

Национальная академия наук Беларуси
Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова

К.В. Доброго, С.А. Жданок

**ФИЗИКА
ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ**

Минск 2002

Доброго К.В., Жданок С.А. Физика фильтрационного горения газов /
К.В.Доброго, С.А.Жданок. Мн.: Ин-т тепло- и массообмена им. А.В.Лыкова НАНБ,
2002. - 203 с.
ISBN 985-6456-29-0.

Систематически и с единых позиций освещен широкий спектр вопросов фильтрационного горения газов. Основной акцент сделан на анализе теплофизики процессов. Рассмотрены стационарные и нестационарные режимы фильтрационного горения газов, а также вопросы устойчивости фронта фильтрационного горения. Представлены максимально простые модели и формулы для макроскопических параметров, которые могут быть использованы в практических, инженерных и научных расчетах.

Книга адресована инженерам-исследователям и специалистам в области фильтрационного и многофазного горения. В качестве учебного пособия она может быть полезна студентам соответствующих специальностей, изучивших начальный курс теории горения.

Табл. 23. Ил. 93. Библиогр. 142 назв.

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук	О.С. Рабинович
доктор физ.-мат. наук .	Б.Б. Хина

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Глава 1. ОСНОВЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА В СИСТЕМЕ ГАЗ - ПОРИСТОЕ ТЕЛО	6
1.1. Структурные характеристики пористых сред.....	6
1.2. Фильтрационная гидродинамика	11
1.3. Теплообмен в системе газ - пористая среда	15
1.4. Основы химической кинетики газофазных реакций.....	19
Глава 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ	27
2.1. Сведения из истории изучения фильтрационного горения газов, терминологии и классификации	27
2.2. Классификация режимов фильтрационного горения газов.....	30
2.3. Постановка задачи и общие закономерности решений	33
2.3.1. Анализ одномерных задач фильтрационного горения при сильной тепловой связи с каркасом	40
2.3.2. Упрощенная двухтемпературная модель фильтрационного горения	43
2.3.3. Сравнение моделей ФГГ и рекомендации по их применению	46
2.3.4. Эвристическая однотемпературная модель фильтрационного горения	48
2.4. Особенности моделей тепло- и массообмена при фильтрационном горении газов	49
2.4.1. Лучистый теплообмен в пористой среде.....	50
2.4.2. Особенности моделей дисперсионного переноса в газовой фазе.....	59
2.4.3. Погрешность модели объемного усреднения	63
Глава 3. ДИНАМИКА ВОЛН ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ В РЕЖИМЕ СИЛЬНОЙ ТЕПЛОВОЙ СВЯЗИ С КАРКАСОМ	67
3.1. Несамостоятельное и самостоятельное воспламенение в режиме сильной тепловой связи с каркасом.....	67
3.2. Максимальная температура в волне фильтрационного горения. Механизмы замедления спутного движения волны	70
3.3. Влияние теплопотерь на динамику волны и температуру	74
3.4. Влияние давления на параметры волны фильтрационного горения	78
Глава 4. ТЕРМОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ФРОНТА ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ	81
4.1. Метод конкуренции потоков в анализе термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения	84
4.1.1. Модель газодинамической пробки.....	89
4.2. Локальная модель термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения	90
4.3. Недостатки локальных моделей термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения газов	99
4.4. Экспериментальное изучение динамики наклонной неустойчивости фронта горения.....	100
4.5. Системная компенсация термогидродинамического возмущения фронта горения	106
4.6. Некоторые результаты двумерного моделирования динамики возмущения фронта фильтрационного горения	109

4.7. Возникновение очаговой структуры фронта фильтрационного горения	116
4.8. Особенности осесимметричных и центрально-симметричных систем фильтрационного горения	118
4.9. Дополнительные факторы, влияющие на устойчивость фронта горения.....	119
4.9.1. Особенности стабилизации фронта при переходе от режима сильной тепловой связи с каркасом к режиму слабой связи	120
4.9.2. Влияние стенок на устойчивость фронта горения	120
Глава 5. ДИНАМИКА ВОЛН ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ В РЕЖИМЕ СЛАБОЙ ТЕПЛОВОЙ СВЯЗИ С КАРКАСОМ	123
5.1. Физика перехода от сильной тепловой связи с каркасом к слабой связи.....	124
5.2. Скорость пламени в режиме слабой тепловой связи как задача о пределе распространения пламени.....	133
5.2.1. Пределы распространения пламен.....	133
5.2.2. Предел тушения в условиях движущегося потока газа	140
5.2.3. Конвективно-тепловой предел скорости распространения пламени фильтрационного горения.....	143
5.3. Модели газофазных пламен при фильтрационном горении газов	146
5.4. Дисперсионно-барический предел скорости пламени	150
5.5. Некоторые аспекты проблемы разгона волны фильтрационного горения в полуоткрытом канале	152
Глава 6. ДИФФУЗИОННОЕ ФИЛЬТРАЦИОННОЕ ГОРЕНИЕ	155
6.1. Смещение газов в условиях фильтрации.....	155
6.2. Модель диффузионного фильтрационного горения типа Бурке-Шумана.....	159
6.3. Некоторые результаты численного моделирования горелки неперемешанного фильтрационного горения	165
6.3.1. Неоднозначность стационарного решения в зависимости от координаты поджига	168
Глава 7. ОСОБЕННОСТИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ВОЛН ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ В СИСТЕМАХ С ПЕРЕМЕННЫМ СЕЧЕНИЕМ	170
7.1. Локализация фронта фильтрационного горения в системах со сферической и цилиндрической симметрией	171
7.2. Локализация фронта горения в условиях увеличенных теплотерь	181
7.3. Влияние прозрачности каркаса на локализацию фронта горения	190
Обозначения.....	196
Литература	199

...настоящий смысл вопроса - понимаете ли вы такое-то физическое положение? - можете ли вы сделать соответствующую ... модель?...

В.Томсон (лорд Кельвин)

Предисловие

Горение - один из важнейших природных процессов, во многом определивших развитие человечества. С пониманием сущности этого явления тесно связано развитие физики, химии, термодинамики и других научных дисциплин. Фильтрационное горение газов (ФГГ) – сравнительно новый раздел науки о горении, изучающий горение газовых смесей в условиях фильтрации (теплого и гидродинамического взаимодействия с твердой фазой). Несмотря на значительную распространенность процессов и явлений, относящихся к ФГГ, последовательная теория фильтрационного горения в настоящее время находится в стадии развития, как и некоторые разделы теории турбулентного горения, детонации и т.п. Это обусловлено такими особенностями двухфазных систем, как принципиальная неоднородность; сложная, трудно поддающаяся изучению газодинамика; локальная нестационарность, специфическое влияние твердой фазы на протекание химических реакций и т.д. Однако постоянный рост вычислительных возможностей, происходящий в последние 10-20 лет, и накопление экспериментальных данных и физических представлений в этой области позволили значительно углубить понимание широкого круга вопросов ФГГ.

Предлагаемая монография является одной из первых книг, содержащих систематическое изложение современного состояния теории фильтрационного горения газов, включая малоосвещенные в литературе вопросы - устойчивость фронта горения, нестационарную динамику волн ФГГ и др. Основное внимание уделено анализу физических особенностей ФГГ. Наряду с этим используются упрощенные постановки задач и полуэмпирические подходы, позволяющие формулировать явные выражения для искомых величин. Построенные таким образом модели могут быть положены в основу инженерных расчетов систем фильтрационного горения газов. Подробно рассмотрены вопросы формулировки моделей, необходимых для численного моделирования реальных систем и непосредственно численного моделирования процессов и численной проверки результатов анализа. Авторы рассчитывают на то, что наряду с физическим пониманием процессов и режимов ФГГ появится возможность ознакомиться с методами численного моделирования реальных систем ФГГ.

Приведенные в монографии материалы не охватывают всего многообразия вопросов фильтрационного горения (не описана, например, детальная химическая кинетика горения), однако в них отражены общие черты и подходы при рассмотрении этого сложного явления.

Содержание книги в значительной мере основано на результатах исследований белорусской школы по тепло- и массообмену, что делает изложение, с одной стороны, более последовательным и унифицированным, с другой - приводит к недостаточно подробному освещению некоторых концепций других авторов. Тем не менее, учитывая небольшой объем изложения, мы сочли это оправданным.

Авторы выражают признательность рецензентам и всем сотрудникам Отделения неравновесных процессов Института тепло- и массообмена им. А.В.Лыкова НАН Беларуси, принимавшим участие в обсуждении результатов.

1.1. Структурные характеристики пористых сред

Пористые среды, встречающиеся в производственной практике и повседневной жизни, являются, как правило, упаковками отдельных твердых частиц либо монолитными пористыми материалами типа губки. Для некоторых технических приложений частицы в упаковках соединяются друг с другом или формируются тела с более или менее упорядоченными внутренними каналами. Упаковки частиц отличаются от монолитных материалов повышенной механической прочностью, устойчивостью к термонапряжениям и термоциклированию, что делает их более удобными для использования в промышленных химических реакторах и термонапряженных устройствах.

Основными структурными характеристиками пористых тел являются *пористость*, определяемая как отношение свободного от твердой фазы объема к полному объему пористого тела; *удельная поверхность* – отношение площади поверхности раздела твердой и газовой фаз к объему пористого тела; *эквивалентный диаметр* поровых каналов, равный внутреннему диаметру трубы, имеющей ту же пористость и ту же удельную поверхность, что и рассматриваемая пористая среда. Используются также понятия *координационного числа* (среднего по упаковке или для отдельной частицы), т.е. числа контактов твердой частицы с соседними частицами, и *извилистости* поровых каналов, определяемой как отношение среднего пути пробной частицы газа при фильтрации к соответствующему прямому отрезку. Перечисленные параметры являются усредненными и относятся к достаточно большому объему пористого тела, такому, что существенное изменение его формы или объема ведет к пренебрежимо малому изменению их значений. В литературе вводятся понятия *локальных пористости, удельной поверхности, координационного числа*. При интуитивной ясности точное определение этих параметров неоднозначно. В общем случае для установления значений локальных величин выбирается некоторый представительный объем пористой среды, бóльший, но сопоставимый с объемом отдельной частицы (или поры), и найденное значение относится к центру представительного объема. Локальным значением координационного числа можно считать координационное число отдельной частицы и относить его к центру массы этой частицы. Возможны и другие определения локальных величин.

Мерой хаотичности упаковки служит относительная *дисперсия* координационных чисел отдельных частиц, размеров частиц и пор в упаковке. *Монодисперсной* называется упаковка частиц одинаковой геометрии.

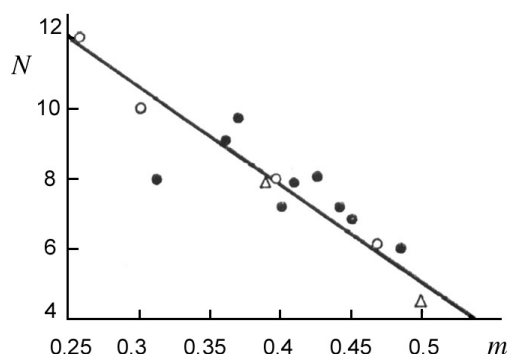
В соответствии с принципом геометрического *подобия Кавальери – Акера* доля свободного объема в пористой среде, доля свободной площади произвольного сечения, а также доля длины произвольной секущей прямой, приходящаяся на свободный объем, равны и совпадают с пористостью. При этом необходимым требованием является неупорядоченность пористой среды и (или) статистический характер данных о свободной площади или о свободной длине прямой. Данный принцип может быть использован для оценок разнообразных геометрических характеристик пористой среды,

в частности средней длины свободного пробега световых квантов между внутренними поверхностями твердой фазы.

В упаковках частиц объем, занимаемый твердой фазой, имеет тот же порядок, что и свободный объем газовой фазы. Пористость зависит от способа упаковки и геометрии частиц. Повышенную пористость создают упаковки колец (кольца Рашига, Лессинга), частицы с внутренними полостями или отверстиями, частицы с вогнутыми и выпуклыми поверхностями (седла Берля и т.п.). Максимально плотная упаковка одинаковых сфер осуществляется к гранецентрированной кубической решетке (каждая сфера лежит в ямке, образованной тремя соседними сферами нижнего слоя). При этом пористость $m = 0.26$, а координационное число $N = 12$. При простой кубической упаковке $m = 0.48$, $N = 6$. Возможны другие упорядоченные упаковки с четными координационными числами. Комбинированное расположение соседних плоскостей может дать упорядоченные упаковки с нечетными значениями координационных чисел $N = 5, 7, 9, 11$. При более рыхлых упаковках без контакта шаров в горизонтальном ряду возможна упаковка с $N = 4$ и $m = 0.66$. При случайной упаковке шаров координационные числа отдельных частиц варьируются, а средняя пористость оказывается близкой к $m = 0.39$. По мнению некоторых исследователей, случайная упаковка обладает указанными характеристиками, так как в ней преобладает ближний порядок, соответствующий ромбоэдрической упаковке ($N = 8$ и $m = 0.395$). При механическом уплотнении и вибрации пористость может снизиться. В некоторых опытах сообщалось об уплотнении до $m = 0.32$. Точный предел, до которого можно сократить пористость путем вибрации, до недавнего времени оставался неизвестным. С. Торкватто и его коллеги из Принстонского университета показали [1], что «наиболее плотная случайная упаковка сфер» есть плохо определенное понятие, и ввели термин *максимально случайное зажатое состояние* сфер. *Зажатое* – означает, что ни одну сферу нельзя сдвинуть с места, не сместив соседние. Все упорядоченные упаковки также являются зажатыми состояниями сфер, хотя не случайными. Для определения *максимально случайного состояния* в работе [1] введена специфическая мера разупорядоченности упаковки шаров, аналогичная статистической энтропии. Методом численного моделирования найдено [1], что *максимально случайному* состоянию соответствует $m \approx 0.36$.

Как следует из численных расчетов и экспериментов [2, 3], для регулярных и случайных упаковок шаров среднее координационное число и пористость линейно коррелируют (рис.1.1).

Рис.1.1. Зависимость координационного числа от пористости в монодисперсной упаковке шаров. ○ - регулярные укладки, ● - эксперименты [2], Δ - численный эксперимент [3]



Полидисперсные упаковки, образованные частицами разных размеров, в общем случае характеризуются повышенной дисперсией размеров пор и координационных чисел. Они могут сформировать системы с более высокой плотностью, однако при

случайной засыпке частиц образуются зажатые состояния с пористостью того же порядка, что и в монодисперсных упаковках: $m = 0.35 \div 0.45$ [4]. Условно можно рассмотреть три случая [2]: 1) интервал дисперсности частиц $d_{0,\max} / d_{0,\min} < 2$. Структура такой упаковки практически не отличается от структуры монодисперсной засыпки; 2) упаковка сформирована из двух или более классов зерен с интервалом дисперсности $d_{0,\max} / d_{0,\min} > 2$. Зерна малого диаметра могут занимать пространство крупных пор, их структура значительно изменяется, существенно падает пористость и возрастает извилистость. Для зерен неправильной формы с шероховатой поверхностью соответствующие изменения менее выражены; 3) пористая среда состоит из частиц с широким и непрерывным распределением размеров (руды, строительные смеси и т.п.). Пористость таких систем в среднем имеет те же значения, что и у монодисперсных систем, однако отклонение ее от среднего значения может быть намного выше и зависит от способа засыпки, вибрации, утрямбовки.

Для частиц несферической формы (кубы, цилиндры и др.) теоретически допускаются весьма плотные (вплоть до сплошной) укладки, но при неупорядоченной засыпке формируются случайно *зажатые* состояния с характерной пористостью $m \sim 0.4$. Таким образом, указанная величина пористости характерна для широкого класса случайных засыпок. При этом следует иметь в виду, что экспериментальное определение пористости обычно не представляет сложности и может быть выполнено путем измерения плотности пористого тела и плотности материала частиц (тогда $m = 1 - \rho_{s,por} / \rho_s$) или путем прямого измерения объема жидкости, размещаемой в пористой среде.

Удельная поверхность пористой среды является важнейшим параметром в тех случаях, когда основные физико-химические процессы (адсорбция, каталитические реакции) осуществляются на поверхности. Если контакты между частицами в упаковке точечные, ее величина очевидным образом может быть выражена через удельную поверхность отдельной частицы и пористость $S_{sp} = S_{sp,0}(1 - m)$. Если площадью контактов пренебречь нельзя, то вводят коэффициент экранировки K таким образом, что $S_{sp} = S_{sp,0}(1 - m)K$. Численное значение K для конкретных засыпок определяется экспериментально и приводится в специальных технологических справочниках. Иногда применяют частицы, обладающие внутренней пористостью. Как правило, внутренние поры имеют размеры на один - два порядка меньше размеров системных пор и не влияют на гидродинамику фильтрации, но существенно изменяют эффективную удельную поверхность по отношению к конкретному поверхностному процессу. В некоторых случаях отдельно определяют и рассматривают в моделях внутреннюю пористость частиц, открытую, закрытую пористость (соответствующую объему проточных и непроточных каналов), пористость контактных и застойных зон. В любом случае сумма всех составляющих пористости равна полной пористости системы: $m_1 + m_2 + m_3 + \dots = m$. Если размер элемента упаковки d_0 становится сравнимым с размером системы в целом D_0 , то

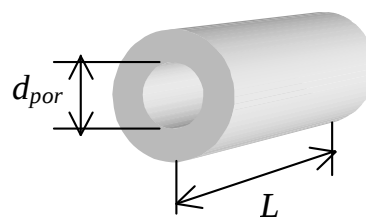


Рис.1.2. Трубка, эквивалентная слою пористой среды по удельной площади внутренней (обтекаемой) поверхности и пористости

при расчете удельной (и полной) поверхности следует учитывать поверхность стенок аппарата.

Для характеристики пористых сред, по аналогии с понятием эквивалентного диаметра труб некруглого сечения, вводят величину эквивалентного диаметра порового канала d_p . Таким образом, эквивалентный диаметр порового канала – это внутренний диаметр трубки (**рис.1.2**), которая имеет пористость и удельную площадь внутренней поверхности такие же, как и в рассматриваемой пористой среде. Поскольку удельная внутренняя поверхность эквивалентной трубы $S_{sp} = 4m/d_{por}$, эквивалентный диаметр пор выражается в виде

$$d_{por} = 4m/S_{sp}. \quad (1.1)$$

Эта величина является наиболее характерным размером пористых сред, объединяющим их основные структурные характеристики - S_{sp} и m . Для упаковки шаров диаметром d_0 удельная поверхность $S_{sp} = 6(1-m)/d_0$ и, следовательно,

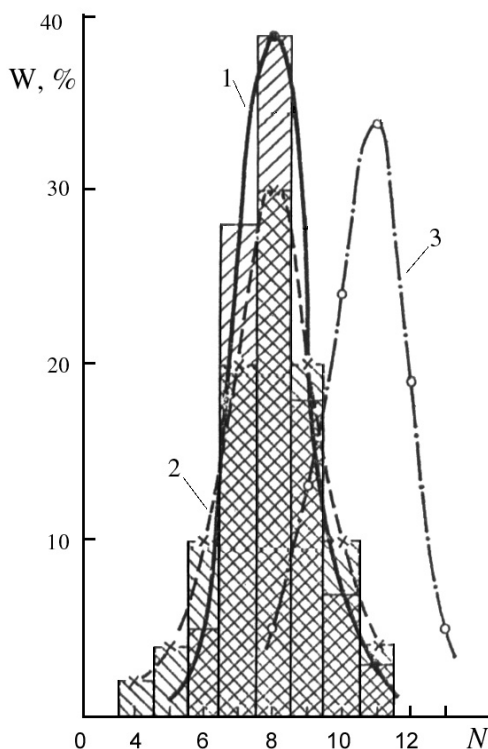
$$d_{por} = \frac{4}{6} \frac{m}{1-m} d_0.$$

При изменении пористости упаковки шаров от 0.33 до 0.5 отношение d_{por}/d_0 возрастает от 1/3 до 2/3.

Несмотря на простое определение понятия *извилистости* поровых каналов, нахождение ее величины с учетом определения среднемассовых траекторий частиц газа достаточно сложно. В работе Р.И. Аюкаева и В.К. Кивран [5] случайная упаковка моделировалась на компьютере, в результате найдено $\tilde{T} = 1.5$ при $m = 0.4$ и $\tilde{T} = 1.1$ при $m = 0.8$. Отметим, что большинство существенных данных, касающихся структурных свойств пористых тел, получено в последние годы методами численного моделирования [1,3,5,6]

Степень неупорядоченности структуры пористой среды характеризуется дисперсией размеров пор и других структурных характеристик, экспериментальное измерение которых затруднено. Однако численное моделирование случайных упаковок частиц позволяет находить необходимые значения. На **рис.1.3** представлены данные по распределению координационных чисел в случайных упаковках сфер [2,3].

Рис.1.3. Распределение локальных координационных чисел в случайных упаковках шаров. 1 – численный эксперимент, $m=0.39$ [3]; 2 – эксперимент, $m=0.38$ [2]; 3 – двухкомпонентная смесь, $m=0.41$, $d_{0,1}/d_{0,2} = 1/2$ (массы мелкой и крупной фракций равны) [3]



Кривые, описанные вокруг расчетных и экспериментальных гистограмм, близки к нормальному (гауссовому) распределению с относительной дисперсией $\sigma \approx 18\%$. Поскольку пористость и координационное число линейно зависимы (**рис.1.1**) можно считать, что локальная пористость и размеры пор также распределены нормально с характерной дисперсией 15 – 20 %.

Присутствие стенки оказывает влияние на структуру упаковки частиц. Изменяется геометрия пор, ограниченных поверхностью плоской стенки, появляется двумерный порядок в плоскости стенки. Исследования показали, что структурные изменения, имеющие место в пристеночном слое пор, не исчезают в первом же удаленном от стенки слое пор, а релаксируют на длине нескольких характерных размеров частиц (**рис.1.4**).

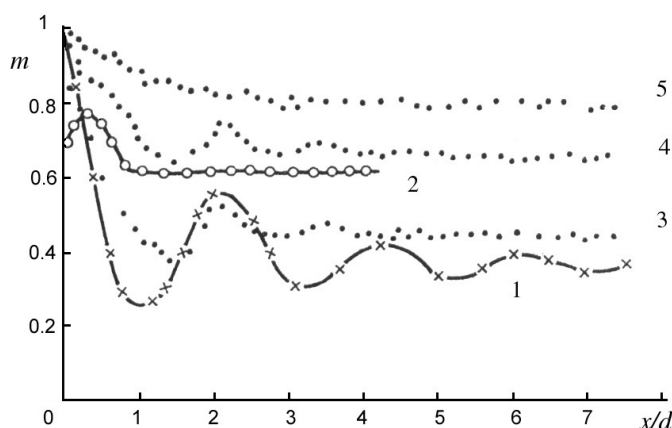


Рис.1.4. Зависимость локальной пористости от расстояния от стенки, выраженного в диаметрах частиц. 1, 2 – эксперимент в цилиндрической трубе для шаровых и фигурных частиц [2]; 3, 4, 5 – математическое моделирование [3] для кубического контейнера со средней пористостью $m = 0.45, 0.65, 0.8$ соответственно

Пристеночные изменения структуры пористой среды не сказываются на средних по сечению параметрах, если характерные размеры системы намного больше размера гранул, $D_0 \gg d_0$. В противном случае следует рассматривать пространственные изменения структурных характеристик пористой среды или корректировать среднюю по объему удельную поверхность, пористость, извилистость и связанные с ними параметров тепло- и массообмена с учетом пространственных вариаций. Так, для усредненной по сечению пористости в [2] предложена полуэмпирическая формула

$$\bar{m} = m_0 + (m_1 - m_0) \left[1 - \frac{(n-2)^2}{n^2} \right],$$

где n - отношение диаметра сечения к диаметру частицы, $n = D_0 / d_0$; m_0 , m_1 - пористость в центре сечения и в пристеночном слое соответственно (значения пористости см. на **рис.1.4**). При малых диаметрах сечения реактора ($n < 4$) не

существует ядра упаковки с постоянным значением средней пористости, поэтому использовать усредненные по сечению структурные характеристики засыпки в этом случае неправомерно.

1.2. Фильтрационная гидродинамика

Исторически вопросы фильтрационной гидро- и газодинамики представляли большой интерес при решении задач нефте- и газодобычи, а позже - химической технологии и тепломассообмена. Первые научные результаты принадлежат Дарси (1856 г.) и получены для простейшей задачи – пространственно усредненной, стационарной изотермической одномерной фильтрации при малых скоростях. С высокой точностью опытным путем было установлено, что перепад (или градиент) давления в плоском пористом слое при невысоких скоростях фильтрации пропорционален расходу жидкости или газа:

$$\nabla p = -\mu / k_0 \cdot u_g, \quad (1.2)$$

где μ - динамическая вязкость жидкости или газа, k_0 - коэффициент проницаемости пористой среды, u_g - средняя скорость фильтрации. Закон, выражаемый формулой (1.2), называют *законом Дарси*.

Эмпирический подход к изучению фильтрации имеет большое значение и в настоящее время. Так, французский исследователь С. Эргун и другие получали эмпирические корреляции перепада давления и скорости стационарной фильтрации в виде двучленного отношения

$$-\nabla p = A \frac{(1-m)^2}{d_0^2 m^3} \mu \cdot \mathbf{u}_g + B \frac{(1-m)}{d_0 m^3} \rho_g |\mathbf{u}_g| \mathbf{u}_g. \quad (1.3)$$

Закон фильтрации (1.3) записан в векторном виде. Здесь и далее векторные величины обозначаются прямым жирным шрифтом. С. Эргун предложил использовать значения констант $A = 150$, $B = 1.75$ для монодисперсной упаковки шаров. Подобные (1.3) двучленные формулы хорошо описывают реальную стационарную фильтрацию в диапазоне двух - трех порядков изменения числа Рейнольдса: $Re \equiv \rho_g u_g d_0 / \mu$. Они имеют смысл интерполяционных выражений, непрерывным образом связывающих предельные случаи вязкого и инерционного течений, что может быть легко показано при помощи методов теории размерности. Действительно, для вязкого режима градиент давления является функцией средней скорости u_g , эквивалентного диаметра каналов d_{por} и динамической вязкости μ . Полагая, что функциональная зависимость имеет вид произведения независимых величин в произвольных степенях $\nabla p = C \cdot u_g^\alpha \cdot d_{por}^\beta \cdot \mu^\gamma$, приравняем соответствующие размерности в левой и правой его частях. Получим уравнения для показателей α, β, γ : $1 = \gamma$, $-3 = \alpha + \beta - 2\gamma$, $0 = -\alpha + \gamma$. Отсюда $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\gamma = 1$ и

$$\nabla p = C \cdot \frac{\mu}{d_{por}^2} u_g = C \cdot \frac{9(1-m)^2}{4m^2} \frac{\mu}{d_0^2} u_g.$$

При высоких скоростях движения газа (инерционный режим) перепад давления не зависит от вязкости, но становится функцией плотности газа. Считая в этом случае $\nabla p = C1 \cdot u_g^\alpha \cdot d_{por}^\beta \cdot \rho^\delta$ и приравнявая размерности в левой и правой частях уравнения, можно получить $\alpha = 2$, $\beta = -1$, $\delta = 1$ и соответственно

$$\nabla p = C1 \cdot \frac{\rho}{d_{por}} u_g^2 = C1 \cdot \frac{3(1-m)}{2m^3} \frac{\rho}{d_0} u_g^2.$$

В общем случае $\nabla p = C \cdot u_g^\alpha \cdot d_{por}^\beta \cdot \mu^\gamma \cdot \rho^\delta$ и тем же методом может быть показано, что

$$\nabla p = \frac{\mu^2}{\rho d_{por}^3} f(\text{Re}_{por}),$$

где $f(\text{Re}_{por})$ - произвольная функция от числа Рейнольдса. В некоторых работах вместо скорости фильтрации u_g используется *габаритная скорость* $u_g = u_g \cdot m$ (английский термин - *superficial*), т.е. скорость газа при том же объемном расходе через заданное сечение, но в отсутствие пористой среды. Двучленное уравнение типа (1.3), впервые предложенное Дюпуй (1863) и затем Форчхеймером (1901), некоторыми исследователями называется *уравнением Форчхеймера*.

В первой половине XX века началось более глубокое теоретическое изучение фильтрационной гидродинамики, связанное с именами П. Кармана, Ж. Козени и др. В теоретических моделях ученые стремились использовать достижения гидродинамики и теории пограничного слоя, учесть структуру пористой среды. Поскольку сложная структура реальных пористых тел не позволяет осуществить это на практике, рассматривались разнообразные модели пористых тел. Все модели можно разделить на две группы: модели обтекания некоторых модельных частиц или групп частиц (внешняя задача) и модели протекания через систему модельных каналов или капилляров (внутренняя задача).

Задача обтекания изолированного шара хорошо изучена. В приближении бесконечно малой скорости выражение для силы давления на шар получено Стоксом: $F = 3\pi\mu d_0 u_\infty$. По мере роста скорости наблюдается переход от *закона Стокса* к так

называемому *закону сопротивления Ньютона* $F = 0.48 \frac{\pi d_0^2}{4} \frac{\rho u_\infty^2}{2}$. В названных

формулах используется скорость потока на бесконечном удалении от частицы u_∞ (невозмущенная скорость). Наиболее простым выражением для силы трения, применяемым в широком диапазоне скоростей, является сумма стоковской и ньютоновской составляющих. Если предположить, что сила взаимодействия группы частиц с потоком равна простой сумме сил взаимодействия с каждой отдельной частицей и аналогом скорости на бесконечности является скорость фильтрации, то, умножая силу на число сферических частиц в единице объема $(1-m)/(\pi d_0^3/6)$, получим перепад давления

$$-\nabla p = 18 \cdot (1-m) \frac{\mu}{d_0} u_g + 0.36 \cdot (1-m) \frac{\rho u_g^2}{d_0}. \quad (1.4)$$

Формулы (1.3) и (1.4) существенно отличаются численными коэффициентами, что связано с неаддитивностью сил взаимодействия с потоком каждой отдельной частицы, нестационарностью течения между частицами и неточностью аналогии u_g скорости u_∞ . Более точная аналогия скорости на бесконечности может быть построена из условия равенства градиентов скоростей на поверхности частицы и на внутренней поверхности эквивалентного порового канала. Если исходить из параболического профиля скорости в канале $u_g(r) = 2u_g(1 - (r/r_{por})^2)$ и решения задачи об обтекании идеальной жидкостью сферы $u_g(r) = u_\infty(1 - (r_0/r)^3)$, то аналог скорости на бесконечности $u_\infty \sim 2u_g(1-m)/m$. При использовании последнего получим формулу, более близкую к (1.3) количественно и качественно. Реальное взаимодействие группы частиц с потоком очень сложно и доступно для анализа лишь при малом количестве частиц, поэтому изучение усредненной гидродинамики фильтрации на основе задач обтекания затруднено. С другой стороны, гидродинамика фильтрации на внутривпоровом уровне более адекватна гидродинамике обтекания группы частиц, чем протеканию в более или менее однородных каналах.

В капиллярной (внутренней) модели протекание сквозь пористое тело соответствует протеканию сквозь пучок капилляров с суммарной площадью эквивалентных поровых каналов, равной сечению системы, умноженной на пористость, и длиной, определяемой извилистостью. В упрощенной модели Козени-Кармана все капилляры характеризуются диаметром d_{por} , течение имеет установившийся пуазейлевский параболический профиль. При этом падение давления на участке капилляра, как известно, $\Delta p = \frac{32\mu}{d_{por}^2} u_{g,i} \cdot l_i$, где l_i - длина рассматриваемого участка капилляра, в общем случае, расположенного под углом к среднемассовой скорости фильтрации. Используя определение извилистости каналов фильтрации $\tilde{T} = l_i / L$, учитывая, что скорость фильтрации в направлении канала связана со скоростью фильтрации в основном направлении посредством извилистости $u_{g,i} = u_g \tilde{T}$, и выражая эквивалентный диаметр канала через его удельную поверхность (1.1), получим

$$\nabla p = \frac{\Delta p}{L} = 2\tilde{T}^2 \cdot \mu \frac{S_{sp}^2}{m^2} u_g = \tilde{K} \cdot \mu \frac{S_{sp}^2}{m^2} u_g. \quad (1.5)$$

Множитель $\tilde{K}$ называется *константой Козени-Кармана*. Его точное значение специфично для каждой пористой среды, поскольку реальные капилляры имеют некруглое сечение, негладкие стенки и специфическую извилистость. Для упаковок со средней извилистостью $\tilde{T} \approx 1.5$ значение константы Козени-Кармана $\tilde{K} \approx 4.5$. Для конкретных пористых тел ее значение измеряется экспериментально [2]. Следует отметить, что выражение (1.5) получено для индивидуального капилляра и усреднение по ансамблю капилляров в общем случае является нетривиальной задачей.

Для многих реальных процессов характерна нестационарная фильтрация, при которой скорость фильтрации, давление и другие параметры системы изменяются во времени [7]. Уравнение нестационарной фильтрации может быть построено при помощи уравнения Дарси (1.2), уравнения состояния $\rho_g = \frac{pM}{RT_g}$ и нестационарного уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla(\rho_g \mathbf{u}) = 0. \quad (1.6)$$

При этом в системе появляется новая независимая величина – температура газа T_g , значение которой следует искать при помощи уравнения энергии (теплопроводности) с химическими и другими источниками тепловыделения; кроме того, необходимо учитывать зависимость вязкости от температуры и давления: $\mu = \mu(p, T_g)$. В изотермическом случае ($T_g = \text{const}$) из указанных уравнений легко получить

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = k_0 \nabla((\rho_g / \mu) \nabla p) \text{ или, если пренебречь зависимостью вязкости от давления,}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k_0}{2m\mu} \Delta(p^2). \quad (1.7)$$

Уравнение (1.7) называется *уравнением Лейбензона* (получено в 1930 г.). Для аналитического решения оно может быть линейризовано (по Лейбензону): $\frac{\partial(p^2)}{\partial t} = \frac{k_0 p_0}{m\mu} \Delta(p^2)$. Аналогичные уравнения нестационарной фильтрации могут быть выведены на основе уравнения Форчхеймера (1.3).

Физически перепад давления при фильтрации связан с потерей импульса газового потока за счет вязкого и динамического (передача импульса при соударении газовой частицы о твердый каркас) трения. При очень сильной нестационарности газового потока изменение импульса газа связано также с ускорением газового потока, согласно уравнению Эйлера, и уравнение фильтрации запишется как

$$\rho_g \frac{d\mathbf{u}_g}{dt} = -\nabla p - \left(\frac{\mu}{k_0} + \frac{\rho_g u_g}{k_1} \right) \mathbf{u}_g. \quad (1.8)$$

Очевидно, что нестационарный член в (1.8) приобретает существенное значение лишь при очень малой пористости, больших сечениях пор и быстрых (взрывных) движениях газа.

Все уравнения фильтрации, рассмотренные выше, включают в себя усредненные по пространству и времени скорости и не содержат локальных характеристик потока (параметры пульсаций скорости, сдвиговых напряжений, завихренности и др.). Однако для ряда задач, в частности о скорости распространения газофазного пламени в пористой среде, такие характеристики важны. Реальная газодинамика на внутривыводном уровне чрезвычайно сложна, и общепринятые модели для нее отсутствуют. Интенсивность пульсаций характеризуется безразмерным параметром

$\delta \equiv \sqrt{(u'_g)^2} / u_g$ или относительной турбулентностью $Tu \equiv \sqrt{(u'_g)^2} / u_g$. Величина относительной турбулентности часто приводится в процентном выражении. Иногда используется относительная турбулентность (интенсивность пульсаций) по отдельно взятой компоненте скорости, например по продольной координате x : $Tu_x \equiv \sqrt{(u'_{g,x})^2} / u_g$. Как показали измерения Tu во внутривязовом пространстве и непосредственно за срезом пористой среды, ее значение зависит от числа Рейнольдса и достигает величины 50 – 80 %.

На основе некоторых экспериментальных измерений и косвенных данных полагают, что амплитуда пульсаций скорости близка по величине к средней скорости фильтрации $u'_g \approx u_g$. Запишем возможную модель поля фильтрации [8]:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) + \mathbf{u}'(\mathbf{r}, t), \quad (1.9)$$

$$\mathbf{u}'(\mathbf{r}, t) = u'(\mathbf{r}) \cdot [\mathbf{i} \sin(\omega t + \phi_1) + \mathbf{j} \sin(\omega t + \phi_2) + \mathbf{k} \sin(\omega t + \phi_3)] \quad (1.10)$$

$$u'(\mathbf{r}) = \frac{2|\mathbf{f}(\mathbf{r})|}{1 + (|\mathbf{f}(\mathbf{r})|/u_g)^2}, \quad (1.11)$$

$$\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) = \mathbf{f}(\mathbf{r}),$$

где u_g - средняя скорость фильтрации, $\mathbf{f}(\mathbf{r})$ - векторная функция средней скорости движения газа, отражающая геометрию поровых каналов и параболический закон распределения скорости в них; ω - характерная частота пульсаций; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ - единичные базисные векторы; ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 - стохастические функции. Зависимость (1.11) учитывает требование прилипания к поверхности частиц $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}'(\mathbf{r}, t) = 0|_{\text{surface}}$, а также обратную корреляцию между амплитудой пульсаций и локальной средней скоростью в ядрах струй.

Более подробные сведения по данному вопросу можно найти в цитированной литературе и книгах [9,10].

1.3. Теплообмен в системе газ - пористая среда

Тепло- и массообмен в системе газ - пористая среда в настоящее время хорошо изучен и описан в монографиях М.Э.Аэрова и О.М.Тодеса [2], Н.Вакао и С.Кагуи [11], М.Кавиани [12] и др. Основными процессами теплопереноса в пористой среде являются теплопроводность в веществе пористого каркаса и через контакты между частицами, теплопроводность в газовой фазе, включая дисперсионную теплопроводность, теплообмен излучением в твердой фазе и теплообмен между газом и твердым телом. Лучистым теплопереносом в газовой фазе практически во всех случаях можно пренебречь.

Теплоперенос в системе газ - пористое тело может быть рассмотрен на локальном (масштаб меньше размера пор и частиц) и макроскопическом (масштаб многих пор/частиц) уровне. В первом случае речь идет о детальных или точечных моделях, во втором – об объемно-усредненных. Другое название модели объемного усреднения – модель взаимопроникающих континуумов – подчеркивает, что

рассматривается квазиоднородная среда, не имеющая внутренней структуры. Выбор уровня моделей определяется типом решаемой задачи, целью исследования, наличием вычислительных и других ресурсов.

При изучении теплообмена на локальном уровне процессы теплопередачи в твердой и газовой фазах описываются законом теплопроводности Фурье, лучистый теплообмен сводится к рассмотрению распространения лучей в системе со сложной геометрией поглощающих, рассеивающих и пропускающих (преломляющих) поверхностей. При этом возникает необходимость учета детальной гидродинамики и реальной геометрии раздела фаз, что делает задачу определения усредненных величин сложной для анализа и недоступной для численного моделирования.

Подавляющее большинство расчетных и аналитических исследований по тепло-массообмену в пористых средах и фильтрационному горению проведено с использованием объемно-усредненных моделей. Именно этим моделям теплообмена уделим основное внимание в данном разделе.

Теплопроводность в веществе каркаса, как и в других твердых веществах, описывается теорией Дебая (1912 г.) и имеет немонотонную температурную зависимость [13]. Теплопроводность неоднородной керамики и минералов зависит от их состава, структуры и физического состояния [14]. В большинстве случаев теплопроводность таких веществ понижается с температурой, у кварцевого стекла и некоторых других веществ – повышается (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Теплопроводность некоторых твердых веществ [15]

Вещество	T, K	$\lambda, \text{Вт/(м}\cdot\text{K)}$
Al_2O_3	400...700...1100...1500	30...17...5...7
Аморфный кварц	300...500...800...1100	1.36...1.63...1.81...1.98
гранит	300	1.1...1.39
Циркон ZrO_2	400...900...1500...2000	1.7...1.8...2.0...2.0
Шамот, $m=0.16 - 0.2$	200...400...800...1200...1600	0.88...0.94...1.1...1.2...1.1
SiC	200...300...600...1000...1800	36...31...23...16...12
Fe	300...800...1000	80...43...32
Cu	300...800...1000	401...366...352
Al	300...800...1000	237...220...93-жидкость

Теплопроводность газов с высокой точностью определяется молекулярно-кинетической теорией [16] и растет с температурой. Температурная зависимость обычно аппроксимируется двух - четырехчленными рядами. Как правило, в системе газ - пористая среда теплопроводность газа не является определяющим процессом в общем теплообмене, и поэтому высокая точность ее определения не требуется. В большинстве случаев целесообразно пользоваться упрощенными аппроксимациями и не учитывать детальный молекулярный состав газовой смеси. Аппроксимация такого типа для азота, имеющая точность 5-10% в диапазоне температур 300 - 1800 K, запишется таким образом:

$$\lambda_g = 1.4 \cdot 10^{-2} + 4.8 \cdot 10^{-5} \cdot T.$$

Рассмотрим объемно-усредненные параметры теплопереноса. Эффективная теплопроводность по газовой фазе на масштабе нескольких пор снижается вследствие уменьшения сечения переноса и увеличения эффективной длины диффузии за счет извилистости и обычно представляется в виде

$$\lambda_{g,eff} = m\lambda_g / \tilde{T}.$$

Эффективная теплопроводность каркаса - сложный теплофизический параметр, определяемый теплопроводностью вещества каркаса, теплопроводностью контактных зон или перемычек в пористой среде, теплопроводностью газа вблизи контактных застойных зон и лучистой составляющей. Согласно объемно-усредненной модели, методически правильно теплопроводность пористой среды, лучистую компоненту теплопроводности и компоненту, связанную с теплопроводностью газа, рассматривать аддитивно и независимо. На практике отделить собственно теплопроводность каркаса и теплопроводность газа вблизи контактов частиц достаточно сложно. В связи с этим используются теоретические и эмпирические формулы для результирующей теплопроводности [17] (см. **раздел 2.4.1**). Одна из распространенных эмпирических формул, выражающая теплопроводность каркаса с учетом теплопроводности неподвижного газа, предложена Р. Крупичкой и сотрудниками [18]:

$$\lambda_{s,eff} = \lambda_g \left(\lambda_s / \lambda_g \right)^{0.28 - 0.757 \lg m - 0.057 \lg (\lambda_s / \lambda_g)}. \quad (1.12)$$

Коэффициенты в формуле (1.12) подобраны на основании сравнения с опытными данными для 163 различных упаковок частиц, причем разброс опытных точек при условии $\lambda_{s,eff} / \lambda_g = 1 - 40$ лежит в пределах $\pm 30\%$. Ввиду того, что температурная зависимость теплопроводности вещества каркаса и газа имеет противоположные тенденции, эффективная теплопроводность пористой среды оказывается слабой функцией от температуры.

Лучистый теплоперенос в пористой среде - сложный процесс, строгая теория которого, по сути, отсутствует. В **разделе 2.4.1** представлены основные концепции теории лучистого теплообмена в пористых средах, приведены модели, используемые для моделирования фильтрационного горения.

Теплообмен между твердой фазой и газом является одним из важнейших факторов, определяющих тепловые потоки в системе и макроскопические характеристики тепловых волн в условиях фильтрации. В литературе имеются данные по локальным и усредненным коэффициентам теплоотдачи изолированной частицы, а также по усредненным коэффициентам теплообмена упаковок частиц и других пористых сред.

Рассмотрим теплообмен изолированной частицы с однородным газовым потоком. В представляющем для нас интерес диапазоне чисел Рейнольдса ($10 - 3 \cdot 10^3$) локальное значение числа Нуссельта в различных точках частицы варьируется не более чем на 30-60% [10, 19], принимая максимальное значение в лобовой части частицы, минимальное - в области миделевого сечения и возрастая к корме. В условиях пульсации и перемены направления локальных струй, имеющих место при фильтрации, эти вариации сглаживаются на временах порядка времени пульсации. При этом поверхность частиц вблизи застойных зон, естественно, характеризуется меньшим коэффициентом теплоотдачи.

В теории теплообмена для выражения коэффициента теплоотдачи широко используется выражение числа Нуссельта через безразмерные числа Рейнольдса, Прандтля и другие: $Nu = f(Re, Pr)$. (Адекватность такого представления обосновывается теориями пограничного слоя и размерностей.) При рассмотрении внутренней задачи (задачи протекания) числа Nu и Re строятся по эффективному диаметру канала: $Nu_{por} = h d_{por} / \lambda$, $Re_{por} = u_g d_{por} / \nu$, а для внешней задачи (обтекание) в качестве характерного линейного размера берется эффективный диаметр частицы. В таких выражения ρ_g - плотность газа, u_g - характерная скорость фильтрации газа, ν - кинематическая вязкость газа, m^2/c ; h , α - поверхностный и объемный коэффициенты теплообмена, d_0 , d_{por} - диаметр частиц пористого тела и эквивалентный диаметр порового канала соответственно. Обратим внимание на то, что в некоторых работах используется число Нуссельта, построенное на коэффициенте объемного теплообмена α , имеющего смысл теплового потока на границе фаз, приходящегося на единицу объема пористой среды (размерность Вт/(К·м³)): $Nu_{por} = \alpha d_{por}^2 / \lambda_g$.

Как следует из экспериментальных данных по теплоотдаче изолированного шара и упаковки шаров, в последнем случае функция $Nu(Re)$ лежит выше и является более сильной. Согласно [20,21], для одиночной частицы

$$Nu = 0.5 + 0.47 Re^{0.47}, \quad 50 < Re < 2000, \quad Pr = 0.7. \quad (1.13)$$

В работах [2, 22] для одиночной частицы предлагается уравнение

$$Nu = 2 + 0.03 Re^{0.54} Pr^{1/3} + 0.35 Re^{0.58} Pr^{1/3}. \quad (1.14)$$

Числа Нуссельта и Рейнольдса в (1.13), (1.14) и (1.19) строятся на диаметре частиц d_0 . Для упаковки шаров с пористостью $m = 0.4$ рекомендуется [2]

$$Nu_{por} = 0.395 Re_{por}^{0.64} Pr^{1/3}, \quad 30 < Re_{por} < 5 \cdot 10^5, \quad 0.6 < Pr < 6 \cdot 10^4, \quad (1.15)$$

$$Nu_{por} = 0.725 Re_{por}^{0.47} Pr^{1/3}, \quad 2 < Re_{por} < 30, \quad 0.6 < Pr < 10, \quad (1.16)$$

$$Nu_{por} = 0.515 Re_{por}^{0.85} Pr^{1/3}, \quad 0.1 < Re_{por} < 2, \quad 0.6 < Pr < 10. \quad (1.17)$$

Преобразование формулы (1.15) к Nu и Re , построенным на диаметре частиц, с учетом (1.1) дает

$$Nu = 0.395 \left(\frac{2}{3} \frac{m}{1-m} \right)^{-0.36} Re^{0.64} Pr^{1/3}, \quad Re > 65. \quad (1.18)$$

В монографии Н. Вакао и С. Кагуи [11] для теплообмена упаковки шаров с потоком газа предложено использовать полуэмпирическую зависимость

$$Nu = 2 + 1.1 m^{0.6} Re^{0.6} Pr^{1/3}. \quad (1.19)$$

Заметим, что пористость во втором слагаемом (1.19) появляется из-за использования в первоисточнике числа Рейнольдса, построенного на габаритной (superficial) скорости, а

не на скорости фильтрации. Единая формула, охватывающая широкий диапазон скоростей фильтрации, во многих случаях более удобна, чем кусочная функция (1.15)-(1.17). Представление о количественном значении числа Nu дают данные **табл. 1.2**.

Таблица 1.2

Сравнительный расчет числа Nu для изолированного шара и упаковки шаров согласно приведенным источникам (пористость $m = 0.4$; $Pr = 0.7$)

Формула	Система	Показатель степени Re	Re				
			30	100	300	1000	3000
(1.13)	Шар	0.47	2.82	4.59	7.36	12.6	20.8
(1.14)	Шар	0.58	4.4	6.81	11.1	20.2	36.3
(1.18)	Упаковка шаров	0.64	4.14	8.95	18.1	39.1	78.9
(1.19)	Упаковка шаров	0.6	6.34	10.9	19.3	37.6	70.8

Приведем формулы для расчета числа Nu в других характерных случаях теплообмена. Средний по длине теплообмен пластины с ламинарным и турбулентным ($10^5 < Re < 10^7$) набегающими потоками описывается формулами [19]

$$Nu = 0.646 Re^{0.5} Pr^{1/3} \quad (1.20)$$

и

$$Nu = 0.0296 Re^{0.8} Pr^{0.43} \quad (1.21)$$

соответственно. Здесь числа Nu и Re строятся по длине участка от начала обтекаемой пластины до конца рассматриваемого участка. Для установившегося ламинарного течения в трубе $Nu = 3.65$ и в плоской щели $Nu = 3.75$. Для развитого турбулентного течения в гладкой трубе при $Re \leq 10^5$ [19]

$$Nu = 0.0396 Re^{0.75} Pr.$$

В данном случае безразмерные критерии строятся на внутреннем диаметре трубы.

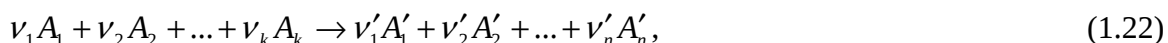
Дальнейшие сведения о теплообмене в пористых средах в условиях фильтрации газа и без нее можно найти в процитированной литературе и многочисленных теплотехнических справочниках.

1.4. Основы химической кинетики газофазных реакций

Для описания горения, как и огромного числа других физико-химических процессов, требуется четкое представление об особенностях протекания химических реакций. Необходимые сведения по этому вопросу дает *химическая кинетика* – раздел физической химии, посвященный закономерностям протекания химических процессов во времени. Химические реакции могут протекать в объеме твердых, жидких, газообразных веществ (*гомогенные реакции*), а также на поверхности раздела между

фазами (*гетерогенные реакции*). Лучше всего изучена и представляет для нас наибольший интерес химическая кинетика реакций в газовой фазе.

В классической химии любая реакция записывается при помощи *уравнения химической реакции*:



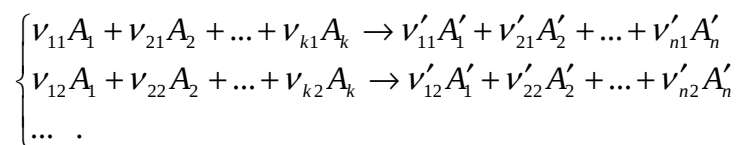
где A_i - исходные вещества (компоненты), A'_j - конечные вещества или продукты реакции, ν_i и ν'_j - *стехиометрические коэффициенты* исходных и конечных веществ. Уравнение записывается с учетом выполнения *материального баланса*, т.е. равенства количества всех химических элементов в левой и правой его частях. Запись (1.22) предполагает, что ν_1 молекул (или молей) вещества A_1 взаимодействуют с ν_2 молекулами (молями) вещества $A_2, \dots, \nu_k$ молекулами (молями) вещества A_k , в результате чего образуется соответствующее количество молекул (молей) веществ $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$. Поэтому стехиометрические коэффициенты принимают целочисленные значения и однозначно определяют количество каждого из реагирующих компонентов по отношению к любому другому. В химической кинетике используются интенсивные характеристики количества вещества - молярная или молекулярная концентрации - число молей или молекул данного вещества в единице объема.

Запись химической реакции в форме уравнения отражает более или менее реалистичную модель протекания химического процесса. Если уравнение адекватно реальному процессу, учитывает законы квантовой механики и молекулярно-кинетической теории, то реакцию называют *элементарным химическим процессом* и говорят об *истинной кинетике*. В противном случае имеет место *брутто-реакция* (брутто-кинетика), представляющая из себя зачастую лишь формальное уравнение материального баланса и не отражающая реальные химические процессы. Очевидно, необходимым условием для протекания элементарного химического процесса является сближение исходных молекул-реагентов на достаточно близкое расстояние (столкновение). Элементарные оценки газокинетической теории показывают, что вероятность одновременного сближения трех молекул на много порядков ниже, чем двух, а четырех молекул - на столько же ниже, чем трех, и т.д. Поэтому вероятность протекания истинных реакций с участием четырех и более молекул пренебрежимо мала. В соответствии с принятой терминологией реакция, в которой принимает участие одна исходная молекула, называется *мономолекулярной*, если взаимодействуют две исходные молекулы - *бимолекулярной*, и так далее. Примером мономолекулярной реакции служит диссоциация пятиоксида азота $N_2O_5 \rightarrow NO_3 + NO_2$, бимолекулярной реакции - $CH_4 + H \rightarrow CH_3 + H_2$ и $2O_3 \rightarrow 3O_2$, брутто-реакции - формальная запись окисления метана



Природа горения и многих других химических явлений такова, что в рассматриваемом объеме одновременно происходит большое количество реакций разного типа с различными исходными и конечными веществами. Это справедливо и в том случае, когда первоначально в системе имеется всего одно или два вещества. Переход от начального состояния к конечному в процессе химического превращения

осуществляется посредством множества элементарных химических процессов с участием не только исходных и конечных веществ, но и промежуточных, образующих сложную систему последовательных, параллельных и замкнутых цепей - *кинетический механизм*. Таким образом, химический процесс описывается совокупностью реакций:



В общем виде такая система реакций может быть представлена как

$$\sum_{k=1}^K \nu_{ki} A_k \rightarrow \sum_{k=1}^K \nu'_{ki} A_k \quad (i = 1, 2, \dots, I). \quad (1.24)$$

Здесь K - полное число химических компонентов, участвующих в реакциях, I - число реакций, ν_{ki} - стехиометрический коэффициент для k -го компонента в i -й реакции, $\{A_i\}$ - множество символов химических компонентов, участвующих в реакциях.

Цепным механизмом химической кинетики называется такая последовательность реакций, в которой продукты одних реакций служат исходными веществами для других. В цепных последовательных процессах суммарная эффективная скорость определяется скоростью наиболее медленной стадии. Многие взрывные процессы (в том числе и атомный взрыв) протекают по механизму ветвящихся цепных реакций. Пример цепной реакции - реакция окисления водорода, основная цепь которой имеет вид $H + O_2 \rightarrow OH + O$, $O + H_2 \rightarrow OH + H \dots$, а разветвление происходит в ходе реакции $OH + H_2 \rightarrow H_2O + H$. Основным механизмом образования окиси азота (механизм Зельдовича) также представляет собой цепной неразветвленный процесс: $O + N_2 \rightarrow NO + N$, $N + O_2 \rightarrow NO + O$. Выдающийся вклад в изучение такого типа реакций внес в 20-х годах XX века академик Н.Н.Семенов.

Важнейшей характеристикой любой химической реакции является ее скорость. Определяется *скорость реакции* как скорость изменения числа молекул или молей одного из реагирующих компонентов в единице объема за единицу времени. Очевидно, зная скорость реакции, рассчитанную по одному из веществ, на основании стехиометрических коэффициентов реакции (1.22) можно выразить скорость реакции по любому другому компоненту. На практике интерес представляет изменение концентрации химических веществ в процессе реакции, поэтому для каждого вещества записывается так называемое *кинетическое уравнение*, определяющее изменение его концентрации за счет совокупности всех реакций, в которых оно участвует:

$$\dot{Y}_k = \sum_{i=1}^I K_{ki},$$

где Y_k - объемная концентрация k -го компонента, K_{ki} - скорость i -й реакции для k -го компонента, размерность в СИ [моль/(м³·с)]. (В русскоязычной литературе термин *концентрация* может обозначать как величину молярной или массовой плотности, например [моль/м³], так и безразмерную величину, имеющую смысл доли.) В классической химической кинетике предполагается, что скорость истинной химической

реакции прямо пропорциональна произведению концентраций реагирующих молекул в степени, равной стехиометрическому коэффициенту, поскольку вероятность столкновения молекул пропорциональна их концентрациям в газовой смеси:

$$K_{ki} = \nu_{ki} k_i \prod_{l=1}^K (Y_l)^{\nu_{li}}, \quad (1.25)$$

где $\nu_{ki} = \nu_{ki} - \nu'_{ki}$, и отражает тот факт, что один и тот же компонент может быть и исходным веществом, и продуктом реакции (1.22), при этом изменение его концентрации пропорционально разности соответствующих стехиометрических коэффициентов.

В общем случае степень, в которой концентрация вещества входит в выражение скорости реакции (1.25), называется *порядком реакции* по данному веществу, а сумма порядков реакций по всем реагирующим веществам – *общим порядком реакции* или *порядком по давлению* (поскольку молярная концентрация газообразного вещества пропорциональна его молярной доле C_i и давлению $Y_i = C_i P / (RT)$). Общий порядок элементарной (истинной) реакции равен сумме стехиометрических коэффициентов реагирующих веществ и называется *молекулярностью*. При записи брутто-реакций может быть установлен произвольный, в том числе и нецелый, порядок реакции по каждому из компонентов. Так, брутто-реакции окисления метана (1.23) при горении с избытком воздуха приписывают первый порядок по CH_4 и нулевой – по кислороду. Заметим, что в англоязычной литературе используется термин *rate of progress*, под которым подразумевается часть выражения для скорости i -й реакции (1.25) без стехиометрического коэффициента, соответствующего выбранному компоненту

$$q_i = k_i \prod_{k=1}^K Y_k^{\nu_{ki}}.$$

Эту величину называют *скоростью реакции на единицу стехиометрического коэффициента*.

Коэффициент пропорциональности k_i в (1.25) – *константа скорости* реакции – является функцией температуры. Константа скорости характеризует вероятность протекания элементарного химического процесса. С точки зрения физики, в ее составе могут быть выделены: множитель, определяющий полное число столкновений молекул исходных веществ (*газокинетическое число столкновений*), множитель, определяющий вероятность благоприятной для протекания реакции взаимной ориентации молекул (*стерический фактор*), и множитель, связанный с вероятностью преодоления потенциального барьера реакции. На практике вероятность преодоления потенциального барьера выражают в виде экспоненциальной функции, а остальные факторы заменяют единым так называемым *предэкспоненциальным множителем*. Таким образом, константа скорости химической реакции обычно задается одной из *формул Аррениуса*:

$$k = z e^{-E/RT}, \quad (1.26)$$

$$k = z T^b e^{-E/RT}, \quad (1.27)$$

где z – предэкспоненциальный множитель, R – универсальная газовая постоянная, E – энергия активации, T – температура, b – параметр. Закон Аррениуса отражает тот факт, что при максвелл-больцмановском распределении частиц газа по энергиям потенциальный барьер реакции может преодолеть лишь часть частиц, принадлежащих к высокоэнергетическому хвосту распределения.

Химический процесс описывается набором химических реакций (1.24) совместно с константами скоростей этих реакций, а концентрации компонентов определяются системой кинетических уравнений

$$\dot{Y}_k = \sum_{i=1}^I \left[\nu_{ki} k_i \prod_{l=1}^K (Y_l)^{\nu_{li}} \right]. \quad (1.28)$$

Здесь k_i – константа скорости i -й реакции, суммирование идет по вкладу всех реакций, в которых участвует рассматриваемый компонент.

В некоторых случаях кинетика реакций имеет более сложную, не аррениусовскую температурную зависимость или изменяется при варьировании давления. Например, для реакции рекомбинации азота $N + N + M \rightarrow N_2 + M$ (символ M – произвольная молекула) общий порядок равен трем и скорость реакции выражается следующим образом: $k[N][N][M]$, где квадратными скобками обозначается объемная концентрация – $[N] \equiv Y_N$. При рекомбинации двух атомов азота образуется молекула азота в неустойчивом возбужденном состоянии, которое не может существовать длительное время. Для стабилизации молекулы необходимо отвести избыточную энергию возбуждения. Эту роль выполняет третья частица. (Вообще реакции соединения частиц, проходящие с выделением значительной энергии, не могут идти посредством бимолекулярной реакции, а требуют участия третьей частицы для отвода энергии.) При высоком давлении вероятность столкновения с третьей частицей за время существования возбужденного состояния становится близкой к единице и, следовательно, на скорость реакции уже не оказывает влияния концентрация третьих частиц, реакция принимает второй порядок. Константа скорости такой реакции как бы «счита» из двух ветвей и может быть записана в виде

$$k = k_\infty \left(\frac{k_0 [M]}{k_0 [M] + k_\infty} \right) F, \quad (1.29)$$

$$k_0 = z_0 T^{b_0} e^{-E_0 / RT},$$

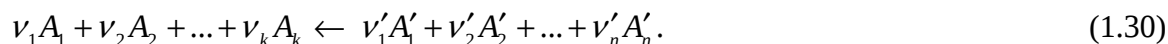
$$k_\infty = z_\infty T^{b_\infty} e^{-E_\infty / RT}.$$

Здесь k_0 и k_∞ – константы скорости для нижнего по давлению (тримолекулярного) и верхнего (бимолекулярного) предела; F – функция для сшивки констант скорости k_0 и k_∞ . При $F = 1$ выражение (1.29) иногда называют *уравнением Линдемана*.

Для константы скорости процессов колебательного энергообмена (реакций, проходящих с изменением колебательного состояния молекул) вместо выражения Аррениуса обычно используют *формулу Ландау-Теллера*

$$k = Ae \left(\frac{B}{T^{1/3}} + \frac{C}{T^{2/3}} \right).$$

Как известно, любой процесс, разрешенный физическими законами, может протекать и в обратном по времени направлении (t - инвариантность), поэтому наряду с реакцией (1.22), происходит обратная реакция



Реакции, которые одновременно (в статистическом смысле) протекают в прямом и обратном направлениях, называются *обратимыми*. Обратимы все элементарные химические реакции, однако если скорость обратной реакции пренебрежимо мала, ею пренебрегают и реакцию называют *необратимой*. В принципе, прямые и обратные реакции можно считать различными, независимыми реакциями.

Если в каком-либо процессе скорости прямых и обратных реакций становятся равными, то в дальнейшем состав смеси не изменяется и система приходит к состоянию *термодинамического равновесия*. Равновесные концентрации исходных веществ и продуктов реакции удовлетворяют при этом соотношению

$$k \prod_{i=1}^{i_0} (Y_i)^{\nu_i} = k' \prod_{k=1}^{k_0} (Y'_k)^{\nu'_k}, \quad (1.31)$$

где k' - константа скорости обратной реакции, умножение производится по участвующим в реакции компонентам. Из (1.31) следует уравнение

$$\prod_{k=1}^{k_0} (Y'_k)^{\nu'_k} / \prod_{i=1}^{i_0} (Y_i)^{\nu_i} = \frac{k}{k'} = K'(T), \quad (1.32)$$

называемое *термодинамическим законом действующих масс*. Величина K' - константа равновесия и для заданной химической реакции зависит только от температуры. Если реакция является сложной, при термодинамическом равновесии соотношения типа (1.32) справедливы для каждой элементарной стадии этой реакции. Данное утверждение носит название *принцип детального равновесия*. Заметим, что наиболее простым способом константа равновесия может быть вычислена по известным термодинамическим формулам при помощи термодинамических функций энтальпии и энтропии реагентов в стандартных состояниях H_i^0 , S_i^0 .

Для рассмотрения тепловыделения/теглопоглощения в процессе химического превращения используют термодинамическую функцию - *энтальпию*. Согласно определению,

$$H = E + pV, \quad (1.33)$$

где E - полная внутренняя энергия газа, p - давление. Для идеальных газов полная, или массовая энтальпия, в которую включается и химическая энергия (энергия молекулярных связей), является функцией только температуры и не зависит от давления. Пусть в условиях постоянного давления прореагировала исходная смесь, содержащая ν_i молей веществ A_i , и образовалось ν'_i молей веществ A'_i , затем температура продуктов реакции доведена до начальной температуры смеси T_0 . Выделившаяся или поглотившаяся в таком процессе теплота называется *теплотой*

реакции. Согласно первому закону термодинамики, она может быть выражена следующим образом:

$$-dQ = dE + pdV = dH - Vdp.$$

Если реакция проходит при постоянном давлении ($dp = 0$), то

$$Q = -\int dH = -\Delta H, \quad (1.34)$$

т.е. *теплота реакции* равна разности полных энтальпий системы в начальном и конечном состояниях. Если реакция происходит при постоянном объеме ($dV = 0$), то

$$Q = -\int dE = -\Delta E.$$

В литературе, посвященной горению и химической технологии, часто записывают уравнения химической реакции вместе с теплотой реакции (1.34), например $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$, $\Delta H = -803 \text{ кДж/моль}$. При этом для избежания двусмысленности следует понимать, что теплота относится к N_A актов реакции, а не к молю исходных веществ, продуктов или к молю одного из реагирующих веществ. В технике используют понятие *теплоты сгорания топлива*, которая может быть также обозначена как ΔH и выражена в Дж/моль или Дж/кг (имеется в виду теплота реакции полного окисления данного вида топлива, рассчитанная на моль или на единицу массы данного топлива).

В общем случае скорость выделения тепла в единице объема при горении, как и при протекании любого другого химического процесса, записывается с учетом скорости изменения концентрации компонентов или массовой плотности и энтальпии соответствующих веществ:

$$\dot{Q} = \sum_i h_i \dot{Y}_i M_i = \sum_i h_i \rho_i. \quad (1.35)$$

Здесь h_i - массовая энтальпия i -го вещества, Дж/кг; ρ_i - парциальная плотность, M_i - молярная масса, i -го вещества, кг/моль, суммирование ведется по всем веществам.

Для описания энергетики экзотермических процессов (в частности, горения), а также для определения их характеристической температуры используется величина *адиабатической температуры* реакции T_{ad} . По определению, это температура, которую приобретают продукты реакции при условии, что вся теплота реакции расходуется на их нагревание (условие адиабатичности). Очевидно, величина T_{ad} зависит от температуры исходной смеси T_0 и термодинамических условий протекания реакции (постоянство объема, давления и др.). Если состав продуктов реакции зависит от их температуры, как это и бывает в действительности, то T_{ad} находится в результате решения задачи Коши системы (1.28), (1.35) и уравнения баланса тепла

$$\dot{T} = \dot{Q} / c(T) \rho(T),$$

где $c(T)$ - теплоемкость газовой смеси.

Содержание топлива в горючей смеси принято характеризовать объемным (реже массовым) отношением топлива к воздуху или другому окислителю – F/A (английский термин *fuel air ratio*) или *эквивалентным отношением* – нормированным отношением

топлива к окислителю $\varphi = \frac{F/A}{(F/A)_0}$, где $(F/A)_0$ - стехиометрическое отношение

топлива к окислителю при полном окислении первого до CO_2 и H_2O . При точном соответствии количества окислителя количеству топлива $\varphi = 1$, в бедных смесях $\varphi < 1$, в богатых - $\varphi > 1$. В технической литературе используется термин *коэффициент избытка воздуха*, обозначающий отношение фактического количества воздуха к теоретически необходимому для полного окисления топлива. Коэффициент избытка воздуха является обратной величиной к эквивалентному отношению.

Дальнейшие сведения по рассмотренным в этом разделе вопросам можно найти в [23,24].

2.1. Сведения из истории изучения фильтрационного горения газов, терминологии и классификации

Процессы ФГГ широко распространены в химической технологии и повседневной жизни. Торфяной пожар, горение в угольной печи, курение сигарет – простейшие примеры такого рода. Научное исследование этих процессов началось в первой половине XIX века в связи с проблемой взрывобезопасности в шахтах и изучением пламегасящих свойств сеток и пористых насадок. Обнаруженный Х. Дэви в 1817 г. эффект разогрева платиновой проволоки в метановой смеси положил начало изучению роли поверхности в процессах горения. В начале XX века были изобретены и получили практическое применение, так называемые, беспламенные горелки, в которых горение проходит на поверхности пористой керамической насадки (горелки Швана). Появились модели горения засыпок угля, активно разрабатывались вопросы сложной гидродинамики. Одной из первых работ, подытоживших теоретические и экспериментальные исследования процесса горения в условиях теплового взаимодействия газа и твердой фазы, явилась монография И.Б. Равича [25]. В 70-е годы XX века интерес к ФГГ возрос в связи с разработкой концепции пламен с избытком энтальпии (*excess enthalpy flames*), автором которой был Ф. Вейнберг [26]. В дальнейшем основное внимание исследователей сконцентрировалось вокруг приложений данного процесса, таких, как утилизация (окисление) вредных газов, сжигание сверхбедных топлив в так называемом сверхадиабатическом режиме, обработка катализаторов в термической волне, реализация специфических физико-химических процессов в волне ФГГ и т.д. Исследуется также применение ФГГ для радиационного нагрева металлов, керамики, стекла, полупроводников [27]. Принципиальные результаты в указанных областях принадлежат российским и белорусским ученым [28,29,30,31]. В частности, сотрудниками Института химической кинетики и горения СО РАН во главе с В.С. Бабкиным изучались различные скоростные режимы фильтрационного горения, введена классификация этих процессов [28]. В последние годы авторами настоящей работы ведутся исследования устойчивости фронта ФГГ, особенностей перехода от одного скоростного режима к другому и пр. [30,31].

Термин *фильтрационное горение* в широком понимании подразумевает экзотермические процессы, проходящие в многофазных системах в условиях фильтрации. Таким образом, он охватывает ряд технических и теплофизических процессов, традиционно имеющих свою собственную терминологию, таких, как самораспространяющийся высокотемпературный синтез (СВС), химический катализ, горение в загроможденных пространствах, горение запыленных объемов и т.п. Сведения о проблематике фильтрационного горения конденсированных сред (ФГКС) можно найти в книгах [32,33]

В данной работе рассматривается фильтрационное горение газов в инертной пористой среде (ФГГ), хотя многие результаты применимы и к случаю ФГКС. Употребление термина *фильтрационное горение газа* ограничено здесь случаями, когда

в системе имеет место фильтрационная гидродинамика Дарси или Форчгеймера, структура пламени и макроскопические особенности горения определяются гидродинамическим и тепловым взаимодействием газовой и твердой фаз. Второе требование фактически эквивалентно тому, что характерные размеры пор и элементов пористой среды не должны слишком сильно превышать характерные толщины фронта пламени. Если ограничиться рассмотрением дозвуковых режимов горения, то второе условие необходимо дополнить требованием малости характерного диаметра поровых каналов (меньше размера детонационной ячейки для заданной смеси). При таком понимании горение обычных углеводородно-воздушных смесей в системе с элементами твердой фазы, имеющими размеры ~ 10 см, и высокой пористостью следует называть горением в загроможденном пространстве, а не фильтрационным горением газа.

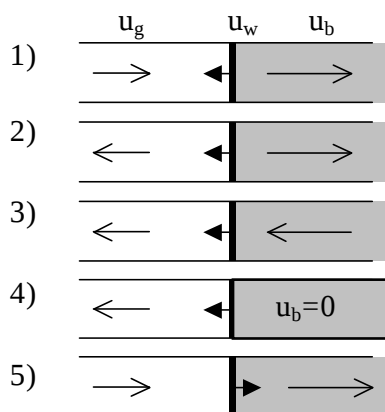
В данной работе при использовании термина ФГГ подразумевается следующий диапазон характерных параметров системы: размер элементов пористой среды и пор $d_0 = 1 \div 20$ мм; пористость, характерная для засыпок и пенокерамики, $m = 0.3 \div 0.8$; числа Re по скорости фильтрации $10 \div 1000$; линейные размеры системы значительно больше размера элементов пористой среды - $D_0 \gg d_0$.

Процессы ФГГ, встречающиеся в исследовательской и производственной практике, можно классифицировать по качественным и количественным характеристикам, как показано на схеме ниже. Кроме того, ФГГ может происходить в реакторах различных геометрий, при различных термодинамических условиях, давлении и т.д.



В настоящее время часто используется классификация ФГГ по скоростям распространения пламени, введенная в статьях новосибирских ученых [28]. При всей наглядности такого деления оно не отражает некоторые качественные характеристики теплофизических процессов в волне горения. Обоснованию более точной классификации посвящен ряд разделов настоящей работы. Более подробно этот вопрос рассмотрен в **разделе 2.2**.

Важное значение имеет гидродинамическая картина (схема), реализуемая в процессе ФГГ, поскольку она определяет правила расчета теплоотдачи и гидродинамики в области фронта горения. Гидродинамическая картина задается направлением векторов скорости свежей смеси, продуктов сгорания и фронта пламени относительно каркаса (**рис.2.1**). Реальным теплофизическим процессам могут соответствовать одна или несколько последовательных схем фильтрации. Так, при



поджиге горючей смеси у закрытого конца трубы продукты сгорания, действуя как газовый поршень, толкают свежую смесь и фронт горения в сторону открытого конца (схема 4), однако по мере остывания продуктов сгорания может реализоваться схема фильтрации 2.

Рис.2.1. Некоторые схемы фильтрации, реализуемые при ФГГ

Вопросам аналитического и численного описания процессов фильтрационного горения посвящено большое количество работ, ссылки на которые можно найти в [28,29,30,33] и других источниках. Так же как и при описании тепло- и массообмена в системе пористая среда – газ, при исследовании ФГГ возможно использование *объемно-усредненной* (модель взаимопроникающих континуумов) и *точечной прямой* моделей. В первой используются эффективные (усредненные по объему) теплофизические характеристики пористого каркаса и газа, а межфазовое взаимодействие описывается коэффициентом теплообмена α . Во второй модели рассматриваются уравнения сохранения энергии и импульса (для газа) и устанавливаются граничные условия на разделе фаз. Точечное прямое моделирование использовалось в работах М. Кавиани и сотрудников [34, 12] и в упрощенном квазиодномерном приближении - в [35]. Анализ результатов моделирования, представленных в этих публикациях показывает, что точечная модель не имеет преимуществ по сравнению с объемно-осредненной при определении макроскопических параметров ФГГ (усредненная структура, толщина, скорость, характерные температуры волны ФГГ), хотя предсказывает внутриволновые вариации температуры газа и скорости горения - до 20% [34]. Поскольку результаты, касающиеся внутриволновых тепловых процессов, практически не поддаются прямой экспериментальной проверке, нет оснований для применения точечного прямого моделирования при исследовании ФГГ. Существенным недостатком метода является также вычислительная трудоемкость и невозможность последовательного аналитического решения задач о ФГГ. Поэтому все задачи в данной работе рассматриваются с использованием объемно-усредненного подхода. Погрешности, связанные с моделью объемного усреднения, анализируются в **разделе 2.4.3**. Вопросы

прямого моделирования тепло- и массообмена в инертной пористой среде обсуждаются в монографиях [11, 12].

Уточним значение термина *стационарность* в применении к волнам ФГГ. В термодинамике неравновесным стационарным называется состояние системы, характеризующееся постоянством потоков и термодинамических параметров. При этом, строго говоря, необходимо определить пространственный и временной масштаб усреднения параметров. Для систем ФГГ соответствующими масштабами являются размер нескольких пор и нескольких периодов газодинамических пульсаций. (На меньших масштабах стационарности ФГГ не существует). В теории и практике ФГГ более адекватно использование понятия квазистационарного состояния системы или квазистационарного движения волны ФГГ, поскольку истинно стационарные состояния не реализуются в условиях флуктуации параметров системы (расхода, состава газа, условий теплопотерь), или перемещения волны (в силу реорганизации поля фильтрации и внешних условий). Понятие *квазистационара* – количественное понятие, предполагающее, что интересующие нас параметры системы мало изменяются за времена, представляющие практический интерес (например, время работы системы). Будем считать квазистационарными волны ФГГ, не изменяющие свою характерную длину и температурный профиль, не достигающие границ системы и не меняющие существенно давления в системе за время их наблюдения. Время установления квазистационарного состояния системы при инициировании ФГГ, как правило, определяется наименее интенсивными тепловыми потоками. Так, для распространяющихся волн ФГГ таким процессом чаще всего является теплообмен с окружающей средой, при этом время установления квазистационара оценивается как $\tau \sim (c\rho)_s (T_{ad} - T_o) / \beta$, где β – объемный коэффициент ньютоновской теплоотдачи. Квазистационарными можно называть волны ФГГ, для которых выполняются интегральные балансовые тождества типа (2.11).

Практический интерес представляют также существенно нестационарные процессы, такие, как розжиг реактора, формирование и разгон волн ФГГ и др. При этом следует отметить, что нестационарный процесс может включать в себя стадии, имеющие существенно меньшие времена установления. Такие стадии на определенных интервалах времени могут рассматриваться как квазистационарные. Например, параметры узкой зоны фронта волны ФГГ (максимальная температура, профиль области прогрева, скорость) приобретают свои квазистационарные значения существенно раньше, чем формируется квазистационарная волна в целом.

