x = 3,0$ не сможет обнаружить наличия двух источников. Этим оправдывается введение абсолютного критерия. По формуле (II. 233) при $x = 3,0$ находится: $\beta = 52,52 \cdot 10^{-5} / D^* \text{ рад}$ или в сек:

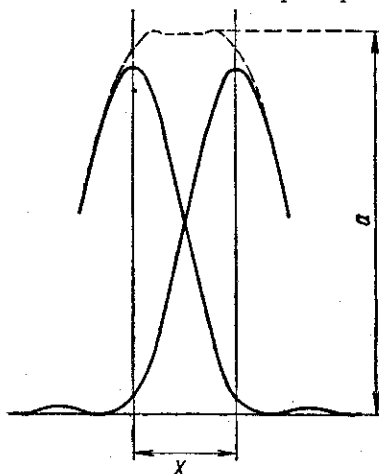


Рис. II. 40

при $x = 3,0$ не сможет обнаружить наличия двух источников. Этим оправдывается введение абсолютного критерия. По формуле (II. 233) при $x = 3,0$ находится:

$$\beta = \frac{108}{D}. \quad (\text{II. 237})$$

4. Формула (II. 236) практического критерия разрешающей способности получена на основании астрономических наблюдений. Но нужно не забывать, что астрономические телескопы, это — уникальные приборы, на изготовление, сборку и регулировку которых затрачиваются огромные средства, а их изготовление продолжается иногда много лет. Эти условия не соответствуют практике изготовления многих приборов, выпускаемых заводами в порядке серийного или даже массового изготовления. В таких приборах всегда остаются некоторые погрешности изготовления, сборки и регулировки, приводящие к заметному снижению их

разрешающей способности. Поэтому в 1934 г. по предложению Бюро стандартов США для оптических приборов серийного и массового изготовления введена формула для предельного угла β_d

$$\beta_d = \frac{140}{D}, \quad (\text{II. 238})$$

которая в сущности представляет собой возвращение к критерию Релея.

Определим по этой формуле предельный угол β_d дифракционной разрешающей способности призмленного бинокля восьми-кратного увеличения, для которого выше (§ 61) была определена разрешающая способность, зависящая от остроты зрения глаза наблюдателя. Полагая $D = 40$ мм, найдем $\beta_d = 3,5''$. Предельный угол глазной разрешающей способности был определен выше: $7,5''$. Это значит, что глаз наблюдателя не использует всю разрешающую способность прибора. Такой запас разрешающей способности следует признать целесообразным, учитывая, с одной стороны, что встречаются наблюдатели, обладающие повышенной остротой зрения, а с другой стороны, что при серийном изготовлении встречаются отдельные (и даже многочисленные) экземпляры прибора с пониженной разрешающей способностью. При наличии запаса разрешающей способности ни в том, ни в другом случае наблюдатель не обнаружит нерезкости изображения.

§ 63. Влияние аберраций на разрешающую способность

В случае если выходящий из выходного зрачка пучок лучей, посылаемых осевой точкой предмета, негомоцентричен или, иными словами, оптическая система не свободна от сферической аберрации, распределение освещенности в дифракционном пятне рассеяния изменяется, а потому становится иной и разрешающая способность системы. При наличии сравнительно небольшой сферической аберрации положение максимумов и минимумов в дифракционной картине меняется незначительно, но часть световой энергии переходит из кружка Эри в кольца, вследствие чего центральный максимум понижается, а максимумы в кольцах становятся, наоборот, более высокими. В то же время падение освещенности в минимумах не достигает нуля. При большой сферической аберрации освещенность по площади значительно возрастающего пятна рассеяния выравнивается, кольца сливаются с кружком Эри и падение освещенности от центра к краю становится плавным, а иногда даже наблюдается падение освещенности в центре.

При сферической аберрации волновая поверхность W (рис. II. 35) приобретает несферическую форму, что сильно затрудняет расчет распределения освещенности E в окрестности точки A_0 . Поэтому понятно стремление исследователей упростить

задачу. Наиболее удобным оказалось применение критерия К. Штреля, предложенного в 1895 г. По утверждению Штреля, при малых aberrациях качество изображения достаточно характеризуется освещенностью E в центре кружка Эри. Если E_0 — освещенность в центре кружка Эри при отсутствии сферической aberrации, то отношение $m = E/E_0$, названное Штрелем *определяющей яркостью*, выражаемое в процентах, служит критерием резкости изображения: при m не менее 75 % изображение почти не отличается от изображения безабберационной системы, при уменьшении m до 60 % наблюдается ухудшение резкости изображения, считаемое обычно допустимым. При дальнейшем уменьшении величины m критерий Штреля становится недостаточным для суждения о степени резкости изображения, так как при постоянном значении освещенности в центре пятна, распределение энергии в кольцах может в этом случае оказаться различным.

Нахождение величины m требует предварительного определения волновых aberrаций l данной оптической системы, что производится по формулам, приведенным в § 98 настоящего курса. Коэффициент Штреля может быть рассчитан тогда по формуле

$$\frac{E}{E_0} = \frac{4}{p^4} \left[\left(\int_0^p y \cos \frac{2\pi l}{\lambda} dy \right)^2 + \left(\int_0^p y \sin \frac{2\pi l}{\lambda} dy \right)^2 \right], \quad (\text{II. 239})$$

где p — половина диаметра выходного зрачка системы: $p = \frac{1}{2}D'$.

Интегрирование входящих в эту формулу выражений может быть выполнено обычными методами вычисления определенных интегралов.

При наклонном ходе пучков лучей от внеосевой точки предмета вследствие влияния различных aberrаций форма волновых поверхностей может оказаться очень сложной и значительно отступить от симметрии относительно главного луча пучка. При исследовании распределения освещенности в пятне рассеяния необходимо различать макроструктуру и микроструктуру пятна рассеяния.

Макроструктура пятна рассеяния обусловлена наличием в нем фокальных линий и точек, в которых происходит сосредоточение световой энергии. Фокальные линии (а в частном случае — точки) возникают в результате пересечения каустики пучка экраном, воспринимающим изображение.

Микроструктура представляет собой полосатое строение отдельных участков пятна, обусловленное интерференцией, возникающей при наложении друг на друга частей светового потока, имеющих некоторую разность хода и когерентных благодаря общему происхождению (от одной точки источника света). Микроструктура накладывается на макроструктуру пятна рассеяния,

исчезая в наиболее ярких местах пятна (у фокальных линий и точек) и выявляясь более отчетливо в слабо освещенных участках пятна рассеяния.

§ 64. Разрешающая способность зрительных труб

Выше было показано, что предельный угол разрешающей способности приборов дальнего действия, обусловленный ограниченной остротой зрения глаза, выражается формулой (в сек)

$$\beta = \frac{60}{\Gamma}. \quad (\text{II. 240})$$

В то же время предельный угол дифракционной разрешающей способности (если не иметь в виду астрономических телескопов) определяется по стандартной формуле (в сек)

$$\beta_d = \frac{140}{D}. \quad (\text{II. 241})$$

Наибольшим предельно допустимым видимым увеличением будет то увеличение Γ , при котором $\beta = \beta_d$. Из формул (II. 240) и (II. 241) получаем: $\Gamma = \frac{3}{7} D = 0,429D$. Например, при $D = 40$ мм найдем: $\Gamma = 17,1\times$. Это в два с небольшим раза превосходит видимое увеличение восьмикратного призмного бинокля при том же диаметре входного зрачка. В литературных источниках определенное таким образом видимое увеличение иногда называют нормальным увеличением зрительной трубы. Это название крайне неудачно. Обычно увеличение зрительных труб бывает много меньше нормального, так как желательно иметь некоторый запас дифракционной разрешающей способности по сравнению с глазной, о чем сказано выше (стр. 218). Только в случаях крайней необходимости при невозможности увеличить диаметр D до желаемой величины по эксплуатационным условиям приходится доходить до нормального увеличения, как это делается, например, в стереоскопических дальномерах.

Было бы более правильным назвать нормальным то видимое увеличение Γ , при котором угол β примерно в 2 раза превосходит угол β_d , например: $\beta = \frac{15}{7} \beta_d = 2,14 \beta_d$. Для увеличения Γ получим в этом случае: $\Gamma = \frac{1}{5} D = 0,2D$. В этом случае восьмикратный бинокль имел бы нормальное увеличение.

Из теории зрительных труб (§ 78—80) известно, что диаметр D' выходного зрачка связан в зрительной трубе с диаметром D входного зрачка формулой

$$D' = \frac{D}{\Gamma}. \quad (\text{II. 242})$$

Поэтому получим в случае старого нормального увеличения $D' = \frac{7}{8} \text{ мм} = 2,3 \text{ мм}$, а в случае нового нормального увеличения $D' = 5,0 \text{ мм}$.

Следует, впрочем, заметить, что в зрительных трубах геодезических (а также и астрономических) инструментов иногда диаметр выходного зрачка уменьшается до 1,0 мм. С другой стороны, во многих приборах военного назначения D' делается больше 5 мм. Это повышает светосилу зрительной трубы при наблюдении в сумерках (так называемая ночезрительная труба, предложенная еще М. В. Ломоносовым). Кроме того, большой диаметр выходного зрачка обеспечивает удобство пользования оптическим прибором в условиях вибрации и тряски платформы, на которой установлен прибор.

Исследование разрешающей способности зрительных труб производится опытным путем при помощи миры. *Мирой* называется прозрачная стеклянная пластинка, разбитая на квадратики. В каждом квадратики содержится ряд параллельных штрихов, попеременно прозрачных и непрозрачных, равной ширины. Ширина штрихов меняется от квадратики к квадратику. Хорошо освещенная мира помещается в передней фокальной плоскости длиннофокусного объектива коллиматора, вслед за которым расположена испытуемая зрительная труба. Между окуляром трубы и глазом наблюдателя ставят еще дополнительную зрительную трубку обычно четырехкратного увеличения. Предельный угол разрешающей способности зрительной трубы определяется по формуле

$$\beta = 206.000 \frac{l}{f'}, \quad (\text{II. 243})$$

где l — ширина линий в последнем квадратики, в котором линии еще различимы;

f' — фокусное расстояние объектива коллиматора.

Определение разрешающей способности зрительных труб хорошо производится путем рассматривания (и измерения) пятна рассеяния при настолько большом увеличении, чтобы хорошо была видна микроструктура этого пятна, получаемого при наблюдении искусственной (или естественной) звезды.

Применение в зрительных трубах электронно-оптических преобразователей (эопов) позволяет вести наблюдение в инфракрасной области спектра. Эта возможность очень ценна, так как она позволяет видеть в тумане и ночью. Эопы во много раз расширяют спектральную область работы оптических приборов, повышая этим общее количество лучистой энергии, управляемой прибором и используемой им при образовании изображения. Это привело к значительному (почти десятикратному) повышению эффективности астрономических наблюдений при помощи эопов.

Нужно, однако, иметь в виду, что переход к большим длинам волн λ в инфракрасной области связан с потерей разрешающей способности. В соответствии с формулой (II. 233) при увеличении длины волны λ при прочих равных условиях во столько же раз

возрастает и предельный угол разрешающей способности. В общей формуле (II. 234) для β коэффициент k нужно при переходе в инфракрасную область помножить на отношение длин волн $\lambda_{ик}/\lambda_v$ в инфракрасной и видимой областях спектра. Полагая $\lambda_v = 0,55$ мкм, а $\lambda_{ик}$ от 0,9 до 3,0 мкм, нужно считать это отношение лежащим в пределах

$$1,64 \leq \frac{\lambda_{ик}}{\lambda_v} \leq 5,45.$$

При часто применяемом в настоящее время среднем значении $\lambda_{ик} = 1,2$ мкм получаем: $\lambda_{ик}/\lambda_v = 2,18$. Поэтому найдем в инфракрасной части спектра следующие формулы для предельного угла β дифракционной разрешающей способности. По практическому критерию (для астрономических приборов)

$$\beta = \frac{262}{D}; \quad (\text{II. 244})$$

по абсолютному критерию

$$\beta = \frac{236}{D}; \quad (\text{II. 245})$$

по стандартной формуле (или по критерию Релея)

$$\beta = \frac{300}{D}. \quad (\text{II. 246})$$

Нужно еще иметь в виду, что разрешающая способность современных инфракрасных приборов лимитируется ограниченной разрешающей способностью экранов эзопов, составляющей примерно 25—30 линий на мм. Подробнее об этом сказано в § 86, где рассмотрено конструирование зрительных труб с эзопами. В последнее время появляются эзопы с более мелкозернистыми экранами.

§ 65. Разрешающая способность фотографических объективов

Фотографические объективы представляют собой группу оптических приборов, обладающих интересным свойством: их волновые aberrации в 4—5 раз превосходят установленную Релеем границу в одну четверть длины волн света для «хороших» оптических приборов, а в то же время они обладают нередко высоким качеством изображения. Это происходит потому, что все же очень тонкая разрешающая способность самого объектива огрубляется низкой разрешающей способностью фотографической пленки. Крупнозернистость современных сортов высокочувствительной фотопленки маскирует влияние aberrаций.

Предположим, что несмотря на более сильное влияние aberrаций предельный угол β разрешающей способности выражается формулой типа (II. 234)

$$\beta = \frac{k}{D}. \quad (\text{II. 247})$$

Это не противоречит опытным данным, но коэффициент k должен определяться с учетом влияния аберраций. Такие исследования неоднократно производились с применением волновых аберраций и с использованием характеристики Штреля. Они приводят, однако, к неоправданно сложным расчетам. Поэтому для практических целей удобнее пользоваться опытными данными.

Полагая, что в формуле (II. 247) угол β выражен в радианах, найдем, что величина δ' изображения, находящегося на пределе разрешения (при бесконечно далеком предмете), выразится так:

$$\delta' = k \frac{f'}{D}, \quad (\text{II. 248})$$

где f' — заднее фокусное расстояние объектива.

Тогда разрешающую способность N , выраженную числом разрешаемых линий на длине в 1 мм на плоскости изображения, можно представить формулой

$$N = \frac{1}{\delta'} = \frac{1}{k} \frac{D}{f'}. \quad (\text{II. 249})$$

По этой формуле разрешающая способность N фотографического объектива пропорциональна его относительному отверстию. Это справедливо для объективов с малым и средним относительным отверстием (примерно до 1 : 3,5), но фотографы, имеющие дело со светосильными объективами, знают, что уменьшение относительного отверстия иногда повышает разрешающую способность за счет уменьшения аберраций.

Коэффициент $1/k$ формулы (II. 249) может быть определен экспериментальным путем, но при этом получаются очень разные результаты в зависимости от способа измерения разрешающей способности. Последнюю можно измерять рассматривая изображение миры в плоскости изображения, пользуясь достаточно сильным микроскопом. Изображение миры при этом просто висит в воздухе. Но можно рассматривать также через микроскоп фотографическое негативное изображение миры на проявленной пленке. В первом случае мы обнаружим ту мелкую структуру или «высокую частоту» решетки (миры), которую способен разрешить сам объектив, независимо от способа регистрации (или фиксации) изображения. Во втором случае на эту картину накладывается влияние зернистого строения светочувствительного слоя фотопленки. Зернистость фотопленки огрубляет наблюдаемую картину или, если воспользоваться терминологией радиоэлектроники, приводит к срезанию высоких частот миры. Но влияние аберраций сказывается наиболее сильно именно на высоких частотах, лежащих вблизи предела разрешающей способности и становится малозаметным на остающихся низких частотах.

Если бы разрешающая способность фотографического объектива подчинялась стандартной формуле (II. 238), то

коэффициент $1/k$ формулы (II. 249) определен бы следующим образом: $1/k = 206\,265 : 140 = 1475$. Формула (II. 249) приобретает вид

$$N_0 = 1475 \frac{D}{f'} . \quad (\text{II. 250})$$

Опыт показывает, что разрешающая способность, измеренная первым способом, у лучших фотографических объективов значительно меньше N_0 . Так, например, для известного анастигмата «Индустар» при относительном отверстии 1 : 4,5 разрешающая способность составляет $N = 275$ линий на мм, вместо $N_0 = 328$ линий на мм. Для объектива «Плазмат» 1 : 4 испытание дает $N = 230$ линий на мм, вместо $N_0 = 369$ линий на мм.

Принимая разрешающую способность «Индустара» за образец, можно вычислить коэффициент формулы (II. 249), которая тогда приобретает вид

$$N_{\text{Инд}} = 1240 \frac{D}{f'} . \quad (\text{II. 251})$$

Для современных анастигматов с относительным отверстием до 1 : 2 (например, объектив «Юпитер») более близкий результат дает формула

$$N_{\text{Юп}} = 560 \frac{D}{f'} . \quad (\text{II. 252})$$

Совсем другая картина обнаруживается, если разрешающая способность определяется путем рассматривания через микроскоп проявленного негативного изображения мира на фотопленке. В качестве примера приводим здесь результаты для трехлинзового объектива «Эльмар» при разных относительных отверстиях, полученные на фотографической пленке «Изопан F» фирмы «Агфа» (ГДР), обладающей разрешающей способностью около 90 линий на 1 мм:

Относительное отверстие	Количество линий на 1 мм
1 : 3,5	49,2
1 : 4,5	55,0
1 : 6,3	66,7
1 : 9	68,9
1 : 12,5	70,6
1 : 18	60,6
1 : 25	47,7

Из этого сопоставления видно, что с уменьшением относительного отверстия разрешающая способность сначала повышается, достигает максимума вблизи относительного отверстия 1 : 12,5, а затем только начинает понижаться, как того требует теоретическая формула (II. 249).

§ 66. Разрешающая способность оптических приборов с электронными приемниками лучистой энергии

Применение фотографических объективов в качестве оптических датчиков в телевизионных, а в особенности в кибернетических, устройствах заставляет нас взглянуть на разрешающую способность оптических систем с новой точки зрения: получения по данному оптическому и электронному каналу необходимого количества информации. Определение этого количества информации требует знания величины разрешающей способности фотографического объектива в зависимости от двух факторов: от частоты N (в линиях на мм), передаваемой структуры изображения и от контраста K , определяемого по формуле

$$K = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}}, \quad (\text{II. 253})$$

где $E_{\max}$ и $E_{\min}$ — наибольшая освещенность светлых линий и наименьшая освещенность темных линий передаваемой структуры.

Рассмотрение этого вопроса приводит к установлению понятия о *частотно-контрастных характеристиках* оптических систем. Однако исследование этой проблемы еще нельзя считать законченным.

Мы рассмотрим здесь лишь некоторые вопросы, наиболее нужные конструктору.

Если изображение, получаемое от какого-либо предмета, принимается приемным экраном телевизионной трубки, то необходимо иметь в виду, что по стандарту, принятому в СССР и в ряде зарубежных стран, это изображение разлагается на 625 строк по высоте. Можно показать, что разложение изображения в строки приводит к ограничению поля зрения телевизионных камер.

Пусть угол поля зрения прибора, измеренный в вертикальной плоскости, будет $2\beta_v$, фокусное расстояние объектива камеры — f' и высота экрана приемной трубки — h . Имеем очевидную зависимость, связывающую эти три величины,

$$h = 2f' \operatorname{tg} \beta_v. \quad (\text{II. 254})$$

Если γ — малый угол, под которым в пространстве предметов представляется ширина одной строки, находим

$$\gamma = \frac{h}{625f'}. \quad (\text{II. 255})$$

При помощи выражения (II. 254) отсюда исключаем h и f' и, решив уравнение относительно $\operatorname{tg} \beta_v$, находим

$$\operatorname{tg} \beta_v = 312,5\gamma. \quad (\text{II. 256})$$

Угол 2γ можно считать предельным углом разрешающей способности телевизионной камеры (в вертикальной плоскости), так

как разрешаются два элемента, между которыми есть по крайней мере одна пустая строка.

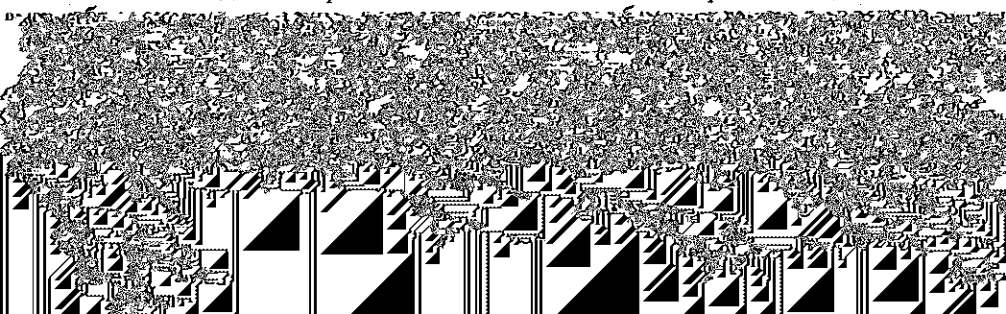
Рассматривание изображения на экране телевизора с целью получения художественного эффекта следует осуществлять при условии естественного впечатления, при котором предельный угол γ' разрешающей способности со стороны глаза принимается равным углу 2γ (см. § 57). Если при этом поставить условие, чтобы разбивка экрана на строки была едва ощутима для зрителя, следует положить: $\gamma' = 2\gamma = 2' = 0,00058$. Из выражения (II. 256) получим: $\operatorname{tg} \beta_V = 0,0906$, а потому $2\beta_V = 10^\circ 22'$. Столь малый угол поля зрения чрезвычайно затрудняет работу режиссеров и операторов при съемке телевизионных постановок. Поэтому принято считать, что, во-первых, обычно при рассматривании изображения на экране телевизора условие естественного впечатления нарушается и, во-вторых, допускается некоторая видимость строк на экране. Это позволяет довести угол γ примерно до $3'$, положив $\gamma = 0,001 \text{ рад}$. По формуле (II. 256) находим: $\operatorname{tg} \beta_V = 0,3125$, откуда следует: $2 \operatorname{tg} \beta_V = 34^\circ 42'$. Принимая, что отношение горизонтального размера (ширины) l экрана к его высоте h определяется обычно принятой величиной

$$\frac{l}{h} = \frac{18}{13} = 1,385, \quad (\text{II. 257})$$

найдем для горизонтального угла поля зрения $2\beta_H$: $\operatorname{tg} \beta_H = 1,385$ и для вертикального угла $2\beta_V$: $\operatorname{tg} \beta_V = 0,4327$, а потому $2\beta_H = 46^\circ 46'$. Для угла $2\beta_D$ по диагонали экрана при этом находим: $2\beta_D = 56^\circ 8'$. Это примерно соответствует обычному полю зрения современных светосильных анастигматов, но делает недопустимым применение широкоугольных объективов в телевидении.

Ограниченная разрешающая способность современных эопов имеет совершенно иное физическое происхождение, нежели зернистость фотопленки, так как дисперсность флуоресцирующих слоев, наносимых на экраны эопов, может быть очень высокой. Разрешающая способность эопов ограничивается в основном абберациями электронных пучков, так как в целях придания эопам компактности апертура электронных пучков делается сравнительно высокой.

Однако по своему влиянию на структуру изображения эопы не отличаются от зернистых фотопленок: структура также огрубляется вследствие срезания высоких частот. Вопрос о том, каким



ГЛАВА III

ТЕОРИЯ МИКРОСКОПА

А. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ МИКРОСКОПА

§ 67. Исторический очерк развития микроскопа

Лупа, или увеличительное стекло, называемое иногда простым микроскопом, — это самый простой оптический прибор. Естественно полагать, что лупа была построена человеком раньше других оптических приборов. Ее изобретатель остался, однако, неизвестным. Только по отдельным указаниям, рассеянными в произведениях античных ученых и писателей, можно более или менее обоснованно предположить, что им было известно применение собирательных линз и вогнутых зеркал для зажигания горючих предметов солнечными лучами (Плиний Старший, 23—79 гг. н. э., погиб во время извержения Везувия), что они наблюдали увеличивающее действие стеклянных и хрустальных сосудов сферической формы и наполненных водой (Сенека, Луций Анней, 6 г. до н. э. — 65 г. н. э.).

Первое бесспорное описание действия увеличительного стекла дал выдающийся арабский ученый Ибн-аль-Хайсам (965—1039 гг., в Европе был известен под именем Альгазена). Его интересный труд по оптике был опубликован в переводе на латинский язык в Европе в 1572 г. Более чем 200 лет спустя увеличительное стекло было снова описано (и, по-видимому, применялось для чтения) английским ученым-монахом Роджером Бэконом (1214—1294 гг.) в 1267 г.

Из итальянских источников известно сообщение о том, что лупы для чтения изобрел и изготовлял флорентийский монах Александр Спина около 1280 г. До нашего времени сохранились лупы, изготовленные не раньше 1650 г. Но рисунки в научных трудах более раннего времени могли быть получены только при помощи луп. Так, например, некоторые рисунки в вышедшем в Лондоне в 1634 г. «Театре насекомых» Т. Маффета сделаны при

увеличении не менее тридцати крат. Около 1660 г. итальянец делла Торре изготовлял шарообразные лупы (застывшие капли стекла), диаметр которых доходил до 0,17 мм, дававшие 1500-кратное увеличение.

Наиболее знаменитой личностью в истории микроскопии является Антони ван Левенгук (1632—1723 гг.), живший в голландском городе Дельфте, строивший и применявший для исследований простые микроскопы с увеличением до трехсот крат. Левенгук впервые наблюдал и описал мир микроскопических организмов, в том числе и одноклеточных (бактерий). Для наблюдения движения кровяных телец в капиллярных сосудах хвоста молодого угря он даже построил специальный микроскоп. В 1698 г.

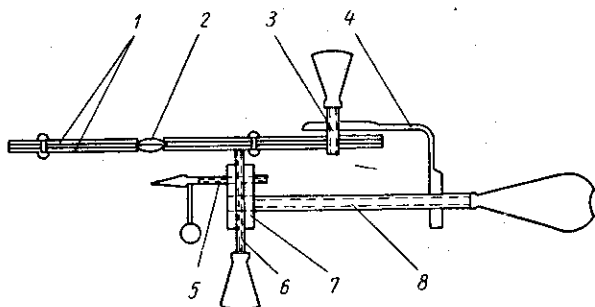


Рис. III. 1

Левенгука посетил русский царь Петр I, находившийся в то время в Голландии. Несомненно, что сам Петр и его соратники закупили и привезли из своих зарубежных поездок ряд простых и сложных микроскопов для организованной в Петербурге Кунсткамеры. После создания Академии наук микроскопы перешли в ее ведение. Здесь они были под рукой у молодых русских ученых, возглавляемых М. В. Ломоносовым. Они могли поэтому не только по достоинству оценить значение этого оптического инструмента для развития биологии, медицины и других естественных наук, но и сами принять активное участие в его усовершенствовании.

Микроскоп Левенгука очень прост по конструкции (рис. III. 1). Между двумя металлическими пластинками 1 зажата короткофокусная лупа 2. В пластинках 1 имеются круглые отверстия, ограничивающие апертуру лупы. К пластинкам 1 при помощи винта 3 и пружинящего угольника 4 прикреплено устройство держателя рассматриваемого предмета. Это устройство состоит из тройной гайки 7, в которую ввернуты три винта. Из них винт 8 является несущим, винт 6, опирающийся на пластинку 1, служит для фокусировки (за счет изгиба пружинящего угольника 4), а винт 5, снабженный острием для насаживания предмета, применяется главным образом для вращения предмета.

Немецкий ученый медик Иоганн Либеркюн около 1734 г. осуществил оригинальную конструкцию микроскопа, работающего в отраженном свете, по идее, предложенной, по-видимому, еще известным французским философом Рене Декартом (1596—1650 гг.). Микроскоп Либеркюна (рис. III. 2) содержит длиннофокусную линзу 1, у переднего фокуса которой должен находиться источник света (на чертеже не показан). Рассматриваемый предмет 2 наклеен на тонкую металлическую пластинку 3, положение которой регулируется головкой 4. Предмет 2 находится в фокусе вогнутого параболического зеркала 5, в центре которого сделано круглое отверстие. Непосредственно за этим отверстием помещена короткофокусная линза 6, служащая лупой, через которую рассматривается предмет 2. Отверстие в зеркале 5 ограничивает действующую апертуру лупы.

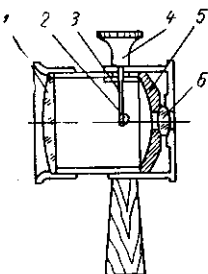


Рис. III. 2

Открытие в середине восемнадцатого столетия возможности устранения хроматизма линзовых оптических систем прекратило дальнейшее развитие простого микроскопа, и ведущая роль во второй половине XVIII столетия перешла к сложному микроскопу.

Мы располагаем очень скудными и даже не вполне достоверными сведениями о первом сложном микроскопе. По-видимому, он был создан голландским мастером Гансом Янсеном из города Миддельбурга вместе с его сыном Захарием в период между 1590 и 1610 гг. Микроскоп Янсена состоял из двух собирающих линз (рис. III. 3): из короткофокусного объектива и более длиннофокусного окуляра. Видимое увеличение микроскопа едва ли превосходило $10\times$.

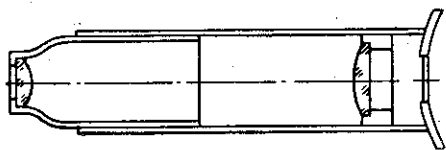


Рис. III. 3

В 1610 г. известный итальянский ученый Галилео Галилей (1565—1642 гг.) построил сложный микроскоп иного типа, состоящий из собирающего объектива и рассеивающего окуляра.

Галилей развил эту конструкцию микроскопа, основываясь на аналогичной конструкции изобретенной им зрительной трубы. Он писал: «Если приближаться на расстояния совсем малые, в четыре шага, в два, в один, в полшага, то изображение мутнеет и темнеет, и для отчетливого и ясного наблюдения телескоп надо удлинять. Этому удлинению соответствует большее увеличение. При этом увеличение зависит только от удлинения трубы, а не от приближения предмета». Термин «микроскоп», насколько нам известно, впервые был применен в 1625 г. членом римской Академии Г. Фабером именно к построенному Галилеем прибору.

Обладая, однако, большим и неустранимым (при техническом уровне того времени) хроматизмом, сложный микроскоп не был в состоянии конкурировать с простой лупой. Сложные микроскопы с неахроматическими объективами все же продолжали строить, доводя увеличение до $300\times$ и даже $400\times$, что при их малой апертуре, не достигающей 0,1, во много раз превосходит их полезное увеличение. Качество изображения при этом было по нашим понятиям совершенно неудовлетворительным.

Первые расчеты ахроматических объективов для микроскопа были выполнены Эйлером и опубликованы им в ряде трудов в 1750—1770 гг. Они не были, однако, осуществлены практически. Если отбросить совершенно неудачную попытку англичанина Б. Мартина в 1759 г. построить (без расчета!) ахроматический микроскоп, то честь создания первого микроскопа-ахромата с хорошим качеством изображения и высокой разрешающей способностью несомненно принадлежит русским ученым, ученикам Эйлера — Николаю Фуссу и академику Ф. Т. Эпинусу (1724—1802 гг.). Следует заметить, что благодаря трудам М. В. Ломоносова и И. Э. Цейгера в России было налажено производство стекла типа флинт, не уступавшего по качеству английскому. Наконец, нужно указать заслугу замечательного русского мастера и механика И. П. Кулибина (1735—1818 гг.), изготовившего не только механическое устройство, но и самые линзы для первых русских микроскопов.

Первый микроскоп-ахромат по расчетам Эйлера и Фусса был закончен в изготовлении в мастерских Академии наук в 1775 г. Но, вероятно, он был признан самими изготовителями неудачным, так как о нем нет никаких печатных сообщений и его дальнейшая судьба нам неизвестна.

В 1784 г. опубликована работа Эпинуса о новом телескопическом микроскопе с ахроматическим объективом. Разные обстоятельства не позволили, однако, Эпинусу быстро осуществить изготовление опытного экземпляра. Начатые в мастерской Академии наук работы были прекращены из-за ликвидации этой мастерской в 90-х годах XVIII столетия. Кроме того, об изобретении Эпинуса был дан отрицательный отзыв английским оптиком Адамсом, пользовавшимся большим авторитетом. Сейчас точно установлено, что отзыв Адамса несправедлив: Адамс опасался конкуренции своему только что выпущенному неахроматическому микроскопу.

Все же микроскоп Эпинуса был построен в 1805—1808 гг. мастером Тидеманом на средства, отпущенные университетом в Дерпте (ныне Тарту), после смерти Эпинуса. Микроскоп этот сохранился до наших дней в Коллекции по истории микроскопа АН СССР (рис. III, 4). Наиболее короткофокусный ($f' = 13,0$ мм) из шести объективов микроскопа имеет численную апертуру $A = 0,18$, которой соответствует полезное увеличение $\Gamma = 180\times$.

Практически увеличение можно было довести до $520\times$, а при раздвинутом тубусе — даже до $720\times$.

Такое бесполезное увеличение делает изображение несколько нерезким. Теоретическая разрешающая способность микроскопа определяется в 640 линий на мм, практически он свободно разрешает 400 линий на мм.

В 1807 г. голландский оптик ван Дейль опубликовал описание сконструированного им ахроматического микроскопа, который западноевропейские историки обычно признают первым удовлетворительным микроскопом-ахроматом. Однако он во всех отношениях уступает микроскопу Эпинуса. Объективы ван Дейля, изготовленные около 1813 г., имеют апертуру не более 0,13 и разре-

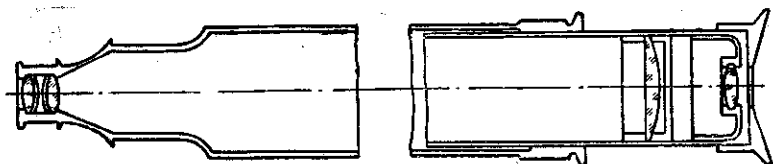


Рис. III. 4

шают 200 линий на мм. Еще менее совершенными были ахроматические микроскопы, которые в 1811 г. начал выпускать известный оптик Иозеф Фраунгофер (1787—1826 гг.).

Развитию микроскопии много содействовал итальянский оптик, ботаник и астроном Джамбаттиста Амичи (1786—1863 гг.). В 1827 г. он построил объектив-ахромат с численной апертурой 0,60 с очень хорошей коррекцией aberrаций. В 1844 г. Амичи начал опыты применения водяной и масляной иммерсии, приведшие в 1850 г. к созданию объектива с водяной иммерсией при апертуре 1,30. Однако современные масляные иммерсионные объективы с численной апертурой 1,50 стали возможными только после выдающихся работ Эрнста Аббе (1840—1905 гг.), установившего закон синусов, позволяющий устранять кому в пределах малого поля зрения, что очень важно именно при больших апертурах. Кроме того, на основании развитой им дифракционной теории микроскопа он внес ясность в вопрос о разрешающей способности микроскопа. Под его руководством в 1872 г. была рассчитана и изготовлена фирмой «К. Цейсс» в Иене серия первоклассных микрообъективов-ахроматов с различной апертурой до 1,50. В 1886 г. фирма «К. Цейсс», руководимая Аббе, выпустила серию из восьми апохроматов (с компенсационными окулярами), а в 1888 г. она создала апохромат с монобромнафталиновой иммерсией при апертуре 1,60.

Французский конструктор А. Шевалье в 1845 г. применил впервые дуговую электрическую лампу для освещения в микро-

скопе. Современный кардиод-кондensor для освещения на темном поле был создан Г. Зидентопфом в 1910 г.

В 1938 г. Г. Бегебольд закончил работы по расчету серии объективов-планахроматов, отличающихся плоским полем, что очень важно для микрофотографии.

Последним крупным событием в истории развития оптического микроскопа следует признать введение устройств для фазового контраста Ф. Цернике в 1941 г.

О новых идеях в микроскопии мы скажем в конце этой главы.

Зачатки производства микроскопов в России, возникшие в XVIII в., постепенно заглохли в начале XIX столетия. Впрочем, есть свидетельства, что около 1820 г. оптическая мастерская при Казанском университете изготовляла микроскопы высокого качества. Но оптическая промышленность в России не развилась. Царское правительство предпочитало импортировать оптические приборы из-за рубежа.

После Великой Октябрьской революции началось создание советской оптической промышленности, прошедшей за два десятилетия (1920—1940 гг.) путь, на который Западной Европе пришлось затратить два столетия. В настоящее время советская оптическая промышленность изготавливает все современные типы микроскопов и принадлежностей к ним.

§ 68. Общие основания конструкции микроскопа

В гл. III «Общая теория оптических приборов» достаточно подробно рассмотрены свойства лупы: ее видимое увеличение, условия передачи перспективы, глубина резкости, разрешающая способность. Поэтому здесь нет необходимости рассматривать эти вопросы и можно перейти к описанию устройства и действия микроскопа (прежде его называли сложным микроскопом в отличие от лупы — простого микроскопа).

Микроскоп является типичным прибором ближнего действия. Он предназначен для рассматривания, изучения и измерения микроструктуры всевозможных предметов, неразличимой невооруженным глазом. Фотография и киносъёмка широко применяются в современной микроскопии, но играют все же подсобную роль, так что микроскоп нужно считать визуальным прибором.

Оптическое устройство современного микроскопа отчетливо разделяется на две части. Первая часть — осветительная система, расположена по ходу лучей между источником света и исследуемым предметом. Вторая — визуальная часть, помещается между предметом и глазом наблюдателя. Ее назначение — создать на сетчатой оболочке глаза резкое и увеличенное изображение рассматриваемого предмета.

Поскольку визуальная часть микроскопа передает изображение, она должна обладать достаточно малыми аберрациями.

К осветительной системе микроскопа такие требования не предъявляются. Несмотря на это, роль осветительной системы в современном микроскопе очень важна. В этом легко можно убедиться, представив себе, что в микроскопе, например тысячекратного увеличения площадь изображения в миллион раз больше площади предмета. Поэтому световой поток, прошедший через предмет (или отраженный от предмета), на изображении должен распределиться на площадь, в миллион раз увеличенную. Отсюда следует, что если только осветительная система не обеспечит весьма интенсивного освещения предмета, то, как бы совершенна ни была оптика визуальной части микроскопа, изображение будет темным и потому плохо видимым.

На чертеже (рис. III. 5) схематически показано устройство современного биологического микроскопа. В основании 17 его штатива размещается часть осветительного устройства, состоящего из электролампы 23 в регулируемом патроне 24, линзы 22, называемой коллектором, и расположенной возле коллектора ирисовой диафрагмы 21, служащей полевой диафрагмой осветительной системы. Далее в том же основании 17 расположены призма 16 и защитное стекло 15.

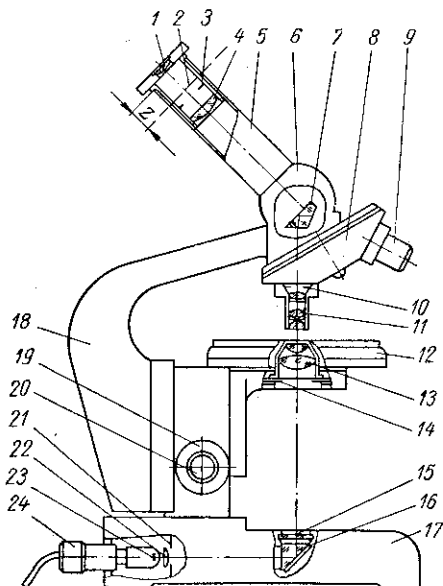


Рис. III. 5

Вторая часть осветительной системы — конденсор 13 — вмонтирована в отверстие, находящемся в центре круглого вращающегося предметного столика 12 (на чертеже показан очень распространенный двухлинзовый конденсор). В передней фокальной плоскости конденсора имеется вторая ирисовая диафрагма 14, которая служит апертурной диафрагмой осветительной системы.

На предметном столике 12 помещается плоскопараллельная стеклянная пластинка, называемая предметным стеклом; на предметном стекле находится рассматриваемый предмет, покрытый тонким покровным стеклом для защиты от пыли и высыхания. На чертеже (рис. III. 6) показаны в сильно увеличенном виде: последняя плосковыпуклая линза 1 конденсора, предметное стекло 3, покровное стекло 4 и фронтальная линза 6 объектива микроскопа. На чертеже показан также ход светового луча,

проходящего через осевую точку A предмета и образующего большой апертурный угол α с осью. С целью повышения разрешающей способности микроскопа (а также и его светосилы) необходимо, как будет показано ниже, повышать величину A

$$A = n \sin \alpha, \quad (\text{III. 1})$$

называемую численной апертурой микроскопа (n — показатель преломления в пространстве предметов). Поэтому у объективов большого увеличения угол α бывает большим (70 — 75° , как показано на чертеже). Но если бы между покровным стеклом 4 и плоской передней поверхностью фронтальной линзы 6 объектива находился воздух, показанный на чертеже луч должен был бы претерпеть полное внутреннее отражение на верхней поверхности

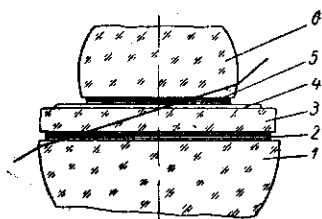


Рис. III. 6

покровного стекла и не мог бы попасть в объектив микроскопа. Во избежание этого применяют так называемую иммерсию (по-русски «погружение»): промежуток между покровным стеклом и фронтальной линзой заполняется каплей жидкости 5, обладающей достаточно высоким показателем преломления.

Следует заметить, что иммерсионная жидкость должна находиться также и в промежутке 2 между плоской верхней поверхностью последней линзы 1 конденсатора и нижней поверхностью предметного стекла 3, так как в противном случае произойдет полное внутреннее отражение уже на плоской поверхности линзы 1. В настоящее время распространены объективы с так называемой гомогенной, или однородной, иммерсией, в которой в качестве иммерсионной жидкости применяется очищенное кедровое масло с показателем преломления, близким к 1,516. Такой же показатель преломления принимается и для стеклянных деталей 1, 3, 4 и 6, благодаря чему луч света проходит прямолинейно (не испытывая отклонений) через все плоские преломляющие поверхности показанной на чертеже системы. В последнее время кедровое масло иногда заменяется скипидаром, растворенным в ксилоле.

Над предметным столиком 12 (рис. III. 5) находится визуальная часть микроскопа, которая укреплена на тубусодержателе 18, имеющем форму кронштейна. Этот тубусодержатель может перемещаться вверх и вниз для установки необходимого расстояния от предмета на столике 12 до объектива 11 микроскопа. Грубая установка производится вращением головки 19, а тонкая — вращением коаксиальной (соосной) головки 20.

Объектив 11 ввинчен в револьверную головку 8. В задней фокальной плоскости объектива находится укрепленная в его оправе постоянная (не ирисовая) диафрагма 10, служащая апертурной диафрагмой визуальной части микроскопа. В револьверную го-

ловку ввинчен также другой объектив 9. Непосредственно к револьверной головке примыкает корпус 6, содержащий полупентапризму 7, наклоняющую для удобства положения головы наблюдателя ось окулярного тубуса 5 под углом в 45° к вертикали.

В верхний конец тубуса 5 вложен заключенный в цилиндрическую оправу окуляр, состоящий из коллектива 4 и глазной линзы 1. Между линзами окуляра расположена постоянная диафрагма 3, которая представляет собой полевую диафрагму визуальной части микроскопа. Оправа окуляра имеет уступ, которым она опирается на верхний срез тубуса 5. Штриховой линией 2 показано положение изображения, создаваемого при помощи объектива 11. С плоскостью 2 совпадает передняя фокальная плоскость окуляра.

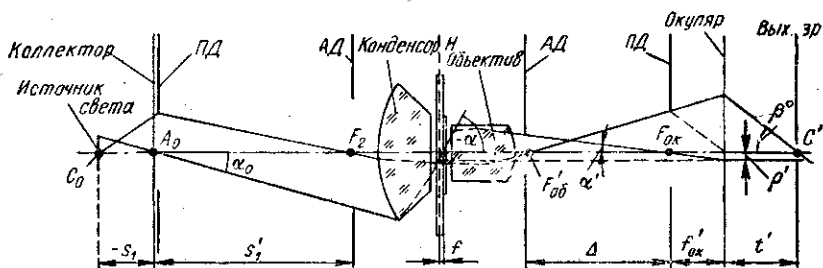


Рис. III. 7

В микроскопостроении приняты и соблюдаются всеми фирмами некоторые нормы, позволяющие применять объективы и окуляры одной фирмы в штативе другой фирмы. Так, в качестве винтовой нарезки, которой соединяется оправа объектива с корпусом микроскопа, применяется дюймовая резьба $W 0,8 \times \frac{1}{32}$ дм. (принята в 1858 г.). Наружные диаметры цилиндрических оправ окуляров: 23,2 мм, а для окуляров с увеличенным полем зрения — 30,0 мм. Расстояние z от верхнего среза тубуса до передней фокальной плоскости окуляра установлено 13,0 мм.

На схеме микроскопа (рис. III. 7) показан ход лучей как в осветительной системе, так и в его визуальной части; призмы удалены из хода лучей. Осветительная система, состоящая из коллектора и конденсора, описанная выше, предложена А. Келлером в 1893 г. В настоящее время она применяется всюду, где наблюдение ведется в проходящем свете. При расчете этой осветительной системы нужно исходить из заданной численной апертуры A микроскопа (при нескольких объективах с различной апертурой следует брать наибольшую), из линейной величины $2y$ освещаемого поля зрения на предмете и из выбираемого переднего фокусного расстояния конденсора. Последнее в среднем часто бывает равно $f_{\text{конд}} = -10$ мм, но варьирует у разных фирм и в конденсорах разных систем от -7 до -13 мм. Кроме того,

нужно учитывать габарит осветительного устройства, располагаемого часто в небольшой полости в основании штатива микроскопа. Поэтому при расчете следует задать величину отрезка $s_{\text{колл}}$, считаемого от коллектора до изображения источника света, получаемого в апертурной диафрагме A_d , стоящей в передней фокальной плоскости конденсора. И, наконец, следует выбрать источник света. Обычно это лампа накаливания специального устройства. Ниже даны маркировка, диаметр колбы и размеры светящегося тела для шести наиболее употребительных электроламп (в мм):

СЦ80 . . . 18—1,7×1,7	СЦ63 . . . 41—3×3
СЦ61 . . . 21—2,8×2	СЦ64 . . . 36—4×4
СЦ62 . . . 56—7×7	СЦ68 . . . 31—2×7

Расчет осветительного устройства целесообразно начать с определения линейной величины D_A диаметра апертурной диафрагмы, устанавливаемой в передней фокальной плоскости конденсора. Линейное увеличение V_2 конденсора можно выразить через переднее фокусное расстояние конденсора f_2

$$V_2 = -\frac{f_2}{x}. \quad (\text{III. 2})$$

По чертежу определяем: $x = -s'_1$, поэтому

$$V_2 = \frac{f_2}{s'_1}. \quad (\text{III. 3})$$

С другой стороны, V_2 можно представить при помощи закона синусов

$$V_2 = \frac{n_0 \sin \alpha_0}{n \sin \alpha}. \quad (\text{III. 4})$$

Ввиду того что $n_0 = 1$ и угол α_0 невелик, а также применяя формулу (III. 1), найдем

$$V_2 = -\frac{\alpha_0}{A}. \quad (\text{III. 5})$$

Знак минус введен в эту формулу из-за того, что апертура A считается всегда положительной, а угол α по чертежу отрицательный.

Приравнявая правые стороны выражений (III. 3) и (III. 5), получим

$$\alpha_0 s'_1 = -A f_2. \quad (\text{III. 6})$$

По чертежу находим

$$D_A = 2\alpha_0 s'_1. \quad (\text{III. 7})$$

Отсюда следует на основании выражения (III. 6)

$$D_A = -2A f_2. \quad (\text{III. 8})$$

Так, например, если $f_2 = -10$ мм и $A = 1,2$ (иммерсионная система), получим: $D_A = 24,0$ мм.

Если теперь мы выберем источник света (марку электролампы), то будет известен размер D_u источника света. Поэтому определится линейное увеличение V_1 коллектора

$$V_1 = -\frac{D_A}{D_u}. \quad (\text{III. 9})$$

Теперь находим величину переднего отрезка s_1 коллектора

$$s_1 = \frac{s'_1}{V_1} = -\frac{D_u}{D_A} s'_1. \quad (\text{III. 10})$$

Если отрезок s'_1 известен, то формула (III. 10) позволит вычислить отрезок s_1 . Например, при лампе СЦ63 имеем $D_u = 3$ мм. Пусть, кроме того, $D_A = 24,0$ мм; $s'_1 = 240$ мм. Тогда имеем: $V_1 = -8\times$ и $s_1 = -30,0$ мм. При помощи формулы отрезков находится заднее фокусное расстояние f'_1 коллектора

$$\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1 - V_1}{s'_1}. \quad (\text{III. 11})$$

Отсюда

$$f'_1 = \frac{s'_1}{1 - V_1}. \quad (\text{III. 12})$$

В нашем численном примере по формуле (III. 12) получаем: $f'_1 = 26,7$ мм.

Для того чтобы определить диаметр коллектора D_1 , являющийся в то же время диаметром полевой диафрагмы осветительной системы, найдем предварительно линейное увеличение V_2 конденсора по формуле (III. 3). В нашем примере получаем: $V_2 = -1/24 = -0,04167\times$. Если диаметр D_n освещенного поля зрения на плоскости рассматриваемого предмета известен, диаметр D_k коллектора найдется по формуле

$$D_k = -\frac{D_n}{V_2}. \quad (\text{III. 13})$$

Полагая в нашем примере $D_n = 0,75$ мм, получим по этой формуле: $D_k = 18,0$ мм.

Следует еще вычислить отрезок x'_2 от заднего фокуса конденсора до изображения полевой диафрагмы. В плоскости этого изображения помещается предмет, рассматриваемый через микроскоп. Отрезок x'_2 находится по формуле

$$x'_2 = -V_2 f'_2 = n V_2 f_2, \quad (\text{III. 14})$$

где n — показатель преломления иммерсии. В нашем примере при $n = 1,5$ получаем: $x'_2 = 0,625$ мм.

Задний отрезок s'_2 конденсора, считаемый от его задней главной точки до изображения полевой диафрагмы, находится по выражению

$$s'_2 = f'_2 + x'_2 = -(1 - V_2) n f_2, \quad (\text{III. 15})$$

что дает при наших численных данных: $s'_2 = 15,625$ мм.

Увеличенное изображение источника находится в апертурной диафрагме, расположенной в передней фокальной плоскости конденсора. Вследствие этого оно проектируется конденсором в бесконечность, и предмет освещается множеством узких параллельных пучков, главные лучи которых пересекаются в осевой точке A предмета. У точки A возникает изображение полевой диафрагмы, стоящей у коллектора. Коллектор и полевая диафрагма достаточно равномерно освещены источником света: в каждую точку диафрагмы попадают лучи от всех точек источника света. Все эти лучи проходят через конденсор и падают на освещаемый предмет в пределах освещенного поля зрения, воссоздавая на предмете такое же равномерное и при том очень интенсивное освещение. Структура источника света благодаря такому устройству не воспроизводится на плоскости освещаемого предмета. В этом заключается важное преимущество осветительной системы по Келеру.

Кроме того, эта система позволяет при помощи ирисовых диафрагм отдельно регулировать величину освещенного поля зрения и величину апертуры (и связанной с ней светосилы). Так, если уменьшать диаметр полевой диафрагмы, стоящей у коллектора, то уменьшится и диаметр освещенного участка предмета. Но уменьшение диаметра полевой диафрагмы никак не повлияет на величину апертурного угла α , так как луч, образующий этот угол с осью у точки A , проходит через центр A_0 полевой диафрагмы. Чтобы срезать этот луч полевой диафрагмой, мы должны были бы сделать ее диаметр равным нулю. Уменьшение же апертурной диафрагмы, стоящей в передней фокальной плоскости конденсора, приводит к уменьшению апертурного угла α (что видно по ходу луча, проходящего через край апертурной диафрагмы), но совсем не влияет на величину освещенного поля зрения. Это следует из того соображения, что луч, проходящий через край поля зрения и через край полевой диафрагмы, проходит в то же время через центр F_2 апертурной диафрагмы.

Осветительная система по Келеру создает у освещаемого предмета телецентрический ход лучей, что очень важно для измерительных микроскопов. Как было показано выше (§ 40), телецентрический ход лучей у предмета устраняет ошибку измерения, возникающую благодаря неточности наводки на резкость.

Переходя к рассмотрению действия визуальной части микроскопа, которую мы условимся называть просто микроскопом,

следует отметить, что вследствие телецентрического хода лучей в пространстве предметов входной зрачок микроскопа лежит на бесконечности. При этом он бесконечно велик. Объектив микроскопа (на чертеже он представлен, как и конденсор, условно в виде толстой линзы) создает изображение входного зрачка в своей задней фокальной плоскости. Здесь и помещается апертурная диафрагма микроскопа. В этом же месте возникают изображения, во-первых, апертурной диафрагмы осветительной системы и, во-вторых, источника света.

На некотором расстоянии Δ от заднего фокуса $F'_{об}$ объектива находится действительное, перевернутое и увеличенное изображение предмета. С плоскостью этого изображения совпадает передняя фокальная плоскость окуляра. В этой же плоскости находится и полевая диафрагма микроскопа. Отрезок $F'_{об}F_{ок} = \Delta$ есть расстояние между апертурной и полевой диафрагмами микроскопа. Он относится к числу основных параметров микроскопа и называется *оптической длиной тубуса* микроскопа.

С шестидесятых годов прошлого века и до настоящего времени широко применяются два значения Δ : 180 мм (увеличиваемое иногда до 190 мм) и 160 мм. В начале нашего века появились в продаже специальные микроскопы для экспедиций и путешественников, компактные по своему устройству, с оптической длиной тубуса всего лишь 90 мм. В дальнейшем такая же малая оптическая длина тубуса оказалась очень удобной для отсчетных микроскопов, применяемых в геодезических приборах, а затем и в так называемых цеховых микроскопах, применяемых в металлообрабатывающих цехах заводов для контроля качества обработанных поверхностей.

Луч, исходящий из осевой точки предмета (рис. III. 7) и образующий угол α с осью, вторично пересекает ось в переднем фокусе $F_{ок}$ окуляра. После окуляра этот луч идет параллельно оптической оси окуляра. Этим можно воспользоваться для графического нахождения переднего фокусного расстояния микроскопа (т. е. системы, состоящей из объектива и окуляра). Передний фокус этой системы, очевидно, лежит в осевой точке предмета. Для построения на чертеже передней главной плоскости микроскопа продолжим назад луч, выходящий параллельно оси (на чертеже это продолжение показано штрихами), до его пересечения с падающим лучом, проходящим через осевую точку предмета. Через точку пересечения этих двух лучей проведем плоскость H , перпендикулярную к оптической оси (на чертеже показана штрихами). Это и есть передняя главная плоскость микроскопа, а расстояние от нее до осевой точки предмета — переднее фокусное расстояние f микроскопа. Как видно по чертежу, f положительно. Следовательно, микроскоп в отличие от лупы представляет собой отрицательную оптическую систему.

Диаметр полевой диафрагмы, стоящей у переднего фокуса $F_{ок}$ окуляра, меняется в зависимости от увеличения окуляра от 11 мм до 18 мм. С введением планахроматов стали выпускать некоторые микроскопы, рассчитанные на применение окуляров с полевой диафрагмой 22 мм, а затем и 24 мм. Зная диаметр D_n полевой диафрагмы и линейное увеличение $V_{об}$ объектива, можно найти и диаметр D_n поля зрения микроскопа

$$D_n = - \frac{D'_n}{V_{об}}. \quad (III. 16)$$

Так, например, если $D'_n = 18$ мм, а линейное увеличение $V_{об} = -45\times$, из этой формулы следует: $D_n = 0,4$ мм, а при $V_{об} = -120\times$ получается даже $D_n = 0,15$ мм. При объективах большого увеличения поле зрения становится очень маленьким.

§ 69. Формулы геометрической теории микроскопа

Основой геометрической теории микроскопа служат три формулы для видимого увеличения Γ микроскопа. Первую формулу можно получить пользуясь выведенной выше (§ 57) общей формулой для Γ (II. 134),

$$\Gamma = \frac{np'k}{n'pk'V_c}. \quad (III. 17)$$

В случае микроскопа показатель преломления n при наличии иммерсии может отличаться от единицы, но n' всегда равен единице. Кроме того, равны друг другу отрезки p' и k' , так как зрачок глаза наблюдателя совмещен с выходным зрачком микроскопа. И, наконец, можно положить: $k = -250$ мм. Поэтому из (III. 17) следует

$$\Gamma = - \frac{250n}{V_cp}. \quad (III. 18)$$

Пользуясь выражением для отрезка p

$$p = -f \frac{V_c - V}{VV_c}, \quad (III. 19)$$

найдем

$$V_cp = -f \left(\frac{V_c}{V} - 1 \right). \quad (III. 20)$$

Так как входной зрачок микроскопа бесконечно далек, $V_c = 0$. А так как предмет находится в передней фокальной плоскости микроскопа, $V = \infty$. Оба эти значения приводят к исчезновению дроби в скобке выражения (III. 20), и мы получим

$$V_cp = f. \quad (III. 21)$$

Поэтому найдем из (III. 18)

$$\Gamma = -\frac{250n}{f}. \quad (\text{III. 22})$$

Это первая формула для видимого увеличения микроскопа.

Так как $n > 0$ и, как было показано выше, $f > 0$, то получим $\Gamma < 0$. Это значит, что микроскоп, если в нем нет специальной призменной или линзовой оборачивающей системы, дает перевернутое справа налево и сверху вниз изображение.

Вторую формулу для Γ можно получить на основании следующих соображений. Представим себе, что рассматриваемый предмет, находившийся у точки A (рис. III. 7), мы перенесли в точку $F_{ок}$. Мы его рассматриваем через один только окуляр, как через лупу. При этом видимое увеличение $\Gamma_{ок}$ будет

$$\Gamma_{ок} = \frac{250}{f_{ок}}. \quad (\text{III. 23})$$

Если мы теперь вернем предмет в его первоначальное положение у точки A , то в передней фокальной плоскости окуляра вместо самого предмета возникнет его изображение, увеличенное в $V_{об}$ раз. Поэтому и воспринимаемое теперь наблюдателем видимое увеличение Γ тоже возрастет в $V_{об}$ раз

$$\Gamma = V_{об} \Gamma_{ок}. \quad (\text{III. 24})$$

Учитывая, что Δ есть расстояние от заднего фокуса объектива до изображения (обозначаемое в геометрической оптике буквой x'), получим для $V_{об}$ формулу

$$V_{об} = -\frac{\Delta}{f'_{об}}. \quad (\text{III. 25})$$

Применяя, кроме того, формулу (III. 21) для $\Gamma_{ок}$, найдем из (III. 24)

$$\Gamma = -\frac{250\Delta}{f'_{об}f'_{ок}}. \quad (\text{III. 26})$$

Это вторая формула для видимого увеличения микроскопа.

В оптических системах с большой апертурой, какими являются объективы микроскопов, необходимым условием хорошего качества изображения является тщательное соблюдение закона синусов. Поэтому во всех современных объективах микроскопов достаточно строго выполнен закон синусов, представляемый общей формулой

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}. \quad (\text{III. 27})$$

Мы можем поэтому воспользоваться этой формулой для определения $V_{об}$. Учитывая, что $n' = 1$, угол α' мал, и применяя формулу (III. 1), найдем из (III. 27)

$$V_{об} = -\frac{A}{\alpha'}. \quad (\text{III. 28})$$

Введение в эту формулу знака минус объяснено после формулы (III. 5). Из треугольника на чертеже (рис. III. 7), в котором вертикальный катет равен q' половине диаметра выходного зрачка микроскопа, а горизонтальный катет — фокусному расстоянию $f'_{ок}$ окуляра, получается

$$\alpha' = \frac{q'}{f'_{ок}}. \quad (\text{III. 29})$$

Поэтому имеем вместо выражения (III. 28)

$$V_{об} = -\frac{Af'_{ок}}{q'}. \quad (\text{III. 30})$$

На основании формул (III. 30) и (III. 23) получим из выражения (III. 24)

$$\Gamma = -\frac{250A}{q'}. \quad (\text{III. 31})$$

Это третья и последняя формула для видимого увеличения микроскопа. Впрочем, видимое увеличение обычно задано конструктору. Поэтому формулы (III. 22), (III. 26) и (III. 31) он может применить для нахождения других параметров микроскопа.

При расчете микроскопа нередко возникает необходимость вычислить диаметр D'_A апертурной диафрагмы, стоящей в задней фокальной плоскости объектива. Из чертежа следует

$$D'_A = 2\alpha' \Delta. \quad (\text{III. 32})$$

Пользуясь формулой (III. 28), находим из выражения (III. 32)

$$D'_A = -\frac{2A\Delta}{V_{об}}. \quad (\text{III. 33})$$

Можно получить еще другую формулу для D'_A , если в выражение (III. 33) подставить значение $V_{об}$ из формулы (III. 25)

$$D'_A = 2Af'_{об}. \quad (\text{III. 34})$$

Приведем еще выражения для определения положения и величины выходного зрачка микроскопа. Отрезок x'_c от заднего фокуса окуляра до центра C' выходного зрачка находится по формуле Ньютона

$$x'_c = \frac{f'^2_{ок}}{\Delta}. \quad (\text{III. 35})$$

Линейное увеличение окуляра в зрачках V_c определяется выражением

$$V_c = -\frac{f'_{ок}}{\Delta}. \quad (\text{III. 36})$$

Поэтому

$$q' = \frac{1}{2} \frac{f'_{ок} D'_A}{\Delta} = A \frac{f'_{об} f'_{ок}}{\Delta}. \quad (\text{III. 37})$$

Сравнивая первую и третью формулы для видимого увеличения, найдем еще простое выражение для q'

$$q' = \frac{A}{n} f = f \sin \alpha. \quad (\text{III. 38})$$

К геометрической теории микроскопа относится получение выражения для его светосилы H . На рис. III. 8 схематически

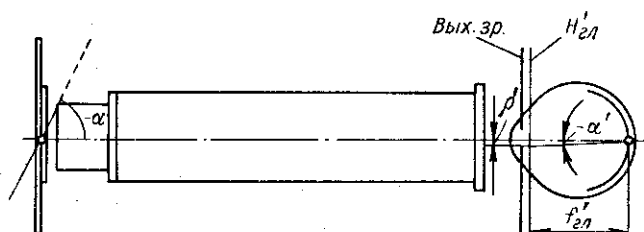


Рис. III. 8

представлен микроскоп совместно с глазом наблюдателя. Мы определим светосилу для изображения, получаемого на сетчатке глаза. Применяя вторую формулу (II. 64), имеем

$$H = \pi \tau_2 \left(\frac{n_{г\lambda}}{n} \sin \alpha' \right)^2, \quad (\text{III. 39})$$

где τ_2 — коэффициент пропускной способности микроскопа (без осветительной системы, но совместно с глазом наблюдателя);

$n_{г\lambda}$ — показатель преломления стекловидного тела глаза;

n — показатель преломления иммерсионной жидкости;

α' — задний апертурный угол у сетчатки глаза.

Угол α' невелик и может быть определен по чертежу

$$\sin \alpha' = \alpha' = -\frac{q'}{f'_{г\lambda}}, \quad (\text{III. 40})$$

где $f'_{г\lambda}$ — заднее фокусное расстояние глаза.

Поэтому из (III. 39) следует

$$H = \pi \tau_2 \left(\frac{n_{г\lambda}}{n} \frac{q'}{f'_{г\lambda}} \right)^2 \quad (\text{III. 41})$$

или при переходе к переднему фокусному расстоянию глаза

$$H = \pi \tau_2 \left(\frac{q'}{f_{\text{гла}}^2} \right)^2. \quad (\text{III. 42})$$

При помощи формулы (II. 27) найдем теперь освещенность E на сетчатке глаза

$$E = BH. \quad (\text{III. 43})$$

Здесь B — яркость предмета, связанная с яркостью B_u источника света законом Кирхгофа (II. 30)

$$B = \tau_1 n^2 B_u. \quad (\text{III. 44})$$

В этом выражении τ_1 — коэффициент пропускной способности осветительной системы микроскопа. Вводя обозначение $\tau = \tau_1 \tau_2$ для коэффициента пропускной способности микроскопа вместе с осветительной системой и глазом наблюдателя, получим из формулы (III. 43) на основании выражений (III. 42) и (III. 44)

$$E = \pi \tau B_u \frac{q'^2}{f_{\text{гла}}^2}. \quad (\text{III. 45})$$

Если под светосилой H_1 понимать отношение освещенности E на сетчатке глаза к яркости B_u источника света, то получим выражение

$$H_1 = \pi \tau \frac{q'^2}{f_{\text{гла}}^2}. \quad (\text{III. 46})$$

Из формулы (III. 46) вытекает, что светосила микроскопа зависит только от одного его конструктивного параметра: она пропорциональна квадрату радиуса выходного зрачка микроскопа. Эта формула справедлива во всех случаях когда, как это обычно и бывает, радиус q' меньше половины диаметра зрачка глаза.

Из выражения (III. 31) получим

$$q' = - \frac{250A}{\Gamma}. \quad (\text{III. 47})$$

Ниже покажем, что обычно Γ выбирается в пределах $500 A \leq |\Gamma| \leq 1000 A$.

Из формулы (III. 47) при этом следует, что q' лежит в пределах $0,25 \text{ мм} \leq q' \leq 0,50$.

Значит, диаметр выходного зрачка микроскопа обычно много меньше диаметра зрачка глаза.

Б. ДИФРАКЦИОННАЯ ТЕОРИЯ МИКРОСКОПА

§ 70. Основы дифракционной теории микроскопа

Геометрическая теория микроскопа, развитая выше, не может дать никаких указаний о его разрешающей способности, так как последняя ограничивается явлениями дифракции, возникающими при прохождении света через оптическую систему микроскопа. В случае объективов зрительной трубы и фотокамеры мы принимали, что дифракция вызывается ограничением пучков, исходящих из отдельных точек предмета, отверстием входного зрачка. В случае же микроскопа входной зрачок находится на бесконечности, а апертурный угол α обычно велик. Поэтому и дифракция, вызываемая ограничением пучков входным зрачком, практически ничтожно влияет на разрешающую способность. Зато в микроскопе бывает малым диаметр D_{Π} поля зрения на предмете. Если предмет, обладающий микроскопической структурой, освещается проходящим сквозь него светом, то непрозрачные или сильно поглощающие свет детали его структуры действуют подобно дифракционной решетке, вызывая сильную дифракцию проходящих пучков лучей.

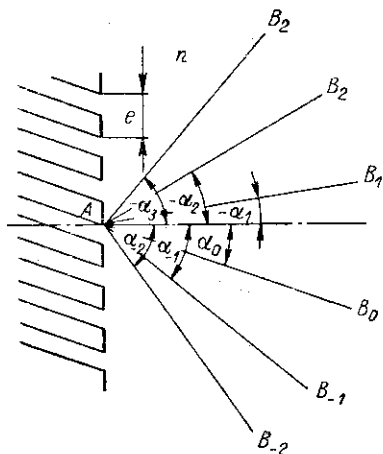


Рис. III. 9

Чтобы упростить эти явления, сохранив их физическую сущность, Аббе предложил рассмотреть явление дифракции в случае, если предметом для микроскопа служит обычная регулярная дифракционная решетка с периодом e (рис. III. 9).

Если решетка, погруженная в среду с показателем преломления n , освещается монохроматическим пучком параллельных лучей, образующих угол α_0 с нормалью к решетке, то, пройдя решетку, этот пучок лучей распадается на серию параллельных пучков лучей. На чертеже каждый дифрагированный пучок представлен одним лучом, проходящим через точку A на решетке. Все дифрагированные пучки перенумерованы, причем прямо прошедший пучок лучей (луч AB_0) имеет нулевой номер, пучки, расположенные выше нулевого, имеют положительные; а пучки, лежащие ниже нулевого, — отрицательные номера. Из физической оптики известна зависимость

$$\sin \alpha_0 - \sin \alpha_s = \frac{s\lambda}{ne}. \quad (\text{III. 48})$$

Здесь s — номер или порядок дифрагированного пучка;
 λ — длина волны света;
 α_s — угол, образованный с нормалью s -м дифрагированным пучком.

Если решетка освещена белым светом, то все дифрагированные пучки лучей, кроме нулевого, разлагаются в спектры вследствие того, что углы α_s зависят, как видно из формулы (III. 48), от λ явно и, кроме того, через величину n , которая является функцией от λ . Только при $s=0$ угол α_s не зависит от λ . Поэтому прямо прошедший через решетку пучок лучей в спектр не разлагается.

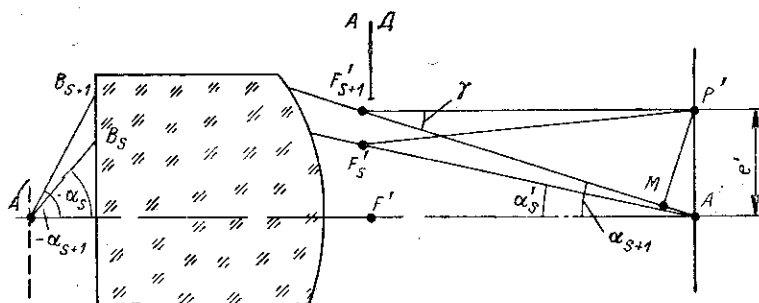


Рис. III. 10

Пусть дифракционная решетка помещена перед объективом микроскопа (рис. III. 10). Проследим ход двух лучей, исходящих из осевой точки A решетки и относящихся к двум соседним дифрагированным пучкам s -го и $s+1$ -го порядков. Напишем выражение (III. 48) для $s+1$ -го порядка

$$\sin \alpha_0 - \sin \alpha_{s+1} = \frac{(s+1) \lambda}{ne}. \quad (\text{III. 49})$$

Вычитая (III. 49) из (III. 48), получим

$$n \sin \alpha_{s+1} - n \sin \alpha_s = -\frac{\lambda}{e}. \quad (\text{III. 50})$$

Вследствие закона синусов, который предполагается выполненным в данном объективе, имеем

$$\left. \begin{aligned} n \sin \alpha_{s+1} &= V_{об} \sin \alpha'_{s+1}; \\ n \sin \alpha_s &= V_{об} \sin \alpha'_s. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 51})$$

Поэтому получим из выражения (III. 50)

$$\sin \alpha'_{s+1} - \sin \alpha'_s = -\frac{\lambda}{V_{об}e}. \quad (\text{III. 52})$$

Обратимся теперь к рассмотрению физической стороны явления, сопутствующего прохождению света через микроскоп. Лучи параллельных пучков, идущих в пространстве предметов вдоль главных лучей AB_s и AB_{s+1} , после выхода из объектива собираются в фокусах F'_s и F'_{s+1} , лежащих на преломленных лучах F'_sA' и $F'_{s+1}A'$. Из-за кривизны изображения точки F'_s и F'_{s+1} не лежат строго в плоскости апертурной диафрагмы, центр которой совпадает с задним фокусом F' объектива.

У апертурной диафрагмы, как показано выше, возникает изображение источника света. Благодаря дифракции, вызываемой решеткой, получается не одно, а целая серия изображений источника света. На рис. III. 11 показана дифракционная картина в плоскости апертурной диафрагмы. Эту картину можно наблюдать, вынув окуляр из тубуса микроскопа. Все изображения источника света, имеющего форму круглого диска, разложены в спектры, за исключением изображения B_0 нулевого порядка.

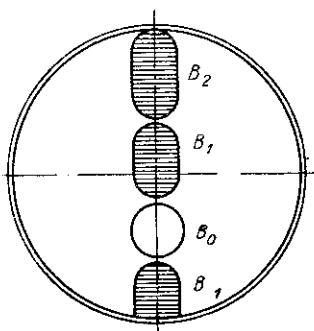


Рис. III. 11

Дифракционная картина, возникающая у апертурной диафрагмы, называется первичным изображением предмета. Оно совершенно не похоже на предмет (в данном случае — на решетку), но несет в себе информацию о предмете, достаточную для создания изображения подобного изображения. Такое изображение, называемое вторичным, действительно возникает в плоскости полевой диафрагмы с центром в точке A' .

Фокусы F'_s и F'_{s+1} можно рассматривать как источники света, освещающие плоскость полевой диафрагмы. Но фокусы F'_s и F'_{s+1} — дифрагированные изображения одной точки источника света, и вследствие общности их происхождения они излучают когерентный свет. В плоскости $A'P'$ лучи, посылаемые источниками F'_s и F'_{s+1} , интерферируют, и здесь возникает известная периодическая картина — чередование светлых и темных интерференционных полос, которая и воспроизводит с большей или меньшей точностью периодическую структуру решетки, служащей предметом. Таким образом, образование изображения в микроскопе происходит в два этапа: сначала получается вследствие дифракции в плоскости предметов первичное изображение в плоскости апертурной диафрагмы, а затем вследствие интерференции света, излучаемого спектрами разных порядков, на плоскости полевой диафрагмы возникает вторичное изображение, воспроизводящее (с некоторым приближением) структуру предмета.

Пусть в результате интерференции лучей $F'_s A'$ и $F'_{s+1} A'$ у точки A' возник максимум освещенности, середина светлой интерференционной полосы. Разность хода Δ этих лучей определяется выражением

$$\Delta = F'_{s+1} A' - F'_s A'. \quad (\text{III. 53})$$

Перемещаясь вдоль плоскости изображения вверх от точки A' , мы обнаружим сначала падение освещенности до минимума, а затем новое ее возрастание. Пусть в точке P' мы обнаружили ближайший соседний максимум освещенности. Тогда $e' = A'P'$ есть ширина интерференционной полосы, которую мы можем рассматривать как изображение периода e решетки.

Разность Δ_1 хода лучей $F'_s P'$ и $F'_{s+1} P'$, интерферирующих в точке P' , выражается так:

$$\Delta_1 = F'_{s+1} P' - F'_s P'. \quad (\text{III. 54})$$

Для того чтобы в точках A' и P' находились два соседних максимума, необходимо, чтобы разность Δ_1 и Δ хода лучей отличались одна от другой на одну целую длину волны света

$$\Delta_1 - \Delta = \lambda. \quad (\text{III. 55})$$

Вследствие (III. 53) и (III. 54) получим из формулы (III. 55) после перегруппировки слагаемых

$$F'_{s+1} P' - F'_{s+1} A' - (F'_s P' - F'_s A') = \lambda. \quad (\text{III. 56})$$

Из точки P' опустим перпендикуляр $P'M$ на луч $F'_{s+1} A'$. Из треугольника $F'_{s+1} P'M$ следует

$$F'_{s+1} M = F'_{s+1} P' \cos \gamma. \quad (\text{III. 57})$$

Но угол γ весьма мал, так как в треугольнике $F'_{s+1} P' A'$ основание e' мало, а его высота, приблизительно равная оптической длине тубуса, велика. Поэтому можно принять $\cos \gamma = 1$, а потому из (III. 57) находится $F'_{s+1} M = F'_{s+1} P'$. Далее из треугольника $MP'A'$ с углом α'_{s+1} у вершины P получаем

$$MA' = e' \sin \alpha'_{s+1}.$$

Вследствие этих соображений имеем для отрезка $F'_{s+1} A'$

$$F'_{s+1} A' = F'_{s+1} M + MA' = F'_{s+1} P' + e' \sin \alpha'_{s+1}, \quad (\text{III. 58})$$

откуда следует

$$F'_{s+1} P' - F'_{s+1} A' = -e' \sin \alpha'_{s+1}. \quad (\text{III. 59})$$

Аналогично получается выражение

$$F'_s P' - F'_s A' = -e' \sin \alpha'_s. \quad (\text{III. 60})$$

На основании выражений (III. 59) и (III. 60) находим из формулы (III. 56)

$$\sin \alpha'_{s+1} - \sin \alpha'_s = -\frac{\lambda}{e'}. \quad (\text{III. 61})$$

Сравнив формулы (III. 61) и (III. 52), заметим, что их левые части равны. Приравнявая правые части, получим

$$e' = V_{oe}e. \quad (\text{III. 62})$$

Полученная таким образом формула совпадает с формулой геометрической оптики, подтверждая применимость законов геометрической оптики к микроскопу. Однако глубокое проникновение в физическую сущность образования изображения, потребовавшееся для данного вывода, позволяет сделать ряд важных заключений.

Во-первых, формула (III. 62) в некоторых случаях может оказаться нарушенной. Представим себе, например, что в плоскости апертурной диафрагмы (рис. III. 11) перекрыты все нечетные спектры при помощи поставленной у диафрагмы непрозрачной пластинки, в которой сделаны вырезы для четных спектров. Тогда вместо формулы (III. 50) будем иметь

$$n \sin \alpha_{s+2} - n \sin \alpha_s = -2 \frac{\lambda}{e},$$

а потому получим вместо (III. 52)

$$\sin \alpha'_{s+2} - \sin \alpha'_s = -2 \frac{\lambda}{V_{oe}e}. \quad (\text{III. 63})$$

Что же касается формулы (III. 61), то в ней правая сторона не изменится

$$\sin \alpha'_{s+2} - \sin \alpha'_s = -\frac{\lambda}{e'}. \quad (\text{III. 64})$$

Теперь, сравнив правые части выражений (III. 63) и (III. 64), получим новую формулу

$$e' = \frac{1}{2} V_{oe}e. \quad (\text{III. 65})$$

Мы видим отсюда, что, перекрыв спектры первичного изображения через один, мы получаем удвоенную частоту структуры изображения. Вообще говоря, при экранировании некоторых спектров первичного изображения, во вторичном изображении могут возникнуть так называемые «дұхи», т. е. такие структурные детали, которым не соответствует никакая реальность в строении предмета.

До того, как Аббе развил излагаемую здесь теорию, нередко для освещения на темном поле применялось устройство, в которое входила центральная бленда у заднего фокуса объектива (центральная бленда — стеклянная пластинка, средняя часть которой зачернена). Эта бленда часто приводила к появлению «дúхов», так что после опубликования работы Аббе пришлось пересмотреть составленные раньше атласы микроорганизмов с целью устранения ряда ошибок.

Во-вторых, теория Аббе позволяет установить предел разрешающей способности микроскопа при помощи очень простых соображений.

§ 71. Разрешающая способность микроскопа

Так как в основной формуле решетки (III. 48) период e входит в знаменатель правой части, то чем меньше период e , тем больше углы α , и, следовательно, тем более широким веером расходятся дифрагированные пучки лучей. Но апертурная диафрагма ограничена в своих размерах; поэтому чем меньше период e , тем меньшее число спектров разных порядков уместится в отвер-

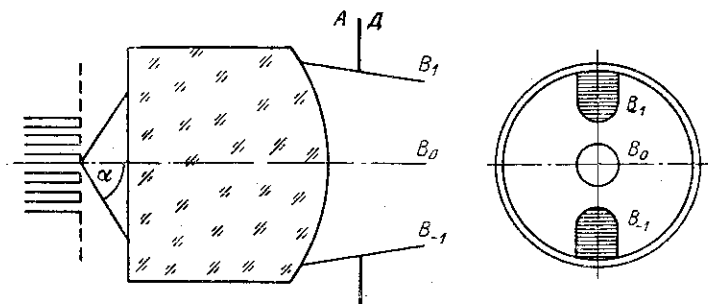


Рис. III. 12

стии апертурной диафрагмы. Понятно поэтому, что при достаточно малом e должен наступить момент, когда в отверстии апертурной диафрагмы поместится один спектр. Но ведь структура вторичного изображения есть результат интерференции, а при наличии только одного спектра интерференция не произойдет и полевая диафрагма будет освещена равномерно. Это значит, что данный период e решетки лежит ниже предела разрешающей способности микроскопа.

При определении разрешающей способности следует различать два случая: прямое и косое освещение. В случае прямого освещения предмет (решетка) освещается пучком лучей, параллельных оптической оси (рис. III. 12). Поэтому изображение источника света нулевого порядка (не разложенное в спектр) возникает у центра апертурной диафрагмы, как показано на чертеже

справа. В случае когда решетка с периодом e находится на пределе разрешения, у краев апертурной диафрагмы еще находятся половины спектров первого и минус первого порядков. При этом угол α_{-1} для дифрагированного пучка минус первого порядка должен быть равен апертурному углу α микроскопа. Поэтому, применяя формулу (III. 48) к этому предельному случаю, мы должны положить в ней: $\alpha_0 = 0$; $s = -1$; $\alpha_{-1} = \alpha$. При этом получим

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{ne}, \quad (\text{III. 66})$$

откуда находится период e решетки, находящейся на пределе разрешения данным микроскопом

$$e = \frac{\lambda}{A}. \quad (\text{III. 67})$$

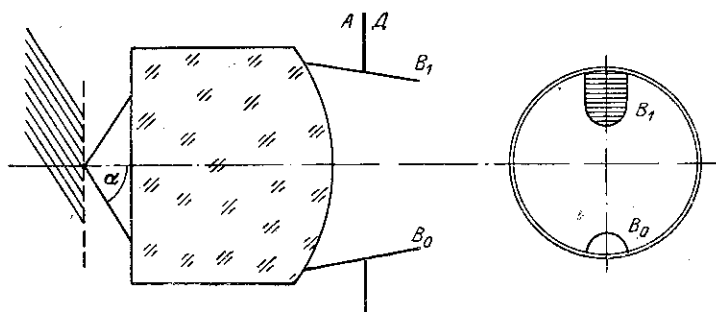


Рис. III. 13

При косом освещении решетка освещается пучком параллельных лучей, причем угол наклона пучка α_0 равен апертурному углу α микроскопа. Поэтому в отверстии апертурной диафрагмы, показанной на рис. III. 13 справа, у нижнего края получается половина изображения источника света нулевого порядка (не разложенного в спектр). В случае если данная решетка находится на пределе разрешения, половина спектра первого порядка должна еще находиться внутри апертурной диафрагмы, у ее верхнего края (рис. III. 13). Поэтому угол α_1 должен быть равен $-\alpha$. Снова воспользуемся формулой (III. 48), положив в ней $\alpha_0 = \alpha$; $s = 1$; $\alpha_1 = -\alpha$. Тогда найдем

$$2 \sin \alpha = \frac{\lambda}{ne}. \quad (\text{III. 68})$$

Определяя отсюда период e решетки, которая находится на пределе разрешения данным микроскопом, получим формулу

$$e = \frac{\lambda}{2A}. \quad (\text{III. 69})$$

При косом освещении e в два раза меньше, чем при прямом, а следовательно, разрешающая способность микроскопа при замене прямого освещения косым возрастает вдвое.

Нужно, однако, заметить, что оба рассмотренных случая не соответствуют реальным условиям: в микроскопе обычно осуществляется так называемое всестороннее освещение, при котором предмет освещается множеством параллельных пучков, проходящих под всевозможными углами к оси в пределах апертуры микроскопа. Этот случай был исследован акад. Д. С. Рождественским, пришедшим к выводу, что при всестороннем освещении предельный период решетки выражается формулой

$$e = \frac{\lambda}{A_0 + A}. \quad (\text{III. 70})$$

Здесь введена еще численная апертура A_0 конденсора. На практике обычно $A_0 = A$, и поэтому формула (III. 70) совпадает с формулой (III. 69).

На основании формулы (III. 69) в начале нашего столетия среди ученых-оптиков распространился пессимистический взгляд на возможность существенного прогресса микроскопии. В самом деле, все возможности повышения разрешающей способности микроскопа, т. е. уменьшения периода e в формуле (III. 69), казались полностью исчерпанными. Передний апертурный угол α микроскопа доведен до такой величины, что его синус незначительно отличается от единицы. При этом численная апертура достигла при применении иммерсии значения 1,5 (даже 1,6) и за отсутствием жидкостей с существенно повышенным показателем преломления n дальнейшее повышение ее не предвиделось.

Полагая в видимой области спектра $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$, а $A = 1,5$, получим по формуле (III. 70): $e = 1/6 \text{ мкм}$. Применяя фотографию и флуоресцирующие экраны, можно перейти в ультрафиолетовую область спектра и за счет укорочения длины волны света добиться еще значительного повышения разрешающей способности. Длину волны λ можно таким образом довести до $0,2 \text{ мкм}$. При этом получим: $e = 1/15 \text{ мкм} = 0,0667 \text{ мкм} = 66,7 \text{ нм}$. Но это уже предел. Дальнейшее уменьшение λ приводит в область лучей рентгена, которые через все прозрачные для них вещества проходят почти без всякого преломления и для которых поэтому невозможно создать объектив. С появлением многолучевых интерферометров точка зрения о невозможности дальнейшего повышения разрешающей способности в видимой области спектра полностью опровергнута. Но для обычного оптического микроскопа приведенные соображения остаются в силе.

Зиндентопф и Жигмонди построили в 1903 г. ультрамикроскоп, в котором при боковом освещении можно обнаружить частицы, размеры которых значительно меньше величины, определяемой формулой (III. 69). Но при этом каждая частица пред-

ставляется дифракционным диском Эри и мы не можем судить ни о ее величине, ни о ее форме.

Здесь необходимо еще учесть, что микроскоп должен обладать достаточно большим видимым увеличением, чтобы изображение предельно малого элемента структуры предмета было видно наблюдателю под углом зрения, соответствующим предельному углу разрешающей способности глаза наблюдателя. Такое увеличение Γ микроскопа принято называть *полезным увеличением*. Действительно, дальнейшее повышение увеличения будет бесполезным, так как оно не позволит обнаружить более мелкие структурные детали предмета, ибо они меньше предельной величины e .

Для определения полезного увеличения воспользуемся сначала формулой (III. 62)

$$e' = V_{об} e. \quad (\text{III. 71})$$

Глазу, рассматривающему изображение e' через окуляр с фокусным расстоянием $f_{ок}$, изображение e' представится под углом зрения β'

$$\beta' = - \frac{e'}{f_{ок}}. \quad (\text{III. 72})$$

Переходя от величины $f_{ок}$ к видимому увеличению $\Gamma_{ок}$, пользуясь формулой (II. 143) и выражением (III. 71), получим

$$\beta' = - \frac{V_{об} \Gamma_{ок}}{250} e. \quad (\text{III. 73})$$

Но произведение $V_{об} \Gamma_{ок}$ есть видимое увеличение Γ микроскопа. Поэтому найдем из выражения (III. 73)

$$\Gamma = - \frac{250}{e} \beta'. \quad (\text{III. 74})$$

Предельная структура e предмета здесь должна быть выражена в мм.

Особого рассмотрения заслуживает величина β' предельного угла разрешающей способности глаза. Дело в том, что диаметр выходного зрачка микроскопа часто бывает значительно меньше наименьшего диаметра зрачка глаза, составляющего 2 мм. Такое уменьшение действующего отверстия зрачка глаза приводит к понижению его разрешающей способности, а следовательно, к увеличению угла β' . Практически целесообразно принять $\beta' \approx 3' = 0,001 \text{ рад}$ (вместо обычного $\beta' = 1'$). Благодаря этому получаем из (III. 74)

$$\Gamma = - \frac{0,25}{e}, \quad (\text{III. 75})$$

если e выражено в $мм$, или

$$\Gamma = -\frac{250}{e}, \quad (\text{III. 76})$$

если e выражено в $мкм$.

Вследствие (III. 76) можно утверждать, что полезным является такое видимое увеличение, при котором предмет, находящийся на пределе разрешения, увеличивается до 250 $мкм$. Это очень простое и удобное определение понятия о полезном увеличении микроскопа. При этом величина изображения 250 $мкм$ должна измеряться в плоскости, отстоящей от глаза на 250 $мм$.

Входящую в выражение (III. 76) величину e можно определить, пользуясь формулой (III. 69), которая справедлива не только при косом, но и при всестороннем освещении

$$\Gamma = -\frac{500A}{\lambda}. \quad (\text{III. 77})$$

Здесь λ — в $мк$. При $\lambda = 0,5$ $мк$ получим известное правило Аббе

$$\Gamma = -1000A. \quad (\text{III. 78})$$

Практически увеличение Γ микроскопа следует выбирать в пределах от $-500A$ до $-1000A$.

Сравнивая формулы (III. 77) и (III. 31), легко находим $\rho' = 500\lambda$, а при $\lambda = 0,5$ $мкм$, найдем $\rho' = 0,25$ $мм$. Таким образом, полезному увеличению соответствует вполне определенное значение диаметра выходного зрачка микроскопа $2\rho' = 0,5$ $мм$.

Увеличение, превосходящее 1000 A (по абсолютной величине), является бесполезным. Но это положение не распространяется на микропроекцию, микрокинопроекцию и телевизионную микроскопию. В этих трех случаях при рассматривании изображения на экране отверстие зрачка глаза наблюдателя не ограничивается выходным зрачком микроскопа. Поэтому предельный угол β' разрешающей способности должен приниматься равным $1'$.

Пользуясь для видимого увеличения формулой (II. 127) и полагая $k = -250$ $мм$ и $k' = -l$, где l — расстояние от экрана до глаза зрителя (считаемое положительным), получим

$$\Gamma = V \frac{250}{l}. \quad (\text{III. 79})$$

Здесь V полное линейное увеличение, считая от предмета до экрана

$$V = V_{об}M, \quad (\text{III. 80})$$

где $V_{об}$ — линейное увеличение объектива микроскопа;

M — масштаб увеличения, создаваемого всеми следующими за объективом оптическими устройствами.

Величина M определяется как отношение диаметра D_s изображения на экране к диаметру изображения, создаваемого объективом. Как было указано выше, при больших увеличениях последний диаметр принимается равным 15 мм. Поэтому

$$M = \frac{D_s}{15} \quad (\text{III. 81})$$

и из (III. 80) следует:

$$V = V_{об} \frac{D_s}{15}. \quad (\text{III. 82})$$

Формула (III. 74) справедлива и в нашем случае, только следует принять $\beta' = 0,0003$. Тогда получим

$$\Gamma = -\frac{75}{e}. \quad (\text{III. 83})$$

Применяя формулу (III. 69) при $\lambda = 0,5$ мкм, получим

$$\Gamma = -300A. \quad (\text{III. 84})$$

Сравнивая это выражение с формулой (III. 78), мы видим, что полезное увеличение теперь стало значительно меньше. Однако линейное увеличение V на экране при этом должно быть большим. Из формул (III. 79) и (III. 84) вытекает

$$V = -1,2Al, \quad (\text{III. 85})$$

где l — в мм, или

$$V = -1200Al, \quad (\text{III. 86})$$

где l — в м. Так, например, полагая $A = 1,5$ и $l = 10$ м (для кинозала), получим $V = -18\,000\times$.

При рассматривании изображения на телевизионном экране нужно учитывать ограничение разрешающей способности, вызываемое разложением телевизионного изображения на 625 строк. Ширина строки δ' при этом составит

$$\delta' = \frac{D_s}{625}.$$

Поэтому получим для предельного угла разрешающей способности β' (как было пояснено в § 64)

$$\beta' = \frac{D_s}{625l}. \quad (\text{III. 87})$$

Полагая здесь $\beta' = 2$ мин, найдем для l значение $l = 5,33D_s$. Формулы (III. 85) или (III. 86) остаются в силе и в случае телевизионного микроскопа.

Телевизионные микроскопы бывают двух типов. В первом типе устройство микроскопа не отличается от обычного, но

изображение проектируется на экран приемной телевизионной трубки (иконоскопа, ортикона, видикона и т. п.). Это изображение передается по проводам или по радио на один или несколько экранов телевизоров, что делает изображение доступным для многих наблюдателей.

Во втором типе телевизионного микроскопа весь порядок действия микроскопа перевернут (рис. III. 14). В схеме телевизионного микроскопа имеются две передающие телевизионные трубки 1 и 10, работающие строго синхронно. Бегущая точка трубки 1, ничем не модулируемая и поэтому имеющая постоянную яркость, изображается при помощи гомала (отрицательного оку-

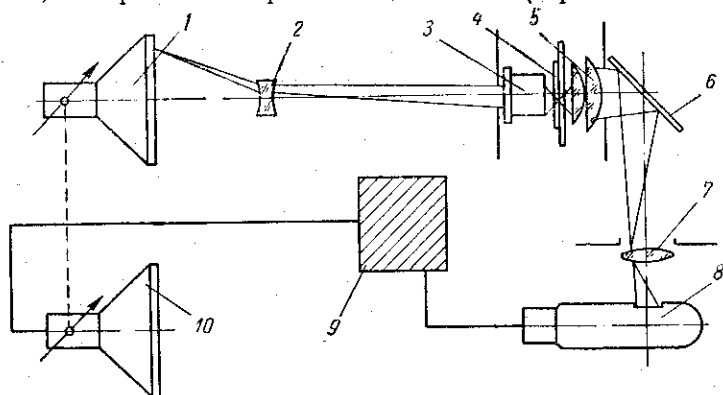


Рис. III. 14

ляра) 2 и микрообъектива 3 в плоскости предмета 4 в сильно уменьшенном масштабе. Таким образом, изображение бегущей точки сканирует предмет, обегая последовательно по строкам все точки предмета. Свет, прошедший сквозь предмет и модулированный им, далее через конденсор 5, зеркало 6 и коллектор 7, освещает экранчик фотоумножителя 8, превращающего световую модуляцию в электрическую. Ток от фотоумножителя поступает в усилитель 9. Усиленный ток используется для модуляции бегущей точки телевизионной трубки 10, на люминесцентном экране которой получается увеличенное изображение предмета.

Телевизионный микроскоп второго типа представляет собой интересный пример органического соединения оптического и электронного устройства в одном приборе. Образование увеличенного изображения производится чисто электронными средствами. Впрочем, качество изображения и здесь зависит в значительной степени от качества изображения бегущей точки на плоскости предмета. Это изображение создается гомалом 2 и объективом 3. Чем более четко и резко изображение бегущей точки на предмете, тем выше разрешающая способность телевизионного микроскопа.

На экранчике фотоумножителя 8 возникает изображение не предмета, а апертурной диафрагмы конденсора. Поэтому экранчик всегда освещен равномерно, а от оптики конденсора 5 и коллатора 7 не требуется высокого качества и отсутствия aberrаций.

В последнее время по такому же принципу строятся и телевизионные электронные микроскопы.

§ 72. Новые средства повышения разрешающей способности микроскопа

Строго говоря, устройство для фазового контраста, разработанное Цернике, не относится к числу средств, повышающих разрешающую способность микроскопа. Оно лишь повышает контраст для предметов, мало выделяющихся на окружающем их фоне. Однако следует иметь в виду, что выражение (III. 69) справедливо лишь для контраста 100%. Уменьшение контраста влечет за собой падение разрешающей способности, а следовательно, увеличение величины ϵ . Поэтому средство, повышающее

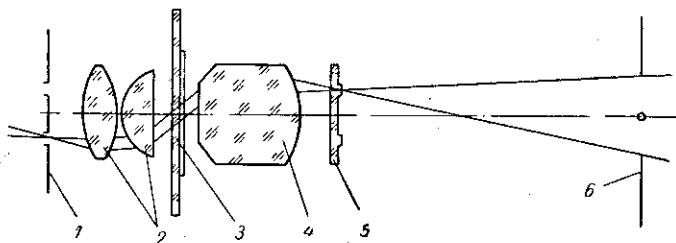


Рис. III. 15

контраст, служит косвенно и средством повышения разрешающей способности для малоконтрастных предметов.

Для наблюдения слабоконтрастных микроскопических включений, отличающихся от окружающей среды главным образом показателем преломления (оптической плотностью), применяется устройство фазового контраста, при котором в передней фокальной плоскости конденсора 2 (рис. III. 15) помещается кольцеобразная диафрагма 1. В задней фокальной плоскости объектива 4 находится фазовая пластинка 5 с кольцевым выступом. Диафрагма 1 делается таких размеров, чтобы ее изображение, возникающее в плоскости пластинки 5 после прохождения света через конденсор 2, предмет на предметном стекле 3 и объектив 4 микроскопа, полностью покрывало фазовое кольцо пластинки 5. Таким образом лучи света, не отклоненные дифракцией от микроструктуры предмета и передающие изображение фона, полностью проходят через фазовое кольцо пластинки 5. Лучи же, рассеянные в пределах широкого конуса благодаря дифракции на

микроструктуре предмета, проходят большей частью мимо фазового кольца. Высота уступа фазового кольца выбирается таким образом, чтобы кольцо удлиняло путь недифрагированных лучей на четверть длины волны λ света. Поэтому фаза этих лучей меняется на $1/2\pi$, и малоконтрастные включения вследствие этого дают с фоном контрастную интерференцию. Однако для того, чтобы в результате интерференции получилось контрастное изображение, необходимо, чтобы интерферирующие пучки несли равное количество световой энергии, в то время, как дифрагированные пучки значительно слабее неотклоненных. Для выравнивания их

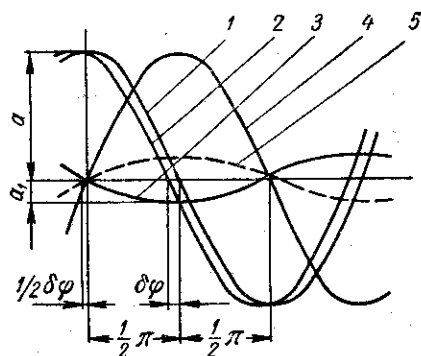


Рис. III. 16

интенсивностей необходимо либо покрыть фазовое кольцо пластинки 5 полупрозрачным слоем, отражающим 85—98 % света, либо при вакуумном напылении кольца применить вещество, сильно поглощающее свет.

Рассмотрим действие фазового контраста более подробно. Пусть в толще предмета имеется включение малых размеров и пусть показатель преломления n_1 этого включения немного больше показателя преломления n окружающей среды. Тогда световые

колебания, прошедшие через включение, несколько запоздают по отношению к световым колебаниям, проходящим через предмет мимо включения.

Известно, что монохроматические световые колебания представляются уравнением

$$s_1 = a \cos \varphi, \quad (\text{III. 88})$$

где s_1 — световой (электрический) вектор;

a — амплитуда;

φ — фаза колебаний.

Пусть уравнение (III. 88) представляет световое колебание, проходящее через массу предмета мимо включения. На графике (рис. III. 16) это колебание представлено синусоидой 1. Световое колебание, проходящее через включение, представится тогда уравнением

$$s_2 = a \cos (\varphi + \delta \varphi), \quad (\text{III. 89})$$

а на графике получим синусоиду 2. Эти синусоиды имеют равные амплитуды и периоды колебаний, но колебание 2 имеет по отношению к колебанию 1 малый сдвиг по фазе $\delta \varphi$. Равенство амплитуд определяет и равенство яркостей (пропорциональных квадратам амплитуд), а потому включение сливается с фоном и становится невидимым.

Синусоиду 2 можно рассматривать как сумму синусоиды 1 и синусоиды 3. Последняя имеет относительно синусоиды 1 сдвиг по фазе, равный $\frac{1}{2}\pi + \frac{1}{2}\delta\phi$. Величина $\delta\phi$ мала, она тем меньше, чем меньше разность $n_1 - n$. Полагая, что эта разность очень невелика, мы и величину $\delta\phi$ должны считать малой. Поэтому можно пренебречь величиной $\frac{1}{2}\delta\phi$ и считать, что фазовый сдвиг синусоиды 3 составляет $\frac{1}{2}\pi$.

Подводя итог, следует сказать, что колебание 2, прошедшее через включение, раскладывается на два колебания: колебание 1, такое же, как в других участках поля зрения, не содержащих включений, и колебание 3, обладающее малой амплитудой и сдвигом по фазе на $\frac{1}{2}\pi$. Это колебание соответствует свету, дифрагированному включением, в то время как колебание 1 соответствует прямо проходящему свету.

Возвращаясь теперь к рис. III. 15, мы можем сказать, что колебание 1 целиком проходит через кольцеобразный выступ фазовой пластинки 5, в то время как колебание 3, дифрагированное включением в пределах широкого апертурного угла, проходит через всю пластинку 5. Но кольцеобразный углубленный выступ пластинки 5 вносит дополнительный сдвиг фазы колебания 1 на $\frac{1}{2}\pi$, вследствие чего колебание 1 переходит в колебание 4 (рис. III. 16), которое находится почти в противофазе с колебанием 3. Но проходя через кольцевой выступ фазовой пластинки, колебание 4 испытывает еще ослабление (частичное отражение или поглощение), т. е. уменьшение амплитуды a до величины, близкой к a' , и превращается в колебание 5 (показано пунктиром). Колебания 3 и 5 встречаются снова в плоскости полевой диафрагмы 6 (рис. III. 15) в том месте, где находится изображение включения. Интерферируя, колебания 3 и 5 создают темноту. Следовательно, изображение нашего включения будет темным и будет резко выделяться на светлом фоне.

Нужно заметить, что в случае довольно крупных включений дифрагированный ими свет мало отклоняется от проходящего прямо. В этом случае фазовый контраст возникает только у контуров включений. Включения представляются оконтуренными.

Фазовый контраст в настоящее время получил широкое применение в микроскопических исследованиях, выполняемых в разнообразных областях науки и техники, но особенно большое применение он имеет в биологии, цитологии и бактериологии, где благодаря ему сделан ряд крупнейших открытий последних лет. Очень важное значение приобрел фазовый контраст в кристаллографии, минералогии и химии. При помощи этого метода хорошо исследуются прозрачные кристаллы, отличающиеся от окружающей среды показателем преломления, ведется наблюдение за выращиванием кристаллов. Метод оказался очень полезным при исследовании масляных эмульсий, зерен, абразивов,

неоднородностей в стекле и прозрачных пластмассах, структуры текстильных волокон и т. п.

