TABLES OF INTEGRAL TRANSFORMS

Volume I

BASED, IN PART, ON NOTES LEFT BY
HARRY BATEMAN

AND COMPILED BY THE
STAFF OF THE BATEMAN MANUSCRIPT PROJECT
DIRECTOR ARTHUR ERDÉLYI

NEW YORK TORONTO LONDON
MCGRAW-HILL BOOK COMPANY, INC.
1954

СПРАВОЧНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА

Г. БЕЙТМЕН и А. ЭРДЕЙИ
при участии
В. МАГНУСА, Ф. ОБЕРХЕТТИНГЕРА, Ф. ТРИКОМИ

ТАБЛИЦЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

ТОМ I

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ, ЛАПЛАСА, МЕЛЛИНА

Перевод с английского
Н. Я. ВИЛЕНКИНА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1969

517.2 (083)
Б 41
УДК 517.5 (083)

АННОТАЦИЯ

Настоящая книга представляет собой перевод первого тома вышедших в США «Таблиц интегральных преобразований», непосредственно примыкающих к ранее опубликованному справочнику «Высшие трансцендентные функции». Этот том содержит таблицы для преобразований Фурье, Лапласа и Меллина. По полноте охвата материала издание уникально.

Книга явится настольной для физиков теоретиков и экспериментаторов, инженеров-исследователей, математиков-прикладников и др.

ШТАБ ПО ОСУЩЕСТВЛЕНИЮ ПРОЕКТА БЕЙТМЕНА

Директор
АРТУР ЭРДЕЙИ

Руководство штаба:
ВИЛЬГЕЛЬМ МАГНУС, ФРИЦ ОБЕРХЕТТИНГЕР,
ФРАНЦИСКО Г. ТРИКОМИ

Ассистенты:
Д. Бертин, Д. Л. Томсон,
В. Б. Фалкс, Мария А. Вебер,
А. Р. Харви, Е. Л. Уитней

Варитипистка
Розмари Стемпфел

2-2-5
140-68

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава III

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Глава IV

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Глава V

ОБРАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

Глава VI

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

Глава VII

ОБРАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

ПРИЛОЖЕНИЕ

Этот труд посвящен памяти
ГАРРИ БЕЙТМЕНА,
создавшего столь грандиозный проект и продвинувшего свой замысел столь далеко по пути к завершению

ОТ ПЕРЕВОДЧИКА

Одним из наиболее мощных средств решения дифференциальных уравнений, как обыкновенных, так, особенно, в частных производных, является метод интегральных преобразований. Преобразования Фурье, Лапласа, Ганкеля и другие применяются для решения задач теории упругости, теплопроводности, электродинамики и других разделов математической физики. Однако практическое применение метода интегральных преобразований приводит обычно к довольно сложным интегралам, вычисление которых представляет затруднения не только для инженера или физика, но и для математика-специалиста. Чтобы избежать этих трудностей, широко пользуются различными таблицами, содержащими формулы как для прямых, так и для обратных интегральных преобразований.

Предлагаемые вниманию читателя таблицы интегральных преобразований являются одними из самых полных в мировой математической литературе. Они охватывают самые разнообразные виды интегральных преобразований, причем содержащийся в них громадный материал расположен в весьма удобном для использования порядке.

Эта книга непосредственно примыкает к ранее вышедшему трехтомному руководству «Высшие трансцендентные функции».

Этот том таблиц содержит формулы для преобразований Фурье, Лапласа и Меллина. В следующем томе будут даны таблицы для преобразований Ганкеля, Конторовича—Лебедева, Гильберта и др., а также формулы для некоторых определенных интегралов.

Н. Виленкин

ВВЕДЕНИЕ

Эта книга является первым из двух томов, которые были задуманы как дополнение и продолжение монографии «Высшие трансцендентные функции». Первый том этой работы содержит общее введение, в котором изложены история и цели так называемого «проекта Бейтмена».

Значительную часть громадного материала, собранного покойным профессором Гарри Бейтменом, составляют определенные интегралы. Организация и изложение этого материала является весьма сложной задачей, которой Бейтмен уделял много внимания. Совершенно ясно, что порядок, принятый в кратких таблицах интегралов, непригоден для собрания, почти втрое превосходящего по своим размерам известные таблицы Биренс де Хаана. То обстоятельство, что многие из этих интегралов содержат высшие трансцендентные функции, множество которых почти необозримо, а для некоторых из которых до сих пор нет общепринятых обозначений, не могло, разумеется, облегчить эту задачу. По-видимому, Бейтмен предполагал разбить свои таблицы интегралов на несколько более или менее замкнутых в себе частей, классифицируя интегралы по областям их применения. Им было подготовлено собрание интегралов, встречающихся в теории потенциалов с осевой симметрией, за которым должны были последовать аналогичные собрания. Очевидно, что такой принцип классификации мог повести к значительным повторениям, но был бы очень удобен для применений.

При подготовке нашего труда об определенных интегралах мы оказались в выгодном положении, так как смогли значительно сузить поставленные перед собой цели. За последние годы вышло много превосходных таблиц определенных интегралов от элементарных функций (отметим, например, таблицы В. Мейер цур Каппелена, а также В. Гробнера и Н. Гофрейтера). Мы знали также, благодаря любезности авторов, что заканчивается подготовка руководства по эллиптическим интегралам П. Ф. Берда и М. Д. Фридмана (в настоящее время это руководство уже вышло в свет). Надеясь, что наше руководство будет применяться вместе с другими существующими в настоящее время таблицами, мы смогли сосредоточить свое внимание на интегралах, содержащих высшие трансцендентные функции. Мы не даем двойных интегралов, а также контурных интегралов, за исключением интегралов, встречающихся в обратных преобразованиях.

Мы использовали идею Бейтмена разбить таблицы интегралов на несколько более или менее независимых друг от друга частей; однако принцип разбиения был изменен. Мы пришли к выводу, что большая часть материала может быть представлена в виде таблиц интегральных преобразований. Соответственно с этим весь первый том, равно как и первая половина второго тома, содержит таблицы интегральных преобразований; те из интегралов, которые нельзя рассматривать как относящиеся к интегральным преобразованиям, собраны во второй половине тома II. Мы надеемся, что такое расположение материала окажется полезным. Интегральные преобразования имеют весьма широкое поле приложений, причем возможность их использования существенно зависит от наличия таблиц таких преобразований. Преобразования Лапласа являются почти единственным примером преобразований, для которых сейчас существуют вполне удовлетворительные таблицы. Для преобразований Фурье есть превосходное собрание интегралов, но оно было составлено в 1931 году, и ни одно издание не содержало дополнительного материала. Для преобразований Ганкеля и Меллина, равно как и для других интегральных преобразований, мы не знаем достаточно обширных таблиц. В добавление к таблицам хорошо известных преобразований мы даем таблицы интегральных преобразований, ядрами которых являются функции Бесселя второго рода, модифицированные функции Бесселя, функции Струве и подобные им функции. Эти таблицы приведены отчасти потому, что некоторые из этих преобразований полезны при решении некоторых краевых задач и интегральных уравнений, а отчасти потому, что они позволяют дать удобную классификацию интегралов.

Запись интегралов в виде интегральных преобразований позволяет обойти одну из самых значительных трудностей в составлении таблиц интегралов. Замена переменной интегрирования позволяет записать каждый определенный интеграл разными способами. Поэтому, если мы встречаемся с таким интегралом, то неясно, где его искать: он может встретиться и как интеграл от алгебраической функции, и как тригонометрический интеграл, и как несобственный интеграл, содержащий показательную функцию. В интегральных преобразованиях переменная интегрирования обычно стандартизирована с точностью до постоянного множителя (или, как в случае преобразования Меллина, с точностью до постоянного показателя). Это преимущество, к сожалению, в значительной степени зачеркивается тем обстоятельством, что такие интегралы, как

$$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax} J_\nu(bx)\,dx,$$

можно поместить и в таблицах преобразования Лапласа, и в таблицах преобразования Меллина, и в таблицах преобразования Ганкеля. Мы попытались преодолеть это затруднение, повторяя многие из наших интегралов (в частности, большую часть основных интегралов) в разных разделах книги.

Как и в книге «Высшие трансцендентные функции», мы лишь ограниченно использовали материалы Бейтмена, добавив к ним практически все доступные нам таблицы интегралов, взятые из периодической литературы и учебников, и вычисляя некоторые интегралы, которые мы не нашли в литературе. Большая работа по подготовке этих таблиц была проделана нашими ассистентами, имена которых приведены на стр. 4. Профессор Оберхеттингер собрал многие из интегралов, которые приведены во второй половине тома II этих таблиц, и он продолжал эту работу после того, как присоединился к штабу Американского университета.

Перепечатка получившегося конгломерата сложных формул представляла весьма серьезные трудности, и мы были очень счастливы сотрудничеству мисс Стемпфел, позволившему их преодолеть.

Организация и использование таблиц

Большая часть интегралов, приведенных в этой книге, расположена в виде таблиц интегральных преобразований. Данный том содержит преобразования Фурье, Лапласа и Меллина, а также обратные им преобразования. Другие преобразования даны во втором томе, который также содержит в главе «Интегралы от высших трансцендентных функций» некоторые интегралы, не встречающиеся в таблицах интегральных преобразований. Сами таблицы интегральных преобразований содержат также и интегралы, для которых подынтегральными функциями являются элементарные.

Для каждого интегрального преобразования мы применяем стандартную форму. Список стандартных форм для преобразований Фурье, Лапласа и Меллина приведен на стр. 13. Соответствующие списки будут приведены и во втором томе. Для того чтобы найти значение какого-нибудь определенного интеграла, надо привести его к одной из этих стандартных форм, после чего найти в соответствующей таблице. Во многих случаях интеграл можно привести к стандартной форме различными способами. В случае, когда эти интегралы достаточно важны или имеют простой вид, мы давали результат в нескольких (а иногда и во всех) таблицах. Если же интеграл весьма сложен или редко применяется, то он приводится лишь в первой из таблиц, к которой он относится. Например, если данный интеграл можно записать и как преобразование Фурье, и как преобразование Лапласа, то его можно найти либо в обеих таблицах, либо только в таблицах преобразования Фурье. Исключение делалось для тех случаев, когда интеграл было «естественнее» записать в виде преобразования Лапласа. В этих случаях он дается в таблицах преобразований Лапласа.

Некоторые интегралы, содержащие высшие трансцендентные функции и не попавшие ни в одну из таблиц интегральных преобразований, содержатся во второй половине тома II. Там есть не только те интегралы, которые нельзя представить в виде некоторого интегрального преобразования, но и интегралы, которые мы по тем или иным причинам не включили в таблицы соответствующего интегрального преобразования.

Из приведенных в этих таблицах интегралов можно теми или иными способами получить много других интегралов. Одним из наиболее плодотворных методов является специализация значений параметров. Например, придавая специальные значения параметрам в интеграле, содержащем вырожденные гипергеометрические функции, можно получить интегралы, содержащие функции Бесселя, многочлены Лагерра, функции параболического цилиндра и многие другие функции. Мы надеемся приложить ко второму тому этих таблиц обширный список специальных случаев высших трансцендентных функций. С другой стороны, можно пользоваться книгой «Высшие трансцендентные функции» или какой-нибудь другой книгой по теории специальных функций. Отметим, в частности, что введенная Мейером G-функция содержит как частные случаи все функции гипергеометрического типа. Мы даем много интегралов, содержащих эту функцию, а на стр. 325 приводим список ее частных случаев (по большей части выражающихся через функции Бесселя и родственные им функции и через вырожденную гипергеометрическую функцию).

Другими приемами вывода новых интегралов из приведенных здесь являются: дифференцирование или интегрирование по параметру, входящему в подынтегральную функцию, интегрирование по частям, подстановка интегрального представления для той или иной входящей в интеграл функции и, в случае интегральных преобразований, применение формулы обращения. Для некоторых интегральных преобразований существуют иные приемы получения новых формул, перечисленные обычно в кратком введении к таблицам этих преобразований и в приведенных для них «общих формулах».

Для каждой формулы указываются условия ее применимости. Обычно они не являются самыми общими. В частности, при некоторых специальных значениях тех или иных параметров, входящих в интеграл, либо при некоторых иных дополнительных условиях область сходимости интегралов значительно шире, чем указанная в таблицах. Далее, в случае преобразований Фурье и Ганкеля мы считаем переменную y вещественной, хотя многие из интегралов сходятся и при некоторых комплексных значениях этой переменной. Вообще говоря, мы надеемся, что читатель, применяющий эти таблицы, достаточно знаком с теорией функций, чтобы быть в состоянии самостоятельно определить в каждом случае область сходимости соответствующего интеграла.

Каждому преобразованию посвящена особая глава. В начале каждой страницы приводится стандартная форма соответствующего преобразования, а результаты представлены в форме соответствия двух функций. В каждой главе сначала дается список общих формул, имеющих место для данного преобразования (обычно без указания условий их справедливости), после чего пары соответствующих друг другу функций располагаются в порядке, соответствующем функциям из левого столбца. Сначала идут элементарные функции в следующем порядке: рациональные функции, алгебраические функции, функции, содержащие степени с любым (не обязательно рациональным) показателем, показательные функции, логарифмы, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, гиперболические и обратные гиперболические функции. Высшие трансцендентные функции приведены в следующем порядке: ортогональные многочлены, гамма-функция и родственные ей функции, функции Лежандра, функции Бесселя и родственные им функции, функции параболического цилиндра, гипергеометрические функции и их обобщения, эллиптические функции и различные другие функции. Каждая глава разбита на соответствующее число пунктов, причем как число этих пунктов, так и их группировка меняются от главы к главе. Сложные функции классифицируются по «высшей» входящей в них функции. Например, функция $\ln(e^x - 1)$ находится в пункте, относящемся к логарифмам. В некоторых случаях возникает неопределенность. Например, функцию

$$\left(\frac{x+ia}{x-ia}\right)^{\lambda} + \left(\frac{x-ia}{x+ia}\right)^{\lambda} = 2\cos\left[2\lambda \operatorname{arctg}\frac{a}{x}\right]$$

в зависимости от способа ее записи можно отнести либо к степеням с произвольным показателем, либо к обратным тригонометрическим функциям. Так как мы не смогли придумать вполне систематическое и абсолютно надежное упорядочение материала, пришлось отказаться от того, чтобы быть до конца систематичными. Мы надеемся, что читатель сам сумеет найти путь в лабиринте формул.

Применяемые здесь обозначения для специальных функций, как правило, те же самые, что и в книге «Высшие трансцендентные функции», хотя и встречаются небольшие отклонения. Наиболее важными являются расхождения в обозначениях для интегралов вероятностей, многочленов Эрмита и вырожденных гипергеометрических функций. Полный список обозначений, использованных в этом томе, приведен на стр. 319 и в указателе обозначений в конце книги.

В случае более громоздких результатов мы избегали повторений, используя перекрестные ссылки на другие разделы таблиц. При этом, например, ссылка на 3.2 (5) обозначает ссылку на формулу (5) из п. 3.2. Иногда, если результат казался нам слишком громоздким, мы ограничивались указанием книги или статьи, где его можно найти. Точно так же мы иногда указывали источники, где можно найти дополнительные интегралы, не вошедшие в наши таблицы. Если не считать перекрестных ссылок, каждую главу книги можно использовать независимо от других, хотя в случаях преобразований Фурье, синус-преобразований, косинус-преобразований и экспоненциальных преобразований, а также в случаях преобразований Меллина и Лапласа таблицы прямых и обратных преобразований в некотором смысле дополняют друг друга. Можно использовать также различные связи между протабулированными здесь преобразованиями, причем эти связи особо указаны в кратких сведениях, предпосланных каждой таблице преобразований.

А. Эрдейи

СТАНДАРТНЫЕ ФОРМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Косинус-преобразование Фурье

$$\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx.$$

Синус-преобразование Фурье

$$\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx.$$

Экспоненциальное преобразование Фурье

$$\int_{-\infty}^\infty f(x)\,e^{-ixy}\,dx.$$

Преобразование Лапласа

$$\int_0^\infty f(t)\,e^{-pt}\,dt.$$

Обратное преобразование Лапласа

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} g(p)\,e^{pt}\,dp.$$

Преобразование Меллина

$$\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx.$$

Обратное преобразование Меллина

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} g(s)\,x^{-s}\,ds.$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Мы будем различать следующие виды преобразований Фурье:
Косинус-преобразование Фурье

$$\mathfrak{F}_c\{f(x);\ y\} = \int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx.$$

Синус-преобразование Фурье

$$\mathfrak{F}_s\{f(x);\ y\} = \int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx.$$

Экспоненциальные (или комплексные) преобразования Фурье

$$\mathfrak{F}_e\{f(x);\ y\} = \int_{-\infty}^\infty f(x)\,e^{-ixy}\,dx.$$

В первых двух видах переменная y предполагается положительной, а в третьем y — вещественное число. Из соображений удобства мы опустили в определении первых двух преобразований множитель $\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}$, а в определении третьего преобразования множитель $(2\pi)^{-1/2}$. Правда, это приводит к несимметричности общих формул (в частности, формулы обращения), но значительно упрощает вид многих пар двойственных функций.

Основные труды, посвященные теории и приложениям преобразования Фурье, указаны на стр. 335. Наиболее обширные опубликованные до сих пор таблицы преобразований Фурье принадлежат Кемпбеллу и Фостеру. Преобразование Фурье тесно связано с преобразованиями Лапласа и Меллина, и поэтому могут быть полезными ссылки, сделанные относительно этих преобразований. Кроме того, много материала о преобразовании Фурье содержится в указанных учебниках и статьях.

Из приведенных в главах I—III пар двойственных функций могут быть получены многие новые пары функций путем применения общих формул (правил), указанных в пп. 1.1, 2.1, 3.1, или путем применения некоторых из методов, указанных во введении к этому тому. Кроме того, различные виды преобразований Фурье связаны друг с другом и с преобразованиями Лапласа, Меллина и Ганкеля указанными ниже формулами. Эта связь может быть использована для того, чтобы вычислять дальнейшие преобразования Фурье путем комбинирования приведенных здесь формул или с помощью таблиц преобразований Лапласа, Меллина и Ганкеля, данных в главах IV, VI и VII.

$$\mathfrak{F}_c\{f(x);\ y\} = \int_0^\infty f(x)\,dx - y\mathfrak{F}_s\left\{\int_x^\infty f(t)\,dt;\ y\right\}$$

$$= {}^1/_2\mathfrak{F}_e\{f(|x|);\ y\},$$

$$= {}^1/_2\mathfrak{L}\{f(x);\ iy\} + {}^1/_2\mathfrak{L}\{f(x);\ -iy\},$$

$$= {}^1/_2\mathfrak{M}\{f(|\ln x|);\ iy\},$$

$$= ({}^1/_2\pi)^{1/2}\mathfrak{H}_{-1/2}\{f(x);\ y\};$$

$$\mathfrak{F}_s\{f(x);\ y\} = y\mathfrak{F}_c\left\{\int_x^\infty f(t)\,dt;\ y\right\},$$

$$= {}^1/_2 i\mathfrak{F}_e\{\operatorname{sgn} x\, f(|x|);\ y\},$$

$$= {}^1/_2 i\mathfrak{L}\{f(x);\ iy\} - {}^1/_2 i\mathfrak{L}\{f(x);\ -iy\},$$

$$= {}^1/_2 i\mathfrak{M}\{\operatorname{sgn}(\ln x)\, f(|\ln x|);\ -iy\},$$

$$= ({}^1/_2\pi)^{1/2}\mathfrak{H}_{1/2}\{f(x);\ y\};$$

$$\mathfrak{F}_e\{f(x);\ y\} = \mathfrak{F}_c\{f(x) + f(-x);\ y\} - i\mathfrak{F}_s\{f(x) - f(-x);\ y\},$$

$$= \mathfrak{L}\{f(x);\ iy\} + \mathfrak{L}\{f(-x);\ -iy\},$$

$$= \mathfrak{M}\{f(\ln x);\ -iy\}.$$

ГЛАВА I

КОСИНУС-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

1.1. Общие формулы

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(1)	$g(x)$	$2^{-1}\pi f(y)$
(2)	$f(ax), \qquad a>0$	$a^{-1}g(a^{-1}y)$
(3)	$f(ax)\cos(bx), \qquad a,\ b>0$	$\frac{1}{2a}\left[g\left(\frac{y+b}{a}\right)+g\left(\frac{y-b}{a}\right)\right]$
(4)	$f(ax)\sin(bx), \qquad a,\ b>0$	$\frac{1}{2a}\int\limits_0^\infty f(x)\sin\left(\frac{y+b}{a}x\right)dx-$ $-\frac{1}{2a}\int\limits_0^\infty f(x)\sin\left(\frac{y-b}{a}x\right)dx$
(5)	$x^{2n}f(x)$	$(-1)^n\frac{d^{2n}g(y)}{dy^{2n}}$
(6)	$x^{2n+1}f(x)$	$(-1)^n\frac{d^{2n+1}}{dy^{2n+1}}\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx$

1.2. Алгебраические функции

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(1)	$1,\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$	$y^{-1}\sin(ay)$
(2)	$x,\quad 0<x<1$ $2-x,\quad 1<x<2$ $0,\quad 2<x<\infty$	$y^{-2}(2\cos y-1-\cos 2y)$
(3)	$0,\quad 0<x<a$ $1/x,\quad a<x<\infty$	$-\mathrm{Ci}(ay)$
(4)	$x^{-1/2}$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}$
(5)	$x^{-1/2},\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$	$(2\pi)^{1/2}y^{-1/2}C(y)$
(6)	$0,\quad 0<x<1$ $x^{-1/2},\quad 1<x<\infty$	$(2\pi)^{1/2}y^{-1/2}[{}^1/_2-C(y)]$
(7)	$(\alpha+x)^{-1},\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$-\mathrm{si}(\alpha y)\sin(\alpha y)-$ $-\mathrm{Ci}(\alpha y)\cos(\alpha y)$
(8)	$(a-x)^{-1},\quad a>0$	$\cos(ay)\,\mathrm{Ci}(ay)+$ $+\sin(ay)[\pi/2+\mathrm{Si}(ay)]$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(9)	$(x+\alpha)^{-1/2},\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}[\cos(\alpha y)+$ $+\sin(\alpha y)-2C(\alpha y)\cos(\alpha y)-$ $-2S(\alpha y)\sin(\alpha y)]$
(10)	$0,\quad 0<x<a$ $(x-a)^{-1/2},\quad a<x<\infty$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}[\cos(ay)-\sin(ay)]$
(11)	$(x^2+\alpha^2)^{-1},\quad \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}e^{-\alpha y}$
(12)	$x(x^2+a^2)^{-1},\quad a>0$	$2^{-1}[e^{-ay}\,\overline{\mathrm{Ei}}(ay)+$ $+e^{ay}\,\mathrm{Ei}(-ay)]$
(13)	$\dfrac{\beta}{\beta^2+(\alpha-x)^2}+\dfrac{\beta}{\beta^2+(\alpha+x)^2},$ $\lvert\mathrm{Im}\,\alpha\rvert<\mathrm{Re}\,\beta$	$\pi\cos(\alpha y)\,e^{-\beta y}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(14)	$\frac{\alpha+x}{\beta^2+(\alpha+x)^2}+\frac{\alpha-x}{\beta^2+(\alpha-x)^2}$, $\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$\pi e^{-\beta y}\sin(\alpha y)$
(15)	$(a^2-x^2)^{-1}$, $a>0$	$2^{-1}\pi a^{-1}\sin(ay)$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(16)	$x(a^2-x^2)^{-1}$, $a>0$	$\cos(ay)\operatorname{Ci}(ay)+\sin(ay)\operatorname{Si}(ay)$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(17)	$(x^2+\alpha^2)^{-1/2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$K_0(\alpha y)$
(18)	$[(\alpha^2+x^2)(\beta^2+x^2)]^{-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\pi(\beta^{-1}e^{-\beta y}-\alpha^{-1}e^{-\alpha y})\times$ $\times(\alpha^2-\beta^2)^{-1}$
(19)	$(x^4+\alpha^4)^{-1}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$2^{-1}\pi\alpha^{-3}\exp(-2^{-1/2}\alpha y)\times$ $\times\sin(\pi/4+2^{-1/2}\alpha y)$
(20)	$[x^4+2a^2x^2\cos(2\theta)+a^4]^{-1}$, $a>0$, $-\pi/2<\theta<\pi/2$	$\frac{\pi\sin(\theta+ay\sin\theta)}{2a^3e^{ay\cos\theta}\sin 2\theta}$
(21)	$x^2[x^4+2a^2x^2\cos(2\theta)+a^4]^{-1}$, $a>0$, $-\pi/2<\theta<\pi/2$	$\frac{\pi\sin(\theta-ay\sin\theta)}{2ae^{ay\cos\theta}\sin 2\theta}$
(22)	$x^{-1/2}(x^2+a^2)^{-1/2}$, $a>0$	$(2^{-1}\pi y)^{1/2}\times$ $\times I_{-1/4}(2^{-1}ay)K_{1/4}(2^{-1}ay)$
(23)	$x^{-1/2}(a^2-x^2)^{-1/2}$, $0<x<a$; 0, $a<x<\infty$	$2^{-3/2}\pi^{3/2}y^{1/2}\left[J_{-1/4}(2^{-1}ay)\right]^2$
(24)	0, $0<x<a$; $x^{-1/2}(x^2-a^2)^{-1/2}$, $a<x<\infty$	$-2^{-3/2}\pi^{3/2}y^{1/2}J_{-1/4}(2^{-1}ay)\times$ $\times Y_{-1/4}(2^{-1}ay)$
(25)	$(\alpha^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times[(\alpha^2+x^2)^{1/2}+\alpha]^{1/2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(2y/\pi)^{-1/2}e^{-\alpha y}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(26)	$\frac{x^{1/2}}{R_1R_2}\left(\frac{R_2+R_1}{R_2-R_1}\right)^{1/2}$, $R_1=[a^2+(b-x)^2]^{1/2}$ $R_2=[a^2+(b+x)^2]^{1/2}$ $a>0$	$b^{-1/2}K_0(ay)\cos(by)$
(27)	$x^{-1/2}(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times[x+(x^2+\alpha^2)^{1/2}]^{-3/2}$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\alpha^{-2}\operatorname{sh}(2^{-1}\alpha y)K_1(2^{-1}\alpha y)$
(28)	$x^{2m}(x^2+z)^{-n-1}$, $n+1>m\geqslant 0,\quad \lvert\arg z\rvert<\pi$	$(-1)^{m+n}2^{-1}\pi(n!)^{-1}\times$ $\times\frac{d^n}{dz^n}\left(z^{m-1/2}e^{-yz^{1/2}}\right)$
(29)	$\frac{x^{m-1}}{x^{2n}+a^{2n}}$, $2n+1>m>0$	0 при m четном; $\frac{\pi}{2na^{2n-m}}\times$ $\times\sum_{k=1}^{n}\exp\left[-ay\sin\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right]\times$ $\times\sin\left[\frac{(2k-1)m\pi}{2n}+ay\cos\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right]$ при m нечетном

1.3. Степени с любым показателем

(1)	$x^{-\nu}$, $0<\operatorname{Re}\nu<1$	$\frac{\pi y^{\nu-1}}{2\Gamma(\nu)\cos(2^{-1}\nu\pi)}$
(2)	$x^{\nu-1}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$; $\operatorname{Re}\nu>0$	$(2\nu)^{-1}[{}_1F_1(\nu;\ \nu+1;\ iy)+$ $+{}_1F_1(\nu;\ \nu+1;\ -iy)]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(3)	$(1-x)^\nu,\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}iy^{-\nu-1}[e^{-i(2^{-1}\nu\pi+y)}\times$ $\times\gamma(\nu+1,\,-iy)+$ $+e^{i(2^{-1}\nu\pi+y)}\gamma(\nu+1,\,iy)]$
(4)	$x^\nu(1-x)^\nu,\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1)(2y)^{-\nu-1/2}\times$ $\times\cos y\,J_{\nu+1/2}(y)$
(5)	$x^{\nu-1}(1-x)^{\mu-1},\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0,\ \operatorname{Re}\mu>0$	$2^{-1}B(\nu,\,\mu)\,[{}_1F_1(\nu;\,\nu+\mu;\,iy)+$ $+{}_1F_1(\nu;\,\nu+\mu;\,-iy)]$
(6)	$x^\nu(1+x^2)^{-1},\quad -1<\operatorname{Re}\nu<2$	$\dfrac{\pi\operatorname{ch}y}{2\sin[2^{-1}\pi(\nu+1)]}+$ $+2^{-1}\Gamma(\nu+1)\cos[2^{-1}\pi(\nu+1)]\times$ $\times[e^{-y-i\nu\pi}\gamma(-\nu,\,-y)-$ $-e^{y}\gamma(-\nu,\,y)]$
(7)	$(x^2+\alpha^2)^{-\nu-1/2},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$(2^{-1}y/\alpha)^\nu\pi^{1/2}\times$ $\times[\Gamma(\nu+1/2)]^{-1}K_\nu(\alpha y)$
(8)	$(a^2-x^2)^{\nu-1/2},\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{\nu-1}\Gamma(\nu+1/2)\,\pi^{1/2}a^\nu y^{-\nu}J_\nu(ay)$
(9)	$0,\quad 0<x<a$ $(x^2-a^2)^{-\nu-1/2},\quad a<x<\infty$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2$	$-2^{-\nu-1}\pi^{1/2}y^\nu a^{-\nu}\,\Gamma(1/2-\nu)\,Y_\nu(ay)$
(10)	$x(a^2-x^2)^{\nu-1/2},\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$-a^{\nu+1}y^{-\nu}s_{\nu,\,\nu+1}(ay)=$ $=2^{-1}(\nu+1/2)\,a^{2\nu+1}-$ $-2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^{\nu+1}y^{-\nu}\times$ $\times\Gamma(\nu+1/2)\,\mathbf{H}_{\nu+1}(ay)$
(11)	$0,\quad 0<x<a$ $x(x^2-a^2)^{-\nu-1/2},\quad a<x<\infty$ $0<\operatorname{Re}\nu<1/2$	$2^{-\nu-1}\pi^{1/2}a^{-\nu+1}\Gamma(1/2-\nu)\times$ $\times y^\nu J_{\nu-1}(ay)$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(12)	$0, \quad 0<x<2a$ $(x^2-2ax)^{-\nu-1/2}, \quad 2a<x<\infty$ $\lvert \operatorname{Re}\nu \rvert < 1/2$	$-2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(1/2-\nu)(2a)^{-\nu}y^{\nu}\times$ $\times[J_\nu(ay)\sin(ay)+$ $+Y_\nu(ay)\cos(ay)]$
(13)	$(x^2+2ax)^{-\nu-1/2}, \quad \lvert \operatorname{Re}\nu \rvert < 1/2$	$-y^{\nu}a^{-\nu}\pi^{1/2}2^{-\nu-1}\Gamma(1/2-\nu)\times$ $\times[Y_\nu(ay)\cos(ay)-$ $-J_\nu(ay)\sin(ay)]$
(14)	$(2ax-x^2)^{\nu-1/2}, \quad 0<x<2a$ $0, \quad 2a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)(2a)^{\nu}y^{-\nu}J_\nu(ay)\times$ $\times\cos(ay)$
(15)	$(\alpha^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times[x+(\alpha^2+x^2)^{1/2}]^{-\nu},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu>-1$	$\frac{\pi}{2\alpha^{\nu}\sin(\nu\pi)}[\mathbf{J}_\nu(i\alpha y)+\mathbf{J}_\nu(-i\alpha y)-$ $-2I_\nu(\alpha y)\cos(2^{-1}\pi\nu)]$
(16)	$x^{-1/2}(\alpha^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times[(\alpha^2+x^2)^{1/2}+x]^{\nu},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu<3/2$	$\alpha^{\nu}2^{-1/2}(\pi y)^{1/2}\times$ $\times I_{-1/4-\nu/2}(2^{-1}\alpha y)\times$ $\times K_{-1/4+\nu/2}(2^{-1}\alpha y)$
(17)	$x^{-1/2}(\alpha^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times[(\alpha^2+x^2)^{1/2}-x]^{\nu},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu>-3/2$	$\alpha^{\nu}2^{-1/2}(\pi y)^{1/2}\times$ $\times I_{-1/4+\nu/2}(2^{-1}\alpha y)\times$ $\times K_{-1/4-\nu/2}(2^{-1}\alpha y)$
(18)	$x^{-\nu-1/2}(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times[\alpha+(x^2+\alpha^2)^{1/2}]^{\nu},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu<1/2$	$\alpha^{-1}(2y)^{-1/2}\Gamma(1/4-\nu/2)\times$ $\times W_{\nu/2,-1/4}(\alpha y)M_{-\nu/2,-1/4}(\alpha y)$
(19)	$(\alpha+ix)^{-\nu}+(\alpha-ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\pi[\Gamma(\nu)]^{-1}y^{\nu-1}e^{-\alpha y}$
(20)	$x^{2n}[(\alpha+ix)^{-\nu}+(\alpha-ix)^{-\nu}],$ $0\leqslant 2n<\operatorname{Re}\nu,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$(-1)^n\pi[\Gamma(\nu)]^{-1}(2n)!\,e^{-\alpha y}\times$ $\times y^{\nu-1-2n}L_{2n}^{\nu-1-2n}(\alpha y)$
(21)	$x^{2n-1}[(\alpha-ix)^{-\nu}-(\alpha+ix)^{-\nu}],$ $2\leqslant 2n<\operatorname{Re}\nu+1$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(-1)^n\pi i[\Gamma(\nu)]^{-1}\times$ $\times(2n-1)!\,e^{-\alpha y}\times$ $\times y^{\nu-2n}L_{2n-1}^{\nu-2n}(\alpha y)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(22)	$(\alpha^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times\{[(\alpha^2+x^2)^{1/2}+x]^\nu+$ $+[(\alpha^2+x^2)^{1/2}-x]^\nu\},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$2\alpha^\nu K_\nu(\alpha y)\cos(\pi\nu/2)$
(23)	$\{[x+a+(x^2+2ax)^{1/2}]^\nu+$ $+[x+a-(x^2+2ax)^{1/2}]^\nu\}\times$ $\times(x^2+2ax)^{-1/2},$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\pi a^\nu[J_\nu(ay)\sin(ay-\pi\nu/2)-$ $-Y_\nu(ay)\cos(ay-\pi\nu/2)]$
(24)	$(a^2-x^2)^{-1/2}\times$ $\times\{[x+i(a^2-x^2)^{1/2}]^\nu+$ $+[x-i(a^2-x^2)^{1/2}]^\nu\},$ $0<x<a$ $0,\qquad a<x<\infty$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\dfrac{\pi a^\nu[J_\nu(ay)+J_{-\nu}(ay)]}{2\cos(\pi\nu/2)}$
(25)	$0,\qquad 0<x<a$ $(x^2-a^2)^{-1/2}\times$ $\times\{[x+(x^2-a^2)^{1/2}]^\nu+$ $+[x-(x^2-a^2)^{1/2}]^\nu\},$ $a<x<\infty$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$-\pi a^\nu[Y_\nu(ay)\cos(\pi\nu/2)+$ $+J_\nu(ay)\sin(\pi\nu/2)]$
(26)	$0,\qquad 0<x<a$ $x^{-1/2}(x^2-a^2)^{-1/2}\times$ $\times\{[x+(x^2-a^2)^{1/2}]^\nu+$ $+[x-(x^2-a^2)^{1/2}]^\nu\},$ $a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu<3/2$	$-2^{-1}\pi(\pi y/2)^{1/2}\times$ $\times a^\nu[J_{-1/4+\nu/2}(ay/2)\times$ $\times Y_{-1/4-\nu/2}(ay/2)+$ $+J_{-1/4-\nu/2}(ay/2)\times$ $\times Y_{-1/4+\nu/2}(ay/2)]$
(27)	$(4b^2x-x^3)^{-1/2}\times$ $\times\{[(2b+x)^{1/2}+$ $+i(2b-x)^{1/2}]^{4\nu}+$ $+[(2b+x)^{1/2}-$ $-i(2b-x)^{1/2}]^{4\nu}\},$ $0<x<2b$ $0,\qquad 2b<x<\infty$	$(4b)^{2\nu}\pi^{3/2}y^{1/2}2^{-1/2}J_{\nu-1/4}(by)\times$ $\times J_{-\nu-1/4}(by)$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(28)	$\dfrac{x^{2m}}{(x^2+\alpha^2)^{\nu+1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$ $0\leqslant m<\operatorname{Re}\nu+1/2$	$\dfrac{(-1)^m\alpha^{-\nu}\pi^{1/2}}{2^\nu\Gamma(\nu+1/2)}\dfrac{d^{2m}}{dy^{2m}}[y^\nu K_\nu(\alpha y)]$
(29)	$x^\nu(x^2+\alpha^2)^{-\mu-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$ $1<\operatorname{Re}\nu<2\operatorname{Re}\mu+2$	$2^{-1}\alpha^{\nu-2\mu-1}\mathrm{B}[2^{-1}(\nu+1),$ $\mu-2^{-1}(\nu-1)]\times$ $\times{}_1F_2[2^{-1}(\nu+1);$ $2^{-1}(\nu+1)-\mu,\ 2^{-1};\ 2^{-2}\alpha^2y^2]+$ $+\pi^{1/2}2^{-2\mu+\nu-2}\times$ $\times[\Gamma(\mu-2^{-1}\nu+1)]^{-1}\times$ $\times y^{2\mu-\nu+1}\Gamma[2^{-1}(\nu-1)-\mu]\times$ $\times{}_1F_2[\mu+1;\ \mu+1-2^{-1}\nu,$ $\mu-2^{-1}(\nu-3);\ 2^{-2}\alpha^2y^2]$
(30)	$x^\mu(1-x^2)^\lambda$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	См. в преобразованиях Ганкеля

1.4. Показательные функции

Относительно других интегралов, содержащих показательные функции, см. таблицы преобразований Лапласа.