В отечественной литературе распространен термин *сверхадиабатическое* горение. Он обозначает такой режим горения, при котором газ и/или пористая среда достигают температуры, превышающей адиабатическую температуру горения топливной смеси при начальном состоянии газа, соответствующем параметрам входа в пористую среду. Использование этого термина критикуется некоторыми исследователями из-за неясного физического содержания понятия *сверхадиабатические условия* горения. Взамен предлагается использовать термин *пламена с избытком энтальпии* (excess enthalpy flames).

2.2. Классификация режимов фильтрационного горения газов

В настоящее время в литературе распространена классификация режимов ФГГ, основанная на скорости распространения горения относительно пористой среды.

В.С. Бабкин [36], например, выделяет режим низких скоростей (РНС), режим высоких скоростей (РВС), режим звуковых скоростей (ЗС) и низкоскоростной детонации (НСД). Характеристики режимов приведены в **табл. 2.1**. В третьей графе таблицы указаны физические особенности каждого из режимов.

Таблица 2.1

Классификация режимов	фильтрационного горения	[28,36]	
Режим	S_s , м/с	Механизм распространения ФГГ	Ссылки
низких скоростей (РНС)	$0 - 10^{-4}$	Теплопроводность каркаса, межфазный теплообмен	[37]
высоких скоростей (РВС)	$0.1 - 10$	Дисперсионная теплопроводность и диффузия при постоянном давлении	[38]
звуковых скоростей (ЗС)	$100 - 300$	Дисперсионная теплопроводность и диффузия при значительных градиентах давления	[39, 40]
низкоскоростной детонации (НСД)	$500 - 1000$	Специфические детонационные механизмы в масштабах пор	[41]
нормальной детонации (НД)	$1500 - 2000$	Нормальные детонационные механизмы при дополнительных потерях тепла и импульса	[42]

Г.А. Лямин и коллеги [40] используют подобную классификацию. В отличие от В.С. Бабкина, Г.А. Лямин применяет несколько иную терминологию и в качестве дополнительного параметра приводит давление во фронте волны горения (**табл. 2.2**). Отмечено, что скорость пламени возрастает с увеличением начального давления, причем характерны прыжковые переходы от медленного горения (МГ) к быстрому горению (БГ) или детонационному горению (ДГ).

Таблица 2.2

Классификация режимов	фильтрационного горения	[40]	
Режим	S_s , м/с	p_b/p_0	
низких скоростей (РНС)	$0 - 10^{-3}$	~ 1	
медленного горения (МГ)	$0.1 - 10$	~ 1	
быстрого горения (БГ)	$20 - c_o$	$1.2 - 5$	
сверхзвукового или детонационного горения (ДГ)	$c_o - S_{Chapman-Jouge}$	$5 - 10$	

Названные классификации носят описательный характер и не указывают

физически значимых характеристик того или иного режима ФГГ. Приведем пример более подробной классификации.

Целесообразно различать режимы *сильной тепловой связи с каркасом* (СТС, английский вариант - *Strong Thermal Coupling* - STC) и режимы *слабой тепловой связи с каркасом* (СлТС, английский вариант - *Weak Thermal Coupling* - WTC). Определяющий (родовой) признак такого деления - способность или неспособность экзотермической реакции в газе самоподдерживаться независимо от высокотемпературной тепловой волны в твердой фазе. Режим СТС в значительной мере эквивалентен РНС, однако имеет более четкую и широкую область применения. Так, горение тонкого слоя жидкого топлива на металлической подложке, изучаемое в работах [43], легко классифицируется по указанному признаку, хотя скорость распространения волны горения может лежать в весьма широком диапазоне $\sim 0.1 - 100$ м/с. Очевидно, что волна каталитического горения распространяется в режиме СТС.

Режим СТС может быть подразделен на режим с *самостоятельным* и *несамостоятельным* (твердотельным) поджигом. Определяющим признаком этого деления является способность или неспособность пламени самостоятельно распространяться в пределах прогретых пор каркаса. Более точный физико-математический критерий деления приводится в **разделе 3.1**.

Режим СлТС объединяет режимы ВС, ЗС и НСД и режим нормальной детонации (НД) по классификации В.С. Бабкина. Анализ показывает, что при СлТС могут реализовываться различные механизмы контроля скорости распространения пламени. Классический механизм, лимитирующий скорость распространения фронта горения - тушение пламени за счет теплотерь в стенки каналов при одновременном действии растяжения пламени. Модель механизма будет рассмотрена в **разделе 5.2**. Данный механизм задает предел на скорость распространения пламени, лежащий в диапазоне от единиц до десятков метров в секунду, который сокращенно назван *конвективно-тепловым пределом* тушения. При определенных параметрах системы указанный предел может быть преодолен. В этом случае скорость пламени растет до тех пор, пока не достигнет следующего предела, обусловленного ограниченной скоростью механической дисперсии газа в области прогрева. Поскольку скорость механической дисперсии (и скорость фильтрации) обратно пропорциональна давлению в области прогрева, последний предел однозначно связан с ростом давления во фронте горения и может быть назван *дисперсионно-барическим* пределом. Скорости горения и фильтрации, соответствующие дисперсионно-барическому пределу, имеют порядок десятков метров в секунду и выше. Модель дисперсионно-барического предела скорости фильтрационного горения представлена в **разделе 5.5**.

Дисперсионно-барический предел скорости распространения пламени возможно преодолеть за счет проявления недисперсионных (неконвективных) механизмов теплопередачи перед фронтом горения, ответственных за формирование и распространение детонационных волн горения. Детали этих механизмов в настоящее время изучены недостаточно. Однако применительно к фильтрационному горению с учетом экспериментов [44] можно с достаточной уверенностью утверждать, что детонационные механизмы ускорения волны начинают проявляться в том случае, когда эквивалентный диаметр порового канала превосходит размер нормальной детонационной ячейки приблизительно в три раза, т.е. $d_{por} / \lambda_{det} \geq \zeta \cdot 3$, где фактор $\zeta \sim 1$ зависит от типа пористой среды, шероховатости стенок и т.д. С ростом d_{por} / λ_{det} скорость распространения пламени монотонно возрастает, достигая при $d_{por} / \lambda_{det} \sim 15$ значения скорости Чепмена – Жуге для заданной смеси и давления.

Геометрические параметры поровых каналов имеют статистический разброс (для засыпок сферических частиц дисперсия порядка 20 %, см. **раздел 1.1**). Поэтому переход от режима СТС к режиму СлТС прежде всего произойдет в отдельных наиболее благоприятных для этого каналах. Возникнет так называемый перемежающийся СТС - СлТС режим. Именно для перемежающегося режима характерны пульсации давления и скорости, наблюдаемые экспериментально и описанные в **разделе 5.1**.

Можно разделить режимы ФГГ на рекуперативные и нерекуперативные, имея в виду участие или неучастие твердого каркаса в рекуперации тепла газофазного тепловыделения. Однозначным признаком рекуперативного режима является наличие области, в которой температура каркаса превышает температуру газа и соответственно газу передается тепло (**рис.2.3,а**). Как показывает реалистичное численное моделирование область рекуперативных режимов несколько уже области СТС (см. **рис.2.2**). Подробнее этот вопрос рассмотрен в гл. 5.

Таким образом, классификация режимов ФГГ может быть представлена согласно схеме **рис.2.1**.

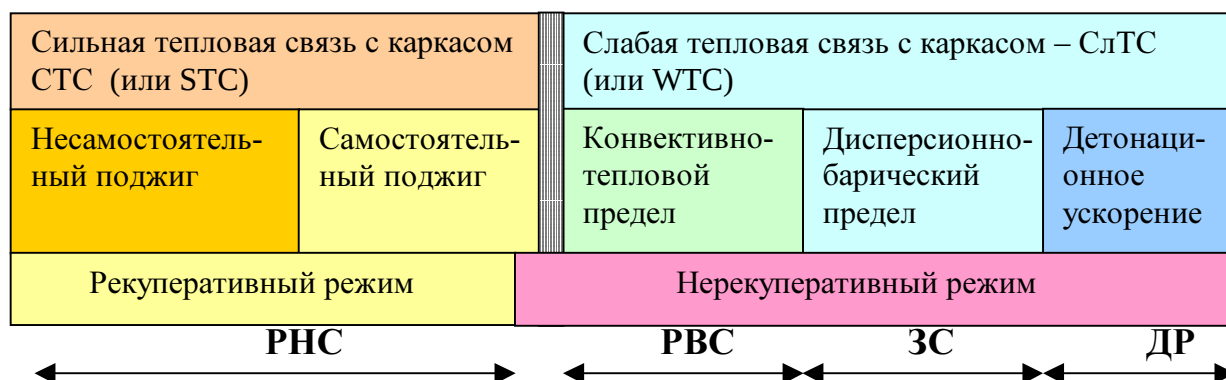


Рис.2.2. Физическая классификация режимов фильтрационного горения и ее соответствие описательной классификации В.С.Бабкина и др. Заштрихованная область - перемежающиеся СТС - СлТС режимы.

В данной работе термины *низкоскоростной режим* и *высокоскоростной режим*, а также RHC и RVC используются как синонимы более общих понятий - режимов *сильной* и *слабой тепловой связи с каркасом*.

2.3. Постановка задачи и общие закономерности решений

Наиболее общая модель ФГГ строится на уравнениях баланса тепла в твердой и газовой фазах, переноса массы газовых компонентов, уравнениях непрерывности, диффузионной гидродинамики или фильтрации и состояния газа. Кроме того, для формирования источников членов уравнений баланса тепла и массы записываются уравнения химической кинетики рассматриваемых газовых компонентов, формулируются граничные условия. Приведем в общем виде систему основных уравнений, используемую для численного моделирования фильтрационного горения:

$$(1-m)\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} - \nabla(\lambda \nabla T_s) = \alpha(T_g - T_s), \quad (2.1)$$

$$c\rho_g \partial T_g / \partial t + c \nabla(\rho_g \mathbf{u} T_g) - \nabla(\Lambda \otimes \nabla T_g) = \frac{\alpha}{m}(T_s - T_g) - \sum_i h_i \dot{\rho}_i, \quad (2.2)$$

$$\rho_g \partial c_i / \partial t + \nabla(\rho_g \mathbf{u} c_i) - \nabla(\rho_g \mathbf{D} \otimes \nabla c_i) = \dot{\rho}_i, \quad (2.3)$$

$$\partial \rho_g / \partial t + \nabla(\rho_g \mathbf{u}) = 0, \quad (2.4)$$

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k_0} \mathbf{u} + \frac{\rho_g}{k_1} |\mathbf{u}| \mathbf{u}, \quad (2.5)$$

$$\rho_g = \frac{pM}{RT_g}. \quad (2.6)$$

Коэффициент теплопроводности в (2.1) включает кондуктивную и радиационную составляющие. Газовая теплопроводность и диффузия имеют тензорный характер, связанный с дисперсией частиц газа $\mathbf{D} = D_g \mathbf{I} + \mathbf{D}_d$, где $\mathbf{D}_d$ - тензор дисперсной диффузии, определяемый среднемассовой скоростью газа $\mathbf{u}$, выражается через продольную D_p и поперечную D_t составляющие следующим образом:

$$\mathbf{D}_d = \begin{bmatrix} D_p \tau_z^2 + D_t \tau_r^2 & (D_p - D_t) \tau_z \tau_r \\ (D_p - D_t) \tau_z \tau_r & D_p \tau_r^2 + D_t \tau_z^2 \end{bmatrix},$$

$\tau = \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}$. Тензор Λ находится аналогично $\mathbf{D}$. В уравнении (2.2) h_i - массовая энтальпия,

$\dot{\rho}_i$ - изменение плотности i -го компонента в результате химических реакций, причем $\sum_i \dot{\rho}_i = 0$. Тензорные, как и векторные величины, обозначены прямым жирным шрифтом. В (2.6) средняя молярная масса M определяется через массовые доли компонентов c_i : $1/M = \sum_i c_i / M_i$.

При физико-математическом анализе ФГТ часто рассматривается одномерная задача: предполагается, что кинетика тепловыделения контролируется одним (недостающим) компонентом, пренебрегается градиентом давления в системе и некоторыми функциональными зависимостями параметров. В этом случае систему основных уравнений можно записать в виде

$$(c\check{\rho}) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \alpha(T - T_g) - \beta(T - T_o), \quad (2.7)$$

$$(c\check{\rho})_g \frac{\partial T_g}{\partial t} + (c\check{\rho})_g u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x} + \alpha(T - T_g) + \check{\rho} QW(y, T_g), \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + u_g \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial y}{\partial x} - W(y, T_g). \quad (2.9)$$

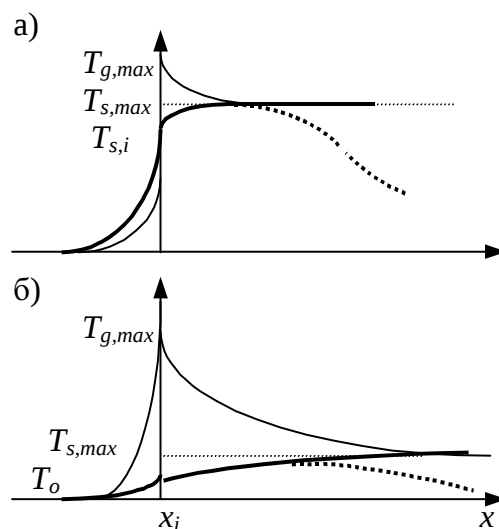
Здесь использованы стандартные обозначения, индекс g относится к газовому компоненту, параметры твердой фазы не имеют индексов, пористость m входит неявно через объемно-усредненные плотности: $\check{\rho}_g = m\rho_g$, $\check{\rho}_s = (1-m)\rho_s$. В дальнейших аналитических выкладках используются объемно-усредненные плотности

$\tilde{\rho}_g$ и $\tilde{\rho}_s$ (если не указано обратное), при этом для удобства записи знак *тильда* опускается.

Очевидно, что при исчезновении теплового взаимодействия газа и каркаса, т.е. $\alpha \rightarrow 0$, уравнение (2.7) выпадает и задача становится тождественной стандартной задаче о распространении нормального пламени [45, 46]. При очень интенсивном тепловом взаимодействии, когда $\alpha \rightarrow \infty$, температурные поля газа и каркаса совпадают, уравнения (2.7) и (2.8) объединяются и задача опять приобретает характер задачи о нормальном распространении пламени с существенно (на два - четыре порядка) меньшими скоростями. Плавное изменение параметров, контролирующих связь между температурными полями газа и каркаса, приводит к перестройке температурных полей и скорости распространения горения.

Если система имеет достаточную протяженность, то при любой разности температур $(T_g - T_s)$ в зоне горения температуры успевают релаксировать к равновесному значению на некотором удалении от фронта. Тогда квазистационарные волны ФГТ в зависимости от интенсивности теплового взаимодействия фаз могут иметь тепловую структуру, представленную на **рис.2.3**.

Рис.2.3. Характерные температуры и температурные профили газа (тонкая линия) и твердой фазы (жирная линия) при сильной (а) и слабой (б) тепловой связи. Штриховая линия показывает температуру в неadiaбатической системе



В случае сильной тепловой связи (**рис.2.3,а**) разогрев газа до температуры инициации химического тепловыделения происходит преимущественно за счет передачи тепла от горячего каркаса. В свою очередь, газообразные продукты реакции отдают тепло каркасу и тем самым формируют выраженный тепловой фронт в твердой фазе. При слабой связи (**рис.2.3,б**) температура каркаса нигде не превышает температуру газа. Подогрев свежей смеси осуществляется за счет теплопереноса в газе, при этом каркас играет роль теплового резервуара. Общим в обоих случаях является существование пика температуры газа в зоне горения и области тепловой релаксации температур газа и каркаса к общей равновесной температуре.

Рассмотрим протяженную одномерную адиабатическую систему, в которой со скоростью u_w распространяется квазистационарная волна ФГТ. В низкоскоростных режимах скорость волны связывают со скоростью тепловой волны в твердом каркасе, в высокоскоростных режимах она определяется перемещением пика температуры газа. Просуммируем уравнения (2.7), (2.8), предварительно перейдя к движущейся с фронтом горения системе координат с помощью подстановки $\partial/\partial t \rightarrow -u_w \cdot \partial/\partial x$:

$$(c\rho)_g(u_g - u_w) \frac{\partial T_g}{\partial x} - (c\rho)_s u_w \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + Q \rho_g W(y, T_g). \quad (2.10)$$

Проинтегрируем (2.10) по x в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ с учетом граничных условий

$$\frac{\partial T_g(-\infty)}{\partial x} = \frac{\partial T_g(+\infty)}{\partial x} = \frac{\partial T(-\infty)}{\partial x} = \frac{\partial T(+\infty)}{\partial x} = 0, \quad T_g(-\infty) = T(-\infty) = T_0, \quad T_g(+\infty) = T(+\infty) = T_{s,m}$$

и интегрального баланса

$$Q \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_g W(y, T_g) dx = (c\rho)_g(u_g - u_w) \Delta T_{ad}.$$

В результате придем к уравнению

$$\frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T_{s,m}} = \left(1 - \frac{u_w}{u_g - u_w} \cdot \frac{(c\rho)_s}{(c\rho)_g} \right). \quad (2.11)$$

В случае сильной тепловой связи и соответственно низких скоростей волны выполняется условие $u_g \gg u_w$ и равенство (2.11) примет вид

$$\Delta T_{ad} / \Delta T_{s,m} = 1 - u_w / u_t \equiv 1 - u, \quad (2.12)$$

где введена безразмерная $u \equiv u_w / u_t$ и тепловая $u_t \equiv \left\langle \frac{u_g (c\rho)_g}{(c\rho)_s} \right\rangle$ скорости волны

(угловые скобки означают усреднение по температурному интервалу изменения всех параметров). Как следует из (2.11), температура в адиабатических спутных (перемещающихся в направлении фильтрации газа) волнах ФГГ превышает адиабатическую температуру горения газовой смеси. Это явление служит основанием для использования термина *сверхадиабатическое* горение, широко употребляемого в отечественной литературе. Уравнение (2.11) сохраняет силу и для случая слабой тепловой связи. При этом пренебречь скоростью волны u_w по сравнению с u_g нельзя.

В частном случае $u_w = 0$, который соответствует “погруженному” в пористую среду стационарному пламени, $\Delta T_{ad} = \Delta T_{s,m}$. Очевидно, что тот же результат можно получить, составив глобальный тепловой баланс системы с учетом перемещения горячей области каркаса

$$(c\rho)_g(u_g - u_w) \Delta T_{ad} = (c\rho)_g(u_g - u_w) \Delta T_m - (c\rho)_s u_w \Delta T_m.$$

Вопрос о скорости распространения квазистационарных волн в теории горения рассматривается как задача о согласовании функции тепловыделения и температурных профилей в высокотемпературной зоне (зоне протекания химической реакции). При этом используется предположение, согласно которому вся тепловая энергия выделяется в узкой температурной и пространственной зоне, а приближение для профилей температур строится на основе решения в инертной зоне [45]. Аналогичным образом можно исследовать и фильтрационное горение. Выберем в качестве

физически правдоподобного в области химической реакции решение (2.9) для концентрации в инертной зоне (без химической реакции)

$$y = 1 - \exp(((u_g - u_w) / D)x) \quad (2.13)$$

и линейную аппроксимацию некоторого решения для температуры в области координаты $x_i = 0$

$$T_g = T_{g,m} + T'(0) \cdot x. \quad (2.14)$$

Здесь и далее *итрих* означает дифференцирование. Примем для определенности первый порядок реакции и используем преобразование Франк-Каменецкого [45, 46] аррениусовской функции

$$W(y, T) = y \cdot z \cdot e^{-E/RT} \cong y \cdot z \cdot e^{-1/\beta} \exp\left(\frac{E(T - T_m)}{RT_m^2}\right), \quad (2.15)$$

где $\beta = RT_m / E$. Проинтегрируем функцию тепловыделения, используя модельные концентрацию и температуру (2.13), (2.14):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} W(y, T) dx &= z \cdot e^{-1/\beta} \int_{-\infty}^0 (1 - \exp(((u_g - u_w) / D)x)) \cdot e^{((T' / T_m) / \beta)x} dx = \\ &= z \cdot e^{-1/\beta} \left[\frac{\beta T_m}{T'} - \frac{1}{(u_g - u_w) / D + T' / (\beta T_m)} \right]. \end{aligned} \quad (2.16)$$

В стационарном случае интеграл от источника равен полному притоку тепла в систему:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Q \rho_g W(y, T) dx = (c\rho)_g (u_g - u_w) \Delta T_{ad}. \quad (2.17)$$

Таким образом, из (2.16) и (2.17) следует выражение для скорости волны

$$(u_g - u_w)^2 = \frac{z \cdot e^{-1/\beta} \beta T_m (u_g - u_w)}{\Delta T_{ad} T'} \left/ \left[1 + \frac{T'}{\beta T_m} \frac{D}{u_g - u_w} \right] \right. \quad (2.18)$$

Заметим, что если T' рассчитать по михельсоновскому профилю нормального пламени (без пористой среды) $T' = T_m (c\rho)_g (u_g - u_w) / \lambda$, то с точностью до коэффициента порядка единицы приходим к стандартному выражению для скорости нормального пламени (5.41). В работе [47] формула (2.18) анализируется с использованием модельных профилей температуры, полученных при решении двухтемпературной адиабатической задачи и полуэмпирической формулы, связывающей теплоотдачу и скорость фильтрации (1.18). При этом получены зависимости скорости фронта от скорости фильтрации и численно рассчитаны бифуркационные кривые, разделяющие плоскость параметров на низкоскоростные и высокоскоростные режимы. На **рис. 2.4** в плоскости параметров u_g и d_0 представлены области, соответствующие различному

поведению системы согласно [47]. При фиксированном значении скорости фильтрации и достаточно малом диаметре пор уравнение имеет одно решение, описывающее малые скорости распространения волн горения. С увеличением диаметра пор до некоторой критической величины появляются уже два решения. Одно из них соответствует РВС, а второе (неустойчивое) с дальнейшим ростом d_0 перемещается к решению для РНС, а при достижении второго критического значения – сливается с ним. При дальнейшем росте диаметра пор существует лишь высокоскоростное решение. В промежуточной области на диаграмме теоретически возможны оба режима горения, в зависимости от способа инициирования волны. Практическое значение этого положения авторами [47] не исследовалось. В частности, не выяснен вопрос об устойчивости решения в промежуточной области, об особенностях тепло- и массообмена в этом режиме.

При решении системы (2.7)-(2.9) удобно привести ее к безразмерному виду [33,47,48]. Обезразмеривание может быть проведено с помощью следующих переменных и параметров:

$$\begin{aligned}\xi &= x(c\rho)_g u_g / (\lambda_s + \lambda_g), \quad \theta = \frac{T_g - T_0}{T_{g,m} - T_0}, \\ \Theta &= \frac{T_s - T_0}{T_{g,m} - T_0}, \\ \Delta &= \frac{D(c\rho)_g}{\lambda_s + \lambda_g}, \quad \Lambda_s = \frac{\lambda_s}{\lambda_s + \lambda_g}, \quad \Lambda_g = \frac{\lambda_g}{\lambda_s + \lambda_g}, \\ A &= \alpha(\lambda_s + \lambda_g) / (c\rho u)_g, \quad B = \beta(\lambda_s + \lambda_g) / (c\rho u)_g, \\ \sigma &= \frac{(c\rho)_s}{(c\rho)_g}, \quad \omega = \frac{u_g - (1 + \sigma)S_{f,s}}{u_g - S_{f,s}}, \quad \tau = \frac{(\lambda + \lambda_g)}{(c\rho u)_g^2} z e^{-1/\beta}, \quad \beta = RT_{g,m} / E.\end{aligned}\quad (2.19)$$

Путем подстановки (2.19) в (2.7)-(2.9) и перехода к движущейся с фронтом горения системе координат придем к системе

$$\frac{d}{d\xi} \Lambda_s \frac{d\Theta}{d\xi} - (\omega - 1) \frac{d\Theta}{d\xi} + A(\theta - \Theta) - B\Theta = 0, \quad (2.20)$$

$$\frac{d}{d\xi} \Lambda_g \frac{d\theta}{d\xi} - \frac{d\theta}{d\xi} - A(\theta - \Theta) + y_b \tau w(y, \theta) = 0, \quad (2.21)$$

$$\frac{d}{d\xi} \Delta \frac{dy}{d\xi} - \frac{dy}{d\xi} - \tau w(y, \theta) = 0. \quad (2.22)$$

Граничные условия:

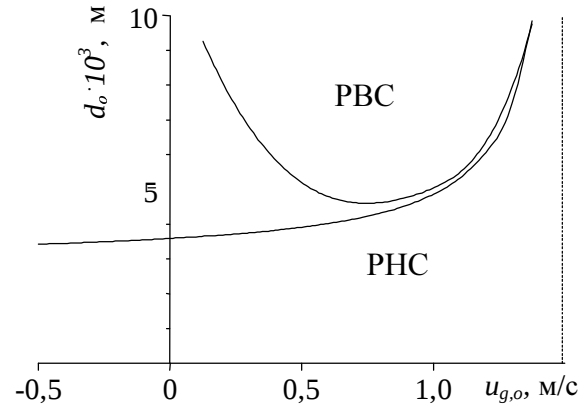


Рис.2.4. Области существования режима низких и высоких скоростей согласно [47]

$$\theta = \Theta = 0, \quad y = 1 \quad \text{при} \quad \xi = -\infty,$$

$$d\theta/d\xi = d\Theta/d\xi = 0, \quad y = 0 \quad \text{при} \quad \xi = -\infty.$$

Общим подходом для решения системы (2.20)-(2.22) является нахождение решения слева и справа от узкой зоны химического реагирования, а затем определение свободных постоянных интегрирования с помощью условий сшивки. Важный момент при решении системы - необходимость понизить порядок характеристического уравнения, по крайней мере, до третьего. В противном случае аналитическое исследование системы уравнений становится практически невозможным. Система 3-го порядка может быть получена из (2.20)-(2.22) в пренебрежении теплопроводностью газа:

$$\begin{aligned}\Theta' &= \Omega, \\ \Lambda_s \Omega' &= (\omega - 1)\Omega - A\theta + (A + B)\Theta, \\ \theta' &= -A\theta + A\Theta.\end{aligned}\tag{2.23}$$

В работе [47] выведена система, первые два уравнения которой соответствуют первым уравнениям (2.23), а третье следует из первого интеграла системы в адиабатическом случае ($B = 0$), при этом газовой теплопроводностью не пренебрегают. Покажем его вывод. Умножим (2.20) на y_b , просуммируем уравнения (2.20)-(2.22) и проинтегрируем в пределах от $-\infty$ до ξ :

$$\Lambda_s \Theta' + \Lambda_g \theta' + y_b \Delta y' - (\omega - 1)\Theta - \theta - y_b(y - 1) = 0.\tag{2.24}$$

Вычислим первый интеграл (2.22) с учетом условий $\theta(0) = 1$ и $d\theta(0)/d\xi = 0$.

$$\begin{aligned}\Delta y' - y + 1 &= 0, \quad \xi < 0; \\ \Delta y' - y &= 0, \quad \xi > 0.\end{aligned}\tag{2.25}$$

Подстановка (2.25) в (2.24) вместе с тождеством $\Theta' = \Omega$ дает искомое третье уравнение системы:

$$\begin{cases} \Lambda_g \theta' = -\Lambda_s \Omega + (\omega - 1)\Theta + \theta, & \xi < 0, \\ \Lambda_g \theta' = -\Lambda_s \Omega + (\omega - 1)\Theta + \theta - y_b, & \xi > 0. \end{cases}\tag{2.26}$$

Системы (2.23), а также (2.23) и (2.26) приводят к характеристическому уравнению третьего порядка, корни которого задают решения для функций θ, Θ . Не будем выписывать выражения для профилей температур, поскольку они не содержат наглядных физически существенных результатов. Отметим следующее. Характеристические уравнения систем имеют три вещественных корня – один положительный и два отрицательных. Поэтому решения имеют общий вид

$$\begin{cases} \theta = ae^{\mu_1 \xi} \\ \Theta = be^{\mu_1 \xi} \end{cases} \quad \text{при} \quad \xi < 0,\tag{2.27}$$

$$\begin{cases} \theta = ce^{\mu_2 \xi} + de^{\mu_3 \xi} \\ \Theta = fe^{\mu_2 \xi} + ge^{\mu_3 \xi} \end{cases} \text{ при } \xi > 0. \quad (2.28)$$

Следовательно, при условии моментального (достаточно быстрого) протекания химической реакции температурные профили газа и твердой фазы в области прогрева подобны и задаются одинаковыми экспоненциальными функциями. Этот факт будет использован ниже (раздел 2.3.1) для построения упрощенной модели ФГГ.

2.3.1. Анализ одномерных задач фильтрационного горения при сильной тепловой связи с каркасом

Как видно из вышеприведенного анализа, возможности точного решения и получения явных параметрических зависимостей для макроскопических и структурных характеристик ФГГ ограничены. При этом важные качественные и количественные соотношения можно получить исходя из определенных модельных допущений и физически разумных предпосылок. Так, рассмотрение энергетического баланса волны ФГГ приводит к связи максимальной температуры и скорости распространения волны горения (2.12). Однако без детализации механизмов теплообмена и химического тепловыделения невозможно определить такие важные параметры волны ФГГ, как u_ω , $\Delta T_{\max}$ и др.

Широкое распространение при анализе ФГГ получило *однотемпературное приближение*, при котором температуры газа T_g и твердой фазы T_s полагаются равными вследствие высокой интенсивности межфазового теплообмена $\alpha \rightarrow \infty$. При этом уравнения (2.7) и (2.8) сводятся к одному:

$$(c\rho + (c\rho)_g) \frac{\partial T}{\partial t} + u_g (c\rho)_g \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda + \lambda_g) \frac{\partial T}{\partial x} - \beta(T - T_o) + QW(y, T). \quad (2.29)$$

В равномерно движущейся с волной системе координат уравнение (2.29) примет вид

$$u_g (c\rho)_g \left(1 - u - \frac{u_\omega}{u_g}\right) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda + \lambda_g) \frac{\partial T}{\partial x} - \beta(T - T_o) + QW(y, T). \quad (2.30)$$

Поскольку выполняются условия $u_\omega / u_g \sim 10^{-3}$ и $\lambda_g \ll \lambda$, соответствующими членами уравнения (2.30) пренебрегаем при его интегрировании.

Приближение моментальной реакции предполагает бесконечно быстрое протекание реакции горения при достижении газом некоторой температуры T_i (или координаты), т.е. $W(y, T) = \delta(T_i)$. Заметим, что в однотемпературном приближении температура зажигания T_i является также и максимальной температурой в волне ФГГ. В этом приближении легко может быть получено практически важное соотношение, связывающее безразмерную скорость фронта ФГГ с температурой зажигания и параметрами теплопотерь (см. раздел 3.3, а также [48]):

$$u \equiv \frac{u_\omega}{u_t} = 1 - \sqrt{\left(\frac{\Delta T_{ad}}{\Delta T_{\max}}\right)^2 - \frac{4\beta A}{\alpha}}, \quad (2.31)$$

где A - кондуктивно-конвективный параметр, $A = \frac{\alpha\lambda}{u_g^2(c\rho)_g^2}$. Значения зависящих от температуры величин в (2.31) берутся при максимальной в волне горения температуре.

В указанном приближении, пренебрегая объемными теплотерями ($\beta = 0$), можно легко получить стационарные профили для плоской, сферической и цилиндрической геометрий фронта ФГГ. Так, для плоской волны при постоянном коэффициенте теплопроводности $\lambda = \text{const}$ интегрирование (2.30) дает

$$T = T_o + \Delta T_i \exp\left(\frac{u_g(c\rho)_g(1-u)}{\lambda}(x - x_i)\right), \quad x_i - x. \quad (2.32)$$

Если коэффициент λ соответствует диффузии излучения $\lambda = \lambda_o T^3$ (см. **раздел 2.4.1**), после интегрирования (2.30) имеем

$$x - x_i = \frac{\lambda_o T_o^3}{u_g(c\rho)_g(1-u)} \left(\frac{T - T_i^3}{3} + \frac{T - T_i^2}{3} + \frac{T - T_i}{3} + \ln \frac{T - T_o}{T_i - T_o} \right), \quad x_i - x. \quad (2.33)$$

Для цилиндрического и сферического лапласиана интегрирование по радиальной координате от 0 до r_i приводит к решениям

$$T = T_o + (T_i - T_o)(r/r_i)^b, \quad r < r_i, \quad (2.34)$$

и

$$T = T_o + (T_i - T_o) \exp(b'/r_i - b'/r)^{b'}, \quad r < r_i, \quad (2.35)$$

соответственно. Здесь $b = c_g G / (2\pi L \lambda)$, где G - массовый расход, $G = 2\pi L \rho_g u_g$; L - длина цилиндра; $b' = c_g G' / (4\pi \lambda)$, G' - массовый расход в случае сферической геометрии, $G' = 4\pi r^2 \rho_g u_g$, в обоих случаях $\lambda = \text{const}$.

Хотя приближение моментальной реакции позволяет интегрировать (2.30) аналитически, существенным является то, что задача становится недоопределенной и допускает решения с различными максимальными температурами в волне. Чтобы избежать произвола, характерная температура в волне должна быть определена из дополнительных физических моделей и допущений. В качестве характерной температуры чаще всего выбирают температуру пористого тела, соответствующую зажиганию горючей смеси $T_{s,i}$ (инициирования химической реакции). Отметим, что определения температуры зажигания различаются в зависимости от контекста конкретной решаемой задачи (см., например, формулу (2.37) и определения, связанные с теорией теплового взрыва [47,48], - формула (3.36)).

В работе [47] представлено решение задачи в однотемпературном приближении с помощью аппроксимации Франк-Каменецкого для аррениусовской скорости реакции. При этом использованы методы так называемой встречной экстраполяции и сращиваемых асимптотических разложений.

При учете брутто-реакции в форме закона Аррениуса и тем более многостадийных реакций получить точное аналитическое решение в конечных функциях невозможно. Однако для аррениусовской кинетики первого порядка удалось найти аналитическое эвристическое решение, аппроксимирующее точное решение в широком диапазоне параметров с точностью 1-2 % [49]. Более подробно данное решение будет представлено ниже (**раздел 2.3.2**).

В ряде исследований [47,48,50] приводятся аналитические решения *двухтемпературной* задачи (2.7)-(2.9). Так, в [47] анализировалось двухтемпературное решение в приближении моментальной реакции. Там же решалась аналогичная задача с учетом внешних теплопотерь, описываемых ньютоновской теплоотдачей. Для вычисления температуры зажигания $T_{s,i}$ авторами [47] используется формальная аналогия с задачей о тепловом взрыве, где безразмерная пространственная переменная трактуется как безразмерное время. При этом, учитывая условия критических для теплового взрыва теплопотерь, они получают нелинейное уравнение, определяющее температуру и скорость волны.

Двухтемпературное решение задачи ФГГ в приближении моментальной реакции представлено в [50], однако вопрос об иницировании химической реакции не рассматривается, вследствие чего макроскопические характеристики волны горения - скорость и максимальная температура - не определяются.

В работе [48] аналитически решается двухтемпературная задача с учетом внешних теплопотерь в приближении моментальной реакции. Для расчета температуры иницирования реакции авторами используются представления о тепловом взрыве элемента газового объема, имеющего характерный размер порового пространства d_0 , с учетом выгорания реагента. При этом получено выражение

$$\frac{\exp(E/RT_{s,i}-1)}{(E/RT_{s,i})^{7/3}} = \left(\frac{\Delta T_{ad}^2 R^5}{2\pi^2 E^5} \right)^{1/3} \frac{d_0 m T_0 K}{u_{g,0}}. \quad (2.36)$$

Обозначения (2.36) стандартны. Отметим следующие недостатки при оценках температуры зажигания $T_{s,i}$, выведенных на основе теории теплового взрыва (2.36) [47, 48]:

- 1) в уравнениях отсутствуют параметры межфазового теплообмена и теплофизические характеристики твердой фазы;
- 2) при выводе формул температуры газовой и твердой фаз приняты одинаковыми, хотя в задачах о зажигании они физически неравнозначны [45];
- 3) использование подходов теории теплового взрыва для определения температуры зажигания $T_{s,i}$ можно считать правомерным, если временной τ_{ad} и пространственный масштабы теории Зельдовича - Франк-Каменецкого меньше характерных масштабов задачи ФГГ, определяемых размерами пор d_0 и скоростью течения газа. Реально эти условия не выполняются при высоких скоростях прокачки и низкой калорийности газов, в случае малой пористости, высоких тепловых потерь и т.д.;
- 4) ФГГ может осуществляться, в принципе, и при невыполнении условия малости параметров теории теплового взрыва Зельдовича - Франк-Каменецкого: RT_{ad}/E и параметра выгорания.

Формулы, получаемые в результате последовательного двухтемпературного решения задачи, громоздки и неявны. Поэтому они требуют решения нелинейных уравнений или систем уравнений при определении температуры зажигания и других параметров. Для инженерных расчетов и физического анализа значительный интерес представляют модели, приводящие к явным выражениям. Рассмотрим метод решения задачи о ФГТ, основанный на двухтемпературном приближении и приводящий к явным зависимостям для температуры фронта.

2.3.2. Упрощенная двухтемпературная модель фильтрационного горения

Будем считать, что зажигание газа происходит в тот момент, когда поток тепла, связанный с химическим тепловыделением, сравнивается по величине с потоком межфазового конвективного теплообмена $q_{s,g}$:

$$q_{s,g} = \alpha \Delta T_{s,g} = Q \rho_g y_0 z \exp(-E / R(T_0 + \Delta T_{s,i} + \Delta T_{s,g})), \quad (2.37)$$

где y_0 - начальная массовая концентрация активного компонента, $\Delta T_{s,g}$ - межфазовый разрыв температур в момент зажигания, $\Delta T_{s,i} = T_{s,i} - T_0$, как показано на диаграмме

рис.2.5. Уравнение (2.37) записано с учетом кинетики первого порядка, хотя аналогично может быть сформулировано равенство для реакции любого порядка.

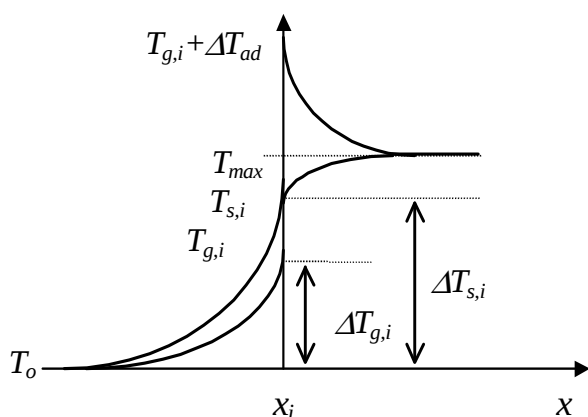


Рис.2.5. Характерные температуры двухтемпературной модели ФГТ

Как отмечалось выше (см. формулу (2.27)), профили температур твердой и газовой фаз подобны, т.е. задаются одинаковыми экспонентами в области, где химическим тепловыделением можно пренебречь [47,48,50]. Воспользовавшись этим свойством, примем, что показатель экспоненты для области $x < x_i$ соответствует однотемпературному решению, и выразим градиент температуры газа в момент зажигания согласно (2.32):

$$\frac{\partial T_g}{\partial x} = (\Delta T_{s,i} - \Delta T_{s,g}) \frac{u_g (c\rho)_g (1-u)}{\lambda}. \quad (2.38)$$

Пренебрегая диффузией газа и скоростью химического тепловыделения в инертной зоне, из (2.8) получим

$$\frac{\partial T_g}{\partial x} = \frac{\alpha \Delta T_{s,g}}{u_g (c\rho)_g} . \quad (2.39)$$

Приравнивая (2.38) и (2.39), находим

$$\Delta T_{s,g} = \frac{\Delta T_{s,i}}{1 + \frac{\alpha \lambda}{u_g^2 (c\rho)_g^2 (1-u)}} \quad (2.40)$$

или, используя (2.12) и конвективно-кондуктивный параметр $A \equiv \frac{\alpha \lambda}{u_g^2 (c\rho)_g^2}$,

$$\Delta T_{s,g} = \frac{\Delta T_{ad}}{(\Delta T_{ad} / \Delta T_{s,i}) + A} . \quad (2.41)$$

Из (2.40), (2.41) следует, что $\Delta T_{s,g} < \Delta T_{s,i}$ при любой скорости фильтрации газа u_g , однако значение межфазового разрыва температур $\Delta T_{s,g}$ не ограничено, поскольку $\Delta T_{s,i}$ и $\Delta T_{s,g}$ монотонно растут с увеличением скорости фильтрации. Учитывая, что $\Delta T_{s,g}$ не может превышать ΔT_{ad} ни при каких u_g (так как в противном случае исчезает тепловой источник для твердой фазы), скорректируем (2.41), сделав допущение, что $\Delta T_{ad} / \Delta T_{s,i} = 1$. Физическое обоснование этого допущения: 1) при малых скоростях фильтрации u_g оно не влияет на точность (2.41), так как $\Delta T_{ad} / \Delta T_{s,i} \ll A$; 2) при средних и больших скоростях фильтрации это допущение ликвидирует упомянутое выше физическое противоречие и, следовательно, адекватно корректирует (2.41). Дальнейший анализ и тестирование показали, что данное предположение является критическим для увеличения точности модели при больших скоростях фильтрации.

Таким образом, имеем

$$\Delta T_{s,g} = \frac{\Delta T_{ad}}{1 + A} . \quad (2.42)$$

Подставляя (2.42) в (2.37), получаем

$$T_{s,i} \equiv \Delta T_{s,i} + T_0 = \frac{\Delta T_{ad}}{1 + A} + \frac{E}{R} \left[\ln \left(\frac{Q \rho_g y_0^z (1 + A)}{\alpha \Delta T_{ad}} \right) \right]^{-1} . \quad (2.43)$$

В рамках данного подхода первое слагаемое уравнения (2.43) интерпретируется как величина разделения температур между твердой и газовой фазами в момент зажигания $\Delta T_{g,s}$, второе слагаемое – абсолютная температура газовой фазы, соответствующая зажиганию смеси $T_{g,i}$, т.е. $T_{s,i} \equiv \Delta T_{s,i} + T_0 = \Delta T_{g,s} + T_{g,i}$.

Важнейший параметр ФГГ – скорость распространения волны – может быть рассчитан при помощи уравнения (2.12) или (2.31) (в условиях существенных объемных теплопотерь). В качестве максимальной температуры в (2.12) и (2.31) возможно использовать температуру зажигания $\Delta T_{s,i}$, хотя очевидно, что

максимальная температура $\Delta T_{\max}$ превышает температуру зажигания на некоторую величину $\Delta T_{s,i-\max}$. Оценим это превышение в стационарной точке (волна покоится относительно каркаса), поскольку решения, близкие к стационарному, представляют наибольший интерес для инженерных расчетов ФГГ газов. Величина $\Delta T_{s,i-\max}$ может быть найдена в рамках двухтемпературного приближения, моментальной реакции и с учетом оценки (2.42):

$$\Delta T_{s,i-\max} = \frac{\Delta T_{ad}}{\left(1 + \frac{1}{A}\right) \left(\frac{\sqrt{A}}{2} + \sqrt{\frac{A}{4} + 1} \right)}. \quad (2.44)$$

Из (2.44) следует, что $\Delta T_{s,i-\max}$ - куполообразная функция от A , обращающаяся в нуль при $A \rightarrow 0$ и $A \rightarrow \infty$, имеющая максимум при $A \sim 1$ и не превосходящая величину $\sim \Delta T_{ad} / 5$. Последнее свойство носит универсальный характер, так как не зависит от вида топлива и параметров ФГГ, поэтому разумной, в рамках принятой точности, будет оценка

$$\Delta T_{s,i-\max} \cong 0.1 \Delta T_{ad}. \quad (2.45)$$

Величину $\Delta T_{s,i-\max}$ можно вычислить путем решения нелинейной системы уравнений (2.43), (2.44), если принять в (2.43) $\Delta T_{s,i} = \Delta T_{ad}$. Однако получаемые формулы громоздки, а выигрыш в точности определения $T_{\max}$ незначителен.

В случае цилиндрической или сферической геометрии реактора с фильтрацией топлива от центра к периферии перейти к равномерно движущимся координатам нельзя, однако стационарная ситуация может быть рассмотрена аналогично тому, как это было сделано для плоской волны.

Используем однотемпературные стационарные решения для инертной зоны волны (2.34), (2.35) в качестве приближения для температуры каркаса; считаем, что температура газа в инертной зоне описывается подобной функцией: $T = T_0 + \Delta T_{s,i} (r/r_i)^b$ – каркас, $T_g = T_0 + (\Delta T_{s,i} - \Delta T_{s,g}) (r/r_i)^b$ – газ (для цилиндра) и $T = T_0 + \Delta T_{s,i} \exp(b'/r_i - b'/r)$ – каркас, $T = T_0 + (\Delta T_{s,i} - T_{s,g}) \exp(b'/r_i - b'/r)$ – газ (для сферы).

Применяя в качестве критерия зажигания условие (2.37) и повторяя выкладки (2.38)-(2.40), приходим к формуле для температуры зажигания, подобной (2.43), с той лишь разницей, что величина ΔT_{ad} заменена на $\Delta T_{s,i}$:

$$T_{s,i} \equiv \Delta T_{s,i} + T_0 = \frac{\Delta T_{s,i}}{1+A} + \frac{E}{R} \left[\ln \left(\frac{Q \rho_g y_0^z (1+A)}{\alpha \Delta T_{s,i}} \right) \right]^{-1}. \quad (2.46)$$

При этом $\Delta T_{s,i}$ можно выразить в явном виде, если положить $\Delta T_{s,i} = \Delta T_{ad}$ в логарифмической функции.

Согласно приведенной модели, вид функции температуры зажигания для сферы, цилиндра и плоскости одинаков, несмотря на существенное различие профилей температур. Это объясняется тем, что межфазовое разделение температур и сама температура зажигания определяются исключительно локальными характеристиками системы в точке зажигания: локальной температурой, локальной скоростью фильтрации, локальными коэффициентами теплоемкости, теплопроводности и теплоотдачи, и не зависят от временной и температурной предыстории газовой частицы. Данный результат является следствием принятой нами аррениусовской брутто-кинетики и пренебрежения выгоранием реагента на момент зажигания.

2.3.3. Сравнение моделей ФГГ и рекомендации по их применению

Для проверки модели (2.43) и оценки области ее применимости скорость волны ФГГ вычислялась для двух размеров гранул пористой засыпки: 1 и 5.6 мм в широком диапазоне расходов газа ($G = 0.01 - 10 \text{ кг}/(\text{с}\cdot\text{м}^2)$) и его теплосодержания ($\Delta T_{ad} = 500 - 1500 \text{ K}$). Рассчитанные, согласно (2.12), (2.43) и (2.45), скорости сравнивались с соответствующими величинами, полученными в рамках однотемпературной модели, двухтемпературной модели “скачка” температур, и с одномерным численным решением системы (2.7) - (2.9). Описание указанных моделей и вычислительного алгоритма содержится в [51]. При расчетах теплоемкости и теплопроводности газа и каркаса полагались постоянными, теплотериями пренебрегали. Полученные результаты представлены на **рис. 2.6**.

Проведенные расчеты показывают:

1. *Однотемпературная* модель может использоваться для инженерных расчетов волны ФГГ при малых размерах пор (зерен) каркаса ($d_0 \leq 1 \text{ мм}$), малом теплосодержании топлива ($\Delta T_{ad} \leq 1000$) и малых и средних скоростях фильтрации (расходах) - $G \leq 1 \text{ кг}/(\text{с}\cdot\text{м}^2)$. В противном случае погрешность в определении расхода, соответствующего остановке (нулевой скорости) волны G_{st} может достигать до порядка величины (**рис.2.6,б**). В области больших расходов ($G > 10 \cdot G_{st}$) однотемпературная модель предсказывает линейный рост температуры волны и быстрое приближение скорости волны горения к скорости тепловой волны u_t , в то время как в действительности рост температуры резко замедляется и соответственно замедляется рост скорости волны, не превышая 0.4 – 0.7 от u_t при любых практически достижимых расходах газа. Подробнее этот вопрос рассмотрен в **разделе 2.1.2**.

2. *Двухтемпературная* модель “скачка” температуры (приближение моментальной реакции) хорошо описывает ФГГ для средних и больших расходов, т.е. режимы спутного распространения волны горения. Однако она неприменима для режимов встречного распространения волны, а при расходах, близких к остановке волны, может дать немонотонную зависимость u от G (**рис.2.6,а**). При этом погрешность определения G_{st} может достигать до 100 %.

3. Модель (2.12), (2.43), (2.45) имеет погрешность не более 15 – 25 % (относительно численного расчета) для вычисления характерных температур и скорости волны ФГГ в широком диапазоне значений расходов, теплосодержаний топлива и характерных размеров пор. Она может быть использована для качественного и количественного анализа задач ФГГ, включая нахождение скорости волны ФГГ и характерных температур волны горения.

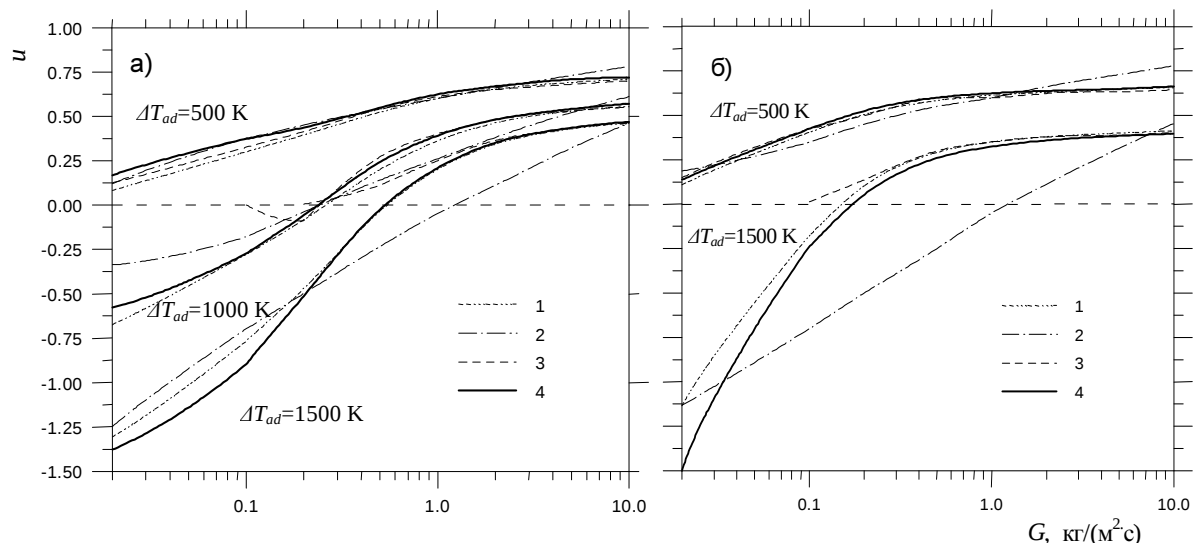


Рис. 2.6. Зависимость безразмерной скорости волны ФГГ от удельного массового расхода топлива G . 1 – модель (2.12), (2.43), (2.45); 2 – однотемпературная модель; 3 – двухтемпературная модель «скачка» температур; 4 – численное интегрирование (2.7)-(2.9) [18]. Диаметр гранул засыпки $d_0 = 1$ мм (а) и 5.6 мм (б)

Реальные технологические системы ФГГ плохо описываются аналитическими моделями *ab initio*. Это связано с многомерностью систем ФГГ, сложным механизмом химической реакции, нестационарностью и неоднородностью физических свойств среды, не говоря уже о том, что теплоемкость и теплопроводность конкретных пористых систем не всегда известны с достаточной точностью. С другой стороны, грубые одномерные модели при правильном выборе основных параметров могут обеспечить хорошие оценки температурных и динамических характеристик волны и соответствующие параметрические зависимости. Это связано с достаточной монотонностью и гладкостью основных функций, определяющих процесс ФГГ. При этом исследователь – инженер – должен правильно оценивать область применения моделей и их точность.

Как было указано выше, вид функции (2.43) обусловлен принятой аррениусовской брутто-кинетикой в пренебрежении выгоранием реагента на момент зажигания. Поэтому при использовании низкокалорийных топлив вблизи их предела воспламенения вопрос о точности данного подхода (равно как и любых других моделей с такими же допущениями) требует дополнительного исследования. Необходимо также иметь в виду, что в случае применения высококалорийных топлив и каркасов с большим размером пор физическая картина горения может измениться в связи с приближением к перемежающемуся СТС – СлТС режиму или к режиму высоких скоростей.

2.3.4. Эвристическая однотемпературная модель фильтрационного горения

В основе любого эвристического метода решения задач лежит удачная гипотеза, позволяющая обойти сложные или неразрешимые обычным путем этапы решения. Примером эвристического метода является решение задачи (2.5)-(2.7) для аррениусовской кинетики первого порядка и однотемпературного приближения, полученное в работе [49]. При решении использовано предположение о том, что во фронте ФГТ с высокой степенью точности выполняется следующее соотношение между безразмерной концентрацией y и температурой T :

$$\exp(-\tilde{E}/T) = \exp(-\tilde{E}/T_{\max})(1-y). \quad (2.47)$$

Здесь $\tilde{E}$ - энергия активации реакции, выраженная в градусах Кельвина, $\tilde{E} = E/R$. При этом необходимые параметры найдутся из системы уравнений (2.9), (2.30) и (2.47). Разрешение системы технически несложно. Покажем, как это делается в пренебрежении теплотериями, газовой диффузией и малыми нестационарными слагаемыми в (2.9), (2.30) ($\beta = 0$, $D_g = 0$, $\partial y / \partial t \cong 0$, $u_w / u_g \cong 0$).

Исключая из (2.9), (2.30) скорость реакции, можно получить уравнение

$$u_g(c\rho)_g(1-u)T' = \lambda T'' - Qu_g\rho_g y', \quad (2.48)$$

где штрихами обозначены производные по координате. Интегрирование (2.48) от $-\infty$ до x с учетом граничных условий $T(-\infty) = T_0$, $y(-\infty) = 1$ позволяет избавиться от второй производной:

$$u_g(c\rho)_g(1-u)(T - T_0) = \lambda T' + Qu_g\rho_g(1-y). \quad (2.49)$$

Далее, учитывая, что $T' = (dT/dA) \cdot A'$, и используя (2.9) получим из (2.49)

$$\frac{dT}{dy} = \frac{u_g \exp(\tilde{E}/T)}{\lambda y z} [Qu_g\rho_g(1-y) - u_g c\rho_g(1-u)(T - T_0)]. \quad (2.50)$$

Подстановка (2.47) в (2.50) приводит к уравнению

$$\frac{QG^2\tilde{E}\exp(\tilde{E}/T_{\max})}{\lambda\rho_g z T_0 T_{\max}} \left[1 + \frac{T_{\max}}{\tilde{E}} \ln(1-y) \left(\frac{1}{y(1-T_0/T_{\max})} - 1 \right) \right] = 1, \quad (2.51)$$

где использовано тождество (2.12) и определение $G = u_g\rho_g$. Достоверность тождества (2.51) эквивалентна достоверности допущения (2.47). Если уравнение (2.51) выполняется в широком диапазоне параметров системы, в том числе значений безразмерной концентрации топлива y , то, зафиксировав y (например, $y = 0.5$), найдем нелинейное уравнение для определения $T_{\max}$:

$$\exp(-\tilde{E}/T_{\max}) = \frac{QG^2\tilde{E}}{\lambda\rho_g z T_0 T_{\max}} \left[1 - \ln 2 \frac{T_{\max}}{\tilde{E}} \frac{(T_{\max} + T_0)}{(T_{\max} - T_0)} \right]. \quad (2.52)$$

В работе [49] отмечено, что величина $T_{\max}$ и пространственный профиль температуры, следующий из (2.52), с точностью $\sim 1\%$ соответствуют численному решению исходной системы уравнений в диапазоне параметров $G = 0.1 - 20 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$, $\Delta T_{ad} = 300 \div 2000 \text{ K}$.

2.4. Особенности моделей тепло- и массообмена при фильтрационном горении газов

Неотъемлемой составной частью модели ФГГ является система подмоделей тепломассообмена и химической кинетики. Выбирая соответствующие модели и уравнения, следует учитывать уровень точности постановки задачи в целом, а также сравнительную точность и достоверность отдельных ее элементов (с учетом цели расчета или анализа). Принципиальная неоднородность пористой среды, объемное усреднение накладывают ограничение на точность расчета локальных и нестационарных параметров (внутрипоровые масштабы длин и времен), которая может быть оценена в $\sim 20\%$. При нахождении усредненных и стационарных величин можно рассчитывать на более высокую точность. Зачастую на практике с большой погрешностью определяются даже простые параметры - плотность вещества каркаса, геометрические характеристики пористой среды и др. В табл. 2.3 приведена характеристика относительной точности параметров модели, полученная на основании исследовательского опыта авторов.

Таблица 2.3

Относительная точность задания параметров моделей ФГГ

№	Параметр, уравнение	Оценка точности	Примечания
1	Термодинамические и теплофизические характеристики газа ($c_g, \lambda_g, D_g, \dots$)	1-5 %	
2	Теплопроводность каркаса (λ_s)	10-30 %	
3	Структурные характеристики каркаса – эффективный диаметр канала, размер структурного элемента	10-30 %	В зависимости от типа пористой среды – упаковка шаров, колец, губчатая среда или др.
4	Параметры модели фильтрации (A, B)	10-100 %	То же
5	Лучистый теплоперенос в каркасе (λ_r)	30-50 %	Погрешность модели + неопределенность оптических свойств поверхности
6	Дисперсионный тепломассоперенос (D, Λ)	30-50 %	
7	Параметры модели химической кинетики	порядок величины	

Как видно из таблицы, наибольшую неопределенность в модель вносит химическая кинетика. Особенное значение это имеет для низкотемпературных каталитических систем при моделировании специализированных химических реакторов. Обсуждение вопросов детальной химической кинетики выходит за рамки данной книги. Следующий уровень неопределенности привносят структурные параметры пористой среды, параметры тепломассообмена в каркасе, а также дисперсия газа. При этом величины, характеризующие позиции № 3 и 4 табл. 2.3, могут быть уточнены простыми экспериментальными методами или содержаться в паспортных данных на пористую среду от производителя. Теплопроводность каркаса (позиция № 2) оказывается несущественной величиной в условиях доминирования лучистого и дисперсионного теплообмена в высокоинтенсивных процессах, а также в режимах СлТС. Модели лучистого и дисперсионного теплопереноса должны быть максимально уточнены как модели, в значительной степени определяющие адекватность моделирования ФГГ.

2.4.1. Лучистый теплообмен в пористой среде

Модели лучистого переноса в пористой среде достаточно хорошо разработаны в современной литературе [12,52,53,54,55,56,57]. В работе [54] исследовано влияние прозрачности каркаса на параметры горелки фильтрационного горения. Аналогично общему моделированию ФГГ перенос излучения можно рассматривать в рамках точечного и объемно-усредненного подхода. В первом случае обычно применяется построение хода лучей или используются угловые коэффициенты. Наибольшее применение такие подходы находят при исследовании упаковок крупных частиц и систем с малой пористостью. В рамках объемно-усредненного подхода пористое тело рассматривается как непрерывная среда и характеризуется локальным значением коэффициента поглощения и рассеяния с соответствующей индикатрисой. Строгое обоснование применимости данного подхода отсутствует, хотя фактически он общепринят. При этом методически важным является вопрос о локальности переизлучения и локальном термодинамическом равновесии элемента пористой среды (т.е. являются ли акты поглощения-испускания точечными или «размазаны» в пространстве элементарной ячейки пористой среды, насколько применимо допущение о локальном термодинамическом равновесии в ячейке в последнем случае). Эта проблема в известной авторам литературе не обсуждалась, хотя при сильных градиентах температур в каркасе ее важность очевидна.

В общем случае для расчета лучистого теплообмена необходимо, во-первых, найти соответствующие локальные коэффициенты поглощения и рассеяния и, во-вторых, принять тот или иной метод решения уравнения переноса. Процедура определения локальных коэффициентов поглощения и рассеяния, согласно принятой методологии, включает [57] выделение представительного элемента пористой среды, расчет сечений поглощения и рассеяния на этом элементе и обобщение полученных результатов на совокупность элементов (дисперсную систему). Каждый из указанных этапов имеет свою специфику в зависимости от типа и характеристик системы. Для систем очень мелких частиц правильной геометрии соответствующие коэффициенты, в частности рэлеевские коэффициенты, рассчитываются по теории Ми. Для больших частиц (волновой фактор $d_0 / \lambda_\gamma > 10$) получить практически приемлемые формулы с помощью теории Ми невозможно. В этом случае используются законы геометрической

оптики и сохранения лучистой энергии. Излучение, попавшее на крупную частицу, разделяется на поглощенную и рассеянную компоненты, причем последняя равна сумме пропущенной, отраженной и дифрагированной энергии: $Q_i = Q_a + Q_s$, $Q_s = Q_t + Q_r + Q_d$. Для того чтобы дифрагированная компонента могла рассматриваться как часть распространяющегося луча, необходим достаточно большой диаметр частицы. Так, согласно [52], подавляющее количество дифрагированного излучения направляется в 5-градусный конус падающего луча, если волновой фактор частицы $d_0 / \lambda_\gamma > 115$. Для непрозрачных частиц можно принять $Q_t = 0$, $Q_a / Q_i = \varepsilon^*$, $Q_s = 1 - \varepsilon^*$. Индикатриса рассеяния, как известно из геометрической оптики [58], изотропна, $I(\vartheta) = 1$, при зеркальной сферической поверхности и близка к таковой, $I(\vartheta) = (8/3\pi)(\sin \vartheta - \vartheta \cos \vartheta)$, при диффузной. В случае полупрозрачного вещества твердой фазы индикатрису рассеяния также можно считать сферически изотропной.

Обобщение модели рассеяния на систему частиц сводится, по существу, к определению условий, при которых рассеяние на отдельной частице может рассматриваться независимо от присутствия других частиц ансамбля (поскольку в противном случае приходим к

чрезмерно сложной задаче о распространении электромагнитных волн в многофазной среде со сложными границами раздела). Независимое рассеяния означает: 1 – тождественность частиц по отношению к излучению, 2 – отсутствие интерференции волн, рассеянных разными частицами, 3 – отсутствие дифракции и интерференции луча на частицах. Допущение 3 ведет к ограничению снизу на размер порового пространства $d_{por} / \lambda_\gamma > 0.5$ [57,59].

Для гранул диаметром порядка нескольких миллиметров и более, это, безусловно, справедливо. В работе [60] сделано предположение о том, что допущение о независимом рассеянии не критично для использования модели представительно-го элемента. По мнению Х. Хоттеля и сотрудников [57], независимое рассеяние имеет место при значительной пористости

ПТ ($m > 0.73$). Как считает М.Кавиани [12], предположение о независимом рассеянии хорошо выполняется для полупрозрачных засыпок (оптическая толщина гранулы $\tau \cong 0.1$), в то время как для непрозрачных засыпок это допущение распространяется на высокопористые системы, а при пористости $m = 0.4$ оно может приводить к многократному завышению пропускания среды. Такое поведение объясняется

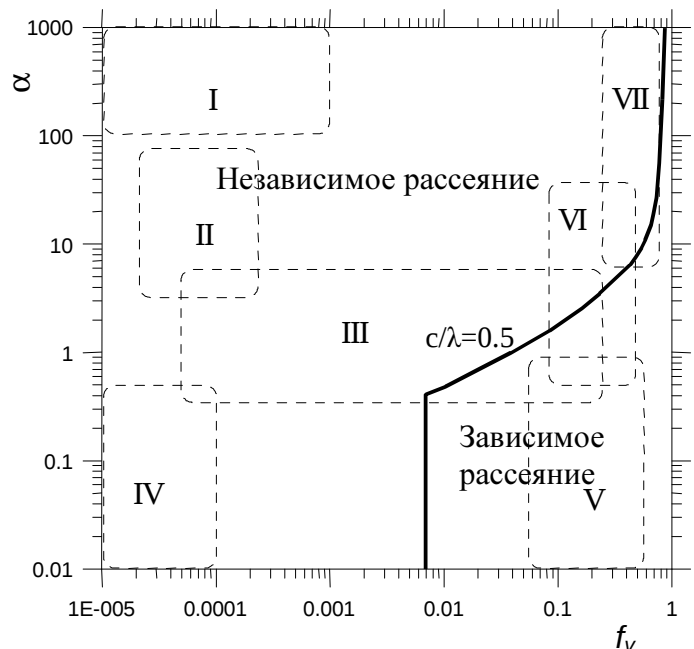


Рис.2.7. Диаграмма режимов независимого и зависимого рассеяния по Тьену [52]. Область I – туман, II – угольная (топочная) пыль, III – коллоидные суспензии, пигменты, наполнители, IV – сажа в пламенах, V – слои микрочастиц, скопления сажи, VI – осажденная сажа, VII – упаковки частиц, псевдооживленные слои

многократным рассеянием, вызванным присутствием окружающих частиц. С.Тьен [52] приводит диаграмму областей независимого и зависимого рассеяния на плоскости параметров волновой фактор (построен на среднем зазоре между частицами) – пористость (рис.2.7).

Несмотря на то, что выводы различных работ, касающиеся условий независимого рассеяния, различаются количественно, их качественное содержание однозначно - это достаточно большая величина размера частиц и зазоров между ними по сравнению с длиной волны излучения.

На практике трудно рассчитать рассеяние на представительном элементе даже для монодисперсной сферической засыпки из-за микропористой структуры реальных керамик и неоднородностей вещества. Поэтому рациональным является экспериментальное определение усредненных оптических характеристик ПТ, а также использование грубых моделей оптических свойств там, где это допустимо. Так, для полупрозрачных засыпок длина пробега кванта выше, чем средний размер пор, хотя рассеяние излучения за счет дифракции, рефракции и интерференции проходящих лучей достаточно велико. Параметры рассеяния могут быть вычислены с использованием теории Ми или геометрической оптики [58, 61]. Однако практически такие расчеты обоснованы при следующих условиях [54]: 1) длина пробега кванта в индивидуальном веществе засыпки значительно (в три раза и более) превышает длину порового пространства; 2) поверхность гранул гладкая, мало рассеивающая; 3) гранулы засыпки имеют регулярную форму и размер. В противном случае более целесообразно приближенно оценить коэффициент рассеяния в засыпке s и далее считать

$$a = (1 - m)a_s, \quad \kappa = s + (1 - m)a_s, \quad (2.53)$$

где a_s - коэффициент поглощения излучения в индивидуальном веществе твердой фазы. В отдельных случаях высокопрозрачных засыпок можно пренебречь рассеянием в (2.53), поскольку обратное рассеяние на больших прозрачных сферических частицах на порядок ниже, чем на непрозрачных [62], а рассеянная компонента практически не участвует в переносе энергии на больших оптических толщинах [58].

Полагаем пористое тело псевдооднородной средой, характеризующейся коэффициентами гибели квантов χ , поглощения a и рассеяния s , $\chi = a + s$. Пренебрегая поглощением в газовой фазе, для непрозрачных засыпок среднюю длину пробега квантов l_0 можно найти с учетом геометрических параметров среды. Соответствующие оценки приведены в (2.61)-(2.64). Используя известную степень черноты вещества каркаса ε^* (или связанные с ней величины альбедо или излучательной способности), оценим эффективные коэффициенты поглощения и рассеяния:

$$a = \varepsilon^*/L, \quad s = (1 - \varepsilon^*)/L. \quad (2.54)$$

В работе [54] средняя длина пробега кванта для ряда засыпок измерена экспериментально (табл. 2.4). Для этой цели приготавливались образцы слоев пористых засыпок из зерен кварца неправильной формы, полых и сплошных шариков из непрозрачного Al_2O_3 . Источником излучения служил лабораторный He-Ne 0.62 μ лазер, в качестве детектора использовался фотометр. Предполагался бугеровский закон поглощения вдоль луча. Толщина слоя засыпки H варьировалась от 0.5 до 1 см (сплошные шарики) и от 1 до 2.5 см (полые шарики и кварц).

Из приведенных в таблице данных следует, что длина пробега кванта в засыпке из кварца и полых шариков Al_2O_3 выше, чем характерный размер пор, что объясняется пропусканием засыпки. Однако это превышение невелико из-за интенсивного рассеяния на шероховатых шариках Al_2O_3 и кварцевых гранулах неправильной формы.

Таблица 2.4

Длина пробега кванта l_0 , измеренная по пропусканию засыпок

Материал засыпки	d_0 , мм	Пористость	L , мм	Измеренная l_0 , мм
Дробленый кварц	4	0.42	3.3	4.1
Полые шарики Al_2O_3	3	0.38	2.5	3.8
Сплошные шарики Al_2O_3	2.8	0.38	2.3	2.3
То же	5.6	0.38	4.7	5.3

Такие материалы, как карбид кремния, асбест, характеризуются высокой степенью черноты. Существует керамика на основе Y_2O_3 , MgO , ZrO_2 и некоторых других оксидов, обладающая высокой прозрачностью для видимого и ближнего ИК - излучения.

Наилучшей прозрачностью в широком диапазоне видимого и ИК - излучения обладает Y_2O_3 керамика. Аморфный кварц и специальный уплотненный корунд (Al_2O_3) характеризуются высокой прозрачностью для видимого и ближнего ИК - излучения с резким уменьшением пропускания на длине волны $\lambda_\gamma \approx 2.7$ мкм для кварца и $\lambda_\gamma \approx 3$ мкм для Al_2O_3 . Изменение оптических свойств этих веществ, в том числе границы пропускания, с ростом температуры, по крайней мере до $T = 1200$ С, несущественно. Подробную информацию о теплофизических и оптических свойствах керамик можно найти в [63,64,65].

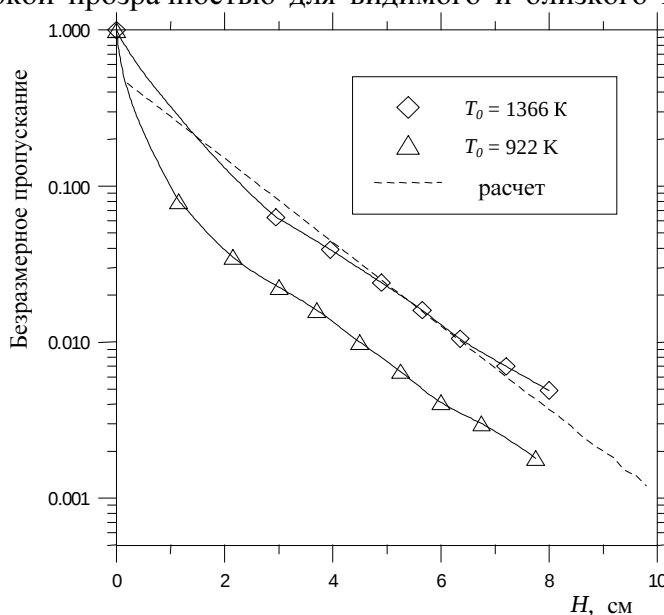


Рис.2.8. Интегральное пропускание засыпки из шариков боросиликатного стекла ($d_0=5$ мм). Сравнение экспериментальных данных Чена, Черчилля [62] с расчетом по методу дифференциального приближения при $l_0=5L$

Более высокое пропускание излучения характерно для засыпок из гранул округлой формы с гладкой (полированной) поверхностью. Если аппроксимировать с помощью модели дифференциального приближения (ДП) переноса излучения экспериментальные данные Чена, Черчилля [62], полученные для засыпки из шариков

боросиликатного стекла диаметром 5 мм, то эффективная длина пробега кванта окажется в пять раз выше размера пор, рассчитанного по (2.63) - **рис.2.8**. Из приведенных на рисунке данных видно, что интегральное пропускание засыпки шариков боросиликатного стекла существенно зависит от длины волны излучения, поскольку пропускание теплового излучения с максимумом интенсивности в более коротковолновой области с $\lambda_{\gamma, \max} = 2.1$ мкм ($T_o = 1366$ K) приблизительно в три раза превышает пропускание теплового излучения с $\lambda_{\gamma, \max} = 3.1$ мкм ($T_o = 922$ K).

Пусть локальные коэффициенты поглощения и рассеяния известны. Для расчета лучистых потоков необходимо воспользоваться тем или иным методом решения уравнений переноса [58,61,66]. Методы можно разделить на точные и приближенные. Точные предполагают непосредственное решение уравнения переноса, приближенные – упрощенную формулировку уравнений. К наиболее распространенным приближенным методам следует отнести методы потоков, сферических гармоник, метод диффузионного приближения. Первые из перечисленных подходов могут быть сформулированы в виде дифференциальных уравнений, поэтому их общее название - *дифференциальное приближение* (не путать с диффузионным приближением). Погрешность дифференциального приближения для серой изотропной среды в отсутствие коллимированных потоков излучения не превышает 30% при средней оптической толщине тепловых неоднородностей и существенно выше в случаях оптически толстой и тонкой сред. Учитывая характерную точность теплофизической части задачи ФГГ (**табл. 2.1**), дифференциальное приближение можно считать оптимальным подходом для моделирования переноса излучения в задачах ФГГ, в том числе в системах с высокой пористостью и полупрозрачной твердой фазой. В работе [54] дифференциальное приближение использовалось для моделирования волн ФГГ в полупрозрачной засыпке, а также для интерпретации экспериментальных данных по пропусканию. В двухпоточковом варианте Шварцшильда - Шустера рабочие уравнения дифференциального приближения имеют вид

$$\nabla\left(\frac{1}{a+s}\right)\nabla U - 4aU + 16a\sigma T_s^4 = 0, \quad (2.55)$$

$$\nabla \mathbf{q} = 4a\sigma T_s^4 - c_o aU, \quad (2.56)$$

$$\mathbf{q} = \frac{1}{3(a+s)}\nabla U, \quad (2.57)$$

с граничными условиями $|\mathbf{q}|_{r_2} = \frac{c}{2}U|_{r_2}$, к которым могут быть добавлены условия симметрии поля излучения $\left.\frac{\partial U}{\partial r}\right|_{r_o} = 0$. Метод дифференциального приближения имеет

ряд особенностей, часто делающих его применение предпочтительнее, чем использование точных методов решения уравнений переноса. В частности, он оперирует интегральным потоком, а не направленной интенсивностью излучения и, следовательно, непосредственно дает результирующий поток на границе, что удобно в теплофизических приложениях. Более подробно со свойствами и применением дифференциального приближения можно ознакомиться в [67,68,69].

При изучении ФГГ в прозрачных пористых телах может возникнуть необходимость рассмотрения селективных оптических свойств среды, как, например,

при описании экспериментов Чена и Черчилля. В этом случае также может быть использовано дифференциальное приближение, примененное к двум или большему числу спектральных диапазонов [68,69].

В большинстве практических расчетов пористую среду полагают непрозрачной и длина пробега квантов оказывается меньше длины тепловой неоднородности. При этом точность дифференциального приближения является избыточной и может быть рекомендован самый простой из приближенных методов расчета переноса излучения – метод *диффузии излучения* (*диффузионное приближение*). Уравнение диффузии излучения выводится из уравнения переноса в пределе оптически плотной среды или малой длины пробега квантов (росселандовское приближение) [61]:

$$\mathbf{q} = \frac{16\sigma T^3}{3(a+s)} \nabla T. \quad (2.58)$$

(Аналогичное выражение может быть получено из уравнений дифференциального приближения (2.55)–(2.57) в пределе $a+s \rightarrow \infty$.) Поток энергии, описываемый уравнением (2.58), соответствует диффузии тепла с коэффициентом диффузии

$$\lambda_{rad} = \frac{16}{3} \frac{\sigma T^3}{(a+s)} = \frac{16\sigma l_o T^3}{3}, \quad (2.59)$$

что и служит основанием для названия *диффузионное приближение*. Между росселандовским пределом в сером газе и пористой среде имеется физическое различие. Оно связано с тем, что в газе с ростом коэффициента экстинкции (гибели квантов) увеличивается поглощение, рассеянное излучение “запирается” и каждая точка излучает и поглощает как черное тело. В пористой среде такой предел не осуществляется, поскольку испускание и поглощение квантов реально происходит на серой поверхности и отраженное излучение участвует в переносе тепла аналогично тому, как это имеет место в системе серых поверхностей. Поэтому для пористой среды физически более адекватно *квазиросселандовское* приближение, выражаемое соотношением

$$\lambda_{rad} = \frac{16\sigma \varepsilon^* l_o T^3}{3}, \quad (2.60)$$

где ε^* – степень черноты поверхности частицы твердой фазы. Таким образом, уравнения (2.58), (2.60) совместно с величиной l_o задают расчетную формулу переноса излучения.