Первый удар установившемуся после работ Аббе (в конце прошлого века) пессимистическому взгляду на возможность развития микроскопии был нанесен опубликованной в 1924 г. работой французского физика Л. де Бройля, в которой обнаружены волновые свойства движущихся материальных частиц, в том числе и электронных потоков. Практически острые пучки электронов, сформированные при помощи симметричного электромагнитного поля, применялись в катодном осциллографе с 1897 г. Теоретические основы устройства электронного микроскопа развиты немецким физиком Г. Бушем в 1926—1927 гг. Первое электронное изображение раскаленного катода получено физиком Ф. Вольфом. В 1931 и 1932 г. почти одновременно построили электронные микроскопы Кноль и Руска, Э. Брюхе и Г. Иохансон. С самого начала наметились два пути развития электронной микроскопии: применение электромагнитной оптики и применение электростатической оптики. Большой вклад внесен в развитие электронного микроскопа немецким ученым М. Арденне, разработавшим кроме универсального электронного микроскопа растровый (телевизионный) микроскоп, применившим стереосъемку, построившим теневой и рентгеновский микроскопы. За 35 лет развития конструкция электронного микроскопа достигла высокого совершенства и эксплуатационного удобства.

Теоретической основой электронной микроскопии является возможность приписать потоку электронов свойственную ему длину волны λ

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{12,3 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{U}}, \quad (\text{III. 90})$$

где h — постоянная Планка;

m — масса;

v — скорость электронов;

U — ускоряющее напряжение.

Знание длины волны λ позволяет определить разрешающую способность электронного микроскопа, применяя к нему формулу (III. 69). Громадное преимущество электронного микроскопа перед оптическим вытекает из практической возможности получить чрезвычайно малые длины волн λ . Так, при ускоряющем напряжении $U = 50 \text{ кВ}$ находится по формуле (III. 90): $\lambda = 5,5 \times 10^{-10} \text{ см} = 0,0055 \text{ нм}$. Таким образом, длина волны электронного потока примерно в 10 000—100 000 раз меньше длины волны визуального оптического микроскопа. Однако полезное увеличение современного электронного микроскопа далеко не во столько раз превосходит полезное увеличение оптического микроскопа. По ряду причин принципиального характера полезное увеличение электронного микроскопа в настоящее время достигает 200 000×,

а обычно не превосходит 30 000—40 000 $\times$. Но и такой результат представляет собой грандиозный шаг вперед, позволивший человеку впервые наблюдать крупные молекулы, открыть и исследовать новый класс живой природы — вирусы.

Развитию электронной микроскопии мешают существенные недостатки, присущие этому микроскопу.

1. Как электромагнитным, так и электростатическим линзам свойственны aberrации, подобные aberrациям стеклянных линз. Но в то время как в системах стеклянных линз устранение aberrаций достигается без особого труда, не существует приемов для устранения aberrаций электронных линз. Это обстоятельство вынуждает применять малые апертуры электронных пучков, чтобы избежать резкого влияния aberrаций на качество изображения. Численная апертура электронного микроскопа не превосходит 0,05.

2. Форма преломляющих поверхностей оптических линз обладает хорошей стабильностью во времени. Следует иметь в виду, что отступления от расчетной формы, имеющие величину порядка нескольких длин волн, могут повлечь за собой заметное ухудшение качества изображения. В электронном микроскопе роль преломляющих поверхностей играют поверхности уровня потенциала электромагнитного поля. Добиться их стабильности во времени, учитывая чрезвычайно малую величину длины волны, практически невозможно, что приводит к дополнительному снижению разрешающей способности.

3. Поток электронов энергично поглощается воздухом. Поэтому весь электронный микроскоп помещается в высоком вакууме (порядка $5 \cdot 10^{-6}$ мм рт. ст.). Это создает значительные неудобства эксплуатации микроскопа.

4. Соображения, изложенные в п. 2, приводят к невыполнимо жестким требованиям в отношении стабилизации питающего напряжения электронного микроскопа.

5. Осуществляемое в электронном микроскопе освещение предмета электронным пучком подвергает предмет жестокой бомбардировке электронами, приводящей к нарушению его структуры и формы, а нередко и полному его разрушению. Так, например, на всех фотографиях, полученных при помощи электронного микроскопа, вирусы представлены в виде бесформенных комочков. Такой вид они приобретают под действием электронной бомбардировки. Трудно предположить, что это их естественный вид.

Перечисленные здесь трудности и недостатки электронной микроскопии привели исследователей к некоторому разочарованию. В то же время эти трудности не позволили сразу достичь «потолка», т. е. наибольшей возможной разрешающей способности, и тем самым открыли перспективу длительного усовершенствования. Мы можем, однако, легко найти этот «потолок» при помощи формулы (III. 69), в которой положим $\lambda = 0,005$ нм; $A = 0,05$.

Мы найдем тогда предельно малый различимый размер структурной детали: $e = 0,05$ нм. Далее по формуле (III. 76) определим полезное увеличение $\Gamma = 5\,000\,000\times$. Самое высокое достигнутое полезное увеличение составляет только $200\,000\times$, следовательно, оно в 25 раз меньше теоретически достижимого. Если бы такое же положение существовало в области оптической микроскопии, мы могли бы вместо полезного увеличения $1500\times$ осуществить только увеличение $60\times$.

В сороковых годах нашего столетия возникла идея двухволнового микроскопа, наметившая возможность использования высокой разрешающей способности жестких лучей Рентгена. Принцип действия двухволнового микроскопа заключается в том, что первичное изображение (по терминологии Аббе), или дифракционная картина, создается при помощи коротковолнового излучения с длиной волны λ_1 , а образование вторичного изображения, передающего вид предмета, производится в обычном видимом свете с длиной волны λ_2 . Первичным изображением служит дифракционная рентгенограмма, получаемая по методу, развитому М. Лауэ в 1912 г. (диаграмма Лауэ), зафиксированная на фотографической пленке. Эта рентгенограмма просвечивается пучком когерентных лучей, которые создают вторичное видимое изображение предмета. Отношение λ_2/λ_1 служит фактором увеличения системы. Предметом может служить, например, решетка кристалла. При длине волны $\lambda_1 = 0,01$ нм для жестких лучей Рентгена и при апертуре 0,5, достижимой в методе Лауэ, теоретически разрешаемая величина структурной детали составляет по формуле (III. 69) $e = 0,01$ нм.

Двухволновая микроскопия не получила, однако, практического применения из-за существенного затруднения: фотоснимок с дифракционной картиной воспроизводит только интенсивности, т. е. амплитудные соотношения первичного излучения, но не его фазовые соотношения. Это приводит к появлению лишних структурных деталей («духов») в изображении.

Рассмотренные здесь новые идеи в области микроскопии отнюдь не поколебали теоретического значения установленного Аббе предела разрешающей способности микроскопа, выражаемого формулой (III. 69). Вполне естественно, что этим положением воспользовались ученые-идеалисты для обоснования философского тезиса о непознаваемости внешнего мира, о существовании границ для научного познания мира. При этом им пришлось прибегнуть сразу же к некоторой подтасовке. Ведь положение Аббе утверждает только, что предметы, линейные размеры которых меньше величины e , не могут быть увидены через микроскоп, но оно совсем не утверждает, что такие предметы вообще не могут быть познаны. Идеалистам пришлось подменить понятие «увидеть» понятием «познать», чтобы придать научную видимость своему тезису о непознаваемости объективного мира.

Несостоятельность положений идеализма научно доказана марксистско-ленинским диалектическим материализмом. Поэтому здесь нет надобности останавливаться на философской стороне этого вопроса. Интересна, однако, и его практическая сторона: действительно ли положение Аббе устанавливает предел для «видения» весьма малых предметов? Слово «видение» при этом следует понимать расширенно, как возможность оптическими средствами воспринимать и измерять линейные размеры весьма малых объектов. Некоторые давно известные науке факты заставляют усомниться в правомерности возведения положения Аббе в степень какого-то принципа, лежащего в основе оптических явлений. Формула (III. 69), как и всякая формула физики, выражает собой некоторую закономерность, имеющую место при некоторых определенных физических условиях. В данном случае эти условия определяются применением микроскопа «обычного» устройства (в том числе и электронного микроскопа). Если же будет применен прибор иного, «необычного» устройства, то можно ожидать, что для него формула (III. 69) не будет справедлива.

Основной факт, заставляющий сомневаться в универсальности положения Аббе, появился благодаря успехам спектроскопии, позволившим оптическими методами измерить длины световых волн с точностью до долей ангстрема (при помощи спектрографов, применяющих дифракционные решетки). Обращает на себя внимание также высокая точность спектральных измерений, выполненных при помощи эшелонов и эталона Фабри-Перро. Легко можно подметить, что точность измерений превосходит установленный Аббе предел там, где происходит интерференция не двух, а большего числа пучков лучей.

Интересно заметить, что согласно дифракционной теории микроскопа, развитой Аббе, и в «обычном» микроскопе при образовании вторичного изображения происходит интерференция многих пучков световых лучей, чем и объясняется высокая точность воспроизведения малых предметов. Однако при выводе предельной формулы (III. 69) Аббе пришлось перейти к случаю интерференции двух пучков лучей, что на самом деле и происходит в этом предельном случае.

Принципиальное значение многолучевой интерферометрии, как средства для преодоления установленного Аббе предела, было раскрыто в работе молодого шведского ученого Е. Ингельштама, опубликованной в 1954 г. Эта работа произвела сенсацию в кругах специалистов и повергла в уныние защитников ограниченности человеческого познания. По словам советского исследователя Г. Розенберга, работа Ингельштама «... разрушает прочно укоренившийся миф о якобы принципиальном ограничении разрешающей способности микроскопа».

Велико и практическое значение работ Е. Ингельштама и Толанского, позволивших осуществить многолучевой микроинтер-

ферометр, простой и удобный в обращении оптический прибор, при помощи которого может быть измерена микрошероховатость полированных поверхностей с погрешностью, не превосходящей нескольких десятых долей нонаметра. Таким образом создан оптический прибор, работающий в видимой области спектра, но в то же время соперничающий с электронным микроскопом по разрешающей способности.

Устройство многолучевого микроинтерферометра показано на рис. III. 17. Монохроматическим источником света служит ртутная газоразрядная лампа 1 со светофильтром 5, выделяющим область спектра, содержащую только одну линию ртути. В осветительной части прибора находятся кроме того: осветительная

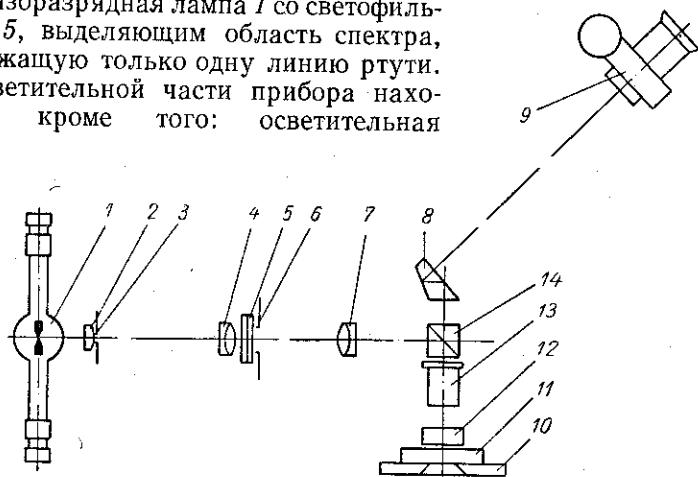


Рис. III. 17

линза 2, апертурная диафрагма 3 (сменная), расположенная у переднего фокуса линзы 4, полевая диафрагма 6, линза 7, призма-куб 14 с полупрозрачной поверхностью склейки. Эта призма вводит осветительный пучок лучей в систему микроскопа. На столике 10 микроскопа помещается образец 11, шероховатость верхней полированной поверхности которого исследуется. Над образцом 11 находится эталонная плоскопараллельная пластинка 12, нижняя поверхность которой несет на себе многослойное покрытие с коэффициентом отражения R_1 , близким к единице. В узком клиновидном воздушном зазоре между образцом 11 и пластинкой 12 происходит многолучевая интерференция вследствие многократного отражения света от поверхностей, образующих воздушный клин.

Выше находятся объектив 13 микроскопа, полупентапризма 8 и окуляр-микрометр 9. Апертурная диафрагма объектива 13 расположена в задней фокальной плоскости линзы 7, где получается изображение узкой диафрагмы 3. Вследствие этого у предмета 11 создается телецентрический ход освещающих лучей при малой апертуре. Линза 7 дает мнимое изображение диафрагмы 6, удален-

ное от апертурной диафрагмы объектива 13 на расстояние, равное оптической длине тубуса микроскопа. Поэтому после объектива 13 изображение диафрагмы 6 возникает в плоскости предмета, т. е. на исследуемой поверхности образца 11.

Сущность явления многолучевой интерференции пояснена на чертеже (рис. III. 18). Кривая *A* есть график распределения интенсивности (освещенности) по полю интерференции, в сечении, перпендикулярном к интерференционным полосам, при двухлучевой интерференции. Кривая *A* — синусоида. Кривая *B* — такой же график при многолучевой интерференции. В первом случае переход от минимума к максимуму происходит плавно, темные и светлые полосы не имеют заметных границ. При много-

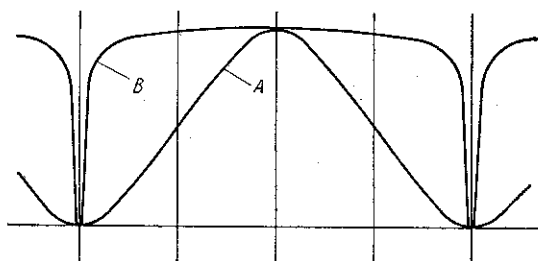


Рис. III. 18

лучевой интерференции темные полосы становятся узкими (в отраженном свете), их границы — более резкими. Это позволяет в интерференционной картине обнаружить и измерить небольшие отклонения полос от прямолинейности, мелкие зубчики этих полос, которые совершенно неразличимы при двухлучевой интерференции.

Эффект различения мелких выступов и впадин благодаря многолучевой интерференции очень велик. Микроинтерферометр имеет кроме поперечной разрешающей способности, выражаемой предельной величиной ϵ , измеряемой в плоскости, перпендикулярной к оптической оси, еще продольную разрешающую способность, которая выражается предельной величиной z обнаруживаемого рельефа поверхности и измеряется вдоль оптической оси. Величина ϵ определяется при помощи формулы (III. 69). Теория многолучевого интерферометра дает для величины z выражение

$$z = \frac{\lambda \beta}{10\pi n}. \quad (\text{III. 91})$$

Здесь λ — длина волны в пустоте;

n — показатель преломления среды между поверхностями, на которых происходит многократное отражение света.

Вспомогательная величина β находится по формуле

$$\beta = \frac{1 - R}{\sqrt{R}}, \quad (\text{III. 92})$$

причем

$$R = \sqrt{R_1 R_2}, \quad (\text{III. 93})$$

где R_1 и R_2 — коэффициенты отражения верхней (эталонной) и нижней (исследуемой) поверхности.

По этим формулам находим, полагая $\lambda = 500 \text{ нм}$, $n = 1$ (воздух) при $R = 0,95$, $z = 0,82 \text{ нм}$, а при $R = 0,97$ $z = 0,49 \text{ нм}$. Этот расчет соответствует результатам, достигнутым практически.

Формула (III. 91) не приводит к принципиально непреодолимому пределу разрешающей способности. Очевидно, что техническое усовершенствование метода многолучевой интерференции позволит еще приблизить R к единице и тем самым сделать z меньше достигнутого ныне предела около $0,5 \text{ нм}$. Совсем еще не использованы здесь известные приемы увеличения n (иммерсия) и понижения λ (ультрафиолетовый микроскоп). В дальнейшем представляется возможным применить метод многолучевой интерференции к электронному микроскопу, что приведет к новому невиданному повышению разрешающей способности.

В. ОПТИЧЕСКОЕ УСТРОЙСТВО МИКРОСКОПА

§ 73. Объективы и окуляры микроскопа

Объектив является важнейшей частью микроскопа, всецело определяющей светосилу, разрешающую способность и качество изображения. Практика фирм, изготавливающих микроскопы, создала ряд типовых конструкций объективов. Существующие типы объективов можно классифицировать различным образом. Часто встречается классификация по свойствам иммерсии:

- 1) сухие системы (без иммерсии);
- 2) водная иммерсия;
- 3) масляная или однородная иммерсия;
- 4) глицериновая иммерсия (ультрафиолет).

Сухие системы имеют апертуру от $0,05$ до $0,9$ и собственное увеличение от 2 до $90\times$. Объективы водной иммерсии бывают с апертурой от $0,15$ до $1,2$ при увеличениях от 6 до $90\times$. У объективов масляной иммерсии апертура имеет значения обычно от $0,7$ до $1,4$, а увеличение от 20 до $120\times$. Наконец, объективы глицериновой иммерсии, применяемые в ультрафиолетовой области спектра, обладают апертурой от $0,45$ до $1,2$ при увеличениях от 20 до $100\times$.

Нередко применяется также классификация объективов по особенностям оптического устройства и коррекции аберраций:

- 1) ахроматы;
- 2) флюоритные системы;
- 3) апохроматы;
- 4) планахроматы;
- 5) планapoхроматы;

- 6) телецентрические объективы;
- 7) монохроматы;
- 8) зеркальные и зеркальнолинзовые системы.

Ахроматы строятся всех увеличений, сухие и иммерсионные, но при больших увеличениях они имеют большой вторичный спектр, снижающий качество изображения. Объективы флюоритной системы содержат некоторые линзы, изготовленные из флюорита. Этим достигается существенное уменьшение вторичного спектра. Еще лучшей коррекцией вторичного спектра отличаются апохроматы, для чего некоторые линзы этих объективов делаются из кристаллических веществ, например из каменной соли, квасцов и т. п. Планахроматы и планапохроматы знаменуют высшее достижение в области расчета микроскопии. Они свободны от кривизны поля зрения, которая у обычных микрообъективов очень велика и сильно ограничивает полезное поле зрения объективов. Особенно ценно устранение кривизны поля зрения для микрофотографии, где эти новые объективы успешно применяются, несмотря на высокую стоимость, обусловленную усложненной конструкцией, и на очень малый рабочий отрезок (от предмета до передней поверхности фронтальной линзы объектива). Для устранения ошибки измерения, зависящей от фокусировки, в измерительных микроскопах необходимо иметь телецентрический ход лучей в пространстве предметов, для чего апертурная диафрагма должна лежать в задней фокальной плоскости объектива. В обычных объективах малых увеличений это условие выполняется недостаточно строго (иногда и совсем не выполняется). Поэтому для измерительных микроскопов выпускаются специальные строго телецентрические объективы с увеличениями $5\times$, $10\times$ и $20\times$. Монохроматы рассчитаны на применение монохроматического света определенной длины волны, большей частью в ультрафиолете. Вследствие отсутствия ахроматической коррекции в них не применяются склеенные линзы и все линзы делаются из одного материала, обычно из кварцевого стекла. Монохроматы имеют численные апертуры в пределах от 0,2 до 1,25 (при глицериновой иммерсии). О зеркальных и зеркальнолинзовых объективах будет сказано ниже.

На чертеже (рис. III. 19) показаны примеры выполнения некоторых объективов. На рис. III. 19, а показана конструкция ахромата $10 \times 0,30$ (10 — собственное увеличение, 0,30 — численная апертура). На рис. III. 19, б представлен ахромат $90 \times 1,25$ с масляной иммерсией. Значения сферической аберрации этого объектива достигают 6 мм, однако при малой задней апертуре объектива такая аберрация не наносит заметного ущерба качеству изображения. Действительно, расчет волновых аберраций показывает, что они не превосходят величины $0,13\lambda$, в то время как по критерию Релея допустима волновая аберрация в $0,25\lambda$. Применение однородной иммерсии при двух апланатических

линзах в передней части объектива существенно облегчает расчет и улучшает коррекцию объектива (см. § 107).

На рис. III. 19, *в* изображен объектив флюоритной системы $20 \times 0,65$ с уменьшенным вторичным спектром, состоящий из семи линз; третья и шестая линзы изготовлены из флюорита. На рис. III. 19, *г* помещен апохромат $120 \times 1,4$, состоящий из десяти линз. К достоинствам апохроматов относится кроме устраненного вторичного спектра улучшенная коррекция других аберраций (кроме кривизны поля зрения). На рис. III. 19, *д* показан планахромат $40 \times 0,65$. Одним из средств устранения кривизны изображения в этом объективе служит введение в его конструк-

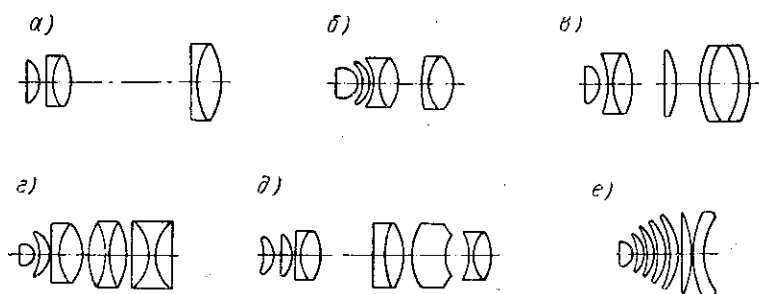


Рис. III. 19

цию толстого мениска (седьмая линза). Наконец, на рис. III. 19, *е* показан объектив монохромат $100 \times 1,25$ с глицериновой иммерсией, рассчитанный для водородной линии спектра $\lambda = 253,6 \text{ нм}$. Все семь линз этого объектива изготовлены из кварца.

Советская оптическая промышленность выпускает все современные типы микрообъективов. Для биологических микроскопов выпускаются объективы на оптическую длину тубуса около 160 мм с покровным стеклом. При расчете объективов с большой численной апертурой учитываются аберрации, вносимые покровным стеклом. При расчете принимается толщина покровного стекла $d = 0,17 \text{ мм}$. Если действительная толщина покровного стекла отличается от этого номинального значения, возникает заметное ухудшение качества изображения. Во избежание этого применяется так называемая компенсационная оправа объектива, позволяющая менять расстояние между некоторыми компонентами объектива, чем возможно компенсировать влияние неправильной толщины покровного стекла.

Для рассматривания непрозрачных предметов в металлографических микроскопах выпускаются нашей промышленностью объективы, рассчитанные без покровного стекла и на увеличенную длину тубуса примерно 190 мм. Кроме того, для металлографии выпускаются и микрообъективы с бесконечно большой опти-

ческой длиной тубуса $\Delta = \infty$. Для рассматривания изображения в таком случае применяется зрительная труба.

В последние годы расширилось применение зеркальных и зеркальнолинзовых объективов. Полное (или почти полное) отсутствие хроматизма позволяет пользоваться ими в широчайшем спектральном диапазоне длин волн от 0,2 до 15 мкм без каких-либо дополнительных устройств и без перефокусировки. Очень удобен сравнительно большой передний отрезок зеркальных

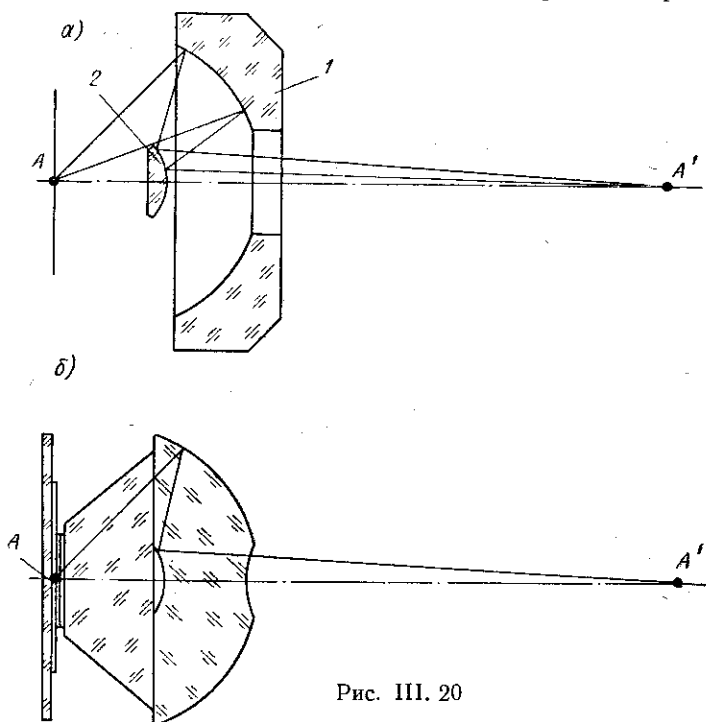


Рис. III. 20

микроскопов, обладающих обычно двумя зеркальными сферическими поверхностями. На рис. III. 20, а показана зеркальная сухая система, состоящая из большого вогнутого зеркала 1 с центральным отверстием и малого выпуклого зеркала 2. Последнее крепится на трех тонких металлических распорках.

Такая конструкция зеркального объектива основана на решаемой в области аббераций третьего порядка задаче определения апланатической системы (свободной от сферической абберации и ошибки закона синусов), состоящей из двух отражающих сферических поверхностей. Задача имеет решение, представленное в следующих формулах. Введем две вспомогательные величины

$$\varepsilon = \frac{1}{V} (< 0); \quad R = \sqrt{5 + 6\varepsilon + 5\varepsilon^2}.$$

Тогда радиус кривизны r_1 большого вогнутого зеркала, радиус кривизны r_2 малого выпуклого зеркала и осевое расстояние d от большого до малого зеркала находятся при помощи формул

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= -\frac{1 - 5\varepsilon - 5\varepsilon^2 - 7\varepsilon^3 + (1 - 3\varepsilon^2) R}{(1 + \varepsilon)^2 (1 - \varepsilon^2)}; \\ r_2 &= \frac{1 + 3\varepsilon - R}{1 - \varepsilon^2}; \\ d &= r_1 - r_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 94})$$

Передний отрезок s , считаемый от вершины большого вогнутого зеркала до осевой точки A предмета, и задний отрезок, считаемый от вершины малого выпуклого зеркала до осевой точки A' изображения, определяются по формулам

$$\left. \begin{aligned} s &= -\frac{2(1 - \varepsilon^3) + (1 + \varepsilon^2) R}{(1 + \varepsilon)^3}; \\ s' &= -\frac{1}{\varepsilon} = -V. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 95})$$

Последняя формула определяет условие масштаба, при котором выполнен расчет. Если желательно получить другое значение отрезка s' , следует помножить линейные размеры рассчитанной системы на соответствующий множитель.

Недостатком такого объектива является большой коэффициент центрального экранирования η

$$\eta = \frac{2\varepsilon + R}{5 + \varepsilon}. \quad (\text{III. 96})$$

Так, например, при тубусе ∞ , $V = \infty$ и $\varepsilon = 0$ по приведенным здесь формулам получим систему:

$$\begin{aligned} n_1 &= 1; \\ r_1 &= -(1 + \sqrt{5}) = -3,236068; \\ d &= -2,0; \quad n_2 = -1; \\ r_2 &= 1 - \sqrt{5} = -1,236068; \\ n_3 &= 1; \\ s &= -(2 + \sqrt{5}) = -4,236068; \quad s' = \infty; \\ f' &= 1,0; \\ \eta &= \frac{1}{5} \sqrt{5} = 0,447214. \end{aligned}$$

В § 61 указано, что при $\eta > 0,4$ наблюдается заметное ухудшение разрешающей способности вследствие расширения дифрак-

ционного пятна рассеяния. Вследствие этого двухзеркальный объектив обладает несколько пониженной разрешающей способностью, и для него полезное увеличение меньше 1000λ .

На рис. III. 20, б показан вариант зеркальнолинзового объектива с однородной масляной иммерсией. Чтобы обеспечить достаточную прозрачность в ультрафиолете, объектив делается из кварца. Он может быть составлен из двух кусков кварца, как показано на чертеже. Для того чтобы выходная преломляющая поверхность объектива не нарушала достигнутой коррекции хроматических и монохроматических aberrаций системы, она имеет сферическую форму с центром кривизны в осевой точке A'

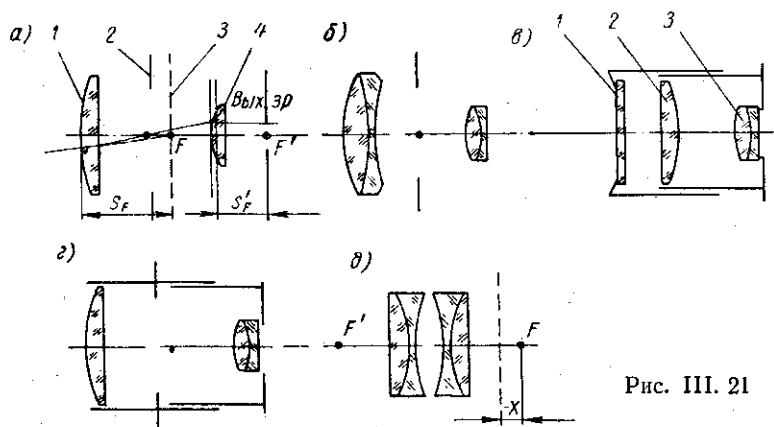


Рис. III. 21

изображения. Остаточная сферическая aberrация позволяет довести апертуру сухой зеркальной системы до 0,71, а иммерсионной — до 1,15.

В микроскопах широко применяются следующие типы окуляров:

- 1) окуляры Гюйгенса;
- 2) компенсационные окуляры;
- 3) измерительные окуляры;
- 4) проекционные и фотоокуляры (положительные);
- 5) гомалы (фотоокуляры отрицательные);
- 6) панкратические окуляры.

Наиболее распространен окуляр Гюйгенса (рис. III. 21, а), состоящий из двух плосковыпуклых линз, обращенных плоской стороной к глазу и изготовленных из стекла одной марки (обычно К8). Несмотря на простоту конструкции, этот окуляр обладает апохроматической коррекцией хроматизма увеличения. На чертеже показан луч, вышедший из осевой точки предмета и после объектива направляющийся в осевую точку изображения 3 (показано штрихами). Осевая точка совпадает с передним фокусом F окуляра. Преломленный коллективом 1, этот луч пересечет ось

в центре полевой диафрагмы 2, находящейся в передней фокальной плоскости глазной линзы 4 окуляра. Вследствие этого луч выходит из окуляра параллельно оптической оси.

Для ахроматизации окуляра Гюйгенса необходимо, чтобы при переходе от одной длины волны к соседней сила Φ окуляра оставалась неизменной, иными словами, чтобы полный дифференциал $d\Phi$ был равен единице. Применим известное выражение для силы Φ системы, состоящей из двух компонентов,

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_1\Phi_2d. \quad (\text{III. 97})$$

Здесь Φ_1 и Φ_2 — силы коллектива 1 и глазной линзы 4;
 d — расстояние, считаемое от задней главной точки коллектива до передней главной точки глазной линзы.

Дифференцируя это выражение и приравняв его нулю, найдем

$$d\Phi = (1 - \Phi_2d) d\Phi_1 + (1 - \Phi_1d) d\Phi_2 = 0. \quad (\text{III. 98})$$

При этом расстояние d является постоянной величиной.

В § 29 рассмотрен хроматизм отдельной тонкой линзы и получена формула (I. 265) для приращения $d\Phi$ силы линзы. Пользуясь этой формулой, мы найдем в нашем случае

$$\left. \begin{aligned} d\Phi_1 &= \frac{\Phi_1}{v}; \\ d\Phi_2 &= \frac{\Phi_2}{v}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 99})$$

где v — коэффициент дисперсии стекла, из которого сделаны обе линзы окуляра. Подставив выражения (III. 99) в формулу (III. 98), получим после простых преобразований, решив его относительно d

$$d = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2\Phi_1\Phi_2} \quad (\text{III. 100})$$

или переходя от сил к фокусным расстояниям,

$$d = \frac{1}{2} (f'_1 + f'_2). \quad (\text{III. 101})$$

В этом выражении не участвует коэффициент v , что и свидетельствует об апохроматическом (в широком спектральном интервале) устранении хроматизма увеличения при соблюдении условия (III. 101).

Для нахождения основных параметров Φ_1 , Φ_2 и d окуляра мы предположим, что конструктору известны сила Φ окуляра и задний фокальный отрезок s'_F . Отрезок этот конструктор может выбрать имея в виду, что выходной зрачок окуляра находится

вблизи от его заднего фокуса. Поэтому искомые параметры окуляра находятся совместным решением трех уравнений: (III. 97), (III. 101) и

$$s'_F = \frac{1 - \varphi_1 d}{\varphi}. \quad (\text{III. 102})$$

Перейдя при этом от сил к фокусным расстояниям, получим следующие расчетные формулы, к числу которых еще прибавлена и формула для переднего фокального отрезка s_F , считаемого от передней главной точки коллектива до переднего фокуса F

$$\left. \begin{aligned} f'_1 &= f' \frac{f' - s'_F}{f' - 2s'_F}; \\ f'_2 &= f' - s'_F; \\ d &= \frac{f'_1 f'_2}{f'} = \frac{1}{2} (f'_1 + f'_2); \\ s_F &= f'_1 - f' = \frac{f' s'_F}{f' - 2s'_F}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 103})$$

Расстояние от центра полевой диафрагмы до вершины глазной линзы равно f'_2 .

Расчет по этим формулам выполняется легко. Пусть даны $f' = 20,0$ мм; $s'_F = 8,0$ мм. Применяя формулы (III. 103), находим: $f'_1 = 60,0$ мм; $f'_2 = 12,0$ мм; $d = 36,0$ мм.

Для объективов-апохроматов, обладающих остаточным хроматизмом увеличения, рассчитаны особые окуляры, компенсирующие эту aberrацию (а иногда и другие остаточные aberrации) объектива и названные поэтому компенсационными. Они отличаются применением склеенных пар линз, как, например, показано на рис. III. 21, б. Встречаются компенсационные окуляры различных типов, в том числе Кельнера, симметричного типа, ортоскопического типа и т. п. (см. § 85). Компенсационные окуляры можно применять также вместе с самыми сильными ахроматами. Ахроматы средних и малых увеличений с компенсационными окулярами дают ухудшенное изображение. При этом на краю поля зрения возникает красноватая кайма, которая служит признаком нецелесообразности применения компенсационного окуляра.

Для выполнения измерений в поле зрения микроскопа применяются измерительные окуляры (рис. III. 21, в). У передней фокальной плоскости окуляра находится так называемая сетка 1 — плоскопараллельная пластинка с выгравированной на ней шкалой, имеющей обычно цену делений $\delta' = 0,1$ мм. Масштаб шкалы,

отнесенный к предмету, определяется в соответствии с собственным увеличением $V_{об}$ и цена делений δ шкалы по отношению к предмету находится по формуле

$$\delta = \frac{\delta'}{|V_{об}|}. \quad (\text{III. 104})$$

Измерительные окуляры бывают различных типов. На чертеже показан окуляр Кельнера. Его коллектив 2 и глазная линза 3 заключены в отдельную оправу, перемещающуюся вдоль оси (на трении или на винтовой нарезке), что позволяет компенсировать аметропию глаза наблюдателя (см. § 81).

Проекционные и фотокуляры (положительные) рассчитаны на получение изображения не на бесконечности, а на фотопленке или матовом экране, удаленных от глазной линзы окуляра обычно на расстояние 125 мм. Большей частью это окуляры Гюйгенса, но для улучшения коррекции аберраций глазная линза окуляра делается склеенной из двух стекол (рис. III. 21, з). Глазная линза окуляра делается подвижной вдоль оси, что и позволяет получать резкое изображение при различных удалениях до экрана или пленки. При этом планахроматы и планapoхроматы обеспечивают лучшее качество изображения при увеличенном поле зрения.

При обычных ахроматах и апохроматах, обладающих большой кривизной поля изображения, для фотографии целесообразно применять отрицательные окуляры, называемые *гомалами* (рис. III. 21, д). На чертеже стрихами показано положение изображения, создаваемого объективом микроскопа. Это изображение, как указано выше, расположено на 13,0 мм ниже верхнего среза тубуса. Гомалы отличаются тем, что они компенсируют кривизну изображения объективов и совместно с определенным объективом дают плоское поле изображения. Для этого при обычных марках стекла фокусное расстояние $f'_{гом}$ гомала должно быть по абсолютной величине приблизительно равно фокусному расстоянию $f'_{об}$ объектива: $f'_{гом} \approx -f'_{об}$. Однако, применяя тяжелые кроны и особо легкие флинты, можно получить устранение кривизны изображения при менее сильном гомале. Если гомал должен давать линейное увеличение $V_{гом}$, то расстояние x от переднего фокуса F гомала до изображения, создаваемого объективом (показано пунктиром) и служащего предметом для гомала, вычисляется по формуле

$$x = \frac{f'_{гом}}{V_{гом}}. \quad (\text{III. 105})$$

При этом расстояние x' , считаемое от заднего фокуса F' гомала до изображения на пленке фотонасадки (или фотокамеры, из которой вынут объектив), находится по формуле Ньютона

$$x' = -\frac{f'^2_{гом}}{x}. \quad (\text{III. 106})$$

Так, например, если $f_{г.о.м} = -20,0$ мм и $V_{г.о.м} = 10\times$, находим по формулам (III. 105) и (III. 106): $x = -2,0$ мм и $x' = 200,0$ мм.

В последнее время в микроскопах стали применяться *панкратические окуляры*, позволяющие плавно изменять увеличение в 5—10 раз, не требуя дополнительной фокусировки. Панкратический окуляр состоит из специальной панкратической системы с подвижными линзами и обычного окуляра (Гюйгенса или компенсационного). О панкратических системах микроскопа см. § 88.

§ 74. Конденсоры для освещения в проходящем свете

Биологические объекты микроскопического исследования большей частью прозрачны, что позволяет рассматривать их в проходящем свете, применяя осветительную систему по Келеру, представленную на рис. III. 1. На этом же чертеже показан двухлинзовый конденсор Аббе с максимальной апертурой 1,2 и обычно с фокусным расстоянием 11,0 мм. Этот конденсор не свободен от хроматизма и сферической аберрации, что вызывает затруднения при применении его с апохроматами. В таких слу-

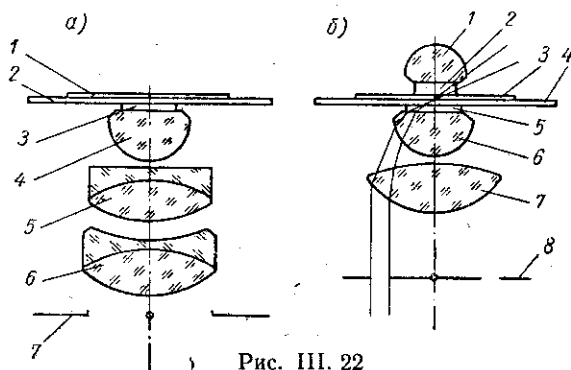


Рис. III. 22

чаях применяется ахроматический и апланатический конденсор (рис. III. 22, а), состоящий из апертурной диафрагмы 7, двух склеенных пар линз 6 и 5 и фронтальной линзы 4. Между последней и предметным стеклом 2 помещается слой иммерсионной жидкости 3. Иммерсионная жидкость должна быть также между покровным стеклом 1 и фронтальной линзой объектива (не показанной на чертеже). Апертура этого конденсора достигает 1,4 при фокусном расстоянии 10,0 мм. В последнее время получил распространение кварцевый конденсор, отличающийся повышенной прозрачностью в коротковолновом участке спектра.

К новейшим усовершенствованиям микроскопа относится *панкратический конденсор*, позволяющий плавно менять апертуру и освещаемое поле одновременно, так что при увеличении апертуры освещаемое поле уменьшается, и наоборот. В наиболее ответственных

случаях, например при определении размеров деталей, близких к пределу разрешающей способности, можно рекомендовать заменить конденсор таким же объективом, какой применен в визуальной части микроскопа, но используемым в обратном ходе лучей.

Если апертурная диафрагма конденсора полностью заполнена светом, в микроскопе наблюдаются менее прозрачные детали в виде темных участков на светлом фоне. Такое освещение принято называть *освещением на светлом поле*. Световой поток, проходящий через микроскоп, сравнительно велик, и глаз поэтому адаптирован на свет. Можно, однако, осуществить и *освещение на темном поле*, при котором глаз наблюдателя адаптирован на темноту. При показанном на чертеже (рис. III. 22, б) конденсоре Аббе, состоящем из двух линз 7 и 8 с иммерсионным устройством, состоящим из слоев 5 и 2 иммерсии, предметного стекла 4 и покровного стекла 3, для освещения на темном поле применяется кольцевая диафрагма 8, установленная в передней фокальной плоскости конденсора. Поэтому внутри конуса лучей, сходящихся в осевой точке предмета, образуется не заполненная светом коническая полость. Если апертура лучей, ограничивающих эту полость, больше апертуры объектива, то при отсутствии на предметном стекле 4 предмета все лучи, прошедшие через конденсор, не попадут во фронтальную линзу 1 объектива, как это показано на чертеже, и наблюдатель, смотрящий в микроскоп, увидит полную темноту.

Если же на предметном стекле 4 имеется подходящий предмет, то в отверстие фронтальной линзы 1 объектива попадут лучи, рассеянные структурными деталями предмета вследствие дифракции, преломления и отражения света. Поэтому предмет представляется в виде светлых участков и контуров на темном фоне. Нетрудно понять, что контраст изображения на темном поле значительно выше, чем контраст изображения на светлом поле. Этим достигается улучшение условий видимости слабых деталей, но, конечно, не сдвигается предел разрешающей способности, установленный формулой (III. 69).

Практика показала, что линзовые конденсоры при освещении на темном поле не позволяют получить совершенно черный фон. Вследствие многократного отражения света от преломляющих поверхностей конденсора фон засвечивается паразитным светом, что влечет за собой снижение высокого контраста. Этот недостаток устранен в зеркальных конденсорах для темного поля.

Параболоидконденсор первого типа представляет собой стеклянное тело 4 (рис. III. 23, а), с боков ограниченное поверхностью парабоида вращения с фокусом в осевой точке предмета, находящегося между покровным стеклом 1 и предметным стеклом 2, а сверху и снизу имеющее плоские грани. Между верхней гранью конденсора и предметным стеклом 2 находится слой однородной иммерсии 3.

Расчет параболоидконденсора можно легко выполнить на основании формулы параболы

$$y^2 = 4f'x \quad (\text{III. 107})$$

и выражения

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2f'}{y}, \quad (\text{III. 108})$$

получаемого по чертежу с учетом известного свойства параболы: ее субнормаль постоянна и равна $2f'$. Будем считать, что конструктору известны наибольший и наименьший апертурные углы α_1 и α_2 . Кроме того, он может выбрать величину a — совместную

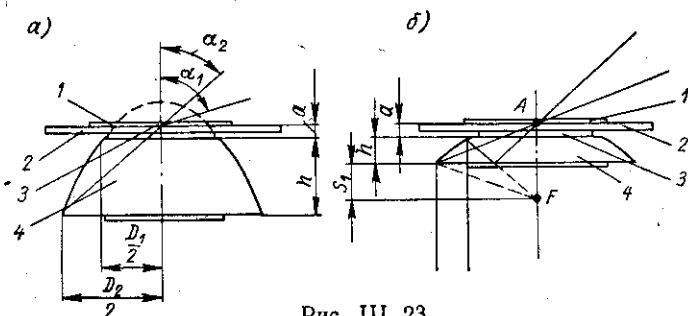


Рис. III. 23

толщину предметного стекла 2 и иммерсионного слоя 3. Тогда для нахождения фокусного расстояния параболоидконденсора послужит формула

$$f' = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha_1}{\cos \alpha_1} a. \quad (\text{III. 109})$$

Затем находится высота h стеклянного тела 4 конденсора

$$h = \frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) \sin \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin^2 \frac{1}{2} \alpha_1 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha_2} f'. \quad (\text{III. 110})$$

Наконец, определяются диаметры D_1 и D_2 верхней и нижней граней конденсора:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= 2a \operatorname{tg} \alpha_1; \\ D_2 &= 2(a + h) \operatorname{tg} \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 111})$$

Параболическая форма отражающей поверхности параболоидконденсора обеспечивает отсутствие сферической аберрации.

Более компактен параболоидконденсор второго типа (III. 23, б), который также имеет стеклянное тело 4, сверху и снизу

ограниченное плоскими гранями. Боковая его поверхность — поверхность параболоида вращения с фокусом в некоторой точке F . Световые лучи, отраженные от поверхности параболоида (покрытой отражающим слоем), направляются к точке F , но встречаются на пути нижнюю грань конденсора и, отразившись от нее (полное внутреннее отражение), проходят сквозь иммерсионный слой 3 и предметное стекло 2, попадая в осевую точку A предмета, находящегося между предметным стеклом 2 и покровным стеклом 1.

Анализ хода лучей в этом конденсоре приводит к следующим расчетным формулам. Пусть конструктору заданы величины α_1 и α_2 — наибольший и наименьший апертурные углы и a — суммарная толщина предметного стекла 2 и иммерсионного слоя 3. Сначала находятся вспомогательные величины

$$M_1 = \frac{\cos \alpha_1}{\cos^2 \frac{1}{2} \alpha_1}; \quad M_2 = \frac{\cos \alpha_2}{\cos^2 \frac{1}{2} \alpha_2}.$$

Затем определяется фокусное расстояние параболоидконденсора f' и высота h его стеклянного тела

$$\left. \begin{aligned} f' &= \frac{a}{2M_1 - M_2}; \\ h &= f' (M_2 - M_1). \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 112})$$

Наконец, находятся диаметры D_1 и D_2 нижнего и верхнего оснований стеклянного тела конденсора

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= 2M_1 f' \operatorname{tg} \alpha_1; \\ D_2 &= 2M_2 f' \operatorname{tg} \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III. 113})$$

Наиболее совершенным зеркальным конденсором является так называемый *кардиоидконденсор*, в котором в отличие от параболоидконденсора устранена не только сферическая абберация, но также и ошибка закона синусов. Благодаря этому все зоны его оптической системы обладают одним увеличением, что важно для максимального использования световой энергии. В основе конструкции кардиоидконденсора лежит та же апланатическая система, состоящая из двух concentрических сферических зеркал, которая использована в конструкции зеркальных объективов (см. рис. III. 20, a и b). Но в кардиоидконденсоре, обладающем очень большой апертурой, приходится для улучшения коррекции немного нарушить concentричность поверхностей. На чертеже (рис. III. 24, a и b) показаны два варианта кардиоидконденсора, рассчитанные в ЛИТМО в 1936 г. В обоих вариантах указаны: покровное стекло 1, предметное стекло 2 и слой иммерсионной жидкости 3. Каждый конденсор состоит из двух стеклянных деталей 4 и 5, склеенных между собой. Нижняя входная грань

детали 5 покрыта черным лаком, в котором процарапано кольцеобразное отверстие. При n иммерсии, равном 1,514, вариант *a* имеет апертуру в пределах от 1,15 до 1,42, а вариант *б* — от 1,2 до 1,5.

Кардиоидконденсор был впервые рассчитан в 1908 г. Г. Зидентопфом, сотрудником фирмы «К. Цейсс». Зидентопф получил ма-

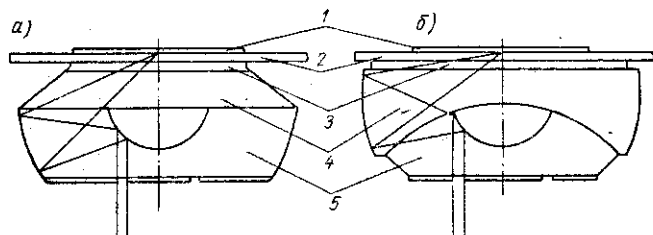


Рис. III. 24

тематически строгое решение задачи, при котором меридиональная кривая первой отражающей поверхности представляет собой кардиоиду. Однако вскоре В. С. Игнатовским было доказано, что кардиоидная поверхность может быть заменена ближайшей сферой без заметного ущерба для качества изображения. Фирма «К. Цейсс» и другие фирмы стали выпускать этот конденсор со сферическими поверхностями. Но название кардиоидконденсор сохранилось.

§ 75. Осветительные устройства для непрозрачных предметов

В микроскопах, служащих для металлографических исследований и для контроля чистоты обработки металлических поверхностей, предмет непрозрачен и не может рассматриваться в проходящем свете. Для освещения непрозрачных предметов применяются различные осветительные устройства: опак-иллюминатор, отражатели, ультра-опак.

Опак-иллюминатор отличается от остальных осветительных устройств тем, что освещение предмета производится через объектив, так что последний становится частью осветительной системы. Оптическое устройство опак-иллюминатора (рис. III. 25) заключено в горизонтальном патрубке 4, примыкающем к нижнему концу тубуса 9 микроскопа. Наружный конец патрубка 4 закрыт матированной плоскопараллельной пластинкой 2, которая освещается любым внешним источником света. Вслед за пластинкой 2 в патрубке 4 расположена апертурная ирисовая диафрагма 3, находящаяся в передней фокальной плоскости линзы 5. На небольшом расстоянии от линзы 5 помещается вторая ирисовая диафрагма 6, служащая полевой диафрагмой опак-иллюминатора. Наконец, в патрубке 4 находится еще вторая линза 7,

а в тубусе 9 микроскопа укреплена призма-куб 8 с полутражающей гранью склейки, служащая для направления осветительных пучков лучей в объектив 11 микроскопа.

Линза 7 действует двояким образом. Во-первых, ее задний фокус совпадает с центром апертурной диафрагмы 10 объектива микроскопа. Эта диафрагма находится поэтому в плоскости, сопряженной с плоскостью апертурной диафрагмы 3 опак-иллюминатора. Во-вторых, линза 7 создает мнимое изображение 1 диафрагмы 6, причем расстояние от изображения 1 до апертурной диафрагмы 10 (ход луча в призме 8 редуцирован к воздуху) равно оптической длине Δ тубуса микроскопа. Вследствие этого изоб-

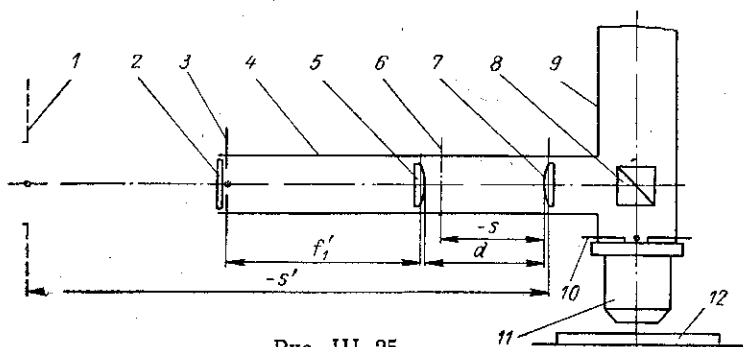


Рис. III. 25

ражение диафрагмы 6 через объектив 11 возникает на поверхности непрозрачного предмета 12.

Для расчета опак-иллюминатора введем следующие обозначения: D_A — диаметр диафрагмы 3; D_{Π} — диаметр диафрагмы 6; D_1 — диаметр линзы 5; D_2 — диаметр линзы 7; D'_A — диаметр диафрагмы 10; D'_{Π} — диаметр полевой диафрагмы микроскопа, а следовательно, и диафрагмы 1; f'_1 и f'_2 — фокусные расстояния линз 5 и 7; s — расстояние от линзы 7 до диафрагмы 6; s' — расстояние от линзы 7 до изображения 1 диафрагмы 6; d — расстояние между линзами 5 и 7; V_A — линейное увеличение в плоскостях 3 и 10; V_{Π} — линейное увеличение в плоскостях 6 и 1. Конструктору даны: D'_A , D'_{Π} и оптическая длина тубуса Δ . Конструктор подбирает по конструктивным соображениям f'_2 и D_A .

Тогда находим

$$V_A = -\frac{D'_A}{D_A} = -\frac{f'_2}{f'_1}. \quad (\text{III. 114})$$

Отсюда получаем выражение для f'_1

$$f'_1 = \frac{D_A}{D'_A} f'_2. \quad (\text{III. 115})$$

По чертежу находим

$$s' = -(\Delta - f'_2) \quad (\text{III. 116})$$

и по формуле Ньютона

$$x = \frac{f_2'^2}{\Delta}, \quad (\text{III. 117})$$

а отсюда определяется отрезок s

$$s = -(f'_2 - x) = -\left(1 - \frac{f'_2}{\Delta}\right) f'_2. \quad (\text{III. 118})$$

Линзы 5 и 7 следует сделать плоско-выпуклыми, обращенными выпуклыми сторонами друг к другу. Расстояние d следует сделать положительным и по абсолютной величине несколько больше отрезка s .

Линейное увеличение V_{Π} находится по выражению

$$V_{\Pi} = \frac{\Delta}{f'_2}. \quad (\text{III. 119})$$

Поэтому найдем диаметр D_{Π}

$$D_{\Pi} = \frac{D'_A}{V_{\Pi}} = \frac{D'_A f'_2}{\Delta}. \quad (\text{III. 120})$$

По наклонному пучку лучей, главный луч которого проходит через центр диафрагмы 6, находится диаметр D_2 линзы 7:

$$D_2 = -\frac{D'_A}{f'_2} s + D_{\Pi}. \quad (\text{III. 121})$$

Диаметр D_1 линзы 5 должен быть несколько больше диаметра D_{Π} диафрагмы 6. Но практически удобно принять $D_1 = D_2$.

Пусть, например, даны: $D'_A = 5,0$ мм; $D_{\Pi} = 20,0$ мм; $\Delta = 160,0$ мм. Конструктор выбирает: $f'_2 = 32,0$ мм; $D_A = 7,5$ мм. По приведенным здесь формулам вычисляем: $f'_1 = 48,0$ мм; $s' = -128,0$ мм; $s = -25,6$ мм; $d = 30,0$ мм; $D_{\Pi} = 4,0$ мм; $D_1 = D_2 = 8,0$ мм.

Опак-иллюминаторы широко распространены в современных микроскопах. Нередко они делаются вмонтированными в штатив микроскопа, так что простым поворотом рычага можно перейти от освещения в проходящем свете к освещению opak-иллюминатором. Недостатком opak-иллюминатора следует признать значительное количество паразитного света, попадающего на плоскость изображения вследствие отражения (даже не многократного, а однократного) от преломляющих поверхностей объектива. Поэтому здесь очень важно самое тщательное просветление оптики объектива.

Из числа простых зеркальных устройств, освещающих непрозрачный предмет, упомянем здесь *зеркало Либеркюна* (рис. III. 26, а), перекочевавшее в современный микроскоп из простого микроскопа Либеркюна (рис. III. 2). Это параболическое зеркало, надеваемое снаружи на оправу объектива таким образом,

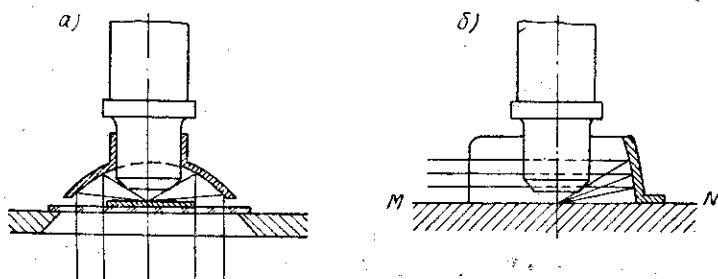


Рис. III. 26

чтобы фокус зеркала совпадал с осевой точкой непрозрачного предмета. Последний должен быть маленьким, чтобы не мешать ходу освещающего пучка, идущего снизу.

Хороший результат дает параболический отражатель (рис. III. 26, б), который имеет в плане подковообразную форму

и ставится непосредственно на поверхность предмета, с трех сторон охватывая объектив микроскопа. Ось параболической отражающей поверхности зеркала совпадает с прямой MN .

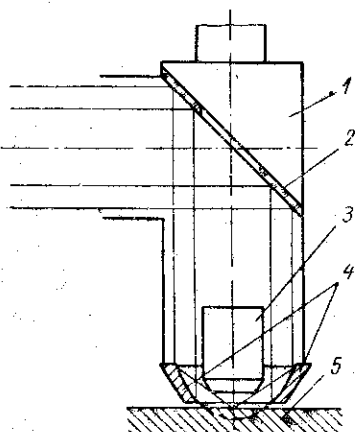


Рис. III. 27

В последнее время для освещения непрозрачных предметов иногда применяется *ультра-опак*—устройство, свободное от указанного выше недостатка opak-иллюминатора. В нижней расширенной части 1 (рис. III. 27) тубуса микроскопа помещается наклоненное плоское зеркало 2, имеющее эллиптическую форму и эллиптическое отверстие в центре для пропуска пучков лучей, идущих из объек-

тива в окуляр микроскопа. В нижней части тубуса 1 закреплен объектив 3 микроскопа при помощи растяжек, не показанных на чертеже. Освещающий параллельный пучок лучей направляется сбоку на зеркало 2 и, отразившись от него, проходит вниз между оправой объектива 3 и стенкой тубуса 1. Здесь пучок лучей встречает кольцообразное вогнутое параболическое зеркало 4, которое направляет световые лучи на осевой

участок непрозрачного предмета 5. Узость зазора между объективом 3 и предметом 5 не позволяет хорошо использовать апертуру этого осветителя. Но осуществляемое им освещение на темном поле ценно для выявления тонкого рельефа протравленных металлических шлифов.

§ 76. Современные типы микроскопов

В процессе развития микроскопии создавались различные специализированные типы микроскопов. Начало такой специализации положено еще Левенгуком, построившим микроскоп для наблюдения кровообращения в хвосте молодого угря. Практика показала, однако, что такая далеко идущая специализация микроскопа нецелесообразна. Конечно, необходимы следующие специальные типы микроскопа: цеховой измерительный, ультрафиолетовый, люминесцентный, интерференционный, поляризационный, кристаллографический, металлографический, школьный и экспедиционный. Но большинство исследований может выполняться на так называемом универсальном микроскопе, развившемся из ранее широко распространенного биологического микроскопа и имеющем большой набор приспособлений, принадлежностей и сменных устройств, делающих его действительно универсальным. Для удобного размещения и хранения всего этого хозяйства служит специальный стол, составляющий неотъемлемую принадлежность микроскопа. На рис. III. 28 представлен только самый микроскоп.

В постаменте микроскопа расположена осветительная система для наблюдения в проходящем свете, состоящая из специальной низковольтной лампы накаливания 1, коллектора 2, ирисовой диафрагмы (полевой) 3, переключающейся призмы 4, линз 5, 6, 7 и 8 панкратической системы, зеркала 9, ирисовой диафрагмы (апертурной) 10 и конденсора 11.

Основная наблюдательная система микроскопа содержит следующие части, расположенные над подъемным столиком 12 микроскопа: микрообъектив 13, ввернутый в револьвер 14 вместе с объективом 16, выключаемую призму 15 опак-иллюминатора, выключаемую полупентапризму 17, ахроматическую линзу 20, призмы 21, 22 и 23 бинокулярной насадки микроскопа (см. § 93) и окуляры 24 и 25 этой насадки. Всю бинокулярную насадку следует представлять себе повернутой на 90° вокруг оси линзы 20.

Осветительная система для непрозрачных предметов (опак-иллюминатор) расположена в верхнем корпусе микроскопа и содержит следующие части: ртутную лампу СВДШ 27, коллектор 28 с апертурной диафрагмой, светофильтр 29, переключающую призму 30, первую линзу опак-иллюминатора 31, полевую диафрагму 32, вторую линзу опак-иллюминатора 33 и упомянутую выше выключаемую призму 15 с полупрозрачной гранью склейки.

Фотографирование наблюдаемых предметов производится при выключенных призмах 15 и 17. При этом свет из объектива 13 поступает непосредственно в ахроматическую линзу 18. Расположенная выше призма 19 в этом случае выключена, вследствие чего свет проходит дальше в призму 39 с полупрозрачной гранью, которая 80% света пропускает в гомал 40 и через затвор 41 — в малоформатную фотографическую камеру 42, из которой вывернут фотографический объектив. 20% света отражается от

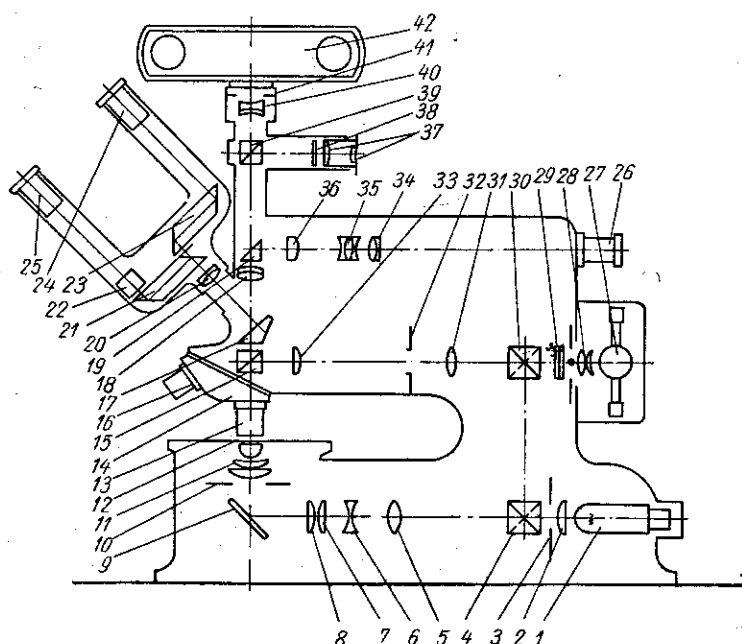


Рис. III. 28

полупрозрачной грани призмы 39 и поступает на матовую пластинку 38, на которой возникает изображение фотографируемого предмета одновременно с его изображением на фотопленке камеры 42. Изображение на пластинке 38 служит для наводки на резкость и рассматривается через окуляр 37. Горизонтальную трубку, содержащую детали 39, 38 и 37, следует представлять себе повернутой на 90° из плоскости чертежа вокруг вертикальной оси гомала 40.

Если призма 19 не выключена, то свет попадает в горизонтальную ветвь, находящуюся в верхней части корпуса микроскопа и служащую для киносъёмочного и телевизионного устройства, а также для проекции на экран. При этом свет проходит через линзы 36, 35 и 34 панкратической системы, позволяющей менять по желанию масштаб изображения, и через фотоокуляр 26 (или

проекционный окуляр) поступает либо непосредственно на экран (в случае проекции), либо в соединяемую с окуляром 26 при помощи меха телевизионную или киносъёмочную камеру (на чертеже не показана).

Переключением призм 4 и 30 меняется освещение предмета. При показанном на чертеже расположении зеркальных гипотенузных граней этих призм свет от электролампы 1 направляется в opak-иллюминатор для визуального наблюдения непрозрачного предмета. Если же нужно этот предмет фотографировать, призма 30 выключается и в opak-иллюминатор направляется свет от ртутной лампы 27. Для визуального наблюдения прозрачных предметов в проходящем свете используется электролампа 1, свет от которой при выключенной из хода лучей призме 4 направляется в конденсор 11. При фотографировании снова включаются призмы 4 и 30, но они повернуты теперь на 90° вокруг горизонтальных осей, перпендикулярных к плоскости чертежа (их отражающие грани показаны в этом положении штрихами), и свет в конденсор 11 поступает от ртутной лампы 27.

Телевизионное устройство со всем его электротехническим оборудованием, оборудование для фото- и киносъёмки, наборы объективов, окуляров, конденсоров и всевозможных принадлежностей, в том числе принадлежности для фазового контраста, — все это располагается и хранится в столе микроскопа. Сравнение этого совершенного инструмента с микроскопами XVII столетия свидетельствует о замечательном пути развития микроскопостроения за протекшие три с половиной века.

ГЛАВА IV

ТЕОРИЯ ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А. ТЕОРИЯ ПРОСТОЙ ТЕЛЕСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

§ 77. Общие основы теории телескопических систем

Телескопические системы, или *зрительные трубы*, — это наиболее распространенная и широко разветвленная группа оптических систем. Телескопические системы являются основной частью множества оптических приборов: геодезических, астрономических и военных наблюдательных, угломерных, дальномерных и прицельных. Если учесть еще, что телескопические системы входят в состав многих лабораторных измерительных и контрольных приборов, то следует считать эту группу оптических систем имеющей действительно универсальное распространение.

Принцип устройства телескопической системы вытекает из двух требований, предъявляемых к ней в процессе ее эксплуатации.

1. Телескопическая система предназначена для наблюдения далеких предметов. Это прибор дальнего действия, а потому диаметр входного зрачка телескопической системы всегда мал по сравнению с расстоянием до наблюдаемого предмета. Иными словами, мала ее передняя апертура. Во многих случаях вполне допустимо считать переднюю апертуру телескопической системы равной нулю и предполагать, что в ее входной зрачок входят параллельные пучки лучей.

2. Телескопическая система — визуальный прибор, т. е. прибор, работающий непосредственно с глазом наблюдателя. Если глаз наблюдателя эметропический и его дальняя точка лежит на бесконечности, то для устранения утомления глаза напряжением аккомодации, очевидно, необходимо, чтобы создаваемое телескопической системой и рассматриваемое глазом изображение предмета находилось на бесконечности. Поэтому задняя апертура телескопической системы может также быть равной нулю и можно

считать, что ее выходной зрачок покидают параллельные пучки лучей.

Для компенсации аметропии глаза наблюдателя в телескопической системе может быть предусмотрено так называемое диоптрийное перемещение окуляра, которое описано ниже.

Изложенные два основных положения позволяют установить характерные свойства телескопических систем. На рис. IV. 1 показаны входной и выходной зрачки телескопической системы, центры которых лежат в точках C и C' . Пусть в пространстве предметов имеется луч P_1P_0 , идущий от осевой точки бесконечно далекого предмета, а в пространстве изображений — луч $P'_1P'_0$, сопряженный с лучом P_1P_0 и направляющийся к бесконечно

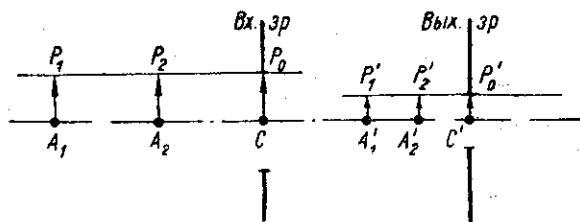


Рис. IV. 1

далекой осевой точке изображения. В соответствии со сказанным выше оба луча должны быть параллельны оптической оси системы.

Откажемся временно от представления о бесконечно далеком предмете и рассмотрим предмет $A_1P_1 = y$ такой величины, что его нижний конец лежит на оптической оси, а верхний — на луче P_1P_0 . Где-то в пространстве изображений должно существовать изображение $A'_1P'_1 = y'$ этого предмета, при этом его концы A'_1 и P'_1 должны лежать на оптической оси и на луче $P'_1P'_0$. Линейное увеличение V будет для этого положения предмета

$$V = \frac{y'}{y}. \quad (\text{IV. 1})$$

Пусть теперь предмет y переместится в новое положение A_2P_2 таким образом, чтобы его концы скользили соответственно по оптической оси и по лучу P_1P_0 . При этом его величина y останется неизменной. Легко понять, что в пространстве изображений произойдет аналогичное перемещение изображения y' в некоторое новое положение $A'_2P'_2$, причем точка A'_2 будет лежать на оптической оси, а точка P'_2 — на луче $P'_1P'_0$. Вследствие этого и величина y изображения также останется неизменной, а потому не изменится и линейное увеличение V . Мы показали таким образом, что телескопические системы обладают особым специфическим свойством:

их линейное увеличение не зависит от расстояния от входного зрачка до предмета.

Мы можем сделать это расстояние даже равным нулю и поместить предмет $CP_0 = y$ в самом входном зрачке системы. Тогда его изображение $C'P'_0 = y'$ будет находиться в выходном зрачке, но величины y и y' будут теми же самыми. Вследствие этого и линейное увеличение V_c в зрачках телескопической системы будет равно его постоянному линейному увеличению V

$$V = V_c = \text{const.} \quad (\text{IV. 2})$$

Рассмотрим другие увеличения телескопической системы. Угловое увеличение W всякой оптической системы связано с линейным увеличением V формулой

$$VW = -\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}. \quad (\text{IV. 3})$$

Поэтому угловое увеличение W телескопической системы тоже постоянно по всей оптической оси

$$W = \frac{n}{n'V} = \text{const.} \quad (\text{IV. 4})$$

Для продольного увеличения Q справедлива формула

$$Q = -\frac{f'}{f} VV_c = \frac{n'}{n} VV_c. \quad (\text{IV. 5})$$

Для телескопической системы получим отсюда, учитывая формулу (IV. 2),

$$Q = \frac{n'}{n} V^2 = \text{const.} \quad (\text{IV. 6})$$

Рассмотрим еще видимое увеличение Γ телескопической системы. В общей формуле (II. 134) для видимого увеличения мы можем, во-первых, считать величины p и k равными, как это делается в случае приборов дальнего действия. Во-вторых, можно считать равными и отрезки p' и k' , так как зрачок глаза совпадает с выходным зрачком телескопической системы или удален от него на расстояние, исчезающе малое по сравнению с самими отрезками p' и k' . По этим соображениям получим из (II. 134)

$$\Gamma = \frac{n}{n'V_c}, \quad (\text{IV. 7})$$

а вследствие (IV. 2) и (IV. 4) находим

$$\Gamma = \frac{n}{n'V} = W = \text{const.} \quad (\text{IV. 8})$$

Мы показали здесь, что все увеличения телескопической системы постоянны, независимо от положения предмета. Так как

основным и наиболее употребительным увеличением телескопической системы является ее видимое увеличение, целесообразно выразить через него все остальные увеличения. Пользуясь выведенными здесь формулами, найдем следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{n}{n' \Gamma} = \text{const}; \\ W &= \Gamma = \text{const}; \\ Q &= \frac{n}{n' \Gamma^2} = \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 9})$$

Если (как это обычно и бывает) в пространствах предметов и изображений имеется воздух, и $n' = n = 1$, получим вместо (IV. 9) более простые формулы:

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{1}{\Gamma} = \text{const}; \\ W &= \Gamma = \text{const}; \\ Q &= \frac{1}{\Gamma^2} = \text{const}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 10})$$

Формулы (IV. 10) требуют некоторых пояснений. Во-первых, следует заметить, что увеличения V и Q не равны. Вследствие этого происходит искажение видимого через зрительную трубу пространственного оптического изображения. Если, как это обычно бывает, $\Gamma > 1$, то $Q < V$, и пространственное изображение будет представляться сплюснутым вдоль оптической оси прибора. При большом увеличении зрительной трубы эта сплюснутость легко обнаруживается. Так, например, при рассматривании через зрительную трубу человека, идущего по направлению к наблюдателю, создается впечатление, что этот человек топчется на месте, почти не продвигаясь вперед. Такое искажение пространственного изображения есть результат невыполнения условия естественного впечатления: $\Gamma = 1$. Действительно, при этом условии $Q = V$, а потому искажение отсутствует. Нужно заметить, что искажение формы изображения полностью отсутствует и при увеличении $\Gamma = -1$, но по своему расположению пространственное изображение повернуто (относительно предмета) вокруг оптической оси на 180° .

Во-вторых, из формул (IV. 10) следует, что при видимом увеличении $\Gamma > 1$ как V , так и Q меньше единицы. Поэтому оказывается, что рассматриваемая глазом «модель» предмета не увеличена, но, наоборот, уменьшена. Каким же образом возникает эффект увеличения изображения? Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим рис. IV. 2. Предмет AP находится на расстоянии AC от входного зрачка зрительной трубы. Наблюдатель, зрачок

глаза которого находится у выходного зрачка трубы, видит изображение $A'P'$ на расстоянии $A'C'$ от выходного зрачка. В соответствии с формулами $A'P'$ в Γ раз меньше AP . Но по тем же фор-

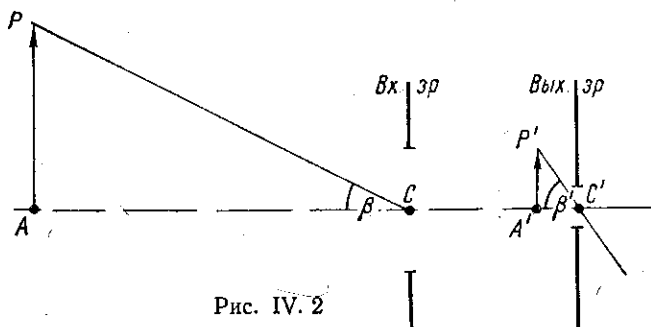


Рис. IV. 2

мулам $A'C'$ в Γ^2 раз меньше. Вследствие этого тангенс угла β' все-таки в Γ раз больше тангенса угла β , вследствие чего и возникает эффект видимого увеличения.

§ 78. Конструктивные условия образования телескопической системы

Простая зрительная труба состоит из двух компонентов: объектива и окуляра. И более сложные зрительные трубы можно разбить на две части. Поэтому целесообразно рассмотреть здесь вопрос, каким образом практически можно создать телескопическую систему из двух компонентов. С целью выяснения этого вопроса обратимся к формулам (I. 199), позволяющим определить отрезки s и s' системы из двух компонентов при заданном линейном увеличении V этой системы. Решая эти формулы относительно V , получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{V} &= 1 - \varphi_2 d + \varphi s; \\ V &= 1 - \varphi_1 d - \varphi s'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 11})$$

Линейное увеличение телескопической системы не должно зависеть от положения предмета и изображения, т. е. от отрезков s и s' . Это возможно только в случае, если множитель при величинах s и s' в этих формулах равен нулю. Отсюда получаем условие образования телескопической системы

$$\varphi = 0. \quad (\text{IV. 12})$$

Но φ есть сила оптической системы, величина, обратная ее фокусному расстоянию. Таким образом мы получили положение: фокусное расстояние телескопической системы равно бесконеч-

ности. Поэтому ее можно назвать афокальной системой. Пользуясь формулой (I. 192) для силы системы из двух компонентов, получим вследствие (III. 133)

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_1 \Phi_2 d = 0. \quad (\text{IV. 13})$$

Решая далее это выражение относительно d , найдем интересное нас конструктивное условие образования телескопической системы

$$d = f'_1 + f'_2. \quad (\text{IV. 14})$$

Геометрический смысл этого выражения легко установить при помощи рис. IV. 3, на котором показано положение условно совмещенных главных плоскостей двух компонентов. На этом же рисунке показано положение заднего фокуса F'_1 первого компонента и переднего фокуса F_2 второго компонента. Отрезок $\Delta = F'_1 F_2$ называется оптическим интервалом. По чертежу нетрудно составить следующую формулу для d :

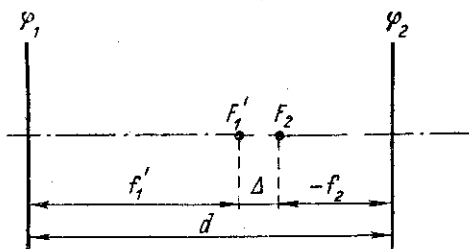


Рис. IV. 3

$$d = f'_1 + \Delta - f_2. \quad (\text{IV. 15})$$

Учитывая, что $f_2 = -f'_2$ (компоненты в воздухе), найдем из (IV. 15)

$$d = f'_1 + \Delta + f'_2. \quad (\text{IV. 16})$$

Сравнивая (IV. 16) с (IV. 14), устанавливаем, что в телескопической системе оптический интервал равен нулю. Другими словами, в телескопической системе задний фокус первого компонента (объектива) совпадает с передним фокусом второго компонента (окуляра).

Но для конструктора недостаточно уметь получать телескопическую систему. Ему еще необходимо получить телескопическую систему с заданным видимым увеличением. Для этого обратимся снова к формулам (IV. 11), которые вследствие (IV. 12) имеют теперь вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{V} &= 1 - \Phi_2 d; \\ V &= 1 - \Phi_1 d. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 17})$$

Подставляя сюда значение d из (IV. 14), мы из обеих формул (IV. 17) получим один и тот же результат

$$V = -\frac{f'_2}{f'_1}. \quad (\text{IV. 18})$$

Учитывая первую формулу (IV. 10), находим очень важную формулу для видимого увеличения телескопической системы

$$\Gamma = -\frac{f_1'}{f_2}. \quad (\text{IV. 19})$$

Формулы (IV. 14) и (IV. 19) позволяют конструктору создавать телескопические системы, обладающие заданным видимым увеличением Γ .

Кроме формулы (IV. 19), можно для увеличения Γ составить еще два выражения, важных при решении различных конструкторских задач. Учитывая, что угловое увеличение W определяется формулой

$$W = \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta}, \quad (\text{IV. 20})$$

на основании второй формулы (IV. 10) получим

$$\Gamma = \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta}. \quad (\text{IV. 21})$$

Вследствие (IV. 2) имеем

$$\Gamma = \frac{1}{V_c}. \quad (\text{IV. 22})$$

Абсолютная величина линейного увеличения V_c в зрачках может быть определена, как отношение диаметров D' и D выходного и входного зрачков. Поэтому можно определить абсолютную величину видимого увеличения Γ по формуле

$$|\Gamma| = \frac{D}{D'}. \quad (\text{IV. 23})$$

Формулы (IV. 19), (IV. 21) и (IV. 23) часто применяются конструкторами зрительных труб.

При определении основных конструктивных параметров зрительных труб следует учитывать их светосилу. Для приборов дальнего действия, к которым относится и зрительная труба, справедлива формула для светосилы H

$$H = \frac{1}{4} \pi \tau \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \left(\frac{D}{f'} \right)^2, \quad (\text{IV. 24})$$

выведенная в § 47 этого курса. Однако применить эту формулу к телескопической системе нельзя, так как вследствие условия (IV. 12) фокусное расстояние этой системы бесконечно большое, а потому ее светосила H обращается в нуль. Этого и следовало ожидать, потому что создаваемое телескопической системой изображение находится на бесконечности и оно бесконечно велико. Пропускаемый системой конечный световой поток распределяется

по бесконечной большой площади изображения; вследствие этого освещенность, а также и светосила становятся равными нулю.

Поэтому целесообразно при определении светосилы рассматривать зрительную трубу вместе с глазом наблюдателя как одну целую оптическую систему, определяя при этом освещенность и светосилу на сетчатой оболочке глаза. Фокусное расстояние f' этой системы уже не будет бесконечно большим. Его можно найти, пользуясь рис. IV. 4, на котором изображены входной и выходной зрачки телескопической системы с диаметрами D и D' и глаз наблюдателя с фокусным расстоянием $f_{\text{гл}}$. На рисунке показан луч, входящий параллельно оси в край входного зрачка. Этот луч

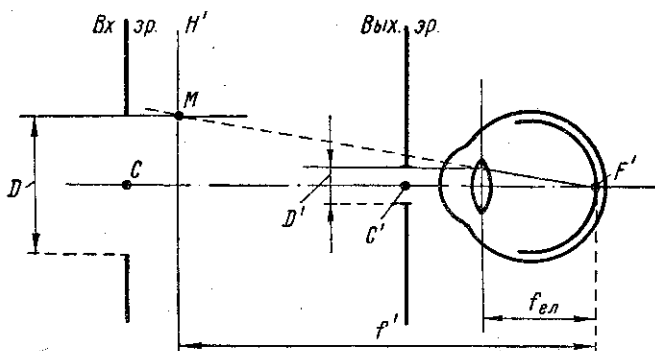


Рис. IV. 4

выходит из телескопической системы через край выходного зрачка тоже параллельно оси и входит в глаз наблюдателя, где он и пересекает сетчатку глаза в точке F' , являющейся задним фокусом системы. Определив графически точку M как точку пересечения луча, входящего в систему, и луча, падающего на сетчатку глаза, проводим через нее заднюю главную плоскость оптической системы, состоящей из телескопической системы и глаза наблюдателя. Этим определяется и эквивалентное фокусное расстояние f' этой системы. По чертежу находим формулу

$$\frac{D}{f'} = \frac{D'}{f_{\text{гл}}}. \quad (\text{IV. 25})$$

Применяя теперь формулу (IV. 24) к системе зрительная труба + глаз, мы вследствие (IV. 25) получим

$$H = gD'^2. \quad (\text{IV. 26})$$

Здесь все величины, не относящиеся к числу параметров телескопической системы, объединены в коэффициенте g :

$$g = -\frac{\pi}{4} \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \frac{\tau}{f_{\text{гл}}^2}. \quad (\text{IV. 27})$$

Таким образом, мы нашли, что светосила зрительной трубы пропорциональна квадрату диаметра ее выходного зрачка. Если условно принять коэффициент g равным единице, то получим так называемую *геометрическую светосилу* зрительной трубы, которая принимается равной квадрату диаметра ее выходного зрачка (в мм^2).

Применяя формулу (IV. 26), следует обращать внимание на то обстоятельство, что отверстие выходного зрачка должно быть заполнено светом и не должно ничем экранироваться. Формула (IV. 26) теряет физический смысл, если диаметр зрачка глаза меньше диаметра выходного зрачка прибора. В этом случае для получения физически правильного значения светосилы в формулу (IV. 26) вместо диаметра выходного зрачка трубы следовало бы подставить диаметр зрачка глаза. Мы видим таким образом, что светосила телескопических систем жестко ограничивается размером зрачка глаза.

Однако эти соображения справедливы только для протяженных предметов. Для точечных предметов, каковыми являются звезды, светосила имеет другое значение. Точечный предмет не может быть увеличен. Поэтому в выражении для светосилы при малой передней апертуре

$$H = \frac{1}{4} \pi \tau \left(\frac{D}{V_p} \right)^2 \quad (\text{IV. 28})$$

нужно считать линейное увеличение V постоянным для всех зрительных труб, а потому получим для точечного предмета

$$H_{\text{зв}} = g' D^2, \quad (\text{IV. 29})$$

где g' — коэффициент.

Светосила точечных предметов (звезд) пропорциональна квадрату диаметра входного зрачка. Вот почему конструкторы современных астрономических телескопов стремятся увеличить диаметр их объективов до технической предельной величины. Так, например, в Паломарской обсерватории (США) имеется зеркальный телескоп с диаметром большого зеркала 5 м. В Советском Союзе (в Ленинграде) строится телескоп с диаметром зеркала 6 м.

Соображения о величине выходного зрачка трубы остаются в силе и в этом случае. Если диаметр $D_{\text{за}}$ зрачка глаза меньше диаметра выходного зрачка трубы, то и входной зрачок будет действовать неполностью. Величина диаметра действующего входного зрачка в этом случае должна определяться по формуле

$$D = \Gamma D_{\text{за}}. \quad (\text{IV. 30})$$

Изложенные здесь положения позволяют понять, почему в телескоп с большим увеличением можно наблюдать звезды днем, хотя при наблюдении невооруженным глазом их свет «зависает» ярким голубым фоном дневного небосвода. Пусть, напри-

мер, диаметр зрачка глаза наблюдателя $D_{\text{га}} = 4$ мм, диаметр входного зрачка телескопа $D = 400$ мм, видимое увеличение телескопа $\Gamma = 400\times$. Диаметр выходного зрачка телескопа будет поэтому равен $D' = 1$ мм. Так как диаметр выходного зрачка в 4 раза меньше диаметра зрачка глаза, то светосила для фона, определяемая по формуле (IV. 26), в 16 раз меньше, чем для невооруженного глаза. А так как входной зрачок в 100 раз больше зрачка глаза, то светосила для звезд, определяемая по формуле (IV. 29) в 10 000 раз больше, чем при невооруженном глазе. В результате при наблюдении через телескоп контраст изображения звезд увеличивается в 160 000 раз, благодаря чему они становятся видимыми днем.

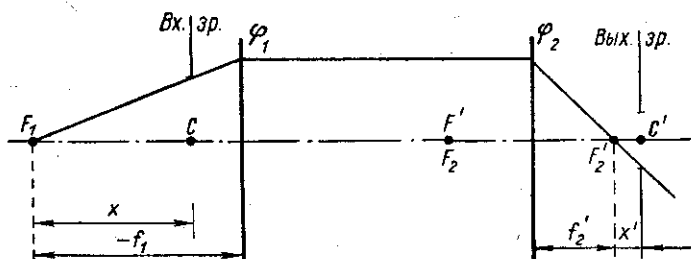


Рис. IV. 5

В заключение получим формулу, связывающую положение предмета с положением изображения в случае телескопической системы. При помощи этой формулы мы будем определять положение выходного зрачка при заданном положении входного зрачка или наоборот. На рис. IV. 5 показана схема телескопической системы, состоящей из объектива φ_1 и окуляра φ_2 . Задний фокус F' объектива совмещен с передним фокусом F_2 окуляра.

Представим себе луч, проходящий через передний фокус F_1 объектива. Пройдя через объектив, этот луч пойдет параллельно оптической оси. Поэтому после окуляра он непременно пройдет через задний фокус F'_2 окуляра. Отсюда следует, что точки F_1 и F'_2 сопряжены одна с другой. Пусть в пространстве предметов задана некоторая точка C на расстоянии x от точки F_1 . Требуется найти отрезок x' от точки F'_2 до точки C' , сопряженной с точкой C . Так как точки F_1 и F'_2 , C и C' сопряжены, то и отрезки x и x' — сопряженные отрезки, лежащие на оптической оси. Такие отрезки связаны друг с другом при помощи продольного увеличения. Таким образом на основании третьей формулы (III. 130) получим

$$x' = Qx = \frac{nx}{n'\Gamma^2}. \quad (\text{IV. 31})$$

Если в пространствах предметов и изображений — воздух, имеем вместо (IV. 31)

$$x' = \frac{x}{r^2}. \quad (\text{IV. 32})$$

Благодаря простому виду эта формула очень удобна при практических расчетах.

§ 79. Краткий исторический очерк первоначального развития зрительной трубы

По всей вероятности, первые зрительные трубы были изготовлены вскоре после 1600 г. в маленьком городке Миддельбурге на голландском острове Вальхерен.

Некоторые исторически достоверные сведения об изобретении зрительной трубы раскрыли обнаруженные в 1931 г. в Нидерландах протоколы Генеральных штатов за 1608 г. Из них мы узнаем, что очковый мастер Ганс Липпергей, проживавший в Миддельбурге, 2 октября 1608 г. представил Генеральным штатам изобретенную им зрительную трубу, ходатайствуя о выдаче ему патента сроком на 30 лет. Комиссия из семи видных граждан (по числу провинций) одобрила зрительную трубу и предложила построить трубу для двух глаз, что Липпергей вскоре и выполнил. Но патент на это изобретение ему не был выдан, так как приоритет изобретения подвергся яростному оспариванию со стороны ряда претендентов на это же изобретение. К числу конкурентов Липпергея принадлежал и Захарий Янсен, известный изобретатель сложного микроскопа. Судебное разбирательство этого дела безрезультатно продолжалось после смерти Липпергея до 1655 г.

В 1609 г., через год после появления первых зрительных труб в Голландии, известие об этом изобретении дошло до знаменитого итальянского ученого Галилея (1564—1642 гг.). В этом же году он сам изготовил такую зрительную трубу, «руководимый законами диоптрики». Первая труба Галилея имела трехкратное увеличение; вскоре он построил трубы с восьмикратным и даже с тридцатикратным увеличением. Пользуясь этими трубами для астрономических наблюдений, Галилей в короткий срок сделал ряд выдающихся открытий: он первый наблюдал фазы Венеры, нашел трех спутников Юпитера, установил своеобразную форму Сатурна. Католическая церковь видела в этих открытиях опасность подрыва авторитета библии. Особенную ненависть Ватикана Галилей навлек на себя открытием солнечных пятен, разрушившим легенду о «незапятнанной чистоте дневного светила». За это он едва не поплатился жизнью, и был вынужден отречься от своих прогрессивных научных взглядов.

Галилей пытался использовать свою зрительную трубу для измерения угловых расстояний, но его труба, состоявшая из

двух линз, положительной и отрицательной, принципиально непригодна для выполнения таких измерений. Эта зрительная труба, известная под названием голландская труба или труба Галилея, применяется до настоящего времени в качестве чисто наблюдательного инструмента (например, в театральном бинокле).

Трубу, построенную по иному принципу, предложил известный немецкий астроном Иоганн Кеплер (1571—1630 гг.) в своем исследовании «Диоптрика», вышедшем в 1611 г. Эта труба, известная под названием «астрономическая труба» или «труба Кеплера», дает в отличие от голландской трубы перевернутое изображение. Но зато в ней имеется возможность поместить в поле зрения перекрестье, которое резко изображается вместе с наблюдаемым далеким предметом. Благодаря перекрестью возникла возможность «наводить» трубу на определенную точку предмета, а следовательно, и производить угловые измерения.

Труба Кеплера состоит из двух положительных компонентов. Недостаток этой трубы — перевернутое изображение — устраняется включением между ее компонентами еще одной положительной линзы, оборачивающей изображение. Такую трубу называют «земной трубой». Обе трубы, астрономическая и земная, рассмотрены в «Диоптрике» Кеплера.

Однако Кеплер сам не построил этих зрительных труб. Они обе были практически осуществлены и впервые использованы для астрономических измерений астрономом-иезуитом Христофором Шейнером в 1614 г.

В это же время были завезены первые зрительные трубы в Москву и впервые встречаются упоминания о зрительных трубах в описях царского и придворного имущества. А еще через несколько лет в Москве мастера-умельцы «зеркального ряда» уже предлагают зрительные трубы собственного изготовления.

Аберрации, снижающие качество изображения в зрительных трубах, в первую очередь хроматизм, были обнаружены очень скоро. Первым исследователем аберраций был французский ученый Декарт. Однако в XVII столетии еще не было средств для устранения хроматизма в оптических системах. Единственной практической возможностью уменьшения хроматизма было уменьшение относительного отверстия D/f' применяемых линз. Но так как уменьшить диаметр D нельзя было без ущерба для разрешающей способности и светосилы зрительной трубы, то оставалось лишь одно средство: увеличивать фокусное расстояние f' объектива.

Угловое рассеяние цветных лучей γ' , вызываемое неахроматической зрительной трубой, можно выразить приближенной формулой

$$\gamma' = \frac{\Gamma}{v} \frac{D}{f'}, \quad (\text{IV. 33})$$

где Γ — видимое увеличение зрительной трубы;
 v — коэффициент дисперсии стекла линз.

Так, например, положив $\Gamma = 100\times$, $\nu = 60$; $D = 60$ мм; $f' = 50$ м, получим: $\gamma' = 0,002$ рад $\approx 7'$.

Действительно, эпоха неахроматических зрительных труб привела к созданию телескопов с чрезвычайно длиннофокусными объективами. Так, например, немецкий астроном Гевель (1611—1687 гг.) построил телескоп, объектив которого имел фокусное расстояние 150 футов (около 45 м). До настоящего времени сохранились три объектива, изготовленные Х. Гюйгенсом (1629—1695 гг.), с фокусными расстояниями в 37, 52 и 64 м.

Параллельно с линзовыми зрительными трубами постепенно развивались и астрономические телескопы с зеркальными объективами. Основные конструкции зеркальных объективов были предложены в XVII в. Ньютон много способствовал развитию зеркальных систем тем, что на основании проделанных им исследований пришел к выводу о невозможности устранения хроматизма в линзовых системах.

Этот вывод, однако, был неправильным, как обнаружил Эйлер, теоретически показавший возможность устранения хроматизма в двухлинзовом объективе, линзы которого изготовлены из стекол, обладающих разными дисперсиями (крон и флинт). Первый ахроматический объектив был построен английским малоизвестным изобретателем Честер-Холлом в 1729 г., не опубликовавшим своего изобретения. Поэтому долгое время изобретателем ахроматического объектива считали лондонского оптика Дж. Доллонда (1706—1761 гг.), получившего в 1758 г. патент на ахроматический объектив.

Ахроматический объектив является важнейшим достижением XVIII столетия. Но и в области зеркальных систем в это время достигнуты интересные успехи М. В. Ломоносовым.

Очерк развития астрономических телескопов приводим ниже (§ 83).

За истекший период зрительные трубы получили широкое применение в народном хозяйстве (геодезические приборы) и в военном деле (прицелы, дальномеры). Они применяются также в многочисленных лабораторных и контрольно-измерительных приборах. В настоящее время область их применения существенно расширилась благодаря использованию электронно-оптических преобразователей, чувствительных к инфракрасной области спектра.

§ 80. Зрительные трубы Галилея (голландская) и Кеплера (астрономическая)

На рис. IV. 6 представлена схема хода лучей в трубе Галилея, составленной из двух компонентов (на рисунке показаны лишь главные плоскости I и II этих компонентов). Характерной особенностью этой зрительной трубы служит следующее обстоя-

тельство: ее первый компонент, называемый объективом, — положительный, а второй компонент, окуляр, — отрицательный. При этом, в соответствии со сказанным выше, задний фокус F'_1 объектива совмещен с передним фокусом F_2 окуляра. Поэтому луч AD_1 , входящий в систему параллельно оптической оси, после объектива направится к его заднему фокусу F'_1 , а окуляр направит его снова параллельно оси системы (луч D_2A').

Так как в трубе Галилея $f_1 > 0$, а $f_2 < 0$, то из формулы (IV. 19) следует, что видимое увеличение этой трубы $\Gamma > 0$.

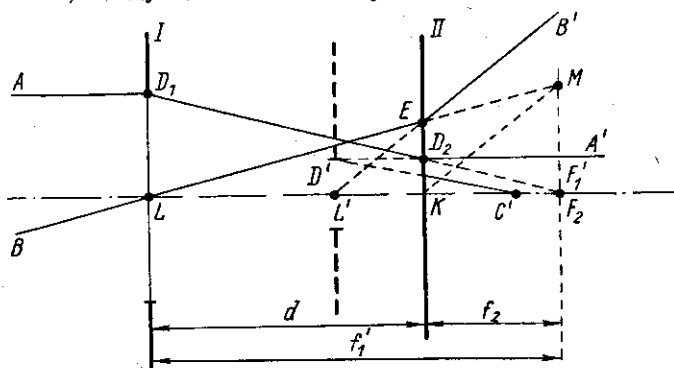


Рис. IV. 6

Положительное видимое увеличение свидетельствует о том, что эта зрительная труба дает неперевернутое прямое изображение.

Расстояние d между главными плоскостями компонентов определяется по формуле (IV. 14): $d = f'_1 + f'_2$. Но так как $f'_2 < 0$, то арифметически расстояние d определяется как разность абсолютных величин фокусных расстояний компонентов. Поэтому длина трубы Галилея получается сравнительно малой.

Несмотря на эти положительные свойства: прямое изображение и малую длину, — труба Галилея не получила широкого применения в оптическом приборостроении. Это объясняется наличием у этой трубы некоторых существенных недостатков.

Чтобы разобраться в этих недостатках, обратим внимание прежде всего на то, что ломаный луч AD_1D_2A' , исходящий из осевой точки бесконечно далекого предмета, на всем протяжении хода через трубу Галилея не пересекает оптическую ось. Поэтому в ходе этого луча нигде не возникает действительное промежуточное изображение предмета. Отсутствие такого изображения влечет за собой два недостатка. Во-первых, невозможно так расположить полевую диафрагму, чтобы было полностью устранено затенение; как известно, для этого полевую диафрагму нужно поместить именно в плоскости промежуточного действительного изображения.

Во-вторых, невозможно поместить перекрестье (или марку иной формы) так, чтобы оно было видно в поле зрения одновременно вместе с наблюдаемым предметом; нетрудно понять, что такая марка, нанесенная тем или иным способом на поверхность стеклянной пластинки, должна быть помещена также в плоскости промежуточного действительного изображения. Невозможность создания марки в поле зрения трубы Галилея не позволяет применять ее для наводки на какую-либо точку предмета, что, очевидно, необходимо как в любом угломерном приборе, так и в различных прицелах. Вследствие этого область применения зрительных труб галилеевского типа ограничивается лишь группой наблюдательных приборов (например, театральные бинокль).

К этим двум недостаткам — неустранимости затенения и отсутствию марки в поле зрения — следует добавить еще один, являющийся наиболее важным: малое поле зрения. Чтобы понять происхождение этого недостатка, представим себе, что луч AD_1 (рис. IV. 6) проходит через край свободного отверстия объектива I . Найдем величину и положение изображения отверстия объектива через оптическую систему зрительной трубы. Графически для этого нужно построить ход луча, проходящего под любым углом наклона к оси через точку L , т. е. через совмещенные главные точки объектива. Такой луч BLE проходит без преломления у точки L и встречает главные (совмещенные) плоскости окуляра в точке E . Чтобы построить ход луча, преломленного окуляром II , применим известный графический прием: продолжим луч BE до пересечения с передней фокальной плоскостью MF_2 окуляра; точку M соединим с (совмещенными) главными точками K окуляра; проведем искомый луч EB' параллельно KM . Продолжим луч EB' в обратном направлении до пересечения с осью системы в точке L' , являющейся изображением точки L , центра отверстия объектива I . В плоскости, перпендикулярной к оптической оси и проходящей через точку L' , лежит изображение входного отверстия объектива, а точка D' пересечения этой плоскости с продолженным лучом D_2A' определяет положение края этого изображения, а потому и его величину.

Это изображение входного отверстия мнимое и расположено внутри трубы. Наблюдатель поэтому лишен возможности совместить зрачок своего глаза с изображением входного отверстия. Центр зрачка глаза наблюдателя находится где-либо за окуляром, например, в точке C' . Изображение входного отверстия служит в таком случае выходным люком и ограничивает видимое поле зрения: угол $D'C'L'$ представляет собой половину угла поля зрения прибора со стороны глаза (угол β'). При заданном увеличении Γ трубы увеличить изображение входного отверстия можно только путем увеличения диаметра объектива. Но этот путь обычно оказывается отрезанным (например, в биноклярных приборах из-за определенной глазной базы наблюдателя, которой должно

равняться расстояние между параллельными осями двух труб бинокулярного прибора).

Малый и не поддающийся увеличению угол поля зрения служит препятствием для применения труб галилеевского типа в современных оптических приборах, особенно в приборах военного назначения, где приходится вести наблюдение за весьма быстро перемещающимися целями.

Выше мы привели графический метод нахождения положения и величины выходного люка, предполагая, что полевой диафрагмой (и входным люком) служит оправа объектива. Та же задача легко может быть решена и расчетным путем. Для определения

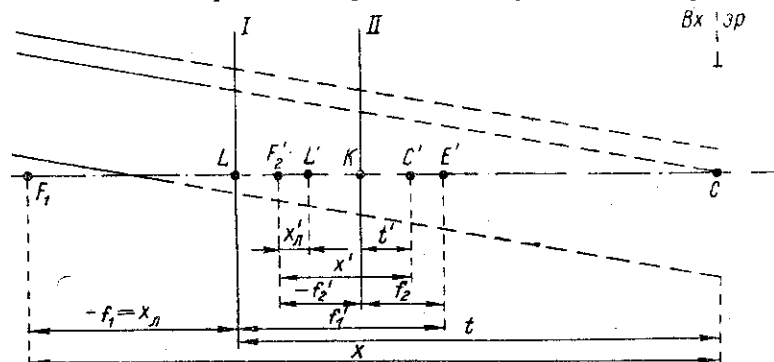


Рис. IV. 7

величины диаметра выходного люка D_A можно, очевидно, воспользоваться формулой (IV. 23), выведенной выше для зрачков,

$$D_A = \frac{D_A}{\Gamma}, \quad (\text{IV. 34})$$

где D_A — диаметр свободного отверстия объектива;

Γ — видимое увеличение зрительной трубы Галилея.

Для определения положения точки L' , центра выходного люка, проще всего воспользоваться формулой (IV. 32). Заметим, что расстояние x_A от переднего фокуса F_1 объектива до центра L входного люка равно заднему фокусному расстоянию f_1' объектива (рис. IV. 7): $x_A = -f_1 = f_1'$. Поэтому из (IV. 32) следует

$$x_A' = \frac{f_1'}{\Gamma^2}. \quad (\text{IV. 35})$$

Здесь $x_A' = F_2'L'$ — расстояние от заднего фокуса F_2' окуляра до центра L' выходного люка. Вследствие (IV. 19) получим из (IV. 35)

$$x_A' = -\frac{f_2'}{\Gamma}. \quad (\text{IV. 36})$$

Этим простым выражением и определяется положение выходного люка.

Найдем положение входного зрачка, считая, что выходным зрачком служит зрачок глаза наблюдателя. Пусть центр C' выходного зрачка находится на заданном расстоянии $t' = KC'$ от задней главной точки K окуляра. Тогда отрезок $x' = F_2'C'$ определяется по чертежу (рис. IV. 7)

$$x' = -(f_2' - t'). \quad (\text{IV. 37})$$

Вследствие этого получим, применяя формулу (IV. 32) для нахождения отрезка $x = F_1C$,

$$x = -\Gamma^2 (f_2' - t'). \quad (\text{IV. 38})$$

Пользуясь формулой (IV. 19), найдем

$$x = \Gamma (f_1' + \Gamma t'). \quad (\text{IV. 39})$$

Определим отрезок $t = LC$ от главной передней плоскости объектива до входного зрачка

$$t = x + f_1 = x - f_1'. \quad (\text{IV. 40})$$

Вследствие (IV. 39) получим окончательно

$$t = (\Gamma - 1)f_1' + \Gamma^2 t'. \quad (\text{IV. 41})$$

Например, при $\Gamma = 4 \times$, $f_1' = 120$ мм и $t' = 12$ мм найдем по формуле (IV. 41) $t = 522$ мм. Учитывая, что расстояние d между компонентами этой зрительной трубы равно всего лишь 90 мм, можно утверждать, что мнимый входной зрачок трубы находится за головой наблюдателя.

Такой большой вынос входного зрачка влечет за собой значительное срезание наклонных пучков лучей и ограничивает поле зрения зрительной трубы.