(1)	$e^{-\alpha x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha(\alpha^2+y^2)^{-1}$
(2)	$x^{-1}(e^{-\beta x}-e^{-\alpha x})$, $\operatorname{Re}\alpha,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\ln\dfrac{\alpha^2+y^2}{\beta^2+y^2}$
(3)	$x^{1/2}e^{-\alpha x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi^{1/2}(\alpha^2+y^2)^{-3/4}\times$ $\times\cos\left(\dfrac{3}{2}\operatorname{arctg}\dfrac{y}{\alpha}\right)$
(4)	$x^{-1/2}e^{-\alpha x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi^{1/2}2^{-1/2}(\alpha^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times\left[(\alpha^2+y^2)^{1/2}+\alpha\right]^{1/2}$
(5)	$x^ne^{-\alpha x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$n!\left(\dfrac{\alpha}{\alpha^2+y^2}\right)^{n+1}\times$ $\times\sum\limits_{0\leqslant 2m\leqslant n+1}(-1)^m\times$ $\times\dbinom{n+1}{2m}\left(\dfrac{y}{\alpha}\right)^{2m}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(6)	$x^{n-1/2}e^{-\alpha x}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(-1)^n\pi^{1/2}2^{-1/2}y\times \times\frac{d^n}{d\alpha^n}\{(\alpha^2+y^2)^{-1/2}\times \times[(\alpha^2+y^2)^{1/2}-\alpha]^{-1/2}\}$
(7)	$x^{\nu-1}e^{-\alpha x}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\Gamma(\nu)(\alpha^2+y^2)^{-\nu/2}\cos[\nu\operatorname{arctg}(y/\alpha)]$
(8)	$x(e^{\alpha x}-1)^{-1}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{1}{2y^2}-\frac{\pi^2}{2\alpha^2\,\lvert\operatorname{sh}(\pi\alpha^{-1}y)\rvert^2}$
(9)	$(e^x-1)^{-1}-x^{-1}$	$\ln y-2^{-1}[\psi(iy)+\psi(-iy)]$
(10)	$e^{-\alpha x}(1-e^{-\beta x})^{\nu-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0\quad \operatorname{Re}\beta>0,\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\frac{1}{2\beta}\left[\mathrm{B}\left(\nu,\frac{\alpha-iy}{\beta}\right)+\mathrm{B}\left(\nu,\frac{\alpha+iy}{\beta}\right)\right]$
(11)	$e^{-\alpha x^2}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}\exp\left(-\frac{y^2}{4\alpha}\right)$
(12)	$x^{-1/2}e^{-\alpha x^2}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{\pi y^{1/2}}{(8\alpha)^{1/2}}\exp\left(-\frac{y^2}{8\alpha}\right)I_{-1/4}\left(\frac{y^2}{8\alpha}\right)$
(13)	$x^{2n}e^{-\alpha^2x^2}$, $\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$(-1)^n\pi^{1/2}2^{-n-1}\alpha^{-2n-1}\times \times\exp\left(-\frac{y^2}{8\alpha^2}\right)D_{2n}(2^{-1/2}\alpha^{-1}y)= =(-1)^n\pi^{1/2}2^{-n-1}\times \times\alpha^{-2n-1}\exp\left(-\frac{y^2}{4\alpha^2}\right)\times \times\operatorname{He}_{2n}(2^{-1/2}\alpha^{-1}y)$
(14)	$x^{\nu}e^{-\alpha x^2}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}\alpha^{-2^{-1}(1+\nu)}\Gamma(1/2+\nu/2)\times \times{}_1F_1[1/2+\nu/2;\ 1/2;\ -y^2/(4\alpha)]$
(15)	$(\beta^2+x^2)^{-1}e^{-\alpha x^2}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-2}\pi\beta^{-1}e^{\alpha\beta^2}[e^{-\beta y}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}\beta- -2^{-1}\alpha^{-1/2}y)+ +e^{\beta y}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}\beta+2^{-1}\alpha^{-1/2}y)]$
(16)	$e^{-\alpha x-\beta x^2}$, $\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-2}\pi^{1/2}\beta^{-1/2}\{e^{2^{-2}\beta^{-1}(\alpha-iy)^2}\times \times\operatorname{Erfc}[2^{-1}\beta^{-1/2}(\alpha-iy)]+ +e^{2^{-2}\beta^{-1}(\alpha+iy)^2}\times \times\operatorname{Erfc}[2^{-1}\beta^{-1/2}(\alpha+iy)]\}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(17)	$xe^{-\alpha x-\beta x^2}$, $\quad\operatorname{Re}\beta>0$	$-2^{-3}\pi^{1/2}\beta^{-3/2}(\alpha-iy)\times$ $\times e^{2^{-2}\beta^{-1}(\alpha-iy)^2}\times$ $\times\operatorname{Erfc}[2^{-1}\beta^{-1/2}(\alpha-iy)]-$ $-2^{-3}\pi^{1/2}\beta^{-3/2}\times$ $\times(\alpha+iy)\,e^{2^{-2}\beta^{-1}(\alpha+iy)^2}\times$ $\times\operatorname{Erfc}[2^{-1}\beta^{-1/2}(\alpha+iy)]+2^{-1}\beta^{-1}$
(18)	$x^{\nu-1}e^{-\alpha x-\beta x^2}$, $\quad\operatorname{Re}\beta>0,\ \operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1}\Gamma(\nu)(2\beta)^{-\nu/2}e^{(\alpha^2-y^2)/(8\beta)}\times$ $\times\{e^{-\alpha yi/(4\beta)}\times$ $\times D_{-\nu}[(\alpha-iy)/(2\beta)^{1/2}]+$ $+e^{\alpha yi/(4\beta)}D_{-\nu}[(\alpha+iy)/(2\beta)^{1/2}]\}$
(19)	$x^{-1/2}e^{-\alpha/x}$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}e^{-(2\alpha y)^{1/2}}\times$ $\times[\cos(2\alpha y)^{1/2}-\sin(2\alpha y)^{1/2}]$
(20)	$x^{-3/2}e^{-\alpha/x}$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}e^{-(2\alpha y)^{1/2}}\cos(2\alpha y)^{1/2}$
(21)	$x^{-\nu-1}e^{-\alpha^2/(4x)}$, $\quad\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4,\ \operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{\nu}\alpha^{-\nu}y^{\nu/2}[e^{i\pi\nu/4}K_{\nu}(\alpha e^{i\pi/4}y^{1/2})+$ $+e^{-i\pi\nu/4}K_{\nu}(\alpha e^{-i\pi/4}y^{1/2})]$
(22)	$x^{-1/2}e^{-\alpha x-\beta/x}$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\pi^{1/2}(y^2+\alpha^2)^{-1/2}e^{-2\beta^{1/2}u}\times$ $\times[u\cos(2\beta^{1/2}v)-v\sin(2\beta^{1/2}v)]$, $u=2^{-1/2}[(y^2+\alpha^2)^{1/2}+\alpha]^{1/2}$ $v=2^{-1/2}[(y^2+\alpha^2)^{1/2}-\alpha]^{1/2}$
(23)	$x^{-3/2}e^{-\alpha x-\beta/x}$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\pi^{1/2}\beta^{-1/2}e^{-2\beta^{1/2}u}\cos(2\beta^{1/2}v)$, $u=2^{-1/2}[(y^2+\alpha^2)^{1/2}+\alpha]^{1/2}$ $v=2^{-1/2}[(y^2+\alpha^2)^{1/2}-\alpha]^{1/2}$
(24)	$x^{-1/4}e^{-\alpha x^{1/2}}$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{\pi\alpha^{1/2}}{2y^{1/2}}\left[J_{1/4}\left(\frac{\alpha^2}{8y}\right)\sin\left(\frac{\alpha^2}{8y}+\frac{\pi}{8}\right)-\right.$ $\left.-Y_{1/4}\left(\frac{\alpha^2}{8y}\right)\cos\left(\frac{\alpha^2}{8y}+\frac{\pi}{8}\right)\right]$
(25)	$\exp[-\beta(x^2+\alpha^2)^{1/2}]$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\alpha\beta(y^2+\beta^2)^{-1/2}K_1[\alpha(y^2+\beta^2)^{1/2}]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(26)	$(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times\exp[-\beta(x^2+\alpha^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$K_0[\alpha(\beta^2+y^2)^{1/2}]$
(27)	$x^{-1/2}(\beta^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times\exp[-\alpha(\beta^2+x^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$(\pi y)^{1/2}2^{-1/2}\times$ $\times I_{-1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2+y^2)^{1/2}-\alpha]\}\times$ $\times K_{1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2+y^2)^{1/2}+\alpha]\}$
(28)	$x[(\beta^2+x^2)^{1/2}-\beta]^{-1/2}\times$ $\times(\beta^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times\exp[-\alpha(\beta^2+x^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\pi^{1/2}2^{-1/2}[\alpha+(\alpha^2+y^2)^{1/2}]^{1/2}\times$ $\times(\alpha^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times\exp[-\beta(\alpha^2+y^2)^{1/2}]$
(29)	$(e^{2\pi x^{1/2}}-1)^{-1}$	См. Ramanujan Srinivasa, 1915, Mess. Math. (44), стр. 75—85

1.5. Логарифмические функции

(1)	$\ln x,\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$	$-y^{-1}\operatorname{Si}(y)$
(2)	$x^{-1/2}\ln x$	$-(2y/\pi)^{-1/2}[\ln(4y)+C+\pi/2]$
(3)	$(x^2+\alpha^2)^{-1}\ln(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-2}\pi\alpha^{-1}[2e^{-\alpha y}\ln(\alpha\beta)+$ $+e^{\alpha y}\operatorname{Ei}(-\alpha y)-e^{-\alpha y}\operatorname{Ei}(\alpha y)]$
(4)	$(x^2-a^2)^{-1}\ln x,\quad a>0$	$2^{-1}\pi a^{-1}\{\sin(ay)\times$ $\times[\operatorname{ci}(ay)-\ln a]-$ $-\cos(ay)[\operatorname{si}(ay)-\pi/2]\}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(5)	$x^{\nu-1}\ln x,\quad 0<\operatorname{Re}\nu<1$	$\Gamma(\nu)y^{-\nu}\cos(2^{-1}\nu\pi)[\psi(\nu)-$ $-2^{-1}\pi\operatorname{tg}(2^{-1}\nu\pi)-\ln y]$
(6)	$e^{-\alpha x}\ln x,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$-(y^2+\alpha^2)^{-1}[\alpha C+$ $+2^{-1}\alpha\ln(y^2+\alpha^2)+y\operatorname{arctg}(y/\alpha)]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(7)	$x^{\nu-1}e^{-\alpha x}\ln x,$ $\operatorname{Re}\nu>0,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$\{[\psi(\nu)-\ln(\alpha^2+y^2)^{1/2}]\times$ $\times\cos[\nu\operatorname{arctg}(y/\alpha)]-$ $-\operatorname{arctg}(y/\alpha)\sin[\nu\operatorname{arctg}(y/\alpha)]\}\times$ $\times\Gamma(\nu)(\alpha^2+y^2)^{-\nu/2}$
(8)	$x^{-1}\ln(1+x)$	$2^{-1}\{[\operatorname{ci}(y)]^2+[\operatorname{si}(y)]^2\}$
(9)	$\ln\left\|\frac{a+x}{a-x}\right\|,\qquad a>0$	$2y^{-1}[\operatorname{Si}(ay)\cos(ay)-$ $-\operatorname{Ci}(ay)\sin(ay)]$
(10)	$\ln(1+\alpha^2/x^2),\qquad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi y^{-1}(1-e^{-\alpha y})$
(11)	$x^{-1}\ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)^2,\qquad a>0$	$-2\pi\operatorname{si}(ay)$
(12)	$\ln\frac{\alpha^2+x^2}{\beta^2+x^2},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$(e^{-\beta y}-e^{-\alpha y})\pi y^{-1}$
(13)	$\ln(1+e^{-\alpha x}),\qquad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{\alpha}{2y^2}-\frac{\pi}{2y\operatorname{sh}(\pi\alpha^{-1}y)}$
(14)	$\ln(1-e^{-\alpha x}),\qquad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\alpha y^{-2}-2^{-1}\pi y^{-1}\operatorname{cth}(\pi\alpha^{-1}y)$

1.6. Тригонометрические функции аргумента kx

(1)	$x^{-1}\sin(ax),\qquad a>0$	$\pi/2,\quad y<a$ $\pi/4,\quad y=a$ $0,\quad y>a$
(2)	$x^{\nu-1}\sin(ax),$ $a>0,\ \|\operatorname{Re}\nu\|<1$	$\pi\frac{(y+a)^{-\nu}-\|y-a\|^{-\nu}\sin(y-a)}{4\Gamma(1-\nu)\cos(2^{-1}\nu\pi)}$
(3)	$x(x^2+\beta^2)^{-1}\sin(ax),$ $a>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\pi e^{-a\beta}\operatorname{ch}(\beta y),\quad y<a$ $-2^{-1}\pi e^{-\beta y}\operatorname{sh}(a\beta),\quad y>a$
(4)	$x^{-1}(x^2+\beta^2)^{-1}\sin(ax),$ $a>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$-2^{-1}\pi\beta^{-2}e^{-a\beta}\operatorname{ch}(\beta y)+2^{-1}\pi\beta^{-2},$ $y<a$ $2^{-1}\pi\beta^{-2}e^{-\beta y}\operatorname{sh}(a\beta),\quad y>a$
(5)	$x^{-1}(1-2a\cos x+a^2)^{-1}\sin x,$ $0<a<1$	$2^{-1}\pi(1-a)^{-1}a^{[y]},$ $y\neq 0,1,2,\ldots$ $2^{-1}\pi(1-a)^{-1}a^{[y]}+2^{-2}\pi a^{[y]-1},$ $y=0,1,2,\ldots$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(6)	$e^{-\beta x}\sin(ax),$ $a>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\dfrac{2^{-1}(a+y)}{\beta^2+(a+y)^2}+\dfrac{2^{-1}(a-y)}{\beta^2+(a-y)^2}$
(7)	$x^{-1}e^{-x}\sin x$	$2^{-1}\operatorname{arctg}(2/y^2)$
(8)	$x^{-2}\sin^2(ax),$ $a>0$	$2^{-1}\pi(a-y/2),\quad y<2a$ $0,\quad y>2a$
(9)	$x^{-2}\sin^3(ax),$ $a>0$	$2^{-3}(y+3a)\ln(y+3a)+$ $+2^{-3}(y-3a)\ln\lvert y-3a\rvert-$ $-2^{-3}(y+a)\ln(y+a)-$ $-2^{-3}(y-a)\ln\lvert y-a\rvert$
(10)	$x^{-3}\sin^3(ax),$ $a>0$	$(\pi/8)(3a^2-y^2),\quad 0<y<a$ $(\pi/4)y^2,\quad y=a$ $(\pi/16)(3a-y)^2,\quad a<y<3a$ $0,\quad 3a<y<\infty$
(11)	$\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^n,\quad n=2,3,\ldots$	$\dfrac{n\pi}{2^n}\sum\limits_{0\le r<(y+n)/2}\dfrac{(-1)^r(y+n-2r)^{n-1}}{r!\,(n-r)!},$ $0<y<n$ $0,\quad n\le y<\infty$
(12)	$e^{-\alpha x}(\sin x)^{2n},$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{(-1)^n i}{(2n+1)2^{2n+2}}\left[\binom{y/2+i\alpha/2+n}{2n+1}^{-1}-\right.$ $\left.-\binom{y/2-i\alpha/2+n}{2n+1}^{-1}\right]$
(13)	$e^{-\alpha x}(\sin x)^{2n-1},$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{(-1)^n}{n2^{2n+2}}\left[\binom{y/2-\alpha i/2-1/2+n}{2n}^{-1}+\right.$ $\left.+\binom{y/2+\alpha i/2-1/2+n}{2n}^{-1}\right]$
(14)	$[\sin(\pi x)]^{\nu-1},\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$[2^{1-\nu}\cos(y/2)\,\Gamma(\nu)]\times$ $\times\{\Gamma[2^{-1}(\nu+1+\pi^{-1}y)]\times$ $\times\Gamma[2^{-1}(\nu+1-\pi^{-1}y)]\}^{-1}$
(15)	$(a^2+x^2)^{-1}\ln[4\sin^2(x/2)],$ $0<a<\pi$	$\pi a^{-1}\operatorname{ch}(ay)\ln(1-e^{-a}),$ $0<y<1$
(16)	$x^{-2}(1-\cos ax),$ $a>0$	$2^{-1}\pi(a-y),\quad y<a$ $0,\quad y>a$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(17)	$x^{\nu-1}\cos(ax),\qquad 0<\operatorname{Re}\nu<1$	$2^{-1}\Gamma(\nu)\cos(\nu\pi/2)\times$ $\times[\lvert y-a\rvert^{-\nu}+(y+a)^{-\nu}]$
(18)	$(x^2+\beta^2)^{-1}\cos(ax),$ $a>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\pi\beta^{-1}e^{-a\beta}\operatorname{ch}(\beta y),\qquad y<a$ $2^{-1}\pi\beta^{-1}e^{-\beta y}\operatorname{ch}(a\beta),\qquad y>a$
(19)	$e^{-\beta x}\cos(\alpha x),$ $\operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$	$2^{-1}\beta\{[\beta^2+(\alpha-y)^2]^{-1}+$ $+[\beta^2+(\alpha+y)^2]^{-1}\}$
(20)	$e^{-\beta x^2}\cos(\alpha x),\qquad \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}(\pi/\beta)^{1/2}\times$ $\times\exp\left(-\frac{\alpha^2+y^2}{4\beta}\right)\operatorname{ch}\left(\frac{\alpha y}{2\beta}\right)$
(21)	$(\alpha^2+x^2)^{-1}(1-2\beta\cos x+\beta^2)^{-1},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \lvert\beta\rvert<1$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}(1-\beta^2)^{-1}(e^\alpha-\beta)^{-1}\times$ $\times(e^{\alpha-\alpha y}+\beta e^{\alpha y}),\quad 0\leqslant y<1$
(22)	$(\alpha^2+x^2)^{-1}(1-2\beta\cos x+\beta^2)^{-1},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \lvert\beta\rvert<1$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}(1-\beta^2)^{-1}\Big(e^{-\alpha y}+$ $+\frac{\beta e^{-\alpha y}-\beta^{m+1}e^{-\eta\alpha}}{e^{-\alpha}-\beta}+$ $+\frac{\beta e^{-\alpha(m+\eta)}+\beta^{m+1}e^{\eta\alpha}}{e^\alpha-\beta}\Big),$ $y=m+\eta,\quad m$ — целое $0\leqslant\eta<1$
(23)	$(\alpha^2+x^2)^{-1}\frac{\cos x-\beta}{1-2\beta\cos x+\beta^2},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \lvert\beta\rvert<1$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}(e^\alpha-\beta)^{-1}\operatorname{ch}\alpha y,$ $0\leqslant y<1$
(24)	$(\alpha^2+x^2)^{-1}\frac{\cos x-\beta}{1-2\beta\cos x+\beta^2},$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \lvert\beta\rvert<1$	$\frac{\pi}{4\alpha}\Big(\frac{e^{-\alpha(m+\eta)}-\beta^m e^{\eta\alpha}}{e^{-\alpha}-\beta}+$ $+\frac{e^{-\alpha(m+\eta)}-\beta^m e^{-\eta\alpha}}{e^{-\alpha}-\beta}\Big),$ $y=m+\eta,\quad m$ — целое $0\leqslant\eta<1$
(25)	$x^{-n}(\sin ax)^m(\cos bx)^p$	Интегралы такого типа могут быть вычислены с помощью формулы (11) этого пункта
(26)	$x^{m/2-1}\prod\limits_{n=1}^{m}\cos(a_n x),$ $a_n>0$	$0,\qquad y>\sum\limits_{n=1}^{m}a_n$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(27)	$[\cos(2^{-1}\pi x)]^{\nu-1}$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{1-\nu}\Gamma(\nu)\,[\Gamma(\nu/2+{}^1/_2+y/\pi)\times$ $\times\Gamma(\nu/2+{}^1/_2-y/\pi)]^{-1}$
(28)	$(\cos x-\cos\theta)^{\nu-1/2}$, $0<x<\theta$ 0, $\theta<x<\infty$ $0<\theta<\pi$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$(\pi/2)^{1/2}\,(\sin\theta)^{\nu}\times$ $\times\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,P^{-\nu}_{y-1/2}(\cos\theta)$
(29)	$x^{-2}\ln[\cos^2(ax)]$	$\pi y\ln 2-a\pi,\quad 0\leqslant y\leqslant 2a$
(30)	$(x^2+a^2)^{-1}\ln[4\cos^2(2^{-1}bx)]$	$\pi a^{-1}\operatorname{ch}(ay)\ln(1+e^{-ab})$, $0<y<b<\pi/a$
(31)	$x^{-2}(1+x^2)^{-1}\ln[\cos^2(ax)]$, $a>0$	$-\pi\ln(1+e^{-2a})\operatorname{ch}y+$ $+(y+e^{-y})\,\pi\ln 2-a\pi$, $0\leqslant y<2a$
(32)	$(x^2+a^2)^{-1}\ln(2\pm 2\cos x)$, $a>0$	$\pi a^{-1}\operatorname{ch}(ay)\ln(1\pm e^{-a})$, $0<y<1$
(33)	$\dfrac{\ln(1-2r\cos x+r^2)}{x^2+a^2}$, $\vert r\vert<1$	$\pi a^{-1}\ln(1-re^{-a})\operatorname{ch}(ay)+$ $+\pi a^{-1}\sum_{1\leqslant n\leqslant y} n^{-1}r^n\operatorname{sh}[a(y-n)]$
(34)	$x(x^2+\beta^2)^{-1}\operatorname{tg}(ax)$, $a>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\pi\operatorname{ch}(\beta y)\,[e^{2a\beta}+1]^{-1}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(35)	$x(x^2+\beta^2)^{-1}\operatorname{ctg}(ax)$, $a>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\pi\operatorname{ch}(\beta y)\,[e^{2a\beta}-1]^{-1}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(36)	$\dfrac{1}{(x^2+\alpha^2)\cos(bx)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $b>0$	$\dfrac{\pi\operatorname{ch}(\alpha y)}{2\alpha\operatorname{ch}(\alpha b)}$, $0<y<b$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(37)	$\dfrac{x}{(x^2+\alpha^2)\sin(bx)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $b>0$	$\dfrac{\pi\operatorname{ch}(\alpha y)}{2\operatorname{sh}(\alpha b)}$, $0<y<b$

1.7. Тригонометрические функции других аргументов

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(1)	$\sin(ax^2),\quad a>0$	$\frac{1}{4}\left(\frac{2\pi}{a}\right)^{1/2}\left[\cos\left(\frac{y^2}{4a}\right)-\sin\left(\frac{y^2}{4a}\right)\right]$
(2)	$\sin[a(1-x^2)],\quad a>0$	$-2^{-1}\pi^{1/2}a^{-1/2}\times$ $\times\cos[a+\pi/4+2^{-2}a^{-1}y^2]$
(3)	$x^{-2}\sin(ax^2),\quad a>0$	$2^{-1}\pi y\times$ $\times\{S(2^{-2}a^{-1}y^2)-C(2^{-2}a^{-1}y^2)\}+$ $+(\pi a)^{1/2}\sin(2^{-2}a^{-1}y^2+\pi/4)$
(4)	$x^{-1/2}\sin(ax^2),\quad a>0$	$-\frac{\pi}{2}\left(\frac{y^2}{2a}\right)^{1/2}\times$ $\times\sin\left(\frac{y^2}{8a}-\frac{\pi}{8}\right)J_{-1/4}\left(\frac{y^2}{8a}\right)$
(5)	$e^{-\alpha x^2}\sin(\beta x^2),$ $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$2^{-1}\pi^{1/2}(\alpha^2+\beta^2)^{-1/4}\times$ $\times e^{-\alpha y^2/[4(\alpha^2+\beta^2)]}\times$ $\times\sin\left[\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)-\frac{\beta y^2}{4(\alpha^2+\beta^2)}\right]$
(6)	$e^{-\alpha x^2}\cos(\beta x^2),$ $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$2^{-1}\pi^{1/2}(\alpha^2+\beta^2)^{-1/4}\times$ $\times e^{-\alpha y^2/[4(\alpha^2+\beta^2)]}\times$ $\times\cos\left[\frac{\beta y^2}{4(\alpha^2+\beta^2)}-\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\right]$
(7)	$\cos(ax^2),\quad a>0$	$2^{-2}(2\pi/a)^{1/2}[\cos(2^{-2}a^{-1}y^2)+$ $+\sin(2^{-2}a^{-1}y^2)]$
(8)	$\cos(2^{-1}x^2-\pi/8)$	$\pi^{1/2}2^{-1/2}\cos(2^{-1}y^2-\pi/8)$
(9)	$x^{-1/2}\cos(ax^2),\quad a>0$	$2^{-1}\pi y^{1/2}(2a)^{-1/2}\times$ $\times\cos(a^{-1}y^2/8-\pi/8)J_{-1/4}(a^{-1}y^2/8)$
(10)	$\cos[a(1-x^2)],\quad a>0$	$2^{-1}\pi^{1/2}a^{-1/2}\times$ $\times\sin[a+2^{-2}\pi+2^{-2}a^{-1}y^2]$
(11)	$\cos(a^3x^3),\quad a>0$	$2^{-1}(3a)^{-3/2}y^{1/2}\times$ $\times\{3^{1/2}K_{1/3}[2(3a)^{-3/2}y^{3/2}]+$ $+\pi J_{1/3}[2(3a)^{-3/2}y^{3/2}]+$ $+\pi J_{-1/3}[2(3a)^{-3/2}y^{3/2}]\}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(12)	$x^{-1}\cos(1/x)$	$-2^{-1}\pi Y_0(2y^{1/2})+K_0(2y^{1/2})$
(13)	$x^{-1/2}\sin(a^2/x)$, $a>0$	$2^{-3/2}\pi^{1/2}y^{-1/2}[\sin(2ay^{1/2})+$ $+\cos(2ay^{1/2})-e^{-2ay^{1/2}}]$
(14)	$x^{-1/2}\cos(a^2/x)$, $a>0$	$2^{-3/2}\pi^{1/2}y^{-1/2}[\cos(2ay^{1/2})-$ $-\sin(2ay^{1/2})+e^{-2ay^{1/2}}]$
(15)	$x^{-3/2}\sin(a^2/x)$, $a>0$	$2^{-3/2}\pi^{1/2}a^{-1}[\sin(2ay^{1/2})+$ $+\cos(2ay^{1/2})+e^{-2ay^{1/2}}]$
(16)	$x^{-3/2}\cos(a^2/x)$, $a>0$	$2^{-3/2}\pi^{1/2}a^{-1}[e^{-2ay^{1/2}}+$ $+\cos(2ay^{1/2})-\sin(2ay^{1/2})]$
(17)	$x^{\nu-1}\sin(a^2/x)$, $a>0,\ \lvert\mathrm{Re}\,\nu\rvert<1$	$\frac{\pi a^{\nu}y^{-\nu/2}}{4\cos(\nu\pi/2)}[J_\nu(2ay^{1/2})+$ $+J_{-\nu}(2ay^{1/2})+I_\nu(2ay^{1/2})-$ $-I_{-\nu}(2ay^{1/2})]$
(18)	$x^{\nu-1}\cos(a^2/x)$, $a>0,\ \lvert\mathrm{Re}\,\nu\rvert<1$	$\frac{\pi a^{\nu}y^{-\nu/2}}{4\sin(\nu\pi/2)}[J_{-\nu}(2ay^{1/2})-$ $-J_\nu(2ay^{1/2})+I_{-\nu}(2ay^{1/2})-$ $-I_\nu(2ay^{1/2})]$
(19)	$x^{-1/2}\sin(ax^{1/2})\sin(bx^{1/2})$	$\left(\frac{\pi}{y}\right)^{1/2}\sin\left(\frac{ab}{2y}\right)\sin\left(\frac{a^2+b^2}{4y}-\frac{\pi}{4}\right)$
(20)	$x^{-1/2}\cos(ax^{1/2})\cos(bx^{1/2})$	$\left(\frac{\pi}{y}\right)^{1/2}\cos\left(\frac{ab}{2y}\right)\sin\left(\frac{a^2+b^2}{4y}+\frac{\pi}{4}\right)$
(21)	$x^{-1/2}\cos(ax^{1/2}-\pi/4)$	$2^{-1}\pi^{1/2}y^{-1/2}\exp(-2^{-1}a^2y^{-1/2})$
(22)	$x^{-1/4}\sin(2ax^{1/2})$, $a>0$	$-2^{-1}\pi(a/y)^{3/2}\times$ $\times[\sin(2^{-1}a^2y^{-1}-\pi/8)\times$ $\times J_{-1/4}(2^{-1}a^2y^{-1})+$ $+\cos(2^{-1}a^2y^{-1}-\pi/8)\times$ $\times J_{3/4}(2^{-1}a^2y^{-1})]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(23)	$x^{-1/4}\cos(2ax^{1/2}),\quad a>0$	$-2^{-1}\pi(a/y)^{3/2}\times [\sin(2^{-1}a^2y^{-1}+\pi/8)\times J_{-3/4}(2^{-1}a^2y^{-1})+\cos(2^{-1}a^2y^{-1}+\pi/8)\times J_{-1/4}(2^{-1}a^2y^{-1})]$
(24)	$x^{-3/4}\sin(ax^{1/2}),\quad a>0$	$\pi a^{1/2}(2y)^{-1/2}\cos\left(\frac{a^2}{8y}-\frac{3\pi}{8}\right)\times J_{1/4}\left(\frac{a^2}{8y}\right)$
(25)	$x^{-3/4}\cos(ax^{1/2}),\quad a>0$	$\pi a^{1/2}(2y)^{-1/2}\cos\left(\frac{a^2}{8y}-\frac{\pi}{8}\right)\times J_{-1/4}\left(\frac{a^2}{8y}\right)$
(26)	$x^{-1/2}e^{-\alpha x}\cos(\beta x^{1/2}),\quad \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\pi^{1/2}(\alpha^2+y^2)^{-1/4}\times e^{-\alpha\beta^2/[4(\alpha^2+\beta^2)]}\times\cos\left[\frac{\beta^2y}{4(\alpha^2+y^2)}-\frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{y}{\alpha}\right)\right]$
(27)	$e^{-\alpha x^{1/2}}\cos(\alpha x^{1/2}),\quad \mathrm{Re}\,\alpha>\|\mathrm{Im}\,\alpha\|$	$2^{-3/2}\pi^{1/2}\alpha y^{-3/2}e^{-2^{-1}\alpha^2y^{-1}}$
(28)	$x^{-1/2}e^{\alpha x^{1/2}}\times[\cos(\alpha x^{1/2})-\sin(\alpha x^{1/2})],\quad \mathrm{Re}\,\alpha>\|\mathrm{Im}\,\alpha\|$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-1/2}e^{-2^{-1}\alpha^2y^{-1}}$
(29)	$(x^2+a^2)^{-2}\sin[b(x^2+a^2)^{1/2}],\quad a>0$	$2^{-1}\pi a^{-1}be^{-ay},\quad y>a$
(30)	$(a^2+x^2)^{-1/2}\sin[b(a^2+x^2)^{1/2}]$	$2^{-1}\pi J_0[a(b^2-y^2)^{1/2}],\quad 0<y<b$ $0,\quad b<y<\infty$
(31)	$\frac{\sin[b(x^2+a^2)^{1/2}]}{(x^2+c^2)(x^2+a^2)^{1/2}},\quad c>0$	$\frac{\pi e^{-cy}\sin[b(a^2-c^2)^{1/2}]}{2c(a^2-c^2)^{1/2}},\quad c\neq a$ $2\pi e^{-cy}\,b/c,\quad c=a$ $y\geqslant b$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(32)	$x^{-1/2}(x^2+a^2)^{-1/2}\times$ $\times\sin[b(x^2+a^2)^{1/2}]$, $a,\ b>0$	$(2^{-1}\pi)^{3/2}y^{1/2}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[b-(b^2-y^2)^{1/2}]\}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[b+(b^2-y^2)^{1/2}]\}$, $0<y<b$
(33)	$\cos[b(x^2+a^2)^{1/2}](x^2+c^2)^{-1}$, $c>0$	$2^{-1}\pi c^{-1}e^{-cy}\cos[b(a^2-c^2)^{1/2}]$, $y\geqslant b$
(34)	$(x^2+a^2)^{-1/2}\cos[b(x^2+a^2)^{1/2}]$, $a>0$	$-2^{-1}\pi Y_0[a(b^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<b$; $K_0[a(y^2-b^2)^{1/2}]$, $b<y<\infty$
(35)	$(x^2+a^2)^{-3/2}\cos[b(x^2+a^2)^{1/2}]$, $a>0$	$2^{-1}\pi a^{-1}e^{-ay}$, $y>a$
(36)	$x^{-1/2}(b^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[a(b^2+x^2)^{1/2}]$, $b>0$	$-2^{-1}\pi(2^{-1}\pi y)^{1/2}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}b[a-(a^2-y^2)^{1/2}]\}\times$ $\times Y_{1/4}\{2^{-1}b[a+(a^2-y^2)^{1/2}]\}$, $0<y<a$
(37)	$\sin[b(a^2-x^2)^{1/2}]$, $0<x<a$; 0, $a<x<\infty$; $b>0$	$2^{-1}\pi ab(b^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times J_1[a(b^2+y^2)^{1/2}]$
(38)	0, $0<x<a$; $\dfrac{x\sin[c(x^2-a^2)^{1/2}]}{b^2+x^2-a^2}$, $a<x<\infty$; $b,c>0$	$2^{-1}\pi e^{-bc}\cos[y(a^2-b^2)^{1/2}]$, $0<y<c$
(39)	0, $0<x<a$; $\dfrac{x\sin[c(x^2-c^2)^{1/2}]}{x^2+b^2}$, $a<x<\infty$	$2^{-1}\pi e^{-c(b^2+a^2)^{1/2}}\operatorname{ch}(by)$, $0<y<c$
(40)	$\dfrac{\sin[b(a^2-x^2)^{1/2}]}{(a^2-x^2)^{3/4}}$, $0<x<a$; 0, $a<x<\infty$; $b>0$	$(\pi/2)^{3/2}b^{1/2}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[(b^2+y^2)^{1/2}-y]\}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[(b^2+y^2)^{1/2}+y]\}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(41)	$0,\quad 0<x<a$ $\dfrac{\sin[b(x^2-a^2)^{1/2}]}{(x^2-a^2)^{-3/4}},\quad a<x<\infty$ $b>0$	$-(\pi/2)^{3/2}b^{1/2}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[y-(y^2-b^2)^{1/2}]\}\times$ $\times Y_{1/4}\{2^{-1}a[y+(y^2-b^2)^{1/2}]\},$ $y>b$
(42)	$\dfrac{\cos[b(a^2-x^2)^{1/2}]}{(a^2-x^2)^{1/2}},\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$	$2^{-1}\pi J_0[a(b^2+y^2)^{1/2}]$
(43)	$0,\quad 0<x<a$ $\dfrac{\cos[b(x^2-a^2)^{1/2}]}{(x^2-a^2)^{1/2}},\quad a<x<\infty$	$K_0[a(b^2-y^2)^{1/2}],\quad y<\lvert b\rvert$ $-2^{-1}\pi Y_0[a(y^2-b^2)^{1/2}],$ $y>\lvert b\rvert$
(44)	$\dfrac{\cos[b(a^2-x^2)^{1/2}]}{(a^2-x^2)^{3/4}},\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$	$(\pi/2)^{3/2}b^{1/2}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[(b^2+y^2)^{1/2}-y]\}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[(b^2+y^2)^{1/2}+y]\}$
(45)	$0,\quad 0<x<a$ $\dfrac{\cos[b(x^2-a^2)^{1/2}]}{(x^2-a^2)^{3/4}},\quad a<x<\infty$	$-(\pi/2)^{3/2}b^{1/2}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[y-(y^2-b^2)^{1/2}]\}\times$ $\times Y_{1/4}\{2^{-1}a[y+(y^2-b^2)^{1/2}]\},$ $y>b$
(46)	$\dfrac{\cos[b(a^2-x^2)^{1/2}]}{x^{1/2}(a^2-x^2)^{1/2}},\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$ $b>0$	$(\pi/2)^{3/2}y^{1/2}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[(b^2+y^2)^{1/2}-b]\}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[(b^2+y^2)^{1/2}+b]\}$
(47)	$0,\quad 0<x<a$ $\dfrac{\cos[c(x^2-a^2)^{1/2}]}{x(x^2+b^2)(x^2-a^2)^{1/2}},$ $a<x<\infty$	$2^{-1}\pi(c^2+b^2)^{-1/2}\times$ $\times e^{-c(a^2+b^2)^{1/2}}\operatorname{ch}(yb),$ $0<y<c$
(48)	$\sin(a\sin x),\quad 0<x<\pi$ $0,\quad \pi<x<\infty$	$(1+\cos\pi y)\,s_{0,\nu}(a)$
(49)	$\sin(a\cos x),\quad 0<x<\pi/2$ $0,\quad \pi/2<x<\infty$	$\cos(\pi y/2)\,s_{0,\nu}(a)$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(50)	$\cos(a\cos x)$, $0<x<\pi/2$ 0, $\pi/2<x<\infty$	$-y\sin(\pi y/2)\,s_{-1,\,y}(a)$
(51)	$\cos(a\sin x)$, $0<x<\pi$ 0, $\pi<x<\infty$	$-y\sin(\pi y)\,s_{-1,\,y}(a)$

1.8. Обратные тригонометрические функции

(1)	0, $0<x<a$ $\dfrac{\cos\left[n\arccos\dfrac{2x-a-b}{b-a}\right]}{(x-a)^{1/2}(b-x)^{1/2}}$, $a<x<b$ 0, $b<x<\infty$	$\pi\cos\left[\dfrac{n\pi}{2}-\dfrac{(a+b)y}{2}\right]\times$ $\times J_n\left[\dfrac{(b-a)y}{2}\right]$
(2)	$x^{-1/2}(a^2-x^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[\nu\arccos(x/a)]$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$	$(\pi/2)^{3/2}y^{1/2}J_{\nu/2-1/4}(2^{-1}ay)\times$ $\times J_{-\nu/2-1/4}(2^{-1}ay)$
(3)	$x^{-1}\operatorname{arctg}(x/a)$	$-2^{-1}\pi\operatorname{Ei}(-ay)$
(4)	$(x^2+a^2)^{-\nu/2}\cos[\nu\operatorname{arctg}(x/a)]$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1}\pi y^{\nu-1}e^{-ay}/\Gamma(\nu)$
(5)	$x^{\nu}(1+x^2)^{\nu/2}\sin(\nu\operatorname{arcctg}x)$, $-1<\operatorname{Re}\nu<0$	$2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1)y^{-\nu-1/2}\times$ $\times[I_{-\nu-1/2}(y/2)\operatorname{sh}(y/2)-$ $-I_{\nu+1/2}(y/2)\operatorname{ch}(y/2)]$
(6)	$x^{\nu}(1+x^2)^{\nu/2}\cos(\nu\operatorname{arcctg}x)$, $-1<\operatorname{Re}\nu<0$	$-\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+1)\times$ $\times y^{-\nu-1/2}\sin(\nu\pi)\times$ $\times\operatorname{ch}(y/2)K_{\nu+1/2}(y/2)$
(7)	$\operatorname{arctg}(a/x)$, $a>0$	$2^{-1}y^{-1}\times$ $\times[e^{-ay}\overline{\operatorname{Ei}}(ay)-e^{ay}\operatorname{Ei}(-ay)]$
(8)	$\operatorname{arctg}(2/x^2)$	$\pi y^{-1}e^{-y}\sin y$