Средняя длина пробега кванта в непрозрачных средах является геометрической характеристикой, которая исследовалась в ряде работ. Так, в работе [53] для оценки l_o в упаковках частиц и высокопористых системах предлагается формула

$$l_o = \frac{2d_0 m}{3(1-m)}. \quad (2.61)$$

Данное выражение – точный расчет средней длины случайных отрезков, соединяющих поверхности сфер в засыпке. Оно может быть получено с использованием принципа

Кавальери-Акера [2]. В системе поперечно расположенных пересекающихся пучков волокон предлагается следующая оценка среднего расстояния и длины пробега квантов [70]:

$$l_o = \frac{\pi d_0}{4(1-m)}. \quad (2.62)$$

Если геометрия пор и твердых частиц подобна, из соображений размерности [54] следует

$$l_o = d_0 \left(\frac{m}{1-m} \right)^{1/3}. \quad (2.63)$$

Таблица 2.5

Параметр E в коэффициенте лучистой теплопроводности

№	Источник	Функция E	E , $\varepsilon^* = 0.35$	E , $\varepsilon^* = 0.85$, CrO ₂
1	Kasperek [75]	Эксперимент	0.54	1.02
2	Chen, Cherchil [62] Wang, Tien [71]	$E = \frac{1}{d(1-\omega + 2B\omega)\sigma_e}$, В – коэффициент обратного рассеяния в двухпоточковом приближении	1.11 (отражение по МИ)	1.06 (геометричес- кое рассеяние)
3	Argo [72]	$E = \frac{\varepsilon^*}{2-\varepsilon^*}$	0.21	0.74
4	Vortmeyer[73]	$E = \frac{2P + \varepsilon^*(1-P)}{(2-\varepsilon^*)(1-P)}$, $P = P(m, \varepsilon) \sim 0.1$	0.35	0.93
5	Shotte [74]	$E = \varepsilon^*$	0.35	0.85
6	(2.60), (2.61)	$E = \frac{8}{9} \frac{\varepsilon^* m}{1-m}$	0.21	0.5
7	(2.60), (2.62)	$E = \frac{\pi}{3} \frac{\varepsilon^*}{1-m}$	0.61	1.48
8	(2.60), (2.63)	$E = \frac{4\varepsilon^*}{3} \left(\frac{m}{1-m} \right)^{1/3}$	0.41	0.99
9	(2.60), (2.64)	$E = \frac{4\varepsilon^*}{3} \left(\frac{\pi/6}{1-m} \right)^{1/3}$	0.45	1.08

В качестве длины пробега кванта в плотных засыпках может быть использовано выражение для расстояния между центрами соседних частиц в эквивалентной упорядоченной решетке

$$l_o = d_0 \left(\frac{\pi/6}{1-m} \right)^{1/3}. \quad (2.64)$$

Как видно, для средних значений пористости формулы (2.61)-(2.64) дают близкие ($\pm 30\%$) значения. В зависимости от типа пористой среды предпочтительной может оказаться та или иная. Представим коэффициент радиационной диффузии в обобщенной форме:

$$\lambda_{rad} = 4\sigma E d_0 T^3$$

и проведем сравнение различных моделей с данными экспериментальных измерений Каспарека [52,75]. В опытах [75] использовалась упаковка, составленная из плоских слоев стальных сварных шаров. Для исключения контактной теплопроводности между слоями оставлялись зазоры, а вся система вакуумировалась. Применялись шары диаметром $d_0 = 1$ см двух типов: полированные стальные ($\varepsilon^* = 0.35$) и покрытые окисью хрома ($\varepsilon^* = 0.85$).

Из данных **табл. 2.5.** следует квазиросселандовский характер зависимости λ_{rad} (пропорциональность степени черноты поверхности), поэтому использование росселандовского приближения (2.59) с геометрической длиной пробега кванта необоснованно. Сопоставление различных моделей диффузии излучения доказывает нецелесообразность отягощения моделей сложными геометрическими и другими параметрами (позиции №2 и 4 **табл. 2.5**). Тьен [52], сравнивая первые пять моделей, выделяет по точности модели Фортмейера [73] и Шотте [74], однако модели (2.60)-(2.63) и (2.60)-(2.64) показывают наилучшее соответствие экспериментальным данным [75]. Можно сделать вывод о том, что в случае плотных упаковок частиц эффективная длина пробега кванта (для диффузионного приближения) несколько больше, чем среднее геометрическое расстояние между поверхностями. Эта особенность имеет прямое отношение к модели элементарной поглощающей и излучающей ячейки и проблеме локального термодинамического равновесия.

Модель объемного усреднения для теплообмена излучением предполагает локальность акта поглощения-испускания квантов и локальное термодинамическое равновесие в эффективной серой среде. (Связывая акты поглощения-излучения с точкой на поверхности твердой фазы, мы тем самым переходим к детальному точечному моделированию переноса излучения.) При этом возможны две противоположные модели поглощения-испускания: 1) поглощение и испускание происходит локально на поверхности реальной частицы, причем поле испускания изотропно (не чувствует существования раздела фаз); 2) поглощение и испускание происходит в условных точках, не обязательно находящихся на поверхности твердого тела (их можно ассоциировать с центрами элементов каркаса). Можно предложить нелокальную модель, согласно которой поглощение-испускание происходит изотропно в ячейках ненулевого объема. Все перечисленные модели физически противоречивы. Первая из них ликвидирует вопрос о локальном термодинамическом равновесии, однако содержит физически неадекватное положение о нечувствительности излучения к присутствию реального раздела фаз, вторая - наоборот. Второй модели соответствует большая длина пробега кванта, учитывающая пробег не только от поверхности до поверхности, но и дополнительный пробег до точки поглощения-испускания, оцениваемый как радиус частицы $d_0/2$. Третья модель, являющаяся, по сути,

промежуточной между двумя первыми, оставляет открытым вопрос о локальном термодинамическом равновесии в случае существенных перепадов температуры на масштабе длины частицы пористой среды. Оценки длины пробега (2.63), (2.64) более адекватны последним моделям. Данные **табл. 2.5** показывают их лучшее соответствие эксперименту. Однако при высоких градиентах температур более адекватной может стать первая гипотеза и соответствующая оценка длины пробега кванта (2.61). В высокопористых системах, где геометрическая длина пробега кванта превосходит характерный размер частиц твердой фазы, следует использовать геометрические оценки длины пробега. При этом диффузионное приближение переноса излучения может оказаться непригодным.

В литературе имеются комбинированные модели теплопроводности пористой среды, сложным образом объединяющие кондуктивный, конвективный и радиационные механизмы, включающие комплекс геометрических и теплофизических параметров упаковки частиц (см. **раздел 1.3**). Согласно модели Кунии [17],

$$\lambda_{eff} / \lambda_g = m(1 + \alpha_1 d_0 / \lambda_g) + \frac{1 - m}{(1/\psi + \alpha_2 d_0 / \lambda_g)^{-1} + (2/3)\lambda_g / \lambda_s}, \quad (2.65)$$

где α_1 , α_2 - коэффициенты теплоотдачи излучением, ψ - фактор, учитывающий геометрию упаковки и отношение теплопроводностей λ_s / λ_g .

Возникает вопрос, насколько эффективны такие модели по сравнению с суммой однородных кондуктивной и лучистой теплопроводности, иначе - аддитивна ли радиационная компонента в общем потоке теплопроводности в пористой среде. Очевидно, в рамках последовательного объемно-усредненного подхода радиационная составляющая аддитивна. Покажем, что модели теплопроводности, сложным образом смешивающие механизмы переноса, не оправданы также и с точки зрения улучшения количественной точности моделирования задачи. На **рис.2.9** представлен расчет эффективных коэффициентов теплопроводности, выполненный по комбинированной формуле Кунии [17] и по аддитивным моделям (2.60),(2.63),(2.65) и (2.60),(2.61),(2.65). В качестве эффективной теплопроводности каркаса используется формула Крупичка [18] (1.12):

$$\lambda_{s,eff} = \lambda_g \left(\lambda_s / \lambda_g \right)^{0.28 - 0.757 \lg m - 0.057 \lg (\lambda_s / \lambda_g)}.$$

Коэффициенты в формуле подобраны на основании сравнения с опытными данными для 163 упаковок частиц, причем разброс опытных точек лежит в пределах $\pm 30\%$. При расчете по (2.65) принято характерное значение теплопроводности вещества каркаса $\lambda_s = 1$, в качестве теплопроводности газа использовались данные для азота. Согласно расчетам (**рис.2.9**), при температурах, больших 1000 К, доминирует лучистая компонента. При длине пробега квантов, промежуточной между величиной, задаваемой (2.61) и (2.63), расчеты по комбинированной формуле и аддитивной совпадают с точностью $\sim 3\%$. Из этого следует, что лучистая компонента практически определяется единственным параметром - длиной пробега квантов и применение комбинированных моделей для улучшения точности расчетов не оправдано. Учитывая общую точность моделей теплопроводности, температурной зависимостью (2.65) можно пренебречь и использовать в качестве эффективной теплопроводности каркаса константу.

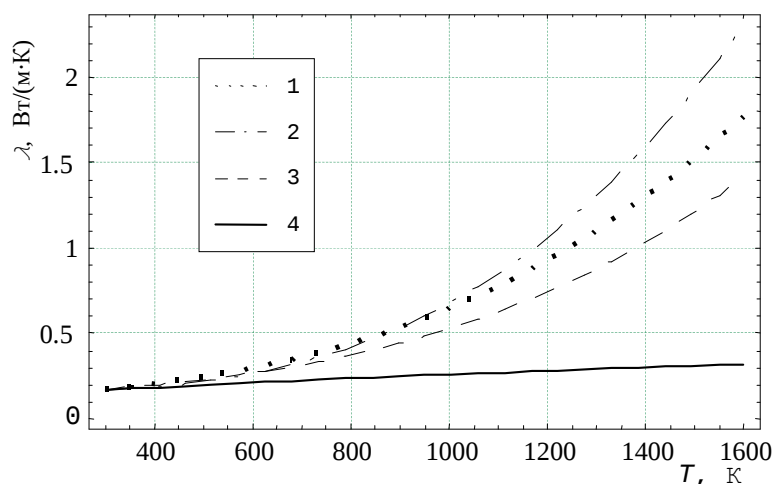


Рис.2.9. Зависимость эффективного коэффициента теплопроводности упаковки шаров от температуры: 1 – комбинированная формула [17], 2 – сумма (2.60), (2.63) и (1.12), 3 – сумма (2.60), (2.61) и (1.12), 4 – эффективная теплопроводность каркаса (1.12). Теплопроводность вещества каркаса $\lambda_s = 1$

2.4.2. Особенности моделей дисперсионного переноса в газовой фазе

Дисперсия (или “разбрызгивание”) газа является важнейшим механизмом переноса, количественно определяющим характеристики систем ФГГ. Этот механизм переноса хорошо изучен как экспериментально [76], так и теоретически [77, 78, 79, 80]. Подробную его характеристику и список литературы по рассматриваемому вопросу можно найти в [2,11,12]. В современных экспериментальных работах для регистрации маркеров перемещения газовых частиц используется ЯМР и другие методы [76]. В настоящее время устоялись модели и данные, которые с достаточной для проблем ФГГ точностью (10-20 %) описывают процессы дисперсии, по крайней мере для упаковок частиц стандартной геометрии. В случае беспорядочных упаковок сферических частиц можно рекомендовать полуэмпирические формулы

$$D_{\parallel} = D_g m / \tilde{T} + 0.5 d_0 u_g, \quad (2.66)$$

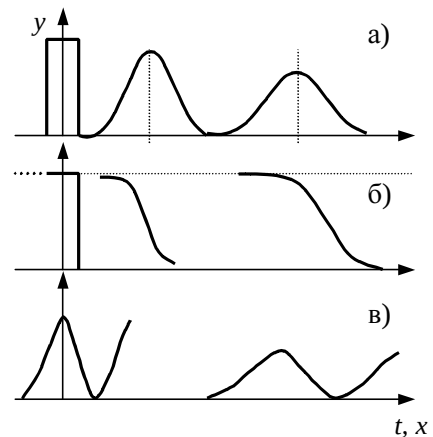
$$D_{\perp} = D_g m / \tilde{T} + 0.1 d_0 u_g, \quad (2.67)$$

где первое слагаемое соответствует молекулярному переносу [2], второе – дисперсионному [11], $\tilde{T}$ – извилистость поровых каналов, ($\tilde{T} \approx 1.5$ и 1.1 для упаковок частиц с $m = 0.4$ и 0.8 соответственно, см. **раздел 1.1**). Имеется большое количество формул, претендующих на более высокую точность и универсальность, например [2]

$$D_{\parallel} = D_g m / \tilde{T} + 0.25 d_0 u_g \left(1 + \frac{1}{1 + 750 \text{Re}^{-2}} \right). \quad (2.68)$$

При физическом анализе дисперсии можно выделить несколько ее компонентов и механизмов. Конвективный механизм (механическая дисперсия) обеспечивается стохастическими пульсациями потока. Выделяют релаксационный механизм, связанный с захватом и последующим высвобождением частиц газа в застойных зонах и погранслоях, тейлоровский механизм, обусловленный растягиванием концентрационных полей при торможении потока у стенок каналов и системы в целом. Дополнительные механизмы дисперсии возникают при наличии у частиц внутренней пористости, при фильтрации потоков с сильно различающейся плотностью и в других случаях. При этом принципиально, что последние механизмы реализуются в нестационарных концентрационных полях и не реализуются в стационарных. Данное обстоятельство остается незамеченным в некоторых работах, хотя имеет первостепенное значение. Объясняется это тем, что практически все известные авторам экспериментальные данные по продольной дисперсии получены для нестационарных (распространяющихся с потоком) концентрационных полей. Соответствующие эксперименты проводились посредством внесения концентрационного возмущения в поток и последующего измерения концентрационного поля на выходе из системы (рис.2.10).

Рис.2.10. Эволюция концентрационного возмущения при экспериментальном определении коэффициентов продольной дисперсии. Входное возмущение в виде единичного (а), ступенчатого (б) и синусоидального (в) импульсов



В случае систем фильтрационного горения изучаются, как правило, системы с квазистационарными полями концентраций и температур. Согласно [2], при характерных значениях $Re = 1 \div 100$ релаксационный механизм является преобладающим. В соответствии с аналитическим исследованием [77]

$$D_{II} / D_g = 1 + \frac{3}{4} Pe + \frac{\pi^2}{6} (1-m) \ln Pe \cdot Pe + \frac{1}{15} \frac{D_g}{D_{g,s}} (1-m) \psi Pe^2, \quad (2.69)$$

$D_{g,s}$ - коэффициент диффузии газа в частицах пористого каркаса, ψ - функция от внутренней пористости твердой фазы. Второе слагаемое в (2.69) отвечает за механическую дисперсию, третье соответствует захвату газа в пограничных слоях, четвертое слагаемое связано с захватом газа во внутренней пористости частиц и здесь приведено для полноты картины. Оценим относительную долю механической дисперсии в общем дисперсионном потоке, используя (2.69):

$$\xi = \frac{\frac{3}{4}}{\left(\frac{\pi^2}{6} (1-m) \ln \langle Pe \rangle + \frac{3}{4} \right)}. \quad (2.70)$$

Для характерных значений $Pe = 10 \div 200$ и пористости $m = 0.4$ величина $\xi = 0.25 \div 0.125$. Следовательно, механическая дисперсия в продольном и поперечном направлениях приблизительно равны, что представляется физически разумным выводом при условии достаточной изотропности поля пульсаций [8].

Приближенная модель дисперсионного транспорта может иметь вид

$$D_{II} = D_g m / \tilde{T} + 0.1 d_0 u_g + 0.4 d_0 u_f, \quad (2.71)$$

где u_f - скорость перемещения концентрационных фронтов или фронта горения. В соответствии с (2.71) при покоящемся фронте горения действует только механическая дисперсия, а в случае, когда концентрационные фронты передвигаются с общим конвективным потоком (типично для экспериментов), (2.71) и (2.66) эквивалентны.

При внимательном изучении явления дисперсионного переноса возникают вопросы, не нашедшие освещения в современной литературе. Так, физически очевидной является асимметрия спутного и встречного к потоку направлений дисперсии. Действительно, если механическая дисперсия обеспечивает изотропное рассеивание, то релаксационная составляющая асимметрична, поскольку опережение частицами газа концентрационного фронта за счет релаксации невозможно, а отставание может осуществляться на любое расстояние.

Учесть указанную специфику в рамках диффузионной модели транспорта нельзя. Физически обоснованной является модель, оперирующая двумя подсистемами газа: основной c_i' и удерживаемой в застойных зонах и пограничных слоях c_i'' , причем в обычных системах масса основной подсистемы значительно больше ($m' \gg m''$). Для основной подсистемы уравнение сохранения имеет вид (2.3), а для удерживаемой – уравнение сохранения вещества теряет конвективную и диффузионную составляющие, но приобретает релаксационную:

$$\rho_g \partial c_i'' / \partial t = \rho_g (c_i' - c_i'') / \tau + \dot{\rho}_i. \quad (2.72)$$

Здесь τ - интенсивность (время) выхода частиц газа из удерживаемого состояния, зависящая от Re , D , геометрии и качества поверхности частиц пористой среды.

При моделировании ФГГ в режиме сильной тепловой связи (низких скоростей) релаксационный механизм не может играть существенную роль, поскольку времена перемещения концентрационного фронта (фронта горения) значительно больше, чем времена высвобождения частиц газа из застойных зон и пограничных слоев. При моделировании ФГГ в режиме слабой тепловой связи с каркасом релаксационный механизм также несуществен, поскольку масса газа, удерживаемая в застойных зонах, обычно мала и не сказывается на энергетике горения. С другой стороны, важные для инициирования реакций радикалы не передаются в свежую смесь по релаксационному механизму в силу асимметрии транспорта (если, конечно, фронт горения движется в сторону свежей смеси).

Таким образом, для большинства практических расчетов можно рекомендовать учитывать лишь механическую дисперсию газа с приблизительно изотропными компонентами. Для специфических расчетов и обработки экспериментальных данных по дисперсии газа целесообразно пользоваться моделями двух подсистем газовой фазы типа (2.72).

Принципиальным свойством дисперсии является нелокальность, т.е. невозможность определения ее величины без учета движения газа в некоторой окрестности рассматриваемой точки. В тех случаях, когда поле среднемассовой скорости газа достаточно однородно, модели дисперсии (2.66), (2.67) или (2.71) адекватны, для других задач требуется ее уточнение. Так, при рассмотрении динамики волны ФГ, инициированной вблизи глухой стенки полукрытой камеры, возникает ситуация, когда скорость среднемассового движения газа меняет свой знак (проходит через нулевое значение) вблизи фронта горения (**рис.2.11**), где, согласно (2.66), дисперсия исчезает. На самом деле существует линейный масштаб корреляции пульсационных и вихревых движений газа (аналогично турбулентности), определяющий минимальный размер области, в которой возможно определение дисперсии газа. Одним из способов приведения модели в соответствие с физикой процесса является использование в качестве характерной скорости пульсаций газа u' среднеквадратичную скорость фильтрации в области с размером d_0 .

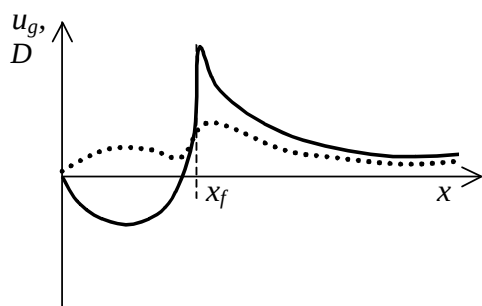


Рис.2.11. Распределение среднемассовой скорости фильтрации и дисперсии (пунктир) вдоль продольной координаты камеры сгорания

Другая сторона нелокальности газовой дисперсии - инерционность во времени, т.е. невозможность мгновенного установления или релаксации дисперсии. Физической основой этого является инерционность движения газа и определенная независимость полей среднемассового и пульсационного (турбулентного) движения газа. Запаздывание установления дисперсии следует учитывать лишь в задачах об инициировании волны горения в пористой среде. Характерное время затухания дисперсии по аналогии с теорией турбулентности оценивается из соображений размерности: $d_0 / u' \approx d_0 / u_g$. Время установления может быть выражено как $\sim 3d_0 / u_g$, поскольку для формирования развитого поля фильтрации потоку необходимо пройти длину нескольких структурных элементов пористой среды. (Предполагается, что числа Рейнольдса для фильтрации достаточно велики - $Re \sim 100$ и более [8].)

Существует ряд других вопросов, имеющих фундаментальный характер, например о конечности скорости распространения концентрационных возмущений, неаддитивном взаимодействии различных механизмов дисперсии, которыми обычно пренебрегают. Для их решения необходимо обращаться к нелинейным и волновым [81] моделям диффузии. В задачах фильтрационного горения эти вопросы лежат далеко за пределами общей точности теплофизической и химической моделей и в данной монографии не рассматриваются.

2.4.3. Погрешность модели объемного усреднения

Выше отмечалось, что детальное точечное моделирование реалистичной задачи ФГГ с учетом неоднородности твердого каркаса и сложной газодинамики не представляется возможным технически и вряд ли оправдано с точки зрения физики протекающих процессов [34,82]. Поэтому наибольшее применение при моделировании систем ФГГ находит объемно-усредненная модель для баланса энергии и вещества (называемая также моделью взаимопроникающих континуумов). Модель предполагает, что физические свойства каркаса, газа, а также характеристики их взаимодействия берутся усредненными по достаточно большому объему и времени. В этом случае поле скоростей фильтрации, характеристики каркаса, газа и межфазового взаимодействия становятся однородными (т.е. отсутствуют неоднородности, связанные со структурой пористого каркаса). К сожалению, проблема применимости данного подхода не освещена в литературе и требует уточнения. Перечислим некоторые вопросы, возникающие при использовании этого подхода: 1) какова погрешность временного и пространственного усреднения пульсирующих величин; 2) как учесть влияние конечности времени теплообмена газовой и твердой фаз; 3) насколько правомерно уменьшение расчетного масштаба (сетки) ниже характерного масштаба усреднения (элемента пористого каркаса) и др.

Выделим характеристики и элементы системы ФГГ, “чувствительные” и “нечувствительные” к объемному усреднению. Рассмотрение пористого каркаса как однородного континуума оправдано тем, что характерные длины тепловых неоднородностей в каркасе как правило больше размеров пор и твердых частиц. Локальная неоднородность параметров газа и межфазового теплообмена не может привести к неоднородности каркаса (того же масштаба) вследствие его тепловой инерционности и большой теплопроводности.

Для газа неоднородность каркаса является значимым фактором. Локальная скорость фильтрации и местный коэффициент теплоотдачи однозначно зависят от неоднородностей пористой среды: $\alpha_{loc} \sim Re_{loc}^{1/2}$. Интенсивные (собственные) характеристики газа: теплопроводность, плотность, теплоемкость, химические свойства - не зависят от свойств каркаса.

Предположим, что скорость фильтрации по пространственной и временной координатам задается квазипериодической функцией (рис.2.12)

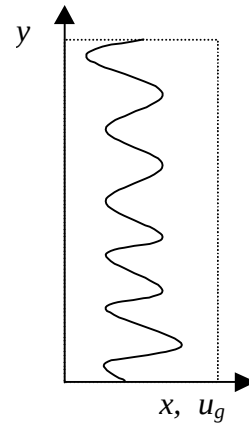


Рис.2.12. Квазипериодическая функция скорости по поперечной координате y

$$u_g(y) = u_{g,o}(1 + \delta \sin(2\pi y/d)). \quad (2.73)$$

Тогда местный коэффициент теплоотдачи также окажется квазипериодической функцией

$$\alpha = \alpha_o(1 + \delta \sin(2\pi y/d))^{1/2}. \quad (2.74)$$

Возьмем некоторую математическую модель ФГТ, построенную на объемном усреднении, и оценим ее чувствительность к пульсирующему характеру локальной скорости и коэффициента теплоотдачи. Согласно (2.43), температура зажигания газа задается выражением

$$T_{s,i} \equiv \Delta T_{s,i} + T_0 = \frac{\Delta T_{s,i}}{1+A} + \frac{E}{R} \left[\ln \left(\frac{Qz}{\alpha} \frac{(1+A)}{\Delta T_{s,i}} \right) \right]^{-1}. \quad (2.75)$$

Усреднение этого уравнения по поперечной координате или времени с учетом (2.73)-(2.74) приводит к небольшому ($\sim 10\%$) снижению величины температуры зажигания.

Усреднение конвективно-кондуктивного параметра $A \equiv \frac{\alpha \lambda}{u_g^2 (c\rho)_g^2}$:

$$\langle A \rangle \equiv A \frac{1}{d} \int_0^d \frac{\alpha (1 + \delta \sin(2\pi y/d))^{1/2} \lambda}{u_g^2 (1 + \delta \sin(2\pi y/d))^2 (c\rho)_g^2} dy \quad (2.76)$$

показывает, что в зависимости от амплитуды пульсаций δ усредненное значение A может существенно (в несколько раз) превышать стационарное значение. Таким образом, неоднородность поля фильтрации приводит к следствиям, аналогичным увеличению коэффициента теплопроводности каркаса и/или увеличению коэффициента межфазового теплообмена, и, следовательно, использование объемно-усредненной модели эквивалентно занижению теплопроводности каркаса и/или коэффициента межфазового теплообмена и завышению температуры в волне.

Рассмотрим стандартную двухтемпературную модель волны фильтрационного горения (2.7)-(2.9):

$$\begin{aligned} (c\rho) \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \alpha(T - T_g) - \beta(T - T_o), \\ (c\rho)_g \frac{\partial T_g}{\partial t} + (c\rho)_g u_g \frac{\partial T_g}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x} + \alpha(T - T_g) + Q\rho_g W(y, T_g), \\ \frac{\partial y}{\partial t} + u_g \frac{\partial y}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial y}{\partial x} - W(y, T_g). \end{aligned}$$

Сомножителями величин α и u_g являются разность температур между фазами $(T - T_g)$ и градиент температуры газа и концентрации. Эти величины могут быть найдены при разрешении системы (2.7)-(2.9) с соответствующими граничными условиями. В случае бесконечно высокого коэффициента теплообмена

(однотемпературное приближение) осредняться должны лишь комплексы $(c\rho)_g u_g \frac{\partial T_g}{\partial x}$

и $u_g \frac{\partial y}{\partial x}$. Предположим прямую пропорциональность между скоростью газа и градиентами температур и концентраций в зоне прогрева в соответствии со стандартными представлениями о фронте горения. При этом

$$\left\langle u_g \frac{\partial T}{\partial x} \right\rangle \equiv u_g \frac{\partial T}{\partial x} \frac{1}{d} \int_0^d (1 + \delta \sin(2\pi y / d)) dy > u_g \frac{\partial T}{\partial x}. \quad \text{Таким образом, использование}$$

объемно-усредненной модели в однотемпературном приближении задачи ФГГ эквивалентно занижению средней скорости фильтрации.

Другой источник погрешности модели объемного усреднения связан с тем, что процесс межфазового теплообмена, описываемый средним коэффициентом теплоотдачи α не является мгновенным, поэтому тепловое влияние стенок пористого тела на газ (и газа на стенки) протекает с определенным запаздыванием. Следовательно, “вспышка” газа, следующая за нагревом основной массы газа от стенок пористой среды, произойдет с некоторым опозданием по сравнению с расчетом по модели однородных взаимопроникающих континуумов. Оценивая время запаздывания как характерное время диффузии через погранслои

$$\tau = \delta_g^2 / D \approx \frac{d^2}{\text{Re} D} \approx \frac{d}{u_g}, \quad (2.77)$$

получим, что запаздывание вспышки газа по длине имеет порядок размера шара. Аналогичное запаздывание происходит и при отдаче высвободившейся энергии от газа в каркас. Даже если оценка (2.77) завышена, указанный эффект существен для задач о распространении волн ФГГ и особенно для систем с высокой пористостью.

Таким образом, использование объемно-усредненной модели ФГГ приводит к систематическому сдвигу температурного газового профиля навстречу газовому потоку и занижению температуры фронта. При проведении данного анализа не ставилась цель сформулировать уточненную объемно-усредненную модель, а лишь делалась попытка указать возможные источники ее систематической погрешности, которые могут оказаться существенными в ряде случаев для инженерно-технических расчетов.

Коснемся проблемы, связанной с моделью объемного усреднения при численном моделировании ФГГ. При моделировании ФГГ в режиме СлТС, а также в режиме СТС с самостоятельным поджигом имеет место несоответствие между масштабом газофазного тепло- и массообмена и масштабом расчетной ячейки. Действительно, масштаб расчетной ячейки выбирается, как правило, соответствующим масштабу усреднения модели, т.е. порядка размера элемента каркаса (пор) или несколько меньшим. При горении в режиме СлТС реальные температурные и концентрационные фронты в газовой фазе становятся очень узкими (~ 0.1 мм и меньше), на порядки меньшими масштаба усреднения модели и, таким образом, ширина фронта, а следовательно, тепловые потоки и скорость пламени определяются шагом расчетной ячейки. На практике это приводит к тому, что при одних и тех же параметрах системы могут быть получены низкоскоростные решения при расчете на крупной сетке ($\Delta x \sim d_0$) и высокоскоростные при расчете на мелкой сетке ($\Delta x \ll d_0$).

Существует и другой аспект этого несоответствия: физически адекватное моделирование ряда задач требует учета внутрипоровых явлений, тогда как в стандартной постановке задачи в объемно-усредненном приближении внутрипоровый масштаб не рассматривается. В гл. 5 показано, что фронт пламени формируется под воздействием теплопотерь в стенки канала в условиях значительных градиентов скоростей и на внутрипоровом уровне имеет сложную геометрию (рис.5.6). Объемно-усредненная модель, не учитывающая локальные процессы, в условиях ослабления

тепловой связи с каркасом приводит к сглаженной геометрии фронта пламени, аналогу нормального ламинарного пламени.

Таким образом, при моделировании режимов СлТС необходимо уточнение модели газофазного тепло- и массообмена, которое позволило бы снять указанные противоречия.

Уточнение модели ФГГ может быть проведено путем коррекции коэффициентов газового тепло- и массообмена в случае ослабления тепловой связи газового пламени и каркаса. При этом должны быть учтены следующие физические факторы: 1) искривление фронта внутри пор приводит к увеличению его теплоотдачи в стенки пропорционально увеличению его длины; 2) на внутрипоровом уровне действует дисперсия, отличающаяся от объемно-усредненной. Газофазное пламя внутри пор характеризуется сложной структурой, аналогичной структуре флеймлетных турбулентных пламен и внутрипоровой дисперсией независимо от макроскопической (усредненной) дисперсии и макроскопического движения газа. Внутрипоровая дисперсия имеет сложную природу, включает тейлоровское размытие, микродвижения газа, порожденные горением, «геометрическое» размытие фронта за счет его кривизны.

Оценить удлинение фронта за счет его искривления можно, например, используя закон *площадей* и соответствующую модель распространения пламени. Модель Зельдовича (**раздел 4.3**) дает $\Delta l / l \approx (u_g + S_l) / S_l$. Следовательно, при уменьшении длины расчетной ячейки ниже размера пор локальный коэффициент теплообмена должен учитывать мелкомасштабный теплоперенос в газе (в данном случае посредством S_l):

$$\alpha_{loc} = \begin{cases} \alpha, & \Delta x > d_{por} \\ \alpha(1 + |u_g| / |S_l|), & \Delta x < d_{por} \end{cases}. \quad (2.78)$$

Простейшим образом определить влияние внутрипоровой дисперсии можно, введя ее аддитивно в общий коэффициент дисперсионной диффузии и теплопроводности (2.60), (2.61), используя в качестве масштаба длины характерный размер пор, а масштаба скорости – нормальную скорость горения:

$$D_{II} = D_g m / T + 0.5 d_0 u_g + 0.5 d_{por} S_l. \quad (2.79)$$

Указанная коррекция коэффициентов тепло- и массообмена, с одной стороны, более адекватно задает физические механизмы распространения пламен в режиме СлТС, а с другой - приводит к уменьшению характерных градиентов температуры, что дает возможность применять более крупные расчетные ячейки и избежать эффектов влияния размеров ячейки на результат моделирования. В целом проблема учета особенностей процессов внутрипорового масштаба на параметры объемно-усредненной модели в достаточной мере не изучена.

Приведенный выше анализ демонстрирует неполную адекватность метода объемного усреднения для моделирования систем ФГГ. Наибольшая точность достигается при моделировании режимов СТС с несамостоятельным поджигом. Тем не менее модель объемного усреднения остается практически единственной реальной моделью для численного исследования также высокоскоростных режимов ФГГ, при этом должны быть приняты во внимание указанные выше замечания.

Глава 3. ДИНАМИКА ВОЛН ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ В РЕЖИМЕ СИЛЬНОЙ ТЕПЛОВОЙ СВЯЗИ С КАРКАСОМ

Динамика волн ФГГ в режиме сильной тепловой связи с каркасом определяется кинетикой горения, интенсивностью тепловых и диффузионных потоков, направленных в область свежей смеси, а также межфазовым теплообменом. В значительной мере она аналогична динамике нормальных ламинарных волн горения. В гл. 2 рассмотрены некоторые методы и подходы для решения задачи о тепловой структуре фронта, его скорости и температуре. Показано существование однозначной связи между максимальной равновесной температурой в волне и ее скоростью. В первом приближении этим исчерпывается описание динамики низкоскоростных волн, достаточное для многих практических расчетов. Однако имеются физические особенности волн ФГГ, рассмотрение которых необходимо для более точного количественного описания динамики волн, некоторые проблемы требуют дополнительного анализа. К их числу относятся вопросы о максимально достижимой температуре в волне ФГГ, о механизмах замедления спутных волн ФГГ, о влиянии теплопотерь на динамику волны и температуру и др. Их изучению посвящена данная глава.

3.1. Несамостоятельное и самостоятельное воспламенение в режиме сильной тепловой связи с каркасом

Как указывалось в разделе 2.1, в рамках режима сильной тепловой связи с каркасом можно выделить режим с несамостоятельным поджигом (НП) и с самостоятельным (СП). В основе этого деления лежит качественная характеристика процесса горения – способность или неспособность пламени распространяться самостоятельно на масштабах порядка размера пор в области прогрева волны. В первом случае фронт горения способен распространяться (в основном через застойные зоны) в пределах порового пространства и области прогрева, во втором – область химического реагирования локализуется непосредственно в пределах теплового пограничного слоя вокруг горячих частиц каркаса. В обоих случаях усредненное по времени положение фронта горения связано с высокотемпературной областью каркаса, обеспечивающей горение.

На схеме температурных полей режиму НП соответствует высокая температура поджига – $T_{s,i}$. В первом приближении можно считать, что данный режим осуществляется

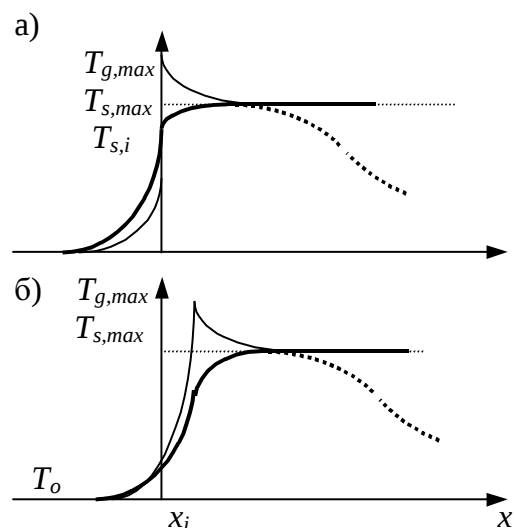


Рис.3.1. Схема температурных полей для режимов с несамостоятельным поджигом (а) и самостоятельным (б)

при параметрах газовой смеси, лежащих вне концентрационных пределов существования нормальных ламинарных пламен. Для метановоздушной смеси - $y_{CH_4} < 5.3\%$ или $y_{CH_4} > 15.1\%$ [83]. Другим приближенным критерием может быть адиабатическая температура смеси, которая должна быть меньше $\sim 1200^\circ\text{C}$ для воздушно-углеводородных смесей.

Режиму СП соответствуют более низкие $T_{s,i}$ (рис.3.1), недостаточные для инициирования горения на временах пролета области прогрева. Численные расчеты по нестационарной модели (2.1)-(2.6) показывают, что квазистационарная волна ФГГ может существовать при очень малой температуре ($T_{s,i} \ll T_{ad}$) и даже в случае, когда газ нигде не получает тепла от каркаса (нерекуперативный режим), а роль горячего каркаса лишь в уменьшении теплопотерь пламени. Последний случай отличается отсутствием системной рекуперации тепла в газе и тем самым ограничивает режимы с избытком энтальпии. Принципиальным при этом остается требование, чтобы температура каркаса была велика – соизмерима с температурой горения.

Факт существования квазистационарного решения с качественно отличным распределением температур наводит на мысль о выделении отдельного нерекуперативного режима в области СТС (раздел 2.1). Однако физически значимых особенностей или проявлений такого распределения температур, дающих основания для этого, не обнаружено. Кроме того, в случае неоднородности структурных характеристик пористой среды его экспериментальная идентификация затруднена или невозможна за счет эффектов перемежающихся СТС - СлТС режимов.

При ослаблении тепловой связи с каркасом наблюдается переход к высокоскоростному режиму ФГГ. Вопрос о том, каким образом происходит такой переход, представляет научный и практический интерес. Является ли переход к РВС скачкообразным (бифуркационным) процессом или имеется переходная область. Если переходная область существует, каковы ее особенности и связана ли она с областью «неопределенного» режима работы [84] (рис.3.3.). Для рассмотрения физики перехода от режима СлТС к режиму СТС (раздел 5.1) вводится комплекс, параметризующий тепловую связь газофазного пламени и пористой среды. Динамические особенности режима СлТС с точки зрения предела существования пламен будут обсуждены далее в разделе 5.2.

Для более точного анализа перехода от режима СлТС к режиму СТС полезно разработать модель, объединяющую рекуперативный и нерекуперативный режимы ФГГ. Подобные модели могут быть построены на основе (2.23)-(2.28) или иным способом. К сожалению, они оказываются громоздкими. Рассмотрим простую модель для нерекуперативного режима, который может включать в себя как режим СлТС, так и режим СТС. Считаем, что температурные профили твердой и газовой фаз задаются одинаковыми экспонентами слева и справа от фронта горения, определяемыми решением уравнения теплопроводности для газовой фазы в инертной области

$$(c\rho)_g(u_g - u_w) \frac{\partial T_g}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} - \alpha(T_g - T_s). \quad (3.1)$$

т.е.

$$\begin{cases} T_g = \Delta T_{g,\max} e^{\xi_1 x} \\ T_s = \frac{2}{3} \Delta T_{s,\max} e^{\xi_1 x} \end{cases} \quad \text{при } x < 0,$$

$$\begin{cases} T_g = \Delta T_{s,\max} + (\Delta T_{g,\max} - \Delta T_{s,\max}) e^{\xi_2 x} \\ T_s = \frac{2}{3} \Delta T_{s,\max} + \frac{1}{3} \Delta T_{s,\max} (1 - e^{\xi_1 x}) \end{cases} \text{ при } x > 0, \quad (3.2)$$

где $\xi_{1,2} = \frac{B}{2\lambda} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2\lambda}\right)^2 + \frac{\alpha}{\lambda}}$, $B = (c\rho)_g (u_g - u_w)$. Модельное решение пояснено схемой **рис.3.2**. Использование (3.2) позволяет вычислить суммарный тепловой поток от газа к пористому каркасу:

$$Q^{(g-s)} = \alpha \int_{-\infty}^{\infty} (T_g - T_s) dx = (\Delta T_{g,\max} - \frac{2}{3} \Delta T_{s,\max}) \cdot \sqrt{B^2 + 4\alpha\lambda}. \quad (3.3)$$

В нерекуперативном режиме эта величина должна быть в точности равной потоку теплоты, необходимому для нагрева каркаса:

$$Q^{+s} = -(c\rho)_s u_w \Delta T_{s,\max}. \quad (3.4)$$

Приравнявая (3.3) и (3.4), с учетом балансового соотношения (2.11) легко получить выражение для максимальной температуры газа

$$\Delta T_{g,\max} = \frac{\Delta T_{ad}}{1 - (c\rho)_s u_w / B} \cdot \frac{-(c\rho)_s u_w + \frac{2}{3} \sqrt{B^2 + 4\alpha\lambda}}{\sqrt{B^2 + 4\alpha\lambda}}. \quad (3.5)$$

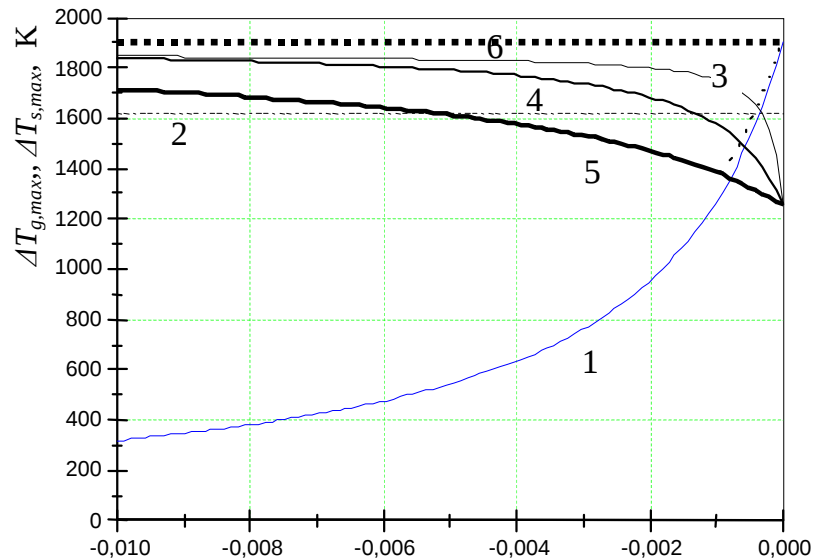


Рис.3.2. Зависимость характерной температуры в нерекуперативном режиме горения от скорости волны: 1 - максимальная температура каркаса рассчитанная по (2.11); 2 – нижний предел характеристического интервала ($T_{ad} - RT_{ad}^2/E$); 3, 4, 5 – максимальная температура газа при скоростях фильтрации 0,2, 1 и 4 м/с соответственно, 6 – адиабатическая температура горения

На **рис. 3.2** представлено семейство кривых, рассчитанных по формуле (3.5). В расчете приняты следующие характерные численные значения параметров: $\lambda = 0.025$, $\alpha = 2 \cdot 10^4$, $(c\rho)_s = 10^6$, $(c\rho)_g = 10^3$, $\Delta T_{ad} = 1900$. Характеристический интервал температуры $\Delta T \equiv T_{ad}^2 / \tilde{E} = 280$ К найден с учетом $\tilde{E} = 15640$ К [85]. Заметим, что в изучаемом квазистационарном случае $T_{g,max}$ не может быть ниже температуры каркаса. Обратный результат свидетельствует о погрешности модели и должен быть исправлен (штриховая линия на рис.3.2).

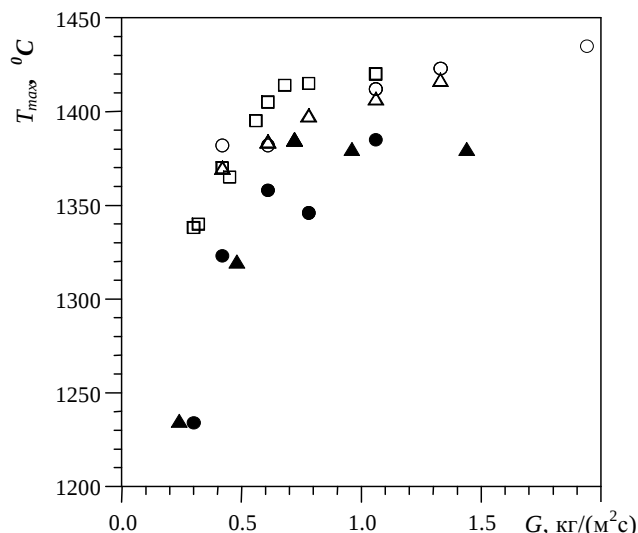
Согласно классической теории Я.Б.Зельдовича [45], распространение пламен невозможно, если внешние теплопотери снижают их максимальную температуру на величину, превышающую характеристический интервал $\Delta T = T_{ad}^2 / \tilde{E}$. Таким образом, в соответствии с расчетом встречное движение пламени в нерекуперативном режиме при малых скоростях затруднено. Действительно, кривые 4 и 5 **рис.3.2** лежат ниже характеристического интервала $T_{ad} - T_{ad}^2 / \tilde{E}$ при низких скоростях волны и поднимаются выше – при более высоких. Образуется барьер, который может затруднять переход к высокоскоростным режимам ФГГ или делать его невозможным. Данное обстоятельство является физическим пояснением к найденной в [84] области «неопределенного» режима. Следует учитывать, что выявленные особенности имеют скорее академическое, чем практическое значение. Объясняется это тем, что они маскируются и сглаживаются разбросом в характеристиках пористой среды и попадают в область перемежающихся режимов (**рис.2.1**). Кроме того, в областях переходных параметров существенную роль играют нестационарные процессы, протекающие на внутриволновых масштабах, для которых рассмотренные модели, строго говоря, некорректны.

3.2. Максимальная температура в волне фильтрационного горения.

Механизмы замедления спутного движения волны

Согласно (2.12), максимальная температура в волне может неограниченно расти (вместе со скоростью волны), если обеспечить достаточно высокую скорость фильтрации или, точнее, удельный (отнесенный к единице полного сечения) расход смеси. На практике наблюдается иная ситуация. При сжигании низкокалорийных смесей в спутной волне ФГГ максимальная температура увеличивается, но лишь до температур порядка 1500 °С. При этом в полном соответствии с (2.12) стабилизируется также безразмерная скорость движения волны u . На **рис.3.3** приведены экспериментальные зависимости максимальной температуры от расхода, полученные в ИТМО НАН Беларуси [86]. Эксперименты проводились для богатой смеси метана с воздухом, характеризующейся выраженной двустадийностью: быстрой экзотермической и более медленной эндотермической фазой. Отмечено [86], что основной причиной такого поведения волны является специфика химической кинетики протекающих реакций.

Рис.3.3. Зависимость максимальной температуры волны горения от расхода газовой смеси. $\circ$ - Al_2O_3 , шары (6 мм), Δ - Al_2O_3 , шары (3 мм), $\square$ - Al_2O_3 , цилиндры, $\blacktriangle$ - SiO_2 , $\bullet$ - ZrO_2 по [86]



Можно выделить несколько физических причин такого поведения волны.

Первое. В рамках аналитической модели ФГГ (2.43) видно, что при росте удельного массового расхода горючей смеси максимальная температура фронта горения выходит на логарифмический рост. Количественный критерий перехода к логарифмическому росту можно построить при помощи конвективно-кондуктивного параметра $A = \text{const}$, где, с учетом точности измерений температуры фронта, $\text{const} \sim 10$. Расчеты, представленные на **рис.2.6**, показывают, что резкое замедление роста температуры каркаса может интерпретироваться как выход на константу в случае, если интервал изменения расходов невелик. По данным работы [86], замедление роста происходит при удельном массовом расходе топлива около единицы, что согласуется с результатами модели (2.43), проиллюстрированными на **рис.2.6**. Таким образом, учитывая уровень случайных погрешностей экспериментов, можно считать, что логарифмический рост температуры, свойственный для аррениусовской брутто-кинетики, объясняет наблюдаемое замедление роста температуры в волне.

В реальных системах ФГГ действуют физические факторы, которые еще более замедляют рост температуры $T_{s,\text{max}}$ с расходом G . К ним относятся рост дисперсионной теплопроводности газа с увеличением скорости фильтрации (2.66), возрастание лучистой теплопроводности каркаса с ростом температуры (2.60) и увеличение давления во фронте волны при росте расхода (см. **раздел 3.4**). Покажем роль первого из них. Если провести выкладки, аналогичные (2.38)-(2.43), но при оценке градиента температуры газа в точке поджига учесть теплопроводность газа

$$\frac{\partial T_g}{\partial x} = \frac{\alpha \Delta T_{s,g}}{u_g (c\rho)_g} + \frac{\lambda_g}{u_g (c\rho)_g} \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2}, \quad (3.6)$$

и определить вторую производную с учетом предположения о подобии газового и твердотельного профилей в инертной зоне (**раздел 2.2**)

$$\frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} = (\Delta T_{s,i} - \Delta T_{s,g}) \left[\frac{u_g (c\rho)_g (1-u)}{\lambda} \right]^2, \quad (3.7)$$

то придем к уравнению для температуры зажигания, обобщающему (2.43):

$$T_{s,i} = \frac{\Delta T_{ad}}{1 + \frac{\alpha \lambda_s}{u_g^2 (c\rho)_g^2 (1 - \lambda_g / \lambda_s)}} + E / R / \ln \left(\frac{Q \rho_g y_0 z}{\alpha \Delta T_{ad}} \left(1 + \frac{\alpha \lambda_s}{u_g^2 (c\rho)_g^2 (1 - \lambda_g / \lambda_s)} \right) \right) \quad (3.8)$$

Из уравнения (3.8) следует, что при росте газофазной теплопроводности температура зажигания понижается, причем скорость понижения растет по мере увеличения λ_g / λ_s .

В случае ламинарного течения теплопроводность газа примерно на два порядка ниже теплопроводности каркаса. При реальной гидродинамике фильтрации дисперсионные эффекты (**раздел 2.4.2**) приводят к существенному увеличению эффективных коэффициентов переноса в газовой фазе. Используя соотношения (2.66), (2.67), сделаем следующую оценку:

$$\lambda_g / \lambda_s \approx \epsilon a u_g, \quad (3.9)$$

где ϵ - величина, определяемая твердотельной теплопроводностью и характеристиками дисперсионного переноса.

Выясним, как изменяется функция $T_i(u_g)$ с учетом (3.8), (3.9). Для этого исследуем ее производную. Пренебрегая в первом приближении зависимостями, стоящими под логарифмом, и учитывая, что коэффициент теплоотдачи $\alpha \approx \alpha_0 u_g^{2/3}$ (1.18), получим

$$\frac{\partial T_{s,i}}{\partial u_g} = \frac{\Delta T_{ad}}{[1 + A^*]^2} \frac{\alpha_0 \lambda_s (4/3) u_g^{1/3} (c\rho)_g^2 (1 - 7/4 a u_g)}{[u_g^{4/3} (c\rho)_g^2 (1 - a u_g)]^2}, \quad (3.10)$$

где введен параметр $A^* = \frac{\alpha_0 \lambda_s}{u_g^{4/3} (c\rho)_g^2 (1 - a u_g)}$. Из (3.10) видно, что функция имеет локальный максимум при $u_g = 4/(7a)$, затем ее значение уменьшается. При приближении к нулю $T_{s,i}$ модель зажигания (3.8) становится некорректной, поэтому использовать ее в этой области невозможно. Согласно модели (2.43), (2.45), максимальная температура каркаса близка к температуре зажигания $T_{s,i}$. Поэтому при квазистационарном распространении фронта горения локальный максимум функции $T_{s,i}(u_g)$ задает также локальный максимум функции скорости волны $u_w(u_g)$ - (2.11). Таким образом, формулы (3.8)-(3.10) показывают возможность немонотонного роста функции $u_w(u_g)$. Соответствующие динамические кривые представлены на **рис.3.4**.

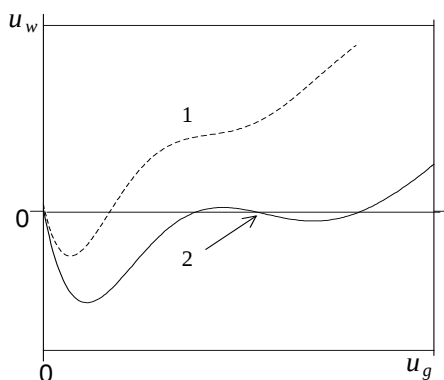


Рис.3.4. Схема зависимости скорости фронта волны ФГГ от скорости фильтрации при учете дисперсионной теплопроводности. 1 - замедление волны; 2 – обращение скорости

Области отрицательного и нулевого значений $\varepsilon \equiv du_w / du_g \leq 0$ соответствуют абсолютной устойчивости волны ФГГ (гл. 4), следовательно, возникает возможность стабилизации фронта горения. При определенных значениях параметров возможно существование нескольких точек стационара волны (рис.3.4, кривая 2). Вопрос о точном определении условий стабилизации кроме детального анализа уравнений типа (3.8) требует исследования характеристик газофазного переноса в условиях фильтрации. Численные оценки показывают, что в плотных зернистых слоях скорости фильтрации, при которых может наступить качественное изменение хода кривой $u_w(u_g)$, составляют величину порядка ~ 20 м/с и более. При таких высоких скоростях фильтрации формируется значительный перепад давления в системе, поэтому реализовать его на практике – сложная задача. Однако в высокопористых системах при высоких скоростях фильтрации эти эффекты могут проявляться.

Другой механизм выхода на насыщение скорости фронта горения некоторыми исследователями [86] связывается со сложным кинетическим механизмом химического тепловыделения. Известно, что реальная кинетика горения содержит стадию наработки радикалов (Н, ОН, CH_3 , О и др.) с последующим быстрым цепным превращением исходных углеводородов [46]. Таким образом, реализуются задержка и последующая «вспышка», причем время задержки τ_{delay} относительно слабо зависит от температуры газа после некоторого ее предельного значения [87]. Сама по себе концепция задержки зажигания на τ_{delay} приводит к выводу о повышении (не уменьшении) скорости волны и ее температуры, поскольку ширина области прогрева фронта становится пропорциональной скорости фильтрации: $L_f \sim u_g \cdot \tau_{\text{delay}}$. Встречный тепловой поток по каркасу, обратно пропорциональный ширине области прогрева, падает и скорость спутного движения волны возрастает. С другой стороны, газовая дисперсия обеспечивает передачу радикалов навстречу потоку и задержка реагирования может не проявляться. Реальная химия горения очень сложна и не поддается анализу в рамках простых умозрительных моделей. При этом следует признать, что концепция решающей роли кинетики горения в замедлении волны ФГГ не имеет очевидных доказательств.

Рост давления в системе при увеличении расхода газа - существенный фактор, влияющий на скорость и температуру волны. При значительных расходах газа давление перед фронтом во много раз превышает давление в окружающей атмосфере и является сильной функцией координат. Картина давления определяется законом фильтрации Дарси или Форчхеймера (2.5), широко используемым в литературе [2, 88, 89]. Увеличение давления оказывает влияние на динамику фронта горения: во-первых,

уменьшается скорость фильтрации и дисперсия в области фронта; во-вторых, определенное изменение претерпевает кинетика горения и концентрационная структура фронта. Подробнее влияние давления на динамику будет рассмотрено в разделе 3.4.

Основным фактором замедления роста температуры волны ФГГ является выход на логарифмический рост скорости в сочетании с факторами отрицательной обратной связи - увеличением дисперсионной диффузии и теплопроводности газа, ростом лучистой теплопроводности каркаса, возрастанием давления.

3.3. Влияние теплотерь на динамику волны и температуру

В стандартной одномерной постановке задачи ФГГ принимается, что теплотери носят ньютоновский характер и их интенсивность задается коэффициентом β . Более реалистичная модель - сумма ньютоновских и нелинейных радиационных потерь, однако аналитическое рассмотрение этого случая невозможно.

Наибольший интерес вызывают три аспекта проблемы: влияние теплотерь на скорость распространения волны, влияние потерь на максимальную температуру в каркасе и определение предельных теплотерь для существования ФГГ. Вопрос о влиянии внешних теплотерь на распространение стационарных волн ФГГ теоретически и экспериментально рассматривался в [90]. Теоретический анализ [90] сводится к построению решения в пренебрежении теплопроводностью газа аналогично (2.23) и последующему численному решению уравнения для скорости волны аналогично (2.18). По результатам расчетов в [90] сделан вывод о существовании предельного значения теплотерь, приводящих к срыву горения, и минимальной скорости фильтрации, ниже которой распространение волны невозможно (при конечном уровне теплотерь). Качественный аспект этих результатов повторяет известные для нормальных пламен факты. Бóльший интерес представляют экспериментальные данные зависимости скорости волны от диаметра трубки (интенсивности теплотерь), полученные для водородно-воздушных смесей, а также для 65 %-й водородно-воздушной смеси и азота.

Имеется значительное количество работ, в которых характеристики волн ФГГ изучаются методом численного моделирования [48, 91]. В ряде исследований используются детальные кинетические схемы (типа GRI, Коннова [92] и др.) [93, 94]. Отметим, что учет детальной кинетики газофазного горения предельных углеводородов и других традиционных горючих смесей не приводит к качественному изменению динамического поведения волн ФГГ по сравнению с аррениусовской моделью брутто-кинетики. Поэтому физический анализ динамики волн может быть проведен с использованием простейших моделей химической реакции.

Для получения формулы (2.31), связывающей максимальную температуру каркаса со скоростью волны, воспользуемся однотемпературной моделью (2.30). Легко видеть, что профили температуры волны до и после фронта тепловыделения задаются экспоненциальными формулами

$$\begin{cases} T_s = \Delta T_{\max} \exp\left(\frac{(c\rho u)_g(1-u)}{2\lambda}(1+\sqrt{1+B})x\right) & \text{при } x < 0, \\ T_s = \Delta T_{\max} \exp\left(\frac{(c\rho u)_g(1-u)}{2\lambda}(1-\sqrt{1+B})x\right) & \text{при } x > 0, \end{cases} \quad (3.11)$$

где введен параметр $B = \frac{4\beta\lambda}{(c\rho u)_g^2(1-u)^2}$. Составим баланс энергии каркаса и найдем поток теплоты, теряемого за счет ньютоновских потерь:

$$\begin{aligned} Q^- &= \beta \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T_s dx = \beta \left(\int_{-\infty}^0 \Delta T_s^- dx + \int_0^{\infty} \Delta T_s^+ dx \right) = \\ &= \beta \Delta T_{s,\max} \frac{2\lambda}{(c\rho u)_g(1-u)} \left[(1+\sqrt{1+B})^{-1} + (1-\sqrt{1+B})^{-1} \right] = \Delta T_{s,\max} (c\rho u)_g (1-u) \sqrt{1+B}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Приравняв энергию, поступившую в волну $Q^+ = \Delta T_{s,\max} (c\rho u)_g$, и потери (3.12), придем к искомому выражению

$$1-u = \left(\frac{\Delta T_{ad}^2}{\Delta T_{s,\max}^2} + \frac{4\beta\lambda}{(c\rho u)_g^2} \right)^{1/2}. \quad (3.13)$$

Это же равенство может быть получено из условия равенства прихода теплоты Q^+ и дивергенции потока от области пика температуры каркаса, однако вывод (3.11)-(3.13) подчеркивает интегральный характер данного тождества и тем самым его универсальность.

Уравнение (3.13) связывает скорость волны, интенсивность теплопотерь и максимальную температуру волны. При этом $T_{s,\max}$ также зависит от теплопотерь, поэтому явная связь скорости волны и параметра теплопотерь β в (3.13) отсутствует. Для нахождения явной связи необходимо знать, как изменяется максимальная температура каркаса в зависимости от теплопотерь, либо использовать дополнительное уравнение, связывающее $T_{s,\max}$, β и u . Проводя аналогию между ФГГ и нормальным пламенем, можно предположить, что с ростом потерь уменьшается максимальная температура фронта и растет ее скорость в спутном направлении. Однако, как известно, при увеличении скорости спутного движения волны возрастает внутренняя рекуперация тепла во фронте и температура поднимается. Могут быть приведены аргументы в пользу того, что температура фронта в отсутствие теплопотерь всегда выше, чем при тех же условиях, но с теплопотерями. Действительно, более высокой температуре каркаса соответствует более высокий коэффициент теплопотерь ($\beta \sim (T^4 - T_0^4)/(T - T_0)$), поэтому рост температуры при увеличении потерь может рассматриваться как фактор положительной обратной связи в системе ФГГ, приводящий к динамической неустойчивости волны, автоколебаниям (хотя бы в отдельных областях параметров). Одномерная динамическая неустойчивость и автоколебательные режимы для тепловых волн в пористой среде экспериментально не наблюдаются, следовательно, теплопотери приводят к падению температуры в волне. При этом возрастание внутренней рекуперации в системе демпфирует этот эффект

(замедляет падение температуры). Действительно, при вариации температуры горения δT соответствующим образом изменяется время химического реагирования (5.41)

$$\delta\tau/\tau \approx (1/\bar{\beta})\delta T/T, \quad (3.14)$$

где $\bar{\beta}$ - параметр Зельдовича - Франк-Каменецкого, $\bar{\beta} = (RT)/E$. Замедление тепловыделения приведет к удлинению области прогрева и уменьшению теплового потока в область прогрева $\delta q_\lambda \approx -q_\lambda^{(0)} \delta\tau/\tau \approx -q_\lambda^{(0)} (1/\bar{\beta})\delta T/T$ (знак минус соответствует направлению потока). Безразмерная скорость движения фронта волны определяется отношением кондуктивного и конвективного потоков в область прогрева: $(1-u) = -q_\lambda/q_u$ (см. **раздел 4.1**). Поскольку конвективный поток пропорционален максимальной температуре, то $\delta q_u \approx q_u^{(0)} \delta T/T$ и выполняется оценка

$$-\delta u = \frac{-\delta q_\lambda \cdot q_u - \delta q_u \cdot q_\lambda}{q_u^2} = (1-u) \left(\frac{1/\bar{\beta} - 1}{1} \right) \frac{\delta T}{T}. \quad (3.15)$$

Из (3.15) следует, что относительное изменение безразмерной скорости существенно превышает относительное изменение максимальной температуры. Данная оценка дает основание для пренебрежения изменением температуры фронта с ростом параметра $\bar{\beta}$ и использования (3.13) как функции $u(\bar{\beta})$, по крайней мере, в случае $\bar{\beta} \ll 1$ и $(1-u) \gg 0$.

В работе [95] выполнен количественный анализ влияния теплотерь на максимальную температуру каркаса. Приведем соответствующие выкладки. Запишем балансовые уравнения энергии и вещества в однотемпературном приближении в виде

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\tilde{u}}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\beta_0}{\lambda} (T - T_0) = \frac{QG}{\lambda} \frac{\partial y}{\partial x}, \quad (3.16)$$

$$\frac{GT}{\rho_0 T_0} \frac{\partial y}{\partial x} = -yz \exp(-\tilde{E}/T), \quad (3.17)$$

где $\tilde{u} = c_g G(1-u)$, ρ_0 - плотность газа при температуре T_0 ; другие обозначения стандартны.

Следуя [49], перейдем к независимой переменной y . Тогда уравнение (3.16) преобразуется:

$$T''_{yy} y^2 + T'_y y - (T'_y)^2 \frac{y^2}{T} \left(1 - \frac{\tilde{E}}{T} \right) = \frac{\beta_0}{\lambda} \left(\frac{GT}{\rho_0 T_0 z} \right)^2 - \frac{y}{\lambda} \left(\frac{GT}{\rho_0 T_0 z} \right) (\tilde{u} T'_y + HG) \exp\left(\frac{\tilde{E}}{T} \right). \quad (3.18)$$

Здесь нижние индексы означают переменную, по которой проводится дифференцирование. Далее полагаем, что вне зависимости от наличия или отсутствия теплотерь в зоне реакции выполняется равенство (2.47)

$$\exp(-\tilde{E}/T) = \exp(-\tilde{E}/T_{\max})(1-y). \quad (3.19)$$

Уравнение (3.19) позволяет определить функции $T''_{yy}(y)$, $T'_y(y)$, $T(y)$ и подставить их в (3.18). После преобразований, аналогичных рассмотренным в **разделе 2.3.4**, придем к выражению

$$\exp(-\tilde{E}/T) = \exp(-\tilde{E}/T_{\max})(1-y)F_1(y), \quad (3.20)$$

где $F_1(y)$ - функция, близкая к единице (**рис. 3.5**):

$$F(y)_1 = \frac{QG^2\tilde{E}\exp(\tilde{E}/T_{\max})}{\lambda z\rho_0 T_0 T(y)} \left((1-y) + \frac{\lambda z\rho_0 T_0 T(y)y}{QG^2\tilde{E}} \exp\left(-\frac{E}{T_{\max}}\right) - \frac{\beta(T-T_0)T}{z\rho_0 T_0 Qy} \exp\left(\frac{E}{T_{\max}}\right) - \frac{T^2(1-u)}{\Delta T_{ad}(\tilde{E}-2yT)} \right). \quad (3.21)$$

Полагая, что $F_1(0,5) = 1$, получим выражение для определения максимальной температуры в волне $T_{\max}$:

$$\exp(-\tilde{E}/T_{\max}) = \frac{QG^2\tilde{E}}{\lambda z\rho_0 T_0 T_{0,5}} \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda z\rho_0 T_0 T_{0,5}}{2QG^2\tilde{E}} \exp(-\tilde{E}/T_{\max}) - \frac{2\beta(T_{0,5}-T_0)T_{0,5}}{z\rho_0 T_0 Q} \exp(\tilde{E}/T_{\max}) - \frac{T_{0,5}^2(1-u)}{\tilde{E}\Delta T_{ad}} \right) / \left(1 - \frac{T_{0,5}}{\tilde{E}} \right), \quad (3.22)$$

где $T_{0,5} = T(y=0.5) = \tilde{E}/(\tilde{E}/T_{\max} + \ln 2)$, а выражение $(1-u)$ рассчитывается из балансного соотношения (2.13).

На **рис.3.5** представлена функция $F_1(y)$ для случаев $\beta_0=0$ и 10^4 Дж/(м³·К). Видно, что уравнение (3.19) выполняется с хорошей точностью и для случая $\beta_0 \neq 0$ вплоть до малых значений концентрации $y \approx 0.1$.

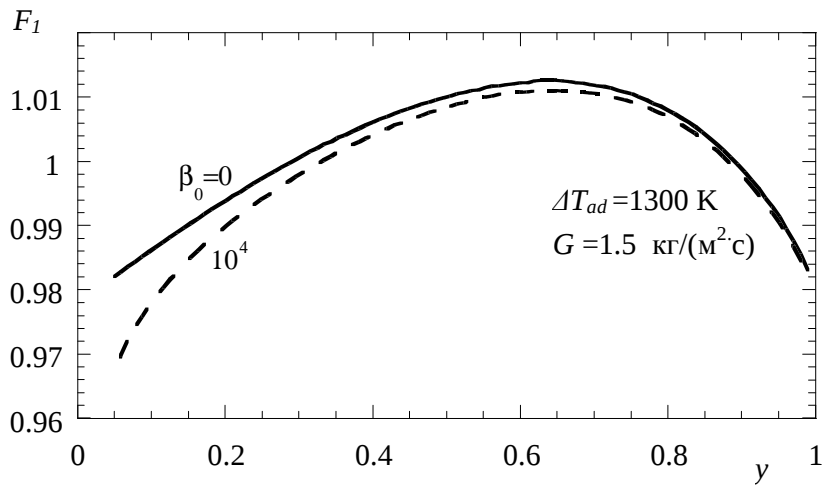


Рис.3.5. Вид функции $F_1(y)$ для различных значений β_0 , Дж/(м³·К)

В табл. 3.1 продемонстрировано влияние коэффициента β_0 на максимальную температуру $T_{\max}$ и скорость волны u_w . При этом для всех практически достижимых значений β_0 изменение $\delta T_{\max}$ (по сравнению с адиабатическим случаем $\beta_0 = 0$) в $T_{\max}$ пренебрежимо мало: $\delta T_{\max} / T_{\max} \leq 1\%$. Таким образом, можно считать, что параметр β_0 существенно влияет только на значения u_w (как это непосредственно следует из (3.13)). Поэтому для определения $T_{\max}$ вместо (3.22) можно рекомендовать использовать (2.52) - более простое соотношение, соответствующее адиабатическим условиям.

Таблица 3.1

Отклонение максимальной температуры и изменение скорости волны при наличии теплопотерь [95]

β_0 , Вт/(м ³ К)	$T_{\max}$, К	$\delta T_{\max}$, К	$u_w \cdot 10^5$, м/с
0	1642.47	0	4.09
10^3	1642.43	-0.04	4.23
10^4	1642.11	-0.36	5.53
10^5	1638.72	-3.8	21

Заметим, что в случае ненулевых теплопотерь уравнение (3.13) можно представить как

$$u_w / u_{th} = 1 - \Delta T'_{ad} / \Delta T_{\max}, \quad (3.23)$$

где $\Delta T_{\max} = T_{\max} - T_0$; $\Delta T'_{ad}$ - адиабатическая температура, скорректированная на теплопотери, $\Delta T'_{ad} = (\Delta T_{ad}^2 - 4\beta\lambda \Delta T_{\max}^2 / c_g^2 G^2)^{1/2}$ ($\Delta T'_{ad} < \Delta T_{ad}$).

Указанные результаты получены для однотемпературной модели. В двухтемпературном случае для определения температуры зажигания (максимальной температуры каркаса) должна быть сформулирована модель зажигания, учитывающая химическую кинетику горения. Для сложной многоступенчатой кинетики нельзя отвергать возможности и более сложной немонотонной зависимости динамических характеристик волн ФГГ от теплопотерь.

3.4. Влияние давления на параметры волны фильтрационного горения

Экспериментальные исследования показывают, что при постоянном массовом расходе горючей смеси скорость распространения волны ФГГ существенно зависит от давления в системе. Как правило, повышение давления эквивалентно более низкой температуре зажигания и соответственно сдвигу вниз динамической кривой $u_w(u_g)$. Влияние давления на динамику волн ФГГ не эквивалентно таковому влиянию на скорость нормального ламинарного пламени. В последнем случае динамика хорошо описывается аналитическими моделями - см. формулу (5.41), падает с ростом давления в случае первого порядка эффективной реакции (5.42), не изменяется при втором

порядке эффективной реакции (5.43) и увеличивается с ростом давления при более высоком порядке эффективной реакции.

Рассмотрим подробнее механизмы влияния давления. Как известно, характерное время протекания химической реакции (кинетическое время) определяется скоростью реакции и пропорционально давлению в степени $(n-1)$, где n - порядок реакции по давлению, см. (5.41). Таким образом, для реакции второго порядка характерное время ее протекания пропорционально p . Очевидно, большая скорость реагирования обеспечивает более низкую температуру зажигания T_i (температура зажигания находится из сравнения скорости химического тепловыделения со скоростями каких-либо других характерных теплофизических процессов). Модель, приведенная в **разделе 2.4**, дает количественное представление об этом эффекте. Так, более быстрой кинетике соответствует большее значение кинетической константы z и, согласно (1.40), более низкая температура воспламенения газа. При определении температуры зажигания в модели **раздела 2.4** сравнивались не временные, а энергетические характеристики процессов тепловыделения и теплообмена согласно (2.38). Объемная плотность тепловыделения пропорциональна произведению скорости протекания химической реакции и объемной плотности горючего, следовательно даже в случае реакции первого порядка температура зажигания, определенная указанным способом, зависит от плотности (давления) газа. Другие параметры, входящие в (2.40): α , $(u_g \rho_g)$, λ и c_g - не зависят от давления (при фиксированном расходе). На практике зависимость от давления может быть более сильной, чем предсказываемая формулой (2.43), так как при получении (2.43) использовано приближение мгновенной реакции и игнорировался реальный профиль концентрации реагента и конечная скорость тепловыделения. Из исходных уравнений (2.7)-(2.9) видно, что профиль концентрации реагента зависит от скорости фильтрации газа (2.9) и через нее - от давления в системе. При этом в уравнениях (2.7), (2.8) с давлением связана только скорость химической реакции W . Как следует из модельной системы

$$\begin{aligned}(c\rho)_g(u_g - u)T' &= \lambda T'' + QW(y, T), \\ u_g y' &= -W(y, T_g),\end{aligned}\tag{3.24}$$

уменьшение u_g (при постоянном массовом расходе) приводит к относительно более полному выгоранию топлива при достижении фиксированной температуры в волне, что может быть интерпретировано как повышение эффективной скорости химической реакции.

Действительно, исключая из записанной системы скорость реакции $W(y, T)$, получим уравнение $(c\rho)_g(u_g - u)T' = \lambda T'' + Qu_g y'$. Если пренебречь кондуктивным потоком по сравнению с химическим тепловыделением (оправдано в узкой зоне интенсивного протекания реакции) и проинтегрировать это уравнение в пределах от $-\infty$ до x , легко получить

$$1 - y = \frac{(c\rho)_g(u_g - u)}{u_g}(T - T_0).\tag{3.25}$$

Несмотря на качественный характер, уравнение (3.25) отражает механизм понижения температуры зажигания при увеличении давления (уменьшении u_g).

Модель, представленная в **разделе 2.3.2**, более адекватно учитывает этот фактор, поскольку является приближенным решением системы (2.7)-(2.9) с аррениусовской скоростью реакции первого порядка.

Для того чтобы дать количественное представление о влиянии давления на динамику волны, приведем результаты оценок, выполненных по аналитическим моделям (2.43), (2.52) и расчетной модели (2.1)-(2.5), в которой использованы реалистичные температурные зависимости параметров (**табл. 3.2**). В качестве базовых значений параметров при расчетах принимались: $\lambda = 2$ Дж/(м·К), $G = 0.5$ кг/(м²·с), $Q = 2.9 \cdot 10^6$ Дж/кг (для смеси), $c_g = 1.5 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\Delta T_{ad} = Q / c_g = 1933$ К, $T_0 = 300$ К, $\rho = 1.29 \cdot p / p_0$ кг/м³, $p_0 = 1$ атм, $\alpha = 10^5$ Дж/(м³·с·К). Химическая кинетика первого порядка моделировалась брутто-реакцией $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$ с энергией активации $E = 15640$ К и предэкспоненциальным множителем $z = 2.8 \cdot 10^8$ с⁻¹. Химическая кинетика второго порядка моделировалась аналогичной реакцией с параметрами $E = 15640$ К, $z = 2.18 \cdot 10^8$ м³/(моль·с).

Таблица 3.2

Сравнительный расчет максимальной температуры каркаса и безразмерной скорости фронта при постоянном массовом расходе и различных давлениях

Реакция	Р, атм	(2.43), (2.12)		(2.52), (2.12)		Расчет (2.1)-(2.5)	
		$T_{s,max}, K$	u	$T_{s,max}, K$	u	$T_{s,max}, K$	u
1-го порядка	1	1790	-0.29	1517	-0.59	2080	-0.15
	2	1748	-0.33	1430	-0.71	2036	-0.19
	4	1709	-0.37	1352	-0.83	1996	-0.24
2-го порядка	1	1774	-0.34	-	-	2135	-0.096
	2	1696	-0.38	-	-	2029	-0.19
	4	1629	-0.45	-	-	1953	-0.28

Таким образом, наиболее надежные сведения о количественной перестройке фильтрационных волн при изменении давления в системе могут быть получены из реалистичного численного моделирования. Модели, использующие приближение моментальной реакции, в общем случае теряют адекватную связь температуры и скорости волны с изменением давления в системе.

Фронт волны ФГГ может быть неустойчив, т.е. не сохранять свою начальную геометрию, гаснуть, что является главным препятствием для широкого применения устройств ФГГ в промышленности. Под неустойчивостью с физической точки зрения понимаем нестационарный процесс роста возмущений фронта ФГГ, приводящий к нарушению его начальной симметрии или разрушению. В экспериментах [96,97] различают наклонную (клиновую) и очаговую неустойчивости. Первая проявляется в том, что фронт горения постепенно перестает быть перпендикулярным к вектору средней скорости фильтрации топлива и при дальнейшем развитии неустойчивости может фрагментироваться или потухнуть. Очаговая неустойчивость проявляется в деформации фронта горения и последующем выделении из него (отставании от движения основного фронта) изолированных очагов приблизительно сферической конфигурации.