Указанные здесь недостатки отсутствуют в зрительной трубе Кеплера, схематический чертеж которой показан на рис. IV. 8. Объектив I и окуляр II отмечены их (условно совмещенными) главными плоскостями.

Зрительная труба Кеплера характеризуется тем, что объектив и окуляр ее — положительные системы. Луч AD_1 , параллельный оптической оси в пространстве предметов, после преломления в объективе проходит через задний фокус F_1' объектива и через совпадающий с ним передний фокус F_2 окуляра. После выхода из окуляра луч D_2A' снова параллелен оптической оси.

При условии $f_1' > 0$ и $f_2' > 0$ из формулы (IV. 19) следует: $\Gamma < 0$. Отрицательное видимое увеличение свидетельствует о том, что изображение перевернуто (как сверху вниз, так и справа

налево). Это обстоятельство является существенным недостатком трубы Кеплера. В астрономических и геодезических инструментах с этим недостатком можно мириться. На геодезических рейках оцифровка делается в перевернутом виде. Но во многих случаях, например, в приборах военного назначения, перевернутое изображение совершенно недопустимо. В таких случаях приходится вводить в зрительную трубу Кеплера специальные призмные или линзовые оборачивающие системы, о чем будет подробнее сказано ниже (см. § 82 и далее). Введение оборачивающих систем существенно удорожает оптические приборы и может быть экономически оправдано лишь в том случае, если вводимая система выполняет кроме выпрямления изображения еще какую-либо

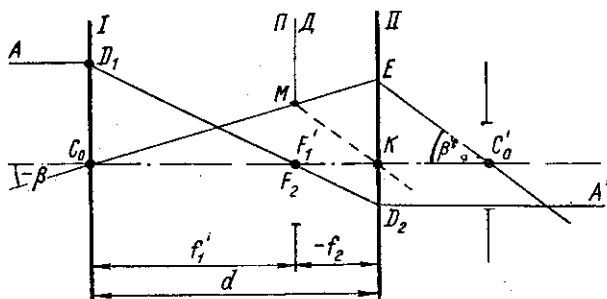


Рис. IV. 8

важную для прибора функцию (например, создает необходимую компактность прибора, удобное для эксплуатации расположение окуляра и т. п.).

Здесь следует заметить также, что при положительных объективе и окуляре расстояние d между компонентами трубы Кеплера арифметически равно сумме фокусных расстояний компонентов, а не их разности, как в трубе Галилея. Вследствие этого труба Кеплера при равных основных параметрах длиннее трубы Галилея.

Перевернутое изображение и увеличенная длина трубы Кеплера — это ее недостатки. Но она обладает и важными преимуществами. Первым преимуществом является то, что в задней фокальной плоскости объектива возникает действительное изображение далекого предмета. В этой плоскости можно поместить полевую диафрагму (ПД) и полностью устранить затенение. В той же плоскости можно поместить пластинку с перекрестьем или иной маркой (так называемую сетку). Благодаря этому зрительная труба Кеплера может быть наведена на любую точку предмета, что позволяет осуществить различные угломерные оптические приборы и прицелы.

Предположим теперь, что входное отверстие трубы совпадает с отверстием объектива I . Проведем через центр C_0 этого отверстия

и через край M полевой диафрагмы луч S_0E . Чтобы построить ход этого луча после окуляра II , соединим точки M и K (совмещенные главные точки окуляра) вспомогательным лучом MK и проведем искомый луч EC_0 через точку E параллельно лучу MK . Точка C_0 является изображением точки S_0 . Следовательно, в плоскости, перпендикулярной к оптической оси и проходящей через точку C_0 , возникает изображение отверстия объектива. Это изображение возникает за окуляром в таком месте, где удобно можно поместить зрачок глаза человека, смотрящего через трубу. Поэтому как бы велик ни был угол $\beta' = EC_0K$, наклонные пучки попадут все-таки в зрачок глаза наблюдателя. Следовательно,

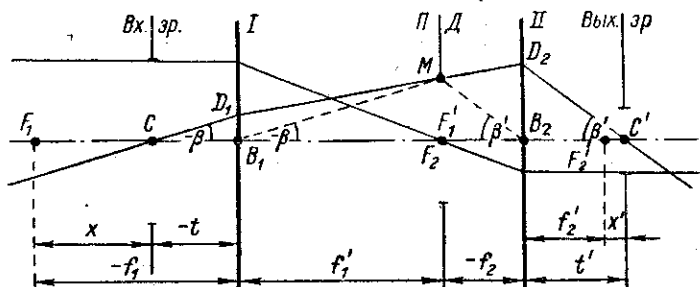


Рис. IV. 9

в отличие от трубы Галилея, отверстие объектива здесь не служит входным люком, ограничивающим поле зрения зрительной трубы. Поле зрения ограничивается здесь (без затенения!) полевой диафрагмой $ПД$. Конечно, и в трубе Кеплера есть другие причины, ограничивающие угол $2\beta'$ видимого поля зрения трубы, о чем будет сказано ниже. Но все же имеющаяся в зрительной трубе Кеплера практическая возможность получения сравнительно больших углов поля зрения бесспорно является ее важнейшим преимуществом.

В показанном на рис. IV. 8 ходе лучей отверстие объектива I служит входным зрачком, а его изображение у точки C_0 — выходным зрачком. Однако часто бывает, что входное отверстие зрительной трубы вынесено навстречу ходу лучей. Это случается, когда перед объективом расположены диафрагма, защитное стекло или головная призма и т. п. Такое расположение входного зрачка показано на рис. IV. 9.

Графически ход главного луча, проходящего через центр C входного зрачка и образующего с осью заданный угол β , строится следующим образом: через заднюю главную точку B_1 объектива проводим вспомогательный луч B_1M параллельно заданному лучу CD_1 . Находим точку M пересечения луча B_1M с задней фокальной плоскостью объектива. Через точки D_1 и M проводим

луч после его преломления в объективе. Проводим второй вспомогательный луч через точку M и переднюю главную точку B_2 окуляра. Через точку D_2 пересечения луча D_1M с совмещенными главными плоскостями окуляра проводим луч D_2C' параллельно лучу MB_2 . В точке C' пересечения луча D_2C' с осью системы находится изображение точки C , а следовательно, и центр выходного зрачка зрительной трубы.

Эта задача может быть решена и расчетным путем двумя способами. Первый способ заключается в определении хода главного луча при помощи известных формул для расчета хода нулевого луча через сложную оптическую систему (I. 188) и (I. 189). При этом нужно задаться положением луча в пространстве предметов, т. е. отрезком t и углом β . В результате расчета хода луча найдутся отрезок t' и угол β' .

Второй способ, наиболее простой и удобный, заключается в применении формулы (IV. 32), позволяющей определить отрезок x' по заданному отрезку x . Если же задан отрезок t , то отрезок x находится предварительно по чертежу (рис. IV. 9)

$$x = t - f_1 = t + f_1'. \quad (\text{IV. 42})$$

Если нужно определить отрезок t' , то после нахождения отрезка x' по формуле (IV. 32) отрезок t' находится по чертежу

$$t' = f_2' + x'. \quad (\text{IV. 43})$$

Для нахождения угла β' служит формула (IV. 21)

$$\text{tg } \beta' = \Gamma \text{ tg } \beta. \quad (\text{IV. 44})$$

Наконец, для определения диаметра D' выходного зрачка применим выражение (IV. 23), из которого следует

$$D' = \frac{D}{|\Gamma|}, \quad (\text{IV. 45})$$

где D — диаметр входного зрачка.

Вернемся теперь к вопросу об ограничении поля зрения зрительной трубы Кеплера. Рассматривая ход главного луча на (рис. IV. 9), нетрудно понять, что увеличение углов β и β' непременно повлечет за собой необходимость увеличивать диаметр окуляра H , так как при этом будет расти высота B_2D_2 этого луча на главных плоскостях окуляра. Но окуляр представляет собой большей частью короткофокусную систему [из формулы (IV. 19) видно, что чем короче фокусное расстояние f_2 окуляра, тем больше увеличение Γ зрительной трубы], в которой трудно или даже просто невозможно получить большой диаметр. В таком случае может помочь введение в трубу третьего компонента, так называемого коллектива.

На рис. IV. 10 показана схема хода лучей через зрительную трубу Кеплера с коллективом, поставленным в плоскости полевой диафрагмы ПД (или, другими словами, в плоскости промежуточного изображения далекого предмета). Можно убедиться, что такое расположение коллектива не нарушает телескопичности системы и не меняет ее видимого увеличения. Для этого рассмотрим ход луча AE_1E_3A' , входящего в систему параллельно оптической оси. Этот луч проходит через задний фокус F_1' объектива I. Но точка F_1' совпадает с передней главной точкой B_2 коллектива II. Поэтому луч E_1E_3 проходит через коллектив, не меняя своего направления. Задняя главная точка коллектива (на рис. IV. 10

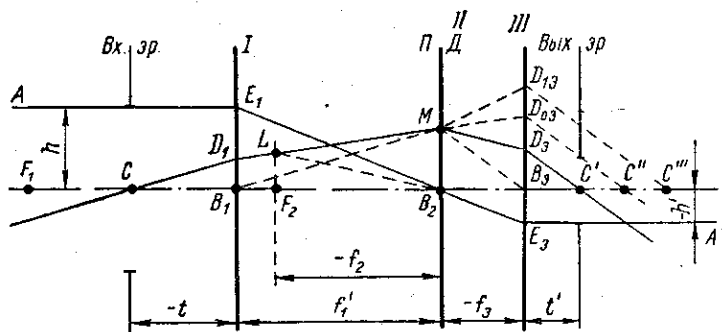


Рис. IV. 10

она совмещена с передней главной точкой B_2), в свою очередь, совпадает с передним фокусом F_3 окуляра III, вследствие чего после окуляра луч E_3A' должен быть параллелен оптической оси. Мы видим таким образом, что введение коллектива никак не отразилось на ходе луча AE_1E_3A' , а потому и не нарушилась телескопичность нашей системы. Далее вследствие подобия треугольников $E_1B_1B_2$ и $E_3B_3B_2$ легко находится формула для видимого увеличения Γ

$$\Gamma = \frac{h}{h'} = -\frac{f_1'}{f_3'}, \quad (\text{IV. 46})$$

аналогичная формуле (IV. 19), полученной раньше для трубы без коллектива.

Иначе дело обстоит с главным лучом CD_1M . У точки M этот луч встречает крайнюю зону коллектива и поэтому после прохождения через коллектив II резко меняет свое направление, отклоняясь в сторону приближения к оптической оси. Чтобы построить ход отклоненного луча, зададимся положением переднего фокуса F_2 коллектива. Точку L пересечения луча D_1M с передней фокальной плоскостью коллектива соединим вспомогательным лучом с точкой B_2 . Луч MD_3 проведем параллельно

лучу LB_2 . Практически конструктор выполняет это построение в обратном порядке. Задавшись диаметром окуляра III , а следовательно, положением точки D_3 на совмещенных главных плоскостях окуляра, он проводит луч MD_3 , затем строит луч LB_2 параллельно MD_3 и опускает из точки L пересечения лучей D_1M и LB_2 перпендикуляр LF_2 на оптическую ось. Этим построением находится заднее фокусное расстояние коллектива $f'_2 = F_2B_2$. При отсутствии коллектива луч D_1M направлялся бы дальше прямо до встречи с главными плоскостями окуляра III в точке D_{03} , находящейся существенно дальше от оптической оси, чем точка D_3 , а следовательно, потребовался бы значительно больший диаметр окуляра.

После окуляра этот луч занял бы положение $D_{03}C''$, и выходной зрачок находился бы у точки C'' , более удаленной от окуляра. Таким образом, введение положительного коллектива позволяет увеличить угол поля зрения зрительной трубы, не увеличивая чрезмерно диаметра окуляра. Однако достигается это за счет уменьшения выноса выходного зрачка, т. е. за счет уменьшения отрезка t' . В некоторых случаях условия эксплуатации прибора требуют, наоборот, увеличения выноса t' окуляра. Это может быть достигнуто применением отрицательного коллектива. В этом случае луч будет отклонен коллективом вверх от направления MD_{03} , например, по направлению MD_{13} . После выхода из окуляра трубы луч $D_{13}C'''$ будет параллелен лучу $D_{03}C''$, так как все лучи, проходящие через точку M , лежащую в передней фокальной плоскости окуляра, после прохождения через него должны быть параллельны между собой и параллельны лучу MB_3 . Центр C''' выходного зрачка будет при этом тем дальше отодвинут от окуляра, чем сильнее отклонится вверх луч MD_{13} . Понятно, что во избежание недопустимого увеличения диаметра окуляра III при этом придется уменьшить угол поля зрения трубы.

§ 81. Окуляры зрительных труб

Мы поместили коллектив в задней фокальной плоскости объектива. Однако практически такое расположение коллектива оказывается неудобным, так как, во-первых, это место обычно занято сеткой (пластинкой, несущей на себе перекрестье или иную марку) и, во-вторых, дефекты, имеющиеся на поверхностях коллектива (царапины, пылинки) и внутри стекла (пузырьки) могут быть отчетливо видны в поле зрения трубы, потому что они расположены близко к плоскости промежуточного изображения. Линзу коллектива пришлось бы делать из стекла, свободного даже от мелких пузырей. Такое стекло значительно дороже обычного. Поэтому экономические соображения требуют отнесения коллектива на некоторое расстояние от плоскости промежуточного изображения.

Обычно его смещают на несколько миллиметров в сторону окуляра. В таком случае целесообразно рассматривать коллектив как составную часть сложного окуляра из двух компонентов. Первым компонентом служит коллектив; второй компонент, обращенный к глазу наблюдателя, называется теперь глазной линзой. Формулы, выведенные в § 78 для простой зрительной трубы, состоящей из объектива и окуляра, остаются справедливыми и теперь, если только под символом f_2 понимать эквивалентное заднее фокусное расстояние всего окуляра, составленного из коллектива и глазной линзы.

Вернемся снова к вопросу об ограничении угла поля зрения 2β зрительной трубы с положительным окуляром (трубы Кеплера). Из формулы (IV. 21) следует

$$\Gamma \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta'. \quad (\text{IV. 47})$$

Так как обычно $|\Gamma| > 1$ (труба должна увеличивать, а не уменьшать наблюдаемые предметы), то $|\beta'| > |\beta|$. Поэтому окуляр трубы работает при больших по сравнению с объективом углах наклона проходящих через него пучков лучей.

В то же время из формул (IV. 19) и (IV. 23) вытекает

$$\frac{D}{f_1} = \frac{D'}{|f_2'|}, \quad (\text{IV. 48})$$

т. е. относительные отверстия объектива и окуляра равны. Поэтому коррекция aberrаций широких пучков (сферической aberrации и комы) должна быть выполнена в окуляре столь же тщательно, как и в объективе. Но если в объективах вследствие их малого поля зрения большей частью можно совсем отказаться от коррекции полевых aberrаций (астигматизма, кривизны изображения и дисторсии), то в окулярах исправление этих aberrаций становится совершенно необходимым. Поэтому объективы обычно делаются очень простыми (склеенными из двух линз). Окуляры же приходится делать сложными для того, чтобы иметь возможность исправить полевые aberrации в пределах достаточного поля зрения $2\beta'$. Чем больше угол $2\beta'$, тем труднее становится задача коррекции всех aberrаций и тем более сложной должна быть оптическая конструкция окуляра.

Таким образом, именно возможность и необходимость достаточно хорошей коррекции aberrаций и ограничивает угол поля зрения $2\beta'$ окуляров, причем для каждого типа окуляра этот максимальный допустимый угол $2\beta'$ имеет свое значение. Рассматривая формулу (IV. 47), мы замечаем, что при заданном типе окуляра правая часть этой формулы постоянна. Поэтому должна быть постоянной и его левая часть

$$\Gamma \operatorname{tg} \beta = \operatorname{const} = \operatorname{tg} \beta' \quad (\text{IV. 49})$$

Отсюда вытекает очень важное следствие, которое приходится учитывать при составлении технических условий на зрительные трубы: чем больше увеличение Γ зрительной трубы, тем меньше ее угол поля зрения 2β .

В современных военных оптических приборах возникает необходимость иметь большое поле зрения для обнаружения быстро перемещающихся целей и слежения за ними и в то же время — достаточное увеличение для идентификации предметов, находящихся на больших расстояниях. К сожалению, это требование не может быть выполнено в современных оптических приборах, и мы вынуждены применять в таких случаях зрительные трубы с переменным увеличением (см. §§ 87 и 88).

Однако следует заметить, что за последние 40 лет был создан ряд окуляров, обладающих значительно увеличенным углом поля зрения $2\beta'$. Но повышение константы в выражении (IV. 49) достигается дорогой ценой: либо чрезмерным усложнением конструкции окуляра (9—10 линз), либо применением асферических поверхностей. И то, и другое далеко не всегда экономически целесообразно. Поэтому нужно ожидать, что усовершенствование новых методов изготовления оптических деталей, в особенности линз с асферическими поверхностями (например, штампованием линз из органических прозрачных пластмасс), позволит внедрить в практику оптического приборостроения наиболее совершенные широкоугольные типы окуляров.

Т а б л и ц а IV. 1

Поле зрения зрительных труб при различных окулярах

Наименование окуляра	$2\beta'$	$\text{const} = \text{tg } \beta'$	2β при $\Gamma=10\times$
Ортоскопический	30°	0,262	$3^\circ 4'$
Рамсдена	45°	0,414	$4^\circ 45'$
Кельнера и симметричный	50°	0,513	$5^\circ 52'$
Эрфле первого рода	64°	0,625	$7^\circ 9'$
Эрфле второго рода	72°	0,726	$8^\circ 18'$
Широкоугольные окуляры различных типов	$\left\{ \begin{array}{l} 80^\circ \\ 90^\circ \\ 100^\circ \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,839 \\ 1,000 \\ 1,191 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 9^\circ 36' \\ 11^\circ 26' \\ 13^\circ 34' \end{array} \right.$

Какой при этом может быть достигнут эффект, видно из табл. IV. 1.

Если, вынув из зрительной трубы окуляр, мы будем рассматривать невооруженным глазом изображение далекого предмета,

созданное объективом, то видимое увеличение при этом определится формулой (II. 150):

$$\Gamma_1 = -\frac{f'_1}{250}. \quad (\text{IV. 50})$$

В зрительной трубе мы рассматриваем это изображение через окуляр, действующий как лупа, имеющая видимое увеличение, определяемое по формуле (II. 143)

$$\Gamma_2 = \frac{250}{f'_2}. \quad (\text{IV. 51})$$

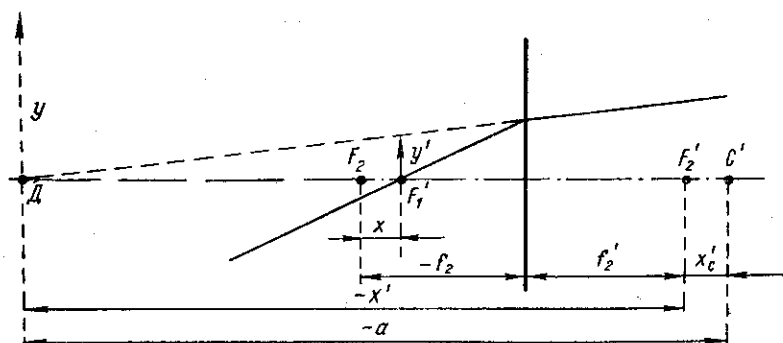


Рис. IV. 11

На основании формул (IV. 50) и (IV. 51), а также (IV. 19) находим, что произведение видимых увеличений Γ_1 и Γ_2 равно видимому увеличению зрительной трубы

$$\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2. \quad (\text{IV. 52})$$

Если глаз наблюдателя аметропический и его аметропия не исправлена очковым стеклом, то исправление этого недостатка глаза может быть достигнуто небольшим перемещением окуляра вдоль оптической оси. При этом, конечно, нарушается телескопичность зрительной трубы. Если, например, окуляр несколько передвинут в сторону глаза, то выходящие из окуляра пучки лучей будут не параллельны, а слегка сходящимися, что и нужно для коррекции гиперметропии. Наоборот, сдвинув окуляр к объективу от его нормального положения, сделаем пучки лучей, направляющиеся к глазу наблюдателя, расходящимися, что и требуется для миопического глаза.

На рис. IV. 11 в точке F'_1 находится задний фокус объектива зрительной трубы (не показанного на чертеже). В его задней фокальной плоскости помещается изображение y далекого предмета. Окуляр же сдвинут вдоль оптической оси, так что его перед-

ний фокус F_2 не совпадает с задним фокусом F'_1 объектива. Пусть смещение окуляра равно величине $x = F_2 F'_1$. Тогда изображение y предмета y' через окуляр возникнет не на бесконечности, а на конечном расстоянии x' от заднего фокуса F'_2 окуляра. Отрезки x и x' связаны формулой Ньютона

$$x = -\frac{f_2'^2}{x'}. \quad (\text{IV. 53})$$

Пусть теперь аметропический глаз расположен за окуляром так, что центр C' его зрачка удален от заднего фокуса F'_2 окуляра на расстояние x_c . Если при этом глаз видит изображение y отчетливо и без напряжения аккомодации, значит, это изображение лежит у дальней точки D глаза, а расстояние $C'D = a$ определяет величину аметропии глаза A . Если аметропия a выражена в диоптриях, получим для отрезка a (в мм)

$$a = \frac{1000}{A}. \quad (\text{IV. 54})$$

Из чертежа следует

$$x' = a + x_c = \frac{1000}{A} + x_c. \quad (\text{IV. 55})$$

Вследствие этого получим из (IV. 53)

$$x = -\frac{f_2'^2}{\frac{1000}{A} + x_c}. \quad (\text{IV. 56})$$

Формула (IV. 56) представляет собой точную формулу для расчета перемещения x окуляра, необходимого для коррекции аметропии A глаза наблюдателя. В положительных окулярах, применяемых в трубах Кеплера, расстояние $F'_2 C' = x_c$ очень невелико по сравнению с отрезком $\frac{1000}{A} = a$. Поэтому формулу (IV. 56) можно упростить, пренебрегая в ней величиной x_c

$$x = -\frac{f_2'^2}{1000} A. \quad (\text{IV. 57})$$

В таком виде эта формула очень удобна для конструкции так называемого механизма диоптрийного перемещения окуляра. В самом деле, отрезок x оказывается прямо пропорциональным аметропии A глаза

Пусть, например, $f_2' = 20$ мм. Тогда на одну диоптрию аметропии глаза требуется передвижение окуляра на 0,4 мм, что следует из формулы (IV.57). Обычно механизм перемещения окуляра

должен работать в интервале от -5 до $+5$ *дптр*, т. е. всего на 10 *дптр*. Следовательно, полное перемещение окуляра составит 4 *мм*. Если при этом окуляр перемещается по винтовой нарезке, а аметропия отсчитывается по кольцевой шкале, укрепленной на оправе окуляра, то эти 4 *мм* должны соответствовать повороту окуляра на угол несколько меньше 360° или, иначе говоря, шаг винтовой нарезки должен быть несколько больше 4 *мм*. Такой шаг является необычным для винтов, применяемых в приборостроении. Поэтому здесь целесообразно применить специальный многозаходный (например, четырехзаходный) винт, имеющий специальный трапециевидный профиль. Шкала аметропии при этом будет равномерной.

Иначе дело обстоит при отрицательных окулярах труб галилеевского типа. Так как задний фокус F_2' отрицательного окуляра находится внутри трубы перед окуляром, а зрачок глаза C' помещается после окуляра, то расстояние $x_c = F_2' C'$ здесь не может быть маленьким. Мы не можем пренебрегать им при расчете и должны поэтому пользоваться не приближенной формулой (IV. 57), а точной (IV. 56). При этом перемещение x окуляра уже не будет пропорционально аметропии A , а потому и шкала отсчета аметропии не будет равномерной. Так, например, пусть $f_2' = -20$ *мм*, $x_c = 40$ *мм*. По формуле (IV. 56) получим: при $A = -5$ *дптр* $x = +2,500$ *мм*, а при $A = +5$ *дптр* $x = -1,667$ *мм*. Таким образом, область отрицательных диоптрий на шкале будет несколько растянутой, а область положительных диоптрий — сжатой.

В ходе развития окуляров зрительных труб сказалось стремление конструкторов выполнить два трудно совместимых требования. Первое требование: повышение *полезного угла поля зрения* $2\beta'$ со стороны глаза наблюдателя, т. е. того угла поля зрения, в пределах которого аберрации окуляра достаточно малы. Коррекция аберраций окуляра при больших углах наклона пучков лучей к оптической оси представляет собой достаточно трудную задачу, выполнимую только в сравнительно сложной оптической системе, и по мере увеличения полезного поля зрения требующую все более сложной конструкции окуляра.

Второе требование: достижение большого удаления выходного зрачка зрительной трубы от последней поверхности окуляра или, как принято говорить, большого *выноса* выходного зрачка. Это требование возникло в оптических приборах, работающих на подверженных тряске или вибрирующих платформах (в самолетах, танках). В особенности важным оно является в прицелах, устанавливаемых на огнестрельном оружии. Во всех этих случаях недостаточно большой вынос выходного зрачка может привести к травме глаза наблюдателя. Кроме того, иногда к военным приборам предъявляется требование, чтобы ими можно было пользоваться

не снимая противогаза. Опыт показывает, что для помещения защитного стекла противогаза между окуляром и глазом вынос выходного зрачка должен быть не менее 21 мм. Требование большого выноса выходного зрачка также приводит к усложнению оптической конструкции окуляра, но в то же время препятствует достижению больших углов поля зрения.

Поэтому, приводя ниже окуляры различных типов, мы будем указывать для каждого окуляра две характеристические величины: угол $2\beta'$ поля зрения со стороны глаза наблюдателя и отрезок

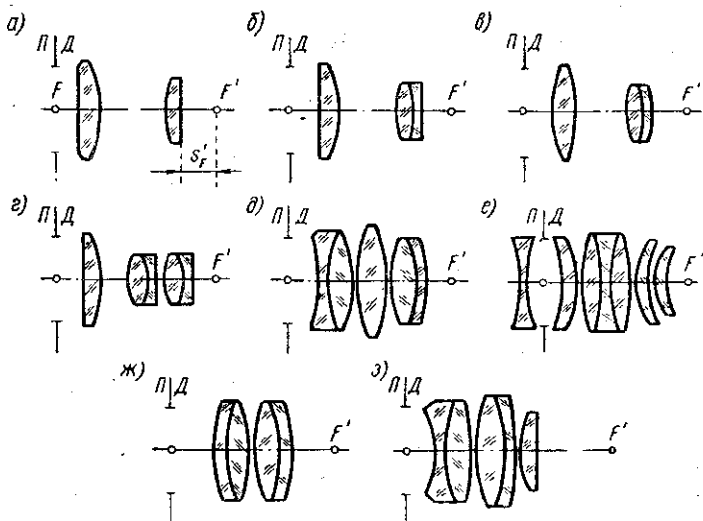


Рис. IV. 12

s'_F от последней поверхности окуляра до его заднего фокуса. Мы считаем при этом, что выходной зрачок находится недалеко от заднего фокуса окуляра. На рис. IV. 12 показаны схематически наиболее употребительные типы окуляров.

Из них самым простым является окуляр Рамсдена (рис. IV. 12, а). Он состоит из двух плосковыпуклых линз, обращенных друг к другу выпуклыми сторонами. Хроматические aberrации, сферическая aberrация, кома, кривизна изображения и дисторсия не поддаются исправлению; варьируя расстояние между линзами, можно хорошо исправить астигматизм. Качество изображения не удовлетворяет современным требованиям, вследствие чего окуляр Рамсдена, являющийся родоначальником многих современных окуляров, почти совсем не применяется в настоящее время. В этом окуляре $2\beta' = 45^\circ$; $s'_F = 8$ мм (отрезок s'_F во всех окулярах приводится при фокусном расстоянии $f' = 20,0$ мм).

Первым шагом на пути усовершенствования окуляров явился окуляр Кельнера (рис. IV. 12, б), отличающийся тем, что его

глазная линза сделана склеенной из двух стекол (положительная — из крона, отрицательная — из флинта.). При этом первоначально оба стекла имели равные показатели преломления для основного цвета, но различные дисперсии. Такое устройство позволило исправить хроматизм положения (отчасти и хроматизм увеличения) окуляра. Применяя в дальнейшем в глазной линзе стекла с разными показателями преломления, конструкторы смогли исправить дополнительно к хроматизму также еще и сферическую aberrацию. Характеристические величины этого окуляра почти такие же, как и в окуляре Рамсдена: $2\beta' = 45^\circ$; $s_F = 8$ мм.

В дальнейшем было показано, что можно существенно улучшить коррекцию полевых aberrаций окуляра Кельнера, если отказаться в нем от плоских преломляющих поверхностей, заменив их выпуклыми поверхностями. Таким образом был создан получивший широкое распространение окуляр призмного бинокля фирмы «К. Цейсс» (рис. IV. 12, в). Его характеристики: $2\beta' = 50^\circ$; $s_F = 10$ мм.

Следующие три окуляра, представленные на рис. IV. 12, составляют линию развития широкоугольных окуляров. Следует заметить, что в двадцатых годах нашего столетия возникло множество новых типов окуляров. Однако большая часть их обладала экономически неоправданной сложностью конструкции и поэтому не выдержала испытания временем. Из широкоугольных окуляров, возникших в те годы, до настоящего времени широко применяются только два типа окуляров. Оба они созданы немецким конструктором Эрфле.

Окуляр Эрфле первого рода (рис. IV. 12, г) можно рассматривать как дальнейшее развитие окуляра Рамсдена. От окуляра Кельнера он отличается удвоенной глазной линзой, состоящей здесь из двух пар идентичных склеенных линз. Это обстоятельство делает этот тип окуляра экономически выгодным при существенном повышении полезного угла поля зрения. Его основные характеристики: $2\beta' = 64^\circ$; $s_F = 10$ мм.

Окуляр Эрфле второго рода (рис. IV. 12, д) состоит из трех компонентов. Первый компонент — менискообразный склеенный из двух стекол положительный коллектив, обращенный вогнутой стороной к полевой диафрагме. Второй — промежуточная отдельная двояковыпуклая линза. Наконец, третий компонент — склеенная из двух стекол двояковыпуклая глазная линза. Воздушные расстояния между вершинами поверхностей соседних компонентов составляют несколько десятых миллиметра. Эта конструкция окуляра, не будучи чрезмерно сложной, позволяет получить следующие характеристики: $2\beta' = 72^\circ$; $s_F = 12$ мм. Качество изображения достаточно хорошее по всему полю зрения, но дисторсия на краю поля достигает 11%. Многочисленные испытания показали, однако, что такая дисторсия в широкоугольных окулярах незаметна для глаза наблюдателя.

В середине пятидесятих годов нашего столетия получили более или менее широкое применение некоторые новые конструкции очень широкоугольных окуляров двух типов: без асферики и с асферикой, с углами поля зрения 80, 90, 100 и 110°. В окулярах без асферических поверхностей с целью исправления кривизны изображения (для выполнения условия Пецваля) вводится дополнительный отрицательный коллектив, который из-за недостатка места приходится ставить до полевой диафрагмы. Кроме того, отрицательный коллектив позволяет, несмотря на длинную конструкцию окуляра, получить не слишком малый вынос выходного зрачка. Одна из таких конструкций показана на рис. IV.12, е. Ее характеристики: $2\beta' = 90^\circ$; $s_F = 9$ мм.

Окуляры с асферикой отличаются простотой конструкции. Например, окуляр с углом поля зрения $2\beta' = 90^\circ$ состоит из толстого склеенного из двух стекол коллектива и из глазной линзы, также склеенной из двух стекол. Передняя выпуклая поверхность глазной линзы имеет форму параболоида, чем и достигается необходимое улучшение коррекции полевых аберраций (в основном астигматизма).

Наряду с развитием широкоугольных окуляров (рис. IV. 12, г, д, е) протекало развитие специальных окуляров с удаленным выходным зрачком, получивших широкое применение в военных приборах. Из них в настоящее время применяются только два типа. Широким распространением пользуются симметричный окуляр (рис. IV. 12, ж). Он не имеет коллектива и состоит из двух идентичных, но расположенных симметрично глазных линз, склеенных из двух стекол; расстояние между линзами — порядка 0,2 мм. В этом окуляре хорошо исправлены астигматизм и дисторсия, но не поддается коррекции кривизна изображения. Отсутствие положительного коллектива благоприятствует увеличению выноса выходного зрачка, как об этом было подробно сказано в конце § 80. Характеристики окуляра: $2\beta' = 48^\circ$ (иногда до 50°); $s_F = 17$ мм. Его целесообразно применять в случае очень короткофокусных окуляров, например в различных геодезических приборах (фокусное расстояние окуляра 8—10 мм).

Еще более значительный вынос выходного зрачка имеется у окуляра, примененного в полевом призмённом бинокле фирмы «К. Цейсс». Этот окуляр (рис. IV. 12, з) довольно сложен по своей конструкции и обладает отрицательным коллективом, склеенным из двух стекол. Отрицательный коллектив благоприятен как для получения большого выноса выходного зрачка, так и для исправления кривизны изображения. Кроме того, в состав этого окуляра входят склеенная из двух стекол собирательная промежуточная линза и простая плосковыпуклая глазная линза, обращенная к глазу плоской поверхностью. Характеристики этого окуляра: $2\beta' = 50^\circ$; $s_F = 21$ мм.

Из приведенного здесь обзора различных типов окуляров видно, что конструктор новых оптических приборов располагает в настоящее время достаточно широким выбором окуляров, начиная от простых и недорогих в изготовлении и кончая очень сложными и дорогими, но обладающими высокими оптическими характеристиками.

Здесь необходимо подчеркнуть, что не следует пользоваться во что бы то ни стало наиболее совершенными, но в то же время и экономически невыгодными типами окуляров, если это не вызвано технически обоснованными условиями эксплуатации будущего прибора. Если не учтен при этом выборе экономический фактор, прибор не будет жизнеспособным и не получит широкого применения.

Вот почему такие простые типы окуляров, как окуляры, показанные на рис. IV. 12, *в* и *ж*, будут, по-видимому, еще долгое время постоянно применяться в различных оптических приборах.

§ 82. Объективы зрительных труб

В отличие от окуляров, объективы обычно работают при малых углах поля зрения $2\beta'$. В таких случаях нет необходимости в исправлении полевых aberrаций и для обеспечения высокого качества изображения достаточно исправить кроме двух хроматических aberrаций только aberrации широких пучков: сферическую aberrацию и кому. Поэтому оптическая система объектива обычно

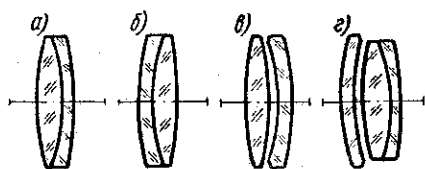


Рис. IV. 13

может быть сравнительно простой. На рис. IV. 13 показаны наиболее распространенные типы объективов зрительных труб, причем бесконечно далекий предмет предполагается во всех четырех объективах расположенным слева.

Самой распространенной в мире оптической системой (после очковых стекол) является склеенный из двух стекол объектив (рис. IV. 13, *а*). Его первая, собирающая, линза делается из кроны, а вторая, рассеивающая, линза — из флинта. Выполняя коррекцию хроматизма положения и сферической aberrации, обычно ведут расчет при толщинах линз, равных нулю, так как изменение толщин линз оказывает практически ничтожное влияние на эти две aberrации. Затем, вводя конечные толщины d_1 и d_2 первой и второй линз, учитывают исправление хроматизма увеличения. При этом отношение этих толщин получается $d_1/d_2 \approx 2$, что технологически достаточно удобно. Для коррекции комы в этом объективе не хватает свободных параметров; однако практика расчета показала, что хорошее исправление комы может быть достигнуто путем подбора марок оптического стекла, применяемых в данном объек-

тиве. Удобный метод расчета склеенного из двух линз объектива детально разработан проф. Г. Г. Слюсаревым.

При обычном благоприятном для коррекции комы выборе марок стекла получается объектив ахромат, вторичный спектр которого (на оси) равен примерно 0,05% фокусного расстояния объектива, что при небольших фокусных расстояниях и небольших увеличениях зрительных труб не вызывает заметного ухудшения качества изображения. При длиннофокусных объективах или при больших увеличениях зрительных труб ($\Gamma = 30\times$) рекомендуется применять объективы апохроматы с уменьшенным (или устраненным) вторичным спектром. Чаще всего апохроматическая коррекция осуществляется в склеенном из двух стекол объективе применением специальных марок стекла.

Склеенный из двух стекол ахромат позволяет получить отличную коррекцию в центральной области поля зрения при относительном отверстии 1 : 5. При этом продольные aberrации не будут превосходить 0,2% фокусного расстояния. Во многих случаях считается допустимым форсировать относительное отверстие до 1 : 4 за счет малозаметного ухудшения качества изображения. В сложных зрительных трубах некоторые aberrации объектива могут быть компенсированы путем введения в других компонентах трубы aberrаций, равных по абсолютной величине aberrациям объектива, но обратных по знаку. При этом относительное отверстие объектива может быть доведено до 1 : 3, а в тех случаях, когда выходной зрачок трубы много больше зрачка глаза,— даже до 1 : 2.

Что касается угла поля зрения двухлинзовых объективов, то безупречный результат получается обычно, если $2\beta \leq 6^\circ$. На практике, однако, угол 2β доводится до $8-11^\circ$ при условии некоторой компенсации полевых aberrаций окуляром или другими компонентами. В объективе, в котором первая линза сделана из флинта, а вторая — из крона (рис. IV. 13, б), угол поля зрения может быть доведен даже до 15° при том же условии.

При малых увеличениях зрительной трубы ее угол поля зрения 2β может быть больше 15° . В этом случае рекомендуется применять в качестве объектива один из окуляров, повернув его глазной линзой к предмету. Таким образом, можно создать зрительные трубы с очень большими углами поля зрения. Так, например, используя в качестве объектива окуляр Эрфле второго рода, можно получить зрительную трубу с углом поля зрения $2\beta = 72^\circ$.

Повышению относительного отверстия склеенного из двух стекол объектива препятствуют главным образом присущие этому объективу большая сферическая aberrация высших порядков и хроматическая разность сферической aberrации. Оба эти недостатка в широкой степени устраняются в несклеенном объективе из двух линз (рис. VI. 13, в). Такой объектив имеет очень малые aberrации

при относительных отверстиях до 1 : 2. Кроме того, имея больше свободных параметров, чем склеенный объектив, он позволяет хорошо исправить кому, не прибегая к затруднительному подбору марок оптического стекла. Наконец, он дает возможность менять в небольших пределах расстояние между его линзами и таким образом компенсировать при сборке объектива некоторые погрешности изготовления, например получать точно заданное фокусное расстояние объектива при неточно изготовленных линзах.

Однако, несмотря на такие существенные преимущества, этот объектив, предложенный еще в конце XIX в., не получил в свое время широкого распространения по двум причинам: во-первых, несклеенный двухлинзовый объектив имеет две лишние поверхности, граничащие с воздухом, чем повышаются потери света на отражение от преломляющих поверхностей и возрастает количество паразитного света, попадающего на плоскость изображения; во-вторых, склеенный объектив лучше сохраняет достигнутую в процессе регулировки центрировку системы.

В настоящее время первая причина полностью отпала благодаря просветлению преломляющих поверхностей; вторая причина может быть устранена при надлежащей конструкции оправ и правильной технологии сборки. Поэтому можно рекомендовать конструкторам новых приборов вспомнить о существовании этого отличного объектива.

Кстати, здесь следует заметить, что не рекомендуется склеивать линзы объектива, если их диаметр превосходит 45—50 мм. В таком случае часто оставляют линзы несклеенными, а чтобы поверхности линз не соприкасались, по краям линз (за пределами свободного отверстия) прокладывают небольшие кусочки фольги толщиной в 0,1 мм. Хотя этот прием использования склеенного (по расчету) объектива с несклеенными линзами часто встречается на практике, он не может быть оправдан никакими экономическими или иными соображениями. При несклеенных линзах всегда следует применять специально рассчитанный объектив (рис. IV.13, в), позволяющий существенно улучшить коррекцию аберраций широкого пучка.

В зрительных трубах геодезических инструментов в последнее время широко применяется трехлинзовый объектив (рис. IV. 13, г), состоящий из двух положительных компонентов: менискообразной линзы и склеенной пары линз. Работая при обычных относительных отверстиях, он обеспечивает коррекцию аберраций не лучше той, которой обладает двухлинзовый несклеенный объектив; но он обладает преимуществом, очень важным для труб с большим увеличением: позволяет соответствующим подбором марок стекла существенно сократить вторичный спектр, не уменьшая относительного отверстия.

§ 83. Астрономические телескопы

Вскоре после изобретения первых зрительных труб начались попытки замены в астрономических телескопах линзового объектива зеркальным. Такая замена представлялась в то время очень целесообразной и желательной. Действительно, она позволяла сразу избавиться от целого ряда затруднений, казавшихся непреодолимыми при линзовых объективах. Самым важным из них был громадный хроматизм, не позволявший получить хорошее качество изображения. Кроме того, примитивная технология варки

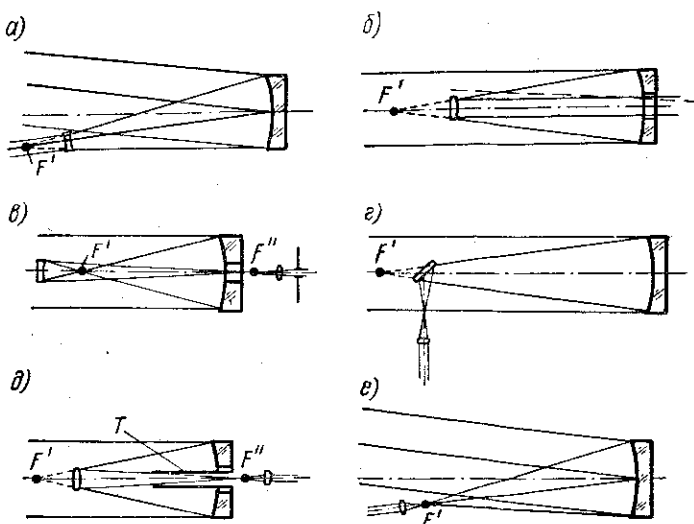


Рис. IV. 14

стекла не давала возможности получать оптически однородное и чистое стекло. Наконец, в то время еще не было рациональных инструментов и станков для обработки поверхностей линз и для контроля правильности их формы. Все эти трудности сразу устранялись при применении вместо линз металлических зеркал.

Первым изобретателем зеркального объектива был Зукхиус (1616 г.). Его зрительная труба состоит из вогнутого зеркала в качестве объектива и отрицательной линзы, служащей окуляром. Чтобы избежать экранирования падающего на зеркало пучка головой наблюдателя, окуляр децентрирован по отношению к объективу, так что через последний проходят только внеосевые наклонные пучки (рис. IV. 14, а). В этом — слабое место телескопа Зукхиуса: вогнутое зеркало обладает большой комой, которая резко снижает качество изображения в наклонных пучках. Поэтому изобретение Зукхиуса не имело успеха и было вскоре забыто.

Телескоп, совершенно не имеющий линз и состоящий только из двух зеркал, был предложен Мерсенном (1634 г.). Он составлен из большого вогнутого и малого выпуклого зеркал (рис. IV.14, б). Зеркала должны быть параболическими и расположенными конфокально, т. е. их фокусы должны совпадать (в точке F' на чертеже). Чтобы дать свободный выход параллельным пучкам лучей после их отражения от малого зеркала, в центральной части большого зеркала предусмотрено отверстие. Одним из недостатков системы Мерсенна является центральное экранирование падающих на большое зеркало пучков лучей. Оно вызывается малым зеркалом; однако центральное экранирование невелико: коэффициент линейного экранирования η , равный отношению диаметров срезанного малым зеркалом пучка и полного отверстия большого зеркала, определяется формулой

$$\eta = \frac{1}{\Gamma}. \quad (\text{IV. 58})$$

При больших увеличениях телескопа η получается совсем малым. Но как раз при больших увеличениях угол $2\beta'$ со стороны глаза будет большим.

$$\text{tg } \beta' = \Gamma \text{ tg } \beta. \quad (\text{IV. 59})$$

Если входной зрачок лежит у точки F' , то выходной зрачок (мнимый) расположен тоже у точки F' . При ином расположении входного зрачка выходной зрачок лишь незначительно отодвинется от точки F' , так как продольное увеличение $Q = \frac{1}{\Gamma^2}$ при большом Γ очень мало. Считая поэтому, что выходной зрачок находится у точки F' , найдем для диаметра D_0 отверстия в большом зеркале (при затенении, равном 50%)

$$D_0 = 2f'_1 \text{ tg } \beta'. \quad (\text{IV. 60})$$

Здесь f' — фокусное расстояние большого зеркала. Вследствие (IV. 59) найдем

$$D_0 = 2\Gamma f'_1 \text{ tg } \beta, \quad (\text{IV. 61})$$

а центральное экранирование, вызываемое отверстием в большом зеркале, составит

$$\eta = 2\Gamma \frac{f_1}{D} \text{ tg } \beta, \quad (\text{IV. 62})$$

где D — диаметр входного зрачка.

Этой формулой можно воспользоваться для определения угла β , если заданы: η , Γ и относительное отверстие D/f'_1 большого зеркала. Так, например, при $\eta = 0,3$, $\Gamma = 500 \times$, $D/f' = 1:3$ получим: $\text{tg } \beta = 0,0001$ и $2\beta \approx 40''$. Мы не будем здесь

касаться вопроса о затруднительности устранения «паразитного» света, попадающего в глаз наблюдателя, минуя оба зеркала (пунктирный луч на рис. IV.14, б).

Вследствие этих недостатков система Мерсенна не получила применения как самостоятельный телескоп, но применяется в качестве телескопической насадки на короткофокусный объектив.

В 1663 г. Грегори предложил двухзеркальный астрономический объектив, получивший широкое распространение в то время. Оба зеркала этого объектива вогнутые (рис. IV.14, в); большое зеркало — параболическое, малое — эллиптическое. Первое действительное изображение далекого предмета образуется у заднего фокуса F' большого зеркала. Малое зеркало переносит изображение в эквивалентный фокус F'' объектива, расположенный за большим зеркалом, в котором для прохождения лучей сделано центральное отверстие. Это изображение рассматривается при помощи окуляра, расположенного в задней (нижней) части трубы, что удобно для эксплуатации инструмента. Расчет основных параметров объектива Грегори производится при помощи ряда простых формул. Пусть заданы: эквивалентное фокусное расстояние f' объектива, диаметр большого зеркала D_1 , коэффициент центрального экранирования η , расстояние δ от вершины большого зеркала до эквивалентного фокуса F'' . Диаметр D_2 малого зеркала находим по формуле

$$D_2 = \eta D_1. \quad (\text{IV. 63})$$

Расстояние d между вершинами большого и малого зеркал определяются выражением

$$d = \eta f' - \delta. \quad (\text{IV. 64})$$

Фокусное расстояние f'_1 большого зеркала находится из формулы

$$f'_1 = \frac{d}{1 + \eta}. \quad (\text{IV. 65})$$

Расстояние s_2 от фокуса F' большого зеркала до вершины малого зеркала

$$s_2 = d - f'_1, \quad (\text{IV. 66})$$

а расстояние s'_2 от вершины малого зеркала до эквивалентного фокуса F'' объектива

$$s'_2 = \eta f'. \quad (\text{IV. 67})$$

Уравнение меридиональной кривой параболического зеркала (начало координат — в его вершине)

$$y^2 = 4f'_1 x. \quad (\text{IV. 68})$$

Полуось a эллипса в меридиональном сечении малого зеркала (полуось лежит на оптической оси)

$$a = \frac{1}{2} \eta (f' + f_1). \quad (\text{IV. 69})$$

Полуось b эллипса

$$b = \eta \sqrt{f' f_1}. \quad (\text{IV. 70})$$

Уравнение меридиональной кривой малого зеркала (начало координат — в его вершине)

$$y^2 = 2 \frac{b^2}{a} x - \frac{b^2}{a^2} x^2. \quad (\text{IV. 71})$$

Радиус r_1 кривизны в вершине большого зеркала

$$r_1 = 2f_1'. \quad (\text{IV. 72})$$

Радиус кривизны r_2 в вершине малого зеркала

$$r_2 = \frac{b^2}{a}. \quad (\text{IV. 73})$$

В объективе Грегори хорошо решается задача устранения паразитного света. Окуляр телескопа с фокусным расстоянием $f_{ок}$ создает изображение малого зеркала на расстоянии x' за задним фокусом окуляра. В этой плоскости B следует поставить бленду (диафрагму), диаметр D_B которой равен диаметру изображения малого зеркала. x' и D_B находятся по формулам:

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{f_{ок}^2}{s_2}; \\ D_B &= \frac{f_{ок}}{s_2} D_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 74})$$

Телескопы Грегори были очень распространены в XVIII столетии. Когда в XX в. конструкторы больших телескопов снова обратились к зеркальным объективам, телескоп Грегори был незаслуженно позабыт.

В 1671 г. был построен объектив Ньютона (рис. IV. 14, з), состоящий из большого (параболического) зеркала и малого плоского зеркала, наклоненного к оптической оси под углом в 45° . Это зеркало отклоняет ход лучей на 90° , выводя его за пределы пучка лучей, падающего на большое зеркало. Здесь у точки F' возникает изображение далекого предмета, которое и рассматривается через окуляр. Последний расположен, таким образом, у верхнего края трубы телескопа, что не очень удобно в эксплуа-

тации инструмента. Центральное экранирование, вызываемое малым зеркалом, невелико. Его коэффициент η определяется по формуле

$$\eta = \frac{D + 2\delta}{2f'}. \quad (\text{IV. 75})$$

Здесь f' — фокусное расстояние параболического зеркала;
 D — его свободный диаметр;
 δ — удаление точки F' от ближнего края пучка лучей, падающего на большое зеркало.

Паразитный свет в этом телескопе полностью отсутствует. Эти обстоятельства способствовали распространению телескопа Ньютона в XVIII в. В нашем столетии он не применяется.

Наибольшее практическое значение из всех конструкций зеркальных астрономических объективов имеет объектив Кассегрена (1672 г.). Поэтому мы остановимся на нем несколько подробнее. Объектив Кассегрена состоит из двух зеркал (рис. IV. 14). Большое зеркало — параболическое, как в объективе Грегори, но малое зеркало — выпуклое и гиперболическое. Фокус F' параболического зеркала мнимый, и для того, чтобы сделать фотоснимок у фокуса F' , необходимо вынуть из телескопа малое зеркало. Это сопряжено с неприятной потерей времени и с риском нарушения регулировки системы при обратной установке малого зеркала. Таким образом, объектив Кассегрена имеет существенный недостаток, отсутствующий в объективе Грегори. С другой стороны, при таком же фокусном расстоянии большого зеркала длина трубы телескопа Кассегрена несколько меньше, чем в системе Грегори. Этот фактор сыграл решающую роль при выборе типа больших телескопов, построенных, строящихся и проектируемых в XX столетии; все они построены по типу Кассегрена.

От паразитного света, попадающего на плоскость изображения, минуя зеркала, можно избавиться тем же приемом, который указан при рассмотрении объектива Грегори. Учитывая, однако, неудобство наблюдения, создаваемое узкой диафрагмой, стоящей возле самого глаза, следует предпочесть другой способ устранения паразитного света. Это надежно достигается при помощи трубки T (рис. IV. 14, δ), вставленной в центральное отверстие большого зеркала. Диаметр и длина трубки получаются в результате приво-димого ниже расчета.

На рис. IV.15 большое и малое зеркала объектива Кассегрена схематически представлены их главными плоскостями NR и $M'R'$. На чертеже показан ход двух нулевых лучей, входящих в систему параллельно оптической оси: крайнего луча $MNL F'$ и луча $M'N'L'F'$, ограничивающего экранированную внутреннюю полость падающего пучка. Расчет мы поведем при условии масштаба $f' = 1$. Высоту крайнего луча положим тоже равной

единице: $h_1 = 1$; тогда высота второго луча будет $\bar{h}_1 = \eta$, где η — коэффициент экранирования. Углы, образованные крайним лучом с осью, $\alpha_1 = 0$; α_2 ; $\alpha_3 = 1$. Остальные обозначения показаны на чертеже.

По известной формуле получим

$$h_2 = 1 - \alpha_2 d. \quad (\text{IV. 76})$$

Учитывая, что $\alpha_3 = 1$, получим по чертежу

$$h_2 = s' = -(d - \delta). \quad (\text{IV. 77})$$

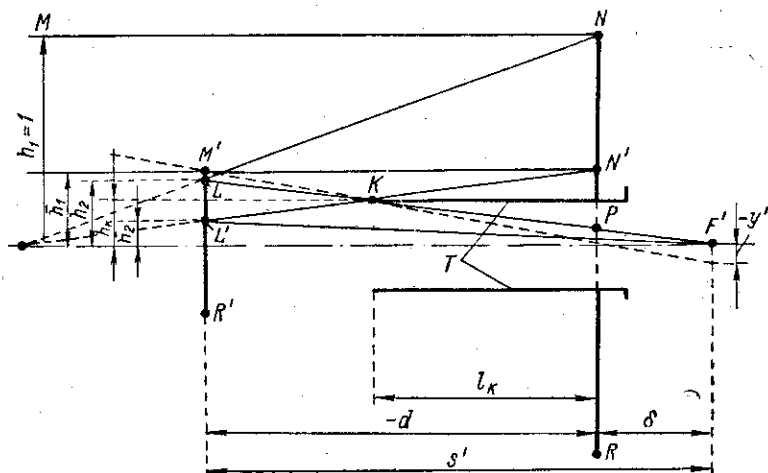


Рис. IV. 15

При помощи этих двух формул можно искомые параметры α_2 и d выразить через заданную величину δ и пока еще не найденную величину h_2

$$d = -(h_2 - \delta) \quad (\text{IV. 78})$$

и

$$\alpha_2 = -\frac{1 - h_2}{h_2 - \delta}. \quad (\text{IV. 79})$$

Для определения высоты $\bar{h}_2$ второго луча имеем

$$\bar{h}_2 = \eta h_2. \quad (\text{IV. 80})$$

Обратим внимание на тот факт, что на чертеже треугольник $N'KP$ остался «пустым», не занятым ходом лучей. Это и позволило вдвинуть в образовавшуюся полость, получающуюся при вращении треугольника $N'KP$ вокруг оптической оси, цилиндрическую бленду — трубку T . Передний срез этой трубки может,

очевидно, доходить до точки K пересечения лучей LF' и $N'L'$. Определим координаты точки K : h_k и l_k .

По чертежу можно составить следующие две пропорции:

$$\frac{h_k}{l_k + \delta} = \frac{h_2}{s'} \quad (\text{IV. 81})$$

и

$$\frac{\bar{h}_1 - h_k}{l_k} = \frac{\bar{h}_1}{-d}. \quad (\text{IV. 82})$$

Из (IV. 81) следует:

$$l_k = h_k - \delta. \quad (\text{IV. 83})$$

Из (IV. 82) получим после простых преобразований

$$(\eta - h_k)(h_2 - \delta) = \eta l_k. \quad (\text{IV. 84})$$

Определяя h_k и l_k из выражений (IV. 82) и (IV. 83), находим

$$h_k = \frac{\eta h_2}{\eta - \delta + h_2} \quad (\text{IV. 85})$$

и

$$l_k = \frac{(\eta - \delta)(h_2 - \delta)}{\eta - \delta + h_2}. \quad (\text{IV. 86})$$

Наиболее опасный, т. е. наиболее близкий к центру изображения F' , паразитный луч проходит через точки M' и K (показан на чертеже штрихами). Засаеваемый им на фокальной плоскости отрезок y' должен быть не меньше половины поля зрения объектива. Полагая y' равным половине поля зрения, получим

$$y' = -\beta f' = -\beta, \quad (\text{IV. 87})$$

где β — половина угла поля зрения объектива.

По ходу паразитного луча $M'K$ можно составить пропорцию

$$\frac{h_k - y'}{l_k + \delta} = \frac{\bar{h}_1 - y'}{s'}. \quad (\text{IV. 88})$$

Сравнивая это выражение с (IV. 81) и учитывая (IV. 87), находим из (IV. 88), решив его относительно h_k ,

$$h_k = \frac{\beta h_2}{\eta + \beta - h_2}. \quad (\text{IV. 89})$$

Наконец, исключив h_k из (IV. 85) и (IV. 89), получим формулу для нахождения еще не определенной величины h_2

$$h_2 = \frac{\eta^2 + \beta \delta}{\eta + \beta}. \quad (\text{IV. 90})$$

Перед началом расчета конструктору должны быть известны величины η , δ и β . После нахождения h_2 по формуле (IV. 90) он может вычислить параметр d по формуле (IV. 78). Для определения фокусного расстояния f'_1 большого параболического зеркала имеем вследствие (IV. 79)

$$f'_1 = \frac{h_1}{a_2} = \frac{1}{a_2} = -\frac{h_2 - \delta}{1 - h_2}. \quad (\text{IV. 91})$$

Радиус кривизны зеркала в его вершине

$$r_1 = 2f'_1. \quad (\text{IV. 92})$$

Уравнение меридиональной кривой большого зеркала (начало координат — в вершине)

$$y^2 = 4f'_1 x. \quad (\text{IV. 93})$$

Передний отрезок s малого зеркала находится из выражения

$$s = f'_1 - d. \quad (\text{IV. 94})$$

Задний отрезок s' равен h_2 . Для полуосей a и b гиперболы, получающейся в меридиональном сечении малого зеркала, имеем формулы:

$$a = \frac{1}{2}(s' + s); \quad (\text{IV. 95})$$

$$b = \sqrt{-ss'}. \quad (\text{IV. 96})$$

Радиус кривизны r_2 в вершине гиперболы

$$r_2 = -\frac{b^2}{a}. \quad (\text{IV. 97})$$

Уравнение гиперболы (начало координат — в ее вершине)

$$y^2 = -2\frac{b^2}{a}x + \frac{b^2}{a^2}x^2. \quad (\text{IV. 98})$$

Если диаметр большого зеркала равен D_1 , то для диаметра D_2 малого зеркала имеем выражение

$$D_2 = \eta D_1. \quad (\text{IV. 99})$$

Диаметр D_T цилиндрической бленды T найдем по формуле

$$D_T = h_k D \quad (\text{IV. 100})$$

при этом h_k должно быть определено по одной из формул (IV. 85) или (IV. 89). Длина трубки T находится по формуле (IV. 88). Приведенные здесь формулы позволяют выполнить полный расчет объектива Кассегрена. Для примера принимаем исходные данные: $\eta = 0,35$; $\delta = 0,05$; $\beta = 0,02$; относительное отверстие объектива 1 : 5.

Применяя указанные выше формулы, найдем последовательно:

$h_k = 0,334$; $d = -0,284$; $f_1 = -0,426$; $r_1 = -0,852$; $s = -0,142$;
 $s' = 0,334$; $a = 0,0960$; $b = 0,2178$; $r_2 = -0,494$; $D_1 = 0,200$;
 $D_2 = 0,070$; $h_k = 0,1843$; $D_T = 0,0369$; $l_k = 0,1343$.

При пересчете на фокусное расстояние $f' = 10000,0$ получим следующую систему:

$$\begin{array}{llll} r_1 = -8520,0; \text{ парабола} & f' = -4260,0 & n_1 = 1 & D_1 = 2000,0 \\ & d = -2840,0; & n_2 = -1 & \\ r_2 = -4940,0; \text{ эллипс} & \left\{ \begin{array}{l} a = 960,0 \\ b = 2178,0 \end{array} \right. & D_2 = 700,0 & n_3 = 1 \end{array}$$

Задний отрезок $s' = 3340,0$; расстояние от вершины большого зеркала до изображения $\delta = 500,0$; диаметр цилиндрической бленды $D_T = 369,0$; длина цилиндрической бленды от переднего среза до вершины большого зеркала $l_k = 1343,0$. Все размеры в мм.

В XVIII столетии новый тип зеркального телескопа был предложен М. В. Ломоносовым (около 1748 г.). В этом телескопе (рис. IV. 14, е) использован несколько наклонный ход лучей (по отношению к оси параболического зеркала) для того, чтобы избежать экранирования головой наблюдателя. В сущности, это возвращение к расположению, принятому в телескопе Зукхнуса (рис. IV. 14, а); вся разница в том, что вместо отрицательного окуляра здесь применен положительный. Следует признать, что отсутствие второго зеркала в этой системе являлось громадным преимуществом для того времени. Ведь тогда еще не существовало для точного изготовления поверхностей зеркал ни соответствующих инструментов, ни контрольных приборов. Понятно, что при последовательном отражении от двух зеркал накапливалось вдвое больше технологических погрешностей и качество изображения существенно снижалось. Расположение наблюдателя у верхнего края трубы телескопа довольно неудобно. Но зато телескоп Ломоносова свободен от паразитного света. Мы не знаем, удалось ли М. В. Ломоносову практически осуществить этот телескоп. Его предложение было забыто, и лет через сорок этот телескоп был вновь открыт английским астрономом В. Гершелем (1738—1822 гг.). Гершель построил ряд таких телескопов, постепенно увеличивая их размеры. Наиболее крупный телескоп Гершеля имел диаметр большого зеркала 1220 мм. Неустраняемая и большая кома параболического зеркала, особенно сильно сказывающаяся при наклонном ходе лучей, привела к тому, что после смерти Гершеля изготовление таких телескопов было прекращено.

Восемнадцатое столетие принесло с собой открытие ахроматизации линзовых систем (Эйлер, Честер-Холл, Доллонд, см. § 79) и направило мысль конструкторов на создание больших астрономических телескопов с линзовыми объективами. Началась

конкуренция зеркальных телескопов, называемых *рефлекторами*, и линзовых, получивших название *рефракторов*.

В XIX столетии эта борьба продолжалась, и на первом этапе победу одержали рефракторы. Выдающиеся оптики положили немало труда, чтобы разработать методы и инструментарий для точной обработки поверхностей линз и, что особенно важно, — методы и приборы для контроля формы поверхностей и качества изображения. Диаметр объективов был доведен до технически возможного предела, до 1000 мм. Изготовление таких больших двухлинзовых объективов представляет собой одну из наиболее трудных технических задач, решенных человеческим разумом.

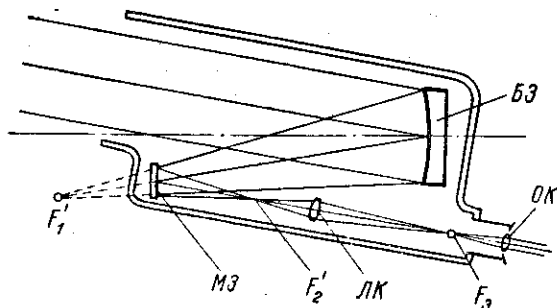


Рис. IV. 16

Оно требует не только высокого совершенства технических средств, но и особого искусства, ибо окончательная доводка формы поверхностей линз выполняется так называемым методом ретуши вручную.

В начале нынешнего столетия период больших рефракторов закончился, так как на этом пути были исчерпаны все возможности дальнейшего развития. Нужно было искать принципиально новых решений, открывающих новые возможности развития астрономической оптики. Таким новым решением стали *зеркальнолинзовые* или, как их называют, *катациоптрические* системы, состоящие из преломляющих и отражающих элементов, т. е. из линз и зеркал. Такие системы применялись, однако, и раньше. Честь создания первого катациоптрического объектива принадлежит М. В. Ломоносову. Предложенный им объектив (рис. IV. 16) состоит из большого параболического зеркала БЗ, поставленного наклонно к падающему пучку лучей, как в однозеркальном телескопе Ломоносова (рис. IV. 14; е). Но не доходя до фокуса F₁, лучи света перехватываются малым плоским зеркалом МЗ и направляются так, чтобы ось отраженного пучка была параллельна оси пучка, падающего на большое зеркало. Действительное изображение звезд возникает у фокуса F₂. Далее располагается линзовый компонент ЛК объектива, создающий увеличенное изображение звезд у фокуса F₃.

Это изображение рассматривается через окуляр OK . Расположение окуляра удобно для ведения астрономических наблюдений.

В катадиоптрическом объективе Ломоносова обнаруживаются очень прогрессивные признаки, которые едва ли могли быть правильно оценены его современниками. Во-первых, длина трубы телескопа во много раз меньше фокусного расстояния объектива. В самом деле, длина трубы примерно равна фокусному расстоянию f_1 большого зеркала, а эквивалентное фокусное расстояние f' объектива определяется, очевидно, выражением

$$f' = Vf_1, \quad (\text{IV. } 101)$$

где V — линейное увеличение линзового компонента объектива.

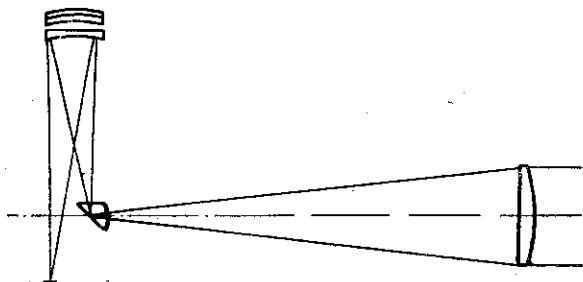


Рис. IV. 17

При V равном $5-10\times$ во столько же раз длина трубы короче фокусного расстояния f' .

Во-вторых, в этом телескопе осуществлен очень важный принцип построения катадиоптрических объективов: большие зеркала, маленькие линзы. Действительно, считая в первом приближении, что расстояние F_2F_3 равно фокусному расстоянию большого зеркала, легко можно вывести формулу

$$D_{ЛК} = \left| \frac{1}{V-1} \right| D_{БЗ}, \quad (\text{IV. } 102)$$

где $D_{ЛК}$ и $D_{БЗ}$ — диаметры линзового компонента и большого зеркала.

Положив, например: $V = -10\times$, найдем по этой формуле: $D_{ЛК} = 1/11 D_{БЗ}$. Учитывая трудность изготовления больших линз и относительную простоту изготовления больших зеркал, нельзя не пожалеть о том, что этот принцип не применялся конструкторами зеркальнолинзовых систем XIX и отчасти XX столетий.

В XIX в. были созданы катадиоптрические астрономические объективы, названные *медиалями*. Первый такой объектив предложен английским оптиком Гамильтоном (около 1814 г.). На рис. IV. 17 показана схема медиаля немецкого конструктора

Шупмана (1851—1920 гг.). Как видно из этой фигуры, в медиалах резко нарушен указанный выше принцип Ломоносова: впереди помещается плосковыпуклая линза большого диаметра, а ее аберрации компенсируются при помощи поставленной в узкой части хода лучей зеркальнолинзовой системы. Длинные и неуклюжие трубы медиалов тоже знаменовали разительный регресс по сравнению с изящным и компактным строением катадиоптрического телескопа Ломоносова. Однако в конструкции медиалов имеется и свое рациональное зерно, более правильно использованное в XX в.: при расчете медиалов была обнаружена и осуществлена возможность устранения в катадиоптрических системах вторичного спектра, не прибегая к подбору специальных марок стекла, неблагоприятному для коррекции других аберраций.

Первая половина XX столетия протекала под знаком блестящего расцвета катадиоптрических астрономических объективов. В то же время визуальные наблюдения были повсюду вытеснены фотосъемкой. Последняя поставила новые требования к астрономическим объективам: повышение не только абсолютной величины диаметра входного зрачка, но и относительного отверстия объективов, а вместе с тем существенное увеличение поля зрения, а следовательно, и улучшение коррекции полевых аберраций. Рефракторы становятся неспособными конкурировать при подобных условиях и окончательно выбывают из соревнования.

Начало нового развития катадиоптрики было положено Россом (1915 г.). Он предложил двухлинзовую систему, которая, будучи поставлена в узкой части хода лучей недалеко от фокальной плоскости параболического зеркала, компенсировала свойственную ему большую ошибку закона синусов (а следовательно, и кому).

Совершенно новую и оригинальную систему катадиоптрического объектива предложил Шмидт (1878—1935 гг.) в 1931 г. Эта система (рис. IV. 18, а) состоит из коррекционной пластинки КП и сферического зеркала СЗ. Коррекционная пластинка представляет собой плоскопараллельную пластинку, у которой одна поверхность деформирована (на рисунке деформация второй поверхности пластинки сильно утрирована). Эта деформация рассчитана так, что она устраняет сферическую аберрацию зеркала СЗ. Если, кроме того, вершина деформированной поверхности пластинки совпадает с центром кривизны O зеркала СЗ, то устраняется и кома системы. Изображение далекого предмета возникает у точки F' внутри трубы телескопа, где оно совершенно недоступно для визуального наблюдения, но может быть зафиксировано на фотопластинке. Объектив Шмидта практически свободен от всех аберраций, кроме кривизны изображения. Изображение расположено на сферической поверхности, концентричной с зеркалом (ее радиус равен фокусному расстоянию зеркала). Поэтому объектив может работать при необычайно большом (для астрономических

инструментов) поле зрения, доходящем до $2\beta = 16^\circ$. При этом фотопластинка должна иметь сферическую поверхность, совпадающую с поверхностью изображения. В то же время объектив может иметь и очень большое относительное отверстие, доводимое в некоторых случаях до $1:0,7$ (обычно $1:2$).

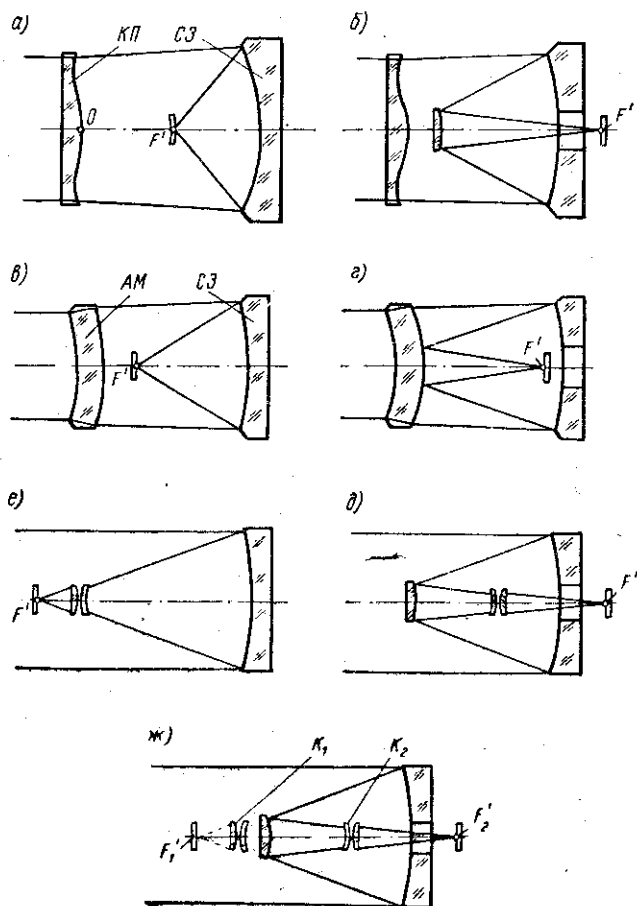


Рис. IV. 18

Нужно заметить, что в объективе Шмидта резко нарушены оба принципа Ломоносова. Его длина равна примерно двум фокусным расстояниям, вследствие чего он должен быть короткофокусным во избежание чрезмерной длины трубы, требующей больших размеров купола. Диаметр преломляющего элемента — коррекционной пластинки — равен диаметру входного зрачка объектива,

а следовательно, велик (диаметр зеркала делается несколько больше диаметра входного зрачка для устранения виньетирования). Высокая светосила и отличная разрешающая способность объектива Шмидта делают его, несмотря на его недостатки, незаменимым инструментом для фотографирования слабых объектов (туманностей). При этом сокращение экспозиции позволяет уменьшить вредное влияние беспокойства земной атмосферы. Объектив этот дает отличные результаты при фотографировании быстро перемещающихся предметов (метеоры, искусственные спутники).

Коррекционная пластинка Шмидта может быть с успехом применена и совместно с более сложными зеркальными объективами, например с объективом Кассегрена (рис. IV. 18, б), — так называемый Кассегрен — Шмидт. Таким образом, достигается существенное уменьшение длины системы; при этом оба зеркала могут быть сферическими, что благоприятно в экономическом отношении.

В 1941 г. советский ученый проф. Д. Д. Максудов предложил новую катадиоптрическую систему, обладающую замечательным свойством: она совсем не имеет асферических поверхностей. Коррекционным элементом, подобным пластинке Шмидта, здесь служит ахроматический мениск АМ (рис. IV. 18, в). Проф. Д. Д. Максудов показал, что толстый рассеивающий мениск может быть сделан свободным от хроматизма (и даже от вторичного спектра); поэтому его введение в зеркальную систему не вносит практически остаточного хроматизма, обычно сопутствующего линзовым системам. В то же время такой мениск может компенсировать сферическую aberrацию и кому сферического зеркала СЗ. При относительном отверстии до $1 : 3$ и при угле поля зрения $2\beta = 6^\circ$ такой объектив обеспечивает отличное качество изображения, будучи в то же время простым в изготовлении вследствие отсутствия асферических поверхностей. Однако изготовление самого мениска довольно затруднительно из-за требуемой высокой точности центровки его поверхностей.

Особенно интересна и удобна практически комбинация мениска Максудова с системой Кассегрена (рис. IV. 18, г), так называемый Кассегрен — Максудов. Покрытая отражающим слоем средняя часть выпуклой поверхности мениска здесь может быть использована в качестве малого зеркала. Это вместе с отсутствием асферических поверхностей делает объектив экономически доступным для широких кругов астрономов-любителей при отличном качестве изображения. Но нарушение принципа Ломоносова (мениск большого диаметра) не позволяет осуществить этот телескоп в современных крупных масштабах.

В 1934 г. автор настоящей книги предложил компенсационную систему, составленную из двух тонких линз и помещаемую в узкой части хода лучей, недалеко от фокуса зеркальной системы. Обе линзы делаются из стекла одной марки; их силы равны по

абсолютной величине и обратны по знаку. Хроматизм $d\varphi$ тонкой двухлинзовой системы выражается формулой

$$d\varphi = \frac{\varphi_1}{v_1} + \frac{\varphi_2}{v_2}. \quad (\text{IV. 103})$$

Здесь φ_1 и φ_2 — силы обеих линз;

v_1 и v_2 — коэффициенты дисперсии стекол, из которых изготовлены эти линзы.

Если обе линзы изготовлены из стекла одной марки, т. е. если $v_1 = v_2 = v$, то из (IV. 103) следует

$$d\varphi = \frac{1}{v} (\varphi_1 + \varphi_2), \quad (\text{IV. 104})$$

и при $\varphi_2 = -\varphi_1$ хроматизм $d\varphi$ обращается в нуль независимо от величины v , т. е. от выбора длин волн, для которых производится ахроматизация системы. Поэтому предлагаемая система является полным апохроматом. Правда, и сила φ такой двухлинзовой системы равна нулю; но для наших целей это не служит препятствием. Для компенсации при помощи такой системы двух монохроматических aberrаций (сферической aberrации и комы) зеркального объектива нужно использовать прогибы обеих линз. Прогибом линзы мы называем изменение ее формы при сохранении постоянного фокусного расстояния. Таким образом, можно получить хорошо исправленную зеркальнолинзовую систему без асферических поверхностей, соблюдающую принцип Ломоносова: большие зеркала, малые линзы. На рис. IV. 18, *д* и *е* показано применение двухлинзового компенсатора с одним сферическим зеркалом и с объективом Кассегрена (то же со сферическими зеркалами).

Обычное возражение астрономов против систем, в которых большое зеркало имеет сферическую форму, заключается в том, что невозможно производить фотографирование в первом фокусе F' (рис. IV. 14, *д*) при удаленном малом зеркале. Однако можно объединить схемы, представленные на рис. IV. 18, *д* и *е*, как показано на рис. IV. 18, *ж*. При таком устройстве в случае, если удалено малое зеркало, работает компенсационная система K_1 и фотографирование производится в первом фокусе F'_1 . При установленном малом зеркале работает компенсатор K_2 и фотографирование ведется в кассегреновском фокусе F'_2 .

Во второй четверти нынешнего века идет процесс постепенного вытеснения обычной фотопластинки сначала фотопластинкой, sensibilizированной для инфракрасной области спектра, а затем электронными приемниками лучистой энергии (эопами, телевизионными трубками), широко раздвигающими спектральный диапазон работы современных телескопов. Но стекло обладает недостаточной прозрачностью как в ультрафиолетовой, так и в дальней инфракрасной областях; поэтому возникло у астрономов известное недоверие к предлагаемым конструкторами катадиоптрическим

системам. Недаром самые крупные телескопы мира, как построенные и строящиеся, так и проектируемые, включая паломарский (США) пятиметровый, ликский (США) трехметровый, советский 2,6 м и строящийся шестиметровый советский, все построены по классическому типу Кассегрена, созданному еще в XVII в. Исключением является бабельбергский (ГДР) двухметровый телескоп, применяющий систему Шмидта.

Поэтому, оценивая возможные направления дальнейшего развития оптических телескопов, можно полагать, что оно пойдет по двум путям. Первый путь — создание новых чисто зеркальных объективов. Но наряду с ним возможно и дальнейшее развитие катадиоптрических систем при условии, что для изготовления преломляющих элементов будут применяться новые материалы, обладающие высокой прозрачностью в далекой инфракрасной области.

Б. ТЕОРИЯ СЛОЖНОЙ ТЕЛЕСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

§ 84. Зрительные трубы с призмёнными оборачивающими системами

Ранее, в § 5, 6 и 7, мы рассмотрели действие отражательных призм и методы их расчета. Поэтому нам нет надобности останавливаться здесь на этих вопросах. Мы ограничимся здесь лишь кратким рассмотрением некоторых более или менее распространенных конструкций.

Оптическое устройство половины стереотрубы типа ножниц (рис. IV. 19, а) состоит из защитного стекла 1, головного зеркала 2, склеенного двухлинзового объектива 3, призмённого блока 4, склеенного из двух призм, сетки 5 и окуляра 6. Внизу слева показан вид призмённого блока 4 со стороны окуляра. При помощи двух взаимно перпендикулярных стрелок показано оборачивающее действие отдельных частей прибора и всей трубы в целом. Собственно оборачивающая система этой трубы состоит из зеркала 2 и призмённого блока 4 и представляет собой систему Малафеева второго рода.

Оптическое устройство панорамного зенитного визира (рис. IV. 19, б) состоит из двух соединенных под прямым углом защитных стекол 1, призмы куб 2, призмы Довэ 3, служащей для компенсации поворота изображения при повороте верхней головки прибора вокруг вертикальной оси, склеенного из двух линз объектива 4, прямоугольной призмы с крышей 5, сетки 6 и окуляра 7. Справа вверху показана деталь соединения защитных стекол 1 и расположение стойки 8. На рисунке видно, что лучи света вследствие их преломления в защитных стеклах «обходят» стойку 8, которая поэтому не вызывает экранирования пучков лучей.

Прицел типа «утенок» (рис. IV. 19, в) отличается компактным строением и удобным расположением окуляра, ось которого повер-

пута на 45° относительно оси объектива. Оптика прицела состоит из склеенного из двух стекол объектива 1, призмного блока 2, сетки 3 и окуляра 4 с удаленным зрачком. Призмный блок 2

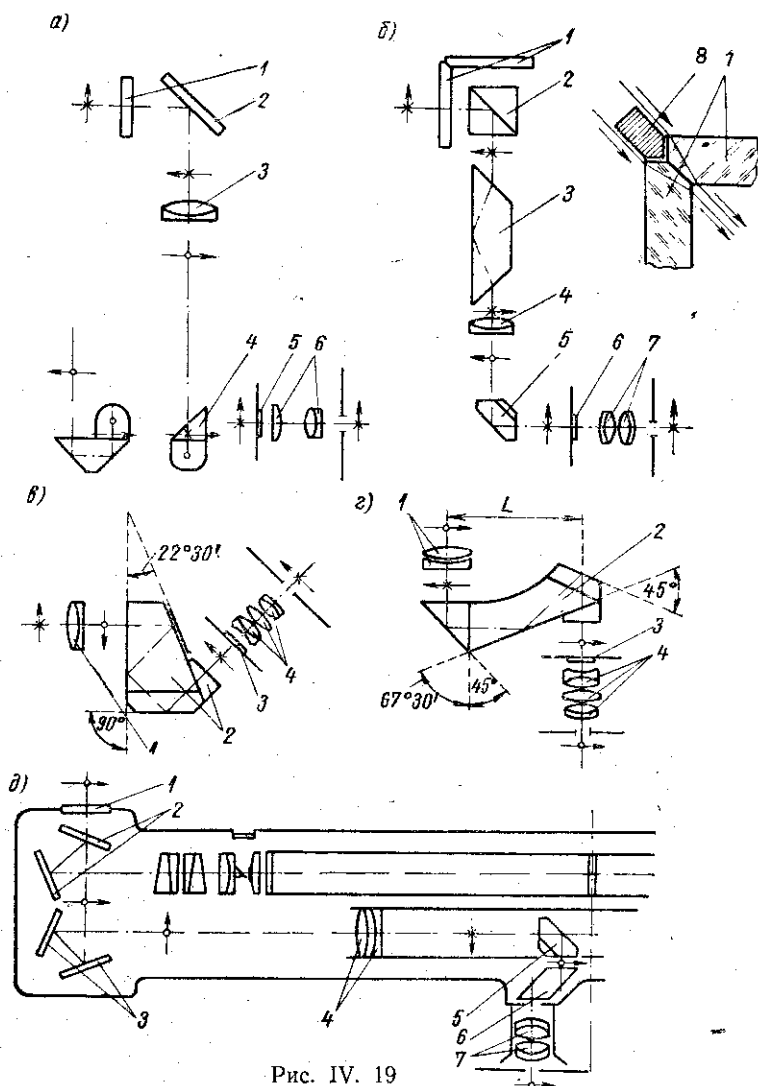


Рис. IV. 19

состоит из призмы с углами 90° и $22^\circ 30'$ с крышей на малом катете и клина, наклеенного на нижнюю часть гипотенузной грани призмы и делающего систему разворачиваемой в плоскопараллельную пластину. Верхняя часть гипотенузной грани, на которой происходит отражение света, нуждается в покрытии отражающим слоем.

Половина бинокля (рис. IV. 19, г), отличающегося большой удельной пластикой (см. § 92), а следовательно, большим расстоянием L между параллельными осями, содержит следующие оптические детали: двухлинзовый несклеенный объектив 1, призмный блок 2, сетку 3 и широкоугольный окуляр 4. Призмный блок состоит из двух склеенных призм: прямоугольной и башмачной и клина с углом в $22^\circ 30'$, отделенного от башмачной призмы тонкой воздушной прослойкой. Башмачная призма имеет крышу и не нуждается в отражающих покрытиях.

Оптическое устройство половины нерасстраивающегося стереодальномера (рис. IV. 19, д) состоит из основной оптической системы и оптической системы бифокального коллиматора. Последняя будет рассмотрена ниже (§ 92). В первую же входят: защитное стекло 1, имеющее малую клиновидность (для юстировки), полупрозрачная пластинка 2, составляющая часть концевой отражателя бифокального коллиматора, концевой отражатель 3 дальномера, состоящий из двух плоских зеркал, расположенных под углом 45° друг к другу, двухлинзовый несклеенный объектив 4, прямоугольная призма 5 с крышей, призма ромб 6, служащая для изменения расстояния между осями окуляров в соответствии с глазной базой наблюдателя, и окуляр 7. Зеркала концевой отражателя надежно скреплены между собой таким образом, чтобы угол между ними можно было считать неизменным. Объективы 4 и призмы 5 крепятся в особо жесткой внутренней трубе (в так называемом «телескопе» дальномера). Однако следует указать, что ни изменение угла между зеркалами концевой отражателя, ни смещение объектива, ни поворот призмы с крышей не могут вызвать расстройств дальномера, т. е. ошибок по дальности или по высоте. Они могут создать только непараллельность визирных осей после окуляров, влекущую за собой утомляемость глаз наблюдателя и этим снижающую, конечно, точность работы дальномерщика.

Мы привели здесь лишь немногие схемы зрительных труб с призмными оборачивающими системами. Эти оборачивающие системы могут сделать прибор особенно компактным (рис. IV. 19, в), создать перископический вынос верхней головки прибора (рис. IV. 19, а и б), повесить удельную пластику биноклярных приборов (рис. IV. 19, г и д).

Вместе с тем входящие в эти системы призмы и зеркала могут выполнять и ряд других функций, необходимых для действия прибора.

§ 85. Зрительные трубы с линзовыми оборачивающими системами

Не всегда оптическая система прибора должна быть компактной. Иногда по роду действия ее следует делать длинной. Такое требование предъявляется, например, к перископам, служащим

для наблюдения из-за укрытий, из дотов, из подводных лодок, находящихся в погруженном состоянии. Довольно длинными должны быть и многие другие зрительные трубы, например прицелы для бомбометания с самолетов, танковые орудийные прицелы, командирские визиры катеров и т. д. В этих случаях целесообразно применить линзовые оборачивающие системы, которые существенно увеличивают длину зрительных труб.

В отличие от призмённых оборачивающих систем, введение которых не изменяет численной величины видимого увеличения Г зрительной трубы, меняя только его знак, линзовые оборачивающие системы могут менять не только знак, но и численную

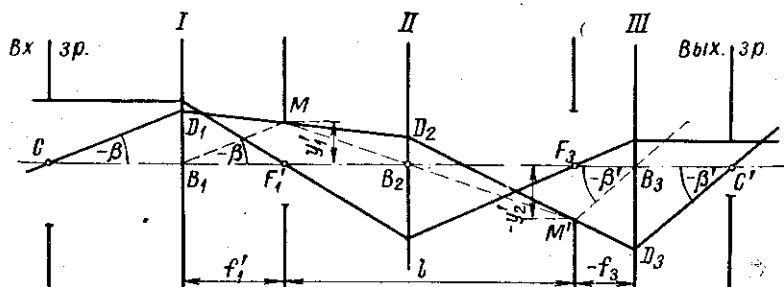


Рис. IV. 20

величину Г. Поэтому нам необходимо в первую очередь вывести выражение для видимого увеличения Г сложной зрительной трубы (так мы будем называть зрительную трубу с линзовой оборачивающей системой).

Пусть (рис. IV. 20) объектив I зрительной трубы создает действительное изображение y_1' у своего заднего фокуса F_1' . Окуляр III зрительной трубы отодвинут вдоль оптической оси таким образом, что между задним фокусом F_1' объектива и передним фокусом F_3 окуляра образуется расстояние l . В этот промежуток и вставляется оборачивающая система II; при этом она устанавливается так, что точки F_1' и F_3 оказываются сопряженными. Поэтому у точки F_3 оборачивающая система II создает второе действительное и перевернутое изображение y_2' . Будучи расположенным в передней фокальной плоскости окуляра III, это изображение далее рассматривается глазом наблюдателя через окуляр, как через лупу.

Пользуясь чертежом хода лучей, мы легко найдем формулу для видимого увеличения Г сложной зрительной трубы. Из треугольника B_1MF_1' находим

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{y_1'}{f_1'} \quad (\text{IV. 105})$$

Таким же образом получим из треугольника $B_3M'F_3$

$$\operatorname{tg} \beta' = - \frac{y_2'}{f_3} = \frac{y_2'}{f_3'}. \quad (\text{IV. 106})$$

Воспользовавшись далее формулой (IV. 21), найдем, применяя (IV. 105) и (IV. 106)

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} = - \frac{y_2' f_1'}{y_1' f_3'}. \quad (\text{IV. 107})$$

Но, очевидно,

$$\frac{y_2'}{y_1'} = V, \quad (\text{IV. 108})$$

где V — линейное увеличение оборачивающей системы.

Поэтому получим окончательно

$$\Gamma = - V \frac{f_1'}{f_3'}. \quad (\text{IV. 109})$$

Мы имеем: $V < 0$; $f_1' > 0$; $f_3' > 0$. Поэтому $\Gamma > 0$, иными словами, зрительная труба с оборачивающей системой дает прямое изображение.

Обычно трубы с оборачивающей линзовой системой имеют более сложное устройство: оборачивающая система разбита на два компонента с параллельным ходом пучков лучей между ними; кроме того, в задней фокальной плоскости объектива расположен коллектив. Оба эти мероприятия способствуют получению наибольшей длины зрительной трубы при минимальном диаметре линз системы. Таким образом, оптическая система зрительной трубы состоит из пяти компонентов (рис. IV. 21). Крайний луч, проходящий через край входного зрачка параллельно оптической оси, после объектива I проходит через его задний фокус F_1' , совмещенный с главной точкой коллектива II и с передним фокусом F_3 первой линзы III оборачивающей системы. Луч проходит через коллектив, не отклоняясь от своего направления, а после линзы III он снова пойдет параллельно оптической оси. Поэтому система, состоящая из линз I , II и III , — телескопическая. Ее видимое увеличение

$$\Gamma_1 = - \frac{f_1'}{f_3'}. \quad (\text{IV. 110})$$

После прохождения через вторую линзу IV оборачивающей системы, луч пройдет через ее задний фокус F_4' , совпадающий с передним фокусом F_5 окуляра V . Поэтому после выхода из окуляра этот луч будет снова параллелен оптической оси и пройдет через край выходного зрачка системы. Мы видим, таким образом,

что система, состоящая из компонентов *IV* и *V* — телескопическая. Ее видимое увеличение

$$\Gamma_2 = -\frac{f'_4}{f'_5}. \quad (\text{IV. 111})$$

Видимое увеличение Γ всей сложной зрительной трубы мы получим по формуле

$$\Gamma = \Gamma_1 \Gamma_2. \quad (\text{IV. 112})$$

Вследствие (IV. 110) и (IV. 111) находим отсюда известную формулу для видимого увеличения сложной зрительной трубы

$$\Gamma = \frac{f'_1 f'_4}{f'_3 f'_5}. \quad (\text{IV. 113})$$

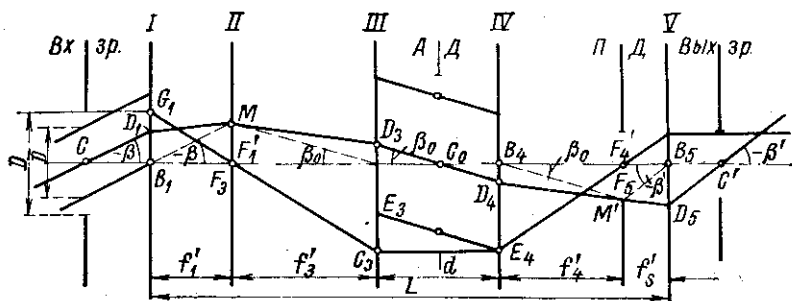


Рис. IV. 21

Главный луч, проходящий через центр *C* входного зрачка и образующий угол β с оптической осью, строится до коллектива показанным выше способом (рис. IV. 20). Дальнейший его ход зависит от силы коллектива. Мы выберем силу коллектива *II* (рис. IV. 21) таким образом, чтобы после преломления в линзе *III* главный луч пересекал оптическую ось в точке C_0 , делящей пополам расстояние d между компонентами *III* и *IV* оборачивающей системы. Для этого воспользуемся следующим построением: через точку *M* пересечения главного луча с главной плоскостью коллектива *II* и через главную точку B_3 линзы *III* проводим вспомогательный луч, образующий с осью угол β_0 . Через точку C_0 , определяемую как указано выше, проводим главный луч $D_3 D_4$ параллельно лучу $M B_3$. Соединив точки *M* и D_3 прямой, получим ход главного луча между линзами *II* и *III*. Далее проводим под тем же углом β_0 к оси вспомогательный луч $B_4 M'$ и определяем точку M' его пересечения с задней фокальной плоскостью линзы *IV*. Через точки D_4 и M' проводим ход луча $D_4 D_5$. Наконец, проводя вспомогательный луч $M' B_5$ через точку *M* и главную точку B_5 окуляра, прочертим ход главного луча $D_5 C'$ после выхода из зрительной трубы параллельно лучу $M' B_5$. В точке C'

пересечения луча D_5C' с оптической осью лежит центр выходного зрачка зрительной трубы.

В плоскости, нормальной к оси и проходящей через точку C_0 , получается промежуточное изображение входного зрачка. Последний часто бывает расположен неудобно для помещения в нем материальной диафрагмы, ограничивающей его размеры (например, внутри головной призмы трубы). Поэтому целесообразно именно у точки C_0 , посередине между компонентами оборачивающей системы, поместить материальную диафрагму, служащую апертурной диафрагмой системы. Что касается полевой диафрагмы, то с целью получения резкого ограничения поля зрения ее следует поместить в плоскости второго, действительного изображения F_4M' .

Расстояние d можно менять в широких пределах, не нарушая телескопичности системы и не изменяя ее видимого увеличения. Этим пользуются при сборке труб для того, чтобы при неточно выдержанных фокусных расстояниях компонентов (обычно фокусные расстояния выполняются с допуском в 2—3%) получить точную длину (или перископичность) трубы. Однако расстояние d между линзами III и IV не должно быть больше некоторой величины, зависящей от степени допустимого затенения наклонных пучков. Введем величину κ , называемую коэффициентом затенения и определяемую выражением

$$\kappa = \frac{D - \bar{D}}{D}. \quad (IV. 114)$$

Здесь D — диаметр входного зрачка;

$\bar{D}$ — ширина наклонного пучка, измеренная в плоскости входного зрачка (рис. IV. 21).

Во избежание недопустимого срезания наклонного пучка оправками линз III и IV нужно поставить условие, чтобы нижний крайний луч E_3E_4 наклонного пучка не удалялся от оси на расстояние, превосходящее половину диаметра D_0 апертурной диафрагмы. Поэтому лучи E_3E_4 и GE_4 должны пересечься в точке E_4 , лежащей в главной плоскости линзы IV . Отсюда по чертежу находим условие

$$\frac{1}{2} d \operatorname{tg} \beta_0 = \frac{1}{2} (D_0 - \bar{D}_0). \quad (IV. 115)$$

Здесь $\bar{D}_0$ — ширина наклонного пучка, измеренная в плоскости апертурной диафрагмы.

Мы имеем

$$D_0 = -\frac{D}{\Gamma_1}; \quad \bar{D}_0 = -\frac{\bar{D}}{\Gamma_1}, \quad (IV. 116)$$

где Γ_1 — видимое увеличение системы, состоящей из компонентов I , II и III .

Поэтому получим вместо (IV. 115)

$$d\Gamma_1 \operatorname{tg} \beta_0 = -(D - \bar{D}), \quad (\text{IV. 117})$$

а вследствие (IV. 114) находим

$$d\Gamma_1 \operatorname{tg} \beta_0 = -\kappa D. \quad (\text{IV. 118})$$

Так как, кроме того,

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \Gamma_1 \operatorname{tg} \beta, \quad (\text{IV. 119})$$

найдем окончательно следующее выражение для этого предельного значения d

$$d = -\frac{\kappa D_0^2}{D \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 120})$$

Все величины, стоящие в правой части этого выражения, обычно известны конструктору в начале расчета.

Найдем фокусные расстояния f'_1 и f'_3 . Из треугольника $MB_1F'_1$

$$f'_1 = -\frac{D_2}{2 \operatorname{tg} \beta}, \quad (\text{IV. 121})$$

а из подобия треугольников $G_1F'_1B_1$ и $G_3F'_1B_3$ следует

$$f'_3 = \frac{D_0}{D} f'_1 = -\frac{D_0 D_2}{2D \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 122})$$

Пользуясь формулой (IV. 122), можно привести выражение (IV. 120) к следующему виду:

$$d = 2\kappa \frac{D_0}{D_2} f'_3. \quad (\text{IV. 123})$$

Например, если $\kappa = 0,5$ (50%), а $D_2 = D_0$, найдем известное соотношение: $d = f'_3$. Если же допустить на краю поля 100% затенения, т. е. положить $\kappa = 1$, найдем $d = 2f'_3$.

Практически при расчете сложных зрительных труб применяются два метода: графоаналитический и аналитический. Первый применяется, если конструктору заданы: угол поля зрения 2β , видимое увеличение Γ , диаметр выходного зрачка D и наибольший допустимый диаметр (световой) линз D_0 , и требуется построить зрительную трубу, имеющую максимальную длину. Второй способ, аналитический, применяется, если заданы те же величины, кроме D_0 , вместо которого задана длина трубы L , и при этом требуется построить зрительную трубу, имеющую линзы минимального диаметра.

Продemonстрируем графоаналитический метод расчета следующим примером. Пусть нам заданы исходные величины: $2\beta = 12^\circ$; $\Gamma = 4\times$; $D' = 5,0$ мм; $D_0 = 120$ мм. Исходные данные позволяют найти диаметр D входного зрачка: $D = \Gamma D' = 20,0$ мм.

Кроме того, имеем $\operatorname{tg} \beta = -\operatorname{tg} 6^\circ = -0,1052$. На листе миллиметровки проводим горизонтальную линию — оптическую ось системы (рис. IV. 22). Принимаем разные масштабы для расстояний вдоль оптической оси и перпендикулярно к ней. Горизонтальный масштаб чертежа пусть будет $1 : 10$, а вертикальный — $1 : 1$. Благодаря этому все тангенсы углов, образованных лучами с осью, будут увеличены в 10 раз и чертеж будет выглядеть более отчетливо. Параллельно оси проведем две габаритные линии $x_1x'_1$ и $x_2x'_2$ по обе стороны от оси на расстоянии $\frac{1}{2} D_0$ от нее. Ход всех лучей, проходящих через систему, должен целиком уложиться между линиями $x_1x'_1$ и $x_2x'_2$, нигде их не пересекая. Нам,

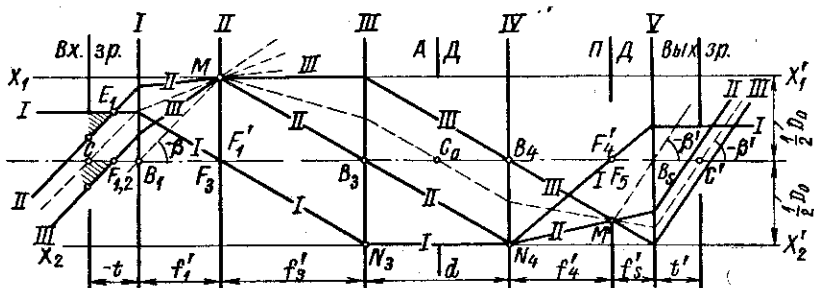


Рис. IV. 22

конечно, не требуется вычерчивать ход всех лучей; чтобы иметь уверенность в беспрепятственном прохождении всех лучей, достаточно прочертить ход всего лишь трех лучей. У левого края чертежа поместим входной зрачок трубы (его диаметр D уже вычислен выше). Первый луч I — крайний луч параллельного пучка лучей, идущего от бесконечно удаленной осевой точки предмета. Этот луч проходит через край (верхний) входного зрачка параллельно оптической оси. Если этот луч беспрепятственно пройдет через всю систему трубы, то легко понять, что и другие лучи параллельного пучка лучей, заполняющие отверстие входного зрачка, тоже свободно пройдут через всю систему. Лучи II и III — верхний и нижний крайние лучи параллельного пучка лучей, образующего с оптической осью системы наибольший угол наклона β , равный половине угла поля зрения трубы (на чертеже $\operatorname{tg} \beta$ увеличен в 10 раз). Мы проводим эти лучи через точки, лежащие на плоскости входного зрачка по обе стороны от его центра C на расстоянии $\frac{1}{4} D$. Если три луча I , II и III мы проведем через всю оптическую систему и они нигде не выйдут за пределы габарита, ограниченного линиями $x_1x'_1$ и $x_2x'_2$, то это послужит нам гарантией беспрепятственного прохождения через системы всех остальных лучей, необходимых для образования изображения

далекого предмета на сетчатке глаза наблюдателя. Главный луч (показан на чертеже пунктиром) мы проводим без расчета, пользуясь следующим его свойством: он в любом поперечном сечении трубы делит пополам вертикальные расстояния между лучами II и III.

На расстоянии t от входного зрачка помещаем условно совмещенные главные плоскости объектива I . Расстояние t выбирается исходя из конструктивных соображений. Дело в том, что в районе входного зрачка общий габарит хода лучей имеет форму, представленную на рис. IV. 23. Входной зрачок лежит в середине цилиндрического участка $QRR'Q'$; к этому участку справа и слева примыкают конические участки $PQQ'P'$ и $SRR'S'$. Для того чтобы

расположенные у входного зрачка оптические детали (например, защитные стекла, головные зеркала и призмы, объектив) имели наименьшие размеры, необходимо, чтобы они либо целиком умещались внутри цилиндрического участка, либо как можно меньше заходили в соседние конические области. Поэтому при определении габарита этих деталей важно знать длину l цилиндрического участка хода лучей. Учитывая ширину $\bar{D}$ наклонного пучка и угол β его наклона к оптической оси, находим из рис. IV. 23

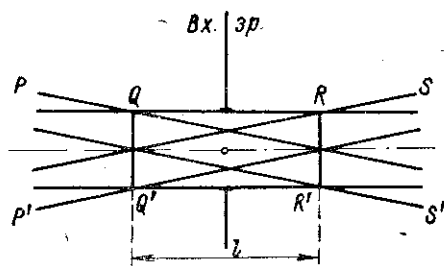


Рис. IV. 23

$$\frac{1}{2} l \operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{2} (D - \bar{D}). \quad (\text{IV. 124})$$

Отсюда, применив формулу (IV. 114), определяем

$$l = -\frac{\kappa D}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 125})$$

При $\kappa = 0,5$ отсюда следует

$$l = -\frac{D}{2 \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 126})$$

Зная величину l , конструктор может расположить оптические детали, находящиеся в районе входного зрачка, наиболее выгодным образом и при этом выбрать также и отрезок t , определяющий вынос входного зрачка относительно объектива (точнее, его условно совмещенных главных плоскостей).