1.9. Гиперболические функции

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(1)	$\dfrac{1}{\operatorname{ch}(\alpha x)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\pi}{2\alpha\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}$
(2)	$\dfrac{1}{[\operatorname{ch}(\alpha x)]^2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\pi y}{2\alpha^2\operatorname{sh}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}$
(3)	$\dfrac{1}{[\operatorname{ch}(\alpha x)]^{2n}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{4^{n-1}\pi y}{2(2n-1)!\,\alpha^2\operatorname{sh}\frac{\pi y}{2\alpha}}\prod_{r=1}^{n-1}\left(\frac{y^2}{4\alpha^2}+r^2\right)$, $n\geqslant 2$
(4)	$\dfrac{1}{[\operatorname{ch}(\alpha x)]^{2n+1}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\pi 2^{2n-1}}{\alpha(2n)!\operatorname{ch}\frac{\pi y}{2\alpha}}\prod_{r=1}^{n}\left[\frac{y^2}{4\alpha^2}+\left(\frac{2r-1}{2}\right)^2\right]$
(5)	$\dfrac{1}{[\operatorname{ch}(\alpha x)]^{\nu}}$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{2^{\nu-2}}{\alpha\Gamma(\nu)}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}+\frac{iy}{2\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{\nu}{2}-\frac{iy}{2\alpha}\right)$
(6)	$[\operatorname{ch}(\alpha x)+\cos\beta]^{-1}$, $\pi\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}(\alpha\beta)\rvert$	$\dfrac{\pi\operatorname{sh}(\alpha^{-1}\beta y)}{\alpha\sin\beta\operatorname{sh}(\alpha^{-1}\pi y)}$
(7)	$(\operatorname{ch}x+\cos a)^{-1/2}$, $-\pi<a<\pi$	$\dfrac{\pi}{2^{1/2}\operatorname{ch}(\pi y)}P_{-1/2+iy}(\cos\alpha)$
(8)	$(\operatorname{ch}x-\operatorname{ch}a)^{-1}$, $a>0$	$-\dfrac{\pi\operatorname{ch}(\pi y)\sin(ay)}{\operatorname{sh}a}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(9)	$\{1+2\operatorname{ch}[(2\pi/3)^{1/2}x]\}^{-1}$	$(2^{-1}\pi)^{1/2}\{1+2\operatorname{ch}[(2\pi/3)^{1/2}y]\}^{-1}$
(10)	$[\alpha+(\alpha^2-1)^{1/2}\operatorname{ch}x]^{-\nu-1}$, $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\lvert\arg(\alpha\pm 1)\rvert<\pi$	$\dfrac{\Gamma(\nu-iy+1)\,e^{\pi y}Q_{\nu}^{iy}(\alpha)}{\Gamma(\nu+1)}$
(11)	$\dfrac{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi^{1/2}x)}{\operatorname{ch}(\pi^{1/2}x)}$	$\dfrac{\pi^{1/2}\operatorname{ch}(2^{-1}\pi^{1/2}y)}{2^{1/2}\operatorname{ch}(\pi^{1/2}y)}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(12)	$\dfrac{\operatorname{ch}(\alpha x)}{\operatorname{ch}(\beta x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$\pi\beta^{-1}\left[\dfrac{\cos(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha)\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)}{\cos(\pi\beta^{-1}\alpha)+\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)}\right]$
(13)	$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{ch}(\beta x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$2^{-2}\beta^{-1}\left\{\psi\left(\dfrac{3\beta-\alpha+iy}{4\beta}\right)+\right.$ $+\psi\left(\dfrac{3\beta-\alpha-iy}{4\beta}\right)-\psi\left(\dfrac{3\beta+\alpha-iy}{4\beta}\right)-$ $-\psi\left(\dfrac{3\beta+\alpha+iy}{4\beta}\right)+$ $+2\pi\sin(\pi\alpha\beta^{-1})[\cos(\pi\alpha\beta^{-1})+$ $\left.+\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)]^{-1}\right\}$
(14)	$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$2^{-1}\pi\beta^{-1}\sin(\pi\beta^{-1}\alpha)[\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)+$ $+\cos(\pi\beta^{-1}\alpha)]^{-1}$
(15)	$\dfrac{\operatorname{sh}^2(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)}$, $2\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$2^{-1}\pi\beta^{-1}\sin\alpha\sin(\pi\alpha/\beta)\sin(\pi y/\beta)\times$ $\times[\sin^2\alpha\operatorname{sh}^2(\pi y/\beta)+$ $+\operatorname{ch}^2(\pi y/\beta)\cos^2\alpha+\cos^2(\alpha\pi/\beta)+$ $+2\cos\alpha\cos(\pi\alpha/\beta)\operatorname{ch}(\pi y/\beta)]^{-1}$
(16)	$[\operatorname{ch}(\alpha x)+\operatorname{ch}\beta]^{-1}\operatorname{ch}(2^{-1}\alpha x)$, $\pi\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}(\bar{\alpha}\beta)\rvert$	$\dfrac{\pi\cos(\beta y/\alpha)}{2\alpha\operatorname{ch}(\beta/2)\operatorname{ch}(\pi y/\alpha)}$
(17)	$[\operatorname{ch}(\beta x)+\cos c]^{-1}\operatorname{ch}(\alpha x)$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta,\ 0<c<\pi$	$\dfrac{\pi}{\beta\sin c}[\cos(\pi/\beta-\alpha c/\beta)\times$ $\times\operatorname{ch}(\pi/\beta+cy/\beta)-$ $-\cos(\pi/\beta+\alpha c/\beta)\operatorname{ch}(\pi/\beta-cy/\beta)]\times$ $\times[\operatorname{ch}(2\pi y/\beta)-\cos(2\pi\alpha/\beta)]^{-1}$
(18)	$\dfrac{x}{\operatorname{sh}(\alpha x)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\pi^2}{4\alpha^2\operatorname{ch}^2(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}$
(19)	$\dfrac{(x^2+\alpha^2)}{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}x)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{2\alpha^3}{\operatorname{ch}^3(\alpha y)}$
(20)	$\dfrac{x(x^2+4\alpha^2)}{\operatorname{sh}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}x)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{6\alpha^4}{\operatorname{ch}^4(\alpha y)}$
(21)	$\dfrac{1}{(1+x^2)\operatorname{ch}(\pi x)}$	$2\operatorname{ch}(y/2)-[e^{y}\operatorname{arctg}(e^{-y/2})+$ $+e^{-y}\operatorname{arctg}(e^{y/2})]$
(22)	$\dfrac{1}{(x^2+1)\operatorname{ch}(\pi x/2)}$	$(\operatorname{ch}y)\ln(1+e^{-2y})+ye^{-y}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(23)	$\dfrac{1}{(1+x^2)\operatorname{ch}(\pi x/4)}$	$2^{-1/2}\pi e^{-y}+ +2^{1/2}\operatorname{sh}y\operatorname{arctg}[2^{-1/2}(\operatorname{sh}y)^{-1}]- -2^{-1/2}\operatorname{ch}y\ln\left[\dfrac{\operatorname{ch}y+2^{-1/2}}{\operatorname{ch}y-2^{-1/2}}\right]$
(24)	$\dfrac{x}{(x^2+1)\operatorname{sh}(\pi x)}$	$-{}^1/_2+2^{-1}ye^{-y}+\operatorname{ch}y\ln(1+e^{-y})$
(25)	$\dfrac{1}{[(m+{}^1/_2)^2+x^2]\operatorname{ch}(\pi x)}$	$\dfrac{(-1)^m e^{-(m+1/2)y}}{2m+1}\times \times[y+\ln(1+e^{-y})]- -\dfrac{e^{-y/2}}{2m+1}\sum_{n=0}^{m-1}\dfrac{(-1)^n e^{-ny}}{n-m}+ +\dfrac{e^{-y/2}}{(2m+1)(m+1)}\times \times{}_2F_1(1,\ m+1;\ m+2;\ -e^{-y})$
(26)	$\dfrac{1}{(x^2+\alpha^2)\operatorname{ch}(\pi x)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\times \times\dfrac{(n+{}^1/_2)\alpha^{-1}e^{-\alpha y}-e^{-(n+1/2)y}}{(n+{}^1/_2)^2-\alpha^2}$
(27)	$(x^2+\alpha^2)^{-1}[\operatorname{ch}(\pi x)+\cos(\pi\beta)]^{-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ 0<\operatorname{Re}\beta<1$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}e^{-\alpha y}[\cos(\pi\alpha)+\cos(\pi\beta)]^{-1}+ +\dfrac{1}{\sin(\pi\beta)}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\dfrac{e^{-(2n+1-\beta)y}}{\alpha^2-(2n+1-\beta)^2}- -\dfrac{e^{-(2n+1+\beta)y}}{\alpha^2-(2n+1+\beta)^2}\right]$
(28)	$x^{-1}\operatorname{th}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\ln[\operatorname{cth}(2^{-2}\pi\alpha^{-1}y)]$
(29)	$x(x^2+1)^{-1}\operatorname{th}(\pi x/2)$	$-ye^{-y}-\operatorname{ch}y\ln(1-e^{-2y})$
(30)	$x(x^2+1)^{-1}\operatorname{th}(\pi x/4)$	$-2^{-1}\pi e^{-y}+\operatorname{ch}y\ln(\operatorname{cth}y/2)- -2\operatorname{sh}y\operatorname{arctg}(e^{-y})$

Относительно подобных интегралов см. Bierens de Haan D., 1867, Nouvelles tables d'intégrales définies, стр. 408.

<table>
<tr><th></th><th>$f(x)$</th><th>$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$</th></tr>
<tr><td>(31)</td><td>$x(x^2+1)^{-1}\operatorname{cth}(\pi x)$</td><td>$2^{-1}ye^{y}+2^{-1}\pi e^{-y}-\operatorname{ch}y\ln\lvert 2\operatorname{sh}(y/2)\rvert-\operatorname{sh}y\,(e^{y}-1)^{-1}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Относительно подобных интегралов см. Bierens de Haan D., 1867, Nouvelles tables d'intégrales définies, стр. 389.</td></tr>
<tr><td>(32)</td><td>$x(x^2+1)^{-1}\operatorname{cth}(\pi x/4)$</td><td>$-2+2^{-1}\pi e^{-y}+\operatorname{ch}y\ln[\operatorname{cth}(y/2)]+2\operatorname{sh}y\operatorname{arctg}(e^{-y})$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Относительно подобных интегралов см. Bierens de Haan D., 1867, Nouvelles tables d'intégrales définies, стр. 408.</td></tr>
<tr><td>(33)</td><td>$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{x\operatorname{ch}(\beta x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$</td><td>$2^{-1}\ln\dfrac{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)+\sin(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha)}{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)-\sin(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha)}$</td></tr>
<tr><td>(34)</td><td>$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{(x^2+1)\operatorname{sh}(\pi x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert\leqslant\pi$</td><td>$2^{-1}e^{-y}(y\sin\alpha-\alpha\cos\alpha)+2^{-1}\sin\alpha\operatorname{ch}y\ln(1+2e^{-y}\cos\alpha+e^{-2y})-\cos\alpha\operatorname{sh}y\times\operatorname{arctg}[\sin\alpha\,(e^{y}+\cos\alpha)^{-1}]$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Относительно подобных интегралов см. Bierens de Haan D., 1867, Nouvelles tables d'intégrales définies, стр. 389.</td></tr>
<tr><td>(35)</td><td>$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{(x^2+1)\operatorname{sh}(2^{-1}\pi x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert\leqslant\pi/2$</td><td>$2^{-1}\pi e^{-y}\sin\alpha-2^{-1}\cos\alpha\operatorname{ch}y\ln\left\lvert\dfrac{\operatorname{ch}y+\sin\alpha}{\operatorname{ch}y-\sin\alpha}\right\rvert+\sin\alpha\operatorname{sh}y\operatorname{arctg}(\cos\alpha/\operatorname{sh}y)$</td></tr>
<tr><td>(36)</td><td>$\dfrac{\operatorname{ch}(\alpha x)}{(1+x^2)\operatorname{ch}(2^{-1}\pi x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert\leqslant\pi/2$</td><td>$ye^{-y}\cos\alpha+\alpha e^{-y}\sin\alpha+\sin\alpha\operatorname{sh}y\operatorname{arctg}\dfrac{e^{-2y}\sin(2\alpha)}{1+e^{-2y}\cos(2\alpha)}+2^{-1}\cos\alpha\operatorname{ch}y\times\ln[1+2e^{-2y}\cos2\alpha+e^{-4y}]$</td></tr>
<tr><td>(37)</td><td>$(a^2-x^2)^{-1/2}\operatorname{ch}[\beta(a^2-x^2)^{1/2}]$, $0<x<a$
0, $a<x<\infty$</td><td>$2^{-1}\pi J_0[a(y^2-\beta^2)^{1/2}]$</td></tr>
<tr><td>(38)</td><td>$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{e^{\beta x}+1}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$</td><td>$-2^{-1}\alpha(y^2+\alpha^2)^{-1}+\pi\beta^{-1}\times\sin(\pi\alpha\beta^{-1})\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)\times[\operatorname{ch}(2\pi\beta^{-1}y)-\cos(2\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}$</td></tr>
</table>

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(39)	$e^{-\alpha x}[\operatorname{sh}(\beta x)]^{\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>-1,\ \operatorname{Re}\beta>0$ $\operatorname{Re}\beta\nu<\operatorname{Re}\alpha$	$\frac{\Gamma(\nu+1)}{2^{\nu+2}\beta}\left\{\frac{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha-\nu\beta-iy)]}{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha+\nu\beta-iy)+1]}+\right.$ $\left.+\frac{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha-\nu\beta+iy)]}{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha+\nu\beta+iy)+1]}\right\}$
(40)	$e^{(4\beta)^{-1}x^2}\operatorname{ch}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\pi^{1/2}\beta^{1/2}e^{\beta(\alpha^2-y^2)}\cos(2\alpha\beta y)$
(41)	$\frac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{e^{\beta x}-1}$, $\|\operatorname{Re}\alpha\|<\operatorname{Re}\beta$	$2^{-1}\alpha(y^2+\alpha^2)^{-1}+2^{-1}\pi\beta^{-1}\times$ $\times\sin(2\pi\alpha\beta^{-1})\times$ $\times[\operatorname{ch}(2\pi\beta^{-1}y)-\cos(2\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}$
(42)	$\frac{e^{-i\pi\beta x^2}}{\operatorname{ch}(\pi x)+\cos(\pi a)}$, $0<a<1,\ \operatorname{Im}\beta\geqslant 0$	$\frac{1}{\sin(\pi a)}\times$ $\times\sum\limits_{n=0}^{\infty}[e^{-(2n+1-a)y+(2n+1-a)^2 i\pi\beta}-$ $-e^{-(2n+1+a)y+(2n+1+a)^2 i\pi\beta}]+$ $+\frac{\beta^{-1/2}\exp[-2^{-2}i(\pi-\pi^{-1}\beta^{-1}y^2)]}{\sin(\pi a)}\times$ $\times\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\sin(n\pi a)\times$ $\times e^{-(2ny+n^2 i\pi)/(4\beta)}$
(43)	$x^{-2}e^{-x^2}\operatorname{sh}(x^2)$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}e^{-y^2/8}-$ $-2^{-2}\pi y\operatorname{Erfc}(2^{-3/2}y)$
(44)	$e^{-\alpha x}\operatorname{cth}(\beta x^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. Math., 49, 65—72
(45)	$e^{-\alpha\operatorname{ch}x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$K_{iy}(\alpha)$
(46)	$e^{-\alpha x}\operatorname{th}(\beta x^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. Math., 49, 65—72
(47)	$\ln(1-e^{-2x})\operatorname{ch}x$	$(y^2-1)(y^2+1)^{-2}-$ $-2^{-1}\pi y(y^2+1)^{-1}\operatorname{th}(2^{-1}\pi y)$
(48)	$\ln\left(1+\frac{\cos\alpha}{\operatorname{ch}x}\right)$, $\|\operatorname{Re}\alpha\|<\pi$	$\frac{\pi[\operatorname{ch}(\pi y/2)-\operatorname{ch}(\alpha y)]}{y\operatorname{sh}(\pi y)}$
(49)	$\ln\frac{\operatorname{ch}x+\sin\alpha}{\operatorname{ch}x-\sin\alpha}$, $\|\operatorname{Re}\alpha\|<\pi/2$	$\frac{\pi\operatorname{sh}(\alpha y)}{y\operatorname{ch}(\pi y/2)}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(50)	$\ln\frac{\operatorname{ch} x+\cos\alpha}{\operatorname{ch} x+\cos\beta}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\operatorname{Re}\beta\rvert<\pi$	$\frac{\pi[\operatorname{ch}(\beta y)-\operatorname{ch}(\alpha y)]}{y\operatorname{sh}(\alpha y)}$
(51)	$\frac{\cos(\alpha x)}{\operatorname{ch}(\beta x)}$, $\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$\frac{\pi\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\alpha\beta^{-1})\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)}{\beta[\operatorname{ch}(\pi\alpha\beta^{-1})+\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)]}$
(52)	$\frac{\sin(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)}$, $\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$\frac{\pi\operatorname{sh}(\pi\alpha\beta^{-1})}{2\beta[\operatorname{ch}(\pi\alpha\beta^{-1})+\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)]}$
(53)	$\frac{\sin(\pi^{-1}x^2)}{\operatorname{ch} x}$	$\frac{\pi[\cos(2^{-2}\pi y^2)-2^{-1/2}]}{2\operatorname{ch}(\pi y/2)}$
(54)	$\frac{\cos(\pi^{-1}x^2)}{\operatorname{ch} x}$	$\frac{\pi[\sin(2^{-2}\pi y^2)+2^{-1/2}]}{2\operatorname{ch}(\pi y/2)}$
(55)	$\frac{\sin(\pi a x^2)}{\operatorname{ch}(\pi x)}$, $a>0$	$-\sum\limits_{k=0}^{\infty}e^{-(k+1/2)y}\sin[(k+1/2)^2\pi a]+$ $+a^{-1/2}\sum\limits_{k=0}^{\infty}e^{-a^{-1}(k+1/2)y}\times$ $\times\sin\left[\frac{\pi}{4}-\frac{y^2}{4\pi a}+\frac{(k+1/2)^2\pi}{a}\right]$
(56)	$\frac{\cos(\pi a x^2)}{\operatorname{ch}(\pi x)}$, $a>0$	$\sum\limits_{k=0}^{\infty}(-1)^k e^{-(k+1/2)y}\times$ $\times\cos[(k+1/2)^2\pi a]+$ $+a^{-1/2}\sum\limits_{k=0}^{\infty}e^{-a^{-1}(k+1/2)y}\times$ $\times\cos\left[\frac{\pi}{4}-\frac{y^2}{4\pi a}+\frac{(k+1/2)^2\pi}{a}\right]$
(57)	$\frac{\cos(2^{-1}x^2)+\sin(2^{-1}x^2)}{\operatorname{ch}(2^{-1/2}\pi^{1/2}x)}$	$\frac{\pi^{1/2}[\cos(2^{-1}y^2)+\sin(2^{-1}y^2)]}{2^{1/2}\operatorname{ch}(2^{-1/2}\pi^{1/2}y)}$
(58)	$\frac{\operatorname{ch}(2^{-1}x^{1/2})\cos(2^{-1}x^{1/2})}{\operatorname{ch}(x^{1/2})+\cos(x^{1/2})}$	Относительно этого и подобных ему интегралов см. Glaisher J. W. L., 1871, Quart. J. Math. Oxford Series 11, 328—343
(59)	$\sin(\pi x^2)[1+2\operatorname{ch}(2\pi 3^{-1/2}x)]^{-1}$	$-3^{1/2}+2\cos(\pi/12-2^{-2}\pi^{-1}y^2)\times$ $\times[8\operatorname{ch}(3^{-1/2}y)-4]^{-1}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(60)	$\cos(\pi x^2)\,[1+2\operatorname{ch}(2\pi 3^{-1/2}x)]^{-1}$	$1-2\sin(\pi/12-2^{-2}\pi^{-1}y^2)\times$ $\times[8\operatorname{ch}(3^{-1/2}y)-4]^{-1}$
(61)	$\dfrac{\sin[2a\operatorname{ch}(x/2)]}{[\operatorname{ch}(x/2)]^{1/2}},\quad a>0$	$-2^{-1}\pi^{3/2}a^{1/2}\times$ $\times[J_{1/4+iy}(a)\,Y_{1/4-iy}(a)+$ $+J_{1/4-iy}(a)\,Y_{1/4+iy}(a)]$
(62)	$\dfrac{\cos[2a\operatorname{ch}(x/2)]}{[\operatorname{ch}(x/2)]^{1/2}},\quad a>0$	$-2^{-1}\pi^{3/2}a^{1/2}\times$ $\times[J_{-1/4+iy}(a)\,Y_{-1/4-iy}(a)+$ $+J_{-1/4-iy}(a)\,Y_{-1/4+iy}(a)]$
(63)	$\dfrac{\sin[2a\operatorname{sh}(x/2)]}{[\operatorname{sh}(x/2)]^{1/2}},\quad a>0$	$(\pi a)^{1/2}[I_{1/4-iy}(a)\,K_{1/4+iy}(a)+$ $+I_{1/4+iy}(a)\,K_{1/4-iy}(a)]$
(64)	$\dfrac{\cos[2a\operatorname{sh}(x/2)]}{[\operatorname{sh}(x/2)]^{1/2}},\quad a>0$	$(\pi a)^{1/2}[I_{-1/4-iy}(a)\,K_{-1/4+iy}(a)+$ $+I_{-1/4+iy}(a)\,K_{-1/4-iy}(a)]$
(65)	$\dfrac{\operatorname{sh}(2a\cos x)}{(\cos x)^{1/2}},\quad 0<x<\pi/2$ $0,\quad \pi/2<x<\infty$	$(\pi/2)^{3/2}(2a)^{1/2}I_{y/2+1/4}(a)\times$ $\times I_{-y/2+1/4}(a)$
(66)	$\dfrac{\operatorname{ch}(2a\cos x)}{(\cos x)^{1/2}},\quad 0<x<\pi/2$ $0,\quad \pi/2<x<\infty$	$(\pi/2)^{3/2}(2a)^{1/2}I_{y/2-1/4}(a)\times$ $\times I_{-y/2-1/4}(a)$
(67)	$\operatorname{arcctg}(e^{2x})\operatorname{sh}x$	$\dfrac{\pi\operatorname{ch}(2^{-2}\pi y)+\pi y\operatorname{sh}(2^{-2}\pi y)}{2^{3/2}(1+y^2)\operatorname{ch}(2^{-1}\pi y)}-\dfrac{2^{-2}\pi}{1+y^2}$

1.10. Ортогональные многочлены

(1)	$P_n(1-2x^2),\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$	$2^{-1}\pi(-1)^n J_{n+1/2}(y/2)\times$ $\times J_{-n-1/2}(y/2)$
(2)	$(a^2-x^2)^{-1/2}T_{2n}(a^{-1}x),\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$	$2^{-1}(-1)^n\pi J_{2n}(ay)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(3)	$(a^2-x^2)^{\nu-1/2}C_{2n}^{\nu}(a^{-1}x)$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\dfrac{(-1)^n\pi a^{\nu}\Gamma(2n+2\nu)J_{\nu+2n}(ay)}{(2n)!\,\Gamma(\nu)(2y)^{\nu}}$
(4)	$(1-x^2)^{\nu}P_{2n}^{(\nu,\nu)}(x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$(-1)^n 2^{\nu-1/2}\pi^{1/2}\Gamma(2n+\nu-1)\times$ $\times\dfrac{J_{2n+\nu+1/2}(y)}{(2n)!\,y^{\nu+1/2}}$
(5)	$[(1-x)^{\nu}(1+x)^{\mu}+$ $+(1+x)^{\nu}(1-x)^{\mu}]P_{2n}^{(\nu,\mu)}(x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\operatorname{Re}\mu>-1$	$(-1)^n 2^{2n+\nu+\mu}[(2n)!]^{-1}\times$ $\times B(2n+\nu+1,\ 2n+\mu+1)\times$ $\times e^{iy}y^{2n}[{}_1F_1(2n+\nu+1;$ $4n+\nu+\mu+2;\ -2iy)+$ $+{}_1F_1(2n+\mu+1;$ $4n+\nu+\mu+2;\ -2iy)]$
(6)	$[(1-x)^{\nu}(1+x)^{\mu}-$ $-(1+x)^{\nu}(1-x)^{\mu}]P_{2n+1}^{(\nu,\mu)}(x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\operatorname{Re}\mu>-1$	$(-1)^{n+1}2^{2n+\nu+\mu+1}[(2n+1)!]^{-1}\times$ $\times B(2n+\nu+2,\ 2n+\mu+2)\times$ $\times y^{2n+1}ie^{iy}[{}_1F_1(2n+\nu+2;$ $4n+\nu+\mu+4;\ -2iy)-$ $-{}_1F_1(2n+\mu+2;$ $4n+\nu+\mu+4;\ -2iy)]$
(7)	$e^{-x^2}\mathrm{He}_{2n}(2x)$	$2^{-1}\pi^{1/2}(-1)^n e^{-2^{-2}y^2}\mathrm{He}_{2n}(y)$
(8)	$e^{-(2\alpha)^{-1}x^2}\times$ $\times\mathrm{He}_{2n}[x\alpha^{-1/2}(1-\alpha)^{-1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\alpha\neq1$	$(-1)^n2^{-1/2}\pi^{1/2}\alpha^{n+1/2}(1-\alpha)^{-n}\times$ $\times e^{-2^{-1}\alpha y^2}\mathrm{He}_{2n}(y)$
(9)	$e^{-2^{-1}x^2}\mathrm{He}_{2n}(x)$	$(-1)^n(2^{-1}\pi)^{1/2}y^{2n}e^{-2^{-1}y^2}$
(10)	$e^{-2^{-1}x^2}[\mathrm{He}_n(x)]^2$	$(\pi/2)^{1/2}n!\,e^{-2^{-1}y^2}L_n(y^2)$
(11)	$e^{-2^{-1}x^2}\mathrm{He}_n(x)\,\mathrm{He}_{n+2m}(x)$	$(\pi/2)^{1/2}n!\,(-1)^m y^{2m}e^{-2^{-1}y^2}\times$ $\times L_n^{2m}(y^2)$
(12)	$e^{-\alpha x}x^{\nu-2n}L_{2n-1}^{\nu-2n}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\nu>2n-1$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$i(-1)^{n+1}\Gamma(\nu)[2(2n-1)!]^{-1}\times$ $\times y^{2n-1}[(\alpha-iy)^{-\nu}-(\alpha+iy)^{-\nu}]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(13)	$e^{-\alpha x}x^{\nu-1-2n}L_{2n}^{\nu-1-2n}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\nu>2n,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$(-1)^n\Gamma(\nu)\,[2\,(2n)!]^{-1}y^{2n}\times$ $\times[(\alpha+iy)^{-\nu}+(\alpha-iy)^{-\nu}]$
(14)	$e^{-2^{-1}x^2}L_n(x^2)$	$(\pi/2)^{1/2}(n!)^{-1}e^{-2^{-1}y^2}\,[\mathrm{He}_n(y)]^2$
(15)	$x^{2m}e^{-2^{-1}x^2}L_n^{2m}(x^2)$	$(-1)^m(\pi/2)^{1/2}(n!)^{-1}e^{-2^{-1}y^2}\times$ $\times\mathrm{He}_n(y)\,\mathrm{He}_{n+2m}(y)$
(16)	$x^{2n}e^{-2^{-1}x^2}L_n^{n-1/2}(2^{-1}x^2)$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{2n}e^{-2^{-1}y^2}\times$ $\times L_n^{n+1/2}(2^{-1}y^2)$

1.11. Гамма-функция (включая неполную гамма-функцию) и связанные с ней функции; функции Лежандра

(1)	$\lvert\Gamma(a+ix)\rvert^2,\quad a>0$	$\dfrac{\pi\Gamma(2a)}{2^{2a}\operatorname{ch}^{2a}(y/2)}$
(2)	$[\mathrm{B}(a+bx,\ a-bx)]^{-1},\quad b>0$	$b^{-1}(a-{}^1/_2)\,[2\cos(2^{-1}b^{-1}y)]^{2a-2}$, $0<y<\pi b$
(3)	$\zeta({}^1/_2+ix)$	$2\pi^2\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2\pi n^4e^{-9y/2}-3n^2e^{-5y/2})\times$ $\times e^{-n^2\pi e^{-2y}}$
(4)	$(1+4x^2)^{-1}\zeta({}^1/_2+ix)$	$2^{-2}\pi\,[\operatorname{ch}(y/2)+2^{-2}\theta_3(0\mid ie^{-2y})]$
(5)	$x\operatorname{Erfc}(ax),\quad a>0$	$(2a^2)^{-1}e^{-(2a)^{-2}y^2}-$ $-y^{-2}\,[1-e^{-(2a)^{-2}y^2}]$
(6)	$x^{-1}[\operatorname{Erfc}(ax)-\operatorname{Erfc}(bx)]$, $a,\ b>0$	$2^{-1}\operatorname{Ei}(-2^{-2}a^{-2}y^2)-$ $-2^{-1}\operatorname{Ei}(-2^{-2}b^{-2}y^2)$
(7)	$\operatorname{si}(ax),\quad a>0$	$-\dfrac{1}{2y}\ln\left\lvert\dfrac{y+a}{y-a}\right\rvert,\quad y\neq a$
(8)	$e^{-\alpha x}\operatorname{si}(bx),\quad a>0,\ b>0$	$-\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{y^2+a^2}\left\{y\ln\left[\dfrac{a^2+(y+b)^2}{a^2+(y-b)^2}\right]^{1/2}+\right.$ $\left.+a\operatorname{arctg}\left(\dfrac{2ab}{b^2-a^2-y^2}\right)+\pi a\right\}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(9)	$e^{-\alpha x}\operatorname{si}(\beta x)$, $\quad$ $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$-\dfrac{\operatorname{arctg}[(\alpha+iy)/\beta]}{2(\alpha+iy)}-\dfrac{\operatorname{arctg}[(\alpha-iy)/\beta]}{2(\alpha-iy)}$
(10)	$\operatorname{Si}(bx)$, $\quad 0<x<a$ 0, $\quad a<x<\infty$ $b>0$	$2^{-1}y^{-1}\{2\sin(ay)\operatorname{Si}(ab)+$ $+\operatorname{Ci}(ay+ab)-\operatorname{Ci}(\lvert ay-ab\rvert)+$ $+\ln[(\lvert y-b\rvert)(y+b)^{-1}]\}$, $\quad y\neq b$ $2^{-1}y^{-1}[2\sin(ab)\operatorname{Si}(ab)+$ $+\operatorname{Ci}(2ab)-\ln(2ab)-C]$, $\quad y=b$
(11)	$x^{-1}\operatorname{Si}(ax)$, $\quad a>0$	$2^{-1}\pi\ln(ay^{-1})$, $\quad 0<y<a$ 0, $\quad y>a$
(12)	$x(x^2+b^2)^{-1}\operatorname{Si}(ax)$, $\quad a,\ b>0$	$2^{-2}\pi\{e^{-by}[\overline{\operatorname{Ei}}(by)-\operatorname{Ei}(-ab)]-$ $-e^{by}[\operatorname{Ei}(-by)-\operatorname{Ei}(-ab)]\}$, $\quad 0<y<a$ $2^{-2}\pi e^{-by}[\operatorname{Ei}(-ab)-\overline{\operatorname{Ei}}(ab)]$, $\quad a<y<\infty$
(13)	$\operatorname{Ci}(ax)$, $\quad a>0$	0, $\quad 0<y<a$ $-2^{-1}\pi y^{-1}$, $\quad a<y<\infty$
(14)	$\operatorname{Ci}(bx)$, $\quad 0<x<a$ 0, $\quad a<x<\infty$ $b>0$	$2^{-1}y^{-1}[2\sin(ay)\operatorname{Ci}(ab)-$ $-\operatorname{Si}(ay+ab)-\operatorname{Si}(ay-ab)]$
(15)	$(x^2+b^2)^{-1}\operatorname{Ci}(ax)$, $\quad a,\ b>0$	$2^{-1}\pi b^{-1}\operatorname{ch}(by)\operatorname{Ei}(-ab)$, $\quad 0<y\leqslant a$ $2^{-2}\pi b^{-1}\{e^{-by}[\overline{\operatorname{Ei}}(ab)+\operatorname{Ei}(-ab)-$ $-\overline{\operatorname{Ei}}(by)]+e^{by}\operatorname{Ei}(-by)\}$, $\quad a\leqslant y<\infty$
(16)	$e^{-ax}\operatorname{Ci}(bx)$, $\quad a>0,\ b>0$	$-\dfrac{a\ln\{[(a^2+b^2-y^2)^2+4a^2y^2]\,b^{-4}\}}{4(y^2+a^2)}-$ $-\dfrac{y\operatorname{arctg}[2ay(a^2+b^2-y^2)^{-1}]}{2(y^2+a^2)}$
(17)	$e^{-\alpha x}\operatorname{Ci}(\beta x)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$-\dfrac{\ln[1+\beta^{-2}(\alpha+iy)^2]}{4(\alpha+iy)}-$ $-\dfrac{\ln[1+\beta^{-2}(\alpha-iy)^2]}{4(\alpha-iy)}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(18)	$\mathrm{ci}^2(x)+\mathrm{si}^2(x)$	$\pi y^{-1}\ln(1+y)$
(19)	$\mathrm{Ei}(-x)$	$-y^{-1}\,\mathrm{arctg}\,y$
(20)	$e^x\,\mathrm{li}(e^{-x})$	$(1+y^2)^{-1}(\ln y-2^{-1}\pi y)$
(21)	$e^{-x}\,\mathrm{li}(e^x)$	$-(1+y^2)^{-1}(\ln y+2^{-1}\pi y)$
(22)	$x^{-1/2}C(x)$	$\pi^{1/2}2^{-3/2}y^{-1/2}$, $0<y<1$ 0, $1<y<\infty$
(23)	$P_\nu(x^2+1)$, $-1<\mathrm{Re}\,\nu<0$	$-2^{1/2}\pi^{-1}\sin\nu\pi\,K^2_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y)$
(24)	$Q_\nu(x^2+1)$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1$	$2^{-1/2}\pi K_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y)\times$ $\times I_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y)$
(25)	$\mathrm{P}_\nu(2x^2-1)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	$2^{-1}\pi J_{\nu+1/2}(y/2)\,J_{-\nu-1/2}(y/2)$
(26)	0, $0<x<a$ $(x^2-a^2)^{\nu/2-1/4}\mathrm{P}_0^{1/2-\nu}(ax^{-1})$, $a<x<\infty$ $\lvert\mathrm{Re}\,\nu\rvert<1/2$	$y^{-\nu-1/2}\cos(ay-2^{-1}\nu\pi-2^{-2}\pi)$
(27)	$\dfrac{\mathrm{P}_{-1/2+ix}(a)}{\mathrm{ch}(\pi x)}$, $-1<a<1$	$[2(a+\mathrm{ch}\,y)]^{-1/2}$
(28)	$\mathrm{P}^{-\nu}_{x-1/2}(\cos\theta)$, $0<\theta<\pi$	$\dfrac{(2\pi)^{1/2}}{2\Gamma(\nu+1/2)}\dfrac{(\cos y-\cos\theta)^{\nu-1/2}}{\sin^\nu\theta}$, $0<y<\theta$ $\left.\begin{array}{ll}0, & \nu>1/2\\ \dfrac{(2\pi)^{1/2}}{4(\sin\theta)^{1/2}}, & \nu=1/2\\ \infty, & -1<\nu<1/2\end{array}\right\}\ y=\theta$ 0, $y>\theta$