В экспериментах [96] при горении водородно-воздушной смеси в трубе диаметром около 8 см наблюдались очаги с характерным размером 2 см. При фиксированной скорости фильтрации газовой смеси ($u_g \sim 1.3$ м/с) имели место следующие закономерности развития неустойчивости фронта горения. Когда концентрации водорода незначительно превышала предел распространения пламени ($\sim 4-5$ %), горение происходило в режиме спутной волны без разрушения фронта. В случае повышения концентрации водорода до 5-7 % возмущения фронта горения росли, участки фронта отставали от движущейся спутно волны и он фрагментировался на отдельные очаги. Переход от спутного режима ФГГ к встречному имел место при концентрации водорода $\sim 7-11$ %, фронт горения не фрагментировался, хотя наблюдались трехмерные возмущения небольшой амплитуды. При более богатых смесях фронт горения распространялся встречно к потоку и выходил за пределы реактора.

Неустойчивость фронта ФГГ рассматривалась в ряде работ [50, 96, 97, 98], она легко наблюдается в экспериментах. Однако удовлетворительное теоретическое описание этого процесса в указанных публикациях отсутствует.

На основе модифицированной аналогии Рейнольдса в работе [96] сформулировано необходимое условие для развития очаговой неустойчивости, которое сведено к требованию малости числа Льюиса газовой смеси (подробнее см. **раздел 4.6**). Выполнена попытка проанализировать устойчивость ФГГ по отношению к наклону фронта.

При анализе гидродинамической неустойчивости в [50, 97] используется аналогия с теорией Ландау устойчивости плоских пламен [99]. В работе [50] задачи о тепловой и гидродинамической неустойчивости изучаются независимо. Для анализа тепловой неустойчивости рассматриваются одномерные тепловые возмущения. Как отмечено встречные волны горения «более устойчивы» в том смысле, что неустойчивость волны при спутном распространении может проявиться при меньших значениях некоторого бифуркационного параметра. По существу, это свидетельствует об абсолютной устойчивости фронта ФГГ к тепловым возмущениям, что достаточно очевидно по отношению к одномерным (в частности, трансляционным) возмущениям фронта. Действительно, любой рост возмущений может привести либо к новому стационарному состоянию системы, либо к приближению возмущения к своему

возможному предельному значению (например, бесконечно большой температуре). Анализ задачи о ФГГ и эксперименты подтверждают единственность решения для одномерной волны ФГГ аналогично единственности решения для нормального ламинарного пламени [45]. Следовательно, если исключить возможность достижения возмущениями предельных значений, рост одномерных тепловых возмущений невозможен. Одномерные трансляционные возмущения не изменяют тепломассообмен в волне и поэтому не могут нарастать. При анализе гидродинамической неустойчивости в работе [50] рассматривается двумерная задача. Показано, что в случае небольшого различия констант фильтрации по обе стороны фронта горения пламя гидродинамически неустойчиво.

В статье [97] экспериментально и теоретически исследована проблема устойчивости ФГГ. Клиновое неустойчивость фронта наблюдалась в кварцевой трубке диаметром 40 мм при спутных режимах ФГГ. К сожалению, в работе не содержится информация об особенностях динамики клиновой неустойчивости, условиях прорыва фронта горения и др. Поставлена и аналитически решена задача о гидродинамической неустойчивости фронта ФГГ при размерах возмущений, значительно превышающих тепловую ширину пламени. Для рассмотрения коротковолновых возмущений здесь же используется параметризация локальной скорости фронта через его кривизну

$$u_w = u_{w,0}(1 + \gamma f''), \quad (4.1)$$

где f'' - вторая производная по поперечной координате, задающая кривизну фронта горения; $u_{w,0}$ - локальная скорость невозмущенного фронта; γ - фактор влияния кривизны фронта на его динамику (положительный параметр в системе, где направление фильтрации совпадает с положительным направлением оси). С использованием этого допущения, а также вследствие того, что в модели неявно (через граничные условия) учитывались особенности тепловой задачи, авторами получена формула, задающая критический поперечный размер для роста малых возмущений деформационного типа. К сожалению, характер допущений [97] не позволяет численно оценить величину критического размера в зависимости от параметров задачи. Другой недостаток модели – ее построение на основе уравнения Эйлера, а не уравнения фильтрации. Более строгий анализ данной задачи будет дан в **разделе 4.2**.

Задача о тепловой неустойчивости фронта ФГГ для малых двумерных возмущений фронта решена в [100] в приближении моментальной реакции. Изменение скорости реакции в зависимости от температуры учитывалось с помощью разложения Франк-Каменецкого (2.15). Определен декремент затухания возмущения, обнаружено, что большей скорости роста возмущений соответствует большая длина волны возмущения, найдена критическая длина волны возмущения. Результаты работы [100] качественно согласуются с выводами С.С. Минаева и коллег [97], однако их детальная интерпретация требует осторожности, поскольку, во-первых, результаты относятся лишь к малым возмущениям, во-вторых, рассматривается специальный (тепловой) тип возмущения, при котором макроскопическая область возмущения получает (или теряет) энергию при неизменной скорости фронта. Такой тип возмущений, в отличие от деформационных, не реализуется в обычных условиях фильтрации.

В публикации [98] рассматривалась задача о тепловой неустойчивости одномерной сферической волны ФГГ в приближении узкого фронта горения. Показано, что стационарный фронт устойчив по отношению к сдвигу в расходящемся потоке и неустойчив в сходящемся.

Общей особенностью работ [50, 97, 100] является использование приближения малых возмущений, что недостаточно для предсказания поведения возмущений на нелинейной стадии.

Один из способов изучения устойчивости термодинамических систем к возмущениям конечной амплитуды - метод энергий впервые предложен Орром [101] для исследования конвективной неустойчивости в системе, состоящей из жидкости, покоящейся между двумя плоскопараллельными пластинами с различающимися температурами (задача Бернара). Основная идея данного подхода (см., например, [102]) заключается в выделении характерного макродвижения предполагаемого возмущения, локализованного в конечном объеме, ограниченном либо размерами системы, либо периодом возмущений (в случае неограниченности системы). Далее составляется функционал, представляющий собой производную интегральной по объему энергии возмущения E по времени. Предполагается, что рассматриваемое возмущение будет затухать, если $\partial E / \partial t < 0$. Таким образом, условие

$$\partial E / \partial t = 0 \quad (4.2)$$

позволяет получить функциональное уравнение, которое исследуется методами вариационного анализа. В результате определяются критические значения безразмерных параметров задачи, характеризующие условия появления возмущений в системе и описывают достаточные условия стабильности системы [103, 104]. Применение метода энергии к проблеме устойчивости фронта ФГГ требует существенной переформулировки. В настоящее время нет работ, анализирующих устойчивость систем ФГГ методом энергий.

Таким образом, в литературе отсутствует удовлетворительная теория устойчивости волн ФГГ, которая, на наш взгляд, должна рассматривать, во-первых, нестационарную задачу для возмущения, во-вторых, учитывать многомерность возмущений, в-третьих, включать факторы взаимодействия гидродинамических (возмущения полей скоростей фильтрации) и температурных возмущений. С другой стороны, даже детальные дву- и трехмерные численные модели вряд ли способны количественно достоверно описывать неустойчивость в реальных системах. Это связано с принципиальной неоднородностью пористых тел, существенной ролью пульсаций скорости, особенностями химической кинетики горения и др. (см. **раздел 1.4**).

Публикации [30,105,106,107,108,109,110] посвящены качественному анализу совместного влияния тепловых и гидродинамических факторов на устойчивость фронта. В них развивается качественный метод анализа - метод конкуренции потоков. Суть его заключается в исследовании теплового баланса области прогрева фронта в сечении возмущения как функционала от деформации фронта и других параметров системы. Предложена и обоснована концепция тепловой реорганизации системы, компенсирующей возмущение. Настоящий раздел базируется на оригинальных работах авторов. Приведены результаты экспериментальных исследований наклонной неустойчивости фронта горения. Заметим, что ряд факторов, способных влиять на динамику фронта (трехмерность фронта и граничных условий, изменение условий теплоотдачи в результате временной эволюции возмущения, влияние мелкомасштабной структуры фронта, химической кинетики и др.), практически не поддается анализу. Установить зависимость динамики фронта горения от перечисленных факторов можно посредством детального многомерного моделирования систем ФГГ.

4.1. Метод конкуренции потоков в анализе термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения

Рассмотрим ФГГ в режиме сильной тепловой связи с каркасом (низких скоростей). Температурные профили газовой и твердой фаз при этом приближенно представлены на **рис. 2.5**. Слева от x_i находится зона прогрева, в которой химические реакции тепловыделения практически не протекают. Оценим тепловой баланс этой области. Набегающий газовый поток посредством конвективного теплообмена забирает тепло из зоны прогрева со средней удельной (отнесенной к единице поперечного сечения) интенсивностью $\tilde{q}_u$. Кондуктивный поток доставляет тепло из высокотемпературной области каркаса в зону прогрева со средней интенсивностью $\tilde{q}_\lambda$. Очевидно, фронт горения остается неподвижным при равенстве этих потоков, перемещается спутно, если $\tilde{q}_u > \tilde{q}_\lambda$, и встречно в случае $\tilde{q}_u < \tilde{q}_\lambda$. Оценка кондуктивного потока дает

$$\tilde{q}_u \cong (c\rho)_g u_g \Delta T_{s,i}, \quad (4.3)$$

где $\Delta T_{s,i}$ - температура каркаса, соответствующая зажиганию газа (**рис.2.5**). Величина $\tilde{q}_\lambda = \lambda \partial T / \partial x|_{T=T_i}$, и в рамках однотемпературной модели с моментальной реакцией (2.32) (так же как и в упрощенной двухтемпературной модели, описанной в **разделе 2.3.1**)

$$\tilde{q}_\lambda \cong (c\rho)_g u_g (1-u) \Delta T_{s,i}, \quad (4.4)$$

u - безразмерная скорость волны горения, $u \equiv u_w / u_t$. Из (4.3) и (4.4) следует, что

$$\tilde{q}_\lambda / \tilde{q}_u = (1-u). \quad (4.5)$$

С учетом (2.12) также справедливо

$$\tilde{q}_\lambda / \tilde{q}_u \cong T_{ad} / T_{s,max}. \quad (4.6)$$

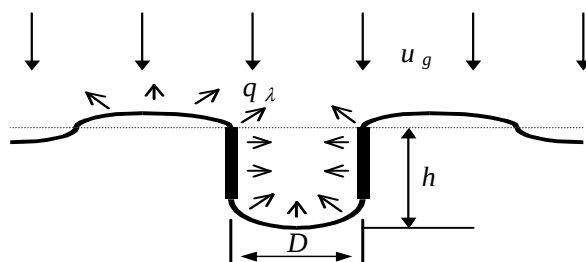
Знак *тильда* в $\tilde{q}_\lambda$ и $\tilde{q}_u$ означает среднее по сечению невозмущенное значение потока. Ниже используются параметры q_λ и q_u - локальные значения потоков, а также Q_λ и Q_u - кондуктивный и конвективный потоки, отнесенные к площади сечения возмущения (лунки). Очевидно, зная величину q_λ / q_u в каждой точке сечения, можно промоделировать эволюцию фронта горения и любых его возмущений, однако такое моделирование выходит за рамки качественного анализа.

Во фронте ФГГ всегда присутствуют малые возмущения, которые могут моделироваться суперпозицией синусоидальных или иных деформаций фронта (**рис.4.1**). Возмущающим фактором для фронта является неоднородность конвективного потока или поля фильтрации, вызванная неоднородностью пористого тела и поля

температур (рост возмущения невозможен при стационарном однородном по сечению поле фильтрации). Стабилизирующим фактором служат кондуктивные тепловые потоки, стремящиеся компенсировать температурные неоднородности в системе.

Применим следующий метод для изучения динамики возмущений. 1. Рассматриваем возмущение фронта не локально (в каждой точке), а как некоторую геометрическую структуру (лунку), имеющую поперечный размер $D_{прт}$, глубину h и характеризующуюся средним (отнесенным к площади сечения возмущения) значением Q_λ / Q_u . 2. Считаем, что температура фронта существенно не изменяется при его деформациях. 3. Будем исследовать не абсолютные значения тепловых потоков Q_u и Q_λ , а их приращения (вариации), вызванные вариацией параметров возмущения фронта, что дает возможность не обращать внимания на абсолютную точность формул для потоков Q_u , Q_λ , но позволяет учесть важнейшие параметрические зависимости этих потоков. Полагаем, что малое возмущение растет, если приращение конвективного потока, вызванное этим возмущением, превышает соответствующее увеличение кондуктивного потока - $\delta Q_u > \delta Q_\lambda$. Данный метод назовем *методом конкуренции потоков* (МКП). По существу, МКП - метод анализа динамической системы, который может быть переформулирован в терминах факторов воздействия на систему и обратной связи.

Рис.4.1. Образование лунки в результате развития малого возмущения фронта горения



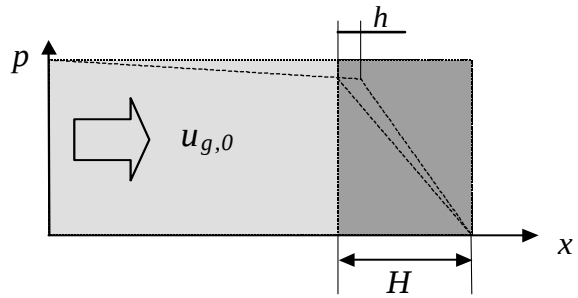
Для реализации МКП необходимо оценить вариации потоков δQ_λ , δQ_u как функции амплитуды возмущения. Пусть скорость фильтрации задается законом Дарси:

$$u_g = -\kappa_f \nabla p, \quad (4.7)$$

κ_f - коэффициент фильтрации, $\kappa_f = k_0 / \mu$. Далее предположим, что основное падение давления в системе имеет место в высокотемпературной области волны ФГГ толщиной H , не определяя детально понятие *высокотемпературная область* (рис.4.2). Начало высокотемпературной зоны совпадает с положением фронта горения, ее протяженность связана с теплопотерями в окружающую среду, моментом времени (если процесс неустановившийся), теплофизическими свойствами пористого тела и другими параметрами. Пренебрегая перепадом давления в холодной зоне, оценим среднюю невозмущенную скорость холодного газа вблизи фронта горения (рис.4.2)

$$u_{g,0} = -\kappa_f \nabla p = -\kappa_f \Delta p / H. \quad (4.8)$$

Рис.4.2. Изменение давления при фильтрации вдоль оси x через низко- и высокотемпературные (густая штриховка) области



Рассмотрим часть сечения каркаса, покрываемую лункой (**рис.4.1**), и будем считать ее изолированной (трубка тока). Такое допущение позволяет оценить увеличение скорости фильтрации в этом сечении за счет увеличения градиента давления, вызванного лункой. При этом можно исходить либо из предположения о постоянном перепаде давления в системе (что подразумевается в дальнейшем), либо из предположения о постоянном расходе газа. В первом случае $u_g(h) = -\kappa_f \Delta p / (H - h)$ или с учетом (4.8)

$$u_g(h) = u_{g,0} \left(1 + h / (H - h) \right). \quad (4.9)$$

При постоянном расходе газа перепад давления будет зависеть от деформации фронта и оценку изменения скорости в сечении возмущения следует делать с учетом равенства $u_{g,0} S_0 = u_g(h) S_1 + u_g(0)(S_0 - S_1)$, где S_0 , S_1 - площадь полного сечения фильтрации и площадь поперечного сечения возмущения соответственно. При этом изменение скорости фильтрации с ростом глубины лунки более медленное, чем в случае (4.9):

$$u_g(h) = u_{g,0} \left(1 + \frac{(1 - S_1 / S_0) h}{H - (1 - S_1 / S_0) h} \right). \quad (4.10)$$

На начальной стадии образования возмущения уравнения (4.9) и (4.10) равнозначны. На более поздней стадии, когда амплитуда возмущения и (или) его площадь становятся соизмеримыми с характерными масштабами системы $h \sim D_0$, $S_1 \sim S_0$, различия между режимами постоянного давления и постоянного расхода существенны.

Допущение об изолированности части сечения, покрытой лункой, приводит к занижению оценок (4.9), (4.10). Пренебрежение падением давления в холодной части, наоборот, завышает эту величину. В рамках данной модели конвективный и кондуктивный потоки будут зависеть от размеров возмущения h , D и толщины высокотемпературной области H . Хорошей моделью мелкой лунки ($h < D$) является сферический сегмент. Площадь поверхности сферического сегмента и его средняя глубина, определяемая как объем, отнесенный к площади основания, выражаются известными формулами [111]. Считая кондуктивный поток пропорциональным площади поверхности лунки, а конвективный поток связанным с его средней глубиной согласно (4.9), можем получить

$$Q_\lambda = \frac{\pi D_{prt}^2}{4} \left(1 + 4(h / D_{prt})^2 \right) \tilde{q}_\lambda, \quad (4.11)$$

$$Q_u = \frac{\pi D_{prt}^2}{4} \left(1 + \left(\frac{h}{2} + \frac{2}{3} \frac{h^3}{D_{prt}^2} \right) / (H - h) \right) \tilde{q}_u. \quad (4.12)$$

Здесь при оценке средней по объему сегмента глубины лунки использовалось предположение $h \ll D_{prt}$, однако и при невыполнении этого условия соблюдается достаточная точность (например, ошибка меньше 10% для $h = D_{prt} / 4$). Согласно МКП, малое возмущение растет, если приращение конвективного потока, вызванное этим возмущением, превышает соответствующее увеличение кондуктивного потока, $\delta Q_u > \delta Q_\lambda$, или с учетом (4.11), (4.12)

$$\frac{4h}{D_{prt}} \tilde{q}_\lambda < \frac{D_{prt}}{2(H-h)} \tilde{q}_u + \frac{2}{3} \frac{h^2}{(H-h)D_{prt}} \tilde{q}_u. \quad (4.13)$$

Анализ квадратичного относительно h неравенства (4.13) показывает, что малые по амплитуде возмущения ($h \ll D_{prt}$, $h \ll H$) всегда растут. В зависимости от дискриминанта (4.13) рост их может либо остановиться при определенном значении амплитуды $h = h_1$, либо продолжиться до полного разрушения фронта. Оценка для h_1 , учитывающая малость амплитуд возмущения ($h \ll D_{prt}$, H), запишется следующим образом:

$$h_1 = \frac{1}{8\phi} \frac{D_{prt}^2}{H}. \quad (4.14)$$

Условие неограниченного роста возмущения примет вид

$$\frac{D_{prt}}{(H-h)} > 2\sqrt{3}\phi. \quad (4.15)$$

Здесь используется обозначение $\phi = \tilde{q}_\lambda / \tilde{q}_u$. Точное решение (4.13) дает

$$h_1 = \frac{3H\phi}{1+6\phi} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{D_{prt}^2}{H^2} \frac{(1+6\phi)}{12\phi^2}} \right). \quad (4.16)$$

В интервале значений амплитуд $h_1 < h < h_2$ возмущения не нарастают, а уменьшаются до h_1 . Если в результате значительной флуктуации либо внешнего воздействия амплитуда возмущения превысит второе критическое значение $h > h_2$, где

$$h_2 = \frac{3H\phi}{1+6\phi} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{D_{prt}^2}{H^2} \frac{(1+6\phi)}{12\phi^2}} \right), \quad (4.17)$$

то возмущения будут расти вплоть до разрыва фронта.

Условие отрицательности дискриминанта в (4.16), (4.17) задает границу неустойчивости фронта (неограниченного роста амплитуды возмущения) по отношению к рассмотренному классу возмущений:

$$D_{prt} / H > 2\phi \sqrt{3/(1+6\phi)} \approx \sqrt{2\phi} . \quad (4.18)$$

Легко убедиться, что для возмущений, моделируемых цилиндрической лункой, аналогичные выражения для потоков имеют вид

$$Q_{\lambda} = \frac{\pi D_{prt}^2}{4} (1 + 4h/D) \tilde{q}_{\lambda} , \quad (4.19)$$

$$Q_u = \frac{\pi D_{prt}^2}{4} (1 + h/(H-h)) \tilde{q}_u \quad (4.20)$$

и соответственно условие роста возмущения

$$D_{prt} / (H-h) > 4\phi . \quad (4.21)$$

Как видно, выражения (4.15) и (4.21) близки и задают существенно большую величину критического поперечного размера возмущения D_{cr} , чем (4.18). Это объясняется тем, что (4.18) учитывает ненулевое значение начальной амплитуды h в формулах (4.15), (4.21). Действительно, если оценить начальную амплитуду возмущения с помощью (4.14) и подставить полученное выражение в (4.15), то

$$(D_{cr} / H)^2 + 2(D_{cr} / H) - 8\phi = 0 . \quad (4.22)$$

Положительное решение уравнения (4.22) есть

$$D_{cr} / H = (1 + 8\phi)^{1/2} - 1 \cong 2.8\sqrt{\phi} - 1 . \quad (4.23)$$

Из выражений (4.15), (4.18) следует, что условие роста возмущений прежде всего выполняется для длинноволновых возмущений фронта ($D_{prt} \gg d_0$), что согласуется с указанными в начале главы результатами работ [97,100]. Поэтому при анализе системы на неустойчивость в качестве D_{prt} нужно брать наибольший размер возможного (в рассматриваемом классе) возмущения - в нашем случае это лунка с поперечным размером, равным диаметру системы D_0 . Таким образом, критический диаметр системы, согласно (4.18) и (4.23), определяется параметром $\phi = \tilde{q}_{\lambda} / \tilde{q}_u$ и толщиной высокотемпературной области H . Однако если на начальную амплитуду возмущения (или амплитуду флуктуаций) оказывают влияние внешние факторы, критический размер системы следует рассчитывать с учетом этой амплитуды в соответствии с (4.15) или (4.21).

Для типичных значений параметров спутного режима $u = 0.3$, $H/D_0 = 2$ из формул (4.16)-(4.18) следуют оценки:

$$h_1 \cong 0.048H = 0.096D_0 , \quad (4.24)$$

$$h_2 \cong 0.75H = 1.5D_0, \quad (4.25)$$

$$D_{cr} = 1.18H. \quad (4.26)$$

Заметим, что МКП не требует малости амплитуды возмущений, однако используемые модели потоков Q_λ , Q_u имеют определенные границы применимости, в конечном итоге определяющие корректность всех получаемых выводов. В работе [105] приведен вариант применения метода конкуренции потоков для описания наклонной неустойчивости, где в качестве модельной геометрии возмущения фронта горения рассмотрена наклонная плоскость. Важнейшим результатом анализа динамики возмущений методом МКП является вывод о существовании характерной стационарной амплитуды возмущений и критических условий, при выполнении которых амплитуда возмущения неограниченно растет.

При переходе на стадию нелинейного роста возмущений начинают сказываться факторы, компенсирующие перераспределение фильтрационного потока и таким образом замедляющие процесс развития неустойчивости. Более подробно об этом будет сказано в **разделах 4.3-4.5**.

4.1.1. Модель газодинамической пробки

Анализ, приведенный в **разделе 4.1**, предполагает, что основной перепад давления в системе приходится на высокотемпературную область толщиной H , причем давление в этой области падает приблизительно линейно, т.е. речь идет о гидродинамической пробке. В отдельных случаях значение H очевидно (см. **раздел 4.7**), в общем случае это не так. Приведем модель, позволяющую определять H через простейшие измеряемые параметры системы.

Пусть распределение давления в системе вдоль координаты фильтрации газа x аппроксимировано тремя линейными участками: L_1 , H и L_2 (**рис.4.3**).

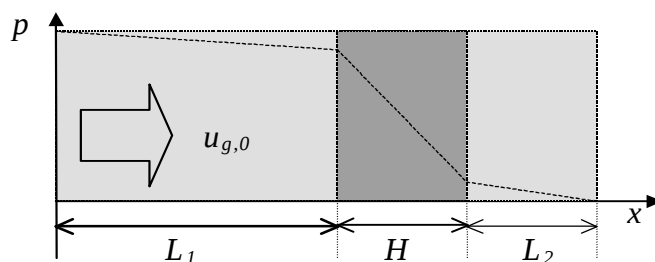


Рис.4.3. К определению толщины газодинамической пробки

Предположим, что градиенты на холодных участках L_1 и L_2 тождественны, а градиент давления на участке H равен истинному градиенту давления в начале высокотемпературной области. Последнее дает нам право использовать величину этого градиента для расчета перераспределения фильтрации по формуле (4.9). Применяя формулу Дарси (4.7) и учитывая $u_g = u_0 T_{max}/T_0$, полное падение давления в системе можно выразить как

$$\Delta p = \frac{u_0}{k_0} [\mu_1 L_1 + \mu_2 H T_{max} / T_0 + \mu_1 L_2], \quad (4.27)$$

где индексы при параметре μ соответствуют номеру зоны в рассматриваемой системе. Используя соотношение, следующее из элементарной кинетической теории, $\mu \cong \mu_0 \sqrt{T/T_0}$ и вводя $L = L_1 + L_2$, получим

$$\Delta p = \frac{u_0 \mu_1}{k_0} [L + H(T_{\max}/T_0)^{3/2}]. \quad (4.28)$$

Из (4.28) найдем перепад давления на горячей зоне:

$$\Delta p_H = \frac{\Delta p}{1 + L/[H(T_{\max}/T_0)^{3/2}]}. \quad (4.29)$$

Следуя принятому определению H , действительную скорость фильтрации в начале горячей зоны можно задать градиентом $\Delta p_H/H$. Это условие формально дает равенство

$$u_0 \frac{T_{\max}}{T_0} = \frac{k_0}{\mu_2} \frac{\Delta p_H}{H}. \quad (4.30)$$

Подставляя в него Δp_H в соответствии с (4.29), найдем

$$H = \frac{\Delta p - L u_0 \mu_0 / k_0}{(u_0 \mu_0 / k_0)(T_{\max}/T_0)^{3/2}} = \frac{\Delta p - \Lambda u_0 \mu_0 / k_0 + H u_0 \mu_0 / k_0}{(u_0 \mu_0 / k_0)(T_{\max}/T_0)^{3/2}}. \quad (4.31)$$

Здесь введена полная длина системы $\Lambda = H + L$. Обратим внимание на то, что слагаемое $\Lambda u_0 \mu_0 / k_0$ имеет физический смысл перепада давления в холодной системе (при отсутствии горения), для обозначения которого введем Δp_{cold} . Тогда элементарные преобразования (4.31) приведут к равенству

$$H = \Lambda \frac{\Delta p / \Delta p_{cold} - 1}{(T_{\max}/T_0)^{3/2} - 1}. \quad (4.32)$$

Таким образом, значения четырех легкоизмеряемых величин (Λ , Δp , Δp_{cold} и $T_{\max}$) дают однозначную оценку толщины газодинамической пробки H , используемой для расчета перераспределения фильтрации. Заметим, что оценка (4.32) справедлива для невозмущенного фронта горения.

4.2. Локальная модель термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения

Одна из первых попыток исследования совместного влияния тепловых и гидродинамических факторов на устойчивость фронта ФГГ сделана в статье

С.С. Минаева и коллег [97] (ее анализ имеется в [105]). К сожалению, характер принятых там допущений не позволяет численно оценить критические параметры возмущений. Кроме того, правомерность использования уравнений Эйлера для условий фильтрации вызывает сомнения. Приведем более корректное решение задачи о термогидродинамической устойчивости фронта горения [110].

Пусть имеется плоский стационарный фронт горения, моделируемый скачком температуры и плотности газа. Предполагается, что длина волны возмущения значительно превышает ширину области прогрева фронта горения. Направление фильтрации газа совпадает с осью x , положение фронта соответствует нулю, ось y параллельна фронту. Исследуем динамику роста малых деформационных возмущений, длина волны которых значительно превышает ширину фронта. Для гидродинамической задачи исходными являются уравнения фильтрации, неразрывности и состояния для идеального изотермического газа:

$$\mathbf{u}_g = -\kappa_f \nabla p, \quad (4.33)$$

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}_g) = 0, \quad (4.34)$$

$$\rho = \text{const} \cdot p.$$

Связь между деформацией фронта горения и возмущением поля фильтрации устанавливается исходя из известной зависимости между скоростью волны ФГГ и скоростью фильтрации [33, 82, 97]

$$u_w = u_w(u_g). \quad (4.35)$$

Из (4.33), (4.34) следует уравнение нестационарной фильтрации Лейбензона

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa / 2 \Delta(p^2). \quad (4.36)$$

Здесь κ - коэффициент фильтрации $\kappa = k_0 / (m\mu)$. Предполагается, что вязкость не зависит от давления.

Уравнение (4.36) нелинейное, поэтому задача может быть исследована на устойчивость методами теории возмущений для нелинейных систем. Учитывая, что $u_w / u_g \sim 10^{-4}$, и переходя в систему координат, движущуюся с фронтом, легко убедиться, что нестационарный член в (4.34) также имеет порядок $u_w / u_g \sim 10^{-4}$. Поэтому задача о фильтрации квазистационарна, а (4.36) можно линеаризовать по Лейбензону (см. **раздел 1.2.**):

$$\frac{\partial(p^2)}{\partial t} = \kappa p_0 \Delta(p^2). \quad (4.37)$$

Уравнение (4.37) линейно относительно p^2 . Следовательно, суперпозиция его решений также является решением и возмущение должно удовлетворять (4.37) независимо от вида основного невозмущенного решения. Для определенности считаем, что невозмущенное решение характеризуется скоростью движения фронта u_w , давлением

$p^2 = C_1 + xC_2$ (стационарное решение (4.37)), нормальной к фронту скоростью фильтрации V_1 в холодной области и $V_2 = (\rho_1 / \rho_2)V_1$ - в горячей.

Найдем функцию возмущения давления, удовлетворяющую (4.37) и отвечающую требованиям обращения в нуль на бесконечности и периодичности по поперечной координате:

$$p \sim \exp(ik_y y + k_x x + \Omega t), \quad (4.38)$$

где Ω - временной инкремент роста возмущения $\Omega = 2k_f p_0 (k_x^2 + k_y^2)$. Согласно (4.38), для квазистационарных процессов $k_{x,1} \approx k_{y,1} = k_{y,2} \approx k_{x,2}$, что позволяет опустить индексы при k везде, где их различия несущественны; индексы 1 и 2 относятся к области исходной смеси и продуктов соответственно. Используя (4.38) и (4.33), условия обращения возмущения в нуль на бесконечности, а также тождественность поперечного масштаба возмущений давления и деформации фронта, ищем решение для величин возмущения давления, скорости и положения фронта в виде

$$\begin{aligned} p_1 &= A \exp(ik_y y + k_x x + \Omega t), \\ v_1 &= -\kappa_1 k_x A \exp(ik_y y + k_x x + \Omega t), \\ u_1 &= -i\kappa_1 k_y A \exp(ik_y y + k_x x + \Omega t), \\ p_2 &= B \exp(ik_y y - k_x x + \Omega t), \\ v_2 &= \kappa_2 k_x B \exp(ik_y y - k_x x + \Omega t), \\ u_2 &= -i\kappa_2 k_y B \exp(ik_y y - k_x x + \Omega t), \\ f &= C \exp(ik_y y + \Omega t). \end{aligned} \quad (4.39)$$

Здесь v , u - нормальная и касательная к начальному фронту составляющие возмущения скорости, f - функция смещения (деформации) фронта горения.

Для определения постоянных A , B , C в (4.39) сформулируем граничные условия на разрыве (фронте). Условие равенства возмущений давлений не может быть использовано, поскольку в принятом виде решений (4.39) оно приводит к нарушению сохранения потока массы через границу. Действительно, если положить $A=B$, то, согласно (4.39), нормальные составляющие скорости на фронте имеют разные знаки ($v_1 = -(\kappa_1 / \kappa_2)v_2$), что противоречит условию неразрывности. Поток импульса не сохраняется отдельно для газа, так как при фильтрации принципиальное значение имеет взаимодействие газовой и твердой фаз. Поэтому в качестве граничных условий используем уравнение сохранения потока массы, уравнение изменения тангенциальной составляющей скорости фильтрации и уравнение, связывающее скорость фильтрации и скорость движения фронта. Первые два условия, записанные для малых амплитуд деформации, дают

$$\alpha(f'_t - v_1) = f'_t - v_2, \quad (4.40)$$

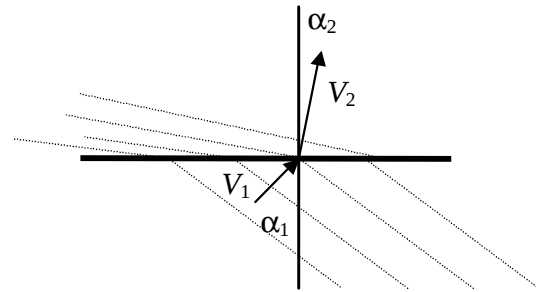
$$(\kappa_2 / \kappa_1)u_1 + (\kappa_2 / \kappa_1)(V_1 + v_1 - u_w)f'_y = u_2 + (\alpha(V_1 - u_w) + v_2)f'_y. \quad (4.41)$$

Для записи третьего условия используем уравнение (4.35) в предположении, что $v_1 \ll V_1$:

$$f'_t = du_w = \varepsilon v_1. \quad (4.42)$$

Здесь $\alpha \equiv \rho_1 / \rho_2 = T_2 / T_1$, u_w - скорость невозмущенной волны ФГГ, $\varepsilon \equiv \partial u_w / \partial u_g$ - отклик фронта горения на изменение скорости фильтрации (определяемый химической кинетикой и тепломассообменом во фронте горения согласно (4.35)). Заметим, что уравнение (4.41) не следует из условия сохранения потока импульса или Галилеевой инвариантности явления [45], подобно случаю свободного пламени, и не соответствует принятому в [97]. Его можно получить исходя из (4.33) и непрерывности давления при фильтрации. Действительно, из непрерывности давления на границе фронта горения (непрерывность изобар на **рис.4.4**) и из геометрических соображений следует $|\nabla p_1| \sin \alpha_1 = |\nabla p_2| \sin \alpha_2$. Тогда тангенциальная компонента скорости до разрыва $u_1 = \kappa_1 |\nabla p_1| \sin \alpha_1$, а после разрыва $u_2 = \kappa_2 |\nabla p_2| \sin \alpha_2 = (\kappa_2 / \kappa_1) u_1$, т.е. сохраняется с точностью до множителя κ_2 / κ_1 . Рассуждения поясняются **рис.4.4**.

Рис.4.4. Пояснение к выводу (4.41). V_1, V_2, α_1 и α_2 - скорости и углы отклонения скорости фильтрации от нормали до фронта горения и после него соответственно. Штриховая линия - изобарные кривые



Пренебрегая величинами v_1 и u_w по сравнению с V , а также учитывая, что при малых амплитудах деформации $\exp(k_x x) \approx 1$, подставляем (4.39) в уравнения (4.40)-(4.42):

$$\alpha \Omega C + \alpha \kappa_1 k A = \Omega C - \kappa_2 k B, \quad (4.43)$$

$$(\kappa_2 / \kappa_1) V_1 k C - (\kappa_2 / \kappa_1) \kappa_1 k A = \alpha V_1 k C - \kappa_2 k B, \quad (4.44)$$

$$\Omega C = -\varepsilon \kappa_1 k A. \quad (4.45)$$

Заметим, что при выводе граничных условий и системы (4.43)-(4.45) использовано условие малости амплитуды деформации фронта, а малость амплитуды возмущения давления в явном виде не требовалась. После исключения неизвестных из (4.43)-(4.45) получим

$$\Omega = \varepsilon k V_1 \frac{\alpha - (\kappa_2 / \kappa_1)}{\alpha + (\kappa_2 / \kappa_1)}. \quad (4.46)$$

Поскольку $\alpha = T_2 / T_1 \gg 1$, а величина $\kappa_2 / \kappa_1 \sim \sqrt{T_1 / T_2} < 1$, из (4.46) следует гидродинамическая неустойчивость плоского фронта в случае $\varepsilon > 1$, при этом $\Omega \approx \varepsilon k V_1$. Таким образом, рассмотренная модель приводит, как и ожидалось, к абсолютной неустойчивости фронта в связи с отсутствием теплового механизма компенсации

гидродинамического возмущающего фактора. Оценка инкремента роста возмущения Ω может быть дополнена следующими рассуждениями. Используя определения безразмерной скорости фронта горения $u \equiv u_w / u_t$ и скорости распространения тепловой волны $u_t \equiv (c\rho_g / c\rho_s)u_g$ преобразуем произведение δV_1 к виду $(u_w + u_t u_g du / du_g)$. Поскольку функция $u(u_g)$ выходит на насыщение $du / du_g \rightarrow 0$ при достаточно высоких скоростях фильтрации (см. **раздел 3.2**), а именно такие режимы представляют основной интерес с точки зрения неустойчивости фронта, то

$$\Omega \sim k u_w. \quad (4.47)$$

Как показывает опыт [30,97,96,100,107,108], реальная физическая картина развития неоднородности не может быть построена без учета совместного влияния конвективных и тепловых потоков на рост возмущения. В представленной выше модели локальное взаимодействие фильтрационного потока с каркасом (и соответствующими тепловыми потоками) учтено посредством граничного условия (4.42). Для того чтобы учесть влияние ближайшей окрестности точки на локальное перемещение фронта, воспользуемся методом параметризации скорости движения фронта через его кривизну, предложенным в [112], несколько изменив форму выражения (4.1):

$$u_w = u_{w,0} + \gamma u_t f_x''. \quad (4.48)$$

Здесь u_t - скорость тепловой волны в отсутствие химического тепловыделения. В отличие от (4.1) модель (4.48) ликвидирует особенность конечных формул теории в точке $u_{w,0} = 0$, а также позволяет физически интерпретировать величину γ , что будет сделано ниже. С учетом (4.48) перепишем граничное условие (4.42):

$$f_t' = \varepsilon v_1 + \gamma u_t f_y''. \quad (4.49)$$

Получаемая с учетом (4.48) система решается аналогично (4.43)-(4.45), в результате чего инкремент роста возмущений принимает вид

$$\Omega = \varepsilon V_1 k \frac{\alpha - (\kappa_2 / \kappa_1)}{\alpha + (\kappa_2 / \kappa_1)} - \gamma u_t k^2 \approx \varepsilon V_1 k - \gamma u_t k^2, \quad (4.50)$$

и условие устойчивости фронта записывается:

$$\gamma u_t k > \varepsilon V_1 \frac{\alpha - (\kappa_2 / \kappa_1)}{\alpha + (\kappa_2 / \kappa_1)}. \quad (4.51)$$

Из (4.50) видно, что скорость нарастания возмущения является нелинейной функцией его волнового числа k и соответственно диаметра так, что для одних возмущений скорость роста максимальна, а возмущения совсем малого диаметра ($k > \varepsilon V_1 / (\gamma u_t)$)

не усиливаются (см. **рис.4.5**). Для возмущений с бóльшей длиной волны характерное значение Ω_{ch} может быть выражено как $\Omega_{ch} \cong \frac{(\varepsilon V_1)^2}{8\gamma u_t}$ или аналогично (4.47)

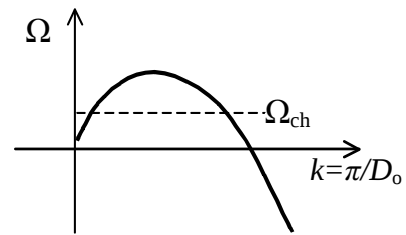
$$\Omega_{ch} \approx \frac{u u_w}{8\gamma}. \quad (4.52)$$

При этом критический поперечный размер возмущения найдем как

$$L_{cr} = \frac{\pi\gamma u_t}{\varepsilon V_1} \frac{\alpha + (\kappa_2 / \kappa_1)}{\alpha - (\kappa_2 / \kappa_1)} \cong \frac{\pi\gamma u_t}{\varepsilon V_1}. \quad (4.53)$$

Если поперечный размер возмущения D_{prt} меньше L_{cr} , то возмущение затухает, и наоборот.

Рис.4.5. Схематическая зависимость инкремента роста возмущений от волнового числа, согласно (4.50)



Дадим физическую интерпретацию параметру γ . Физический смысл условия (4.48) и использования его в граничном условии (4.49) состоит в том, что искривление фронта горения приводит к увеличению кондуктивного теплового потока, приходящегося на единицу сечения системы, в случае вогнутости со стороны холодной части каркаса, и уменьшению - в случае выпуклости. При этом такой участок фронта меняет динамику своего движения. Рассмотрим вариацию скорости движения участка фронта, вызванную возмущением. Согласно (4.5), $u_w = u_t(1 - q_\lambda / q_u)$, поэтому вариация может быть представлена следующим образом:

$$\delta u_w = \delta u_t(1 - q_\lambda / q_u) - u_t \delta(q_\lambda / q_u), \quad (4.54)$$

В рамках принятой в работе точности считаем температуру горячей области и температурный градиент на границе постоянными, тогда тепловой поток, приходящийся на единицу сечения, пропорционален площади поверхности фронта в рассматриваемом сечении. Раскроем (4.54), полагая $\delta u_t = 0$ и $\delta q_u = 0$, учитывая только вариацию теплового потока (в соответствии с физическим смыслом γ в граничном условии (4.48)). Выразив эту вариацию через изменение площади с увеличением поверхности фронта горения при возмущении, получим

$$\delta u_w = -u_t \delta q_\lambda / q_u = -u_t (q_\lambda / q_u) \delta L / L, \quad (4.55)$$

где $\delta L / L$ - относительное изменение длины фронта горения. С другой стороны, из (4.48) следует, что изменение скорости фронта связано с его кривизной:

$$\delta u_w = u_t \gamma f'''. \quad (4.56)$$

Приравнивая (4.55), (4.56) и полагая при этом, что деформация фронта одномерная и синусоидальная, $f = h \sin(\pi x / D_{prt})$, максимальная кривизна фронта $|f'''| = \pi^2 h / D_{prt}^2$, а удлинение фронта при малой амплитуде возмущения ($h \ll D_{prt}$) $\delta L / L \cong \pi^2 h^2 / D_{prt}^2 / 2$, найдем

$$\gamma = (q_\lambda / q_u) \delta L / L / h \cong (q_\lambda / q_u) h / 2. \quad (4.57)$$

С учетом (4.53) и (4.57) критический размер возмущения оценивается как

$$L_{cr} = \frac{\pi h}{2} \frac{u_t}{\varepsilon V_1} \frac{q_\lambda}{q_u} \cong \frac{\pi h}{2} \frac{q_\lambda}{q_u}. \quad (4.58)$$

Здесь используется приближенное равенство $\varepsilon \equiv \partial u_w / \partial u_g \approx (c\rho)/(c\rho)_g$.

Из уравнения (4.58) следует, что как спутные, так и встречные волны подвержены неустойчивости, разница заключается в количественном различии критических параметров (во втором случае величина q_λ / q_u больше, а ε меньше). Поскольку критический размер возмущения пропорционален его амплитуде, исчезающе мелкие возмущения всегда растут по амплитуде. В дальнейшем этот рост может продолжиться или остановиться, однако судить об этом в рамках модели малых амплитуд некорректно. При формальном применении полученных выражений для произвольных амплитуд возмущения из (4.58) следует, что рост возмущения прекращается, если его амплитуда достигает значения $h \cong 2 / \pi (q_u / q_\lambda) D_{prt}$, иначе говоря, растут лишь «мелкие» возмущения, глубина которых меньше определенной доли ширины. Поскольку максимальный поперечный размер возмущения не превышает поперечного размера пористого тела D_0 , максимальная характерная амплитуда возмущения фронта горения в системе оценится как $h_{max} \cong 2 / \pi (q_u / q_\lambda) D_0$. При толщине высокотемпературной зоны H меньше h_{max} наступает прорыв фронта и, следовательно, достаточное условие прорыва / фрагментации фронта горения принимает вид

$$\frac{H}{D_0} < \frac{2}{\pi} \frac{q_u}{q_\lambda}. \quad (4.59)$$

Данные выводы согласуются с результатами моделей **раздела 4.1**, что в определенном смысле оправдывает распространение теории на произвольные амплитуды возмущения.

Представленная *локальная* модель рассматривает возмущение фронта как локальный процесс, не связанный с макроскопическими параметрами системы, такими, как линейный размер горелки в целом и высокотемпературной зоны, распределение температуры по длине горячей зоны, режим прокачки газа (постоянный расход или давление) и др. Перечисленные характеристики существенно влияют на картину фильтрации и перераспределения фильтрации при росте возмущений. Поэтому для более точного описания неустойчивости представляется интересным синтез данной модели с другой, учитывающей макроскопические параметры системы. Такая

процедура может быть проведена посредством переопределения параметра γ аналогично (4.54)-(4.57). Раскроем вариацию (4.54), принимая во внимание вариацию теплового потока, а также изменение скорости фильтрации и конвективного потока соответственно ($\delta u_g \neq 0$ и $\delta q_u \neq 0$):

$$\delta u_w = u_t \left(\frac{\delta u_g}{u_g} \left(1 - \frac{q_\lambda}{q_u} \right) - \frac{q_\lambda}{q_u} \frac{\delta L}{L} + \frac{q_\lambda}{q_u} \frac{\delta q_u}{q_u} \right). \quad (4.60)$$

Относительная вариация конвективного потока $\delta q_u / q_u$ связана с вариацией скорости газа, а также с изменением температуры зажигания при изменении скорости газа и в интересующей нас области параметров вблизи стационарного состояния волны может быть оценена согласно (2.43):

$$\delta q_u / q_u = \left(1 + \frac{2\alpha\lambda / (c\rho)_g^2 u_g^2}{1 + \alpha\lambda / (c\rho)_g^2 u_g^2} \right) \frac{\delta u_g}{u_g} \approx \delta u_g / u_g. \quad (4.61)$$

Из уравнения (4.60) следует

$$\begin{aligned} \delta u_w &= u_t \left(\frac{\delta u_g}{u_g} \left(1 - \frac{q_\lambda}{q_u} \right) - \frac{q_\lambda}{q_u} \frac{\delta L}{L} + \frac{q_\lambda}{q_u} \frac{\delta u_g}{u_g} \right) = \\ &= u_t \left(\frac{\delta u_g}{u_g} - \frac{q_\lambda}{q_u} \frac{\delta L}{L} \right) \approx u_t \left(\frac{h}{H} - \frac{q_\lambda}{q_u} \frac{\pi^2 h^2}{2D_{prt}^2} \right). \end{aligned} \quad (4.62)$$

Приравнявая (4.56) к (4.62), получим явную зависимость γ от поперечного размера возмущения D_{prt} и толщины высокотемпературной зоны горелки H :

$$\gamma = (q_\lambda / q_u) h / 2 - D_{prt}^2 / H / \pi^2. \quad (4.63)$$

Критический размер возмущения, следующий из (4.53) и (4.63), окажется меньше оценки (4.59):

$$L_{cr} \cong \frac{\pi h}{2} \frac{q_\lambda}{q_u} - \frac{1}{\pi} \frac{D_0^2}{H}. \quad (4.64)$$

Соответственно увеличится по сравнению с оценкой (4.59) величина H / D_0 прорыва фронта горения. Модель термогидродинамической неустойчивости (4.60)-(4.64) (условно назовем *синтетической*) более адекватна реальным системам ФГГ, чем модель (4.51), (4.53) и (4.58), поскольку включает в себя большее количество физически значимых (в том числе макроскопических) параметров системы.

Формулы, выражающие характерную фоновую амплитуду возмущения ΔX_{ch} и критическое условие неустойчивости, получаемые в рассмотренных выше моделях, сведены в **табл. 4.1**.

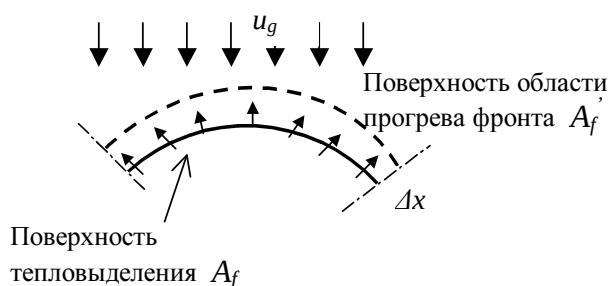
Таблица.4.1

Характерные амплитуды возмущения и критические условия неустойчивости согласно моделям из разделов 4.1, 4.2

Параметр	МКП	Локальная модель	Синтетическая модель
$\frac{\Delta X_{ch}}{D_0}$	$\frac{1}{4} \frac{D_0}{H} \frac{q_u}{q_\lambda}$ (4.65)	$\frac{4}{\pi} \frac{q_u}{q_\lambda}$ (4.66)	$\left[\frac{4}{\pi} + \frac{4}{\pi^2} \frac{D_0}{H} \right] \frac{q_u}{q_\lambda}$ (4.67)
$\frac{H_{cr}}{D_0}$	$0.7 \sqrt{\frac{q_u}{q_\lambda}}$ (4.68)	$\frac{2}{\pi} \frac{q_u}{q_\lambda}$ (4.69)	$\frac{1}{\pi} \frac{q_u}{q_\lambda} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2q_\lambda}{q_u}} \right]$ (4.70)

Определение параметра γ с учетом конечной толщины фронта ФГ. Для определения γ в синтетической модели использовался принцип площадей (скорость распространения фронта горения пропорциональна площади его поверхности), а также найденная ранее связь потока фильтрации с кривизной фронта и макроскопическим параметром H . Такая интерпретация не исчерпывает физику взаимодействия фронта с газовым потоком, поскольку принцип площадей, строго говоря, сформулирован для длинноволнового предела возмущений фронта (толщина фронта мала по сравнению с длиной волны возмущений). В случае существенной толщины области прогрева, который осуществляется на практике, имеется другой механизм влияния кривизны фронта на его скорость. Проведем анализ теплового баланса области прогрева фронта, принятый при исследовании *растяжения* пламен. При конечной толщине искривленного участка фронта на единицу площади поверхности тепловыделения приходится больший или меньший (для выпуклого и вогнутого участков соответственно) объем области прогрева. Учитывая, что радиус локальной кривизны обратно пропорционален второй производной функции координат фронта, вычислим избыточный объем, который нагревается выпуклым фронтом (и недогревается вогнутым), $\delta V = (A_f' - A_f) \cdot \Delta x = (2\Delta x / f'' + \Delta x^2) \cdot \Delta x \cong 2\Delta x^2 / f''$, где $A_f \sim (f'')^{-2}$, $A_f' \sim (1/f'' + \Delta x)^2$ (см. рис.4.6.).

Рис.4.6. Схема баланса области прогрева искривленного фронта горения конечной толщины



Отношение этого объема к объему области прогрева неискривленного фронта определяет изменение энергетического баланса соответствующих участков. Считая в первом приближении изменение скорости участка фронта пропорциональным изменению теплового баланса области прогрева (относительно баланса нормального фронта), получим

$$\frac{\delta u_w}{u_w} \approx \frac{\delta V}{V} = \frac{\delta A_f}{A_f} \approx \frac{2\Delta x}{f''} \bigg/ \frac{1}{(f'')^2} = 2\Delta x f'''. \quad (4.71)$$

Используя равенства $\delta u_w = u_t \gamma \cdot f'''$ и (4.71) найдем $\gamma = 2\Delta x \cdot u$. В качестве меры ширины фронта может быть взят диаметр частиц упаковки, поэтому

$$\gamma \approx 2d_0 u. \quad (4.72)$$

Приведенная оценка γ раскрывает еще один механизм тепловой компенсации возмущений и адекватна реальному процессу в коротковолновом пределе.

4.3. Недостатки локальных моделей термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения газов

Локальные модели содержат в качестве параметров локальные характеристики фронта горения в начальный момент времени и в силу этого неадекватно описывают динамику реальных систем. К локальным можно отнести практически все известные аналитические модели термогидродинамической неустойчивости. В модели МКП. используется макроскопический параметр H , однако все параметры берутся в начальный момент времени, поэтому в определенном смысле она также локальна.

Одним из проявлений неадекватности локальных моделей является отсутствие качественного различия динамики возмущений в случае спутного и встречного распространения волны ФГГ в области прямой зависимости скорости волны от расхода газа (справа от пунктирной линии на **рис.4.7**). Экспериментально установлено, что стационарные, а также движущиеся встречно к потоку ($u_w \leq 0$) фронты устойчивы, по крайней мере, при локализации вдали от границ системы и при постоянном поперечном сечении пористой среды. И хотя авторы ряда работ упоминают об этом факте, теоретические модели не содержат указаний на данную особенность [96,97]. Так, модели, рассмотренные ранее в данной главе, не претерпевают качественных изменений и не имеют особенностей при $(q_u / q_\lambda) = 1$ или $u_w = 0$.

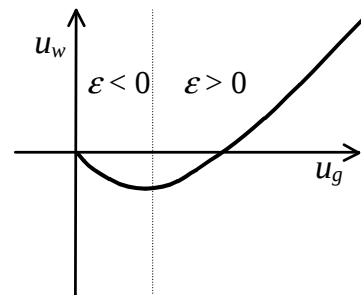


Рис.4.7. Динамическая кривая скорости волны ФГГ. Инверсная зависимость - слева от пунктира

В области инверсии скорости волны $\varepsilon \equiv \partial u_w / \partial u_g < 0$ (слева от пунктирной линии на **рис.4.7**) при локальном увеличении скорости фильтрации возрастает скорость встречного распространения волны, что приводит к полной компенсации перераспределения фильтрационного потока и абсолютной устойчивости. Данный режим может использоваться для восстановления первоначальной геометрии фронта

горения, однако ввиду малых расходов рабочего газа он не характерен для технологических устройств на ФГГ.

Модель МКП показывает количественное различие между спутным и встречным режимами, заключающееся в том, что критический размер возмущения меньше в первом и больше во втором случае (4.68). Это связано с уменьшением (q_u/q_λ) и увеличением H при встречном движении волны (при равных массовых расходах и температурах). Увеличение толщины горячей зоны H наблюдается экспериментально и легко может быть показано на основании решения однотемпературного уравнения баланса (2.10). Действительно, пренебрегая теплопроводностью по сравнению с ньютоновскими потерями и конвекцией, из (2.10) найдем

$$T = T_0 + \Delta T \exp(-x/\xi), \quad (4.73)$$

где ξ - длина остывания, которая обратно пропорциональна коэффициенту теплопотерь β и уменьшается с ростом безразмерной скорости волны u : $\xi = (c\rho)_g u_g (1-u)/\beta$.

Локальные модели не учитывают сложную перестройку системы в целом, сопровождающую рост возмущения фронта и, как будет показано ниже, обеспечивающую отрицательную обратную связь для возмущающих факторов. В частности, при локальном увеличении скорости фильтрации газа возрастает температура соответствующего участка фронта горения, происходит растяжение горячей области волны в данной части сечения и указанная часть сечения гидродинамически «запирается», дальнейший рост потока фильтрации прекращается.

Экспериментальное исследование динамики наклонной неустойчивости показывает определенные неточности и несоответствия локальных моделей, которые анализируются в **разделах 4.4, 4.5.**

4.4. Экспериментальное изучение динамики наклонной неустойчивости фронта горения

Экспериментальное изучение динамики наклонной неустойчивости проводилось на реакторе, изготовленном из кварцевой трубы диаметром 41 мм, толщиной стенок 3 мм и длиной 500 мм. Использовалась смесь метан - воздух. Состав и расход смеси контролировались ротаметрами с точностью порядка 10 % (**рис.4.9**). Рабочий диапазон расходов воздуха – 1500 - 3000 л/ч и метана – 70 - 280 л/ч. В рамках одной серии экспериментов варьировался полный расход при постоянном отношении топлива и окислителя $F/A = \text{const}$. Давление измерялось U - образным водяным манометром на входе в реактор составляло 0.01-0.1 атм. Для четырех серии экспериментов использовалась упаковка шариков Al_2O_3 со средним диаметром $d_0 = 3.5$ мм, пористостью 0.4. Теплоемкость Al_2O_3 - 1250 Дж/(кг·К), измеренная плотность - 1.7 кг/м³. Пятая серия экспериментов осуществлялась с пустотелыми шариками Al_2O_3 диаметром $d_0 = 3.5$ мм, эффективной плотностью 0.86 кг/м³. Еще одна серия экспериментов проводилась при повышенных давлениях в системе. Зажигание производилось искровой свечой, введенной в объем пористого тела. Для облегчения поджигания в области электродов помещались частицы большего диаметра ($d_0 = 7$ мм).

Поджигание выполнялось в стехиометрической смеси и после появления видимой накаливаемой области по всему сечению реактора включались необходимые расходы компонентов смеси. Затем прогревался каркас, формировалась и начинала распространяться волна горения. Положительным направлением в системе считаем направление фильтрации. Измерения прекращались при достижении волной последней трети реактора.

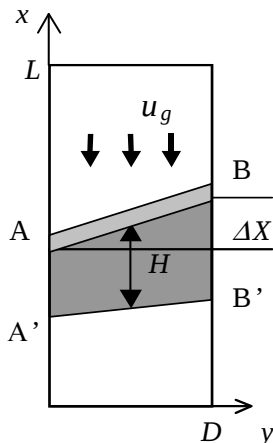
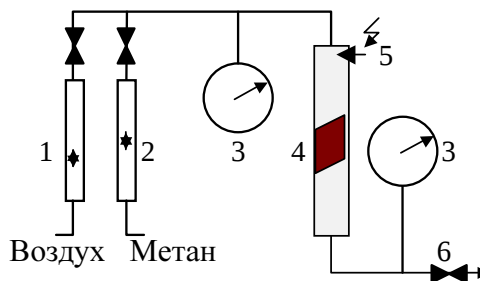


Рис.4.8. Схема наклонного фронта горения. АВ — фронт волны, А'В' — спад волны. Область прогрева полужатемнена. Н — толщина горячей области (гидродинамической пробки), ΔХ — наклон фронта

Рис.4.9. Схема установки. 1,2 — ротаметры; 3 — барометр; 4 — реакторная труба; 5 — свеча поджига; 6 — запорный вентиль



Координаты головной и отстающей частей фронта горения измерялись оптическим катетометром через фиксированные промежутки времени как среднее от нескольких последовательных измерений. Относительная погрешность измерений координат фронта оценивалась в 15 %. Скорость фронта горения u_w определялась как среднее от скоростей головной и отстающей частей фронта. Безразмерный наклон фронта вычислялся как разность между координатами головной и отстающей области, отнесенная к диаметру трубы $\Delta X / D_0$. Средняя скорость фильтрации газа u_g рассчитывалась через объемный расход, сечение и пористость системы. Скорость

тепловой волны, согласно определению, $u_t = \left\langle \frac{c_g \rho_g}{c_s \rho_s} \right\rangle \frac{m}{1-m} u_g$, где угловые скобки

означают усреднение по температурному интервалу $T_0 - T_{\max}$, пористость $m = 0.4$.

Средняя толщина газодинамической пробки H определялась по (4.32). Температура фронта горения рассчитывалась как среднее между температурой $T_{ad} / (1-u)$ (2.12) и температурой каркаса вблизи стенок, измеряемой пирометрически. Заметим, что среднюю температуру можно оценивать теоретически согласно одномерной теории ФГГ: $\Delta T_{\max} = \Delta T_{ad} \left((1-u)^2 + (4\beta A) / \alpha \right)^{-1/2}$.

Фотографии типичных картин возмущения фронта ФГГ приведены на **рис.4.10**. На фотографии слева показана волна с наклоненным фронтом. Толщина видимой высокотемпературной зоны близка к вычисленной по (4.32) толщине газодинамической пробки. Фотография справа — изображение фронта горения с разрывом.

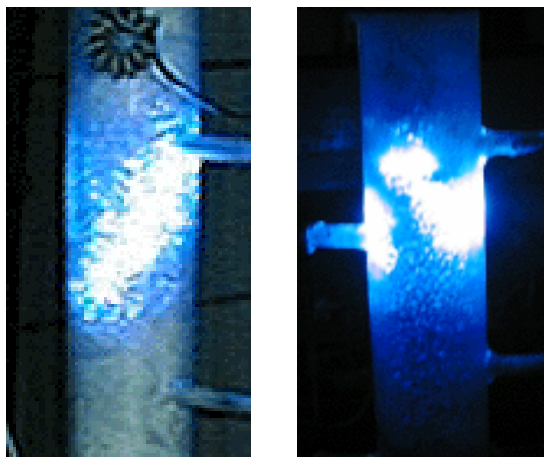
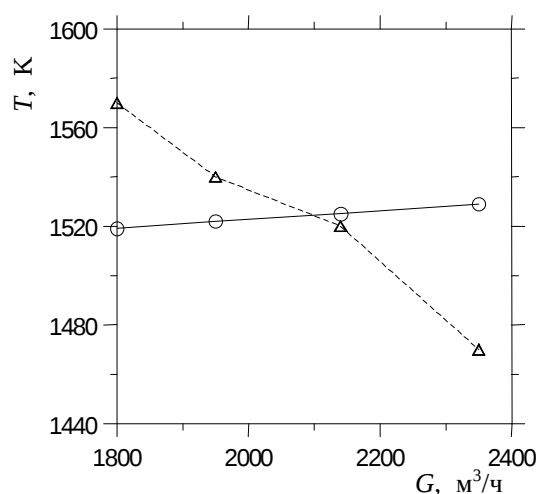


Рис.4.10. Волна фильтрационного горения со стабилизированным наклоном (слева) и разорванным фронтом горения

После поджига и установления квазистационарной толщины тепловой волны фронт горения перпендикулярен вектору фильтрации и имеет естественные неровности порядка размера частиц d_0 . Характерное время установления ширины волны составляло $\sim 3-4$ мин. По истечении этого срока начинались измерения координат фронта, максимальной температуры $T_{\max}$ и перепада давления в системе Δp (необходимых для вычисления H). При продвижении фронта рос его наклон, который в дальнейшем либо стабилизировался, либо продолжал расти до разрушения фронта. Динамика наклона фронта для первых четырех серий экспериментов представлена на **рис.4.12**.

Важным моментом в экспериментах является то, что величина $T_{\max}$ однозначно определена лишь в невозмущенной волне (в начальный момент времени). С ростом наклона возникает различие между максимальными температурами в области «головы» и «хвоста» фронта горения, достигающее 100 K и более. Одновременно из-за роста теплоотдачи уменьшается средняя температура фронта. По этой причине при существенном наклоне фронта горения даже относительно более горячая область «головы» фронта может стать холоднее, чем средняя температура фронта в начальный момент времени (**рис.4.11**). Поэтому чтобы избежать неопределенности параметров, характеризующих стабильность фронта горения, их следует находить при невозмущенном состоянии фронта.

Рис.4.11. Температура пористой среды, измеренная пирометрически для эксперимента 1. $\circ$ - соответствуют нормальной волне (3 мин после поджига), Δ - температура головной части волны через 30 мин после поджига



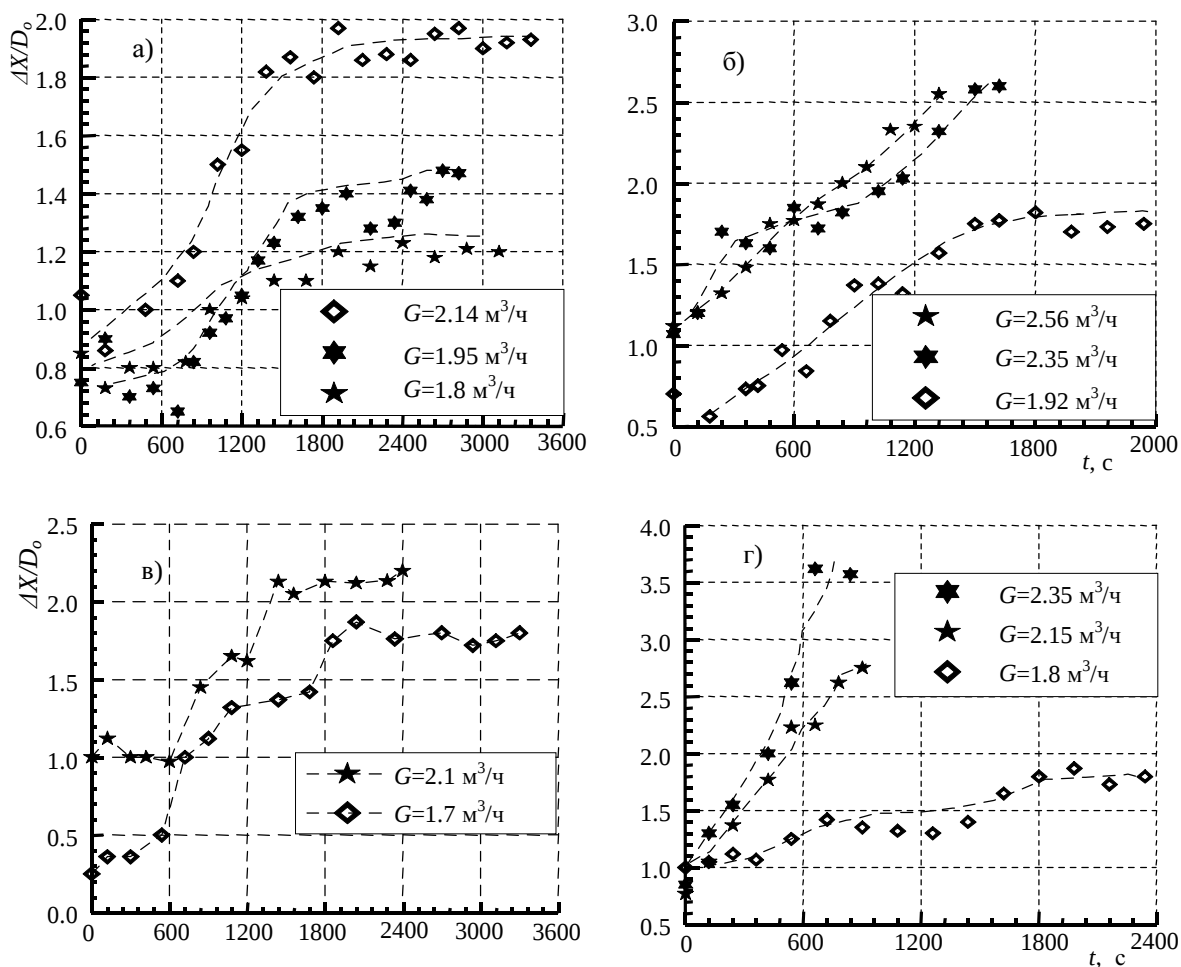


Рис.4.12. Динамика амплитуды наклона фронта фильтрационного горения матановоздушной смеси. Отношение топлива к воздуху: а - $F/A = 1/14$ ($\phi = 0.68$); б - $1/15$ ($\phi = 0.63$); в - $1/16$ ($\phi = 0.595$); г - $1/17$ ($\phi = 0.56$)

Из **рис.4.12** видно, что в некоторых экспериментах наклон фронта горения достигает максимальной амплитуды и не имеет тенденции к дальнейшему росту. В других экспериментах наклон растет приблизительно линейно вплоть до разрушения. Данные результаты подтверждают гипотезу о существовании характерного наклона (стабилизации возмущения), предложенную в [30,105,110]. В то же время эксперименты показывают прямую корреляцию между измеренным характерным наклоном $\Delta X_{ch}/D_0$ и отношением H/D_0 . Результаты пяти серий экспериментов отражены в **табл. 4.2**. Первичные данные: отношение F/A , скорость фильтрации при начальных условиях, скорость распространения волны ФГГ, наклон стабилизации (если существует), толщина прогретой области пористого каркаса - приведены в колонках 2 – 7 таблицы.

Таблица 4.2

Характеристики наклонной неустойчивости фронта ФГГ. Размер частиц упаковки $d_o = 3.5$ мм. Метановоздушная смесь

N	F/A	u_g , м/с	$u_w \cdot 10^4$, м/с	u	$\Delta X/D_o$	H/D_o	$\frac{H_{cr}}{D_o}$ (4.67)	$\frac{\Delta X_{ch}}{D_o}$ (4.63)	$\frac{\Delta X_{ch}}{D_o}$ (4.64)	$\frac{\Delta X_{ch}}{D_o}$ (4.72)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1/14	0.99	0.65	0.12	1.2	1.44	0.96	1.45	1.77	1.46
	1/14	1.10	0.78	0.128	1.45	1.57	0.97	1.46	1.76	1.56
	1/14	1.18	0.9	0.135	1.9	1.78	0.98	1.47	1.74	1.65
	1/14	1.24	1.0	0.145	Разрыв	2.1	0.99	1.49	1.71	1.77
2	1/15	1.06	0.9	0.153	1.75	1.67	0.99	1.5	1.79	1.86
	1/15	1.29	1.6	0.223	Разрыв	2.16	1.06	1.64	1.88	2.72
	1/15	1.38	1.7	0.225	Разрыв	2.15	1.07	1.64	1.89	2.74
3	1/16	0.94	1.0	0.19	1.75	1.25	1.03	1.57	1.97	2.3
	1/16	1.12	1.4	0.223	2.14	1.74	1.06	1.64	1.94	2.72
	1/16	1.17	1.5	0.23	2.2	2.1	1.07	1.65	1.9	2.8
4	1/17	0.99	1.3	0.235	1.75	1.68	1.08	1.66	1.98	2.86
	1/17	1.19	1.7	0.25	Разрыв	2.25	1.1	1.7	1.94	3.05
	1/17	1.5	2.4	0.29	Разрыв	2.3	1.27	2.0	2.3	3.5
5	1/15	0.97	1.5	0.147	1.4	1.9	0.94	1.49	1.65	1.79
	1/15	1.1	1.95	0.162	1.8	2.22	0.95	1.52	1.63	1.97
	1/15	1.33	3.3	0.225	2.2	2.35	0.99	1.64	1.7	2.74

В пятой серии экспериментов, выполненных с полыми частицами алюминия, наклон стабилизируется при несколько больших значениях $\Delta X/D_o$ ($\Delta X/D_o \approx 2.2$). Возможное объяснение этому заключается в более высокой радиационной теплопроводности полых частиц (согласно [54], средний пробег фотонов в полых шариках из алюминия в ~ 1.6 раз больше, чем в засыпке из плотных частиц), что приводит к большей равномерности температур во фронте горения и некоторому увеличению пределов стабилизации фронта. Для уточнения этих положений необходимы дополнительные эксперименты с полыми шариками.

Еще одна серия экспериментов проводилась при повышенном давлении в реакторе. Давление регулировалось дополнительным запорным вентилем в выходном тракте реактора (рис.4.9). Результаты измерения динамики амплитуды наклона представлены на рис.4.13.

Данные экспериментов, выполненных при повышенном давлении, подтверждают приблизительно линейный рост амплитуды наклона на начальной стадии. Скорость роста наклона $\partial \Delta X / \partial t = \Delta \dot{X}$ для экспериментов и безразмерное отношение $\Delta \dot{X} / u_w$ приведены в табл.4.3. В таблицу также включены данные работы [97] (смесь пропан-воздух), полученные после обработки фотографий, и результаты экспериментов с повышенным давлением – P1, P2, P3.

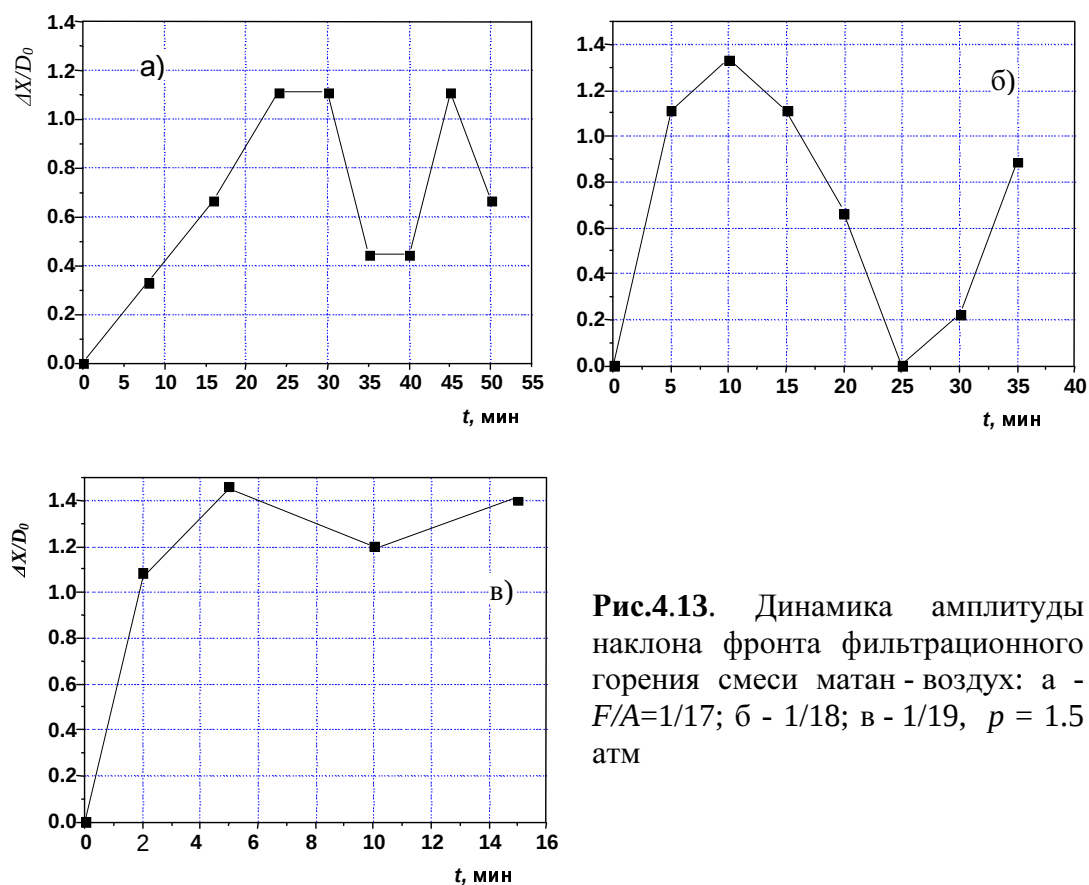


Рис.4.13. Динамика амплитуды наклона фронта фильтрационного горения смеси матан - воздух: а - $F/A=1/17$; б - $1/18$; в - $1/19$, $p = 1.5$ атм

Таблица 4.3
Измеренная скорость роста амплитуды наклона фронта горения и данные [97]

N	F/A	u_g , м/с	$u_w \cdot 10^4$, м/с	$\Delta \dot{X} \cdot 10^4$, м/с	$\Delta \dot{X} / u_w$	$\langle \Delta \dot{X} / u_w \rangle$
1	1/14	0.99	0.65	0.19	0.29	0.35
	1/14	1.10	0.78	0.26	0.33	
	1/14	1.18	0.9	0.37	0.41	
	1/14	1.24	1.0	0.4	0.4	
2	1/15	1.06	0.9	0.41	0.45	0.32
	1/15	1.29	1.6	0.41	0.25	
	1/15	1.38	1.7	0.45	0.26	
3	1/16	0.94	1.0	0.33	0.33	0.27
	1/16	1.12	1.4	0.34	0.24	
	1/16	1.17	1.5	0.35	0.23	
4	1/17	0.99	1.3	0.34	0.26	0.55
	1/17	1.19	1.7	1.1	0.65	
	1/17	1.5	2.4	1.8	0.75	
[97]	0.0235 (C ₃ H ₈)	2	1	0.36	0.36	0.36
P1	1/17	0.4	0.9	0.31	0.34	0.34
P2	1/18	0.5	1.3	0.9	0.69	0.69
P3	1/19	0.53	2.2	1.5	0.68	0.68

Из таблицы видно, что скорость роста амплитуды не коррелирует с динамическими параметрами в рамках экспериментальных серий. Безразмерная скорость роста наклона лежит в интервале $\sim 1/4 - \sim 1/2$ со средним значением ~ 0.4 . Хотя измеренные значения N выше, чем порог неустойчивости, его местное значение в периферийной части сечения, как показывают численные оценки, может быть на 30 - 50 % ниже. Это означает, что первичные условия возникновения неустойчивости могут выполняться для всех экспериментов. Формула (4.72) дает разумную оценку наклона стабилизации и правильную корреляцию с безразмерной скоростью волны (см. колонку 11 табл. 4.2). Оценка предела разрыва фронта горения (4.74) соответствует экспериментальным измерениям с разумной точностью.

Из экспериментальных данных следует, что в случае выполнения первичных условий неустойчивости наклон стабилизации пропорционален безразмерной скорости распространения волны u с достаточной точностью. В условиях проведенных экспериментов $\Delta X_{ch} \approx L \cdot u$. Однако численное исследование системы показывает, что в данном случае длина системы не является физически значимым параметром. Скорость роста наклона фронта горения может быть приближенно аппроксимирована выражением

$$\Delta \dot{X} \approx 0.4 \cdot u_w. \quad (4.74)$$

В экспериментах, проведенных при повышенном давлении, наблюдался регресс наклона фронта, а также спиральное распространение фронта ФГГ. Однако для того, чтобы делать выводы о физической основе этих явлений, необходимо большее количество экспериментов и трехмерное численное моделирование системы.