Вернемся теперь к чертежу хода лучей в зрительной трубе (рис. IV. 22). Диаметр D_1 объектива, очевидно, определяется по лучу, образующему на главных плоскостях объектива наибольшую

высоту. По чертежу это луч II . Определим сначала высоту h_1 главного луча

$$h_1 = t \operatorname{tg} \beta. \quad (\text{IV. } 127)$$

Из чертежа видно, что высота луча II больше высоты h_1 на величину $\frac{1}{4} D$. Поэтому диаметр D_1 выразится формулой

$$D_1 = 2t \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{2} D. \quad (\text{IV. } 128)$$

В том случае, если отрезок t по абсолютной величине меньше расстояния от точки пересечения лучей I и II до плоскости входного зрачка (оно равно $\frac{D}{4 \operatorname{tg} \beta} = \frac{l}{2}$), формула (IV. 128) дает $D_1 < D$, что, конечно, недопустимо. В этом случае нужно отказаться от формулы (IV. 128) и положить

$$D_1 = D. \quad (\text{IV. } 129)$$

В нашем численном примере получим из формулы (IV. 126) $l = 95,06$ мм. Пусть $t_1 = -50$ мм. Тогда по формулам (IV. 127) и (IV. 128) находим: $h_1 = 5,26$ мм и $D_1 = 20,52$ мм $> D$.

Для определения фокусного расстояния f_1 объектива воспользуемся следующим построением: через главную точку B_1 объектива I проводим вспомогательный луч B_1M параллельно главному (под углом β к оси) и через точку M пересечения луча B_1M с габаритной линией x_1x_1' проводим плоскость MF_1' , перпендикулярную к оптической оси. Плоскость MF_1' — задняя фокальная плоскость объектива I . Луч I после объектива пройдет через точку F_1 . Лучи II , III и главный пересекутся в точке M . В плоскости MF_1 мы вынуждены поместить главные плоскости следующего компонента — коллектива II , в противном случае лучи наклонного пучка уйдут за пределы габарита хода лучей.

Фокусное расстояние объектива I находится из треугольника B_1MF_1'

$$f_1 = -\frac{D_0}{2 \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. } 130)$$

В нашем численном примере получим $f_1 = 570,3$ мм. Диаметр D_2 коллектива равен, очевидно, $D_0 : D_2 = 120,0$ мм. При определении фокусного расстояния f_2 коллектива следует исходить из таких соображений: луч III , образующий с линией x_1x_1' наибольший угол и поэтому сильнее других лучей угрожающий уйти за пределы габарита, должен пригнуться коллективом так, чтобы он пошел далее параллельно оси системы, совпадая на следующем

участке с габаритной линией $x_1x'_1$. В таком случае до прохождения через коллектив II луч III должен пересечь ось в переднем фокусе F_2 коллектива (рис. IV. 24), на котором показан отдельно ход луча III через объектив и коллектив. Высота, засекаемая лучом III на главных плоскостях объектива I , меньше высоты h_1 главного луча на $\frac{1}{4}D$ (это видно на рис. IV. 22). Проведем на чертеже (рис. IV. 24) вспомогательную прямую P_1P_2 , проходящую через точку P_1 пересечения луча III с главными плоскостями объектива I и параллельную оптической оси. Пользуясь подобием треугольников MP_1P_2 и $MF_2F'_1$, получим

$$f'_2 = \frac{D_0 f'_1}{D_0 - 2h_1 + \frac{1}{2}D}. \quad (\text{IV. 131})$$

Отсюда вследствие (IV. 127) находим окончательно

$$f'_2 = \frac{D_0 f'_1}{D_0 - 2t_1 \operatorname{tg} \beta + \frac{1}{2}D}. \quad (\text{IV. 132})$$

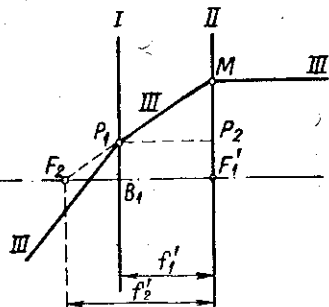


Рис. IV. 24

По этой формуле определяем $f'_2 = 572 \text{ мм}$.

Теперь нам нужно определить ход луча II после коллектива II . Для этого рассмотрим систему, состоящую из объектива I и коллектива II . Луч III покидает эту систему, идя параллельно оптической оси. Поэтому до объектива луч III пересекает оптическую ось в точке $F_{1,2}$, являющейся передним фокусом системы $I + II$. Далее точка E пересечения лучей I и II лежит на одной вертикали с точкой $F_{1,2}$. Это следует из равенства маленьких треугольников с вершинами в точках $F_{1,2}$ и E (на рис. IV. 22 эти треугольники заштрихованы). Эти треугольники подобны из-за равенства их углов. Кроме того, они равны друг другу потому, что равны их вертикальные катеты (каждый из них составляет $\frac{1}{4}D$). Но в таком случае должны быть равны и их горизонтальные катеты, а следовательно, точки E и $F_{1,2}$ должны быть одинаково удалены от плоскости входного зрачка. Значит, точка E лежит в передней фокальной плоскости системы $I + II$, а проходящие через нее лучи I и II после их выхода из коллектива II должны быть параллельны между собой.

Учитывая, что точка F'_1 , через которую проходит луч I , является главной точкой коллектива II , можно утверждать, что луч I пересекает коллектив II , не отклоняясь от своего направления. В точке N_3 он достигает линии $x_2x'_2$ — нижнего края габарита хода лучей. Чтобы воспрепятствовать выходу его за дозволенный

габарит, мы обязаны в этом месте поставить следующий компонент зрительной трубы — первую линзу *III* оборачивающей системы. Как доказано выше, луч *II* параллелен лучу *I*, а вертикальное расстояние между этими лучами равно $\frac{1}{2} D_0$. Поэтому на главных плоскостях линзы *III*, где луч *I* приходит в край линзы, луч *II* пройдет через ее главную точку B_3 , а поэтому пройдет через линзу *III* прямолинейно, не изменив своего направления. Таким образом, мы наметили на чертеже (рис. IV. 22) ход лучей *I*, *II* и *III* на участке между линзами *II* и *III*. Теперь нетрудно наметить и ход главного луча (показан штрихами): он пересекает главные плоскости линзы *III* на высоте, равной $\frac{1}{4} D_0$.

Диаметр D_3 линзы *III* равен, очевидно, $D_0 : D_3 = 120$ мм. Для определения фокусного расстояния f'_3 линзы *III* нам послужат следующие соображения. Для того чтобы луч *I* не покинул заданного габарита у точки N_3 , нам достаточно выбрать силу линзы так, чтобы после преломления в этой линзе луч *I* шел бы параллельно оптической оси, совпадая на этом участке с габаритной линией $x_2x'_2$. Но в таком случае луч *I* до прохождения через линзу *III* должен пересечь ось в переднем фокусе F_3 линзы *III*. Этот фокус F_3 совпадает поэтому с точкой F'_1 , с задним фокусом объектива *I*, а также и с главными точками коллектива *II*. Поэтому фокусное расстояние f'_3 , равное расстоянию между линзами *II* и *III*, может быть определено из подобия треугольников $N_1B_1F_3$ и $N_3B_3F_3$:

$$f'_3 = \frac{D_0}{D} f'_1. \quad (\text{IV. 133})$$

По этой формуле находим $f'_3 = 3421,8$ мм.

После линзы *III* луч *I* идет параллельно оптической оси; луч *II* проходит через главную точку B_3 , не меняя своего направления. Так как точка M пересечения лучей *II* и *III* перед их падением на линзу *III* находится в передней фокальной плоскости этой линзы, то после нее луч *III* будет параллелен лучу *II*. Главный луч на этом участке тоже параллелен лучам *II* и *III*. Сравнивая ход лучей после линзы *III* с ходом лучей в пространстве предметов, замечаем, что пучки, бывшие в пространстве предметов параллельными, после линзы *III* остаются такими же. Это показывает, что система, состоящая из линз *I*, *II* и *III*, представляет собой телескопическую систему типа трубы Кеплера (с коллективом).

Наметив дальнейший ход луча *II*, мы замечаем, что у точки N_4 создается угроза перехода этим лучом габаритной границы $x_2x'_2$. Поэтому нам необходимо поставить в этом месте следующий компонент трубы: вторую линзу *IV* оборачивающей системы. Так как вертикальное расстояние между лучами *II* и *III* на этом участке

равно $\frac{1}{2} D_0$, луч *III* пройдет через главные точки B_4 линзы *IV*, не испытав при этом отклонения.

• Пользуясь равенством треугольников, образующихся по ходу луча *II* на участках между линзами *II* и *III* и линзами *III* и *IV*, легко находим

$$d = f'_3, \quad (\text{IV. 134})$$

следовательно, $d = 3421,8 \text{ мм.}$

Формула (IV. 134) совпадает для нашего случая с выражением (IV. 123).

Высота главного луча на линзе *IV* равна $-\frac{1}{4} D$. Поэтому главный луч пересекает ось на участке между линзами *III* и *IV* в точке C_0 , делящей отрезок d пополам. В этой точке находится центр промежуточного действительного изображения входного зрачка; здесь следует поместить и центр апертурной диафрагмы зрительной трубы. Таким образом, нами закончен расчет первой телескопической половины сложной зрительной трубы.

Очевидно, что изложенный здесь очень простой способ расчета можно было бы применить в дальнейших рассуждениях: у точки N_4 отклонить луч *II* при помощи линзы *IV* так, чтобы он за этой линзой шел параллельно оптической оси. Однако практически оказывается более целесообразно несколько изменить порядок расчета. Дело в том, что если мы продолжим прежний метод расчета, то диаметр полевой диафрагмы будет, очевидно, равен D_0 , т. е. будет очень большим (в численном примере $D_0 = 120 \text{ мм.}$), а это приведет к длиннофокусному и громоздкому окуляру.

Поэтому более целесообразно при расчете второй половины трубы прямо задать фокусное расстояние f'_5 окуляра, достаточно малое, чтобы обеспечить компактное устройство окулярной части трубы (нижней головки перископа). В численном примере мы положим $f'_5 = 40 \text{ мм.}$ Тогда из формулы (IV. 113) для видимого увеличения сложной зрительной трубы мы сможем найти фокусное расстояние f'_4 второй линзы *IV* обрачивающей системы

$$f'_4 = \Gamma \frac{f'_3 f'_5}{f_1} \quad (\text{IV. 135})$$

или вследствие (IV. 133)

$$f'_4 = \Gamma \frac{D_0}{D} f'_5. \quad (\text{IV. 136})$$

В численном примере по этой формуле получим $f'_4 = 960,0 \text{ мм.}$ Это фокусное расстояние мы наносим и на чертеж (рис. IV. 22). Диаметр D_4 линзы *IV* также равен D_0 и численно $D_4 = 120 \text{ мм.}$

Диаметр полевой диафрагмы D_F находится из подобия треугольников, получающихся по ходу луча III ,

$$D_F = \frac{f'_4}{f'_3} D_0. \quad (IV. 137)$$

По этой формуле $D_F = 33,664 \text{ мм} \approx 33,7 \text{ мм}$.

Нам еще нужно вычислить диаметр D_5 окуляра V (определяемый на его главных плоскостях). Как видно из чертежа, размер окуляра находится по лучу III . Из подобия треугольников

$$D_5 = \frac{f'_4 + f'_5}{f'_4} D_F. \quad (IV. 138)$$

В численном примере по этой формуле получается $D_5 = 35,1 \text{ мм}$. Отметим на чертеже ход лучей в промежутке между линзами IV и V . Луч I , шедший до линзы IV параллельно оптической оси, проходит после этой линзы через ее задний фокус F'_4 , лежащий в центре полевой диафрагмы и совмещенный с передним фокусом F_5 окуляра. Лучи II , III и главный пересекаются в точке M' , лежащей на краю полевой диафрагмы.

Теперь сделаем некоторые расчеты, служащие для проверки правильности сделанных численных расчетов. Луч I , проходящий через передний фокус F_5 окуляра, после него будет параллелен оптической оси и пройдет через край выходного зрачка. Поэтому мы можем, пользуясь подобием треугольников по ходу луча I , определить диаметр D' выходного зрачка:

$$D' = \frac{f'_5}{f'_4} D_0. \quad (IV. 139)$$

Расчет по этой формуле должен дать значение D' , не отличающееся от заданного: $D' = 5,0 \text{ мм}$, в противном случае в расчете допущена ошибка.

Далее найдем ход лучей наклонного пучка после окуляра. Для этого проведем вспомогательный луч через точку M' на краю полевой диафрагмы и через главную точку B_5 окуляра. Параллельно этому лучу $M'B_5$ проводим лучи II , III и главный после окуляра V . Угол наклона β' этих лучей к оптической оси найдем из треугольника $M'F'_4B_3$

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{D_F}{2f'_5}. \quad (IV. 140)$$

Но угол β' может быть найден и непосредственно из заданных конструктору исходных величин при помощи формулы (IV. 21):

$$\operatorname{tg} \beta' = \Gamma \operatorname{tg} \beta. \quad (IV. 141)$$

Несовпадение результатов вычисления по этим двум формулам свидетельствует о допущенной ошибке вычислений. В нашем примере $\operatorname{tg} \beta' = -0,4208$; $2\beta' = 45^\circ 40'$.

Последнее, что нам остается определить, это вынос t' выходного зрачка. Его центр C' находится в точке пересечения главного луча с оптической осью. Высота h главного луча на главных плоскостях окуляра по абсолютной величине меньше половины D_5 на величину $\frac{1}{4} D'$. Поэтому из чертежа

$$t' = \frac{h_5}{\operatorname{tg} \beta'} = -\frac{D_5 - \frac{1}{2} D'}{2 \operatorname{tg} \beta'}. \quad (\text{IV. 142})$$

Численный расчет дает: $t' = 38,7$ мм.

Таким образом, закончен геометрический или габаритный расчет сложной зрительной трубы. Далее следует произвести абберационный расчет отдельных компонентов системы и общий поверочный расчет хода лучей через всю систему, позволяющий определить абберации системы со стороны глаза наблюдателя. При этом во многих случаях оказывается возможным использовать ранее выполненные расчеты компонентов.

Второй способ расчета сложных зрительных труб можно применить в том случае, когда конструктору заданы следующие параметры: угол поля зрения 2β , видимое увеличение Γ , диаметр выходного зрачка D' , коэффициент затенения κ и общая длина трубы L , считая от объектива до окуляра. При этом требуется рассчитать зрительную трубу при наименьшем возможном диаметре D_0 ее компонентов. Для выполнения этого расчета мы снова вернемся к рис. IV. 21 и к выведенным по этому чертежу формулам (IV. 115)—(IV. 123). По чертежу находим, что общая длина L трубы состоит из пяти отрезков

$$L = f'_1 + f'_3 + d + f'_4 + f'_5. \quad (\text{IV. 143})$$

Отрезки f'_1 и f'_3 определены формулами (IV. 121) и (IV. 122).

Для отрезка d находим из выражения (IV. 123)

$$d = -\frac{\kappa D_0^2}{D \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 144})$$

Введем теперь линейное увеличение V оборачивающей системы. Вследствие выражения (IV. 109) имеем

$$f'_5 = -\frac{V}{\Gamma} f'_1. \quad (\text{IV. 145})$$

Если мы зададим линейное увеличение V , то формула (IV. 145) позволит определить f'_5

$$f'_5 = \frac{V D_2}{2\Gamma \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 146})$$

Сравнивая (IV. 145) с (IV. 113), находим для f'_4

$$f'_4 = -Vf'_3. \quad (\text{IV. 147})$$

или вследствие (IV. 122)

$$f'_4 = \frac{VD_0D_2}{2D \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 148})$$

Подставляя теперь в формулу (IV. 143) значения всех величин, входящих в ее правую сторону, получим после понятных упрощений

$$2 \frac{\kappa}{D} D_0^2 + \frac{1-V}{D} D_2 D_0 + \frac{\Gamma-V}{\Gamma} D_2 + 2L \operatorname{tg} \beta = 0. \quad (\text{IV. 149})$$

В это уравнение входят три неизвестных: V , D_2 и D_0 . В некоторых случаях требуется, чтобы передняя часть зрительной трубы была особенно узкой. Тогда следует задать D_2 соответствующим образом, сделав его немного большим, чем диаметр D входного зрачка. При этом D_2 выпадет из числа неизвестных. В других случаях желательно, чтобы D_2 было на заданную величину δ_2 меньше D_0 (например, чтобы верхнюю часть перископического визира можно было просунуть через отверстие в броне танка). Тогда D_2 можно исключить из (IV. 149) при помощи выражения

$$D_2 = D_0 - \delta_2. \quad (\text{IV. 150})$$

Наконец, во многих случаях можно положить $D_2 = D_0$, благодаря чему получим из (IV. 149)

$$\frac{1-V+2\kappa}{D} D_0^2 + \frac{\Gamma-V}{\Gamma} D_0 + 2L \operatorname{tg} \beta = 0. \quad (\text{IV. 151})$$

Если мы зададим значение линейного увеличения V оборачивающей системы, то квадратное уравнение (IV. 151) позволит определить единственную неизвестную D_0 . В отдельных V случаях желательно сделать по абсолютной величине меньше единицы. Это выгодно в двух отношениях: во-первых, уменьшается влияние продольных аберраций объектива и первой оборачивающей линзы, так как при суммировании аберраций они помножаются на квадрат линейного увеличения V ; во-вторых, уменьшается фокусное расстояние окулярной головки трубы. Иногда целесообразно просто задаться фокусным расстоянием f'_5 окуляра, как это было сделано в графоаналитическом расчете сложной трубы. Тогда можно определить V из (IV. 146) и ввести его в уравнение (IV. 149), которое при условии $D_2 = D_0$ приобретает следующий вид:

$$\frac{2\kappa+1}{D} D_0^2 + \left(1 - 2\Gamma \frac{f'_5}{D} \operatorname{tg} \beta\right) D_0 + 2(L - f'_5) \operatorname{tg} \beta = 0. \quad (\text{IV. 152})$$

Однако в большинстве случаев практически целесообразно и экономически выгодно положить $V = -1$. При этом, как видно из выражения (IV. 147), фокусные расстояния f'_3 и f'_4 обеих линз оборачивающей системы равны. Поэтому линзы могут быть сделаны одинаковыми, что и дает существенную экономическую выгоду. При этом условии вместо (IV. 151) получим уравнение

$$2 \frac{1+\kappa}{D} D_0^2 + \frac{\Gamma+1}{\Gamma} D_0 + 2L \operatorname{tg} \beta = 0, \quad (\text{IV. 153})$$

а при $\kappa = 0,5$

$$\frac{3}{D} D_0^2 + \frac{\Gamma+1}{\Gamma} D_0 + 2L \operatorname{tg} \beta = 0. \quad (\text{IV. 154})$$

После того как по формуле (IV. 154) вычислен диаметр D_0 , легко находятся фокусные расстояния f'_1 , f'_3 , f'_4 и f'_5 и расстояние d по формулам

$$f'_1 = -\frac{D_0}{2 \operatorname{tg} \beta}, \quad (\text{IV. 155})$$

$$f'_3 = d = f'_4 = \frac{D_0}{D} f'_1; \quad (\text{IV. 156})$$

$$f'_5 = \frac{f'_1}{\Gamma}. \quad (\text{IV. 157})$$

Формулой (IV. 143) можно воспользоваться для контроля правильности вычислений.

После этого остается еще определить диаметр окуляра $\bar{V}$ и удаление выходного зрачка, что делается так, как было показано при рассмотрении графоаналитического метода расчета сложной зрительной трубы. Таким образом рассчитаны все конструктивные параметры оптической системы, кроме фокусного расстояния (или силы) коллектива II .

Для определения силы коллектива мы рекомендуем здесь общий способ, основанный на расчете хода нулевого главного луча по известным формулам

$$\beta_{s+1} = \beta_s + h_s \varphi_s \quad (\text{IV. 158})$$

и

$$h_{s+1} = h_s - \beta_{s+1} d_s. \quad (\text{IV. 159})$$

Угол $\beta_1 = \beta$; высота h_1 находится из формулы (IV. 127). Далее, рассчитывая ход главного луча, получим

$$\beta_2 = \beta_1 + h_1 \varphi_1; \quad (\text{IV. 160})$$

$$h_2 = h_1 - \beta_2 f'_1; \quad (\text{IV. 161})$$

$$\beta_3 = \beta_2 + h_2 \varphi_2. \quad (\text{IV. 162})$$

Последней формулой воспользоваться нельзя, так как в нее входит величина φ_2 , подлежащая определению. Поэтому обратимся к промежутку между линзами III и IV, где ход главного луча полностью известен

$$\beta_4 = \beta_0 = -\frac{f'_1}{f_3} \beta_1; \quad (\text{IV. 163})$$

$$h_3 = \frac{1}{2} \beta_0 d. \quad (\text{IV. 164})$$

В этих формулах мы пишем вместо тангенсов углы, как это принято при расчете хода лучей. Вследствие (IV. 158) имеем

$$\beta_4 = \beta_3 + h_3 \varphi_3. \quad (\text{IV. 165})$$

Из этого выражения находим β_3

$$\beta_3 = \beta_4 - h_3 \varphi_3. \quad (\text{IV. 166})$$

Определив угол β_3 , мы можем применить пропущенную выше формулу (IV. 162) для нахождения интересующей нас силы φ_2 коллектива

$$\varphi_2 = \frac{\beta_3 - \beta_2}{h_2} \quad (\text{IV. 167})$$

или его фокусного расстояния f'_2

$$f'_2 = \frac{h_2}{\beta_3 - \beta_2}. \quad (\text{IV. 168})$$

Во многих случаях можно применить формулу (IV. 168), не прибегая к расчету хода главного луча. Если вычисление параметров системы выполнено точно (без округления диаметров линз и их фокусных расстояний), то можно принять:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= t \operatorname{tg} \beta; \\ h_2 &= \frac{1}{2} D_2; \\ h_3 &= \frac{1}{2} \kappa D_0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 169})$$

Затем находим

$$\left. \begin{aligned} \beta_2 &= \frac{h_1 - h_2}{f'_1}; \\ \beta_3 &= \frac{h_2 - h_3}{f'_3}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 170})$$

после чего вычисляется f'_2 по формуле (IV. 168).

§ 86. Зрительные трубы с эопами

В настоящее время широко применяются зрительные трубы с электронно-оптическими преобразователями (эопами). Они позволяют использовать для наблюдения инфракрасную часть спектра обычно в пределах длин волн от 0,7 до 1,8 и даже до 3,0 *мкм*. Применение эопов открывает перед оптическим приборостроением новые возможности.

1. Используя способность инфракрасных лучей проникать сквозь туман и облака, можно создать оптические приборы для наблюдения в условиях недостаточно прозрачной атмосферы.

2. Можно создать оптические приборы для наблюдения ночью, пользуясь тепловым излучением нагретых предметов (двигатели, выхлопные газы и т. п.).

3. Можно создать оптические приборы для наблюдения ночью, освещая предметы невидимым инфракрасным светом.

4. Расширение используемой в приборах области спектра примерно в 3—4 раза значительно увеличивает баланс принимаемой лучистой энергии, делая доступным для наблюдения очень слабо светящиеся предметы (например, слабые звезды, далекие галактики).

5. Эопы (а также телевизионные трубки) позволили осуществить в оптике усиление изображения, подобно тому, как в радиотехнике осуществляется усиление звука. При этом повышается интенсивность излучений (или амплитуда световых колебаний), благодаря чему не может применяться фотометрический закон сохранения энергии:

$$F' = \tau F, \quad (\text{IV. 171})$$

где F и F' — входящий в прибор и выходящий из него световые потоки;

τ — коэффициент пропускной способности прибора.

Эта закономерность справедлива, очевидно, лишь в том случае, если на пути света в самом приборе не поступает в световой поток новая порция энергии. Именно это и происходит в эопе. Усиление изображения при помощи эопов — это новая техника в оптическом приборостроении. К сожалению, она не получила еще достаточно широкого применения.

6. Эопы (как и телевизионные трубки) дают возможность не только повысить интенсивность лучистой энергии, излучаемой слабыми источниками. Они позволяют увеличить вместе с тем контраст изображения, подавляя излучение фона при помощи приемов и устройств, хорошо разработанных в электронной технике для борьбы с так называемыми шумами.

7. Введение эопа в ход лучей оптического прибора меняет численное значение инварианта Лагранжа — Гельмгольца,

связывающего апертурный угол α с величиной изображения (или предмета) y ,

$$I = n\alpha y = n'\alpha'y' = \text{const.} \quad (\text{IV. 172})$$

При этом y' меняется закономерно (с учетом линейного увеличения эопа), а апертурный угол α' после эопа конструктор может установить произвольно по своему усмотрению. Объясняется это тем, что изображение на выходном экране эопа излучает рассеянный свет, т. е. каждая точка излучает свет в пределах полусферы. Следующая за эопом оптическая система может вырезать из этой полусферы любой конус лучей.

Указанные свойства эопов настолько прогрессивны, что можно не сомневаться в том, что в скором времени они получат широ-

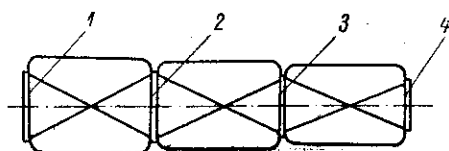


Рис. IV. 25

кое применение в оптическом приборостроении. Эоп представляет собой вакуумную электронную трубку (рис. IV. 25). На входном экране 1 при помощи (не показанной на чертеже) передней части оптической системы создается

изображение (обычно инфракрасное). Электроны, выбиваемые фотонами падающего на экран излучения, образуют первый каскад усиления и создают электронное изображение на промежуточном экране 2. Второй каскад переносит изображение на второй промежуточный экран 3 и, наконец, третий каскад образует изображение на флуоресцирующем выходном экране 4. Это изображение далее передается второй частью зрительной трубы глазу наблюдателя.

Многокаскадные эопы позволяют получить высокую яркость изображения. Но для уменьшения внутренних помех (для устранения «шума», вызываемого тепловым движением молекул экранов) современные чувствительные эопы работают в условиях глубокого охлаждения (иногда до температуры -100°). Если, кроме того, принять во внимание, что для питания эопов требуется ток высокого напряжения, то станет понятным, что их применение связано со значительным усложнением конструкции прибора, повышением его себестоимости и эксплуатационных расходов. Эти обстоятельства в значительной степени тормозят распространение эопов в современном оптическом приборостроении.

Существенным дефектом эопов в настоящее время является их еще недостаточная разрешающая способность S' , не превосходящая 25 линий на 1 мм на выходном экране. Диаметр этого экрана может быть различным в пределах от 15 до 40 мм (и больше), но обычно он не превосходит 25 мм. Длина эопов тоже различна: трехкаскадный эоп имеет длину (расстояние между входным и выходным экранами) $l_p = 220$ мм. Линейное увеличение V_p эопа

по абсолютной величине близко к единице (обычно немного меньше единицы). Знак увеличения V_z зависит от числа каскадов: при четном числе каскадов оно положительное, при нечетном — отрицательное. Таким образом, например, трехкаскадный эоп оборачивает изображение как линзовая оборачивающая система.

Наиболее обобщенная схема зрительной трубы с эопом (рис. IV. 26) состоит из передней части I оптической системы, работающей в той области спектра, для которой оучувствлен приемный экран эопа, из самого эопа и задней части II оптической системы, работающей в видимой для глаза области спектра. Спектральный состав света здесь зависит от свойств флуоресцирующего

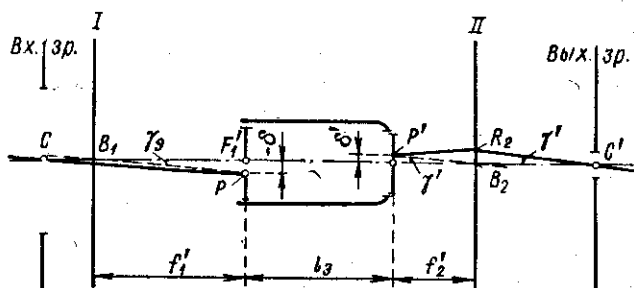


Рис. IV. 26

выходного экрана эопа и в настоящее время может быть в достаточной степени приближен к составу белого цвета с различными оттенками. Часть I оптической системы мы будем называть объективной частью. В нее могут входить головные зеркала и призмы и иногда оборачивающие системы. Если прибор работает в близкой инфракрасной области (длина волны не более 1,3 мкм), то оптика объективной части может быть обычной стеклянной, но желательна увеличенная светосила. Если же в приборе используется более далекая инфракрасная область спектра, то следует применять катадиоптрические системы, используя для преломляющих элементов кварц и флюорит и придавая им минимальные размеры. Кварцевым должно быть в этом случае и защитное стекло у приемного экрана эопа. В некоторых случаях, учитывая высокую стоимость деталей из оптически чистого кварца и флюорита (плавленных), целесообразно применить даже чисто зеркальные объективные системы.

Оптическое устройство задней части II зрительной трубы с эопом, называемой окулярной частью, ничем не отличается от устройства обычных зрительных труб. В нее входят оборачивающие системы, устройства для перемены увеличения и для выключения эопа, призмы и зеркала различного назначения и, наконец, окуляр.

Начнем рассмотрение расчета зрительной трубы с эопом с составлением выражения для ее видимого увеличения Γ . Линейное увеличение V_s эопа по абсолютной величине равно отношению действующих диаметров D_s и D'_s его входного и выходного экранов, а знак зависит от четности числа k каскадов эопа

$$V_s = (-1)^k \frac{D'_s}{D_s}. \quad (\text{IV. 173})$$

Пусть далее f'_1 и f'_2 — эквивалентные фокусные расстояния частей I и II оптической системы трубы. Тогда по аналогии с формулой (IV. 109) для трубы с линзовой оборачивающей системой мы можем для трубы с эопом написать

$$\Gamma = -V_s \frac{f'_1}{f'_2}. \quad (\text{IV. 174})$$

Выше мы указали, что разрешающая способность S' эопа составляет 25 линий на 1 мм на выходном экране. Следовательно, величина δ' линейной нерезкости равна: $\delta' = \frac{1}{S'}$ (в мм).

Рассматривая окулярную часть II трубы как лупу, можно сказать, что нерационально придать ей такое большое видимое увеличение, чтобы пятно нерезкости δ' было видно под углом γ' больше $3'$. Принимаем поэтому $\gamma' = 3'$.

Пусть центр зрачка глаза наблюдателя находится в точке C' (рис. IV. 26). От внеосевого конца P' отрезка δ' строим луч, проходящий через точку C' . Для этого проводим сначала вспомогательный луч $P'B_2$ через точку P' и через главную точку B_2 системы II. Параллельно лучу $P'B_2$ проводим луч R_2C' через точку C' и соединяем прямой точки P' и R_2 . Луч $P'R_2C'$ и есть искомый луч, соединяющий точки P' и C' . Из чертежа находим теперь

$$f'_2 = \frac{\delta'}{\text{tg } \gamma'}. \quad (\text{IV. 175})$$

Вводя величину S' , получим

$$f'_2 = \frac{1}{S' \text{ tg } \gamma'}. \quad (\text{IV. 176})$$

Положив $S = 25$ л/мм и $\text{tg } \gamma' = \text{tg } 3' \approx 0,001$, находим самое малое допустимое значение фокусного расстояния f'_2 : $f'_2 = 40$ мм. Видимое увеличение Γ_2 окулярной части, работающей как лупа, при этом составит

$$\Gamma_2 = \frac{250}{f'_2} = 6,25^\times. \quad (\text{IV. 177})$$

Если конструктору задано видимое увеличение Γ всей трубы и линейное увеличение V_s эопа, то из выражения (IV. 174) определяется фокусное расстояние f_1'

$$f_1' = -\frac{\Gamma}{V_s} f_2'. \quad (\text{IV. 178})$$

Например, при $\Gamma = 40\times$; $V_s = -0,8$; $f_2' = 40$ мм получается $f_1' = 2000$ мм. При относительном отверстии 1 : 4 диаметр входного зрачка оптической системы будет $D = 500$ мм. Если бы в системе не было эопа, то диаметры D и D' входного и выходного зрачков были бы связаны через увеличение Γ . Так, например, при $\Gamma = 40\times$ и $D' = 5$ мм получим: $D = \Gamma D' = 200$ мм. При наличии эопа эта связь нарушена, и диаметр D может быть увеличен. Предельный угол разрешающей способности γ_d , зависящий от дифракции, определяется по стандартной формуле (при $\lambda = 1$ мкм)

$$\gamma_d = \frac{280}{500} = 0,56''. \quad (\text{IV. 179})$$

Посмотрим, как влияет на разрешающую способность трубы вызываемая эопом нерезкость изображения δ' . На входном экране эопа величина δ' соответствует величине δ

$$\delta = \frac{\delta'}{V_s}. \quad (\text{IV. 180})$$

Соответствующий величине δ угол γ_s в пространстве предметов находится по чертежу

$$\text{tg } \gamma_s = -\frac{\delta}{f_1'}. \quad (\text{IV. 181})$$

На основании (IV. 180) и (IV. 178) получим

$$\text{tg } \gamma_s = \frac{\delta'}{\Gamma f_2'} \quad (\text{IV. 182})$$

и, наконец, вследствие (IV. 175) находим

$$\text{tg } \gamma_s = \frac{\text{tg } \gamma'}{\Gamma}, \quad (\text{IV. 183})$$

что и должно быть, так как углы γ_s и γ' связаны друг с другом через видимое увеличение Γ всей трубы. По формуле (IV. 183) получим численно при наших данных, учитывая малость углов: $\gamma_s = 180'' : 40 = 4,5''$. Сравнивая этот угол с углом из выражения (IV. 179), можно сказать, что эоп резко и во много раз снижает разрешающую способность оптического прибора. Отсюда следует сделать два вывода: во-первых, следует понизить точность обработки и сборки оптической системы и этим повысить ее

экономическую рентабельность, что можно, очевидно, сделать без ущерба для требуемой невысокой разрешающей способности; во-вторых, перед создателями эопов следует поставить первоочередную задачу — добиться увеличения разрешающей способности

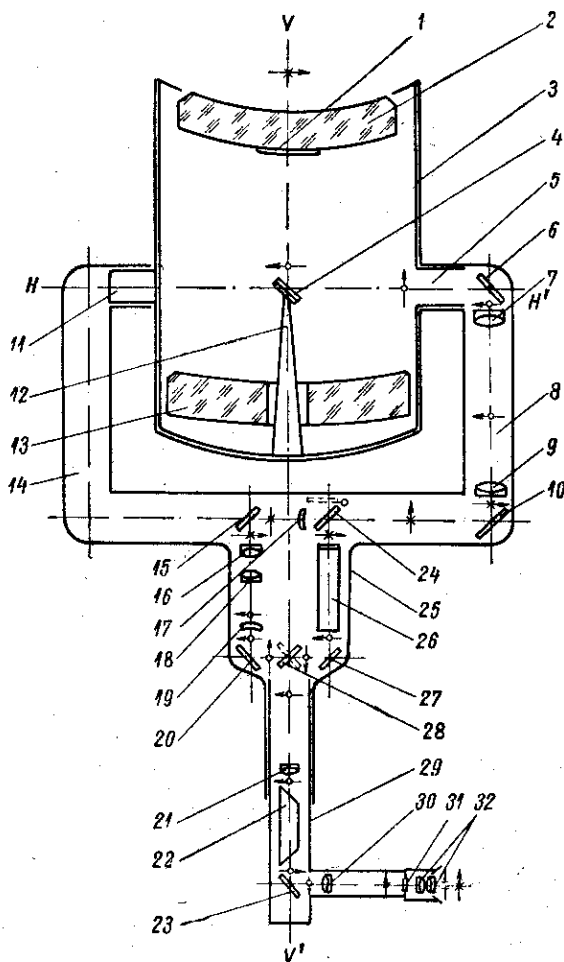


Рис. IV. 27

эопов примерно в десять раз, чтобы их применение в оптических приборах не портило высокого качества этих приборов.

Мы покажем на следующем примере, как можно выполнить габаритный расчет оптической системы зрительной трубы с эопом. Пусть нам дана схема оптического устройства наблюдательной трубы ночного и дневного видения (рис. IV. 27). В корпусе 3 поме-

щается менисковый объектив типа «Кассегрен — Максудов». Инфракрасное излучение (а также и видимый свет) проходит через кварцевый ахроматический мениск 2, отражается сначала от вогнутого большого сферического зеркала 13, затем — от отражающего слоя 1, нанесенного в средней части выпуклой поверхности мениска 2. Корпус 3 вращается вокруг горизонтальной оси NN' на цапфах 11 и 5. После отражения от слоя 1 свет падает на плоское зеркало 4, наклоненное к оси объектива под углом 45° и установленное на колонне 12, проходящей через центральное отверстие зеркала 13 и укрепленной на днище корпуса 3. После отражения от плоского зеркала 4 свет направляется вдоль оси NN' и покидает корпус 3 через полую цапфу 5. Цапфы 5 и 11 вращаются в подшипниках, удерживаемых вилкой 8, 14. Правая полая ветвь 8 этой вилки служит светопроводом и содержит первую оборачивающую систему, состоящую из плоского зеркала 6, расположенного под углом 45° , первой линзы 7, второй линзы 9 оборачивающей системы, плоских зеркал 10 и 24. Зеркало 24 служит для включения и выключения эопа. Во втором случае оно занимает положение, показанное штрихами.

Ветви 8 и 14 вилки жестко соединены с корпусом 25, содержащим эоп и вспомогательные оптические детали. В оптической системе, работающей в инфракрасной части спектра, первое действительное изображение далекого предмета возникает вблизи зеркала 4, а второе — на входном экране эопа 26. Этим *инфракрасная часть* оптической системы и заканчивается. От нижнего выходного экрана эопа 26 начинается оптическая система, работающая в видимой части спектра. В нижней части корпуса 25 расположены плоские зеркала 27 и 28. Зеркало 28, как и зеркало 24, вращается при включении и выключении эопа. В последнем случае оно занимает положение, показанное штрихами. При работе зрительной трубы в дневных условиях зеркала 24 и 28 занимают положения, показанные штрихами, и эоп 26 выключен. Вся инфракрасная часть оптической системы работает при этом в видимой области спектра, но при уменьшенном действующем отверстии, как об этом сказано выше (стр. 357). Свет проходит теперь через вторую оборачивающую систему, заключенную в корпусе 25 параллельно с эопом 26 и имеющую такое же линейное увеличение, как и эоп. Она состоит из следующих оптических деталей: первого коллектива 17, плоского зеркала 15, первой линзы 16 и второй линзы 18 оборачивающей системы, второго коллектива 19 и плоского зеркала 20. У зеркала 28 оба хода лучей вновь смыкаются. Когда эоп 26 выключен, второе действительное изображение далекого предмета образуется на коллективе 17, как бы заменяющем входной экран эопа. Третье действительное изображение получается на коллективе 19, служащем вместо выходного экрана эопа.

Корпус 25 внизу заканчивается длинной втулкой, при помощи которой он надевается на корпус 29 окулярной части прибора.

Благодаря этому вся верхняя часть прибора, состоящая из корпуса 3, вилки 8, 14 и корпуса 25, может вращаться вокруг вертикальной оси VV' . Это вращение всей верхней части прибора вместе с вращением корпуса 3 вокруг горизонтальной оси NN' позволяет визуировать любую точку окружающего прибор пространства (за исключением небольшого участка у надира) при неподвижном окуляре.

Окулярный корпус 29 содержит третью оборачивающую систему и окуляр. Свет при этом последовательно проходит через первую линзу 21 оборачивающей системы, призму Довэ 22, плоское зеркало 23, стоящее под углом 45° , вторую линзу 30, сетку 31 и симметричный окуляр 32. Вращением призмы Довэ 22 компенсируется наклон изображения, вызываемый как поворотом корпуса 3 вокруг горизонтальной оси, так и поворотом всей верхней части прибора вокруг вертикальной оси. Четвертое действительное изображение возникает в плоскости сетки 31. На рис. IV. 27 показано при помощи двух взаимно перпендикулярных стрелок оборачивающее действие отдельных звеньев оптической системы прибора и всего прибора в целом.

Приступая к расчету, принимаем в качестве исходных данных: $\Gamma = 40\times$ как при ночном, так и при дневном наблюдении, $V_s = -0,8\times$, $D_s' = 24,0$ мм, $l_s = 220$ мм, эоп трехкаскадный, его разрешающая способность $S' = 25$ л/мм. Угол поля зрения — наибольший, возможный при этих условиях. Относительное отверстие объективной части 1 : 4. Перископичность (вертикальное расстояние между осями NN' и осью окуляра) 1500 мм. Численный пример, приведенный выше при рассмотрении обобщенной схемы зрительной трубы с эопом (рис. IV. 27), соответствует этим исходным данным. Поэтому получаем для эквивалентного фокусного расстояния $\bar{f}_1'$ объективной части $\bar{f}_1' = 2000,0$ мм, а для эквивалентного фокусного расстояния $\bar{f}_2'$ окулярной части трубы $\bar{f}_2' = 40,0$ мм.

Вследствие (IV. 173) найдем диаметр D_s входного экрана эопа

$$D_s = -\frac{D_s'}{V_s} = 30,0 \text{ мм.} \quad (\text{IV. 184})$$

Теперь определим угол поля зрения 2β в пространстве предметов

$$\text{tg } \beta = \frac{-D_s}{2f_1'} = -0,0075. \quad (\text{IV. 185})$$

Отсюда получаем: $2\beta = 50'$. Угол поля зрения $2\beta'$ со стороны глаза можно найти по двум формулам

$$\text{tg } \beta' = -\frac{D_s'}{2f_2'} = \Gamma \text{tg } \beta = -0,3, \quad (\text{IV. 186})$$

а потому $2\beta' = 33^\circ 24'$. Угол поля зрения $2\beta'$ несколько мал, но это неизбежное следствие низкой разрешающей способности S' эопа при малом диаметре D_s выходного экрана. В самом деле, из первой части (IV. 186) вследствие выражения (IV. 176)

$$\operatorname{tg} \beta' = -\frac{1}{2} D_s' S' \operatorname{tg} \gamma' = 0,0005 D_s' S_1'. \quad (\text{IV. 187})$$

Отсюда следует: для того, чтобы угол поля зрения $2\beta'$ достиг 50° , необходимо либо при разрешающей способности S' эопа 25 л/мм увеличить диаметр D_s выходного экрана эопа до 37,3 мм, либо при диаметре D_s , равном 24 мм, повысить разрешающую способность S' эопа до 39 л/мм. В отношении габарита последнее выгоднее.

Вернемся теперь к расчету объективной части зрительной трубы. Эта часть должна иметь по заданию относительное отверстие 1 : 4 и диаметр входного зрачка $D = 500,0$ мм (при ночном наблюдении). В качестве зеркальнолинзового объектива мы используем имеющийся рассчитанный объектив типа «Кассегрен — Максutow» с относительным отверстием 1 : 5. При диаметре входного зрачка $D = 500,0$ мм этот объектив будет иметь фокусное расстояние $f_1' = 2500,0$ мм. Чтобы получить эквивалентное фокусное расстояние $\bar{f}_1'$ объективной части трубы равным 2000,0 мм, сохраняя при этом диаметр D , необходимо, чтобы линейное увеличение V_1 первой оборачивающей системы было равно

$$V_1 = -\frac{\bar{f}_1'}{f_1'} = -0,8^\times. \quad (\text{IV. 188})$$

Найдем теперь диаметр действительного изображения $2y_1'$, получаемого после объектива вблизи от зеркала 4 (рис. IV. 27):

$$2y_1' = -\frac{D_s}{V} = 37,5 \text{ мм}. \quad (\text{IV. 189})$$

По месту на чертеже определяем длину l_1 первой оборачивающей системы, считая от изображения $2y_1'$ до входного экрана эопа $l_1 = 1500,0$ мм. Задаем диаметр линз оборачивающей системы $D_2 = D_3 = 80,0$ мм. Тогда первая линза оборачивающей системы при относительном отверстии 1 : 5 будет иметь фокусное расстояние $f_2' = 400,0$ мм. Фокусное расстояние второй линзы $f_3' = -V_1 f_1' = 320,0$ мм. Учитывая длину l_1 , находим, что расстояние между линзами первой оборачивающей системы $d_1 = 780,0$ мм. Для проверки степени затенения наклонных лучей определим сначала угол β_{01} наклона к оси главного луча на участке d_1

$$\operatorname{tg} \beta_{01} = -\frac{f_1'}{f_2'} \operatorname{tg} \beta = 0,0468, \quad (\text{IV. 190})$$

а потом подсчитаем высоту h_2 этого луча на первой линзе обра-
чивающей системы, поместив апертурную диафрагму в центре
отрезка d_1

$$h_2 = \frac{1}{2} d_1 \operatorname{tg} \beta_{01} = 18,3 \text{ мм.} \quad (\text{IV. 191})$$

Это составляет меньше четверти диаметра D_2 , а поэтому затене-
ние будет меньше 50%.

При дневном наблюдении действующий диаметр входного
зрачка прибора уменьшается до $D = 200 \text{ мм.}$ Вследствие этого
зеркальнолинзовый объектив и первая линза первой обрачиваю-
щей системы будут работать при относительном отверстии $1 : 12,5$,
а вторая линза первой обрачивающей системы — с относительным
отверстием $1 : 10$.

Длина второй обрачивающей системы, работающей при вы-
ключенном зопе, измеренная от первого коллектива 17 до второго
коллектива 19, составляет по месту на чертеже: $l_2 = 420,0 \text{ мм.}$
Линейное увеличение V_2 этой системы должно быть равно увели-
чению V_3 зопы: $V_2 = V_3 = -0,8\times$. Мы выбираем фокусное рассто-
яние f'_5 первой линзы второй обрачивающей системы: $f'_5 = 200 \text{ мм.}$
Тогда получим фокусное расстояние f'_6 второй линзы: $f'_6 =$
 $= -V_2 f'_5 = 160 \text{ мм.}$ Относительное отверстие первой линзы вто-
рой обрачивающей системы должно быть равно относительному
отверстию второй линзы первой обрачивающей системы, т. е.
 $1 : 10$. Поэтому диаметр D_{02} линз второй обрачивающей системы
будет маленьким: $D_{02} = 20,0 \text{ мм.}$ Расстояние d_2 между линзами
обрачивающей системы: $d_2 = l_2 - f'_5 - f'_6 = 60,0 \text{ мм.}$ Относи-
тельное отверстие второй линзы $1 : 8$. Угол наклона β_{02} главного
луча к оси на участке между обрачивающими линзами

$$\operatorname{tg} \beta_{02} = -\frac{f'_3}{f'_5} \operatorname{tg} \beta_{01} = -0,0749. \quad (\text{IV. 192})$$

Высота h_5 главного луча на первой линзе

$$h_5 = \frac{1}{2} d_2 \operatorname{tg} \beta_{02} = -2,25, \quad (\text{IV. 193})$$

что меньше $\frac{1}{4} D_{02}$ и гарантирует поэтому малое затенение наклон-
ного пучка лучей. Мы здесь не будем останавливаться на расчете
сил коллективов 17 и 19. Этот расчет выполняется по изложенному
выше общему методу расчета коллектива.

Длина третьей обрачивающей системы, считая от выходного
экрана зопы 26 или от коллектива 19 до сетки 31, составляет по
чертежу $l_3 = 900,0 \text{ мм}$ (при приведенной к воздуху призме
Довэ 22). Эквивалентное фокусное расстояние $\bar{f}_2$ окулярной части
трубы, состоящей из третьей обрачивающей системы и окуляра,

равно 40,0 мм. Но во избежание больших габаритов окуляра мы выберем фокусное расстояние f'_{10} окуляра: $f'_{10} = 25,0$ мм. Тогда находим линейное увеличение V_3 третьей оборачивающей системы

$$V_3 = -\frac{f'_{10}}{f'_2} = -0,625^\times. \quad (\text{IV. 194})$$

Стремясь к уменьшению размеров призмы Довэ 22, мы должны получить минимальный диаметр $D_8 = D_9$ оборачивающих линз. Для этого воспользуемся формулой (IV. 123), из которой при $\kappa = 0,5$ получаем

$$d_3 = \frac{D_8}{D_9} f'_8, \quad (\text{IV. 195})$$

где f'_8 — фокусное расстояние первой линзы третьей оборачивающей системы.

Для фокусного расстояния f'_9 второй линзы имеем выражение

$$f'_9 = -V_3 f'_8. \quad (\text{IV. 196})$$

Вследствие (IV. 195) и (IV. 196) получим для длины l_3 формулу

$$l_3 = l'_8 + d_3 + f'_9 = \left(1 + \frac{D_8}{D_9} - V_3\right) f'_8. \quad (\text{IV. 197})$$

Относительное отверстие первой линзы третьей оборачивающей системы равно относительному отверстию 1 : 8 второй линзы второй оборачивающей системы. Поэтому найдем для f'_8 очевидное выражение

$$f'_8 = a D_8, \quad (\text{IV. 198})$$

где a — знаменатель относительного отверстия этой линзы; в нашем случае $a = 8$.

Исключив из выражения (IV. 197) f'_8 при помощи формулы (IV. 198), получим квадратное уравнение относительно единственной неизвестной D_8

$$D_8^2 + (1 - V_3) D_9 D_8 - \frac{1}{a} l_3 D_9 = 0, \quad (\text{IV. 199})$$

а при наших данных

$$D_8^2 + 39,0 D_8 - 2700 = 0.$$

Решая это уравнение и отбрасывая неприемлемый отрицательный корень, найдем $D_8 = 36,0$ мм. Далее вследствие (IV. 198) получим $f'_8 = 288,0$; затем, применив формулу (IV. 196), напомним $f'_9 = 180,0$. Воспользовавшись первой частью выражения (IV. 197),

найдем $d_3 = 432,0$ мм. При диаметре пучка 36,0 мм длина большого основания призмы Довэ составит около 150 мм, что еще можно считать допустимым.

Диаметр D'' сетки 31 находится по формуле

$$D'' = -V_3 D_3 = 15 \text{ мм.} \quad (\text{IV. 200})$$

Основной габаритный расчет на этом заканчивается. В заключение следует к числу положительных результатов введения эопов в зрительные трубы еще прибавить один: при эопе отпадает необходимость применения коллективов, что благоприятно вследствие уменьшения кривизны изображения.

Здесь необходимо заметить, что сложные зрительные трубы без коллективов встречаются не только в случае применения эопов.

Если при большом угле поля зрения 2β в качестве объектива применяется перевернутый окуляр одного из приведенных выше типов, то коллектив обычно входит в окуляр как его составная часть и потому ставить еще отдельно второй коллектив явно не имеет смысла.

Расчет сложной зрительной трубы без коллектива отличается тем, что отрезок t , определяющий вынос входного зрачка, не может быть выбран конструктором произвольно, но получается по приводимому ниже расчету. Чтобы получить зрительную трубу без коллектива, мы воспользуемся формулами, полученными при рассмотрении общего метода расчета коллектива, положив в них силу φ_2 коллектива равной нулю. Тогда из (IV. 167) следует

$$\beta_2 = \beta_3. \quad (\text{IV. 201})$$

Вследствие (IV. 170) и первой части (IV. 122) получим из выражения (IV. 201) после простых преобразований

$$t = \frac{D_0 D_2 + D D_2 - \kappa D D_0}{2 D_0 \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 202})$$

Эта формула и определяет однозначно величину выноса t входного зрачка при отсутствии коллектива. В случае если $D_2 = D_0$, формула (IV. 202) упрощается

$$t = \frac{D_0 + (1 - \kappa) D}{2 \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{IV. 203})$$

§ 87. Телескопические системы со скачкообразной переменной увеличения

Как было указано в § 81, вследствие формулы (IV. 49), связывающей видимое увеличение и угол поля зрения телескопической системы, мы не можем изготовить зрительную трубу, обладающую одновременно большим увеличением (например, $\Gamma = 20\times$) и большим полем зрения (например, $2\beta = 40^\circ$). Поэтому в военных

приборах, где необходимо и то и другое, приходится прибегать к устройствам, позволяющим быстро менять увеличение и угол поля зрения зрительной трубы, не отрывая глаза от окуляра. В последнее время системы с переменной увеличением стали применяться и в гражданских оптических приборах, например в микроскопах, где они очень облегчают эксплуатацию приборов.

Сюда же следует отнести также и киносъёмочные объективы с переменным фокусным расстоянием, в настоящее время завоевывающие себе широкое распространение.

Различают две группы оптических устройств для перемены увеличения: *устройства со скачкообразной переменной увеличением и панкратики*. В первой группе перемена увеличения совершается скачком. Зрительная труба при этом может иметь два дискретных значения увеличения (иногда число ступеней бывает и больше двух). Во время перемены увеличения наступает обязательно краткий момент, когда наблюдатель ничего не видит, теряя из виду предмет наблюдения. В этом существенный недостаток систем скачкообразной перемены увеличения.

Вторая группа — панкратические системы — отличается плавным изменением увеличения, так что оно принимает всевозможные значения в пределах от некоторого минимального увеличения до максимального. При этом можно остановиться на любом промежуточном (или крайнем) значении увеличения. Цель ни на миг не теряется из виду наблюдателем, однако изменение увеличения происходит более медленно. Основным недостатком панкратических систем является невозможность получить одинаково высокое качество изображения при всех значениях увеличения. Опыт применения панкратик во время Великой Отечественной войны 1941—1945 гг. дал вследствие этого недостатка настолько отрицательный результат, что в течение следующих 15 лет панкратические системы почти не употреблялись. Лишь в последние годы к ним снова повысился интерес конструкторов.

Системы для скачкообразной перемены увеличения бывают трех видов: 1) системы, в которых перемена увеличения достигается сменой одного из компонентов; 2) системы, в которых перемена увеличения производится поворотом телескопической системы на 180° (или на 90°) вокруг оси, перпендикулярной оптической оси; 3) системы, в которых перемена увеличения выполняется перемещением одного или нескольких компонентов вдоль оптической оси.

Устройства для перемены увеличения первого рода основаны на зависимости увеличения Γ сложной зрительной трубы от фокусных расстояний четырех ее компонентов (IV. 113):

$$\Gamma = \frac{f_1' f_4'}{f_3' f_5'}. \quad (\text{IV. 204})$$

Согласно этой формуле, заменив один из компонентов системой с другим фокусным расстоянием, мы изменим при этом и увеличение Г трубы. Так, например, увеличивая фокусные расстояния объектива или второй линзы оборачивающей системы, мы повысим увеличение Г. При увеличении фокусных расстояний первой оборачивающей линзы или окуляра увеличение Г, наоборот, становится меньше.

Смена объектива представляется на первый взгляд наименее целесообразным и конструктивно неудобным устройством для перемены увеличения: во-первых, объективная головка трубы может быть трудно доступной (как, например, у перископа подводной лодки) и потребуются специальные тросы или тяги для управления переменной увеличения; во-вторых, увеличивается габарит объективной головки, так как требуется место для помещения того объектива, который выведен из хода лучей.

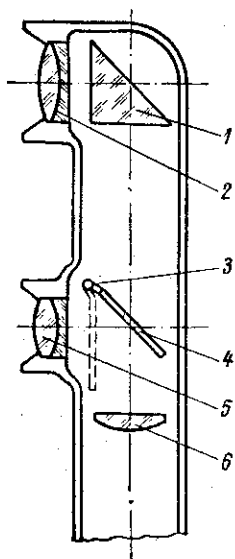


Рис. IV. 28

В то же время чрезвычайно просто осуществляется перемена увеличения сменой окуляров. Во-первых, окулярная головка прибора находится буквально под рукой у наблюдателя и для смены окуляров не требуется никаких механических передач; во-вторых, применив револьверную головку с рядом вставленных в нее разнофокусных окуляров, легко можно получить многоступенчатую надежно действующую перемену увеличения.

Несмотря на, казалось бы, ясную логику изложенных здесь соображений, смена окуляров практически осуществляется очень редко, и то только в случаях, когда к габариту трубы не предъявляются высокие требования (не требуется малый диаметр линз при большой длине трубы). В таких же наиболее трудных конструкциях, как перископы для подводных лодок, где верхняя головка должна быть особенно миниатюрной, верхняя часть трубы — особенно узкой, а длина трубы — очень большой, конструкторы осуществляют перемену увеличения в самой передней части трубы, в частности путем смены объективов.

В качестве примера остроумного решения этой труднейшей задачи приведем здесь ныне не употребляемую конструкцию верхней головки перископа итальянской фирмы «Офичине Галилео» (рис. IV. 28). Длиннофокусный объектив 2 служит в то же время и защитным стеклом. Свет, прошедший через него, далее проходит через прямоугольную призму 1 и образует изображение далекого предмета в фокальной плоскости, лежащей на коллективе 6.

Плоское зеркало 4 находится при этом в вертикальном положении, показанном штрихами. Если же зеркало 4 после поворота на 45° вокруг оси 3 займет положение, показанное сплошной линией, оно преградит доступ свету, идущему от объектива 2, и начнет действовать короткофокусный объектив 5, вставленный во второе нижнее окно головки перископа. Свет, вошедший в объектив 5 и отразившийся от зеркала 4, образует изображение далекого предмета (в уменьшенном масштабе) на коллективе 6 в том же месте, где было изображение, полученное при помощи верхнего объектива 2. Благодаря такому устройству перемена увеличения осуществляется путем простого поворота зеркала 4, и все устройство вписывается в очень тесные габариты верхней головки. С развитием авиации описанная конструкция верхней головки перископа потеряла практическое значение, так как она не позволяет визировать в зенит.

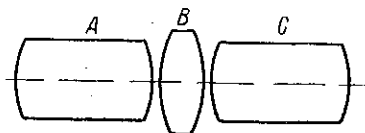


Рис. IV. 29

Чтобы объяснить, почему конструкторы стремятся помещать устройство для перемены увеличения в самом начале зрительной трубы, рассмотрим упрощенную схему зрительной трубы с переменной увеличением (рис. IV. 29). Такую трубу можно мысленно разбить на три части: постоянную часть А, предшествующую системе для перемены увеличения, самую систему В, в которой совершается перемена увеличения, и постоянную систему С, следующую за системой для перемены увеличения.

При перемене увеличения угол поля зрения $2\beta'$ со стороны окуляра и диаметр D' выходного зрачка остаются постоянными. Поэтому вся часть С работает при постоянных и не чрезмерно больших апертуре и поле зрения. Если для какого-либо компонента этой системы возрастает диаметр пучков, то уменьшается угол их наклона и, наоборот, так как на основании инварианта Лагранжа — Гельмгольца их произведение постоянно.

В иных условиях работает система А. Если включено малое увеличение Γ_M , система А работает при малом диаметре D_M входного зрачка, но при большом угле поля зрения $2\beta_B$. Когда включено большое увеличение Γ_B , то система А имеет большой диаметр D_B и малый угол поля зрения $2\beta_M$. Конечно, при этом будет иметь место равенство

$$D_M \operatorname{tg} \beta_B = D_B \operatorname{tg} \beta_M. \quad (\text{IV. 205})$$

Справедливость этого выражения доказывается следующим образом. Имеем

$$D_M = \Gamma_M D'; \quad D_B = \Gamma_B D', \quad (\text{IV. 206})$$

где D' — диаметр выходного зрачка трубы.

После подстановки значений D_M и D_B в (IV. 205) получаем

$$\Gamma_M \operatorname{tg} \beta_B = \Gamma_B \operatorname{tg} \beta_M = \operatorname{const}, \quad (\text{IV. 207})$$

что, по существу, совпадает с выражением (IV. 49).

Нужно, однако, иметь в виду, что оптическая система A должна быть рассчитана на большой диаметр D_B зрачка и на большой угол поля зрения $2\beta_B$, хотя эти величины появляются в системе A не одновременно, а последовательно. Произведение $\Gamma_B \operatorname{tg} \beta_B$ может во много раз превосходить обычную величину этой константы и поэтому вызывает, во-первых, затруднения при габаритном расчете, не позволяя получить значительную длину системы при малых диаметрах линз, а во-вторых, невозможность получения хорошей коррекции аберраций при окончательном аберрационном расчете системы.

Отсюда и вытекает стремление конструкторов к сокращению части A зрительной трубы или, иными словами, к перенесению системы B как можно ближе к началу трубы. В таких системах, как перископы подводных лодок, где габаритные требования поставлены особенно остро, система для перемены увеличения должна находиться у верхней головки перископа, несмотря на все конструктивные трудности и неудобства, вызываемые таким расположением системы.

Однако в тех случаях, когда не ставятся жесткие требования к габариту системы, возможно устройство перемены увеличения в оборачивающей системе зрительной трубы. Из формулы (IV. 204) видно, что сменной может быть либо первая, либо вторая линза оборачивающей системы. Если сменной сделана первая линза (f'_3), то при малом увеличении ставится линза с большим фокусным расстоянием, а так как длина всей зрительной трубы остается неизменной, то при малом увеличении получается малое расстояние d между оборачивающими линзами, а при большом увеличении — большое.

Если же сменной является вторая линза оборачивающей системы (f'_4), то при малом увеличении требуется малое фокусное расстояние линзы, что следует из формулы (IV. 204). Поэтому при малом увеличении в этом случае получится большое расстояние d между оборачивающими линзами. Но при малом увеличении получается большой угол β_0 , образованный главным лучом наклонного пучка с осью на этом участке. Это приводит к резкому повышению затенения наклонных пучков. Поэтому значительно выгоднее в габаритном отношении делать сменной первую, а не вторую линзу оборачивающей системы.

На чертеже (рис. IV. 30) приведена схема оптики половины большой стереотрубы. YY — плоскость симметрии трубы. В трубе расположены следующие детали: защитное стекло 1 , концевой

отражатель 2, объектив 3, коллектив 4, первые сменные линзы 5 и 7 оборачивающей системы. На чертеже показано положение, когда длиннофокусная линза 7 введена в ход лучей, а короткофокусная линза 5 выведена из него; при этом увеличение Γ зрительной трубы малое, и расстояние между линзами 7 и 8 оборачивающей системы тоже малое. Если же в ход лучей введена линза 5 (показана штрихами), а линза 7 выведена из него, то получается большое увеличение Γ трубы и большое расстояние между линзами 5 и 8 оборачивающей системы. Для смены линз их оправы укреплены на валу 6, параллельном оптической оси. Поворотом вала 6 на 90° (при помощи механической передачи, не показан-

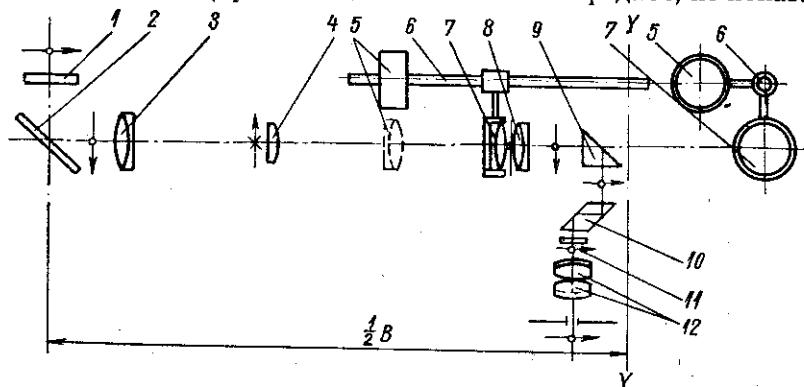


Рис. IV. 30

ной на чертеже) производится переключение увеличения. Вид линз 5 и 7 вдоль оптической оси показан на рис. IV. 30 справа. Вал 6 проходит в правую половину стереотрубы, и там на нем укреплены также сменные первые линзы оборачивающей системы правой зрительной трубы. После второй линзы 8 оборачивающей системы левой половины стереотрубы в ходе лучей расположены: призма 9 центрального мостика, призма ромб 10, служащая для установки расстояния между осями окуляров по глазной базе наблюдателя, сетка 11 с марками и окуляр 12.

Широкое применение в разнообразных оптических приборах получил второй вид переменных увеличений при помощи вращающейся трубки Галилея. Оптическое устройство верхней головки перископа с вращающейся системой Галилея (рис. IV. 31, а) состоит из следующих деталей: сферического защитного колпака 1 с концентрическими поверхностями, собирающей линзы 2, компенсирующей рассеивающее действие колпака 1, и призмы куб 3, вращение которой позволяет визировать под любым углом к горизонту (от 0 до 90°). Линза 2 поворачивается при этом на вдвое больший угол.

Далее расположены линзы 4 и 5, составляющие телескопическую трубку Галилея и заключенные в общую оправу, которая

внутри корпуса головки может поворачиваться на 180° вокруг оси O , перпендикулярной к оптической оси перископа. Затем следует объектив $б$ перископа и другие его компоненты. При положении галилеевской системы, показанном на рис. IV. 31, a , перископ имеет большое увеличение Γ_B . Пусть при этом видимое увеличение трубки Галилея будет Γ_1 , а увеличение всей остальной части перископа — Γ_2 . Тогда имеем

$$\Gamma_B = \Gamma_1 \Gamma_2. \quad (IV. 208)$$

После поворота на 180° компоненты трубки Галилея поменяются местами (рис. IV. 31, $б$), и поэтому ее видимое увеличение будет

равно $\frac{1}{\Gamma_1}$, а весь перископ в целом будет иметь малое увеличение Γ_M

$$\Gamma_M = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}. \quad (IV. 209)$$

Оба увеличения Γ_M и Γ_B бывают заданы конструктору в технических условиях. Из выражений (IV. 208) и (IV. 209) он может сразу же найти увеличения Γ_1 и Γ_2 . Для этого, поделив (IV. 208) на (IV. 209), получим

$$\frac{\Gamma_B}{\Gamma_M} = \Gamma_1^2, \quad (IV. 210)$$

откуда следует

$$\Gamma_1 = \sqrt{\frac{\Gamma_B}{\Gamma_M}}. \quad (IV. 211)$$

Умножением (IV. 208) на (IV. 209) получаем

$$\Gamma_B \Gamma_M = \Gamma_2^2, \quad (IV. 212)$$

а отсюда находим

$$\Gamma_2 = \sqrt{\Gamma_B \Gamma_M}. \quad (IV. 213)$$

Пусть, например, $\Gamma_B = 6\times$ и $\Gamma_M = 1,5\times$. Следовательно, увеличение перископа меняется в 4 раза. По формулам (IV. 211) и (IV. 213) получаем: $\Gamma_1 = 2\times$; $\Gamma_2 = 3\times$. Значит, увеличение трубки Галилея должно быть двукратным. При таком небольшом увеличении и длина трубки может быть небольшой, так что ее вращение вокруг оси O не потребует значительного расширения корпуса головки перископа. Так, например, при диаметре выходного зрачка $D' = 3,0$ мм и при большом увеличении $\Gamma_B = 6\times$ диаметр входного зрачка перископа будет $D = 18,0$ мм. При относитель-

ном отверстию объектива 4 галилеевской трубки 1 : 3 его фокусное расстояние $f_1' = 54,0$ мм, а фокусное расстояние ее окуляра $f_2' = -27,0$ мм. На основании формулы (IV. 14) находим расстояние между компонентами трубки: $d = f_1' + f_2' = 27,0$ мм. Трубка, действительно, получается короткой.

При конструировании труб с переменной увеличения всегда возникает очень важный вопрос о перемещении зрачков при перемене увеличения. Если такое перемещение происходит, то это ведет к существенному усложнению габаритного расчета и неблагоприятно отражается на коррекции аберраций зрительной трубы.

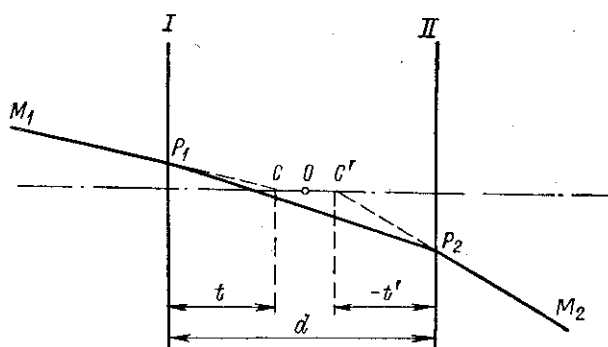


Рис. IV. 32

Во многих случаях удастся, однако, так рассчитать оптическую систему, что при перемене увеличения не происходит смещения зрачков. Решить эту задачу можно и в случае вращающейся трубки Галилея.

Представим себе ход главного луча $M_1P_1P_2M_2$ через трубку Галилея (рис. IV. 32), состоящую из положительного компонента I и отрицательного компонента II. Пусть ось вращения трубки, перпендикулярная к оптической оси (и к плоскости чертежа), проходит через точку O, делящую длину d трубки пополам. При таком положении точки O трубка будет при ее вращении занимать наименьший габарит. Нетрудно догадаться, что зрачки не будут перемещаться при повороте трубки на 180° в том случае, если центры зрачков C и C' расположены симметрично на равных расстояниях по обе стороны от точки O. При повороте трубки на 180° точки C и C' теперь только поменяются местами и ролями; таким образом, зрачки окажутся *неподвижными*; меняться будет лишь диаметр входного зрачка.

Из чертежа находим следующее условие неподвижности зрачков:

$$t' = -t. \quad (\text{IV. 214})$$

Но отрезки t и t' в телескопической системе связаны формулой (IV. 41), выведенной в § 80. Вследствие (IV. 241) из формулы (IV. 41) получаем

$$t = (\Gamma - 1)f'_1 - \Gamma^2 t. \quad (\text{IV. 215})$$

Отсюда находится отрезок t , определяющий положение неподвижного входного зрачка

$$t = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma^2 + 1} f'_1. \quad (\text{IV. 216})$$

Еще удобнее выразить отрезок t не через f'_1 , а через d . Для этого из формулы (IV. 41) вследствие (IV. 19) находим, исключая f'_2 ,

$$f'_1 = \frac{\Gamma d}{\Gamma - 1}, \quad (\text{IV. 217})$$

а подставив значение f'_1 в (IV. 216), получим окончательно

$$t = \frac{\Gamma d}{\Gamma^2 + 1}. \quad (\text{IV. 218})$$

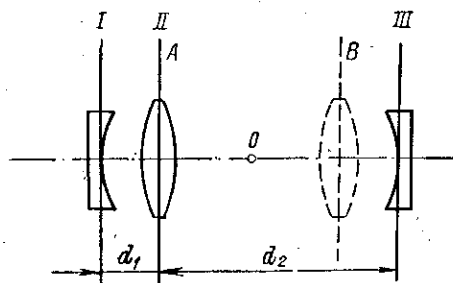


Рис. IV. 33

Например, при $\Gamma = 2$ найдем $t = 0,4d$. Отрезок t ока-

зывается несколько меньше половины расстояния d между линзами. Для того чтобы рассчитанное таким образом расположение зрачков действительно осуществилось в рассчитываемой системе, необходимо, чтобы в точке C' находился центр входного зрачка той части перископа, которая следует за трубкой Галилея.

Наиболее совершенными для перемены увеличения следует признать устройства третьего вида, в которых происходит перемещение компонентов вдоль оптической оси. Заметим здесь, что вращение телескопической трубки Галилея может быть заменено перемещением одного компонента вдоль оптической оси.

Для этого трубка Галилея должна состоять из трех компонентов (рис. IV. 33): двух неподвижных одинаковых и симметрично расположенных рассеивающих компонентов I и III и собирательного компонента II, который может занимать два разных положения A и B. Когда компонент II находится в положении A, то компоненты I и II вместе образуют положительный объектив галилеевской трубки, а отдельно стоящий компонент III служит отрицательным окуляром. Когда же компонент II занимает положение B (показанное штрихами), то он совместно с компонентом III образует положительный объектив, а компонент I становится отрицательным окуляром. Таким образом, перемещение компонента II из положения A в положение B совершенно равносильно по-

вороту всей системы на 180° вокруг оси, проходящей через среднюю точку O на оптической оси.

Расчет такой системы мы произведем при положении A компонента II . Пусть φ — сила системы, составленной из линз I и II . Тогда

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d_1. \quad (IV. 219)$$

Для заднего фокального отрезка s_F этой системы имеем

$$s_F' = \frac{1 - \varphi_1 d_1}{\varphi}. \quad (IV. 220)$$

Кроме того,

$$\varphi_3 = \varphi_1 \quad (IV. 221)$$

и

$$\Gamma = -\frac{\varphi_3}{\varphi} = -\frac{\varphi_1}{\varphi}. \quad (IV. 222)$$

Из последнего выражения следует

$$\varphi = -\frac{\varphi_1}{\Gamma}. \quad (IV. 223)$$

С другой стороны, так как задний фокус системы из линз I и II должен совпадать с передним фокусом линзы III ,

$$d_2 = s_F' + f_3' = s_F' + \frac{1}{\varphi_1}. \quad (IV. 224)$$

После простых преобразований находим из (IV. 224)

$$\varphi_1 d_2 = 1 - \Gamma + \Gamma \varphi_1 d_1, \quad (IV. 225)$$

отсюда определяем φ_1 или f_1'

$$f_1' = f_3' = -\frac{d_2 - \Gamma d_1}{\Gamma - 1}. \quad (IV. 226)$$

Из (IV. 219) вследствие (IV. 223) получаем после несложных преобразований выражение для f_2'

$$f_2' = \Gamma \frac{d_2 - d_1}{\Gamma^2 - 1}. \quad (IV. 227)$$

Формулы (IV. 226) и (IV. 227) позволяют решить поставленную задачу. Положим, например: $\Gamma = 2\times$; $d_1 = 15,0$ мм; $d_2 = 60,0$ мм. Полученные здесь формулы дают: $f_1' = -30,0$ мм; $f_2' = 30,0$ мм.

Так как вращение трубки Галилея мы заменили теперь перемещением компонента II вдоль оптической оси, нам нет необходимости стремиться к особенно малой длине этой трубки. Неподвижные зрачки, как мы видим, расположены внутри трубки Галилея. Это, конечно, неблагоприятно для получения малых габаритов призмы куб и других деталей верхней головки перископа. Трубка Кеплера была бы лучше, так как в ней неподвижные зрачки расположены снаружи трубки. Это следует из формулы (IV. 218),

по которой при отрицательном Γ и отрезок l становится отрицательным. Однако сделать трубку Кеплера вращающейся невозможно из-за ее значительной (по сравнению с трубкой Галилея) длины. Но это возражение отпадает, если и здесь заменить вращение этой трубки продольным перемещением компонентов.

Такая замена действительно может быть выполнена (рис. IV. 34). Зрительная трубка Кеплера состоит из двух одинаковых и симметрично расположенных, неподвижных и положительных компонентов *I* и *IV* и двух также одинаковых и симметрично расположенных положительных компонентов *II* и *III*, жестко связанных между собой общей оправой и перемещающихся вместе

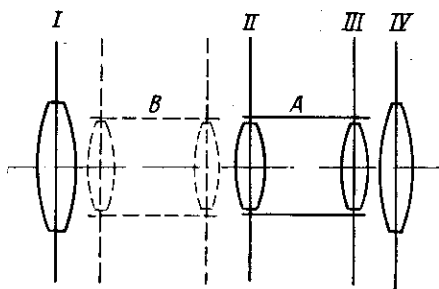


Рис. IV. 34

вдоль оптической оси. При этом они могут занимать либо положение *A*, либо положение *B*, симметричное с *A*. Если линзы *II* и *III* занимают положение *A*, то компонент *I* играет роль объектива трубы Кеплера, компонент *II* служит коллективом, а компоненты *III* и *IV* вместе — глазной линзой окуляра. Если же линзы *II* и *III* находятся в положении *B*, то линзы *I* и *II* образуют вместе глазную линзу

окуляра, линза *III* служит коллективом, а линза *IV* — объективом трубы. И в этом случае перемещение компонентов *II* и *III* из одного положения в другое равносильно повороту всей системы вокруг средней оси.

Мы не будем здесь задерживаться на исследовании этого интересного частного случая и перейдем к рассмотрению некоторых положений общей теории действия компонента, перемещающегося вдоль оптической оси. Основой этой теории служит теорема, которой можно придать такую формулировку: если имеется подвижная оптическая система, способная занимать два различных положения на оптической оси, то всегда существуют две пары неподвижных сопряженных поверхностей.

Для доказательства предположим, что оптическая система, имеющая фокусное расстояние f' , может занимать два положения *A* и *B* (рис. IV. 35), отстоящие друг от друга на расстоянии Δ . Пусть далее точки *A* и *A'* — осевые точки предмета и изображения, остающиеся неподвижными при перемещении оптической системы из положения *A* в положение *B*. В положении *A* система имеет отрезки s_1 и s'_1 , а в положении *B* — отрезки s_2 и s'_2 . Применяя формулу отрезков, получим

$$\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'} \quad (\text{IV. 228})$$

и

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'}. \quad (\text{IV. 229})$$

Из чертежа следует

$$\left. \begin{aligned} s_2 &= s_1 - \Delta; \\ s_2' &= s_1' - \Delta. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 230})$$

Благодаря формулам (IV. 230) находим из (IV. 229)

$$\frac{1}{s_1' - \Delta} - \frac{1}{s_1 - \Delta} = \frac{1}{f'}. \quad (\text{IV. 231})$$

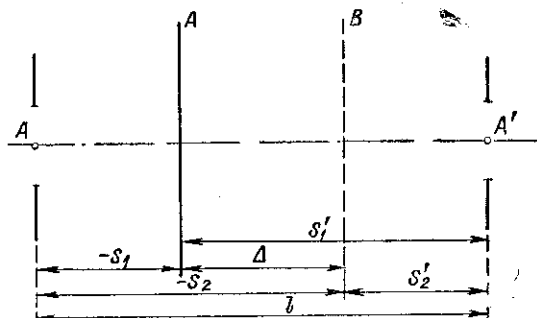


Рис. IV. 35

Исключая f' из (IV. 228) и (IV. 231), получаем после некоторых упрощений

$$\Delta = s_1 + s_1'$$

или иначе

$$s_1' = \Delta - s_1. \quad (\text{IV. 232})$$

Если известны величины f' и Δ , то теперь из формул (IV. 228) и (IV. 232) можно определить отрезки s_1 и s_1' . Исключив из этих формул s_1' , получим после некоторых преобразований квадратное уравнение для нахождения s_1

$$s_1^2 + (2f' - \Delta) s_1 - f' \Delta = 0. \quad (\text{IV. 233})$$

Решив уравнение (IV. 233), получим следующую формулу для переднего отрезка s_1

$$s_1 = -\frac{1}{2}(2f' - \Delta \mp R), \quad (\text{IV. 234})$$

где вспомогательная величина R имеет значение

$$R = \sqrt{4f'^2 + \Delta^2}. \quad (\text{IV. 235})$$

При помощи выражения (IV. 232) найдем и задний отрезок s_1' для положения A нашей оптической системы

$$s_1' = \frac{1}{2} (2f' + \Delta \mp R). \quad (\text{IV. 236})$$

Формулы (IV. 230) позволяют теперь найти отрезки s_2 и s_2' для положения B системы

$$s_2 = -\frac{1}{2} (2f' + \Delta \mp R) \quad (\text{IV. 237})$$

и

$$s_2' = \frac{1}{2} (2f' - \Delta \mp R). \quad (\text{IV. 238})$$

Наличие в формулах для четырех отрезков s_1 , s_1' , s_2 и s_2' двойного знака свидетельствует о том, что рассматриваемая задача имеет два решения и что, следовательно, у оптической системы, могущей занимать два положения на оптической оси, имеются две пары неподвижных сопряженных плоскостей. Этим доказана сформулированная выше теорема.

Если при перемещении системы точки A и A' неподвижны, расстояние l между ними должно быть постоянно. Поэтому по чертежу найдем

$$l = -s_1 + s_1' = -s_2 + s_2'. \quad (\text{IV. 239})$$

На основании полученных здесь формул для отрезков s_1 , s_1' и s_2 , s_2' отсюда находится следующая формула для l :

$$l = 2f' \mp R. \quad (\text{IV. 240})$$

Сравнивая (IV. 237) с (IV. 236) и (IV. 238) с (IV. 234), получаем простые соотношения:

$$s_2 = -s_1'; \quad s_2' = -s_1. \quad (\text{IV. 241})$$

Если предмет и изображение находятся у точек A и A' , определяемых выведенными здесь формулами, то при переходе системы из положения A в положение B предмет и изображение остаются неподвижными; однако меняется линейное увеличение системы. При положении A системы получаем для линейного увеличения V_1

$$V_1 = \frac{s_1'}{s_1}, \quad (\text{IV. 242})$$

а при положении B

$$V_2 = \frac{s_2'}{s_2}. \quad (\text{IV. 243})$$

Из последнего выражения найдем на основании формул (IV. 241)

$$V_2 = \frac{s_1'}{s_1} = \frac{1}{V_1}. \quad (\text{IV. 244})$$

Таким образом, мы можем сделать следующий вывод: при перемещении системы из одного положения в другое линейное увеличение в неподвижной паре сопряженных точек приобретает новое значение, равное его обратной величине.

Вследствие (IV. 234) и (IV. 236), найдем из выражения (IV. 242)

$$V_1 = -\frac{2f' + \Delta \mp R}{2f' - \Delta \mp R}. \quad (\text{IV. 245})$$

Из этого выражения, освободившись от квадратного корня (в величине R) в знаменателе, получаем формулу

$$V_1 = -\frac{\Delta \mp R}{2f'}. \quad (\text{IV. 246})$$

Аналогично получим для второго положения B системы

$$V_2 = \frac{\Delta \pm R}{2f'}. \quad (\text{IV. 247})$$

Составим теперь сводку формул для первой пары неподвижных точек A и A' (верхний знак в формулах):

$$s_{1, I} = -\frac{1}{2}(2f' - \Delta - R); \quad s'_{1, I} = \frac{1}{2}(2f' + \Delta - R);$$

$$s_{2, I} = -\frac{1}{2}(2f' + \Delta - R) = -s'_{1, I};$$

$$s'_{2, I} = \frac{1}{2}(2f' - \Delta - R) = -s_{1, I};$$

$$l_I = 2f' - R; \quad V_{1, I} = -\frac{\Delta - R}{2f'}; \quad V_{2, I} = \frac{\Delta + R}{2f'} = \frac{1}{V_{1, I}}.$$

Аналогично получим для второй пары неподвижных точек A и A' (нижний знак в формулах):

$$s_{1, II} = -\frac{1}{2}(2f' - \Delta + R); \quad s'_{1, II} = \frac{1}{2}(2f' + \Delta + R);$$

$$s_{2, II} = -\frac{1}{2}(2f' + \Delta + R) = -s'_{1, II};$$

$$s'_{2, II} = \frac{1}{2}(2f' - \Delta + R) = -s_{1, II};$$

$$l_{II} = 2f' + R; \quad V_{1, II} = -\frac{\Delta + R}{2f'}; \quad V_{2, II} = \frac{\Delta - R}{2f'} = \frac{1}{V_{1, II}}.$$

Кроме того, сравнивая выражения для $V_{1, I}$ и $V_{2, I}$ с выражениями $V_{1, II}$ и $V_{2, II}$, легко находим соотношения

$$V_{1, II} = -V_{2, II} = -\frac{1}{V_{1, I}}; \quad V_{2, II} = -V_{1, I}. \quad (\text{IV. 248})$$

Изложенная здесь теория приводит к следующему практически важному выводу: при конструировании системы для перемены увеличения мы можем в одной паре неподвижных сопряженных плоскостей поместить предмет и изображение, а во второй паре — неподвижные зрочки системы. При этом получаются два типа системы для перемены увеличения. Первый тип: предмет и изображение лежат в первой паре сопряженных плоскостей, а зрочки — во второй. Второй тип: предмет и изображение — во второй паре неподвижных сопряженных плоскостей, зрочки — в первой паре.

Развитые выше формулы удобны для анализа задачи, но неудобны для практического ее решения, так как при их выводе мы считали заданными величины f' и Δ . Конструктору же перед началом расчета известны обычно величины V_1 и l , связанные с отрезками s_1 и s'_1 формулами:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{s'_1}{s_1}; \\ l &= -s_1 + s'_1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 249})$$

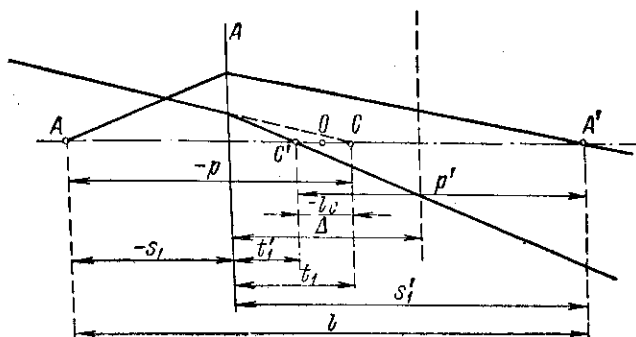


Рис. IV. 36

Решая их совместно, найдем выражения для отрезков s_1 и s'_1 :

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= -\frac{l}{1-V_1}; \\ s'_1 &= -\frac{V_1 l}{1-V_1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 250})$$

Фокусное расстояние f' системы получим из формулы (IV. 228), подставив в нее значения s_1 и s'_1 по формулам (IV. 250)

$$f' = -\frac{V_1 l}{(1-V_1)^2}. \quad (\text{IV. 251})$$

Далее для отрезков s_2 и s'_2 находим на основании формул (IV. 241):

$$\left. \begin{aligned} s_2 &= -s'_1 = \frac{V_1 l}{1 - V_1}; \\ s'_2 &= -s_1 = \frac{l}{1 - V_1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 252})$$

Пользуясь формулой (IV. 232), найдем затем величину Δ перемещения системы

$$\Delta = s_1 + s'_1 = -\frac{1 + V_1}{1 - V_1} l. \quad (\text{IV. 253})$$

При втором положении системы линейное увеличение V_2 определяется формулой (IV. 244).

На рис. IV. 36 подвижная система показана в положении A , а на рис. IV. 37 — в положении B .

Зрочки системы, которые должны тоже быть неподвижными, мы разместим во второй паре неподвижных сопряженных плоскостей. На основании формул (IV. 248) линейное увеличение $V_{c,1}$ в зрочках системы при ее первом положении будет

$$V_{c,1} = -\frac{1}{V_1}, \quad (\text{IV. 254})$$

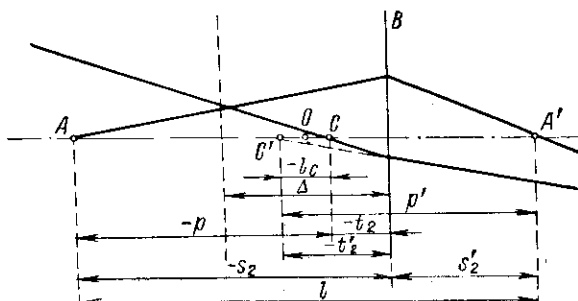


Рис. IV. 37

а при втором положении получим увеличение в зрочках $V_{c,2}$

$$V_{c,2} = -V_1. \quad (\text{IV. 255})$$

Отрезки t_1 и t'_1 , определяющие положение зрочков, найдутся при помощи формул:

$$\left. \begin{aligned} V_{c,1} &= \frac{t'_1}{t_1}; \\ \frac{1}{t'_1} - \frac{1}{t_1} &= \frac{1}{f'}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 256})$$

Таким образом, учитывая (IV. 254), получим:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= -(1 + V_1) f'; \\ t'_1 &= \frac{1 + V_1}{V_1} f'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 257})$$

На основании выражения (IV. 251) для f' находим окончательные выражения для отрезков t_1 и t'_1 при первом положении оптической системы:

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= V_1 \frac{1 + V_1}{(1 - V_1)^2} l; \\ t'_1 &= -\frac{1 + V_1}{(1 - V_1)^2} l. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 258})$$

После этого находятся также и отрезки t_2 и t'_2 при втором положении системы:

$$\left. \begin{aligned} t_2 &= -t'_1 = \frac{1 + V_1}{(1 - V_1)^2} l; \\ t'_2 &= -t_1 = -V_1 \frac{1 + V_1}{(1 - V_1)^2} l. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 259})$$

Определим теперь отрезок p , равный расстоянию от центра C входного зрачка (рис. IV. 36) до осевой точки A предмета; из чертежа следует

$$p = s_1 - t_1. \quad (\text{IV. 260})$$

Подставив сюда значения s_1 и t_1 из формул (IV. 250) и (IV. 258), получим для отрезка p выражение

$$p = -\frac{1 + V_1^2}{(1 - V_1)^2} l. \quad (\text{IV. 261})$$

Это выражение можно преобразовать следующим образом. Сначала вычитаем и прибавляем в числителе выражения (IV. 261) величину $2V_1$. Таким образом,

$$p = -\frac{(1 - V_1)^2 + 2V_1}{(1 - V_1)^2} l = -\left[l - \frac{2V_1 l}{(1 - V_1)^2} \right]. \quad (\text{IV. 262})$$

Отсюда, учитывая (IV. 251), получим окончательно

$$p = -(l - 2f'). \quad (\text{IV. 263})$$

Отрезок p' связан с отрезком p через продольное увеличение Q

$$p' = Qp = V_1 V_{c,1} p. \quad (\text{IV. 264})$$

Далее на основании формулы (IV. 284), находим простое выражение

$$p' = -p = l - 2f'. \quad (\text{IV. 265})$$

Наконец, отрезок $l_c = CC'$ получится по чертежу

$$l_c = t'_1 - t_1 = \frac{(1 + V_1)^2}{V_1} f' = -\left(\frac{1 + V_1}{1 - V_1}\right)^2 l. \quad (\text{IV. 266})$$

Рассмотрим некоторые выводы, которые могут быть сделаны на основании полученных здесь формул. Раньше всего следует заметить, что формулы, связывающие отрезки s_2 , s'_2 , t_2 и t'_2 с отрезками s_1 , s'_1 , t_1 и t'_1 , а также и отрезок p' с отрезком p , явно говорят о наличии симметрии между положениями A и B системы. Благодаря этому переход ее из одного положения в другое совершенно эквивалентен повороту всей системы на 180° вокруг оси, перпендикулярной к оптической оси и проходящей через точку O , делящую пополам отрезок $l = AA'$. В этом можно наглядно убедиться, рассматривая чертежи хода лучей (рис. IV. 36 и IV. 37).

Кроме того, следует заметить, что в зависимости от выбора знаков у двух заданных величин V и l возможно существование четырех типов систем для перемены увеличения при помощи перемещения компонента вдоль оптической оси.

Типы

Первый $V < 0; \quad l > 0;$

Второй $V > 0; \quad l < 0;$

Третий $V < 0; \quad l < 0;$

Четвертый $V > 0; \quad l > 0.$

Для расчета любого из этих типов служат выведенные здесь формулы:

$$s_1 = -\frac{l}{1 - V_1}; \quad s'_1 = V_1 s_1; \quad f' = \frac{s'_1}{1 - V_1};$$

$$s_2 = -s'_1; \quad s'_2 = -s_1; \quad \Delta = s_1 + s'_1;$$

$$V_2 = \frac{1}{V_1}; \quad V_{c,1} = -\frac{1}{V_1}; \quad V_{c,2} = -V_1;$$

$$t_1 = -(1 + V_1)f'; \quad t'_1 = -\frac{t_1}{V_1}; \quad t_2 = -t'_1; \quad t'_2 = -t_1;$$

$$p = -(l - 2f'); \quad p' = -p; \quad l_c = t'_1 - t_1.$$

По этим простым формулам легко можно рассчитать системы для перемены увеличения по любому из указанных четырех типов. В табл. IV. 2 для всех четырех вариантов даны исходные значения величин V_1 и l и результаты вычислений по приведенной

здесь сводке формул. На рис. IV. 38 показан ход крайнего и главного лучей во всех четырех рассчитанных вариантах при обоих положениях A и B системы. При положении A ход лучей показан сплошной линией, при положении B — штриховой.

Таблица IV. 2

Результаты численных расчетов четырех типов систем для скачкообразной перемены увеличения при помощи подвижного компонента

Величины	$V_1 < 0;$ $l > 0$	$V_1 > 0;$ $l < 0$	$V_1 < 0;$ $l < 0$	$V_1 > 0;$ $l > 0$
V_1	$-2\times$	$2\times$	$-2\times$	$2\times$
l	180,0	-20,0	-180,0	20,0
s_1	-60,0	-20,0	60,0	20,0
s_1'	120,0	-40,0	-120,0	40,0
f'	40,0	40,0	-40,0	-40,0
s_2	-120,0	40,0	120,0	-40,0
s_2'	60,0	20,0	-60,0	-20,0
Δ	60,0	-60,0	-60,0	60,0
V_2	$-0,5\times$	$0,5\times$	$-0,5\times$	$0,5\times$
$V_{c,1}$	$0,5\times$	$-0,5\times$	$0,5\times$	$-0,5\times$
$V_{c,2}$	$2\times$	$-2\times$	$2\times$	$-2\times$
t_1	40,0	-120,0	-40,0	120,0
t_1'	20,0	60,0	-20,0	-60,0
t_2	-20,0	-60,0	20,0	60,0
t_2'	-40,0	120,0	40,0	-120,0
p	-100,0	100,0	100,0	-100,0
p'	100,0	-100,0	-100,0	100,0
l_c	-20,0	180,0	20,0	-180,0

В типах первом и втором оптическая система собирающая: $f' > 0$. Второй тип отличается от первого тем, что в нем зрочки расположены на месте люков (предмета и изображения) первого типа и наоборот, о чем мы говорили выше (стр. 378).

В типах третьем и четвертом оптическая система рассеивающая: $f' < 0$. Эти типы также отличаются друг от друга обратным расположением зрочков и люков.

Типы первый и второй широко применяются в оптическом приборостроении. Тип первый, — это подвижная оборачивающая система. Точка A совпадает с задним фокусом F_1 объектива I ,

а точка A' — с передним фокусом F_4 окуляра IV (рис. IV. 39). Расстояние $F_1'F_4 = l$ предполагается известным. Если, кроме того, заданы большое и малое увеличения Γ_B и Γ_M зрительной трубы, то вследствие (IV. 109) можно написать

$$\Gamma_B = -V_1 \frac{f_1'}{f_4} \quad (\text{IV. 267})$$

и

$$\Gamma_M = -V_2 \frac{f_1'}{f_4} = -\frac{1}{V_1} \cdot \frac{f_1'}{f_4}. \quad (\text{IV. 268})$$

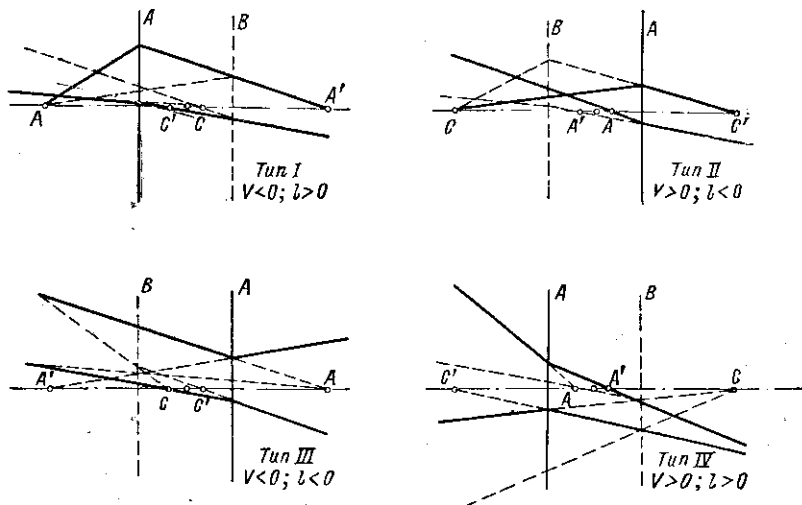


Рис. IV. 38

Из этих выражений находим

$$V_1 = \frac{(+)}{-} \sqrt{\frac{\Gamma_B}{\Gamma_M}}; \quad (\text{IV. 269})$$

$$\frac{f_1'}{f_4} = \frac{+}{(-)} V \sqrt{\Gamma_B \Gamma_M}. \quad (\text{IV. 270})$$

Формула (IV. 269) позволяет определить величину V_1 , необходимую для расчета по формулам, приведенным выше в сводке. Формула (IV. 270) дает возможность найти фокусное расстояние f_1 объектива, если выбрано фокусное расстояние f_4 окуляра.

Каким образом достигается то, что промежуточные изображения зрачков получаются именно в неподвижных точках C и C' оборачивающей системы? Это можно сделать при расчете силы коллектива по формуле (IV. 167). При этом задний отрезок t'_k

коллектива должен быть равен расстоянию $F_1'C$ от коллектива до входного зрачка подвижной оборачивающей системы. На основании формулы (IV. 263) имеем

$$t'_k = -p = l - 2f'_3. \quad (\text{IV. 271})$$

Поэтому угол β_3 , входящий в формулу (IV. 167), можно вычислить по формуле

$$\beta_3 = \frac{h_2}{t'_k}. \quad (\text{IV. 272})$$

Угол β_2 и высота главного луча h_2 на коллективе рассчитываются обычным способом. Такой расчет силы φ_2 коллектива обес-

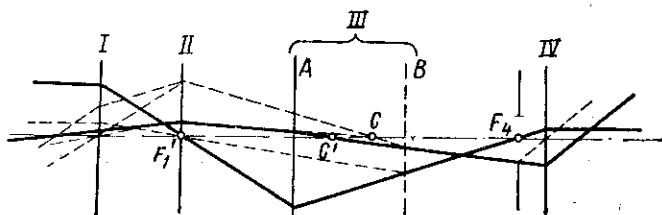


Рис. IV. 39

печивает прохождение главного луча наклонного пучка через неподвижную точку C оборачивающей системы.

Подвижная оборачивающая система обычно состоит из двух одинаковых и симметрично расположенных пар склеенных линз. Помня то положение, что перемещение этой системы равносильно ее повороту на 180° , следует сказать: симметричное строение этой системы дает уверенность, что при устранении aberrаций в одном положении они будут устранены и во втором.

Второй тип подвижной системы для перемены увеличения осуществляется в устройстве с перемещающимся коллективом. Такое устройство получило применение в перископах подводных лодок и в других случаях, где к габариту системы предъявляются очень высокие требования (малый диаметр линз и большая длина системы), так как устройство это помещается близко к началу трубы. В точках A и A' (рис. IV. 38, тип II) помещаются задний фокус F_1' объектива и передний фокус F_3 первой линзы оборачивающей системы; они лишь немного раздвинуты (на величину l) таким образом, что фокус F_3 находится впереди фокуса F_1' . В положении A коллектив находится на переднем отрезке первой линзы оборачивающей системы. При перемене увеличения он проходит через изображение предмета и в положении B помещается ближе к объективу.

Как видно из чертежа (рис. IV. 40), фокусное расстояние f'_1 объектива I должно быть несколько больше отрезка s_2 , чтобы подвижный коллектив II в его положении B не сталкивался с объективом. Центр входного зрачка всей системы C_{B3} сопряжен по ходу главного луча с неподвижной точкой C перемещающегося

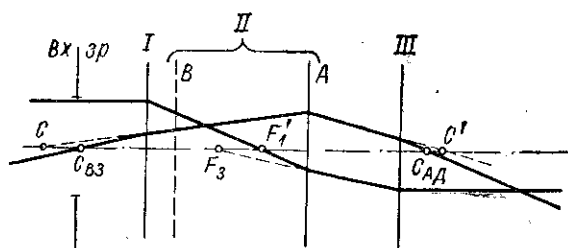


Рис. IV. 40

коллектива. Центр C_{AD} апертурной диафрагмы системы тоже сопряжен с точкой C' по ходу главного луча. После нескольких проб при практическом расчете системы без труда находятся оптимальные параметры рассчитываемой системы.

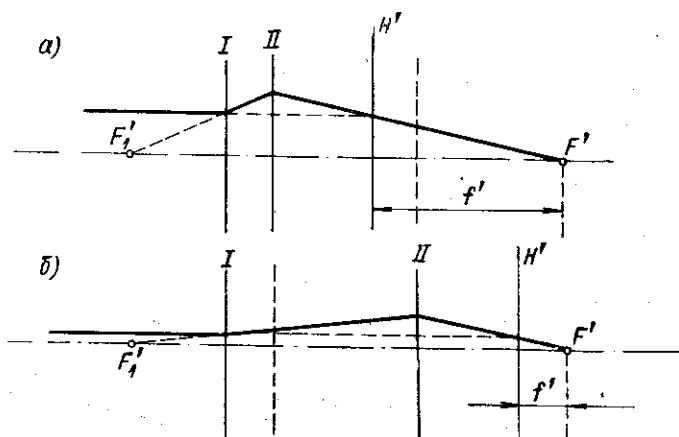


Рис. IV. 41

Типы третий и четвертый, в которых перемещающаяся линза отрицательная, в практику оптического приборостроения еще не внедрены, хотя и могут в некоторых случаях оказаться полезными.