1.12. Функции Бесселя аргумента kx

(1)	$J_0(ax)$, $a>0$	$(a^2-y^2)^{-1/2}$, $0<y<a$ ∞, $y=a$ 0, $a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(2)	$J_{2n}(ax), \quad a>0$	$(-1)^n (a^2-y^2)^{-1/2}\,T_{2n}(y/a),\quad 0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$
(3)	$J_\nu(ax), \quad \operatorname{Re}\nu>-1,\ a>0$	$(a^2-y^2)^{-1/2}\cos[\nu\arcsin(y/a)],\quad 0<y<a$ $-a^\nu\sin(2^{-1}\nu\pi)(y^2-a^2)^{-1/2}\times$ $\times[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^{-\nu},\quad a<y<\infty$
(4)	$x^{-1}J_\nu(ax), \quad \operatorname{Re}\nu>0,\ a>0$	$\nu^{-1}\cos[\nu\arcsin(y/a)],\quad 0<y<a$ $\nu^{-1}a^\nu\cos(2^{-1}\nu\pi)\times$ $\times[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^{-\nu},\quad a<y<\infty$
(5)	$x^{-2}J_\nu(ax), \quad \operatorname{Re}\nu>1,\ a>0$	$\dfrac{a\cos[(\nu-1)\arcsin(y/a)]}{2\nu(\nu-1)}+$ $+\dfrac{a\cos[(\nu+1)\arcsin(y/a)]}{2\nu(\nu+1)},\quad 0<y<a$ $\dfrac{a^\nu\sin(\nu\pi/2)}{2\nu(\nu-1)[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^{\nu-1}}-$ $-\dfrac{a^{\nu+2}\sin(\nu\pi/2)}{2\nu(\nu+1)[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^{\nu+1}},\quad a<y<\infty$
(6)	$x^{-1/2}J_{2n+1/2}(ax), \quad a>0$	$(-1)^n\pi^{1/2}(2a)^{-1/2}P_{2n}(y/a),\quad 0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$
(7)	$x^{-1/2}J_\nu(ax),$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2,\ a>0$	$\dfrac{\Gamma(\nu/2+1/4)}{(2a)^{1/2}\Gamma(\nu/2+3/4)}\times$ $\times{}_2F_1(\nu/2+1/4,\ 1/4-\nu/2;\ 1/2;\ y^2/a^2),\quad 0<y<a$ $\dfrac{\Gamma(\nu/2+1/4)\pi^{1/2}a^\nu}{2^{1/2}y^{\nu+1/2}\Gamma(\nu+1)\Gamma(1/4-\nu/2)}\times$ $\times{}_2F_1(\nu/2+1/4,\ \nu/2+3/4;\ \nu+1;\ a^2/y^2),\quad a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(8)	$x^{-\nu}J_\nu(ax)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\pi^{1/2}(2a)^{-\nu}[\Gamma(\nu+1/2)]^{-1}\times$ $\times(a^2-y^2)^{\nu-1/2}$, $0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$
(9)	$x^{-\nu}J_{\nu+2n}(ax)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2,\ a>0$	$(-1)^n 2^{\nu-1}a^{-\nu}(2n)!\times$ $\times\Gamma(\nu)[\Gamma(2\nu+2n)]^{-1}\times$ $\times(a^2-y^2)^{\nu-1/2}C_{2n}^{\nu}(y/a)$, $0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$
(10)	$x^{1-\nu}J_\nu(ax)$, $\operatorname{Re}\nu>1/2,\ a>0$	$[2^{\nu-1}a^{2-\nu}\Gamma(\nu)]^{-1}\times$ $\times{}_2F_1(1,\ 1-\nu;\ 1/2;\ a^{-2}y^2)$, $0<y<a$ $-(a/2)^\nu[\Gamma(1+\nu)]^{-1}y^{-2}\times$ $\times{}_2F_1(1,\ 3/2;\ \nu+1;\ a^2y^{-2})$, $a<y<\infty$
(11)	$x^{\nu+1}J_\nu(ax)$, $-1<\operatorname{Re}\nu<-1/2,\ a>0$	$0,\quad 0<y<a$ $2^{\nu+1}\pi^{1/2}a^\nu[\Gamma(-1/2-\nu)]^{-1}y\times$ $\times(y^2-a^2)^{-\nu-3/2}$, $a<y<\infty$
(12)	$x^{2\mu-1}J_{2\nu}(ax)$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}\mu<3/4$	$\dfrac{2^{2\mu-1}a^{-2\mu}\Gamma(\nu+\mu)}{\Gamma(1+\nu-\mu)}\times$ $\times{}_2F_1(\nu+\mu,\ \mu-\nu;\ 1/2;\ a^{-2}y^2)$, $0<y<a$ $\dfrac{(a/2)^{2\nu}y^{-2\nu-2\mu}\Gamma(2\nu+2\mu)\cos(\nu\pi+\pi\mu)}{\Gamma(2\nu+1)}\times$ $\times{}_2F_1(\nu+\mu,\ \nu+\mu+1/2;\ 2\nu+1;$ $a^2y^{-2})$, $a<y<\infty$
(13)	$(x^2+\beta^2)^{-1}J_0(ax)$, $a>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\beta^{-1}\pi e^{-\beta y}I_0(a\beta)$, $a<y<\infty$
(14)	$x(x^2+\beta^2)^{-1}J_0(ax)$, $\quad\operatorname{Re}\beta>0$	$\operatorname{ch}(\beta y)K_0(a\beta)$, $\quad 0<y<a$
(15)	$x^{-\nu}(x^2+\beta^2)^{-1}J_\nu(ax)$, $\operatorname{Re}\nu>-5/2$ $\operatorname{Re}\beta>0,\ a>0$	$2^{-1}\pi\beta^{-\nu-1}e^{-\beta y}I_\nu(a\beta)$, $a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(16)	$x^{\nu+1}(x^2+\beta^2)^{-1}J_\nu(ax)$, $-1<\operatorname{Re}\nu<{}^3/_2$, если $0<y<1$ $a>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\beta^\nu \operatorname{ch}(\beta y)\,K_\nu(a\beta)$, $0<y<a$
(17)	$x^\nu \sin x J_\nu(x)$, $-1<\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2$	$\pi^{1/2}2^{\nu-1}[\Gamma({}^1/_2-\nu)]^{-1}\times$ $\times(y^2+2y)^{-\nu-1/2}$, $0<y<2$ $\pi^{1/2}2^{\nu-1}[\Gamma({}^1/_2-\nu)]^{-1}\times$ $\times\left[(y^2+2y)^{-\nu-1/2}-\right.$ $\left.-(y^2-2y)^{-\nu-1/2}\right]$, $2<y<\infty$
(18)	$x^{-\nu}\cos x\, J_\nu(x)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$\pi^{1/2}2^{-\nu-1}[\Gamma(\nu+{}^1/_2)]^{-1}\times$ $\times(2y-y^2)^{\nu-1/2}$, $0<y<2$ 0, $2<y<\infty$
(19)	$x^{-\nu}\sin xJ_{\nu+1}(x)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$2^{-\nu-1}\pi^{1/2}[\Gamma(\nu+{}^1/_2)]^{-1}\times$ $\times(1-y)(2y-y^2)^{\nu-1/2}$, $0<y<2$ 0, $2<y<\infty$
(20)	$J_\nu(x)\,J_{-\nu}(x)$	$2^{-1}P_{\nu-1/2}(2^{-1}y^2-1)$, $0<y<2$ 0, $2<y<\infty$
(21)	$x^{1/2}[J_{-1/4}(ax)]^2$, $a>0$	$(2^{-1}\pi y)^{-1/2}(4a^2-y^2)^{-1/2}$, $0<y<2a$ 0, $2a<y<\infty$
(22)	$x^{1/2}J_{\nu-1/4}(ax)\,J_{-\nu-1/4}(ax)$, $a>0$	$\{[(2a+y)^{1/2}+i(2a-y)^{1/2}]^{4\nu}+$ $+[(2a+y)^{1/2}-i(2a-y)^{1/2}]^{4\nu}\}\times$ $\times(4a)^{-2\nu}(2\pi y)^{-1/2}(4b^2-y^2)^{-1/2}$, $0<y<2a$ 0, $2a<y<\infty$
(23)	$x^{1/2}J_{\nu-1/4}(ax)\,J_{-\nu-1/4}(ax)$	$(2^{-1}\pi y)^{-1/2}(4a^2-y^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[2\nu\arccos(2^{-1}a^{-1}y)]$, $0<y<2a$ 0, $2a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(24)	$x^{\nu-\mu+1}J_\mu(ax)\,J_\nu(bx)$, $0<a<b,\ -1<\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}\mu$	$0, \qquad 0<y<b-a$
(25)	$x^{\rho-\mu-1}J_\mu(ax)\,J_\rho(bx)$, $0<\operatorname{Re}\rho<\operatorname{Re}\mu+2$, $0<a<b$	$2^{\rho-\mu-1}b^{-\rho}a^\mu\,\Gamma(\rho)/\Gamma(\mu+1)$, $0<y<b-a$
(26)	$x^\lambda J_\mu(ax)\,J_\rho(bx)$	См. Bailey W. N., 1936, Proc. Lond. Math. Soc. (2), 40, 37—48
(27)	$Y_0(ax), \qquad a>0$	$0, \qquad 0<y<a$ $-(y^2-a^2)^{-1/2}, \qquad a<y<\infty$
(28)	$Y_\nu(ax), \qquad a>0, \quad \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\dfrac{-\operatorname{tg}(\nu\pi/2)}{(a^2-y^2)^{1/2}}\cos[\nu\arcsin(y/a)]$, $0<y<a$ $-\sin(\nu\pi/2)(y^2-a^2)^{-1/2}\times$ $\times\left\{a^{-\nu}[y-(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu\operatorname{ctg}(\nu\pi)+\right.$ $\left.+\dfrac{a^\nu[y-(y^2-a^2)^{1/2}]^{-\nu}}{\sin(\nu\pi)}\right\}$, $a<y<\infty$
(29)	$x^\nu Y_\nu(ax), \qquad \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<{}^1/_2,\ a>0$	$0, \qquad 0<y<a$ $-2^\nu\pi^{1/2}a^\nu[\Gamma({}^1/_2-\nu)]^{-1}\times$ $\times(y^2-a^2)^{-\nu-1/2}$, $a<y<\infty$
(30)	$x^\nu\cos(ax)\,Y_\nu(ax)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<{}^1/_2,\ a>0$	$-2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^\nu[\Gamma({}^1/_2-\nu)]^{-1}\times$ $\times(y^2+2ay)^{-\nu-1/2}$, $0<y<2a$ $-2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^\nu[\Gamma({}^1/_2-\nu)]^{-1}\times$ $\times\{(y^2+2ay)^{-\nu-1/2}+$ $+(y^2-2ay)^{-\nu-1/2}\}$, $2a<y<\infty$
(31)	$Y_\nu(ax)\cos(\nu\pi/2)+$ $+J_\nu(ax)\sin(\nu\pi/2)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1,\quad a>0$	$0, \qquad 0<y<a$ $-\dfrac{[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu+[y-(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu}{2a^\nu(y^2-a^2)^{1/2}}$, $y>a$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(32)	$x^\nu[J_\nu(ax)\sin(ax)+$ $+Y_\nu(ax)\cos(ax)]$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2,\quad a>0$	$0,\qquad 0<y<2a$ $-\pi^{1/2}(2a)^\nu[\Gamma(1/2-\nu)]^{-1}\times$ $\times(y^2-2ay)^{-\nu-1/2}$, $2a<y<\infty$
(33)	$J_\nu(ax)\sin(ax-\nu\pi/2)-$ $-Y_\nu(ax)\cos(ax-\nu\pi/2)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1,\ a>0$	$2^{-1}a^{-\nu}(y^2+2ay)^{-1/2}\times$ $\times\{[y+a+(y^2+2ay)^{1/2}]^\nu+$ $+[y+a-(y^2+2ay)^{1/2}]^\nu\}$
(34)	$x^\nu[Y_\nu(ax)\cos(ax)-$ $-J_\nu(ax)\sin(ax)]$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2,\ a>0$	$-\pi^{1/2}(2a)^\nu[\Gamma(1/2-\nu)]^{-1}\times$ $\times(y^2+2ay)^{-\nu-1/2}$
(35)	$x^{1/2}(x^2+\beta^2)^{-1}\times$ $\times\{J_\nu(ax)\cos[(1/4+\nu/2)\pi]-$ $-Y_\nu(ax)\sin[(1/4+\nu/2)\pi]\}$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<3/2$ $a>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\beta^{-1/2}\operatorname{ch}(\beta y)K_\nu(a\beta)$, $0<y<a$
(36)	$x^{1/2}J_{-1/4}(ax/2)\,Y_{-1/4}(ax/2)$, $a>0$	$0,\qquad 0<y<a$ $-(\pi y/2)^{-1/2}(y^2-a^2)^{-1/2}$, $a<y<\infty$
(37)	$e^{-\alpha x/2}I_0(\alpha x/2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha(2y)^{-1/2}(\alpha^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times[y+(\alpha^2+y^2)^{1/2}]^{-1/2}$
(38)	$\sin(ax)\,I_1(bx)/I_2(cx)$	Относительно этого и родственных ему интегралов см. Timpe A., 1912, Math. Ann., 71, 480—509
(39)	$K_\nu(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\dfrac{\pi\alpha^{-\nu}[y+(y^2+\alpha^2)^{1/2}]^\nu}{4(y^2+\alpha^2)^{1/2}\cos(\nu\pi/2)}+$ $+\dfrac{\pi\alpha^\nu[y+(y^2+\alpha^2)^{1/2}]^{-\nu}}{4(y^2+\alpha^2)^{1/2}\cos(\nu\pi/2)}$
(40)	$x^{\pm\mu}K_\mu(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$ $\operatorname{Re}\mu>-1/2$ для верхнего знака $\operatorname{Re}\mu<1/2$ для нижнего знака	$2^{-1}\pi^{1/2}(2\alpha)^{\pm\mu}\times$ $\times\Gamma(\pm\mu+1/2)(y^2+\alpha^2)^{\mp\mu-1/2}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(41)	$x^{-\lambda}K_{\mu}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}(\lambda\pm\mu)<1,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-\lambda-1}\alpha^{\lambda-1}\Gamma[2^{-1}(\mu-\lambda+1)]\times$ $\times\Gamma[2^{-1}(1-\lambda-\mu)]\times$ $+{}_2F_1[2^{-1}(\mu-\lambda+1),$ $2^{-1}(1-\mu-\lambda);\ {}^1/_2;\ -y^2/\alpha^2]$
(42)	$\cos(\beta x)\,K_0(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\vert\operatorname{Im}\beta\vert$	$2^{-1}\pi(\beta y)^{1/2}\times$ $\times R_1^{-1}R_2^{-1}(R_2+R_1)^{1/2}\times$ $\times(R_2-R_1)^{-1/2}$, $R_1=[\alpha^2+(\beta-y)^2]^{1/2}$, $R_2=[\alpha^2+(\beta+y)^2]^{1/2}$
(43)	$\operatorname{sh}(\alpha x/2)\,K_1(\alpha x/2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi 2^{-1/2}\alpha^2 y^{-1/2}(y^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times[y+(y^2+\alpha^2)^{1/2}]^{-3/2}$
(44)	$x^{-\nu}\operatorname{ch}(\alpha x/2)\,K_{\nu}(\alpha x/2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ -{}^1/_2<\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2$	$\dfrac{\pi^{3/2}y^{\nu-1/2}(\alpha^2+y^2)^{\nu/2-1/4}}{2\alpha^{\nu}\Gamma(\nu+1/2)\cos(\nu\pi)}\times$ $\times\cos[(\nu-{}^1/_2)\operatorname{arcctg}(y/\alpha)]$
(45)	$K_0(\alpha x)\,I_0(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\vert\operatorname{Re}\beta\vert$	$[y^2+(\alpha+\beta)^2]^{-1/2}K\left\{\dfrac{(2\alpha\beta)^{1/2}}{[y^2+(\alpha+\beta)^2]^{1/2}}\right\}$
(46)	$K_{\nu}(\alpha x)\,I_{\nu}(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\vert\operatorname{Re}\beta\vert,\ \operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$2^{-1}(\alpha\beta)^{-1/2}Q_{\nu-1/2}(u)$, $u=(y^2+\beta^2+\alpha^2)(2\beta\alpha)^{-1}$
(47)	$x^{1/2}I_{-1/4}(\alpha x/2)\,K_{1/4}(\alpha x/2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-1/2}(y^2+\alpha^2)^{-1/2}$
(48)	$x^{1/2}I_{-1/4\mp\beta}(\alpha x/2)\,K_{-1/4\pm\beta}(\alpha x/2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$ $\operatorname{Re}\beta<{}^3/_4$ для верхнего знака $\operatorname{Re}\beta>-{}^3/_4$ для нижнего знака	$(\pi/2)^{1/2}\alpha^{-2\beta}y^{-1/2}(\alpha^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times[\pm y+(\alpha^2+y^2)^{1/2}]^{2\beta}$
(49)	$x^{-1/2}K_{\nu}(\alpha x)\,I_{\nu}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_4,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{-1/2}e^{\nu\pi i}\dfrac{\Gamma(1/4+\nu)}{\Gamma(1/4-\nu)}\times$ $\times Q_{-3/4}^{-\nu}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]\times$ $\times P_{-3/4}^{-\nu}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]$
(50)	$K_{\nu}(\alpha x)\,K_{\nu}(\beta x)$, $\vert\operatorname{Re}\nu\vert<{}^1/_2,\ \operatorname{Re}(\alpha+\beta)>0$	$\dfrac{\pi^2}{4(\alpha\beta)^{1/2}\cos(\nu\pi)}\times$ $\times P_{\nu-1/2}[(y^2+\beta^2+\alpha^2)(2\alpha\beta)^{-1}]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(51)	$K_0(x)K_0(\alpha x)[K_0(\beta x)]^{-1}$	См. Ollendorff F., 1926, Arch. Elektrotechnik, 17, 79—101
(52)	$x^{1/2}K_\nu^2(\alpha x)$, $\vert\operatorname{Re}\nu\vert<3/4$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}e^{2\nu\pi i}y^{1/2}(y^2+4\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times[\Gamma(-1/4-\nu)]^{-1}\Gamma(3/4+\nu)\times$ $\times Q^{-\nu}_{-1/4}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]\times$ $\times Q^{-\nu}_{-3/4}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]$
(53)	$x^{-1/2}K_\nu^2(\alpha x)$, $\vert\operatorname{Re}\nu\vert<1/4$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}e^{2\nu\pi i}\Gamma(\nu+1/4)\times$ $\times[\Gamma(-\nu+1/4)]^{-1}\times$ $\times y^{-1/2}\{Q^{-\nu}_{-3/4}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]\}^2$
(54)	$x^{1/2}K_\nu(\alpha x)K_{\nu+1}(\alpha x)$, $-5/4<\operatorname{Re}\nu<1/4$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}e^{(2\nu+1)\pi i}\times$ $\times y^{1/2}(y^2+4\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times\Gamma(5/4+\nu)[\Gamma(-3/4-\nu)]^{-1}\times$ $\times Q^{-\nu}_{-3/4}(u)Q^{-\nu-1}_{-3/4}(u)$, $u=(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}$
(55)	$\mathbf{J}_\nu(ax)+\mathbf{J}_{-\nu}(ax)$, $a>0$	$a^{-\nu}\cos(\nu\pi/2)\times$ $\times\{[y+i(a^2-y^2)^{1/2}]^\nu+$ $+[y-i(a^2-y^2)^{1/2}]^\nu\}(a^2-y^2)^{-1/2}$, $0<y<a$ 0, $a<y<\infty$
(56)	$x^{-\nu-1/2}s_{\nu-1/2,\,\nu+3/2}(x)$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$-2^{-1}\pi y(1-y^2)^\nu$, $0<y<1$ 0, $1<y<\infty$

1.13. Функции Бесселя других аргументов

(1)	$x^{1/2}J_{-1/4}(a^2x^2)$	$2^{-3/2}a^{-2}(\pi y)^{1/2}J_{-1/4}(2^{-2}a^{-2}y^2)$
(2)	$xe^{-bx^2}J_m(a^2x^2)$	См. Terazawa K., 1916, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 92, 57—81
(3)	$x^{1/2}\cos(a^2x^2)J_{-1/4}(a^2x^2)$	$2^{-1}a^{-1}y^{-1/2}\cos(2^{-3}a^{-2}y^{-2}-2^{-3}\pi)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(4)	$x^{1/2}\sin(a^2x^2)\,J_{-1/4}(a^2x^2)$	$-2^{-1}a^{-1}y^{-1/2}\sin(2^{-3}a^{-2}y^2-2^{-3}\pi)$
(5)	$x^{1/2}[J_{-1/8}(a^2x^2)]^2$	$-2^{-5/2}\pi^{1/2}a^{-2}y^{1/2}J_{-1/8}(2^{-4}a^{-2}y^2)\times$ $\times Y_{1/8}(2^{-4}a^{-2}y^2)$
(6)	$x^{1/2}J_{-1/8-\nu}(a^2x^2)\,J_{-1/8+\nu}(a^2x^2)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}y^{-3/2}\,[e^{-i\pi/8}\times$ $\times W_{\nu,-1/8}(2^{-3}y^2a^{-2}e^{-\pi i/2})\times$ $\times W_{-\nu,-1/8}(2^{-3}y^2a^{-2}e^{-\pi i/2})+$ $+e^{\pi i/8}W_{\nu,-1/8}(2^{-3}y^2a^{-2}e^{\pi i/2})\times$ $\times W_{-\nu,-1/8}(2^{-3}y^2a^{-2}e^{\pi i/2})]$
(7)	$x^{1/2}Y_{-1/4}(a^2x^2)$	$-2^{-3/2}\pi^{1/2}a^{-2}y^{1/2}\mathbf{H}_{-1/4}(2^{-2}a^{-2}y^2)$
(8)	$x^{1/2}J_{-1/8}(a^2x^2)\,Y_{-1/8}(a^2x^2)$	$-2^{-3/2}\pi^{1/2}a^{-2}y^{1/2}\times$ $\times[J_{-1/8}(2^{-4}a^{-2}y^2)]^2$
(9)	$x^{1/3}e^{-x^2}I_{-1/3}(x^2)$	$2^{-3/2}\pi^{1/2}y^{1/3}e^{-y^2/8}I_{-1/8}(y^2/8)$
(10)	$x^{1/2}K_{1/4}(a^2x^2)$	$2^{-5/2}\pi^{3/2}a^{-2}y^{1/2}\times$ $\times[I_{-1/4}(2^{-2}a^{-2}y^2)-$ $-\mathbf{L}_{-1/4}(2^{-2}a^{-2}y^2)]$
(11)	$x^{1/2}K_{1/8}(a^2x^2)\,I_{-1/8}(a^2x^2)$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}(2a)^{-2}y^{1/2}\times$ $\times K_{1/8}(2^{-4}a^{-2}y^2)\,I_{-1/8}(2^{-4}a^{-2}y^2)$
(12)	$x^{1/2}K_{1/8-\nu}(a^2x^2)\times$ $\times I_{-1/8-\nu}(a^2x^2),\quad \operatorname{Re}\nu<3/8$	$(2\pi)^{1/2}[\Gamma(3/4)]^{-1}y^{-3/2}\Gamma(3/8-\nu)\times$ $\times W_{\nu,-1/8}(2^{-3}a^{-2}y^2)\times$ $\times M_{-\nu,-1/8}(2^{-3}a^{-2}y^2)$
(13)	$x^{1/2}\mathbf{H}_{-1/4}(a^2x^2)$	$-2^{-3/2}\pi^{1/2}a^{-2}y^{1/2}Y_{-1/4}(2^{-2}a^{-2}y^2)$
(14)	$x^{2\lambda}J_{2\nu}(ax^{-1})$, $-3/4<\operatorname{Re}\lambda<\operatorname{Re}\nu-1/2$, $a>0$	$4^{\lambda-2\nu}\pi^{1/2}y^{2\nu-2\lambda-1}\dfrac{\Gamma(\lambda-\nu+1/2)}{\Gamma(2\nu+1)\,\Gamma(\nu-\lambda)}\times$ $\times{}_0F_2(2\nu+1,\ \nu-\lambda+1/2;$ $\nu-\lambda;\ 2^{-4}a^2y^2)+$ $+4^{-\lambda-1}a^{2\lambda+1}\dfrac{\Gamma(\nu-\lambda-1/2)}{\Gamma(\nu+\lambda+3/2)}\times$ $\times{}_0F_2(1/2,\ \lambda-\nu+3/2;$ $\nu+\lambda+3/2;\ 2^{-4}a^2y^2)$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(15)	$x^{-1}\sin(ax^{-1})\,J_{2n}(bx^{-1}),\quad a>0,\ b>0$	$(-1)^n(\pi/2)\,J_{2n}(cy^{1/2})\,J_{2n}(dy^{1/2}),\quad c^2+d^2=4a,\quad cd=2b$
(16)	$x^{-1}\cos(ax^{-1})\,J_{2n-1}(bx^{-1}),\quad a>0,\ b>0$	$(-1)^n(\pi/2)\,J_{2n-1}(cy^{1/2})\times J_{2n-1}(dy^{1/2}),\quad c^2+d^2=4a,\quad cd=2b$
(17)	$x^{-1/2}\cos(ax^{-1})\,J_{2n-1/2}(ax^{-1}),\quad a>0$	$(-1)^n2^{-1}\pi^{1/2}y^{-1/2}J_{4n-1}(2^{3/2}a^{1/2}y^{1/2})$
(18)	$x^{-1/2}\sin(ax^{-1})\,J_{2n-3/2}(ax^{-1}),\quad a>0$	$(-1)^{n-1}2^{-1}\pi^{1/2}y^{-1/2}\times J_{4n-3}(2^{3/2}a^{1/2}y^{1/2})$
(19)	$x^{-1}K_0(\alpha x^{-1}),\quad \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$-\pi K_0[(2\alpha y)^{1/2}]\,Y_0[(2\alpha y)^{1/2}]$
(20)	$x^{-1}K_\nu(\alpha x^{-1}),\quad \lvert\mathrm{Re}\,\nu\rvert<1,\ \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$-\pi K_\nu[(2\alpha y)^{1/2}]\{J_\nu[(2\alpha y)^{1/2}]\times\sin(\nu\pi/2)+Y_\nu[(2\alpha y)^{1/2}]\times\cos(\nu\pi/2)\}$
(21)	$J_0(ax^{1/2}),\quad a>0$	$y^{-1}\sin(2^{-2}a^2y^{-1})$
(22)	$J_\nu(ax^{1/2}),\quad \mathrm{Re}\,\nu>-2,\ a>0$	$-2^{-2}\pi^{1/2}ay^{-3/2}\times[\sin(2^{-3}a^2y^{-1}-2^{-2}\nu\pi)\times J_{\nu/2-1/2}(2^{-3}a^2y^{-1})+\cos(2^{-3}a^2y^{-1}-2^{-2}\nu\pi)\times J_{\nu/2+1/2}(2^{-3}a^2y^{-1})]$
(23)	$x^{-1/2}J_1(ax^{1/2}),\quad a>0$	$4a^{-1}\sin^2(2^{-3}a^2y^{-1})$
(24)	$x^{\nu-1/2}J_1(ax^{1/2}),\quad -1<\mathrm{Re}\,\nu<3/4,\ a>0$	$\frac{\Gamma(\nu+1)\,y^{-\nu}}{2\sin(\nu\pi)}\times\sin\left(\frac{a^2}{2^3y}+\frac{\nu\pi}{2}\right)k_{-2\nu}\left(\frac{-a^2i}{2^3y}\right)-\sin\left(\frac{a^2}{2^3y}-\frac{\nu\pi}{2}\right)k_{-2\nu}\left(\frac{a^2i}{2^3y}\right)$
(25)	$x^{-1/2}J_\nu(ax^{1/2}),\quad \mathrm{Re}\,\nu>-1,\ a>0$	$(\pi/y)^{1/2}\cos(2^{-3}a^2y^{-1}-\nu\pi/4-\pi/4)\times J_{\nu/2}(2^{-3}a^2y^{-1})$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(26)	$x^{\nu/2}J_\nu(ax^{1/2})$, $-1<\mathrm{Re}\,\nu<1/2,\ a>0$	$2^{-\nu}y^{-\nu-1}a^\nu\sin(2^{-2}a^2y^{-1}-2^{-1}\nu\pi)$
(27)	$J_\nu(ax^{1/2})\,J_\nu(bx^{1/2})$, $a>0,\ b>0,\ \mathrm{Re}\,\nu>-1$	$y^{-1}J_\nu\left(\frac{ab}{2y}\right)\sin\left(\frac{a^2+b^2}{4y}-\frac{\nu\pi}{2}\right)$
(28)	$x^{-1/2}K_{2\nu}(2\alpha^{1/2}x^{1/2})$, $-1/2<\mathrm{Re}\,\nu<1/2,\ \mathrm{Re}\,\alpha^{1/2}>0$	$-\frac{\pi^{3/2}}{4y^{1/2}\cos(\nu\pi)}\times$ $\times\left[J_\nu\left(\frac{\alpha}{2y}\right)\sin\left(\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\alpha}{2y}-\frac{\pi}{4}\right)+\right.$ $\left.+Y_\nu\left(\frac{\alpha}{2y}\right)\cos\left(\frac{\nu\pi}{2}-\frac{\alpha}{2y}-\frac{\pi}{4}\right)\right]$
(29)	$J_0(\alpha^{1/2}x^{1/2})\,K_0(\alpha^{1/2}x^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\frac{\pi}{4y}\left[I_0\left(\frac{\alpha}{2y}\right)-\mathbf{L}_0\left(\frac{\alpha}{2y}\right)\right]$
(30)	$K_0(\alpha^{1/2}x^{1/2})\,Y_0(\alpha^{1/2}x^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\alpha^{1/2}>0$	$-\frac{1}{2y}K_0\left(\frac{\alpha}{2y}\right)$
(31)	$K_0(\alpha^{1/2}e^{2^{-2}\pi i}x^{1/2})\times$ $\times K_0(\alpha^{1/2}e^{-2^{-2}\pi i}x^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\frac{\pi^2}{2^3y}\left[\mathbf{H}_0\left(\frac{a}{2y}\right)-Y_0\left(\frac{a}{2y}\right)\right]$
(32)	$x^{-1/2}J_{2\nu}(\alpha^{1/2}x^{1/2})\,K_{2\nu}(\alpha^{1/2}x^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\alpha^{1/2}>0,\ \mathrm{Re}\,\nu>-1/2$	$\alpha^{-1}(2^{-1}\pi y)^{1/2}\,\Gamma(1/4+\nu)\times$ $\times[\Gamma(1+2\nu)]^{-1}\,W_{1/4,\nu}(2^{-1}\alpha y^{-1})\times$ $\times M_{-1/4,\nu}(2^{-1}\alpha y^{-1})$
(33)	$K_0(2x^{1/2})-(\pi/2)\,Y_0(2x^{1/2})$	$(\pi/2)\,y^{-1}\cos(y^{-1})$
(34)	$x^{\nu/2}\left[e^{i\pi\nu/4}K_\nu(\alpha^{1/2}e^{i\pi/4}x^{1/2})+\right.$ $\left.+e^{-i\pi\nu/4}K_\nu(\alpha^{1/2}e^{-i\pi/4}x^{1/2})\right]$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0,\ \mathrm{Re}\,\nu>-1$	$\pi 2^{-\nu-1}\alpha^\nu y^{-\nu-1}e^{-2^{-2}\alpha y^{-1}}$
(35)	$J_0[a(x^2+b^2)^{1/2}]$, $b>0$	$(a^2-y^2)^{-1/2}\cos[b(a^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<a$ 0, $a<y<\infty$
(36)	$(x^2+b^2)^{-\nu/2-1}\times$ $\times J_{\nu-1}[a(x^2+b^2)^{1/2}]$, $\mathrm{Re}\,\nu>-5/2,\ a,\ b>0$	$2^{-\nu}\pi b^{-1}a^{\nu-1}[\Gamma(\nu)]^{-1}e^{-by}$, $a<y$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(37)	$(x^2+b^2)^{-\nu/2}J_\nu[a(x^2+b^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2,\ a,\ b>0$	$(\pi/2)^{1/2}b^{-\nu+1/2}a^{-\nu}(a^2-y^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times J_{\nu-1/2}[b(a^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<a$; 0, $a<y<\infty$
(38)	$(x^2+a^2)^{-1}(x^2+b^2)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu[c(x^2+b^2)^{1/2}]$, $y>c,\ \operatorname{Re}\nu>-{}^5/_2,\ a>0$	$2^{-1}\pi a^{-1}e^{-ay}(b^2-a^2)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu[c(b^2-a^2)^{1/2}]$, $c<y<\infty$

Относительно многих интегралов этого типа см. преобразования Ганкеля.

(39)	$(x^2+a^2)^{-1/2-\nu/2}\times$ $\times C_{2n}^\nu[x(x^2+a^2)^{-1/2}]\times$ $\times J_{\nu+2n}[(a^2+x^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2,\ a>0$	$(-1)^n 2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{1/2-\nu}\times$ $\times(1-y^2)^{\nu/2-1/4}C_{2n}^\nu(y)\times$ $\times J_{\nu-1/2}[a(1-y^2)^{1/2}]$, $0<y<1$; 0, $1<y<\infty$
(40)	$x^{1/2}J_{-1/4}\{2^{-1}a(c-b)\}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a(c+b)\}$, где $c=(x^2+b^2)^{1/2}$	$(2/\pi)^{1/2}y^{-1/2}(a^2-y^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[b(a^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<a$; 0, $a<y<\infty$

См. также п. 1.6 «Тригонометрических функций», где содержится много результатов, подобных приведенному выше (с перестановкой $f(x)$ и $g(y)$).

(41)	$(x^2+a^2)^{-\nu/2}Y_\nu[b(x^2+a^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2,\ a,\ b>0$	$(2^{-1}\pi a)^{1/2}(ab)^{-\nu}(b^2-y^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times Y_{\nu-1/2}[a(b^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<b$; $-(2a/\pi)^{1/2}(ab)^{-\nu}(y^2-b^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times K_{\nu-1/2}[a(y^2-b^2)^{1/2}]$, $b<y<\infty$
(42)	$(x^2+a^2)^{-\nu/2}\times$ $\times H_\nu^{(2)}[b(a^2+x^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2,\ a,\ b>0$	$(2^{-1}\pi a)^{1/2}(ab)^{-\nu}(b^2-y^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times H_{\nu-1/2}^{(2)}[a(b^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<b$; $i(2a/\pi)^{1/2}(ab)^{-\nu}(y^2-b^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times K_{\nu-1/2}[a(y^2-b^2)^{1/2}]$, $b<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(43)	$K_0\left[\alpha(x^2+\beta^2)^{1/2}\right]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$(\pi/2)(y^2+\alpha^2)^{-1/2}e^{-\beta(y^2+\alpha^2)^{1/2}}$
(44)	$(x^2+\beta^2)^{-1/2}K_1\left[\alpha(x^2+\beta^2)^{1/2}\right]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}\beta^{-1}e^{-\beta(y^2+\alpha^2)^{1/2}}$
(45)	$(x^2+\beta^2)^{\mp\nu/2}K_\nu\left[\alpha(x^2+\beta^2)^{1/2}\right]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}\alpha^{\mp\nu}\beta^{1/2\mp\nu}\times$ $\times(y^2+\alpha^2)^{\pm\nu/2-1/4}\times$ $\times K_{\pm\nu-1/2}\left[\beta(y^2+\alpha^2)^{1/2}\right]$
(46)	$x^{1/2}\times$ $\times I_{-1/4}\{2^{-1}\beta\left[(x^2+\alpha^2)^{1/2}-\alpha\right]\}\times$ $\times K_{1/4}\{2^{-1}\beta\left[(x^2+\alpha^2)^{1/2}+\alpha\right]\}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-1/2}(y^2+\beta^2)^{-1/2}\times$ $\times e^{-\alpha(y^2+\beta^2)^{1/2}}$
(47)	$J_0\left[b(a^2-x^2)^{1/2}\right]$, $0<x<a$; 0, $a<x<\infty$; $b>0$	$(b^2+y^2)^{-1/2}\sin\left[a(b^2+y^2)^{1/2}\right]$
(48)	0, $0<x<a$; $J_0\left[b(x^2-a^2)^{1/2}\right]$, $a<x<\infty$; $b>0$	$(b^2-y^2)^{-1/2}e^{-a(b^2-y^2)^{1/2}}$, $0<y<b$; $-(y^2-b^2)^{-1/2}\sin\left[a(y^2-b^2)^{1/2}\right]$, $b<y<\infty$
(49)	$J_0\left[b(x^2-a^2)^{1/2}\right]$, $a,\ b>0$	$(b^2-y^2)^{-1/2}\operatorname{ch}\left[a(b^2-y^2)^{1/2}\right]$, $0<y<b$; 0, $b<y<\infty$
(50)	$(a^2-x^2)^{\nu/2}J_\nu\left[b(a^2-x^2)^{1/2}\right]$, $0<x<a$; 0, $a<x<\infty$; $\operatorname{Re}\nu>-1,\ b>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{\nu+1/2}b^\nu\times$ $\times J_{\nu+1/2}\left[a(b^2+y^2)^{1/2}\right]\times$ $\times(b^2+y^2)^{-\nu/2-1/4}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(51)	$0, \quad 0<x<a$ $(x^2-a^2)^{\nu/2}J_\nu[b(x^2-a^2)^{1/2}]$, $a<x<\infty$ $-1<\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2,\ b>0$	$(2a/\pi)^{1/2}(ab)^\nu(b^2-y^2)^{-\nu/2-1/4}\times$ $\times K_{\nu+1/2}[a(b^2-y^2)^{1/2}],\ 0<y<b$ $-(2^{-1}\pi a)^{1/2}(ab)^\nu\times$ $\times(b^2-y^2)^{-\nu/2-1/4}\times$ $\times Y_{-\nu-1/2}[a(y^2-b^2)^{1/2}]$, $b<y<\infty$
(52)	$x^{2n}(1-x^2)^{\nu/2+m}\times$ $\times J_\nu[a(1-x^2)^{1/2}]$, $0<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1,\ a>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{-\nu}y\times$ $\times\left(\frac{d}{ada}\right)^m\left(\frac{d}{ydy}\right)^n\{a^{2\nu+2m}y^{2n-1}\times$ $\times(a^2+y^2)^{-2^{-1}(\nu+m+n+1/2)}\times$ $\times J_{\nu+m+n+1/2}[(a^2+y^2)^{1/2}]\}$
(53)	$0, \quad 0<x<1$ $x(x^2-1)^{\nu/2}J_\nu[a(x^2-1)^{1/2}]$, $1<x<\infty$ $-1<\operatorname{Re}\nu<-{}^1/_2,\ a>0$	$0, \quad 0<y<a$ $(\pi/2)^{1/2}a^\nu y^\nu(y^2-a^2)^{-\nu/2-3/4}\times$ $\times J_{-\nu-3/2}[(y^2-a^2)^{1/2}]$, $a<y<\infty$
(54)	$0, \quad 0<x<b$ $(x^2-b^2)^{-1/2}J_\nu[a(x^2-b^2)^{1/2}]$, $b<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1,\ a>0$	$-\pi/2\,J_{\nu/2}\{b/2[y-(y^2-a^2)^{1/2}]\}\times$ $\times Y_{-\nu/2}\{b/2[y+(y^2-a^2)^{1/2}]\}$, $a<y<\infty$
(55)	$0, \quad 0<x<c$ $x(x^2+\beta^2)^{-1}(x^2-c^2)^{\nu/2}\times$ $\times J_\nu[a(x^2-c^2)^{1/2}],\quad c<x<\infty$ $-1<\operatorname{Re}\nu<{}^3/_2$ $a>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$(\beta^2+c^2)^{\nu/2}\operatorname{ch}(\beta y)\times$ $\times K_\nu[a(\beta^2+c^2)^{1/2}]$, $0<y<a$
(56)	$(1-x^2)^{\nu/2-1/4}C_{2n}^\nu(x)\times$ $\times J_{\nu-1/2}[a(1-x^2)^{1/2}]$, $0<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$(-1)^n2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{-1/2+\nu}\times$ $\times(a^2+y^2)^{-1/2-\nu/2}\times$ $\times C_{2n}^\nu[y(a^2+y^2)^{-1/2}]\times$ $\times J_{\nu+2n}[(a^2+y^2)^{1/2}]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(57)	$0, \quad 0<x<c$ $x(x^2+\beta^2)^{-1}(x^2-c^2)^{\nu/2+n-1/2}\times$ $\times Y_\nu[a(x^2-c^2)^{1/2}], \quad c<x<\infty$ $-{}^1/_2-n<\operatorname{Re}\nu<{}^5/_2-2n$ $a>0, \quad \operatorname{Re}\beta>0$	$(-1)^{n+1}(\beta^2+c^2)^{\nu/2+n-1/2}\times$ $\times \operatorname{ch}(by)K_\nu[a(\beta^2+c^2)^{1/2}],$ $0<y<a$
(58)	$H_0^{(2)}[a(\beta^2-x^2)^{1/2}],$ $-\pi<\arg(\beta^2-x^2)^{1/2}\leqslant 0, \ a>0$	$i(a^2+y^2)^{-1/2}e^{-i\beta(a^2+y^2)^{1/2}}$
(59)	$H_0^{(1)}[a(\beta^2-x^2)^{1/2}],$ $0\leqslant\arg(\beta^2-x^2)^{1/2}<\pi,$ $a>0$	$-i(a^2+y^2)^{-1/2}e^{i\beta(a^2+y^2)^{1/2}}$
(60)	$J_{2\nu}[2a\cos(x/2)], \quad 0<x<\pi$ $0, \quad \pi<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$\pi J_{\nu-y}(\alpha)J_{\nu+y}(\alpha)$
(61)	$I_{2\nu}[2a\cos(x/2)], \quad 0<x<\pi$ $0, \quad \pi<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$\pi I_{\nu-y}(\alpha)I_{\nu+y}(\alpha)$
(62)	$J_0[2a\operatorname{sh}(x/2)], \quad a>0$	$[I_{iy}(a)+I_{-iy}(a)]K_{iy}(a)$
(63)	$J_{2\nu}[2a\operatorname{ch}(x/2)], \quad a>0$	$-(\pi/2)[J_{\nu+iy}(a)Y_{\nu-iy}(a)+$ $+J_{\nu-iy}(a)Y_{\nu+iy}(a)]$
(64)	$J_{2\nu}[2a\operatorname{sh}(x/2)],$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2, \ a>0$	$I_{\nu-iy}(a)K_{\nu+iy}(a)+$ $+I_{\nu+iy}(a)K_{\nu-iy}(a)$
(65)	$Y_0[2a\operatorname{sh}(x/2)], \quad a>0$	$-(2/\pi)\operatorname{ch}(\pi y)[K_{iy}(a)]^2$
(66)	$K_0[2a\operatorname{sh}(x/2)], \quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-2}\pi^2\{[J_{iy}(\alpha)]^2+[Y_{iy}(\alpha)]^2\}$
(67)	$J_{\nu-x}(a)J_{\nu+x}(a), \quad \operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$2^{-1}J_{2\nu}[2a\cos(y/2)], \quad y<\pi$ $0, \quad y>\pi$
(68)	$\dfrac{J_{ix}(a)-J_{-ix}(a)}{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi x)}, \quad a>0$	$2\sin(a\operatorname{ch}y)$
(69)	$\dfrac{J_{ix}(a)-J_{-ix}(a)}{\operatorname{sh}(2^{-1}\pi x)}, \quad a>0$	$-2i\cos(a\operatorname{ch}y)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(70)	$e^{2^{-1}\pi x}H_{ix}^{(2)}(a), \qquad a>0$	$ie^{-ia\,\mathrm{ch}\,y}$
(71)	$e^{-2^{-1}\pi x}H_{ix}^{(1)}(a), \qquad a>0$	$-ie^{ia\,\mathrm{ch}\,y}$
(72)	$H_{ix}^{(2)}(a)\,H_{ix}^{(2)}(b)\,e^{\pi x}, \qquad a,\ b>0$	$iH_0^{(2)}\left[(a^2+b^2+2ab\,\mathrm{ch}\,y)^{1/2}\right]$
(73)	$\dfrac{[J_{ix}(a)]^2+[Y_{ix}(a)]^2}{\mathrm{ch}\,(\pi x)}, \qquad a>0$	$-Y_0\,[2a\,\mathrm{ch}\,(y/2)]-$ $-\mathbf{E}_0\,[2a\,\mathrm{ch}\,(y/2)]$
(74)	$I_{\nu+x}(a)\,I_{\nu-x}(a)$	$2^{-1}I_{2\nu}\,[2a\cos(y/2)], \quad 0<y<\pi$ $0, \quad \pi<y<\infty$
(75)	$K_{ix}(a), \qquad \mathrm{Re}\,a>0$	$2^{-1}\pi e^{-a\,\mathrm{ch}\,y}$
(76)	$\mathrm{ch}\,(2^{-1}\pi x)\,K_{ix}(a), \qquad a>0$	$(\pi/2)\cos(a\,\mathrm{sh}\,y)$
(77)	$K_{ix}(a)\,K_{ix}(b), \qquad a,\ b>0$	$(\pi/2)\,K_0\left[(a^2+b^2+2ab\,\mathrm{ch}\,y)^{1/2}\right]$

См. также таблицы преобразований Ганкеля.