4.5. Системная компенсация термогидродинамического возмущения фронта горения

Эксперименты, представленные в предыдущем разделе, демонстрируют определенные противоречия с результатами локальных моделей неустойчивости (разделы 4.1, 4.2). 1. Измеренные значения N выше, чем соответствующие критические значения, определенные равенствами (4.68)-(4.70) - см. колонки 7 и 8 табл. 4.2. Согласно моделям, это означает, что наклон должен расти лишь в пределах, определенных (4.65)-(4.67). 2. Характерный наклон, рассчитанный по формуле (4.65), существенно ниже, чем наблюдаемый экспериментально наклон стабилизации, хотя уравнения (4.66) и (4.67) дают более разумное (в рамках принятой точности) согласие (см. колонки 9 и 10 табл. 4.2). 3. Измеренные наклоны прямо коррелируют с безразмерной скоростью волны и толщиной горячей зоны. Уравнения (4.65) и (4.67) не предполагают подобной зависимости (см. колонку 10), хотя (4.66) содержит ее через отношение q_u / q_λ . 4. В локальных моделях явным образом присутствует допущение о малости возмущений, поэтому использование соотношений (4.65), (4.67), строго говоря, неправомерно. Таким образом, существуют серьезные аргументы для усовершенствования моделей термогидродинамической неустойчивости фронта ФГГ.

Для уточнения моделей неустойчивости используем концепцию двустадийности временной эволюции системы ФГГ. Согласно данной концепции, эволюция возмущения проходит две стадии: начального роста возмущений и глобальной

перестройки системы. На указанных стадиях различаются параметры, контролирующие эволюцию фронта. Если первая стадия характеризуется локальными параметрами фронта и относительно быстрыми процессами локальной перестройки фронта, то на более поздней стадии доминирующими становятся глобальные параметры, связанные с геометрией системы в целом, тепловой инерционностью, глобальным температурным и фильтрационным полем. Критические условия неустойчивости, следующие из локального рассмотрения фронта, являются, таким образом, *первичными* (необходимыми) условиями роста неустойчивости. Дальнейшее развитие неустойчивости обусловлено глобальными параметрами системы, ее тепловой и гидродинамической перестройкой.

Основные теплофизические процессы, определяющие тепловую перестройку системы: 1) относительное движение участков фронта, вызывающее дифференциацию температуры во фронте горения, в соответствии с локальным тепловым балансом участка (аналогично (2.33)); 2) неоднородность поля фильтрации, приводящая к неравномерной по сечению доставке энтальпии и связанному с этим росту температуры (область А на **рис.4.8**). При этом также увеличится глубина прогретой зоны и, следовательно, возникнет механизм поддержания толщины гидродинамической пробки по всему сечению независимо от деформации переднего фронта волны; 3) рост наклона волны, обуславливающий возрастание поверхности теплообмена с окружающей средой, увеличение теплопотерь, уменьшение температуры волны и соответствующее изменение конкуренции тепловых и конвективных потоков на фронте горения (в некоторых случаях тепловое тушение холодных участков фронта).

Первые два процесса стремятся компенсировать возмущения, развивающиеся по механизму конкуренции потоков, однако характерные времена этих процессов велики и зависят от тепловой инерционности пористой среды. Именно с конечностью времени тепловой реорганизации системы связана неустойчивость практических устройств.

Чтобы описать перестройку системы, в модель термогидродинамической неустойчивости должны быть введены параметры, характеризующие время первичного развития возмущений (механизм конкуренции потоков) и время тепловой реорганизации системы, компенсирующей эти возмущения. Простейшая оценка времени тепловой реорганизации системы в целом - $\tau_c = H / u_t$, а времени первичного роста возмущений - $\tau_{prt} = H / u_w$. Данные оценки обеспечивают выполнение неравенства $\tau_c \leq \tau_{prt}$ (поскольку $|u_t| \geq |u_w|$), что означает существенную компенсацию роста возмущений. В покоящейся волне ФГГ $\tau_{per} \rightarrow \infty$ и, следовательно, малые возмущения не развиваются. Таким образом, концепция двустадийности эволюции возмущений объясняет фактическую устойчивость фронтов горения стационарных покоящихся волн ФГГ (см. **раздел 4.3**).

Модель термогидродинамической неустойчивости фронта ФГГ, включающая концепцию двустадийности, формулируется следующим образом.

Локальные модели задают первичные условия неустойчивости (4.68)-(4.70), выполнение которых необходимо для превышения возмущениями своего характерного фонового уровня (4.65)-(4.67). Уравнения (4.65)-(4.67) используют значение средней толщины гидродинамической пробки H , а в уравнениях (4.68)-(4.70) следует брать минимальное по сечению значение $H_{\min}$. В случае выполнения первичных условий неустойчивости возмущения растут с характерной линейной скоростью порядка u_w . Тепловая реорганизация системы происходит одновременно с ростом амплитуды

возмущения и имеет характерную скорость u_t . Верхняя оценка времени тепловой компенсации возмущения задается с учетом полной длины системы:

$$\tau_c \sim L / u_t, \quad (4.75)$$

а нижняя оценка - с помощью H_{cr} как линейной величины, контролирующей первичную неустойчивость фронта, или D_0 . Детальное численное моделирование, однако, показывает (раздел 4.6), что длина системы не характеризует скорость процесса тепловой компенсации и наиболее простым и в то же время адекватным масштабом является поперечный размер реактора. Кроме того, уточняя теплофизическую модель компенсации возмущений, в качестве характерной скорости распространения тепловых волн следует использовать $(u_t - u_w)$ - скорость в системе, связанной с волной ФГГ. Тогда оценка времени тепловой компенсации примет вид

$$\tau_c \sim D_0 / (u_t - u_w). \quad (4.76)$$

Таким образом, за конечное время возмущение фронта может компенсироваться и его рост прекратиться. Простейшая оценка амплитуды стабилизации наклона следует из (4.74) и (4.75):

$$\Delta X_{\max} = u_w \tau_c \sim Lu. \quad (4.77)$$

Более детальная формула для ее величины может быть выведена с учетом моделей (4.52), (4.72) и (4.76):

$$\frac{\Delta X_{ch}}{D_0} = B \frac{uu_w}{8\gamma} \tau_c = B \frac{u}{1-u} \frac{D_0}{16d_0}, \quad (4.78)$$

где B – числовой коэффициент.

В табл. 4.2 включены данные расчета амплитуды наклона стабилизации согласно формуле (4.77). Сравнение расчетных и измеренных значений показывает правильную корреляцию и разумную точность. При этом оценки по (4.77) имеют тенденцию к завышению амплитуды наклона стабилизации, которая проявляется сильнее для более бедных смесей и соответственно больших значений безразмерной скорости u . Данный факт, очевидно, связан с тем, что в (4.77) используется верхняя оценка времени тепловой перестройки системы. С другой стороны, при существенных деформациях динамические характеристики фронта горения изменяются и не могут быть описаны величиной скорости невозмущенного фронта u_w . Особенно наглядно это проявляется для бедных смесей и относительно более быстрых волн.

Альтернативой эволюции фронта является его разрушение (тушение) за счет теплопотерь или при достижении геометрических пределов реактора. Действительно, фронт не может стабилизироваться под произвольным углом. Теплопотери, растущие с наклоном, могут обуславливать его предельную амплитуду. Очевидно также, что амплитуда наклона ΔX не может существенно превосходить толщину газодинамической пробки H , поскольку наклонный и относительно низкотемпературный участок фронта (если рассматривать его по первичным критериям

устойчивости) менее устойчив к возмущениям, чем первоначальный фронт. Поэтому максимально возможная амплитуда наклона может быть оценена как

$$\Delta X_{\max} / D_0 \sim H / D_0. \quad (4.79)$$

4.6. Некоторые результаты двумерного моделирования динамики возмущения фронта фильтрационного горения

Динамика фронта ФГГ, тепловых и гидродинамических полей в системе может быть корректно рассмотрена в рамках дву- или трехмерного моделирования. В настоящее время трехмерное моделирование неосуществимо из-за ограниченной производительности современных компьютеров, двумерное моделирование реализовано в работах [34,91,113,114].

Двумерное моделирование динамики возмущений фронта в плоскопараллельной системе не вполне адекватно динамике возмущений в цилиндрическом реакторе прежде всего из-за того, что поверхность теплообмена с окружающей средой в двумерной системе слабо связана с ростом наклона (деформацией) фронта. В связи с этим исчезает фактор обратной связи, обусловленный дополнительными теплопотерями высокотемпературной области волны при наклоне фронта. В плоскопараллельной системе отсутствует поперечная теплопроводность через стенки реактора, имеются определенные особенности тепловых и фильтрационных потоков. Тем не менее двумерное моделирование дает возможность качественного анализа динамики системы. Представим некоторые результаты такого анализа.

Рассмотрим двумерную плоскопараллельную систему, описываемую системой уравнений (2.1)-(2.6). Поставим граничные условия непроницаемости стенок для газа и условия радиационных потерь Стефана-Больцмана для температуры каркаса. Подробная постановка задачи содержится в статье [113]. Инициирование горения проводится заданием прогретой области каркаса толщиной 2 см. Начальное возмущение задается небольшим наклоном области начального прогрева, имеющим амплитуду порядка диаметра частицы пористой среды.

Стандартному варианту соответствовали следующие параметры системы: толщина реактора $D_0 = 36$ мм, длина $L = 40$ см, концентрация метана в воздухе $y_{CH_4} = 4$ %, концентрация кислорода в воздухе – 21 %, давление на выходе $p_o = 1$ атм, расход смеси $G = 100$ м³/(ч·м) (при этом $u_g = 1.1$ м/с), пористость $m = 0.4$, плотность вещества пористой среды $\rho_s = 1750$ кг/м³, степень черноты пористой среды $\varepsilon_{ext}^* = 0.4$, молекулярный вес газа $M = 0.029$ кг/моль, диаметр частиц $d_0 = 0.004$ м, теплосодержание метана $H = 5.3 \cdot 10^7$ Дж/кг, теплопроводность каркаса без учета излучения $\lambda_s = 0.2$ Дж/(м·К), коэффициенты продольной и поперечной дисперсии $D_p = 0.5 d_o u_g$, $D_t = 0.1 d_o u_g$. Горение моделировалось брутто - кинетикой второго порядка $d[CH_4]/dt = -3.6 \cdot 10^{-10} [CH_4][O_2] \exp(-15640/T)$ [113] (размерность концентраций $[CH_4]$ и $[O_2]$ - см⁻³). Использовались следующие аппроксимации параметров тепло- и массообмена: $D_g = 0.18 \left(\frac{T}{273} \right)^{1.75} \frac{p_0}{p}$ см²/с; $p_0 = 1.013 \cdot 10^5$ Па; $\lambda_g = 1.4 \cdot 10^{-2} + 4.8 \cdot 10^{-5} \cdot T$, Вт/(м·К); $\mu = 4.4 \cdot 10^{-7} \cdot T^{0.65}$ Па·с.

Характерные двумерные поля температуры пористой среды, полученные для одного из вариантов в последовательные моменты времени, изображены на **рис.4.14**.

Параметры, которые варьировались во время численного исследования динамики наклона фронта, разделены на три группы и представлены в **табл. 4.4**.

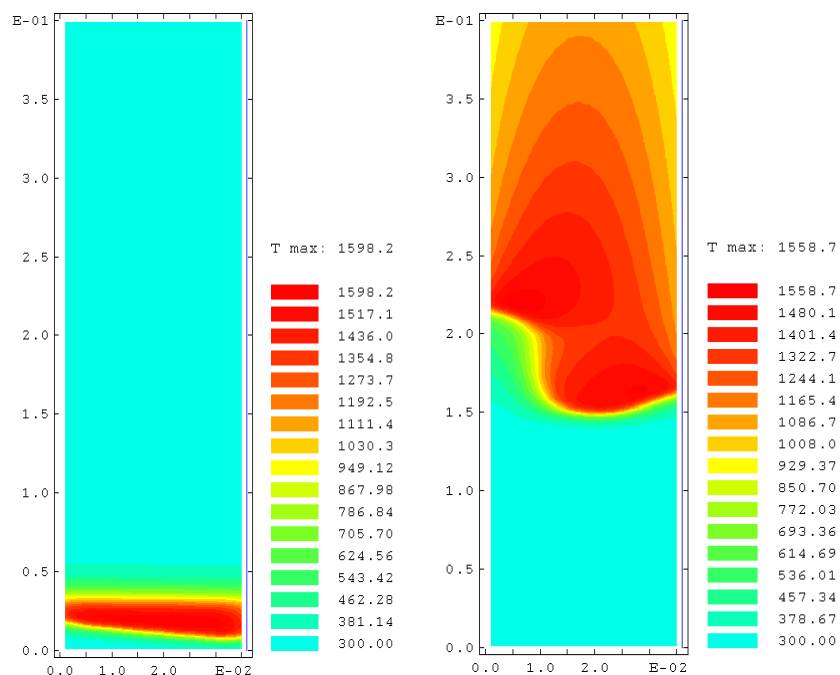


Рис.4.14.Динамика температурного поля в пористой среде при наличии начального малого возмущения в последовательные моменты времени. Концентрация метана $y_{CH_4} = 4\%$, $p = 1.5$ атм

Таблица 4.4

Параметры, использованные для параметрического исследования системы

Группа параметров	Параметр	Обозначение
контролирующие внутренний теплообмен в системе	Скорость фильтрации	u_g
	Адиабатическая температура горения (теплосодержание) смеси	ΔT_{ad}
	Диаметр частиц	d_o
	Давление	p_o
геометрические	Длина реактора	L
	Диаметр реактора	D_0
задающие граничные и начальные тепловые условия	Коэффициент ньютоновских теплопотерь	β_o
	Толщина области прогрева при поджигании	H_0

При различных значениях указанных выше параметров были промоделированы кривые динамики наклона (**рис.4.15-4.23**). Значения характерных параметров невозмущенной волны для всех вариантов также были рассчитаны (**табл.4.5**) и использовались для проверки теоретических оценок. Еще раз заметим, что

распространение волны, строго говоря, - нестационарный процесс, поэтому точность приведенных в табл. 4.5 параметров не выше 2-3 %.

Таблица 4.5

Расчетные характеристики невозмущенной волны фильтрационного горения

N	Вариант	$u_w \cdot 10^4$ м/с	$u_t \cdot 10^4$ м/с	u	$u/(1-u)$	$T_{\max}$, К
1	Стандартный	3.04	8.36	0.364	0.572	1678
2	Уменьшенный расход ($u_g=0.5$ м/с)	1.26	4.13	0.304	0.436	1561
3	Увеличенный расход ($u_g=2$ м/с)	6.79	16.7	0.407	0.686	1756
4	Уменьшенное теплосодержание ($Y_{CH_4}=3$ %)	4.04	8.22	0.491	0.965	1584
5	Увеличенное теплосодержание ($Y_{CH_4}=5$ %)	2.17	8.42	0.257	0.346	1760
6	Уменьшенный размер частиц ($d_0=3$ мм)	3.14	8.39	0.374	0.597	1701
7	Увеличенный размер частиц ($d_0=5$ мм)	2.97	8.29	0.358	0.558	1655
8	Уменьшенное давление ($p_0=0.5$ атм)	3.83	8.55	0.447	0.808	1842
9	Увеличенное давление ($p_0=2$ атм)	2.18	8.14	0.268	0.366	1520
10	Увеличенное давление ($p_0=4$ атм)	1.25	8.07	0.155	0.183	1388
11	Увеличенные теплопотери ($\beta=5$)	3.12	8.35	0.374	0.597	1670
12	Увеличенные теплопотери ($\beta=10$)	3.19	8.34	0.383	0.621	1662

На всех полученных кривых отчетливо выделяются три фазы эволюции фронта: первичного установления параметров после запуска волны, линейного роста возмущения и компенсации возмущения. Время протекания первой фазы невелико (~100 с) и физически задается переходными процессами установления температурных профилей. Две другие фазы характеризуют устойчивость системы.

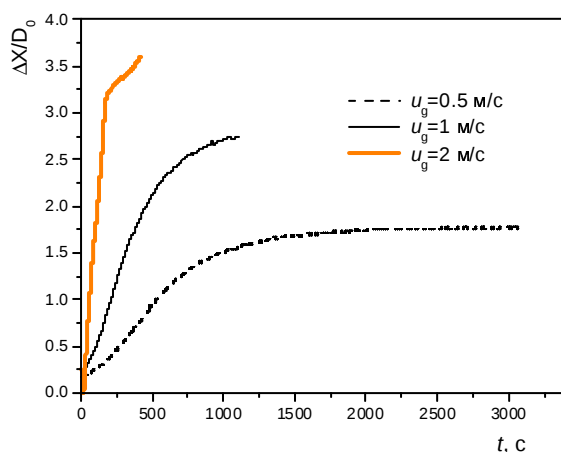


Рис.4.15. Динамика наклона фронта горения для разных скоростей фильтрации газа

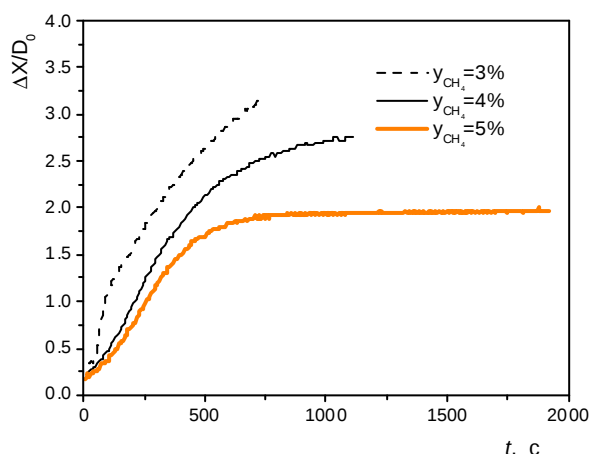


Рис.4.16. Динамика наклона фронта горения для смесей с различной концентрацией метана

Динамика наклона фронта для различных скоростей фильтрации представлена на **рис.4.15**. Сравнение кривых на рисунке показывает линейную корреляцию между скоростью роста наклона $\Delta\dot{X}/D_0$ и скоростью волны u_w , а также скоростями u_g и u_l . При этом зависимость скорости наклона от u_w наиболее близка к прямой пропорциональности (коэффициент пропорциональности близок к единице). Амплитуда насыщения наклона коррелирует с величиной u_w нелинейно, поскольку процесс компенсации возмущения, проявление которого может быть связано с точкой перегиба на динамической кривой, начинается несколько раньше в случае более высоких расходов. Используя данные **табл.4.5**, легко видеть, что ожидаемая, согласно (4.78), зависимость $\Delta X_{ch}/D_0 \sim u/(1-u)$ точнее соотношения (4.77): $\Delta X_{ch}/D_0 \sim u$.

Влияние теплосодержания смеси (концентрации метана) на динамику наклона изучалось в серии расчетов, представленных на **рис.4.16**. Концентрации метана в воздухе $y_{CH_4} = 3, 4$ и 5% соответствуют адиабатическим температурам $\Delta T_{ad} \cong 746, 968, 1173\text{ K}$. При анализе графиков видно, что скорость наклона $\Delta\dot{X}/D_0$ прямо коррелирует с u_w и u и обратно пропорциональна теплосодержанию смеси и адиабатической температуре. Те же зависимости проявляются и для амплитуды насыщения наклона, поскольку компенсация неустойчивости начинается приблизительно одновременно для всех случаев.

Результаты моделирования динамики наклона с частицами различных диаметров представлены на **рис.4.17**. Легко видеть, что скорость наклона в этом случае прямо пропорциональна u_w и обратно пропорциональна диаметру частиц. В соответствии с моделью (4.52), (4.72) комплекс u_w/d_0 хорошо описывает скорость роста наклона на начальной линейной стадии (соответствующие значения этого комплекса: 0.59, 0.76 и 1.05). Данный результат свидетельствует о том, что толщина области прогрева влияет на динамику возмущения, поскольку величина d_0 входит в описание динамики только через толщину области прогрева согласно (4.72).

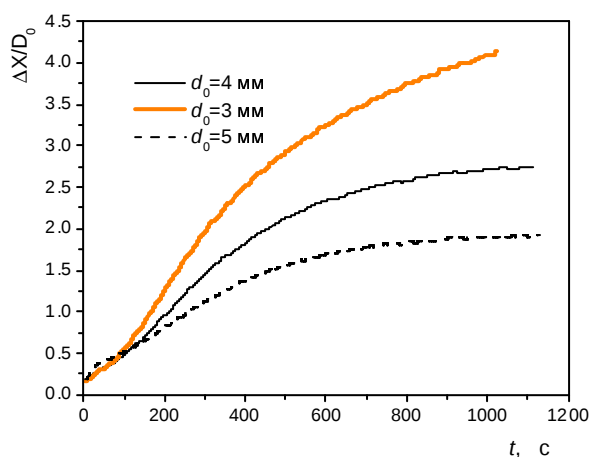


Рис.4.17. Динамика наклона фронта горения при варьировании диаметра частиц пористой засыпки

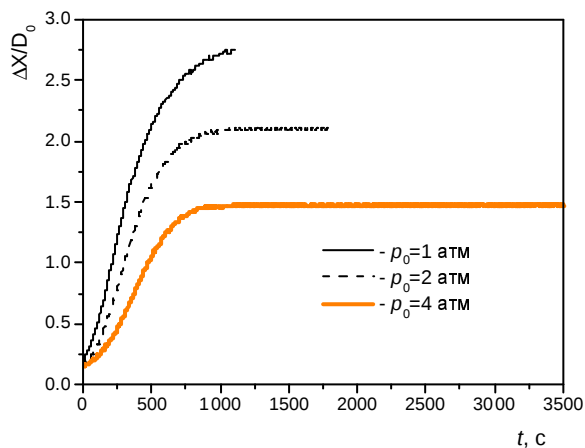


Рис.4.18. Динамика наклона фронта горения при варьировании давления в системе

На графиках **рис.4.18** представлены динамические кривые наклона фронта при разных значениях давления в системе. В рассмотренных примерах также выполняется корреляция $\Delta X / D_0 \sim u_w$, хотя коэффициент пропорциональности несколько меньше единицы. Данное отклонение коэффициента пропорциональности может быть объяснено, например, уменьшением толщины фронта при повышенных давлениях (см. **раздел 3.4**).

На **рис.4.19** графики динамики наклона получены для различных длин реактора и практически совпадают, по крайней мере на стадии линейного роста и на значительной части стадии компенсации. Независимость скорости роста наклона от глобальных параметров (в том числе и L) на линейной стадии соответствует модели двустадийности развития возмущения. Такой же результат для нелинейной стадии развития возмущения говорит о том, что длина реактора не может быть использована в качестве линейного масштаба для оценки времени компенсации возмущения τ_c . Таким образом, адекватными масштабами для τ_c могут быть диаметр системы D_0 и толщина газодинамической пробки H .

Изменение поперечного размера реактора приводит к нетривиальной, на первый взгляд, зависимости динамики наклона (**рис.4.20**). Однако более детальное рассмотрение кривых показывает, что их нерегулярное поведение в первые ~ 100 - 200 с связано с различием в начальных условиях и длительностью стадии первичного установления параметров. Скорости роста безразмерного наклона на линейной стадии мало отличаются для трех промоделированных случаев, и, следовательно, размер D_0 существенно не влияет на линейную фазу. (Заметим, что скорость u_w также не зависит от диаметра). При этом важно, что компенсация возмущения более интенсивна в случае меньшего D_0 . В первом приближении может быть принята обратная пропорциональность времени компенсации от поперечного размера системы $\tau_c \sim 1/D_0$. В соответствии с численными расчетами коэффициент $B \approx 8$ может быть рекомендован для модельной формулы амплитуды насыщения наклона (4.78). Соответствующие такой оценке значения наклона отмечены на **рис.4.20** горизонтальными штриховыми линиями.

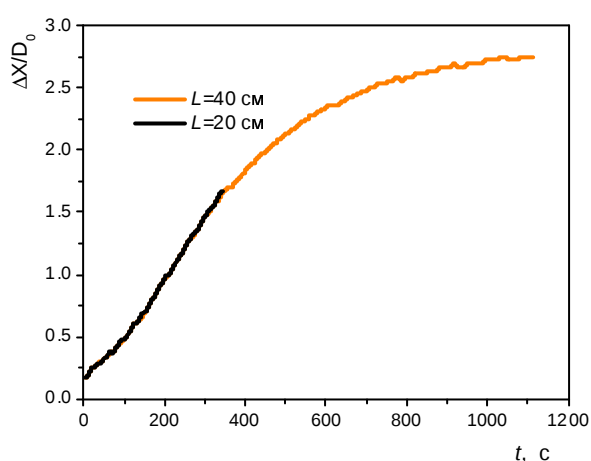


Рис.4.19. Динамика наклона фронта горения при варьировании полной длины реактора

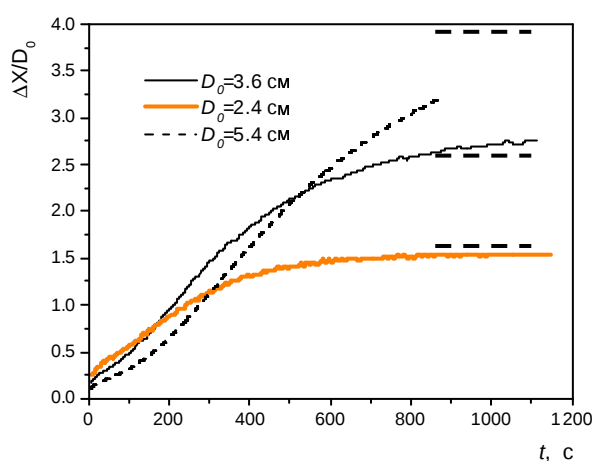


Рис.4.20. Динамика наклона фронта при варьировании диаметра реактора. Горизонтальные штриховые линии соответствуют оценке (4.78)

Влияние боковых потерь тепла системой на динамику наклона исследовалось путем аналогичных расчетов при варьировании коэффициента теплопотерь β . Визуальный анализ кривых, представленных на **рис.4.21**, позволяет говорить о слабом влиянии условий внешней теплоотдачи на линейную стадию роста наклона. На более позднем нелинейном этапе, согласно расчетам, чуть более интенсивно протекает компенсация возмущения в случае более высоких боковых теплопотерь. Это неожиданный результат, поскольку безразмерная скорость u выше в последнем случае. Данный результат свидетельствует о существовании механизма, усиливающего компенсацию возмущений при росте поверхностных теплопотерь. Возможно, это связано с изменением геометрии фронта у границ (увеличение «парусности»), что приводит к большей симметрии фронта. В любом случае следует помнить, что моделируемая плоская система не вполне адекватна экспериментальному цилиндрическому реактору.

Еще одна серия расчетов выполнена для выяснения влияния на динамику наклона начальных условий: ширины изначально прогретой (поджигающей) зоны, температуры зажигания, стартовой амплитуды наклона фронта. Результаты численных экспериментов сводятся к следующему. Начальные параметры влияют только на фазу первичного установления параметров и не сказываются на последующих фазах роста возмущения и компенсации. Графики динамики наклона фронта горения, полученные для различных значений начальных параметров, представлены на **рис.4.22**. Из них видно, что динамические кривые идентичны, если не считать незначительного временного сдвига.

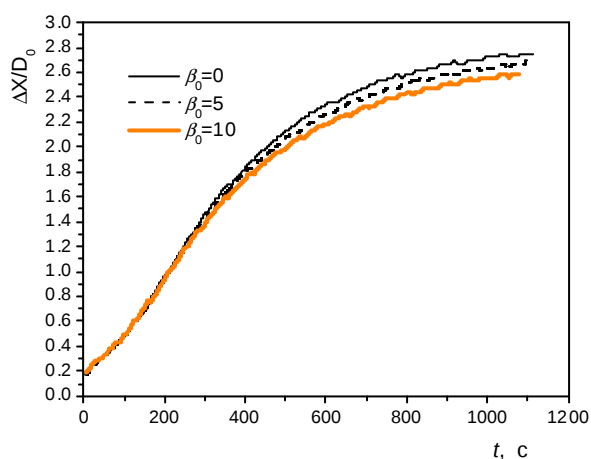


Рис.4.21. Динамика наклона фронта горения при варьировании ньютоновских теплопотерь системы

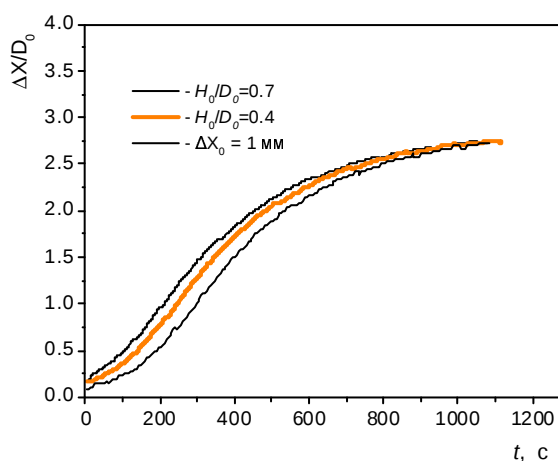


Рис.4.22. Динамика наклона фронта при различных толщинах области нагрева H_0/D_0 и уменьшенном стартовом возмущении фронта ΔX_0

Приведем оценки наклона стабилизации (**табл. 4.6**), базирующиеся на формуле (4.74) для скорости роста наклона и на характеристической длине остывания волны (4.73):

$$\Delta X_{st} / D_0 = 0.4 \cdot \frac{\xi}{D_0} u. \quad (4.80)$$

При расчете длины остывания использовался коэффициент объемных теплотерь $\beta = \varepsilon * \sigma T_{\max}^4 / (T_{\max} - T_0) / D_0$, максимальная температура каркаса определялась через 3 мин. после инициирования волны.

Таблица 4.6

Наклон стабилизации фронта горения, полученный путем численного моделирования и расчета по (4.80)

u_g , м/с	$u_w \cdot 10^4$, м/с	$u_t \cdot 10^4$, м/с	u	ξ , м	$\Delta X/D_0$, (4.80)	$\Delta X/D_0$, (расчет)
1.1	0.58	5.1	0.114	0.56	0.71	0.89
2.2	1.3	10.1	0.129	0.88	0.126	1.22
3.3	2.6	15.2	0.17	1.05	1.98	1.72

Из данных таблицы следует, что оценка (4.80) адекватна численному расчету, хотя предсказывает более сильную зависимость от расхода.

В условиях роста возмущения фронта горения изменяется и скорость фронта (раздел 4.5), поэтому оценки, основанные на этой скорости, приобретают дополнительную систематическую погрешность. Скорость фронта, рассчитанная как средняя скорость головной и отстающей частей фронта, изображена на **рис.4.23**. Из представленных данных видно, что скорость фронта горения заметно изменяется при термогидродинамической перестройке системы. Можно заключить, что в случае более высокой безразмерной скорости волны вариация скорости выше. Таким образом, вариация скорости фронта горения, связанная с возмущением фронта, выше для менее калорийных топливных смесей и более высоких расходов.

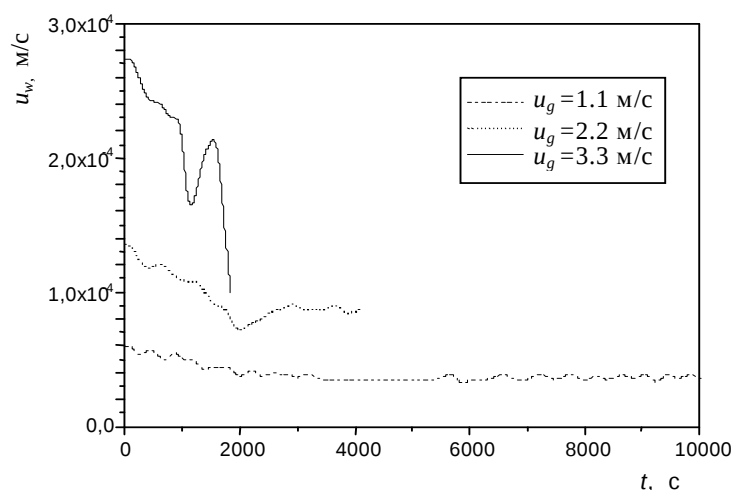


Рис.4.23. Изменение скорости фронта горения со временем в условиях возмущения фронта

Несмотря на определенную неадекватность двумерной модели цилиндрической системе, расчеты подтверждают концепцию двустадийности эволюции возмущений фронта и модельные оценочные формулы.

4.7. Возникновение очаговой структуры фронта фильтрационного горения

В работе [96] сообщается об очаговой неустойчивости при фильтрационном горении воздушно-водородных смесей. Там же представлена термодиффузионная модель стабилизации - диссипации очага (предполагалось, что очаги изначально сформированы). Условием стабилизации очага принято превышение приходящего потока энтальпии $H^+ \sim S\alpha_m[H_2]\Delta H$ над его тепловыми потерями $H^- \sim S\alpha\Delta T_b$, где S - площадь поверхности теплообмена, α и α_m - коэффициенты тепло- и массообмена соответственно, ΔT_b - температура очага, ΔH - энтальпия горючего. Связь между коэффициентами тепло- и массообмена установлена согласно модифицированной аналогии Рейнольдса $St Pr^{2/3} = St_m Sc^{2/3}$. При этом условие стабилизации очага записывается в виде

$$Le^{2/3} > \Delta T_b / \Delta T_{ad} . \quad (4.81)$$

Модель [96] носит оценочный качественный характер, поскольку пренебрегается конвективными потоками топлива через фронтальную поверхность очага и теплообмен сводится к турбулентному тепло- и массообмену непроницаемого ядра очага и обтекающего потока. В модели не присутствуют параметры твердой фазы, размеры очага, скорости фильтрации и др. Ее вывод можно сформулировать следующим образом. Газовые смеси с большим числом Льюиса ($Le > 1$) в условиях бóльшего отношения $\Delta T_{ad} / \Delta T_b$ (малая сверхадиабатика волны) имеют лучшие возможности для возникновения и стабилизации очаговых структур. Согласно (4.81), в [96] сделано заключение о невозможности стабилизации очаговой структуры в метановоздушных и других смесях, характеризующихся числом $Le \leq 1$. (Следует заметить, что этот вывод аналогичен результату термодиффузионной теории неустойчивости нормальных пламен.)

Проанализируем возможность и условия возникновения очагов горения с точки зрения локальных моделей термогидродинамической неустойчивости. При выполнении первичных условий неустойчивости (2.15) и наличии слабой (медленной) системной компенсации возмущений наблюдается рост возмущений вплоть до фрагментации фронта (разделы 4.1, 4.2). Таким образом, существование изолированных очаговых структур определяется возможностью их стабилизации, для чего необходимо выполнение ряда условий. Во-первых, образовавшийся очаг не должен быть подвержен дальнейшей фрагментации по механизму термогидродинамической неустойчивости. Во-вторых, необходимо, чтобы тепловой баланс очага сохранялся в условиях флуктуации скорости фильтрации газа и его размеров. (Отсутствие положительной обратной связи между изменением основных параметров очага и его тепловым балансом.)

Первое условие выполняется с высокой степенью вероятности вследствие того, что при фрагментации фронта появляются низкотемпературные легкопроницаемые каналы фильтрации и фильтрационный поток через горячие очаги существенно падает. Следовательно, если размер очага оценивается через критический размер сечения (4.15) $D_0 \approx D_{cr1} = H \sqrt{2(q_\lambda / q_u)_1}$, то после фрагментации критический размер возмущения для самого очага (как части фронта) в предположении, что $H_1 \approx H_2$, будет бóльшим:

$$D_{cr1} < D_{cr2} \sim H \sqrt{2(q_\lambda / q_u)_2}, \quad (4.82)$$

поскольку $(q_\lambda / q_u)_2 > (q_\lambda / q_u)_1$.

Для анализа выполнения второго условия оценим тепловые потоки, составляющие баланс очага, и применим метод, аналогичный МКП (раздел 4.1):

$$Q^+ \sim (c\rho)_g u_g \Delta T_{ad} S_{front}, \quad (4.83)$$

$$Q^- \sim (\lambda \Delta T_s / d_o) S_{side}, \quad (4.84)$$

где S_{front} и S_{side} - площади поперечного сечения и боковой поверхности соответственно. Из (4.83) и (4.84) следует, что при $D_0 \gg d_0$ вариация как одного, так и другого потока связана с площадью его поверхности и поэтому тепловой баланс очага не нарушится в результате малого изменения линейного размера очага. В случае, когда тепловые потери имеют объемный характер, $Q^- \sim V \sim l^3$ (малые очаги), легко показать, что стабильность очага сохраняется.

Рассмотрим фактор флуктуации скорости фильтрации газа через очаг. Если при увеличении скорости его тепловые потери превысят приход тепла, то температура понизится и скорость фильтрации еще возрастет. Такой механизм положительной обратной связи приведет к диссипации очага. В противном случае будет иметь место отрицательная обратная связь и флуктуации скорости ослабятся. Условие диссипации очага можно записать в виде

$$\frac{\partial Q^-}{\partial u_g} \delta u_g > \frac{\partial Q^+}{\partial u_g} \delta u_g, \quad (4.85)$$

где δu_g - изменение скорости фильтрации через очаг. Оценки (4.83) и (4.84) дают

$$\partial Q^+ / \partial u_g = Q^+ / u_g \quad (4.86)$$

и

$$\frac{\partial Q^-}{\partial u_g} = \frac{Q^-}{\Delta T_s} \frac{d(\Delta T_{s,i})}{du_g} \cong \frac{2Q^-}{u_g} \frac{A}{1+A}. \quad (4.87)$$

Здесь $A \equiv \alpha \lambda / ((c\rho)_g u_g)^2$, $d(\Delta T_{s,i}) / du_g$ выражены согласно приближенной двухтемпературной модели (раздел 1.3.1):

$$\frac{d(\Delta T_{s,i})}{du_g} \cong \frac{2\Delta T_{s,i}}{u_g} \frac{A}{1+A}. \quad (4.88)$$

Подставив (4.86)-(4.88) в (4.85), легко увидеть, что стабилизация очага имеет место при выполнении неравенства

$$A < 1 \text{ или } (c\rho)_g u_g > \sqrt{\alpha \lambda} \quad (4.89)$$

и соответственно его диссипация произойдет при обратных (4.89) условиях.

Таким образом, для возникновения очагов необходимо выполнение: условия неустойчивости фронта горения, условия стабилизации очаговой структуры (4.89), что достигается при достаточно большой скорости фильтрации. Кроме того, температура очага и теплосодержание топлива должны быть достаточно высоки для устойчивого воспламенения топлива. Количественные условия возникновения очаговых структур могут быть получены для конкретной пористой среды и топлива.

4.8. Особенности осесимметричных и центрально-симметричных систем фильтрационного горения

Значительный интерес для исследований представляют осе- и центрально-симметричные системы ФГГ [54,98,107,115]. Это связано прежде всего с особенностями локализации фронта горения в таких системах (**раздел 6.1**). При этом фильтрация топлива может осуществляться из центра фильтрационной горелки к периферии или наоборот. Предположим, что при некоторых условиях в горелке существует радиус стационарной локализации фронта. Обозначим радиус положения фронта r_1 , а внешний радиус горелки r_2 . Задача о термогидродинамической неустойчивости может быть рассмотрена аналогично случаю плоской волны с той разницей, что распределение давления при фильтрации из центра – нелинейная выпуклая вниз функция, а при фильтрации к центру – выпуклая вверх функция. В приближении $h \ll H$ первичные условия роста возмущений будут аналогичны (4.11):

$$\frac{\tilde{q}_u}{\tilde{q}_\lambda} > 4 \frac{H - h}{D_0}. \quad (4.90)$$

В сферических и коротких цилиндрических горелках полагаем $D_0 = 2r_1$, $H = r_2 - r_1$, и после простых преобразований от (4.90) придем к условию устойчивости фронта

$$r_1 < \frac{2}{2 + \tilde{q}_u / \tilde{q}_\lambda} r_2. \quad (4.91)$$

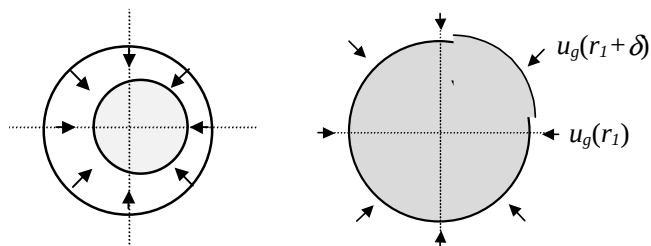
Отношение кондуктивного потока к конвективному для стационарного невозмущенного фронта близко к единице, $\tilde{q}_u / \tilde{q}_\lambda \approx 1$, следовательно, при радиусе локализации $r_1 > 2/3 r_2$ фронт становится неустойчивым. В процессе экспериментального исследования локализации фронта ФГГ в осесимметричной горелке при центральной подаче топлива [107] обнаружилась тенденция к неустойчивости при локализации фронта во внешней трети радиуса, что согласуется с вышеприведенным анализом. Более подробно результаты [107] рассматриваются в **разделе 6.1**.

Между случаями фильтрации от центра к периферии и от периферии к центру имеется принципиальное различие, приводящее к безусловной неустойчивости фронта в последнем случае. Проанализируем эту особенность, используя МКП. Физической основой однозначной локализации фронта в такой системе (с переменным сечением) является уменьшение скорости фильтрации при увеличении радиуса. Таким образом, при любом расходе газа найдется радиус, соответствующий стационарной точке волны

ФГГ. В данном случае $\tilde{q}_\lambda / \tilde{q}_u = 1$ (см. **раздел 3.1**), где $\tilde{q}_\lambda$ зависит, в частности, от кривизны фронта и его температуры, а $\tilde{q}_u$ - от радиуса положения фронта и его температуры. Пусть при фильтрации от центра выполняется условие устойчивости фронта горения (4.91) и фронт терпит малое возмущение положения своего участка или осевое смещение (**рис.4.24**). При этом для участка, оказавшегося на большем удалении от оси симметрии, прежним остается $\tilde{q}_\lambda$, но уменьшается $\tilde{q}_u$, поскольку $u_g(r_1 + \delta) < u_g(r_1)$. В результате $\tilde{q}_\lambda / \tilde{q}_u > 1$, участок начинает двигаться встречно к потоку и осуществляется компенсация возмущения (отрицательная обратная связь).

При фильтрации от периферии к центру в центрально- или осесимметричной горелке описанные выше возмущения фронта горения (**рис.4.24**) вызывают перераспределение фильтрационного потока, которое не может компенсироваться тепловой перестройкой системы. Действительно, при аналогичном возмущении для рассматриваемого участка также реализуется условие $\tilde{q}_\lambda / \tilde{q}_u > 1$, вследствие чего фронт начинает смещаться навстречу потоку, но в данном случае это смещение не компенсирует, а усугубляет возмущение (положительная обратная связь). Приведенный анализ полностью соответствует имеющимся экспериментальным и теоретическим результатам [98,107].

Рис.4.24. Возмущения фронта типа осевого смещения и смещения участка прежней кривизны



Кроме указанных на **рис.4.24** существуют другие типы возмущения (например, сферические функции $Y_{i,k}(\mathbf{l})$ со сдвигом $r(\mathbf{l}) = r_0 + \delta \cdot Y_{i,k}(\mathbf{l}) + \Delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{l}$ и пр.), для которых в полной мере справедлив приведенный выше качественный анализ.

4.9. Дополнительные факторы, влияющие на устойчивость фронта горения

Помимо термогидродинамических факторов на устойчивость фронта влияют химико-кинетические особенности горения, режим ФГГ, граничные и стеночные эффекты и т.д. Так, горение богатых углеводородных топлив при достаточно большой величине эквивалентного отношения ($\varphi > 2$) имеет выраженные экзотермическую и эндотермическую стадии. Это связано с тем, что быстрое окисление по цепному механизму сопровождается относительно медленными реакциями установления равновесия между исходными веществами и продуктами окисления. Типичным эндотермическим процессом является водяная конверсия метана $\text{CH}_4 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CO} + 3\text{H}_2 - 1.29 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг CH}_4$ (энергия на единицу массы метана) [87,116]. В результате экзотермическая фаза горения обеспечивает относительно более

высокую температуру фронта, более интенсивные кондуктивные потоки в области прогрева и лучшую устойчивость фронта по отношению к случаю бедной смеси того же теплосодержания.

Заметим, что любые факторы, увеличивающие или уменьшающие устойчивость фронта, так или иначе связаны с изменением динамической кривой фронта $u_w = u_w(u_g)$ (раздел 4.9.1).

4.9.1. Особенности стабилизации фронта при переходе от режима сильной тепловой связи с каркасом к режиму слабой связи

В области самостоятельного поджига режима СТС (рис.2.2) газофазный тепломассоперенос оказывает влияние на характеристики волны ФГГ. При переходе от СТС к СлТС воздействие газофазного переноса на динамику фронта становится определяющим. В разделе 5.1 представлена модель параметризации переходного режима, основанная на оценке относительной интенсивности химического тепловыделения в газовой фазе и теплоотдачи в каркас [31,117]. Там же дана оценка влияния переходности режима на характеристики волны горения, показано, что температура каркаса, соответствующая зажиганию, уменьшается при переходе от СТС к СлТС. Эту же закономерность можно объяснить иным способом: повышение эффективной теплопроводности за счет вклада газовой фазы (дисперсия), согласно аналитическим моделям ФГГ, приводит к понижению температуры зажигания. На основе упрощенной двухтемпературной модели (раздел 2.3.2) проведены выкладки, показывающие, что при росте газофазной теплопроводности температура зажигания уменьшается, причем скорость уменьшения растет по мере увеличения λ_g / λ_s - (2.8), (2.10) (раздел 3.2).

В этом же разделе показано, что дисперсионный тепломассообмен в газовой фазе теоретически может приводить к изменению монотонно растущей зависимости скорости фронта от скорости фильтрации (рис.3.4). Выход на константу или отрицательную зависимость $u_w = u_w(u_g)$ обуславливает абсолютную устойчивость фронта и может считаться одним из возможных методов стабилизации возмущений фронта. К сожалению, выход на соответствующие режимы практически невозможен, по крайней мере, для пористых тел с невысокой пористостью, характерной для плотных упаковок частиц (раздел 3.2). Теоретически возможно существование нескольких точек стационара волны (рис.3.4). Для детального исследования этого вопроса кроме решения уравнений типа (2.1)-(2.6) необходимы точные сведения о газофазном тепло- и массопереносе в условиях фильтрации.

4.9.2. Влияние стенок на устойчивость фронта горения

Влияние стенок реактора на параметры волны ФГГ носит сложный характер и требует специального исследования в каждом конкретном случае. Прежде всего стенка задает геометрию и размер системы, что само по себе в значительной мере определяет ее свойства. Абстрагировавшись от этого, рассмотрим теплофизический эффект стенок. С одной стороны, стенка является интерфейсом теплообмена горячей области системы и окружающей среды, с другой - служит агентом теплопередачи в продольном и поперечном направлениях от горячей области к более холодным областям пористого

каркаса. В связи с первым эффектом температура в пристеночной области каркаса снижается, а благодаря теплопроводности стенки в продольном и поперечном направлениях высокотемпературная пристеночная область может растягиваться в длину, а температурные неоднородности сглаживаться.

При качественном анализе влияния стенки целесообразно разделять усредненно-одномерные и двумерные эффекты. Усредненно-одномерные эффекты можно описать в рамках одномерной модели ФГГ, вводя поправки в эффективные параметры системы. Двумерные эффекты описываются двумерными моделями. Важным усредненно-одномерным эффектом является ускорение спутного движения волны и уменьшение ее температуры в связи с теплотерями при низких теплоизоляционных характеристиках стенок. Данный эффект проанализирован в **разделе 3.3**. Влияние теплотер на устойчивость фронта может быть установлено при проведении следующего анализа

Толщина газодинамической пробки H , от которой зависит устойчивость фронта, может быть оценена как длина остывания ξ согласно (4.73). Полагая все параметры системы, включая $T_{\max}$, независимыми от коэффициента теплотер и используя (3.13), получим

$$\xi = (c\rho)_g u_g \left(\frac{\Delta T_{ad}^2}{\Delta T_{s,\max}^2} + \frac{4\beta\lambda}{(c\rho u)_g} \right)^{1/2} / \beta,$$

т.е. длина остывания волны, а вместе с ней и устойчивость фронта уменьшаются с ростом потерь. При этом скорость роста амплитуды возмущения увеличивается со скоростью спутного движения волны (4.74).

При усредненно-одномерном анализе теплопроводность стенок может рассматриваться как составляющая эффективной теплопроводности каркаса в целом и при высоком значении этой теплопроводности привести к повышению устойчивости фронта волны ФГГ.

Оценим некоторые двумерные эффекты. При возникновении наклона фронта горения теплота переносится из области В в область А (**рис.4.8**) как через пористый каркас, так и через стенки. Поэтому оценка кондуктивного потока, возникающего при наклоне фронта [105], должна быть дополнена соответствующим слагаемым

$$q_\lambda(A) = \tilde{q}_\lambda(\sin \alpha + \cos \alpha) + q_{wall} \sin \alpha. \quad (4.92)$$

Здесь q_{wall} - кондуктивный поток, передаваемый из горячей области каркаса в холодную зону прогрева через стенку реактора. Перераспределение скорости фильтрации и конвективного потока при изменении угла наклона не зависит от теплопроводности стенки и выражается формулой

$$q_u(A) = \tilde{q}_u[1 + (D_0 / 2H) \operatorname{tg} \alpha]. \quad (4.93)$$

Применение метода конкуренции потоков приводит к условию неограниченного роста наклона:

$$(\cos \alpha - \sin \alpha) \cos^2 \alpha < \frac{D_0}{2H\phi} - \left(\frac{q_{wall}}{\tilde{q}_\lambda} \right) \cos^3 \alpha. \quad (4.94)$$

Из (4.94) следует: при учете стеночной теплопроводности область устойчивости расширяется, а при достаточно большом значении $q_{wall} / \tilde{q}_\lambda$ разрыв фронта становится невозможным.

При решении задачи о локализации волн горения в сферически- и осесимметричных горелках [115] показано (см. **раздел 7.1**), что уравнения теплового баланса допускают два радиуса локализации горения - r_{11} , r_{12} . Бóльший радиус неустойчив, поскольку при отклонении положения фронта к периферии зажигание смеси замедляется и фронт горения выдувается наружу, при обратном отклонении фронт передвигается к радиусу r_{11} . Данная закономерность распространяется и на горелки конусообразной и сегментной геометрии. Однако для последних стенки оказывают влияние на геометрию фронта - он приобретает двумерную парусообразную конфигурацию, при этом продвижение фронта от второго радиуса к первому тормозится за счет теплопотерь через стенки и, в принципе, может возникнуть одна или несколько устойчивых локализаций двумерного фронта. Пусть при отклонении от r_{12} величина $\tilde{q}_\lambda / \tilde{q}_u > 1$ и фронт движется по направлению к радиусу r_{11} . При незначительной теплопроводности стенок имеют место теплопотери и фронт горения становится выпуклым навстречу потоку. Моделируя геометрию фронта сферическим сегментом, по аналогии с (4.11)-(4.12) получим

$$Q_\lambda = \frac{\pi D_{prt}^2}{4} \left(1 - 4 \frac{h^2}{D_{prt}^2} \right) \tilde{q}_\lambda, \quad (4.95)$$

$$Q_u = \frac{\pi D_{prt}^2}{4} \left(1 - \left(\frac{h}{2} + \frac{2}{3} \frac{h^3}{D_{prt}^2} \right) / (H - h) \right) \tilde{q}_u. \quad (4.96)$$

Параметры стабилизации (остановки) фронта найдем из (4.95), (4.96), используя условие $Q_\lambda = Q_u$:

$$\frac{2}{3} \frac{h^3}{D_{prt}^2 (H - h)} - \frac{4h^2}{D_{prt}^2} \frac{\tilde{q}_\lambda}{\tilde{q}_u} + \frac{h}{2(H - h)} + (\tilde{q}_\lambda / \tilde{q}_u - 1) = 0, \quad (4.97)$$

где h зависит от интенсивности теплопотерь и теплопроводности стенок. Таким образом, возможность и условие стабилизации фронта определяются дискриминантом (4.97).

В общем случае охарактеризовать влияние стенок можно путем детального многомерного моделирования физической системы.

Глава 5. ДИНАМИКА ВОЛН ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ В РЕЖИМЕ СЛАБОЙ ТЕПЛОВОЙ СВЯЗИ С КАРКАСОМ

Исследования динамики волн фильтрационного горения в режиме слабой тепловой связи с каркасом (СлТС) инициировались российскими учеными новосибирской (В.С.Бабкин, Г.А.Лямин, В.А.Пинаев и др.) и московской (О.Е.Попов и др.) школ. В работе [40] представлены экспериментальные исследования дозвуковых и детонационных волн горения в инертной пористой среде. Краткий обзор характеристик волн ФГГ в режиме СлТС содержится в статье [36]. Широкое распространение получила классификация режимов, построенная на скорости пламени (**раздел 2.1**). Основанием для деления является существование резких переходов от одного диапазона скоростей к другому при изменении параметров системы, таких, как размер пор, начальное давление, теплосодержание смеси. Приведем график, взятый из [36], иллюстрирующий прыжковый характер перехода от одного диапазона скоростей к другому при изменении начальной концентрации топлива в смеси (**рис.5.1**). Горение

проходило в закрытом цилиндрическом реакторе длиной около 1 м.

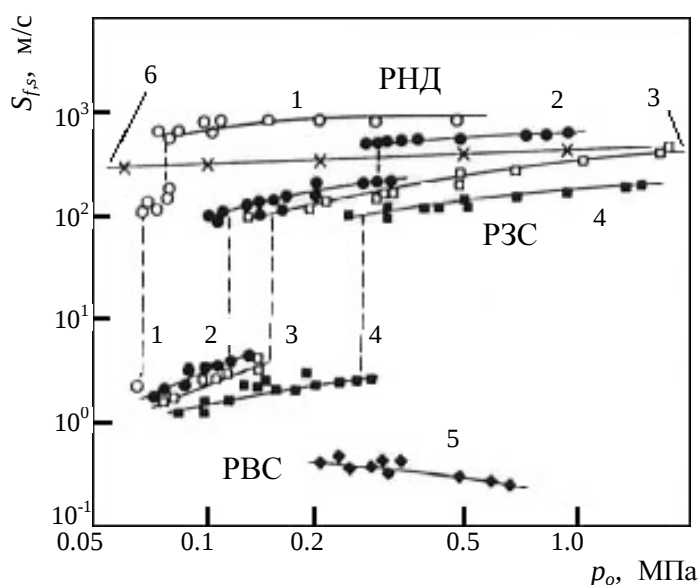


Рис.5.1. Зависимость скорости волны ФГГ от начального давления водородно-воздушной смеси по [36]. Пористая среда - засыпка стальных шариков диаметром 2.6 - 3.6 мм. Содержание H_2 , %: 1 - 20, 2 - 18, 3 - 17, 4 - 15, 5 - 10, 6 - скорость звука

Очевидно, резкий переход от одного диапазона скорости к другому обусловлен качественным изменением механизмов, контролирующих скорость горения. Однако в связи со сложностью проблемы понимание этих механизмов и соответствующие модели ФГГ вплоть до последнего времени отсутствовали. **Табл. 5.1** характеризует механизмы, ограничивающие скорость пламени относительно твердого каркаса $S_{f,s}$ согласно [36]. В соответствии с [40] при РВС перепад давления во фронте и в системе в целом мал по отношению к среднему давлению, а при РЗС и РНД - велик и может влиять на тепло- и массообмен в волне.

Детальное решение задачи о распространении газофазного пламени в пористой среде чрезвычайно сложно. Работа в этом направлении в рамках двумерной объемно-усредненной модели ведется в настоящее время в Институте тепло- и массообмена НАН Беларуси. Аналитическое рассмотрение проблемы возможно: 1) при использовании аналогии ФГГ с другими, лучше изученными процессами, например с

турбулентным горением газов (первая попытка построения аналогии с турбулентным пламенем для ФГГ предпринята в статье [118]); 2) путем качественного анализа особенностей теплообмена и гидродинамической картины при ФГГ с последующим построением упрощенных моделей газофазных пламен. При этом важно, чтобы модели учитывали газодинамическую ситуацию в системе, зависящую от геометрии, замкнутости, наличия принудительной фильтрации и других факторов.

Таблица 5.1

Механизмы ограничения скорости горения согласно [36]

Режим	$S_{f,s}$, м/с	Механизмы ограничения $S_{f,s}$
РВС	~10	Тушение за счет теплоотдачи в каркас от высокоскоростных струй
РЗС	~100	Изучено недостаточно. Газодинамическое тушение, по-видимому, преобладает над тушением за счет конвективных теплопотерь
РНД	~1000	Изучено недостаточно. Возможно, скорость задается горячими точечными лидерами, возникающими в результате взаимодействия ударных волн в близлежащих к фронту порах

В данной главе содержатся результаты изучения перехода от режима СТС к СлТС. Развит подход, рассматривающий скорость волны фильтрационного горения с точки зрения предела существования пламени. Качественно проанализирован вопрос о динамике разгона волны ФГГ.

5.1. Физика перехода от сильной тепловой связи с каркасом к слабой связи

Ранее в **разделах 2.2, 3.2** обсуждался вопрос об особенностях и взаимосвязи режимов СТС и СлТС ФГГ. Сделаем краткий экскурс в историю этого вопроса.

Общий взгляд на взаимосвязь РНС и РВС представлен в [28,84]. С помощью уравнений для скорости волны ФГГ в работах показано, что при конечных значениях коэффициента межфазового теплообмена переход от РНС к РВС осуществляется с увеличением размера пор d_{por} , причем имеется область значений d_{por} , в которой возможен как РНС, так и РВС (в зависимости от начального состояния системы). Физическая интерпретация этой области «неопределенного» режима и экспериментальная проверка ее существования не проводились.

В статье [35] для исследования ФГГ применена одномерная модель, имитирующая дискретную структуру канала фильтрации в пористом теле. В результате нестационарных расчетов показано изменение характера ФГГ с увеличением размера частиц твердой фазы и скорости фильтрации. При размере частиц, превышающем величину $d_{cr1} \sim 3 \div 4$ мм, возникают колебания скорости горения, при превышении размера $d_{cr2} \sim 8$ мм реализуется РВС.

Вместе с изучением капиллярного горения проводились экспериментальные исследования динамических и частотных характеристик ФГГ РНС в трубках,

заполненных керамическими шариками, как функции скорости фильтрации и состава газа [119].

Таким образом, несмотря на определенное модельное понимание процессов, происходящих в волне ФГГ при условиях перехода от РНС к РВС, экспериментальное изучение этого перехода в поле различных параметров не проводилось. Отсутствуют также аналитические модели переходного режима ФГГ, учитывающие комплексный характер процессов тепло- и массообмена при ФГГ.

Важным вопросом в теории ФГГ является влияние структуры фильтрационного течения (турбулентности, пульсаций) на его характеристики. Данная проблема затрагивалась в работах [33,12,120] и др. С одной стороны, подчеркивалась важная роль турбулентности потока в процессах теплообмена и горения [28], с другой - указывалось на специфический характер движения газа при фильтрации и в связи с этим оспаривалась правомерность использования термина *турбулентность* при $Re \sim 30 \div 300$. В настоящей работе под термином *турбулентность* понимается сложное движение газа, включающее вихревой, сдвиговый и пульсационный элементы - дисперсионное движение газа.

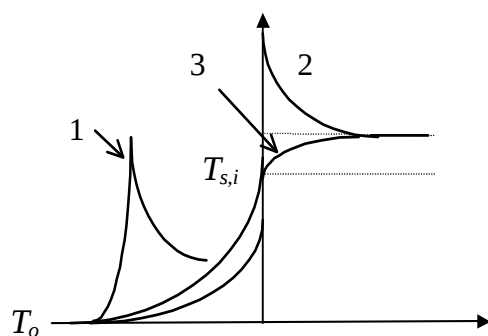


Рис.5.2. Схема температурных профилей газа и каркаса. 1 и 2 - температура газа в режиме слабой и сильной тепловой связи с каркасом соответственно, 3 - температура каркаса

Представим модель, параметризующую переход от режима СТС к СлТС. В режиме СТС сильный межфазовый теплообмен приводит к «привязыванию» зоны реакции в газе к высокотемпературной области каркаса (**рис.5.2**). Движение фронта горения происходит только вместе с перемещением тепловой волны в каркасе. При ослаблении теплообмена с каркасом область интенсивной химической реакции может переместиться или флуктуировать в поровом пространстве (режим самостоятельного поджига), а при дальнейшем ослаблении межфазового теплообмена - переместиться в другую пору или начать движение навстречу потоку. Последняя ситуация соответствует проскоку пламени - режиму СлТС. Для ее осуществления необходимо выполнение следующих условий:

- 1) скорость горения газа должна быть больше скорости фильтрации ($S_f > u_g$),
- 2) теплотери пламени не должны превышать предельного значения, при котором происходит его гашение.

Принимая гипотезу Зельдовича [45] о равенстве скорости горения сумме максимальной скорости пульсаций и нормальной ламинарной скорости горения $S_f = u'_g + S_n$, считаем, что первое условие выполняется в практически важных случаях ФГГ ($Re \sim 10 \div 1000$) для смесей с теплосодержанием, достаточным для распространения нормальных пламен. Здесь учтено, что $u'_g \approx u_g$ (см. **раздел 1.2.**).

Для оценки выполнения второго условия по аналогии с [28] сравним времена тепловой релаксации пламени τ_t и характерное время горения τ_b . Охлаждение газа в канале диаметром d_{por} , удельной площадью поверхности S_{sp} и с температурой стенок T_0 описывается уравнением

$$2 \cdot \frac{d^2 \theta}{d\xi^2} - Pe \frac{d\theta}{d\xi} - \frac{1}{2} S_{sp} d_{por} Nu \theta = 0 \quad (5.1)$$

с граничными условиями $\theta = 1$ ($\xi = 0$), $\theta = 0$ ($\xi = \infty$). Здесь $\theta = (T - T_0)/(T_{ad} - T_0)$, $\xi = x/r_{por}$, $Nu = hd_{por}/\lambda$, $Pe = u_g d_{por}/\kappa$, $\kappa = \lambda/(c\rho)$, $d_{por} = 2r_{por}$. Для цилиндрического канала $S_{sp} d_{por}/2 = 2$ и решение (5.1) принимает вид

$$\theta = \exp(-a\xi), \quad (5.2)$$

$$\text{где } a = \frac{Pe}{4} \left[\left(1 + 16 \frac{Nu}{Pe^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \approx 2 \frac{Nu}{Pe}.$$

Согласно теории Зельдовича, пламена не могут распространяться в условиях, когда теплотери снижают температуру пламени на величину интервала $\Delta T = T_{ad}^2 / \tilde{E}$ [45]. Это положение позволяет оценить характерное расстояние и время тепловой релаксации газа:

$$\xi_t = \frac{RT_{ad}^2}{E(T_{ad} - T_0)} / a, \quad \tau_t = \frac{\xi_t d_{por} / 2}{u_g} = \frac{1}{4} \frac{RT_{ad}^2}{E(T_{ad} - T_0)} \frac{c\rho d_{por}}{h}. \quad (5.3)$$

Характерное время горения может быть выражено через скорость нормального ламинарного горения S_n : $\tau_b = \kappa/S_l^2$ [45,118], однако такая оценка будет заниженной, поскольку не учитывает дисперсионный (турбулентный) характер пламени. Уточним время реакции, воспользовавшись полуэмпирическими моделями свободного турбулентного горения. Следуя теории, скорость турбулентного пламени зависит от его режима. Различают режим *сморщенного* пламени, режим распределенных зон реакции и промежуточный между ними режим искаженного пламени [118,121,122,123]. Первый из них осуществляется при меньших числах Рейнольдса. Скорость горения в основном контролируется деформацией фронта пламени (отсюда и название) и в меньшей степени интенсификацией тепломассообмена за счет сдвигов и вихрей. Предположим, что этот режим наиболее близок к ФГГ при характерных числах Рейнольдса $Re \sim 30 \div 500$. В соответствии с работами [121,122,123] скорость горения в режиме *сморщенного* пламени может быть выражена через скорость нормального ламинарного пламени S_l , интенсивность турбулентных пульсаций u' и интегральный масштаб турбулентности L :

$$S_f / S_l \sim Re_{L,u'}^{1/4}, \quad Re_{L,u'} \equiv u' L / \nu.$$

Интегральный масштаб турбулентности и интенсивность турбулентных пульсаций при ФГГ естественным образом задаются как d_o и u_g , поэтому

$$\tau_b = \kappa / S_n^2 / \text{Re}^{1/2}. \quad (5.4)$$

Условие проскока пламени, определенное как $\tau_t > \tau_b$, с учетом (5.3) и (5.4) примет вид:

$$\frac{1}{4} \frac{RT_{ad}^2}{E(T_{ad} - T_0)} \frac{c\rho d_0}{h} > \frac{\kappa}{S_l^2 \text{Re}^{1/2}}. \quad (5.5)$$

Введем число Пекле, построенное на скорости нормального ламинарного пламени $Pe = S_l d_0 / \kappa$ и будем в последующих формулах использовать это определение. Перепишем (5.5), используя числа Нуссельта и Пекле:

$$\beta Pe^2 \text{Re}^{1/2} > 4Nu(T_{ad} - T_0) / T_{ad}.$$

Полагая, как и в (1.18), что $Nu = 0.395 \text{Re}^{0.64} \text{Pr}^{0.33} \approx 0.35 \text{Re}^{2/3}$ (при $30 < \text{Re} < 5 \cdot 10^5$), получим

$$\Phi \equiv \frac{\beta Pe^2}{\text{Re}^{1/6}} > 1.4 \frac{T_{ad} - T_0}{T_{ad}}. \quad (5.6)$$

Согласно физической модели тепловой релаксации, T_{ad} в формулах (5.5), (5.6) - максимальная температура газа, а T_0 - температура каркаса, соответствующая координате «вспышки» газа, оцениваемая как $T_{s,i}$, или температура окружающей среды - в зависимости от физической ситуации. Оценим максимальную температуру газа в (5.6) как адиабатическую температуру горения данной смеси T_{ad} . Заметим, что она является точной в предельных случаях: $\alpha \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow \infty$ (для стационарной волны), а также в некоторой промежуточной точке переходного режима ФГГ $\alpha = \text{const}$. Числа Pe и Re , входящие в (5.6), рассчитываются при температуре T_{ad} . Альтернативная оценка τ_b , основанная на скорости нормального ламинарного пламени, вместо (5.6) приводит к условию

$$\Phi' \equiv \frac{\beta Pe^2}{\text{Re}^{2/3}} > 1.4 \frac{T_{ad} - T_0}{T_{ad}}. \quad (5.7)$$

Из (5.6) следует, что при высокой температуре каркаса ($T_0 \sim T_{ad}$) проскок пламени произойдет при любом значении Pe . Для холодного каркаса выполняется $(T_{ad} - T_0) \approx T_{ad}$ и из (5.6) получаем

$$\Phi > 1.4. \quad (5.8)$$

Если условие (5.8) справедливо для среднего размера пор, но поровые каналы имеют дисперсию по диаметру и геометрии, то отрывающееся от высокотемпературного фронта пламя может распространяться по изолированным более благоприятным для горения каналам. Следовательно, непосредственно перед областью параметров, соответствующих РВС, существует область нерегулярного поведения фронта, где

возможны мелкомасштабные проскоки пламени, низкочастотные или единичные импульсы давления и другие проявления (область перемежающихся режимов на **рис.2.2**).

Параметр Φ характеризует способность газофазного пламени перемещаться независимо от твердой фазы в условиях фильтрации, поэтому существует предельное значение Φ , при котором такое перемещение (флуктуация положения) невозможно, что соответствует СТС НП. Оценим это значение. Величина T_0 в уравнениях (5.5)-(5.7) соответствует температуре зажигания $T_{s,i}$ в моделях ФГГ (**рис.5.2**). В режиме СТС НП в близком к стационарному случае выполняется соотношение $T_{s,i} > 0.8T_{ad}$ [82]. Учитывая это, в формуле (5.6) полагаем $(T_{ad} - T_0)/T_{ad} < 0.2$ и получаем условие, при котором газофазный перенос начинает оказывать влияние на положение фронта газофазного пламени:

$$\Phi > 0.28. \quad (5.9)$$

Таким образом, при обратном по отношению к (5.9) соотношении $\Phi < 0.28$ имеет место СТС НП. В области параметров, определяемой (5.8), реализуется режим СлТС, непосредственно перед ним – область перемежающихся режимов. При $0.28 < \Phi < 1.4$ необходимо учитывать газофазный перенос, возможно появление пульсаций положения фронта горения, давления и скорости. Следует отметить, что флуктуации положения фронта горения в реальных пористых средах носят беспорядочный нерезонансный характер (в отличие от горения в капилляре [119], где наблюдаются регулярные колебания). Принципиальным является непрерывность во времени горения в режиме СТС (в отличие от модели [35], где осцилляции фронта соответствуют тушению - зажиганию смеси). Иная ситуация возникает в области перемежающихся режимов. При перескоке фронта реакции в соседнюю (или удаленную) пору он гаснет, после чего происходит новое поджигание смеси, порождающее толчок давления и температуры. Хотя частота импульсов тушения - зажигания очевидным образом выражается через скорость фильтрации и ширину фронта в твердой фазе, амплитуда импульсов и частота резонансных осцилляций связаны с резонансными свойствами системы в целом – длиной реактора и линий подачи газа, системой регулирования расхода газа. Найдем условие возникновения сильных пульсаций, связывая их с тушением пламени при перескоке в соседнюю пору. Предполагаем, что характерная длина уменьшения температуры в зоне прогрева равна расстоянию между порами каркаса [27,33]. Тогда при перескоке газофазного пламени в соседнюю пору (в направлении против потока) температура окружения оценится как $T_0 \approx T_{ad} / e$. Подставляя эту величину в (5.6), получаем условие для сильных пульсаций

$$\Phi = 0.9. \quad (5.10)$$

Неравенство (5.8) позволяет оценить размер пор каркаса, необходимый для режима СлТС:

$$d_{por} = \left(\frac{1.4}{\beta} \frac{u_g^{1/6}}{S_l^2} \frac{\kappa^2}{\nu^{1/6}} \right)^{6/11}. \quad (5.11)$$

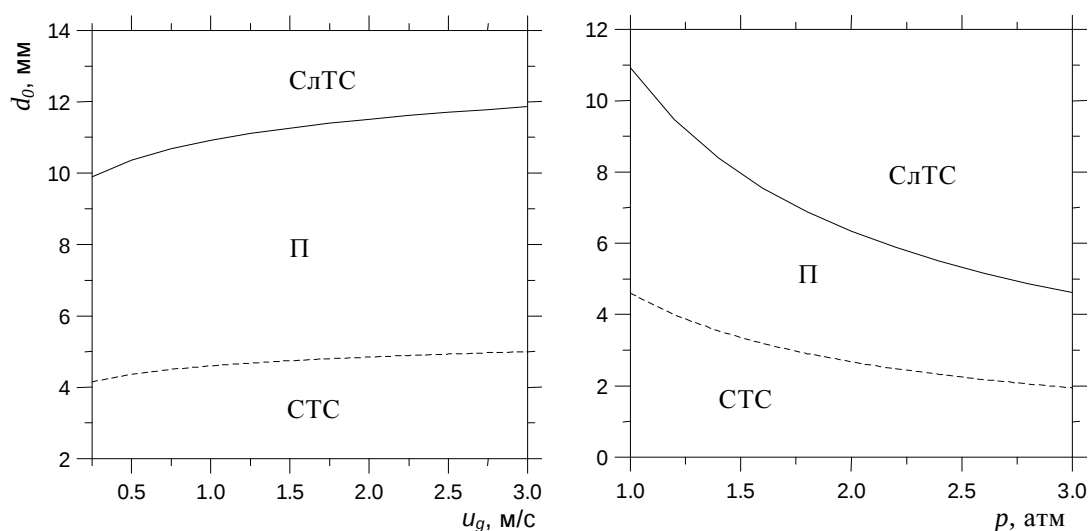


Рис.5.3. Диаметр шариков пористой засыпки, соответствующий различным режимам ФГГ: СТС НП, переходному (П) и СлТС. Расчет по (5.8), (5.9) при $p = 1$ атм, $u_g = 1$ м/с для стехиометрической метановоздушной смеси

На **рис.5.3** представлены кривые, разграничивающие области СТС ТП, переходного (П) и СлТС режимов ФГГ, рассчитанные для стехиометрической смеси метан - воздух согласно (5.8) и (5.9). При этом полагалось, что диаметр пор и диаметр шариков засыпки связаны соотношением $d_{por} = \frac{2}{3} \frac{m}{1-m} d_0$ (см. **раздел 1.1**). Энергия активации горения метана принята $E/R = 15098$ К [85]. Адиабатическая температура пламени и нормальная скорость горения взяты из [83]. Интересно отметить, что вычисленные границы режимов (с поправкой на терминологию), хорошо согласуются с расчетами [35]. Диаграмма $Pe - Re$ для стехиометрической смеси метан - воздух, основанная на (5.8) и (5.9), приведена на **рис.5.4**.

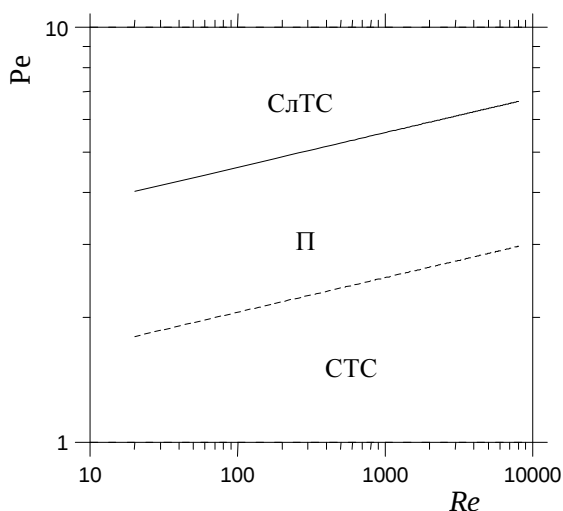


Рис.5.4. Диаграмма областей режимов ФГГ: СТС ТП, переходного (П) и СлТС в координатах $Re - Pe$ для стехиометрической смеси метан - воздух

Соотношения (5.6)-(5.9), параметризующие переходную область ФГГ, имеют качественный оценочный характер. Однако относительное изменение Φ более точно соответствует изменению режима горения. Следовательно, переписав (5.6)-(5.9) с точностью до постоянной A , получим более точные выражения для переходного режима при условии, что постоянная находится экспериментально:

$$\Phi > A, \quad (5.12)$$

$$\Phi = 0,65A, \quad (5.13)$$

$$\Phi > 0,2A. \quad (5.14)$$

Как было указано выше, большинство аналитических моделей РНС ФГГ (в частности, все однотемпературные) не учитывают газофазный перенос и эффекты турбулентности горения и, по сути, адекватны лишь РНС ТП. Они могут быть в определенной мере перестроены и для режима СТС СП. Заметим, что смещение зоны газофазного горения относительно каркаса в сторону свежего газа эквивалентно (для упрощенных моделей [48,82,124]) уменьшению температуры зажигания $T_{s,i}$ (рис.2.3). Аппроксимация температуры зажигания с учетом (5.6) и (5.14) дает

$$T_{s,i} = \tilde{T}_{s,i} (1,2 - \Phi / A), \quad (5.15)$$

здесь $0,2 < \Phi / A < 0,65$; $\tilde{T}_{s,i}$ - температура зажигания, рассчитанная без учета газофазного переноса и турбулентности. Заметим, что (5.15) неприменимо для нестационарных режимов волны, при возникновении пульсаций и проскока пламени ($\Phi / A > 0,65$).