Применяя подвижные линзы этих четырех типов, можно построить ряд разнообразных систем со скачкообразной переменной увеличением. Так, например, поставив перед подвижной линзой любого типа неподвижную линзу так, чтобы ее задний фокус совпадал с неподвижной точкой A , можно создать объектив для бесконечно далекого предмета, причем фокусное расстояние f'

объектива будет иметь два значения. Так, например, взяв в качестве неподвижного компонента отрицательную систему и соединив ее с подвижной системой первого типа, получим объектив типа перевернутого телеобъектива со скачкообразно меняющимся фокусным расстоянием (рис. IV. 41). Когда подвижный компонент находится в положении *A* (рис. IV. 41, *a*), фокусное расстояние f' объектива большое

$$f' = V_1 f'_1, \quad (\text{IV. 273})$$

где f'_1 — фокусное расстояние первого отрицательного компонента.

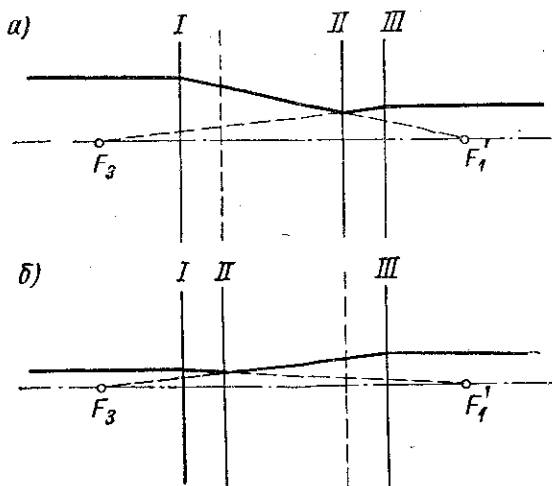


Рис. IV. 42

Если же подвижный компонент занимает положение *B* (рис. IV. 41, *б*), то фокусное расстояние объектива уменьшается в V_1^2 раза

$$f' = \frac{f'_1}{V_1}. \quad (\text{IV. 274})$$

Если к такому объективу, составленному из двух компонентов (причем задний фокус первого неподвижного компонента совпадает с неподвижной точкой *A* второго движущегося компонента), прибавить еще третий неподвижный компонент таким образом, чтобы его передний фокус совпадал с неподвижной точкой *A'* второго компонента, то получим телескопическую систему со скачкообразной переменной увеличением. Например, если неподвижные первый и третий компоненты положительные и равнофокусные, а второй подвижный компонент — третьего типа, получается телескопическая система с отрицательным подвижным компонентом (рис. IV. 42, *a* и *б*).

§ 88. Панкратики

Панкратики — оптические системы с плавным изменением увеличения в заданных пределах, дающие возможность остановиться на любом промежуточном значении увеличения. Во всех панкратических системах перемена увеличения производится перемещением их компонентов вдоль оптической оси, причем в отличие от систем скачкообразной перемены увеличения одновременно передвигаются не менее двух компонентов.

Почему нельзя осуществить панкратику с одним перемещающимся компонентом? Потому что при его перемещении меняется

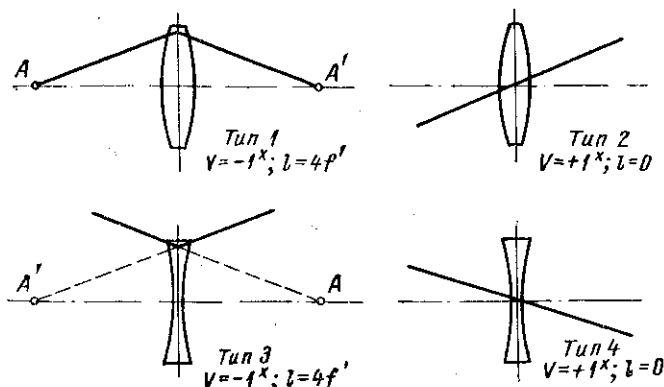


Рис. IV. 43

расстояние $l = AA'$ от предмета до изображения. В самом деле, из формулы (IV. 251) следует

$$l = - \frac{(1 - V)^2}{V} f'. \quad (\text{IV. 275})$$

При перемещении компонента происходит изменение линейного увеличения V , а потому изменяется и l в соответствии с формулой (IV. 275). При этом величина l имеет экстремальное значение (по абсолютной величине — минимальное) в двух случаях: при $V = -1\times$ и при $V = +1\times$. В первом случае формула (IV. 275) дает $l = 4f'$, во втором случае $l = 0$.

При перемещении системы первого и третьего типов линейное увеличение проходит через значение $V = -1\times$, а при перемещении системы второго и четвертого типов — через значение $V = +1\times$. Если представить себе все четыре системы в их среднем положении, в котором они не работают при скачкообразной перемене увеличения, то получим расположение, представленное на рис. IV. 43.

Таким образом, например, в случае системы первого типа изменение положения изображения при перемещении линзы

протекает так. Пусть линза вначале занимает положение A (см. линзу III на рис. IV. 39). Когда линза начинает перемещаться вправо, то расстояние l , равное вначале отрезку $F_1'F_4$, начинает уменьшаться. Вследствие этого изображение далекого предмета сдвинется от передней фокальной плоскости окуляра влево и станет для наблюдателя, смотрящего через окуляр, сначала нерезким, а затем совсем невидимым. Перемещение изображения от точки F_4 влево будет продолжаться, постепенно замедляясь, до тех пор, пока передний отрезок s линзы III не достигнет значения $s = -2f'$, а линейное увеличение V линзы не станет равным $-1\times$. В этот момент отрезок l достигает минимальной величины: $l = 4f'$. Поэтому при дальнейшем продвижении линзы III вправо

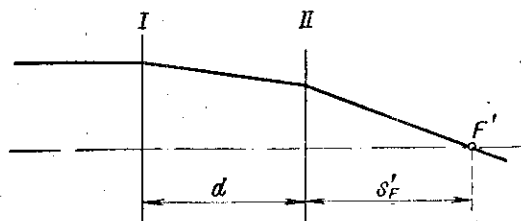


Рис. IV. 44

изображение начнет двигаться тоже вправо. А когда линза III дойдет до своего второго крайнего положения B , изображение вновь вернется в переднюю фокальную плоскость окуляра (у точки F_4) и станет снова отчетливо видимым для наблюдателя, смотрящего через окуляр. Эти соображения говорят о том, что для построения панкратической системы можно избрать два пути: либо компенсировать изменение расстояния l перемещением еще одного компонента системы, либо сделать отрезок l постоянным, для чего потребуется сделать переменным фокусное расстояние движущейся системы. Для этого ее придется составить из двух компонентов с переменным расстоянием между ними. И в том, и в другом случае мы будем иметь дело с двумя движущимися компонентами.

Рассмотрим устройство панкратического объектива, работающего при бесконечно удаленном предмете и состоящего из двух подвижных компонентов (рис. IV. 44). В зависимости от знака сил φ_1 и φ_2 этих компонентов возможны три варианта положительного объектива:

- 1) $\varphi_1 > 0$; $\varphi_2 > 0$;
- 2) $\varphi_1 > 0$; $\varphi_2 < 0$;
- 3) $\varphi_1 < 0$; $\varphi_2 > 0$.

Вариант из двух отрицательных компонентов не дает возможности построить положительный объектив.

Выражение для силы объектива из двух компонентов имеет вид

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d. \quad (\text{IV. 276})$$

Рассматривая первый вариант, будем считать силы φ_1 и φ_2 , а также расстояние d между компонентами положительными. Поэтому из формулы (IV. 276) вытекает, что с увеличением расстояния d сила φ уменьшается. Таким образом, при наименьшем d сила φ будет максимальной и наоборот:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{\max} &= \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d_{\min}; \\ \varphi_{\min} &= \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d_{\max}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 277})$$

Расстояние $d_{\min}$ легко выбрать, сделав его таким, чтобы поместились, не сталкиваясь, оправы обоих компонентов. Труднее выбрать удачно расстояние $d_{\max}$. Поэтому может возникнуть необходимость изменить $d_{\max}$, для чего потребуются выполнить расчет заново. Будем теперь считать, что конструктору заданы значения $\varphi_{\min}$ и $\varphi_{\max}$ и что он выбрал по конструктивным соображениям величины $d_{\min}$ и $d_{\max}$. Тогда из уравнений (IV. 277) можно найти φ_1 и φ_2 . Для этого помножим первое из этих уравнений на $d_{\max}$, а второе — на $d_{\min}$ и возьмем их разность, чтобы исключить последние слагаемые правой части. Таким образом, получим

$$p = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\varphi_{\max} d_{\max} - \varphi_{\min} d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}}. \quad (\text{IV. 278})$$

Далее определим просто разность уравнений (IV. 277), исключая при этом два первых слагаемых правой части. Отсюда найдем

$$q = \varphi_1 \varphi_2 = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}}. \quad (\text{IV. 279})$$

Величины p и q , находимые по формулам (IV. 278) и (IV. 279), можно рассматривать как коэффициенты квадратного уравнения

$$x^2 - px + q = 0, \quad (\text{IV. 280})$$

причем корни этого уравнения — искомые величины φ_1 и φ_2 .

При этом получаем сразу два варианта объектива. Пусть x_1 — корень уравнения (IV. 280), получаемый при знаке плюс перед квадратным корнем, а x_2 — второй корень при знаке минус. Тогда в первом варианте будем иметь

$$\varphi_1 = x_1; \quad \varphi_2 = x_2,$$

а во втором варианте

$$\varphi_1 = x_2; \quad \varphi_2 = x_1.$$

Это происходит потому, что исходное выражение (IV. 276) симметрично относительно φ_1 и φ_2 . Их можно поменять местами, не изменив величины φ .

Однако оба варианта имеют различные задние фокальные отрезки s_F , так как выражение

$$s_F' = \frac{1 - \varphi_1 d}{\varphi} \quad (\text{IV. 281})$$

несимметрично относительно φ_1 и φ_2 . При практическом решении данной задачи следует обращать внимание на отрезок s_F , потому что нередко бывает, что при некоторых значениях d отрезок s_F становится отрицательным. Если в задней фокальной плоскости должны находиться какие-либо устройства (например, коллектив, сетка, экран зоба или телевизора, фотопленка), то решение с отрицательным s_F следует отбросить как негодное.

Когда выбран определенный вариант рассчитываемой системы и тем самым найдены силы компонентов φ_1 и φ_2 , следует выбрать ряд значений силы φ объектива от $\varphi_{\min}$ до $\varphi_{\max}$ и для каждого значения φ определить d при помощи выражения

$$d = \frac{p - \varphi}{q}, \quad (\text{IV. 282})$$

получаемого из формулы (IV. 276), а затем s_F по формуле (IV. 281).

Пусть фокусное расстояние объектива должно, например, меняться в пределах от 50 до 100 мм. Тогда имеем: $\varphi_{\max} = 0,02$; $\varphi_{\min} = 0,01$. Пусть далее конструктор выбрал $d_{\min} = 10$ мм и $d_{\max} = 110$ мм. По формулам (IV. 278) и (IV. 279) найдем: $p = 0,0210$; $q = 0,0001$. Решая квадратное уравнение (IV. 280), получим два корня: $x_1 = 0,0137$ и $x_2 = 0,0073$. Имеем, таким образом, два варианта объектива.

1 - й вариант

$\varphi_1 = 0,0137$; $\varphi_2 = 0,0073$; $f_1' = 73,1$ мм; $f_2' = 137,0$ мм; s_F (при $d_{\min}$) = 43,2 мм; s_F (при $d_{\max}$) = -50,7 мм. Отрицательный отрезок s_F делает этот вариант во многих случаях практически непригодным.

2 - й вариант

$\varphi_1 = 0,0073$; $\varphi_2 = 0,0137$; $f_1' = 137,0$ мм; $f_2' = 73,1$ мм; s_F (при $d_{\min}$) = 46,4 мм; s_F (при $d_{\max}$) = 19,7 мм. Этот вариант практически вполне удобен.

Коррекция аберраций в таком панкратическом объективе при разных значениях силы объектива — очень трудная, а иногда и невыполнимая задача. Кроме того, в таком объективе невозможно достичь неподвижности зрачков или получить хотя бы небольшие их перемещения.

Как в отношении исправления аберраций, так и в отношении получения малых перемещений зрачков несравненно более благоприятны панкратические объективы, построенные на основе применения изложенного выше учения о четырех типах подвижных компонентов.

Двухкомпонентный панкратический объектив (рис. IV. 41) может быть построен по типу объектива со скачкообразной переменной увеличением (фокусного расстояния). Первый компонент — рассеивающий, второй — подвижный, первого типа. В отличие от объектива со скачкообразным изменением увеличения, в панкратическом объективе расстояние $l = F_1 F'$ не остается постоянным, изменяясь при перемене увеличения V второго компонента согласно формуле (IV. 275). Поэтому, считая, что точка F' должна быть неподвижной, точка F'_1 , а вместе с ней и первый компонент должны перемещаться. Но перемещение это невелико. Оно происходит следующим образом. Когда второй компонент начинает свое движение из положения A направо, первый компонент тоже движется направо, но замедленно. Когда увеличение второго компонента достигает значения -1 , движение первого компонента прекращается. При дальнейшем продвижении компонента направо первый компонент начинает ускоренное движение налево и возвращается в исходное положение, когда второй компонент достигнет положения B .

Мы рассмотрим здесь вариант, в котором фокусные расстояния компонентов равны по абсолютной величине и обратны по знаку:

$$f'_1 = -f'_2. \quad (\text{IV. 283})$$

Пусть конструктору заданы наибольшее и наименьшее значения f'_L и f'_M фокусного расстояния f' объектива. Тогда получим

$$\left. \begin{aligned} f'_B &= V_1 f'_1 = -V_1 f'_2; \\ f'_M &= \frac{f'_1}{V_1} = -\frac{f'_2}{V_1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 284})$$

Здесь V_1 — наибольшее по абсолютной величине значение линейного увеличения V второго компонента.

Решая выражения (IV. 284) относительно f'_2 и V_1 , найдем расчетные формулы:

$$\left. \begin{aligned} f'_2 &= (\pm) \sqrt{f'_B f'_M}; \\ V_1 &= \frac{(\pm)}{-} \sqrt{\frac{f'_B}{f'_M}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 285})$$

На рис. IV. 45 компонент II показан в одном из промежуточных положений и введены принятые в следующем расчете

обозначения различных отрезков. Задний фокальный отрезок s'_F рассчитываемого объектива является в то же время задним отрезком s'_2 второго компонента и определяется по формуле

$$s'_F = s'_2 = (1 - V) f'_2. \quad (\text{IV. 286})$$

Передний отрезок s_2 второго компонента

$$s_2 = \frac{s'_2}{V} = \frac{1 - V}{V} f'_2. \quad (\text{IV. 287})$$

По чертежу находим

$$d = f'_1 - s_2. \quad (\text{IV. 288})$$

Отсюда на основании выражений (IV. 283) и (IV. 287) получаем после упрощения

$$d = -\frac{f'_2}{V}. \quad (\text{IV. 289})$$

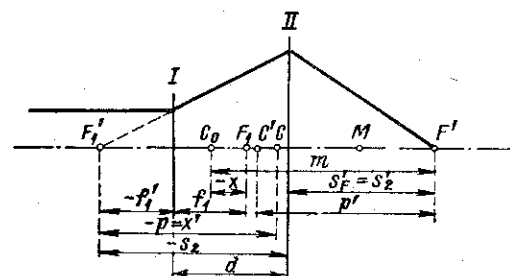


Рис. IV. 45

Из (IV. 286) найдем отрезок $s'_F - f'_2$

$$s'_F - f'_2 = -V f'_2. \quad (\text{IV. 290})$$

Простые выражения (IV. 289) и (IV. 290) представляют для конструктора особый интерес. Дело в том, что произведение отрезков $(s'_F - f'_2)$ и d есть величина постоянная:

$$(s'_F - f'_2) d = f'^2_2 = \text{const.} \quad (\text{IV. 291})$$

Это позволяет осуществить рычажный инверсорный механизм перемещения компонентов, о чем мы скажем подробнее ниже. Отрезок $s'_F - f'_2$ — расстояние от задней главной точки второго компонента до неподвижной точки M , удаленной от заднего фокуса объектива F' на расстояние $MF' = f'_2$.

Центры зрачков C и C' второго компонента не являются теперь совершенно неподвижными. При этом точка C' служит в то же время центром выходного зрачка всей системы объектива. Положение точки C' определяется отрезком p' от этой точки до неподвижного заднего фокуса F' объектива. Вследствие выражения (IV. 265), учитывая формулу (IV. 275), найдем

$$p' = -\frac{1 + V^2}{V} f'_2. \quad (\text{IV. 292})$$

Отрезок p , считаемый от центра входного зрачка C второго компонента до точки F'_1 , находится по формуле

$$p = -p'. \quad (\text{IV. 293})$$

Центр C_0 входного зрачка всего объектива представляет собой изображение точки C в обратном ходе лучей через первый компонент. Поэтому расстояние $F'C$ можно рассматривать как отрезок x' (от заднего фокуса до изображения):

$$x' = -p = p' = -\frac{1+V^2}{V} f'_2. \quad (\text{IV. 294})$$

Тогда положение центра C_0 входного зрачка объектива определится при помощи отрезка x , считаемого от переднего фокуса F_1 первого компонента до точки C_0 . Отрезки x и x' связаны между собой известной формулой Ньютона

$$x = -\frac{f_1'^2}{x'} = -\frac{f_2'^2}{x'}. \quad (\text{IV. 295})$$

Вследствие (IV. 294) отсюда находим

$$x = \frac{V f_2'}{1+V^2}. \quad (\text{IV. 296})$$

Но отрезок x определяет положение входного зрачка системы относительно точки F_1 , которая сама подвижна. Поэтому определим еще отрезок m от точки C_0 до неподвижной точки F' по чертежу (рис. IV. 45):

$$m = -x - f'_2 + d + s'_F. \quad (\text{IV. 297})$$

Подставив сюда найденные выше значения величин x , d и s'_F , получим после упрощения

$$m = -\left(\frac{V}{1+V^2} + \frac{1+V^2}{V}\right) f'_2. \quad (\text{IV. 298})$$

Эквивалентное фокусное расстояние f' панкратического объектива вычисляется по формуле

$$f' = -V f'_2. \quad (\text{IV. 299})$$

Поэтому получим вместо (IV. 286)

$$s'_F = f' + f'_2. \quad (\text{IV. 300})$$

Введем еще вспомогательные величины:

$$\left. \begin{aligned} k &= -\frac{1+V^2}{V} \\ \text{и} \\ z &= \frac{f'_2}{k} \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 301})$$

Тогда получим вместо (IV. 292)

$$p' = k f'_2 \quad (\text{IV. 302})$$

и вместо (IV. 298)

$$m = p' + z. \quad (\text{IV. 303})$$

Пусть для примера даны: $f'_B = 100,0$ мм; $f'_M = 25,0$ мм. Тогда по формулам (IV. 284) и (IV. 285) находим: $f'_1 = -50,0$ мм; $f'_2 = 50,0$ мм; $V_1 = 2^\times$. Дальнейший расчет выполняется для ряда промежуточных значений увеличения V от V_1 до $1/V_1$. В приводимой ниже табл. IV. 3 расчет выполнен для пяти значений V : -2 ; $-\frac{3}{2}$; -1 ; $-\frac{2}{3}$ и $-\frac{1}{2}$. В первом столбце таблицы приведены расчетные формулы.

Таблица IV. 3
Значения параметров двухкомпонентного панкратического
объектива $f'_B = 100,0$ мм; $f'_M = 25,0$ мм;
 $f'_2 = -f'_1 = 50,0$ мм

V	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$
$f' = Vf'_2$	100,00	75,00	50,00	33,33	25,00
$s'_F = f' + f'_2$	150,00	125,00	100,00	83,33	75,00
$d = -\frac{f'_2}{V}$	25,00	33,33	50,00	75,00	100,00
$d + s'_F$	175,00	158,33	150,00	158,33	175,00
$k = -\frac{1+V^2}{V}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{13}{6}$	2	$\frac{13}{6}$	$\frac{5}{2}$
$p' = kf'_2$	125,00	108,33	100,00	108,33	125,00
$z = \frac{f'_2}{k}$	20,00	23,08	25,00	23,08	20,00
$m = p' + z$	145,00	131,41	125,00	131,41	145,00

Перемещение первого компонента характеризуется изменением отрезка $d + s'_F$. Как видно из таблицы, это перемещение сравнительно невелико. Изменение отрезков p' и m характеризует перемещение выходного и входного зрачков. Оно также невелико и происходит в обоих зрачках в одном направлении. Поэтому если сделать один из зрачков неподвижным, то перемещение второго будет совсем малым.

Рассчитанная система благоприятствует и хорошей коррекции аберраций. Первый компонент, несмотря на его перемещение,

работает при постоянном положении предмета и изображения: предмет — на бесконечности, изображение — в задней фокальной плоскости. Если второй компонент будет выполнен симметричным и при некотором линейном увеличении V будет достигнута хорошая коррекция aberrаций, то она будет иметь место и при увеличении $1/V$. Поэтому можно ожидать, что и при промежуточных значениях V коррекция нарушится не сильно. Условие $f'_1 = -f'_2$ позволяет устранить кривизну Пецваля, что тоже способствует хорошей коррекции aberrаций.

Мы рассмотрим второй способ создания панкратической системы, когда длина l , считаемая от осевой точки предмета до осевой точки изображения остается постоянной, а сила подвижной

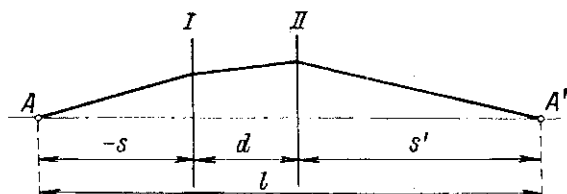


Рис. IV. 46

системы меняется. Для этого подвижную систему следует составить из двух компонентов; тогда изменение силы всей подвижной системы можно производить, меняя расстояние d между ее компонентами. По этому способу рассчитываются широко распространенные панкратические оборачивающие системы.

Пусть у точки A (рис. IV. 46) находится изображение далекого предмета, создаваемое объективной частью зрительной трубы, а у точки A' — передняя фокальная плоскость окулярной части трубы. Если, кроме того, φ_1 и φ_2 — силы компонентов панкратической оборачивающей системы, V — ее линейное увеличение при данном положении компонентов, тогда отрезки s и s' этой системы могут быть выражены формулами (I. 199)

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{1}{\varphi} \left(\frac{1}{V} - 1 + \varphi_2 d \right); \\ s' &= \frac{1}{\varphi} (1 - V - \varphi_1 d), \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 304})$$

где сила φ всей системы определяется формулой

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_1 \varphi_2 d. \quad (\text{IV. 305})$$

По чертежу находим выражение для длины l

$$l = -s + d + s'. \quad (\text{IV. 306})$$

Подставив сюда значения s и s' из формул (IV. 304) и пользуясь выражением (IV. 305), получим после ряда упрощающих преобразований

$$(\varphi_1 + \varphi_2) l - \varphi_1 \varphi_2 l d + \varphi_1 \varphi_2 d^2 + \frac{(1-V)^2}{V} = 0. \quad (\text{IV. 307})$$

Наконец, перейдя от сил φ_1 и φ_2 к фокусным расстояниям f_1 и f_2 компонентов, найдем для определения величины d квадратное уравнение

$$d^2 - l d + (f_1' + f_2') l + \frac{(1-V)^2}{V} f_1' f_2' = 0. \quad (\text{IV. 308})$$

Решив его, получим формулу для d

$$d = \frac{1}{2} l \pm \sqrt{\frac{1}{4} l^2 - (f_1' + f_2') l - \frac{(1-V)^2}{V} f_1' f_2'}. \quad (\text{IV. 309})$$

Если известны l , f_1' и f_2' , то для любого значения увеличения V в рабочем интервале системы по формуле (IV. 309) определяется расстояние d между компонентами. После этого, определив предельно φ по формуле (IV. 305), можно найти отрезки s и s' по формулам (IV. 304). Формула (IV. 306) послужит для контроля правильности вычислений.

Нужно, однако, заметить, что такой общий способ расчета панкратической оборачивающей системы не гарантирует ни малой подвижности зрачков, ни хорошего качества изображения. И то и другое обеспечивается, если ввести условие симметрии, аналогичное оборачивающей системе скачкообразной перемены увеличения. Поэтому мы будем считать, во-первых, что линейное увеличение системы меняется плавно в пределах от некоторого значения V_1 до значения $1/V_1$ и, во-вторых, что $\varphi_2 = \varphi_1$ и $f_2' = f_1'$. Тогда формула (IV. 309) получает упрощенный вид

$$d = \frac{1}{2} l \pm \sqrt{\frac{1}{4} l^2 - 2 f_1' l - \frac{(1-V)^2}{V} f_1'^2}. \quad (\text{IV. 310})$$

Здесь нужно обратить внимание на то обстоятельство, что линейное увеличение V входит в эту формулу только в виде дроби $(1-V)^2/V$. При изменении V меняется только эта дробь. Но легко можно убедиться в том, что дробь эта обладает любопытным свойством: при замене V на $1/V$ она не меняет численной величины. Поэтому при таком переходе и величина d остается неизменной. Но этот переход как раз и соответствует двум симметричным положениям оборачивающей системы.

При $V = -1$ квадратный корень в выражении (IV. 310) извлекается, и мы находим

$$d_{\max} = \frac{1}{2} l \pm \frac{1}{2} (l - 4 f_1').$$

Правильный результат дает только знак плюс

$$d_{\max} = l - 2f_1'. \quad (\text{IV. 311})$$

В этом случае предмет совпадает с передним фокусом первого компонента, изображение — с задним фокусом второго компонента, а между компонентами — параллельный ход лучей. При увеличении $V = -1$ величина d имеет максимальное значение. Минимальное d получается в случае, когда V имеет наибольшее (по абсолютной величине) значение V_1 . Из уравнения (IV. 308) получим в этом случае

$$\frac{(1 - V_1)^2}{V_1} f_2'^2 + 2f_1' - (l - d_{\min}) d_{\min} = 0. \quad (\text{IV. 312})$$

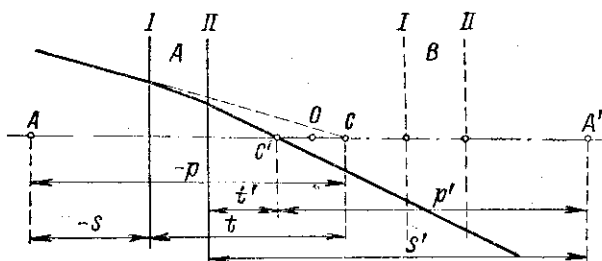


Рис. IV. 47

Предположим, что длина l оборачивающей системы нам дана. Величину V_1 можно определить пользуясь формулой (IV. 269), выведенной для скачкообразной перемены увеличения, но справедливой, очевидно, и в нашем случае. Наконец, величину $d_{\min}$ можно выбрать по конструктивным соображениям, делая ее по возможности меньше, но все же такой, чтобы не сталкивались оправы компонентов рассчитываемой системы. Тогда можно использовать квадратное уравнение (IV. 312) для определения фокусного расстояния f_1' каждого компонента. Далее по формулам (IV. 310), (IV. 305), (IV. 304) и (IV. 306) определяются все параметры системы при ряде значений увеличения V , как уже было сказано выше.

Мы, конечно, не можем в этой системе достичь полной неподвижности зрачков, но можем сделать их перемещение сравнительно малым. На чертеже (рис. IV. 47) показаны компоненты I и II в положении A (при увеличении V) и ход главного луча, проходящего через центры C и C' зрачков. Для того чтобы после перехода компонентов I и II в положение B (при увеличении $1/V$) центры C и C' остались на своих местах, они должны располагаться симметрично относительно точки O, делящей отрезок AA' пополам. Это утверждение можно сделать на основании того соображения,

что перемещение линз *I* и *II* из положения *A* в положение *B* эквивалентно повороту всей системы на 180° вокруг оси, прбходящей через точку *O*. Поэтому условием такой относительной неподвижности зрачков может служить выражение

$$p' = -p. \quad (\text{IV. 313})$$

Отсюда следует для продольного увеличения *Q*

$$Q = \frac{p'}{p} = -1 = VV_c. \quad (\text{IV. 314})$$

Здесь V_c — линейное увеличение в зрачках. Отсюда находим

$$V_c = -\frac{1}{V}. \quad (\text{IV. 315})$$

По формулам (IV. 304) мы можем написать выражения для отрезков *t* и *t'*, определяющих положение зрачков:

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{1}{\Phi} \left(\frac{1}{V_c} - 1 + \Phi_1 d \right); \\ t' &= \frac{1}{\Phi} (1 - V_c - \Phi_1 d). \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 316})$$

Здесь учтено условие $\Phi_2 = \Phi_1$. Вследствие (IV. 315) получим из (IV. 316)

$$\left. \begin{aligned} t &= -\frac{1}{\Phi} \left(1 + V - \Phi_1 d \right); \\ t' &= \frac{1}{\Phi} \left(1 + \frac{1}{V} - \Phi_1 d \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 317})$$

Эти формулы позволяют определить положение зрачков при каждом увеличении. Но чтобы судить о величине перемещения зрачков, нужно определить их положение относительно неподвижных точек *A* и *A'*, т. е. найти отрезки *p* и *p'*. По чертежу имеем

$$\left. \begin{aligned} p &= s - t; \\ p' &= s' - t'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 318})$$

Применив формулы (IV. 304) и (IV. 317), получим

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{1 + V^2}{V\Phi}; \\ p' &= -\frac{1 + V^2}{V\Phi} = -p. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 319})$$

Следует заметить, что при $V = -1$ дробь $(1 + V^2)/V$ имеет минимальное (по абсолютной величине) значение, равное -2 ; но при этом условии и сила Φ панкратической системы тоже должна быть минимальной. Уже из этих соображений видно, что отрезки *p* и *p'* меняются незначительно.

Мы рассмотрим здесь группу панкратических систем, которые, вероятно, получат в будущем широкое применение, так как в них перемещение линз может быть осуществлено без применения кулисных или кулачковых механизмов, криволинейные направляющие которых требуют высокой точности изготовления. В этой группе панкратик, которую мы назовем инверсорными панкратиками, перемещение линз может производиться при помощи простого рычажного механизма, применяемого в устройствах, называемых инверсорами. Инверсоры применяются в увеличителях и аэросъемочных трансформаторах для автоматического сопряжения плоскости негатива и светочувствительной бумаги.

Инверсорные панкратики отличаются выполнением двух условий: во-первых, неподвижные плоскости предмета и изображения совпадают, а во-вторых, силы обоих подвижных компонентов равны по абсолютной величине и обратны по знаку. Эти условия математически формулируются так:

$$\left. \begin{aligned} l &= 0; \\ f'_1 + f'_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 320})$$

При этих условиях находим из формул (IV. 310), (IV. 305) и (IV. 304):

$$d = \pm \frac{1-V}{\sqrt{V}} f'_2. \quad (\text{IV. 321})$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_2^2 d; \\ s &= f' \left(\frac{1-V}{V} + \frac{d}{f'_2} \right); \\ s' &= f' \left(1 - V + \frac{d}{f'_2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 322})$$

Вследствие (IV. 321) получим из первого выражения (IV. 322), переходя от сил к фокусным расстояниям,

$$f' = \pm \frac{\sqrt{V}}{1-V} f'_2.$$

Пользуясь этим выражением и формулой (IV. 321), найдем вместо выражений (IV. 322) после ряда упрощающих преобразований:

$$\left. \begin{aligned} s &= \left(1 \pm \frac{\sqrt{V}}{V} \right) f'_2; \\ s' &= (1 \pm \sqrt{V}) f'_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 323})$$

Введем еще вспомогательные отрезки z и z' , определяемые выражениями:

$$\left. \begin{aligned} z &= s - f'_2; \\ z' &= s' - f'_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 324})$$

На основании формул (IV. 323) получим

$$\left. \begin{aligned} z &= \pm \frac{f'_2}{\sqrt{V}}; \\ z' &= \pm f'_2 \sqrt{V}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 325})$$

Эти отрезки z и z' интересны тем, что их произведение постоянно, т. е. не зависит от увеличения V системы:

$$zz' = f'^2_2.$$

Это свойство отрезков z и z' дает возможность применить для перемещения линз панкратики инверсорный механизм.

При рассмотрении выведенных здесь формул обнаруживаются некоторые специфические особенности рассматриваемых панкратик. Двойной знак в этих формулах говорит о том, что возможны два типа инверсорных панкратик. Далее во избежание мнимых и комплексных выражений линейное увеличение должно быть положительным: $V > 0$.

При знаке плюс перед корнем получаем формулы для первого типа:

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{1-V}{\sqrt{V}} f'_2; \\ s &= \left(1 + \frac{\sqrt{V}}{V}\right) f'_2; \\ s' &= (1 + \sqrt{V}) f'_2; \\ z &= \frac{f'_2}{\sqrt{V}}; \\ z' &= f'_2 \sqrt{V}; \\ zz' &= f'^2_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 326})$$

Имея в виду, что расстояние d между линзами панкратики должно быть обязательно положительным ($d \geq 0$), мы можем на основании первой формулы этой сводки разбить первый тип инверсорной панкратики на два варианта. Первый вариант: $0 < V \leq 1$; $f'_2 > 0$; $f'_1 < 0$. Второй вариант: $V \geq 1$; $f'_2 < 0$; $f'_1 > 0$. Однако легко можно обнаружить, что панкратика по второму варианту пред-

ставляет собой перевернутую на 180° панкратику по первому варианту. При $V = 1^\times$ имеем: $d = 0$; $s = s' = 2f'_2$; $z = z' = f'_2$. При $V = \frac{1}{4}^\times$ (первый вариант): $d = 1,5f'_2$; $s = 3f'_2$; $s' = 1,5f'_2$; $z = 2f'_2$; $z' = 0,5f'_2$. При $V = 4^\times$ (второй вариант): $d = -1,5f'_2$; $s = 1,5f'_2$; $s' = 3f'_2$; $z = 0,5f'_2$; $z' = 2f'_2$ (в этом варианте $f'_2 < 0$). На чертежах (рис. IV. 48, а и б) представлены схемы обоих вариантов первого типа инверсорной панкратики. На чертежах показано также (пунктиром) положение совмещенных главных плоскостей компонентов I и II при увеличении $V = 1^\times$. При изменении увеличения компоненты расходятся от совмещенного положения в разные стороны, но на неравные отрезки: отрицательный компонент движется быстрее положительного. Чертежи подтверждают, что второй вариант дает ту же оптическую систему, что и первый вариант, но повернутую на 180° . Положение точки M определяется формулой: $MA = f'_2$.

Если взять в выведенных выше общих формулах знак минус перед квадратным корнем, то получатся формулы для инверсорной панкратики второго типа:

$$\left. \begin{aligned} d &= -\frac{1-V}{\sqrt{V}} f'_2; \\ s &= \left(1 - \frac{V}{\sqrt{V}}\right) f'_2; \\ s' &= (1 - \sqrt{V}) f'_2; \\ z &= -\frac{f'_2}{\sqrt{V}}; \\ z' &= -f'_2 \sqrt{V}; \\ zz' &= f'^2_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 327})$$

В силу того что $d \geq 0$ и $V > 0$, мы и во втором типе инверсорной панкратики должны наметить два варианта. Первый вариант: $0 < V \leq 1$; $f'_2 < 0$; $f'_1 > 0$. Второй вариант: $V \geq 1$; $f'_2 > 0$; $f'_1 < 0$. И здесь можно установить, что панкратика по второму варианту идентична панкратике по первому варианту, но только перевернута на 180° .

При $V_1 = 1^\times$ получаем по формулам (IV. 327): $d = 0$; $s = s' = 0$; $z = z' = -f'_2$. При $V = \frac{1}{4}^\times$ (первый вариант, $f'_2 < 0$): $d = -1,5f'_2$; $s = -f'_2$; $s' = 0,5f'_2$; $z = -2f'_2$; $z' = -0,5f'_2$. При $V = 4^\times$ (второй вариант, $f'_2 > 0$): $d = 1,5f'_2$; $s = 0,5f'_2$; $s' = -f'_2$; $z = -0,5f'_2$; $z' = -2f'_2$. На рис. IV. 48, в и г приведены схемы обоих вариантов второго типа. От первого типа он

отличается тем, что при $V = 1\times$ совпадающие главные плоскости компонентов I и II (показаны штрихами) в то же время проходят и через совмещенные неподвижные точки A и A' ; в первом типе инверсорной панкратики между главными плоскостями компонентов (при $V = 1\times$), с одной стороны, и точками A и A' , с другой, имеется расстояние, равное $2f_2$. В первом типе одна из точек A и A' — мнимая, другая — действительная. Во втором типе обе точки A и A' мнимые.

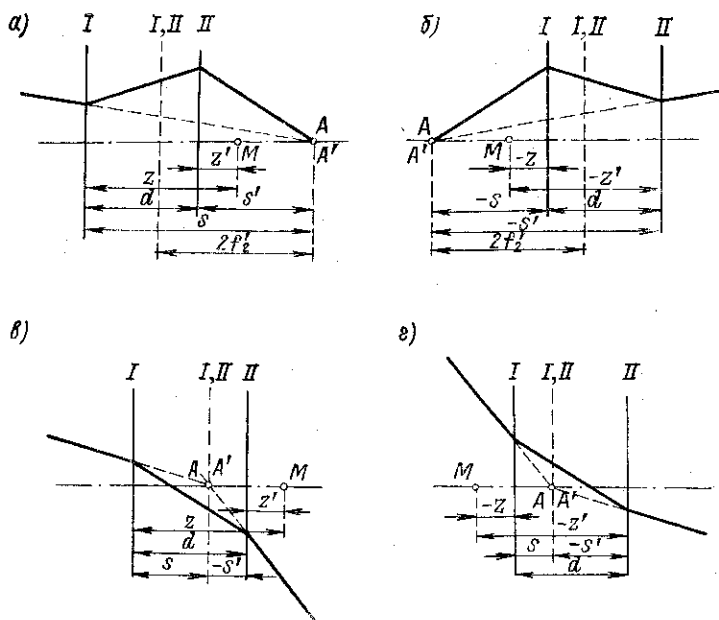


Рис. IV. 48

При изменении увеличения, начиная от $V = 1\times$, компоненты расходятся в разные стороны, так что точки A и A' всегда лежат между компонентами. При этом в отличие от первого типа положительный компонент движется быстрее отрицательного. Во втором варианте второго типа имеется такая же оптическая система, как в первом варианте, но повернутая на 180° .

Для обеспечения наименьшей подвижности зрачков можно предложить такой прием: в панкратике первого типа ход главного луча должен соответствовать ходу предметного луча в панкратике второго типа и наоборот. Так, например, если взят первый вариант первого типа (отрицательный компонент впереди), то положение центров зрачков должно быть таким, как положение точек A и A' во втором варианте второго типа (тоже отрицательный компонент впереди). При этом, однако, нельзя достичь строгой

неподвижности зрачков, так как закон движения компонентов этого не обеспечивает. Например, в первом варианте первого типа панкратики первый (отрицательный) компонент движется быстрее второго, в то время как для неподвижности зрачков по второму варианту второго типа быстрее должен двигаться второй (положительный) компонент.

Сравнивая оба типа инверсоров панкратик, следует еще обратить внимание на то, что во втором типе отрезки s и s' значительно короче, чем в первом, а следовательно, компоненты ближе к изображению. Вследствие этого во втором типе абберации компонентов оказывают менее сильное влияние на качество изображения. Это позволяет в некоторых случаях применять в качестве компонентов простые несклеенные линзы, чего нельзя делать в первом типе.

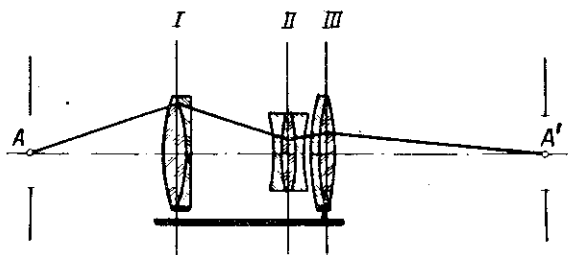


Рис. IV. 49

В последнее время в микроскопах стали применять панкратические устройства, которые можно назвать *неточными панкратиками*. Они отличаются необычайно простым механизмом перемещения линз, но зато расстояние $l = AA'$ между предметом и изображением при разных увеличениях не остается строго постоянным. Обычно l имеет постоянное значение при трех значениях линейного увеличения: двух крайних значениях (V_1 и $V_3 = 1/V_1$) и среднем значении ($V_2 = \pm 1$). При промежуточных значениях увеличения изображение немного смещается вдоль оптической оси. Такую панкратику помещают в ходе лучей за объективом микроскопа, где апертура пучков лучей весьма мала, а глубина резкости, наоборот, значительна. Поэтому смещающееся изображение после панкратики не выходит из пределов глубины резкости.

Неточная панкратика состоит из трех компонентов (рис. IV. 49), причем средний компонент неподвижен, а оба крайних идентичных и симметрично расположенных компонента перемещаются вместе вдоль оси, будучи жестко связаны друг с другом. Пользуясь учением о четырех типах подвижных систем, можно комбинировать неточные панкратики различного устройства. Мы рассмотрим здесь систему, в которой первый и третий компоненты — первого типа, а второй — третьего. Линейное

увеличение системы меняется в пределах $-\frac{1}{4}^{\times}$ до $-4^{\times}$. Если выразить все размеры системы через фокусное расстояние первого компонента f_1 , то данные системы таковы: $f_2 = -\frac{1}{3}f_1$; $l = AA' = 7f_1$. Постоянное расстояние между движущимися компонентами I и III: $2f_1$. При увеличении $V = -4^{\times}$: $s_1 = -2f_1$; $d_1 = 1,5f_1$; $d_2 = 0,5f_1$; $s_3 = 3f_1$. Увеличения компонентов: $V_1 = -1^{\times}$; $V_2 = -2^{\times}$; $V_3 = -2^{\times}$. При увеличении $V = -1^{\times}$: $s_1 = -2,5f_1$;

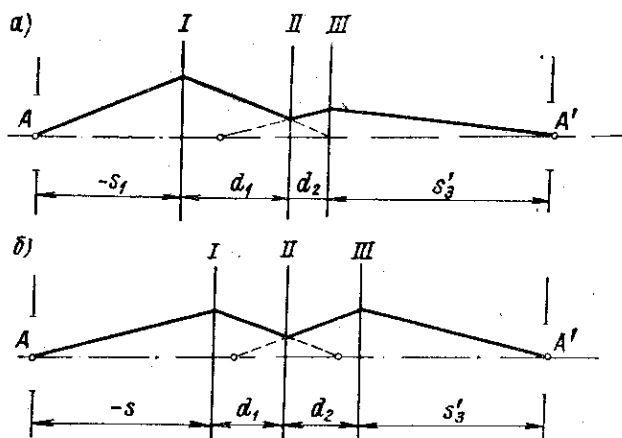


Рис. IV. 50

$d_1 = d_2 = f_1$; $s_3' = 2,5f_1$. Увеличения компонентов: $V_1 = -\frac{2}{3}^{\times}$; $V_2 = -1^{\times}$; $V_3 = -\frac{3}{2}^{\times}$. При увеличении $V = -\frac{1}{4}^{\times}$ панкратики получаем расположение обратное по отношению к увеличению $V = -4^{\times}$: $s_1 = -3f_1$; $d_1 = 0,5f_1$; $d_2 = 1,5f_1$; $s_3' = 2f_1$. Увеличения компонентов при этом: $V_1 = -\frac{1}{2}^{\times}$; $V_2 = -\frac{1}{2}^{\times}$; $V_3 = -1^{\times}$.

При всех трех указанных увеличениях длина l , определяемая формулой

$$l = -s_1 + d_1 + d_2 + s_3', \quad (\text{IV. 328})$$

строго постоянна. При промежуточных значениях V длина l немного меняется. Рассмотренная панкратика представлена на рис. IV. 50, а при увеличении $V = -4^{\times}$ и на рис. IV. 50, б при увеличении $V = -1^{\times}$. Эта панкратика позволяет изменять увеличение прибора в 16 раз.

Механическое устройство неточных панкратик наиболее простое. Подвижные линзы I и III укрепляются на каретке, которая

перемещается вдоль оптической оси при помощи винтовой пары или зубчатой рейки и трибки.

Во всех четырех вариантах инверсорных панкратик (рис. IV. 48) применяется один и тот же рычажный инверсорный механизм, принцип действия которого поясняется при помощи чертежа (рис. IV. 51) применительно к первому варианту панкратики первого типа (а также и второго типа). В неподвижной точке M , положение которой определено выше ($MA = f_2'$), находится ось вращения рычага $MN = a$. В точке N помещается ось, на которой свободно вращаются два рычага NP_1 и NP_2 равной

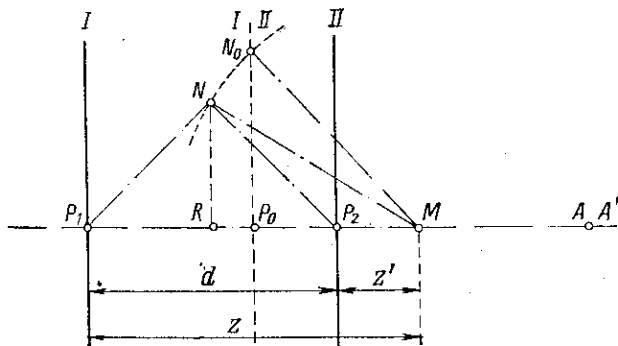


Рис. IV. 51

длины: $NP_1 = NP_2 = b$. Концы P_1 и P_2 этих рычагов скользят вдоль линии P_1M , параллельной оптической оси панкратики, и шарнирно связаны с оправами компонентов I и II . Введем еще обозначение: $h = NR$ — длина перпендикуляра, опущенного из вершины N равнобедренного треугольника P_1NP_2 на его основание P_1P_2 . Поэтому точка R делит отрезок P_1P_2 пополам. Кроме того, имеем введенные раньше отрезки $z = P_1M$ и $z' = P_2M$.

Из чертежа видно, что отрезок RM равен полусумме отрезков z и z' , а отрезок P_1R — их полуразности:

$$RM = \frac{1}{2}(z + z') \quad (\text{IV. 329})$$

и

$$P_1R = \frac{1}{2}(z - z'). \quad (\text{IV. 330})$$

На основании теоремы Пифагора находим из прямоугольного треугольника RNM :

$$h^2 = a^2 - \frac{1}{4}(z + z')^2. \quad (\text{IV. 331})$$

Таким же образом из прямоугольного треугольника P_1NR следует

$$h^2 = b^2 - \frac{1}{4}(z - z')^2. \quad (\text{IV. 332})$$

Приравнивая правые части выражений (IV. 331) и (IV. 332), найдем после перегруппировки

$$4(a^2 - b^2) = (z + z')^2 - (z - z')^2. \quad (\text{IV. 333})$$

Правая часть этого равенства преобразуется как разность квадратов. Благодаря этому получаем окончательно

$$zz' = a^2 - b^2 = \text{const.} \quad (\text{IV. 334})$$

Произведение отрезков zz' постоянно, что и необходимо для механизма панкратики вследствие формулы (IV. 325). Сравнивая обе эти формулы, найдем выражение

$$f_2'^2 = a^2 - b^2. \quad (\text{IV. 335})$$

Второе выражение, определяющее параметры a и b инверсорного механизма, мы получим, исходя из того соображения, что для уменьшения силы трения в описанном ниже механизме желательно, чтобы углы NP_1R и NP_2R не становились малыми. Пусть при наибольшем расстоянии d между компонентами (и точками P_1 и P_2) эти углы имеют минимальную величину, равную 45° . Тогда получим из треугольника P_1NR

$$b = \frac{1}{2}d\sqrt{2}. \quad (\text{IV. 336})$$

После этого найдем из (IV. 335)

$$a = \sqrt{f_2'^2 + \frac{1}{2}d^2}. \quad (\text{IV. 337})$$

Формулы (IV. 336) и (IV. 337) служат для вычисления параметров a и b механизма.

Схема механизма представлена на чертеже (рис. IV. 52). По прямолинейной направляющей 6 типа ласточкина хвоста движутся две каретки-гайки 1 и 14, которые навинчены на винт 5, имеющий для одной гайки правую, а для другой — левую резьбу. Гайки 1 и 14 имеют приливы 2 и 10, на которых закреплены оси 3 и 9. На этих осях свободно вращаются рычаги 4 и 8 равной длины. Противоположные концы рычагов вращаются на общей оси 7. На эту же ось насажен один конец более длинного рычага 12, в то время как другой конец этого рычага вращается на оси 13, укрепленной на неподвижном кронштейне 11. Оправы компонентов I и II панкратики, не показанные на этом чертеже, жестко связаны с каретками-гайками 1 и 14. Если вращать винт 5 за накатанную

головку 15 таким образом, чтобы гайки 1 и 14 сближались, двигаясь навстречу друг другу, то углы, образованные рычагами 4 и 8 с осью винта 5, увеличатся. Благодаря этому ось 7 подымается вверх, заставляя этим вращаться рычаг 12 по часовой стрелке вокруг неподвижной оси 13. Вращение рычага 12 заставляет всю систему, состоящую из винта 5, кареток-гаек 1 и 14 и рычагов 4 и 8, дополнительно передвинуться вправо по направляющей 6. При этом и головка 15 винта 5, выведенная за пределы корпуса прибора, переместится вправо. Это движение может продолжаться до тех пор, пока оси 3 и 9 не совпадут (рычаги 4 и 8 лежат в разных плоскостях).

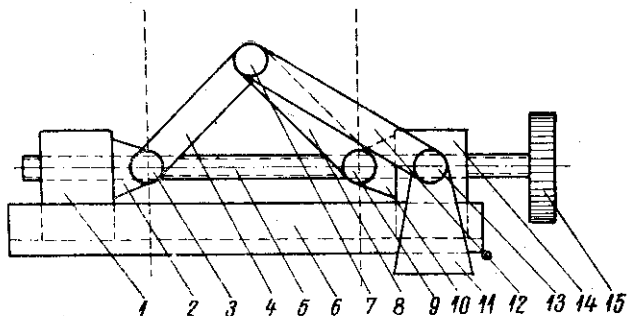


Рис. IV. 52

На рис. IV. 51 этому соответствует то положение, когда оба рычага NP_1 и NP_2 займут положение N_0P_0 , а рычаг NM перейдет в положение N_0M . При этом увеличение панкратики будет равно единице. Таким образом, все осевое перемещение головки 15 винта 5 равно отрезку RP_0 . Однако можно сделать перемещение головки очень небольшим, если шаги правой и левой резьб на винте 5 сделать разными, а именно: шаг нарезки для гайки 1 должен быть вдвое больше шага нарезки для гайки 14.

Описанный здесь инверсорный механизм панкратики довольно прост и надежен в работе, но требует специальной и тщательной регулировки при его сборке. Основные источники погрешностей механизма:

- 1) непараллельность оси винта 5 и оптической оси панкратики;
- 2) неравенство рычагов 4 и 8;
- 3) смещение точки M оптической системы с оси винта 13 (рис. IV. 52).

Измененный инверсорный механизм можно применить и для перемещения компонентов панкратического объектива, рассчитываемого по формулам (IV. 285)—(IV. 291) и представленного на рис. IV. 45. Принцип действия этого механизма таков. Рычаг NM вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через точку M (рис. IV. 53). Точка M удалена от заднего фокуса F' панкратического объектива на расстояние $MF' = f'_2$. Рычаг NM в точке N

связан шарнирно с рычагом P_1N такой же длины: $P_1N = NM = b$. Точка P_1 рычага P_1N скользит вдоль оси P_1M , будучи связана жестко с оправой первого компонента (L_1P_1). Точка P_2 рычага P_2N также перемещается по оси P_1M , но это перемещение производится принудительно при помощи винта, который может вращаться, но не имеет осевого перемещения, и гайки, с которой связан шарнирно конец P_2 рычага P_2N , длина которого $P_2N = a$. Другой его конец в точке N шарнирно соединен с рычагами P_1N и NM . С точкой P_2 жестко связан второй компонент (L_2P_2) панкратического объектива.

Заметим, что отрезок P_1R есть полусумма отрезков $s'_F - f'_2$ и d , а отрезок P_2R — их полуразность. Пусть далее $h = NR$ —

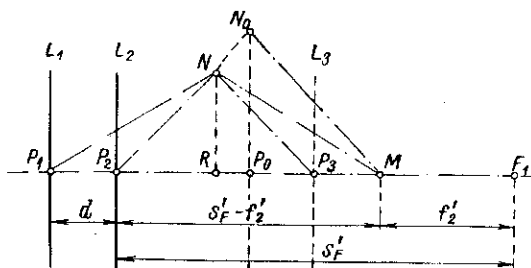


Рис. IV. 53

длина перпендикуляра, опущенного из вершины N равнобедренного треугольника P_1NM на его основание P_1M . Тогда, применив теорему Пифагора к прямоугольному треугольнику P_1NR , получим

$$h^2 = P_1N^2 - P_1R^2 = b^2 - \frac{1}{4} (s'_F - f'_2 + d)^2. \quad (\text{IV. 338})$$

Таким же образом из треугольника P_2NR следует

$$h^2 = P_2N^2 - P_2R^2 = a^2 - \frac{1}{4} (s'_F - f'_2 - d)^2. \quad (\text{IV. 339})$$

Приравняв правые части выражений (IV. 338) и (IV. 339), получим после некоторых упрощающих преобразований

$$(s'_F - f'_2) d = b^2 - a^2 = \text{const}. \quad (\text{IV. 340})$$

Постоянство этого произведения и необходимо для правильного действия панкратики в соответствии с уравнением (IV. 291). Сравнивая оба эти уравнения, находим одно условие для определения параметров a и b инверсного механизма

$$b^2 - a^2 = f'^2_2. \quad (\text{IV. 341})$$

Второе условие получим, поставив требование, чтобы наименьшая величина угла NP_2R была равна 45° , так как в противном случае возникает значительное трение в механизме:

$$a = \frac{1}{2} (s_F' - f_2' - d) \sqrt{2}. \quad (\text{IV. 342})$$

Здесь отрезки s_F' и d берутся при наибольшем фокусном расстоянии объектива. После нахождения a определяем b по выражению (IV. 341)

$$b = \sqrt{a^2 + f_2'^2}. \quad (\text{IV. 343})$$

По мере того, как точка P_2 подвигается направо вдоль линии P_1M , точка N поднимается выше, а потому основание P_1M равнобедренного треугольника P_1NM уменьшается. Вследствие этого точка P_1 тоже движется направо. Это будет продолжаться до тех пор, пока угол NP_2R не достигнет 90° и рычаг P_2N не займет вертикального положения P_0N_0 , а рычаг NM , вращаясь по часовой стрелке вокруг неподвижной точки M , не перейдет в положение N_0M . Это произойдет при увеличении V второго компонента равно — 1. При дальнейшем продвижении точки P_2 направо вершина N треугольника P_1NM начнет снова опускаться, а точка P_1 начнет двигаться в обратном направлении налево. При этом движении рычаг NM вращается вокруг точки M против часовой стрелки. В конце этого движения рычаги NM и P_1N снова займут свое первоначальное положение, а конец P_2 рычага P_2N , продолжая свое движение направо, достигнет точки P_3 . Треугольник P_2NP_3 — равнобедренный. Его основание P_2P_3 находим по чертежу

$$P_2P_3 = 2 P_2R = s_F' - f_2' - d. \quad (\text{IV. 344})$$

Отсюда легко находим отрезок P_3M , определяющий положение L_3P_3 второго компонента объектива при наименьшем значении его фокусного расстояния: $P_3M = d$. Рассмотренный механизм движения линз панкратического объектива очень прост.

В связи с применением новых приемников лучистой энергии и созданием новых оптических приборов, работающих автоматически без участия наблюдателя, существенно повышается роль панкратических систем, управляемых простыми механизмами. Можно поэтому полагать, что такие панкратические системы в скором будущем вступят в период расцвета.

Однако во многих случаях еще применяются старые панкратики, в которых движение компонентов управляется при помощи криволинейных направляющих. Механизм с криволинейными направляющими построен следующим образом (рис. IV. 54). Подвижные компоненты 6 и 10 панкратики укреплены в цилиндрических трубках-оправах 4 и 13, вставленных в основную неподвижную

трубу 3, являющуюся корпусом зрительной трубы. Труба 3 имеет продольную прорезь вдоль верхней направляющей цилиндра, в которую входят пальцы 5 и 11, ввинченные в трубки 4 и 13. Благодаря этому устройству трубки 4 и 13 вместе с компонентами панкратики могут двигаться только поступательно вдоль трубы 3, но не могут в ней вращаться.

На трубу 3 надета вращающаяся труба 7, которой не позволяют перемещаться вдоль оси кольца 1 и 15, привинченные к трубе 3 винтами 2 и 16. В трубе 7 прорезаны две фигурные прорези (на рисунке они показаны штрихами), в которые также входят пальцы 5 и 11. Эти прорезы и являются криволинейными направляющими для движения линз панкратики.

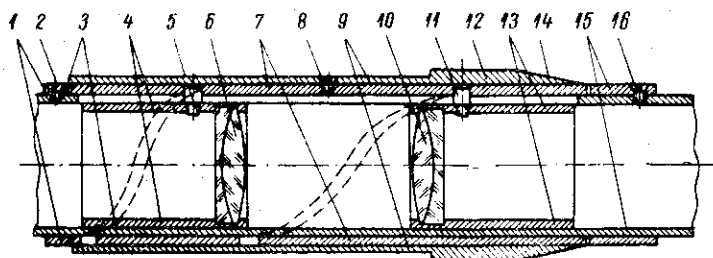


Рис. IV. 54

На трубу 7 надета еще труба 9, скрепленная жестко с трубой 7 винтом 8. Назначение трубы 9 — защитить прорезы трубы 3 от попадания в них влаги и пыли. Кроме того, на трубе 9 у ее окулярного конца имеется утолщение с накаткой и конический срез 14, на котором нанесена шкала видимых увеличений Γ зрительной трубы. Отсчет по этой шкале производится по индексу, нанесенному на кольце 15.

Таким образом, вращая накатанное кольцо 12, мы заставляем вращаться трубу 7 с фигурными прорезями, а эти прорезы заставляют пальцы 5 и 11 скользить по продольному пазу основной трубы 3. При этом происходит и перемещение трубок 4 и 13 вместе с компонентами 6 и 10 панкратики вдоль оптической оси. Нанесение фигурных прорезей на трубу 7 производится по расчету, выполняемому по формулам (IV. 304) — (IV. 310). При этом для ряда значений видимого увеличения Γ трубы в пределах от Γ_m до Γ_B вычисляются отрезки s , d и s' .

Результат этого расчета может быть нанесен на график (рис. IV. 55), на котором по оси ординат отложены увеличения Γ , а по оси абсцисс последовательно отложены отрезки s , d и s' . При этом кривые $M_1B_1N_1$ и $M_2B_2N_2$ воспроизводят закон перемещения линз панкратики. Если выбрать надлежащий масштаб для Γ , то можно представить себе, что чертеж этих кривых наведен на цилиндрическую поверхность трубы 7 (рис. IV. 54).

Для этого отрезок ON_0 должен быть равен πD , где D — диаметр трубы 7. Тогда кривые $M_1B_1N_1$ и $M_2B_2N_2$ будут представлять собой осевые линии фигурных прорезей в этой трубе.

Нарезание этих прорезей — трудоемкая и дорогая операция, так как требует высокой точности. При обычно больших апертурах панкратики допустимая погрешность может быть порядка 0,02—0,05 мм. Но можно эту операцию упростить и сделать экономически существенно более выгодной, если заменить одну из кривых (рис. IV. 55) прямой. Тогда на цилиндрической поверхности трубы 8 (рис. IV. 54) эта кривая превратится в винтовую линию. Нарезание винтовой линии осуществляется легко и с высокой точностью на обычных фрезерных станках-автоматах.

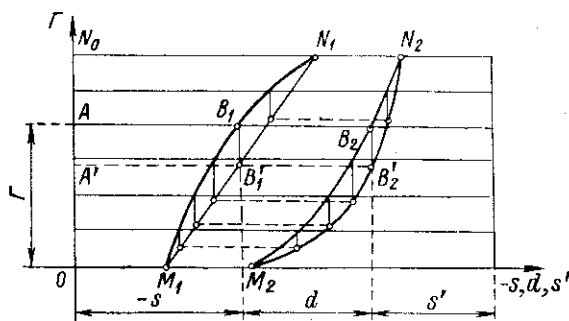


Рис. IV. 55

Спрявление кривой $M_1B_1N_1$ выполняется при помощи следующего построения. Конечные точки M_1 и N_1 этой кривой соединим прямой, которая и должна играть роль графика движения первой линзы панкратики. Но в таком случае изменится вид кривой $M_2B_2N_2$. Построение новой кривой выполняется по точкам. Выполним его для точек B_1 и B_2 , соответствующих увеличению ΓOA . Проведем через точку B_1 вертикаль и найдем точку B_1' ее пересечения с прямой M_1N_1 . Через точку B_2 также проведем вертикаль B_2B_2' . Через точку B_1' проведем горизонталь до ее встречи с вертикалью B_2B_2' в точке B_2' . Последняя точка лежит на новой кривой $M_2B_2'N_2$. Таким образом, после спрявления кривой $M_1B_1N_1$ график движения линз панкратики состоит из прямой $M_1B_1N_1$ и кривой $M_2B_2'N_2$. При этом первоначально равномерная шкала увеличений Γ на оси ординат превращается в неравномерную. Например, деление A старой шкалы, соответствующее некоторому значению Γ , на новой шкале переместится в точку A' .

В последние годы панкратические объективы получили широкое распространение в кинокамерах. Расчет таких объективов усложняется тем, что они должны работать при различных расстояниях до фотографируемого предмета. Поэтому оптическая

система таких объективов нередко составляется из двух частей: из фокусирующей системы в виде трубки Галилея с увеличением, близким к единице, и из собственно панкратического объектива.

В. СТЕРЕОСКОПИЯ

§ 89. Физиологические и геометрические основы стереоскопического зрения

Человек обладает двумя глазами. Это свойство он разделяет с огромным числом различных живых существ: млекопитающих, птиц, рыб, пресмыкающихся, амфибий, насекомых и даже моллюсков. Однако далеко не у всех живых существ глаза расположены так, как у человека: оси глаз параллельны (при взгляде вдаль). У многих животных между осями глаз имеется значительный угол (например, у лошади, зайца, у многих птиц и у большинства рыб), доходящий даже до 180° . Этим существенно увеличивается общий угол охвата поля зрения по горизонту (у зайца, например, он составляет 360°), что для многих животных очень важно в их борьбе за существование. Но зато участок поля зрения, общий для обоих глаз, оказывается либо очень ограниченным, либо даже полностью отсутствующим. У человека же поля зрения обоих глаз практически совпадают.

Вследствие такого устройства оба глаза человека видят одновременно одни и те же предметы внешнего мира, как будто один глаз дублирует функции другого. Но именно это устройство дало возможность зарождения у человека особой и очень ценной способности: чувствовать глубину воспринимаемого зрением пространства или, иначе говоря, способности на основании непосредственного зрительного ощущения оценивать расстояния до различных предметов. Эту способность мы называем *пространственным зрением* или *стереоскопическим эффектом*.

Стереоскопический эффект возникает в процессе зрения двумя глазами, и причина его возникновения заключается в ощущении наблюдателем неравенства двух изображений одного и того же предмета на сетчатых оболочках двух глаз человека, вызываемого несовпадением центров перспективы этих изображений. На рис. IV. 56 представлено в плане расположение двух глаз человека, рассматривающего какой-либо пространственный предмет ABC. При этом предположим, что наблюдатель фиксирует точку A предмета. При фиксации точки A визирные оси AO_1 и AO_2 обоих глаз направлены в точку A. При этом ее изображения A_1 и A_2 образуются в центрах желтых пятен сетчатой оболочки глаз (fovea centralis), где острота зрения имеет максимум.

Пусть расстояние между центрами O_1 и O_2 вращения глазных яблок человека, так называемая *глазная база*, равняется b . У разных людей глазная база колеблется в пределах от 52 до 76 мм.

Обычно принимается среднее значение глазной базы: $b = 64$ мм. При рассматривании далекого предмета, когда визирные оси параллельны друг другу, расстояние между центрами C_1 и C_2 зрачков тоже равно величине b . Если же фиксируется близкий предмет, то расстояние между центрами зрачков становится меньше. Обычно изменение этого расстояния незначительно, и можно во многих случаях им пренебречь, считая расстояние между центрами C_1 и C_2 зрачков глаз человека постоянным и равным глазной базе b .

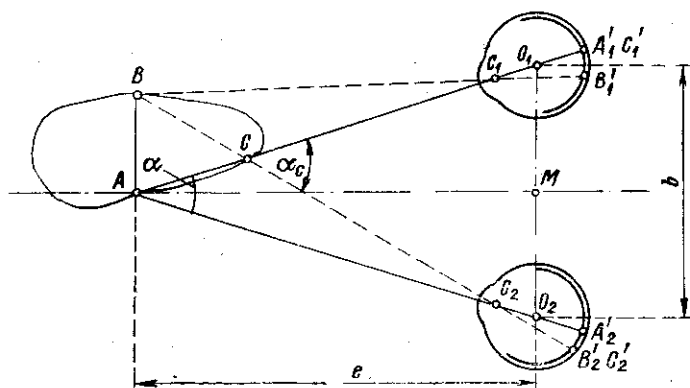


Рис. IV. 56

Пусть e — расстояние от фиксируемой точки A предмета до точки M , делящей пополам глазную базу O_1O_2 . Угол $\alpha = \angle O_1AO_2$ есть угол конвергенции визирных осей. По чертежу находим

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha = \frac{b}{2e}. \quad (\text{IV. 345})$$

Ввиду малости угла α эту формулу можно упростить:

$$\alpha = \frac{b}{e}. \quad (\text{IV. 346})$$

При фиксировании точки A одновременно с конвергенцией осей глаз происходит аккомодация на расстояние — $a = AC_1 = AC_2$, считаемое от точки A до центров зрачков C_1 и C_2 . Пренебрегая малым отрезком $C_1O_1 = C_2O_2$ и считая угол α малым ($\cos \frac{1}{2} \alpha = 1$), можно принять

$$e = -a. \quad (\text{IV. 347})$$

Кроме того, если аккомодация A выражена в диоптриях, а отрезок a — в миллиметрах, имеем

$$a = \frac{1000}{A}. \quad (\text{IV. 348})$$

Благодаря выражениям (IV. 347) и (IV. 348) получим из (IV. 346) простую связь между углом конвергенции α (в радианах) и аккомодацией

$$\alpha = -\frac{bA}{1000}. \quad (\text{IV. 349})$$

Эта формула выражает естественную связь конвергенции и аккомодации, имеющую место при рассматривании предметов невооруженным глазом: аккомодация и конвергенция производятся на одно расстояние. Но при применении оптических бинокулярных приборов эта естественная связь аккомодации и конвергенции может нарушаться. На основании ряда экспериментов установлено, что глаза переносят расхождение расстояний конвергенции и аккомодации в 3 *дптр*, но при проектировании стереоскопических приборов следует удерживать это расхождение в *зоне комфорта* $\pm 1,0$ *дптр*.

Если глаза человека фиксируют точку A предмета, то изображение точки B , находящейся на таком же расстоянии e , как и точка A , получится на сетчатых оболочках глаз в точках B'_1 и B'_2 , смещенных относительно точек A'_1 и A'_2 в одну и ту же сторону на равные расстояния: $A'_1B'_1 = A'_2B'_2$. Точки B'_1 и B'_2 сетчатой оболочки называются *компартными* или *идентичными* точками сетчаток.

Предположим, что глазами фиксирована точка A , а некоторая точка C находится на расстоянии, отличном от e . Тогда ее изображения C'_1 и C'_2 не будут равно удалены от точек A'_1 и A'_2 . На нашем чертеже точка C выбрана так, что в правом глазу расстояние от точки A'_1 до точки C'_1 равно нулю, а в левом — такое же расстояние равно отрезку $A'_2B'_2$. В таком случае мы говорим о *диспаратных* точках сетчатки. Диспаратность некоторой пары точек может измеряться разностью отрезков $A'_2C'_2$ и $A'_1C'_1$ или лучше углом $\delta\alpha$ в пространстве предметов, соответствующим этой разности. Угол C_1CC_2 , взятый для некоторой точки C на предмете, называется параллактическим углом. Для точек A и B параллактический угол равен углу конвергенции. Но для точки C , находящейся на другом расстоянии от глазной базы, параллактический угол α_c не равен углу конвергенции α . В этом случае диспаратность точек C'_1 и C'_2 измеряется углом $\delta\alpha$

$$\delta\alpha = \alpha_c - \alpha. \quad (\text{IV. 350})$$

Если диспаратные точки расположены по обе стороны от осевых точек A'_1 и A'_2 сетчатых оболочек глаз, то, как свидетельствует опыт, у смотрящего не возникает одно изображение данной точки: оно двоится. В том же случае, когда диспаратные точки лежат по одну сторону от осевых точек, обычно двоение не наблю-

дается, если только диспаратность точек не становится чрезмерно большой, т. е. если угол $\delta\alpha$ не превосходит примерно $100'$.

Диспаратность же точек изображения некоторой точки предмета воспринимается наблюдателем, как выход этой точки из вертикальной плоскости, в которой лежит фиксируемая точка, вперед, в сторону к наблюдателю, или же назад, от наблюдателя, в зависимости от знака угла $\delta\alpha$.

Все изложенное здесь приводит к тому, что человек, смотрящий двумя глазами, получает от рассматриваемых предметов пространственное впечатление. Человек обладает прирожденной способностью судить о различном удалении наблюдаемых предметов не на основании каких-либо умозаключений, а по непосредственному ощущению. Вот это ощущение и называется стереоскопическим эффектом.

Но было бы неправильным полагать, что человек, смотрящий одним глазом, совершенно лишен способности ориентироваться в пространстве. Условия и законы перспективы позволяют ему и в этом случае различать пространственное расположение предметов. Так, например, если один из наблюдаемых предметов частично закрывает собой другой предмет, то наблюдатель может уверенно утверждать, что закрываемый предмет находится на более далеком расстоянии, чем закрывающий. Или, например, если из двух предметов заведомо равной величины (два фонарных столба) один виден в более крупном масштабе (под большим углом зрения), чем другой, то по правилам перспективы первый предмет ближе к наблюдателю, чем второй. Иногда оценивать расстояния помогает воздушная перспектива — легкая голубоватая дымка, меняющая окраску далеких предметов.

Суждение о расстоянии до различных предметов значительно облегчается, если наблюдатель движется перпендикулярно к направлению на рассматриваемые предметы. В этом случае наиболее далекие предметы кажутся неподвижными (или почти неподвижными) относительно наблюдателя, в то время как близкие предметы перемещаются в его поле зрения с тем большей скоростью, чем они ближе. Это явление называется *железнодорожным эффектом*, так как оно хорошо обнаруживается при рассматривании местности из окна быстро движущегося железнодорожного вагона. Железнодорожный эффект часто используется в кино для придания снятым кадрам особой пластичности. Для этого съемка ведется с движущейся платформы. В жизни нередко создают подобный эффект покачиванием головы из стороны в сторону (при рассматривании довольно близких предметов).

Однако все эти способы и приемы ни в какой мере не могут сравниться с истинным стереоскопическим эффектом, возникающим при бинокулярном зрении как непосредственное чувство глубины пространства.

Понять значение стереоскопического эффекта может помочь следующий простой опыт. Закрыв себе черной повязкой один глаз, вы сначала не обнаружите существенной разницы в восприятии окружающих предметов по сравнению с тем, что было до наложения повязки. Но попробуйте теперь проделать такой опыт: вденьте нитку в ушко иголки, но иголку вы должны держать так, чтобы она была обращена отверстием не к вам, а в сторону под углом в 90° . Поэтому при вдевании нитки вы самого отверстия в иголке не видите, но хорошо знаете, где оно находится. Конец нитки вы должны ввести в ушко сбоку. Смотря двумя глазами, вы легко выполняете эту задачу, сразу попадая в отверстие ушка. Если же вы смотрите

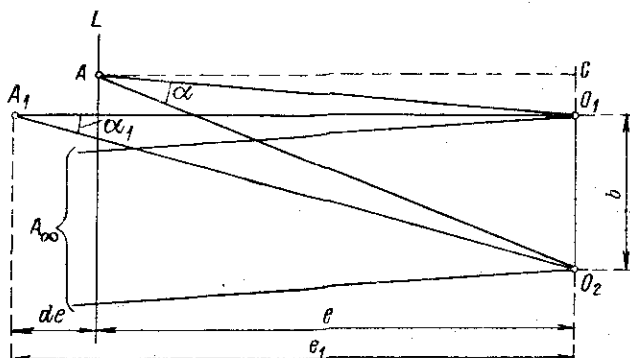


Рис. IV. 57

одним глазом, то выполнение этой задачи окажется затруднительным, и вы неоднократно будете попадать концом нитки мимо ушка, либо ближе к вам, либо дальше от вас. Стереоскопический эффект, сильно выраженный при рассматривании близких предметов, оказывает человеку неоценимые услуги при выполнении им мелкой ручной работы. А в специальных стереоскопических приборах он может быть усилен и применен для определения даже очень больших расстояний.

Пусть центры зрачков двух глаз наблюдателя находятся в плане в точках O_1 и O_2 (рис. IV. 57). От некоторой точки A в глаза проходят лучи AO_1 и AO_2 . Это главные лучи пучков лучей, исходящих из точки A и заполняющих отверстия зрачков глаз. Угол $\alpha = \angle O_1AO_2$ есть параллактический угол для точки A , независимо от того, какую точку пространства фиксируют глаза наблюдателя.

Представим себе, что мы перемещаем точку A в горизонтальной плоскости (в плоскости чертежа) таким образом, что угол α остается постоянным. Из геометрии известно, что в таком случае точка A будет двигаться по окружности, проходящей через первоначальное положение точки A и через точки O_1 и O_2 . Если же

перейти к пространственным представлениям, то следует сказать, что все точки, лежащие на торической поверхности, проходящей через точки O_1 и O_2 , имеют постоянный параллактический угол. *Визирной плоскостью глаз* принято называть плоскость, проходящую через центры C_1 и C_2 зрачков (рис. IV. 56) и через центры O_1 и O_2 вращения глаз наблюдателя. Такая торическая поверхность в физиологической оптике называется *гороптером*.

Мы предположим теперь, что речь идет о наблюдении сравнительно далеких предметов и что, кроме того, углы, образованные лучами AO_1 и AO_2 и глазной базой $O_1O_2 = b$ (рис. IV. 57), не сильно отличаются от 90° . Опустим из точки A перпендикуляр $AC = e$ на линию O_1O_2 и введем вспомогательные углы: $\gamma_1 = \angle O_1AC$ и $\gamma_2 = \angle O_2AC$. Тогда имеем

$$\alpha = \gamma_2 - \gamma_1. \quad (\text{IV. 351})$$

Затем находим по чертежу

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_2 &= \frac{b + O_1C}{e}; \\ \operatorname{tg} \gamma_1 &= \frac{O_1C}{e}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV. 352})$$

Отсюда следует

$$\operatorname{tg} \gamma_2 - \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{b}{e}. \quad (\text{IV. 353})$$

Вследствие (IV. 351) имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} (\gamma_2 - \gamma_1) = \frac{\operatorname{tg} \gamma_2 - \operatorname{tg} \gamma_1}{1 - \operatorname{tg} \gamma_1 \operatorname{tg} \gamma_2}. \quad (\text{IV. 354})$$

Учитывая выражение (IV. 353), получим из (IV. 354)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{e} \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \gamma_1 \operatorname{tg} \gamma_2}. \quad (\text{IV. 355})$$

Считая углы α , γ_1 и γ_2 величинами первого порядка малости, заметим, что произведение $\operatorname{tg} \gamma_1 \operatorname{tg} \gamma_2$ есть величина второго порядка малости, а поэтому ею можно пренебречь. Тогда найдем окончательное выражение:

$$\alpha = \frac{b}{e}. \quad (\text{IV. 356})$$

Мы видим, таким образом, что параллактический угол однозначно связан с расстоянием e от точки A до глазной базы, считаемым вдоль перпендикуляра AC к глазной базе: угол α обратно пропорционален расстоянию e . При постоянном расстоянии e и угол α становится постоянным, а это значит, что гороптером в этом случае служит вертикальная плоскость L , параллельная глазной базе.

Если расстояние e изменится, то изменится и угол α . Наблюдатель, связанный с точкой A только лучами AO_1 и AO_2 , может судить об изменении расстояния e только по изменению угла α . Мы уже говорили выше, что физиологически при этом меняется величина диспаратности изображений точки A , что и воспринимается глазом как эффект движения точки A по глубине. Если, например, точки A и A_1 принадлежат одному предмету, то изменение параллактического угла α при переходе от точки A к точке A_1 послужит мерой воспринимаемой глазом рельефности этого предмета, его пространственного простираения по глубине. Поэтому величину

$$d\alpha = \alpha_1 - \alpha. \quad (\text{IV. 357})$$

мы называем *мерой пластики*. Так как величина $d\alpha$ обычно бывает очень малой, то для ее нахождения можно применить дифференцирование выражения (IV. 356) для α :

$$d\alpha = -\frac{bde}{e^2}. \quad (\text{IV. 358})$$

Здесь de — приращение расстояния e при переходе от точки A к точке A_1 :

$$de = e_1 - e. \quad (\text{IV. 359})$$

Многочисленные опыты, связанные с испытанием способности стереоскопического восприятия у лиц, обслуживающих стереоскопические приборы, показали высокую чувствительность глаз человека к стереоскопическому эффекту. Для тренированного наблюдателя величина $d\alpha$ при различении разницы расстояний до двух контрастно видимых и расположенных рядом предметов при хорошем освещении и хороших атмосферных условиях в среднем равна $10''$ (угловые секунды). Это значит, что стереоскопическая разрешающая способность человека в шесть раз превосходит его обычную разрешающую способность, предельный угол которой, как известно, составляет в среднем $60''$. У отдельных лиц угловая погрешность при стереоскопических измерениях даже может достичь $3''$. Столь высокая точность стереоскопического метода измерений позволила применить его для создания прецизионных стереоскопических измерительных приборов.

По мере увеличения расстояния e угол α уменьшается, и когда точка A уйдет на бесконечность, угол α обратится в нуль и лучи $A_{\infty}O_1$ и $A_{\infty}O_2$ будут параллельны друг другу. Представим себе, что некоторая точка находится на таком расстоянии e_0 от наблюдателя, что параллактический угол α равен $10''$. Очевидно, что, допуская в параллактическом угле ошибку, тоже равную $10''$, наблюдатель не будет в состоянии отличить данную точку от бесконечно удаленной точки, для которой параллактический угол равен нулю. Такое расстояние r_0 мы называем радиусом стерео-

скопического зрения. Полагая в формуле (IV. 356) $\alpha = 10'' = \frac{1}{20000}$ рад и $b = 64$ мм = 0,064 м, получим $r_0 \approx 1,3$ км.

Все предметы, находящиеся на этом или на большем расстоянии от наблюдателя, неотличимы для него от бесконечно удаленных предметов, или, иными словами, совершенно лишены пластичности. Стереоскопические зрительные трубы позволяют, однако, существенно увеличить радиус стереоскопического зрения, благодаря чему отчетливый стереоскопический эффект может наблюдаться на расстояниях, значительно превосходящих 1,3 км.

Стереоскопические приборы разбиваются на два класса: стереоскопические приборы дальнего действия и стереоскопические приборы ближнего действия. К первому классу относятся: стереоскопические зрительные трубы, приборы для наземной и воздушной стереофотограмметрии, приборы для стереофотографии и стереокино. Во второй класс входят: бинокулярные лупы, стереоскопические микроскопы и стереонасадки для микроскопов, очки для работы вблизи, приборы для рентгеностереоскопии, применяемые как в медицине, так и в дефектоскопии. Мы в настоящей книге не имеем возможности рассмотреть все эти приборы и ограничимся лишь установлением общих теоретических положений, лежащих в основе их конструкции.

Введение фотографической фиксации промежуточного изображения на фотопленке позволило разбить некоторые стереоскопические приборы на два не связанных друг с другом прибора. Объективная часть, ставшая отдельным фотографическим прибором, может иметь разнообразное устройство (стереофотокамера, аэрофотокамера, фототеодолит и т. п.). Окулярная же часть, содержащая пару диапозитивов и два окуляра (или две лупы), оформленная в виде отдельного прибора, называется стереоскопом.

§ 90. Получение стереопар

Действие измерительных стереоскопических приборов удобно рассмотреть на таком устройстве, где ход лучей прерывается фотофиксацией промежуточного изображения. Мы рассмотрим здесь схему съемки местности при помощи фототеодолитов, а затем схему измерения пространственных координат точек местности — при помощи стереокомпаратора.

Фототеодолит — это прецизионная фотографическая камера (рис. IV. 58), устанавливаемая на треноге 1. Ее корпус 7 отличается жесткостью конструкции, уменьшенными температурными деформациями и несет в передней части фотографический объектив 6, обладающий высокой разрешающей способностью при сравнительно малом относительном отверстии. Фототеодолит предназначен для съемки далеких предметов местности, а потому имеет постоянную установку на начало бесконечности (см. § 62)

и не имеет устройства для наводки на резкость. В задней части камеры находится кассетная часть 4, обеспечивающая во время съемки прижим фотографической пластинки к рамке, жестко укрепленной в корпусе 7.

Чтобы вертикальная ось вращения фототеодолита была действительно вертикальной, предусмотрен уровень 5 высокой точности, по которому установка производится при помощи трех подъемных винтов 2. Бифокальная зрительная труба (см. § 92) 8

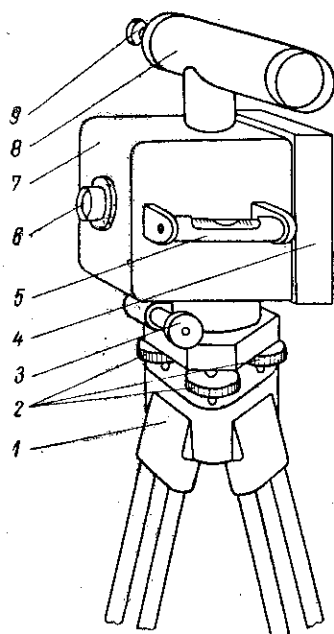


Рис. IV. 58

с переставляемым окуляром 9 и микрометрический винт 3 служат для ориентировки фототеодолита на местности. При этом визирная ось бифокальной трубы 8 должна быть в плане строго перпендикулярна к оптической оси фотографического объектива 6.

Перед началом съемки некоторого участка местности фототеодолит устанавливается на треноге над одним концом горизонтальной базы B , выбранной на местности. Длина базы B , измеряемая с высокой точностью, практически бывает большей частью в пределах от 10 до 250 м. Погрешность измерения базы не должна превышать $1/10\,000B$. Над другим концом базы на такой же треноге устанавливается знак (белый диск с двумя черными вертикальными чертами). Наводя при помощи винта 3 вертикальный штрих перекрестья бифокальной трубы на промежуток между черными чертами знака (так назы-

ваемая установка по бисектору), приводят ось объектива 6, установленную перед этим горизонтально по уровню 5, в положение, перпендикулярное к базе B .

После съемки местности фототеодолит переносится на вторую треногу, а знак устанавливается вместо снятого теодолита на первой треноге. В новом положении повторяются те же установочные манипуляции, какие были произведены в первом положении, только окуляр 9 должен быть переставлен на другой конец бифокальной трубы 8. Затем делается второй снимок стереопары. Таким способом достигается параллельность оптических осей объектива 6 в обоих его положениях при съемке и их перпендикулярность к базе B на местности.

Пусть на чертеже (рис. IV. 59) в плане в точках O_L и O_R на концах базы B находятся главные точки объектива фототеодолита

в обоих его положениях. $A_L B_L$ и $A_R B_R$ — положение фотографических пластинок во время съемки; $F = O_L B_L = O_R B_R$ — фокусное расстояние объектива фототеодолита. Пара полученных таким образом снимков составляет стереопару. Пусть на местности имеется точка A . Ее изображение проектируется на пластинки главными лучами AO_L и AO_R в точки A_L и A_R ; расстояния x_L и x_R от этих точек до осевых точек B_L и B_R фотографических пластинок, вообще говоря, не равны друг другу.

Проведем через точку O_L прямую $O_L A'_R$, параллельную лучу AO_R . Отрезок $p = A_L A'_R$ мы назовем линейным параллаксом точки A на местности. По построению имеем

$$p = x_L - x_R. \quad (\text{IV. 360})$$

Пользуясь подобием треугольников $O_L A O_R$ и $A_L O_L A'_R$, находим формулу для линейного параллакса

$$p = \frac{BF}{E}. \quad (\text{IV. 361})$$

Учитывая, что база B на местности и фокусное расстояние объектива фототеодолита — величины постоянные, мы видим, что линейный параллакс p однозначно связан с расстоянием E от точки A

до базы на местности. Расстояние E часто называют дистанцией.

Естественно возникает идея использования формулы (IV. 361) для определения дистанции E по параллаксу p , измеренному на снимках. Если же известна дистанция E , одна из трех пространственных координат точки A на местности, то без особого труда находятся и остальные две координаты. Так, например, вторая горизонтальная координата $L = M_L A$ определяется на основании подобия треугольников $AO_L M_L$ и $A_L O_L B_L$

$$L = \frac{x_L E}{F} \quad (\text{IV. 362})$$

или вследствие формулы (IV. 361)

$$L = \frac{B x_L}{p}. \quad (\text{IV. 363})$$

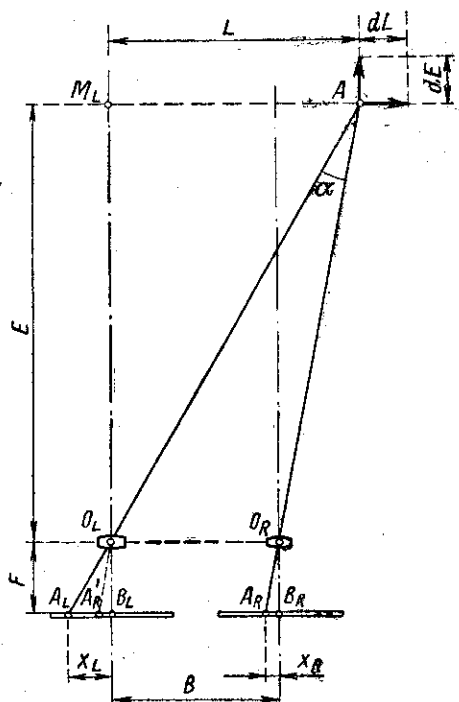


Рис. IV. 59

Отрезок x_L — горизонтальная координата точки A_L , изображения точки A на левом снимке стереопары. Если же кроме x_L измерена на левом снимке и вертикальная координата y_L , то по формулам, аналогичным (IV. 362) и (IV. 363), можно определить и вертикальную пространственную координату H точки A

$$H = \frac{y_L^E}{F} = \frac{By_L}{p}. \quad (\text{IV. 364})$$

При этом начало координат в пространстве для точек местности предполагается лежащим в главной точке O_L левого объектива или на левом конце базы B .

Нахождение координат E , L и H точек на местности позволяет сократить геодезические полевые работы, выполняя

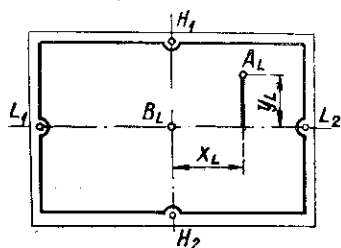


Рис. IV. 60

на местности лишь фототеодолитную съемку. Все дальнейшие работы, как измерение линейного параллакса p и координат x_L и y_L на левом снимке стереопары и вычисление координат E , L и H производится в лаборатории. По сравнению с обычной геодезической съемкой при помощи нивелира и теодолита, фототеодолитная съемка дает громадную экономию времени, труда и материальных затрат; особенно велико экономическое

преимущество фототеодолитной съемки в горных районах.

Но задача измерения линейного параллакса p оказалась трудно разрешимой. На рис. IV. 60 показан вид рамки в корпусе фототеодолита, к которой прижимается в момент съемки фотографическая пластинка. В середине каждой стороны рамки имеются небольшие приливы с узкими отверстиями H_1 , H_2 , L_1 и L_2 , которые отпечатываются на пластинке при фотографировании. Такие приливы делаются и на прижимных рамках аэрофотоаппаратов. Фототеодолит или аэрофотоаппарат должны быть отрегулированы таким образом, чтобы осевая точка B_L (или B_R) снимка находилась в точке пересечения прямых H_1H_2 и L_1L_2 , соединяющих отпечатки отверстий в приливах противоположных сторон рамки.

С какой же точностью можно определить по фотографическому снимку координаты x_L и y_L (или x_R и y_R) некоторой точки A_L (или A_R) на снимке? Определение положения осевой точки B_L (или B_R) снимка по пересечению прямых H_1H_2 и L_1L_2 может быть выполнено с графической точностью, дающей погрешность 0,05 мм. С такой же погрешностью производится и накол точки A_L (или A_R) на снимках при идентификации двух изображений одной точки A на местности. Таким образом, независимо от точности метода или прибора, примененного при измерении координат x_L и y_L

(или x_R и y_R), они будут определены с погрешностью dx_L порядка 0,10 мм.

Дифференцированием формулы (IV. 362) находится погрешность dL определения пространственной координаты L точки A :

$$dL = \frac{E}{F} dx_L. \quad (\text{IV. 365})$$

Если, например, $dx_L = 0,10$ мм, а фокусное расстояние $F = 200,0$ мм, то относительная (по отношению к дистанции E) ошибка в координате L будет: $dL/E = \frac{1}{2000} = 0,05\%$. Такая ошибка может быть допущена при многих ответственных геодезических работах.

Иначе дело обстоит при определении линейного параллакса p , когда он вычисляется по формуле (IV. 360), а отрезки x_L и x_R измеряются по фотографическим снимкам, составляющим стереопару. Если, как сказано выше, каждый отрезок будет иметь погрешность порядка 0,10 мм, то параллакс p будет определен с погрешностью $dp \approx 0,20$ мм.

Пусть, например: $F = 200,0$ мм = 0,2 м; $E = 1000,0$ м; $B = 10,0$ м; $dp = 0,20$ мм = $\frac{2}{10000}$ м. По формуле (IV. 361) находим линейный параллакс: $p = 2,0$ мм. Логарифмическим дифференцированием формулы (IV. 361) получим

$$\frac{dE}{E} = (-) \frac{dp}{p}. \quad (\text{IV. 366})$$

По этой формуле определяем $dE/E = 0,1 = 10\%$. Это совершенно неудовлетворительная точность. Поэтому основная задача фотограмметрии — получение дистанции по стереопаре снимков — не могла бы быть решена практически, если бы для определения линейного параллакса p не был применен стереоскопический метод, дающий высокую точность.

Для получения стереопар при съемке далеких предметов очень важно, чтобы оси двух объективов (или одного объектива в двух положениях) были параллельны друг другу и чтобы эта параллельность осей не расстраивалась со временем. Для этого в стереофотокамерах оба объектива делаются жестко связанными между собой, а в стереоскопических дальномерах и других стереоскопических зрительных трубах принимается еще ряд специальных мер для создания их нерасстраиваемости.

Особым видом стереоскопической съемки является аэро-съемка, выполняемая с самолетов для картографических целей либо при приблизительно направленной вертикально вниз оси объектива (плановая съемка), либо при наклоненной к вертикали оси (перспективная съемка). Вследствие качания самолета и изменения высоты его полета в промежуток времени между

выполнением двух соседних снимков здесь нельзя избежать непараллельности осей и разномасштабности снимков, составляющих стереопару. В аэрофотограмметрии развита поэтому специальная методика и создана специальная аппаратура, позволяющая устранять эти недостатки путем пересъемки с применением оптической трансформации (см. § 15).

§ 91. Рассматривание стереопар

Стереопару снимков, полученную при помощи фототеодолита или какого-либо иного прибора, мы для рассматривания должны перенести в стереоскоп (рис. IV. 61). Стереоскоп представляет собой простой оптический прибор, состоящий из двух луп O'_L и O'_R для двух глаз наблюдателя, держателя для снимков стереопары и осветительного устройства (последнее часто отсутствует). Расположение частей прибора выполнено так, что левый глаз наблюдателя, смотрящий через лупу O'_L , видит только снимок стереопары, полученный при помощи левого объектива O_L (рис. IV. 59) (или при помощи объектива при его установке на левом конце базы); правый же глаз видит через лупу O'_R только правый снимок стереопары.

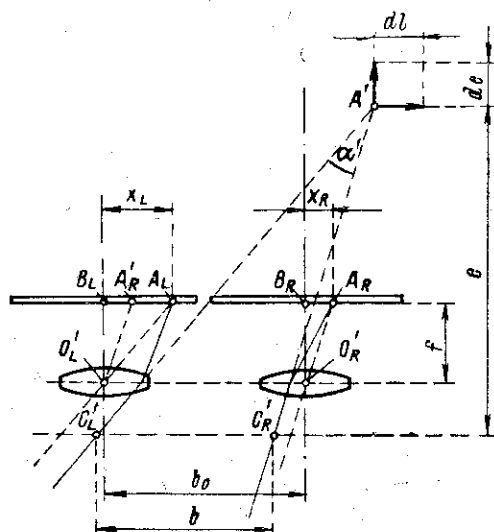


Рис. IV. 61

Если бы оба снимка, рассматриваемые через луны стереоскопа, были идентичны (например, получены контактной фотопечатью

с одного негатива), тогда изображения одних и тех же точек предмета попали бы на идентичные точки сетчаток глаз наблюдателя, смотрящего в стереоскоп. Изображение представлялось бы наблюдателю плоским. На самом же деле оба снимка стереопары перспективно отличаются друг от друга; будучи получены с разных концов базы на местности. Вследствие этого изображения одной точки попадают на диспаратные точки сетчатых оболочек глаз, и наблюдатель получает такое же пространственное впечатление, как если бы он видел перед собой не плоские снимки, а рельефные предметы.

Нужно иметь в виду, что объективы фототеодолитов (и других аналогичных приборов) дают перевернутое сверху вниз и справа налево изображение. Лупы же стереоскопа изображение не переворачивают. Чтобы наблюдатель, глядя в стереоскоп, видел прямое изображение снятых предметов, необходимо снимки при их установке в стереоскоп перевернуть на 180° по отношению к их положению в фототеодолите. Поэтому, если отрезки x_L и x_R в фототеодолите (рис. IV. 59) расположены влево от осевых точек B_L и B_R , то в стереоскопе они расположены вправо от этих точек (рис. IV.61). Пусть фокусные расстояния f луп равны друг другу, а расстояние $O_L O'_L$ между осями луп равно b_0 . Пусть далее центры зрачков C'_L и C'_R глаз наблюдателя расположены на некотором расстоянии от луп. При этом они могут быть несколько смещены с осей луп, да и глазная база $b = C'_L C'_R$ наблюдателя может несколько отличаться от расстояния b_0 между осями луп.

Для построения главного луча, идущего от точки A_L в центр C'_L зрачка левого глаза наблюдателя, проведем сначала вспомогательный луч $A_L O'_R$. Затем проведем через точку C'_L главный луч $C'_L A'$ параллельно лучу $A_L O'_L$. Таким же образом строим и главный луч $C'_R A'$ для правого глаза наблюдателя. Обратные продолжения этих лучей пересекаются в точке A' . В этой точке и локализуется пространственный (или стереоскопический) образ точки A на местности.

Таким образом, наблюдатель, рассматривающий стереопару через стереоскоп, видит как бы пространственную модель местности, заснятой на снимках стереопары. Такой стереоскопический образ следует строго отличать от оптического изображения. Например, оптическое изображение точки A_L лежит на бесконечности, так как точка A_L находится в передней фокальной плоскости лупы, а стереоскопический образ A' — на конечном расстоянии e от глазной базы $C'_L C'_R$ наблюдателя. Если наблюдатель, смотрящий в стереоскоп, захочет фиксировать точку A' , то ему придется конвергировать на расстояние e . Но в то же время его глаза вынуждены аккомодировать на бесконечность, где лежит оптическое изображение. Таким образом, мы здесь встречаемся с расхождением конвергенции и аккомодации. Это расхождение следует удерживать в некоторых пределах (зона комфорта $\pm 1 \text{ днпр}$). Этот недостаток отсутствует полностью, а следовательно, стереоскопический образ совпадает с оптическим изображением, если оба глаза пользуются одной оптической системой, например, если маленький предмет рассматривается двумя глазами через лупу, имеющую для этого достаточно большой диаметр. В случаях же, когда расхождение конвергенции и аккомодации неустранимо, его следует уменьшить путем подбора расстояния e_0 до

оптического изображения, обеспечивающего наименьшие возможные расхождения конвергенции и аккомодации, по формуле

$$\frac{1}{e_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{e_{\min}} - \frac{1}{e_{\max}} \right). \quad (\text{IV. 367})$$

Здесь $e_{\max}$ и $e_{\min}$ — расстояния до наиболее далекой и наиболее близкой точек стереоскопического образа.

Следует еще заметить, что понятие об оптическом изображении имеет до известной степени физический смысл (сгущение световой энергии в местах пересечения лучей), в то время как представление о стереоскопическом образе полностью лишено физического содержания и является чисто проективным, геометрическим понятием. Это не мешает, однако, лицам, смотрящим в стереоскоп, получить иллюзию реального пространства и реальных предметов.

Обратимся к определению видимой через стереоскоп дистанции e . Для этого от точки B_L отложим отрезок $B_L A'_R$, равный $B_R A_R = x_R$. Отрезок $A'_R A_L$ равен линейному параллаксу p по формуле (IV. 360). Точку A'_R соединим прямой с точкой O_L . Нетрудно убедиться по проделанным построениям, что треугольники $A_L O_L A'_R$ и $C_L A'_R C_R$ подобны. Вследствие этого получаем выражение для параллакса p

$$p = \frac{bf}{e}, \quad (\text{IV. 368})$$

совершенно аналогичное формуле (IV. 361). В левых частях этих формул находится одна и та же величина p . Поэтому, приравнявая их правые части, получим

$$\frac{bf}{e} = \frac{BF}{E}, \quad (\text{IV. 369})$$

или иначе

$$e = \frac{bf}{BF} E. \quad (\text{IV. 370})$$

В последней формуле величины b , f , B и F для одной стереопары постоянны, поэтому видимая дистанция e прямо пропорциональна истинной дистанции E . Эта простая зависимость не исключает, однако, возможности искажения стереоскопического образа, т. е. нарушения подобия самой местности и ее стереоскопического образа.

Дифференцируя выражение (IV. 369), получим вспомогательную формулу, которая будет нам нужна в дальнейшем,

$$\frac{bf}{e^2} de = \frac{BF}{E^2} dE. \quad (\text{IV. 371})$$

Следует еще заметить, что в треугольнике $C_L A' C_R$ основание $C_L C_R$ всегда равно глазной базе b наблюдателя, независимо от величины расстояния b_0 между осями окуляров (или луп) прибора. Поэтому расстояние между осями окуляров (или луп) стереоскопического прибора принципиально может быть постоянным, и это не повлечет за собой ни погрешностей измерения, ни неудобств при наблюдении. В стереоскопах обычно так и делают: лупы стереоскопа перемещаются только вдоль оптических осей для установки на резкость при аметропическом зрении, но расстояние между их осями остается постоянным. При этом, однако, диаметр D' выходных зрачков прибора, как нетрудно понять по чертежу (рис. IV. 62), должен быть достаточно большим, чтобы при всех значениях глазной базы наблюдателей от $b_{\min}$ до $b_{\max}$ и при диаметре $D_{\text{з.л}}$ зрачков глаз последние находились внутри выходных зрачков прибора. Для этого должно быть выполнено условие

$$D' \geq \frac{1}{2} (b_{\max} - b_{\min}) + D_{\text{з.л}}.$$

(IV. 372)

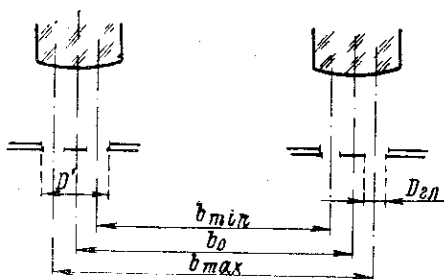


Рис. IV. 62

Пусть, например: $b_{\max} = 74$ мм; $b_{\min} = 54$ мм; $D_{\text{з.л}} = 5$ мм. Тогда по условию (IV. 372) получим: $D' \geq 15$ мм. Расстояние между осями окуляров должно быть равно среднему значению глазной базы: $b_0 = 64$ мм.

Такой большой диаметр выходного зрачка трудно осуществим в более сложных оптических приборах. Поэтому в них делают расстояние b_0 между осями окуляров переменным, устанавливаемым по глазной базе наблюдателя. Конструкций устройств для изменения окулярной базы стереоскопических приборов существует много. К числу наиболее распространенных конструкций относится устройство (рис. IV. 63; a — вид в плане, b — вид со стороны смотрящего в окуляры наблюдателя), состоящее из двух призм ромбов P_L и P_R , поставленных в ходе лучей перед окулярами $Ок_L$ и $Ок_R$. Левая призма P_L может вращаться вместе с соответствующим окуляром $Ок_L$, вокруг оси LL' , совпадающей с оптической осью объективной части прибора. Правая призма P_R вместе с окуляром $Ок_R$ может вращаться вокруг оси RR' . При этом призмы связаны механически (посредством зубчатой пары секторов) так, что они поворачиваются одновременно на равные углы, но в противоположные стороны. На рис. IV. 63, b сплошной линией показано положение призм P_L и P_R , соответствующее наибольшему расстоянию $b_{\max}$ между

осями окуляров, а пунктиром — положение, соответствующее наименьшему расстоянию $b_{\min}$.