1.14. Другие высшие трансцендентные функции

(1)	$e^{2^{-2}x^2}D_{-2}(x)$	$\pi^{1/2}2^{-1/2}e^{2^{-2}y^2}D_{-2}(y)$
(2)	$e^{-2^{-2}x^2}D_{2n}(x)$	$(-1)^n\,2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{2n}e^{-2^{-1}y^2}$
(3)	$D_{2\nu-1/2}\left[(2x)^{1/2}\right]\times$ $\times\left\{D_{-2\nu-1/2}\left[(2x)^{1/2}\right]+\right.$ $\left.+D_{-2\nu-1/2}\left[-(2x)^{1/2}\right]\right\}$	$\dfrac{\pi^{1/2}\left[(1+y^2)^{1/2}+1\right]^{2\nu}\sin(\pi/4-\nu\pi)}{y^{2\nu+1/2}(1+y^2)^{1/2}}$
(4)	$e^{-2^{-1}x^2}\left[D_{2\nu-1/2}(x)+\right.$ $\left.+D_{2\nu-1/2}(-x)\right],$ $\mathrm{Re}\,\nu>1/4$	$2^{1/4-2\nu}\pi^{1/2}y^{2\nu-1/2}\times$ $\times e^{-y^2/4}\sin(\pi/4+\nu\pi)$
(5)	${}_1F_2(\alpha;\ \beta,\ 1/2;\ -2^{-2}x^2),$ $\mathrm{Re}\,\beta>\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\dfrac{\pi\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta-\alpha)}\,y^{2\alpha-1}(1-y^2)^{\beta-\alpha-1}, \quad 0<y<1$ $0, \quad 1<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx,\ y>0$
(6)	$x^{-3/2}W_{\mu+\rho,\ -1/2+\lambda}(2^{-1}x^2)\times$ $\times M_{\mu-\rho,\ -1/2-\lambda}(2^{-1}x^2)$, $\operatorname{Re}\rho<1/2$, $\operatorname{Re}\lambda<3/2$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-3/2}\Gamma(3/4-2\rho)\times$ $\times[\Gamma(3/4-2\lambda)]^{-1}\times$ $\times W_{\mu+\lambda,\ -1/2+\rho}(2^{-1}y^2)\times$ $\times M_{\mu-\lambda,\ -3/2-\rho}(2^{-1}y^2)$
(7)	$x^{-2\nu-1}e^{2^{-2}x^2}W_{3\nu,\ \nu}(2^{-1}x^2)$, $\operatorname{Re}\nu<1/4$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{-2\nu-1}e^{2^{-2}y^2}W_{3\nu,\ \nu}(2^{-1}y^2)$
(8)	$x^{-2\mu-1}e^{-2^{-1}x^2}M_{-\varkappa,\ \mu}(x^2)$, $\operatorname{Re}(\varkappa-\mu)<1/2$	$2^{\varkappa-\mu}\pi^{1/2}\times$ $\times\Gamma(1+2\mu)[\Gamma(1/2-\varkappa+\mu)]^{-1}\times$ $\times y^{\mu-\varkappa-1}e^{-2^{-3}y^2}\times$ $\times W_{-\varkappa/2-3\mu/4,\ -\varkappa/2+\mu/2}(2^{-2}y^2)$
(9)	${}_2F_1(\alpha,\beta;1/2;-c^2x^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$, $c>0$	$2^{-\alpha-\beta+1}\pi c^{-\alpha-\beta}[\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)]^{-1}\times$ $\times y^{\alpha+\beta-1}K_{\alpha-\beta}(y/c)$
(10)	Относительно других косинус-преобразований функций вида ${}_pF_q(a_1,\ldots,a_p;b_1,\ldots,b_q;x^2)$ см. таблицы преобразований Ганкеля.	
(11)	$[\theta_4(0\mid ie^{2x})+\theta_2(0\mid ie^{2x})-$ $-\theta_3(0\mid ie^{2x})]e^{x/2}$	$2^{-1}(2^{1/2+iy}-1)(1-2^{1/2-iy})\times$ $\times\pi^{-1/4-iy/2}\Gamma(1/4+iy/2)\times$ $\times\zeta(1/2+iy)$
(12)	$e^{x/2}[\theta_3(0\mid ie^{2x})-1]$	$2(1+4y^2)^{-1}[1-2\xi(y)]$
(13)	$(x^2+a^2)^{-1/2}K[b(x^2+a^2)^{-1/2}]$, $a>b>0$	$2^{-1}\pi I_0\{2^{-1}[a-(a^2-b^2)^{1/2}]y\}\times$ $\times K_0\{2^{-1}[a+(a^2-b^2)^{1/2}]y\}$

ГЛАВА II

СИНУС-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

2.1. Общие формулы

	$f(x)$		$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(1)	$g(x)$		$2^{-1}\pi f(y)$
(2)	$f(ax)$,	$a>0$	$a^{-1}g(a^{-1}x)$
(3)	$f(ax)\cos(bx)$,	$a,\ b>0$	$\frac{1}{2a}\left[g\left(\frac{y+b}{a}\right)+g\left(\frac{y-b}{a}\right)\right]$
(4)	$f(ax)\sin(bx)$,	$a,\ b>0$	$\frac{1}{2a}\int\limits_0^\infty f(x)\cos\left(\frac{y-b}{a}x\right)dx-$ $-\frac{1}{2a}\int\limits_0^\infty f(x)\cos\left(\frac{y+b}{a}x\right)dx$
(5)	$x^{2n}f(x)$		$(-1)^n\frac{d^{2n}g(y)}{dy^{2n}}$
(6)	$x^{2n+1}f(x)$		$(-1)^{n+1}\frac{d^{2n+1}}{dy^{2n+1}}\int\limits_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx$

2.2. Алгебраические функции

(1)	1, 0,	$0<x<a$ $a<x<\infty$	$y^{-1}[1-\cos(ay)]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(2)	x, $\quad 0<x<1$ $2-x$, $\quad 1<x<2$ 0, $\quad x>2$	$y^{-2}[2\sin y-\sin(2y)]$
(3)	x^{-1}	$\pi/2$
(4)	x^{-1}, $\quad 0<x<a$ 0, $\quad a<x<\infty$	$\mathrm{Si}(ay)$
(5)	0, $\quad 0<x<a$ x^{-1}, $\quad a<x<\infty$	$-\mathrm{si}(ay)$
(6)	$x^{-1/2}$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-1/2}$
(7)	$x^{-1/2}$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$	$(2\pi)^{1/2}y^{-1/2}S(y)$
(8)	0, $\quad 0<x<1$ $x^{-1/2}$, $\quad 1<x<\infty$	$(2\pi)^{1/2}y^{-1/2}[1/2-S(y)]$
(9)	$x^{-3/2}$	$(2\pi y)^{1/2}$
(10)	$(x+\alpha)^{-1}$, $\quad \vert\arg\alpha\vert<\pi$	$\mathrm{Ci}(\alpha y)\sin(\alpha y)-\mathrm{si}(\alpha y)\cos(\alpha y)$
(11)	$(a-x)^{-1}$, $\quad a>0$	$\sin(ay)\,\mathrm{Ci}(ay)-$ $-\cos(ay)[\pi/2+\mathrm{Si}(ay)]$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(12)	$(x+\alpha)^{-1/2}$, $\quad \vert\arg\alpha\vert<\pi$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}[\cos(\alpha y)-\sin(\alpha y)+$ $+2C(\alpha y)\sin(\alpha y)-2S(\alpha y)\cos(\alpha y)]$
(13)	0, $\quad 0<x<a$ $(x-a)^{-1/2}$, $\quad a<x<\infty$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}[\sin(ay)+\cos(ay)]$
(14)	$(x^2+a^2)^{-1}$, $\quad a>0$	$(2a)^{-1}[e^{-ay}\,\overline{\mathrm{Ei}}(ay)-e^{ay}\,\mathrm{Ei}(-ay)]$
(15)	$x(x^2+\alpha^2)^{-1}$, $\quad \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$2^{-1}\pi e^{-\alpha y}$
(16)	$\dfrac{\beta}{\beta^2+(\alpha-x)^2}-\dfrac{\beta}{\beta^2+(\alpha+x)^2}$, $\alpha\pm i\beta$ — мнимое, $\quad \mathrm{Re}\,\beta>0$	$\pi e^{-\beta y}\sin(\alpha y)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(17)	$\dfrac{(\alpha+x)}{\beta^2+(\alpha+x)^2}-\dfrac{(\alpha-x)}{\beta^2+(\alpha-x)^2}$, $\alpha\pm i\beta$ — мнимое, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\pi e^{-\beta y}\cos(\alpha y)$
(18)	$(a^2-x^2)^{-1}$, $a>0$	$a^{-1}[\sin(ay)\operatorname{Ci}(ay)-\cos(ay)\operatorname{Si}(ay)]$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(19)	$x(a^2-x^2)^{-1}$, $a>0$	$-2^{-1}\pi\cos(ay)$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(20)	$x^{-1}(x^2+\alpha^2)^{-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-2}(1-e^{-\alpha y})$
(21)	$x(a^3\pm a^2x+ax^2\pm x^3)^{-1}$, $a>0$	$\pm 2^{-2}a^{-1}[e^{-ay}\,\overline{\operatorname{Ei}}(ay)-e^{ay}\operatorname{Ei}(-ay)-2\operatorname{Ci}(ay)\sin(ay)+2\operatorname{Si}(ay)\cos(ay)]+\pi e^{-ay}-\pi\cos(ay)$ Если берется нижний знак, то интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(22)	$x^2(a^3\pm a^2x+ax^2\pm x^3)^{-1}$, $a>0$	$2^{-2}[e^{ay}\operatorname{Ei}(-ay)-e^{-ay}\,\overline{\operatorname{Ei}}(ay)+2\operatorname{Ci}(ay)\sin(ay)-2\operatorname{Si}(ay)\cos(ay)]\pm\pi e^{-ay}\pm\pi\cos(ay)$ Если берется нижний знак, то интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(23)	$x[x^4+2a^2x^2\cos(2\theta)+a^4]^{-1}$, $a>0$, $\lvert\theta\rvert<\pi/2$	$\dfrac{\pi\sin(ay\sin\theta)\,e^{-ay\cos\theta}}{2a^2\sin(2\theta)}$
(24)	$x^3[x^4+2a^2x^2\cos(2\theta)+a^4]^{-1}$, $a>0$, $\lvert\theta\rvert<\pi/2$	$\dfrac{\pi\sin[2\theta-ay\sin\theta]\,e^{-ay\cos\theta}}{2\sin(2\theta)}$
(25)	$x[(\alpha^2+x^2)(\beta^2+x^2)]^{-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\pi(e^{-\beta y}-e^{-\alpha y})(\alpha^2-\beta^2)^{-1}$
(26)	$(x^2+\alpha^2)^{-1/2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi[I_0(\alpha y)-\mathbf{L}_0(\alpha y)]$
(27)	$x(x^2+\alpha^2)^{-3/2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$yK_0(\alpha y)$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(28)	$x^{-1/2}(x^2+\alpha^2)^{-1/2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{1/2}y^{1/2}I_{1/4}(2^{-1}\alpha y)K_{1/4}(2^{-1}\alpha y)$
(29)	$x^{-1/2}(a^2-x^2)^{-1/2}$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$	$(\pi/2)^{3/2}y^{1/2}[J_{1/4}(2^{-1}ay)]^2$
(30)	0, $0<x<a$ $x^{-1/2}(x^2-a^2)^{-1/2}$, $a<x<\infty$	$-2^{-1}\pi(2^{-1}\pi y)^{1/2}\times$ $\times J_{1/4}(2^{-1}ay)Y_{1/4}(2^{-1}ay)$
(31)	$(x^2+\alpha^2)^{-1/2}[(x^2+\alpha^2)^{1/2}-\alpha]^{1/2}$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}e^{-\alpha y}$
(32)	$x^{-1/2}(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times[x+(x^2+\alpha^2)^{1/2}]^{-1/2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{1/2}\alpha^{-1}\operatorname{sh}(2^{-1}\alpha y)K_0(2^{-1}\alpha y)$
(33)	$x^{-1/2}(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times[x+(x^2+\alpha^2)^{1/2}]^{1/2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\pi e^{-2^{-1}\alpha y}I_0(2^{-1}\alpha y)$
(34)	$\frac{x^{1/2}}{R_1R_2}\left(\frac{R_2-R_1}{R_2+R_1}\right)^{1/2}$, $R_1=[a^2+(b-x)^2]^{1/2}$ $R_2=[a^2+(b+x)^2]^{1/2}$ $a>0$	$b^{-1/2}K_0(ay)\sin(by)$
(35)	$x(x^2+\alpha^2)^{-n}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{\pi y e^{-\alpha y}}{2^{2n-2}(n-1)!\,\alpha^{2n-3}}\times$ $\times\sum_{m=0}^{n-2}\frac{(2n-m-4)!\,(2\alpha y)^m}{m!\,(n-m-2)!}$, $n=2, 3, \ldots$
(36)	$x^{-1}(\alpha^2+x^2)^{-n}$	$2^{-1}\pi\alpha^{-2n}[1-2^{1-n}e^{-\alpha y}\times$ $\times F_{n-1}(\alpha y)/(n-1)!]$, $F_0(z)=1$, $F_n(z)=(z+2n)F_{n-1}(z)-$ $-zF'_{n-1}(z)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(37)	$\dfrac{x^{2m+1}}{(\alpha^2+x^2)^{n+1/2}}$, $-2\leqslant 2m\leqslant 2n,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{(-1)^{m+1}\pi^{1/2}}{2^n\alpha^n\Gamma(n+1/2)}\times \dfrac{d^{2m+1}}{dy^{2m+1}}[y^nK_n(\alpha y)]$
(38)	$\dfrac{x^{m-1}}{x^{2n}+\alpha^{2n}}$, $0\leqslant m\leqslant 2n,\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2n$	$-2^{-1}\pi n^{-1}\alpha^{m-2n}\times \sum\limits_{k=1}^{n} e^{-\alpha y\sin[(k-1/2)\pi/n]}\times \cos\{[(k-1/2)m\pi/n]+\alpha y\cos[(k-1/2)\pi/n]\}$, m четно
(39)	$\dfrac{x^{2m+1}}{(z+x^2)^{n+1}}$, $\lvert\arg z\rvert<\pi,\quad 0\leqslant 2m\leqslant 2n$	$\dfrac{(-1)^{n+m}}{n!}\dfrac{\pi}{2}\dfrac{d^n}{dz^n}(z^me^{-z^{1/2}y})$

2.3. Степени с произвольным показателем

(1)	$x^{-\nu}$,	$0<\operatorname{Re}\nu<2$	$y^{\nu-1}\Gamma(1-\nu)\cos(2^{-1}\nu\pi)$
(2)	$x^{\nu-1}$, 0,	$0<x<1$ $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$(2i\nu)^{-1}[{}_1F_1(\nu;\nu+1;iy)-{}_1F_1(\nu;\nu+1;-iy)]$
(3)	$(1-x)^{\nu}$, 0,	$0<x<1$ $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$y^{-1}-\Gamma(\nu+1)y^{-\nu-1}C_\nu(y)$
(4)	$x^{\nu}(1-x)^{\nu}$, 0,	$0<x<1$ $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1)\times(2y)^{-\nu-1/2}\sin yJ_{\nu+1/2}(y)$
(5)	$x^{\nu-1}(1-x)^{\mu-1}$, 0,	$0<x<1$ $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0,\quad \operatorname{Re}\mu>0$	$-2^{-1}iB(\nu,\mu)[{}_1F_1(\nu;\nu+\mu;iy)-{}_1F_1(\nu;\nu+\mu;-iy)]$
(6)	$(\alpha^2+x^2)^{\nu-1/2}$,	$\operatorname{Re}\nu<1/2,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{\nu-1}\pi^{1/2}\Gamma(1/2+\nu)y^{-\nu}\alpha^{\nu}\times[I_{-\nu}(\alpha y)-\mathbf{L}_\nu(\alpha y)]$, $\nu\neq-1/2,-3/2,-5/2,\ldots$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(7)	$(a^2-x^2)^{\nu-1/2}$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^\nu\Gamma(\nu+1/2)y^{-\nu}\mathbf{H}_\nu(ay)=$ $=a^\nu y^{-\nu}s_{\nu,\nu}(ay)$
(8)	0, $0<x<a$ $(x^2-a^2)^{\nu-1/2}$, $a<x<\infty$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2$	$2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^\nu y^{-\nu}\Gamma(\nu+1/2)J_{-\nu}(ay)$
(9)	$x(a^2-x^2)^{\nu-1/2}$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^{\nu+1}\Gamma(\nu+1/2)y^{-\nu}J_{\nu+1}(ay)$
(10)	0, $0<x<a$ $x(x^2-a^2)^{\nu-1/2}$, $a<x<\infty$ $-1/2<\operatorname{Re}\nu<0$	$2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^{\nu+1}\times$ $\times\Gamma(\nu+1/2)y^{-\nu}Y_{-\nu-1}(ay)$
(11)	$x(x^2+\alpha^2)^{\nu-3/2}$, $\operatorname{Re}\nu<-1,\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi^{1/2}(2\alpha)^\nu[\Gamma(3/2-\nu)]^{-1}\times$ $\times y^{1-\nu}K_\nu(\alpha y)$
(12)	$(x^2+2\alpha x)^{-\nu-1/2}$, $-1/2<\operatorname{Re}\nu<3/2,\quad\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\alpha^{-\nu}\pi^{1/2}2^{-\nu-1}\Gamma(1/2-\nu)y^\nu\times$ $\times[J_\nu(\alpha y)\cos(\alpha y)+$ $+Y_\nu(\alpha y)\sin(\alpha y)]$, $\nu\neq 1/2$
(13)	$(ax-x^2)^{\nu-1/2}$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)a^\nu y^{-\nu}\times$ $\times\sin(2^{-1}ay)J_\nu(2^{-1}ay)$
(14)	0, $0<x<a$ $(x^2-ax)^{\nu-1/2}$ $a<x<\infty$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2$	$2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)a^\nu y^{-\nu}\times$ $\times[J_{-\nu}(2^{-1}ay)\cos(2^{-1}ay)-$ $-Y_{-\nu}(2^{-1}ay)\sin(2^{-1}ay)]$
(15)	$(\alpha+ix)^{-\nu}-(\alpha-ix)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0,\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi i[\Gamma(\nu)]^{-1}e^{-\alpha y}y^{\nu-1}$
(16)	$x[(\alpha+ix)^{-\nu}+(\alpha-ix)^{-\nu}]$, $\operatorname{Re}\nu>0,\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$-\pi[\Gamma(\nu)]^{-1}y^{\nu-2}(1-\alpha y)e^{-\alpha y}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(17)	$x^{2n}[(\alpha-ix)^{-\nu}-(\alpha+ix)^{-\nu}]$, $0\leqslant 2n<\operatorname{Re}\nu,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(-1)^{n+1}\pi i[\Gamma(\nu)]^{-1}(2n)!\times$ $\times e^{-\alpha y}y^{\nu-2n-1}L_{2n}^{\nu-2n-1}(\alpha y)$
(18)	$x^{2n+1}[(\alpha+ix)^{-\nu}+(\alpha-ix)^{-\nu}]$, $-1\leqslant 2n+1<\operatorname{Re}\nu$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(-1)^{n+1}\pi[\Gamma(\nu)]^{-1}e^{-\alpha y}y^{\nu-2n-2}\times$ $\times(2n+1)!\,L_{2n+1}^{\nu-2n-2}(\alpha y)$
(19)	$(x^2+a^2)^{-1/2}[x+(x^2+a^2)^{1/2}]^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>-1,\quad a>0$	$\frac{\pi a^{-\nu}}{\sin(\nu\pi)}[\sin(2^{-1}\nu\pi)I_\nu(ay)+$ $+2^{-1}i\mathbf{J}_\nu(iay)-2^{-1}i\mathbf{J}_\nu(-iay)]$
(20)	$(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times\{[(x^2+\alpha^2)^{1/2}+x]^\nu-$ $-[(x^2+\alpha^2)^{1/2}-x]^\nu\}$, $\|\operatorname{Re}\nu\|<-1,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2\alpha^\nu K_\nu(\alpha y)\sin(2^{-1}\nu\pi)$
(21)	$(a^2-x^2)^{-1/2}\times$ $\times\{[x+i(a^2-x^2)^{1/2}]^\nu+$ $+[x-i(a^2-x^2)^{1/2}]^\nu\}$, $0<x<a$; $0,\quad a<x<\infty$	$\frac{\pi a^\nu[\mathbf{J}_\nu(ay)-\mathbf{J}_{-\nu}(ay)]}{2\sin(2^{-1}\nu\pi)}$
(22)	$0,\quad 0<x<a$; $(x^2-a^2)^{-1/2}\times$ $\times\{[x+(x^2-a^2)^{1/2}]^\nu+$ $+[x-(x^2-a^2)^{1/2}]^\nu\}$, $a<x<\infty$; $\|\operatorname{Re}\nu\|<1$	$\pi a^\nu[J_\nu(ay)\cos(2^{-1}\nu\pi)-$ $-Y_\nu(ay)\sin(2^{-1}\nu\pi)]$
(23)	$x^{-1/2}(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times[(x^2+\alpha^2)^{1/2}+x]^\nu$, $\operatorname{Re}\nu<{}^3/_2,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^\nu(2^{-1}\pi y)^{1/2}I_{1/4-\nu/2}(2^{-1}\alpha y)\times$ $\times K_{1/4+\nu/2}(2^{-1}\alpha y)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(24)	$x^{-1/2}(a^2-x^2)^{1/2}\{[(a+x)^{1/2}+i(a-x)^{1/2}]^{4\nu}+[(a+x)^{1/2}-i(a-x)^{1/2}]^{4\nu}\}$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$	$2^{-1/2}(2a)^{2\nu}\pi^{3/2}y^{1/2}\times J_{\nu+1/4}(2^{-1}ay)\times J_{-\nu+1/4}(2^{-1}ay)$
(25)	0, $0<x<a$ $x^{-1/2}(x^2-a^2)^{-1/2}\times\{[x+(x^2-a^2)^{1/2}]^\nu+[x-(x^2-a^2)^{1/2}]^\nu\}$, $a<x<\infty$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<3/2$	$-2^{-1}\pi(2^{-1}\pi y)^{1/2}a^\nu\times[J_{1/4+\nu/2}(2^{-1}ay)\times Y_{1/4-\nu/2}(2^{-1}ay)+J_{1/4-\nu/2}(2^{-1}ay)\times Y_{1/4+\nu/2}(2^{-1}ay)]$
(26)	$(x^2+2\alpha x)^{-1/2}\times\{[x+\alpha+(x^2+2\alpha x)^{1/2}]^\nu+[x+\alpha-(x^2+2\alpha x)^{1/2}]^\nu\}$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi\alpha^\nu[Y_\nu(\alpha y)\sin(\alpha y-2^{-1}\nu\pi)+J_\nu(\alpha y)\cos(\alpha y-2^{-1}\nu\pi)]$
(27)	$x^{-\nu-1/2}(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\times[\alpha+(x^2+\alpha^2)^{1/2}]^\nu$, $\operatorname{Re}\nu<3/2$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{1/2}\alpha^{-1}y^{-1/2}\Gamma(3/4-\nu/2)\times W_{\nu/2,\,1/4}(\alpha y)\cdot M_{-\nu/2,\,1/4}(\alpha y)$
(28)	$x^{2\nu}(x^2+\alpha^2)^{-\mu-1}$, $-1<\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}\mu+1$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\alpha^{2\nu-2\mu}\dfrac{\Gamma(1+\nu)\Gamma(\mu-\nu)}{\Gamma(\mu+1)}y\times{}_1F_2(\nu+1;\,\nu+1-\mu,\,3/2;\,2^{-2}\alpha^2y^2)+4^{\nu-\mu-1}\pi^{1/2}\times\dfrac{\Gamma(\nu-\mu)\,y^{2\mu-2\nu+1}}{\Gamma(\mu-\nu+3/2)}\,{}_1F_2(\mu+1;\,\mu-\nu+3/2,\,\mu-\nu+1;\,2^{-2}\alpha^2y^2)$
(29)	$x^\mu(1-x^2)^\nu$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$	См. преобразования Ганкеля

2.4. Показательные функции

(1)	$e^{-\alpha x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$y(\alpha^2+y^2)^{-1}$
(2)	$x^{-1}e^{-\alpha x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\operatorname{arctg}(\alpha^{-1}y)$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(3)	$x^n e^{-\alpha x}$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$n!\left(\frac{\alpha}{\alpha^2+y^2}\right)^{n+1}\times \sum_{m=0}^{[n/2]}(-1)^m\binom{n+1}{2m+1}\left(\frac{y}{\alpha}\right)^{2m+1}$
(4)	$x^{-1/2}e^{-\alpha x}$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\frac{\pi^{1/2}2^{-1/2}[(\alpha^2+y^2)^{1/2}-\alpha]^{1/2}}{(\alpha^2+y^2)^{1/2}}$
(5)	$x^{-3/2}e^{-\alpha x}$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$(2\pi)^{1/2}[(\alpha^2+y^2)^{1/2}-\alpha]^{1/2}$
(6)	$x^{n-1/2}e^{-\alpha x}$, $\quad n=-1,0,1,2,\ldots$ $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$(-1)^n\pi^{1/2}2^{-1/2}\times \frac{d^n}{d\alpha^n}\left\{\frac{[(\alpha^2+y^2)^{1/2}-\alpha]^{1/2}}{(\alpha^2+y^2)^{1/2}}\right\}$
(7)	$x^{\nu-1}e^{-\alpha x}$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\Gamma(\nu)(\alpha^2+y^2)^{-\nu/2}\sin[\nu\,\mathrm{arctg}(y/\alpha)]$
(8)	$x^{-2}(e^{-\alpha x}-e^{-\beta x})$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0,\quad\mathrm{Re}\,\beta>0$	$2^{-1}y\ln[(y^2+\beta^2)/(y^2+\alpha^2)]+ +\beta\,\mathrm{arctg}(\beta^{-1}y)-\alpha\,\mathrm{arctg}(\alpha^{-1}y)$
(9)	$x^{-1}(1+\beta x)^{-1}e^{-\alpha x}$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0,\quad\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\mathrm{arctg}(y/\alpha)- -2^{-1}i\{\exp[(\alpha-iy)/\beta]\times \times\mathrm{Ei}[-(\alpha-iy)/\beta]- -\exp[(\alpha+iy)/\beta]\,\mathrm{Ei}[-(\alpha+iy)/\beta]\}$
(10)	$(e^{\alpha x}+1)^{-1}$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\frac{1}{2y}-\frac{\pi}{2\alpha\,\mathrm{sh}(\pi\alpha^{-1}y)}$
(11)	$(e^{\alpha x}-1)^{-1}$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\frac{\pi}{2\alpha}\mathrm{cth}\frac{\pi y}{\alpha}-\frac{1}{2y}$
(12)	$x^{-1}(e^{\alpha x}+1)^{-1}$	См. Fock V., 1926, Arch. Elektrotechnik 16, 331—340
(13)	$e^{-x/2}(1-e^{-x})^{-1}$	$2^{-1}\,\mathrm{th}(\pi y)$
(14)	$e^{-nx}(1-e^{-x})^{-1}$	$\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2y}+\frac{\pi}{e^{2\pi y}-1}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{y}{y^2+k^2}$
(15)	$e^{-\alpha x}(e^{-x}-1)^{-1}$, $\quad\mathrm{Re}\,\alpha>-1$	$2^{-1}i[\psi(\alpha+iy)-\psi(\alpha-iy)]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(16)	$(e^{\alpha x}-e^{\beta x})^{-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$-\frac{i}{2(\alpha-\beta)}\left[\psi\left(\frac{\alpha+iy}{\alpha-\beta}\right)-\psi\left(\frac{\alpha-iy}{\alpha-\beta}\right)\right]$
(17)	$e^{-\alpha x}(1-e^{-\beta x})^{\nu-1}$, $\operatorname{Re}\nu>-1$ $\operatorname{Re}\alpha>\operatorname{Re}(\nu-1)\beta$	$-\frac{i}{2\beta}\left[\mathrm{B}\left(\nu,\frac{\alpha-iy}{\beta}\right)-\mathrm{B}\left(\nu,\frac{\alpha+iy}{\beta}\right)\right]$
(18)	$e^{-\alpha x^2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\alpha^{-1}ye^{-2^{-2}\alpha^{-1}y^2}\times$ $\times\,{}_1F_1(1/2;\ 3/2;\ 2^{-2}\alpha^{-1}y^2)=$ $=2^{-1}\alpha^{-1}y\times$ $\times\,{}_1F_1(1,\ 3/2;\ -2^{-2}\alpha^{-1}y^2)=$ $=-2^{-1}i\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha^{-1}y^2}\times$ $\times\,\mathrm{Erf}(2^{-1}i\alpha^{-1/2}y)$
(19)	$xe^{-\alpha x^2}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$2^{-2}\pi^{1/2}\alpha^{-3/2}ye^{-2^{-2}\alpha^{-1}y^2}$
(20)	$xe^{i\alpha x^2}$, $-\pi<\arg\alpha<0$	$2^{-2}\pi^{1/2}y\alpha^{-3/2}e^{i(3\pi-\alpha^{-1}y^2)/4}$
(21)	$x^{-1}e^{-\alpha x^2}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$2^{-1}\pi\,\mathrm{Erf}(2^{-1}\alpha^{-1/2}y)$
(22)	$x^{-1/2}e^{-\alpha x^2}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$2^{-3/2}\pi\alpha^{-1/2}y^{1/2}e^{-2^{-3}\alpha^{-1}y^2}\times$ $\times\,I_{1/4}(2^{-3}\alpha^{-1}y^2)$
(23)	$x^{2n+1}e^{-\alpha x^2}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$\frac{(-1)^n\pi^{1/2}e^{-2^{-3}\alpha^{-1}y^2}}{2^{n+3/2}\alpha^{n+1}}\times$ $\times\,D_{2n+1}(2^{-1/2}\alpha^{-1/2}y)=$ $=\frac{(-1)^n\pi^{1/2}e^{-2^{-2}\alpha^{-1}y^2}}{2^{n+3/2}\alpha^{n+1}}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2n+1}(2^{-1/2}\alpha^{-1/2}y)$
(24)	$x^{2\nu-2}e^{-\alpha x^2}$, $\operatorname{Re}\nu>0,\quad\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$2^{-1}\alpha^{-\nu}\Gamma(\nu)y\times$ $\times\,{}_1F_1(\nu;\ 3/2;\ -2^{-2}\alpha^{-1}y^2)=$ $=2^{-1}\alpha^{-\nu}\Gamma(\nu)ye^{-2^{-2}\alpha^{-1}y^2}\times$ $\times\,{}_1F_1(3/2-\nu;\ 3/2;\ 2^{-2}\alpha^{-1}y^2)$
(25)	$xe^{\alpha(1-x^2)}$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-1/2}\sum\limits_{p=0}^{\infty}(2\alpha)^py^{-p}\times$ $\times\,J_{p+3/2}(y)$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(26)	$x(x^2+\beta^2)^{-1}e^{-\alpha^2x^2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-2}\pi e^{\alpha^2\beta^2}[e^{-\beta y}\operatorname{Erfc}(\alpha\beta-2^{-1}\alpha^{-1}y)-e^{\beta y}\operatorname{Erfc}(\alpha\beta+2^{-1}\alpha^{-1}y)]$
(27)	$e^{-\alpha x^2-\beta x}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$-2^{-2}i\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}\{e^{2^{-2}\alpha^{-1}(\beta-iy)^2}\times\operatorname{Erfc}[2^{-1}\alpha^{-1/2}(\beta-iy)]-e^{2^{-2}\alpha^{-1}(\beta+iy)^2}\times\operatorname{Erfc}[2^{-1}\alpha^{-1/2}(\beta+iy)]\}$
(28)	$xe^{-\alpha x^2-\beta x}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$2^{-3}i\pi^{1/2}\alpha^{-3/2}\times(\beta-iy)e^{-2^{-2}\alpha^{-1}(\beta-iy)^2}\times\operatorname{Erfc}[2^{-1}\alpha^{-1/2}(\beta-iy)]-2^{-3}i\pi^{1/2}\times\alpha^{-3/2}(\beta+iy)e^{-2^{-2}\alpha^{-1}(\beta+iy)^2}\times\operatorname{Erfc}[2^{-1}\alpha^{-1/2}(\beta+iy)]$
(29)	$x^{-1/2}e^{-\alpha/x}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}e^{-(2\alpha y)^{1/2}}\times[\cos(2\alpha y)^{1/2}+\sin(2\alpha y)^{1/2}]$
(30)	$x^{-3/2}e^{-\alpha/x}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}e^{-(2\alpha y)^{1/2}}\sin(2\alpha y)^{1/2}$
(31)	$x^{-\nu-1}e^{-2^{-2}\alpha^2x^{-1}}$, $\operatorname{Re}\nu>-1,\quad\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$i2^{\nu}\alpha^{-\nu}y^{\nu/2}\times[e^{2^{-2}\pi i\nu}K_\nu(\alpha e^{2^{-2}\pi i}y^{1/2})-e^{-2^{-2}\pi i\nu}K_\nu(\alpha e^{-2^{-2}\pi i}y^{1/2})]$
(32)	$x^{-1/2}e^{-(\alpha x+\beta x^{-1})}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2,\quad\lvert\arg\beta\rvert<\pi/2$	$\pi^{1/2}(y^2+\alpha^2)^{-1/2}e^{-2\beta^{1/2}u}\times[u\sin(2\beta^{1/2}v)+v\cos(2\beta^{1/2}v)]$, $u=2^{-1/2}[\alpha+(y^2+\alpha^2)^{1/2}]^{1/2}$ $v=2^{-1/2}[(y^2+\alpha^2)^{1/2}-\alpha]^{1/2}$
(33)	$x^{-3/2}e^{-\alpha x-\beta x^{-1}}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2,\quad\lvert\arg\beta\rvert<\pi/2$	$\pi^{1/2}\beta^{-1/2}e^{-2\beta^{1/2}v}\sin(2\beta^{1/2}u)$, $u=2^{-1/2}\alpha^{-1}\beta^{1/2}\times[(\alpha^2+y^2)^{1/2}-\alpha]^{1/2}$ $v=2^{-1/2}\alpha^{-1}\beta^{1/2}[(\alpha^2+y^2)^{1/2}+\alpha]^{1/2}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(34)	$x^{-3/4}e^{-\alpha x^{1/2}}$, $\quad\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$-2^{-1}\pi\alpha^{1/2}y^{-1/2}[J_{1/4}(2^{-3}\alpha^2y^{-1})\times$ $\times\cos(2^{-3}\pi+2^{-3}\alpha^2y^{-1})+$ $+Y_{1/4}(2^{-3}\alpha^2y^{-1})\times$ $\times\sin(2^{-3}\pi+2^{-3}\alpha^2y^{-1})]$
(35)	$xe^{-\beta(x^2+\alpha^2)^{1/2}}$, $\quad\operatorname{Re}\beta>0,\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$\beta\alpha^2y(y^2+\beta^2)^{-1}K_2[\alpha(y^2+\beta^2)^{1/2}]$
(36)	$x(\alpha^2+x^2)^{-1/2}e^{-\beta(\alpha^2+x^2)^{1/2}}$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0,\quad\operatorname{Re}\beta>0$	$\alpha y(y^2+\beta^2)^{-1/2}\times$ $\times K_1[\alpha(y^2+\beta^2)^{1/2}]$
(37)	$x^{-1/2}(\beta^2+x^2)^{-1/2}e^{-\alpha(\beta^2+x^2)^{1/2}}$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0,\quad\operatorname{Re}\beta>0$	$(2^{-1}\pi y)^{1/2}\times$ $\times I_{1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2+y^2)^{1/2}-\alpha]\}\times$ $\times K_{1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2+y^2)^{1/2}+\alpha]\}$
(38)	$[(\beta^2+x^2)^{1/2}-\beta]^{1/2}\times$ $\times(\beta^2+x^2)^{-1/2}e^{-\alpha(\beta^2+x^2)^{1/2}}$	$(2^{-1}\pi)^{1/2}y[\alpha+(\alpha^2+y^2)^{1/2}]^{-1/2}\times$ $\times(\alpha^2+y^2)^{-1/2}e^{-\beta(\alpha^2+y^2)^{1/2}}$
(39)	$(e^{2\pi x^{1/2}}-1)^{-1}$	См. Ramanujan Srinivasa, 1915, Mess. Math. 44, 75—85

2.5. Логарифмические функции

(1)	$\ln x$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$	$-\frac{[C+\ln y-\operatorname{Ci}(y)]}{y}$
(2)	$x^{-1}\ln x$	$-2^{-1}\pi(C+\ln y)$
(3)	$x^{-1/2}\ln x$	$-(2^{-1}\pi y^{-1})^{1/2}[\ln(4y)+C-\pi/2]$
(4)	$x^{\nu-1}\ln x$, $\quad\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\frac{\pi y^{-\nu}}{2\Gamma(1-\nu)\cos(2^{-1}\nu\pi)}\times$ $\times[\psi(\nu)+2^{-1}\pi\operatorname{ctg}(2^{-1}\nu\pi)-\ln y]$
(5)	$x(x^2+b^2)^{-1}\ln(ax)$, $\quad a,b>0$	$2^{-1}\pi e^{-by}\ln(ab)-$ $-2^{-2}\pi[e^{by}\operatorname{Ei}(-by)+$ $+e^{-by}\overline{\operatorname{Ei}}(by)]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(6)	$x(x^2-a^2)^{-1}\ln x,\qquad a>0$	$-2^{-1}\pi\{\cos(ay)[\mathrm{Ci}(ay)-\ln a]+$ $+\sin(ay)[\mathrm{Si}(ay)-\pi/2]\}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(7)	$e^{-\alpha x}\ln x,\qquad \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$(y^2+\alpha^2)^{-1}[\alpha\,\mathrm{arctg}(y/\alpha)-\gamma y-$ $-2^{-1}y\ln(y^2+\alpha^2)]$
(8)	$e^{-\alpha x}x^{\nu-1}\ln x,$ $\mathrm{Re}\,\nu>-1,\qquad \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\Gamma(\nu)(\alpha^2+y^2)^{-\nu/2}\times$ $\times\sin[\nu\,\mathrm{arctg}(y/\alpha)]\times$ $\times\{\psi(\nu)-2^{-1}\ln(\alpha^2+y^2)+$ $+\mathrm{arctg}(y/\alpha)\times$ $\times\mathrm{ctg}[\nu\,\mathrm{arctg}(y/\alpha)]\}$
(9)	$x^{-1}(\ln x)^2$	$2^{-1}\pi C^2+\pi^3/24+\pi C\ln y+$ $+2^{-1}\pi(\ln y)^2$
(10)	$x^{\nu-1}(\ln x)^2,\qquad 0<\mathrm{Re}\,\nu<1$	$\Gamma(\nu)y^{-\nu}\sin(2^{-1}\nu\pi)[\psi'(\nu)+$ $+\psi^2(\nu)+\pi\psi(\nu)\,\mathrm{ctg}(2^{-1}\nu\pi)-$ $-2\psi(\nu)\ln y-\pi\ln y\,\mathrm{ctg}(2^{-1}\nu\pi)+$ $+(\ln y)^2-\pi^2]$
(11)	$\ln\left\lvert\dfrac{x+a}{x-a}\right\rvert,\qquad a>0$	$\dfrac{\pi}{y}\sin(ay)$
(12)	$\ln\left(\dfrac{x^2+a^2+x}{x^2+a^2-x}\right)$	$\dfrac{2\pi}{y}\exp[-(a^2-{}^1/_4)^{1/2}y]\sin(y/2)$
(13)	$\ln\left[\dfrac{(x+\beta)^2+\alpha^2}{(x-\beta)^2+\alpha^2}\right],$ $\mathrm{Re}\,\alpha>0,\qquad \lvert\mathrm{Im}\,\beta\rvert\leqslant\mathrm{Re}\,\alpha$	$\dfrac{2\pi}{y}e^{-\alpha y}\sin(\beta y)$
(14)	$x^{-1}\ln(1+a^2x^2),\quad a>0$	$-\pi\,\mathrm{Ei}(-a^{-1}y)$
(15)	$x^{-1}\ln\left(\dfrac{a^2x^2+c^2}{b^2x^2+c^2}\right),$ $a,\ b,\ c>0$	$\pi\left[\mathrm{Ei}\left(-\dfrac{cy}{b}\right)-\mathrm{Ei}\left(-\dfrac{cy}{a}\right)\right]$
(16)	$(\alpha^2+x^2)^{-1/2}\ln[x+(\alpha^2+x^2)^{1/2}],$ $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$2^{-1}\pi K_0(\alpha y)+2^{-1}\pi(\ln\alpha)\times$ $\times[I_0(\alpha y)-\mathbf{L}_0(\alpha y)]$