В работах [31,117] представлены эксперименты по распространению волн ФГГ пропан-бутан – воздушной смеси. Давление на входе в реактор варьировалось в диапазоне 1.0-3.5 атм. В качестве пористого каркаса использовалась засыпка шариков из окиси алюминия Al_2O_3 диаметром 5 мм. Скорость волны измерялась по перемещению накаливаемого пояса на поверхности трубы как среднее нескольких последовательных измерений. Избыточное давление на входе трубы определялось манометром и задавалось положением выходного запорного крана. Скорость фильтрационного потока рассчитывалась исходя из суммарного расхода горючей смеси, сечения трубы, пористости засыпки и приводилась к нормальным условиям. Расчет значений Φ и Φ' производился, согласно (5.6) и (5.7), для каждого опыта. Более подробные данные о методике экспериментов содержатся в [31,117]. Результаты измерений и расчетов представлены в табл. 5.2.

Исследование процессов ФГГ показало качественные изменения его характера с ростом давления. Отмечалось существенное увеличение скорости встречного распространения фронта волны горения - 0.2 мм/с (опыты 8, 13) при одновременном возникновении пульсаций давления и скорости газа (опыты 7, 8, 12-16). Характерная частота пульсаций - 5-10 Гц, что значительно ниже акустических резонансных частот системы и близко к частоте тушения-зажигания горючего на длине температурного фронта каркаса. Детальное исследование частотных характеристик не проводилось. Пульсации прекращались, если приводили к обеднению топлива вследствие разрегулирования системы подачи газа. Подобный эффект удавалось достичь при уменьшении давления в системе и (или) обеднении состава смеси с помощью управляющих кранов установки. При давлении 3 атм (опыты 22, 23) наблюдались кратковременные пульсации, состоящие из серий ударов (1-5), которые усиливались при незначительном обогащении газовой смеси. Кратковременные пульсации были отмечены в опыте 8 (2,5 атм) при незначительном обогащении смеси газ-воздух.

В опытах 7, 12, 15 и 16 на фоне сильных биений наблюдалось затухание волны горения с характерным временем потухания 2.5 мин (опыт 7) и 1 мин (опыты 15, 16). При понижении температуры в зоне горения уменьшалась амплитуда и частота биений. Спустя некоторое время после затухания горения в месте его первоначальной

локализации (исчезновение красного свечения трубы горелки) высокотемпературная зона возникала у верхнего фланца экспериментальной горелки, причем расстояние от места затухания до верхнего фланца в различных опытах составляло 15 - 40 см. Таким образом, имел место проскок горения в режиме СЛТС.

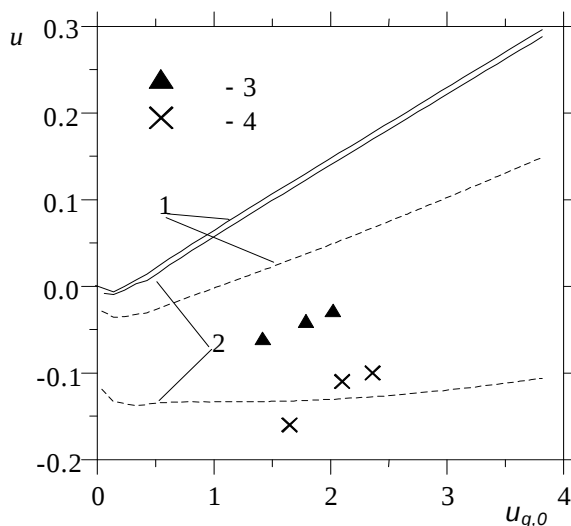
Дополнительные исследования характера распространения волны горения в среде с засыпкой 2-3 мм показали отсутствие неустойчивых режимов горения в диапазоне параметров, используемых для опытов 1-14. Если в реакторе имелся раздел двух засыпок (магнезитовый песок $d_o=3$ мм и шарики Al_2O_3 $d_o=5$ мм), то при достижении фронтом горения границы в режиме опытов 12-14 наблюдалось резкое его гашение в мелкозернистой засыпке и проскок против потока на 3-4 см в засыпке из Al_2O_3 .

Из данных, представленных в таблице, видно, что значение параметра Φ имеет порядок единицы, а следовательно, влияние газофазного переноса и турбулентности горения может быть существенным в данной области параметров ФГГ. Наблюдаемые осцилляции давления и проскоки пламени подтверждают это. Скорость волны ФГГ рассчитана при помощи двухтемпературной упрощенной модели (2.43) и скорректирована по (5.15). Боковые потери тепла учитывались согласно (2.13), хотя это и не играло заметной роли. На рис.5.5 представлены результаты расчетов, соответствующих опытам 1 - 6. Как видно из графиков, поправка на переходный режим определяет как качественные, так и количественные закономерности распространения фронта пламени.

Увеличение параметра Φ при повышении давления и уменьшении расхода газа отражает возрастающую роль газофазного переноса и турбулентности в ФГГ. Согласно экспериментам, осцилляции начинаются при $\Phi_{osc} \sim 0.6$.

Параметр Φ' , построенный на нормальной ламинарной скорости горения, хуже описывает эксперименты, чем Φ . Во-первых, его значение имеет больший разброс для физически схожих ситуаций опытов 7, 12, 15, 16 и 22, 23 по сравнению с разбросом значений Φ . Во-вторых, в опытах 4, 9, 10, 11 его значение примерно равно или больше, чем в 22, 23, хотя пульсации не наблюдались. Таким образом, опыты подтверждают концепцию о существенной роли турбулентности при переходном режиме ФГГ.

Рис.5.5. Зависимость безразмерной скорости волны u_w , мм/с, от приведенной к нормальным температуре и давлению скорости фильтрации $u_{g,0}$, м/с. Сплошные линии - расчет по модели (2.43), штриховые - расчет согласно (2.43), (4.15); 1 - $p = 1.5$ атм; 2 - $p = 2$; 3 - опыты 1-3; 4 - опыты 4-6



Как следует из экспериментов 12, 15, 16, область параметров $\Phi \geq 0.7$ соответствует проскоку пламени и началу режима высоких скоростей ФГГ. Согласно физическому пониманию процессов, на границе области РВС наблюдаются нерегулярные скачки фронта горения, в результате которых может произойти

дробление фронта пламени и (или) его тушение. Данный пограничный режим весьма интересен и богат на теплофизические и динамические проявления. Так, после начала спонтанных проскоков пламени максимальная температура каркаса снижается, что приводит к уменьшению гидродинамического сопротивления пористого тела и падению давления в системе. В результате может восстановиться стационарный режим РНС ФГГ и возникнуть циклический процесс, состоящий из фаз РНС и РВС ФГГ. Заметим, что динамическое поведение пламени в пограничной области зависит от конструкции реактора, настройки системы питания и т.п. К сожалению, при возникновении пульсаций поддерживать (измерять) стабильное питание системы поплавковыми ротаметрами становится невозможным. Это не позволило в [31,117] с необходимой точностью судить о параметрах начала проскока и потухания пламени.

Таблица 5.2

Данные по ФГГ пропан-бутан - воздушной смеси в засыпке шариков Al_2O_3 , $d_0=5$ мм [31]

№	φ	p , атм	$u_{g,0}$, м/с	u , мм/с	Φ , (5.6)	Φ' , (5.7)
1	0.87	1.5	1.42	-0.06	0.283	0.044
2	0.87	1.5	1.79	-0.04	0.273	0.038
3	0.87	1.5	2.02	-0.028	0.268	0.035
4	0.87	2	1.65	-0.16	0.42	0.06
5	0.87	2	2.1	-0.11	0.40	0.051
6	0.87	2	2.36	-0.1	0.397	0.047
7	0.87	2.5	1.24		0.61 ^{б,в}	0.1
8	0.87	2.5	1.55	-0.2	0.59 ^б	0.087
9	0.87	2.5	1.85	-0.15	0.57	0.077
10	0.87	2.5	2.36	-0.127	0.55	0.066
11	0.87	2.5	2.66	-0.05	0.54	0.061
12	0.87	3	2.03		0.73 ^{б,в}	0.095
13	0.87	3	2.58	-0.2	0.70 ^б	0.081
14	0.87	3	2.91	-0.06	0.695 ^б	0.075
15	0.87	3.25	1.38		0.88 ^{б,в}	0.14
16	0.87	3.5	3.2		0.86 ^{б,в}	0.088
17	0.69	1.5	1.78	0.06	0.258	0.034
18	0.69	2	2.08	0.01	0.382	0.047
19	0.69	2	2.61	0.05	0.37	0.04
20	0.69	2.5	2.35	0.007	0.52	0.059
21	0.69	2.5	2.94	0.0125	0.50	0.051
22	0.69	3	2.56	- 0.037	0.67 ^а	0.073
23	0.69	3	3.24	- 0.0042	0.644 ^а	0.062
24	0.62	1.5	2.0	0.04	0.23	0.028
25	0.62	2	2.34	0.054	0.34	0.038
26	0.62	2	2.6	0.1125	0.335	0.036
27	0.62	2.5	2.64	0.047	0.46	0.048
28	0.62	2.5	2.93	0.0104	0.455	0.045
29	0.62	3	2.88	0	0.57	0.06
30	0.62	3	3.23	0.054	0.586	0.055

Примечание: а - режим пограничный с пульсациями; б - пульсации давления и скорости газа; в - проскок пламени, затухание и перемещение фронта горения.

5.2. Скорость пламени в режиме слабой тепловой связи как задача о пределе распространения пламени

Задача об условиях перехода от режима сильной тепловой связи к режиму слабой тепловой связи с каркасом может быть рассмотрена как задача о пределах существования газофазного пламени при фильтрации. При этом режим СТС может трактоваться как режим, при котором условия распространения осуществляются только в горячей области каркаса, а СлТС – как режим, при котором пределы распространения расширяются настолько, что допускают распространение пламени в холодной области. Режим СТС с несамостоятельным поджигом осуществляется, когда пламя не способно распространяться со скоростью фильтрации даже в «легких» условиях внутри горячей поры. Если такое распространение возможно, но РВС еще неосуществим, режим может рассматриваться как СТС СП (переходный от РНС к РВС).

В качестве критерия распространения – тушения пламени целесообразно использовать критическое число Пекле Pe_{cr} , поскольку такой подход обоснован теплофизически (в кондуктивном пределе теплопотерь) и широко используется при интерпретации экспериментальных данных по прохождению пламен через отверстия, щели и слои пористых материалов [125]. Кроме того, можно показать, что тушение пламени за счет растяжения также определяется числом Pe (раздел 5.2.1). Экспериментально определяемое значение Pe_{cr} зависит от типа гасящей преграды и незначительно - от вида топлива ($Pe_{cr} \sim \sqrt{E}$). Для предельных углеводородов и системы трубчатых каналов $Pe_{cr} = 65$, для плоской щели $Pe_{cr} = 40 \div 60$, для одного слоя сетки может быть принято $Pe_{cr} = 32$ [125]. Исторически при определении Pe_{cr} значение температуропроводности газа вычислялось для холодной смеси, а не для продуктов сгорания, что было бы более адекватно теплофизике процесса тушения.

Поскольку критерий Пекле, как правило, используется для покоящейся относительно преград горючей смеси, его определение должно быть пересмотрено с учетом реальной теплогидродинамической обстановки при фильтрации.

5.2.1. Пределы распространения пламен

Одним из основополагающих понятий теории горения является предел распространения пламени. В случае газофазных пламен имеется хорошее понимание физических процессов, определяющих предел распространения пламен, хотя аналитические модели и носят приближенный характер. В [83] приводится большой объем экспериментальных данных по пределам распространения пламен в трубах при течении исходной смеси, по стабилизации пламен на срезе горелки и на введенных в поток телах. Дана качественная характеристика этих процессов. Анализ пределов распространения строится на понятии растяжения пламен.

Тепловой предел скорости распространения пламени. Общие положения теории теплового предела распространения пламен разработаны Я.Б.Зельдовичем в 1941 г. и сводятся к следующему [45]. Скорость распространения нормального ламинарного пламени - сильная функция от максимальной температуры пламени (5.41)-(5.43). В приближении Франк-Каменецкого основная функциональная зависимость содержится в экспоненте

$$S_f / S_{ad} = \exp\left(-\frac{E\Delta T}{2RT_{ad}^2}\right), \quad (5.16)$$

где индексы f , ad относятся к действительному пламени и пламени в отсутствие тепловых потерь соответственно, ΔT - отклонение температуры горения от адиабатической, $\Delta T = T_{ad} - T_b$. Для области прогрева и реакции тепловой баланс в системе координат, связанной с фронтом, записывается в виде

$$c\rho S_f \Delta T_{ad} \cong c\rho S_f \Delta T_b + K\Delta T_b / S_f, \quad (5.17)$$

где $c\rho$ - объемная теплоемкость холодного газа, K - коэффициент объемных теплопотерь, который в общем случае является функцией температуры пламени, а в теории Я.Б.Зельдовича непосредственно связан с ньютоновскими теплопотерями в стенке трубы. Уравнение (5.2) может быть переписано в виде функции S_f от ΔT :

$$S_f / S_{ad} = \left(\frac{K\Delta T_b}{c\rho S_{ad}^2 \Delta T} \right)^{1/2}. \quad (5.18)$$

Критическое условие существования решения системы (5.16), (5.18) находится как условие касания соответствующих кривых:

$$\Delta T = \frac{RT_{ad}^2}{E}, \quad (5.19)$$

$$S_f > S_{ad} / \sqrt{e} = 0.606 S_{ad}. \quad (5.20)$$

Таким образом, если тепловые потери приводят к понижению температуры горения на величину характеристического интервала (5.19), распространение пламени становится невозможным. Отметим некоторые особенности данной теории. Первое. Обратная пропорциональность потерь от скорости горения – физически обоснованное положение, в отсутствие этой зависимости интервал существования пламени расширяется: $\Delta T \cong 2RT_{ad}^2 / E$. Если потери зависят от температуры, например, $K \sim T_b^3$ (случай лучистых теплопотерь), то интервал существования также несколько расширяется $\Delta T \cong (RT_{ad}^2 / E)(1 + 4RT_{ad} / E)$. Второе. При повышении температуры окружающих стенок результаты решения не меняются. Однако при повышении температуры стенок до $T_0 > T_{ad} - \frac{RT_{ad}^2}{E}$ предел распространения пламени исчезает.

Концентрационный предел распространения пламени обусловлен комплексом процессов, приводящих к теплопотерям фронта и его возмущениям (радиационные, кондуктивные потери, конвекция, термодиффузионная неустойчивость и др.). Покажем, что концентрационный предел описывается вышеприведенной моделью. Действительно, на пределе распространения уравнение (5.18) с учетом (5.19) и (5.20) преобразуется:

$$RT_{ad,l}/E = \frac{Ke}{\rho c S_{ad}^2} \left/ \left(1 + \frac{Ke}{\rho c S_{ad}^2} \right) \right. \approx \frac{Ke}{\rho c S_{ad}^2} = \frac{K}{\rho c S_f^2}. \quad (5.21)$$

Поскольку S_{ad} - монотонно возрастающая функция от T_{ad} , то для любого состава смеси и условий теплоотдачи найдется адиабатическая температура и, следовательно, концентрация, соответствующая пределу распространения пламени согласно (5.21). Поэтому обоснованным является представление о существовании минимальной температуры горения. Концентрационные пределы, как и минимальная скорость и минимальная температура пламени, определены экспериментально для многих смесей [83].

Влияние градиента скорости газа на локальную скорость пламени. При фильтрации газа через пористый каркас имеют место большие градиенты скоростей, которые распространяются на весь объем газовой фазы. Происходит так называемое *растяжение пламени*. Авторам не известны работы, количественно рассматривающие задачу о распространении *растянутых пламен*. А.М.Климов [126] анализирует влияние длинноволновых градиентных течений на ламинарное пламя. Однако конечные явные формулы для макроскопических характеристик пламен не получены, работа ограничивается качественным анализом влияния градиентных течений на распространение пламен. В [83] имеется экспериментальный материал по этому вопросу. Я.Б.Зельдович [45] дает решение задачи об эффективной скорости распространения пламени в зависимости от безразмерного градиента скорости при обтекании адиабатической стенки. Полученное им выражение в случае $Le \sim 1$ может быть аппроксимировано следующим образом:

$$S^* \cong S_l (1 - 0.5\xi - 0.5\xi^2), \quad (5.22)$$

где ξ - безразмерный градиент скорости, $\xi = \left(\frac{2}{\pi} \frac{\kappa}{\tau_h} \right)^{1/2} / S_l$; κ - температуропроводность при температуре горения, τ_h - характерное газодинамическое время (обратный градиент скорости), $\tau_h = d/u_g$. В рассмотренной постановке задачи изменение эффективной скорости физически означает не ее изменение относительно удаленного набегающего потока, а приближение (прижатие) пламени к адиабатической стенке. Из (5.22) следует, что скорость обращается в нуль и горение прекращается при $\xi = 1$.

Заметим, что можно записать $\xi \equiv \left(\frac{2}{\pi} \frac{u_g / S_l}{Pe} \right)^{1/2}$, где использовано число Пекле

$Pe = (d_o S_l / \kappa)$. Для характерной скорости метановоздушного пламени вблизи бедного предела $S_l = 0.10$ м/с и скорости фильтрации $u_g = 1$ м/с из равенства $\xi = 1$ следует, что тушение пламени начинается при значении числа Пекле $Pe \approx 24$.

В случае цилиндрической и сферической симметрии фронта и обтекаемой границы безразмерный градиент скорости и соответственно критические условия тушения пламени оказываются иными (с точностью до множителя порядка единицы). Качественно результат рассмотрения такой задачи сводится к тому, что при скорости газа, превышающей скорость горения, $u_g > S_f$, пламя прижимается к адиабатической стенке и при $\xi \approx 1$ исчезает.

Для ФГГ представляет интерес задача о горения в градиентном течении вблизи холодной, а не вблизи адиабатической стенки. Такая задача может быть решена примерно с той же точностью, что и предыдущая. Качественным ее отличием является более раннее тушение участка фронта, поскольку теплотери за счет растяжения пламени суммируются с потерями в окружающие стенки. Уравнение баланса (5.17) может быть записано следующим образом:

$$\rho c S_f \Delta T_{ad} \left(1 - \frac{\kappa u_g}{d S_f^2} \right) \cong \rho c S_f \Delta T_b + K \Delta T_b / S_f, \quad (5.23)$$

$$S_f / S_{ad} = \left(\left(\frac{\kappa u_g \Delta T_{ad}}{d S_{ad}^2} + \frac{K \Delta T_b}{\rho c S_{ad}^2} \right) \frac{1}{\Delta T} \right)^{1/2}. \quad (5.24)$$

В уравнении (5.23) вычитаемое в скобках выражает безразмерное растяжение пламени (число Карловица) и соответствует первой задаче. (В общем случае перед данным членом должен стоять коэффициент порядка единицы, характеризующий симметрию обтекаемой стенки: плоскость, цилиндр, сфера). Функциональная зависимость $S_f(\Delta T)$ в (5.24) совпадает с зависимостью (5.18), поэтому критические условия (5.19), (5.20) сохраняют силу. Слагаемое в уравнении, отвечающее за теплотери, аналогично слагаемому для случая горения в тонких трубках с той разницей, что оно дополнительно пропорционально скорости натекающего газа. Таким образом, концентрационный предел распространения пламени поднимается и становится функцией u_g . Полагая $S_{f,cr} = S_{ad} / \sqrt{e}$, из (5.22) найдем верхнюю оценку безразмерного

параметра растяжения $\xi_{cr} \cong 0.52$ или $\left(\frac{u_g / S_l}{Pe} \right)_{cr} \cong 0.42$. Следовательно, критическое

число Пекле тушения пламени на холодной стенке приблизительно в 2.5 раза больше, чем на адиабатической (или горячей) стенке.

Другой важный случай – горение в каналах при условии $u_g > S_f$. Его специфика заключается в том, что во фронте, локализованном в поровом канале, можно выделить две подобласти, принципиально различающиеся по воздействию градиентов скорости. Пристеночная область теряет тепло за счет наличия градиента скорости вполне аналогично случаю фронтального обтекания твердой стенки. Ядро течения характеризуется малыми градиентами (**рис.5.6**) и получает (концентрирует) тепло реакции от боковых участков фронта. При этом толщина зоны прогрева, ее температура увеличиваются. (Б.Льюис и Г.Эльбе указывают на то, что в некоторых случаях, в вершине конуса пламени бунзеновской горелки, скорость горения не увеличивается, а, наоборот, горение срывается.) Для зоны ядра можно записать баланс, аналогичный (5.8), однако с противоположным знаком для члена, ответственного за растяжение пламени:

$$\rho c S_f \Delta T_{ad} \left(1 + \frac{\kappa u_g}{d S_f^2} \right) \cong \rho c S_f \Delta T_b + K \Delta T_b / S_f. \quad (5.25)$$

Из (5.25) следует, что концентрационный (и температурный) предел для центральных участков фронта уменьшается. Практически этого не происходит, поскольку горение в области ядра не может существовать отдельно от горения в периферийных участках, по крайней мере, в течение времени, большего времени тепловой диссипации изолированного очага. Поэтому ядро играет лишь стабилизирующую роль по отношению к пульсациям для фронта в целом.

Коснемся вопроса об ускорении распространения пламени в условиях режима СлТС. А.М.Климов [126] указывает, что при горении в крупномасштабном градиентном течении ускорение пламени связано со статистическим преобладанием областей сжатия над областями растяжения пламени. Геометрически это означает преобладание вогнутых в направлении к свежему газу участков фронта над выпуклыми. Для случая ФГГ эти и другие вопросы детальной структуры газофазных пламен не исследованы. Вопросы динамики распространения пламени более подробно рассматриваются ниже в данной главе.

В монографии [83] обсуждается проблема стабилизации пламени за плохообтекаемыми телами. Экспериментальные данные [127] свидетельствуют о том, что в условиях высоких скоростей обтекания ($u_g \gg S_l$, $Re \sim 10^3$) пламена эффективно стабилизируются на границе рециркуляционной зоны и внешнего потока. Теплофизической основой такой стабилизации служит однородная и высокая температура продуктов сгорания в застойной зоне, служащей одновременно теплоизолятором и аккумулятором некоторых полупродуктов сгорания и радикалов. Физическим механизмом, ответственным за срыв горения, по-видимому, следует считать превышение критических градиентов в головной области фронта, примыкающей к обтекаемому телу, поскольку лежащие ниже по течению участки получают тепло от вышележащих и находятся в более выгодных для поддержания горения условиях. Предположим, что вне пограничного слоя профиль скоростей между фронтом и основным потоком близок к линейному. В этом случае данные [127] можно обработать таким образом, чтобы получить соответствующие критические значения градиентов скоростей (число Карловица). Действительно, в работе [127] экспериментально определены значения времени контакта с зоной рециркуляции на пределе срыва. Согласно [83], это время равно отношению расстояния от фронта горения до высокоскоростной струи к скорости нормального пламени:

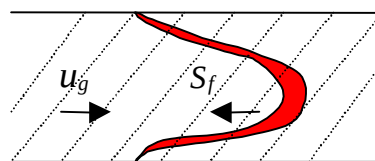


Рис.5.6. Схема геометрии фронта пламени при условии $u_g > S_f$

$$\tau_{\text{exp}} = \Delta y / S_l, \quad (5.26)$$

где Δy - длина зоны контакта с областью рециркуляции. По определению, число Карловица $Ka = \frac{l_f}{u_g} \frac{du_g}{dy}$, следовательно, его критическое значение с использованием определения ширины фронта $l_f \equiv \kappa / S_l$, а также характеристики τ_{exp} выразится как

$$Ka_{cr} = \frac{\kappa}{\tau_{exp} S_l^2} \frac{u_{g,max} - S_l}{u_{g,max}}. \quad (5.27)$$

В экспериментах [127] выполняется условие $u_{g,max} \gg S_l$, поэтому (5.27) эквивалентно

$$Ka_{cr} = \frac{\kappa}{\tau_{exp} S_l^2}. \quad (5.28)$$

Заметим, что для определения ширины фронта по Михельсону температуропроводность в (5.27), (5.28) берется при средней температуре области прогрева. В соответствии с моделью Я.Б.Зельдовича (см. (5.41)) температуропроводность рассчитывается при температуре горения. Можно рекомендовать правило, согласно которому теплофизические характеристики фронтов пламени оцениваются по средней температуре области прогрева, а химико-кинетические - по максимальной температуре.

В табл. 5.3 приведены вычисленные с учетом (5.28) критические значения безразмерного растяжения (числа Карловица). Максимальная температура пламени для различных составов взята из измерений [127], нормальная скорость - из данных [83] для пропановоздушной смеси. В таблице приведены два варианта расчета: с оценкой температуропроводности при средней и максимальной температуре фронта. При расчете температуропроводности использовались теплофизические данные воздуха: $\lambda_{air} = 1.4 \cdot 10^{-2} + 4.8 \cdot 10^{-5} T$ Вт/(м·К), $c_{air} = 965 + 0.147 \cdot T$ Дж/(кг·К), имеющие точность ~5% для $T = [300-2300]$. Как следует из таблицы, критические величины растяжения в условиях стабилизации за плохообтекаемым объектом не только качественно, но и количественно соответствуют результатам модели Зельдовича (5.22). Пламена богатых углеводородных топлив имеют существенно более высокий предел распространения по растяжению. Последнее, согласно [83], свойственно пламенам тяжелых углеводородов и обусловлено преимущественной диффузией кислорода в растянутые (искривленные) участки.

Таблица 5.3

Критические значения растяжения пламени, соответствующие экспериментам [126] для бензиновоздушных смесей

ϕ	$\tau_{exp} \cdot 10^{-3}$ сек	S_l , м/с	T_{ad} , К	$Ka_{cr}(T_{ср})$	$Ka_{cr}(T_{макс})$
0.65	1.7	0.26	1780	0.54	1.3
0.7	1.0	0.28	1840	0.8	2.0
0.75	0.65	0.30	1910	1.2	2.8
0.8	0.5	0.33	1970	1.3	3.2
0.85	0.4	0.36	2035	1.4	3.6
0.9	0.33	0.38	2075	1.6	4.0
1.0	0.3	0.41	2150	1.6	4.0
1.1	0.29	0.40	2160	1.7	4.4
1.2	0.32	0.34	2100	2.1	5.2
1.4	0.53	0.18	1900	3.9	9.6
1.5	0.73	0.13	1800	5	12.3
1.6	1.0	0.09	1700	7.1	17

В монографии [83] критические условия искрового зажигания также трактуются с точки зрения растяжения пламени. Такая интерпретация экспериментов не соответствует теории искрового воспламенения, развитой А.И. Розловским, Я.Б. Зельдовичем и др. авторами [45,125,46]. Однако если очаг считать сформировавшимся сферическим фронтом нормального горения, «раздуваемым» продуктами сгорания, растяжение пламени может задавать предел поджигания. В этом случае *растяжение* следует понимать как дефицит тепла (или массы горючего компонента) единицы поверхности листа пламени по сравнению с нормальным пламенем. Дефицит определяется отношением массы свежей (холодной) смеси, нагреваемой в зоне прогрева за единицу времени, к массе соответствующих продуктов и увеличивается с ростом кривизны фронта.

Таблица 5.4

Критические значения растяжения пламени Ka , стабилизированного на тонкой проволоке $d_0 = 1.07$ мм, на основании измерений [83]*. Ламинарное пламя природного газа и воздуха

Концентрация CH_4 , %	ϕ	Критический градиент, c^{-1}	S_u , м/с	T_{ad} , K	Ka
5.6	0.62	700	0.08	1663	6.1
6.2	0.69	2000	0.14	1777	6.2
6.6	0.74	3000	0.18	1852	6.0
7.0	0.79	4300	0.22	1923	6.1
7.5	0.85	6200	0.29	2003	5.4

*Данные расчета величины Ka , в соответствующей **таблице** первоисточника [83] используют заниженную оценку толщины пламени, основанную на температуропроводности холодного газа, и вследствие этого они ниже представленных здесь значений.

Б. Льюис и Г. Эльбе приводят данные о пределе срыва пламени, стабилизированного в ламинарном потоке на проволоке, имеющей диаметр $d_0 \sim 0.65 - 5.4$ мм. Исследователями выяснено, что предел срыва для заданной горючей смеси задается критическим градиентом вблизи проволоки и не зависит от диаметра проволоки и диаметра трубы подачи смеси. Укажем критические значения безразмерного растяжения пламени (число Карловица) вблизи проволоки, вычисленные по (5.28) с использованием величин градиента скорости, взятых из первоисточника (**табл. 5.4**). В отличие от соответствующей таблицы в [127] нами использовано более точное расчетное значение температуропроводности, учитывающее зависимость температуры горения от состава смеси. Температура горения вычислялась по аппроксимационной формуле, имеющей характерную точность $\sim 3\%$ при $\phi = 0.5 \div 1.2$:

$$T_{ad} \cong 273 + 2800 \cdot \phi - 910 \cdot \phi^2, \quad (5.29)$$

где ϕ - эквивалентное отношение метановоздушной смеси. Температуропроводность рассчитывалась, как и для **табл. 4.3**, при средней температуре фронта.

Различия в значениях критического растяжения в табл. 4.3 и 4.4 можно объяснить составом горючей смеси, погрешностью определения градиентов скорости (в особенности для табл. 4.3), ориентацией фронта относительно вектора скорости, наличием пульсаций параметров скорости (в первом случае).

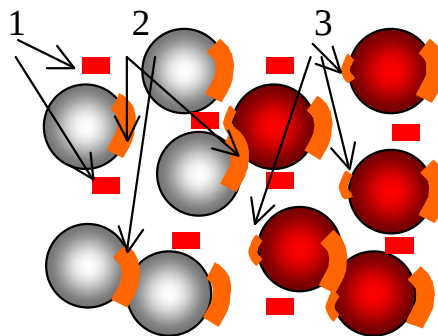
Оценим характерные значения числа Ka для фильтрационного горения, реализуемого в технологических установках. Типичными значениями максимальной скорости газа, нормальной скорости и размера элементов пористой среды являются $u_{g,\max} \sim 2$, $S_l \sim 0.2$ и $d_0 \sim 6 \cdot 10^{-3}$ соответственно. Приняв $\kappa \sim 6 \cdot 10^{-5}$, оценим число

Карловица как
$$Ka = \frac{\kappa}{S_l u_{g,\max}} \frac{u_{g,\max}}{d_0/2} = 2/Pe \approx 0.1$$
 и, следовательно, $Pe \approx 20$. Таким

образом, условия для срыва за счет растяжения как на лобовой поверхности горячей частицы, так и на границе рециркуляционной зоны за частицей не реализуются.

В условиях ФГГ существуют области повышенной устойчивости (расширенный предел существования) пламен. К таким областям относятся прежде всего застойные зоны, зоны контактов частиц и кормовых точек. Кроме того, повышенной устойчивостью характеризуются ядра струй (рис.5.7).

Рис.5.7. Схема зон повышенной устойчивости пламени при фильтрационном горении. 1 – ядра струй, 2 – застойные зоны и кормовые точки, 3 – лобовые точки горячих (затемнены) шаров.



Учитывая наличие областей с расширенным пределом существования пламен, можно заключить, что правдоподобным механизмом распространения пламени при условии $u_g > S_l$ является одновременное внутривязное передвижение фронта и механическая дисперсия очагов между порами. Естественная оценка скорости при этом совпадает с оценкой Я.Б.Зельдовича: $S_f = u' + S_l$. Заметим, что взаимная ориентация векторов u_g и S_l имеет значение для оценки интенсивности дисперсии пламени. Более подробно это обсуждается в разделе 5.3.

Таким образом, скорость распространения пламени в режиме СлТС определяется интенсивностью и амплитудой пульсаций скорости относительно каркаса. В достаточно плотных пористых средах (малая пористость) переход от СТС к СлТС контролируется возможностью перескока пламени от поры к поре и может рассматриваться в рамках задачи перколяции.

5.2.2. Предел тушения в условиях движущегося потока газа

В литературе не разработана в необходимой мере проблема тушения пламени в движущемся относительно твердого каркаса потоке горючего газа [125]. Для задач ФГГ

этот режим является основным. Представим простую модель данного процесса. Можно показать, что в случае принудительной фильтрации смеси

$$Pe_{cr}^{(u \neq 0)} = Pe_{cr}^{(u=0)} \sqrt{\frac{Nu^{(u \neq 0)}}{Nu^{(u=0)}}} \sqrt{\frac{T_b - T_0}{T_b}}. \quad (5.30)$$

Значение верхних индексов очевидно. Первая дробь в (5.30) соответствует отношению коэффициентов теплоотдачи в условиях движущейся смеси и покоящегося газа (стандартному для экспериментов по проникновению пламени через препятствия), вторая - используется для случая горячей преграды ($T_0 \sim T_b$).

Применение формулы (5.30) требует дополнительного анализа. Первое. Формула (5.30) получена для стационарной теплоотдачи, когда тушение наступает за счет кондуктивно - конвективных теплопотерь ядра потока. Имеют место практически важные случаи, когда теплоотвод не может считаться стационарным, например, при прохождении пламени через тонкий перфорированный лист или сетку. Время тепловой релаксации ядра струи задается размером отверстия (ячейкой сетки) и эффективной температуропроводностью смеси: $\tau_T \approx d_0^2 / \kappa$; время прохождения фронта через отверстие - толщиной слоя и скоростью фронта: $\tau = l_0 / S_{f,s}$. Для применения (5.30) в этом случае следует потребовать выполнения условия

$$\tau \gg \tau_T \text{ или } \frac{l_0}{S_{f,s}} \gg \frac{d_0^2}{\kappa}, \quad (5.31)$$

которое эквивалентно требованию достаточно большого значения числа Фурье:

$$Fo = \frac{\tau \kappa}{d_0^2} \gg 1. \text{ Для типичного сеточного пламегасителя } d_0 = l_0 = 0.03 \text{ см, } S_{f,s} = 30 \text{ см/с,}$$

$\kappa = 1 \text{ см}^2/\text{с}$, $\tau_T = 9 \cdot 10^{-4}$, $\tau = 10^{-3}$ и (5.31) не выполняется. В этих условиях эффект тушения зависит от времени теплового взаимодействия с каркасом и в первом приближении прямо пропорционален ему. Таким образом, зависимость критического числа Пекле от скорости фильтрации через тонкую преграду может быть представлена как

$$Pe_{cr}^{(u \neq 0)} = Pe_{cr}^{(u=0)} \frac{S_f}{S_f \pm u_g} \sqrt{\frac{T_b - T_0}{T_b}}. \quad (5.32)$$

Здесь учтено, что время взаимодействия обратно пропорционально скорости пламени относительно каркаса, которая формируется как сумма или разность (в зависимости от направления фильтрации) скорости горения и фильтрации, $S_{f,s} = S_f \pm u_g$. Так, при использовании сеточной горелки [128] скорости подачи газа и горения противоположены. В случае прорыва пламени через сетку $S_{f,s} = S_f - u_g < S_f$, время контакта увеличивается и $Pe_{cr}^{(u \neq 0)}$ вырастает относительно своего значения при неподвижной горючей смеси.

Для достаточной протяженности гасящей среды условия (5.31) выполнены, однако область применимости (5.30) ограничена достаточно малым диаметром

гасящего канала и (или) скоростью фильтрации. Причина ограничения заключается в следующем. Условия критического числа Пекле связаны с теплотериями в области фронта и в его наиболее горячей зоне (ядре). Характерным при этом является пристеночное гашение, которое затем распространяется на ядро. При возрастании диаметра канала и скорости потока механизм тушения приобретает более сложный характер. Фронт существенно деформируется (аналогично **рис.4.1**), определяющим тушение фактором становится растяжение пламени [83]. В данном случае первоначально тушится область с наибольшим градиентом скорости, возникающая благодаря сложному термогидродинамическому взаимодействию на некотором удалении от стенок. Как показывают эксперименты [83], проскок пламени происходит вблизи стенок и часто при потере симметрии пламени. Поэтому точно определить область применения (5.30) очень сложно. Однако ясно, что пренебречь фактором геометрического искривления фронта и связанным с ним нарушением пуазейлевой гидродинамики можно, если скорость фильтрации не превышает скорости нормального горения смеси и (или) диаметр порового канала имеет порядок ширины области прогрева и реакции пламени. Указанными условиями следует руководствоваться при использовании (5.30). В противном случае модель тушения должна быть сформулирована с учетом термогидродинамического взаимодействия фронта пламени, потока и стенок каркаса.

В работе [83] приводятся экспериментальные данные по условиям проскока метановоздушного пламени в трубу горелки при движении смеси. Сравним эти данные с расчетом, основанным на формуле (5.30), используя выражение для числа Нуссельта (5.3) и характерные скорости движения газа относительно каркаса, приведенные в **табл. 5.1**:

$$\frac{Nu^{(u \neq 0)}}{Nu^{(u=0)}} = \frac{(u_g + S_l(T_b/T_0 - 1))^{0.65}}{(S_l(T_b/T_0 - 1))^{0.65}}. \quad (5.33)$$

В (5.33) отношение плотностей исходного газа и продуктов сгорания заменено отношением температур (считается, что при горении количество молей не меняется). Здесь и ниже опускаем верхний индекс ($u \neq 0$), а индекс ($u = 0$) сокращенно записываем, как (0). Из (5.33) и (5.30) легко получить связь критического числа Пекле и скорости потока газа:

$$u_{g,cr} = S_l(T_b/T_0 - 1) \left(\left(\frac{Pe_{cr}}{Pe_{cr}^{(0)}} \right)^3 - 1 \right). \quad (5.34)$$

Вычисленное, согласно (5.34), значение u_g растет значительно быстрее с увеличением Pe_{cr} , чем экспериментальное, уже при $u_g > S_l/2$. Это связано с указанным ранее влиянием комплекса термогидродинамических факторов на тушение. Показательно, что уравнение (5.24) приводит к качественно схожему с (5.34) результату. Действительно, из (5.24) с учетом $S_{ad}^2/S_l^2 = e$ следует

$$u_g = d \frac{S_l^2}{\kappa} \frac{\Delta T}{\Delta T_{ad}} \left(1 - \frac{K \Delta T_b}{\rho c S_l^2 \Delta T} \right). \quad (5.35)$$

Учитывая, что коэффициент теплопотерь пропорционален коэффициенту теплоотдачи $K \sim Nu$, запишем (5.35) в виде

$$u_g = d \frac{S_l^2}{\kappa} \frac{\Delta T}{\Delta T_{ad}} \left(1 - \frac{Nu}{Nu^{(0)}} \frac{Pe^{(0)^2}}{Pe^2} \right). \quad (5.36)$$

Выражение (5.36) дает более медленный рост u_g от Pe_{cr} и имеет более широкую область применимости, однако оно не удобно для практического использования.

Удовлетворительно описать указанные эксперименты [83] можно при помощи полуэмпирической зависимости (табл. 5.5)

$$u_{g,cr} = 1.3S_l \left(\frac{Pe_{cr}}{Pe_{cr}^{(0)}} - 1 \right)^{1/3}. \quad (5.37)$$

Таблица 5.5

Экспериментальные [83] и расчетные (5.37) значения скорости на пределе проскока пламени для 9 %-й метановоздушной смеси

Диаметр трубы, см	0.32	0.333	0.363	0.389	0.577	0.879	1.068	1.298	1.417
$u_{g,cr}$, см/с, [13]	0	16	22	25	31	46	61	76.3	82.4
$u_{g,cr}$, см/с, (5.37)	0	16	23	27	42	54	61	66	68

5.2.3. Конвективно-тепловой предел скорости распространения пламени фильтрационного горения

При ФГТ реализуются различные схемы движения газа относительно твердой фазы - гидродинамические ситуации. В табл. 5.6 приведены скорости фильтрации исходного газа и продуктов сгорания относительно каркаса и относительно фронта горения в случае РНС, РВС и горения в капилляре, рассчитанные по уравнению непрерывности (2.4) при постоянном давлении.

Горение в режиме высоких скоростей отличается от ламинарного горения в канале лишь значением скорости пламени. Если в первом случае скорость пламени близка к нормальной ламинарной скорости S_l , то во втором скорость пламени S_f - более сложная величина (см. гл. 5).

Для определения предела тушения пламени в пористой среде можно воспользоваться формулами (5.30)-(5.36). При этом необходимо выяснить, каким образом рассчитывать скорость пламени S_f , какова область применимости этих формул, как влияет специфика фильтрации в пористой среде (дисперсия размеров пор, нестационарность потока) на тушение. Ответ на перечисленные вопросы затруднен ввиду недостаточного количества экспериментальных данных.

Таблица 5.6

Скорость исходного газа и продуктов сгорания относительно каркаса и относительно фронта горения в случае РНС, РВС и горения в капилляре

Режим горения и тип фильтрации	Скорость холодного газа относительно каркаса	Скорость продуктов сгорания относительно каркаса	Скорость холодного газа относительно фронта	Скорость продуктов сгорания относительно фронта пламени
РНС, принудительная фильтрация	u_g	$(u_g - u_w) \frac{\rho_0}{\rho_b} + u_w \approx u_g \frac{\rho_0}{\rho_b}$	$u_g - u_w \approx u_g$	$(u_g - u_w) \frac{\rho_0}{\rho_b} \approx u_g \frac{\rho_0}{\rho_b}$
РВС, принудительная фильтрация $u_g > S_l, u_g < S_l$	u_g	$S_l \left(\frac{\rho_0}{\rho_b} - 1 \right) + u_g$	S_l	$S_l \frac{\rho_0}{\rho_b}$
РВС, поджиг от закрытого конца трубы $u_g > S_l, u_g < S_l$	u_g	0	S_l	$S_l \frac{\rho_0}{\rho_b}$
Пламя в канале, принудительная конвекция $u_g > S_l, u_g < S_l$	u_g	$S_l \left(\frac{\rho_0}{\rho_b} - 1 \right) + u_g$	S_l	$S_l \frac{\rho_0}{\rho_b}$
Покоящийся газ	0	$S_l \left(\frac{\rho_0}{\rho_b} - 1 \right)$	S_l	$S_l \frac{\rho_0}{\rho_b}$

Приведем простую полуэмпирическую модель. Оценим скорость распространения пламени в РВС по модели Я.Б. Зельдовича (5.47) и из выражения (5.36) получим

$$\frac{u_g}{u_g + S_l} = 1.3 \left(\frac{Pe_{cr}}{Pe_{cr}^{(0)}} - 1 \right)^{1/3}. \quad (5.38)$$

На **рис.5.8-5.9** показаны графики, характеризующие параметры перехода к РВС (проскока пламени), построенные по (5.38). Расчет выполнен для стехиометрической метановоздушной смеси при $p = 1$ атм.

Рис.5.8. Граница перехода к режиму высоких скоростей для стехиометрической метановоздушной смеси по модели (5.38)

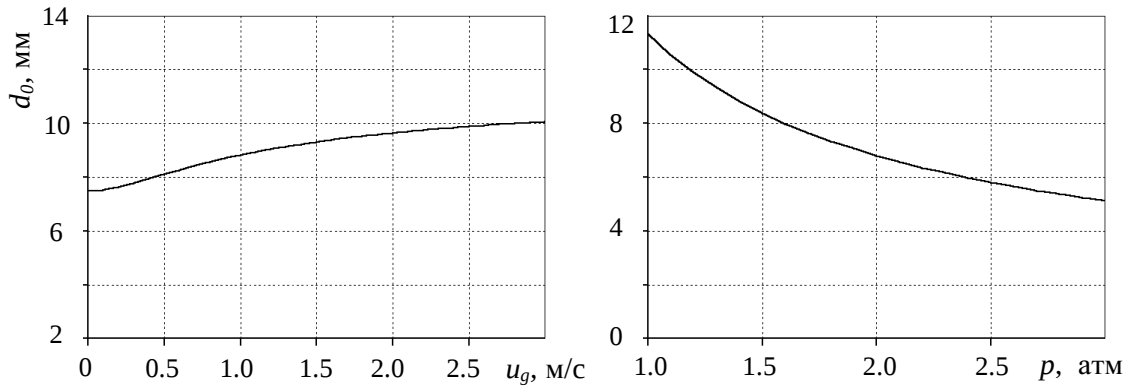
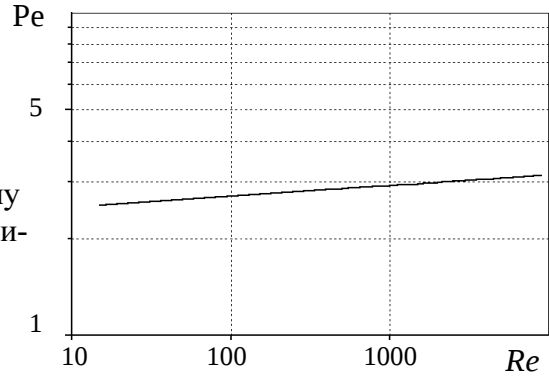


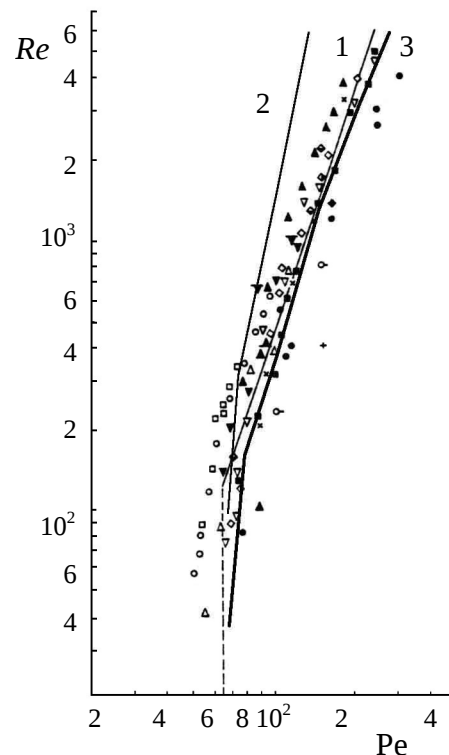
Рис.5.9. Диаметр шариков пористой засыпки, соответствующий переходу к режиму высоких скоростей фильтрационного горения

Сравнение значений на **рис. 5.8, 5.9** с аналогичными данными [31] (**рис.5.3, 5.4**) показывает хорошее качественное и количественное (для зависимости d_0 от p) согласие. Несмотря на узкую область применимости, уравнения (5.34), (5.36) при расчете тушения в трубах хорошо описывают экспериментальные данные по скорости РВС ФГГ пламен в закрытых трубах [28]. Для использования (5.36) необходимо уточнить значение Nu с учетом термогидродинамической обстановки и схемы фильтрации в зоне горения. Для условий экспериментов [28] примем $Nu \sim Re^{2/3}$, из (5.36) $Re \sim Pe^2$, следовательно, $Nu \sim Pe^{4/3}$. Тогда из (5.36) получим

$$Re = \frac{Pe^2}{Pr} \frac{RT_{ad}}{E} \left(1 - \left(\frac{Pe^{(0)}}{Pe^2} \right)^{2/3} \right). \quad (5.39)$$

Здесь учтено, что $\Delta T = RT_{ad}^2 / E$. На **рис.5.10** представлены данные, взятые из [28], и теоретическая кривая, рассчитанная по (5.39), где $T_{ad} = 2000$ К, $E/R = 16000$ К, $Pe^{(0)} = 65$.

Рис.5.10. Экспериментальные данные по РВС [28]; 1 - эмпирическая аппроксимация, 2 - расчет по (5.34), 3 - по (5.39)



5.3. Модели газозфазных пламен при фильтрационном горении газов

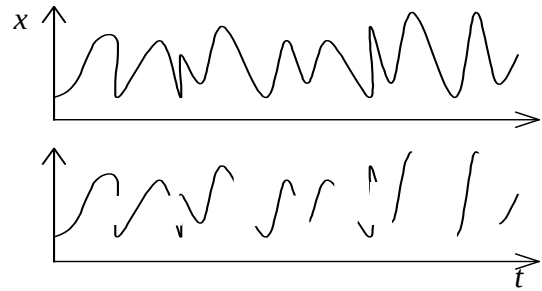
В настоящее время отсутствуют модели газозфазного пламени ФГГ. В работе [118] рассмотрена аналогия между фильтрационным и турбулентным горением газа. В рамках этой аналогии типичные случаи ФГГ соответствуют флеймлетному режиму *искаженного* пламени или режиму распределенных зон реакции. Последнее, в частности, означает, что область экзотермического реагирования имеет разрешенную на масштабе пор структуру и в целом носит непрерывный характер (лист пламени). Общее представление о классификации режимов турбулентного горения дает диаграмма Зимонта-Борги [129]. А.А. Коржавин и коллеги [130] измеряли ширину зоны свечения фильтрационного пламени в РВС и сравнивали ее с длиной тепловой релаксации. Оказалось, что длина зоны свечения очень близка к длине тепловой релаксации и много больше, чем ширина ламинарного пламени, и соответствует длине нескольких структурных ячеек пористого каркаса. Отсюда сделан вывод, что горение не локализовано в гипотетическом тонком слое волны горения, а более или менее равномерно распределено по глубине в несколько зерен. Согласно [118], при флеймлетном режиме горения это не так. Для уточнения этого положения следует провести эксперименты, аналогичные описанным в работе [130], но с использованием реакторной трубы различных диаметров. Если для разных труб измеряемая ширина свечения пламени постоянна, то она обусловлена дисперсией фронта пламени как целого. Если же бóльшим диаметрам соответствует бóльшая ширина видимого пламени, то она определяется пространственной дисперсией отдельных участков пламени, имеющих флеймлетную структуру.

Таким образом, при флеймлетном режиме модель пламени должна рассматривать структуру пламени внутри поры совместно с моделью тепло- и массообмена между порами.

Приведем некоторые модельные характеристики газофазного горения. В общем случае в РНС участок фронта горения совершает квазипериодические пульсирующие движения вдоль оси x , совпадающей с направлением фильтрации газа (**рис.5.11**). Усредняя по времени скорость движения участка, получим фактическую скорость горения. Если фронт сохраняет свою целостность при пульсациях (верхний рисунок), то эффективная скорость горения в СТС равна скорости фильтрации относительно теплового фронта каркаса:

$$S_f = u_g - u_w \cong u_g. \quad (5.40)$$

Рис.5.11. Схема движения участка фронта (флеймлета)



Если участок пламени в какие-то моменты потухает вследствие растяжения и теплопотерь, а затем зажигается вновь, то траектория участка носит разрывный характер (нижний рисунок). При этом усредненная по времени скорость отлична от скорости фильтрации относительно теплового фронта каркаса вследствие проявления асимметрии спутного и встречного движения фронта (вероятность потухания выше при встречном к потоку движении фронта пламени).

Рассмотрим модельные характеристики пламени ФГГ в режиме СлТС (РВС). Локальная внутрипоровая скорость горения есть усредненная по времени нормальная скорость пламени внутри пор в условиях растяжения и теплопотерь. В первом приближении в качестве локальной внутрипоровой скорости горения можно использовать нормальную ламинарную скорость пламени или ее оценку [45]:

$$S_l = \left(\frac{2n!}{\left(E(T_b - T_0) / RT_b^2 \right)^{n+1}} \frac{\kappa \rho_b^2}{\tau_b \rho_0^2} \right)^{1/2}, \quad 1/\tau_b = k_0 \rho_b^{n-1} a_0^{n-1} \exp\left(-\frac{E}{RT_b}\right). \quad (5.41)$$

Здесь отношение плотностей является следствием поправки на тепловое расширение продуктов сгорания. Для реакции первого и второго порядка из (5.41) следует

$$S_l = \left(2\kappa \left(\frac{RT_b^2}{E(T_b - T_0)} \right)^2 \frac{\rho_b^2}{\rho_0^2} k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_b}\right) \right)^{1/2}, \quad n=1; \quad (5.42)$$

$$S_l = \left(4\kappa \left(\frac{RT_b^2}{E(T_b - T_0)} \right)^3 \frac{\rho_b^3}{\rho_0^2} k_0 a_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_b}\right) \right)^{1/2}, \quad n=2. \quad (5.43)$$

Дисперсионная скорость – это скорость горения, которая имела бы место, если бы коэффициенты температуропроводности и диффузии определялись механической дисперсией газовых частиц. Значение дисперсионной скорости получается из формулы (5.41) при соответствующей замене температуропроводности $\kappa \rightarrow \tilde{\kappa}$:

$$\tilde{S}_l = \left(\frac{2n!}{\left(E(T_b - T_0) / RT_b^2 \right)^{n+1} \tau_b} \tilde{\kappa} \right)^{1/2}. \quad (5.44)$$

Используя теоретические или эмпирические соотношения для дисперсионной теплопроводности (**раздел 2.4.2**), получаем

$$\tilde{S}_l / S_l = (1 + 0.5 \text{Re})^{1/2} \cong 0.71 \text{Re}^{1/2}. \quad (5.45)$$

Отметим, что выражение (5.45) близко к результатам ряда моделей для скорости турбулентного горения во флеймлетном режиме [129]. Аналогичная концепция скорости турбулентного пламени предложена Дамкеллером [131] для описания предельного случая мелкомасштабной турбулентности в области пламени. Необходимым (не обязательно достаточным) условием реализации такого режима является высокая скорость химического реагирования:

$$\tau_b > \tau_{disp} \sim d / u_g. \quad (5.46)$$

Условие (5.46) выполняется для достаточно горячих пламен (смесей с высоким теплосодержанием) - $T_{ad} > 1500$ К. Дисперсионная скорость - идеальная характеристика, поскольку не учитывает реальную флеймлетную микроструктуру пламени, характеризует скорость «разбрызгивания» или рассеивания очажков пламени перпендикулярно и поперечно фронту горения.

Адиабатическая скорость пламени ФГГ – идеализированная характеристика пламени, соответствующая скорости распространения пламени при отсутствии теплового взаимодействия газа и каркаса, т.е. в случае $\alpha \rightarrow 0$. Скорость горения в режиме СЛТС близка к адиабатической, так как роль межфазового теплообмена в этом случае незначительна [28,31].

Перечислим возможные модели адиабатической скорости ФГГ. Модель Я.Б.Зельдовича предполагает, что скорость горения равна сумме скорости пульсаций и нормальной скорости горения смеси:

$$S_f = u'_g + S_l \cong u_g + S_l. \quad (5.47)$$

Ряд моделей ФГГ может быть заимствован из теории турбулентного горения [121,132, 133,134,135]. Так, для режимов искаженного пламени и распределенных зон реакции, согласно [121], имеем

$$S_f / S_l \approx \text{Re}_t^{1/4}, \quad (5.48)$$

$$S_f / S_l \approx \text{Re}_t^{1/4} \exp(0.4(u' / S_l)^{1/2}), \quad (5.49)$$

где турбулентное число Рейнольдса строится по интегральному масштабу: $\text{Re}_t = u' L_t / \nu$.

В ламинарно-дисперсионной (ЛД) модели локальная внутрипоровая и дисперсионная скорости распространения пламени рассматриваются как нижний и верхний пределы адиабатической скорости пламени. При этом адиабатическая скорость плавно переходит от нижнего предела к верхнему с ростом Re (**рис.5.12**). Характер перехода определяется гидродинамическим взаимодействием с каркасом, поэтому можно полагать, что границу перехода определяет предел, накладываемый растяжением пламени (**раздел 5.1**): $\left(\frac{u_g / S_l}{Pe} \right)_{cr} \cong 0.42$. Сам переход «размывается»

ввиду неоднородности характеристик системы и задается функцией ошибок с дисперсией $\sigma \sim 20\%$:

$$S_f = \text{erf}(\text{Re}, \text{Re}_1, \sigma) S_l + (1 - \text{erf}(\text{Re}, \text{Re}_1, \sigma)) \tilde{S}_l. \quad (5.50)$$

На **рис.5.13** представлены зависимости скорости горения, рассчитанные по перечисленным моделям при следующих характеристиках системы: горючее – стехиометрическая метановоздушная смесь, диаметр шариков засыпки Al_2O_3 $d_o = 10$ мм.

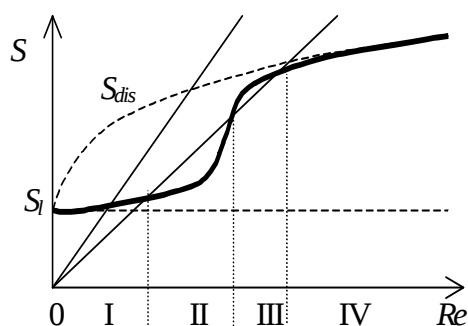
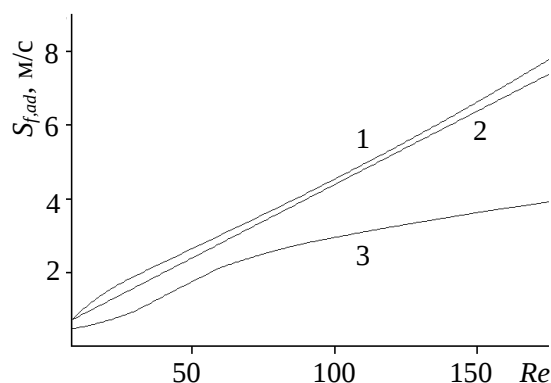


Рис.5.12. Адиабатическая скорость пламени как промежуточная величина между внутрипоровой и дисперсионной скоростью газофазного горения

Рис.5.13. Адиабатическая скорость горения $S_{f,ad}$, м/с: 1 - расчет согласно модели турбулентного горения (5.49); 2 - по модели Зельдовича (5.47); 3 - по ламинарно-дисперсионной модели (5.50)



Таким образом, ЛД модель качественно соответствует флеймлетной модели турбулентного горения (5.48). Из нее, в частности, следует вывод о возможности остановить встречную высокоскоростную волну ФГГ при достаточно высокой скорости встречной фильтрации (режим экспериментально не реализован). На основе представления об адиабатической скорости может быть построена модель динамики как низкоскоростных (СТС), так и высокоскоростных волн ФГГ.

5.4. Дисперсионно-барический предел скорости пламени

При определенных параметрах системы конвективно-тепловой предел может быть преодолен. В этом случае скорость пламени растет до тех пор, пока не достигнет следующего предела, обусловленного ограниченной скоростью механической дисперсии газа в области прогрева. Поскольку скорость механической дисперсии (и скорость фильтрации) обратно пропорциональна давлению в зоне прогрева, указанный предел однозначно связан с ростом давления во фронте горения и может быть назван *дисперсионно-барическим* пределом.

Проанализируем природу дисперсионно-барического предела и сделаем оценки скорости волны. Пусть имеется полуоткрытая труба с площадью сечения A , заполненная частицами диаметром d_0 и стехиометрической метано-воздушной смесью. При точечном поджиге у закрытого ее конца начинается распространение волны горения в режиме высоких скоростей. Положительным считаем направление к открытому концу. Предположим, что скорость пламени велика и рассмотрим малые времена, при которых температура газа не успевает релаксировать к температуре каркаса. В этом случае продуктам сгорания и первоначальной смеси можно приписать определенные температуру, давление, плотность и скорость (рис.5.14). Примем также, что перепад давления и температуры происходит на сравнительно узком участке, имеющем порядок размера поры. Скорость фильтрации свежего газа перед фронтом, обусловленная расширением продуктов сгорания, определяется скоростью горения относительно свежей смеси (табл. 5.6), и уравнение непрерывности $u_0 \rho_0 = u_b \rho_b$ обуславливает связь между параметрами холодного газа и продуктов сгорания:

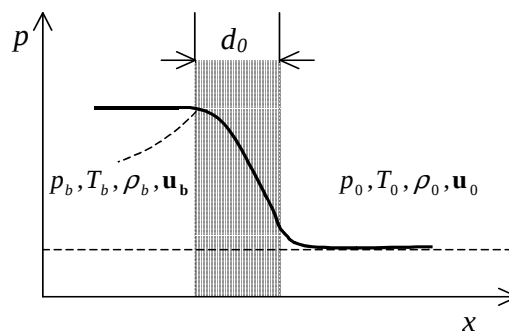


Рис.5.14.Термогидродинамическая модель фронта горения

$$u_g = S_f \left(\frac{T_b}{T_0} \frac{P_0}{P_b} - 1 \right). \quad (5.51)$$

(Средние молярные массы исходного газа и продуктов предполагаются равными.)

Примем модель Я.Б.Зельдовича для скорости пламени

$$S_f = u_g + S_l. \quad (5.52)$$

Подставляя (5.52) в (5.51) и разрешая полученное уравнение относительно S_f , найдем

$$S_f = -S_l / \left(\frac{T_b}{T_0} \frac{p_0}{p_b} - 2 \right). \quad (5.53)$$

Перепад давления может быть оценен с использованием уравнения фильтрации

$$\frac{p_b}{p_0} = \frac{p_0 + \Delta p}{p_0} \approx 1 + \frac{1}{p_0} \left| \frac{\mu}{k_0} u_g + \frac{\rho}{k_1} u_g^2 \right| L, \quad (5.54)$$

где k_0, k_1 - коэффициенты проницаемости среды, $k_0 = d_0^2 m^3 / (1-m)^2 / A$, $k_1 = d_0 m^3 / (1-m) / B$; коэффициенты A, B характеризуют конкретную пористую среду и имеют численное значение $A \sim 150, B \sim 1.75$; L - длина падения давления, в качестве которой используем характерный размер ячейки пористой среды. Таким образом, приходим к нелинейному уравнению для скорости пламени, общий вид которого

$$S_f = F(S_f, S_l, \frac{T_b}{T_0}, \mu, m, d_0, \dots).$$

Согласно (5.53), система (5.51), (5.52) несовместна, если перепад давления в волне отсутствует. (Температура продуктов существенно выше начальной температуры смеси, $T_b / T_0 \sim 5 \div 10$, поэтому (5.53) дает отрицательное значение скорости.)

Физически причина такого результата состоит в том, что механическая дисперсия очагов пламени «слишком» велика и не согласуется (в рамках описанной модели) со скоростью пламени. Возрастание давления в волне приводит в соответствие эти скорости. Следовательно, концепция стабилизации скорости распространения горения за счет достижения предела, обусловленного ограничением скорости теплообмена в волне (дисперсионно-барический предел), находит подтверждение в физико-математической модели.

Как показывает анализ, уравнение (5.53) может иметь два корня, первый из которых определится приравниванием знаменателя к нулю:

$$\frac{1}{2} \frac{T_b}{T_0} = 1 + \frac{1}{p_0} \left| \frac{\mu}{k_0} u_g + \frac{\rho}{k_1} u_g^2 \right| L. \quad (5.55)$$

Более точно можно найти скорость пламени, решая задачу о поле давления при нестационарной (или квазистационарной) фильтрации. В полной постановке такую задачу невозможно решить аналитически. Для фильтрации Дарси при некоторых упрощающих допущениях решение дано в [7]. При скоростях фронта, составляющих десятки метров в секунду, а тем более приближающихся к звуковым, должен быть использован квадратичный закон фильтрации (1.3) или более сложная гидродинамика.

Оценим характерную скорость фильтрации, обеспечивающую необходимый перепад давления во фронте. Примем $\mu = 4.4 \cdot 10^{-7} T^{0.65}$, $\rho = 1.29(p/p_0)$, $L = d_0$. Скорость фронта относительно каркаса близка к скорости фильтрации свежего газа перед фронтом: $u_g = S_{f,s}(\rho_0/\rho_b - 1)/(\rho_0/\rho_b)$ (табл. 5.7).

Таблица 5.7

Максимальная скорость фронта, рассчитанная по (5.28) при среднем давлении $\langle p \rangle = p_0(\rho_0/\rho_b + 1)/2$ и температуре свежей смеси $T_0 = 300$ К

p_0 , атм	d_0 , см	m	u_g , м/с	$S_{f,s}$, м/с
1	0.75	0.4	87	101
1	1.5	0.4	87	101
1	0.75	0.7	286	333
1	1.5	0.7	286	333
2	1.5	0.7	285	332
4	1.5	0.7	286	333

Как следует из данных табл. 5.7, для достижения высоких скоростей фронта ФГГ необходимо использовать высокопористые среды. Оценки показывают, что рост плотности перед фронтом качественно объясняет наблюдаемый экспериментально предел скорости горения в пористой среде.

Представленная упрощенная модель показывает, что максимально достижимая скорость фронта мало изменяется с ростом давления. В процессе распространения волны происходит нестационарное формирование поля фильтрации и рост давления во всем объеме пористой системы.

Согласно модели Я.Б.Зельдовича, максимально возможная скорость волны относительно каркаса в условиях фильтрации (межфазовое взаимодействие определяет гидродинамику потока) близка к скорости звука в газе, поскольку это максимально возможная скорость гидродинамических пульсаций скорости фильтрации.

5.5. Некоторые аспекты проблемы разгона волны фильтрационного горения в полукрытом канале

В настоящее время активно изучается вопрос стимулирования перехода дефлаграции в детонацию с использованием пористой среды. Классическим механизмом ускорения ламинарных пламен является нарастание площади поверхности фронта при его возмущении. При этом в соответствии с законом площадей увеличивается массовая скорость горения, которая, в свою очередь, генерирует все более мощные гидродинамические возмущения фронта. В случае ФГГ действуют процессы как замедляющие скорость распространения пламени, так и ускоряющие его. К ускоряющим факторам относятся увеличение площади поверхности горения за счет геометрии пор и струйного характера течения, увеличение интенсивности пульсаций струй и связанное с ним рассеивание очагов горения (аналогично режиму распределенных зон реакции турбулентного горения). Замедляющее влияние оказывают нарастание градиентов потоков (растяжение пламени), рост среднего

коэффициента теплоотдачи в твердую фазу, а также потеря импульса разгоняющихся участков пламени при взаимодействии с неподвижной твердой фазой. Если первые замедляющие факторы могут быть минимизированы, то последний неизбежно окажет влияние на предельную скорость пламени и возможность формирования ударной волны. Для нахождения оптимальной конфигурации системы инициирования детонации необходимы достаточно точные модели фильтрационного горения. Существующие модели [136] являются громоздкими и неадекватными данной задаче, хотя наиболее совершенные численные модели вплотную приблизились к её решению.

В разделах 5.2, 5.3 показано, что скорость фронта в стационарных или квазистационарных условиях при СлТС определяется достижением конвективно-теплого или дисперсионно-барического предела. Проанализируем качественные закономерности разгона фронта на начальной стадии. В качестве модельной системы рассмотрим полуоткрытую трубу, заполненную частицами диаметром d_0 и горючей смесью. Поджиг осуществляется у ее закрытого конца ($x=0$). Положительным направлением считаем направление к открытому концу. Процесс установления квазистационарного распространения фронта может быть разделен на стадию формирования фронта ламинарного пламени, сопровождаемую медленным макроскопическим течением газа, и стадию формирования развитого фильтрационного поля перед фронтом, включающую установление поля давления. Поскольку основным механизмом распространения пламени при дозвуковых скоростях является механическая дисперсия частиц газа, то формирование поля дисперсии – принципиальное условие выхода на квазистационарный режим.

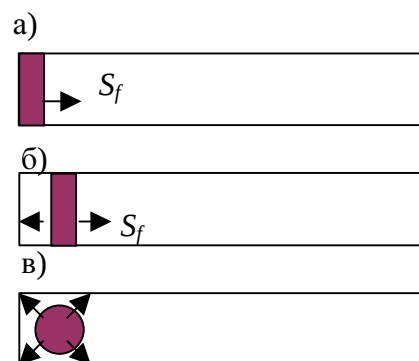
Времена формирования нормального ламинарного пламени и установления поля давления малы и могут быть оценены как $\tau \sim l_f / S_n \sim 5 \cdot 10^{-5}$ и $\tau_p \sim d_0 / c_0 \sim 5 \cdot 10^{-5}$ с. Развитие поля фильтрации и дисперсии происходит на длинах порядка трех- пяти слоев засыпки и, следовательно, $\tau \sim 5d_0 / S_f \sim 5 \cdot 10^{-3}$ с. Таким образом, времена формирования и разгона волны ФГГ в режиме СлТС определяются временем формирования поля дисперсии и фильтрации.

Авторам неизвестны работы, содержащие прямые экспериментальные измерения интенсивности пульсаций скорости в зависимости от глубины зернистого слоя. Однако имеется достаточное количество данных по теплоотдаче и коэффициенту давления в системах пучков труб [19,22,137]. Согласно [137], в широком диапазоне чисел Рейнольдса теплоотдача труб в первом ряду близка к теплоотдаче одиночной трубы. Для шахматного пучка труб теплоотдача труб второго ряда в лобовой части сильно увеличивается. Теплоотдача третьего ряда также увеличивается и для последующих рядов существенно не меняется. Для труб в коридорном пучке местная теплоотдача стабилизируется, начиная с четвертого ряда. Аналогичные закономерности наблюдаются и для коэффициента давления. Можно полагать, что установление поля фильтрации в зернистом слое также происходит на длинах порядка трех размеров зерен пористого слоя ($3d_0$). Более точное изучение параметров установления фильтрации требует специальных экспериментов.

С увеличением числа Рейнольдса длина установления поля фильтрации уменьшается. Следовательно, рост начальной скорости приведет к уменьшению длины разгона волны горения. Используя уравнение непрерывности, легко показать, что в случае расхождения плоского фронта в противоположные стороны (рис.5.15,б) скорость фильтрации в холодной зоне (и в области прогрева волны горения) возрастет в два раза, $u_g = 2 \cdot (\rho_b / \rho_0) S_f$, по сравнению со случаем распространения фронта от

стенки. Поэтому для увеличения скорости фильтрации газа перед фронтом поджиг следует производить на удалении порядка нескольких диаметров гранул от торца реактора.

Рис.5.15. Схемы начального движения фронта горения: а) поджиг у стенки, б) поджиг на удалении от стенки, в) то же при условии $D \gg d_0$



Точечный (искровой) поджиг в камере большого диаметра ($D/d_0 \gg 1$) приводит к формированию на начальном этапе сферического фронта пламени, при этом линии тока перед фронтом приобретают сложную геометрию, удлиняются. Это приводит к дополнительной потере импульса струями потока. Поэтому при необходимости быстрого формирования широкого фронта горения может быть рекомендовано использование начального участка конической геометрии (раструба).

Для эффективного ускорения фронта ФГГ в пористой среде необходимо минимизировать рост давления во время разгона. Этого можно достичь уменьшая длину участка пористой среды, в котором происходит разгон, либо формируя его с достаточно резким увеличением пористости. Гидродинамическая структура течения газа и пламени формируется на длине $\sim 3-5$ длин элементов каркаса. Если предположить, что дисперсионно-барический предел достигается после формирования поля фильтрации за время порядка времени установления давления, то длина участка, следующего после области формирования поля скоростей, должна быть минимальной, т.е. порядка $\sim d_0$. Можно ожидать, что наилучшие ускоряющие свойства будет иметь пористый участок длиной $\sim 5 \div 10 \cdot d_0$ с растущей по длине пористостью. При этом поджиг целесообразно осуществлять на расстоянии $\sim 3 \cdot d_0$ от торца камеры.

Количественная информация о динамике поджига и инициирования детонации в пористой среде может быть получена путем детального численного моделирования. Однако в настоящее время эта задача не решена из-за трудности формулировки моделей и проведения расчетов.

Фильтрационное горение неперемешанных газов (НФГГ) является новым разделом в фильтрационном горении газов. По аналогии с диффузионными пламенами оно может называться также диффузионным фильтрационным горением. Этот тип горения соединяет в себе свойства диффузионных турбулентных пламен (высокая стабильность и интенсивность горения, сохранение длины пламени при варьировании скорости фильтрации газов) и фильтрационного горения перемешанных газов – низкая наработка NO_x , CO , внутренняя рекуперация тепла, существенное различие температуры газа и инертного пористого каркаса.

НФГГ может быть эффективно использовано в радиационных горелках, различных химических реакторах, в частности в реакторах термической конверсии углеводородов в сингаз. Так как скорость тепловыделения в высокотемпературных системах определяется прежде всего скоростью смешения топлива и окислителя, длина смешения L практически не зависит от скорости фильтрации газа. Действительно, длина диффузионного смешения задается диаметром системы d_2 , скоростью газа u_g и коэффициентом диффузии D . Эффективный коэффициент диффузии при фильтрации имеет дисперсионную природу, пропорционален скорости фильтрации газа u_g , а также диаметру частиц d_0 ($D \sim u_g d_0$) и, таким образом, длина смешения может быть

$$\text{оценена как } L \sim \frac{d_2^2 u_g}{D} \sim \frac{d_2^2 u_g}{d_0 u_g} = \frac{d_2^2}{d_0}.$$

6.1. Смешение газов в условиях фильтрации

Рассмотрим перемешивание изотермических коаксиальных фильтрационных потоков. Транспорт вещества при фильтрации задается дисперсионной диффузией. Решение уравнения диффузии в такой системе определяется цилиндрическими (бесселевыми) функциями, аналогично решению Бурке-Шумана [45,83] задачи о диффузионном пламени, и приводится ниже (формула (6.10)).

Из теории нестационарной диффузии известно, что на временах, характеризующихся значением числа Фурье $\text{Fo} > 0.3$, вкладом старших членов в решение (6.10), (6.11) можно пренебречь, при этом появляется возможность простого аналитического выражения некоторых важных характеристик процесса диффузии. Так, безразмерное количество перемешанного газа, определяемое как интеграл от концентрации вещества по области (радиусу), в которой этого вещества первоначально не было, отнесенный к концентрации при полном смешении, в приближении главного члена ряда задается в виде

$$C = 1 - \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right), \quad (6.1)$$

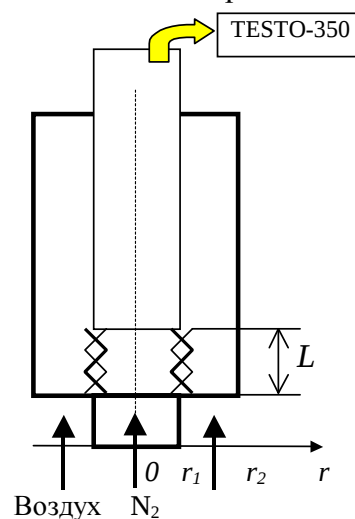
где $\xi = 3.832$ - первый корень бесселевой функции первого рода первого порядка $J_1(\xi) = 0$, x - продольная координата, u_g - скорость фильтрации газа, d_2 - диаметр трубы, в которой происходит смешение газов. Выражение (6.1) является приближенным (по крайней мере, на малых длинах и временах перемешивания), однако оно дает наглядное представление о характере перемешивания коаксиальных фильтрационных потоков.

В случае, когда газ фильтруется в пористом теле, диффузия определяется дисперсией с коэффициентом диффузии, задаваемым по формуле (2.61) $D = D_g(m + 0.1 \cdot Pe) \cong 0.1 \cdot u_g d_0$, и выражение (6.1) преобразуется:

$$C \cong 1 - \exp\left(-\frac{0.4d_0\xi^2}{d_2^2}x\right) \cong 1 - \exp\left(-\frac{5.9d_0}{d_2^2}x\right). \quad (6.2)$$

Для более точного представления о перемешивании газов при фильтрации проводились специальные эксперименты. В камеру смешения (трубу диаметром 38 мм, заполненную шариками $d_0 = 3$ мм) подавались коаксиальные потоки азота и воздуха. Азот поступал через центральную трубу (диаметр 22 мм и толщина стенок 1 мм). Сверху сквозь засыпку опускалась пробозаборная труба того же диаметра, что и центральная. В ряде экспериментов расход выбирался таким образом, чтобы скорости фильтрации азота и воздуха совпадали, в других случаях эти скорости различались. Количество кислорода, попавшего в пробозаборную трубу, характеризует степень перемешанности потоков. В пробозаборной трубе газ дополнительно перемешивался и анализировался на содержание кислорода с помощью электрохимического анализатора TESTO-350. Относительная точность измерения концентрации кислорода составляла 5 %. Схема эксперимента поясняется на **рис.6.1**.

Рис.6.1. Схема экспериментального исследования стационарного аксиального перемешивания при фильтрации



Эксперименты проводились для скоростей фильтрации, лежащих в диапазоне от 0.2 до ~2 м/с. Результаты измерений концентраций подмешанного на длине L кислорода совместно с кривыми, рассчитанными по (6.3), приведены на **рис. 6.2**. Как видно из рисунка, наибольшие отклонения экспериментальных данных от аналитического решения наблюдаются в начале длины смешения, что объясняется отбрасыванием высших членов ряда.