Теоретические основания устройства и действия современных стереоскопических измерительных приборов развиты немецким оптиком Е. Пульфрихом (1858—1927 гг.). Им же создан ряд стереоскопических измерительных приборов, из которых особой известностью пользуется *стереокомпаратор*. (Интересно здесь заметить, что Пульфрих видел только одним глазом, а потому не мог сам пользоваться созданными им приборами.)

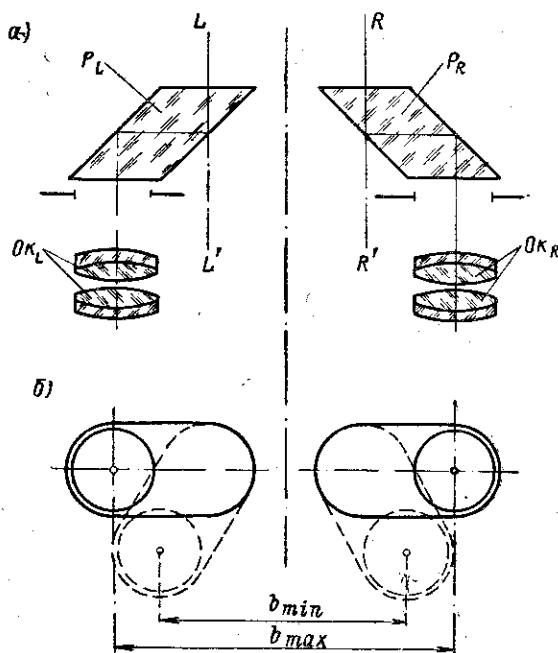


Рис. IV. 63

Стереокомпаратор, построенный К. Пульфрихом в 1901 г., — это стереоскоп с измерительным устройством. Схематически действие этого устройства можно пояснить следующим образом (рис. IV. 64). На снимки стереопары со стороны луп наложена рама 5, в которой жестко закреплена стеклянная прозрачная пластинка 3. Вторая такая же пластинка 8 имеет в раме 5 небольшое горизонтальное перемещение, осуществляемое посредством точного микрометрического винта 11 и пружины 6. В центрах пластин 3 и 8 нанесены черные марки 4 и 7, равные по форме и размерам. Горизонтальное перемещение правой пластины 8, а следовательно, и правой марки 7, отсчитывается при помощи шкалы 10 (целые обороты винта) и круговой шкалы на головке винта 11. При установке винта 11 на нуль по обоим шкалам рас-

стояние между марками 4 и 7 должно быть равно расстоянию $B_L B_R$ (рис. IV. 61) между центральными точками снимков стереопары.

Рама 5 может, кроме того, вся целиком перемещаться по стойкам 2 и 9 в вертикальном направлении, а жестко связанные между

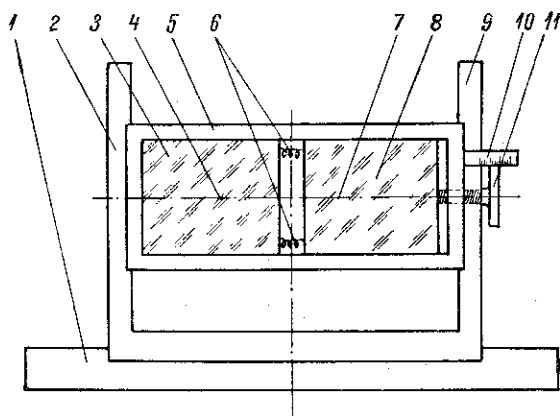


Рис. IV. 64

собой стойки 2 и 9 могут передвигаться по направляющей 1 в горизонтальном направлении. Как вертикальное, так и горизонтальное перемещение рамы 5 отсчитываются по соответствующим шкалам (не показанным на чертеже).

Марки 4 и 7 имеют обычно форму небольшого черного диска с оттянутым вниз острием (рис. IV. 65, а) или форму ромба (рис. IV. 65, б).

При наличии измерительного устройства наблюдатель, смотрящий в стереоскоп, увидит кроме стереоскопического образа местности еще и стереоскопический образ пространственной марки, получающийся благодаря слиянию в один пространственный образ возникших на сетчатых оболочках глаз изображений марок 4 и 7 (рис. IV. 64). Пространственная марка представляется наблюдателю в виде воздушного шара (баллончика), висящего над местностью. Кажущееся расстояние до этого баллончика, очевидно, зависит от его линейного параллакса. Величина линейного параллакса пространственной марки отсчитывается по шкале 10 и по круговой шкале на головке винта 11. Если наблюдатель, вращая головку винта 11, заставляет марку 7 двигаться влево, то параллакс баллончика возрастает. Вследствие формулы (IV. 368)

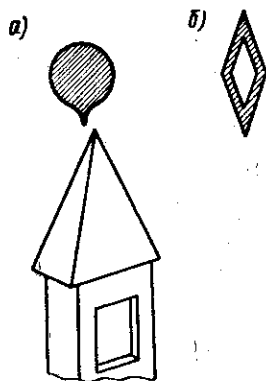


Рис. IV. 65

возрастание параллакса p влечет за собой уменьшение видимой дистанции e . Поэтому у наблюдателя возникает впечатление, что баллончик приближается.

Перемещая всю раму 5, наблюдатель может подвести острие пространственной марки в картинной плоскости к любой точке местности, например к вершине башни (рис. IV. 65, а). Но пространственно марка и башня могут при этом представляться наблюдателю находящимися на разных расстояниях. Это имеет место тогда, когда линейные параллаксы марки и башни не равны. Так, например, если параллакс баллончика меньше параллакса башни, то баллончик представляется наблюдателю находящимся дальше, чем башня. Тогда наблюдатель, вращая головку винта 11, заставляет марку 7 двигаться влево, увеличивая этим параллакс пространственной марки и уменьшая ее видимую дистанцию до тех пор, пока у него не создастся впечатление, что марка и башня равно удалены от наблюдателя. Поворачивая головку винта 11 взад и вперед, тренированный стереоскопист с большой точностью улавливает момент совпадения по дистанции пространственной марки и точки на местности, а это значит, что равны и их линейные параллаксы. Следовательно, по шкалам у микрометрического винта 11 будет отсчитан линейный параллакс p данной точки местности.

Наведение острия левой марки 4 на изображение данной точки на левом снимке путем перемещения рамы 5 в вертикальном и в горизонтальном направлениях и отсчет этих перемещений по шкалам позволяет определить координаты x_L и y_L на снимке. Таким образом находятся все три величины p , x_L и y_L , необходимые для вычисления пространственных координат E , L и H данной точки местности. Описанным здесь стереоскопическим методом линейный параллакс p определяется с точностью до 2 мкм, а координаты x_L и y_L — с точностью до 10 мкм. Вычисление пространственных координат E , L и H выполняется при помощи формул (IV. 361), (IV. 363) и (IV. 364).

Схема измерительного устройства стереокомпаратора, показанная на рис. IV. 64, иллюстрирует основную идею действия этого прибора, но не его конструкцию. Оптическая система для каждого глаза представляет собой микроскоп малого увеличения, объективная часть которого построена по типу оборачивающей системы зрительной трубы с параллельным ходом между двумя компонентами. Ход лучей изломан при помощи зеркал или призм таким образом, чтобы окулярные оси были сближены и расположены под углом 45° к горизонту для удобства пользования прибором. Стереоскопические марки помещаются в плоскости промежуточного изображения снимков стереопары у передней фокальной плоскости окуляров. Благодаря этому имеется возможность полностью устранить *глубинный параллакс* (не смешивать со стереоскопическим параллаксом!), который возникает в случае, если плоскость марок не совпадает с плоскостью снимков.

Обе стереоскопические марки нанесены на одну стеклянную пластинку, а перемещение одной из марок, предусмотренное для установки и измерения параллакса в схеме, представленной на чертеже (рис. IV. 64), заменяется действием оптического компенсатора, обычно типа линзы, смещаемой с оптической оси. Этот компенсатор помещается в одной из ветвей оптической системы, в параллельном ходе лучей между компонентами объектива. В обеих ветвях этот параллельный ход лучей используется также для размещения в нем систем для скачкообразной перемены увеличения. При отсутствии последних видимое увеличение стереокомпаратора бывает в пределах от $6\times$ до $10\times$. При перемене увеличения оно меняется от $2\times$ до $8\times$.

Только измерение координат x_L и y_L выполняется механически при помощи перемещения по двум взаимно перпендикулярным направлениям столика, на котором укреплен стереопара. В настоящее время строятся стереокомпараторы, спаренные с электронным счетным устройством, избавляющим стереоскописта от необходимости выполнять значительную по объему вычислительную работу и существенно сокращающим длительность обработки каждой стереопары.

В аэросъемке применяются различные стереоскопические приборы для более или менее автоматизированного получения планов местности и нанесения горизонталей. Они известны под названиями: стереопланиграф, аэрокартограф, мультиплекс и стереоавтограф.

§ 92. Стереоскопический дальномер

Мы называем *пластикой прибора* его способность усиливать стереоскопический эффект по сравнению с тем стереоскопическим эффектом, который получается при наблюдении невооруженными глазами. Представим себе, что где-либо на базе $O_L O_R$ (рис. IV. 59) находится человек, рассматривающий простирающуюся перед ним местность без помощи оптических приборов. Если при этом он фиксирует точку A на местности, то согласно формуле (IV. 358) мерой пластики будет величина da

$$da = -\frac{b dE}{E^2}, \quad (\text{IV. 373})$$

где b — глазная база наблюдателя;

E — дистанция;

dE — простираение некоторого предмета, находящегося у точки A , по глубине.

Если тот же человек рассматривает стереопару снимков, смотря на них через лупу стереоскопа, и при этом фиксирует точку A' (рис. IV. 61), то получится мера пластики da'

$$da' = -\frac{b de}{e^2}. \quad (\text{IV. 374})$$

Пластикой прибора условимся называть величину P , определяемую формулой

$$P = \frac{da'}{da}. \quad (\text{IV. 375})$$

Пользуясь этим определением, составим формулу для расчета пластики стереоскопического прибора. Для этого применим формулы (IV. 373) и (IV. 374):

$$P = \frac{E^2}{e^2} \frac{de}{dE}. \quad (\text{IV. 376})$$

На основании вспомогательной формулы (IV. 371) мы получим

$$P = \frac{BF}{bf}. \quad (\text{IV. 377})$$

Введем теперь вспомогательную величину P_0

$$P_0 = \frac{B}{b}, \quad (\text{IV. 378})$$

называемую *удельной пластикой прибора*.

Что же касается отношения F/f , то оно, очевидно, представляет собой видимое увеличение Γ телескопической системы, состоящей из объектива фототеодолита и лупы стереоскопа. Эта телескопическая система в данном случае разорвана на две части вклинившейся фотофиксацией промежуточного изображения, так что работа объектива и окуляра протекает в разных местах и в разное время. Но в других стереоскопических приборах может и не быть такого разрыва. Поэтому имеем

$$\Gamma = \frac{F}{f}, \quad (\text{IV. 379})$$

причем Γ — видимое увеличение прибора. Учитывая (IV. 378) и (IV. 379), получим окончательно из формулы (IV. 377)

$$P = \Gamma P_0. \quad (\text{IV. 380})$$

Таким образом, полная пластика стереоскопического прибора равна произведению его видимого увеличения на удельную пластику. Так, например, в полевом призмённом бинокле $\Gamma = 8\times$ и $P_0 = 1,2\times$. Поэтому по формуле (IV. 380) найдем его пластику: $P = 9,6\times$. Этот бинокль увеличивает стереоскопический эффект почти в 10 раз.

Благодаря формуле (IV. 377), получим из выражения (IV. 370)

$$E = Pe. \quad (\text{IV. 381})$$

Пластика P прибора показывает, во сколько раз истинная дистанция E на местности больше кажущейся дистанции e при применении стереоскопического прибора.

Раньше нами было указано, что для невооруженных глаз существует такое расстояние r_0 , называемое радиусом стереоскопического зрения, начиная с которого предметы теряют свою рельефность и стереоскопический эффект не возникает. Подставляя r_0 в формулу (IV. 381), найдем радиус R_0 стереоскопического зрения для наблюдателя, вооруженного стереоскопическим прибором:

$$R_0 = Pr_0 \approx 1,3 P \text{ км.} \quad (\text{IV. 382})$$

Так, например, для большой стереотрубы имеем: $\Gamma = 10^\times$; $B = 640 \text{ мм}$, следовательно, $P_0 = 10^\times$ и $P = 100^\times$. При применении этой стереотрубы радиус стереоскопического зрения R_0 достигнет 130 км.

Усиление стереоскопического эффекта и расширение области его действия играет важную роль для приборов, применяемых для корректировки артиллерийского огня. Наблюдая взрывы снарядов и цель в стереоскопический прибор с большой пластикой, можно различить недолеты и перелеты.

Однако наиболее удобным в эксплуатации и совершенным стереоскопическим измерительным прибором следует признать стереоскопический дальномер. Современные конструкции стереодальномеров отличаются нерасстраиваемостью, достигаемой, во-первых, применением призм, нечувствительных к небольшим поворотам, происходящим вследствие деформаций корпуса и других механических частей прибора (пентапризмы, призмы трипель), во-вторых, применением стереоскопических марок, проектируемых в основной ход лучей при помощи бифокального коллиматора, и, в-третьих, применением в длинных и ответственных участках хода лучей труб с вакуумом или наполненных легкоподвижным газом (гелием) во избежание отклонения лучей вследствие воздушной рефракции внутри самого прибора.

На чертеже (рис. IV. 66) схематически представлено оптическое устройство одного из современных стереодальномеров. В наружном корпусе I дальномера помещаются две оптические системы: основная телескопическая система, служащая для создания стереоэффекта и обладающая высокой пластикой (т. е. большой базой B и большим увеличением Γ), и бифокальный коллиматор, проектирующий в обе ветви основной системы изображения стереоскопических марок. Обе эти системы симметричны по своему устройству; поэтому мы ограничимся рассмотрением только левой части прибора.

У левого конца базы прибора свет входит в окно, закрытое защитным стеклом 14 , имеющим слегка клиновидную форму (для заводской регулировки параллельности осей при установке на бесконечность). Далее свет попадает в оптический компенсатор, служащий для установки и измерения стереоскопического параллакса и состоящий из двух очень длиннофокусных линз:

движущейся перпендикулярно к оптической оси линзы 16 и неподвижной линзы 15. Линза 16 жестко связана со шкалой дистанций (не показанной на чертеже), отсчет по которой производится с помощью специального отсчетного микроскопа или вводится в один из окуляров главной системы стереодальномера. Затем свет проходит через концевой отражатель 17 дальномера, представляющий собой пентапризму и, пройдя через призменный блок 13, 12, как через плоскопараллельную пластину, входит в двухлинзовый объектив 6 телескопической системы. За объективом 6 расположена слабо рассеивающая линза 5, перемещением которой вдоль оптической оси можно в некоторых пределах регулировать фокусное расстояние объектива, а потому и увеличение трубы.

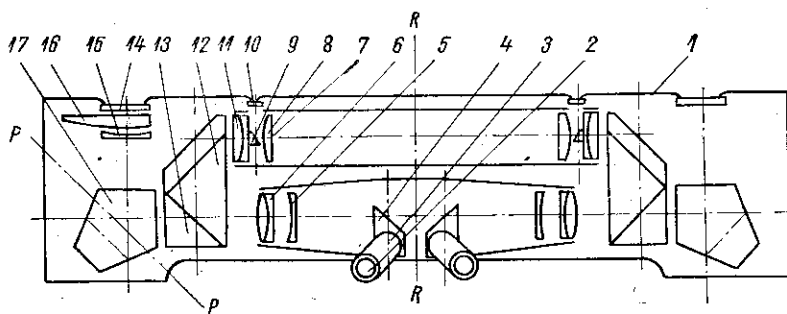


Рис. IV. 66

Такая регулировка (при сборке прибора) необходима для того, чтобы правая и левая телескопические системы имели равные увеличения. Далее свет идет в призму 4 центрального мостика дальномера, а оттуда, пройдя предварительно через призму ромб 3, служащую для изменения расстояния между осями окуляров, попадает, наконец, в окуляр 2. Правая телескопическая система построена совершенно так же, как и описанная здесь левая, за исключением оптического компенсатора 16, 15, которого в правой половине дальномера нет.

В бифокальный коллиматор свет попадает через окошечко, закрытое защитным стеклом 10, отражается от наклонного (под углом 45°) плоского зеркальца 9 и освещает стереоскопическую марку 8, нанесенную на поверхности линзы 7 у самой ее вершины, а значит, у ее передней главной точки. Точно такие же окошечко, зеркальце и линза со стереоскопической маркой имеются в правой половине дальномера; при этом марка, нанесенная на левой линзе, находится в фокусе правой линзы, а марка, имеющаяся на правой линзе, — в фокусе левой линзы 7. Марки сделаны прозрачными на непрозрачном фоне. Таким образом, из линзы 7 идет параллельный пучок лучей (от какой-либо точки правой марки). Этот

параллельный пучок лучей проходит через двухлинзовую афокальную систему 11, служащую для исправления хроматизма линзы 7. Зеркальце 9 наклеено на поверхность системы 11. После этой системы свет поступает в призму 12, имеющую крышу и еще одну нижнюю отражающую грань и действующую как призма трипель. На нижнюю отражающую грань призмы 12 наклеена простая прямоугольная призма 13, а поверхность их склейки сделана частично прозрачной: она пропускает 75—80% и отражает 25—20% света. Свет, идущий из коллиматорной линзы 7 и отраженный нижней полупрозрачной гранью призмы 12, поступает далее в объектив 6 левой зрительной трубы главной системы дальномера. Таким образом, пучки лучей, идущие от цели, до которой определяется расстояние, и пучки, идущие от стереоскопической марки, сливаются на грани склейки призм 12 и 13; дальше они идут вместе через всю систему от объектива 6 до окуляра 2 включительно. Поэтому какие бы то ни было нарушения регулировки в этой части оптической системы не могут внести ошибку в измеряемую дистанцию. Все же остальные части оптической системы, проходящие этими пучками до их слияния, нечувствительны к деюстирующим воздействиям.

Это в первую очередь относится к системе, состоящей из двух линз (линза 7 и симметричная с ней линза в правой части прибора) бифокального коллиматора. Можно убедиться, что при любых смещениях этих линз перпендикулярно к оптической оси и при всевозможных их перекосах выходящие из них влево и вправо пучки останутся строго параллельными друг другу (и направленными в противоположные стороны). Афокальная система 11, действующая как плоскопараллельная пластина, тоже не может ни при каких смещениях и перекосах вызвать отклонение проходящих через нее пучков лучей. Призма трипель 12 также совершенно не чувствительна к деюстировкам.

Такие же соображения могут относиться к деталям, стоящим в ходе лучей от цели. Защитное стекло 14 и афокальная система, состоящая из линз 15 и 16, не могут быть источниками погрешностей, так же как и блок призм 13, 12, через который свет, идущий от цели, проходит как через плоскопараллельную пластину. Только концевой отражатель — пентапризма 17 — не вполне безупречен в этом отношении. Правда, он совершенно нечувствителен к поворотам вокруг оси, перпендикулярной к плоскости главного сечения призмы (т. е. к плоскости нашего чертежа), поэтому он также не вносит ошибок в измеряемую дистанцию. Но при повороте концевой отражателя вокруг оси объектива 6 возникает так называемая *ошибка по высоте*. Наличие этой ошибки вызывает *фузионные* трудности у наблюдателя, другими словами, затрудняет слияние изображений на двух сетчатках глаз в один пространственный образ, а тем самым снижает точность работы дальномерщика.

Поэтому в дальномере должно быть устройство для исправления ошибки по высоте. Для этой цели можно применить одно из двух средств: покачивание концевой отражателя 17 вокруг оси, перпендикулярной к его плоскости симметрии (ось PP), или покачивание трубы, содержащей зрительные трубы 6—2, вокруг оси, лежащей в плоскости чертежа и перпендикулярной к оптической оси главной системы (ось RR).

Эта поразительная нерасстраиваемость стереоскопического дальномера делает его по надежности действия недостижимым образцом для всего современного приборостроения, в том числе для электронных приборов. А применение в схеме стереодальномера

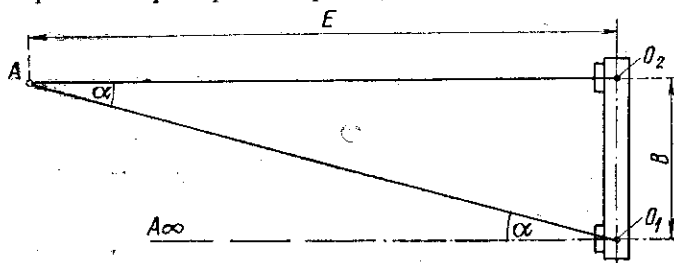


Рис. IV. 67

эопов делает этот прибор работоспособным независимо от внешних условий освещения и состояния атмосферы (работа в тумане и ночью).

Обратимся теперь к определению теоретической погрешности стереоскопического дальномера. Для этого рассмотрим так называемый измерительный треугольник O_1AO_2 (рис. IV. 67), образованный базой B и визирными лучами AO_1 и AO_2 . Лучи эти встречаются в точке A , что имеет место в случае, когда при помощи оптического компенсатора дальномержик уравнил видимые дистанции до пространственной марки и до стереоскопического образа точки A цели. Для этого оптический компенсатор должен был отклонить левый визирный луч AO_1 от его исходного положения $A_\infty O_1$ на угол $A_\infty O_1 A$. Так как исходное положение $A_\infty O_1$ визирного луча параллельно правому (неподвижному) визирному лучу AO_2 , то угол $A_\infty O_1 A$ отклонения левого визирного луча, очевидно, равен параллактическому углу $\alpha = O_1AO_2$. Из треугольника O_1AO_2 получим, учитывая малость угла α ,

$$\alpha = \frac{B}{E}. \quad (\text{IV. 383})$$

Дифференцируя это выражение, получим зависимость угловой погрешности da дальномера от ошибки dE в определяемой дистанции E

$$da = -\frac{BdE}{E^2}. \quad (\text{IV. 384})$$

Отбрасывая не интересующий нас знак минус, найдем

$$dE = \frac{E^2 da}{B}. \quad (\text{IV. 385})$$

Если Γ — видимое увеличение зрительных труб дальномера, то

$$da = \frac{da'}{\Gamma}, \quad (\text{IV. 386})$$

где da' — угловая погрешность стереоскопического эффекта дальномерщика.

Выше было указано, что для тренированного стереоскописта эта величина da' в среднем равна $10''$. Если da' выражено в секундах, то из (IV. 385) получим окончательно известную формулу для теоретической погрешности dE дальномера

$$dE = \frac{E^2 da'}{\Gamma B \cdot 206\,000}. \quad (\text{IV. 387})$$

Из этой формулы видно, что погрешность dE пропорциональна квадрату расстояния E . Поэтому при больших дистанциях E погрешность дальномера получается большой. Кучность стрельбы современной артиллерии на большие дистанции существенно обогнала точность определения этих дистанций при помощи стереоскопических дальномеров.

В табл. IV. 4 приведены результаты расчета по формуле (IV. 387) для стереодальномера при следующих данных: база дальномера $B = 3$ м; видимое увеличение $\Gamma = 30\times$ и $da = 10''$ и при различных дистанциях в пределах от 1 до 64 км.

Из этой таблицы видно, что при больших дистанциях теоретическая ошибка dE становится недопустимо большой. Радиолокаторы и световые дальномеры, основанные на измерении промежутка времени, требуемого для прохождения светового (инфракрасного) сигнала до цели и обратно, дают значительно более высокую точность измерения больших дистанций. Однако эти устройства уступают стереодальномеру в надежности.

§ 93. Стереоскопический эффект в микроскопии

Стереоскопический эффект широко применяется не только в приборах дальнего действия (стереоскопические зрительные трубы, стереофотокамеры), но и в приборах ближнего действия

Т а б л и ц а IV. 4
Погрешности трехметрового
стереодальномера

№ п/п	E в км	dE в м	$\frac{dE}{E}$ в %
1	1,0	0,54	0,054
2	2,0	2,16	0,108
3	4,0	8,64	0,216
4	8,0	34,5	0,432
5	16,0	138,0	0,864
6	32,0	552,0	1,728
7	64,0	2208,0	3,456

(бинокулярные лупы, бинокулярные микроскопы, стереоскопические насадки для микроскопа). Одним из наиболее простых стереоскопических приборов является бинокулярная лупа (рис. IV. 68), состоящая из двух кусков S_L и S_R , как бы вырезанных из одной линзы большого диаметра. Такие линзы, обладающие призматическим действием, часто называются сферопризмами. Но их действие можно рассматривать как действие одной большой линзы.

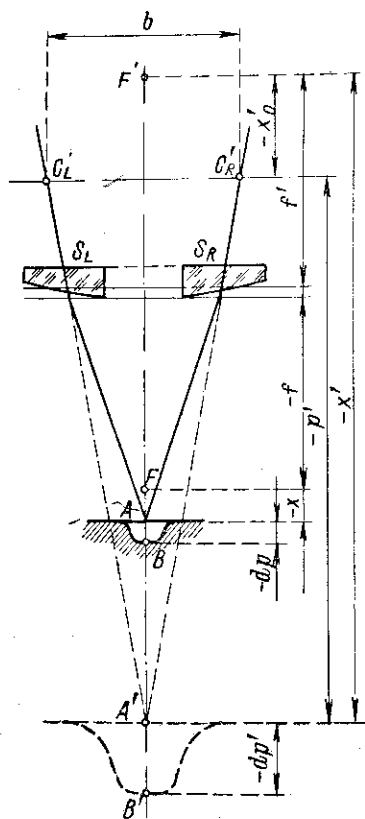


Рис. IV. 68

и глазная база $B = C'_L C'_R$. Мы определим теперь пластику P бинокулярной лупы, пользуясь формулой (IV. 375), справедливой также и для приборов ближнего действия,

$$P = \frac{da'}{da}. \quad (\text{IV. 389})$$

Мера пластики da получается при рассматривании предмета без помощи прибора с расстояния $e_0 = -250$ мм (расстояние наилучшего видения)

$$da = \frac{b dp}{e_0^2}. \quad (\text{IV. 390})$$

Пусть в точках C'_L и C'_R находятся центры зрачков глаз наблюдателя, фиксирующего через лупу осевую точку A предмета. После преломления в линзах лупы лучи, исходящие из точки A , пройдут через точку A' , сопряженную оптически с точкой A . Таким образом, в бинокулярной лупе такого устройства полностью отсутствует расхождение конвергенции и аккомодации, что является ее важным преимуществом. Пусть у точки A предмет имеет глубину $AB = -dp$ (например, впадину такой глубины). У точки A' изображения будет тогда глубина $A'B' = -dp'$. Отрезки dp и dp' связаны друг с другом через продольное увеличение q в точках A и A' , которое равно квадрату линейного увеличения V лупы

$$\frac{dp'}{dp} = q = V^2. \quad (\text{IV. 388})$$

Кроме того, на рис. IV. 68 отмечен отрезок p' , считаемый от плоскости зрачков C'_L и C'_R до точки A' ,

Меру пластики $d\alpha'$ мы получим при рассматривании изображения (у точки A') того же предмета, полученного через бинокулярную лупу (стереоскопический образ здесь совпадает с оптическим изображением)

$$d\alpha' = \frac{bdp'}{p'^2}. \quad (\text{IV. 391})$$

Применяя формулы (IV. 390) и (IV. 391), получаем из выражения (IV. 389):

$$P = \frac{e_0^2}{p'^2} \frac{dp'}{dp}. \quad (\text{IV. 392})$$

Отсюда следует, благодаря формуле (IV. 388),

$$P = \left(\frac{V_{e0}}{p'} \right)^2 = \left(\frac{250V}{p'} \right)^2. \quad (\text{IV. 393})$$

Теперь воспользуемся формулой для отрезка p'

$$p' = f' (V_c - V). \quad (\text{IV. 394})$$

Значит,

$$\frac{p'}{V} = f' \left(\frac{V_c}{V} - 1 \right). \quad (\text{IV. 395})$$

Обычно (для эметропических глаз) следует в лупе принять $V = \infty$. Тогда получим вместо (IV. 395)

$$\left| \frac{p'}{V} \right|_{V=\infty} = -f'. \quad (\text{IV. 396})$$

Вследствие этого получим из выражения (IV. 393) для пластики P

$$P = \left(\frac{250}{f'} \right)^2. \quad (\text{IV. 397})$$

Но видимое увеличение Γ лупы выражается формулой

$$\Gamma = \frac{250}{f'}. \quad (\text{IV. 398})$$

Поэтому окончательно для пластики бинокулярной лупы находим следующее простое выражение:

$$P = \Gamma^2. \quad (\text{IV. 399})$$

Это выражение свидетельствует об эффективности действия стереоскопической бинокулярной лупы.

В настоящее время применяются три типа стереоскопических микроскопов: микроскоп Грену (1892 г.) с двумя объективами, оси которых образуют угол $\alpha \approx 15^\circ$, микроскоп однообъективный со стереонасадкой по Аббе и микроскоп однообъективный с устройством для перемены увеличения.

В микроскопе Грену угол между осями двух объективов и окуляров принят равным примерно 15° , что соответствует расстоянию конвергенции $e_0 \approx 250$ мм. Как видно по чертежу (рис. IV. 69), объективы O_L и O_R расположены очень близко друг к другу,

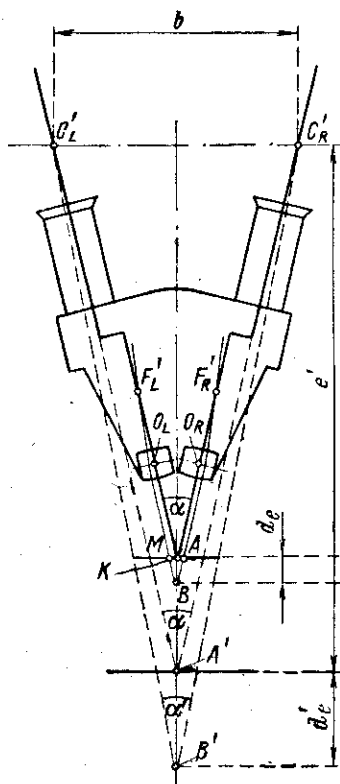


Рис. IV. 69

поэтому апертура A объективов не может быть большой; практически она не превосходит значения $A = 0,12$, что соответствует наибольшему полезному увеличению микроскопа $\Gamma = 120\times$. Для получения правильного стереоскопического эффекта в ходе лучей между каждым объективом и соответствующим окуляром расположена призмная оборачивающая система Малафеева первого или второго рода, благодаря чему микроскоп Грену дает прямые изображения. В то же время эти призмные системы используются для установки расстояния b между центрами C_L и C_R выходных зрачков микроскопа.

Стереоскопический образ точки A предмета лежит в точке A' пересечения окулярных осей микроскопа. При установке окуляров микроскопа на нуль диоптрий оптические изображения точки A получатся на бесконечности; однако изменив установку окуляров, можно получить и оба оптических изображения точки A у точки A' , устранив для точки A расхождение между аккомодацией и конвергенцией. При этом для точки B ,

лежащей дальше (или ближе) точки A , разность конвергенции и аккомодации оказывается не устраненной.

Пусть расстояние между точками A и B равно de . Тогда мера пластики da при рассматривании этого предмета невооруженными глазами будет иметь значение

$$da = \frac{bde}{e_0^2} \quad (\text{IV. 400})$$

Для нахождения меры пластики da' нам послужат следующие соображения. Угол da' есть разность параллактических углов α для точки A' и α' для точки B'

$$da' = \alpha - \alpha'. \quad (\text{IV. 401})$$

В треугольнике $A'C_LB'$ угол $AA'C_L = \frac{1}{2} \alpha$ является внешним углом, поэтому

$$\frac{1}{2} \alpha = A'B'C_L + A'C_LB' = \frac{1}{2} \alpha' + A'C_LB'.$$

Отсюда находим

$$A'C_LB' = \frac{1}{2} (\alpha - \alpha') = \frac{1}{2} da'. \quad (\text{IV. 402})$$

Главные лучи, сходящиеся в точке B предмета, вследствие телецентрического хода лучей в объективах микроскопа параллельны оптическим осям объективов, а после преломления в последних пересекают оси в задних фокусах F_L и F_R объективов. Предметная плоскость KA левого объектива, перпендикулярная к его оси, пересекается левым главным лучом, исходящим из точки B , в точке M . Отрезок $AM = z$ найдется из треугольника ABM

$$z = de \sin \frac{1}{2} \alpha. \quad (\text{IV. 403})$$

Изображение отрезка z через объектив имеет величину

$$z' = V_{об} z, \quad (\text{IV. 404})$$

где $V_{об}$ — линейное увеличение объектива.

Вследствие (IV. 403) получим

$$z' = V_{об} de \sin \frac{1}{2} \alpha. \quad (\text{IV. 405})$$

Угол $d\beta$, под которым левый глаз наблюдателя увидит отрезок z' , определяется выражением

$$d\beta = \frac{z'}{f_{ок}} = \frac{1}{2} da', \quad (\text{IV. 406})$$

где $f_{ок}$ — заднее фокусное расстояние окуляра. Но угол $d\beta$ и есть угол $A'C_LB'$. Вследствие выражений (IV. 402) и (IV. 405) получим из формулы (IV. 406)

$$da' = 2V_{об} \frac{de}{f_{ок}} \sin \frac{1}{2} \alpha. \quad (\text{IV. 407})$$

Известно, что для микроскопа справедливо соотношение:

$$\Gamma = V_{об} \Gamma_{ок} = V_{об} \frac{250}{f'_{ок}},$$

где Γ — видимое увеличение микроскопа.

Отсюда следует:

$$\frac{V_{об}}{f'_{ок}} = \frac{\Gamma}{250} = \frac{\Gamma}{e_0}, \quad (IV. 408)$$

а потому получим вместо (IV. 407) окончательную формулу для меры пластики $d\alpha'$

$$d\alpha' = 2 \frac{\Gamma}{e_0} de \sin \frac{1}{2} \alpha. \quad (IV. 409)$$

Теперь мы можем найти пластику P микроскопа Грену по формуле (IV. 389), пользуясь выражениями (IV. 400) и (IV. 409)

$$P = \frac{d\alpha'}{d\alpha} = 2\Gamma \frac{e_0}{b} \sin \frac{1}{2} \alpha. \quad (IV. 410)$$

Полагая $e_0 = 250$ мм; $b = 64$ мм, $\alpha = 15^\circ$, получим $2 \frac{e_0}{b} \sin \frac{1}{2} \alpha = 1,02 \approx 1$; поэтому из (IV. 411) находим простое выражение

$$P = \Gamma. \quad (IV. 411)$$

Тот же результат получится, если в формуле (IV. 411) угол α считать малым и равным $\frac{b}{e_0}$. Сравнивая выражения (IV. 411) и (IV. 399), можно сказать, что микроскоп Грену менее эффективен в отношении пластики, чем бинокулярная лупа. Так, например, бинокулярная лупа с пятикратным увеличением обладает такой же пластикой, как микроскоп Грену при двадцатипятикратном увеличении.

На рис. IV. 70, *a* представлена схема устройства микроскопа с одним объективом и со стереонасадкой по Аббе. Пространственный предмет *1*, имеющий глубину *de*, рассматривается при помощи микрообъектива *2* с апертурной диафрагмой *3*, расположенной в его задней фокальной плоскости. Остальные показанные на чертеже части относятся к стереонасадке. Тубусная линза *4* укорачивает длину хода лучей и создает действительное изображение апертурной диафрагмы *3* объектива в плоскости полукруглых диафрагм *8* и *13*. Далее следует разделяющая призмная система. В левый окуляр свет направляется при помощи призмы ромб *6*, к которой приклеены прямоугольная призма *5* с полупрозрачной гипотенузной плоскостью и пластинка *7*, служащая для уравнивания длин хода лучей в стекле в обеих ветвях стереонасадки.

В правый окуляр свет направляется при помощи призмы ромб 12. В плоскости, сопряженной с плоскостью апертурной диафрагмы 3 объектива, находятся диафрагмы 8 и 13, из которых каждая оставляет открытой только одну половину изображения апертурной диафрагмы 3. Далее расположены оборачивающие линзы 9 и 14, дающие в передней фокальной плоскости окуляров прямое

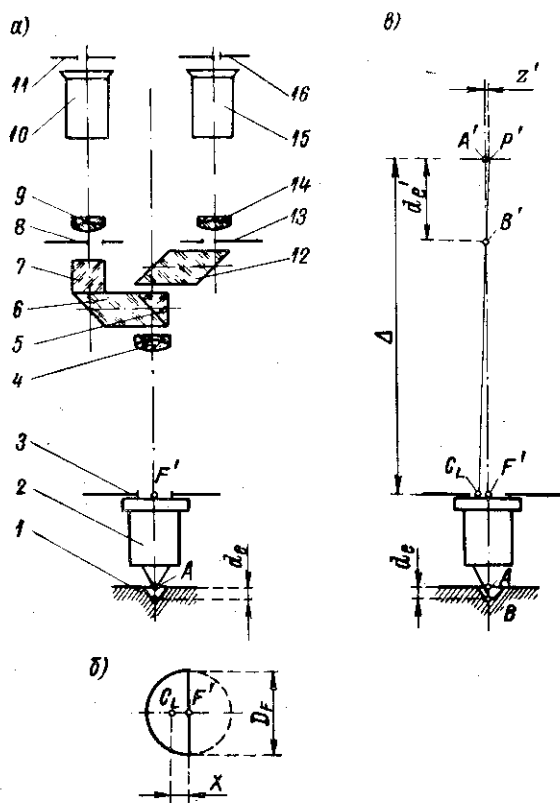


Рис. IV. 70

изображение предмета 1, что важно для получения правильного стереоскопического эффекта. За ними следуют, наконец, окуляры 10 и 15. Их выходные зрачки 11 и 16 сопряжены с диафрагмами 8 и 13 и имеют поэтому полукруглую форму. При этом закрыты половинки выходных зрачков, лежащие со стороны носа наблюдателя, а открыты их половинки со стороны его висков.

Благодаря такому устройству в левый глаз наблюдателя попадают только лучи, прошедшие через левую половину апертурной диафрагмы 3, а в правую — лучи, прошедшие через правую половину этой диафрагмы. На рис. IV. 70, б показана левая

половина апертурной диафрагмы, представляющей собой поперечное сечение пучка лучей, исходящего из осевой точки A предмета. Главный луч этого пучка проходит через центр тяжести C_L площади левой половины диафрагмы $\mathcal{Z}$. Как известно из теоретической механики, положение центра тяжести площади полукруга определяется отрезком $x = C_L F'$, причем $x = 0,2122 D_F$, где D_F — диаметр апертурной диафрагмы, находимой по формуле, известной из теории микроскопа:

$$D_F = 2 A f'_{об}, \quad (IV. 412)$$

где A — численная апертура;

$f'_{об}$ — заднее фокусное расстояние объектива микроскопа.

Вследствие (IV. 412) получим

$$x = 0,4244 A f'_{об}. \quad (IV. 413)$$

На рис. IV. 70, *в* показан ход главного луча, исходящего из точки B , отстоящей на отрезок $AB = de$ от предметной плоскости микроскопа. После объектива этот луч проходит через точку C_L и через точку B' , сопряженную с точкой B и удаленную от плоскости изображения на отрезок $A'B' = de'$. Отрезки de и de' связаны друг с другом через продольное увеличение объектива, равное квадрату его линейного увеличения $V_{об}$,

$$de' = V_{об}^2 de. \quad (IV. 414)$$

Учитывая, что отрезок $F'A' = \Delta$ есть оптическая длина тубуса микроскопа, получим из подобия треугольников $A'P'B'$ и $F'C_L B'$ соотношение

$$\frac{z'}{de'} = \frac{x}{\Delta - de'}. \quad (IV. 415)$$

Пренебрегая отрезком de' в знаменателе правой части, определим отсюда отрезок $z' = A'P'$, засекаемый рассматриваемым лучом на плоскости изображений

$$z' = \frac{x de'}{\Delta}. \quad (IV. 416)$$

Пользуясь формулой (IV. 406), справедливой и в нашем случае, получим

$$da' = 2 \frac{z'}{f'_{ок}} = 2 \frac{x de'}{\Delta f'_{ок}}. \quad (IV. 417)$$

Здесь $f'_{ок}$ обозначает фокусное расстояние всей стереонасадки, рассматриваемой как сложный окуляр. Вследствие выражений (IV. 413) и (IV. 414) далее находим

$$da' = 0,8488 A V_{об}^2 \frac{f'_{об} de}{\Delta f'_{ок}}. \quad (IV. 418)$$

Из теории микроскопа известна формула

$$V_{об} = -\frac{\Delta}{f'_{об}}. \quad (IV. 419)$$

Поэтому вместо выражения (IV. 418) получим

$$d\alpha' = 0,8488 A \frac{\Delta de}{f'_{об} f'_{ок}}. \quad (IV. 420)$$

Теперь применим известную формулу для видимого увеличения Γ микроскопа

$$\Gamma = -\frac{250\Delta}{f'_{об} f'_{ок}} = -\frac{e_0 \Delta}{f'_{об} f'_{ок}}. \quad (IV. 421)$$

Отбрасывая не интересующий нас знак минус, мы получим из выражения (IV. 420)

$$d\alpha' = 0,8488 \frac{\Delta \Gamma}{e_0} de. \quad (IV. 422)$$

Для меры пластики $d\alpha$, получаемой при рассмотрении того же предмета невооруженными глазами, по-прежнему справедлива формула (IV. 399). Поэтому для пластики P микроскопа со стереонасадкой получим по формуле (IV. 389)

$$P = 0,8488 \frac{e_0}{b} A \Gamma. \quad (IV. 423)$$

Полагая в этой формуле $e_0 = 250$ мм и $b = 64$ мм, найдем окончательное выражение для пластики P

$$P = 3,3A \Gamma. \quad (IV. 424)$$

Если микроскоп работает с полезным увеличением, выбранным по известному правилу Аббе $\Gamma = 1000A$, формула приобретает вид

$$P = 3300A^2. \quad (IV. 425)$$

В последнее время довольно широко стал применяться стереоскопический микроскоп со скачкообразной переменной увеличением (рис. IV. 71). В этом микроскопе применяется объектив I , имеющий большой диаметр и дающий изображение предмета на бесконечности. После этого объектива ход лучей разделяется на две

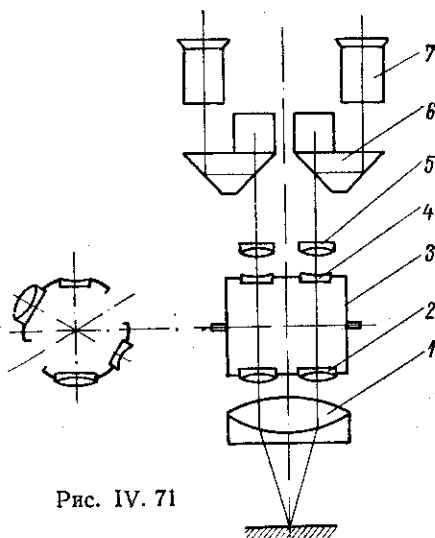


Рис. IV. 71

ветви, расположенные параллельно и симметрично. Обе ветви проходят через барабан 3, в который вставлены две пары галлеевских телескопических систем, в правой ветви — объектив 2 и окуляр 4, как это видно на поперечном разрезе барабана 3, показанном на чертеже слева. Каждая пара телескопических систем может работать в двух положениях и дает поэтому два увеличения; пятое увеличение получается, если свет проходит через имеющиеся в барабане пустые отверстия. Дальше в правой ветви расположена ахроматическая линза 5, призмная система Малафеева 6, служащая для оборачивания изображения и для изменения расстояния между осями окуляров, и, наконец, окуляр 7.

При помощи выкладок, подобных выполненным выше для микроскопов другого устройства, можно показать, что пластика этого стереомикроскопа P равна его действующему видимому увеличению Γ , как и в стереомикроскопе Грену.

§ 94. Специфические особенности стереоэффекта

В восьмидесятых годах прошлого столетия, когда фотография достигла достаточно высокого уровня как в техническом, так и художественном отношении, во всем мире стали пользоваться всеобщим признанием стереоскопические снимки, а стереоскоп для их рассматривания стал самым популярным оптическим прибором.

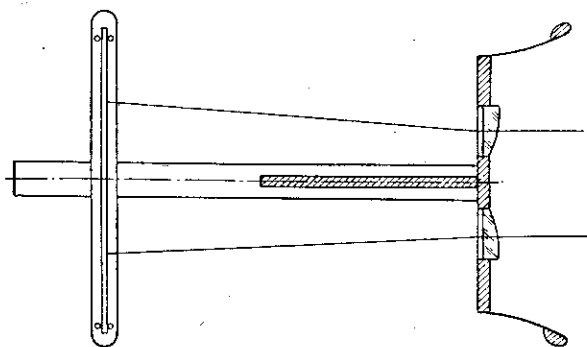


Рис. IV. 72

Стандартный размер стереопары был $9 \times 18 \text{ см}^2$ (два снимка $9 \times 9 \text{ см}^2$ каждый). Расстояние между центрами снимков составляло 90 мм и не соответствовало глазной базе человека. Широким распространением пользовался стереоскоп Брюстера (рис. IV. 72), в котором в качестве луп применялись сферопризмы, обращенные толстыми краями в стороны висков наблюдателя.

Изготовители стереопар хотели, чтобы зритель, совсем не тренированный по стереоскопическому восприятию и даже не обладающий развитой способностью пространственного зрения,

сразу чувствовал глубину в их стереоснимках. Они стали стремиться к неестественному увеличению стереоскопического эффекта снимков. На стереоснимках этого времени стереоскопический образ резко искажен: глубина его представляется зрителю утрированной; например, при съемке интерьера комната, примерно квадратная в плане, дает стереоскопический образ, растянутый по глубине наподобие коридора. Такие снимки производили неприятное антихудожественное впечатление. Встретив ряд таких снимков, зритель терял вкус к применению стереоскопа вообще, и наступило, таким образом, общее разочарование. Однако сформулировать точно, в чем тут дело, никто в то время не мог, и вся вина была свалена на прихотливую моду.

Изготовители стереопар убедились опытным путем, что для усиления стереоскопического эффекта, т. е. для получения неестественного растягивания стереоскопического образа по глубине, требуется укорочение фокусного расстояния фотообъективов. И когда в первые годы нашего столетия появились анастигматы, обладающие увеличенным углом поля зрения, они воспользовались возникшей возможностью укорочения фокусного расстояния фотографических объективов.

Вопрос об искажении стереоскопического образа требует специального рассмотрения. Для этого мы вернемся к схемам, представленным на рис. IV. 59 и IV. 58. Пусть у точки A (рис. IV. 59) находится пространственный предмет, размер которого по глубине dE , а в поперечном направлении dL . При рассматривании в стереоскоп (рис. IV. 61) возникнет у точки A' стереоскопический образ этого предмета, имеющий простираие по глубине de , а поперек dl . Введем теперь величины:

$$q_{st} = \frac{de}{dE}; \quad V_{st} = \frac{dl}{dL}. \quad (\text{IV. 426})$$

По аналогии с соответственными величинами геометрической оптики мы назовем величину q_{st} стереоскопическим продольным увеличением, а величину V_{st} — стереоскопическим линейным увеличением.

Стереоскопическое продольное увеличение легко находится дифференцированием формулы (IV. 381)

$$q_{st} = \frac{de}{dE} = \frac{1}{P}, \quad (\text{IV. 427})$$

где P — пластика прибора.

Стереоскопическое линейное увеличение V_{st} находится путем следующих соображений. Воспользуемся формулой (IV. 365)

$$dL = \frac{E}{F} dx_L. \quad (\text{IV. 428})$$

Но теперь dx_L обозначает величину изображения отрезка dL на левом (или на правом) фотоснимке. Аналогично при рассмотрении стереопары через стереоскоп мы получим выражение

$$dl = \frac{e}{f} dx_L. \quad (\text{IV. 429})$$

В формулах (IV. 428) и (IV. 429) величина dx_L одна и та же. Поэтому, исключая dx_L из этих формул, найдем следующее выражение:

$$\frac{dl}{dL} = \frac{e}{E} \frac{F}{f}. \quad (\text{IV. 430})$$

Пользуясь формулой (IV. 370), получим отсюда

$$\frac{dl}{dL} = \frac{b}{B}. \quad (\text{IV. 431})$$

Вводя в это выражение величину P_0 удельной пластики по выражению (IV. 378), находим теперь окончательное выражение для стереоскопического линейного увеличения

$$V_{st} = \frac{dl}{dL} = \frac{1}{P_0}. \quad (\text{IV. 432})$$

Имея формулы (IV. 427) и (IV. 432), можно составить условие, при выполнении которого пространственный образ предмета не будет искажен стереоскопическим прибором. Для этого, очевидно, необходимо, чтобы

$$q_{st} = V_{st}. \quad (\text{IV. 433})$$

Отсюда следует

$$P = P_0. \quad (\text{IV. 434})$$

Учитывая формулу (IV. 433), мы из выражения (IV. 434) получаем

$$\Gamma = 1. \quad (\text{IV. 435})$$

Это и есть так называемое условие ортостереоскопии.

В общем случае находим соотношение

$$q_{st} = \frac{V_{st}}{\Gamma} = \frac{f}{F} V_{st}. \quad (\text{IV. 436})$$

Если фокусные расстояния f луп стереоскопа равны фокусным расстояниям F объективов стереоскопической фотокамеры, то выполняются одновременно условия естественного впечатления и ортостереоскопии. Если же укоротить фокусные расстояния F объективов, то, как видно из выражения (IV. 436), стереоскопическое продольное увеличение q_{st} станет больше стереоскопического линейного увеличения V_{st} , и стереоскопический образ

рассматриваемого предмета окажется растянутым по глубине, к чему и стремились изготовители стереоснимков, не сознававшие, что при этом нарушаются два важнейших эстетических требования: условие естественного впечатления и условие ортостереоскопии.

В последние годы наблюдается оживление интереса широких кругов к стереоснимкам. Применение цветных диапозитивов, обеспечивающих правильную передачу цветных нюансов, вместе со стереоскопическим эффектом может создать высокохудожественную иллюзию реальной действительности. Но, к сожалению, в головах фотографов, создающих стереоснимки, до сих пор еще царят туманные представления об условии ортостереоскопии. Оно обычно связывается с требованием, чтобы база B при съемке была равна среднему значению глазной базы b человека. Это требование, однако, не имеет никакого теоретического основания, является совершенно произвольным и, как видно из выведенных здесь формул, ни в какой мере не обеспечивает ортостереоскопию. Конструкторы стереоскопических камер тоже стремятся к тому, чтобы расстояние B между осями объективов было более или менее равно глазной базе b . Это стремление ничем не может быть обосновано. Необходимо предостеречь всех, кто работает в области художественной стереоскопии, от повторения ошибок, приведших уже один раз к досадному разочарованию.

Выражение (IV. 435) для условия ортостереоскопии может быть приведено к виду, имеющему более общее значение. Считая параллактические углы α и α' малыми, получим (рис. IV. 59 и IV. 61)

$$\alpha = \frac{B}{E}; \quad \alpha' = \frac{b}{e}, \quad (\text{IV. 437})$$

откуда следует выражение для стереоскопического углового увеличения W_{st}

$$W_{st} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{b}{B} \frac{E}{e}. \quad (\text{IV. 438})$$

Вследствие формулы (IV. 370) находим отсюда

$$W_{st} = \frac{F}{f} = \Gamma. \quad (\text{IV. 439})$$

Поэтому

$$\alpha' = \Gamma \alpha, \quad (\text{IV. 440})$$

а в случае выполнения условия ортостереоскопии (IV. 435)

$$\alpha' = \alpha. \quad (\text{IV. 441})$$

В таком виде условие ортостереоскопии может применяться к каким угодно стереоскопическим приборам, в том числе и к приборам ближнего действия.

Так, например, в микроскопе со стереонасадкой (рис. IV. 70) и в стереомикроскопе с переменной увеличением (рис. IV. 71) условие (IV. 441) явно не соблюдается ($\alpha' = 0$). Этот недостаток будет исправлен, если расстояние между осями окуляров увеличить (по сравнению с расстоянием между центрами изображений, создаваемых объективами) на величину $\alpha'_{ок}$. Так как выходные зрачки прибора при этом раздвинутся больше, чем это нужно наблюдателю, то при помощи призмного устройства для установки по глазной базе их следует снова сблизить до требуемой величины базы b .

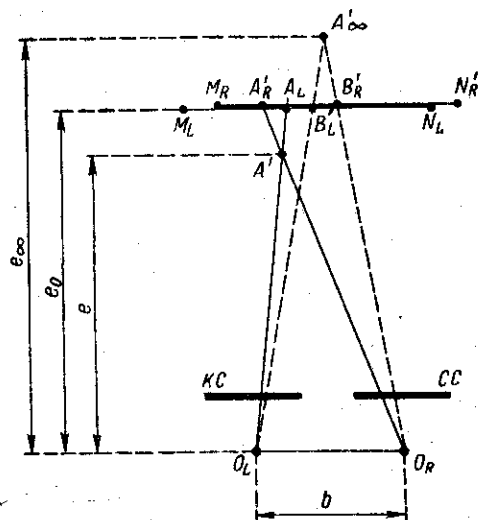


Рис. IV. 73

Среди различных методов применения стереоскопического эффекта несколько особое место занимает так называемый *анаглиф*. Оба кадра, составляющие стереопару, полученные фотосъемкой или специально рисованные, печатаются полиграфическим путем друг на друга на бумагу нейтрально серого цвета. При этом кадр, предназначенный для правого глаза, печатается красной краской, а кадр, предназначенный для левого глаза, — синей краской. Контуры изображенных на кадрах предметов при этом

в большинстве случаев не совпадают из-за имеющегося на снимках линейного параллакса p (и в силу неточности совмещения, возникающей при печатании кадров).

Анаглиф рассматривают через очки-светофильтры. Правый глаз смотрит через синий светофильтр; при этом синее изображение становится невидимым, сливается с фоном, а красное резко выделяется и становится почти черным. С левым глазом, смотрящим через красный светофильтр, происходит обратное явление: красное изображение исчезает, а синее становится черным и резко выделяется. Таким образом производится так называемая сепарация (разделение) двух картин, так что каждый глаз смотрящего на анаглиф видит только ту картину, которая для него предназначена.

На чертеже (рис. IV. 73) представлено в плане расположение центров O_L и O_R зрачков двух глаз человека. Его глазная база $b = O_L O_R$. Левый глаз смотрит через красный светофильтр $КС$, правый — через синий светофильтр $СС$. Рассматриваемый ана-

глиф состоит из двух кадров стереопары, напечатанных друг на друга: красного кадра $M_R N_R$, предназначенного для правого глаза, и синего кадра $M_L N_L$, предназначенного для левого глаза. Светофильтры KC и CC производят сепарацию кадров, так что правый глаз видит только кадр $M_R N_R$, а левый — только кадр $M_L N_L$. Пусть осевые точки этих кадров B_R и B_L не совпадают, будучи раздвинуты на расстояние $p_0 = B_L B_R$. На снимках имеются изображения A_L и A_R некоторой точки A пространственного предмета. При этом $A_L B_L = -x_L$ и $A_R B_R = -x_R$. Отрезок $p_A = -A_R A_L$ представляет собой наблюдаемое несовпадение точек A_L и A_R и называется *анаглифическим параллаксом*. По чертежу можно найти

$$A_R B_R = A_R A_L + A_L B_L + B_L B_R \quad (\text{IV. 442})$$

или иначе

$$-x_R = -p_A - x_L + p_0. \quad (\text{IV. 443})$$

Учитывая формулу (IV. 360), получим отсюда для анаглифического параллакса

$$p_A = p_0 - p, \quad (\text{IV. 444})$$

где p — стереоскопический параллакс, полученный при съемке пространственного предмета.

Из чертежа (рис. IV. 73) видно, что пространственный образ точки A при рассматривании анаглифа с расстояния e_0 возникает в точке A' пересечения лучей $A_L O_L$ и $A_L O_R$ на расстоянии e от глазной базы наблюдателя. Пользуясь подобием треугольников $A_R A' A_L$ и $O_R A' O_L$ найдем соотношение, из которого получается формула для анаглифического параллакса

$$p_A = b \frac{e - e_0}{e}. \quad (\text{IV. 445})$$

Эта формула позволяет по заданным значениям видимой дистанции e находить анаглифический параллакс p_A и может быть поэтому использована для правильного вычерчивания рисованных анаглифов.

Если же анаглиф изготовлен по фотографической стереопаре, то справедливо выражение (IV. 444), откуда благодаря формуле (IV. 361) следует

$$p_A = p_0 - \frac{BF}{E}. \quad (\text{IV. 446})$$

Сравнивая правые части выражений (IV. 445) и (IV. 446), найдем следующую зависимость, связывающую истинную дистанцию E с наблюдаемой в анаглифе дистанцией e

$$p_0 - \frac{BF}{E} = b - \frac{be_0}{e}. \quad (\text{IV. 447})$$

Зависимость (IV. 447) свидетельствует о том, что анаглифический способ рассматривания стереопар приводит к нарушению не только подобия стереоскопического образа пространственному предмету, но даже пропорциональности видимой и истинной дистанций e и E . В стереоскопе такая пропорциональность обеспечена соотношением (IV. 370) или (IV. 381). В анаглифе же связь дистанций e и E более сложная. Например, если $E = \infty$, то e приобретает значение e_∞

$$e_\infty = \frac{be_0}{b - p_0}, \quad (\text{IV. 448})$$

а если $p_0 = 0$, то $e_\infty = e_0$, т. е. стереоскопический образ бесконечно далекого предмета будет находиться на плоскости бумаги.

Казалось бы, что пропорциональность дистанций e и E может быть достигнута и в анаглифе при условии

$$p_0 = b, \quad (\text{IV. 449})$$

т. е. если осевые точки стереоскопической пары снимков раздвинуты на величину p_0 , равную глазной базе b зрителя. В самом деле, при выполненном условии (IV. 449) зависимость (IV. 447) приводится к виду

$$e = \frac{be_0}{BF} E, \quad (\text{IV. 450})$$

совершенно аналогичному формуле (IV. 370), причем только фокусное расстояние f луп стереоскопа здесь заменяется расстоянием e_0 от плоскости бумаги анаглифа до глазной базы наблюдателя. Однако при рассматривании анаглифического снимка с обычного расстояния в 250 мм столь большое раздвижение синего и красного снимков неосуществимо из-за чрезмерного расхождения аккомодации A и конвергенции K . Конвергенция должна производиться на видимое расстояние e , поэтому выраженная в диоптриях конвергенция будет

$$K = \frac{1}{e}. \quad (\text{IV. 451})$$

Аккомодировать же глазам наблюдателя приходится на расстояние e_0 ; поэтому

$$A = \frac{1}{e_0}. \quad (\text{IV. 452})$$

Таким образом, разность аккомодации и конвергенции D

$$D = A - K = \frac{1}{e_0} - \frac{1}{e}. \quad (\text{IV. 453})$$

При условии (IV. 449) и при $E = \infty$ имеем вследствие (IV. 450) $e = \infty$; приняв, кроме того, $e_0 = 250$ мм, найдем по формуле (IV. 453) $D = 4$ дптр. Известно, что допустимо предельное

расхождение аккомодации и конвергенции 3 *дптр*, однако лучше придерживаться «зоны комфорта» ± 1 *дптр*. Поэтому условие (IV. 449) практически неосуществимо, и искажение стереоскопического образа анаглифом неизбежно.

Пусть D_0 — абсолютная величина заданного допуска на расхождение аккомодации и конвергенции. Тогда по формуле (IV. 453) найдем максимальную величину видимой дистанции e

$$\frac{1}{e_{\max}} = \frac{1}{e_0} - D_0 \quad (\text{IV. 454})$$

и ее минимальную величину

$$\frac{1}{e_{\min}} = \frac{1}{e_0} + D_0. \quad (\text{IV. 455})$$

Пусть, далее, $e_{\max} = e_{\infty}$. Тогда вследствие (IV. 448) получим из формулы (IV. 454)

$$p_0 = be_0D_0. \quad (\text{IV. 456})$$

Величина p_0 , вычисленная по этой формуле, показывает, на сколько нужно раздвинуть осевые точки синего и красного снимков. В то же время эта величина представляет собой максимальный допустимый анаглифический параллакс (по абсолютной величине). Положим $b = 64$ мм; $e_0 = 250$ мм = 0,25 м; $D_0 = 1$ *дптр*. По формуле (IV. 456) находим $p_0 = 16$ мм. Если анаглифический параллакс больше 16 мм, то следует при рассматривании анаглифа увеличить расстояние e_0 .

При этих же численных данных найдем по формулам (IV. 454) и (IV. 455) $e_{\max} = 333,3$ мм; $e_{\min} = 200,0$ мм. Таким образом, полная глубина T стереоскопического образа, какую может создать анаглиф, составит:

$$T = e_{\max} - e_{\min} = 133,3 \text{ мм.}$$

Сказанное здесь относится только к случаю, когда анаглиф рассматривается с расстояния $e_0 = 250$ мм. При этом условии анаглиф никогда не будет в состоянии дать неискаженный стереоскопический образ, а потому не может претендовать на художественное воспроизведение действительности. Но мы можем указать здесь пути преодоления этого недостатка анаглифа. В первую очередь необходимо выполнить условие (IV. 449). При этом из формулы (IV. 456) получим необходимое значение расстояния e_0

$$e_0 = \frac{1}{D_0} = 1000 \text{ мм.} \quad (\text{IV. 457})$$

Далее для выполнения условия (IV. 435) ортостереоскопии необходимо увеличить снимки стереопары до получения естественного

впечатления ($\Gamma = 1$) при их рассматривании с расстояния $e_0 = 1000$ мм. Следовательно, масштаб M увеличения снимков

$$M = \frac{1000}{f'}, \quad (\text{IV. 458})$$

где f' — фокусное расстояние объектива стереофотокамеры.

Только при выполнении условий (IV. 457) и (IV. 458) может быть получена при помощи анаглифа правильная передача пространственных образов, а следовательно, и художественный эффект. Предположим, что стереоснимки делаются фотокамерой «Зоркий» или «Киев» со стереонасадкой. В пределах обычного кадра 24×36 мм² при этом получаются два снимка стереопары. Поэтому размер каждого из них будет 18×24 мм². Принимаем кроме того $f' = 50$ мм. По формуле (IV. 458) находим масштаб увеличения: $M = 20\times$. Формат увеличенных снимков будет поэтому 360×480 мм². При таком сильном увеличении снимков в них может обнаружиться зернистость эмульсии пленки. Но нужно иметь в виду, что зернистость снимков при рассматривании их с расстояния 1000 мм будет мешать не больше, чем зернистость, получаемая при обычном пятикратном увеличении и при рассматривании снимков с расстояния 250 мм.

С рядом трудностей связано введение стереоскопического эффекта в кино и телевидении. Главная трудность заключается в сепарации (разделении) проектируемых на экран изображений, предназначенных для правого и левого глаза зрителя. Из предложенного разными изобретателями множества методов сепарации наибольшего внимания заслуживают три метода: поляризационный, растрово-экранный и эклипсный. Метод анаглифа здесь не применим потому, что он исключает возможность цветных изображений.

При поляризационном методе проекция на недеполяризующий экран производится при помощи двух объективов с поляризационными светофильтрами. Зритель смотрит на экран через очки с поляризационными светофильтрами, гасящими свет, идущий от изображения, предназначенного для другого глаза. Благодаря этому каждый глаз зрителя видит то изображение, которое ему нужно видеть для получения стереоскопического эффекта. Недостатки поляризационного метода: большая потеря света (проходит не более 30%) и трудность создания недеполяризующего экрана.

В Советском Союзе стереоскопическое кино осуществляется по растрово-экранному методу С. П. Иванова, не требующему применения зрителем каких-либо очков. Перед экраном помещается линзовый растр, нанесенный на стеклянную пластинку. Действие этого растра сводится к тому, что пространство зрительного зала в кино разбивается на ряд призматических (или пирамидальных) объемов, так называемых зон избирательного видения.

При нахождении каждого глаза зрителя в надлежащей избирательной зоне пространства, каждый глаз видит только предназначенное для него изображение на экране. Поэтому перед началом сеанса зрителю необходимо найти правильное положение головы и сохранять это положение в течение всего сеанса. Утомляемость зрителей, вызываемая необходимостью не изменять положения головы и высокая стоимость изготовления большого линзово-растрового экрана являются недостатками этого метода.

Наиболее простым методом сепарации изображений, не требующим изменения обычной кинопроекционной аппаратуры и применимым как в кино, так и в телевидении, является эклипсный метод. При этом методе правое и левое изображение проектируются на экран попеременно, а каждый зритель пользуется очками, содержащими заслонку (или обтюратор), работающую синхронно с кинопроекционным аппаратом и попеременно открывающую то правый, то левый глаз зрителя. Затруднительным моментом при осуществлении этого метода является то, что частота смен кадров (для каждого глаза в отдельности) уменьшается в два раза, что может привести к появлению мелькания на экране. Поэтому необходимо либо повысить вдвое частоту смен кадров, что в кино затруднительно и неэкономично, либо увеличить число перерывов проекции каждого кадра на экран при помощи многолопастного обтюратора, что легко осуществимо, но приведет к некоторой дополнительной потере интегральной освещенности. Широкое распространение стереоскопического кино и телевидения, по видимому, будет достигнуто эклипсным методом.

ГЛАВА V

ТЕОРИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

А. ПРИЛОЖЕНИЕ ПРИНЦИПОВ ВОЛНОВОЙ ОПТИКИ

§ 95. Основы учения об эйконе

Для решения многих вопросов, возникающих при создании новых оптических приборов, оказывается достаточным упрощенное представление о распространении света, не учитывающее его волновые свойства. Но в тех случаях, когда речь идет о тонкой структуре изображения, упрощенное представление оказывается несостоятельным и возникает необходимость рассмотреть влияние волнового строения света на свойства оптического изображения. Так, при рассмотрении вопросов, связанных с разрешающей способностью оптических приборов, в предыдущих разделах учебника не раз приходилось учитывать действие дифракции и интерференции света, возникающих на его пути внутри оптических приборов. В настоящем разделе, посвященном изучению процесса образования оптического изображения, учет волновой структуры света совершенно необходим.

На первый взгляд может показаться, что переход от понятий лучевой оптики к понятиям волновой оптики носит чисто формальный характер и сводится к переводу с языка геометрической оптики на язык волновой оптики: вместо «луч» говорим «нормаль к волновой поверхности», вместо «пучок параллельных лучей» говорим «плоская волна света». Но кроме такого формального перехода здесь возникает существенная новая связь, накладываемая на явления распространения света. Это происходит вследствие того, что световые волны, являясь энергетическими поверхностями уровня светового поля, не могут прерываться. Эта связь выражается при помощи особой функции, так называемого *эйконала*, и приводит к возможности установления ряда общих закономерностей, которым подчиняются различные оптические

системы и которые управляют образованием оптического изображения. К числу этих закономерностей относятся, например, условие образования точечного изображения и закон синусов.

Основанием для вывода таких закономерностей служит известное из волновой теории света выражение для световых колебаний в случае, когда световая волна имеет произвольную форму

$$s = a \sin \omega \left(t - \frac{E}{c} \right). \quad (\text{V. } 1)$$

Здесь s — величина светового (электрического) вектора;

a — амплитуда колебаний этого вектора, зависящая от координат точки пространства, в которой наблюдаются эти колебания, но не зависящая от времени t ;

ω — угловая частота колебаний (постоянная величина);

t — время, протекшее от некоторого начального момента;

c — скорость света в пустоте (постоянная величина);

E — функция от координат точки (не зависящая от времени t), определяющая характер распространения света и форму волновых поверхностей.

В случае плоских световых волн, если распространение света протекает вдоль оси x , формула (V. 1) приобретает вид

$$s = a \sin \omega \left(t - \frac{nx}{c} \right). \quad (\text{V. } 2)$$

Теперь амплитуда a постоянна (не зависит ни от координат, ни от времени). Характеристическая функция E имеет в этом случае простое выражение.

Если координаты некоторой точки пространства постоянны, то выражение (V. 1) описывает колебательный световой процесс, происходящий в этой точке (s представляется функцией от t). Если же зафиксирован некоторый момент времени t ($t = \text{const}$), то выражение (V. 1) представляет распределение различных значений светового вектора s в пространстве. Величина φ

$$\varphi = \omega \left(t - \frac{E}{c} \right) \quad (\text{V. } 3)$$

называется фазой колебания. Известно, что волновая поверхность есть поверхность постоянного значения фазы φ . Если поэтому мы в выражении (V. 3) будем считать φ постоянным, то оно представит нам процесс изменения во времени формы и положения световой волны. Если же, кроме того, зафиксируем некоторый момент времени, т. е. положим

$$\varphi = \text{const}; \quad t = \text{const}, \quad (\text{V. } 4)$$

то выражение (V. 3), связывающее теперь пространственные координаты, является уравнением волновой поверхности при данных значениях величин φ и t . Так как при этом входящие в это

уравнение величины φ , ω , t и c постоянны, то и характеристическая функция E тоже должна быть постоянной: $E = \text{const}$. Отсюда следует вывод: на фиксированной волновой поверхности характеристическая функция E имеет постоянное значение. *Фиксированная* волновая поверхность — поверхность, рассматриваемая в некоторый фиксированный момент времени t , а потому неподвижная.

Мы видим, таким образом, что функция от координат E определяет собой форму и положение световой волны в пространстве. Но отступление волновой поверхности от шаровой формы или, говоря языком геометрической оптики, отступление от гомоцентричности светового пучка, приводит к неточечному, нерезкому изображению. Отсюда становится понятным, что функция E определяет также качество изображения, создаваемого оптической системой. Поэтому характеристическую функцию E называют эйконалом (в переводе с греческого языка — изобразитель).

Обратимся теперь к выяснению некоторых свойств эйконала E . Считая в формуле (V. 3) φ постоянным, путем дифференцирования находим

$$dE = c dt. \quad (\text{V. 5})$$

Рис. V. 1

На чертеже (рис. V. 1) показано положение световой волны W_1 в некоторый момент времени t . В момент времени $t + dt$ волновая поверхность, переместившись в пространстве, займет положение W_2 . Распространение света происходит вдоль нормали к волновым поверхностям. Пусть прямая N_1N_2 представляет собой одну из таких нормалей к волновым поверхностям W_1 и W_2 . С точки зрения геометрической оптики прямая N_1N_2 есть луч света. Обозначим через dN бесконечно малый путь, пройденный светом между волновыми поверхностями W_1 и W_2 за промежуток времени dt . Тогда скорость v распространения света можно представить в виде выражения

$$v = \frac{dN}{dt}. \quad (\text{V. 6})$$

Из физической оптики известно, что скорость v распространения света в среде с показателем преломления n выражается через скорость c света в пустоте формулой

$$v = \frac{c}{n}. \quad (\text{V. 7})$$

Исключив v из (V. 6) и (V. 7), получим

$$cdt = n dN. \quad (\text{V. 8})$$

Наконец, сравнивая (V. 5) и (V. 8), найдем выражение

$$dE = n dN. \quad (\text{V. 9})$$

Формула (V. 9) есть написанное в общем виде дифференциальное уравнение эйконала.

Для практического применения этого уравнения нам необходимо перейти к некоторой системе декартовых координат x, y, z . Воспользуемся известным положением теории функций. Пусть нам дана некоторая функция $F(x, y, z)$ от координат; дано также и некоторое направление N в пространстве, т. е. даны направляющие косинусы углов, образованных направлением N с осями координат: $\cos(N, x)$, $\cos(N, y)$ и $\cos(N, z)$. Тогда частные производные функции F по координатам выражаются формулами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= \frac{dF}{dN} \cos(N, x); \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= \frac{dF}{dN} \cos(N, y); \\ \frac{\partial F}{\partial z} &= \frac{dF}{dN} \cos(N, z). \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 10})$$

Применив эти формулы к эйконалу E , получим, учитывая выражение (V. 9),

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= \frac{dE}{dN} \cos(N, x) = n \cos(N, x); \\ \frac{\partial E}{\partial y} &= \frac{dE}{dN} \cos(N, y) = n \cos(N, y); \\ \frac{\partial E}{\partial z} &= \frac{dE}{dN} \cos(N, z) = n \cos(N, z). \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 11})$$

Формулы (V. 11) позволяют выяснить очень важное свойство эйконала E : его частные производные по координатам (при известном показателе преломления n) определяют направляющие косинусы луча, проходящего через точку с координатами x, y и z .

Резюмируя изложенное, можно утверждать, что эйконал E есть характеристическая функция координат, имеющая постоянное значение на фиксированной волновой поверхности, а его частные производные по координатам определяют направляющие косинусы луча света, проходящего через заданную точку пространства.

Из аналитической геометрии известно положение

$$\cos^2(N, x) + \cos^2(N, y) + \cos^2(N, z) = 1. \quad (\text{V. } 12)$$

Возводя в квадрат и складывая формулы (V. 11), вследствие выражения (V. 12) находим выражение

$$\left(\frac{\partial E}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial z}\right)^2 = n^2. \quad (\text{V. } 13)$$

Это выражение есть дифференциальное уравнение эйконала в частных производных. В общем случае показатель преломления n является функцией от координат. Поэтому интегрирование уравнения (V. 13) представляет, вообще говоря, значительные труд-

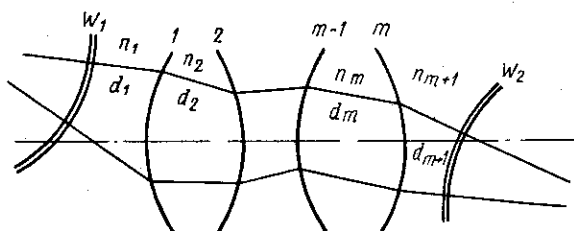


Рис. V. 2

ности и было практически выполнено только для нескольких особенно простых частных случаев.

Можно, однако, исходя из дифференциального уравнения (V. 9), определить геометрический смысл эйконала E . Для этого рассмотрим сначала случай, когда n постоянно, т. е. когда распространение света происходит в среде с постоянным показателем преломления. В этом случае выражение (V. 9) интегрируется просто

$$E_2 - E_1 = n \int dN. \quad (\text{V. } 14)$$

В левой части получается разность значений эйконала E на двух фиксированных волновых поверхностях W_1 и W_2 . В правой части постоянная величина n выносится за знак интеграла, а интеграл в правой части есть, очевидно, длина d пути, пройденного светом вдоль луча между волновыми поверхностями. Поэтому из выражения (V. 14) следует

$$E_2 - E_1 = nd. \quad (\text{V. } 15)$$

Если свет проходит через оптическую систему, состоящую из m преломляющих поверхностей, то n уже не будет постоянным. Показатель преломления n в этом случае меняется скачкообразно при переходе светового луча через каждую преломляющую поверхность, как это показано на чертеже (рис. V. 2), где указаны

и необходимые обозначения. Путь луча света между двумя фиксированными волновыми поверхностями W_1 и W_2 представляется в виде ломаной прямой, состоящей из $m + 1$ прямолинейного отрезка, имеющих длины $d_1, d_2, \dots, d_{m+1}$.

Дифференцируя снова формулу (V. 9), имеем

$$E_2 - E_1 = \int n \, dN. \quad (\text{V. 16})$$

Интеграл в правой части этого выражения можно представить в виде суммы интегралов, из которых каждый охватывает путь света на одном прямолинейном участке

$$E_2 - E_1 = \sum_{s=1}^{s=m+1} \int n_s \, dN_s. \quad (\text{V. 17})$$

Так как в пределах каждого прямолинейного участка светового пути показатель преломления n_s постоянен, он может быть вынесен за знак интеграла

$$E_2 - E_1 = \sum_{s=1}^{s=m+1} n_s \int dN_s. \quad (\text{V. 18})$$

Отсюда, действуя аналогично формуле (V. 15), находим окончательное выражение

$$E_2 - E_1 = \sum_{s=1}^{s=m+1} n_s d_s. \quad (\text{V. 19})$$

Сумму в правой части этого выражения называют оптической длиной хода светового луча. Таким образом выясняется геометрический смысл эйконала E : разность значений эйконала E на двух фиксированных волновых поверхностях W_1 и W_2 равна оптической длине хода светового луча между этими волновыми поверхностями.

§ 96. Принцип таутохронизма

Представим себе, что фиксированные волновые поверхности W_1 и W_2 (рис. V. 2) связаны друг с другом множеством световых лучей, проходящих на своем пути через оптическую систему. Тогда выражение (V. 19) может быть составлено для каждого луча. В правой части этого выражения отрезки d_s разных лучей, лежащие в одной и той же среде, а потому имеющие один номер s , не будут, конечно, равны друг другу. Однако левые части всех таких уравнений равны между собой, так как значение эйконала E на каждой волновой поверхности постоянно, а потому постоянна и разность $E_2 - E_1$ значений эйконала на двух

фиксированных поверхностях. Следовательно, должны быть равны и правые части этих выражений, и можно поэтому написать

$$\sum_{s=1}^{s=m+1} n_s d_s = \text{const.} \quad (\text{V. 20})$$

Это выражение называется *законом таутохронизма* и может быть сформулировано так: оптическая длина хода всех световых лучей, идущих между двумя фиксированными волновыми поверхностями, постоянна.

Закон таутохронизма представляет собой точный закон природы, всегда строго выполняемый при распространении световых волн, независимо от свойств оптической системы, расположенной в ходе лучей между фиксированными волновыми поверхностями. Благодаря этому следует считать его наиболее общей и универсальной закономерностью, характеризующей распространение света при прохождении его через любые оптические системы.

Физический смысл этого закона можно установить посредством следующих преобразований. Применяя формулу (V. 7) к s -й среде оптической системы, находим скорость v_s распространения света в этой среде

$$v_s = \frac{c}{n_s} \quad (\text{V. 21})$$

Время τ_s , затрачиваемое светом на прохождение пути d_s , можно выразить формулой

$$\tau_s = \frac{d_s}{v_s} \quad (\text{V. 22})$$

Отсюда получим с учетом выражения (V. 21)

$$\tau_s = \frac{n_s d_s}{c} \quad (\text{V. 23})$$

Время T , затрачиваемое светом на прохождение всего пути вдоль луча, соединяющего фиксированные волновые поверхности W_1 и W_2 , составляет, очевидно, сумму отрезков времени τ_s . Вследствие (V. 23) получим

$$T = \sum_{s=1}^{s=m+1} \tau_s = \frac{1}{c} \sum_{s=1}^{s=m+1} n_s d_s \quad (\text{V. 24})$$

В правой части этого выражения получена сумма, представляющая собой оптическую длину хода лучей между двумя фиксированными волновыми поверхностями, постоянство которой вдоль всех лучей установлено законом таутохронизма. Поэтому постоянным должно быть и время T прохождения светом пути между двумя фиксированными волновыми поверхностями вдоль любого

луча. Отсюда следует, что свет, покидающий в некоторый момент времени различные участки волновой поверхности W_1 , одновременно достигает второй волновой поверхности W_2 . Основываясь на этой физической интерпретации закона, его называют законом таутохронизма (законом одновременности).

В дальнейшем изложении для сокращения письма вводится следующее условное обозначение:

$$[W_1 W_2] = \sum_{s=1}^{s=m+1} n_s d_s. \quad (\text{V. 25})$$

При этом в квадратные скобки заключаются обозначения тех геометрических величин (волновых поверхностей, точек и т. п.), между которыми определяется данная величина оптической длины хода лучей.

Известный закон преломления, найденный Снеллиусом в 1618 г., может быть получен как следствие закона таутохронизма. Заметим предварительно, что в приведенном выше выводе закона таутохронизма нигде не участвует закон преломления. Представим себе плоскую поверхность $P_1 P_2$ (рис. V. 3), разделяющую две среды с показателями преломления n и n' . Луч $M_1 P_1$, падающий на преломляющую плоскость, образует угол падения $\omega = M_1 P_1 N_1$. Преломленный луч $P_1 L_2$ образует угол преломления $\omega' = L_2 P_1 N_2$. При этом $N_1 N_2$ — нормаль к плоскости $P_1 P_2$ в точке P_1 . Падающий луч $L_1 P_2$ параллелен лучу $M_1 P_1$, а преломленный луч $P_2 M_2$ параллелен лучу $P_1 L_2$. Плоскость $M_1 P_2$ является плоской волновой поверхностью, перпендикулярной к лучам $M_1 P_1$ и $L_1 P_2$ (падающая волна W_1). Таким же образом плоская волновая поверхность $P_1 M_2$ перпендикулярна к преломленным лучам $P_1 L_2$ и $P_2 M_2$ (преломленная волна W_2).

Рис. V. 3

На основании закона таутохронизма оптическая длина хода лучей между волновыми поверхностями W_1 и W_2 должна быть постоянной как вдоль луча $L_1 P_2 M_2$, так и вдоль луча $M_1 P_1 L_2$. Поэтому

$$n M_1 P_1 = n' P_2 M_2. \quad (\text{V. 26})$$

По чертежу находим

$$\angle M_1 P_2 P_1 = \omega; \quad \angle M_2 P_1 P_2 = \omega'. \quad (\text{V. 27})$$

Поэтому из треугольника $M_1 P_2 P_1$ определяется отрезок $M_1 P_1$

$$M_1 P_1 = P_1 P_2 \sin \omega. \quad (\text{V. 28})$$

Таким же образом получим из треугольника $M_2P_2P_1$

$$P_2M_2 = P_1P_2 \sin \omega'. \quad (V. 29)$$

Подставив значения отрезков M_1P_1 и P_2M_2 из выражений (V. 28) и (V. 29) в формулу (V. 26), найдем после сокращения на величину P_1P_2

$$n \sin \omega = n' \sin \omega', \quad (V. 30)$$

а это и есть закон преломления.

В свою очередь, из закона преломления может быть получен так называемый *принцип Ферма* (1601—1665 гг.), который утверждает, что оптическая длина хода луча, соединяющая две несопря-

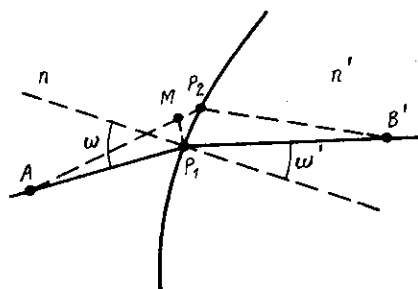


Рис. V. 4

женные точки, имеет всегда экстремальное значение по сравнению с другими путями, близкими к истинному пути луча. Покажем здесь справедливость этого принципа в случае прохождения света через одну преломляющую поверхность (рис. V. 4), разделяющую две среды с показателями преломления n и n' . Преломляющая поверхность может иметь любую форму.

Пусть имеется луч AP_1B' , соединяющий несопряженные точки A и B' и образующий углы ω и ω' с нормалью в точке падения P_1 . Выберем на преломляющей поверхности точку P_2 , бесконечно близкую к точке P_1 , так что отрезок $P_1P_2 = ds$ есть величина первого порядка малости. Соединив точку P_2 с точками A и B' , получим путь AP_2B' , соседний с лучом AP_1B' .

Оптическая длина хода луча AP_1B' может быть представлена в виде

$$[AB'] = nl + n'l', \quad (V. 31)$$

где $l = AP_1$ и $l' = P_1B'$.

При переходе от луча AP_1B' к соседнему пути AP_2B' оптическая длина хода луча получит приращение $d[AB']$

$$d[AB'] = ndl + n'dl'. \quad (V. 32)$$

Чтобы определить величину этого приращения, восстановим в точке P_1 перпендикуляр P_1M к лучу AP_1 . Из-за малости угла P_1AP_2 можно считать $AM = AP_1$. Поэтому отрезок MP_2 можно рассматривать как приращение dl отрезка $AP_1 = l$ при переходе от луча AP_1B' к соседнему пути AP_2B' . Пренебрегая величинами порядка малости выше первого, найдем из треугольника MP_1P_2

$$dl = ds \sin \omega. \quad (V. 33)$$

Аналогично находится

$$dl' = -ds \sin \omega'. \quad (\text{V. 34})$$

Вследствие двух последних выражений получим из (V. 32)

$$d [AB'] = (n \sin \omega - n' \sin \omega') ds. \quad (\text{V. 35})$$

Учитывая закон преломления (V. 30), заметим, что величина в скобках в правой части выражения (V. 35) обращается в нуль. Тем самым доказано, что приращение $d [AB']$ равно нулю; это свидетельствует о том, что сама величина $[AB']$ имеет экстремальное значение: либо максимум, либо минимум, что и утверждается принципом Ферма.

Три закономерности, о которых здесь идет речь, — закон таутохронизма, закон преломления и принцип Ферма — взаимосвязаны таким образом, что если одну из них считать данной, то две другие вытекают из нее.

§ 97. Условие образования точечного изображения

Общий характер рассмотренного выше закона таутохронизма, его применимость к всевозможным оптическим системам, независимо от специфических особенностей их устройства и действия, делают его ценным орудием при теоретических исследованиях оптических систем.

Конструктора оптических приборов особенно интересуют оптические системы, осуществляющие точечное изображение, или так называемые стигматические оптические системы. Под этим термином подразумеваются такие системы, которые заставляют все лучи света, исходящие из некоторой точки A предмета, после их прохождения через оптический прибор вновь пересечься в одной точке A' изображения, сопряженной с точкой A . При осуществлении этого требования изображение точки A будет наиболее резким, а размер пятна рассеяния будет зависеть только от действия дифракции, вызываемой ограничением пучков лучей в данном оптическом приборе. Поэтому понятно, что для создания оптических приборов, отличающихся высоким качеством изображения, одним из важнейших условий должно быть образование точечного изображения.

Такое условие действительно может быть получено путем применения закона таутохронизма. На чертеже (рис. V. 5) представлен гомоцентрический пучок лучей, исходящих из некоторой точки A предмета, помещенного в среду с показателем преломления n . В таком случае волновые поверхности в пространстве предметов должны, как известно, иметь форму шаров с центром в точке A . Пусть шаровая поверхность W представляет одну из этих волновых поверхностей и имеет радиус r . Эту волновую поверхность будем считать фиксированной.

После прохождения через оптическую систему (не показанную на чертеже) излучаемый точкой A пучок лучей выходит в пространство изображений, где находится среда с показателем преломления n' . Здесь тоже образуется последовательный ряд волновых поверхностей, имеющих, вообще говоря, не шаровую форму. Вследствие этого лучи света, представляющие собой нормали к волновым поверхностям, не будут пересекаться в одной точке, и оптическая система не даст поэтому точечного изображения точки A . На экране, поставленном в узком месте пучка, получится нерезкое изображение в виде пятна рассеяния, размеры которого зависят не только от явлений дифракции и места поло-

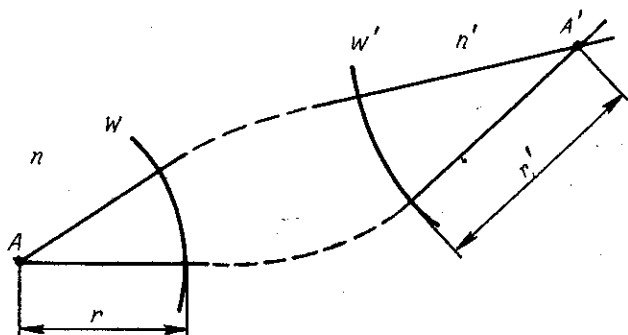


Рис. V. 5

жения экрана, но также и от специфических свойств оптической системы, создающей волновые поверхности не шаровой формы.

Только в том случае, если волновые поверхности в пространстве изображений будут шаровыми, лучи вышедшего в это пространство светового пучка пересекутся в одной точке A' , лежащей в общем центре всех этих волновых поверхностей, где и возникает точечное изображение точки A . Следовательно, для получения точечного изображения необходимо, чтобы волновые поверхности в пространстве изображений имели шаровую форму. При этом гомоцентрический пучок световых лучей, исходящих из точки A , преобразуется оптическим прибором тоже в гомоцентрический пучок световых лучей, сходящихся в точке A' , и оптическая система становится стигматичной.

Этот случай и представлен на рис. V. 5. Пусть W' — шаровая волновая поверхность, зафиксированная в пространстве изображений и имеющая радиус r' . На основании закона таутохронизма можно написать выражение

$$[WW'] = \text{const}, \quad (\text{V. 36})$$

так как оптическая длина хода всех лучей между двумя фиксированными волновыми поверхностями W и W' постоянна при любом устройстве оптической системы.

К левой части выражения (V. 36) можно прибавить произведение nr , не нарушив постоянства этого выражения, так как ввиду заведомо сферической формы волновой поверхности W расстояние от точки A до волновой поверхности вдоль всех лучей исходящего из A пучка постоянно и равно r . Таким образом, напомним теперь вместо (V. 36)

$$nr + [WW'] = \text{const.} \quad (\text{V. 37})$$

Константа правой части выражения (V. 37) отличается, понятно, от константы правой части выражения (V. 36) на величину nr , но это не имеет значения для данного вывода.

Теперь возникает вопрос, можно ли, не нарушая постоянства, прибавить к левой части формулы (V. 37) еще произведение $n'r'$. Нетрудно понять, что это можно сделать только в том случае, если волновая поверхность W' является шаровой с центром в точке A' . При всякой иной форме волновой поверхности W' расстояние от точки A' до этой поверхности не будет постоянным. Поэтому выражение

$$nr + [WW'] + n'r' = \text{const} \quad (\text{V. 38})$$

справедливо только при условии, если волновые поверхности W и W' имеют шаровую форму, а следовательно, изображение точки A точечное. Отсюда вытекает, что выражение (V. 38) есть условие, при выполнении которого данная оптическая система дает точечное изображение точки A предмета.

Рассматривая выражение (V. 38), легко можно обнаружить, что оно распространяет понятие оптической длины хода лучей на весь проходимый светом путь от точки A предмета до сопряженной точки A' изображения. Поэтому можно придать формуле (V. 38) более простой вид

$$[AA'] = \text{const.} \quad (\text{V. 39})$$

Это и есть условие образования точечного изображения, которое можно сформулировать следующими словами: для получения посредством оптической системы точечного изображения некоторой точки A предмета необходимо, чтобы оптическая длина хода всех лучей, соединяющих точку A с сопряженной с ней точкой A' , была постоянной.

В отличие от закона таутохронизма, которому подчиняются все оптические системы без исключения, условие (V. 39) отнюдь не выполняется всеми оптическими системами. Для того чтобы условие точечного изображения удовлетворялось некоторой оптической системой, она должна быть соответственным образом рассчитана. Следует заметить, что это редко удается сделать с полной точностью. Обычно условие (V. 39) оказывается выполненным только с известным приближением. Во всяком случае понятно стремление конструкторов оптических приборов удовлетворить

в них условию (V. 39) с той точностью, какая только может быть достигнута в данной конкретной оптической системе.

Отдельная преломляющая или отражающая поверхность, строго выполняющая условие (V. 39) и дающая поэтому точечное изображение некоторой точки A предмета, называется *анаберрационной поверхностью*. Такие поверхности применяются со времен Ньютона и Декарта в астрономических зеркальных объективах. Они имеют асферическую форму, и их точное изготовление является очень трудной технологической задачей. В начале нашего столетия анаберрационные поверхности стали применяться в различных осветительных приборах (прожекторы, конденсаторы для диапроекторов и кинопроекторов), где не ставятся высокие требования к точности изготовления этих поверхностей, обычно имеющих тоже асферическую форму. В настоящее время асферические поверхности начинают применять в составе сложных оптических систем, например, в фотографических и проекционных объективах, в окулярах зрительных труб и т. п., где они позволяют существенно повысить характеристики оптических приборов и в то же время упростить их оптическое устройство (применить меньшее число линз), обеспечивая при этом высокое качество изображения.

Изготовление асферических поверхностей встречает ряд технологических трудностей, так как нормальная технология изготовления оптических деталей предусматривает только сферические (и плоские) поверхности. Особенно крупные затруднения вызывает контроль формы изготавливаемых асферических поверхностей. Однако в настоящее время как в Советском Союзе, так и в ряде зарубежных стран интенсивно ведется разработка методов, станков и приспособлений для изготовления асферических поверхностей с точностью, необходимой для их применения в случаях, когда к качеству изображения предъявляются высокие требования.

Ввиду значительного успеха, достигнутого в области изготовления асферических поверхностей, проблемы их расчета приобретают с каждым годом более высокую практическую актуальность. Поэтому необходимо на этих страницах уделить некоторое внимание задачам расчета анаберрационных поверхностей, являющихся наиболее простым и во многих случаях удобным видом асферических поверхностей.

Рассмотрим сначала анаберрационную отражающую поверхность (рис. V. 6). Пусть дуга PS является меридиональным сечением отражающей поверхности. Вследствие симметрии вокруг оптической оси центрированной системы эта поверхность есть поверхность вращения с осью, совпадающей с оптической осью системы. Требуется придать этой поверхности такую форму, чтобы все лучи, исходящие из точки A , лежащей на оптической оси AS , после отражения от зеркальной поверхности PS , собрались в точке A' . Луч APA' — один из этих лучей. Положение

точек A и A' на оптической оси задано отрезками s и s' (на рис. V. 6 оба отрезка отрицательные).

Для соблюдения поставленного требования необходимо выполнить условие (V. 39) точечного изображения. Применяя его к данной отражающей поверхности и учитывая, что лучи AP и PA' лежат оба в одной среде, получим

$$AP + PA' = \text{const.} \quad (\text{V. 40})$$

Константа в правой части этого выражения легко определится, если, уменьшая до нуля угол PAS , перейти к лучу ASA' , совпадающему с оптической осью:

$$AS + SA' = -(s + s') = \text{const.} \quad (\text{V. 41})$$

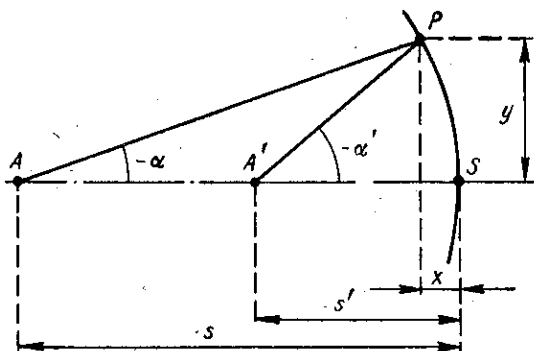


Рис. V. 6

В выражениях (V. 40) и (V. 41) константа в правой части имеет одно значение. Поэтому, исключая ее, находим

$$AP + PA' = -(s + s'). \quad (\text{V. 42})$$

Для определения формы меридиональной кривой PS введем декартовы координаты x и y точки P , лежащей на этой кривой, выбрав начало координат в точке S , в вершине кривой. По чертежу определяем

$$\left. \begin{aligned} AP &= \sqrt{y^2 + (s-x)^2}, \\ PA' &= \sqrt{y^2 + (s'-x)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 43})$$

Вследствие этого получим вместо (V. 42)

$$\sqrt{y^2 + (s-x)^2} + \sqrt{y^2 + (s'-x)^2} = -(s + s'). \quad (\text{V. 44})$$

Это уравнение, связывающее координаты x и y точек, лежащих на кривой PS , есть искомое уравнение этой кривой. Его можно, однако, существенно упростить.

Для этой цели получим из (V. 42)

$$AP + s + s' = -PA'. \quad (\text{V. 45})$$

Возводя это выражение в квадрат и учитывая формулы (V. 43), находим

$$(s - x)^2 + 2(s + s')AP + (s + s')^2 = (s' - x)^2. \quad (\text{V. 46})$$

Определяя отсюда AP , найдем после ряда упрощений

$$AP = \frac{s - s'}{s + s'} x - s. \quad (\text{V. 47})$$

Возводя формулу (V. 47) еще раз в квадрат, получим после дальнейших упрощающих преобразований

$$\frac{x^2}{(s + s')^2} - \frac{x}{s + s'} + \frac{y^2}{4ss'} = 0. \quad (\text{V. 48})$$

Это уравнение кривой второго порядка, причем оптическая ось совпадает с осью симметрии кривой. Поэтому центр этой кривой должен находиться на оптической оси. Положив в (V. 48) $y = 0$, найдем абсциссы x_1 и x_2 двух точек пересечения кривой с оптической осью

$$x_1 = 0; \quad x_2 = s + s'. \quad (\text{V. 49})$$

Как известно, центр кривой второго порядка делит пополам расстояние между ее вершинами, определяемыми абсциссами x_1 и x_2 . Поэтому абсцисса x_c центра кривой выражается формулой

$$x_c = \frac{1}{2}(x_1 + x_2). \quad (\text{V. 50})$$

Вследствие (V. 49) находим отсюда

$$x_c = \frac{1}{2}(s + s'). \quad (\text{V. 51})$$

Перенесем теперь начало координат в центр кривой, чтобы привести ее уравнение (V. 48) к нормальному виду. Прделав соответствующие выкладки, получим:

$$\frac{x^2}{\left(\frac{s + s'}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{ss'} = 1. \quad (\text{V. 52})$$

Если оба отрезка s и s' имеют один и тот же знак, то уравнение представляет собой уравнение эллипса. Его полуось a равняется арифметической средней отрезков s и s'

$$a = \frac{s + s'}{2}. \quad (\text{V. 53})$$

Полуось b эллипса — геометрическая средняя отрезков s и s' :

$$b = \sqrt{ss'} \quad (\text{V. 54})$$

Если же отрезки s и s' имеют разные знаки, то уравнение (V. 52) становится уравнением гиперболы, полуось a которой определяется также формулой (V. 53), а полуось b вычисляется по формуле

$$b = \sqrt{-ss'}. \quad (\text{V. 55})$$

На чертежах (рис. V. 7 и V. 8) представлены оба эти случая. В случае эллиптической отражающей поверхности точки A и A' совпадают с фокусами эллипса. По известному свойству эллипса

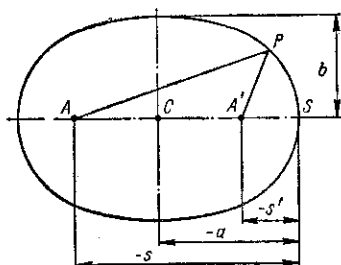


Рис. V. 7

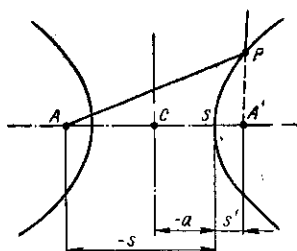


Рис. V. 8

сумма радиусов векторов AP и PA' постоянна и равна удвоенной большей полуоси a эллипса. Этим гарантируется выполнение условия (V. 40) образования точечного изображения. В случае гиперболы точки A и A' также совпадают с фокусами гиперболы. При этом либо предмет действительный, а изображение мнимое (как показано на рис. V. 8), либо наоборот.

Разберем случай, когда предмет находится на бесконечности: $s = \infty$; $s' = f'$. Уравнению (V. 48) можно придать вид

$$\frac{x^2}{s \left(1 + \frac{s'}{s}\right)^2} - \frac{x}{1 + \frac{s'}{s}} + \frac{y^2}{4s'} = 0. \quad (\text{V. 56})$$

При рассматриваемых условиях отсюда вытекает уравнение

$$y^2 = 4f'x. \quad (\text{V. 57})$$

Это уравнение параболы. Параболическое вогнутое зеркало получило широкое применение в астрономических приборах благодаря его способности создавать точечное изображение далекого предмета.

Выведенные здесь формулы для анаберрационных зеркал использованы при расчете астрономического зеркального объектива Кассегрена, приведенном в § 83.

Анаберрационные отражающие поверхности имеют, таким образом, форму эллипсоида, параболоида или гиперболоида. Анаберрационные преломляющие поверхности несколько сложнее по форме. Пусть на чертеже (рис. V. 9) дуга PS есть меридиональная кривая преломляющей поверхности, разделяющей две среды с показателями преломления n и n' . Лучи, исходящие из точки A , должны после преломления снова собраться в точке A' . Для этого необходимо выполнить условие (V. 39) точечного изображения, которое в рассматриваемом случае приобретает вид

$$nAP + n'PA' = -ns + n's'. \quad (\text{V. 58})$$

Правая часть этого выражения — константа, значение которой определено по ходу луча ASA' , совпадающего с оптической осью.

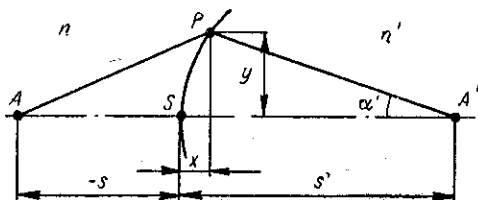


Рис. V. 9

Введем декартовы координаты x и y точки P меридиональной кривой (начало координат — в ее вершине S).