2.6. Тригонометрические функции аргумента kx

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(1)	$x^{-1}\sin(ax),\quad a>0$	$2^{-1}\ln\lvert(y+a)(y-a)^{-1}\rvert$
(2)	$x^{-2}\sin(ax),\quad a>0$	$2^{-1}\pi y,\quad 0<y<a$ $2^{-1}\pi a,\quad a<y<\infty$
(3)	$x^{\nu-1}\sin(ax),$ $-2<\operatorname{Re}\nu<1,\quad \nu\neq 0$ $a>0$	$\pi\dfrac{\lvert y-a\rvert^{-\nu}-\lvert y+a\rvert^{-\nu}}{4\Gamma(1-\nu)\sin(2^{-1}\nu\pi)}$
(4)	$(1-x^2)^{-1}\sin(\pi x)$	$\sin y,\quad 0\leqslant y\leqslant\pi$ $0,\quad \pi\leqslant y$
(5)	$(x^2+\alpha^2)^{-1}\sin(bx),$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad b>0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}e^{-\alpha b}\operatorname{sh}(\alpha y),\quad 0<y<b$ $2^{-1}\pi\alpha^{-1}e^{-\alpha y}\operatorname{sh}(\alpha b),\quad b<y<\infty$
(6)	$x^{-1}e^{-\alpha x}\sin(\beta x),$ $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$2^{-2}\ln\{[(y+\beta)^2+\alpha^2]\times$ $\times[(y-\beta)^2+\alpha^2]^{-1}\}$
(7)	$e^{-\alpha x^2}\sin(\beta x),\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha^{-1}(y^2+\beta^2)}\times$ $\times\operatorname{sh}(2^{-1}\beta\alpha^{-1}y)$
(8)	$x^{-1}\sin^2(ax),\quad a>0$	$\pi/4,\quad 0<y<2a$ $\pi/8,\quad y=2a$ $0,\quad 2a<y<\infty$
(9)	$x^{-2}\sin^2(ax),\quad a>0$	$2^{-2}(y+2a)\ln\lvert y+2a\rvert+$ $+2^{-2}(y-2a)\ln\lvert y-2a\rvert-$ $-2^{-1}y\ln y$
(10)	$x^{-1}\sin(ax)\sin(bx),$ $a\geqslant b>0$	$0,\quad 0<y<a-b$ $\pi/4,\quad a-b<y<a+b$ $0,\quad a+b<y<\infty$
(11)	$x^{-2}\sin(ax)\sin(bx),$ $a\geqslant b>0$	$-2^{-2}(y+a-b)\ln(y+a-b)+$ $+2^{-2}(y+a+b)\ln(y+a+b)-$ $-2^{-2}\lvert y-a-b\rvert\ln\lvert y-a-b\rvert\times$ $\times\operatorname{sgn}(a+b-y)+$ $+2^{-2}\lvert y-a+b\rvert\ln\lvert y-a+b\rvert\times$ $\times\operatorname{sgn}(a-b-y)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(12)	$x^{-3}\sin(ax)\sin(bx)$, $a\geqslant b>0$	$2^{-1}\pi by$, $0<y<a-b$ $2^{-1}\pi by-2^{-3}\pi(a-b-y)^2$, $a-b<y<a+b$ $2^{-1}\pi ab$, $a+b<y<\infty$
(13)	$x^{-\nu}\sin(ax)\sin(bx)$, $0<\operatorname{Re}\nu<4$, $\nu\neq 1,\ 2,\ 3$ $a\geqslant b>0$	$2^{-2}\Gamma(1-\nu)\cos(2^{-1}\nu\pi)\times$ $\times[(y+a-b)^{\nu-1}-$ $-(y+a+b)^{\nu-1}-$ $-\lvert y-a+b\rvert^{\nu-1}\operatorname{sgn}(a-b-y)+$ $+\lvert y-a-b\rvert^{\nu-1}\operatorname{sgn}(a+b-y)]$
(14)	$x^{-1}\sin^2(ax)\sin(bx)$, $a>0,\ b>0$	$2^{-3}\ln\lvert(b+y)^2(2a-b+y)\times$ $\times(2a+b-y)\rvert-$ $-2^{-3}\ln\lvert(b-y)^2(2a+b+y)\times$ $\times(2a-b-y)\rvert$
(15)	$x^{-2}\sin^2(ax)\sin(bx)$, $a,\ b>0$	$\pi 2^{-4}(\lvert b-2a-y\rvert+$ $+\lvert b+2a-y\rvert-2\lvert b-y\rvert)$
(16)	$x^{-4}\sin^3(ax)$, $a>0$	$(\pi y/24)(9a^2-y^2)$, $0<y\leqslant a$ $(\pi/48)[24a^3-(3a-y)^3]$, $a\leqslant y\leqslant 3a$ $2^{-1}\pi a^3$, $a\leqslant y<\infty$
(17)	$x^{-1}\sin^2(ax)\sin^2(bx)$, $a,\ b>0$	$(\pi/32)[2+\operatorname{sgn}(y-2a+2b)+$ $+\operatorname{sgn}(y+2a-2b)-$ $-2\operatorname{sgn}(y-2a)-2\operatorname{sgn}(y-2b)]$
(18)	$[\sin(\pi x)]^{\nu-1}$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{1-\nu}\sin(y/2)\Gamma(\nu)\times$ $\times\{\Gamma[2^{-1}(\nu+1+y/\pi)]\times$ $\times\Gamma[2^{-1}(\nu+1-y/\pi)]\}^{-1}$
(19)	$e^{-\alpha x}(\sin x)^{2n}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$-(-4)^{-n-1}(2n+1)^{-1}\times$ $\times\left\{\left[\binom{2^{-1}y+2^{-1}i\alpha+n}{2n+1}\right]^{-1}+\right.$ $\left.+\left[\binom{2^{-1}y-2^{-1}i\alpha+n}{2n+1}\right]^{-1}\right\}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(20)	$e^{-\alpha x}(\sin x)^{2n-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$-(-4)^{-n-1}n^{-1}i\times$ $\times\left\{\left[\binom{2^{-1}y-2^{-1}i\alpha-{}^1/_2+n}{2n}\right]^{-1}-\right.$ $\left.-\left[\binom{2^{-1}y+2^{-1}i\alpha-{}^1/_2+n}{2n}\right]^{-1}\right\}$
(21)	$\dfrac{1}{(x^2+\beta^2)\sin(\alpha x)}$, $\alpha>0,\quad\operatorname{Re}\beta>0$	$\dfrac{\pi\,\mathrm{sh}\,(\beta y)}{2\beta\,\mathrm{sh}\,(\alpha\beta)}$, $0<y<\alpha$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(22)	$x^{1-m/2}\left[\prod\limits_{n=2}^{m}\sin(a_n x)\right]$, $a_n>0$	0, $y>\sum\limits_{n=2}^{m}a_n$
(23)	$x^{-1}\cos(ax)$, $a>0$	0, $0<y<a$ $\pi/4$, $y=a$ $\pi/2$, $a<y<\infty$
(24)	$x^{\nu-1}\cos(ax)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\dfrac{\pi\left[(y+a)^{-\nu}-\lvert y-a\rvert^{-\nu}\operatorname{sgn}(a-y)\right]}{4\Gamma(1-\nu)\cos(2^{-1}\nu\pi)}$
(25)	$x(x^2+\alpha^2)^{-1}\cos(bx)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad b>0$	$-2^{-1}\pi e^{-\alpha b}\,\mathrm{sh}\,(\alpha y)$, $0<y<b$ $2^{-1}\pi e^{-\alpha y}\,\mathrm{ch}\,(\alpha b)$, $b<y<\infty$
(26)	$x^{-1}(1-2a\cos x+a^2)^{-1}$, $0<a<1$	$2^{-1}\pi\left[(1-a^2)(1-a)\right]^{-1}\times$ $\times(1+a-2a^{[y]+1})$, $y\neq 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$ $2^{-1}\pi\left[(1-a^2)(1-a)\right]^{-1}\times$ $\times(1+a-a^{y}-a^{y+1})$, $y=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$
(27)	$(x^2+\alpha^2)^{-1}\times$ $\times(1-2b\cos x+b^2)^{-1}\sin x$, $0<b<1,\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}(e^{\alpha}-b)^{-1}\,\mathrm{sh}\,(\alpha y)$, $0\leqslant y<1$ $2^{-2}\pi\alpha^{-1}(be^{\alpha}-1)^{-1}\times$ $\times\left[b^m e^{(m+1-y)\alpha}-e^{(1-y)\alpha}\right]-$ $-2^{-2}\pi\alpha^{-1}(be^{-\alpha}-1)^{-1}\times$ $\times\left[b^m e^{-(m+1-y)\alpha}-e^{-\alpha(1-y)}\right]$, $m\leqslant y<m+1$ $m=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(28)	$x^{-n}[\sin(ax)]^m[\cos(bx)]^k$	Интегралы этого типа могут быть вычислены с помощью интегралов (3) и (24)
(29)	$x^{-2}[1-\cos(ax)],\quad a>0$	$\frac{y}{2}\ln\left\vert\frac{y^2-a^2}{y^2}\right\vert+\frac{a}{2}\ln\left\vert\frac{y+a}{y-a}\right\vert$
(30)	$\frac{x(x^2+\beta^2)^{-1}}{\cos(ax)},\quad a>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$\frac{-\pi\,\operatorname{sh}(\beta y)}{2\,\operatorname{sh}(a\beta)},\quad 0<y<a$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(31)	$\frac{1}{x(b^2-x^2)\cos(ax)},\quad a,\ b>0$	$0,\quad 0<y<a$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(32)	$\frac{1}{x(x^2+\beta^2)\cos(ax)},\quad a>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$\frac{\pi\,\operatorname{sh}(\beta y)}{2\beta^2\operatorname{ch}(a\beta)},\quad 0<y<a$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(33)	$\frac{1-a\cos x}{x(1-2a\cos x+a^2)},\quad 0<a<1$	$2^{-1}\pi(1-a)^{-1}(1-a^{\vert y\vert+1}),\quad y\neq 1,\ 2,\ \ldots$ $2^{-1}\pi(1-a)^{-1}(1-a^n)+2^{-2}\pi a^n,\quad y=1,\ 2,\ \ldots$
(34)	$x(x^2+\alpha^2)^{-1}\ln(2\pm 2\cos x),\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$-\pi\,\operatorname{sh}(\alpha y)\ln(1\pm e^{-\alpha}),\quad 0\leqslant y<1$
(35)	$x^{-1}\ln(1+2a\cos x+a^2),\quad 0<a<1$	$-\frac{\pi}{2}\sum\limits_{n=1}^{[y]}\frac{(-a)^n}{n}[1+\operatorname{sgn}(y-n)]$
(36)	$x^{-1}(1+x^2)^{-1}\ln[\cos^2(ax)],\quad a>0$	$\pi\ln(1+e^{-2a})\operatorname{sh}y-$ $-\pi(\ln 2)(1-e^{-y}),\quad 0\leqslant y<2a$
(37)	$\frac{1}{e^{\alpha x}\sin(bx)},\quad \operatorname{Re}\alpha>0,\ b>0$	$-\frac{i}{2b}\left\{\psi\left[\frac{b+y-i\alpha}{2b}\right]-\right.$ $\left.-\psi\left[\frac{b-y-i\alpha}{2b}\right]\right\}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши

2.7. Тригонометрические функции других аргументов

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(1)	$\sin(ax^2)$, $\quad a>0$	$\pi^{1/2}(2a)^{-1/2}\times$ $\times\{\cos(2^{-2}a^{-1}y^2)\,C[2^{-2}a^{-1}y^2]+$ $+\sin(2^{-2}a^{-1}y^2)\,S[2^{-2}a^{-1}y^2]\}$
(2)	$x^{-1/2}\sin(ax^2)$, $\quad a>0$	$-2^{-1}\pi(2a)^{-1/2}y^{1/2}\sin\left(\frac{y^2}{8a}-\frac{3\pi}{8}\right)\times$ $\times J_{1/4}(2^{-3}a^{-1}y^2)$
(3)	$\cos(ax^2)$, $\quad a>0$	$(2a)^{-1/2}\pi^{1/2}\times$ $\times\{\sin(2^{-2}a^{-1}y^2)\,C[2^{-2}a^{-1}y^2]-$ $-\cos(2^{-2}a^{-1}y^2)\,S[2^{-2}a^{-1}y^2]\}$
(4)	$x^{-1/2}\cos(ax^2)$, $\quad a>0$	$2^{-1}\pi(2a)^{-1/2}y^{1/2}\cos\left(\frac{y^2}{8a}-\frac{3\pi}{8}\right)\times$ $\times J_{1/4}(2^{-3}a^{-1}y^2)$
(5)	$\sin(a^3x^3)$, $\quad a>0$	$2^{-1}(3a)^{-3/2}\times$ $\times\pi y^{1/2}\{J_{1/3}[2(3^{-1}a^{-1}y)^{3/2}]+$ $+J_{-1/3}[2(3^{-1}a^{-1}y)^{3/2}]-$ $-3^{1/2}\pi^{-1}K_{1/3}[2(3^{-1}a^{-1}y)^{3/2}]\}$
(6)	$\sin(a^2/x)$, $\quad a>0$	$(\pi/2)\,ay^{-1/2}J_1(2ay^{1/2})$
(7)	$x^{-1}\sin(a^2/x)$	$2^{-1}\pi Y_0(2ay^{1/2})+K_0(2ay^{1/2})$
(8)	$x^{-2}\sin(a^2/x)$	$2^{-1}\pi a^{-1}y^{1/2}J_1(2ay^{1/2})$
(9)	$x^{-1/2}\sin(a^2/x)$	$\pi^{1/2}2^{-3/2}y^{-1/2}[\sin(2ay^{1/2})-$ $-\cos(2ay^{1/2})+e^{-2ay^{1/2}}]$
(10)	$x^{-3/2}\sin(a^2/x)$	$-\pi^{1/2}2^{-3/2}a^{-1}[\cos(2ay^{1/2})-$ $-\sin(2ay^{1/2})-e^{-2ay^{1/2}}]$
(11)	$x^{\nu-1}\sin(a^2/x)$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\frac{\pi a^{\nu}y^{-\nu/2}}{4\sin(2^{-1}\nu\pi)}\times$ $\times[J_\nu(2ay^{1/2})-J_{-\nu}(2ay^{1/2})+$ $+I_{-\nu}(2ay^{1/2})-I_\nu(2ay^{1/2})]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(12)	$x^{-1/2}\cos(a^2/x)$	$\pi^{1/2}2^{-3/2}y^{-1/2}[\sin(2ay^{1/2})+$ $+\cos(2ay^{1/2})+e^{-2ay^{1/2}}]$
(13)	$x^{-3/2}\cos(a^2/x)$	$\pi^{1/2}2^{-3/2}a^{-1}[\cos(2ay^{1/2})+$ $+\sin(2ay^{1/2})-e^{-2ay^{1/2}}]$
(14)	$x^{\nu-1}\cos(a^2/x)$, $\lvert\mathrm{Re}\,\nu\rvert<1$	$\dfrac{\pi a^{\nu}y^{-\nu/2}}{4\cos(2^{-1}\nu\pi)}\times$ $\times[J_\nu(2ay^{1/2})+J_{-\nu}(2ay^{1/2})+$ $+I_{-\nu}(2ay^{1/2})-I_\nu(2ay^{1/2})]$
(15)	$x^{-1/2}\sin(ax^{1/2})\sin(bx^{1/2})$, $a,\ b>0$	$\pi^{1/2}y^{-1/2}\sin(2^{-1}aby^{-1})\times$ $\times\cos[2^{-2}(a^2+b^2)y^{-1}-\pi/4]$
(16)	$x^{-3/4}\sin(ax^{1/2})$, $a>0$	$-2^{-1/2}\pi a^{1/2}y^{-1/2}\sin\left(\dfrac{a^2}{8y}-\dfrac{3\pi}{8}\right)\times$ $\times J_{1/4}(2^{-3}a^2y^{-1})$
(17)	$e^{-\alpha x^{1/2}}\sin(\alpha x^{1/2})$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$\pi^{1/2}2^{-3/2}\alpha y^{-3/2}e^{-2^{-1}\alpha^2y^{-1}}$
(18)	$x^{-1/2}\cos(ax^{1/2})$	$(\pi/y)^{1/2}\cos(2^{-2}a^2y^{-1}+\pi/4)$
(19)	$x^{-3/4}\cos(ax^{1/2})$, $a>0$	$-2^{-1/2}\pi a^{1/2}y^{-1/2}\sin\left(\dfrac{a^2}{8y}-\dfrac{\pi}{8}\right)\times$ $\times J_{-1/4}(2^{-3}a^2y^{-1})$
(20)	$x^{-1/2}e^{-\beta x}\cos(ax^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\beta>0$	$\pi^{1/2}(y^2+\beta^2)^{-1/4}\times$ $\times\exp[-2^{-2}a^2\beta(y^2+\beta^2)^{-1}]\times$ $\times\sin\left[2^{-1}\operatorname{arctg}\dfrac{y}{\beta}-\dfrac{a^2y}{4(y^2+\beta^2)}\right]$
(21)	$x^{-1/2}\cos(ax^{1/2})\cos(bx^{1/2})$, $a,\ b>0$	$\pi^{1/2}y^{-1/2}\cos(2^{-1}aby^{-1})\times$ $\times\cos[2^{-2}(a^2+b^2)y^{-1}+\pi/4]$
(22)	$x^{-1/2}[\cos(ax^{1/2})+\sin(ax^{1/2})]$, $a>0$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-1/2}e^{-2^{-1}a^2y^{-1/2}}$
(23)	$x^{-1/2}e^{-\alpha x^{1/2}}[\cos(\alpha x^{1/2})+$ $+\sin(\alpha x^{1/2})]$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-1/2}e^{-2^{-1}\alpha^2y^{-1}}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(24)	$x(b^2+x^2)^{-2}\sin[a(x^2+b^2)^{1/2}]$, $a,\ b>0$	$2^{-1}\pi a e^{-yb}$, $a<y<\infty$
(25)	$x(x^2+\alpha^2)^{-1}(x^2+b^2)^{-1/2}\times$ $\times\sin[c(x^2+b^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $b,\ c>0$	$(\pi/2)(b^2-\alpha^2)^{-1/2}e^{-\alpha y}\times$ $\times\sin[c(b^2-\alpha^2)^{1/2}]$, $c<y<\infty$
(26)	$x^{-1/2}(x^2+b^2)^{-1/2}\times$ $\times\sin[a(b^2+x^2)^{1/2}]$, $a,\ b>0$	$(\pi/2)^{3/2}y^{1/2}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}b[a-(a^2-y^2)^{1/2}]\}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}b[a+(a^2-y^2)^{1/2}]\}$, $0<y<a$
(27)	$x(x^2+\alpha^2)^{-1}\cos[c(x^2+b^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $b,\ c>0$	$(\pi/2)e^{-\alpha y}\cos[c(b^2-\alpha^2)^{1/2}]$, $c<y<\infty$
(28)	$x^{-1/2}(b^2+x^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[a(b^2+x^2)^{1/2}]$, $a,\ b>0$	$-(\pi/2)^{3/2}y^{1/2}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}b[a-(a^2-y^2)^{1/2}]\}\times$ $\times Y_{-1/4}\{2^{-1}b[a+(a^2-y^2)^{1/2}]\}$, $0<y<a$
(29)	$x(x^2+b^2)^{-3/2}\times$ $\times\cos[a(x^2+b^2)^{1/2}]$, $a,\ b>0$	$2^{-1}\pi e^{-by}$, $a<y<\infty$
(30)	0, $0<x<a$; $(x^2+\gamma^2)^{-1}\sin[b(x^2-a^2)^{1/2}]$, $a<x<\infty$; $a,\ b>0$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$2^{-1}\pi\gamma^{-1}e^{-b(a^2+\gamma^2)^{1/2}}\operatorname{sh}(\gamma y)$, $0<y<b$
(31)	0, $0<x<a$; $(x^2-a^2)^{-3/4}\sin[b(x^2-a^2)^{1/2}]$, $a<x<\infty$; $a,\ b>0$	$(\pi/2)^{3/2}b^{1/2}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[y-(y^2-b^2)^{1/2}]\}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[y+(y^2-b^2)^{1/2}]\}$, $b<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(32)	$x^{-1/2}(a^2-x^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[\beta(a^2-x^2)^{1/2}]$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$	$(\pi/2)^{3/2}y^{1/2}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[(\beta^2+y^2)^{1/2}-\beta]\}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[(\beta^2+y^2)^{1/2}+\beta]\}$
(33)	0, $0<x<a$ $(x^2-a^2)^{-1/2}\cos[b(x^2-a^2)^{1/2}]$, $a<x<\infty$ $b>0$	0, $0<y<b$ $(\pi/2)J_0[a(y^2-b^2)^{1/2}]$, $b<y<\infty$
(34)	0, $0<x<a$ $(x^2-a^2)^{-3/4}\cos[b(x^2-a^2)^{1/2}]$, $a<x<\infty$ $b>0$	$(\pi/2)^{3/2}b^{1/2}\times$ $\times J_{-1/4}\{2^{-1}a[y-(y^2-b^2)^{1/2}]\}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[y+(y^2-b^2)^{1/2}]\}$, $b<y<\infty$
(35)	0, $0<x<a$ $(x^2+\gamma^2)^{-1}(x^2-a^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[b(x^2-a^2)^{1/2}]$, $a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\gamma>0$, $b>0$	$2^{-1}\pi\gamma^{-1}(\gamma^2+a^2)^{-1/2}e^{-b(a^2+\gamma^2)^{1/2}}\times$ $\times\operatorname{sh}(\gamma y)$, $0<y<b$
(36)	$\sin(\alpha\sin x)$, $0<x<\pi$ 0, $\pi<x<\infty$	$\sin(\pi y)\,s_{0,\,y}(\alpha)$
(37)	$\cos(\alpha\sin x)$, $0<x<\pi$ 0, $\pi<x<\infty$	$-y[1-\cos(\pi y)]\,s_{-1,\,y}(\alpha)$

2.8. Обратные тригонометрические функции

(1)	0, $0<x<a$ $\dfrac{\cos\left[n\arccos\left(\frac{2x-a-b}{b-a}\right)\right]}{(x-a)^{1/2}(b-x)^{1/2}}$, $a<x<b$ 0, $b<x<\infty$	$\pi\sin[2^{-1}(a+b)y-2^{-1}n\pi]\times$ $\times J_n[2^{-1}(b-a)y]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(2)	$(a^2x-x^3)^{-1/2}\times$ $\times\cos[2\nu\arccos(x/a)]$, $0<x<a$; 0, $a<x<\infty$	$(\pi/2)^{3/2}y^{1/2}\times$ $\times J_{\nu+1/4}(2^{-1}ay)\,J_{-\nu+1/4}(2^{-1}ay)$
(3)	$(x^2+\alpha^2)^{-\nu/2}\sin[\nu\operatorname{arctg}(x/\alpha)]$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi[\Gamma(\nu)]^{-1}y^{\nu-1}e^{-\alpha y}$
(4)	$\operatorname{arcctg}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi y^{-1}(1-e^{-y/\alpha})$
(5)	$x^{\nu-1/2}(1+x^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times\sin[(\nu-1/2)\operatorname{arcctg}x]$, $-3/2<\operatorname{Re}\nu<1/2$	$-\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,y^{-\nu}\cos(\nu\pi)\times$ $\times\operatorname{sh}(y/2)\,K_\nu(y/2)$
(6)	$x^{\nu-1/2}(1+x^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times\cos[(\nu-1/2)\operatorname{arcctg}x]$, $-3/2<\operatorname{Re}\nu<1/2$	$2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,y^{-\nu}\times$ $\times[I_{-\nu}(y/2)\operatorname{ch}(y/2)-$ $-I_\nu(y/2)\operatorname{sh}(y/2)]$
(7)	$\operatorname{arctg}(2a/x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi y^{-1}e^{-\alpha y}\operatorname{sh}(\alpha y)$
(8)	$\operatorname{arctg}[2ax/(x^2+b^2)]$	$\pi y^{-1}e^{-(a^2+b^2)^{1/2}y}\operatorname{sh}(ay)$

2.9. Гиперболические функции

(1)	$\dfrac{1}{\operatorname{ch}(\alpha x)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$-2^{-1}\pi\alpha^{-1}\operatorname{th}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)-$ $-2^{-1}i\alpha^{-1}[\psi(1/4+2^{-2}\alpha^{-1}iy)-$ $-\psi(1/4-2^{-2}\alpha^{-1}iy)]$
(2)	$\dfrac{1}{\operatorname{sh}(\alpha x)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}\operatorname{th}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)$
(3)	$\operatorname{cth}(2^{-1}\alpha x)-1$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi\alpha^{-1}\operatorname{cth}(\pi\alpha^{-1}y)-y^{-1}$
(4)	$1-\operatorname{th}(2^{-1}\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$y^{-1}-\dfrac{\pi}{\alpha\operatorname{sh}(\pi\alpha^{-1}y)}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(5)	$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)}$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$2^{-1}\pi\beta^{-1}\operatorname{sh}(\pi\beta^{-1}y)[\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)+\cos(\pi\beta^{-1}\alpha)]^{-1}+2^{-1}i\beta^{-1}\{\psi[2^{-1}(\alpha+\beta+iy)\beta^{-1}]-\psi[2^{-1}(\alpha+\beta-iy)\beta^{-1}]\}$
(6)	$\dfrac{\operatorname{ch}(\alpha x)}{\operatorname{ch}(\beta x)}$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$\dfrac{i}{4\beta}\left[\psi\left(\dfrac{3\beta+\alpha+iy}{4\beta}\right)-\psi\left(\dfrac{3\beta+\alpha-iy}{4\beta}\right)+\psi\left(\dfrac{3\beta-\alpha+iy}{4\beta}\right)-\psi\left(\dfrac{3\beta-\alpha-iy}{4\beta}\right)-\dfrac{2\pi i\operatorname{sh}(\beta^{-1}\pi y)}{\operatorname{ch}(\beta^{-1}\pi y)+\cos(\beta^{-1}\pi\alpha)}\right]$
(7)	$\dfrac{\operatorname{ch}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)}$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$\dfrac{\pi}{2\beta}\left[\dfrac{\operatorname{sh}(\beta^{-1}\pi y)}{\operatorname{ch}(\beta^{-1}\pi y)+\cos(\beta^{-1}\pi\alpha)}\right]$
(8)	$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{ch}(\beta x)}$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$\pi\beta^{-1}\sin(2^{-1}\pi\alpha\beta^{-1})\times\operatorname{sh}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)\times[\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)+\cos(\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}$
(9)	$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{[\operatorname{ch}(\beta x)]^2}$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<2\operatorname{Re}\beta$	$\pi\beta^{-2}[y\sin(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha)\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)-\alpha\cos(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha)\operatorname{sh}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)]\times[\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)-\cos(\pi\beta^{-1}\alpha)]^{-1}$
(10)	$\operatorname{sh}(x/2)[\operatorname{ch}x+\cos\alpha]^{-1}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha<\pi$	$\dfrac{\pi\operatorname{sh}(\alpha y)}{2\sin(\alpha/2)\operatorname{ch}(\pi y)}$
(11)	$\operatorname{sh}(\alpha x)[\operatorname{ch}(\gamma x)+\cos\beta]^{-1}$, $\quad \pi\operatorname{Re}\gamma>\lvert\operatorname{Re}(\gamma\beta)\rvert$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\gamma$	$\dfrac{\pi}{\gamma\sin\beta}\{\sin[\alpha\gamma^{-1}(\pi+\beta)]\times\operatorname{sh}[\gamma^{-1}(\pi-\beta)y]-\sin[\alpha\gamma^{-1}(\pi-\beta)]\times\operatorname{sh}[\gamma^{-1}(\pi+\beta)y]\}\times[\operatorname{ch}(2\pi\gamma^{-1}y)-\cos(2\pi\gamma^{-1}\alpha)]^{-1}$
(12)	$\dfrac{x}{\operatorname{sh}(\alpha x)}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\pi^2\operatorname{sh}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}{4\alpha^2\operatorname{ch}^2(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)}$
(13)	$\dfrac{1}{x\operatorname{ch}(\alpha x)}$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\operatorname{arctg}[\operatorname{sh}(2^{-1}\pi\alpha^{-1}y)]$
(14)	$\dfrac{x}{\operatorname{ch}^2 x}$	$-\dfrac{d}{dy}\left[\dfrac{\pi y}{2\operatorname{sh}(2^{-1}\pi y)}\right]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(15)	$\dfrac{1}{(1+x^2)\,\operatorname{sh}(\pi x)}$	$-2^{-1}ye^{-y}+(\operatorname{sh} y)\ln(1+e^{-y})$
(16)	$\dfrac{1}{(1+x^2)\,\operatorname{sh}(2^{-1}\pi x)}$	$e^{y}\operatorname{arctg}(e^{-y})-e^{-y}\operatorname{arctg}(e^{y})$
(17)	$\dfrac{1}{(x^2+m^2)\,\operatorname{sh}(\pi x)}$, $m=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$	$\dfrac{(-1)^m yz^m}{2m}+\dfrac{1}{2m}\sum_{n=1}^{m-1}\dfrac{(-1)^n z^n}{m-n}+$ $+\dfrac{(-1)^m z^m}{2m}\ln(1+z)+$ $+\dfrac{1}{2m!}\dfrac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}\left[\dfrac{(1+z)^{m-1}}{z}\ln(1+z)\right],$ $z=e^{-y}$

Относительно подобных интегралов см. Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат.

(18)	$\dfrac{1}{(x^2+\alpha^2)\,\operatorname{sh}(\pi x)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \alpha\neq 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$	$-\dfrac{1}{2\alpha^2}-\dfrac{\pi}{2\alpha\sin(\pi\alpha)\,e^{\alpha y}}+2^{-1}\alpha^{-2}\times$ $\times[{}_2F_1(1,\ -\alpha;\ 1-\alpha;\ -e^{-y})+$ $+{}_2F_1(1,\ \alpha;\ 1+\alpha;\ -e^{-y})]=$ $=-\dfrac{\pi}{2\alpha\sin(\pi\alpha)\,e^{\alpha y}}-$ $-\dfrac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n b_n e^{-ny}}{n^2-\alpha^2},$ $b_0=1,\quad b_n=2\quad(n\neq 0)$
(19)	$\dfrac{x}{(1+x^2)\,\operatorname{ch}(2^{-3}\pi x)}$	$\dfrac{\pi}{2^{1/2}}e^{-y}+\dfrac{\operatorname{sh} y}{2^{1/2}}\times$ $\times\ln\left(\dfrac{\operatorname{ch} y+2^{-1/2}}{\operatorname{ch} y-2^{-1/2}}\right)-$ $-2^{1/2}(\operatorname{ch} y)\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\operatorname{sh} y}{2^{1/2}}\right)$
(20)	$(1+x^2)^{-1}\operatorname{th}(2^{-1}\pi x)$	$ye^{-y}-(\operatorname{sh} y)\ln(1-e^{-2y})$
(21)	$(1+x^2)^{-1}\operatorname{cth}(2^{-1}\pi x)$	$(\operatorname{sh} y)\ln(\operatorname{cth} 2^{-1}y)$
(22)	$\dfrac{x^{-1}\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$\operatorname{arctg}[\operatorname{tg}(2^{-1}\pi\alpha\beta^{-1})\operatorname{th}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)]$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(23)	$\dfrac{\mathrm{ch}\,(\alpha x)}{(x^2+\beta^2)\,\mathrm{sh}\,(\pi x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\pi,\quad \operatorname{Re}\beta>0$, $\beta\neq 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$	$-\dfrac{\pi}{2}\left[\dfrac{e^{-\beta y}\cos(\alpha\beta)}{\beta\sin(\pi\beta)}\right]-\dfrac{1}{2}\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n\varepsilon_n e^{-ny}\cos(\alpha n)}{n^2-\beta^2}$, $\varepsilon_0=1,\quad \varepsilon_n=2\quad (n\neq 0)$
(24)	$\dfrac{\mathrm{ch}\,(\alpha x)}{(1+x^2)\,\mathrm{sh}\,(2^{-1}\pi x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\pi/2$	$-2^{-1}\pi e^{-y}\cos\alpha+2^{-1}\sin\alpha\,\mathrm{sh}\,y\ln\left(\dfrac{\mathrm{ch}\,y+\sin\alpha}{\mathrm{ch}\,y-\sin\alpha}\right)+\cos\alpha\,\mathrm{ch}\,y\,\mathrm{arctg}\left(\dfrac{\cos\alpha}{\mathrm{sh}\,y}\right)$
	Относительно подобных интегралов см. Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат.	
(25)	$\dfrac{\mathrm{ch}\,(\alpha x)}{(1+x^2)\,\mathrm{sh}\,(\pi x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\pi$	$-2^{-1}e^{-y}(y\cos\alpha+\alpha\sin\alpha)+2^{-1}\mathrm{sh}\,y\cos\alpha\times\ln(1+2e^{-y}\cos\alpha+e^{-2y})+\mathrm{ch}\,y\sin\alpha\times\mathrm{arctg}\,[\sin\alpha\,(e^{y}+\cos\alpha)^{-1}]$
(26)	$\dfrac{\mathrm{sh}\,(\alpha x)}{(x^2+1/4)\,\mathrm{ch}\,(\pi x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\pi$	$e^{-y/2}\,[y\sin(\alpha/2)-\alpha\cos(\alpha/2)]-\mathrm{sh}\,(y/2)\sin(\alpha/2)\times\ln(1+2e^{-y}\cos\alpha+e^{-2y})+\mathrm{ch}\,(y/2)\cos(\alpha/2)\times\mathrm{arctg}\,[\sin\alpha\,(1+e^{-y}\cos\alpha)^{-1}]$
(27)	$\dfrac{x\,\mathrm{sh}\,(\alpha x)}{(1+x^2)\,\mathrm{sh}\,(2^{-1}\pi x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert<\pi/2$	$2^{-1}\pi e^{-y}\sin\alpha+\dfrac{1}{2}\cos\alpha\,\mathrm{sh}\,y\ln\left(\dfrac{\mathrm{ch}\,y+\sin\alpha}{\mathrm{ch}\,y-\sin\alpha}\right)-\sin\alpha\,\mathrm{ch}\,y\,\mathrm{arctg}\left(\dfrac{\cos\alpha}{\mathrm{sh}\,y}\right)$
	Относительно подобных интегралов см. Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат.	
(28)	$\dfrac{e^{-\alpha x}}{\mathrm{sh}\,(\beta x)}$, $\lvert\operatorname{Re}\beta\rvert<\operatorname{Re}\alpha$	$\dfrac{1}{2\beta i}\left[\psi\left(\dfrac{\alpha+\beta+iy}{2\beta}\right)-\psi\left(\dfrac{\alpha+\beta-iy}{2\beta}\right)\right]=2y\sum\limits_{n=0}^{\infty}[(\alpha+\beta+2n\beta)^2+y^2]^{-1}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(29)	$\dfrac{1}{e^{x}\operatorname{sh} x}$	$2^{-1}\pi \operatorname{cth}(2^{-1}\pi y)-y^{-1}$
(30)	$e^{-\alpha x}[\operatorname{sh}(\beta x)]^{\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>-2$, $\operatorname{Re}\beta>0$, $\lvert\operatorname{Re}(\beta\nu)\rvert<\operatorname{Re}\alpha$	$-i2^{-\nu-2}\beta^{-1}\Gamma(\nu+1)\times\{\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha-\nu\beta-iy)]\times\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha+\nu\beta-iy)+1]^{-1}-\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha-\nu\beta+iy)]\times\Gamma[2^{-1}\beta^{-1}(\alpha+\nu\beta+iy)+1]^{-1}\}$
(31)	$e^{-\alpha x}\operatorname{th}(bx^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. of Math., 49, 65—72
(32)	$e^{-\alpha x}\operatorname{cth}(bx^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. of Math., 49, 65—72
(33)	$(e^{\beta x}-1)^{-1}\operatorname{sh}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$-2^{-1}y(y^2+\alpha^2)^{-1}+2^{-1}\pi\beta^{-1}\times\operatorname{sh}(2\pi\beta^{-1}y)[\operatorname{ch}(2\pi\beta^{-1}y)-\cos(2\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}+2^{-1}i\beta^{-1}[\psi(\alpha\beta^{-1}+i\beta^{-1}y+1)-\psi(\alpha\beta^{-1}-i\beta^{-1}y+1)]$
(34)	$(e^{\beta x}-1)^{-1}\operatorname{ch}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$-2^{-1}y(y^2+\alpha^2)^{-1}+2^{-1}\pi\beta^{-1}\operatorname{sh}(2\pi\beta^{-1}y)\times[\operatorname{ch}(2\pi\beta^{-1}y)-\cos(2\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}$
(35)	$(e^{\beta x}+1)^{-1}\operatorname{ch}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$2^{-1}y(y^2+\alpha^2)^{-1}-\pi\beta^{-1}\operatorname{sh}(\pi\beta^{-1}y)\times\cos(\pi\alpha\beta^{-1})[\operatorname{ch}(2\pi\beta^{-1}y)-\cos(2\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}$
(36)	$x^{-1}e^{-\beta x}\operatorname{sh}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$2^{-1}\operatorname{arctg}[2\alpha y/(y^2+\beta^2-\alpha^2)^{-1}]$
(37)	$e^{-(4\beta)^{-1}x^2}\operatorname{sh}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\pi^{1/2}\beta^{1/2}e^{\beta(\alpha^2-y^2)}\sin(2\alpha\beta y)$
(38)	$\dfrac{e^{-i\pi a x^2}}{\operatorname{sh}(\pi x)}$, $a>0$	$^1/_2-e^{-y+i\pi a}+e^{-2y+4i\pi a}-e^{-3y+9i\pi a}+\dots$ $\dots-\dfrac{1}{a^{1/2}}\exp\left[i\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{y^2}{4\pi a}\right)\right]\times[e^{-a^{-1}(y/2+i\pi/4)}+e^{-a^{-1}(3y/2+9i\pi/4)}+\dots]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(39)	$x^{-1}e^{-x^2}\operatorname{sh}(x^2)$	$2^{-2}\pi\operatorname{Erfc}(2^{-3/2}y)$
(40)	$\operatorname{sh}x\ln(1-e^{-2x})$	$(1+y^2)^{-1}[2y(1+y^2)^{-1}-$ $-2^{-1}\pi\operatorname{th}(2^{-1}\pi y)]$
(41)	$\frac{\cos(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)},\quad \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert<\operatorname{Re}\beta$	$2^{-1}\pi\beta^{-1}\operatorname{sh}(\pi\beta^{-1}y)\times$ $\times[\operatorname{ch}(\pi\beta^{-1}y)+\operatorname{ch}(\pi\alpha\beta^{-1})]^{-1}$
(42)	$\sin(\pi x^2)\operatorname{cth}(\pi x)$	$2^{-1}\operatorname{th}(y/2)\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{y^2}{4\pi}\right)$
(43)	$\cos(\pi x^2)\operatorname{cth}(\pi x)$	$2^{-1}\operatorname{th}(y/2)\left[1-\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{y^2}{4\pi}\right)\right]$
(44)	$\frac{\sin(\pi^{-1}a^2x^2)}{\operatorname{sh}(ax)},\quad a>0$	$\frac{\pi\sin(2^{-2}\pi a^{-2}y^2)}{2a\operatorname{sh}(2^{-1}\pi a^{-1}y)}$
(45)	$\frac{\cos(\pi^{-1}a^2x^2)}{\operatorname{sh}(ax)},\quad a>0$	$\frac{\pi[\operatorname{ch}(2^{-1}\pi a^{-1}y)-\cos(2^{-2}\pi a^{-2}y^2)]}{2a\operatorname{sh}(2^{-1}\pi a^{-1}y)}$
(46)	$\frac{\cos(\alpha x)}{x\operatorname{ch}(\beta x)},\quad \operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$	$\operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{sh}(2^{-1}\pi\beta^{-1}y)}{\operatorname{ch}(2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha)}\right]$
(47)	$[\operatorname{sh}(x/2)]^{-1/2}\sin[2a\operatorname{sh}(x/2)],$ $a>0$	$-i(\pi a)^{1/2}[I_{1/4-iy}(a)K_{1/4+iy}(a)-$ $-I_{1/4+iy}(a)K_{1/4-iy}(a)]$
(48)	$[\operatorname{sh}(x/2)]^{-1/2}\cos[2a\operatorname{sh}(x/2)],$ $a>0$	$-i(\pi a)^{1/2}[I_{-1/4-iy}(a)\times$ $\times K_{-1/4+iy}(a)-$ $-I_{-1/4+iy}(a)K_{-1/4-iy}(a)]$
(49)	$\frac{\operatorname{sh}[2^{-1}\pi(x/2)^{1/2}]}{\operatorname{ch}[\pi(x/2)^{1/2}]+\cos[\pi(x/2)^{1/2}]}\times$ $\times\sin[2^{-1}\pi(x/2)^{1/2}]$	$\left[\frac{\partial\theta_1(z,q)}{\partial z}\right]_{z=0,\ q=e^{-4y}}$

Относительно подобных интегралов см. Glaisher J. W. L., 1871, Quart. J. Math. Oxford, Series 11, 328—343.