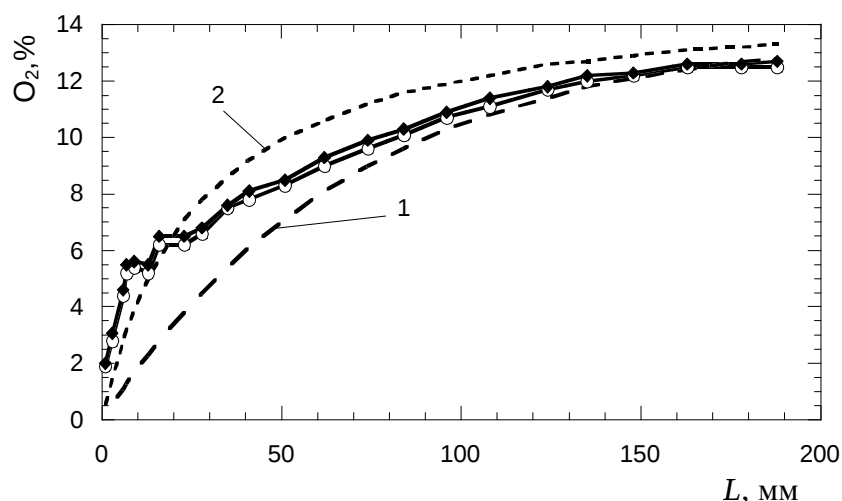


Рис.6.2. Зависимость концентрации O_2 в анализируемой смеси от длины смешения L . $\blacklozenge$ - расход воздуха 2.2 л/мин, $\circ$ - 2.57. 1 - расчет с учетом одного члена ряда, (6.2), 2 - трех членов в решении Бурке-Шумана. Полное перемешивание - 13.8 % O_2 в смеси с азотом

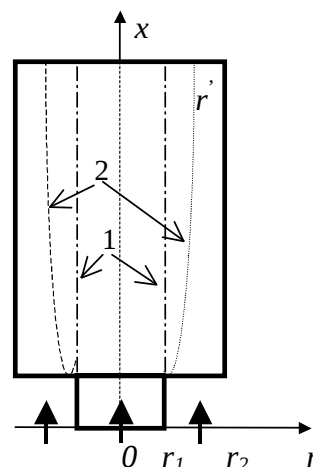
Данные по скорости перемешивания потоков с достаточной точностью аппроксимируются функцией, состоящей из двух экспоненциальных членов:

$$C = 13.8(1 - A \exp(-k_1 L) - (1 - A) \exp(-k_2 BL)) , \quad (6.3)$$

где коэффициенты $A=0.749$ и $B = 12.445$ подобраны для наилучшего согласия с экспериментом. Значения коэффициентов k_1 и k_2 зависят от размера частиц засыпки, для $d_o = 3.8$ мм $k_1 = 0.0142$ и $k_2 = 0.0478$.

В случае различных начальных скоростей фильтрации в центральной и периферийной зонах картина смешения изменяется. Поверхность перемешивания смещается в радиальном направлении в результате поперечного движения газа как целого. Траектория поверхности смешения представляется как линия тока (средней молярной скорости), начинающаяся на границе раздела газов (r_1) и смещающаяся в радиальном направлении до r' (см. **рис.6.3**).

Рис.6.3. Траектория границы смешения: 1 – при постоянной по сечению скорости, 2 - при скорости фильтрации в центре, большей чем на периферии



При этом поток вещества в радиальном направлении будет иметь две составляющие - диффузионную и конвективную:

$$j \equiv j_1 + j_2 = D_x \nabla C + u_x C ,$$

где C - молярная концентрация вещества.

Простейшая модель перемешивания при этом строится на предположении, что скорость потоков мгновенно выравнивается по всему сечению и перемешивание осуществляется по стандартной модели, где вместо r_1 используется r' . Основанием для такого предположения служит то, что вариация давления в сечении трубы быстро (на длине меньшей, чем диаметр) релаксирует. Соответствующая оценка имеется в [8], аналогичный результат получен путем численного расчета (раздел 5.3). Координата поверхности перемешивания r' легко может быть найдена. Пусть молярный расход в центральной трубе и в периферийном кольце задается соответственно $\pi r_1^2 u_1 = G_{u1}$, $\pi(r_2^2 - r_1^2)u_2 = G_{u2}$, скорость фильтрации на бесконечной удаленности от входа - $\bar{u} = \frac{G_{u1} + G_{u2}}{\pi r_2^2} = u_2 + (r_1^2 / r_2^2)(u_1 - u_2)$. Предельный радиус границы смешения r'' найдем

из равенства $\bar{u} = \frac{G_{u1}}{\pi r_1''^2}$:

$$r_1'' = r_1 \left(\frac{u_1}{u_2 + (r_1^2 / r_2^2)(u_1 - u_2)} \right)^{1/2} . \quad (6.4)$$

В принципе, модель перемешивания на начальном участке может быть уточнена. Для этого могут быть использованы оценки фильтрационных потоков, основанные на уравнении Дарси (аналогично [8]), или определенные допущения о характере поля фильтрации. (Предполагаем, например, что радиальная компонента скорости фильтрации устанавливается по закону диффузии с дисперсионным коэффициентом диффузии). Траектория интерфейса смешения может быть рассчитана при помощи уравнений фильтрации. Скорость фильтрации на границе раздела между компонентами, характеризующая дисперсию, проще всего полагать равной среднemasовой скорости.

Имеющиеся экспериментальные данные могут быть интерпретированы с использованием модели мгновенного выравнивания скоростей. Увеличение (уменьшение) радиуса перемешивания соответствует увеличению (уменьшению) средней длины диффузии для измеряемого компонента (в нашем случае - O_2). Относительное увеличение длины диффузии оценится как

$$\delta \equiv \frac{r_1' - r_1}{r_2} = \frac{r_1}{r_2} \left[\left(\frac{u_1}{u_2 + (r_1^2 / r_2^2)(u_1 - u_2)} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (6.5)$$

при смещении пограничной линии тока от центра к краю и

$$\delta \equiv \frac{r_1 - r_1'}{r_1} = \left[1 - \left(\frac{u_1}{u_2 + (r_1^2 / r_2^2)(u_1 - u_2)} \right)^{1/2} \right] \quad (6.6)$$

- при смещении к центру. При этом соответствующим образом следует изменить характерную длину диффузии в экспонентах (6.2), (6.3), а именно

$$d_{tub} \rightarrow d_{tub}(1 \pm \delta), \quad (6.7)$$

где знак *плюс* в случае, если действие диффузии и конвекции сонаправленно, и *минус* - если противоположно.

Данные экспериментальных измерений, выполненных в условиях различающихся скоростей фильтрации газа (в центральной части скорость N_2 была в два раза больше, чем скорость потока воздуха в периферической части), сравнивались с расчетом по формуле (6.3), модифицированной в соответствии с (6.7) (рис.6.4). Из рисунка видно, что указанная модель с приемлемой точностью соответствует эксперименту.

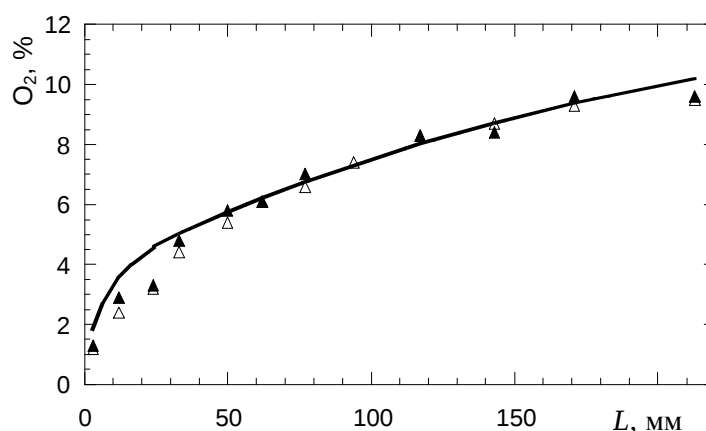


Рис.6.4. Концентрация кислорода при различных расходах газа: Δ - расход воздуха 2.7 л/мин, $\blacktriangle$ - 5.4. Скорость фильтрации азота в центральной части в два раза выше скорости фильтрации воздуха. Сплошная линия - аппроксимация (6.3), (6.7)

6.2. Модель диффузионного фильтрационного горения типа Бурке-Шумана

П. Бурке и Т. Шуманом сформулирована и решена задача о диффузионном пламени при коаксиальной подаче топлива и окислителя с равными скоростями [138]. Подробная постановка и решение содержатся в [45,83]. Совершенно аналогичная задача может быть сформулирована и для диффузионного фильтрационного горения газов. Рассмотрим некоторые характеристики пламен, вытекающие из решения Бурке-Шумана. Задача формулируется на основе стационарного уравнения диффузии

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{D}{u_g} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (6.8)$$

и граничных условий

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial r} &= 0 \text{ при } r=0 \text{ и } r=d_2/2; \\ C &= C1 \cdot i \text{ при } x=0, r \in [0, d_1/2]; \\ C &= -C2 \text{ при } x=0, r \in [d_1/2, d_2/2].\end{aligned}\quad (6.9)$$

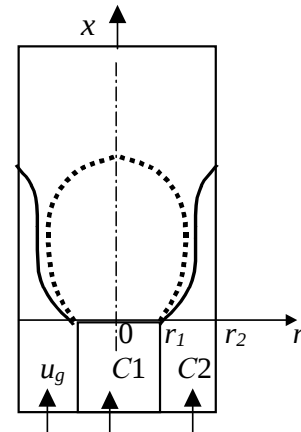
Здесь $C1$ - начальная концентрация топлива на входе, моль/м³; $C2$ - начальная концентрация окислителя на входе, i - количество молей окислителя, необходимое для сжигания одного моля топлива, d_1 - диаметр внутренней трубки (для топлива), d_2 - диаметр внешней трубки (для окислителя) - **рис.6.5**. Решение может быть записано в виде ряда функций Бесселя первого рода:

$$\begin{aligned}C(x, r) &= \\ &= (C1 \cdot i + C2) \frac{d_1^2}{d_2^2} - C2 + \frac{2d_1}{d_2} (C1 \cdot i + C2) \sum_{\xi} \frac{1}{\xi} \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_0(\xi d_1/d_2) \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right),\end{aligned}\quad (6.10)$$

где ξ - корни уравнения $J_1(\xi) = 0$, D - коэффициент диффузии, u_g - скорость фильтрации газа. Эквивалентное отношение

$$\varphi = C1 \cdot i / (C2 (d_2^2 / d_1^2 - 1)). \quad (6.11)$$

Рис.6.5. Пояснение к постановке задачи Бурке-Шумана. Сплошная линия - геометрия неперемешанного пламени в случае избытка топлива, штриховая - при недостатке топлива



В случае стехиометрического соотношения топлива и окислителя $C1 \cdot i = C2 (d_2^2 / d_1^2 - 1)$ и решение принимает вид

$$C(x, r) = \frac{2C1i}{\frac{d_2^2}{d_1} + \frac{d_1}{d_2}} \sum_{\xi} \frac{1}{\xi} \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_0(\xi d_1/d_2) \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right). \quad (6.12)$$

Положение фронта горения определяется как кривая $r(x)$, на которой концентрация недостающего компонента обращается в нуль: $C(x, r) = 0$. Для определения координат фронта решается уравнение

$$(C1 \cdot i + C2) \frac{d_1^2}{d_2^2} - C2 + \frac{2d_1}{d_2} (C1 \cdot i + C2) \sum_{\xi} \frac{1}{\xi} \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_0(\xi d_1/d_2) \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right) = 0. \quad (6.13)$$

Для нахождения *длины пламени* можно ограничиться первым членом ряда. Это связано с тем, что ряд быстро убывает с ростом x .

При недостатке окислителя, $\varphi > 1$, $C1 \cdot i > C2(d_2^2/d_1^2 - 1)$, пламя выходит на внешнюю стенку. Длина пламени

$$L_d = -\frac{u_g d_2^2}{4D\xi_1^2} \ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d_2}{d_1} \frac{C2}{C1 \cdot i + C2} - \frac{d_1}{d_2} \right) \frac{\xi_1 J_0(\xi_1)}{J_1(\xi_1 d_1/d_2)} \right]. \quad (6.14)$$

При недостатке топлива, $\varphi < 1$ и $C1 \cdot i < C2(d_2^2/d_1^2 - 1)$, пламя выходит на ось симметрии. Длина пламени

$$L_0 = -\frac{u_g d_2^2}{4D\xi_1^2} \ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d_2}{d_1} \frac{C2}{C1 \cdot i + C2} - \frac{d_1}{d_2} \right) \frac{\xi_1 J_0^2(\xi_1)}{J_1(\xi_1 d_1/d_2)} \right]. \quad (6.15)$$

Сравнение (6.14), (6.15) с расчетом по полному ряду при принятых характерных параметрах показывает хорошую ($\sim 1\%$) точность.

Угол раствора пламени вблизи начала смешения ($x = 0$). Для нахождения угла раствора пламени вычислим производную dr/dx :

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -\frac{8Dd_1(C1 \cdot i + C2)}{u_g d_2^3} \sum_{\xi} \xi \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_0(\xi d_1/d_2) \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right), \quad (6.16)$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = -\frac{4d_1(C1i + C2)}{d_2^2} \sum_{\xi} \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_1(\xi d_1/d_2) \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right), \quad (6.17)$$

$$\frac{dr}{dx} = -\frac{\partial C}{\partial x} / \frac{\partial C}{\partial r}, \quad (6.18)$$

$$\frac{dr}{dx} = -\frac{2D}{d_2 u_g} \frac{\sum_{\xi} \xi \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_0(\xi 2r(x)/d_2) \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right)}{\sum_{\xi} \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_1(\xi 2r(x)/d_2) \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right)}. \quad (6.19)$$

Ряд в числителе (6.19) расходится при $x = 0$. Получим выражение $\frac{dr}{dx}$ при $x = 0$, $r = r_1$:

$$\left. \frac{dr}{dx} \right|_{x=0, r=r_1} = -\frac{2D}{d_2 u_g} \frac{\sum_{\xi} \xi \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_0(\xi d_1/d_2)}{\sum_{\xi} \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_1(\xi d_1/d_2)}. \quad (6.20)$$

Из (6.20), в частности, следует, что dr/dx определяется только d_2 и d_1/d_2 и не зависит от C_1 .

Результаты могут быть проиллюстрированы графически. Фронты диффузионного пламени, рассчитанные по (6.13) с 15 членами ряда представлены на **рис.6.6**.

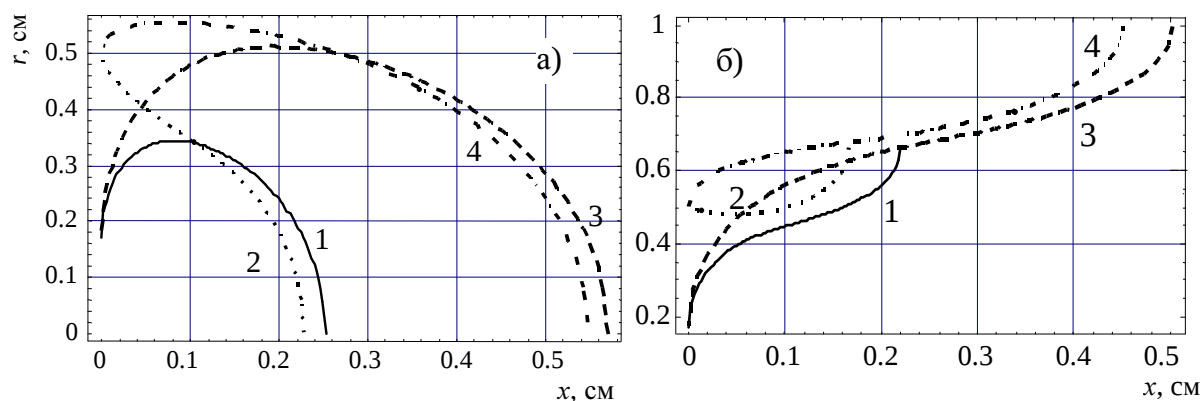


Рис.6.6. Геометрия фронта для различных d_1 и d_2 : а - при недостатке топлива ($\varphi = 0.7$), б - при избытке топлива ($\varphi = 0.7$). 1 - $d_1 = 1/3$, $d_2 = 4/3$ см; 2 - $d_1 = 1$, $d_2 = 4/3$; 3 - $d_1 = 1/3$, $d_2 = 2$ см; 4 - $d_1 = 1$, $d_2 = 2$ см

Из рисунка следует, что значение d_1 слабо влияет на длину пламени по сравнению с d_2 . На расстоянии от начала координат порядка половины длины пламени и более геометрия фронтов с разными d_1 , но одинаковыми d_2 близка. Это особенно ярко выражено при эквивалентных отношениях, близких к стехиометрии, $\varphi \approx 1$. На **рис.6.7** приведены кривые фронта пламени, рассчитанные при $\varphi = 1$. Все комментарии к **рис.6.6** относятся также и к **рис.6.7**. Как видно, на некотором удалении от начала координат положение фронта полностью определяется значением d_2 .

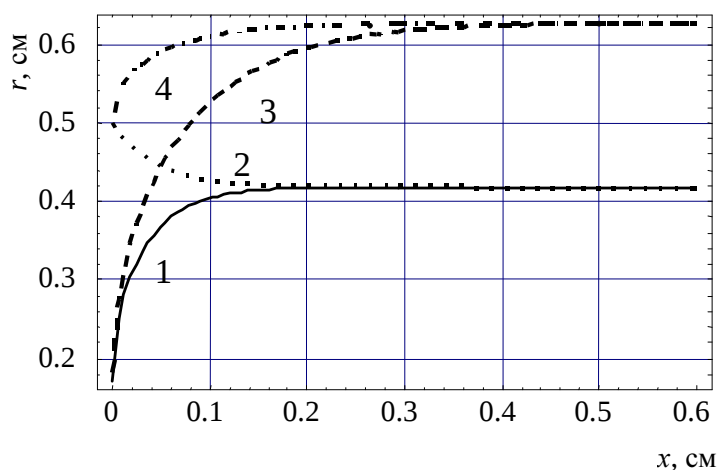


Рис.6.7. Геометрия фронта в зависимости от d_1 и d_2 при $\varphi = 1$: 1 - $d_1 = 1/3$, $d_2 = 4/3$ см; 2 - $d_1 = 1$, $d_2 = 4/3$ см; 3 - $d_1 = 1/3$, $d_2 = 2$ см; 4 - $d_1 = 1$, $d_2 = 2$ см

Радиус стехиометрического пламени. Оценим радиус стехиометрического пламени $r_{\varphi=1}$, исходя из условия $\partial x / \partial r|_{y \rightarrow \infty} = 0$. Ограничимся первыми членами рядов в числителе и знаменателе, при этом имеем

$$-\frac{2D}{d_2 u_g} \frac{\xi_1 J_0(\xi_1 2r_{\varphi=1} / d_2)}{J_1(\xi_1 2r_{\varphi=1} / d_2)} = 0, \quad (6.21)$$

$$J_0(\xi_1 2r_{\varphi=1} / d_2) = 0, \quad (6.22)$$

$$r_{\varphi=1} = \frac{\phi_1}{\xi_1} \frac{d_2}{2} \approx 0.6276 \frac{d_2}{2}, \quad (6.23)$$

где ϕ_1 есть первый корень функции Бесселя нулевого порядка: $J_0(\phi) = 0$.

Полагаем геометрию пламени *условно цилиндрической* в случае, когда поверхность горения в области $Fo \gg 0.25$ приближается к радиусу внутренней трубы d_1 и имеет цилиндрическую геометрию. Термин *условно* используется постольку, поскольку точная геометрия пламени вблизи его начала в общем случае не цилиндрическая (волнообразная) - **рис.6.8**. Для осуществления такого режима необходимо, во-первых, стехиометрическое соотношение смеси $\varphi = 1$ и, во-вторых, равенство диаметра внутренней трубы диаметру пламени. При этом, согласно (6.23), задаётся связь между $C1 \cdot i$, $C2$, d_1 , d_2 : $d_1 = 2r_{\varphi=1} = \frac{\phi_1}{\xi_1} d_2$, $C1 \cdot i = (C2(\xi_1^2 / \phi_1^2 - 1))$.

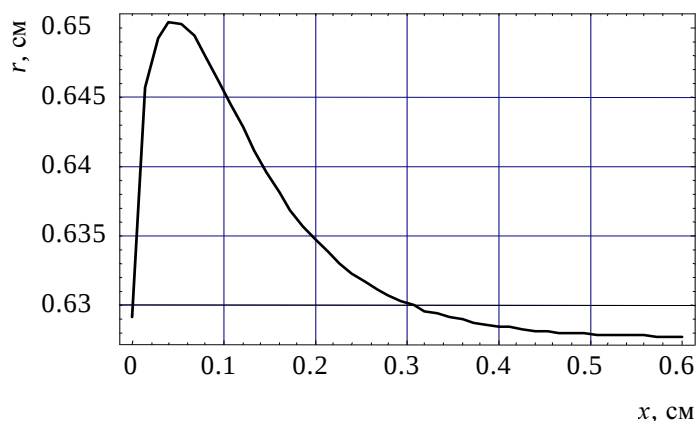


Рис.6.8. Профиль фронта стехиометрического пламени. $d \cong 1.2552$, $d_2 = 2$ см

Скорость тепловыделения по длине факела. Рассчитаем величину химической энергии, выделяющейся в сечении с координатой x . Количество энергии $W(x)$, выделяющееся в элементе участка фронта, прямо пропорционально потоку вещества через фронт:

$$W(x) = -r(x) \frac{\partial C(x, r(x))}{\partial r}. \quad (6.24)$$

Используя (6.17), получим

$$W(x) = \frac{4d(C1 \cdot i + C2)}{d_2^2} r(x) \sum_{\xi} \frac{J_1(\xi d_1/d_2)}{J_0^2(\xi)} J_1(\xi 2r(x)/d_2) \exp\left(-\frac{4D\xi^2}{u_g d_2^2} x\right), \quad (6.25)$$

где $r(x)$, x - точки фронта, найденные из (6.13). На **рис.6.9** приведены геометрическое положение фронта и функция тепловыделения. Штрихи - характерные длины факела, полученные по оценочной формуле (6.26).

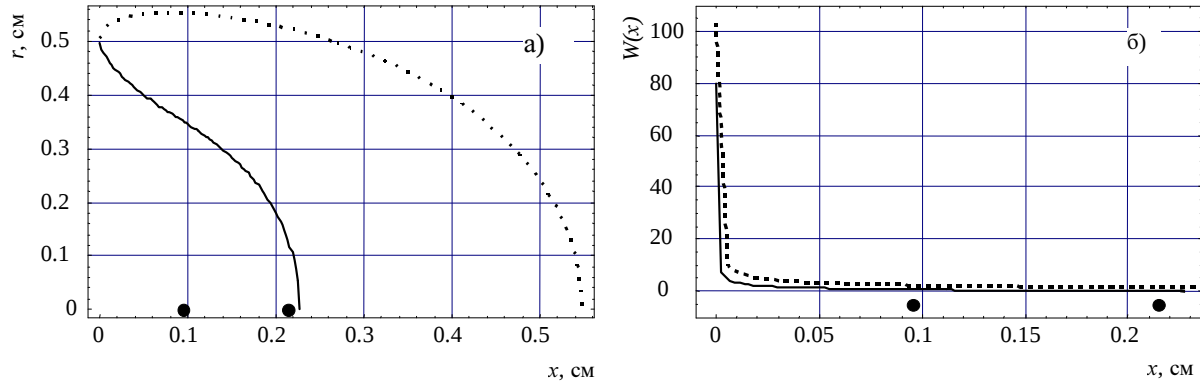


Рис.6.9. Геометрия фронта (а), и тепловыделение $W(x)$ (6.25) (б). Точки – характерные длины энергосвечения согласно (6.26). Сплошная линия: $d_2 = 4/3$ см, $d_1 = 1$ см; штриховая: $d_2 = 2$ см; $d_1 = 1$ см, эквивалентное отношение $\varphi = 0.7$

В качестве простой оценки характерной длины энергосвечения (длины, на которой происходит практически значимое энергосвечение) можно, согласно (6.1), принять величину

$$L_w = \frac{u_g d_2^2}{4D\xi_1^2}. \quad (6.26)$$

Выражение (6.26) отличается от (6.14), (6.15) соответственно множителями

$$-\ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d_2}{d_1} \frac{C2}{C1i+C2} - \frac{d_1}{d_2} \right) \frac{\xi_1 J_0(\xi_1)}{J_1(\xi_1 d_1/d_2)} \right], \quad (6.27)$$

$$-\ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d_2}{d_1} \frac{C2}{C1i+C2} - \frac{d_1}{d_2} \right) \frac{\xi_1 J_0^2(\xi_1)}{J_1(\xi_1 d_1/d_2)} \right]. \quad (6.28)$$

Для расчетов, приведенных на **рис.6.6 - 6.9**, использовались значения параметров $C2 = 1$, $u_g = 1.55$ м/с, $D = 0.492$ м²/с - для метана, $i = 2$.

6.3. Некоторые результаты численного моделирования горелки неперемешанного фильтрационного горения

Для более детального изучения неперемешанного фильтрационного горения и соответствующих прикладных устройств необходимо численное моделирование. В настоящее время двумерное моделирование сложного теплообмена и многокомпонентной химической кинетики является нетривиальной задачей и подробная проработка вопросов неперемешанного фильтрационного горения в литературе отсутствует. Определенные результаты в этом направлении получены авторами [113,139].

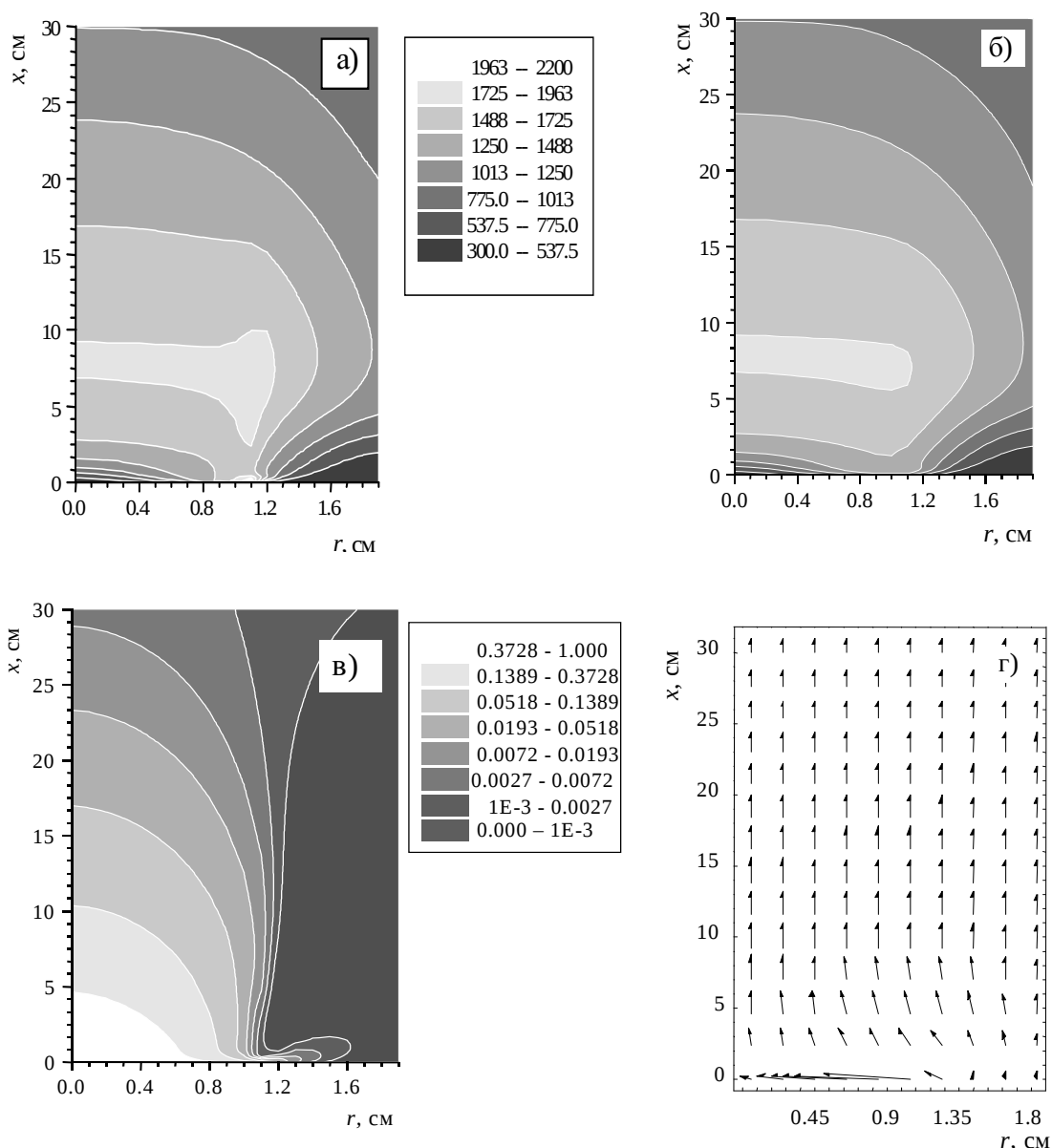


Рис.6.10. Стационарное распределение температуры газа (а) и пористого каркаса (б). Безразмерная концентрация метана (в) и поле скоростей фильтрации газа (г) при стандартных условиях

Основу математической модели [113,139] составляют уравнения (2.1)-(2.6), дополненные граничными условиями и материальными соотношениями. Геометрические параметры системы соответствовали характеристикам экспериментальной установки по смешению (раздел 6.1). В стандартном расчетном варианте принимались расход метана $G_1 = 0.2$ и расход воздуха $G_2 = 2$ кг/(м²·с) (эквивалентное отношение $\varphi = 0.95$).

Стационарные поля температур, концентрации метана и скорости фильтрации для стандартного варианта представлены на **рис.6.10**. Моделирование показало, что разница температур газа и каркаса выше, чем в случае перемешанного фильтрационного горения и может достигать 200-300 К. Вне области максимального тепловыделения поля температур газа и пористого каркаса довольно схожи. На **рис.6.10,в** приведено поле молярной концентрации метана на котором виден выброс метана в область фильтрации воздуха. Это объясняется довольно высокой дисперсионной диффузией газа, в то время как температура около входа в радиационный нагреватель еще недостаточна для быстрого выгорания топлива. Поле скоростей фильтрации газа (**рис.6.10,г**) может быть очень неоднородным около входа в систему, однако быстро релаксирует к практически однородному на длине порядка диаметра системы $d_2 = 2r_2$.

Радиационный КПД нагревателя η является одним из принципиальных параметров, характеризующих качество, системы и определяется как отношение мощности излучения поверхности радиационного нагревателя к полной энтальпии входящего топлива в единицу времени: $\eta = Q_{rad} / Q_{input}$. В случае полного сгорания топлива КПД однозначно связан с температурой выходящих продуктов реакции.

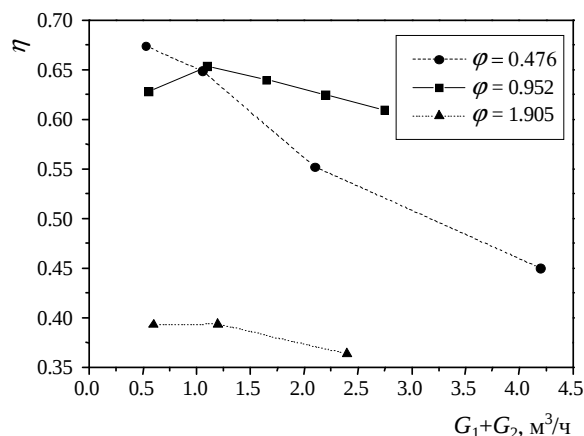


Рис.6.11. Зависимость радиационного КПД нагревателя η от суммарного расхода G для различных эквивалентных отношений φ

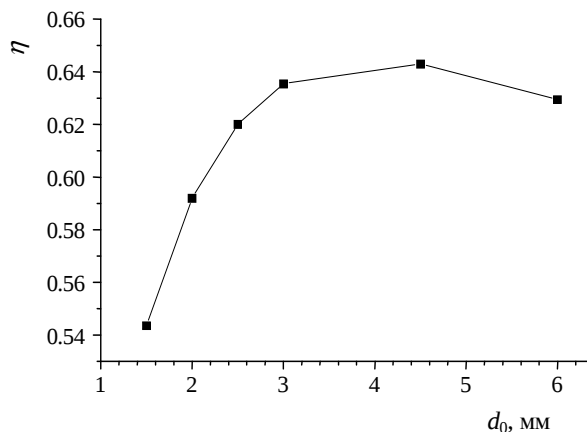


Рис.6.12. Зависимость радиационного КПД от размера частиц засыпки d_0

Производилось параметрическое исследование зависимости радиационного КПД нагревателя от диаметра нагревателя, диаметра частиц засыпки, общего расхода G , эквивалентного отношения φ . На **рис.6.11** приведена зависимость η от общего расхода G при постоянном стехиометрическом соотношении φ для

метанокислородной смеси. Низкое значение η при $\varphi = 1.905$ объясняется неполным сгоранием топлива. Наблюдаемое на **рис.6.11** снижение η для $\varphi = 1.905$ и $\varphi = 0.952$ при уменьшении общего расхода G объясняется неполным сгоранием топлива из-за плохого перемешивания, которое определяется дисперсионной диффузией, пропорциональной скорости фильтрации газа. Зависимость КПД от диаметра частиц приведена на **рис.6.12**. Как видно из рисунка, максимум соответствует размеру частиц $d_0 \approx 4$ мм. Данный результат показывает, что оптимальный выбор элементов пористой среды может обеспечить 2-4- процентное увеличение эффективности нагревателя. Наличие максимума объясняется тем, что маленьким частицам соответствует малое значение лучистой и дисперсионной теплопроводности, поэтому транспорт теплоты от зоны тепловыделения к излучающей поверхности горелки ухудшается. С увеличением размера частиц коэффициенты теплопроводности растут, однако уменьшается межфазовая теплоотдача, в результате чего тепло реакции горения не передается в каркас и на излучающую поверхность.

В стандартном расчетном варианте метан подавался по центру входа, воздух – по периферии. Конфигурация подачи газов определяет поле скоростей и соответственно картину перемешивания и тепловыделения в системе. Моделировались два случая подачи газа: центральная подача метана (периферийная - воздуха), и центральная подача воздуха (периферийная - метана). Кривые распределения температуры вдоль поверхности для указанных случаев представлены на **рис.6.13**. Расчет показал, что радиационная эффективность во втором случае несколько выше ($\sim 1\%$). Распределение температуры внутри системы претерпевает значительные изменения.

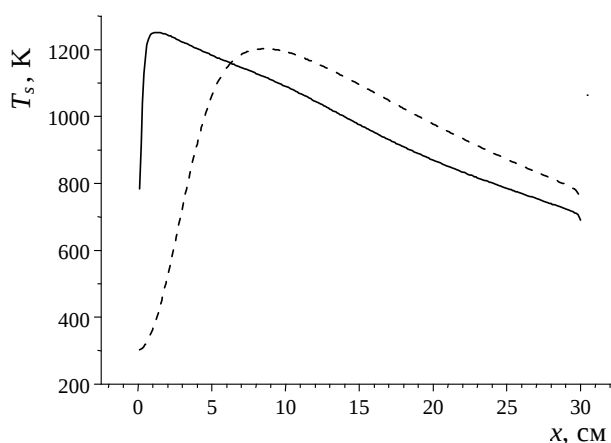


Рис.6.13. Распределение температуры на поверхности радиационного нагревателя. Штриховая линия – стандартный случай, непрерывная – центральная подача воздуха и периферийная - метана

Максимальная температура пористого каркаса внутри системы при центральной подаче воздуха приблизительно на 200 К ниже, чем в стандартном случае. Эта особенность может быть использована для повышения температуры излучающей поверхности или для увеличения срока службы пористого каркаса.

Другая возможность изменения распределения температуры на поверхности горелки заключается в использовании частиц различного диаметра вдоль длины устройства. Более подробно результаты моделирования описаны в статье [113].

6.3.1. Неоднозначность стационарного решения в зависимости от координаты поджига

Производилось сравнение стационарных решений в зависимости от места поджига смеси. Поджиг моделировался заданием прогретой зоны каркаса в начальный момент времени. В первом случае прогретая до 1200 К зона длиной 10 см задавалась в начале реактора, во втором – возле выхода. Если поджиг осуществлялся в начале реактора, то пламя локализовывалось ближе к входу в систему, чем во втором случае. В качестве сравнительного параметра для двух случаев выбиралось расстояние от входа в систему до точки, в которой наблюдался максимальный градиент температуры газа вдоль продольной координаты системы. В работе [113] исследована параметрическая зависимость положения пламени от температуры окружающей среды, диаметра частиц засыпки, диаметра внутренней трубы, общего расхода газа. На **рис.6.14** приведена зависимость положения пламени от диаметра частиц засыпки d_0 для поджига от начала и от конца реактора соответственно.

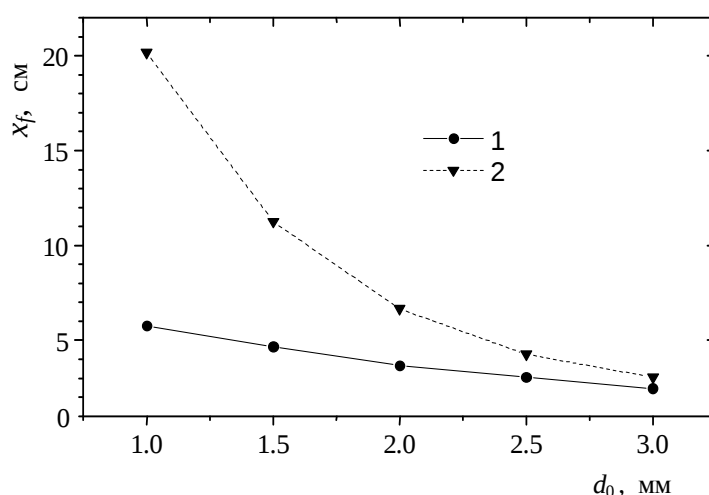
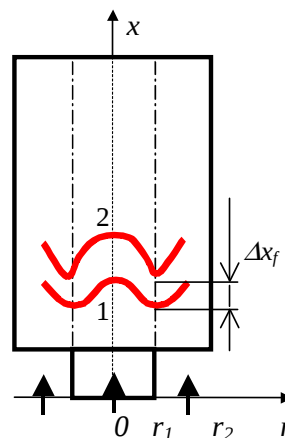


Рис.6.14. Зависимость положения фронта горения от диаметра частиц пористого каркаса. 1 – поджиг от начала реактора, 2 – поджиг от конца реактора

Эффект имеет сложную природу. Дадим его интерпретацию. Прогрев начальной области горелки приводит к высоким скоростям фильтрации газа и соответственно к более быстрому перемешиванию топливной смеси. В результате формируется более плавный высокотемпературный фронт (**рис.6.15**, кривая 1).

Во втором случае приготовление (перемешивание топлива и воздуха) смеси относительно более медленное и фронт горения имеет более высокую кривизну (**рис.6.15**, кривая 2). Различия в геометрии фронта определяют

Рис.6.15. Пояснение к физической интерпретации зависимости локализации фронта горения от координаты поджига



различия в тепловом балансе, динамике и, следовательно, в координате локализации. Определенную роль при этом, по-видимому, играют тепловые граничные условия, конечная скорость горения, особенности фильтрации и другие факторы. Заметим, что в засыпках со сравнительно большими размерами частиц (3-6 мм) этот эффект практически не заметен (**рис.6.14**). Экспериментальная проверка его не проводилась.

Глава 7. ОСОБЕННОСТИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ВОЛН ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ В СИСТЕМАХ С ПЕРЕМЕННЫМ СЕЧЕНИЕМ

Вопрос о локализации зоны реакции имеет важное значение для оптимизации конструкции устройств фильтрационного горения. Локализация определяет максимальную температуру каркаса, влияет на устойчивость фронта. Особый интерес вызывает динамика и локализация волны горения в горелках переменного сечения, где имеет место автоматическая стабилизация фронта. Так, в горелках цилиндрической и сферической геометрий с центральной подачей газа скорость фильтрации уменьшается при увеличении радиуса, в результате чего фронт стабилизируется. При этом необходимо установить положение фронта, его чувствительность к изменению внешних условий, в частности расхода, теплосодержания топлива и теплоотдачи. Кроме того, возникает вопрос о единственности локализации фронта, влиянии специфических свойств каркаса, например его оптической прозрачности, на положение фронта и др.

Теоретически эти вопросы исследовались в работах [55,56,115,95,98,140,141]. Авторы статей [95,140] представили теоретический анализ экспериментов на горелке типа сферического сектора в одно- и двухтемпературном приближениях. В принципе, любые модели расчета температуры зажигания [82,49 и др.] могут быть использованы для нахождения площади сечения локализации фронта горения в отсутствие внешних теплопотерь. В [115] показано, как модели зажигания должны согласовываться с тепловым балансом конкретной системы ФГГ. В статье [98] рассматривались нестационарные волны ФГГ в сферической горелке. Материалы данной главы основываются на указанных работах.

В разделе 7.1 с помощью однотемпературной аналитической модели проанализировано влияние основных параметров на положение фронта горения, проведено одномерное двухтемпературное численное моделирование локализации фронта горения. Показано, что локализация фронта в цилиндрической осесимметричной и сферической горелках ФГГ не определяется однозначно расходом топлива и параметрами системы, а зависит от места инициирования горения. В определенном диапазоне параметров фронт горения практически не перемещается от места своего первоначального зажигания. Указанные особенности обусловлены влиянием радиационных теплопотерь каркаса на внешней границе горелки.

В разделе 7.2 рассматривается однотемпературная аналитическая модель нагревателя типа *сектор диска*. Исследуются основные параметры нагревателя в зависимости от массового расхода, теплосодержания смеси и объемно-усредненного коэффициента внешних теплопотерь. Проводится сравнение с экспериментальными данными при работе системы в режимах *радиационный нагреватель* и *бойлер* (теплоотдача излучением и кипением в воде). Демонстрируется адекватность модели для качественного описания основных характеристик системы.

В разделе 7.3 методом численного моделирования исследовано влияние частичной прозрачности пористого каркаса на локализацию фронта горения, а также на радиационный КПД и максимальную температуру в цилиндрическом осесимметричном нагревателе фильтрационного горения. Показано, что частичное пропускание излучения гранулами аморфного кварца обеспечивает повышение радиационного КПД на 2-5 % по сравнению с непрозрачными материалами при моделируемых условиях. Продемонстрирован неочевидный эффект, заключающийся в

том, что максимальная температура каркаса может как падать, так и расти с увеличением прозрачности каркаса, в зависимости от диаметра системы.

7.1. Локализация фронта фильтрационного горения в системах со сферической и цилиндрической симметрией

Рассмотрим цилиндрическую осесимметричную конфигурацию фильтрационной горелки (**рис. 7.1**), обеспечивающую осевую подачу топлива и фильтрацию его от центра к внешней поверхности. Такая конфигурация приводит к естественной стабилизации фронта горения внутри каркаса за счет уменьшения скорости фильтрации с ростом радиуса. В одномерных системах особенности локализации обусловлены двумя факторами: радиальным изменением скорости фильтрации газа, связанным с геометрией системы, и радиационными тепловыми потерями с открытой поверхности горелки, которые приводят к радиальной зависимости тепловых потерь фронта. Для двумерных систем, рассмотренных в **разделе 7.2**, существенным фактором являются дополнительные тепловые потери с торцов.

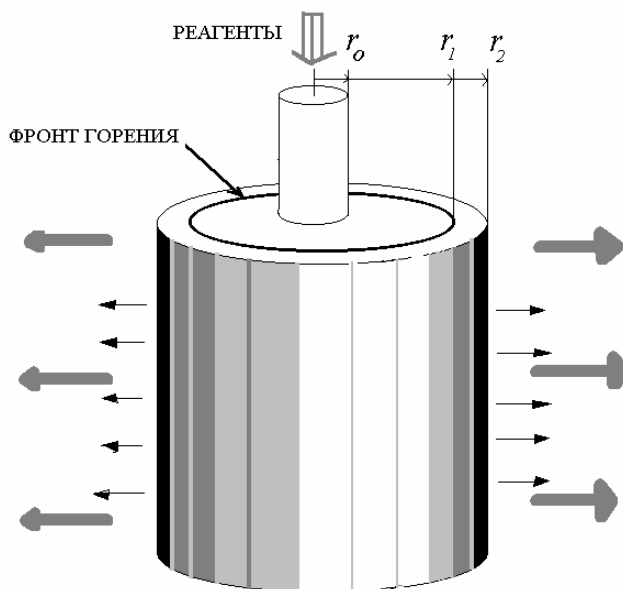


Рис.7.1. Цилиндрический осесимметричный радиационный нагреватель. r_0 , r_1 и r_2 - радиус подачи смеси, радиус фронта горения и внешний радиус соответственно. Стрелки – излучение и продукты сгорания

Проведем аналитическое рассмотрение задачи о локализации горения в цилиндрической горелке.

При решении задачи о ФГГ в системе цилиндрической геометрии стандартная система уравнений (2.7)-(2.9) переписывается в цилиндрических координатах:

$$(c\rho)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\lambda r\frac{\partial T}{\partial r} - \alpha(T - T_g), \quad (7.1)$$

$$(c\rho)_g \frac{\partial T_g}{\partial t} + (c\rho)_g u_g \frac{\partial T_g}{\partial \rho} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \lambda_g r \frac{\partial T_g}{\partial r} + \alpha(T - T_g) + Q\rho_g W(y, T_g), \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + u_g \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} Dr \frac{\partial y}{\partial r} - W(y, T_g). \quad (7.3)$$

Для аналитического рассмотрения задачи перейдем к однотемпературному приближению. При этом уравнения (7.1), (7.2) сводятся к одному:

$$(c\rho + (c\rho)_g) \frac{\partial T}{\partial t} + u_g (c\rho)_g \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\lambda + \lambda_g) r \frac{\partial T}{\partial r} + QW(y, T). \quad (7.4)$$

В стационарном случае и в приближении моментальной реакции задача может быть переписана в виде

$$(c\rho)_g u_g \frac{\partial T}{\partial r} = 1/r \frac{\partial}{\partial r} \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} + Q\rho_g u_g \delta(T - T_1) \quad (7.5)$$

с граничными условиями

$$T(0) = T_o, \quad T(r_1) = T_1, \quad -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_2} = \varepsilon^* \sigma (T_2^4 - T_o^4). \quad (7.6)$$

Введем параметр $b = c_g G / (2\pi L \lambda)$, характеризующий безразмерный массовый расход ($G = 2\pi r L \rho_g u_g$ - массовый расход, $\lambda \sim const$). Из (7.5) следует

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{Q}{c_g} \delta(T - T_1), \quad (7.7)$$

где T_1 - температура горения. Общее решение (7.7) имеет вид $T = A + Br^b$. Используя граничные условия (7.6), получим

$$T = T_o + (T_1 - T_o) r_1^{-b} r^b, \quad r < r_1; \quad (7.8)$$

$$T = (T_1 + C) - Cr_1^{-b} r^b, \quad r_1 < r < r_2; \quad (7.9)$$

$$C = \varepsilon^* \sigma (T_2^4 - T_o^4) \frac{1}{\lambda b} \frac{r_1^b}{r_2^{b-1}}.$$

Для определения неизвестных T_1 , T_2 и r_1 подставим в первый интеграл (7.7) значения производных, вычисленных согласно (7.8), (7.9). После несложных преобразований придем к системе уравнений

$$T_2 - T_o = \Delta T_{ad} + \frac{r_2}{b} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_2} = \Delta T_{ad} - \frac{r_2}{b\lambda} \varepsilon^* \sigma (T_2^4 - T_o^4), \quad (7.10)$$

$$T_1 - T_o = \Delta T_{ad} + \frac{r_1}{b} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_1+} = \Delta T_{ad} - (\Delta T_{ad} - \Delta T_2) \frac{r_1^b}{r_2^b}. \quad (7.11)$$

В рассматриваемой постановке задача не имеет однозначного решения, поскольку система двух уравнений содержит три неизвестных - T_2 , T_1 и r_1 . Чтобы замкнуть ее, воспользуемся уравнением для температуры зажигания (2.33), приравняв ее к T_1 :

$$T_1 - T_o \equiv \Delta T_1 = \frac{\Delta T_{ad}}{1+A} + \frac{E}{R} \left[\ln \left(\frac{Q\rho_g y_{0z} (1+A)}{\alpha \Delta T_{ad}} \right) \right]^{-1} - T_o. \quad (7.12)$$

Проанализируем полученную систему уравнений (7.10)-(7.12). Первое из уравнений изолированное и однозначно задает граничную температуру $T_2 < T_{ad}$. Второе уравнение задает температуру фронта горения T_1 и является монотонной функцией от (r_1/r_2) выпуклой вверх при значениях параметра $b > 1$ и выпуклой вниз при $b < 1$. Уравнение (7.12) характеризует зависимость температуры зажигания от расхода, адиабатической температуры и других параметров фильтрационного горения. Как следует из (7.12), температура зажигания - монотонно убывающая функция от радиуса, причем $T_1 \sim u_g \sim 1/r_1$. Качественное поведение функций показано на **рис.7.2**.

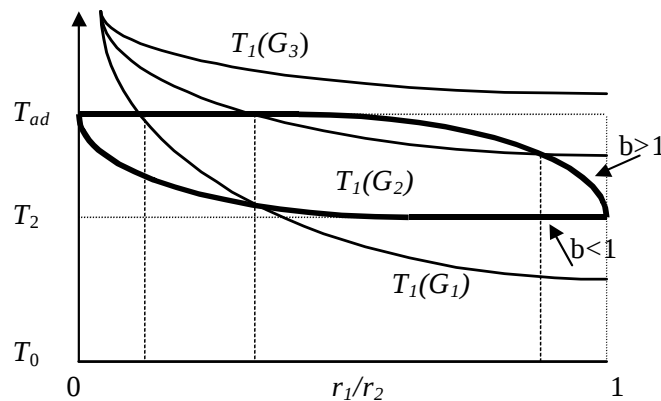


Рис.7.2. Диаграмма решений системы (7.10)-(7.12) при различных расходах и теплосодержании топлива. Расходы G_3 , G_2 и G_1 ($G_3 > G_2 > G_1$) соответствуют отсутствию решений, двум и одному корню системы

Согласно диаграмме, с увеличением расхода газа однокоренное решение системы сменяется двухкоренным (если параметр $b > 1$). При дальнейшем увеличении расхода корни сближаются, вырождаются в один, затем система становится несовместной и, следовательно, стационарная локализация волны невозможна.

Если зажигание инициируется из центра горелки, то температурный фронт смещается к радиусу, соответствующему первому корню системы. При инициировании зажигания с внешней стороны в случае существования одного корня фронт горения переместится к соответствующему радиусу, в случае двух корней или отсутствия решений произойдет выдувание фронта горения из горелки. Если горение

инициируется между первым и вторым корнями системы, фронт горения стремится переместиться в положение первого корня. Однако при инициировании горения вблизи от второго корня движение фронта может радикально замедлиться или остановиться. Таким образом, первый корень r_{st1} , соответствующий меньшему радиусу, задает устойчивую локализацию горения, а второй r_{st2} - радиус неустойчивой локализации фронта горения. Особого рассмотрения требует ситуация, когда температурные кривые, определяющие решение системы (рис.7.2), сближаются настолько, что расстояние между ними сравнивается с величиной естественных флуктуаций температуры в пористом теле [34]. В этом случае перемещение фронта к радиусу r_{st1} замедляется или прекращается и локализация горения становится «неопределенной».

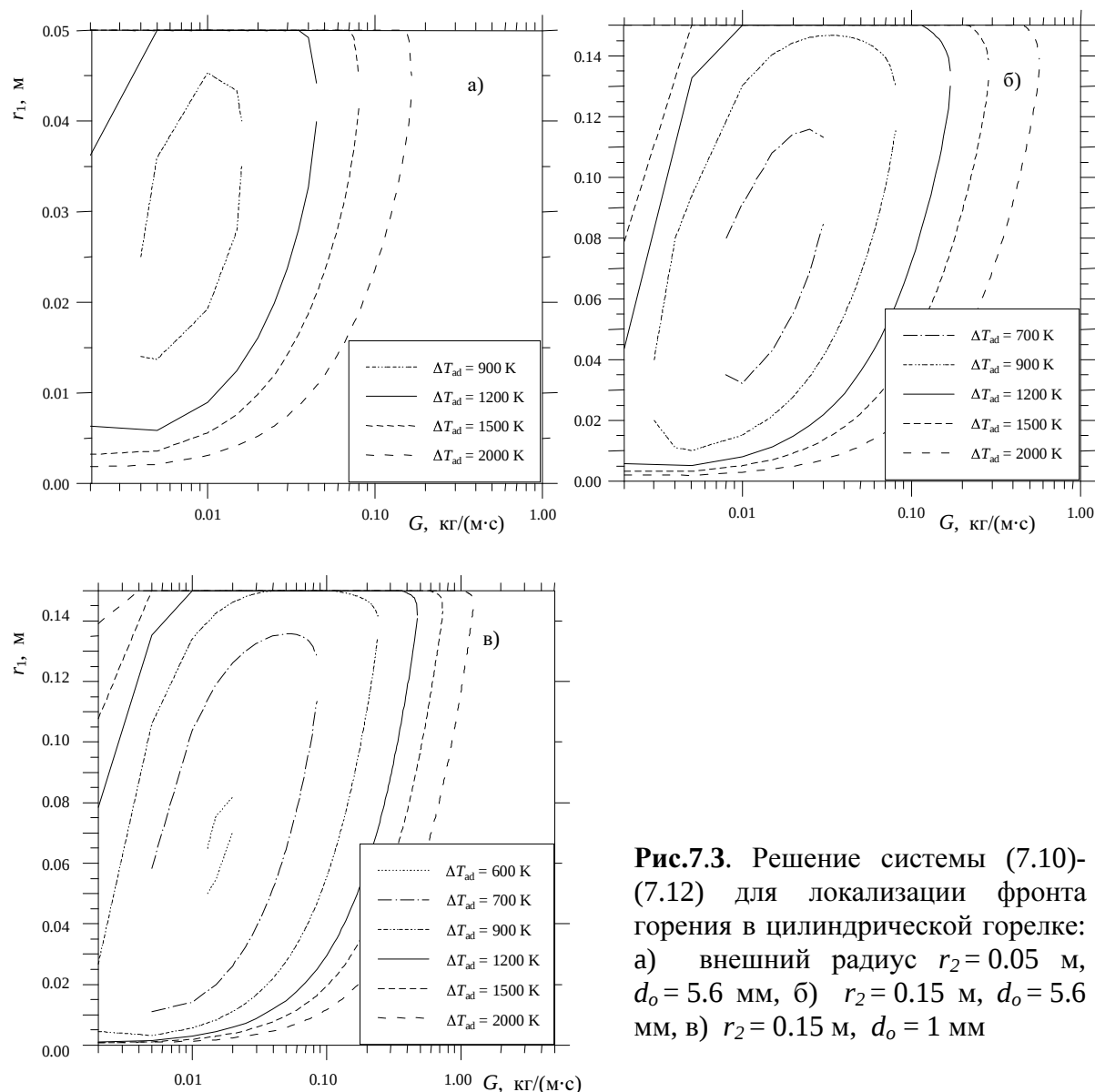


Рис.7.3. Решение системы (7.10)-(7.12) для локализации фронта горения в цилиндрической горелке: а) внешний радиус $r_2 = 0.05$ м, $d_o = 5.6$ мм, б) $r_2 = 0.15$ м, $d_o = 5.6$ мм, в) $r_2 = 0.15$ м, $d_o = 1$ мм

Система (7.10)-(7.12) решалась методом половинного деления при фиксированном внешнем радиусе нагревателя r_2 . Использовались значения параметров, отвечающие пористому каркасу, сформованному из шариков Al_2O_3 диаметром 5.6 мм. Коэффициент межфазового теплообмена рассчитывался согласно (1.18), коэффициент теплопроводности каркаса с учетом лучистого теплообмена вычислялся как сумма

$$[142] \quad \lambda = \lambda_{s,eff} + \frac{32\sigma d_0 m \varepsilon^*}{9(1-m)} T^3, \quad \text{где } \lambda_{s,eff} = 1.5 \text{ Вт/(м·К)}, \quad T = T_{ad}. \quad \text{Степень черноты}$$

поверхности каркаса ε^* принималась равной 0.6. Пористость $m = 0.4$. Характерные решения нелинейной системы (7.10)-(7.12) приведены на **рис. 7.3**.

Решение системы (7.10)-(7.12) подтверждает выводы проведенного выше качественного анализа. Из графиков видно, что в зависимости от расхода газа система может иметь один, два корня или не иметь решения для локализации фронта горения. Участок, где кривая локализации близка к вертикали, соответствует упомянутой области «неопределенной» локализации.

Согласно решению, поджигание снаружи возможно в ограниченном интервале расходов топлива, в то время как поджигание изнутри реализуется всегда, если стационарная локализация фронта горения существует. Кривые, задающие корни системы, могут ограничивать замкнутую область в координатах «расход - радиус локализации» (**рис.7.3**) и, таким образом, ограничивать область, в которой возможна локализация фронта горения. В этом случае внешнее зажигание невозможно. Такая ситуация реализуется в случае низкокалорийных горючих смесей независимо от внешнего радиуса нагревателя r_2 . Для сжигания более низкокалорийных топлив требуются горелки большего диаметра и с меньшими размерами гранул пористого каркаса.

Рассмотрим горелку сферической геометрии. Однотемпературная задача запишется в виде

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{b'} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{Q}{c_g} \delta(T - T_1) \quad (7.13)$$

с граничными условиями

$$T(0) = T_0, \quad T(r_1) = T_1, \quad -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_2} = \varepsilon^* \sigma (T_2^4 - T_0^4). \quad (7.14)$$

Здесь $b' = c_g G' / (4\pi\lambda)$, G' - массовый расход, $G' = 4\pi r^2 \rho_g u_g$; $\lambda = const$.
Решение может быть выражено в форме

$$T = T_0 + (T_1 - T_0) \exp(b'/r_1 - b'/r), \quad r < r_1; \quad (7.15)$$

$$T = (T_1 + C) - C \exp(b'/r_1 - b'/r), \quad r_1 < r < r_2;$$

$$C = \varepsilon^* \sigma (T_2^4 - T_0^4) \frac{r_2^2}{\lambda b'} \exp(b'/r_2 - b'/r_1).$$

Для определения величин T_1 , T_2 и r_1 подставим в первый интеграл (7.13) градиенты температуры в соответствии с (7.15):

$$T_2 - T_0 = \Delta T_{ad} + \frac{r_2^2}{b'} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_2} = \Delta T_{ad} - \frac{r_2^2}{b' \lambda} \varepsilon^* \sigma (T_2^4 - T_0^4); \quad (7.16)$$

$$T_1 - T_o = \Delta T_{ad} + \frac{r_1^2}{b'} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_1+} = \Delta T_{ad} - (\Delta T_{ad} - \Delta T_2) \exp\left(\frac{b'}{r_2} - \frac{b'}{r_1}\right). \quad (7.17)$$

Для замыкания системы воспользуемся уравнением (7.12). На **рис.7.4** приведены области стабилизации ФГГ, рассчитанные согласно (7.12), (7.16)-(7.17).

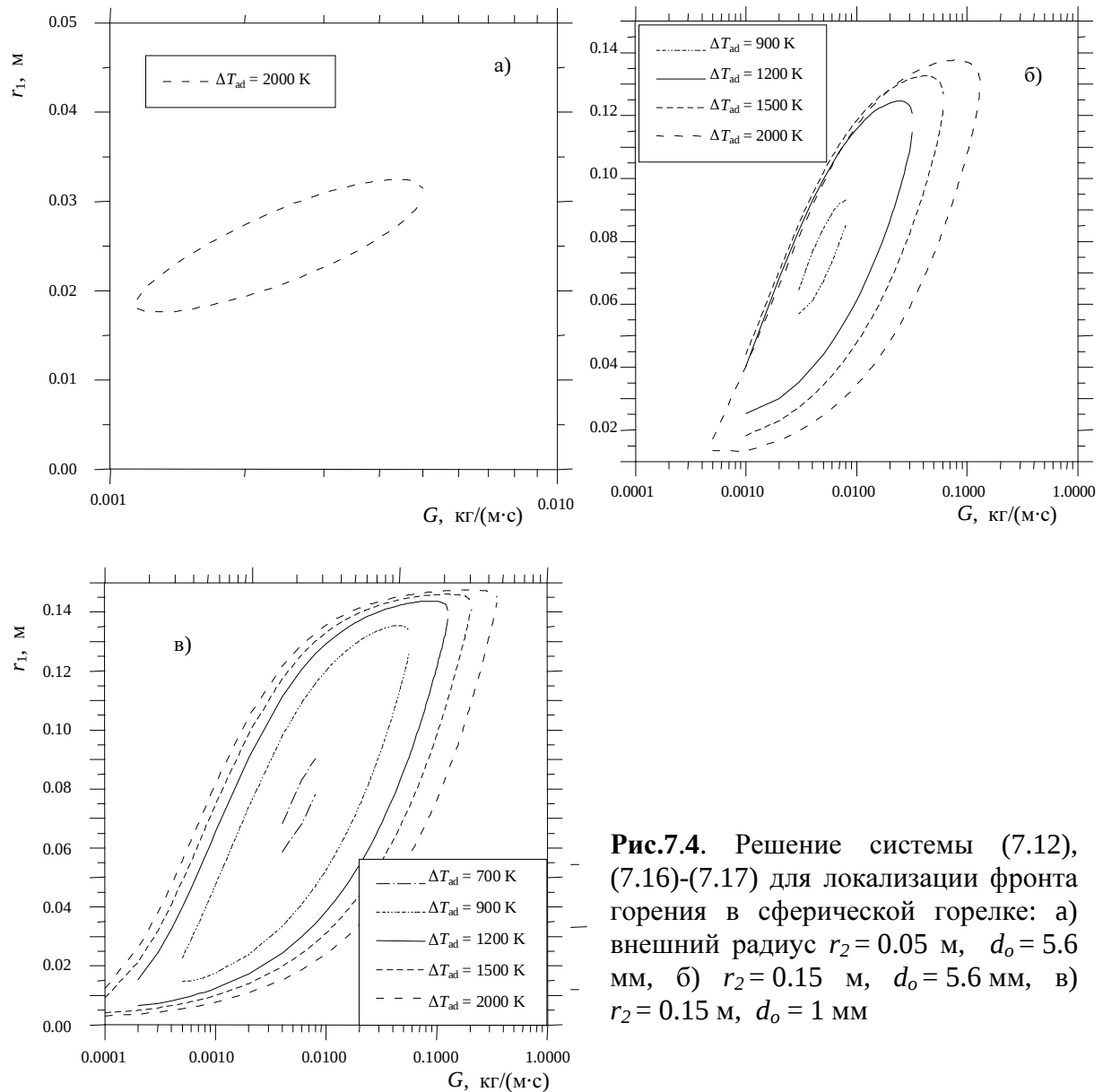


Рис.7.4. Решение системы (7.12), (7.16)-(7.17) для локализации фронта горения в сферической горелке: а) внешний радиус $r_2 = 0.05$ м, $d_o = 5.6$ мм, б) $r_2 = 0.15$ м, $d_o = 5.6$ мм, в) $r_2 = 0.15$ м, $d_o = 1$ мм

Из аналитического решения системы следует, что внешнее зажигание горелки сферической геометрии относительно затруднено, а при определенных значениях параметров системы - невозможно.

Результаты упрощенного анализа проверялись численным экспериментом в рамках нестационарной постановки задачи. Использовалась двухтемпературная модель

(7.1)-(7.3). Коэффициент теплопроводности каркаса, коэффициент теплообмена и другие параметры соответствовали вышеуказанным параметрам для упрощенного расчета. Подача свежей смеси с температурой окружающей среды T_0 на вход нагревателя (при $r = r_2$) и излучение с внешней поверхности (при $r = r_2$) моделировались граничными условиями для газа

$$T_g|_{r_0} = T_0, \quad \left. \frac{\partial T_g}{\partial r} \right|_{r_2} = 0, \quad (7.18)$$

для твердой фазы

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_0} = 0, \quad -\lambda_s \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_2} = \varepsilon^* \sigma (T_2^4 - T_0^4). \quad (7.19)$$

В отличие от аналитической постановки задачи, где граничное условие определялось в нулевой координате, при численном моделировании граничные условия накладывались на внутреннем радиусе горелки $r_0 = 1$ см.

Для решения системы уравнений (7.1)-(7.3) с граничными условиями (7.18), (7.19) выбрана итерационная процедура для каждого шага по времени. Уравнение (7.1) аппроксимировалось неявной схемой и решалось прогонкой. Уравнения (7.2) и (7.3) интегрировались явно.

Влияние радиуса инициирования горения на радиус конечной локализации фронта исследовалось путем расчета серии нестационарных траекторий фронта с различными радиусами инициирования. Поджиг моделировался заданием в начальный момент времени высокотемпературной ступеньки ($T = 1200$ K), начиная от радиуса поджигания до внешнего радиуса реактора r_2 . Использовались следующие радиусы поджигания: 0.01, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 и 0.93 от ширины рабочей зоны горелки, а при необходимости и другие радиусы.

Для тестирования программных кодов применялась адиабатическая постановка задачи с граничным условием

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial r} \right|_{r_2} = 0.$$

При этом все траектории волны горения, вне зависимости от радиуса поджигания, сходились к одному и тому же стационарному радиусу, баланс энергии в системе выдерживался с точностью 1-2 %.

Основная серия расчетов проводилась для смесей метан-воздух с концентрациями топлива, соответствующими адиабатическим температурам горения $\Delta T_{ad} = 1200, 1500$ и 2000 K. Массовый расход смеси G' варьировался в широком диапазоне - 0.001-2.5 кг/с, $\varepsilon^* = 0.6$.

Расчеты подтвердили возможность существования двух корней и соответственно двух радиусов локализации для рассматриваемых систем. На **рис.7.5** приведены температурные профили, отвечающие двум решениям задачи.

Численный расчет подтвердил, что внешний радиус локализации r_{st2} , если он существует, является неустойчивым и фронт горения может оставаться на этом радиусе

достаточно долго лишь при попадании в этот радиус при начальном поджиге. В противном случае фронт передвигается к внутреннему радиусу локализации, если зажигание осуществлено ближе к центру от r_{st2} , и выдувается из горелки при инициировании зажигания снаружи от r_{st2} .

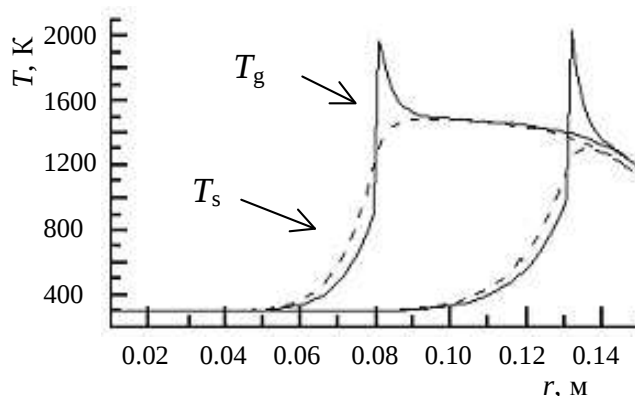


Рис.7.5. Температурные профили волны фильтрационного горения для двух стационарных локализаций фронта. $\Delta T_{ad} = 1200$ K, $G' = 0.3$ кг/с, $r_2 = 15$ см

Радиусы локализации, полученные в результате численного счета для горелки цилиндрической геометрии, в зависимости от расхода топлива, его теплосодержания и внешнего радиуса приведены на **рис.7.6** и **7.7**. Здесь же представлены кривые, полученные путем аналитического решения задачи при тех же значениях параметров.

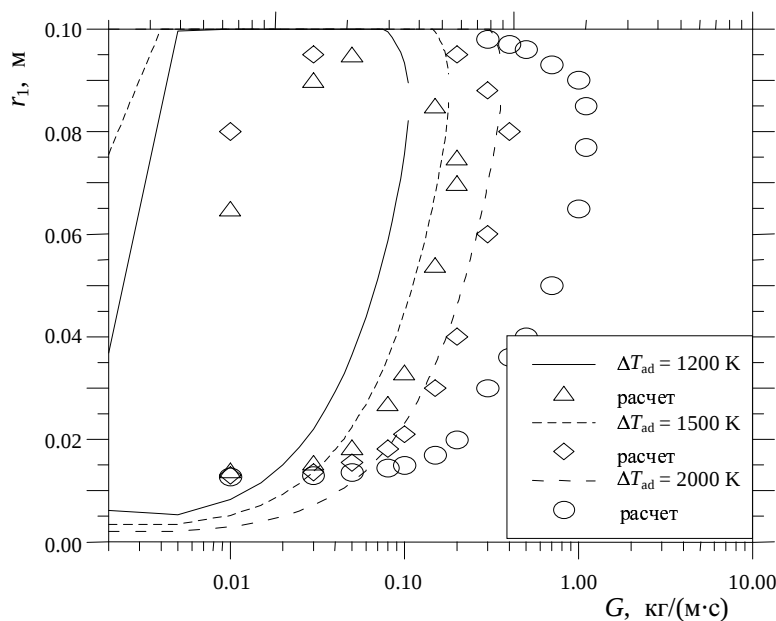


Рис.7.6. Зависимость радиуса локализации фронта горения от расхода газа. Численный расчет – маркеры, аналитический – кривые. Цилиндрический нагреватель, $r_2 = 0.1$ м, $d_o = 5.6$ мм, метановоздушная смесь

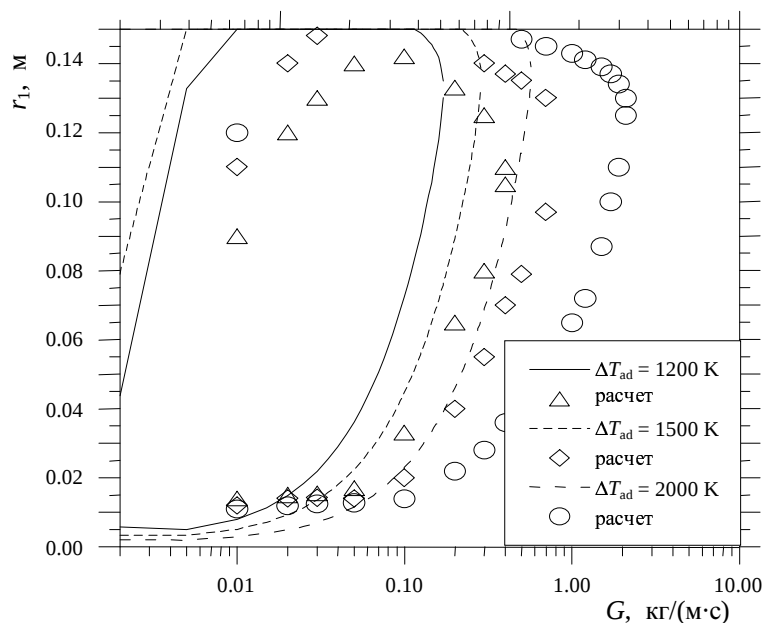


Рис.7.7. Зависимость радиусов локализации фронта горения от расхода газа. Численный расчет – маркеры, аналитический - кривые. Цилиндрический нагреватель, $r_2 = 0.15$ м, $d_o = 5.6$ мм, метановоздушная смесь

Качественное совпадение результатов аналитического и численного решения говорит об адекватности аналитической модели. Различия могут быть объяснены: погрешностью однотемпературного приближения при аналитическом решении задачи; допущением о постоянстве теплопроводности; конечностью внутреннего радиуса системы при численном расчете.

Расчеты показали, что при попадании фронта в область, находящуюся вблизи вертикального участка кривой локализации (правая оконечность кривых **рис.7.6, 7.7**), скорость перемещения фронта к своему стационарному положению существенно замедляется. В ряде случаев фронт остается практически неподвижным на физических временах порядка 1 ч. В этом смысле можно говорить о «неопределенной» локализации фронта, имея в виду малую скорость перемещения фронта от своего начального положения. Графики локализации задают также интервал расхода, при котором возможно наружное поджигание горелки.

Аналогичные расчеты проведены для системы сферической геометрии. Результаты представлены на **рис. 7.8** и **7.9**.

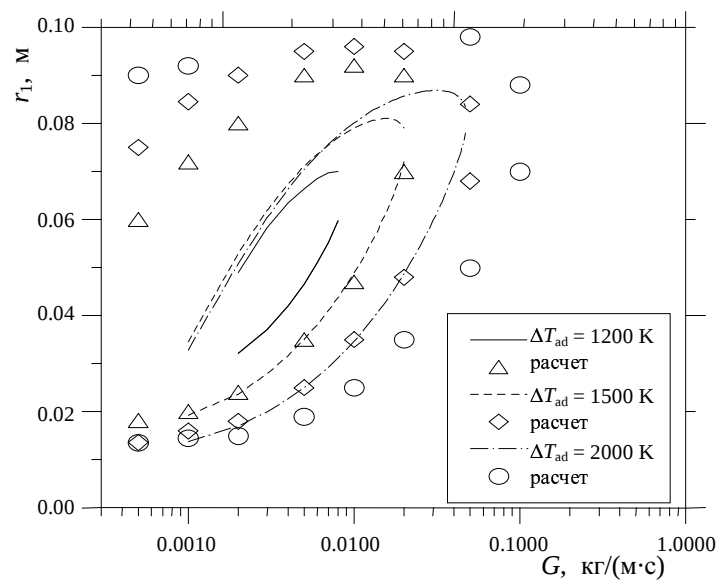


Рис. 7.8. Зависимость радиусов локализации фронта горения от расхода газа. Численный расчет – маркеры, аналитический – кривые. Сферический нагреватель, $r_2 = 0.1$ м, $d_o = 5.6$ мм, метановоздушная смесь

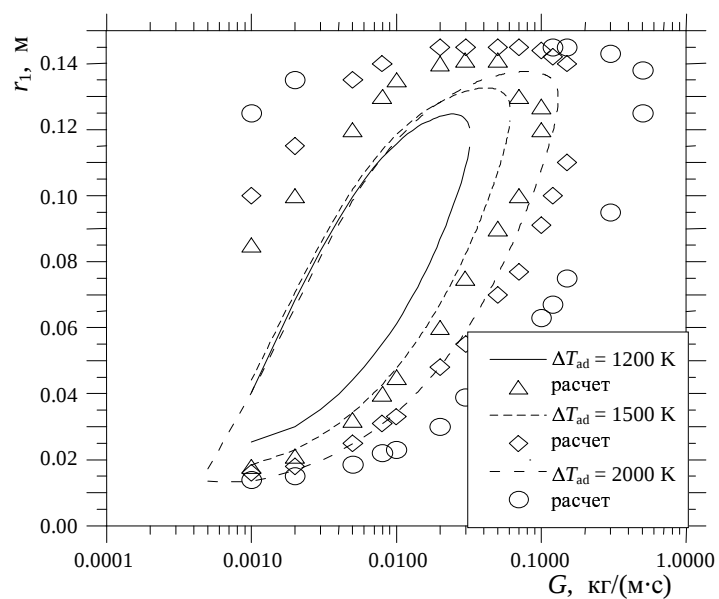


Рис.7.9. Зависимость радиусов локализации фронта горения от расхода газа. Численный расчет – маркеры, аналитический – кривые. Сферический нагреватель, $r_2 = 0.15$ м, $d_o = 5.6$ мм, метановоздушная смесь

7.2. Локализация фронта горения в условиях увеличенных тепловпотерь

В данном разделе приводятся результаты исследования положения фронта горения в фильтрационных устройствах типа сектор диска. В отличие от одномерных систем (раздел 7.1) учитываются тепловпотери с торцевых плоскостей. Принципиальная схема фильтрационного нагревателя дискового типа представлена на рис.7.10. Реагенты подаются в узкую часть устройства (слева на схеме). При поджигании смеси со стороны выходного сечения расход и концентрацию газообразного топлива подбирают так, чтобы обеспечить встречный к потоку газа режим распространения зоны горения. Таким образом, после прогрева пористой среды (время порядка десятков минут) фронт реакции перемещается в глубь устройства и стабилизируется в промежутке между входным (радиус r_0) и выходным (r_2) сечениями устройства. При этом происходит интенсивное тепловое излучение с выходного сечения и боковой поверхности устройства при работе его в качестве радиационного нагревателя или интенсивный конвективный теплообмен боковой поверхности с водой при использовании его как бойлера.