Пользуясь чертежом, найдем:

$$\left. \begin{aligned} AP &= \sqrt{y^2 + (s-x)^2}; \\ PA' &= \sqrt{y^2 + (s'+x)^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 59})$$

Вследствие этого получим вместо выражения (V. 58)

$$n \sqrt{y^2 + (s-x)^2} + n' \sqrt{y^2 + (s'+x)^2} = n's' - ns. \quad (\text{V. 60})$$

После двукратного возведения в квадрат для устранения квадратных корней найдем из формулы (V. 60)

$$\begin{aligned} & \left[\frac{n'^2 - n^2}{2} (y^2 + x^2) - (n'^2 s' - n^2 s) x \right]^2 = \\ &= nn' (n's' - ns) [(n's' - n's) (y^2 + x^2) + 2(n' - n) ss' x]. \end{aligned} \quad (\text{V. 61})$$

Это уравнение четвертой степени относительно координат x и y есть уравнение меридиональной кривой анаберрационной преломляющей поверхности. Такие кривые называются *оалами Декарта*. Ввиду трудности изготовления преломляющих поверхностей такой довольно сложной формы, они не получили практического применения в оптическом приборостроении, за исключе-

нием частного случая, при котором преломляющая поверхность приобретает более простую форму.

Этот частный случай наблюдается тогда, когда предмет находится на бесконечности: $s = \infty$; $s' = f'$, где f' — заднее фокусное расстояние этой преломляющей поверхности. Раньше чем ввести это условие, приведем уравнение (V. 61) к следующему виду:

$$\left[\frac{n'^2 - n^2}{2s} \frac{y^2 + x^2}{n' \frac{s'}{s} - n} - \frac{n'^2 \frac{s'}{s} - n^2}{n' \frac{s'}{s} - n} x \right]^2 =$$

$$= nn' \left[\frac{n \frac{s'}{s} - n'}{n' \frac{s'}{s} - n} (y^2 + x^2) + 2(n' - n) \frac{s'x}{n' \frac{s'}{s} - n} \right]. \quad (\text{V. 62})$$

Вводя теперь условия $s = \infty$; $s' = f'$, заметим, что уравнение (V. 62) существенно упрощается:

$$(n'^2 - n^2) x^2 + n'^2 y^2 - 2n' (n' - n) f' x = 0. \quad (\text{V. 63})$$

Теперь это уравнение кривой второго порядка. Исследуя его, замечаем, что при $y = 0$ получаются два значения абсциссы x , соответствующие двум вершинам исследуемой кривой:

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{2n'f'}{n' + n}.$$

Абсцисса x центра этой кривой, лежащего посередине между ее вершинами, определится поэтому выражением

$$x_c = \frac{n'f'}{n' + n}. \quad (\text{V. 64})$$

Переноса затем начало координат в центр кривой, получим из (V. 63) после упрощающих преобразований уравнение кривой в нормальном виде

$$\frac{x^2}{\left(\frac{n'f'}{n' + n} \right)^2} + \frac{y^2}{\frac{n' - n}{n' + n} f'^2} = 1. \quad (\text{V. 65})$$

Рассматривая это уравнение, устанавливаем, что необходимо различать два случая. Первый случай $n' > n$, т. е. свет, пересекая преломляющую поверхность, проходит из среды оптически менее плотной в более плотную. В этом случае уравнение (V. 65) представляет эллипс с полуосями:

$$a = \frac{n'f'}{n' + n}; \quad b = f' \sqrt{\frac{n' - n}{n' + n}}. \quad (\text{V. 66})$$

Например, если свет проходит из воздуха в стекло с показателем преломления n , имеем

$$a = \frac{nf'}{n+1}; \quad b = f' \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}. \quad (\text{V. 67})$$

Второй случай имеет место, когда свет пересекает преломляющую поверхность, проходя из более плотной среды в менее плотную: $n' < n$. Теперь уравнение (V. 65) выражает гиперболу с полуосями

$$a = \frac{n'f'}{n'+n}; \quad b = f' \sqrt{\frac{n-n'}{n'+n}}. \quad (\text{V. 68})$$

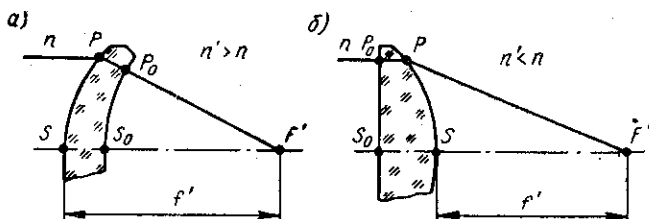


Рис. V. 10

Если свет проходит из стекла с показателем преломления n в воздух, получим

$$a = \frac{f'}{n+1}; \quad b = f' \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}. \quad (\text{V. 69})$$

На рис. V. 10, а и б представлены оба эти случая. Если параллельный ход лучей осуществлен в воздухе (рис. V. 10, а) и $n' > n$, меридиональная кривая PS преломляющей поверхности — эллипс. Задний фокус F' поверхности совпадает при этом с фокусом эллипса, более отдаленным от вершины S поверхности. Проверить это утверждение нетрудно: если это так, то заднее фокусное расстояние f' должно определяться выражением

$$f' = a + \sqrt{a^2 - b^2}. \quad (\text{V. 70})$$

Подстановка значений полуосей a и b из формул (V. 66) убеждает в справедливости формулы (V. 70).

Если параллельный ход лучей осуществлен внутри стекла (рис. V. 10, б) и $n' < n$, меридиональная кривая PS становится гиперболой. Как и в предыдущем случае, задний фокус F' поверхности совпадает с одним из фокусов гиперболы. Практическое применение полученных здесь результатов требует дополнения рассчитанной анаберрационной поверхности до целой линзы; но

вводимая при этом другая поверхность линзы не должна нарушать точности изображения. В случае эллипса (рис. V. 10, а) анаберрационная поверхность PS служит первой преломляющей поверхностью. Вторая поверхность P_0S_0 — сфера с центром в точке F' . Поэтому все лучи, направляющиеся после преломления в поверхности PS в точку F' , проходят сферическую поверхность P_0S_0 вдоль нормалей к ней, так что все углы падения и преломления этих лучей равны нулю. Поэтому вводимая поверхность P_0S_0 не нарушает гомоцентричности проходящего через нее пучка лучей.

В случае гиперболы (рис. V. 10, б) анаберрационная поверхность PS используется в качестве второй поверхности линзы. Первая же преломляющая поверхность P_0S_0 — плоскость, перпендикулярная к лучам падающего на линзу параллельного пучка лучей. Она также не отклоняет проходящих через нее лучей, а потому и не нарушает точности изображения. Полученные таким образом анаберрационные линзы применяются в осветительных системах.

Если условие точечного изображения (V. 39) применяется к одной отдельно взятой преломляющей (или отражающей) поверхности, то выполнение этого условия обеспечивает также и соблюдение закона преломления (или отражения) проходящими через поверхность лучами. Если же это условие применяется к оптической системе, содержащей две или более поверхностей, то выполнение его не гарантирует соблюдения закона преломления (или отражения) на всех поверхностях системы.

Условие образования точечного изображения можно представить в виде

$$[AA'] = [AA']_0. \quad (V. 71)$$

Здесь величина $[AA']_0$ — оптическая длина хода луча, совпадающего с оптической осью. Если условие (V. 71) в данной оптической системе нарушено, то возникает разность δ :

$$\delta = [AA'] - [AA']_0. \quad (V. 72)$$

Рассмотрим расчет разности δ в оптической системе, состоящей из m преломляющих поверхностей.

На чертеже (рис. V. 11) показан ход луча $A_sP_sP_{s+1}$ через две последовательные поверхности этой системы. Пользуясь введенными на этом чертеже обозначениями, можно составить следующее выражение для оптической длины хода луча, исходящего под углом α_1 к оси из осевой точки A_1 предмета и после выхода из системы пересекающего оптическую ось в точке A_{m+1}

$$[A_1A_{m+1}] = -n_1l_1 + \sum_{s=1}^{s=m-1} n_{s+1}(l'_s - l_{s+1}) + n_{m+1}l'_m. \quad (V. 73)$$

Если же угол α_1 равен нулю и рассматриваемый луч совпадает с оптической осью, выражение (V. 73) преобразуется:

$$[A_1 A_{m+1}]_0 = -n_1 s_1 + \sum_{s=1}^{s=m-1} n_{s+1} (s'_s - s_{s+1}) + n_{m+1} s'_m. \quad (\text{V. 74})$$

На основании двух последних формул из выражения (V. 72) после соответствующих перегруппировок входящих в эти формулы сумм получим

$$\delta = \sum_{s=1}^{s=m} [n_{s+1} (l'_s - s'_s) - n_s (l_s - s_s)]. \quad (\text{V. 75})$$

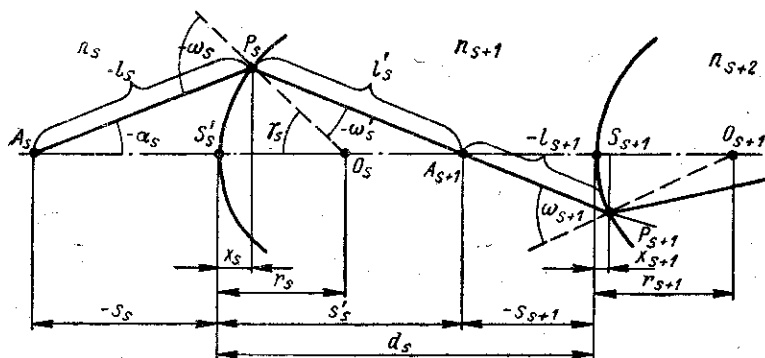


Рис. V. 11

Обратившись к чертежу, находим

$$l_s - s_s = h_s \frac{1 - \cos \alpha_s}{\sin \alpha_s} - x_s = h_s \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha_s - x_s.$$

Аналогично

$$l'_s - s'_s = h_s \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha_{s+1} - x_s.$$

Вследствие этих выражений вместо (V. 75) получим

$$\delta = \sum_{s=1}^{s=m} \left[h_s \left(n_{s+1} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha_{s+1} - n_s \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha_s \right) - (n_{s+1} - n_s) x_s \right]. \quad (\text{V. 76})$$

Выражение (V. 76) справедливо как для сферических, так и для асферических поверхностей.

Для сферических поверхностей, кроме того, можно написать следующие выражения:

$$x_s = h_s \operatorname{tg} \frac{1}{2} \gamma_s;$$

$$\gamma_s = \alpha_s - \omega_s = \alpha_{s+1} - \omega'_s.$$

предмета. Пусть для оптической системы со сферической последней поверхностью вычислена разность δ по формуле (V. 78). Заменим сферическую поверхность $P_m S_m$ асферической поверхностью $\bar{P}_m \bar{S}_m$ с таким расчетом, чтобы преломленный луч $P_m A'_0$ проходил через гауссовскую точку A'_0 . Критерием получения точечного изображения, а следовательно, и устранения сферической абберации послужит при этом равенство нулю величины δ_1 — разности оптических длин хода внеосевого и осевого лучей, рассчитанной для системы с асферической последней поверхностью.

Составив выражение для m -й поверхности по формуле (V. 76), для всех остальных поверхностей — по формуле (V. 78) и пользуясь обозначениями, введенными на чертеже, можно написать для δ_1

$$\delta_1 = \sum_{s=1}^{s=m-1} g_s + \bar{h}_m \left(n_{m+1} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \bar{\alpha}_{m+1} - n_m \operatorname{tg} \frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \right) - (n_{m+1} - n_1) \bar{x}_m = 0. \quad (\text{V. 80})$$

Вследствие формулы (V. 78) получим отсюда

$$\bar{h}_m \left(n_{m+1} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \bar{\alpha}_{m+1} - n_m \operatorname{tg} \frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \right) - (n_{m+1} - n_m) \bar{x}_m = g_m - \delta. \quad (\text{V. 81})$$

В формулах (V. 80) и (V. 81) верхней чертой отмечены три величины, изменившиеся при замене сферической поверхности асферической: $\bar{h}_m$, $\bar{x}_m$ и $\bar{\alpha}_{m+1}$.

Благодаря тому, что точка $\bar{P}_m$ лежит на падающем луче, а преломленный луч проходит через точку A'_0 (положение которой предполагается известным), две из этих трех величин могут быть исключены. Наиболее удобно исключить $\bar{h}_m$ и $\bar{x}_m$. Тогда выражение (V. 81) послужит для вычисления величины $\bar{\alpha}_{m+1}$. Выполнив соответствующие выкладки, приводим выражение (V. 81) к виду

$$M \sin \bar{\alpha}_{m+1} - N \cos \bar{\alpha}_{m+1} = P. \quad (\text{V. 82})$$

При этом

$$\left. \begin{aligned} M &= n_{m+1} (s_m - s'_0 m) + \\ &+ (g_m - \delta + n_{m+1} s'_0 m - n_m s_m) \cos \alpha_m; \\ N &= (g_m - \delta + n_{m+1} s'_0 m - n_m s_m) \sin \alpha_m; \\ P &= n_{m+1} (s_m - s'_0 m) \sin \alpha_m. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 83})$$

Для решения выражения (V. 82) относительно единственной оставшейся в нем неизвестной $\bar{\alpha}_{m+1}$ целесообразно применить тригонометрический метод, введя вспомогательный угол ε :

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{N}{M}. \quad (\text{V. 84})$$

Тогда угол $\bar{\alpha}_{m+1}$ вычислится при помощи формулы

$$\sin (\bar{\alpha}_{m+1} - \varepsilon) = \frac{P}{N} \sin \varepsilon. \quad (\text{V. 85})$$

После нахождения угла $\bar{\alpha}_{m+1}$ вычисляются координаты $\bar{h}_m$ и $\bar{x}_m$ точки $\bar{P}_m$, лежащей на искомой асферической поверхности. Для этого служат формулы

$$\left. \begin{aligned} \bar{h}_m &= \frac{(s_m - s'_0 m) \sin \alpha_m \sin \bar{\alpha}_{m+1}}{\sin (\bar{\alpha}_{m+1} - \alpha_m)}; \\ \bar{x}_m &= s_m - \frac{\bar{h}_m}{\operatorname{tg} \alpha_m}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 86})$$

Следует еще заметить, что для вычисления входящей в эти формулы величины s_m можно применить приведенную к удобному для логарифмирования виду формулу

$$s_m = 2r_m \frac{\cos \left(\alpha_m - \frac{1}{2} \gamma_m \right) \sin \frac{1}{2} \gamma_m}{\sin \alpha_m}. \quad (\text{V. 87})$$

Выполнив расчет по формулам (V. 78), (V. 79), (V. 83)—(V. 87) для ряда значений угла α_1 луча с осью, найдем координаты $\bar{h}_m$ и $\bar{x}_m$ ряда точек, лежащих на меридиональной кривой асферической m -й преломляющей поверхности, которая делает данную систему свободной от сферической aberrации.

Способ устранения сферической aberrации фотографического объектива посредством придания асферической формы его последней преломляющей поверхности известен давно, с того времени, когда А. Зоннефельд, применив деформацию (т. е. отклонение от сферической формы) последней поверхности, достиг отличной коррекции сферической aberrации в астрофотографических триплетах по Тейлору (около 1903 г.). Несколько позднее А. Зоннефельдом была рассчитана серия четырехлинзовых фотографических объективов для астрографов, в которых для коррекции сферической aberrации был применен тот же способ. Эти объективы были изготовлены фирмой «К. Цейсс» при относительном отверстии 1 : 5 и при диаметре линз до 400 мм. Несмотря на современное развитие зеркальнолинзовых объективов, четырехлинзовые объективы А. Зоннефельда успешно применяются во многих

обсерваториях мира и фирма «К. Цейсс» планирует в ближайшем времени выпуск такого объектива с диаметром линз более 500 мм.

Несмотря на практическую ценность этого способа, он не был разработан в специальной литературе. Как А. Зоннефельд, так и другие оптики, применявшие этот способ, отыскивали наиболее подходящую форму асферической поверхности методом проб и интерполяцией, в лучшем случае прибегая к нахождению приближенного решения в области аббераций третьего порядка.

Изложенный здесь способ позволяет решить эту задачу совершенно точно. Трудоемкость этого способа, развитого автором настоящей книги, существенно уменьшается при применении электронной вычислительной машины.

При помощи уравнения (V. 62) можно исследовать различные случаи овалов Декарта. Так, например, при условии

$$\frac{s'}{s} = \frac{n'}{n} \quad (\text{V. 88})$$

получим анаберрационную поверхность, радиус кривизны которой в вершине равен бесконечности и которая поэтому в области оптики Гаусса не отличается от плоской преломляющей поверхности. Но в отличие от последней она дает точечное изображение. Такую поверхность назовем *планоидом*. Пользуясь условием (V. 88), получим из выражения (V. 62) уравнение планоида

$$y^2 = \frac{2s}{n(n' + n)} [(n'^2 + nn' + n^2)x \pm n' \sqrt{2n(n' + n)sx}] - x^2. \quad (\text{V. 89})$$

Следует заметить, что x должен иметь тот же знак, что и s , в противном случае в этой формуле возникнет мнимость. Приближенное уравнение планоида в области аббераций третьего порядка имеет следующий вид:

$$x = \frac{1}{8} \frac{n(n' + n)}{n'^2} \cdot \frac{y^4}{s^3}. \quad (\text{V. 90})$$

С другим частным случаем овала Декарта мы еще встретимся в § 101.

§ 98. Волновые абберации

Для оценки качества изображения, создаваемого оптической системой, недостаточно знать геометрические размеры пятна рассеяния лучей света на плоскости изображения, исходящих из одной точки предмета. Необходимо еще представлять себе распределение освещенности в пределах этого пятна рассеяния. При этом следует различать макроструктуру и микроструктуру пятна рассеяния. Макроструктура пятна рассеяния определяется расположением в нем фокальных ядер и фокальных линий, возникающих вследствие пересечения экраном, улавливающим изображение, каустических поверхностей, на которых происходит сосредоточе-

ние световой энергии (см. § 30). Микроструктура пятна рассеяния состоит из чередующихся светлых и темных полос или колец и является результатом дифракции и интерференции света внутри пятна рассеяния.

Хорошим критерием качества изображения (для осевой точки предмета) может служить освещенность в центре фигуры рассеяния. Вследствие действия aberrаций эта освещенность уменьшается и часть световой энергии переходит из центральной части дифракционной фигуры рассеяния в окружающие ее кольца.

В свою очередь, освещенность в центре пятна рассеяния зависит от волновых aberrаций оптической системы. *Волновой aberrации*

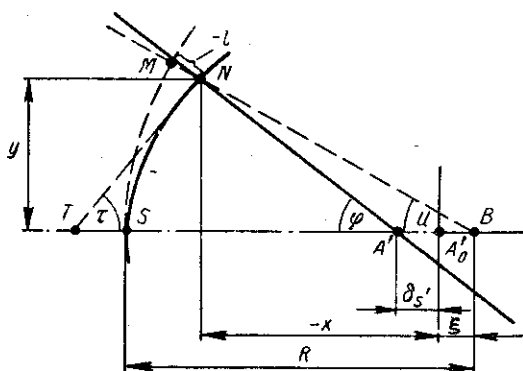


Рис. V. 13

цией l называют линейную величину отклонения истинной формы волновой поверхности (в пространстве изображений) от ближайшей сферы. По известному критерию Релея в случае, если волновые aberrации не превосходят $\frac{1}{4}$ длины волны света λ , т. е. если

$$l \leq \frac{1}{4} \lambda, \quad (\text{V. 91})$$

то изображение данной точки по резкости не будет практически отличаться от изображения, создаваемого оптической системой, дающей строго точечное изображение. Таким образом, волновые aberrации могут быть использованы для оценки качества изображения рассчитываемой оптической системы.

Рассмотрим здесь некоторые способы расчета волновых aberrаций оптических систем. На чертеже (рис. V. 13) показано меридиональное сечение волновой поверхности в пространстве изображений в виде кривой SN. Дуга SM есть меридиональное сечение сферы сравнения с вершиной S, совпадающей с вершиной волновой поверхности, и с центром в точке B, находящейся на малом расстоянии ξ от гауссовской осевой точки изображения. Луч NA' , нормальный к волновой поверхности в точке N, пересекает

оптическую ось системы в точке A' . Отрезок $A_0A' = \delta s'$ есть продольная сферическая абберация системы. Кроме того, $SB = MB = R$ — радиус сферы сравнения; $MN = -l$ — волновая абберация. При этом радиус R очень велик по сравнению с величинами l , δ_s и ξ .

Введем систему декартовых координат с началом координат в точке A_0 : x и y — координаты точки N волновой поверхности. Точка N лежит также и на луче NA' . Уравнение этого луча

$$y = -(x - \delta s') \operatorname{tg} \varphi, \quad (\text{V. 92})$$

где φ — угол, образованный этим лучом с оптической осью.

Обозначим буквой τ угол, образованный с оптической осью касательной TN к волновой поверхности в точке N .

Из чертежа следует

$$\varphi = 90^\circ - \tau. \quad (\text{V. 93})$$

Поэтому из (V. 92) имеем

$$x - \delta s' = -y \operatorname{tg} \tau. \quad (\text{V. 94})$$

Из аналитической геометрии известно, что

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{dy}{dx}. \quad (\text{V. 95})$$

Поэтому вместо (V. 94) находим

$$\delta s' = x + y \frac{dy}{dx} = \frac{xdx + ydy}{dx}. \quad (\text{V. 96})$$

Отсюда следует

$$\delta s' = \frac{1}{2} \frac{d(x^2 + y^2)}{dx}. \quad (\text{V. 97})$$

Из чертежа вытекает

$$(x - \xi)^2 + y^2 = (R + l)^2, \quad (\text{V. 98})$$

откуда получаем

$$x^2 + y^2 = (R + l)^2 + 2\xi x - \xi^2. \quad (\text{V. 99})$$

Дифференцируя это выражение (R и ξ — постоянные), находим

$$d(x^2 + y^2) = 2(R + l) dl + 2\xi dx. \quad (\text{V. 100})$$

Из чертежа следует также

$$x - \xi = -(R + l) \cos u, \quad (\text{V. 101})$$

где u — угол, образованный с оптической осью радиусом MB .

Дифференцируя (V. 101), имеем

$$dx = (R + l) \sin u du - \cos u dl. \quad (\text{V. 102})$$

Вследствие (V. 100) и (V. 102) получим вместо выражения (V. 97)

$$\delta s' = \frac{(R + l) dl}{(R + l) \sin u du - \cos u dl} + \xi. \quad (\text{V. 103})$$

Это выражение может быть написано в такой форме:

$$\frac{1}{\delta s' - \xi} + \frac{\cos u}{R + l} = \frac{\sin u du}{dl}. \quad (\text{V. 104})$$

Так как R велико по сравнению с величинами $\delta s'$ и ξ , вторая дробь левой части этого выражения мала по сравнению с первой и может быть поэтому отброшена. Тогда из (V. 104) получим

$$dl = (\delta s' - \xi) \sin u du. \quad (\text{V. 105})$$

Это выражение можно рассматривать как дифференциальное уравнение волновой aberrации. Интегрируя его в пределах от нуля до некоторого значения угла u , получим

$$l = \int_0^u (\delta s' - \xi) \sin u du \quad (\text{V. 106})$$

и окончательно

$$l = -\xi (1 - \cos u) + \int_0^u \delta s' \sin u du. \quad (\text{V. 107})$$

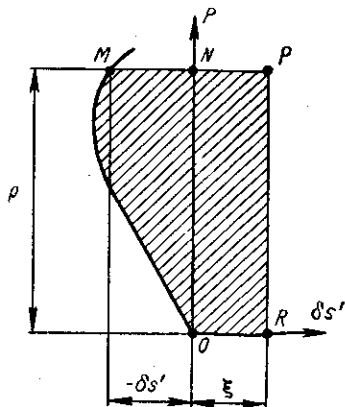


Рис. V. 14

Это и есть общее выражение для волновой aberrации l .

Для решения выражения (V. 107) можно применить различные способы. Очень удобное решение получается при введении новой переменной p , связанной с апертурным углом u соотношением

$$p = 1 - \cos u. \quad (\text{V. 108})$$

Дифференцируя это соотношение, находим

$$dp = \sin u du. \quad (\text{V. 109})$$

Вместо формулы (V. 107) получается тогда более простое выражение

$$l = -p\xi + \int_0^p \delta s' dp. \quad (\text{V. 110})$$

На чертеже (рис. V. 14) представлен график сферической aberrации некоторой оптической системы. По абсциссе этого графика отложена сферическая aberrация $\delta s'$, по ординате — величина p по формуле (V. 108). Тогда величина интеграла в формуле (V. 110)

на чертеже представляется площадью фигуры MNO , слева ограниченной кривой MO графика. Первое же слагаемое правой части формулы (V. 110) представлено на чертеже в виде прямоугольника $ONPR$, основание которого равно ξ , а высота p . Поэтому, учитывая отрицательные значения $\delta s'$ на чертеже, а потому и отрицательное значение площади фигуры MNO , можно утверждать, что вся заштрихованная на чертеже площадь $MPRO$ выражает собой величину волновой абберации l (со знаком минус) при $p = NO$.

Для определения площади MNO во многих случаях целесообразно применение приближенных методов интегрирования (правило Симпсона и др.). Сферическая абберация $\delta s'$ оптической системы может быть представлена в виде известного ряда четных степеней апертурного угла u

$$\delta s' = a_2 u_2^2 + a_4 u_2^4. \quad (V. 111)$$

Б. ТЕОРИЯ АПЛАНАТИЗМА

§ 99. Закон косинусов и его следствия

Практическое применение анаберрационных поверхностей показало, что соблюдение условия образования точечного изображения для одной пары сопряженных точек ни в какой мере не гарантирует точечного изображения ни для одной другой пары сопряженных точек, хотя бы и лежащих в ближайшем соседстве с первой парой. Это положение можно наглядно иллюстрировать на примере вогнутого параболического зеркала: оно дает точечное изображение осевой точки бесконечно далекого предмета, но с удалением точки предмета от оптической оси ее изображение сразу же становится нерезким. Об этом свидетельствует эмпирическое правило, установленное А. Зоннефельдом для астрономических параболических зеркал: полезное поле зрения 2β в минутах равно обратной величине относительного отверстия параболического зеркала. Например:

Относительное отверстие	1 : 10	1 : 5	1 : 3
Полезное поле зрения	10'	5'	3'

Столь малое поле зрения явилось серьезным препятствием на пути широкого применения анаберрационных поверхностей и заставило исследователей изыскивать возможность распространения точечности изображения с одной единственной точки предмета на целую область, хотя бы и небольшую. Общее условие, при выполнении которого достигается точечное изображение не одной точки, а целого элементарного отрезка предмета, называется законом косинусов и было впервые сформулировано А. Конради в 1905 г. Некоторые практически важные частные случаи этой закономерности были, однако, открыты много раньше.

Обращаясь к выводу закона косинусов, представим себе (рис. V. 15), что в пространстве предметов, в среде с показателем преломления n , как угодно расположен элемент линии $dl = AA_1$, а в пространстве изображений, в среде с показателем преломления n' , находится элемент линии $dl' = A'A_1$, сопряженный с элементом dl . Необходимо уточнить: здесь речь идет о сопряжении в смысле оптики Гаусса; при этом точечного изображения каждой точки элемента dl в соответствующей точке элемента dl' может и не быть. Только для сопряженных точек A и A' мы предположим условие точечного изображения выполненным, вследствие чего должно быть справедливо выражение

$$[AA'] = \text{const}_1. \quad (\text{V. 112})$$

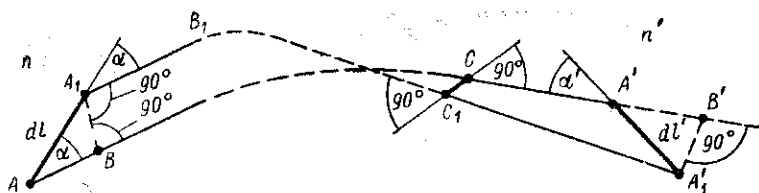


Рис. V. 15

Мы предполагаем, следовательно, что оптическая длина пути постоянна вдоль всех лучей, соединяющих точки A и A' . Наша задача заключается в том, чтобы точечное изображение распространилось на все точки элемента dl , а следовательно, и на точку A_1 .

Представим себе далее один из лучей, связывающих по условию (V. 112) точки A и A' , например луч $ABCA'$, проходящий на своем пути через оптическую систему (не показанную на чертеже) и образующий с элементом dl угол α , а с элементом dl' — угол α' . Проведем через точку A_1 луч $A_1B_1C_1A_1$, параллельный лучу AB в пространстве предметов. В пространстве изображения лучи CA' и C_1A_1 не параллельны друг другу, а скрещиваются, не пересекаясь (в частном случае они могут, конечно, и пересекаться).

В пространстве предметов опустим из точки A_1 перпендикуляр A_1B на луч AB . Оба луча AB и A_1B_1 нормальны к отрезку A_1B . Поэтому последний можно рассматривать как элементарный отрезок, лежащий на некоторой фиксированной волновой поверхности. Пусть далее в пространстве изображений отрезок CC_1 представляет кратчайшее расстояние между скрещенными лучами CA' и C_1A_1 . По известной теореме стереометрии можно утверждать, что оба луча CA' и C_1A_1 нормальны к кратчайшему расстоянию CC_1 между ними. Поэтому и элементарный отрезок CC_1 можно считать лежащим на фиксированной волновой

поверхности, нормальными к которой служат лучи CA' и $C_1A'_1$. По закону таутохронизма оптическая длина хода лучей между волновыми поверхностями A_1B и CC_1 постоянна. Поэтому

$$[BC] = [A_1C_1]. \quad (V. 113)$$

Мы хотим, чтобы изображение точки A_1 было точечным. В таком случае по условию образования точечного изображения должно выполняться следующее выражение:

$$[A_1A'_1] = \text{const}_2. \quad (V. 114)$$

Здесь справа стоит константа, отличная от константы формулы (V. 112). Пользуясь чертежом, можно написать вместо (V. 114)

$$[A_1C_1] + n'C_1A'_1 = \text{const}_2. \quad (V. 115)$$

Формулу (V. 112) также можно представить в виде выражения

$$nAB + [BC] + n'CA' = \text{const}_1. \quad (V. 116)$$

Из точки A' опустим перпендикуляр A'_1B' на луч CA' . Отрезок CA' можно представить как разность отрезков CB' и $A'B'_1$. Поэтому получим вместо (V. 116)

$$nAB + [BC] + n'CB' - n'A'B' = \text{const}_1. \quad (V. 117)$$

Отрезок CB' есть расстояние между концами перпендикуляров, опущенных из концов отрезка $C_1A'_1$ на луч CB' . Поэтому отрезок CB' есть ортогональная проекция отрезка $C_1A'_1$ на луч CB' и выражается формулой

$$CB' = C_1A'_1 \cos d\gamma = C_1A'_1. \quad (V. 118)$$

Здесь $d\gamma$ — бесконечно малый угол между лучами CA' и $C_1A'_1$, косинус которого отличается от единицы на пренебрежимую величину высшего порядка.

Вследствие (V. 113) и (V. 118) выражение (V. 117) напишется так:

$$nAB + [A_1C_1] + n'C_1A'_1 - n'A'B' = \text{const}_1. \quad (V. 119)$$

Вычитая теперь из выражения (V. 119) выражение (V. 115), находим

$$nAB - n'A'B' = dc. \quad (V. 120)$$

Здесь dc — константа, отличная от предыдущих.

Из треугольников ABA_1 и $A'B'A'_1$ можно получить выражения:

$$\left. \begin{aligned} AB &= dl \cos \alpha; \\ A'B' &= dl' \cos \alpha'. \end{aligned} \right\} \quad (V. 121)$$

Вследствие этого найдем из формулы (V. 120)

$$n dl \cos \alpha - n' dl' \cos \alpha' = dc. \quad (\text{V. 122})$$

Это и есть закон косинусов, впервые полученный А. Конради. Однако в такой форме эта закономерность мало годится для практического применения, во-первых, потому, что в ней присутствуют бесконечно малые отрезки dl и dl' , и, во-вторых, потому, что в ней имеется неопределенная постоянная dc .

Устранить из выражения (V. 122) бесконечно малые величины можно почленным делением его на dl . При этом следует учесть, что dl'/dl есть линейное увеличение V оптической системы, а dc/dl — некоторая неопределенная, но конечная константа C . Таким образом, получим второй вид закона косинусов

$$n \cos \alpha - n' V \cos \alpha' = C. \quad (\text{V. 123})$$

Исключение неопределенной постоянной C требует введения начальных условий. Пусть среди множества лучей, соединяющих точки A и A' , имеется один луч, для которого нам заранее известны углы α_0 и α'_0 , образованные этим лучом с элементарными отрезками dl и dl' . Такой луч мы назовем начальным лучом. Для начального луча из выражения (V. 123) следует

$$n \cos \alpha_0 - n' V \cos \alpha'_0 = C. \quad (\text{V. 124})$$

Исключая из выражений (V. 123) и (V. 124) величину C , найдем

$$n (\cos \alpha - \cos \alpha_0) - n' V (\cos \alpha' - \cos \alpha'_0) = 0. \quad (\text{V. 125})$$

Для придания закону косинусов более симметричной и легче запоминающейся формы решим это уравнение относительно V

$$V = \frac{n}{n'} \frac{\cos \alpha - \cos \alpha_0}{\cos \alpha' - \cos \alpha'_0}. \quad (\text{V. 126})$$

Это выражение закона косинусов в наиболее удобном для практического применения виде.

Закону косинусов, а также и другим, получаемым из него закономерностям, присуще одно особое свойство, которое здесь следует подчеркнуть. Раньше всего заметим, что закон косинусов выполняется в том случае, если, подставляя в формулу (V. 126) всевозможные пары значений углов α и α' в пределах действующего отверстия данной оптической системы, мы по этой формуле получим всегда одно и то же значение линейного увеличения V . Нам приходится оперировать только лучами, соединяющими точки A и A' . Но при этом закон косинусов позволяет судить о качестве изображения точки A_1 , лежащей на другом конце отрезка dl , в стороне от хода лучей, соединяющих точки A и A' : если закон косинусов выполнен, то в точке A'_1 будет достигнуто

точечное изображение точки A_1 , в противном случае — не будет. Возможность судить о коррекции aberrаций в точках, не лежащих на лучах, ход которых через оптическую систему рассчитан, позволяет уменьшить объем вычислительной работы, затрачиваемой при расчете новых оптических систем. Хотя применение электронных вычислительных машин позволяет теперь не бояться сложных и кропотливых вычислений, упрощение работы, вносимое законом косинусов (и его частными случаями), остается очень ценным для оптика-конструктора.

Следует напомнить, что предпосылкой вывода закона косинусов служит выполнение условия образования точечного изображения для одной пары сопряженных точек A и A' . Соблюдение

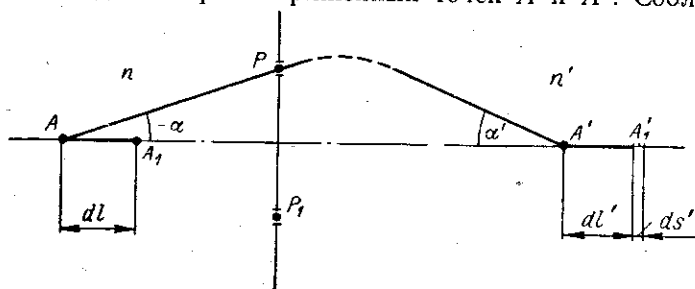


Рис. V. 16

закона косинусов распространяет точечность изображения на целые сопряженные линейные элементы dl и dl' . Если же указанная предпосылка в оптической системе не выполнена, то закон косинусов теряет смысл.

Рассмотрим здесь два частных случая, отличающихся расположением элементов dl и dl' . Первый частный случай открыл в 1821 г. Джон Гершель, сын знаменитого английского астронома Вильяма Гершеля. Этот частный случай закона косинусов известен поэтому под названием условия Гершеля. На чертеже (рис. V. 16) представлены линейные элементы dl и dl' , лежащие на самой оптической оси системы (не показанной на чертеже). Для сопряженных концов A и A' элементов dl и dl' предполагается выполненным условие образования точечного изображения. Это значит, что все лучи света, исходящие из точки A , проходят через точку A' . Требуется, чтобы для другого конца A_1 элемента dl также осуществлялось точечное изображение, иными словами, чтобы сферическая aberrация, устраненная для сопряженных точек A и A' , не возникала при малых перемещениях точки A вдоль оптической оси. Выполнение этого требования было бы желательным во многих группах оптических приборов: в геодезических инструментах, фотографических объективах и микроскопах.

Для выполнения поставленного требования можно воспользоваться законом косинусов по формуле (V. 126). При этом целе-

сообразно выбрать начальный луч так, чтобы он совпал с оптической осью. В таком случае углы α_0 и α'_0 , очевидно, становятся равными нулю. Кроме того, нужно учесть, что отношение малых отрезков dl' и dl является не линейным, а продольным увеличением q для бесконечно малых отрезков (см. § 14). Поэтому для рассматриваемого здесь случая формула (V. 126) приобретает вид

$$q = \frac{n}{n'} \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha'} \quad (\text{V. 127})$$

или иначе

$$q = \frac{n \sin^2 \frac{1}{2} \alpha}{n' \sin^2 \frac{1}{2} \alpha'} \quad (\text{V. 128})$$

Формула (V. 128) и есть условие Гершеля, выполнение которого позволяет сделать коррекцию сферической аберрации устойчивой, т. е. неизменяющейся при малых перемещениях предмета вдоль оптической оси.

Для выяснения того, каким образом действует условие Гершеля, сделаем следующий мысленный эксперимент: вообразим себе, что перед оптической системой поставлена диафрагма PP_1 , имеющая вид бесконечно узкой кольцевой щели. Центр кольца лежит на оптической оси. Эта диафрагма выделяет из множества световых лучей, исходящих из точки A , все лучи, образующие с осью постоянный угол α . Прошедшие через диафрагму лучи сходятся в точке A' (система удовлетворяет условию образования точечного изображения для точек A и A') и образуют с осью постоянный угол α' . Таким образом, для всех лучей, исходящих из точки A и пропускаемых кольцевой диафрагмой PP_1 , значения углов α и α' постоянны, а потому по формуле (V. 128) постоянно и продольное увеличение q . Но мы имеем по определению понятия о продольном увеличении q

$$dl' = q dl. \quad (\text{V. 129})$$

Определив по формуле (V. 128) q , можно по формуле (V. 129) найти величину отрезка dl' , также постоянную при наличии диафрагмы PP_1 . Представим себе, что найденный таким образом отрезок dl' нанесен на чертеже (рис. V. 16). Теперь изменим диаметр воображаемой кольцевой диафрагмы PP_1 . При этом изменятся углы α и α' , а если при расчете данной оптической системы не приняты специальные меры, изменится и продольное увеличение q , находимое по формуле (V. 128). Поэтому изменится и величина отрезка dl' , определяемого по формуле (V. 129). Мы можем и новое значение отрезка dl' нанести на чертеж; при этом левый его конец должен лежать в постоянной точке A' (так как в точке имеется точечное изображение левого конца A отрезка dl).

Представим себе далее, что диаметр кольцевой диафрагмы меняется от нуля до некоторого максимального значения, зависящего от апертуры данной оптической системы. Мы получим тогда на чертеже (рис. V. 16) множество изображений dl' отрезка dl . Левые концы этих отрезков совпадают в точке A' , а правые их концы не совпадают и располагаются в пределах некоторого малого отрезка ds' . Если мы теперь уберем совсем воображаемую диафрагму PP_1 , то все изображения dl' возникнут одновременно, накладываясь друг на друга. Так как левые концы их совпадают в точке A' , то в этой точке получится резкое (точечное) изображение точки A . Но правые концы этих отрезков не совпадают друг с другом, и потому мы получим нерезкое изображение точки A_1 в виде отрезка ds' , представляющего собой, очевидно, величину сферической аберрации для лучей, исходящих из точки A_1 . Здесь сказывается упомянутое выше удивительное свойство закона косинусов: не рассчитывая хода лучей, идущих из точки A_1 , мы можем определить величину ds' создаваемой ими сферической аберрации. Для этого из всех значений, принимаемых величиной q при изменении углов α и α' в пределах апертуры системы, выберем наименьшее и наибольшее. По формуле (V. 129) наибольшему значению q соответствует и наибольшее значение $dl'_{\max}$ величины dl' , а наименьшему значению q — наименьшая величина $dl'_{\min}$. Но очевидно, что отрезок ds' определяется формулой

$$ds' = dl'_{\max} - dl'_{\min}. \quad (\text{V. 130})$$

На основании формулы (V. 129) отсюда находится

$$ds' = (q_{\max} - q_{\min}) dl. \quad (\text{V. 131})$$

По этой формуле можно вычислить величину сферической аберрации для правого конца отрезка dl .

Теперь поставим требование, чтобы сферическая аберрация ds' отсутствовала. Из выражения (V. 131) следует, что в таком случае должно выполняться условие

$$q_{\max} - q_{\min} = 0, \quad (\text{V. 132})$$

а оно выполнимо только в случае, если q постоянно в пределах апертуры данной оптической системы. Мы приходим таким образом к требованию соблюдения условия Гершеля. При выполнении условия Гершеля q должно быть постоянно для всех значений углов α и α' (в пределах апертуры системы), в том числе и для бесконечно малых их значений, т. е. в параксиальной области. Вследствие этого величина q в левой части формулы (V. 128) есть продольное увеличение для параксиальной зоны и определяется по формуле оптики Гаусса

$$q = -\frac{f'}{f} V^2 = \frac{n'}{n} V^2, \quad (\text{V. 133})$$

где V — линейное увеличение в точках A и A' .

При подстановке этого значения q в формулу (V. 128) находим после извлечения квадратного корня

$$V = \frac{n \sin \frac{1}{2} \alpha}{n' \sin \frac{1}{2} \alpha'}. \quad (\text{V. 134})$$

Это второй вид условия Гершеля.

Условие Гершеля, очень важное для развития некоторых общих положений теории образования оптического изображения, имеет, однако, малое практическое применение, так как оно, как будет показано ниже (§ 104), противоречит другому, практически более важному требованию — закону синусов.

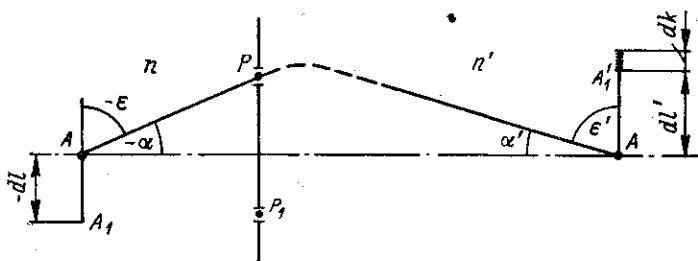


Рис. V. 17

Закон синусов есть также частный случай закона косинусов при расположении элементарных отрезков dl и dl' , показанный на чертеже (рис. V. 17): концевые точки A и A' этих отрезков (для этих точек выполнено условие образования точечного изображения) лежат на оптической оси системы, а сами отрезки dl и dl' перпендикулярны к оптической оси. Чтобы достичь точечного изображения также и для внеосевых концов A_1 и A'_1 этих отрезков, необходимо выполнение закона косинусов (V. 126). Так как на чертеже углы, образованные лучами с отрезками dl и dl' , обозначены буквой ϵ , и учитывая, что отношение dl'/dl в этом случае действительно есть линейное увеличение оптической системы, получим вместо (V. 126)

$$V = \frac{n}{n'} \frac{\cos \epsilon - \cos \epsilon_0}{\cos \epsilon' - \cos \epsilon'_0}. \quad (\text{V. 135})$$

По чертежу видно, что углы ϵ и ϵ' дополняют углы α и α' до 90° . Поэтому из выражения (V. 135) следует

$$V = \frac{n}{n'} \frac{\sin \alpha - \sin \alpha_0}{\sin \alpha' - \sin \alpha'_0}. \quad (\text{V. 136})$$

Для определения углов α_0 и α'_0 выберем начальный луч так, чтобы он совпадал с оптической осью. Тогда оба угла α_0 и α'_0 становятся равными нулю, и выражение (V. 136) упрощается:

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}. \quad (\text{V. 137})$$

Это и есть известная формулировка закона синусов, выведенного Э. Аббе в 1879 г. более элементарным путем. Соблюдение закона синусов обуславливает точечное изображение не только одного элементарного отрезка dl , но целой элементарной площадки с радиусом dl , перпендикулярной к оптической оси и окружающей точку A . Это вытекает из симметрии оптической системы относительно оптической оси.

Как и при исследовании условия Гершеля, вообразим себе кольцевую, бесконечно узкую диафрагму с центром кольцевой щели на оптической оси, поставленную перед оптической системой (не показанной на чертеже). Эта диафрагма выделяет из множества лучей, исходящих из точки A , лучи, образующие постоянный угол α с осью, а в пространстве изображений — постоянный угол α' с осью системы. Все эти лучи проходят через точку A' , так как для точек A и A' предполагается выполненным условие образования точечного изображения. Поэтому для лучей, пропускаемых диафрагмой PP_1 , будет постоянным и линейное увеличение V , вычисляемое по формуле (V. 137). Величина изображения dl' элемента dl , определяемая формулой

$$dl' = V dl, \quad (\text{V. 138})$$

тоже, очевидно, будет постоянной. Эту величину dl' нанесем на чертеж так, чтобы осевой конец отрезка dl' совпадал с точкой A' .

Если изменится диаметр воображаемой кольцевой диафрагмы PP_1 , то изменятся и углы α и α' , а это повлечет за собой и изменение линейного увеличения V_1 , находимого по формуле (V. 137), если только при расчете данной системы не приняты особые меры. Поэтому изменится и величина отрезка dl' , определяемая по формуле (V. 138). При нанесении и этого второго отрезка dl' на чертеж осевые концы отрезков совпадут в точке A' (этого требует точечность изображения в этой точке), а их внеосевые концы не совпадут. Если проделать такое построение, меняя угол α в пределах от нуля до наибольшего значения, допускаемого апертурой оптической системы, то внеосевые концы отрезков dl' расположатся в пределах малого отрезка dk .

Если теперь отказаться от применения кольцевой диафрагмы PP_1 , то все эти отрезки dl' появятся одновременно, накладываясь друг на друга. Их совпадающие осевые концы дадут резкое (точечное) изображение точки A предмета, а несовпадающие внеосевые концы заполнят собой отрезок dk , который и дает величину нерезкости изображения точки A_1 . И здесь мы имеем

возможность вычислить величину нерезкости dk , оперируя только лучами, исходящими из точки A и не имея в своем распоряжении расчета хода ни одного луча, исходящего из точки A_1 . Мы имеем

$$dk = dl'_{\max} - dl'_{\min}, \quad (\text{V. 139})$$

где $dl'_{\max}$ и $dl'_{\min}$ — наибольшее и наименьшее значения dl' в пределах апертуры оптической системы.

По формуле (V. 138) следует

$$dk = (V_{\max} - V_{\min}) dl. \quad (\text{V. 140})$$

Здесь $V_{\max}$ и $V_{\min}$ — наибольшее и наименьшее значения величины V , определяемой по формуле (V. 137) в пределах апертуры системы.

Возникает естественный вопрос: какой aberrацией системы вызывается нерезкость dk изображения точки A_1 ? Это не может быть сферическая aberrация, так как выполнение условия точечного изображения устраняет сферическую aberrацию для малого поля изображения.

На чертеже (рис. V. 18) показан ход лучей в пространстве изображений при отсутствии сферической aberrации и при наличии комы у оптической системы. Главный луч CA_{01} пучка лучей, исходящих из одной точки предмета, отсекает на плоскости изображений отрезок dl'_0 , считаемый малым. Верхний и нижний крайние лучи PA'_1 и RA'_1 вследствие отсутствия сферической aberrации встречаются в одной точке A'_1 на плоскости изображения, удаленной от оси на малое расстояние dl' . Отрезки dl' и dl'_0 являются наибольшим и наименьшим изображениями некоторого отрезка, получаемыми через разные зоны оптической системы. Поэтому их разность представляет собой величину dk нерезкости изображения, определяемую формулой (V. 139).

При изложении понятия о коме (см. § 32) приведена следующая формула для величины k , являющейся мерой комы,

$$k = \frac{1}{2} (y'_s + y'_n) - y'_{cl}. \quad (\text{V. 141})$$

Величины y'_s , y'_n и y'_{cl} — отрезки, засекаемые на плоскости изображений верхним и нижним крайними лучами и главным лучом пучка, исходящего из внеосевой точки предмета. В нашем случае имеем:

$$y'_s = y'_n = dl'; \quad y'_{cl} = dl'_0.$$

Получаем из (V. 141)

$$k = dl' - dl'_0 = dk. \quad (\text{V. 142})$$

Отсюда следует, что нерезкость dk обусловлена влиянием комы оптической системы.

Для устранения нерезкости dk , а следовательно, и для устранения комы при малом поле зрения необходимо, пользуясь формулой (V. 140), выполнить условие

$$V_{\max} - V_{\min} = 0, \quad (\text{V. 143})$$

что равносильно требованию

$$V = \text{const.} \quad (\text{V. 144})$$

Это привело нас к требованию выполнения закона синусов, представленного формулой (V. 137). Таким образом, можно утверждать, что если в оптической системе устранена сферическая

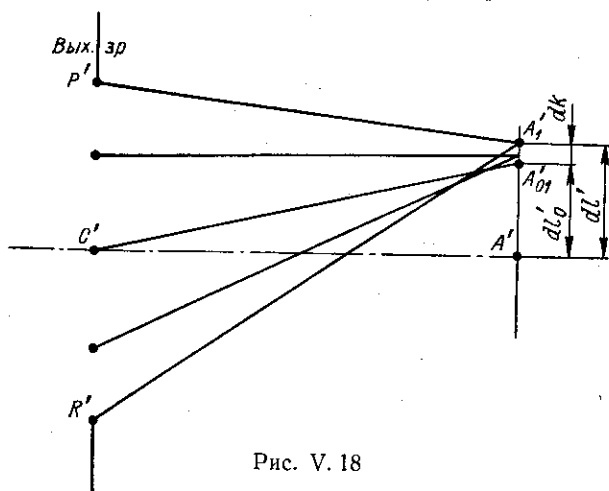


Рис. V. 18

абберация (или выполнено условие образования точечного изображения для осевой точки предмета), то соблюдение закона синусов гарантирует устранение комы для малого поля зрения, что влечет за собой распространение точечного изображения на бесконечно малую площадку, окружающую осевую точку предмета.

Приведенная здесь формулировка связи закона синусов с комой может вызвать у читающего эти строки сомнение: велик ли выигрыш, достигаемый при выполнении закона синусов. Мы покажем, что выигрыш при этом получается существенный. Из выражения (V. 140) при условии (V. 143) следует

$$\frac{dk}{dl} = 0. \quad (\text{V. 145})$$

Из малости входящих сюда величин, строго говоря, еще не следует, что dk равно нулю, а следует только, что dk — величина более высокого порядка малости, чем dl . Например, если dl

первого порядка малости, то dk — по крайней мере второго порядка. Если же dl «нулевого порядка малости», иными словами — конечная величина, то dk должно быть величиной первого порядка малости, т. е. величиной малой по сравнению с dl . Это наблюдается на самом деле: в системах с выполненным законом синусов и устраненной сферической аберрацией и малым полем зрения кома не отсутствует полностью, но она обычно настолько мала, что не вносит практически заметного ухудшения качества изображения. При возрастании угла поля зрения может потребоваться при выполнении закона синусов еще дополнительная коррекция комы.

Если перейти к малым апертурным углам α и α' , синусы которых можно заменить дугами, закон синусов (V. 137) переходит в выражение

$$V = \frac{n\alpha}{n'\alpha'} = \frac{y'}{y}. \quad (\text{V. 146})$$

Это выражение есть следствие инварианта Лагранжа — Гельмгольца, поэтому оно строго выполняется всеми оптическими системами и отпадает необходимость принимать какие-либо меры к устранению комы. Но чем больше становится апертура оптической системы, тем более важное значение приобретает выполнение закона синусов. При большой апертуре даже малые отступления от закона синусов приводят к резкому ухудшению качества изображения.

§ 100. Свойства апланатических систем

Сопреженные осевые точки A и A' , если для хода лучей между ними выполнены условие точечного изображения и закон синусов, называются *апланатическими точками*. В пределах бесконечно малой площадки, окружающей точку A' , в изображении устранены при этом сферическая аберрация и кома. Оптическая система, обладающая по крайней мере одной парой апланатических точек, называется апланатом. Устранение сферической аберрации и комы называется апланатической коррекцией оптической системы. Наконец, для обозначения совокупности свойств апланатов пользуются термином *апланатизм*.

Для исследования свойств апланатов удобно ввести понятие о главных сферах апланатов. Для этого преобразуем выражение (V. 137), применяя формулу оптики Гаусса,

$$V = \frac{ns'}{n's}. \quad (\text{V. 147})$$

Так как выражение (V. 137) справедливо также и в случае малых углов, левая его часть представляет собой линейное увеличение

по формулам оптики Гаусса и может быть заменено выражением (V. 147). Отсюда получается выражение типа инварианта

$$s \sin \alpha = s' \sin \alpha'. \quad (\text{V. 148})$$

Отрезки s и s' считаются от соответствующих главных точек B и B' оптической системы до осевых точек A и A' предмета и изображения (рис V. 19). Формулу (V. 148) можно применить для построения хода лучей в случае апланатической системы. Для этого из точки A как из центра опишем дугу DB радиусом $AB = -s$, а из точки A' опишем как из центра дугу $D'B'$ радиусом $B'A' = s'$. Из точек D и D' пересечения лучей AD и $A'D'$ с про.

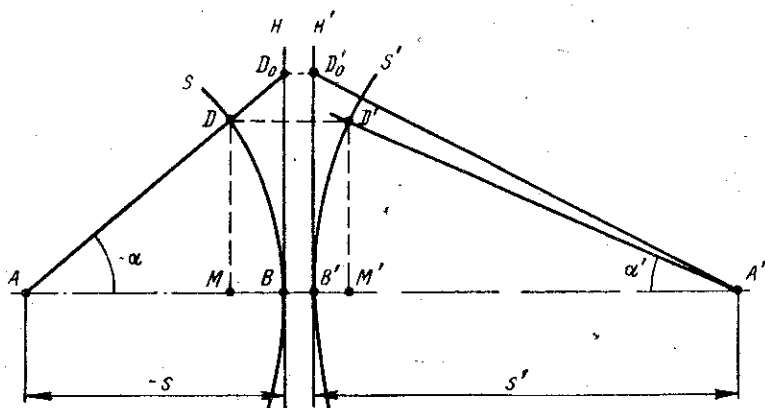


Рис. V. 19

веденными дугами опустим на оптическую ось перпендикуляры DM и $D'M'$. По чертежу находим

$$\left. \begin{aligned} DM &= s \sin \alpha; \\ D'M' &= s' \sin \alpha'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 149})$$

Поэтому выражение (V. 148) требует, чтобы перпендикуляры DM и $D'M'$ имели равную длину.

Перенося эти представления в пространство, мы вводим две сферические поверхности S и S' , описанные из точек A и A' как из центров и касающиеся главных плоскостей H и H' оптической системы в главных точках B и B' . При построении хода лучей (не нулевых, а реальных) в апланатах главные сферы S и S' играют такую же роль, какую играют главные плоскости при построении хода нулевых лучей. На чертеже (рис. V. 19) проделаны оба построения. Для построения нулевого луча через точку D_0 пересечения падающего на систему луча AD_0 с передней главной плоскостью H проводится прямая $D_0D'_0$ параллельно оптической оси; через точку D'_0 пересечения этой прямой с задней главной

плоскостью H' и через осевую точку A' изображения проводится выходящий из системы нулевой луч D_0A' . В случае апланата при построении хода реального луча через точку D пересечения падающего луча AD_0 с передней главной сферой S проводится прямая DD' , параллельная оптической оси системы; через точку D' пересечения прямой DD' с задней главной сферой S и через точку A' проводится реальный луч $D'A'$, выходящий из апланата. Как видно из чертежа, лучи D_0A' и $D'A'$ не совпадают; при больших апертурах и линейном увеличении, сильно отличающемся от минус единицы, это расхождение может стать значительным.

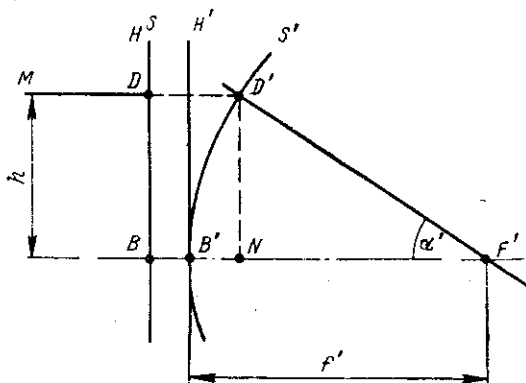


Рис. V. 20

В таких случаях (например, при построении хода лучей в объективе микроскопа) следует совсем отказаться от построения нулевых лучей во избежание грубых ошибок.

Понятие о главных сферах апланата позволяет упростить решение ряда задач. Закон синусов (V. 137) или (V. 148) приобретает неопределенную форму в случае, когда предмет находится на бесконечности. В этом случае $s = \infty$; $\alpha_1 = 0$; $V = 0$; $s' = f'$. Раскрытие неопределенности можно просто выполнить геометрически, пользуясь понятием о главных сферах. Пусть на чертеже (рис. V. 20) даны главные плоскости H и H' апланата и его заднее фокусное расстояние $f' = B'F'$. Его передняя апланатическая точка пусть находится на бесконечности, а задняя — в заднем фокусе F' . Радиус передней главной сферы, равный переднему отрезку s , в этом случае становится равным бесконечности, вследствие чего передняя главная сфера S превращается в плоскость, совпадающую с передней главной плоскостью H апланата. Задняя главная сфера S' имеет радиус, равный f' .

Продолжим луч MD , идущий из бесконечно удаленной осевой точки предмета параллельно оптической оси на высоте h от нее, до пересечения с задней главной сферой S' в точке D' .

Через точки D' и F' следует провести ход этого луча после выхода его из оптической системы. С оптической осью он образует угол α' . Из треугольника $ND'F'$ находим

$$f' = \frac{h}{\sin \alpha'}. \quad (\text{V. 150})$$

Эта формула и есть выражение закона синусов в случае, когда передняя апланатическая точка оптической системы находится на бесконечности.

Формула (V. 150) требует, чтобы при всех значениях h в пределах отверстия системы величина f' , вычисляемая по этой формуле, была постоянной и равной заднему фокусному расстоянию системы, полученному по формулам оптики Гаусса. Но при практическом расчете апланатов часто не удастся строго выполнить это требование. В таком случае величина $\delta f'$, определяемая по формуле

$$\delta f' = \frac{h}{\sin \alpha'} - f', \quad (\text{V. 151})$$

выражает величину ошибки закона синусов данной оптической системы.

Формула (V. 150) дает возможность установить теоретический предел относительного отверстия апланатически исправленных оптических систем. Пусть луч MD (рис V. 20) проходит через край входного зрачка оптической системы. Тогда

$$h = \frac{1}{2} D, \quad (\text{V. 152})$$

где D — диаметр входного зрачка апланата.

В таком случае из формулы (V. 150) следует

$$\frac{D}{f'} = 2 \sin \alpha'. \quad (\text{V. 153})$$

Из формулы (V. 153) видно, что относительное отверстие D/f' оптической системы достигнет максимального значения в случае, когда $\sin \alpha$ станет равным единице. При этом получим

$$\left(\frac{D}{f'} \right)_{\max} = 2 = 1 : 0,5, \quad (\text{V. 154})$$

что представляет собой теоретический предел относительного отверстия апланатов.

Выражение закона синусов (V. 137) приобретает неопределенную форму и в случае телескопического апланата, если предмет и изображение находятся на бесконечности, так как при этом углы α и α' становятся равными нулю. На чертеже (рис. V. 21) представлены пространства предметов и изображений любой (не обязательно телескопической) апланатически исправленной

оптической системы. Из точек A и A' как из центров описаны сферические поверхности с радиусами — p и p' . Вершины этих сфер лежат в центрах C и C' входного и выходного зрачков оптической системы. Из точек D и D' пересечения с этими сферами некоторого луча, соединяющего апланатические точки A и A' , на оптическую ось опущены перпендикуляры h_c и h'_c . Из чертежа находится

$$\sin \alpha = \frac{h_c}{p}; \quad \sin \alpha' = \frac{h'_c}{p'}. \quad (\text{V. 155})$$

Поэтому из формулы (V. 137) закона синусов следует

$$V = \frac{nh_cp'}{n'h'_cp}. \quad (\text{V. 156})$$

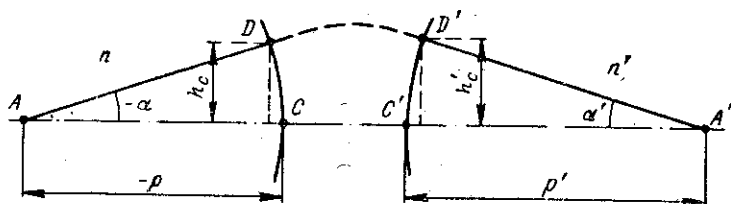


Рис. V. 21

Отношение отрезков p' и p есть продольное увеличение Q системы

$$V = \frac{nh_c}{n'h'_c} Q. \quad (\text{V. 157})$$

Для телескопической системы справедливы следующие выражения (IV. 9, 1 и 3-я формулы):

$$V = \frac{n}{n'\Gamma}; \quad Q = \frac{n}{n'\Gamma^2}.$$

Вследствие этого легко получаем из формулы (V. 157)

$$\Gamma = \frac{nh_c}{n'h'_c}. \quad (\text{V. 158})$$

Эта формула справедлива для апланатической телескопической системы при любом положении предмета. Если же предмет находится на бесконечности, то лучи AD и $D'A'$ становятся параллельными оптической оси. Поэтому $h_c = h$; $h'_c = h'$, где h и h' — высоты этих лучей на первой и последней преломляющих поверхностях системы. Окончательное выражение для закона синусов в этом случае имеет вид

$$\Gamma = \frac{nh}{n'h'}. \quad (\text{V. 159})$$

Если предмет находится на бесконечности, но в данной телескопической системе не устранена сферическая aberrация, нельзя заменить высоту h'_c луча на плоскости выходного зрачка высотой h' на последней поверхности системы. Поэтому ошибка $\delta\Gamma$ закона синусов выражается в этом случае формулой

$$\delta\Gamma = \frac{nh}{n'h'_c} - \Gamma. \quad (\text{V. 160})$$

При этом величина h'_c вычисляется по формуле

$$h'_c = h' - t' \operatorname{tg} \alpha'. \quad (\text{V. 161})$$

В этой формуле t' — расстояние от вершины последней поверхности до центра выходного зрачка, а α' — угол, образованный с осью в пространстве изображений лучом, который в пространстве предметов проходит параллельно оптической оси на высоте h .

Поставим такой вопрос: можно ли при помощи оптической системы получить точечное изображение пространственного элемента? Для решения этого вопроса представим себе такой элемент, окружающий некоторую точку A (V. 22), лежащую на оптической

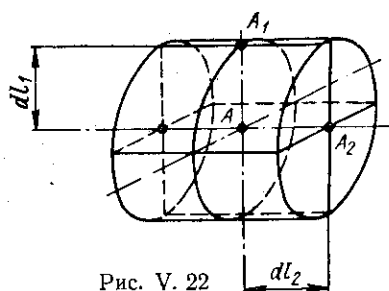


Рис. V. 22

оси системы. Пусть этот пространственный элемент имеет форму цилиндра, соосного с оптической системой, причем диаметр основания цилиндра $2dl_1$, а высота его $2dl_2$. Для получения резкого изображения всех точек, лежащих внутри (и на поверхности) цилиндра, очевидно, необходимо, чтобы изображение точки A было резким, т. е. чтобы для точки A было выполнено условие точечного изображения (V. 39). Для того чтобы в то же время и изображение точки A_1 было точечным, нужно, кроме того, выполнить закон синусов для точки A . А для получения точечного изображения от точки A_2 необходимо соблюдение условия Гершеля для точки A . Таким образом, для осуществления точечного изображения всего пространственного элемента, окружающего точку A , необходимо для этой точки одновременно выполнить три требования: условие точечного изображения, закон синусов и условие Гершеля. Обратим внимание на два последних требования. Закон синусов (V. 137) и условие Гершеля (V. 134) являются, вообще говоря, несовместимыми требованиями, так как при постоянном отношении синусов углов α и α' (что диктуется законом синусов) отношение синусов половин этих углов не будет постоянным (хотя это и требует условие Гершеля). Отсюда вытекает общее правило: в оптической системе невозможно получить точеч-

ное изображение пространственного элемента. Иначе это положение можно формулировать так: в оптической системе, как общее правило, либо совсем нет апланатических точек, либо имеется одна пара сопряженных апланатических точек, чего можно достичь выполнением условия точечного изображения и соблюдением закона синусов в этой паре точек.

Однако из этого общего правила возможны исключения. В этом можно убедиться, приравняв правые части выражений (V. 134) и (V. 137), что необходимо для одновременного соблюдения условия Гершеля и закона синусов. При этом получаем

$$\frac{\sin \frac{1}{2} \alpha}{\sin \frac{1}{2} \alpha'} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'}. \quad (\text{V. 162})$$

Переходя в правой части этого выражения к половинным углам, найдем после сокращения:

$$\frac{\cos \frac{1}{2} \alpha}{\cos \frac{1}{2} \alpha'} = 1, \quad (\text{V. 163})$$

откуда следует

$$\alpha' = \pm \alpha. \quad (\text{V. 164})$$

Условие (V. 164) выполняется, если угловое увеличение W в апланатической паре точек равно либо единице (положительные узловые точки), либо минус единице (отрицательные узловые точки). Это условие удовлетворяется также в случае, если система телескопическая, и обе апланатические точки лежат на бесконечности. В этом случае $\alpha' = \alpha = 0$.

Можно, следовательно, утверждать, что в виде исключения из приведенного выше общего правила получения точечного изображения элементарного объема, окружающего переднюю апланатическую точку A , возможно в следующих случаях: если пара апланатических точек совпадает либо с положительными, либо с отрицательными узловыми точками системы, или в случае телескопической системы, если обе апланатические точки лежат на бесконечности. Иначе можно сказать: если одна пара апланатических точек совпадает с положительными или отрицательными узловыми точками или если в телескопической системе апланатические точки находятся на бесконечности, то у данной оптической системы возможно существование более одной пары апланатических точек.

Исследование в области аберраций третьего порядка, не приведенное здесь ввиду его сложности, показывает, что в случае выполнения условия (V. 164) возможно в оптической системе существование трех пар апланатических точек, удаленных друг

от друга на конечное расстояние. В § 101 мы встретимся с оптической системой, обладающей действительно тремя парами апланатических точек.

Но и у приведенного здесь исключения из общего правила возможно существование исключения. Такое «исключение из исключения» возможно в телескопической системе, угловое увеличение W которой удовлетворяет условию

$$W = \pm 1. \quad (V. 165)$$

Как нетрудно понять, в такой системе любая пара сопряженных точек является узловыми точками (положительными или отрицательными). Исследование такой системы приводит к выводу, что она может иметь бесконечно большое число апланатических точек или, иначе говоря, она может давать точечное изображение любой точки пространства предметов. Линейное увеличение такой системы

$$V = \pm \frac{n}{n'}, \quad (V. 166)$$

что свидетельствует об ограниченном практическом значении таких систем, называемых узловыми системами.

Широко распространенным примером оптической системы, дающей точечное изображение всего пространства предметов, служит плоское зеркало. Из построения хода луча APM , показанного на чертеже (рис. V. 23), видно, что условие $\alpha' = -\alpha$ выполняется для любой пары сопряженных точек A и A' . Сюда же относится и описываемая ниже система, предложенная М. Ланге в 1919 г.

Рассмотрим еще одну теорему, имеющую принципиальное значение для теории образования оптического изображения, но выходящую за рамки теории апланатизма. Докажем, что коррекция всех монохроматических аберраций (а не только сферической аберрации и комы) возможна лишь в одной паре сопряженных плоскостей, перпендикулярных к оптической оси.

Доказательство этой теоремы поведем от противного. Поэтому предположим, что в двух парах сопряженных плоскостей E_1 и E'_1 , E_2 и E'_2 устранены все аберрации (рис. V. 24). Осевые точки A и A' плоскостей E_1 и E'_1 являются, очевидно, апланатическими точками. Поэтому в этих точках должен выполняться закон синусов (V. 137). Отсюда следует

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{n}{n'V_1} = \text{const.} \quad (V. 167)$$

Здесь V_1 — линейное увеличение в плоскостях E_1 и E'_1 . Луч, исходящий из точки A и приходящий в точку A' , пересекает на плоскости E_2 и E'_2 высоты y и y' , которые можно рассматривать как предмет и его изображение, причем

$$V_2 = \frac{y'}{y}, \quad (\text{V. 168})$$

где V_2 — линейное увеличение в плоскостях E_2 и E'_2 , которое должно быть постоянным при любых значениях y и y' , так как дисторсия в этих плоскостях по сделанному предположению отсутствует.

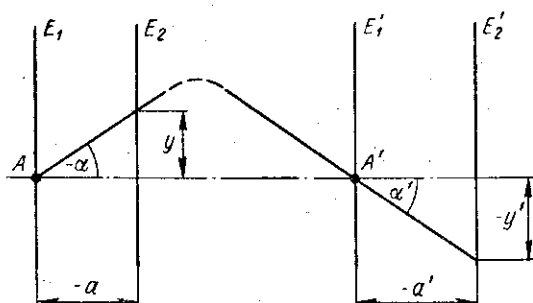


Рис. V. 24

Пользуясь чертежом, находим

$$\left. \begin{aligned} y &= a \operatorname{tg} \alpha; \\ y' &= a' \operatorname{tg} \alpha'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 169})$$

Поэтому из (V. 168) следует

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{aV_2}{a'} = \operatorname{const}. \quad (\text{V. 170})$$

Условие (V. 167) требует постоянства отношения синусов углов α' и α , в то время как условие (V. 170) требует постоянства отношения тангенсов этих углов. Эти требования несовместимы, откуда следует, что предпосылка об устранении всех аберраций в двух парах сопряженных поверхностей неправильна. Этим доказано, что, как правило, устранение всех аберраций возможно лишь в одной паре сопряженных и перпендикулярных к оптической оси поверхностей. При этом устранение ошибки закона синусов в одной паре сопряженных плоскостей вызывает неустраняемую дисторсию в любой другой паре сопряженных плоскостей.

Однако и в этом правиле существуют исключения. Чтобы показать это, докажем сначала, что константы в правых частях формул (V. 167) и (V. 170) равны друг другу. Учитывая, что

отношение отрезков a' и a есть продольное увеличение Q оптической системы, можно следующим образом преобразовать константу формулы (V. 170);

$$\frac{aV_2}{a'} = \frac{V_2}{Q}. \quad (\text{V. 171})$$

Но для Q справедлива формула

$$Q = -\frac{f'}{f} V_1 V_2 = \frac{n'}{n} V_1 V_2. \quad (\text{V. 172})$$

Подставив это значение Q в формулу (V. 171), найдем

$$\frac{aV_2}{a'} = \frac{n}{n'V_1}, \quad (\text{V. 173})$$

что и требовалось доказать.

Поэтому можно для нахождения исключения из приведенного общего правила приравнять левые части формул (V. 167) и (V. 170)

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{\text{tg } \alpha'}{\text{tg } \alpha}. \quad (\text{V. 174})$$

Отсюда следует

$$\cos \alpha' = \cos \alpha, \quad (\text{V. 175})$$

что приводит снова к условию (V. 164), значение которого рассмотрено выше. Вследствие этого можно утверждать, что в трех случаях, а именно, если коррекция всех аберраций достигнута в паре сопряженных плоскостей, проходящих через положительные или отрицательные узловые точки, или же, в случае телескопической системы, лежащих на бесконечности, в виде исключения возможно существование других пар сопряженных плоскостей, в которых тоже устранены все аберрации. Следует, однако, заметить, что системы, обладающие таким свойством, на практике не осуществлены.

Зато хорошо известно исключение из исключения в случае узловых систем, имеющих бесконечно большое число сопряженных плоскостей, в которых отсутствуют все аберрации. Сюда относится плоское зеркало и упомянутая выше система М. Ланге, исследованная М. Герцбергером.

Эта своеобразная оптическая система, дающая точечное изображение всего пространства предметов, состоит из двух концентрических сферических поверхностей (рис. V. 25), разделяющих три среды с показателями преломления n_1 , n_2 и n_3 , причем

$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3}. \quad (\text{V. 176})$$

Отсюда вытекает

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{n_3}{n_2}. \quad (\text{V. 177})$$

Радиусы r_1 и r_2 преломляющих поверхностей связаны зависимостью

$$r_2 = -\frac{n_1}{n_2} r_1 = -\frac{n_2}{n_3} r_1. \quad (\text{V. 178})$$

Рассмотрим ход луча AP_1P_2M , соединяющего точки A и A' на оси, удаленные от центра O поверхностей на расстояния q и q' . Углы ω_1 и ω_1' , ω_2 и ω_2' падения и преломления луча на двух преломляющих поверхностях системы связаны попарно законом преломления

$$\left. \begin{aligned} n_1 \sin \omega_1 &= n_2 \sin \omega_1'; \\ n_2 \sin \omega_2 &= n_3 \sin \omega_2'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 179})$$

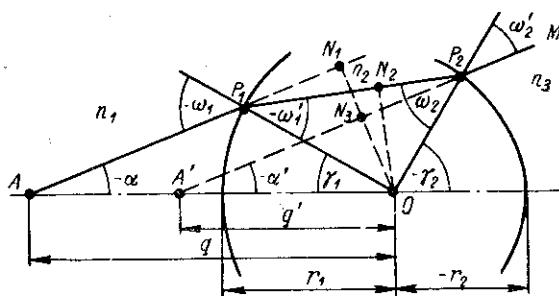


Рис. V. 25

Опустив из точки O перпендикуляр ON_1 на луч AP_1 , мы видим, что длина этого перпендикуляра определяется как из треугольника AON_1 , так и из треугольника P_1ON_1 . Из этого следует

$$q \sin \alpha = r_1 \sin \omega_1. \quad (\text{V. 180})$$

Опустив из точки O перпендикуляр ON_2 на луч P_1P_2 , получаем треугольники P_1ON_2 и P_2ON_2 , из которых находится

$$r_1 \sin \omega_1' = r_2 \sin \omega_2. \quad (\text{V. 181})$$

Наконец, опустив из точки O перпендикуляр ON_3 на луч P_2M , получаем треугольники P_2ON_3 и $A'ON_3$, при помощи которых находится

$$r_2 \sin \omega_2' = q' \sin \alpha'. \quad (\text{V. 182})$$

Приведенные выражения (V. 179)—(V. 182) объединены в следующем продолженном равенстве:

$$\begin{aligned} n_1 q \sin \alpha &= n_1 r_1 \sin \omega_1 = n_2 r_1 \sin \omega_1' = n_2 r_2 \sin \omega_2 = \\ &= n_3 r_2 \sin \omega_2' = n_3 q' \sin \alpha'. \end{aligned} \quad (\text{V. 183})$$

Взяв первую и последнюю части этого продолженного равенства, получим

$$n_1 q \sin \alpha = n_3 q' \sin \alpha'. \quad (\text{V. 184})$$

Взяв вторую и четвертую части равенства (V. 138) и учитывая выражение (VI. 178), легко находим

$$\omega_2 = -\omega_1, \quad (\text{V. 185})$$

а из третьей и пятой частей равенства (V. 183) следует

$$-\omega_1' = \omega_2'. \quad (\text{V. 186})$$

По чертежу найдем теперь вспомогательные углы γ_1 и γ_2 :

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \alpha - \omega_1; \\ \gamma_2 &= \alpha' - \omega_2'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 187})$$

Ввиду того, что угол P_1OP_2 дополняется до 180° с одной стороны углами ω_1 и ω_2 , а с другой — углами γ_1 и γ_2 , имеем (учитывая знаки на чертеже)

$$\gamma_1 - \gamma_2 = -\omega_1' + \omega_2. \quad (\text{V. 188})$$

Вследствие формул (V. 185) и (V. 186) получаем из (V. 188)

$$\gamma_1 - \gamma_2 = \omega_2' - \omega_1, \quad (\text{V. 189})$$

а отсюда при помощи выражений (V. 187)

$$\alpha' = \alpha. \quad (\text{V. 190})$$

Так как сопряженные точки A и A' взяты произвольно, выражение (V. 190) справедливо для любой пары сопряженных точек, а следовательно, рассматриваемая система узловая.

Благодаря выражению (V. 190) из формулы (V. 184) следует

$$q' = \frac{n_1}{n_3} q. \quad (\text{V. 191})$$

Как видно из этого выражения, отрезок q' , определяющий положение точки A' , не зависит от угла α ; следовательно, все лучи, исходящие из некоторой точки A , снова встретятся в точке A' , где получится точечное изображение точки A . Точка A была выбрана на оптической оси, но в концентрической системе любая прямая, проходящая через центр O системы, служит оптической осью. Таким образом, сделанный здесь вывод справедлив для любой точки пространства предметов.

Вследствие формулы (V. 190) угловое увеличение W системы М. Ланге равно единице. Поэтому ее линейное увеличение V определяется формулой

$$V = \frac{n_1}{n_3}. \quad (\text{V. 192})$$

Так как отношение величин q' и q есть продольное увеличение Q системы, из (V. 191) следует

$$Q = \frac{n_1}{n_3}. \quad (\text{V. 193})$$

Так как продольное и линейное увеличения равны, изображение строго подобно предмету, а следовательно, отсутствует искажение изображения.

Система М. Ланге, отличающаяся такими выдающимися аберрационными свойствами, не имеет практического применения потому, что, во-первых, ее увеличение мало отличается от единицы, во-вторых, предмет и изображение находятся не в воз-

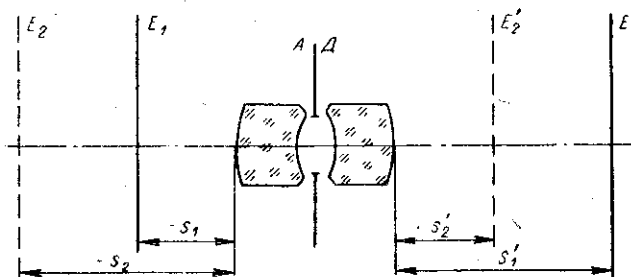


Рис. V. 26

духе и, в-третьих, предмет и изображение не могут быть одновременно действительными.

Доказанная выше теорема о возможности коррекции всех аберраций оптической системы лишь в одной паре сопряженных поверхностей приводит к любопытному парадоксу симметричной системы. *Симметричной системой* называется оптическая система, состоящая из двух идентичных половин, расположенных симметрично относительно апертурной диафрагмы АД (на рис. V. 26 такая система представлена схематически). Пусть E_1 и E'_1 — две сопряженные плоскости, перпендикулярные к оптической оси, линейное увеличение в которых не равно минус единице. Вследствие этого и отрезки s_1 и s'_1 не равны по абсолютной величине. Пусть для этого расположения предмета и изображения в системе достигнуто устранение всех аберраций. Согласно доказанной выше теореме, не может существовать в этой системе другой пары сопряженных плоскостей, в которой были бы устранены все аберрации.

Но можно доказать и другое. Представим себе, что оптическая система повернута на 180° вокруг оси, проходящей через центр диафрагмы АД и перпендикулярной к плоскости чертежа. При таком повороте половинки оптической системы поменяются местами, но так как они идентичны, оптическая система останется неизменной. Далее при этом повороте плоскость E'_1 займет

положение E_2 , а плоскость E_1 — положение E'_2 , так что отрезки s_2 и s'_2 определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} s_2 &= -s'_1; \\ s'_2 &= -s_1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 194})$$

Логически очевидно, что если в плоскостях E_1 и E'_1 была достигнута коррекция всех aberrаций, то она сохранится и после поворота системы в плоскостях E_2 и E'_2 . Но сама система не меняется при повороте. Поэтому безабберационное изображение будет достигнуто в двух парах сопряженных плоскостей E_1 и E'_1 , E_2 и E'_2 . Однако доказанная выше теорема категорически отвергает

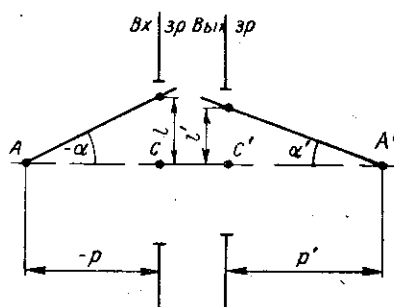


Рис. V. 27

возможность существования двух пар безабберационных плоскостей, если не выполнено условие (V. 164). В этом противоречии и заключается парадокс симметричной системы.

Чтобы раскрыть этот парадокс, не нужно быть оптиком, а достаточно лишь логически мыслить. Возникновение парадокса можно объяснить лишь неправильностью, допущенной в предпосылках, ибо цепь умозаключений и построений в доказательстве

парадокса логически непогрешима. А предпосылка здесь всего лишь одна: в плоскостях E_1 и E'_1 имеется коррекция всех aberrаций. Ее мы должны объявить неправильной, (неосуществимой). Этим снимается и парадокс, но зато устанавливается новое положение: в симметричной системе невозможно устранение всех aberrаций даже в одной паре сопряженных плоскостей, если только угловое увеличение в них не равно плюс или минус единице.

С рассмотренной выше теоремой связан вопрос о дисторсии в зрачках апланата. Пусть точки A и A' (V. 27) — апланатические точки, а точки C и C' — центры зрачков апланата. Луч, соединяющий точки A и A' и образующий с оптической осью углы α и α' , отсекает на плоскостях зрачков отрезки l и l' , которые можно рассматривать как предмет и изображение, предположив, что точки A и C , A' и C' поменялись своими ролями. Конечно, изображение l' предмета l не будет свободно от сферической и других aberrаций, но мы рассмотрим здесь только вопрос о дисторсии изображения l' .

Гауссовское изображение l'_0 (без учета дисторсии) определяется по формуле

$$l'_0 = V_c l, \quad (\text{V. 195})$$

где V_c — линейное увеличение в зрачках системы.

Из треугольников на чертеже находим

$$\left. \begin{aligned} l &= p \operatorname{tg} \alpha; \\ l' &= p' \operatorname{tg} \alpha'. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 196})$$

Отсюда следует

$$l' = \frac{p'}{p} \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} l. \quad (\text{V. 197})$$

Но по формулам геометрической оптики имеем

$$\frac{p'}{p} = Q = \frac{n'}{n} VV_c, \quad (\text{V. 198})$$

Поэтому из (V. 197) следует

$$l' = \frac{n'}{n} VV_c \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha} l. \quad (\text{V. 199})$$

Вследствие (V. 195) найдем

$$\frac{l'}{l'_0} = \frac{n'}{n} V \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (\text{V. 200})$$

Линейное увеличение V определяется по закону синусов

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}. \quad (\text{V. 201})$$

Поэтому получаем вместо (V. 200)

$$\frac{l'}{l'_0} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}. \quad (\text{V. 202})$$

Относительная дисторсия Δ_c в зрачках выражается формулой

$$\Delta_c = \frac{l' - l'_0}{l'_0} = \frac{l'}{l'_0} - 1. \quad (\text{V. 203})$$

Отсюда вследствие формулы (V. 202) найдем

$$\Delta_c = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1. \quad (\text{V. 204})$$

Если предмет находится на бесконечности и $\alpha = 0$, выражение (V. 204) приобретает вид:

$$\Delta_c = \frac{1 - \cos \alpha'}{\cos \alpha'} = \operatorname{tg} \alpha' \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha'. \quad (\text{V. 205})$$

Пусть, например, относительное отверстие апланата будет 1 : 2. Тогда по закону синусов имеем

$$\sin \alpha' = \frac{D}{2f'} = 0,25.$$

Отсюда находим: $\alpha' = 14^\circ 28'$; $\frac{1}{2} \alpha' = 7^\circ 14'$; $\operatorname{tg} \alpha' = 0,2584$; $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha' = 0,1270$. По формуле (V. 205) найдем поэтому: $\Delta_c = 0,03281 = 3,28\%$. Это величина, которую нетрудно обнаружить и измерить, а тем самым — проверить степень выполнения апланатизма в данной системе.

§ 101. Апланатические точки сферической поверхности

Анаберрационные отражающие и преломляющие поверхности, рассмотренные в § 97, как правило, не свободны от значительной ошибки закона синусов. Так, например, в случае отражающей анаберрационной поверхности находим, обратившись к чертежу (рис. V. 6),

$$\sin \alpha = -\frac{y}{AP}; \quad \sin \alpha' = -\frac{y}{A'P}. \quad (\text{V. 206})$$

Ошибка δV закона синусов определяется по формуле

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\sin \alpha}{V \sin \alpha'} - 1. \quad (\text{V. 207})$$

Здесь $n = 1$, $n' = -1$, а линейное увеличение V находится по выражению

$$V = \frac{s'}{s}. \quad (\text{V. 208})$$

На основании формул (V. 206) и (V. 208) из выражения (V. 207) находим

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{sAP'}{s'AP} - 1. \quad (\text{V. 209})$$

Пользуясь выражением (V. 45), получаем отсюда после упрощающих преобразований

$$\frac{\delta V}{V} = -\frac{s+s'}{s'} \left(\frac{s}{AP} - 1 \right), \quad (\text{V. 210})$$

а применяя (V. 47), найдем

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{1}{s'} \frac{(s^2 - s'^2) x}{(s - s')x - (s + s')s}. \quad (\text{V. 211})$$

Отсюда видно, что ошибка закона синусов обращается в нуль в двух случаях. Во-первых, при $s' = s$, когда уравнение (V. 52) превращается в окружность с центром в совпадающих точках A и A' ; во-вторых, при $s' = -s$, когда отражающая поверхность превращается в плоское зеркало, так как уравнение (V. 53) в этом случае имеет вид $x = 0$.

В случае если $s = \infty$ и $s' = f'$, когда отражающая поверхность приобретает форму параболоида, получим из (V. 211)

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta f'}{f'} = -\frac{x}{f'} \quad (\text{V. 212})$$

или короче

$$\delta f' = -x. \quad (\text{V. 213})$$

Анаберрационные преломляющие поверхности тоже не свободны от ошибки закона синусов. Рассмотрим случай, когда предмет лежит на бесконечности, а меридиональная кривая преломляющей поверхности выражена уравнением (V. 63). Ошибка закона синусов находится по формуле (V. 151)

$$\delta f' = \frac{y}{\sin \alpha'} - f'. \quad (\text{V. 214})$$

Пользуясь чертежом (V. 9) и формулой (V. 59), находим

$$\sin \alpha' = \frac{y}{\sqrt{y^2 + (f' - x)^2}}. \quad (\text{V. 215})$$

Вследствие этого получим вместо (V. 214)

$$\delta f' = \sqrt{y^2 + (f' - x)^2} - f'. \quad (\text{V. 216})$$

Исключая отсюда y при помощи выражения (V. 63), после несложных упрощающих преобразований найдем сначала

$$y^2 + (f' - x)^2 = \left(f' - \frac{n}{n'} x\right)^2, \quad (\text{V. 217})$$

а потому получим из (V. 216)

$$\delta f' = -\frac{n}{n'} x. \quad (\text{V. 218})$$

Обратимся теперь к вопросу о нахождении такой анаберрационной преломляющей поверхности, которая была бы в то же время свободна от ошибки закона синусов, т. е. апланатической преломляющей поверхности. При такой поверхности должны одновременно соблюдаться два условия: условие точечного изображения и закон синусов.

На чертеже (рис. V. 28) показан ход луча KPA' , проходящего через преломляющую поверхность PS . KS — сферическая волновая поверхность в пространстве предметов, центр которой в точке A (мнимый предмет). Условие образования точечного изображения напишется в следующей форме

$$nKP + n'PA' = n's'. \quad (\text{V. 219})$$

По чертежу имеем

$$KP = KA - PA. \quad (\text{V. 220})$$

Можно установить наличие трех таких случаев, когда удовлетворяется условие (V. 225). Первый из них — при постоянном отрезке PA . Но если PA — расстояние от преломляющей поверхности до осевой точки A предмета — постоянно, то это значит, что преломляющая поверхность — сфера с центром в точке A . В таком случае и точка A' должна совпадать с точкой A , как показано на чертеже (рис. V. 29, а). При этом любой луч проходит через преломляющую поверхность вдоль нормали к ней, не меняя своего направления. Ясно, что при этом не нарушается гомоцентричность падающего пучка лучей света, а значит, выполняется

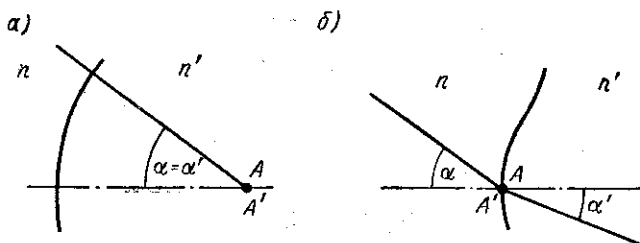


Рис. V. 29

условие точечного изображения. Кроме того, при этом строго выполняется условие $\alpha' = \alpha$, вследствие чего из закона синусов находится

$$V = \frac{n}{n'} = \text{const.}$$

Следовательно, закон синусов выполнен, и поверхность действительно апланатическая. Таким образом, у сферической преломляющей поверхности имеется пара апланатических точек, совпадающих с центром сферы. Но в центре сферы лежат и ее узловые точки. Поэтому возможно существование у сферы еще других пар апланатических точек.

Второй случай выполнения условия (V. 225) — если $PA = 0$, т. е. если точка A предмета совпадает с вершиной S преломляющей поверхности. В этом случае $z = z' = 0$, а потому правая часть формулы (V. 225) также обращается в нуль. Этот случай представлен на чертеже (рис. V. 29, б). Форма преломляющей поверхности в этом случае совершенно произвольна, так как все лучи пересекают ее только в одной точке. Из чертежа понятно, что гомоцентричность падающего пучка не может быть нарушена поверхностью, следовательно, условие точечного изображения выполнено. Углы α и α' связаны друг с другом законом преломления

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha'.$$

Поэтому закон синусов дает

$$V = 1 = \text{const.}$$

Значит, закон синусов тоже выполняется, а потому и в этом случае поверхность апланатическая. Таким образом, можно утверждать, что в вершине преломляющей поверхности любой формы находится пара апланатических точек. В случае сферической преломляющей поверхности это уже вторая пара апланатических точек.

Третий и последний случай, когда удовлетворяется условие (V. 225), имеет место тогда, когда множитель при величине PA равен нулю. В этом случае переменная величина PA может принимать любые значения. Приравняв нулю коэффициент при PA , получим

$$V = \left(\frac{n}{n'} \right)^2. \quad (\text{V. 226})$$

Понятно, что правая часть выражения (V. 225) тоже должна быть равна нулю; поэтому имеем

$$n's' = ns. \quad (\text{V. 227})$$

В отличие от предыдущих случаев этот третий случай не тривиален, т. е. его установление и рассмотрение не может быть выполнено при помощи простых умозаключений, но требует математических выкладок.

Обращаясь вновь к чертежу (рис. V. 28), находим

$$\left. \begin{aligned} PA &= \sqrt{y^2 + (s - x)^2}; \\ PA' &= \sqrt{y^2 + (s' - x)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 228})$$

Поэтому, а также вследствие формулы (V. 227) имеем вместо выражения (V. 222)

$$n' \sqrt{y^2 + (s' - x)^2} = n \sqrt{y^2 + (s - x)^2}. \quad (\text{V. 229})$$

Возводя это выражение в квадрат, чтобы избавиться от квадратных корней, и выполнив затем ряд упрощающих преобразований, приведем его к следующему виду:

$$y^2 = 2 \frac{ns}{n' + n} x - x^2. \quad (\text{V. 230})$$

Это уравнение окружности, проходящей через начало координат; значит, и в этом случае преломляющая поверхность сферическая. Ее радиус r находится по формуле

$$r = \frac{ns}{n' + n}. \quad (\text{V. 231})$$

Формула (V. 227) позволяет найти задний отрезок s' :

$$s' = \frac{n}{n'} s. \quad (\text{V. 232})$$

По формуле (V. 226) находится линейное увеличение V апланатической поверхности. Подставляя это значение V в закон синусов, получим формулу для нахождения угла α' :

$$\sin \alpha' = \frac{n'}{n} \sin \alpha. \quad (\text{V. 233})$$

Резюмируя изложенное, можно утверждать, что сферическая преломляющая поверхность обладает тремя парами апланатических точек. Одна пара апланатических точек лежит в центре

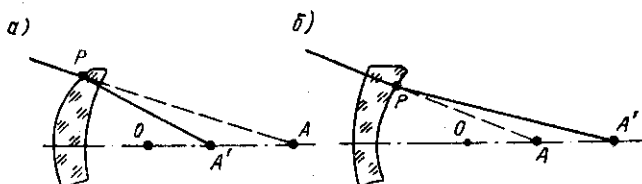


Рис. V. 30

поверхности и совпадает с ее положительными узловыми точками. Вторая пара апланатических точек находится в вершине этой поверхности. И, наконец, третья пара апланатических точек расположена в соответствии с формулами (V. 231) и (V. 232):

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{n' + n}{n} r; \\ s' &= \frac{n' + n}{n'} r. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 234})$$

Апланатическая сферическая поверхность по формулам (V. 234) может быть либо собирающей, либо рассеивающей. При положительном r поверхность будет собирающей в случае, если $n' > n$. Пусть, например, $n = 1$, $n' = 1,5$; $r = 30,0$ мм. По формулам (V. 234) имеем тогда: $s = 75,0$ мм; $s' = 50,0$ мм. На рис. V. 30, а эта поверхность служит передней (выпуклой) поверхностью положительного апланатического мениска; вторая (вогнутая) его поверхность — тоже сферическая и описана из точки A' как из центра.

Если же $n' < n$, то поверхность становится рассеивающей. Так, например, если $n = 1,5$; $n' = 1$; $r = 30,0$ мм, имеем по формулам (V. 234) $s = 50,0$ мм; $s' = 75,0$ мм. На чертеже (рис. V. 30, б) такая поверхность служит задней (вогнутой)

поверхностью отрицательного апланатического мениска. Первая его сферическая поверхность имеет центр в точке A .

Апланатические точки шаровой преломляющей поверхности широко применяются в конструкциях различных оптических систем, как средство для увеличения апертуры без одновременного увеличения сферической aberrации и комы системы. Особенно выдающийся успех достигнут благодаря применению апланатических сферических поверхностей в конструкции микрообъективов, обладающих большой апертурой. По предложению итальянского оптика Дж. Амичи (1786—1863 гг.) фронтальная (передняя)

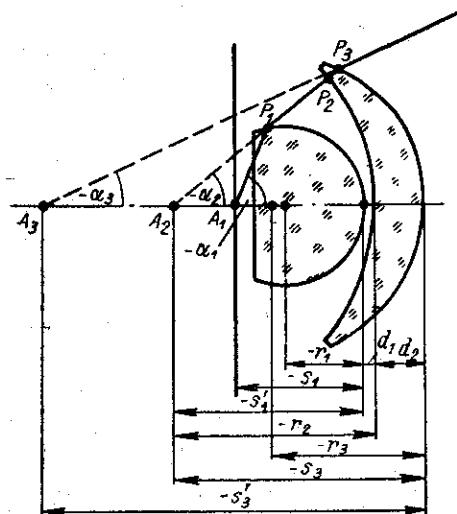


Рис. V. 31

линза иммерсионного объектива представляет собой короткофокусную плосковыпуклую линзу (рис. V. 31). Ее первая плоская поверхность не служит преломляющей поверхностью, так как при однородной иммерсии она разделяет две среды с равными показателями преломления n . Первой преломляющей поверхностью является задняя сферическая поверхность фронтальной линзы, часто охватывающая больше полушеры. Осевая точка A_1 предмета находится в передней апланатической точке этой поверхности. Мнимое без-

абберационное изображение точки A_1 предмета возникает в задней апланатической точке A_2 . Луч A_1P_1 образует с осью очень большой апертурный угол α_1 . Преломившись в точке P_1 второй поверхности фронтальной линзы, луч этот пойдет по направлению P_1P_2 , так что продолжение луча пройдет через точку A_2 . Угол α_2 , образованный с осью преломленным лучом, существенно меньше угла α_1 , и это уменьшение апертуры достигнуто без внесения сферической aberrации и комы.

Если угол α_2 все же велик, то вслед за фронтальной линзой рекомендуется поставить собирательный апланатический мениск, который еще уменьшит апертурный угол для задней части объектива. Центр его передней вогнутой поверхности совпадает с точкой A_2 , поэтому луч P_1P_2 совмещается с нормалью к этой поверхности и, не отклоненный ею, достигает задней выпуклой поверхности в точке P_3 . Точка A_2 совпадает при этом с передней апланатической точкой этой поверхности. Таким образом, увеличенное изображение предмета возникает у задней апланатической

точки A_3 второй поверхности мениска. Луч, преломившись у точки P_3 на этой поверхности, далее направится так, что его обратное продолжение пройдет через точку A_3 . Апертурный угол α_3 , образованный этим лучом с осью, еще уменьшается по сравнению с углом α_2 . В случае необходимости вслед за первым апланатическим мениском может быть поставлен второй, действующий таким же образом.

Формулы (V. 213)–(V. 226) позволяют очень просто выполнить расчет апланатической передней части иммерсионного микрообъектива, пользуясь обозначениями, введенными на чертеже. Пусть, например, нам заданы: показатель преломления иммерсионной жидкости и стекла $n = 1,5$; $s_1 = -5,0$ мм; $d_1 = 0,5$ мм;

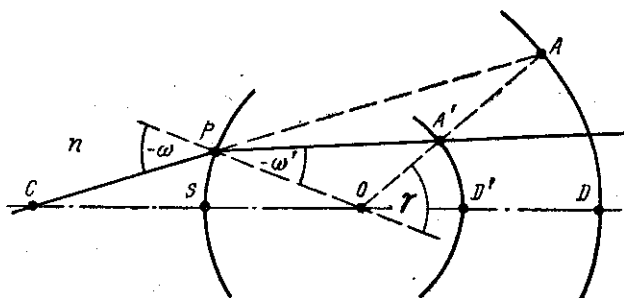


Рис. V. 32

$d_2 = 2,0$ мм. Тогда по формулам (V. 231) и (V. 232) находим: $r_1 = -3,0$ мм; $s_1 = -7,5$ мм. Если $\alpha_1 = -66^\circ$, то по формуле (V. 233) найдем: $\alpha_2 = -37^\circ 31' 13''$. По формуле (V. 226) находится $V_1 = n^2 = 2,25^\times$. Далее по чертежу определяем: $r_2 = s_1 - d_1 = -8,0$ мм. Также находим: $s_3 = r_2 - d_2 = -10,0$ мм. Поэтому, снова применяя те же формулы, получим: $r_3 = -6,0$ мм; $s_3 = -15,0$ мм; $\alpha_3 = -23^\circ 57' 18''$. Для линейных увеличений V_2 и V_3 поверхностей апланатического мениска имеем: $V_2 = \frac{1}{n}$; $V_3 = n^2$. Поэтому найдем для общего линейного увеличения всей рассчитанной передней части иммерсионного объектива

$$V = V_1 V_2 V_3 = n^3 = 3,375^\times.$$

Нужно, однако, заметить, что рассмотренная здесь система обладает большим хроматизмом, компенсировать который при помощи задней половины объектива — довольно трудная, но разрешимая практически задача. Немало трудностей приходится преодолевать при коррекции полевых aberrаций объективов микроскопов, в особенности при исправлении кривизны поля изображения.

Апланатические точки шаровой поверхности применяются еще для графического построения хода лучей. Пусть, например, задана на чертеже (рис. V. 32) сферическая преломляющая поверхность PS с центром в точке O , разделяющая две среды с показателями преломления n и n' и имеющая радиус $r = SO$. Кроме того, задан на чертеже произвольный луч CP . Требуется начертить ход этого луча после преломления. По формулам (V. 234) вычисляем отрезки s и s' . Затем из точки O как из центра радиусами $OD = s - r = \frac{n'}{n} r$ и $OD' = s' - r = \frac{n}{n'} r$ проводим дуги окружности AD и $A'D'$. Находим точку A пересечения луча AP с дугой AD . Точку A соединим прямой с точкой O . Найдем точку A' пересечения прямой OA с дугой $A'D'$. Искомый преломленный луч проводим через точки P и A' . При этом точки A и A' — сопряженные апланатические точки, не лежащие на оптической оси.

§ 102. Условие изопланазии

Если для осевой точки A предмета выполнено условие образования точечного изображения, то для распространения этого условия на все точки элементарной площадки, окружающей точку A , необходимо соблюдение закона синусов. Другими словами, если устранена сферическая абберация, то для уничтожения комы в пределах малого поля зрения необходимо устранить ошибку закона синусов. При этом возникает вопрос: как же поступить, если сферическая абберация устранена не полностью, а только уменьшена до размера, считаемого допустимым? Этот вопрос имеет отнюдь не академическое значение, так как на практике постоянно встречаются оптические системы, имеющие остаточную сферическую абберацию сравнительно небольшой величины. Рассмотрим здесь этот вопрос.

На чертеже (рис. V. 33) представлено пространство изображений некоторой оптической системы, обладающей малой остаточной сферической абберацией $\delta s'$, определенной по ходу луча $M'D'$, исходящего в пространстве предметов из осевой точки A предмета. Этот луч, образующий с осью системы угол α' , вследствие наличия сферической абберации не проходит через осевую точку A' гауссовского изображения, величина которого y_0 определяется по формуле геометрической оптики

$$y_0' = V_0 y \quad (\text{V. 235})$$

где V_0 — линейное увеличение в области Гаусса (нулевых лучей);

y — величина предмета.