(50)	$\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{ch}\alpha}{\operatorname{sh}x}\right),$ $\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert<\pi/2$	$-\frac{\pi\operatorname{ch}(\alpha y)}{2y\operatorname{ch}(2^{-1}\pi y)}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(51)	$(x^2+\alpha^2)^{-1/2}\operatorname{arsh}(x/\alpha)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi K_0(\alpha y)$
(52)	$\exp[-2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}a^{-1}x)]\times$ $\times[x(x^2+4a^2)]^{-1/2}$, $\operatorname{Re}\nu>-3/4$	$(2^{-1}\pi y)^{1/2}\sin(\nu\pi+2^{-2}\pi)\times$ $\times\{I_{\nu+1/4}(ay)K_{\nu-1/4}(ay)-$ $-I_{\nu-1/4}(ay)K_{\nu+1/4}(ay)\}$

2.10. Ортогональные многочлены

(1)	$P_n(1-2x^2)$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$	$2^{-1}\pi[J_{n+1/2}(y/2)]^2$
(2)	$(a^2-x^2)^{-1/2}T_{2n+1}(x/a)$, $0<x<a$ 0, $\quad a<x<\infty$	$(-1)^n 2^{-1}\pi J_{2n+1}(ay)$
(3)	$(1-x^2)^{\nu-1/2}C^{\nu}_{2n+1}(x)$, $0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$(-1)^n\pi\dfrac{\Gamma(2n+2\nu+1)J_{2n+\nu+1}(y)}{(2n+1)!\,\Gamma(\nu)(2y)^{\nu}}$
(4)	$(1-x^2)^{\nu}P^{(\nu,\nu)}_{2n+1}(x)$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$(-1)^n\pi^{1/2}\Gamma(2n+\nu+2)\times$ $\times\dfrac{J_{2n+\nu+3/2}(y)}{2^{1/2-\nu}(2n+1)!\,y^{\nu+1/2}}$
(5)	$[(1-x)^{\nu}(1+x)^{\mu}-$ $-(1+x)^{\nu}(1-x)^{\mu}]\times$ $\times P^{(\nu,\mu)}_{2n}(x)$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\quad\operatorname{Re}\mu>-1$	$(-1)^{n+1}2^{2n+\nu+\mu}[(2n)!]^{-1}\times$ $\times\mathrm{B}(2n+\nu+1,\ 2n+\mu+1)\times$ $\times y^{2n}ie^{iy}[{}_1F_1(2n+\mu+1;$ $4n+\nu+\mu+2;\ -2iy)-$ $-{}_1F_1(2n+\nu+1;$ $4n+\nu+\mu+2;\ -2iy)]$
(6)	$[(1-x)^{\nu}(1+x)^{\mu}+(1+x)^{\nu}\times$ $\times(1-x)^{\mu}]P^{(\nu,\mu)}_{2n+1}(x)$, $0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\quad\operatorname{Re}\mu>-1$	$(-1)^{n+1}2^{2n+\nu+\mu+1}\times$ $\times[(2n+1)!]^{-1}\times$ $\times\mathrm{B}(2n+\nu+2,\ 2n+\mu+2)\times$ $\times y^{2n+1}e^{iy}[{}_1F_1(2n+\nu+2;$ $4n+\nu+\mu+4;\ -2iy)+$ $+{}_1F_1(2n+\mu+2;$ $4n+\nu+\mu+4;\ -2iy)]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(7)	$e^{-2^{-1}x^2}\,\mathrm{He}_{2n+1}(2^{1/2}x)$	$(-1)^n 2^{-1/2}\pi^{1/2}e^{-2^{-1}y^2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2n+1}(2^{1/2}y)$
(8)	$e^{-2^{-1}x^2\alpha^2}\,\mathrm{He}_{2n+1}(\alpha x)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$(-1)^n(\pi/2)^{1/2}\alpha^{-2n-2}y^{2n+1}\times$ $\times\,e^{-2^{-1}\alpha^{-2}y^2}$
(9)	$e^{-2^{-1}\alpha^{-1}x^2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2n+1}[x\alpha^{-1/2}(1-\alpha)^{-1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \alpha\neq 1$	$(-1)^n 2^{-1/2}\pi^{1/2}\alpha^{n+1}\times$ $\times\,(1-\alpha)^{n-1/2}e^{-2^{-1}\alpha y^2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2n+1}(y)$
(10)	$e^{-2^{-1}x^2}\,\mathrm{He}_n(x)\,\mathrm{He}_{n+2m+1}(x)$	$(-1)^m 2^{-1/2}\pi^{1/2}n!\,y^{2m}\times$ $\times\,e^{-2^{-1}y^2}L_n^{2m+1}(y^2)$
(11)	$e^{-\alpha x}x^{\nu-2n-1}L_{2n}^{\nu-1-2n}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\nu>2n$	$(-1)^n i\,\Gamma(\nu)\,[2(2n)!]^{-1}\times$ $\times\,y^{2n}[(\alpha-iy)^{-\nu}-(\alpha+iy)^{-\nu}]$
(12)	$e^{-\alpha x}x^{\nu-2n-2}L_{2n+1}^{\nu-2n-2}(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\nu>2n+1$	$(-1)^{n+1}\Gamma(\nu)\,[2(2n+1)!]^{-1}\times$ $\times\,y^{2n+1}[(\alpha+iy)^{-\nu}+(\alpha-iy)^{-\nu}]$
(13)	$e^{-2^{-1}x^2}L_n(x^2)$	$(-1)^n 2^{-1}in!\,(2\pi)^{-1/2}[D^2_{-n-1}(iy)-$ $-\,D^2_{-n-1}(-iy)]$
(14)	$x^{2n+1}e^{-2^{-1}x^2}L_n^{n+1/2}(2^{-1}x^2)$	$(\pi/2)^{1/2}y^{2n+1}e^{-2^{-1}y^2}\times$ $\times\,L_n^{n+1/2}(2^{-1}y^2)$
(15)	$x^{2m}e^{-2^{-1}x^2}L_n^{2m+1}(x^2)$	$(\pi/2)^{1/2}(-1)^m(n!)^{-1}e^{-2^{-1}y^2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_n(y)\,\mathrm{He}_{n+2m+1}(y)$

2.11. Гамма-функция (включая неполную гамма-функцию) и связанные с ней функции; функции Лежандра

(1)	$[\psi(a+ix)-\psi(a-ix)]$, $a>0$	$i\pi e^{-ay}(1-e^{-y})^{-1}$
(2)	$e^{-a^2x^2}\,\mathrm{Erf}(iax)$	$2^{-1}i\pi^{1/2}a^{-1}e^{-2^{-2}a^{-2}y^2}$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(3)	$x^{-1/2}\operatorname{Erf}(ax^{1/2}),\quad a>0$	$\frac{1}{2(2\pi y)^{1/2}}\left\{\ln\left[\frac{y+a(2y)^{1/2}+a^2}{y-a(2y)^{1/2}+a^2}\right]+\right.$ $\left.+2\operatorname{arctg}\left[\frac{a(2y)^{1/2}}{y-a^2}\right]\right\}$
(4)	$\operatorname{Erfc}(ax),\quad a>0$	$y^{-1}(1-e^{-2^{-2}a^{-2}y^2})$
(5)	$e^{2^{-1}x^2}\operatorname{Erfc}(2^{-1/2}x)$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}e^{2^{-1}y^2}\operatorname{Erfc}(2^{-1/2}y)$
(6)	$[e^{-bx}\operatorname{Erfc}(ab-2^{-1}a^{-1}x)-$ $-e^{bx}\operatorname{Erfc}(ab+2^{-1}a^{-1}x)],$ $a,\ b>0$	$2e^{-a^2b^2}y(y^2+b^2)^{-1}e^{-a^2y^2}$
(7)	$\operatorname{si}(ax),\quad a>0$	$0,\quad 0<y<a$ $-2^{-1}\pi y^{-1},\quad a<y<\infty$
(8)	$(x^2+a^2)^{-1}\operatorname{si}(bx),\quad a,\ b>0$	$2^{-1}\pi a^{-1}\operatorname{Ei}(-ab)\operatorname{sh}(ay),$ $0<y<b$ $2^{-2}\pi a^{-1}e^{-ay}[\operatorname{Ei}(-ay)+$ $+\overline{\operatorname{Ei}}(ay)-\operatorname{Ei}(-ab)-$ $-\overline{\operatorname{Ei}}(ab)]+$ $+2^{-1}\pi a^{-1}\operatorname{Ei}(-ay)\operatorname{sh}(ay),$ $b<y<\infty$
(9)	$\operatorname{si}(2^{-2}ax^{-1})$	$-2^{-1}\pi y^{-1}J_0[(ay)^{1/2}]$
(10)	$(1-2b\cos x+b^2)^{-1}\operatorname{si}(ax),$ $a>0,\ 0<b<1$	$-\frac{\pi(b^m+b^{m+1})}{4y(1-b)(1-b^2)},\quad y=a-m$ $-\frac{\pi(2+2b-b^m-b^{m+1})}{4y(1-b)(1-b^2)},$ $y=a+m$ $-\frac{\pi b^{m+1}}{2y(1-b)(1-b^2)},$ $a-m-1<y<a-m$ $-\frac{\pi(1+b-b^{m+1})}{2y(1-b)(1-b^2)},$ $a+m<y<a+m+1$ $m=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(11)	$\mathrm{Si}(bx),\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$ $b>0$	$2^{-1}y^{-1}[\mathrm{Si}(ay+ab)-$ $-\mathrm{Si}(ay-ab)-2\cos(ay)\,\mathrm{Si}(ab)]$
(12)	$x^{-1}\,\mathrm{Si}(ax),\quad a>0$	$2^{-1}L_2(ay^{-1})-2^{-1}L_2(-ay^{-1})$
(13)	$(x^2+b^2)^{-1}\,\mathrm{Si}(ax),\quad a,\ b>0$	$2^{-2}\pi b^{-1}\{e^{-by}[\overline{\mathrm{Ei}}(by)-$ $-\mathrm{Ei}(-ab)]+$ $+e^{by}[\mathrm{Ei}(-ab)-\mathrm{Ei}(-by)]\},$ $0<y<a$ $2^{-2}\pi b^{-1}e^{-by}[\overline{\mathrm{Ei}}(ab)-\mathrm{Ei}(-ab)],$ $a<y<\infty$
(14)	$\mathrm{ci}(ax),\quad a>0$	$-2^{-1}y^{-1}\ln\lvert a^{-2}y^2-1\rvert$
(15)	$(x^2+a^2)^{-1}\,\mathrm{ci}(bx),\quad a,\ b>0$	$2^{-1}\pi\,\mathrm{sh}(ay)\,\mathrm{Ei}(-ab),\quad 0<y<b$ $2^{-1}\pi\,\mathrm{sh}(ay)\,\mathrm{Ei}(-ay)+$ $+2^{-2}\pi e^{-ay}[\mathrm{Ei}(-ay)+\overline{\mathrm{Ei}}(ay)-$ $-\mathrm{Ei}(-ab)-\overline{\mathrm{Ei}}(ab)],$ $b<y<\infty$
(16)	$e^{-ax}\,\mathrm{ci}(bx),$ $\mathrm{Re}\,a>0,\quad b>0$	$\frac{1}{2(a^2+y^2)}\left\{a\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2ay}{a^2+b^2-y^2}\right)-\right.$ $\left.-y\ln\frac{[(a^2+b^2-y^2)^2+4a^2y^2]^{1/2}}{b^2}\right\}$
(17)	$\mathrm{Ci}(bx),\quad 0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$ $b>0$	$2^{-1}y^{-1}\{-2\cos(ay)\,\mathrm{Ci}(ab)+$ $+\mathrm{Ci}(ay+ab)+$ $+\mathrm{Ci}(\lvert ay-ab\rvert)+$ $+\ln[b^2\lvert y^2-b^2\rvert^{-1}]\}$
(18)	$\mathrm{Ei}(-ax),\quad a>0$	$-2^{-1}y^{-1}\ln(1+a^{-2}y^2)$
(19)	$e^{-\beta x}\,\mathrm{Ei}(-ax),$ $a>0,\quad a+\mathrm{Re}\,\beta>0$	$\frac{1}{y^2+\beta^2}\left\{2^{-1}y\ln\frac{a^2}{(a+\beta)^2+y^2}+\right.$ $\left.+\beta\,\mathrm{arctg}[y(a+\beta)^{-1}]\right\}$
(20)	$\mathrm{li}(e^{-ax}),\quad a>0$	$-2^{-1}y^{-1}\ln(1+y^2a^{-2})$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(21)	$x^{-1/2}S(x)$	$\pi^{1/2}2^{-3/2}y^{-1/2}$, $0<y<1$ 0, $1<y<\infty$
(22)	$(x^2+2)^{-1/2}P_\nu^{-1}(x^2+1)$, $-2<\mathrm{Re}\,\nu<1$	$2^{-1/2}\pi^{-1}\sin(\nu\pi)\,yK^2_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y)$
(23)	$(x^2+2)^{-1/2}Q_\nu^1(x^2+1)$, $\mathrm{Re}\,\nu>-3/2$	$-2^{-3/2}\pi yK_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y)\times$ $\times I_{\nu+1/2}(2^{-1/2}y)$
(24)	0, $0<x<a$ $(x^2-a^2)^{\nu/2-1/4}P_0^{1/2-\nu}(a/x)$, $a<x<\infty$ $\lvert\mathrm{Re}\,\nu\rvert<1/2$	$y^{-\nu-1/2}\cos(ay-2^{-1}\nu\pi+\pi/4)$

2.12. Функции Бесселя аргумента kx

(1)	$J_0(ax)$, $a>0$	0, $0<y<a$ $(y^2-a^2)^{-1/2}$, $a<y<\infty$
(2)	$J_{2n+1}(ax)$, $a>0$	$(-1)^n(a^2-y^2)^{-1/2}\,T_{2n+1}(y/a)$, $0<y<a$ 0, $a<y<\infty$
(3)	$J_\nu(ax)$, $\mathrm{Re}\,\nu>-2$, $a>0$	$(a^2-y^2)^{-1/2}\sin[\nu\arcsin(y/a)]$, $0<y<a$ $\dfrac{a^\nu\cos(2^{-1}\nu\pi)}{(y^2-a^2)^{1/2}[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu}$, $a<y<\infty$
(4)	$x^{-1}J_0(ax)$, $a>0$	$\arcsin(y/a)$, $0<y<a$ $\pi/2$ $a<y<\infty$
(5)	$x^{-1}J_\nu(ax)$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1$, $a>0$	$\nu^{-1}\sin[\nu\arcsin(y/a)]$, $0<y<a$ $\dfrac{a^\nu\sin(2^{-1}\nu\pi)}{\nu[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu}$, $a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(6)	$x^{-2}J_\nu(ax)$, $\operatorname{Re}\nu>0,\quad a>0$	$\frac{(a^2-y^2)^{1/2}\sin[\nu\arcsin(y/a)]}{\nu^2-1}-\frac{y\cos[\nu\arcsin(y/a)]}{\nu(\nu^2-1)}$, $0<y<a$ $\frac{-a^\nu\cos(2^{-1}\nu\pi)[y+\nu(y^2-a^2)^{1/2}]}{\nu(\nu^2-1)[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu}$, $a<y<\infty$
(7)	$x^{-1/2}J_{2n+3/2}(ax)$, $a>0$	$(-1)^n\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}P_{2n+1}(y/a)$, $0<y<a$ 0, $a<y<\infty$
(8)	$x^\nu J_\nu(ax)$, $-1<\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2$, $a>0$	0, $0<y<a$ $\pi^{1/2}2^\nu a^\nu[\Gamma({}^1/_2-\nu)]^{-1}\times$ $\times(y^2-a^2)^{-\nu-1/2}$, $a<y<\infty$
(9)	$x^{-\nu}J_{\nu+1}(ax)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$, $a>0$	$\pi^{1/2}2^{-\nu}a^{-\nu-1}[\Gamma(\nu+{}^1/_2)]^{-1}\times$ $\times y(a^2-y^2)^{\nu-1/2}$, $0<y<a$ 0, $a<y<\infty$
(10)	$x^{-\nu}J_{2n+\nu+1}(ax)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$, $a>0$	$(-1)^n 2^{\nu-1}a^{-\nu}(2n+1)!\,\Gamma(\nu)\times$ $\times[\Gamma(2n+2\nu+1)]^{-1}\times$ $\times(a^2-y^2)^{\nu-1/2}C^\nu_{2n+1}(y/a)$, $0<y<a$ 0, $y>a$
(11)	$x^{2\mu-1}J_{2\nu}(ax)$, $-\operatorname{Re}\nu-{}^1/_2<\operatorname{Re}\mu<{}^3/_4$, $a>0$	$4^\mu a^{-2\mu-1}y\,\Gamma({}^1/_2+\nu+\mu)\times$ $\times[\Gamma({}^1/_2+\nu-\mu)]^{-1}\times$ $\times{}_2F_1({}^1/_2+\mu+\nu,\ {}^1/_2+\mu-\nu;\ {}^3/_2;\ a^{-2}y^2)$, $0<y<a$ $(a/2)^{2\nu}y^{-2\nu-2\mu}\,\Gamma(2\nu+2\mu)\times$ $\times[\Gamma(2\nu+1)]^{-1}\sin(\pi\nu+\pi\mu)\times$ $\times{}_2F_1({}^1/_2+\nu+\mu,\ \nu+\mu;\ 2\nu+1;\ a^2y^{-2})$, $a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y) = \int_0^\infty f(x) \sin(xy)\, dx, \; y > 0$
(12)	$(x^2 + \beta^2)^{-1} J_0(ax)$, $a > 0, \quad \mathrm{Re}\, \beta > 0$	$\beta^{-1} \operatorname{sh}(\beta y) K_0(a\beta), \qquad 0 < y < a$
(13)	$x(x^2 + \beta^2)^{-1} J_0(ax)$, $a > 0, \quad \mathrm{Re}\, \beta > 0$	$2^{-1} \pi e^{-\beta y} I_0(a\beta), \qquad a < y < \infty$
(14)	$x^{1/2}(x^2 + \beta^2)^{-1} J_{2n+1/2}(ax)$, $a > 0, \quad \mathrm{Re}\, \beta > 0$, $n = 0, 1, 2, \ldots$	$(-1)^n \operatorname{sh}(\beta y) K_{2n+1/2}(a\beta)$, $0 < y < a$
(15)	$x^{\nu}(x^2 + \beta^2)^{-1} J_{\nu}(ax)$, $-1 < \mathrm{Re}\, \nu < 5/2$, $a > 0, \quad \mathrm{Re}\, \beta > 0$	$\beta^{\nu-1} \operatorname{sh}(\beta y) K_{\nu}(a\beta)$, $0 < y < a$
(16)	$x^{1-\nu}(x^2 + \beta^2)^{-1} J_{\nu}(ax)$, $\mathrm{Re}\, \nu > -3/2$, $a > 0, \quad \mathrm{Re}\, \beta > 0$	$2^{-1}\pi \beta^{-\nu} e^{-\beta y} I_{\nu}(a\beta), \qquad a < y < \infty$
(17)	$x^{-1} e^{-\alpha x} J_0(\beta x)$, $\mathrm{Re}\, \alpha > \lvert \mathrm{Im}\, \beta \rvert$	$\arcsin\left(\dfrac{2y}{r_1 + r_2}\right)$, $r_1^2 = \alpha^2 + (y + \beta)^2$, $r_2^2 = \alpha^2 + (y - \beta)^2$
(18)	$x^{\nu-1} e^{-\alpha x} J_{\nu}(\beta x)$, $\mathrm{Re}\, \nu > -1/2, \quad \mathrm{Re}\, \alpha > \lvert \mathrm{Im}\, \beta \rvert$	$\dfrac{\beta^{\nu} \Gamma(2\nu + 1)\, y}{2^{\nu+1} \Gamma(\nu + 1)} \times$ $\times \int_{-1}^{1} (\alpha^2 + \beta^2 + 2i\alpha t y - t^2 y^2)^{-\nu - 1/2}\, dt$
(19)	$x^{\nu} \cos(x) J_{\nu}(x)$, $-1 < \mathrm{Re}\, \nu < 1/2$	$\pi^{1/2} 2^{\nu-1} [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times (y^2 + 2y)^{-\nu - 1/2}$, $0 < y < 2$; $\pi^{1/2} 2^{\nu-1} [\Gamma(1/2 - \nu)]^{-1} \times$ $\times [(y^2 + 2y)^{-\nu - 1/2} +$ $+ (y^2 - 2y)^{-\nu - 1/2}]$, $2 < y < \infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(20)	$x^{-\nu}\cos(x)\,J_{\nu+1}(x)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-\nu-1}\pi^{1/2}\,[\Gamma(\nu+1/2)]^{-1}\times$ $\times(y-1)\,(2y-y^2)^{\nu-1/2}$, $0<y<2$ $0,\qquad 2<y<\infty$
(21)	$x^{-\nu}\sin(x)\,J_\nu(x)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\pi^{1/2}2^{-\nu-1}\,[\Gamma(\nu+1/2)]^{-1}\times$ $\times(2y-y^2)^{\nu-1/2},\qquad 0<y<2$ $0,\qquad 2<y<\infty$
(22)	$[x^{-1}J_1(ax)]^2,\qquad a>0$	$y/2-(4a/3\pi)\times$ $\times[(1+2^{-2}a^{-2}y^2)\,E(2^{-1}a^{-1}y)+$ $+(1-2^{-2}a^{-2}y^2)\,K(2^{-1}a^{-1}y)]$, $0<y\leqslant 2a$
(23)	$J_{n+1/2}(ax)\,J_{n+1/2}(bx)$, $a,\ b>0$	$2^{-1}a^{-1/2}b^{-1/2}\mathrm{P}_n\left(\frac{a^2+b^2-y^2}{2ab}\right)$, $0<y<a+b$ $0,\qquad a+b<y<\infty$
(24)	$x^{1/2}\,[J_{1/4}(ax)]^2,\qquad a>0$	$(2/\pi)^{1/2}y^{-1/2}\,(4a^2-y^2)^{-1/2}$, $0<y<2a$ $0,\qquad 2a<y<\infty$
(25)	$x^{1/2}J_{\nu+1/4}(ax)\,J_{-\nu+1/4}(ax)$, $a>0$	$\{[(2a+y)^{1/2}+i\,(2a-y)^{1/2}]^{4\nu}+$ $+[(2a+y)^{1/2}-$ $-i\,(2a-y)^{1/2}]^{4\nu}\}\times$ $\times(4a)^{-2\nu}\pi^{-1/2}\,(8a^2y-2y^3)^{-1/2}$, $0<y<2a$ $0,\qquad 2a<y<\infty$
(26)	$x^{1/2}J_{\nu+1/4}(ax)\,J_{-\nu+1/4}(ax)$, $a>0$	$(2/\pi)^{1/2}y^{-1/2}\,(4a^2-y^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[2\nu\arccos(2^{-1}a^{-1}y)]$, $0<y<2a$ $0,\qquad 2a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(27)	$J_\nu(ax)\,J_\nu(bx)$, $0<a<b,\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$0, \qquad 0<y<b-a$ $2^{-1}a^{-1/2}b^{-1/2}\,\mathbf{P}_{\nu-1/2}(A)$, $b-a<y<b+a$ $\pi^{-1}a^{-1/2}b^{-1/2}\times$ $\times\cos(\nu\pi)\,Q_{\nu-1/2}(-A)$, $b+a<y<\infty$ $A=(b^2+a^2-y^2)/(2ab)$
(28)	$x^{\nu-\mu}J_\mu(ax)\,J_\nu(bx)$, $-1<\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}\mu+1$ $0<a<b$	$0, \qquad 0<y<b-a$
(29)	$x^{\nu-\mu-2}J_\mu(ax)\,J_\nu(bx)$, $0<\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}\mu+3$ $0<a<b$	$2^{\nu-\mu-1}a^{\mu}b^{-\nu}\,[\Gamma(\mu+1)]^{-1}\,\Gamma(\nu)\,y$, $0<y<b-a$
(30)	$x^{\lambda}J_\mu(ax)\,J_\nu(bx)$	См. Bailey W. N., 1936, Proc. London Math. Soc. (2), 40, 37—48
(31)	$Y_0(ax), \qquad a>0$	$2\pi^{-1}(a^2-y^2)^{-1/2}\arcsin(y/a)$, $0<y<a$ $2\pi^{-1}(y^2-a^2)^{-1/2}\times$ $\times\ln[a^{-1}y-(a^{-2}y^2-1)^{1/2}]$, $a<y<\infty$
(32)	$Y_1(ax), \qquad a>0$	$0, \qquad 0<y<a$ $-ya^{-1}(y^2-a^2)^{-1/2},\ a<y<\infty$
(33)	$Y_\nu(ax), \qquad a>0$ $-2<\operatorname{Re}\nu<2$	$\operatorname{ctg}(2^{-1}\nu\pi)\,(a^2-y^2)^{-1/2}\times$ $\times\sin[\nu\arcsin(y/a)]$, $0<y<a$, $\dfrac{1}{2(y^2-a^2)^{1/2}\sin(2^{-1}\nu\pi)}\times$ $\times\{a^{-\nu}\cos(\nu\pi)\times$ $\times[y-(y^2-a^2)^{1/2}]^{\nu}-$ $-a^{\nu}[y-(y^2-a^2)^{1/2}]^{-\nu}\}$, $a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(34)	$x^{-1}Y_0(ax),\qquad a>0$	$0,\qquad 0<y<a$ $\ln[a^{-1}y-(a^{-2}y^2-1)^{1/2}],$ $a<y<\infty$
(35)	$x^{-1}Y_\nu(ax),$ $\|\operatorname{Re}\nu\|<1,\quad a>0$	$-\nu^{-1}\operatorname{tg}(2^{-1}\nu\pi)\times$ $\times\sin[\nu\arcsin(a^{-1}y)],$ $0<y<a$ $\dfrac{a^{-\nu}\cos(\nu\pi)[y-(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu}{2\nu\cos(\nu\pi/2)}-$ $-\dfrac{a^\nu[y-(y^2-a^2)^{1/2}]^{-\nu}}{2\nu\cos(\nu\pi/2)},$ $a<y<\infty$
(36)	$x^\nu Y_{\nu-1}(ax),$ $\|\operatorname{Re}\nu\|<{}^1/_2,\quad a>0$	$0,\qquad 0<y<a$ $\dfrac{\pi^{1/2}2^\nu a^{\nu-1}}{\Gamma(^1/_2-\nu)}\,y\,(y^2-a^2)^{-\nu-1/2},$ $a<y<\infty$
(37)	$x^\nu\sin(ax)\,Y_\nu(ax),$ $-{}^3/_2<\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2,\quad a>0$	$2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^\nu[\Gamma(^1/_2-\nu)]^{-1}\times$ $\times(y^2+2ay)^{-\nu-1/2},\ 0<y<2a$ $2^{\nu-1}\pi^{1/2}a^\nu[\Gamma(^1/_2-\nu)]^{-1}\times$ $\times[(y^2+2ay)^{-\nu-1/2}-$ $-(y^2-2ay)^{-\nu-1/2}],$ $2a<y<\infty$
(38)	$J_\nu(ax)\cos(ax-\nu\pi/2)+$ $+Y_\nu(ax)\sin(ax-\nu\pi/2),$ $\|\operatorname{Re}\nu\|<2,\qquad a>0$	$2^{-\nu-1}a^{-\nu}y^{-1/2}(y+2a)^{-1/2}\times$ $\times\{[(y+2a)^{1/2}+y^{1/2}]^{2\nu}+$ $+[(y+2a)^{1/2}-y^{1/2}]^{2\nu}\}$
(39)	$J_\nu(ax)\cos(2^{-1}\nu\pi)-$ $-Y_\nu(ax)\sin(2^{-1}\nu\pi),$ $\|\operatorname{Re}\nu\|<2$	$0,\qquad 0<y<a$ $2^{-1}a^{-\nu}(y^2-a^2)^{-1/2}\times$ $\times\{[y+(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu+$ $+[y-(y^2-a^2)^{1/2}]^\nu\},$ $a<y<\infty$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(40)	$x^\nu [J_\nu(ax)\cos(ax) + Y_\nu(ax)\sin(ax)]$, $-1<\operatorname{Re}\nu<1/2$	$\frac{\pi^{1/2}(2a)^\nu}{\Gamma(1/2-\nu)}(y^2+2ay)^{-\nu-1/2}$
(41)	$x^\nu [J_\nu(ax)\cos(ax) - Y_\nu(ax)\sin(ax)]$, $-1<\operatorname{Re}\nu<1/2$	0, $0<y<2a$; $\frac{2^\nu\pi^{1/2}a^\nu}{\Gamma(1/2-\nu)}(y^2-2ay)^{-\nu-1/2}$, $2a<y<\infty$
(42)	$x^{1/2}(x^2+\beta^2)^{-1}\times\{J_\mu(ax)\cos[2^{-1}(1/2-\mu)\pi] + Y_\mu(ax)\sin[2^{-1}(1/2-\mu)\pi]\}$, $\lvert\operatorname{Re}\mu\rvert<5/2$, $a>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\beta^{-1/2}\operatorname{sh}(\beta y)K_\mu(a\beta)$, $0<y<a$
(43)	$x^{1/2}J_{1/4}(2^{-1}ax)\,Y_{1/4}(2^{-1}ax)$	0, $0<y<a$; $-(2^{-1}\pi y)^{-1/2}(y^2-a^2)^{-1/2}$, $y>a$
(44)	$e^{-2^{-1}\alpha x}I_0(2^{-1}\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(2y)^{-1/2}(y^2+\alpha^2)^{-1/2}\times[y+(y^2+\alpha^2)^{1/2}]^{1/2}$
(45)	$x^{-1}\sin(ax)\,I_1(bx)/I_2(cx)$	Относительно этого и подобных интегралов см. Timpe A., 1912, Math. Ann. 71, 480—509
(46)	$K_0(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(y^2+\alpha^2)^{-1/2}\times\ln[(y/\alpha)+(1+y^2/\alpha^2)^{1/2}]$
(47)	$xK_0(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi y(\alpha^2+y^2)^{-3/2}$
(48)	$K_\nu(\alpha x)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<2$, $\nu\neq 0$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{\alpha^{-\nu}\pi}{4\sin(2^{-1}\nu\pi)(\alpha^2+y^2)^{1/2}}\times\{[(y^2+\alpha^2)^{1/2}+y]^\nu-[(y^2+\alpha^2)^{1/2}-y]^\nu\}$
(49)	$x^{1+\nu}K_\nu(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\nu>-3/2$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi^{1/2}(2\alpha)^\nu\Gamma(3/2+\nu)\times y(y^2+\alpha^2)^{-3/2-\nu}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(50)	$x^{-\lambda}K_\mu(\alpha x)$, $\operatorname{Re}(\lambda\pm\mu)<2,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{y\Gamma(\mu/2-\lambda/2+1)\,\Gamma(1-\lambda/2-\mu/2)}{2^\lambda\alpha^{2-\lambda}}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(\dfrac{2+\mu-\lambda}{2},\dfrac{2-\lambda-\mu}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{-y^2}{\alpha^2}\right)$
(51)	$\operatorname{sh}(2^{-1}\alpha x)\,K_0(2^{-1}\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi 2^{-3/2}\alpha y^{-1/2}(y^2+\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times[y+(y^2+\alpha^2)^{1/2}]^{-1/2}$
(52)	$\sin(\beta x)\,K_0(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$\dfrac{\pi(\beta y)^{1/2}}{2R_1R_2}\left(\dfrac{R_2-R_1}{R_2+R_1}\right)^{1/2}$, $R_1=[\alpha^2+(\beta-y)^2]^{1/2}$ $R_2=[\alpha^2+(\beta+y)^2]^{1/2}$
(53)	$x^{-\nu}\operatorname{sh}(x/2)\,K_\nu(x/2)$, $-{}^1/_2<\operatorname{Re}\nu<{}^3/_2$	$-\dfrac{\pi^{3/2}y^{\nu-1/2}}{2\Gamma(\nu+1/2)\cos(\nu\pi)}\times$ $\times(1+y^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times\sin[(\nu-{}^1/_2)\operatorname{arcctg}y]$
(54)	$xK_\nu(\alpha x)\,I_\nu(\beta x)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^3/_2,\quad \operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Re}\beta\rvert$	$-2^{-1}(\alpha\beta)^{-3/2}y(u^2-1)^{-1/2}\times$ $\times Q^1_{\nu-1/2}(u)$, $u=(2\alpha\beta)^{-1}(\alpha^2+\beta^2+y^2)$
(55)	$x^{1/2}I_{1/4}(2^{-1}\alpha x)\,K_{1/4}(2^{-1}\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi^{1/2}(2y)^{-1/2}(y^2+\alpha^2)^{-1/2}$
(56)	$x^{1/2}I_{1/4-\beta/2}(2^{-1}\alpha x)\times$ $\times K_{1/4+\beta/2}(2^{-1}\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\beta<{}^5/_2$	$(\pi/2)^{1/2}\alpha^{-\beta}y^{-1/2}(\alpha^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times[y+(\alpha^2+y^2)^{1/2}]^\beta$
(57)	$x^{-1/2}K_\nu(\alpha x)\,I_\nu(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^3/_4,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{-1/2}e^{\nu\pi i}\dfrac{\Gamma(3/4+\nu)}{\Gamma(3/4-\nu)}\times$ $\times Q^{-\nu}_{-1/4}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]\times$ $\times P^{-\nu}_{-1/4}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]$
(58)	$x^{-1/2}K^2_\nu(\alpha x)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<{}^3/_4,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{1/2}e^{2\nu\pi i}y^{-1/2}\dfrac{\Gamma(3/4+\nu)}{\Gamma(3/4-\nu)}\times$ $\times\{Q^{-\nu}_{-1/4}[(y^2+4\alpha^2)y^{-1}]\}^2$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(59)	$x^{1/2}K_\nu^2(\alpha x)$ $\mid\operatorname{Re}\nu\mid<{}^5/_4,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{1/2}e^{2\nu\pi i}\times$ $\times y^{1/2}(y^2+4\alpha^2)^{-1/2}\dfrac{\Gamma({}^5/_4+\nu)}{\Gamma({}^1/_4-\nu)}\times$ $\times Q_{1/4}^{-\nu}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]\times$ $\times Q_{-3/4}^{-\nu}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]$
(60)	$x^{1/2}K_\nu(\alpha x)K_{\nu+1}(\alpha x)$, $-{}^7/_4<\operatorname{Re}\nu<{}^3/_4,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{1/2}e^{(2\nu+1)\pi i}\times$ $\times y^{1/2}(y^2+4\alpha^2)^{-1/2}\dfrac{\Gamma({}^7/_4+\nu)}{\Gamma(-{}^1/_4-\nu)}\times$ $\times Q_{-1/4}^{-\nu}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]\times$ $\times Q_{-1/4}^{-\nu-1}[(y^2+4\alpha^2)^{1/2}y^{-1}]$
(61)	$xK_\nu(\alpha x)K_\nu(\beta x)$, $\mid\operatorname{Re}\nu\mid<{}^3/_2,\quad \operatorname{Re}(\alpha+\beta)>0$	$2^{-2}\pi(\alpha\beta)^{-3/2}y(u^2-1)^{-1/2}\times$ $\times\Gamma({}^3/_2+\nu)\Gamma({}^3/_2-\nu)P_{\nu-1/2}^{-1}(u)$, $u=(y^2+\beta^2+\alpha^2)(2\alpha\beta)^{-1}$
(62)	$[\mathbf{J}_\nu(ax)-\mathbf{J}_{-\nu}(ax)]$, $a>0$	$\{[y+i(a^2-y^2)^{1/2}]^\nu+$ $+[y-i(a^2-y^2)^{1/2}]^\nu\}\times$ $\times a^{-\nu}\sin(2^{-1}\nu\pi)(a^2-y^2)^{-1/2}$, $0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$
(63)	$x^{-\nu}\mathbf{H}_\nu(ax)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2,\quad a>0$	$\pi^{1/2}2^{-\nu}a^{-\nu}[\Gamma(\nu+{}^1/_2)]^{-1}\times$ $\times(a^2-y^2)^{\nu-1/2}$, $0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$
(64)	$U_n(2x,2a)x^{-(n+1)}$	См. Mitra S. C., 1934, Bull. Calcutta Math. Soc., 25, 173—178