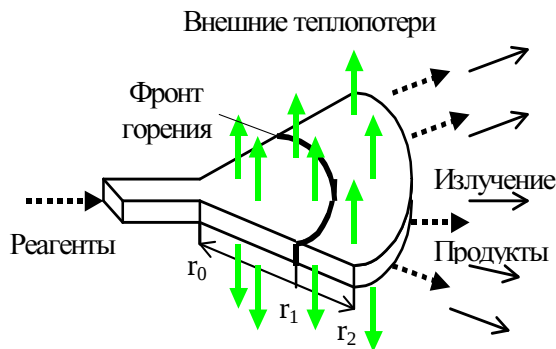


Рис.7.10. Схема фильтрационного нагревателя типа сектор диска

Математическая модель. Для определения положения фронта горения применяется подход, изложенный в предыдущем разделе. Положение фронта рассчитывается путем совместного решения уравнений теплового баланса для пористой среды (однотемпературное приближение) и уравнения, задающего температуру зажигания газовой смеси. В предположении бесконечно узкой зоны реакции (с тепловыделением в виде дельта-функции) получим первое уравнение:

$$c_g \rho_g u_g \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} + Q \rho_g u_g \delta(r - r_1) - \beta_0 (T - T_0), \quad (7.20)$$

где r_1 - координата фронта, $\delta(r - r_1)$ - дельта-функция. В отличие от (7.5) в уравнении используется коэффициент β_0 , не зависящий от радиуса для цилиндрической геометрии. Введя безразмерный массовый расход

$$b = c_g G^* / \varphi L \lambda, \quad (7.21)$$

где G^* - массовый расход, $G^* = \varphi r L (\rho u)_g$; φ - угол раствора сектора, L - ширина канала на входе, уравнение (7.20) представим как

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T}{\partial r} + \Delta T_{ad} \delta(r - r_1) - \frac{\beta}{b} r (T - T_0). \quad (7.22)$$

Здесь β - приведенный коэффициент теплопотерь, $\beta = \beta_0 / \lambda$; ΔT_{ad} - адиабатическая температура горения смеси, $\Delta T_{ad} = Q / c_g$.

Граничные условия, описывающие подачу реагентов на вход системы, тепловыделение в точке r_1 и излучение с выходной части установки имеют соответственно вид

$$T(0) = T_0, \quad (7.23)$$

$$T(r_1) = T_1, \quad (7.24)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_2} = \varepsilon^* \sigma (T_2^4 - T_0^4), \quad (7.25)$$

где T_2 - температура системы на поверхности радиуса r_2 , σ - постоянная Стефана-Больцмана, а ε - интегральная степень черноты.

Общее решение уравнения (7.22) в химически инертной области записывается как

$$T(r) - T_0 = c_1 (T_{(1)}(r) - T_0) + c_2 (T_{(2)}(r) - T_0), \quad (7.26)$$

где $T_{(1)}, T_{(2)}$ - линейно независимые частные решения, выражающиеся через цилиндрические функции Бесселя, или представляемые в виде рядов:

$$T_{(1)}(r) - T_0 = r^b \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n}^{(1)} r^{2n} = r^b \left(1 + \frac{\beta r^2}{2(b+2)} + \frac{\beta^2 r^4}{8(b+2)(b+4)} + \frac{\beta^3 r^6}{48(b+2)(b+4)(b+6)} + \dots \right), \quad (7.27)$$

$$T_{(2)}(r) - T_0 = \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n}^{(2)} r^{2n} = 1 + \frac{\beta r^2}{2(2-b)} + \frac{\beta^2 r^4}{8(4-b)(2-b)} + \frac{\beta^3 r^6}{48(6-b)(4-b)(2-b)} + \dots \quad (7.28)$$

с коэффициентами

$$C_{2n}^{(1)} = \frac{\beta}{2n(2n+b)} C_{2n-2}, \quad C_{2n}^{(2)} = \frac{\beta}{2n(2n-b)} C_{2n-2}, \quad C_0^{(1)} = C_0^{(2)} = 1. \quad (7.29)$$

Постоянные c_1, c_2 определяются в соответствии с граничными условиями (7.23)-(7.25). Отметим, что в отсутствие теплоотдачи с боковых поверхностей ($\beta = 0$) данное решение совпадает с (7.8), (7.9).

Для технических приложений характерны режимы с $b \gg 1$. В этом случае в знаменателях членов рядов (7.27), (7.28) можно пренебречь числовыми слагаемыми по сравнению с b и общее решение (7.26) преобразуется:

$$T(r) = T_0 + c_1 r^b \exp\left(\frac{\beta r^2}{2b}\right) + c_2 \exp\left(-\frac{\beta r^2}{2b}\right). \quad (7.30)$$

Температурные профили в системе определяются соотношениями

$$T(r) = T_0 + (T_1 - T_0) \left(\frac{r}{r_1}\right)^b \exp\left(-\frac{\beta(r^2 - r_1^2)}{2b}\right), \quad 0 < r < r_1, \quad (7.31)$$

и уравнением (7.30) с постоянными

$$c_1 = k_1 \left(-\frac{\sigma \varepsilon^* (T_2^4 - T_0^4)}{\lambda} + c_2 \frac{\beta r_2}{b} \exp\left(-\frac{\beta r_2^2}{2b}\right) \right) / \left(r_1^b \exp\left(\frac{\beta r_1^2}{2b}\right) \right),$$

$$c_2 = \left(T_1 - T_0 + k_1 \frac{\sigma \varepsilon^* (T_2^4 - T_0^4)}{\lambda} \right) / \left(k_1 \frac{\beta r_2}{b} \exp\left(-\frac{\beta r_2^2}{2b}\right) + \exp\left(-\frac{\beta r_1^2}{2b}\right) \right), \quad (7.32)$$

где

$$k_1 = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^b r_2 \exp\left(\frac{\beta(r_1^2 - r_2^2)}{2b}\right) / \left(b \left(1 + \frac{\beta r_2^2}{b^2} \right) \right), \quad r_1 < r < r_2. \quad (7.33)$$

Область применения решения (7.30) можно оценить из условия малости первого члена (с $N \approx b/2$) отбрасываемого остатка ряда:

$$\left(\frac{\beta r^2}{2b} \right)^N / N! \approx 1. \quad (7.34)$$

Отсюда, используя формулу Стирлинга для факториала, найдем искомое выражение

$$\beta \leq \frac{b^2 (\pi b)^{1/b}}{r_2^2 e}. \quad (7.35)$$

(Для типичных условий, $r_2 = 0.37$ м, $b > 100$, данная оценка дает условие $\beta \leq 10^5$.)

Решая уравнение (7.22), запишем два независимых уравнения, связывающих переменные T_1, T_2 и r_1 . Первое уравнение получим интегрированием по r от 0 до $r_1 + 0$ (таким образом, включается и точка тепловыделения r_1) балансового уравнения (7.22) с использованием температурных профилей (7.30)-(7.31):

$$T_1 = T_0 + c_1 r_1^b \left(1 + \frac{\beta r_1^2}{b^2} \right) \exp\left(\frac{\beta r_1^2}{2b}\right) - c_2 \frac{\beta r_1^2}{b^2} \exp\left(-\frac{\beta r_1^2}{2b}\right) + \Delta T_a - \frac{\beta (T_1 - T_0)}{b r_1^b} I_1(r_1) \exp\left(-\frac{\beta r_1^2}{2b}\right), \quad (7.36)$$

где

$$I_1(r_1) = \int_0^{r_1} r^{b+1} \exp\left(\frac{\beta r^2}{2b}\right) dr. \quad (7.37)$$

Второе уравнение определим из условия равенства температуры в точке $r = r_2$ значению T_2 :

$$T_2 = T_0 + c_1 r_2^b \exp\left(\frac{\beta r_2^2}{2b}\right) + c_2 \exp\left(-\frac{\beta r_2^2}{2b}\right). \quad (7.38)$$

Заметим, что из системы (7.30)-(7.33) могут быть выведены и другие независимые уравнения, а выражения (7.36), (7.38) выбраны как наиболее простые.

Для вывода замыкающего уравнения системы воспользуемся результатами анализа температуры волны ФГГ в условиях внешних теплопотерь, приведенными в разделе 3.3.

Полагая, что в цилиндрической системе $T_{\max}$ и u_w определяются плотностью массового расхода $G = \rho_g u_g = b\lambda / c_g r$ (из определения (7.21)), соответствующего положению фронта реакции, уравнение (2.52) перепишем в виде

$$r_1 = b \left[\frac{\lambda \tilde{E} \Delta T_{ad}}{c_g \rho_0 z T_0 T_{\max}} \left(1 - \frac{T_{\max}^2 (1 + T_0 / T_{\max}) \ln 2}{E(T_{\max} - T_0)} \right) \right]^{1/2} \exp(\tilde{E} / 2T_{\max}) \quad (7.39)$$

и далее используем в качестве замыкающего уравнения.

Таким образом, значение радиуса локализации фронта горения рассчитывается из совместного решения системы (7.36), (7.38), (7.39) с тремя неизвестными - T_1 , T_2 и r_1 (при этом в (7.39) $T_{\max}$ переобозначается как T_1).

Типичное решение системы уравнений (7.36), (7.38), (7.39) приведено на **рис.7.11**. Для ненулевых внешних боковых теплопотерь характерен монотонный рост температуры T_2 (пунктирная линия), начиная от r_1 (вместо постоянного значения, как для случая $\beta = 0$ в [115]). Следует отметить наличие двух решений - точки пересечения штриховой ($T_{\max}$) и сплошной (T_1) линий с радиусами r_1 (ближе к входу) и $r_{1,e}$ соответственно, на что указывалось в [115]. Данные решения естественным образом разбивают систему на области I, II, III. Для их физической интерпретации рассмотрим локализацию зоны реакции с точки зрения распространения волны горения.

В случае ненулевых теплопотерь уравнение (2.12) можно переписать в виде

$$u_w / u_t = 1 - \Delta T'_{ad} / \Delta T_{\max}, \quad (7.40)$$

где $\Delta T_{\max} = T_{\max} - T_0$; $\Delta T'_{ad}$ - адиабатическая температура, скорректированная на теплопотери, $\Delta T'_{ad} = (\Delta T_{ad}^2 - 4\beta\lambda \Delta T_{\max}^2 / c_g^2 G^2)^{1/2}$ ($\Delta T'_{ad} < \Delta T_{ad}$).

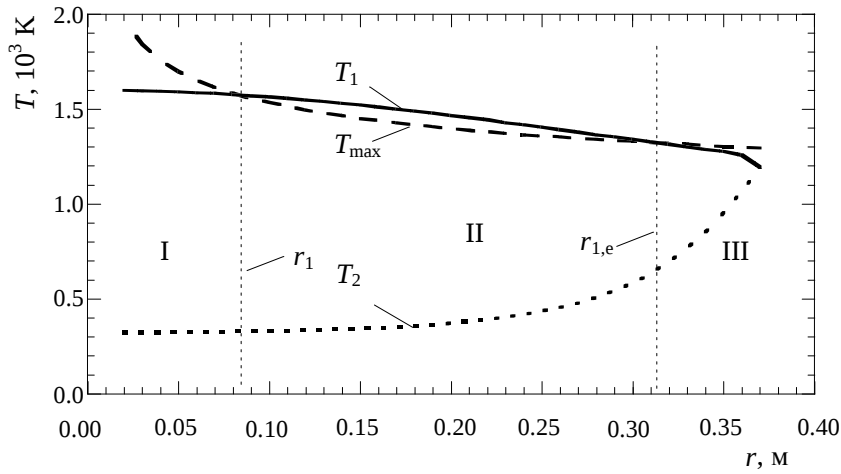


Рис.7.11. Аналитическое решение системы уравнений (7.36), (7.38), (7.39),
 $\beta = 2400 \text{ м}^{-2}$, $\Delta T_{ad} = 1300 \text{ К}$, $b = 40$

Нетрудно видеть, что для системы сектор диска роль функции $\Delta T'_{ad}$ выполняет зависимость ΔT_1 от радиуса, полученная из решения балансовых уравнений (7.36), (7.38), т.е. $\Delta T'_{ad} = \Delta T_1$. Таким образом, в (7.40) вместо $\Delta T'_{ad}$ можно подставить ΔT_1 :

$$u_w(r) = u_t(r)(1 - \Delta T_1 / \Delta T_{\max}). \quad (7.41)$$

Применим соотношение (7.41) к данным **рис.7.11**. Очевидно, что областям I и III соответствует спутный режим, $u_w > 0$ (так как $\Delta T_{\max} / \Delta T_1 > 1$), а области II – встречный ($\Delta T_{\max} / \Delta T_1 < 1$). Из данного анализа следует ряд практически важных выводов. Так, для обеспечения внешнего поджигания в системе необходимо прогреть как минимум всю область III, после чего происходит перемещение фронта во встречном режиме к положению стационарной локализации r_1 . Можно также сделать вывод о неустойчивости второго решения $r_{1,e}$ как места локализации фронта и его практической нереализуемости без специальных мер по стабилизации (например, путем внешнего подогрева). Условие устойчивости первого корня решения r_1 для цилиндрического радиационного нагревателя анализировалось в [107].

С помощью полученных соотношений можно описать динамику распространения фронта горения, определяя зависимость текущего положения фронта горения $\hat{r}$ от времени t как обратную функцию:

$$t(\hat{r}) = \int_{r_2}^{\hat{r}} \frac{dr}{u_w(r)}, \quad (7.42)$$

или окончательно, используя (2.12), как

$$t(\hat{r}) = \int_{r_1}^{\hat{r}} \left\{ u_t(r) \left[1 - \left((\Delta T_{ad} / \Delta T_{\max})^2 - 4\beta\lambda / c_g^2 G(r)^2 \right)^{1/2} \right] \right\}^{-1} dr. \quad (7.43)$$

Динамика распространения фронта, полученная на основе расчетов по (7.43) для ряда экспериментальных условий, приведена на **рис.7.12**.

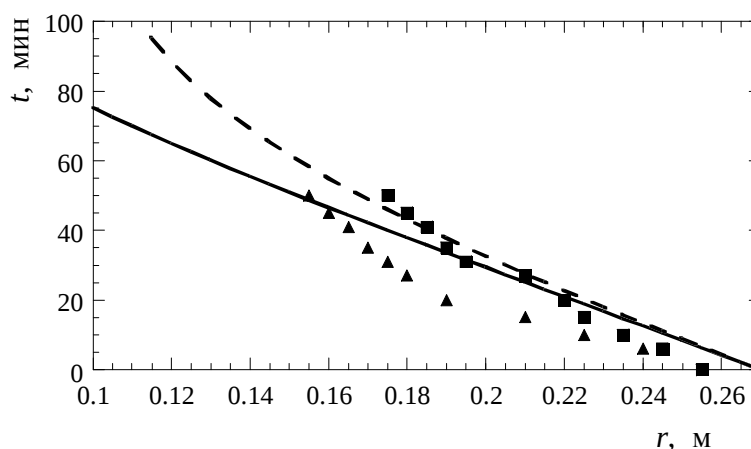


Рис.7.12. Динамика перемещения фронта горения к стационарному положению. $\blacktriangle$ - эксперимент, $G = 4 \text{ м}^3/\text{ч}$, $\blacksquare$ - $G = 4 \text{ м}^3/\text{ч}$. Сплошная и штриховая линии - соответствующие расчеты. Пропановоздушная смесь 3.7 %

На **рис.7.13, а** представлена параметрическая зависимость радиуса локализации r_1 от безразмерного расхода b для различных коэффициентов внешних теплотерь β . Данная модель предсказывает приблизительно линейную зависимость радиуса локализации от расхода, т.е. $r_1 \sim b$ даже при достаточно больших значениях β . Это аналогично линейной зависимости r_1 для адиабатической системы ($\beta=0$), как непосредственно следует из (7.30) с подстановкой $T_{\max} = T_a$. Нелинейность возрастает при переходе к расходам, соответствующим радиусам локализации вблизи r_2 , что связано с лучистыми теплотерями с выходного сечения. Граница области III (см. **рис.7.11.**), соответствующая радиусу $r_{1,e}$, обозначена штриховой линией. Отметим характерный сдвиг радиуса локализации вниз по потоку и расширение области *необходимого первоначального прогрева* III с ростом β . Последняя особенность на практике может проявляться в необходимости переходить на смеси с большим теплосодержанием при внешнем поджигании для обеспечения выхода системы на стабильный режим горения. Значение такого начального увеличения теплосодержания смеси прямо связано с интенсивностью внешних теплотерь β (см. расстояние между штриховой линией (радиус $r_{1,e}$) и r_2 для зависимостей r_1 от ΔT_a и β - **рис.7.13, а**).

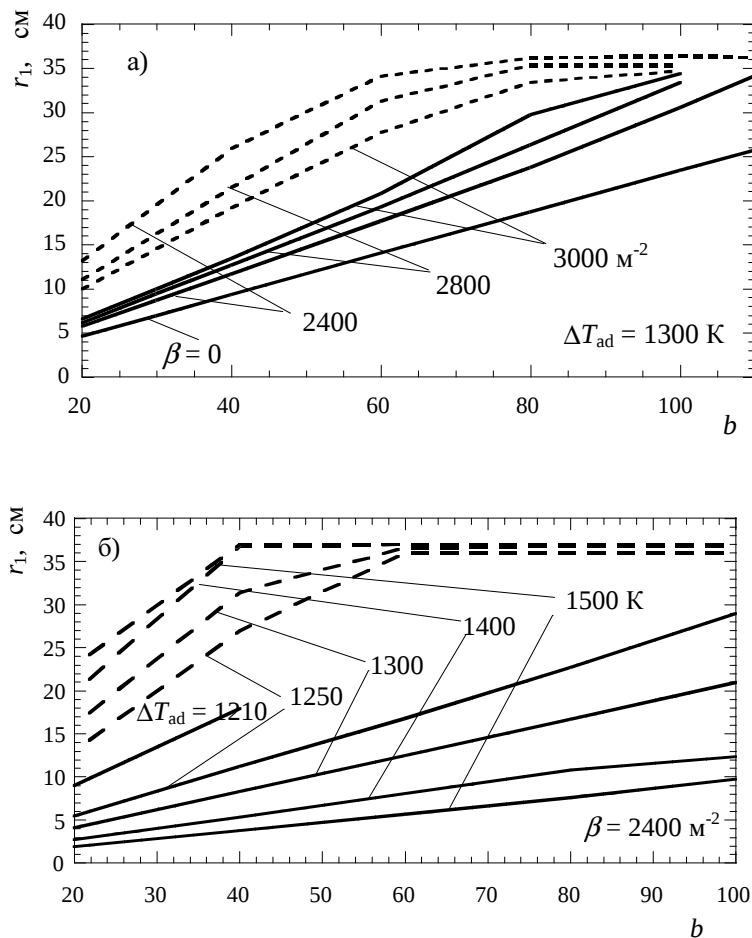


Рис.7.13. Зависимость радиуса локализации горения от безразмерного расхода b ($\Delta T_a = 1300$ K) для различных значений коэффициента внешних теплотерь (а) и адиабатических температур смеси (б); сплошные линии - радиус r_1 , штриховые - $r_{1,e}$

Характерным является также увеличение области III с уменьшением массового расхода. Изменение радиуса локализации для смесей различной калорийности приведено на **рис.7.13, б**. При снижении концентрации топлива в смеси наблюдается уменьшение ширины области II до тех пор, пока r_1 и $r_{1,e}$ не совпадут (соответствует $\Delta T_a = 1210$ K). Сравнение данных **рис.7.13** свидетельствует о том, что рост интенсивности внешних теплотерь влияет на локализацию фронта горения эквивалентно понижению адиабатической температуры смеси.

Опыты проводились на малогабаритном фильтрационном нагревателе, корпус которого изготовлен в соответствии со схемой **рис.7.10** из 2,5-миллиметровой стали. Угол раствора сектора $\phi = 24^\circ$, высота $\Delta x = 25$ мм, длина рабочей зоны 29 см, ширина входной части $L = 28$ мм. В качестве пористой среды использовалась засыпка шариков Al_2O_3 диаметром 5 мм. В экспериментах локализация зоны горения определялась визуально. При этом положение фронта горения регистрировалось в зависимости от объемного расхода 3.7 % пропановоздушной смеси $G = 2430-6000$ л/ч (соответствовало $b = 93:230$).

Для сравнения расчетов по системе уравнений (7.36), (7.38), (7.39) с экспериментальными данными использовались следующие значения параметров: $c_g = 1.3 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $c_s = 780$ Дж/(кг·К), $\rho_s = 3.9 \cdot 10^3$ кг/м³, $T_0 = 300$ К, $\Delta T_{ad} = 1700$ К, $r_0 = 0$, $r_2 = 37$ мм, $\lambda = 4$ Вт/(м·К), $\varepsilon^* = 0.8$, $\Delta x = 25$ мм. Кинетика окисления пропана определялась согласно [8]: $z = 10^{10}$ с⁻¹, $\tilde{E} = 2040$ К. Коэффициент внешних теплотерь оценивался в предположении доминирующего вклада излучения (аналогично [15]):

$$\beta_{0,rad} = \frac{\sigma(T_1^2 - T_0^2)\varepsilon^*}{(T_1 - T_0)\Delta x}, \quad (7.44)$$

и значение $\beta = 2400$ м⁻² было принято для расчетов, соответствующих режиму «радиационного нагревателя».

Сопоставление экспериментальных данных по радиусу локализации с теоретическим анализом приведено на **рис.7.14**.

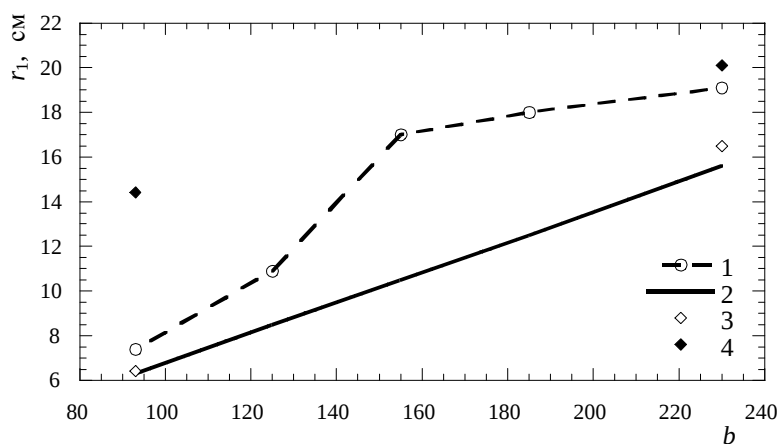


Рис.7.14. Зависимость радиуса локализации фронта горения от безразмерного массового расхода. Режим радиационного нагревателя: 1 - эксперимент, 2 - расчет. Режим бойлера: 3 - расчет, 4 - эксперимент

В экспериментах при внешнем теплообмене с водой (режим бойлера) наблюдался сдвиг зоны горения по потоку (по сравнению с аналогичными измерениями на воздухе). Величина коэффициента β для данного режима оценивалась как 6300 м⁻². В отличие от предсказанного моделью примерно равномерного по b сдвига фронта горения с ростом внешнего теплообмена на опыте значительно больший сдвиг наблюдался для меньших значений расхода. Так, расходу $b = 93$ соответствует величина сдвига фронта, равная 7 см, а для случая $b = 230$ - всего 1 см. Указанное сильное количественное расхождение с предсказаниями модели, по-видимому, объясняется относительно большим вкладом теплотерь в баланс энергии системы при стабилизации фронта в узкой части устройства (отношение ширины системы к толщине равно ~ 1.5) по сравнению с широкой (аналогичное отношение равно 5). Вероятно, для лучшего количественного соответствия в области входной части устройства необходимо брать зависимость коэффициента теплоотдачи $\beta_0 \sim 1/r$, что

характерно для геометрии сферического конуса, а независимость коэффициента теплоотдачи от радиуса справедлива для широкой части устройства.

Следует отметить, что в рамках данной модели не удается объяснить характерный для эксперимента S-образный вид зависимости радиуса локализации от расхода (**рис.7.14**). Переход к двухтемпературной модели, вероятно, приведет к несколько большим значениям r_1 и, следовательно, к лучшему количественному соответствию между экспериментальными данными и теорией, как это можно ожидать исходя из выводов работ [91,98]. При этом линейный вид зависимости $r_1(b)$ не изменяется. Таким образом, для более точного приближения требуется включить в модель двумерную фильтрацию и отказаться от описания теплотерь коэффициентом β_0 .

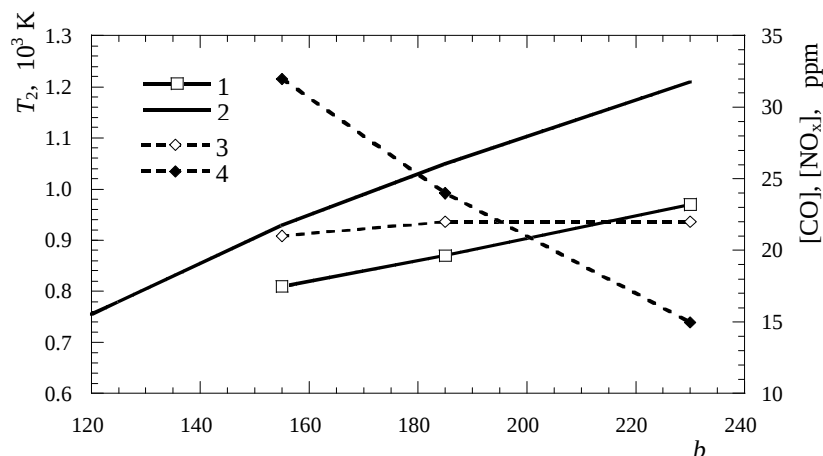


Рис. 7.15. Зависимость температуры на выходе системы и концентраций CO и NO_x от массового расхода смеси: 1 - T_2 (эксперимент), 2 - T_2 (расчет), 3 - концентрация NO_x, 4 - концентрация CO

На **рис.7.15** приведены расчетные и измеренные значения выходной температуры T_2 . Температура газового потока в выходном сечении системы измерялась термопарой. Видно достаточно хорошее качественное соответствие между расчетом по модели и экспериментом. В этом же сечении проводились измерения концентраций CO и NO_x с помощью электрохимического газового анализатора TESTO-350. Уменьшение концентрации CO с ростом расхода b также находится в качественном соответствии с моделью и обусловлено небольшим понижением максимальной температуры T_1 из-за внешних теплотерь с выходного сечения по мере продвижения фронта горения к выходу из системы.

Кроме того, малые концентрации CO (15 - 30 ppm), близкие по порядку величины к термодинамически равновесным значениям при температурах вблизи T_1 , позволяют сделать вывод о достаточно полном сгорании топлива в результате равномерного прогрева высокотемпературной зоны устройства в поперечном направлении и, следовательно, об адекватности одномерного приближения с введением коэффициента β_0 для описания внешних теплотерь.

7.3. Влияние прозрачности каркаса на локализацию фронта горения

Рассмотрим цилиндрическую осесимметричную конфигурацию горелки ФГГ. Ввиду того, что пористые керамики существенно различаются по своим оптическим свойствам, интересным представляется оценка влияния этих свойств на локализацию фронта и другие характеристики нагревателя.

В данном разделе на основе одномерного численного моделирования оценено влияние частичной прозрачности каркаса на локализацию фронта горения внутри каркаса, а также на другие характеристики: радиационный КПД нагревателя, максимальную температуру каркаса. Для расчета переноса излучения использовано дифференциальное приближение. Параметры, выбранные для расчетов, соответствуют засыпке из шариков, изготовленных из Al_2O_3 (алюмины) и аморфного кварца. Результаты исследования позволяют оптимизировать параметры пористого тела при конструировании конкретных устройств.

Оптические свойства пористых сред зависят от материала каркаса, структуры поверхности твердой фазы, структуры и размера пор. Более подробно вопрос о лучистом теплообмене и оптических свойствах пористых тел освещен в **разделе 2.4.1**.

Рассмотрим одномерную осесимметричную цилиндрическую систему, аналогичную предложенной в **разделе 7.1**. Математическая модель повторяет модель (7.1)-(7.3), за исключением того, что перенос излучения рассчитывается по модели дифференциального приближения (формулировка уравнений и необходимые пояснения содержатся в **разделе 2.4.1**). При этом уравнение теплопроводности каркаса записывается как

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial q}{\partial r} + \alpha(T_g - T), \quad (7.45)$$

где $\lambda = \lambda_s$, $\partial q / \partial r$ - дивергенция потока излучения, рассчитываемая путем решения уравнений дифференциального приближения (2.49)-(2.51). Использовалась брутто-кинетика первого порядка:

$$W(y, T_g) = yz \exp(-15640/T_g), \quad (7.46)$$

где $z = 2.6 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$.

Граничные условия для уравнений теплопроводности и диффузии:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_o} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_2} = 0, \\ T_g \Big|_{r_o} = T_o, \quad y \Big|_{r_o} = 1.$$

Граничные условия для уравнений дифференциального приближения:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial r} \right|_{r_o} = 0, \quad |q|_{r_2} = \frac{c}{2} U \Big|_{r_2}.$$

Энергия, подводимая к горелке, задается расходом и теплосодержанием горючей смеси $Q^+ = GQ$ и идет на излучение и нагрев продуктов сгорания: $Q^+ = Q_{rad} + (c\rho)_g G\Delta T_{2,g}$. Радиационный КПД - отношение энергии, испущенной с поверхности в виде излучения, к энергии, подведенной к системе, выражается в виде

$$\eta \equiv \frac{Q_{rad}}{Q^+} = 1 - \frac{\Delta T_{2,g}}{\Delta T_{ad}}. \quad (7.47)$$

Здесь $\Delta T_{2,g}$ - превышение температуры выходящих газов над температурой исходной газовой смеси, ΔT_{ad} - адиабатическая температура горения смеси.

Полученная система уравнений аппроксимировалась конечными разностями и решалась в итерационной процедуре. Уравнения (7.45) и (2.50) решались прогонкой, уравнения баланса для газа (7.2) и (7.3) интегрировались явно. Основная серия расчетов проводилась для метановоздушных смесей с концентрациями топлива, соответствующими адиабатическим температурам ΔT_{ad} , равным 1200 и 2000 К. Массовый расход смеси на единице длины горелки варьировался в широком диапазоне: $G = 0.001 - 2.5$ кг/(с·м). Рассматривались системы с радиусом $r_2 = 10$ и 25 см. Коэффициент теплопроводности каркаса принят постоянным, значения остальных параметров выбирались следующими: $\lambda = 1.5$ Вт/(м·К), $m = 0.4$, $d_0 = 5.6$ мм. Коэффициент межфазового теплообмена α рассчитывался по (1.18). Моделировались пористые засыпки с высоким пропусканием излучения (гладкие кварцевые шарики) и низким пропусканием - шероховатые гранулы Al_2O_3 . При этом коэффициенты поглощения и рассеяния для Al_2O_3 определялись согласно (2.48)-(2.57), где $\varepsilon^* = 0.6$. Коэффициент поглощения для кварцевой засыпки брался в соответствии с данными [62] для засыпки из боросиликатного стекла, рассеянием пренебрегалось.

Для обеих засыпок рассчитывались: радиационный КПД, максимальная температура каркаса и стационарная локализация фронта горения (определяемая по координате максимальной температуры газовой фазы). Инициирование горения осуществлялось изнутри горелки, что позволяло избежать неопределенности локализации фронта горения [115].

Согласно расчетам (**рис. 7.16**), при малых расходах топлива фронт горения в прозрачном каркасе локализуется дальше от центра, чем в непрозрачном, что объясняется повышенными радиационными теплотерями из горячей области. При увеличении расхода эта ситуация в зависимости от параметров системы либо сохраняется, либо меняется на противоположную. Это обусловлено возникновением мощного потока излучения, направленного навстречу газу и приводящего к рекуперации тепла в системе. Инверсия соотношения максимальных температур для прозрачного и непрозрачного каркаса (**рис.7.18**) соответствует тем параметрам системы, при которых горение в прозрачном каркасе локализовано ближе к центру, чем в непрозрачном (**рис.7.16**).

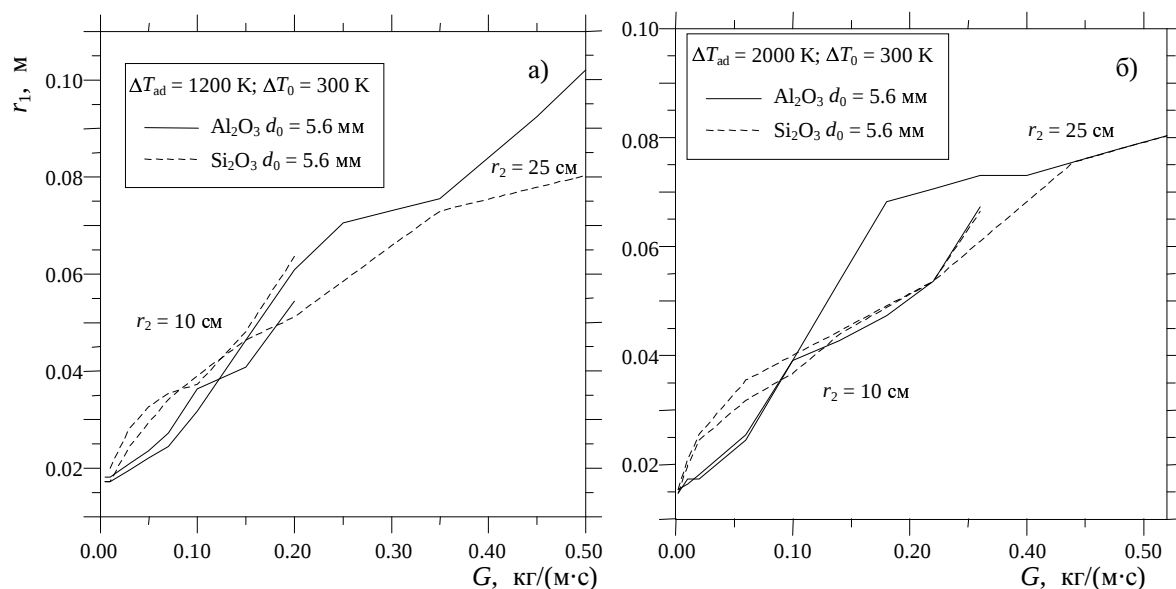


Рис. 7.16. Радиус локализации горения для прозрачной (кварц) и непрозрачной (Al_2O_3) пористой среды засыпок в зависимости от массового расхода топлива. а) $\Delta T_{ad} = 1200$ К, б) $\Delta T_{ad} = 2000$ К

Определенная немонотонность кривых локализации горения (наличие перегибов), представленных на **рис.7.16**, связана с влиянием стока тепла на внутреннем и внешнем радиусах каркаса (граничные условия), а также с радиальным изменением температуры, скорости фильтрации газа и интенсивности межфазового теплообмена. Вопрос о локализации фронта горения в подобных нагревателях цилиндрической и сферической геометрий рассматривался в [115].

Результаты расчета эффективности (радиационного КПД) нагревателя для прозрачной и непрозрачной засыпок в зависимости от расхода топлива, его теплосодержания и внешнего радиуса каркаса приведены на **рис. 7.17**.

Таблица 7.1

Максимальная разность радиационных КПД ($\Delta\eta$) для нагревателей, выполненных из прозрачной кварцевой и непрозрачной Al_2O_3 засыпок

N	r_2 , см	ΔT_{ad} , К	T_0 , К	G , кг/(с·м)	$\Delta\eta$, %
1	10	1200	300	0.1	4.7
2	25	-//-	300	0.1-0.2	5.1
3	10	-//-	1100	0.15-0.2	2.5
4	25	-//-	1100	0.45	2.5
5	10	2000	300	0.5	5.5
6	25	-//-	300	0.5	5.9
7	10	-//-	1100	0.5	4.8
8	25	-//-	1100	1.5	5

Из расчетов следует, что КПД нагревателя, выполненного из прозрачной засыпки, выше КПД системы с непрозрачной пористой средой. Величина этого превышения $\Delta\eta$ слабо зависит от радиуса системы и несколько больше для высококалорийных топлив (большие ΔT_{ad}). Максимальные значения этого превышения для моделируемых условий приведены в табл. 7.1. Величина $\Delta\eta$ имеет тенденцию к росту вместе с расходом топлива, слабо выраженный максимум и несколько уменьшается при приближении к максимально возможному расходу (рис.7.17). Для повышенных температур окружающей среды (характерной для печей термообработки и т.п.) на фоне общего уменьшения радиационного КПД наличие максимума более выражено.

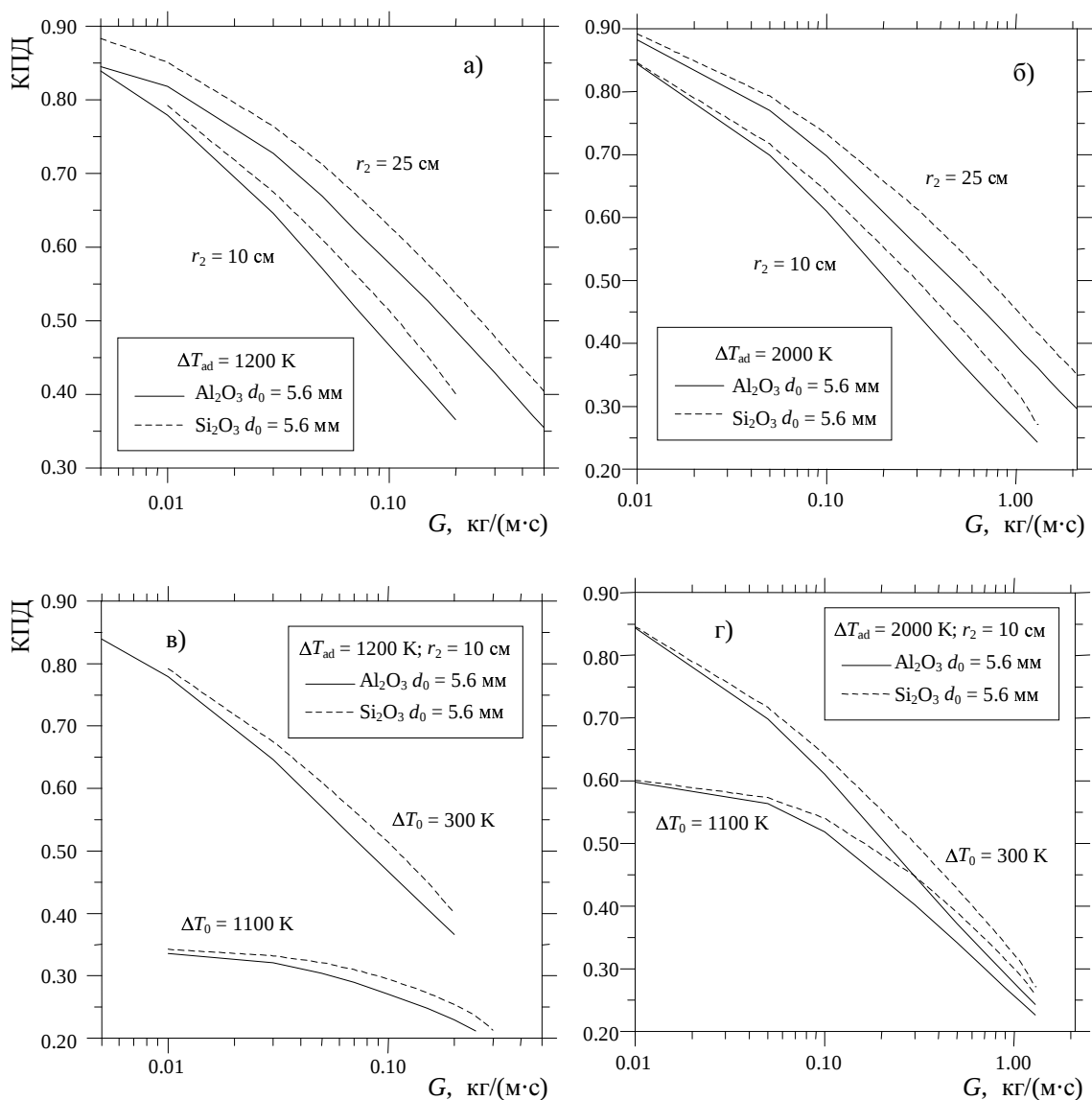


Рис. 7.17. Радиационный КПД горелок, изготовленных из прозрачной и непрозрачной засыпок, в зависимости от массового расхода топлива. а, б - для различных радиусов горелки; в, г - для различных температур окружающей среды T_0

Из представленных значений максимальных температур каркаса, рассчитанных для прозрачного и непрозрачного материалов (**рис.7.18**), следует, что максимальная температура прозрачного каркаса в среднем на 50 – 150 К ниже максимальной температуры непрозрачного каркаса (для моделируемых условий). Это превышение несколько выше для более калорийных топлив. Однако видно, что при увеличении расхода, калорийности топлива и диаметра горелки значения максимальных температур для прозрачной и непрозрачной засыпок сближаются, а для систем с большим радиусом ($r_2 = 25$ см) имеет место инверсия, т.е. максимальная температура прозрачного каркаса превышает максимальную температуру непрозрачного.

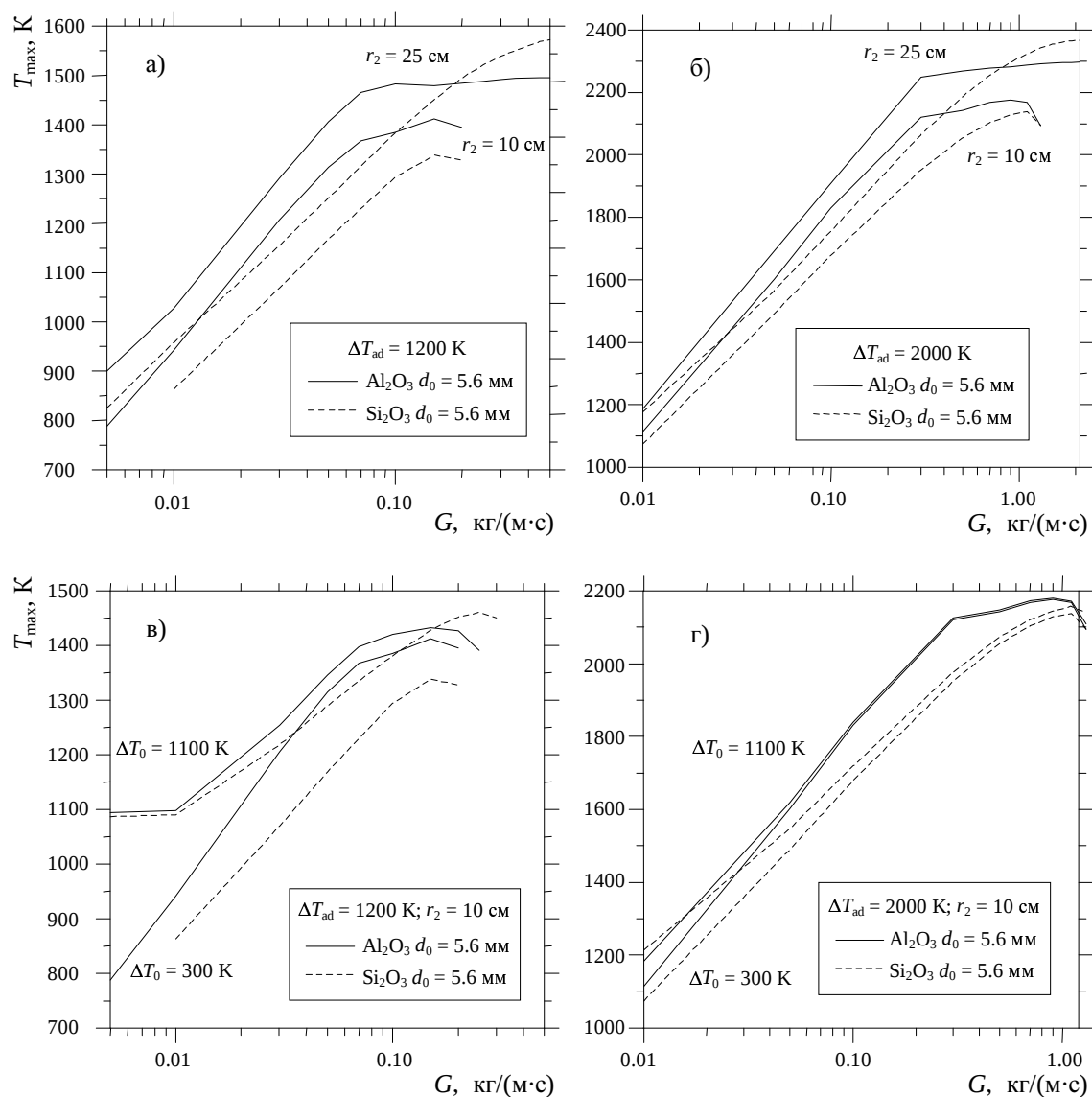


Рис. 7.18. Максимальная температура каркаса из прозрачной (кварц) и непрозрачной (Al_2O_3) засыпок в зависимости от массового расхода топлива. а, б - для различных радиусов r_2 и температур T_0 ; в, г - для различных температур T_0 и ΔT_{ad}

Данная неочевидная ситуация объясняется тем, что для прозрачных засыпок с увеличением лучистых теплопотерь из фронта горения (по сравнению с непрозрачными) также возрастает встречный перенос тепла к набегающему газу. При этом повышается степень рекуперации тепла, максимальная температура газа и в результате межфазового теплообмена возрастает температура каркаса и наблюдается сдвиг фронта навстречу фильтрационному потоку. Поскольку процессы рекуперации тепла и потери из фронта конкурируют и оказывают противоположное влияние на температуру каркаса, имеет место нетривиальная зависимость максимальной температуры каркаса от диаметра горелки, теплосодержания смеси и других параметров (**рис.7.18**). Так, для $r_2 = 10$ см и $T_o = 300$ К максимальная температура прозрачного каркаса ниже максимальной температуры непрозрачного каркаса при любых расходах топлива, а при $T_o = 1100$ К это соотношение изменяется на противоположное при больших расходах (**рис.7.18 в**). Для нагревателей большего радиуса максимальная температура прозрачного каркаса превосходит температуру непрозрачного каркаса с ростом величины массового расхода топлива (**рис.7.18 а, б**).

Таким образом, частичное пропускание излучения гранулами аморфного кварца (или другого прозрачного материала) обеспечивает повышение радиационного КПД на 2 - 5 % по сравнению с непрозрачными материалами при исследованных условиях. В случае, когда температура окружающей среды существенно выше комнатной (печь термической обработки и т.п.), рост КПД меньше, его величина зависит от теплосодержания и расхода топлива. Поэтому применение прозрачных засыпок для нагревателей, используемых в печах термообработки, требует технико-экономического обоснования с учетом найденных теплофизических особенностей системы. Показано, что применение прозрачных засыпок позволяет снизить максимальную температуру (температурную нагрузку) каркаса на 50 - 150 К для моделируемых условий. Однако повышенное оптическое пропускание каркаса кроме увеличения теплопотерь из фронта горения приводит к росту эффективности рекуперации тепла, вследствие чего для систем с большим радиусом ($r_2 > 10$ см в случае рассмотренных в работе параметров) максимальная температура каркаса вновь начинает возрастать. Данный эффект необходимо учитывать при конструировании энергонапряженных горелок.

Обозначения

- A - конвективно-кондуктивный параметр;
 b, b' - параметры, имеющие смысл безразмерного массового расхода газа;
 c - теплоемкость при постоянном давлении;
 C_i, c_i - безразмерная молярная и массовая концентрации i -го газового компонента;
 D - коэффициент диффузии;
 D_0 - характерный диаметр системы;
 d_o - диаметр зерна пористого каркаса;
 d_{por} - эффективный диаметр порового канала;
 E - энергия активации химической реакции или энергия;
 $\tilde{E}$ - энергия активации химической реакции выраженная в единицах температуры;
 G - расход газа;
 H - толщина гидродинамической пробки;
 h_i - массовая энтальпия i -го компонента;
 h - коэффициент теплообмена;
 K - коэффициент объемных теплопотерь;
 $\tilde{K}$ - константа Козени-Кармана;
 Ka - число Карловица;
 k_0, k_1 - коэффициенты проницаемости пористой среды;
 k_i - константа скорости i -й реакции;
 L_t - интегральный масштаб турбулентности;
 l_f - ширина фронта пламени;
 l_0 - длина свободного пробега кванта;
 m, m_z, m_n - пористость и ее составляющие в застойных и проточных зонах;
 N - частота пульсаций или координационное число упаковки частиц;
 n - порядок химической реакции или величина отношения D_0/d_o ;
 p - давление;
 Q - тепловой эффект реакции;
 Q_λ, Q_u - кондуктивный и конвективный потоки, отнесенные к площади сечения возмущения;
 q - тепловой поток;
 R - универсальная газовая постоянная;
 r - радиальная координата;
 S_l - нормальная ламинарная скорость пламени;
 $\tilde{S}_l$ - дисперсионная скорость пламени;
 S_f - скорость фронта пламени относительно свежей смеси (скорость горения газа);
 S_{sp} - удельная площадь поверхности пористого тела;
 T - температура;
 T_o - температура окружающей среды (стенок канала фильтрации);
 ΔT - приращение температуры относительно T_o или T_{ad} ;
 T_{max} - максимальная температура;
 T_{ad} - адиабатическая температура горения топлива;
 T_b - температура горения газа;
 $\tilde{T}$ - извилистость поровых каналов;
 Tu - безразмерная интенсивность турбулентных пульсаций скорости, %;
 U - плотность лучистой энергии;

u_t - скорость тепловой волны в пористой среде;
 u_w - скорость фронта фильтрационного горения в пористой среде;
 u_g - средняя скорость фильтрации газа;
 u' - амплитуда пульсаций скорости;
 $\tilde{u}$ - средняя скорость в наименьшем сечении пучка;
 $W(y,T)$ - скорость химической реакции;
 y - концентрация недостающего реагента;
 z - предэкспонента аррениусовской функции.

Греческие символы

α - объемный коэффициент теплообмена,
 α_n - коэффициент теплообмена при наличии пульсаций;
 α_{stac} - коэффициент теплообмена в стационарных условиях;
 β - коэффициент объемных теплотерь;
 $\bar{\beta}$ - параметр Зельдовича - Франк-Каменецкого;
 γ - фактор влияния кривизны фронта фильтрационного горения на его динамику;
 $\delta(x)$ - дельта-функция;
 δ - безразмерная интенсивность турбулентных пульсаций или малая величина, или символ вариации;
 δ_g - толщина гидродинамического погранслоя;
 ε^* - интегральная степень черноты поверхности;
 ε - производная от скорости фронта волны по скорости фильтрации газа;
 $\kappa, \tilde{\kappa}$ - коэффициент молекулярной и дисперсионной температуропроводности;
 λ - коэффициент теплопроводности;
 λ_γ - длина волны излучения;
 μ - динамическая вязкость;
 ν - кинематическая вязкость,
 ρ - объемная плотность;
 σ - дисперсия или постоянная Стефана - Больцмана;
 Φ - параметр переходности режима
 φ - угол и эквивалентное отношение горючей смеси;
 τ_h - характерное газодинамическое время; τ - характерное время прохождения фронта пламени через пористую преграду; $\tilde{\tau}$ - поперечный градиент (сдвиг) скорости;
 τ_t, τ_c - характерные времена тепловой релаксации и горения газа в условиях фильтрации.

Индексы

ad - адиабатический;
 b - горение;
 cr - критический;
 eff - эффективный;
 f - фронт пламени;
 g - газовая фаза;
 i - зажигание или порядковый номер компонента;

loc - локальный;
o - начальный момент, начальное состояние, стандартное состояние;
por - пора;
prt - возмущение, область возмущения;
s - твердая фаза;
st - стационарное состояние;
sp - удельная величина;
t - тепловой, термический.

Литература

1. Torquato S., Debenedetti P.G., Truskett T.M. Is random close packing of spheres well defined? // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 2064-2067; Truskett T.M., Torquato S., Debenedetti P.G. Towards a quantification of disorder in materials: Distinguishing equilibrium in glassy sphere packings // Phys. Rev. 2000. E 62. P. 993-1001.
2. Аэров М.Э., Тодес О.М., Наринский Д.А. Аппараты со стационарным зернистым слоем. Л.: Химия, 1979 176 с.
3. Моделирование пористых материалов. Новосибирск: Изд. СО АН СССР, 1976.
4. Wyllie M.R., Gregory A.R. Fluid Flow through unconsolidated porous aggregates // Ind. Eng. Chem. 1955. Vol. 47, N 7. P. 1379-1384.
5. Аюкаев Р.И., Кивран В.К. Исследование структуры пористых тел методом математического моделирования // Докл. АН СССР. 1974. Т. 215, N 5. С. 1142-1147.
6. Zvereva N.M., Val'tsifer V.A. Computer Simulation of the Structure of Disperse Systems by the Particle Method // J. Eng. Phys. Thermophysics. 2002. Vol. 75, № 2. P. 317-326.
7. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости. М.: Недра, 1972 288 с.
8. Доброго К.В. Характеристики пламени фильтрационного горения газа. Мн., 2001. (Препринт / Институт тепло- и массообмена НАНБ, № 2).
9. Лойтянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 5-е изд. М.: Наука, 1978.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
11. Wakao N., Kaguie S. Heat and mass transfer in packed beds. Gordon and Breach Science publ., 1982.
12. Kaviany M. Principles of Heat Transfer in Porous Media. N.Y.: Springer-Verlag, 1995.
13. Берман Р. Теплопроводность твердых тел / Пер. с англ. М., 1979.
14. Чудновский А.Ф. Теплофизические характеристики дисперсных материалов. М., 1962.
15. Физические величины / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.
16. Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей / Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
17. Kunii D., Smith J.M. A Model of heat transfer in packed bed of spheres // AIChE. J. 1960. Vol. 6, N 1. P. 71-82.
18. Krupiczka R. Analysis of thermal conductivity in granular materials // Int. Chem. Eng. 1967. Vol. 7, N 1. P. 122-144.
19. Юдаев Б.Н. Техническая термодинамика. Теплопередача. М.: Высшая школа. 1988. 479 с.
20. Кутепов А.М., Полянин А.Д., Запрянов З.Д. и др. Химическая гидродинамика: справочное пособие. М.: Бюро Квантум, 1996.
21. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. Bubbles, Drops and particles. New York – San - Francisco - London: Acad Press, 1978.
22. Кутателадзе С.С. Конвективный и сложный теплообмен. М.: Наука, 1990; Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. Л.; М.: Машгиз, 1957.
23. Кондратьев В.Н., Никитин Е.Е. Кинетика и механизм газофазных реакций. М.: Наука, 1974. 558 с.
24. Еремин Е.Н. Основы химической термодинамики. М.: Высшая школа, 1974. 342 с.
25. Равич М.Б. Поверхностное беспламенное горение. М.; Л.: Изд. АН СССР, 1949.
26. Weinberg F.J. Combustion temperature: the future? // Nature. 1971. Vol. 233. P. 239-241.
27. Howell J.R., Hall M.J., Ellzey J.L. Combustion of hydrocarbon fuels within porous inert media // Prog. Energy and Combust. Sci. 1996. Vol. 22, N 2. P. 122-145.
28. Babkin V.S., Korzhavin A.A., Bunev V.A. Propagation of Premixed Gaseous Explosion Flames in Porous Media // Comb. Flame. 1991. Vol. 87. P. 182-190.
29. Fateev G.A., Rabinovich O.S. Interaction of Superadiabatic Combustion and Heat Conversion Waves in a Porous Medium with Incorporated Metal Hydride Elements // 27th Symp. (Int.) on Combustion. Pittsburgh, PA. The Combustion Institute. 1998. P. 2451-2458.
30. Dobrego K.V., Zhdanok S.A., Zaruba A.I. Experimental and Analytical Investigation of the Gas Filtration Combustion Inclination Instability // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2001. Vol. 44, N 11. P. 2127-2136.
31. Dobrego K.V., Zhdanok S.A., Khanevich E.I. Analytical and Experimental Investigation of the Transition from Low-velocity to High-velocity Regime of Filtration Combustion // Exper. Thermal and Fluid Sci., 2000. Vol. 21. P. 9-16.
32. Ярин Л.П., Сухов Г.С. Основы теории горения двухфазных сред. Л.: Энергоатомиздат 1987. 238 с.
33. Матрос Ю.И. Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск, 1988.
34. Sahraoui M., Kaviany M. Direct simulation vs volume-averaged treatment of adiabatic, premixed flame in a porous medium // Int. J. Heat Mass Transfer. 1994. Vol. 37, N 18. P. 2817-2834.

35. Рабинович О.С., Гуревич И.Г., Фефелов А.В. Квазиодномерная дискретная модель фильтрационного горения в пористых средах, состоящих из крупных частиц // Тепломассообмен ММФ-96. III Минский междунар. форум (20-24 мая 1996 г.). Мн.: АНК ИТМО НАНБ. 1996. Т. 7. С. 121-129.
36. Babkin V.S. Filtration combustion of gases. Present state of affairs and prospects // Pure and Appl. Chem. 1993. Vol. 65. P. 335-344.
37. Бабкин В.С., Дробышевич В.И., Лаевский Ю.М., Потытняков С.И. Фильтрационное горение газов // ФГВ. 1983. Т. 19, N 2. С. 17-26.
38. Бабкин В.С., Бунев В.А., Коржавин А.А., Клименко А.С., Зубков В.И., Григорьев В.М. Горение газа в сосуде с высокопористой инертной средой // ФГВ. 1985. Т. 21, N 5. С. 17-22.
39. Лямин Г.А., Пинаев А.В. О режиме быстрого дозвукового горения газов в инертной пористой среде с плавным подъемом давления в волне // ФГВ. 1987. Т. 23, N 4. С. 27-30.
40. Пинаев А.В., Лямин Г.А. Основные закономерности дозвукового и детонационного горения газов в инертных пористых средах // ФГВ. 1989. Т. 25, N 4. С. 75-85.
41. Попов О.Е., Когарко С.М., Фотеенков В.А. // Докл. АН СССР. 1974. Т. 219, N 3. С. 592-595.
42. Kaufman C.W., Chuonjun Y., Nichols J.A. Gaseous detonations in porous media // 19th Symp. (Int.) on Combustion. Pittsburgh, PA. The Combustion Institute. 1982. P. 591-597.
43. Коржавин А.А., Бунев В.А., Намятов И.Г., Бабкин В.С. Распространение пламени над пленкой жидкого топлива на металлических подложках // ФГВ. 2000. Т. 36, N 3. С. 25-30.
44. Ачасов О.В., Кривошеев П.Н. Инициирование и распространение детонационных волн в канале с инертным пористым наполнителем // Отчет НИР. Мн.: ИТМО НАНБ. 2001.
45. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Г., Махвиладзе Г.И. Математическая теория горения и взрыва. М., 1980.
46. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука 1987.
47. Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. Фильтрационное горение газов // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах / Под ред. Ю. Ш. Матроса. Новосибирск, 1988. С. 108-145.
48. Foutko S.I., Zhdanok S.A., Shabunya S.I. Superadiabatic combustion wave in a diluted methane air mixture under filtration in a packed bed // 26th Symp. (Int.) on Combustion. Naply, Italy. The Combustion Institute. 1996. Vol. 2. P. 1556-1565.
49. Футко С.И., Шабуня С.И., Жданок С.А. Приближенное аналитическое решение для сверхадиабатической волны горения // ИФЖ. 1998. Т. 71, N 1. С. 41-45.
50. Вайнштейн П.В. Об устойчивости газового пламени в пористых средах // ФГВ. 1992. N 1. С. 28-34.
51. Zhdanok S.A., Shabunya S.I., Dobrego K.V. Report on Research and Development Services Agreement. Part 1 // CPT R&D Ent. Minsk: Heat and Mass Transfer Inst. 1996. P. 129-208.
52. Tien C.L. Thermal Radiation in Packed and Fluidized Beds // Heat Transfer. 1988. N 4. P. 1230-1247.
53. Горелик Г.Е., Левданский В.В., Лейцина В.Г., Павлюкевич Н.В. О поглощении излучения в слое высокопористого материала // ИФЖ. 1986. Т. 50, N 6. С. 999-1005; Дерягин Б.В., Банаков С.П. Теория течения газа в пористом теле в околонузденовской области. Псевдомолекулярный поток // Докл. АН СССР. 1957. Т. 115, N 2. С. 267-270.
54. Доброго К.В., Жданок С.А. Влияние прозрачности каркаса на параметры цилиндрического осесимметричного нагревателя фильтрационного горения // ИФЖ. 1998. Т. 71, N 1. С. 62-69.
55. Dobrego K.V., Zhdanok S.A., Futko S.I. Effect of porous media transparency on spherical and cylindrical filtration combustion heaters performance // Int. J. Heat Mass Transfer. 2000. Vol. 43. P. 3469-3480.
56. Dobrego K.V., Futko S.I., Zhdanok S.A. Influence of transparency of packed bed on main parameters of high temperature radiative burner // Modern problems of combustion and its applications // II Intern. School-seminar. Contributed papers. Minsk, 1997. P. 29-33.
57. Hottel H.C., Sarofim A.F., Dalzell W.H., Vasalos I.A. Optical properties of coatings: influence of pigment concentration // AIAA J. 1971. Vol. 9. P. 1895-1899.
58. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М., 1975.
59. Yamada Y., Cartigni J.D., Tien C.-L. Radiation transfer with collective scattering on particles // ASME J. Heat Transfer. 1986. Vol. 108. P. 614-620.
60. Brewster M.Q., Tien C.-L. Radiative transfer in packed fluidized beds: dependent versus independent scattering // ASME J. Heat Transfer. 1982. Vol. 104. P. 573-579.
61. Оцисик М.Н. Сложный теплообмен. М., 1976.
62. Chen I.C., Churchill S.W. Radiant heat transfer in packed beds // AIChE J. 1963. Vol. 9, N 1. P. 35-41.
63. Кржижановский Р.Е., Штерн З.Ю. Теплофизические свойства неметаллических материалов (окислы): Справочная книга. Л., 1973.
64. Балкевич В.П. Техническая керамика. М., 1984.

-
65. Физико-химические свойства окислов. Справочник / Под. ред. Г.В. Самсонова. М.: Металлургия, 1978.
 66. Адзериho К.С. Лекции по теории переноса лучистой энергии. Мн., 1975.
 67. Сесс Р.Д., Спэрроу Е.М. Теплообмен излучением. Л., 1971.
 68. Kruglov V.I., Dobrego K.V. Determination of inhomogeneous gas radiation by using exponential expansion of the intensity integral Pade'- approximant // JQSRT. 1991. Vol. 45, N 3. P. 165-180.
 69. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985.
 70. Verschoor J.D., Greeber P. Radiation heat transfer intensification in fiber tissue // Trans. ASME. 1952. Vol. 74. P. 961-968.
 71. Wang K.Y., Tien C.-L. Radiative Heat Transfer Through Opacified Fibers and Powders // JQSRT. 1983. Vol. 30. P. 213-223.
 72. Argo W.B., Smith J.M. Heat transfer in packed beds // Chemical Engineering Progress. 1953. Vol. 49. P. 443-451.
 73. Vortmeyer D. Radiation in packed solids // Proceedings of 6th Int. Heat Transfer Conf. Toronto. 1978. Vol. 6. P. 525-539.
 74. Shotte W. Thermal Conductivity of Packed Beds // AIChE J. 1960. Vol. 6. P. 63-67.
 75. Kasperek S.K. Experimental investigation of the radiative heat transfer in packed bed of spheres. PhD Dissertation. Stuttgart University. 1976.
 76. Maier R.S., Kroll D.M., Bernard R.S., Howington S.E., Peters J.F., Devis H.T. Pore-scale simulation of dispersion // Phys. Fluids. 2000. Vol. 12, N 8. P. 2065-2079.
 77. Koch D.L., Brady J.F. Dispersion in fixed beds // J. Fluid Mech., 1985. Vol. 154. P. 399-427.
 78. Levec J., Carbonell R.G. Longitudinal and lateral thermal dispersion in packed beds. Part 1: Theory // AIChE J. 1985. Vol. 31, N 4. P. 581-602.
 79. Amiri A.A., Vafai K. Analysis of dispersion effects and non-thermal equilibrium, non-Darcian, variable porosity incompressible flow through porous media // Int J. Heat Mass Transfer, 1994. Vol. 37, N 6. P. 939-954.
 80. Mozhaev A.P. Chaotic Homogeneous Porous Media. 2. Theory of Dispersion Turbulence: Basic Propositions // J. Eng. Physics & Thermophysics. 2002. Vol. 75, N 2. P. 371-380.
 81. Шашков А.Г., Бубнов В.А., Яновский С.Ю. Волновые явления теплопроводности: Системно-структурный подход. Мн., 1993.
 82. Доброго К.В., Жданок С.А. Инженерный расчет характеристик волны фильтрационного горения на основе двухтемпературной одномерной модели // ИФЖ. 1998. Т. 73, N 3. С. 424-432.
 83. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. М.: Мир, 1968.
 84. Бабкин В.С., Лаевский Ю.М. Фильтрационное горение газов // ФГВ. 1987. Т. 5. С. 27-44.
 85. Hanamura K., Echigo R., Zhdanok S. Superadiabatic combustion in a porous medium // Int J. Heat Mass Transfer, 1993. Vol. 36, N 13. P. 3201-3209.
 86. Гаврилюк В.В., Дмитренко Ю.М., Жданок С.А., Минкина В.Г., Шабуня С.И., Ядревская Н.Л., Якимович А.Д. Исследование процесса конверсии метана в водород в режиме одиночной волны фильтрационного горения // Тр. IV Минского Междунар. форума (Минск, 22-26 мая 2000). Мн.: АНК ИТМО НАНБ. 2000. Т. 4. С. 21-31.
 87. Химия горения / Под ред. У. Гардинера, мл. М.: Мир. 1988. 464 с.
 88. Ergun S. Fluid flow through packed columns // Chem. Eng. Progress. 1952. Vol. 48, N 2. P. 89-94.
 89. Fand R.M., Kim B.Y.K., Lam A.C.V., Phan R.T. Resistance to the flow of fluids through simple and complex porous media whose matrices are composed of randomly packed spheres // Tr. ASME J. of Fluid Eng. 1987. Vol. 109. P. 268-274.
 90. Потытняков С.И., Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. Влияние тепловых потерь на распространение стационарных волн при фильтрационном горении газов // ФГВ. 1984. N 1. С. 19-26.
 91. Martynenko V.V., Shabunya S.I. Two-temperature model of filtration combustion. 2D approach // 27th Symp. (Int.) on Combustion: Abst. Work-in-Progress Posters. Pittsburgh, PA. The Combustion Institute. 1998. P. 408.
 92. Konnov A.A. Detailed reaction mechanism for small hydrocarbons combustion. <http://homepages.vub.ac.be/~akonnov/>.
 93. Футько С.И. Химическая структура волн фильтрационного горения газов в инертных пористых средах Ч.2 Ультраобогащенные метановоздушные составы. Мн., 2002 (Препринт / АНК ИТМО НАНБ, N 2).

94. Migoun A.N., Chernukho A.P., Zhdanok S.A. Combustion of Methane-Air Mixture in packed bed. Steady wave approximation // Proc. of IV Int. school-seminar Modern problems of combustion and its applications (Minsk, Sept. 2-7, 2001). Minsk: HMTI. 2001. P. 23.
95. Футько С.И., Доброго К.В., Жданок С.А., Ханевич Э.И. Локализация фронта горения в фильтрационном нагревателе дискового типа в условиях интенсивной внешней теплоотдачи // ФГВ. 2000. Т. 36, N 3. С. 17-24.
96. Kennedy L.A., Fridman A.A., Saveliev A.V. Superadiabatic Combustion in Porous Media: Wave Propagation, Instabilities, New type of Chemical Reactor // J. Fluid Mech. Research. 1996. Vol. 22, N 2. P. 1-26.
97. Минаев С.С., Потытняков С.И., Бабкин В.А. О неустойчивости фронта пламени при фильтрационном горении газов // ФГВ. 1994. N 1. С. 49-54.
98. Какуткина Н.А., Бабкин В.С. Характеристики стационарных сферических волн горения газа в инертных пористых средах // ФГВ. 1998. Т. 34, N 2. С. 9-19.
99. Ландау Л.Д. К теории медленного горения // ЖЭТФ. 1944. Т. 14, N 6. С. 240-244.
100. Zhdanok S.A., Shabunia S.I., Dobrego K.V. Report on research and development services agreement dated January 1, 1996; Part 1. Research and Development Enterprise Chemical Physics Technologies. Minsk, 1996.
101. Orr W. McF. The stability or instability of the steady motions of a liquid // Proc. Roy. Irish Acad. 1907. A27. P. 9-138.
102. Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М., 1971. 350 с.
103. Conrad P.W., Criminale W.O. The stability of time-dependent laminar flow // J. Angew. Math. Phys. 1965. Vol. 16. P. 233-254.
104. Neitzel G.P., Smith M.K., Bolander M.J. Thermal instability with radiation by the method of energy // Int. J. Heat Mass Transfer. 1994. Vol. 37, N 18. P. 2909-2915.
105. Доброго К.В., Жданок С.А. Термогидродинамическая неустойчивость при фильтрационном горении газов. Мн., 1998 (Препринт / АНК ИТМО НАНБ, № 6).
106. Доброго К.В., Жданок С.А. Метод конкуренции потоков в анализе термогидродинамической неустойчивости фильтрационного горения // Тепло- и массообмен -98/99. Мн.: АНК ИТМО НАНБ, 1999. С. 116-121.
107. Доброго К.В., Жданок С.А., Крауклис А.В., Ханевич Э.И., Заруба А.И. Исследование устойчивости фильтрационного горения в цилиндрическом радиационном нагревателе с пористым рабочим телом // ИФЖ. 1999. Т. 72, N 4. С. 627-623.
108. Dobrego K.V., Bubnovich V.I., Rosas S.M., Zhdanok S.A. Analisis de la inestabilidad termica e hidrodinamica del frente de combustion del gas en medios porosos // IV CONGRESO IBEROAMERICANO DCE INGENIERIA MECANICA (Santiago, Nov. 23 -26, 1999). Santiago, Chile.
109. Dobrego K.V., Zaruba A.I., Bubnovich V.I. Investigation of gas filtration combustion inclination instability // Proc. of the 5th Int. School-seminar "Nonequilibrium processes and their applications" (Minsk, Sept. 1-6, 2000). Minsk. P. 109-113.
110. Доброго К.В., Жданок С.А. К теории термогидродинамической неустойчивости фронта фильтрационного горения газа // ФГВ. 1999. Т. 35, N 5. С. 14-20.
111. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1986. 544 с.
112. Markstein G.H. Experimental and theoretical studies of flame-front stability // J. Aeronaut. Sci. 1951. Vol. 18, N 3. P. 199-209.
113. Dobrego K.V., Kozlov I.M., Zhdanok S.A., Gnezdilov N.N. Modeling of diffusion filtration combustion radiative burner // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2001. Vol. 44. P. 3265-3272.
114. Шабуня С.И., Мартыненко В.В. Двумерное моделирование фильтрационного горения в пористых засыпках в однотемпературном приближении // ИФЖ. 1998. Т. 71, N 6. С. 963-970
115. Zhdanok S.A., Dobrego K.V., Futko S.I. Flame Localization inside Axis-symmetric Cylindrical and Spherical Porous Media Burners // Int. J. Heat Mass Transfer. 1998. Vol. 41. P. 3647-3655.
116. Арутюнов В.С., Крылов О.В. Окислительные превращения метана. М.: Наука, 1998. 362 с.
117. Доброго К.В., Жданок С.А., Крауклис А.В. Переход от режима низких скоростей к режиму высоких скоростей фильтрационного горения газов при повышении давления // ИФЖ. 1999. Т. 72, N 3. С. 440-449.
118. Доброго К.В., Чорный А.Д. Об аналогии между фильтрационным и турбулентным горением газов // ИФЖ. 2001. Т. 74, N 3. С. 34-40.
119. Fateev G.A., Rabinovich O.S., Silenkov M.A. Oscillatory combustion of a gas mixture blown through a porous medium or a narrow tube // 27th Symp. (Int.) on Combustion. Pittsburgh, PA: The Combustion Institute. 1998. P. 3147-3153.

-
120. Лаевский Ю.М., Бабкин В.С., Дробышев В.И., Потытняков С.И. К теории фильтрационного горения газов. // ФГВ. 1984. Т. 20, N 6. С. 3-13.
121. Gulder O.L. Turbulent premixed flame propagation models for different combustion regimes // Proc. of 23rd Symp. (Int.) on Combustion. Pittsburgh, PA: The Combustion Institute. 1990. P. 743-750.
122. Abdel-Gayed R.G., Bradley D. Dependence of turbulent burning velocity on turbulent Reynolds number and ratio of laminar burning velocity to R.M.S. turbulent velocity // Proc. of 16th Symp. (Int.) on Combustion. Pittsburgh, PA: The Combustion Institute. 1977. P. 1725-1731.
123. Golduin F.C. An application of Fractals to Modeling Premixed Turbulent Flames // Combust. Flame, 1987. Vol. 68. P. 249-266.
124. Жданок С.А., Мартыненко В.В., Шабуня С.И. Получение сверхадиабатических температур при сжигании газообразного топлива в системе двух пористых пластин при периодическом изменении направления прокачки // ИФЖ. 1993. Т. 64, N 5. С. 569-576.
125. Розловский А.И. Основы техники взрывобезопасности при работе с горючими газами и парами. М.: Химия 1980.
126. Климов А.М. Ламинарное пламя в турбулентном потоке // ПИМТФ. 1963. N 3. С. 49-58.
127. Zukoski E.E., Marble F.E. Combustion Researches and Reviews, 1955 (AGARD), London, 1955.
128. Богомолов А.И., Вигдорик Д.Я., Маевский М.А. Газовые грелки инфракрасного излучения и их применение. М.: Строительство, 1967. 254 с.
129. Borghi R. Turbulent combustion modeling // Prog. Energy Comb. Sci. 1988. Vol. 14. P. 245-292.
130. Коржавин А.А., Бунев В.А., Абдуллин Р.Х., Бабкин В.С. О зоне пламени при горении газа в инертной пористой среде // ФГВ. 1982. N 6. С. 20-23.
131. Damköhler G. Der Einfluss der Turbulenz auf die Flammgeschwindigkeit in Gasgemischen // Z. Elektrochem. 1940. Vol. 46. P. 601-626.
132. Liew S.K., Bray K.N.C., Moss J.B. // Combust. Sci. Technol. 1981. Vol. 27. P. 69-73.
133. Ashurst W.T. Modelling turbulent flame propagation // Proc. 25th Symp. (Int.) on Combustion. Pittsburgh, PA: The Combustion Institute. 1995. P. 1075-1089.
134. Pope S.B. Computations of turbulent combustion: Progress and Challenges // Proc. 23rd Symp. (Int.) Combustion. Pittsburgh, PA: The Combustion Institute, 1990. P. 591-612.
135. Libby P.A., Williams F.A. Turbulent reacting flows. New York, 1994.
136. Korzhavin A.A., Bunev V.A., Babkin V.S. Dynamics of Gaseous Combustion in Closed Systems with an Inert Porous Medium, Comb. Flame // Combust. Flame. 1997. Vol. 109. P. 507-520.
137. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука 1982.
138. Burke P.S., Schumann T.E.W. Diffusion flames // Ind. Eng. Chem. 1928. Vol. 20, N 10. P. 998-1004.
139. Доброго К.В., Козлов И.М., Гнездилов Н.Н. Моделирование тепломассообмена в радиационном нагревателе на основе диффузионного фильтрационного горения // Тр. 13-й школы-семинара молодых ученых и специалистов под рук. акад. А.И. Леонтьева (20-25 мая 2001). С.-Пб. М.: МЭИ, 2001.
140. Bubnovich V.I., Rosas S.M., Dobrego K.V., Foutko S.I. Localización de la onda de combustión en un calentador poroso en forma de disco acompañada por el intercambio intensivo de calor con el entorno // IV Congreso Iberoamericano de ingeniería mecánica (Noviembre 23-26, 1999). Santiago, Chile.
141. Futko S.I., Dobrego K.V., Zhdanok S.A., Khanevich E.I. Flame front localization in disk-type filtration burner under intense heat losses conditions // Abstracts of poster presentations. Mediterranean combustion symposium (June 20-25, 1999). Antalia, Turkey. P. 26.
142. Zhdanok S.A., Kennedy L.A., Koester G. Superadiabatic Combustion of Methane Air Mixtures under Filtration in a Packed Bed // Comb. Flame. 1995. Vol. 100. P. 221-231.