Если в плоскости апертурной диафрагмы оптической системы поставить воображаемую диафрагму с бесконечно узким кольцевым отверстием, она выделит лучи, проходящие через одну зону

оптической системы. Очевидно, что пропускаемые лучи, исходящие из осевой точки A предмета, образуют в пространстве изображений прямой конус с вершиной в точке D' , а потому все они имеют постоянное значение отрезка $\delta s'$ и угла α' . Линейное увеличение V для действующей при этой диафрагме зоны оптической системы определяется формулой закона синусов

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}. \quad (\text{V. 236})$$

Так как при кольцевой диафрагме углы α и α' постоянны, то постоянно и увеличение V . Поэтому величина создаваемого

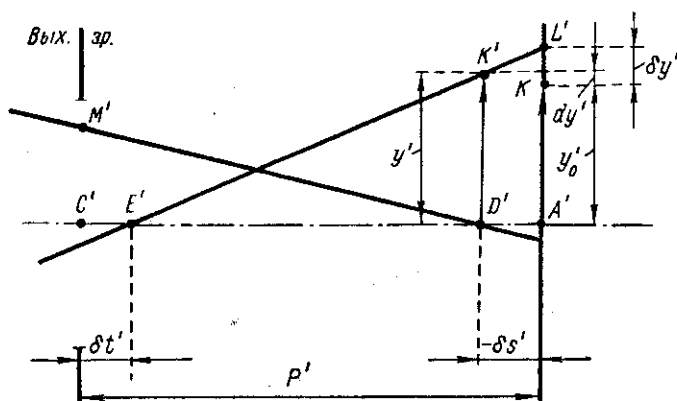


Рис. V. 33

действующей зоной изображения y' , осевая точка которого лежит в точке D' , найдется по формуле

$$y' = Vy, \quad (\text{V. 237})$$

причем V определяется, в свою очередь, по формуле (V. 236).

Если представить себе воображаемую кольцевую диафрагму убранной, то в пространстве изображений возникнет одновременно множество таких изображений y' , создаваемых светом, проходящим через разные зоны оптической системы. Очевидно, что эти изображения не совпадают друг с другом ни по величине, ни по положению. Представим себе теперь, что в этой системе строго соблюдается закон синусов (V. 236). Тогда линейное увеличение V будет постоянным для всех зон оптической системы и равным V_0 . Вследствие этого все величины y' , не совпадающие по положению, будут равны друг другу по величине и равны y_0' . Следовательно, внеосевые концы изображений y' расположатся на одной прямой, параллельной оптической оси. Ясно, что ставить такое требование имеет смысл только в одном случае: если

в пространстве изображений имеется телецентрический ход главных лучей. Тогда все внеосевые концы зональных изображений будут расположены на одном главном луче. Вследствие этого фигура рассеяния, возникающая на экране, перпендикулярном к оптической оси, будет круглой, а следовательно, и свободной от комы.

Во всех иных случаях соблюдение закона синусов при наличии остаточной сферической абберации не имеет никакого практического смысла, и закон синусов должен быть заменен другим условием устранения комы. Представим себе ход главного луча $E'L'$, проходящего через внеосевой конец K' изображения y' . Этот луч не проходит через центр C' выходного зрачка системы вследствие наличия сферической абберации $\delta t'$ в выходном зрачке системы. Величину $\delta t'$ мы будем считать малой величиной второго порядка малости, как и величину $\delta s'$. Пусть далее в плоскости $A'L'$ гауссовского изображения расположен экран, на котором улавливается изображение. Центр кружка рассеяния, создаваемого на этом экране лучами, проходящими через точку K' , лежит в точке L' . Отсюда следует, что если внеосевые концы всех зональных изображений y' будут расположены на одном главном луче $E'L'$, то центры кружков рассеяния зональных изображений внеосевой точки предмета совпадут друг с другом, фигура рассеяния будет круглой и кома (нарушение симметрии строения фигуры рассеяния) будет отсутствовать. Таким образом, требование устранения комы при малом поле зрения и при неустраненной сферической абберации сводится к требованию, чтобы внеосевые концы зональных изображений располагались на одном главном луче.

Если это требование осуществлено, то очевидно, что главный луч, о котором идет речь, должен проходить также и через точку K , внеосевой конец изображения y_0 , и точки L' и K должны совпасть. Если же требование устранения комы не соблюдается, то именно отрезок $KL' = \delta y'$ и является мерой комы, а не отрезок $dy' = y' - y_0$, который характеризует величину отступления от закона синусов. Вследствие формул (V. 235) и (V. 237) имеем:

$$\frac{dy'}{y_0} = \frac{y' - y_0}{y_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{dV}{V_0}. \quad (\text{V. 238})$$

Здесь dV является ошибкой закона синусов.

Для определения величины $\delta y'$ воспользуемся подобием треугольников $L'A'E'$ и $K'D'E'$:

$$\frac{y_0' + \delta y'}{p' - \delta t'} = \frac{y_0' + dy'}{p' - \delta t' + \delta s'}. \quad (\text{V. 239})$$

Отсюда следует .

$$\frac{1 + \frac{\delta y'}{y_0}}{1 - \frac{\delta t'}{p'}} = \frac{1 + \frac{dy'}{y_0}}{1 - \frac{\delta t'}{p'} + \frac{\delta s'}{p'}}. \quad (\text{V. 240})$$

Освобождаясь от знаменателей, отбрасывая члены четвертого и более высоких порядков малости (y_0 — первого, $\delta t'$ и $\delta s'$ — второго, dy' и $\delta y'$ — третьего порядка малости) и выполняя простые упрощающие преобразования, находим окончательно

$$\frac{\delta y'}{y_0} = \frac{dy'}{y_0} - \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 241})$$

Вследствие формулы (V. 238) это выражение принимает вид

$$\frac{\delta y'}{y_0} = \frac{dV}{V_0} - \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 242})$$

Если предмет находится на бесконечности, вместо (V. 238) справедливо выражение

$$\frac{dy'}{y_0} = \frac{\delta f'}{f'}, \quad (\text{V. 243})$$

где $\delta f'$ — ошибка закона синусов, вычисляемая по формуле (V. 151). Поэтому вместо (V. 241) для данного частного случая имеем

$$\frac{\delta y'}{y_0} = \frac{\delta f'}{f'} - \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 244})$$

Оптическая система, в которой устранена кома при неисправленной сферической аберрации, называется *изопланатом*. Чтобы получить *условие изопланатизации*, т. е. условие коррекции комы при наличии сферической аберрации, в рассчитываемой системе, достаточно положить в формулах (V. 242) и (V. 244) $\delta y'$ равным нулю. Тогда получим общее выражение условия изопланатической коррекции

$$\frac{dV}{V_0} = \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 245})$$

Для случая бесконечно далекого предмета будем иметь

$$\frac{\delta f'}{f'} = \frac{\delta s'}{p'}. \quad (\text{V. 246})$$

Из этих формул следует, что при неисправленной сферической аберрации ошибка закона синусов dV или $\delta f'$ не должна быть равна нулю, а должна быть пропорциональна величине $\delta s'$

сферической аберрации. На чертеже (рис. V. 34) показан сплошной линией график остаточной сферической аберрации $\delta s'$ как функции от высоты h падения луча на первую поверхность (предмет на бесконечности). На том же чертеже штрихами показан график ошибки $\delta f'$ закона синусов, каким он должен быть в случае изопланата: отношение $\delta f' : \delta s'$ постоянно и равно отношению $f' : p'$. Поэтому $\delta f'$ становится равным нулю при той же высоте h , при которой и $\delta s'$ равно нулю. Не всегда, конечно, удастся достичь такой коррекции закона синусов, но к ней нужно стремиться при практическом расчете оптических систем.

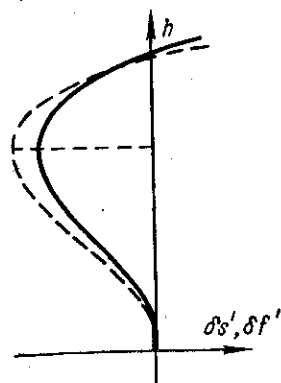


Рис. V. 34

Формула (V. 245) или (V. 246) может быть использована при расчете оптических систем и иначе: они позволяют находить такое положение зрачков системы, при котором кома системы устраняется. Для этого из указанных формул определяется отрезок p' , от которого зависит место положения выходного зрачка системы. Например, из (V. 246) находим

$$p' = f' \frac{\delta s'}{\delta f'}. \quad (\text{V. 247})$$

Зрачки, положение которых определяется из условия изопланазии, принято называть *естественными зрачками оптической системы*.

Определим здесь положение естественных зрачков одной сферической преломляющей поверхности (рис. V. 35). Полагая, что предмет находится на бесконечности, найдем из треугольника POA' , в котором угол $POS = -\omega$ служит внешним углом,

$$\alpha' = \omega' - \omega. \quad (\text{V. 248})$$

Пользуясь далее соотношениями на чертеже и законом преломления, получим последовательно:

$$n \sin \omega = -\frac{nh}{r} = n' \sin \omega' = n' \frac{q'}{r} \sin \alpha'. \quad (\text{V. 249})$$

Применяя сначала первую и вторую, а потом вторую и третью части этого продленного равенства, находим:

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega &= -\frac{h}{r}; \\ \sin \omega' &= -\frac{nh}{n'r}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 250})$$

Наконец, пользуясь второй и четвертой частями равенства (V. 249), получаем

$$q' = -\frac{nh}{n' \sin \alpha'}. \quad (\text{V. 251})$$

Вследствие (V. 248) и (V. 250) находим

$$\sin \alpha' = -\frac{h}{r} \left[\frac{n}{n'} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{r}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \left(\frac{h}{r}\right)^2} \right]. \quad (\text{V. 252})$$

Поэтому вместо (V. 251) получим

$$q' = \frac{r}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{r}\right)^2} - \frac{n'}{n} \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \left(\frac{h}{r}\right)^2}}. \quad (\text{V. 253})$$

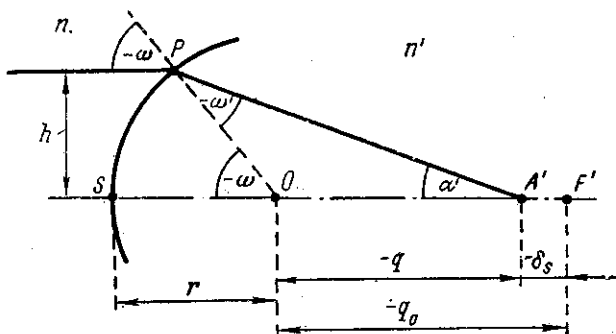


Рис. V. 35

Это точная формула для величины q' . Полагая $h = 0$, получим из этой формулы расстояние q_0 от центра O поверхности до заднего фокуса F'

$$q_0 = -\frac{nr}{n' - n}. \quad (\text{V. 254})$$

Считая h малым по сравнению с r и отбрасывая члены выше третьего порядка малости, найдем вместо (V. 253) после соответствующих преобразований

$$q' = -\frac{nr}{n' - n} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{n}{n'} \left(\frac{h}{r}\right)^2 \right]. \quad (\text{V. 255})$$

По чертежу находим величину $\delta s'$ сферической аберрации

$$\delta s' = q_0 - q'. \quad (\text{V. 256})$$

Отсюда получаем благодаря формулам (V. 254) и (V. 255):

$$\delta s' = -\frac{1}{2} \frac{n^2}{n' (n' - n)} \left(\frac{h}{r}\right)^2. \quad (\text{V. 257})$$

Ошибка закона синусов $\delta f'$ находится по выражению (V. 151)

$$\delta f' = \frac{h}{\sin \alpha'} - f'.$$

Из геометрической оптики известна формула

$$f' = \frac{n'r}{n' - n}. \quad (\text{V. 258})$$

Из выражений (V. 251) и (V. 255) следует

$$\frac{h}{\sin \alpha'} = -\frac{n'}{n} q' = \frac{n'r}{n' - n} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{n}{n'} \left(\frac{h}{r} \right)^2 \right]. \quad (\text{V. 259})$$

На основании формул (V. 258) и (V. 259) получим для $\delta f'$:

$$\delta f' = -\frac{1}{2} \frac{nr}{n' - n} \left(\frac{h}{r} \right)^2. \quad (\text{V. 260})$$

Теперь найдем p' по условию изопланазии (V. 247) и применяя выражения (V. 257), (V. 258) и (V. 260)

$$p' = \frac{n}{n'} f' = \frac{nr}{n' - n} = -q_0. \quad (\text{V. 261})$$

Этот простой результат показывает, что естественные зрачки одной преломляющей поверхности совпадают друг с другом и лежат в плоскости, проходящей через центр сферической преломляющей поверхности.

Невозможность одновременного выполнения закона синусов (V. 137)

$$V = \frac{n \sin \alpha}{n' \sin \alpha'}$$

и условия Гершеля (V. 134)

$$V = \frac{n \sin \frac{1}{2} \alpha}{n' \sin \frac{1}{2} \alpha'}$$

резко выражается при больших углах α и α' . Если же эти углы малы, то расхождение между обоими требованиями становится малым, а при бесконечно малых углах расхождение исчезает, и обе формулы переходят в выражение

$$V = \frac{na}{n'a'},$$

известное из геометрической оптики. Благодаря этому при помощи фотографического объектива, рассчитанного на бесконечно удаленный предмет, можно практически фотографировать близкие

предметы без заметной потери качества изображения. В то же время объектив микроскопа, обладающий большим апертурным углом, не допускает сколько-нибудь значительного перемещения предмета вдоль оптической оси, так как при этом возникает резкое ухудшение качества изображения.

В. ТЕОРИЯ АСТИГМАТИЗМА

§ 103. Инварианты Юнга

В § 32 рассмотрены свойства астигматического пучка, связь астигматизма с теорией каустик, а также возникновение астигматизма и кривизны изображения в оптических системах. Не возвращаясь здесь к этим вопросам, рассмотрим теперь математические средства для вычисления астигматизма и их применение для решения некоторых практических задач (кроме формул aberrаций третьего порядка).

В первую очередь необходимо рассмотреть два инварианта астигматизма, принадлежащих английскому физiku, астроному и врачу Т. Юнгу (1773—1829 гг.), известному исследователю интерференции света (опыт Юнга), упругости твердых тел (модуль Юнга) и древнеегипетских иероглифов (Розеттский камень).

Рассмотрим сначала меридиональный инвариант Юнга.

Пусть PA (рис. V. 36) — главный луч бесконечно узкого меридионального пучка лучей, сходящихся в точке A . Луч PA у точки P падает на преломляющую поверхность SP любой формы, но являющуюся поверхностью вращения вокруг оптической оси и разделяющую две среды с показателями преломления n и n' . После преломления на главном луче PA' располагается точка A' , в которой сходятся все лучи бесконечно узкого преломленного пучка лучей. PO — нормаль к преломляющей поверхности в точке падения P луча, точка O — центр кривизны поверхности у точки P в меридиональном сечении.

Повернем падающий луч вокруг точки A на бесконечно малый угол в меридиональной плоскости. После поворота он займет положение P_1A . Таким образом, мы переходим от главного луча PA пучка к бесконечно близкому меридиональному лучу P_1A . При этом нормаль PO повернется вокруг точки O , заняв

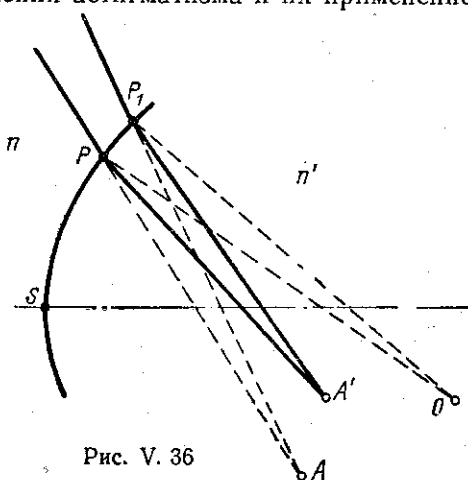


Рис. V. 36

новое бесконечно близкое положение P_1O . Преломленный луч PA' после поворота займет положение P_1A' . Введем следующие обозначения, не показанные на чертеже. Обозначения для конечных отрезков: отрезки вдоль главного луча от поверхности до предмета и от поверхности до изображения $l_t = PA$ и $l'_t = PA'$, радиус кривизны преломляющей поверхности у точки P в меридиональном сечении $r_t = PO$. Бесконечно малый отрезок $ds = PP_1$ — дуга, которую можно считать дугой окружности с центром в точке O . Поэтому должно быть $r_t = P_1O$. Конечные углы: угол падения $\omega = \angle APO$, угол преломления $\omega' = \angle A'PO$, угол α , образованный лучом PA с осью поверхности, угол α' , образованный лучом PA' с осью, и угол γ , образованный нормалью PO с осью. При повороте луча все эти углы получают бесконечно малые приращения: $d\alpha = \angle PAP_1$, $d\alpha' = \angle PA'P_1$; $d\gamma = \angle POP_1$, а также $d\omega$ и $d\omega'$, которых нет на чертеже.

При выводе меридионального инварианта Юнга исходной формулой послужит закон преломления

$$n' \sin \omega' = n \sin \omega. \quad (V. 262)$$

Дифференцируя выражение (V. 262) для перехода к бесконечно близкому лучу, находим

$$n' \cos \omega' d\omega' = n \cos \omega d\omega. \quad (V. 263)$$

Из треугольника, ограниченного прямыми PA , PO и осью, получаем

$$\omega = \alpha - \gamma. \quad (V. 264)$$

Аналогично из треугольника, образованного лучами PA' , PO и осью, находим

$$\omega' = \alpha' - \gamma. \quad (V. 265)$$

Дифференцируя формулы (V. 264) и (V. 265), получим выражения:

$$\left. \begin{aligned} d\omega &= d\alpha - d\gamma; \\ d\omega' &= d\alpha' - d\gamma. \end{aligned} \right\} \quad (V. 266)$$

Далее из фигуры POP_1 найдем:

$$d\gamma = \frac{ds}{r_t}. \quad (V. 267)$$

Несколько сложнее определяются углы $d\alpha$ и $d\alpha'$. Спроектируем отрезок PP_1 на направление, перпендикулярное к лучу PA . Длина ds' этой проекции определяется двояким образом:

$$ds' = ds \cos \omega = l_t d\alpha. \quad (V. 268)$$

Отсюда получим

$$d\alpha = \frac{ds}{l_t} \cos \omega. \quad (V. 269)$$

Аналогично находится угол $d\alpha'$

$$d\alpha' = \frac{ds}{l_t'} \cos \omega'. \quad (\text{V. 270})$$

На основании выражений получим из формул (V. 266), (V. 267), (V. 269) и (V. 270)

$$\left. \begin{aligned} d\omega &= \left(\frac{\cos \omega}{l_t} - \frac{1}{r_t} \right) ds; \\ d\omega' &= \left(\frac{\cos \omega'}{l_t'} - \frac{1}{r_t} \right) ds. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 271})$$

Подставив значения $d\omega$ и $d\omega'$, определяемые формулами (V. 271), в продифференцированный закон преломления, получим после сокращения на ds

$$n' \cos \omega' \left(\frac{\cos \omega'}{l_t'} - \frac{1}{r_t} \right) = n \cos \omega \left(\frac{\cos \omega}{l_t} - \frac{1}{r_t} \right). \quad (\text{V. 272})$$

Это и есть меридиональный инвариант Юнга, связывающий отрезки l_t' и l_t вдоль главного луча и позволяющий поэтому находить по заданному положению предмета положение меридионального изображения.

Обратимся теперь к выводу сагиттального инварианта Юнга. Пусть главный луч PA (рис. V. 37) бесконечно узкого пучка преломляется у точки P преломляющей поверхности PS , имеющей любую форму, симметричную относительно оси SO . Эта поверхность разделяет две среды с показателями преломления n и n' . Лежащие в сагиттальной плоскости (перпендикулярной к плоскости чертежа и проходящей через луч PA) лучи бесконечно узкого пучка пересекаются в точке A , служащей поэтому предметной точкой для сагиттальных лучей. Пусть PO — нормаль к поверхности в точке P . Как известно из теории поверхностей вращения, центр кривизны поверхности в точке P в сагиттальном сечении лежит в точке O пересечения нормали PO с осью поверхности. На преломленном главном луче PA' находится точка A' сагиттального изображения, в которой встречаются сагиттальные лучи бесконечно узкого пучка лучей. Точка A' находится простым геометрическим построением на основании положения, доказанного в § 32: точки сагиттального предмета A , изображения A' и центр O сагиттальной кривизны преломляющей поверхности лежат на одной прямой. Поэтому точка A' находится как точка пересечения преломленного луча PA' с прямой, проведенной через точки A и O .

Введем следующие обозначения для отрезков: отрезки вдоль главного луча от поверхности до сагиттального предмета и изображения $PA = l_s$ и $PA' = l_s'$; радиус сагиттальной кривизны поверхности $PO = r_s$. Обозначения для углов: угол падения

$\omega = \angle OPA$ и угол преломления $\omega' = \angle OPA'$. Кроме того, на чертеже введен угол β , являющийся внешним углом треугольника $AP O$ у вершины O (а также и треугольника $A'PO$).

Исходной формулой при выводе сагиттального инварианта послужит закон преломления (V. 262). Пользуясь известным свойством внешнего угла β треугольника $AP O$, найдем для длины перпендикуляра, опущенного из точки P на линию AO , три выражения

$$r_s \sin \beta = l_s \sin (\beta - \omega) = l'_s \sin (\beta - \omega'). \quad (\text{V. 273})$$

Взяв первые две части этого продленного равенства и преобразуя синус разности углов β и ω , получим после несложных преобразований

$$l_s \sin \omega = (l_s \cos \omega - r_s) \operatorname{tg} \beta, \quad (\text{V. 274})$$

а отсюда находим

$$\sin \omega = -\left(\frac{1}{l_s} - \frac{\cos \omega}{r_s}\right) r_s \operatorname{tg} \beta. \quad (\text{V. 275})$$

Применив теперь первую и третью части равенства (V. 273), получим при помощи аналогичных преобразований выражение

$$\sin \omega' = -\left(\frac{1}{l'_s} - \frac{\cos \omega'}{r_s}\right) r_s \operatorname{tg} \beta. \quad (\text{V. 276})$$

Подставляя значения $\sin \omega$ и $\sin \omega'$ из выражений (V. 275) и (V. 276) в закон преломления (V. 262), найдем после сокращения на $-r_s \operatorname{tg} \beta$ окончательную формулу

$$n' \left(\frac{1}{l'_t} - \frac{\cos \omega'}{r_s} \right) = n \left(\frac{1}{l_t} - \frac{\cos \omega}{r_s} \right). \quad (\text{V. 277})$$

Это и есть сагиттальный инвариант Юнга, связывающий отрезки l_s и l'_s и благодаря этому позволяющий по заданному положению точки предмета A находить положение сагиттального изображения A' .

В частном случае, если углы ω и ω' становятся равными нулю, оба инварианта упрощаются.

$$\left. \begin{aligned} n' \left(\frac{1}{l'_t} - \frac{1}{r_t} \right) &= n \left(\frac{1}{l_t} - \frac{1}{r_t} \right); \\ n' \left(\frac{1}{l'_s} - \frac{1}{r_s} \right) &= n \left(\frac{1}{l_s} - \frac{1}{r_s} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 278})$$

Следует заметить, что радиусы r_t и r_s могут быть не равны друг другу, а потому и в этом случае поверхность не свободна от астигматизма. При нормальном падении главного луча ($\omega = \omega' = 0$) поверхность свободна от астигматизма в двух случаях: во-первых, если она сферическая и потому $r_t = r_s = r$, т. е. радиусу сферы, и, во-вторых, если главный луч совпадает с оптической осью при поверхности любой формы, при этом $r_t = r_s = r_0$, т. е. радиусу кривизны в вершине поверхности. В последнем случае оба инварианта Юнга переходят в инвариант Аббе

$$n' \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right). \quad (\text{V. 279})$$

Вероятно, поэтому инварианты Юнга иногда называют сагитальным и меридиональным инвариантами Аббе. Это название неправильное, и пользоваться им не следует.

Наиболее простой вид инварианты приобретают в случае плоских преломляющих поверхностей, когда $r_t = r_s = \infty$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{l'_t}{n' \cos^2 \omega'} &= \frac{l_t}{n \cos^2 \omega}; \\ \frac{l'_s}{n_s} &= \frac{l_s}{n_s}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 280})$$

Воспользуемся этими выражениями для определения астигматизма, вносимого плоскопараллельной пластинкой, стоящей в непараллельном ходе лучей (рис. V. 38), имеющей толщину d и изготовленной из стекла с показателем преломления n . Главный луч $CP_1P_2A_3$ образует с осью в воздухе угол ω , а в стекле — угол ω' ; эти углы связаны между собой законом преломления

$$\sin \omega = n \sin \omega'. \quad (\text{V. 281})$$

Предположим, что нам известен отрезок $P_1A_1 = l_{1t} = l_{1s} = l$. Точка A_1 — свободная от астигматизма точка предмета (мнимого).

Применяя формулы (V. 280) к первой преломляющей грани P_1S_1 пластинки, найдем отрезки $P_1A_{2t} = l'_{1t}$ и $P_1A_{2s} = l'_{1s}$

$$l'_{1t} = n \frac{\cos^2 \omega'}{\cos^2 \omega} l; \quad l'_{1s} = nl. \quad (\text{V. 282})$$

По чертежу находим отрезок P_1P_2

$$P_1P_2 = \frac{d}{\cos \omega'}.$$

Поэтому получим, определяя отрезки $P_2A_{2t} = l_{2t}$ и $P_2A_{2s} = l_{2s}$,

$$l_{2t} = l'_{1t} - \frac{d}{\cos \omega'}; \quad l_{2s} = l'_{1s} - \frac{d}{\cos \omega'}.$$

Отсюда легко получить приближенную формулу до третьих порядков малости:

$$a = \frac{n^2 - 1}{n} \omega'^2 d, \quad (\text{V. 288})$$

а вследствие формулы (V. 281) в пределах указанной точности находим

$$a = \frac{n^2 - 1}{n^3} \omega^2 d. \quad (\text{V. 289})$$

Пусть известна длина перпендикуляра Y , опущенного из точки A_1 предмета на оптическую ось. Обозначив высоту $S_1 P_1$ через h , найдем по чертежу

$$Y = h + l \sin \omega. \quad (\text{V. 290})$$

Определим теперь длину перпендикуляра Y'_s , опущенного на ось из точки A_{3s} сагиттального изображения,

$$Y'_s = h + d \operatorname{tg} \omega' + l_{2s} \sin \omega. \quad (\text{V. 291})$$

На основании второй формулы (V. 285) получаем

$$Y'_s = h + d \operatorname{tg} \omega' + l \sin \omega - \frac{\sin \omega}{n \cos \omega'} d. \quad (\text{V. 292})$$

Применив в последнем слагаемом этого выражения закон преломления (V. 281), найдем после сокращения с учетом формулы (V. 290)

$$Y'_s = Y. \quad (\text{V. 293})$$

Пользуясь чертежом, заметим, что Y'_s отстоит от Y на величину $\Delta = CC'$, причем Δ определяется по формуле, выведенной в § 4:

$$\Delta = \left(1 - \frac{\cos \omega}{n \cos \omega'}\right) d = \left(1 - \frac{\cos \omega}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \omega}}\right) d. \quad (\text{V. 294})$$

Для длины перпендикуляра Y'_t , опущенного на оптическую ось из точки A_{3t} меридионального изображения, найдем по чертежу

$$Y'_t = Y + a \sin \omega. \quad (\text{V. 295})$$

Вследствие (V. 287), учитывая (V. 281), получаем

$$Y'_t = Y + (n^2 - 1) \operatorname{tg}^3 \omega' d. \quad (\text{V. 296})$$

Отсюда находится приближенная формула

$$Y'_t = Y + \frac{n^2 - 1}{n^3} \omega^3 d. \quad (\text{V. 297})$$

Смещение δ перпендикуляра Y'_t относительно Y'_s определим по формуле

$$\delta = \frac{Y'_t - Y}{\operatorname{tg} \omega} = (n^2 - 1) \frac{\operatorname{tg}^3 \omega'}{\operatorname{tg} \omega} d \quad (\text{V. 298})$$

или по приближенной формуле

$$\delta = \frac{n^2 - 1}{n^3} \omega^2 d. \quad (\text{V. 299})$$

На чертеже (рис. V. 39) представлена вращающаяся плоско-параллельная пластинка, когда она повернута от нормального

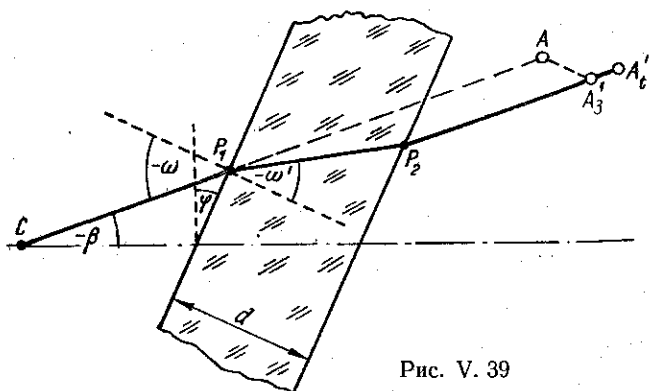


Рис. V. 39

положения на угол φ . Пусть главный луч CP_1 узкого пучка лучей образует с оптической осью угол β . По чертежу находим

$$\omega = \beta - \varphi. \quad (\text{V. 300})$$

Определив угол ω по этой формуле, можно легко найти положение сагиттального и меридионального изображений A'_s и A'_t точки A , лежащей на падающем луче CP_1 на заданном расстоянии l от точки P_1 . Для этого следует через точку A провести прямую $AA'_s = \Delta$ под углом φ к оптической оси. Длина Δ определяется по формуле (V. 294). Точка A'_s лежит на выходящем из пластинки луче $P_2A'_t$, параллельном лучу CP_1 . На луче $P_2A'_t$ лежит и точка A'_t , причем отрезок $A'_sA'_t = a$ определяется по формуле (V. 287) или приближенно по формуле (V. 289).

Если угол $\beta = 0$, из (V. 300) следует: $\omega = -\varphi$. Далее находятся точки A'_s и A'_t , как указано выше. Если же $\beta = \varphi$ и $\omega = 0$, то астигматизма нет, и точки A'_s и A'_t совпадают, а их расстояние от точки A равно Δ_0 :

$$\Delta_0 = \frac{n-1}{n} d. \quad (\text{V. 301})$$

Инварианты Юнга (V. 272) и (V. 277) можно привести к более изящному виду при помощи следующих выкладок. Положим, $l_t = l_s = \infty$. В этом случае $l'_t = f_t$ и $l'_s = f_s$:

$$\left. \begin{aligned} f'_t &= \frac{n'r_t \cos^2 \omega'}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}; \\ f'_s &= \frac{n'r_s}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 302})$$

Если же принять $l'_t = l'_s = \infty$, то будет $l_t = f_t$ и $l_s = f_s$:

$$\left. \begin{aligned} f_t &= -\frac{nr_t \cos^2 \omega}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}; \\ f_s &= -\frac{nr_s}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 303})$$

Применяя выражения (V. 302) и (V. 303), можно придать инвариантам Юнга следующий простой вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{f'_t}{l'_t} + \frac{f_t}{l_t} &= 1; \\ \frac{f'_s}{l'_s} + \frac{f_s}{l_s} &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 304})$$

В бесконечно узком пространстве, окружающем главный луч наклонного пучка лучей, эти формулы позволяют развить ряд закономерностей, подобных законам солинейного сродства, справедливых для параксиальных лучей.

§ 104. Анастигматические преломляющие поверхности

Для того чтобы можно было применять инварианты Юнга к неплоским преломляющим и отражающим поверхностям, нужно уметь находить радиусы r_t и r_s меридиональной и сагиттальной кривизны в точке падения луча на поверхность. Пусть уравнение поверхности задано в виде

$$y^2 = x f(x). \quad (\text{V. 305})$$

Это общий вид уравнения меридиональной кривой, симметричной относительно оси x (оптической оси), если начало координат совпадает с вершиной кривой (рис. V. 40), при этом $f(x)$ — произвольная функция абсциссы x .

Пусть PO_t — нормаль к кривой в точке P . Так как центр O_s кривизны поверхности в сагиттальной плоскости лежит на оси SO_s , то по чертежу для $r_s = PO_s$ находим

$$r_s = \frac{y}{\cos \tau}, \quad (\text{V. 306})$$

где τ — угол, образованный касательной в точке P с осью.

Как известно из аналитической геометрии,

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{dy}{dx}. \quad (\text{V. 307})$$

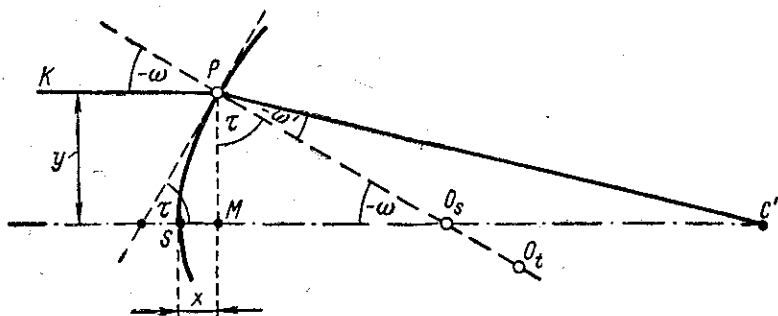


Рис. V. 40

Поэтому найдем из выражения (V. 306)

$$r_s = y \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{V. 308})$$

Из аналитической геометрии известно также и выражение для радиуса $r_t = PO_t$ кривизны в меридиональной плоскости:

$$r_t = - \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}. \quad (\text{V. 309})$$

Знак минус введен в эту формулу, чтобы выполнялись правила знаков, принятые в оплотехнике.

Сравнивая выражения (V. 308) и (V. 309), получаем

$$r_t = - \frac{r_s^3}{y^3 \frac{d^2y}{dx^2}}. \quad (\text{V. 310})$$

Вследствие (V. 305) имеем

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xf'(x) + f(x)}{2y}. \quad (\text{V. 311})$$

Поэтому из выражения (V. 308) следует

$$r_s = \frac{1}{2} \{4xf(x) + [xf'(x) + f(x)]^2\}^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{V. 312})$$

Дифференцируя выражение (V. 311), найдем после некоторого упрощения

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{4y^3} \{2x^2f(x)f''(x) - [xf'(x) - f(x)]^2\}. \quad (\text{V. 313})$$

Благодаря этому получим вместо выражения (V. 310)

$$r_l = -\frac{4r_s^3}{2x^2f(x)f''(x) - [xf'(x) - f(x)]^2}. \quad (\text{V. 314})$$

В этих выражениях $f'(x)$ и $f''(x)$ — первая и вторая производные функции $f(x)$ по x . Формулы (V. 312) и (V. 314) позволяют найти радиусы r_s и r_l в любой точке P меридиональной кривой.

Обратимся теперь непосредственно к определению анастигматических точек. Для этого в инвариантах Юнга (V. 272) и (V. 277) положим $l_t = l_s = l$ и потребуем, чтобы $l'_t = l'_s = l'$. Таким образом, имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{n'}{l'} &= \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r_l \cos^2 \omega'} + \frac{n}{l} \frac{\cos^2 \omega}{\cos^2 \omega'}; \\ \frac{n'}{l'} &= \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r_s} + \frac{n}{l}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 315})$$

Из этих выражений видно, что поставленная задача имеет тривиальное решение: $l = l' = 0$, если точки A и A' совпадают и лежат в точке P падения главного луча на преломляющую поверхность. Менее тривиальное решение можно получить, исключив l' из выражений (V. 315). После некоторых упрощающих преобразований получаем

$$\frac{n'^2 - n^2}{nl} \sin^2 \omega' = (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \left(\frac{1}{r_t} - \frac{\cos^2 \omega'}{r_s} \right). \quad (\text{V. 316})$$

Вычисляемый по этой формуле отрезок l определит положение передней анастигматической точки. Сопряженная с ней задняя анастигматическая точка найдется, если из выражений (V. 315) исключить l

$$\frac{n'^2 - n^2}{n'l'} \sin^2 \omega = (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \left(\frac{1}{r_t} - \frac{\cos^2 \omega}{r_s} \right). \quad (\text{V. 317})$$

По этой формуле вычисляется отрезок l' вдоль главного луча от преломляющей поверхности до задней астигматической точки. Таким образом, кроме анастигматической пары точек $l = l' = 0$ на каждом главном луче всякой преломляющей поверхности

имеется еще вторая пара анастигматических точек, для которых отрезки l и l' находятся по формулам (V. 316) и (V. 317). Вычитая (V. 316) из (V. 317), найдем простое выражение, связывающее отрезки l и l' ,

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r_s}. \quad (\text{V. 318})$$

Если поверхность сферическая и $r_t = r_s = r$, выражения (V. 316) и (V. 317) приводятся к виду

$$nl = n'l' = \frac{(n'^2 - n^2)r}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \quad (\text{V. 319})$$

Можно убедиться, что эти выражения определяют положение апланатических точек A и A' (рис. V. 32), не лежащих на оптической оси, как это показано в конце § 101. Пользуясь чертежом (рис. V. 32), из треугольника POA найдем

$$-PA \sin \omega = OA \sin \gamma,$$

а из треугольника $PA'O$

$$-PA' \sin \omega = OA' \sin \gamma.$$

Здесь γ — общий внешний угол этих треугольников у вершины O ;

$$PA = l; \quad PA' = l'; \quad OA = \frac{n'}{n} r; \quad OA' = \frac{n}{n'} r.$$

Исключая из этих выражений угол γ , получим

$$\frac{l' \sin \omega'}{l \sin \omega} = \frac{OA'}{OA} = \frac{n^2}{n'^2}. \quad (\text{V. 320})$$

Применяя закон преломления, легко получить отсюда выражение

$$n'l' = nl,$$

совпадающее с выведенной здесь формулой (V. 319). Следовательно, как и нужно было ожидать, анастигматические точки сферической поверхности совпадают с апланатическими точками.

Пусть меридиональная кривая преломляющей поверхности — коническое сечение с уравнением

$$y^2 = x [2r_0 - (1 - \sigma) x]. \quad (\text{V. 321})$$

В таком случае имеем

$$f(x) = 2r_0 - (1 + \sigma)x;$$

$$f'(x) = -(1 + \sigma);$$

$$f''(x) = 0.$$

Вследствие этого найдем для радиусов r_s и r_t сагиттальной и меридиональной кривизны по формулам (V. 312) и (V. 314)

$$\left. \begin{aligned} r_s &= [(r_0 - \sigma x)^2 + \sigma x^2]^{\frac{1}{2}}; \\ r_t &= \frac{r_s^3}{r_0^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 322})$$

В этих формулах r_0 — радиус кривизны в вершине преломляющей поверхности, а σ — так называемая деформация. Через полуоси a (вдоль оптической оси) и b (поперек оптической оси) величины r_0 и σ выражаются так:

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \pm \frac{b^2}{a}; \\ \sigma &= \pm \frac{b^2}{a^2} - 1. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 323})$$

Знак плюс берется в случае эллипса, знак минус — в случае гиперболы.

Численное значение деформации σ определяет вид и характер меридиональной кривой поверхности:

- $-\infty < \sigma < -2$ гипербола $a < b$;
- $\sigma = -2$ равнобочная гипербола $a = b = -r_0$;
- $-2 < \sigma < -1$ гипербола $a > b$;
- $\sigma = -1$ парабола $f' = \frac{1}{2} r_0$;
- $-1 < \sigma < 0$ эллипс $a > b$;
- $\sigma = 0$ окружность $a = b = r_0$;
- $0 < \sigma < \infty$ эллипс $a < b$.

В случае меридиональной кривой второго порядка формулы (V. 316) и (V. 317) приводятся к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{n'^2 - n^2}{nl} \sin^2 \omega' &= (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \frac{r_0^2 - r_s^2 \cos^2 \omega'}{r_s^3}; \\ \frac{n'^2 - n^2}{n'l'} \sin^2 \omega &= (n' \cos \omega' - n \cos \omega) \frac{r_0^2 - r_s^2 \cos^2 \omega}{r_s^3}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 324})$$

Из первого выражения (V. 324) следует, что если $l = \infty$, то должно быть выполнено условие

$$r_0 = r_s \cos \omega'. \quad (\text{V. 325})$$

Из формулы (V. 318) в этом случае получаем

$$\frac{n'}{l'} = \frac{n' \cos \omega' - n \cos \omega}{r_s}. \quad (\text{V. 326})$$

Определив по формуле (V. 325) угол ω' , а затем по закону преломления и угол ω мы можем из выражения (V. 326) найти l' ,

а следовательно, определить положение свободного от астигматизма изображения бесконечно далекого предмета.

Рассмотрим еще случай, когда на параболическую поверхность падает главный луч KP , параллельный оптической оси (рис. V. 40). Известно свойство параболы: ее субнормаль MO_s постоянна и равна радиусу r_0 кривизны в вершине параболы. Так как, кроме того, $PO_s = r_s$, то из треугольника MPO_s находим

$$r_s \cos \omega = r_0. \quad (\text{V. 327})$$

Это выражение обращает в нуль правую часть второй формулы (V. 324), вследствие чего получим $l' = \infty$. Из формулы (V. 318) найдем в этом случае

$$l = - \frac{nr_s}{n' \cos \omega' - n \cos \omega}. \quad (\text{V. 328})$$

Учитывая первую формулу (V. 322), получим для r_s выражение (при $\sigma = -1$)

$$r_s = [r_0(r_0 + 2x)]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{V. 329})$$

Пусть показанная на чертеже (рис. V. 41) меридиональная кривая PS есть коническое сечение, а точка F — один из его фокусов.

Угол ω_0 образован радиусом-вектором FP и нормалью PO_s к поверхности в точке P . Согласно данным аналитической геометрии для кривых второго порядка, справедливо выражение для радиуса кривизны r_t в меридиональном сечении

$$r_t = \frac{r_0}{\cos^3 \omega_0}. \quad (\text{V. 330})$$

На основании этой и второй формулы (V. 322) получается зависимость

$$r_s \cos \omega_0 = r_0. \quad (\text{V. 331})$$

Поэтому, если из точки O_s опустить перпендикуляр $O_s N$ на радиус-вектор FP , длина отрезка NP будет постоянна и равна радиусу кривизны r_0 в вершине S кривой.

Вследствие сказанного в том случае, когда главный луч бесконечно узкого пучка лучей совпадает с радиусом-вектором (а следовательно, центр зрачка системы лежит в фокусе F меридиональной кривой), будет справедливо для любой кривой второго порядка выражение (V. 327), обращающее в нуль правую часть второй формулы (V. 324). Поэтому имеем $l' = \infty$, а l находится по формуле (V. 328).

По первой формуле (V. 322) и выражению (V. 331) получаем

$$\cos \omega_0 = \frac{r_0}{[(r_0 - \sigma x)^2 + \sigma x^2]^{\frac{1}{2}}}. \quad (\text{V. 332})$$

Анастигматические свойства поверхностей второго порядка подробно исследованы проф. М. М. Русиновым.

§ 105. Анастигматические отражающие поверхности

Вопрос об анастигматическом изображении в случае отражающих поверхностей решается много проще, чем в случае преломляющих поверхностей. В этом случае $n' = -n$; $\omega' = -\omega$ и $\cos \omega' = \cos \omega$. Поэтому инварианты Юнга приводятся к виду:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{l_t} + \frac{1}{l'_t} &= \frac{2}{r_t \cos \omega}; \\ \frac{1}{l_s} + \frac{1}{l'_s} &= \frac{2 \cos \omega}{r_s}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 333})$$

При $l_t = l_s = 0$, следует: $l'_t = l'_s = 0$, значит, одна пара анастигматических точек лежит в точке P падения луча на поверхность. Если правые части этих выражений будут равны, то при любом значении $l_t = l_s = l$ будут равны и отрезки l'_t и l'_s , а следовательно, и астигматизм будет устранен для любого положения предмета. Приравнивая друг к другу правые части выражений (V. 333), получим условие отсутствия астигматизма отражающей поверхности

$$\cos^2 \omega = \frac{r_s}{r_t}. \quad (\text{V. 334})$$

Отсюда следует, что для сферической поверхности, когда $r_s = r_t = r$, астигматизм при произвольном положении точки предмета на главном луче устраняется только при условии, если $\omega = \omega' = 0$.

В случае меридиональной кривой второго порядка вследствие второй формулы (V. 322) условие (V. 334) переходит в выражение

$$\cos \omega = \frac{r_0}{r_s}. \quad (\text{V. 335})$$

Сравнивая выражения (V. 335) и (V. 331), получаем

$$\omega = \omega_0. \quad (\text{V. 336})$$

Это значит, что астигматизм отсутствует при любом положении точки предмета на главном луче, если главный луч проходит через фокусы меридиональной кривой. Это открывает широкие

возможности применения поверхностей второго порядка для устранения астигматизма зеркальных систем.

При таком ходе главного луча оба выражения (V. 333) переходят в формулу

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{2 \cos^2 \omega}{r_0}. \quad (\text{V. 337})$$

Для иллюстрации сказанного на рис. V. 42 показан главный луч A_2PF' , отражающийся от эллиптической поверхности и проходящий через ее фокусы F и F' . Точки F и F' — анаберрационные точки, свободные поэтому также и от астигматизма. Вторую пару

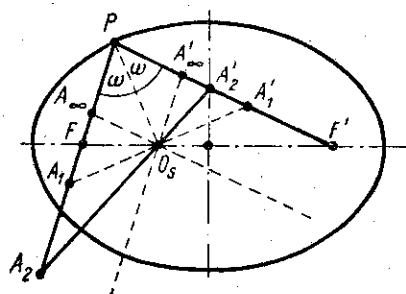


Рис. V. 42

сопряженных точек A_2 и A_2' , свободных от астигматизма, мы получим, очевидно, сделав $PA_2 = PF'$ и $PA_2' = PF$. При этом отрезок $A_2A_2' = FF'$, а точка O_s пересечения обоих отрезков лежит на биссектрисе угла A_2PA_2' , т. е. на нормали к кривой в точке P , и является центром сагиттальной кривизны. Еще одну пару сопряженных и анастигматических точек

A_1 и A_1' мы получим, построив точки пересечения лучей PA_2 и PF' с перпендикуляром к прямой PO_s , восстановленным в точке O_s . При этом имеем

$$PA_1 = PA_1' = \frac{r_s}{\cos \omega} = \frac{r_0}{\cos^2 \omega}. \quad (\text{V. 338})$$

Подстановка этого значения отрезков l и l' в формулу (V. 337) приводит ее к тождеству.

Проводя через точку O_s произвольную прямую, заметим, что она пересекает лучи PA_2 и PF' в паре сопряженных анастигматических точек, что позволяет легко находить такие точки. В частности, если через точку O_s провести прямую, параллельную лучу PF' , найдем точку A_∞ , сопряженную с бесконечно далекой точкой луча PF' , причем по построению

$$l = PA_\infty = \frac{1}{2} PA_1 = \frac{r_0}{2 \cos^2 \omega}; \quad l' = \infty. \quad (\text{V. 339})$$

Эта пара отрезков l и l' также приводит формулу (V. 337) к тождеству. Таким же образом находится точка A_∞' , сопряженная с бесконечно далекой точкой луча PA_2 .

Вогнутое параболическое зеркало на основании указанного выше общего свойства меридиональных кривых второго порядка

становится свободным от астигматизма при любом положении предмета, если только центр его входного зрачка совмещен с фокусом F зеркала (рис. V. 43). На этом рисунке предмет предполагается лежащим на бесконечности; вдоль главных лучей FP_1 и FP_2 на зеркало SP_2 падают узкие параллельные пучки лучей. Точки F_1 и F_2 , в которых возникает анастигматическое изображение соответствующих точек бесконечно далекого предмета, находятся при помощи простого геометрического построения: $P_1F_1 = P_1F$ и $P_2F_2 = P_2F$. Пусть уравнение параболической кривой P_2S

$$y^2 = 2r_0x. \quad (\text{V. 340})$$

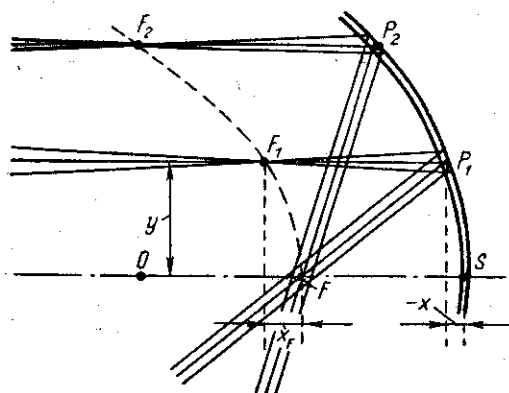


Рис. V. 43

Начало координат — в точке S . Если ω — угол падения луча FP_1 , то угол SFP_1 равен 2ω . Кроме того, для параболы справедливы формулы:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2} r_0 \operatorname{tg}^2 \omega; \\ y &= r_0 \operatorname{tg} \omega. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 341})$$

Вследствие этого находим

$$P_1F_1 = P_1F = \frac{y}{\sin 2\omega} = \frac{r_0}{2 \cos^2 \omega}. \quad (\text{V. 342})$$

Определим отрезок x_F , абсциссу точки F_1 (начало координат в точке F):

$$x_F = P_1F_1 + x - \frac{1}{2} r_0 = r_0 \operatorname{tg}^2 \omega. \quad (\text{V. 343})$$

Сравнивая эту формулу с первой формулой (V. 341), находим

$$x_F = 2x. \quad (\text{V. 344})$$

Отсюда следует, что свободное от астигматизма изображение расположено на поверхности параболоида, радиус кривизны в вершине F которого вдвое меньше r_0 . Оба параболоида имеют общий центр O кривизны в вершинах.

§ 106. Расчет хода лучей астигматического пучка

Формулы и схемы, служащие для расчета хода бесконечно близких к главному лучу меридиональных и сагиттальных лучей, предлагались многими исследователями. Наиболее удобными и экономичными в работе оказались формулы и схемы, предложенные М. Ланге в 1909 г.

Для вывода расчетных формул хода меридионального луча представим себе главный луч AP , падающий на сферическую

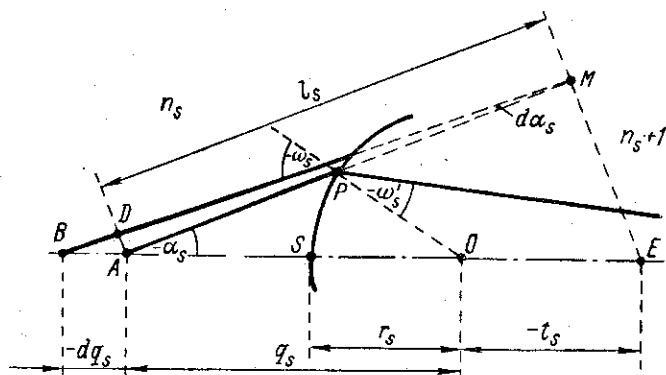


Рис. V. 44

поверхность PS , разделяющую две среды с показателями преломления n_s и n_{s+1} (рис. V. 44). Пусть эта поверхность является s -й преломляющей поверхностью центрированной оптической системы. Радиус этой сферы r_s . На падающем луче AP лежит точка M пересечения меридиональных лучей. Пусть BM — один из этих меридиональных лучей и угол $BMA = d\alpha_s$. Расстояние $AO = q_s$ есть расстояние от точки пересечения главного луча с осью до центра сферы, а отрезок $AM = l_s$ — расстояние вдоль луча от точки пересечения его осью до меридионального предмета M .

Из точки A опустим нормаль AD на луч BM . Тогда из треугольника DMA получим

$$DA = l_s d\alpha_s. \quad (V. 345)$$

Та же величина DA находится из треугольника BDA (пренебрегая членами высших порядков малости)

$$DA = dq_s \sin \alpha_s. \quad (V. 346)$$

В точке M восстановим перпендикуляр ME к главному лучу. Этот перпендикуляр отсекает на оптической оси отрезок $OE = t_s$. Из треугольника MAE следует

$$l_s = (q_s - t_s) \cos \alpha_s. \quad (\text{V. 347})$$

Вследствие этого, исключая DA из выражений (V. 345) и (V. 346), получим

$$\frac{dq_s}{q_s - t_s} = \frac{d\alpha_s}{\operatorname{tg} \alpha_s}. \quad (\text{V. 348})$$

Очевидно, что после преломления главного луча на s -й поверхности аналогичным путем можно получить выражение

$$\frac{dq'_s}{q'_s - t'_s} = \frac{d\alpha_{s+1}}{\operatorname{tg} \alpha_{s+1}}. \quad (\text{V. 349})$$

Из формул третьей и шестой сводки (I. 160), пользуясь законом преломления, можно вывести инвариант

$$n_s q_s \sin \alpha_s = n_{s+1} q'_s \sin \alpha_{s+1}. \quad (\text{V. 350})$$

Путем логарифмического дифференцирования этого инварианта находим

$$\frac{dq_s}{q_s} + \frac{d\alpha_s}{\operatorname{tg} \alpha_s} = \frac{dq'_s}{q'_s} + \frac{d\alpha_{s+1}}{\operatorname{tg} \alpha_{s+1}}. \quad (\text{V. 351})$$

Вследствие (V. 348) и (V. 349) отсюда получается после преобразований

$$\frac{d\alpha_{s+1}}{d\alpha_s} = \frac{q_s}{q_s} \frac{t_s}{t'_s} \frac{\operatorname{tg} \alpha_{s+1}}{\operatorname{tg} \alpha_s}. \quad (\text{V. 352})$$

Далее, дифференцируя пятую формулу сводки (I. 160), находим

$$d\alpha_{s+1} = d\alpha_s - d\omega_s + d\omega'_s. \quad (\text{V. 353})$$

Логарифмическим дифференцированием закона преломления получаем

$$\frac{d\omega_s}{\operatorname{tg} \omega_s} = \frac{d\omega'_s}{\operatorname{tg} \omega'_s}. \quad (\text{V. 354})$$

Исключим при помощи выражения (V. 354) величину $d\omega'_s$ из формулы (V. 353)

$$d\alpha_{s+1} = d\alpha_s + (\operatorname{tg} \omega'_s - \operatorname{tg} \omega_s) \frac{d\omega_s}{\operatorname{tg} \omega_s}. \quad (\text{V. 355})$$

Логарифмическим дифференцированием третьей формулы сводки (I. 160) находим

$$\frac{d\omega_s}{\operatorname{tg} \omega_s} = \frac{dq_s}{q_s} + \frac{da_s}{\operatorname{tg} \alpha_s}. \quad (\text{V. 356})$$

Отсюда, исключая dq_s при помощи выражения (V. 348), получаем

$$\frac{d\omega_s}{\operatorname{tg} \omega_s} = \frac{t_s}{q_s} \frac{da_s}{\operatorname{tg} \alpha_s}, \quad (\text{V. 357})$$

а поэтому из выражения (V. 355) следует

$$\frac{da_{s+1}}{da_s} = 1 + (\operatorname{tg} \omega'_s - \operatorname{tg} \omega_s) \frac{t_s}{q_s \operatorname{tg} \alpha_s}. \quad (\text{V. 358})$$

Исключив из выражений (V. 352) и (V. 358) величину da_{s+1}/da_s и решив полученное таким образом уравнение относительно t_s , найдем

$$t'_s = \frac{q'_s \operatorname{tg} \alpha_{s+1}}{\frac{q_s \operatorname{tg} \alpha_s}{t_s} + \operatorname{tg} \omega'_s - \operatorname{tg} \omega_s}. \quad (\text{V. 359})$$

Введем теперь величину K_s по первой формуле сводки (I. 160). Имеем переходные формулы:

$$\left. \begin{aligned} t_s &= t'_{s-1} + K_s; \\ t_{s+1} &= t'_s + K_{s+1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 360})$$

Для удобства ведения вычислений целесообразно вместо обозначения t'_s ввести обозначение m_{s+1} . Тогда вместо формул (V. 360) получим

$$\left. \begin{aligned} t_s &= m_s + K_s \\ t_{s+1} &= m_{s+1} + K_{s+1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 361})$$

Поэтому из формулы (V. 359) следует

$$m_{s+1} = \frac{q'_s \operatorname{tg} \alpha_{s+1}}{\frac{q_s \operatorname{tg} \alpha_s}{m_s + K_s} + \frac{\sin(\omega'_s - \omega_s)}{\cos \omega'_s \cos \omega_s}}. \quad (\text{V. 362})$$

Эта формула применяется в схеме для логарифмического расчета хода меридионального луча по предложению Ланге.

Пользуясь обозначениями, введенными на чертеже (рис. V. 45) хода главного луча AP после преломления на последней m -й по-

верхности оптической системы, получим следующие формулы для заключительного вычисления:

$$\left. \begin{aligned} Y'_t &= (m_{m+1} - q'_m) \sin \alpha_{m+1} \cos \alpha_{m+1}; \\ a &= \frac{Y'_t}{\operatorname{tg} \alpha_{m+1}}; \\ x_t &= s'_m - s'_0 - a. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 363})$$

Формулы (V. 363) служат для определения координат Y'_t и x_t точки M пересечения меридионального луча с главным лучом AP . При этом отрезок s'_m от вершины S_m -й поверхности до точки A

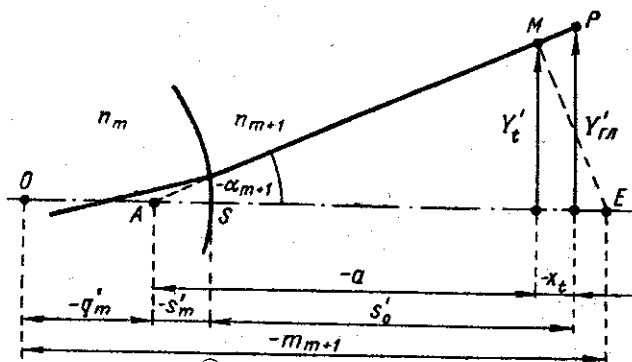


Рис. V. 45

пересечения главного луча с осью берется из расчета хода главного луча, и отрезок s'_0 — из расчета хода нулевого луча.

Вывод формул для сагиттального луча существенно упрощается благодаря тому, что центр кривизны O сферической преломляющей поверхности (рис. V. 46) и точки C и C' , в которых сагиттальный луч пересекается с главным лучом, лежат на одной прямой. Кроме того, точка C лежит на падающем луче AP , а точка C' — на преломленном луче PC' . Пользуясь введенными на чертеже обозначениями, получим из треугольников ACD и $A'C'D'$

$$\left. \begin{aligned} Y_s &= -(q_s + X_s) \operatorname{tg} \alpha_s; \\ Y_{s+1} &= -(q'_s + X'_s) \operatorname{tg} \alpha_{s+1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 364})$$

Из подобия треугольников OCD и $OC'D'$ следует

$$X_s = X'_s \frac{Y_s}{Y_{s+1}}. \quad (\text{V. 365})$$

Исключив из трех уравнений (V. 364) и (V. 365) величины X_s и X'_s , получим после несложных преобразований инвариант

$$\frac{q'_s}{Y_{s+1}} + \cotg \alpha_{s+1} = \frac{q_s}{Y_s} + \cotg \alpha_s. \quad (\text{V. 366})$$

Пользуясь формулами третьей и шестой сводки формул (I. 160), найдем вместо выражения (V. 366)

$$\frac{\sin \omega'_s}{Y_{s+1} \sin \alpha_{s+1}} - \frac{\sin \omega_s}{Y_s \sin \alpha_s} = \frac{\sin (\alpha_{s+1} - \alpha_s)}{r_s \sin \alpha_s \sin \alpha_{s+1}}. \quad (\text{V. 367})$$

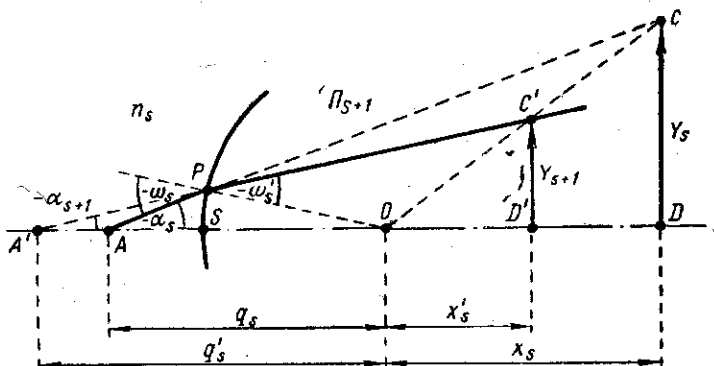


Рис. V. 46

Применяя далее четвертую и пятую формулы сводки (I. 160), приведем выражение (V. 367) к следующему виду:

$$\frac{1}{n_{s+1} Y_{s+1} \sin \alpha_{s+1}} - \frac{1}{n_s Y_s \sin \alpha_s} = P_s. \quad (\text{V. 368})$$

Величина P_s определяется формулой

$$P_s = \frac{\sin (\omega'_s - \omega_s)}{n_{s+1} r_s \sin \omega'_s \sin \alpha_s \sin \alpha_{s+1}}. \quad (\text{V. 369})$$

Составляя выражения (V. 368) для всех поверхностей оптической системы, состоящей из m преломляющих поверхностей, и суммируя их, найдем вследствие происходящих при этом перекрестных сокращений

$$\frac{1}{n_{m+1} Y_{m+1} \sin \alpha_{m+1}} - \frac{1}{n_1 Y_1 \sin \alpha_1} = \sum_{s=1}^{s=m} P_s. \quad (\text{V. 370})$$

В логарифмической схеме для расчета хода сагиттального луча эта формула применяется для нахождения величины $Y'_m = Y_{m+1}$. При этом величина Y_1 предмета предполагается известной.

Таблица V.1
Схема расчета хода меридионального луча

Вступительное вычисление	s-я поверхность	Заключительное вычисление
$\lg Y_1$ $\text{colg sin } a_1$ $\text{colg cos } a_1$ $\lg m_1$	K_s $\frac{m_s}{a_s}$ $\lg q_s$ $\lg \lg a_s$ $\text{colg } a_s$ $\frac{\lg b_s}{\lg (\omega_s - \omega_s')}$ $\lg \sin (\omega_s - \omega_s')$ $\text{colg cos } \omega_s$ $\text{colg cos } \omega_s$ $\frac{\lg c_s}{\lg c_s}$ $\frac{b_s}{c_s}$ $\frac{L_s}{L_s}$ $\lg q_s'$ $\lg \lg a_2$ $\text{colg } L_s$ $\frac{\lg m_{s+1}}{\lg m_{s+1}}$	$\frac{m_{m+1}}{z}$ $\frac{q_m}{z}$ $\lg z$ $\lg \sin a_{m+1}$ $\lg \cos a_{m+1}$ $\frac{\lg Y_t}{\text{colg tg } a_{m+1}}$ $\frac{\lg a}{\lg a}$ s_m' s_0' $\dots$ $\frac{a}{a}$ x_t $Y_t = \dots$ $x_t = \dots$

Таблица V.2
Схема расчета хода сагитального луча

Вступительное вычисление	s-я поверхность	Заключительное вычисление
$\text{colg } n_1$ $\text{colg } Y_1$ $\text{colg sin } a_1$ $\frac{\lg P_0}{\lg P_0}$ $P_0 + P_1 + \dots$	ω_s' $\frac{\omega_s - \omega_s'}{\omega_s - \omega_s'}$ $\lg \sin (\omega_s' - \omega_s)$ $\text{colg } n_s$ $\text{colg } r_s$ $\text{colg sin } \omega_s$ $\text{colg sin } a_s$ $\text{colg sin } a_{s+1}$ $\frac{\lg P_s}{\lg P_s}$ $\dots + P_m = \sum P$	$\text{colg } \sum P$ $\frac{\text{colg sin } a_{m+1}}{\lg Y_s}$ $\frac{\text{colg tg } a_{m+1}}{\lg a}$ s_m' s_0' $\dots$ $\frac{a}{a}$ $\frac{x_s}{x_s}$ $Y_s = \dots$ $x_s = \dots$

В заключительном расчете находится еще величина x_s при помощи формул, аналогичных формулам (V. 363) в расчете хода меридионального луча:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{Y'_s}{\operatorname{tg} \alpha_{m+1}}; \\ x_s &= s'_m - s_0 - a. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 371})$$

Отрезок x_s представляет собой удаление точки C' сагиттального изображения от плоскости гауссовского изображения. Разность отрезков x_t и x_s характеризует величину астигматизма, а их полу-сумма — кривизну изображения данной оптической системы.

Здесь приведены общие схемы для логарифмического расчета меридионального и сагиттального лучей (табл. V. 1 и V. 2).

Г. ТЕОРИЯ ДИСТОРСИИ

§ 107. Вычисление дисторсии

Развитие *камеры обскуры* в первой четверти XIX в., предшествовавшее изобретению фотографии, привело к обнаружению *дисторсии* — аберрации, нарушающей постоянство увеличения на плоскости изображения, перпендикулярной к оптической оси, а тем самым и подобие изображения предмету. Первым явление дисторсии исследовал английский физик Эри (1827 г.). Им был установлен закон *тангенсов*, соблюдение которого приводит к устранению дисторсии:

$$\frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} = W = \text{const.} \quad (\text{V. 372})$$

Здесь углы β и β' образованы с осью главным лучом до и после его прохождения через оптическую систему; W — угловое увеличение данной системы в области Гаусса.

Изобретение фотографического процесса Дагерром в 1838 г. сделало вопрос об устранении дисторсии в фотографических объективах чрезвычайно актуальным. Вскоре было обнаружено, что симметричная система (т. е. оптическая система, составленная из двух идентичных частей, симметрично расположенных относительно апертурной диафрагмы) обладает тем свойством, что углы β и β' в этой системе всегда равны друг другу. Вследствие этого отношение их тангенсов равно единице, а потому условие (V. 372) строго выполнено. Это положение справедливо не только для симметричных систем, но и для систем полусимметричных, составленных из двух подобных половин. Такие симметричные и полусимметричные объективы получили широкое распространение во второй половине прошлого столетия (перископы, апланаты).

Однако уже в пятидесятых годах XIX в. была обнаружена дисторсия у строго симметричных объективов. Этим была доказана

ошибочность закономерности (V. 372), установленной Эри. За-
слуга выяснения истинного условия устранения дисторсии объек-
тивов принадлежит ряду английских оптиков-любителей и опти-
ков-ремесленников (Боу, Суттон и др.). Однако уже в девяностых
годах прошлого столетия их работы оказались основательно за-
бытыми.

Развитие аэросъемки, производившейся сначала с привязных
аэростатов, а в дальнейшем — с самолетов, потребовало особенно
тщательного устранения дисторсии в предназначенных для этой
цели объективах. Е. Вандерслеб, которому фирма «К. Цейсс»
поручила задачу устранения остаточной дисторсии в объективе

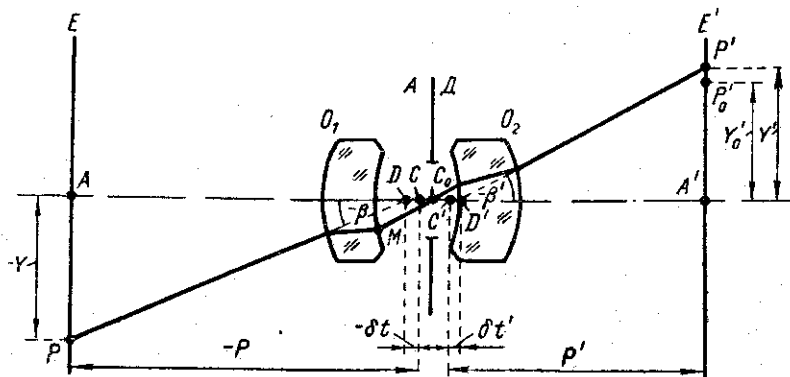


Рис. V. 47

«Тессар», рассчитанном П. Рудольфом в 1902 г., был вынужден
вновь изучить работы английских исследователей дисторсии
шестидесятих годов прошлого века и окончательно установить
правильные формулы для ее определения. Эта работа была выпол-
нена Е. Вандерслебом (вместе с перерасчетом «Тессара») в 1907 г.
С тех пор формулы Е. Вандерслеба широко применяются в прак-
тике оптико-конструкторских бюро.

На рис. V. 47 представлена оптическая система, в междулин-
зовом промежутке которой помещается апертурная диафрагма
 AD с центром в точке C_0 . Гауссовским изображением точки C_0
в обратном ходе лучей через переднюю часть O_1 системы пусть слу-
жит точка C — центр входного зрачка системы. Гауссовское изоб-
ражение точки C_0 в прямом ходе через заднюю половину O_2 опти-
ческой системы пусть будет в точке C' , являющейся центром выход-
ного зрачка системы. На оптической оси лежат отрезки $CA =$
 $= -p$ и $C'A' = p'$, определяющие положение сопряженных
точек A и A' сопряженных плоскостей E и E' .

Представим себе главный луч MC_0 наклонного к оси пучка
лучей. Этот луч обязательно проходит через центр C_0 апертурной
диафрагмы. Проследив (при помощи тригонометрического расчета)

его ход в обратном направлении через переднюю часть O_1 системы, найдем положение главного луча PD в пространстве предметов, где он образует с осью угол β и отсекает на плоскости E величину предмета $AP = -Y$. При этом луч PD вследствие сферической аберрации, возникающей при его прохождении через O_1 , не пройдет через центр C входного зрачка. Отрезок $CD = -\delta t$ представляет на чертеже величину сферической аберрации во входном зрачке.

Таким же образом можно проследить за ходом луча MC_0 через вторую часть O_2 оптической системы, найдя при этом положение главного луча $D'P'$ в пространстве изображений, где он образует с оптической осью угол β' и отсекает на плоскости E' величину $A'P' = Y'$. Из-за наличия дисторсии в рассматриваемой оптической системе отрезок Y' не совпадает с величиной $A'P'_0 = Y'_0$ гауссовского изображения предмета Y . Величина Y'_0 находится по формуле

$$Y'_0 = VY, \quad (V. 373)$$

где V — линейное увеличение.

Луч $D'P'$ тоже не проходит через центр C' входного зрачка, образуя сферическую аберрацию $C'D' = \delta t'$ в выходном зрачке системы.

Величина Δ относительной дисторсии оптической системы определяется, как изложено в § 32 настоящего курса, формулой

$$\Delta = \frac{Y' - Y'_0}{Y'_0} = \frac{Y'}{Y'_0} - 1. \quad (V. 374)$$

Из треугольников APD и $A'P'D'$ находится

$$\left. \begin{aligned} Y &= -(p - \delta t) \operatorname{tg} \beta; \\ Y' &= -(p' - \delta t') \operatorname{tg} \beta'. \end{aligned} \right\} \quad (V. 375)$$

Вследствие этих выражений и формулы (V. 373) получим вместо (V. 374)

$$\Delta = \frac{1}{V} \frac{p' - \delta t'}{p - \delta t} \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} - 1. \quad (V. 376)$$

Это и есть общая формула Вандерслеба, служащая для определения величины Δ дисторсии. Из нее вытекает, что дисторсия оптической системы зависит не только от отношения тангенсов углов β' и β , но также и от величин δt и $\delta t'$ сферической аберрации в зрачках системы.

Формула (V. 376) приобретает неопределенный вид в случае, если предмет находится на бесконечности: $V = 0$ и $p = \infty$. Пользуясь формулой

$$p = \frac{n}{n'} f' \frac{V_c - V}{VV_c}, \quad (V. 377)$$

находим

$$|V\rho|_{\text{при } V=0} = \frac{n}{n'} f'. \quad (\text{V. 378})$$

Следовательно, для этого частного случая получим вместо (V. 376)

$$\Delta = \frac{n'}{n} \frac{p' - \delta t'}{f'} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 379})$$

В этом случае дисторсия не зависит от сферической аберрации δt во входном зрачке оптической системы.

При работе с лупой предмет находится у переднего фокуса системы, а поэтому $V = \infty$ и $p' = \infty$. Выражение (V. 376) опять приобретает неопределенный вид. Применяя известную формулу

$$p' = f' (V_c - V), \quad (\text{V. 380})$$

найдем в данном частном случае

$$\left| \frac{p'}{V} \right|_{\text{при } V=\infty} = -f'.$$

Поэтому вместо (V. 376) получим

$$\Delta = -\frac{f'}{p - \delta t} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 381})$$

Вводя видимое увеличение Γ лупы по формуле

$$\Gamma = \frac{250}{f'}, \quad (\text{V. 382})$$

можно вместо (V. 381) написать

$$\Delta = -\frac{250}{\Gamma} \frac{1}{p - \delta t} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 383})$$

Таким образом, дисторсия не зависит от сферической аберрации $\delta t'$ в выходном зрачке лупы.

Если рассматриваемая система — телескопическая, имеем на основании формул (IV. 9)

$$\Delta = \frac{Q}{V} \frac{1 - \frac{\delta t'}{p'}}{\frac{\delta t}{p}} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1 = \frac{1}{\Gamma} \frac{1 - \frac{\delta t'}{p'}}{1 - \frac{\delta t}{p}} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 384})$$

Если, кроме того, предмет и изображение находятся на бесконечности, т. е. $p = p' = \infty$, формула (V. 84) упрощается

$$\Delta = \frac{1}{\Gamma} \frac{\text{tg } \beta'}{\text{tg } \beta} - 1. \quad (\text{V. 385})$$

В этом случае дисторсия становится независимой от сферической аберрации в обоих зрачках.

§ 108. Зависимость дисторсии от увеличения

Е. Вандерслеб собрал обширный материал о дисторсии огромного числа запатентованных фотографических объективов. Он обнаружил, что при изменении линейного увеличения V (иначе говоря, при изменении расстояния до фотографируемого предмета) у некоторых объективов дисторсия изменяется мало, у других же она меняется более интенсивно.

Ф. Штебле исследовал явление зависимости дисторсии от увеличения и в 1907 г. установил условие, при осуществлении которого дисторсия становится независимой от увеличения. Для получения этого условия следует из выражения (V. 376) исключить p и p' при помощи формул (V. 377) и (V. 380):

$$\Delta = \frac{n'}{n} V_c \frac{1 - \frac{\delta t'}{f'(V_c - V)} \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta}}{1 - \frac{n' V V_c \delta t}{n f' (V_c - V)}} - 1. \quad (\text{V. 386})$$

Аберрации δt и $\delta t'$ в зрачках будем считать малыми величинами, вследствие чего можно пренебречь степенями этих величин выше первой. Тогда выражение (V. 386) приводится к виду

$$\Delta = \frac{n'}{n} V_c (1 - A) \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\operatorname{tg} \beta} - 1, \quad (\text{V. 387})$$

где A имеет значение

$$A = \frac{n \delta t' - n' V V_c \delta t}{n f' (V_c - V)}. \quad (\text{V. 388})$$

Углы β и β' при изменении увеличения можно считать постоянными. Поэтому в выражении (V. 387) лишь одна величина A зависит от увеличения V системы. Таким образом, для того, чтобы дисторсия Δ стала независимой от V , достаточно потребовать, чтобы величина A была независима от V

$$\frac{dA}{dV} = 0. \quad (\text{V. 389})$$

Выполняя указанное в этой формуле дифференцирование величины A по выражению (V. 388) и приравняв результат нулю, получим после некоторых упрощений

$$\delta t' = \frac{n'}{n} V_c^2 \delta t. \quad (\text{V. 390})$$

Выведенное Ф. Штебле условие (V. 390) независимости дисторсии от увеличения поддается простой геометрической интерпретации. Известно, что продольное увеличение q_c в точках C и C' (в зрачках) выражается формулой

$$q_c = \frac{n'}{n} V_c^2. \quad (\text{V. 391})$$

а потому из (V. 390) следует

$$\delta t' = q_c \delta t. \quad (\text{V. 392})$$

Но если отрезки $\delta t'$ и δt связаны друг с другом через продольное увеличение, они перестают быть абберациями и становятся просто сопряженными смещениями. Появление этих смещений обусловлено тем, что в данном случае вся оптическая система в целом (рис. V. 47) свободна от сферической абберации в зрачках, но ее части O_1 и O_2 каждая в отдельности не свободны от этой абберации. Таким образом, условие Штебле сводится к требованию, чтобы рассчитываемый объектив в целом был свободен от сферической абберации в зрачках. Если в системе устранена дисторсия и выполнено условие Штебле, то говорят о стабильной коррекции дисторсии.

§ 109. Дисторсия в некоторых частных случаях

Рассмотрим дисторсию полусимметричных оптических систем, т. е. таких систем, задний компонент которых расположен симметрично с передним, а все его линейные размеры (в том числе и расстояние от апертурной диафрагмы) получаются умножением соответствующих размеров переднего компонента на постоянный множитель k . Для такой системы характерны следующие условия: $n = n'$; $V_c = 1$; $\beta' = \beta$; $\delta t' = -k \delta t$. Поэтому вместо формул (V. 387) и (V. 388) получим

$$\Delta = -A = \frac{k + V}{1 - V} \frac{\delta t}{f'}. \quad (\text{V. 393})$$

Отсюда следует, что дисторсия устраняется в двух случаях: во-первых, при $V = -k$ и, во-вторых, при $\delta t = \delta t' = 0$. В случае симметричной системы $k = 1$ и дисторсия устраняется при $V = -1^x$, т. е. при съемке в натуральную величину.

Условие Штебле при полусимметричной системе приобретает вид $\delta t' = \delta t$, что противоречит приведенному выше условию $\delta t' = -k \delta t$. Поэтому условие Штебле в таких системах невыполнимо, если только не будет соблюдено требование $\delta t = \delta t' = 0$. В последнем случае дисторсия будет устранена стабильно.

Пусть дана зрительная труба полусимметричного устройства с нечетным числом оборачивающих систем. На чертеже (рис. V. 48) показана схема хода лучей в полусимметричной телескопической трубе с одной оборачивающей системой при $k = 0,5$. Для такой телескопической трубы справедливы условия: $n' = n$; $\Gamma = 1^x$; $\beta' = \beta$; $\delta t' = -k \delta t$; $p' = p$. Поэтому из выражения (V. 384) следует

$$\Delta = \frac{1 + k \frac{\delta t}{p}}{1 - \frac{\delta t}{p}} - 1. \quad (\text{V. 394})$$

Считая величину δt малой, можно привести выражение (V. 394) к виду

$$\Delta = (k + 1) \frac{\delta t}{p}. \quad (\text{V. 395})$$

Имея в виду, что коэффициент k не может стать отрицательным, следует заметить, что дисторсия рассматриваемой системы

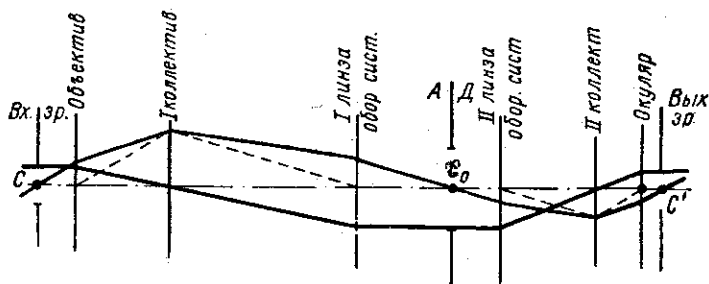


Рис. V. 48

не поддается исправлению, если не устранена aberrация δt в лучах. Если же это требование выполнено и $\delta t = 0$, то дисторсия будет исправлена стабильно.

В том случае, когда предмет находится на бесконечности, дисторсия отсутствует и при $\delta t \neq 0$. Но не следует при этом забы-

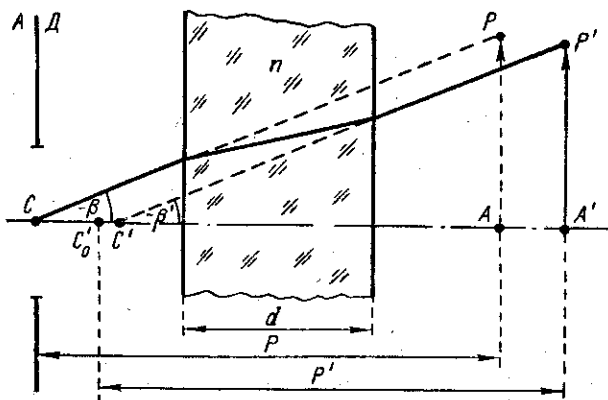


Рис. V. 49

вать, что при рассматривании через такую трубу близких предметов может обнаружиться весьма заметная дисторсия.

Плоскопараллельная пластинка (рис. V. 49), стоящая в непараллельном ходе лучей, не свободна от дисторсии. Пусть пластинка, изготовленная из стекла с показателем преломления n и имеющая толщину d (или отражательная призма, развертывающаяся в такую пластинку), расположена между апертурной диаф-

рагмой AD и гауссовским изображением $A'P'$ мнимого предмета AP . Пусть далее точка C_0' — гауссовское изображение центра C входного зрачка (диафрагма AD). Тогда имеем, как известно,

$$AA' = CC_0' = \frac{n-1}{n}d. \quad (\text{V. 396})$$

При плоскопараллельной пластинке справедливы следующие условия: $V = 1^\times$; $p' = p$; $\beta' = \beta$; $\delta t = 0$. Но при этом луч $C'P'$, выходящий из пластинки параллельно лучу CP , не пройдет через точку C_0' из-за сферической аберрации $\delta t'$, возникающей в выходном зрачке пластинки.

Применив к пластинке формулу (V. 376), получим после ряда сокращений

$$\Delta = -\frac{\delta t'}{p}. \quad (\text{V. 397})$$

В соответствии с изложенным в § 4 для аберрации $\delta t'$ можно написать точную формулу

$$\delta t' = \left(\frac{1}{n} - \frac{\cos \beta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}} \right) d \quad (\text{V. 398})$$

или приближенную

$$\delta t' = \frac{n^2 - 1}{2n^3} \beta^2 d. \quad (\text{V. 399})$$

В последнем случае найдем из формулы (V. 392)

$$\Delta = -\frac{n^2 - 1}{2n^3} \frac{d}{p} \beta^2. \quad (\text{V. 400})$$

В прецизионных пленочных фотографических камерах плоскопараллельные пластинки применяются для выпрямления пленки во время съемки. Для этого фотопленка прижимается эмульсионным слоем к плоскопараллельной пластинке, вставленной в кадровую рамку камеры, так что изображение $A'M'$ (рис. V. 50) возникает на ее задней поверхности. Но введение такой пластинки влечет за собой появление дисторсии, определяемой формулами (V. 397)—(V. 400). Поэтому применение такой прижимной пластинки возможно лишь со специально рассчитанными фотообъективами, которые компенсируют дисторсию вводимой пластинки.

Можно, однако, устранить это неудобство, деформировав переднюю, обращенную к фотообъективу поверхность пластинки, чтобы устранить дисторсию, вносимую пластинкой. Радиус кривизны деформированной поверхности у ее вершины S равен бесконечности, поэтому деформированная поверхность действует в параксиальной области как плоскость. Пусть главный луч SM , образующий угол β с оптической осью, падает на деформированную поверхность в точке P с координатами x и y (начало

координат — в точке S). Если плоскость гауссовского изображения совпадает с задней плоской поверхностью $A'M'$ пластинки, то предмет AP (мнимый) находится на расстоянии $SA = d/n$ от вершины S .

Преломленный луч PM' , образующий с осью угол β' , встречает заднюю поверхность пластинки в точке M' . При условии отсутствия дисторсии отрезки AM и $A'M'$ должны быть равны друг другу. Это положение вытекает из того, что линейное увеличение V пластинки, равное единице в параксиальной зоне, должно сохранять постоянное значение по всей плоскости изображения.

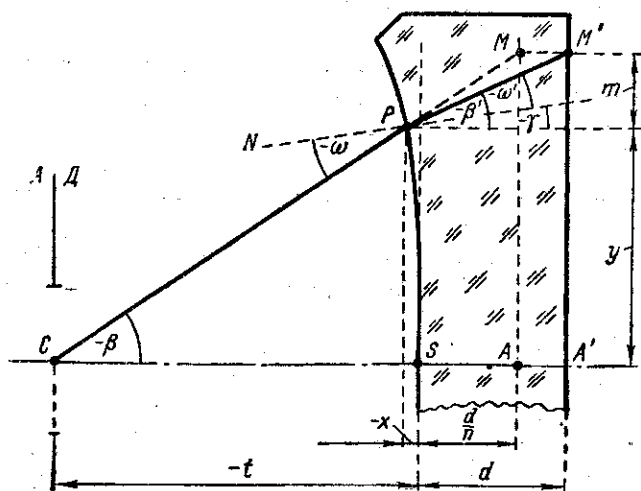


Рис. V. 50

Рассмотрим здесь приближенный метод определения формы меридиональной кривой PS деформированной поверхности. Уравнение меридиональной кривой преломляющей поверхности может быть представлено уравнением (V. 321), приведенным в § 104. Но в данном случае удобнее применить другое уравнение

$$x = \frac{1}{2r_0} y^2 + \frac{1+\sigma}{8r_0^3} y^4. \quad (\text{V. 401})$$

Это уравнение решено относительно абсциссы x точки P . Деформация σ рассмотрена в § 104. Радиус кривизны r_0 в вершине S кривой в нашем случае равен бесконечности. Вследствие этого уравнение (V. 401) приобретает вид

$$x = \frac{1}{8} zy^4, \quad (\text{V. 402})$$

где z — предел, к которому стремится величина σ/r_0^3 , если r_0 стремится к бесконечности.

Пользуясь введенными на чертеже обозначениями, найдем по чертежу

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{t-x}, \quad (\text{V. 403})$$

кроме того,

$$m = -\left(\frac{d}{n} - x\right) \operatorname{tg} \beta = -(d-x) \operatorname{tg} \beta'. \quad (\text{V. 404})$$

Вследствие этих формул получим для величины $\operatorname{tg} \beta'$:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{d-nx}{n(d-x)} \frac{y}{t-x}. \quad (\text{V. 405})$$

В точке P деформированной поверхности проведем нормаль NP , образующую с оптической осью угол γ . Лучи CP и PM' образуют с этой нормалью углы ω и ω' . Для нахождения угла γ считаем с чертежа:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \beta - \gamma; \\ \omega' &= \beta' - \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 406})$$

Кроме того, углы ω и ω' связаны друг с другом законом преломления

$$\sin \omega = n \sin \omega'. \quad (\text{V. 407})$$

Отсюда благодаря формулам (V. 406) получается

$$\sin (\beta - \gamma) = n \sin (\beta' - \gamma). \quad (\text{V. 408})$$

Преобразовав при помощи тригонометрических формул обе части этого уравнения, найдем

$$\sin \beta \cos \gamma - \cos \beta \sin \gamma = n \sin \beta' \cos \gamma - n \cos \beta' \sin \gamma. \quad (\text{V. 409})$$

Отсюда получим формулу для определения величины $\operatorname{tg} \gamma$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{n \sin \beta' - \sin \beta}{n \cos \beta' - \cos \beta}. \quad (\text{V. 410})$$

Будем считать величину y малой величиной первого порядка малости. Тогда вследствие (V. 402) величина x будет четвертого порядка малости. На основании этого выражения (V. 403) и (V. 405) приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \frac{y}{t} \left(1 + \frac{x}{t}\right); \\ \operatorname{tg} \beta' &= \frac{y}{nt} \left[1 + \left(\frac{1}{t} - \frac{n-1}{d}\right)x\right]. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 411})$$

При помощи этих формул находим:

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= \frac{y}{t} \left(1 + \frac{x}{t} - \frac{1}{2} \frac{y^2}{t^2} \right); \\ \sin \beta' &= \frac{y}{nt} \left[1 + \left(\frac{1}{t} - \frac{n-1}{d} \right) x - \frac{1}{2n^2} \frac{y^2}{t^2} \right]; \\ \cos \beta &= 1 - \frac{1}{2} \frac{y^2}{t^2}; \\ \cos \beta' &= 1 - \frac{1}{2n^2} \frac{y^2}{t^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{V. 412})$$

Подставив эти значения в формулу (V. 410), получим после ряда упрощающих преобразований

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{y}{t} \left(\frac{n+1}{2n^2} \frac{y^2}{t^2} - \frac{x}{d} \right). \quad (\text{V. 413})$$

Из аналитической геометрии известно

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{dx}{dy}. \quad (\text{V. 414})$$

Дифференцируя выражение (V. 402), найдем

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{2} zy^3. \quad (\text{V. 415})$$

Применяя это выражение и исключая из формулы (V. 413) величину x при помощи выражения (V. 402), получим

$$\frac{1}{2} z = \frac{1}{t} \left(\frac{n+1}{2n^2} \frac{1}{t^2} - \frac{1}{8d} zy^2 \right). \quad (\text{V. 416})$$

Второе слагаемое в скобках этого выражения вносит в формулу (V. 402) только члены не учитываемых нами высших порядков, поэтому его можно отбросить. Таким образом, находим окончательное выражение для коэффициента z :

$$z = \frac{n+1}{n^2} \frac{1}{t^3}, \quad (\text{V. 417})$$

отсюда уравнение меридиональной кривой деформированной поверхности пластинки получает окончательное выражение

$$x = \frac{n+1}{8n^2} \frac{y^4}{t^3}. \quad (\text{V. 418})$$

Формула (V. 415) приводится теперь к следующему виду:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{n+1}{2n^2} \frac{y^3}{t^3}. \quad (\text{V. 419})$$

Так как выражение (V. 418) не вполне точное, необходимо для контроля (а также и для окончательной подгонки) определить величину остаточной дисторсии. Для этого следует задать некоторое значение ординаты y , определить абсциссу x по формуле (V. 418), угол γ — по формуле (V. 420) и угол β — по формуле (V. 403). Далее, по первой формуле (V. 406) находим угол ω , а по выражению (V. 407) — угол ω' , после чего по второй формуле (V. 406) определяется угол β' . Затем при помощи выражений (V. 404) находится формула для линейной величины δ остаточной дисторсии

$$\delta = - \left[(d - x) \operatorname{tg} \beta' - \left(\frac{d}{n} - x \right) \operatorname{tg} \beta \right]. \quad (\text{V. 420})$$

Для определения относительной величины Δ дисторсии можно применить формулу

$$\Delta = \frac{\delta}{y - \left(\frac{d}{n} - x \right) \operatorname{tg} \beta}. \quad (\text{V. 421})$$

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бегунов Б. Н. Геометрическая оптика. М. Изд. МГУ, 1961. 261 с.
2. Валюс Н. А. Стереоскопия. М., изд. «Искусство», 1960. 526 с.
3. Волосов Д. С., Цивкин М. В. Теория и расчет светоптических систем. М., АН СССР, 1962. 379 с.
4. Герцбергер М. Современная геометрическая оптика. Пер. с англ. М. Изд. иностр. лит., 1962. 487 с.
5. Максотов Д. Д. Изготовление и исследование астрономической оптики. Л., ОГИЗ, 1948. 280 с.
6. Русинов М. М. Габаритные расчеты оптических систем. М., Госгеотехиздат, 1963. 400 с.
7. Русинов М. М. Техническая оптика. М.—Л., Машгиз, 1961. 328 с.
8. Слюсарев Г. Г. Геометрическая оптика. М.—Л., АН СССР, 1946. 332 с.
9. Соболев С. Л. История микроскопа и микроскопических исследований в России в XVIII веке. М., АН СССР, 1949. 606 с.
10. Тудоровский А. И. Теория оптических приборов. М., АН СССР, 1948. Т. I. 661 с., т. II. 567 с.
11. Чуриловский В. Н. Общая теория оптических приборов. М.—Л., Машгиз, 1960. 142 с.
12. Чуриловский В. Н. Расчет призмных систем на хроматизм. Л., ВООМП, 1933. 86 с.
13. Франсон М. Фазовоконтрастный и интерференционный микроскопы. Пер. с франц. М., Физматгиз, 1960. 180 с.
14. Otto L. Durchlichtmikroskopie. Berlin, Verlag Technik, 1959. 472 S.
15. Rieken R. Fernrohre und ihre Meister. Berlin, Verlag Technik, 1957. 444 S.
16. Tiedeken R. Strahlengang in optischen Systemen. Verlag Technik, Berlin, 1962. 380 S.
17. Wahl, K. Lichttechnik. Leipzig, Fachbuchverlag, 1954. 304 S.

С п р а в о ч н и к и

1. Справочник конструктора оптико-механических приборов. Под ред. М. Я. Кругера и В. А. Панова, М.—Л., Машгиз, 1963. 803 с.
2. ABC der Optik. Herausgegeben von K. Mütze, Leipzig, Verlag T. A. Brockhaus, 1961. 964 S.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
1. Назначение и содержание курса теории оптических приборов	—
2. Что такое оптический прибор	—
3. Краткий исторический очерк развития оплотехники	8
4. Современные достижения и перспективы развития оптического приборостроения в Советском Союзе	10
Глава I. Геометрическая оптика	12
А. Законы распространения света и их простейшее техническое применение	—
§ 1. Пучки лучей. Закон прямолинейного и независимого распространения света	—
§ 2. Преломление света	16
§ 3. Отражение света	19
§ 4. Плоскопараллельная пластинка	22
§ 5. Оптический клин	26
§ 6. Отражательные призмы	28
§ 7. Определение размеров призм	35
Б. Оптика солинейного сродства	38
§ 8. Центрированный оптический прибор как преобразователь пучков световых лучей	—
§ 9. Линейное увеличение оптической системы	42
§ 10. Кардинальные точки оптической системы	44
§ 11. Построение изображения и основные оптические формулы	47
§ 12. Применение основных формул солинейного сродства	50
§ 13. Угловое увеличение оптической системы	54
§ 14. Продольное увеличение оптической системы	56
§ 15. Зависимость увеличений от положения предмета и изображения	59
В. Оптика нулевых лучей	62
§ 16. О параксиальных лучах	—
§ 17. Оптические инварианты	66
§ 18. О нулевых лучах	68
§ 19. Расчет хода нулевого луча	69
§ 20. Замечания о практике оптических вычислений	74
§ 21. Отдельная линза в воздухе	75
§ 22. О сложной оптической системе	80

§ 23. Оптическая система из двух компонентов	82
§ 24. О расчете телеобъективов	85
§ 25. Графический способ определения хода нулевого луча	94
§ 26. Основы диоптрийного исчисления	96
Г. Краткий обзор аберраций оптических систем	97
§ 27. Хроматические аберрации	—
§ 28. Ахроматические системы	101
§ 29. Расчет простых ахроматов	104
§ 30. Сферическая аберрация	109
§ 31. Кома	116
§ 32. Полевые аберрации	118
§ 33. Сложение аберраций	126
Глава II. Общая теория оптических приборов	129
А. Ограничение пучков	—
§ 34. Работа оптического прибора в реальных условиях	—
§ 35. Ограничение апертуры оптических приборов	131
§ 36. Отрезки, определяющие положение зрачков	135
§ 37. Ограничение поля зрения оптических приборов	136
§ 38. Определение положения зрачков и люков	139
§ 39. Случай двух зрачков	141
§ 40. Передача перспективы оптическими приборами	143
Б. Оптический прибор как передатчик световой энергии	146
§ 41. Основные фотометрические величины	—
§ 42. Яркости, освещенности и альбедо	148
§ 43. Чувствительность фотоматериалов	149
§ 44. Чувствительность фотозлектрических приемников световой энергии	151
§ 45. Световой поток, проходящий через оптическую систему	154
§ 46. Общие выражения для светосилы оптического прибора	157
§ 47. Светосила оптического прибора с малой передней апертурой	159
§ 48. Светосила оптического прибора с малой задней апертурой	162
§ 49. Светотехническое действие оптических приборов с электронными приемниками лучистой энергии	166
§ 50. Потери света, вызываемые отражением от преломляющих поверхностей	170
§ 51. Общая формула для потерь света в оптических приборах	175
В. Действие оптического прибора совместно с глазом человека	176
§ 52. Строение глаза человека	—
§ 53. Острота зрения	180
§ 54. Адаптация глаза и его пороговая чувствительность	182
§ 55. Аккомодация глаза. Аметропический глаз	—
§ 56. Коррекция недостатков зрения	185
§ 57. Видимое увеличение оптического прибора. Условие естественного впечатления	188
§ 58. Глубина резкости фотографического аппарата	198
§ 59. Глубина резкости лупы и микроскопа	205
§ 60. Разрешающая способность оптических приборов, зависящая от остроты зрения	208
Г. Дифракция в оптических приборах (кроме микроскопа)	211
§ 61. Дифракция безабберационного объектива	—
§ 62. Критерии разрешающей способности	215

§ 63. Влияние aberrаций на разрешающую способность . . .	218
§ 64. Разрешающая способность зрительных труб . . .	220
§ 65. Разрешающая способность фотографических объективов . . .	222
§ 66. Разрешающая способность оптических приборов с электронными приемниками лучистой энергии . . .	225
Глава III. Теория микроскопа . . .	227
А. Геометрическая теория микроскопа . . .	—
§ 67. Исторический очерк развития микроскопа . . .	—
§ 68. Общие основания конструкции микроскопа . . .	232
§ 69. Формулы геометрической теории микроскопа . . .	240
Б. Дифракционная теория микроскопа . . .	245
§ 70. Основы дифракционной теории микроскопа . . .	—
§ 71. Разрешающая способность микроскопа . . .	250
§ 72. Новые средства повышения разрешающей способности микроскопа . . .	257
В. Оптическое устройство микроскопа . . .	266
§ 73. Объективы и окуляры микроскопа . . .	—
§ 74. Конденсоры для освещения в проходящем свете . . .	275
§ 75. Осветительные устройства для непрозрачных предметов . . .	279
§ 76. Современные типы микроскопов . . .	283
Глава IV. Теория телескопических систем . . .	286
А. Теория простой телескопической системы . . .	—
§ 77. Общие основы теории телескопических систем . . .	—
§ 78. Конструктивные условия образования телескопической системы . . .	290
§ 79. Краткий исторический очерк первоначального развития зрительных труб . . .	296
§ 80. Зрительные трубы Галилея (голландская) и Кеплера (астрономическая) . . .	298
§ 81. Окуляры зрительных труб . . .	307
§ 82. Объективы зрительных труб . . .	316
§ 83. Астрономические телескопы . . .	319
Б. Теория сложной телескопической системы . . .	334
§ 84. Зрительные трубы с призмными оборачивающими системами . . .	—
§ 85. Зрительные трубы с линзовыми оборачивающими системами . . .	336
§ 86. Зрительные трубы с зеопами . . .	353
§ 87. Телескопические системы со скачкообразной переменной увеличением . . .	364
§ 88. Панкратики . . .	387
В. Стереоскопия . . .	412
§ 89. Физиологические и геометрические основы стереоскопического зрения . . .	—
§ 90. Получение стереопар . . .	419
§ 91. Рассмотрение стереопар . . .	424
§ 92. Стереоскопический дальномер . . .	431
§ 93. Стереоскопический эффект в микроскопии . . .	437
§ 94. Специфические особенности стереозффекта . . .	446

Глава V. Теория образования оптического изображения	456
А. Приложение принципов волновой оптики	—
§ 95. Основы учения об эйконе	—
§ 96. Принцип таутохронизма	461
§ 97. Условие образования точечного изображения	465
§ 98. Волновые aberrации	480
Б. Теория апланатизма	484
§ 99. Закон косинусов и его следствия	—
§ 100. Свойства апланатических систем	495
§ 101. Апланатические точки сферической поверхности	510
§ 102. Условие изопланазии	518
В. Теория астигматизма	525
§ 103. Инварианты Юнга	—
§ 104. Анастигматические преломляющие поверхности	533
§ 105. Анастигматические отражающие поверхности	539
§ 106. Расчет хода лучей астигматического пучка	542
Г. Теория дисторсии	548
§ 107. Вычисление дисторсии	—
§ 108. Зависимость дисторсии от увеличения	552
§ 109. Дисторсия в некоторых частных случаях	553
Литература	560

Владимир Николаевич ЧУРИЛОВСКИЙ

ТЕОРИЯ ОПТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

Редактор издательства *И. А. Денина*

Переплет художника *Б. Л. Жадановского*

Технический редактор *О. В. Сперанская*

Корректор *Р. Г. Солодкина*

Сдано в производство 7/VIII 1965 г. Подписано к печати 9/II 1966 г. М-18692

Формат бумаги 60×90¹/₁₆. Бумага типографская № 2 Печ. листов 35,25

Уч.-изд. листов 31,6 Темплан 1966 г. № 49 Тираж 14 000 экз. Цена 1 р. 31 к.

Заказ 574

Ленинградское отделение издательства «Машиностроение»
Ленинград, Д-65, ул. Дзержинского, 10.

Ленинградская типография № 6 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР.
Ленинград, ул. Мовсеенко, 10

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
19	4-я сверху	прямоугольника	прямоугольного треугольника
24	13-я »	$\left(1 - \frac{\cos \omega_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \omega_1}}\right)$	$\left(1 - \frac{\cos \omega_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \omega_1}}\right)$
47	3-я »	(рис. I. 20)	(рис. I. 29)
114	20-я »	$\frac{d(\delta s')}{dn}$	$\frac{d(\delta s')}{dh}$
350	12-я снизу	В отдельных V случаях	В отдельных случаях желательно сделать V по
447	18-я »	IV. 58	IV. 61
512	11-я »	(V. 337)	(V. 137)
530	2-я сверху	$l_{2t} = nl - \frac{d}{\cos \omega'}$	$l_{2s} = nl - \frac{d}{\cos \omega'}$

В. Н. Чуриловский. Зак. 574.