2.13. Функции Бесселя других аргументов

(1)	$x^{1/2}J_{1/4}(a^2x^2)$	$2^{-3/2}a^{-2}(\pi y)^{1/2}J_{1/4}(2^{-2}a^{-2}y^2)$
(2)	$e^{-\alpha x^2}J_m(\alpha x^2)$	См. Terazawa K., 1916, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 92, 57—81
(3)	$x^{1/2}\cos(a^2x^2)J_{1/4}(a^2x^2)$	$(4a^2y)^{-1/2}\cos[(a^{-2}y^2-3\pi)/8]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(4)	$x^{1/2}\sin(a^2x^2)\,J_{1/4}(a^2x^2)$	$-(4a^2y)^{-1/2}\sin[(a^{-2}y-3\pi)/8]$
(5)	$x^{1/2}\,[J_{1/8}(a^2x^2)]^2$	$-2^{-3/2}\pi^{1/2}y^{1/2}a^{-2}\times$ $\times J_{1/8}(2^{-4}a^{-2}y^2)\,Y_{1/8}(2^{-4}a^{-2}y^2)$
(6)	$x^{1/2}J_{1/8-\nu}(a^2x^2)\,J_{1/8+\nu}(a^2x^2)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}y^{-3/2}[e^{\pi i/8}\times$ $\times W_{\nu,\,1/8}(2^{-3}a^{-2}y^2e^{2^{-1}\pi i})\times$ $\times W_{-\nu,\,1/8}(2^{-3}a^{-2}y^2e^{2^{-1}\pi i})+$ $+e^{-\pi i/8}W_{\nu,\,1/8}(2^{-3}a^{-2}y^2e^{-2^{-1}\pi i})\times$ $\times W_{-\nu,\,1/8}(2^{-3}a^{-2}y^2e^{-2^{-1}\pi i})]$
(7)	$x^{1/2}\,Y_{1/4}(a^2x^2)$	$-2^{-3/2}\pi^{1/2}a^{-2}y^{1/2}\,\mathbf{H}_{1/4}(2^{-2}a^{-2}y^2)$
(8)	$x^{1/2}J_{1/8}(a^2x^2)\,Y_{1/8}(a^2x^2)$	$-2^{-3/2}\pi^{1/2}y^{1/2}a^{-2}\,[J_{1/8}(2^{-4}a^{-2}y^2)]^2$
(9)	$e^{-x^2}I_0(x^2)$	$2^{-3/2}\pi^{1/2}e^{-2^{-3}y^2}I_0(y^2/8)$
(10)	$x^{1/2}e^{-x^2}I_{1/4}(x^2)$	$2^{-1}y^{-1/2}e^{-2^{-3}y^2}$
(11)	$x^{1/2}K_{1/4}(\alpha^2x^2)$, $\|\arg\alpha\|<\pi/4$	$2^{-5/2}\pi^{3/2}\alpha^{-2}y^{1/2}\,[I_{1/4}(2^{-2}\alpha^{-2}y^2)-$ $-\mathbf{L}_{1/4}(2^{-2}\alpha^{-2}y^2)]$
(12)	$x^{1/2}K_{1/8}(\alpha^2x^2)\,I_{1/8}(\alpha^2x^2)$, $\|\arg\alpha\|<\pi/4$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}(2\alpha)^{-2}y^{1/2}K_{1/8}(2^{-4}\alpha^{-2}y^2)\times$ $\times I_{1/8}(2^{-4}\alpha^{-2}y^2)$
(13)	$x^{1/2}K_{1/8+\nu}(\alpha^2x^2)\,I_{1/8-\nu}(\alpha^2x^2)$, $\operatorname{Re}\nu<5/8$, $\|\arg\alpha\|<\pi/4$	$\pi^{1/2}2^{1/2}y^{-3/2}\dfrac{\Gamma(5/8-\nu)}{\Gamma(5/4)}\times$ $\times W_{\nu,\,1/8}(2^{-3}\alpha^{-2}y^2)\times$ $\times M_{-\nu,\,1/8}(2^{-3}\alpha^{-2}y^2)$
(14)	$x^{1/2}\mathbf{H}_{1/4}(a^2x^2)$	$-2^{-3/2}\pi^{1/2}a^{-2}y^{1/2}\,Y_{1/4}(2^{-2}a^{-2}y^2)$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(15)	$x^{2\lambda}J_{2\nu}(ax^{-1})$, $-5/4<\operatorname{Re}\lambda<\operatorname{Re}\nu,\quad a>0$	$\frac{\pi^{1/2}a^{2\nu}\Gamma(\lambda-\nu+1)y^{2\nu-2\lambda-1}}{4^{2\nu-\lambda}\Gamma(2\nu+1)\Gamma(\nu-\lambda+1/2)}\times$ $\times\,{}_0F_3(2\nu+1,\ \nu-\lambda,\ \nu-\lambda+1/2;\ 2^{-4}a^2y^2)+$ $+\frac{a^{2\lambda+2}\Gamma(\nu-\lambda-1)y}{2^{2\lambda+3}\Gamma(\nu+\lambda+2)}\times$ $\times\,{}_0F_3(3/2,\ \lambda-\nu+2,\ \lambda+\nu+2;\ 2^{-4}a^2y^2)$
(16)	$x^{-1}\sin(ax^{-1})J_{2n+1}(bx^{-1})$, $a>0,\quad b>0$	$(-1)^n(\pi/2)J_{2n+1}(cy^{1/2})\times$ $\times J_{2n+1}(dy^{1/2})$, $c^2+d^2=4a,\ cd=2b$
(17)	$x^{-1}\cos(ax^{-1})J_{2n}(bx^{-1})$ $a>0,\quad b>0$	$(-1)^n(\pi/2)J_{2n}(cy^{1/2})J_{2n}(dy^{1/2})$, $c^2+d^2=4a,\quad cd=2b$
(18)	$x^{-1/2}\sin(ax^{-1})J_{2n-1/2}(ax^{-1})$, $a>0$	$(-1)^{n-1}2^{-1}\pi^{1/2}y^{-1/2}\times$ $\times J_{4n-1}(2^{3/2}a^{1/2}y^{1/2})$
(19)	$x^{-1/2}\cos(ax^{-1})J_{2n-3/2}(ax^{-1})$, $a>0$	$(-1)^{n-1}2^{-1}\pi^{1/2}y^{-1/2}\times$ $\times J_{4n-3}(2^{3/2}a^{1/2}y^{1/2})$
(20)	$x^{-1}K_0(\alpha x^{-1})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi K_0[(2\alpha y)^{1/2}]J_0[(2\alpha y)^{1/2}]$
(21)	$x^{-1}K_\nu(\alpha x^{-1})$, $-1<\operatorname{Re}\nu<1,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi K_\nu[(2\alpha y)^{1/2}]\times$ $\times\{J_\nu[(2\alpha y)^{1/2}]\cos(2^{-1}\nu\pi)-$ $-Y_\nu[(2\alpha y)^{1/2}]\sin(2^{-1}\nu\pi)\}$
(22)	$J_0(ax^{1/2})$, $a>0$	$y^{-1}\cos(2^{-2}a^2y^{-1})$
(23)	$J_\nu(ax^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>-4,\quad a>0$	$2^{-2}a\pi^{1/2}y^{-3/2}\times$ $\times[\cos(2^{-3}a^2y^{-1}-2^{-2}\nu\pi)\times$ $\times J_{\nu/2-1/2}(2^{-3}a^2y^{-1})-$ $-\sin(2^{-3}a^2y^{-1}-2^{-2}\nu\pi)\times$ $\times J_{\nu/2+1/2}(2^{-3}y^{-1}a^2)]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(24)	$x^{-1}J_0(ax^{1/2}),\quad a>0$	$-\operatorname{si}(2^{-2}a^2y^{-1})$
(25)	$x^{-1/2}J_1(ax^{1/2}),\quad a>0$	$2a^{-1}\sin(2^{-2}a^2y^{-1})$
(26)	$x^{\nu-1/2}J_1(ax^{1/2}),$ $-2<\operatorname{Re}\nu<{}^3/_4,\quad a>0$	$\frac{\Gamma(\nu+1)\,y^{-\nu}}{2\sin(\nu\pi)}\times$ $\times\cos(2^{-3}a^2y^{-1}-2^{-1}\nu\pi)\times$ $\times[k_{-2\nu}(2^{-3}a^2e^{i\pi/2}y^{-1})-$ $-k_{-2\nu}(2^{-3}a^2e^{-3i\pi/2}y^{-1})]$
(27)	$x^{-1/2}J_\nu(ax^{1/2}),$ $\operatorname{Re}\nu>-3,\quad a>0$	$-\pi^{1/2}y^{-1/2}\times$ $\times\sin(2^{-3}a^2y^{-1}-2^{-2}\nu\pi-\pi/4)\times$ $\times J_{\nu/2}(2^{-3}a^2y^{-1})$
(28)	$x^{\nu/2}J_\nu(ax^{1/2}),$ $-2<\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2,\quad a>0$	$2^{-\nu}a^\nu y^{-\nu-1}\cos(2^{-2}a^2y^{-1}-2^{-1}\nu\pi)$
(29)	$J_\nu(ax^{1/2})J_\nu(bx^{1/2}),$ $\operatorname{Re}\nu>-2,\quad a>0$	$y^{-1}J_\nu(2^{-1}aby^{-1})\times$ $\times\cos[2^{-2}(a^2+y^2)y^{-1}-2^{-1}\nu\pi]$
(30)	$x^{-1/2}K_{2\nu}(\alpha x^{1/2}),$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<{}^3/_2,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{-\pi^{3/2}}{4y^{1/2}\cos(\nu\pi)}\times$ $\times[J_\nu(2^{-3}\alpha^2y^{-1})\times$ $\times\cos(2^{-1}\nu\pi-2^{-3}\alpha^2y^{-1}-\pi/4)-$ $-Y_\nu(2^{-3}\alpha^2y^{-1})\times$ $\times\sin(2^{-1}\nu\pi-2^{-3}\alpha^2y^{-1}-\pi/4)]$
(31)	$J_0(\alpha x^{1/2})K_0(\alpha x^{1/2}),\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}y^{-1}K_0(2^{-1}\alpha^2y^{-1})$
(32)	$x^{-1}J_2(\alpha x^{1/2})K_2(\alpha x^{1/2}),$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-2}y\times$ $\times[I_1(2^{-1}\alpha^2y^{-1})-\mathbf{L}_1(2^{-1}\alpha^2y^{-1})]$
(33)	$x^{-1/2}J_\nu(\alpha x^{1/2})K_\nu(\alpha x^{1/2}),$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^3/_2,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}\alpha^{-2}y^{1/2}\frac{\Gamma({}^3/_4+\nu/2)}{\Gamma(1+\nu)}\times$ $\times W_{-1/4,\,\nu/2}(2^{-1}\alpha^2y^{-1})\times$ $\times M_{1/4,\,\nu/2}(2^{-1}\alpha^2y^{-1})$
(34)	$K_0(2x^{1/2})+2^{-1}\pi Y_0(2x^{1/2})$	$2^{-1}\pi y^{-1}\sin(y^{-1})$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(35)	$x(x^2+b^2)^{-1/2}J_1[a(x^2+b^2)^{1/2}]$, $a>0$	$a^{-1}y(a^2-y^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[b(a^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$
(36)	$x(x^2+b^2)^{-\nu/2-1}\times$ $\times J_{\nu-1}[a(x^2+b^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^3/_2,\quad a,\ b>0$	$2^{-\nu}\pi a^{\nu-1}[\Gamma(\nu)]^{-1}e^{-by}$, $a<y<\infty$
(37)	$x(x^2+b^2)^{-\nu/2}J_\nu[a(x^2+b^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>{}^1/_2,\quad a>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{-\nu}b^{-\nu+3/2}\times$ $\times y(a^2-y^2)^{\nu/2-3/4}\times$ $\times J_{\nu-3/2}[b(a^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$
(38)	$x(x^2+\alpha^2)^{-1}(x^2+b^2)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu[c(x^2+b^2)^{1/2}],\quad c>0$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^3/_2,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi e^{-\alpha y}(b^2-\alpha^2)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu[c(b^2-\alpha^2)^{1/2}]$, $c<y<\infty$
(39)	$x^{1/2}J_{1/4}\{2^{-1}a[(b^2+x^2)^{1/2}-b]\}\times$ $\times J_{1/4}\{2^{-1}a[(b^2+x^2)^{1/2}+b]\}$, $a>0$	$(2^{-1}\pi y)^{-1/2}(a^2-y^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[b(a^2-y^2)^{1/2}]$, $0<y<a$ $0,\quad a<y<\infty$

См. также п. 2.7, где содержится много результатов, подобных приведенному выше (с перестановкой $f(x)$ и $g(y)$).

(40)	$x^{-1}\{(x^2+b_1^2)^{-\nu_1/2}\times$ $\times J_{\nu_1}[a_1(x^2+b_1^2)^{1/2}]\ldots(x^2+b_n^2)^{-\nu_n/2}\times$ $\times J_{\nu_n}[a_n(x^2+b_n^2)^{1/2}]\}$, $a_i,\ b_i>0$, $\operatorname{Re}(\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_n)>$ $>-1-n/2$	$2^{-1}\pi[b_1^{-\nu_1}\times$ $\times J_{\nu_1}(a_1b_1)\ldots b_n^{-\nu_n}J_{\nu_n}(a_nb_n)]$, $y>a_1+a_2+\ldots+a_n$

	$f(x)$	$g(y)=\int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(41)	$(a^2+x^2)^{-1/2+\nu/2}\times$ $\times C_{2n+1}^{\nu}[x(a^2+x^2)^{-1/2}]\times$ $\times J_{\nu+2n+1}[(a^2+x^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-3/2$	$(-1)^n 2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{1/2-\nu}\times$ $\times(1-y^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times C_{2n+1}^{\nu}(y)\times$ $\times J_{\nu-1/2}[a(1-y^2)^{1/2}]$, $0<y<1$; 0, $1<y<\infty$
(42)	$xK_0[\alpha(x^2+\beta^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\pi y\beta(\alpha^2+y^2)^{-1}e^{-\beta(\alpha^2+y^2)^{1/2}}\times$ $\times[1+\beta^{-1}(\alpha^2+y^2)^{-1/2}]$
(43)	$x(x^2+\beta^2)^{-1/2}K_1[\alpha(x^2+\beta^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}y(\alpha^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times e^{-\beta(\alpha^2+y^2)^{1/2}}$
(44)	$x(x^2+\beta^2)^{-1}K_2[\alpha(x^2+\beta^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\pi\beta^{-1}\alpha^{-2}ye^{-\beta(y^2+\alpha^2)^{1/2}}$
(45)	$x(x^2+\beta^2)^{\nu/2}K_{\pm\nu}[\alpha(x^2+\beta^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}\alpha^{\nu}y\beta^{3/2+\nu}\times$ $\times(\alpha^2+y^2)^{-\nu/2-3/4}\times$ $\times K_{-\nu-3/2}[\beta(\alpha^2+y^2)^{1/2}]$
(46)	$x^{1/2}I_{1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2+x^2)^{1/2}-\alpha]\}\times$ $\times K_{1/4}\{2^{-1}\beta[(\alpha^2+x^2)^{1/2}+\alpha]\}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-1/2}(\beta^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times e^{-\alpha(\beta^2+y^2)^{1/2}}$
(47)	0, $0<x<a$; $J_0[b(x^2-a^2)^{1/2}]$, $a<x<\infty$; $b>0$	0, $0<y<b$; $(y^2-b^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[a(y^2-b^2)^{1/2}]$, $b<y<\infty$
(48)	$(a^2-x^2)^{-1/2}J_\nu[b(a^2-x^2)^{1/2}]$, $0<x<a$; 0, $a<x<\infty$; $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}\pi\times$ $\times J_{\nu/2}\{2^{-1}a[(b^2+y^2)^{1/2}-y]\}\times$ $\times J_{\nu/2}\{2^{-1}a[(b^2+y^2)^{1/2}+y]\}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(49)	$0,\quad 0<x<a$ $(x^2-a^2)^{-1/2}J_\nu[b(x^2-a^2)^{1/2}],$ $a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1,\quad b>0$	$2^{-1}\pi J_{\nu/2}\left\{2^{-1}a[y-(y^2-b^2)^{1/2}]\right\}\times$ $\times J_{-\nu/2}\left\{2^{-1}a[y+(y^2-b^2)^{1/2}]\right\},$ $b<y<\infty$
(50)	$0,\quad 0<x<a$ $(x^2-a^2)^{\nu/2}J_\nu[b(x^2-a^2)^{1/2}],$ $a<x<\infty$ $-1<\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2,\quad b>0$	$0,\quad 0<y<b$ $(2^{-1}\pi a)^{1/2}a^\nu b^\nu(y^2-b^2)^{-\nu/2-1/4}\times$ $\times J_{-\nu-1/2}[a(y^2-b^2)^{1/2}],$ $b<y<\infty$
(51)	$x(a^2-x^2)^{\nu/2}J_\nu[b(a^2-x^2)^{1/2}],$ $0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1,\quad b>0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}b^\nu a^{\nu+3/2}y\times$ $\times(b^2+y^2)^{-\nu/2-3/4}\times$ $\times J_{\nu+3/2}[a(b^2+y^2)^{1/2}]$
(52)	$0,\quad 0<x<a$ $x(x^2-a^2)^{\nu/2}J_\nu[b(x^2-a^2)^{1/2}],$ $a<x<\infty$ $-1<\operatorname{Re}\nu<-{}^1/_2,\ b>0$	$-2^{1/2}\pi^{-1/2}a^{\nu+3/2}b^\nu\times$ $\times(b^2-y^2)^{-\nu/2-3/4}\times$ $\times K_{\nu+3/2}[a(b^2-y^2)^{1/2}],$ $0<y<b$ $2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{\nu+3/2}b^\nu\times$ $\times(y^2-b^2)^{-\nu/2-3/4}\times$ $\times Y_{-\nu-3/2}[a(y^2-b^2)^{1/2}],$ $b<y<\infty$
(53)	$0,\quad 0<x<a$ $(x^2-a^2)^{\nu/2}(x^2+c^2)^{-1}\times$ $\times J_\nu[b(x^2-a^2)^{1/2}],$ $a<x<\infty$ $-1<\operatorname{Re}\nu<{}^5/_2,\quad c>0$	$c^{-1}(a^2+c^2)^{\nu/2}K_\nu[b(a^2+c^2)^{1/2}]\times$ $\times\operatorname{sh}(cy),\quad 0<y<b$
(54)	$x^{2n+1}(1-x^2)^{\nu/2+m}\times$ $\times J_\nu[a(1-x^2)^{1/2}],$ $0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{-\nu}\left(\frac{d}{a\,da}\right)^m\left(\frac{d}{y\,dy}\right)^n\times$ $\times\{a^{2\nu+2m}y^{2n+1}\times$ $\times(a^2+y^2)^{-2^{-1}(\nu+m+n+3/2)}\times$ $\times J_{\nu+m+n+3/2}[(a^2+y^2)^{1/2}]\}$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(55)	$(1-x^2)^{\nu/2-1/4}C_{2n+1}^{\nu}(x)\times$ $\times J_{\nu-1/2}[a(1-x^2)^{1/2}],$ $0<x<1$ $0,$ $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$(-1)^n 2^{-1/2}\pi^{1/2}a^{-1/2+\nu}\times$ $\times(a^2+y^2)^{-1/2-\nu/2}\times$ $\times C_{2n+1}^{\nu}[y(a^2+y^2)^{-1/2}]\times$ $\times J_{\nu+2n+1}[(a^2+y^2)^{1/2}]$
(56)	$0,$ $0<x<a$ $(x^2+b^2)^{-1}(x^2-a^2)^{\nu/2+n-1/2}\times$ $\times Y_\nu[c(x^2-a^2)^{1/2}],$ $a<x<\infty$ $-1/2-n<\operatorname{Re}\nu<7/2-2n$ $b>0$	$(-1)^{n+1}b^{-1}\times$ $\times(a^2+b^2)^{\nu/2+n-1/2}\operatorname{sh}(by)\times$ $\times K_\nu[c(a^2+b^2)^{1/2}],$ $0<y<c$
(57)	$x(x^2-b^2)^{-\nu/2}\times$ $\times K_\nu[a(x^2-b^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re}\nu<1,$ $a,\ b>0$	$2^{-3/2}\pi^{3/2}e^{-i\pi(\nu-1)}a^{-\nu}y\times$ $\times(a^2+y^2)^{\nu-3/2}\times$ $\times b^{3/2-\nu}H_{\nu-3/2}^{(2)}[b(a^2+y^2)^{1/2}]$
(58)	$J_0[2a\operatorname{sh}(x/2)],$ $a>0$	$2\pi^{-1}\operatorname{sh}(\pi y)[K_{iy}(a)]^2$
(59)	$J_{2\nu}[2a\operatorname{sh}(x/2)],$ $\operatorname{Re}\nu>-1,$ $a>0$	$-i[I_{\nu-iy}(a)K_{\nu+iy}(a)-$ $-I_{\nu+iy}(a)K_{\nu-iy}(a)]$
(60)	$\operatorname{sh}(2^{-1}\pi x)K_{ix}(a),$ $a>0$	$2^{-1}\pi\sin(a\operatorname{sh}y)$

2.14. Другие высшие трансцендентные функции

(1)	$e^{-2^{-2}x^2}D_{2n+1}(x)$	$(-1)^n 2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{2n+1}e^{-y^2/2}$
(2)	$e^{-2^{-2}x^2}[D_{2\nu-1/2}(x)-$ $-D_{2\nu-1/2}(-x)],$ $\operatorname{Re}\nu>1/4$	$2^{1/2}\pi^{1/2}\times$ $\times\sin[(\nu-1/4)\pi]y^{2\nu-1/2}e^{-y^2/2}$
(3)	$[D_{-n-1}(ix)]^2-[D_{-n-1}(-ix)]^2$	$(-1)^{n+1}i(\pi/n!)\times$ $\times(2\pi)^{1/2}e^{-y^2/2}L_n(y^2)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx,\ y>0$
(4)	$D_{\nu-1/2}[(2x)^{1/2}]\times$ $\times\{D_{-\nu-1/2}[(2x)^{1/2}]-$ $-D_{-\nu-1/2}[-(2x)^{1/2}]\}$	$-2^{1/2}\pi^{1/2}\times$ $\times\sin[(1/4+\nu/2)\pi]\,y^{-\nu-1/2}\times$ $\times(1+y^2)^{-1/2}[1+(1+y^2)^{1/2}]^{\nu}$
(5)	$x^{4\nu}e^{-x^2/2}\times$ $\times{}_1F_1(1/2-2\nu;\ 2\nu+1;\ 2^{-1}x^2)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/4$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{4\nu}e^{-y^2/2}\times$ $\times{}_1F_1(1/2-2\nu;\ 1+2\nu;\ 2^{-1}y^2)$
(6)	$x\,{}_2F_1(\alpha;\ \beta;\ 3/2;\ -x^2c^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>1/2,\ \operatorname{Re}\beta>1/2$	$2^{-\alpha-\beta+1}\pi c^{-\alpha-\beta}y^{\alpha+\beta-2}\times$ $\times\dfrac{K_{\alpha-\beta}(c^{-1}y)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}$
(7)	$x\,{}_1F_2(\alpha;\ \beta;\ 3/2;\ -2^{-2}x^2)$, $\operatorname{Re}\beta>\operatorname{Re}\alpha>1/2$	$\pi\dfrac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta-\alpha)}y^{2\alpha-2}(1-y^2)^{\beta-\alpha-1}$, $0<y<1$ 0, $1<y<\infty$
(8)	Относительно синус-преобразований других функций вида $_pF_q(a_1,\ \ldots,\ a_p;\ b_1,\ \ldots,\ b_q;\ x^2)$ см. таблицы преобразований Ганкеля.	
(9)	$x^{-2\nu}e^{x^2/4}W_{3\nu-1,\nu}(2^{-1}x^2)$, $\operatorname{Re}\nu<1/2$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{-2\nu}e^{y^2/4}\times$ $\times W_{3\nu-1,\nu}(2^{-1}y^2)$
(10)	$x^{2\nu-1}e^{-x^2/4}M_{3\nu,\nu}(2^{-1}x^2)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/4$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}y^{2\nu-1}e^{-y^2/4}\times$ $\times M_{3\nu,\nu}(2^{-1}y^2)$
(11)	$x^{-3/2}W_{\mu+\rho,1/8+\lambda}(2^{-1}x^2)\times$ $\times M_{\mu-\rho,1/8-\lambda}(2^{-1}x^2)$, $\operatorname{Re}\rho<1/8,\ \operatorname{Re}\lambda<5/8$	$(\pi/2)^{1/2}y^{-3/2}\Gamma(5/4-2\lambda)\times$ $\times[\Gamma(5/4-2\rho)]^{-1}\times$ $\times W_{\mu+\lambda,1/8+\rho}(2^{-1}y^2)\times$ $\times M_{\mu-\lambda,1/8-\rho}(2^{-1}y^2)$

ГЛАВА III

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

3.1. Общие формулы

	$f(x)$	$g(y)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-ixy}\, dx$
(1)	$g(x)$	$2\pi f(-y)$
(2)	$\overline{f(x)}$	$\overline{g(-y)}$
(3)	$f(x)=f(-x)$	$2\int_{0}^{\infty} f(x)\cos xy\, dx$
(4)	$f(x)=-f(-x)$	$-2i\int_{0}^{\infty} f(x)\sin xy\, dx$
(5)	$f(a^{-1}x+b),\quad a>0$	$ae^{iaby}\, g(ay)$
(6)	$f(-a^{-1}x+b),\quad a>0$	$ae^{-iaby}\, g(-ay)$
(7)	$f(ax)\, e^{ibx},\quad a>0$	$\frac{1}{a}\, g\left(\frac{y-b}{a}\right)$
(8)	$f(ax)\cos bx,\quad a>0$	$\frac{1}{2a}\left[g\left(\frac{y-b}{a}\right)+g\left(\frac{y+b}{a}\right)\right]$
(9)	$f(ax)\sin bx,\quad a>0$	$\frac{1}{2ai}\left[g\left(\frac{y-b}{a}\right)-g\left(\frac{y+b}{a}\right)\right]$

	$f(x)$	$g(y)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{ixy}\, dx$
(10)	$x^n f(x)$	$i^n \dfrac{d^n g(y)}{dy^n}$
(11)	$f^{(n)}(x)$	$i^n y^n g(y)$

3.2. Элементарные функции

(1)	$(1+x^2)^{-1}$	$\pi e^{-\lvert y \rvert}$
(2)	$(1+x^2)^{-1}(i-x)^n(i+x)^{-n},$ $n=1, 2, 3, \ldots$	$(-1)^{n-1} 2\pi y e^{-y} L_{n-1}^{1}(2y), \quad y>0$ $0, \quad y<0$
(3)	$(\alpha-ix)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\dfrac{2\pi y^{\nu-1}}{e^{\alpha y}\Gamma(\nu)}, \quad y>0$ $0, \quad y<0$
(4)	$(\alpha+ix)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$0, \quad y>0$ $\dfrac{2\pi(-y)^{\nu-1} e^{\alpha y}}{\Gamma(\nu)}, \quad y<0$
(5)	$(x^2+\alpha^2)^{-1}(ix)^{-\nu},$ $-2<\operatorname{Re}\nu<1$, $\operatorname{Re}\alpha>0$ $\arg(ix)=\pi/2 \quad (x>0)$ $\arg(ix)=-\pi/2 \quad (x<0)$	$\pi\alpha^{-\nu-1}e^{-y\alpha}, \quad y>0$
(6)	$(x^2+\alpha^2)^{-1}(\beta+ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re}\nu>-1$ $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\pi\alpha^{-1}(\alpha+\beta)^{-\nu}e^{-\alpha y}, \quad y>0$
(7)	$(x^2+\alpha^2)^{-1}(\beta-ix)^{-\nu},$ $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\operatorname{Re}\alpha>0$ $\operatorname{Re}\beta>0$, $\alpha\neq\beta$	$\pi\alpha^{-1}(\beta-\alpha)^{\nu}e^{\alpha y}, \quad y>0$
(8)	$(\alpha_0-ix)^{-1}(ix)^{\nu_0}\times$ $\times(\alpha_1+ix)^{\nu_1}\ldots(\alpha_n+ix)^{\nu_n},$ $\sum_{0}^{n}\operatorname{Re}\nu_i<1, \quad \operatorname{Re}\nu_0>-1,$ $\operatorname{Re}\alpha_k>0$ $\arg(ix)=\pi/2 \quad (x>0)$ $\arg(ix)=-\pi/2 \quad (x<0)$	$2\pi e^{-\alpha_0 y}\alpha_0^{\nu_0}(\alpha_0+\alpha_1)^{\nu_1}\ldots(\alpha_0+\alpha_n)^{\nu_n},$ $y>0$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-ixy}\, dx$
(9)	$(\alpha_0+ix)^{-1}(ix)^{\nu_0}\times$ $\times(\alpha_1+ix)^{\nu_1}\ldots(\alpha_n+ix)^{\nu_n}$, $\sum\limits_0^n \operatorname{Re}\nu_i<1,\quad \operatorname{Re}\nu_0>-1$ $\operatorname{Re}\alpha_k>0$ $\arg(ix)=\pi/2\quad (x>0)$ $\arg(ix)=-\pi/2\quad (x<0)$	$0,\quad y>0$
(10)	$(\alpha-ix)^{-\mu}(\beta-ix)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>1$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\dfrac{2\pi e^{-\alpha y}y^{\mu+\nu-1}}{\Gamma(\mu+\nu)}\times$ $\times\,{}_1F_1[\nu;\mu+\nu;(\alpha-\beta)y],\quad y>0$ $0,\quad y<0$
(11)	$(\alpha+ix)^{-\mu}(\beta+ix)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$ $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>1$	$0,\quad y>0$ $\dfrac{2\pi e^{\alpha y}(-y)^{\mu+\nu-1}}{\Gamma(\mu+\nu)}\times$ $\times\,{}_1F_1[\nu;\mu+\nu;(\beta-\alpha)y]$, $y<0$
(12)	$(\alpha+ix)^{-2\mu}(\beta-ix)^{-2\nu}$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>{}^1/_2$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$2\pi(\alpha+\beta)^{-\nu-\mu}[\Gamma(2\nu)]^{-1}\times$ $\times\, e^{2^{-1}(\beta-\alpha)y}y^{\nu+\mu-1}\times$ $\times\, W_{\nu-\mu,\ 1/2-\nu-\mu}[(\alpha+\beta)y]$, $y>0$ $2\pi(\alpha+\beta)^{-\mu-\nu}[\Gamma(2\mu)]^{-1}e^{2^{-1}(\alpha-\beta)y}\times$ $\times(-y)^{\nu+\mu-1}\times$ $\times\, W_{\mu-\nu,\ 1/2-\nu-\mu}[-(\alpha+\beta)y]$, $y<0$
(13)	$0,\quad -\infty<x<-1$ $(1-x)^{\nu-1}(1+x)^{\mu-1}$, $-1<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0,\ \operatorname{Re}\mu>0$	$2^{\nu+\mu-1}\,\mathrm{B}(\mu,\nu)\,e^{iy}\,{}_1F_1(\mu;\nu+\mu;-2iy)$
(14)	$(a-e^{-x})^{-1}e^{-\lambda x}$, $0<\operatorname{Re}\lambda<1,\ a>0$	$\pi a^{\lambda-1+iy}\operatorname{ctg}[\pi\lambda+i\pi y]$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ixy}\,dx$
(15)	$(\alpha+e^{-x})^{-1}e^{-\lambda x}$, $0<\operatorname{Re}\lambda<1$, $-\pi<\arg\alpha<\pi$	$\dfrac{\pi\alpha^{\lambda-1+iy}}{\sin(\pi\lambda+i\pi y)}$
(16)	$x(\alpha+e^{-x})^{-1}e^{-\lambda x}$, $0<\operatorname{Re}\lambda<1$, $-\pi<\arg\alpha<\pi$	$\dfrac{\pi\alpha^{\lambda-1+iy}[\ln\alpha-\pi\operatorname{ctg}(\pi\lambda+i\pi y)]}{\sin(\pi\lambda+i\pi y)}$
(17)	$x^2(1+e^{-x})^{-1}e^{-\lambda x}$, $0<\operatorname{Re}\lambda<1$	$\dfrac{\pi^3[2-\sin^2(\pi\lambda+iy\pi)]}{\sin^3(\pi\lambda+iy\pi)}$
(18)	$(\alpha+e^{-x})^{-1}(\beta+e^{-x})^{-1}e^{-\lambda x}$, $0<\operatorname{Re}\lambda<2$, $\beta\neq\alpha$, $\|\arg\alpha\|<\pi$, $\|\arg\beta\|<\pi$	$\dfrac{\pi(\alpha^{\lambda-1+iy}-\beta^{\lambda-1+iy})}{(\beta-\alpha)\sin(\pi\lambda+iy\pi)}$
(19)	$x(\alpha+e^{-x})^{-1}(\beta+e^{-x})^{-1}e^{-\lambda x}$, $0<\operatorname{Re}\lambda<2$, $\alpha\neq\beta$, $\|\arg\alpha\|<\pi$, $\|\arg\beta\|<\pi$	$\dfrac{\pi(\alpha^{\lambda-1+iy}\ln\alpha-\beta^{\lambda-1+iy}\ln\beta)}{(\alpha-\beta)\sin(\lambda\pi+iy\pi)}+$ $+\dfrac{\pi^2(\alpha^{\lambda-1+iy}-\beta^{\lambda-1+iy})\cos(\lambda\pi+iy\pi)}{(\beta-\alpha)\sin^2(\lambda\pi+iy\pi)}$
(20)	$(1+e^{-x})^{-n}e^{-\lambda x}$, $n=1, 2, 3, \ldots$, $0<\operatorname{Re}\alpha<n$	$\dfrac{\pi}{(n-1)!\sin(\pi\lambda+i\pi y)}\prod\limits_{j=1}^{n-1}(j-\lambda-iy)$
(21)	$\dfrac{e^{-\alpha x}}{(e^{\beta/\gamma}+e^{-x/\gamma})^{\nu}}$, $\operatorname{Re}(\nu/\gamma)>\operatorname{Re}\alpha>0$, $\|\operatorname{Im}\beta\|<\pi\operatorname{Re}\gamma$	$\gamma e^{\beta(\alpha+iy-\nu/\gamma)}\times$ $\times\mathrm{B}[\gamma(\alpha+iy),\nu-\gamma(\alpha+iy)]$
(22)	$\dfrac{e^{-\alpha x}}{(e^{\beta}+e^{-x})^{\nu}(e^{\gamma}+e^{-x})^{\mu}}$, $0<\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}(\mu+\nu)$, $\|\operatorname{Im}\beta\|<\pi$, $\|\operatorname{Im}\gamma\|<\pi$	$e^{\gamma(\alpha+iy-\mu)-\beta\nu}\times$ $\times\dfrac{\Gamma(\alpha+iy)\Gamma(\mu+\nu-\alpha-iy)}{\Gamma(\mu+\nu)}\times$ $\times{}_2F_1(\nu,\alpha+iy;\mu+\nu;1-e^{\gamma-\beta})$
(23)	$(ix)^{\nu}e^{-\alpha^2x^2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\arg(ix)=\pi/2\quad(x>0)$, $\arg(ix)=-\pi/2\quad(x<0)$	$\pi^{1/2}2^{-\nu/2}\alpha^{-\nu-1}e^{-2^{-3}\alpha^{-2}y^2}D_{\nu}(2^{-1/2}\alpha^{-1}y)$
(24)	$[\exp(e^{-x})-1]^{-1}e^{-\lambda x}$, $\operatorname{Re}(\lambda)>1$	$\zeta(\lambda+iy)\,\Gamma(\lambda+iy)$
(25)	$[\exp(e^{-x})+1]^{-1}e^{-\lambda x}$, $\operatorname{Re}\lambda>0$	$(1-2^{1-\lambda-iy})\,\Gamma(\lambda+iy)\,\zeta(\lambda+iy)$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,e^{-ixy}\,dx$
(26)	$e^{-\lambda x}\ln\lvert 1-e^{-x}\rvert$, $-1<\operatorname{Re}\lambda<0$	$\pi(\lambda+iy)^{-1}\operatorname{ctg}(\pi\lambda+iy\pi)$
(27)	$e^{-\lambda x}\ln(1+e^{-x})$, $-1<\operatorname{Re}\lambda<0$	$\dfrac{\pi}{(\lambda+iy)\sin(\pi\lambda+iy\pi)}$
(28)	$e^{-\lambda x}\ln\dfrac{\lvert 1+e^{-x}\rvert}{\lvert 1-e^{-x}\rvert}$, $\lvert\operatorname{Re}\lambda\rvert<1$	$\pi(\lambda+iy)^{-1}\operatorname{tg}(2^{-1}\pi\lambda+2^{-1}iy\pi)$
(29)	$e^{-\lambda x}(a+e^{-x})^{-\nu}\ln(a+e^{-x})$, $a>0$, $\operatorname{Re}\nu>\operatorname{Re}\lambda>0$	$a^{\lambda+iy-\nu}\mathrm{B}(\lambda+iy,\ \nu-\lambda-iy)\times$ $\times[\psi(\nu)-\psi(\nu-\lambda-iy)+\ln a]$
(30)	$(\operatorname{sh}x+\operatorname{sh}a)^{-1}$, $a>0$	$-\dfrac{i\pi\left[\operatorname{ch}(\pi y)-e^{-2iay}\right]e^{iay}}{\operatorname{ch}a\operatorname{sh}(\pi y)}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(31)	0, $-\infty<x<-\pi/2$ $(\cos x)^{\mu}(a^2e^{ix}+b^2e^{-ix})^{\nu}$, $-\pi/2<x<\pi/2$ 0, $\pi/2<x<\infty$ $\operatorname{Re}\mu>-1$	$\dfrac{\pi b^{2\nu}2^{-\mu}\Gamma(1+\mu)}{\Gamma\left(1-\frac{y}{2}-\frac{\nu}{2}+\frac{\mu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{y}{2}+\frac{\nu}{2}+\frac{\mu}{2}\right)}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(-\nu,\dfrac{y+\nu+\mu}{-2};\ 1+\dfrac{\mu-\nu-y}{2};\ \dfrac{a^2}{b^2}\right)$, $a^2<b^2$ $\dfrac{\pi a^{2\nu}2^{-\mu}\Gamma(1+\mu)}{\Gamma\left(1+\frac{y}{2}-\frac{\nu}{2}+\frac{\mu}{2}\right)\Gamma\left(1+\frac{\nu}{2}-\frac{y}{2}+\frac{\mu}{2}\right)}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(-\nu,\dfrac{y-\nu-\mu}{2};\ 1+\dfrac{\mu+y-\nu}{2};\ \dfrac{b^2}{a^2}\right)$, $a^2>b^2$
(32)	$\dfrac{e^{\nu\operatorname{arsh}x}}{(1+x^2)^{1/2}}$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$-2e^{-2^{-1}\nu\pi i}K_{\nu}(y)$, $y>0$ $-2e^{2^{-1}\nu\pi i}K_{\nu}(-y)$, $y<0$

3.3. Высшие трансцендентные функции

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,e^{-ixy}\,dx$
(1)	$0, \quad -\infty<x<-1$ $P_n(x), \quad -1<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$	$(-1)^n i^n (2\pi)^{1/2} y^{-1/2} J_{n+1/2}(y)$
(2)	$0, \quad -\infty<x<-1$ $(1-x^2)^{-1/2}T_n(x), -1<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$	$(-1)^n i^n \pi J_n(y)$
(3)	$0, \quad -\infty<x<-1$ $(1-x^2)^{\nu}P_n^{(\nu,\nu)}(x),$ $-1<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$(-i)^n 2^{\nu+1/2}\pi^{1/2}y^{-\nu-1/2}(n!)^{-1}\times$ $\times\Gamma(n+\nu+1)\,J_{n+\nu+1/2}(y)$
(4)	$0, \quad -\infty<x<-1$ $(1-x)^{\nu}(1+x)^{\mu}P_n^{(\nu,\mu)}(x),$ $-1<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1, \operatorname{Re}\mu>-1$	$(-i)^n 2^{n+\nu+\mu+1}y^n (n!)^{-1}\times$ $\times\mathrm{B}(n+\nu+1,\ n+\mu+1)\,e^{iy}\times$ $\times\,{}_1F_1(n+\nu+1;2n+\mu+\nu+2;-2iy)$
(5)	$[\Gamma(\nu-x)\,\Gamma(\mu+x)]^{-1}$	$[2\cos(y/2)]^{\mu+\nu-2}e^{2^{-1}iy(\mu-\nu)}\times$ $\times[\Gamma(\mu+\nu-1)]^{-1}, \quad \lvert y\rvert<\pi$ $0, \quad \lvert y\rvert>\pi$
(6)	$[\Gamma(\alpha+x)]^{\pm1}[\Gamma(\beta+x)]^{\pm1}$	См. Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат, стр. 245 и сл.
(7)	$0, \quad -\infty<x<-1$ $P_{\nu}(x), \quad -1<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$	$2\pi(1+\nu^2)^{-1}\sin(\nu\pi)\,e^{iy}\times$ $\times\,{}_2F_2(1,\ 1;-\nu,\ 2+\nu;\ -2iy)$
(8)	$x^{-1/2}J_{n+1/2}(x)$	$(-1)^n i^n (2\pi)^{1/2}\,P_n(y), \quad \lvert y\rvert<1$ $0, \quad \lvert y\rvert>1$
(9)	$x^{-\nu-1/2}J_{n+\nu+1/2}(x),$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-\nu+1/2}\pi^{1/2}(-1)^n i^n n!\,[\Gamma(n+\nu+1)]^{-1}\times$ $\times(1-y^2)^{\nu}P_n^{(\nu,\nu)}(y), \quad \lvert y\rvert<1$ $0, \quad \lvert y\rvert>1$

	$f(x)$	$g(y)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-ixy}\, dx$
(10)	$J_{\mu+x}(\alpha)\, J_{\nu-x}(\alpha)$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>-1$	$e^{2^{-1}iy(\mu-\nu)} J_{\mu+\nu}[2\alpha\cos(y/2)]$, $\lvert y\rvert<\pi$ 0, $\lvert y\rvert>\pi$
(11)	$\dfrac{J_{\mu+x}(\alpha)\, J_{\nu-x}(\beta)}{\alpha^{\mu+x}\beta^{\nu-x}}$	См. Gröbner W. и Hofreiter N., 1950, Integraltafel, Part II, стр. 203
(12)	$[(x+c)^2+b^2]^{-\nu}\times$ $\times J_\nu\{a[(x+c)^2+b^2]\}$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$, a, b, $c>0$	$(2\pi)^{1/2} e^{icy} a^{-\nu} b^{-\nu+1/2} (a^2-y^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times J_{\nu-1/2}[b(a^2-y^2)^{1/2}]$, $\lvert y\rvert<a$ 0, $\lvert y\rvert>a$
(13)	0, $\lvert x\rvert>\pi/2$ $(\cos x)^\nu (a^2e^{ix}+b^2e^{-ix})^{-\nu}\times$ $\times J_{2\nu}\{c[2(a^2e^{ix}+b^2e^{-ix})\times$ $\times\cos x]^{1/2}\}$, $\lvert x\rvert<\pi/2$ $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>-1$	$\pi 2^{-\nu} a^{y/2-\nu} b^{-y/2-\nu} J_{\nu-y/2}(ac)\, J_{\nu+y/2}(bc)$
(14)	$a^{-\mu-x} b^{-\nu+x} J_{\mu+x}(a)\, J_{\nu-x}(b)$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>1$, a, $b>0$	$[2\cos(y/2)]^{(\mu+\nu)/2}\times$ $\times(a^2e^{iy/2}+b^2e^{-iy/2})^{-(\mu+\nu)/2}\times$ $\times e^{2^{-1}iy(\mu-\nu)} J_{\mu+\nu}\{[2(a^2e^{iy/2}+$ $+b^2e^{-iy/2})\cos(y/2)]^{1/2}\}$, $\lvert y\rvert<\pi$ 0, $\lvert y\rvert>\pi$
(15)	$e^{-2^{-2}(1+\lambda)x^2} D_\nu[(1-\lambda)^{1/2}x]$, $\operatorname{Re}\lambda>0$	$(2\pi)^{1/2}\lambda^{\nu/2} e^{-2^{-2}\lambda^{-1}(1+\lambda)y^2}\times$ $\times D_\nu[-iy(\lambda^{-1}-1)^{1/2}]$
(16)	$x^n e^{-ix}\, {}_1F_1(a;\, b;\, 2ix)$, $\operatorname{Re} a>n$, $\operatorname{Re}(b-a)>n$	$(-i)^n \pi 2^{n+2-b} n!\, [\mathrm{B}(a,\, b-a)]^{-1}\times$ $\times(1-y)^{a-n-1}(1+y)^{b-a-n-1}\times$ $\times P_n^{(a-n-1,\, b-a-n-1)}(y)$, $\lvert y\rvert<1$ 0, $\lvert y\rvert>1$

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

Мы называем функцию

$$g(p) = \mathfrak{L}\{f(t); p\} = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$$

преобразованием Лапласа функции $f(t)$. Здесь p рассматривается как комплексное переменное. Функция $f(t)$ называется *обратным преобразованием Лапласа* для $g(p)$. Мы даем здесь таблицы как для прямого, так и для обратного преобразования Лапласа. В главе IV пары взаимно обратных функций классифицированы по функции $f(t)$, а в главе V — по функции $g(p)$. Надо отметить, что многие авторы используют функцию $p\,g(p)$ как «операционный образ» или «операционное представление» функции $f(t)$ (иногда $p\,g(p)$ называют также преобразованием Лапласа этой функции). Для указания связи между $f(t)$ и ее операционным образом $p\,g(p)$ применяют обозначения $\doteqdot$, $\subset$ и многие другие.

Существует очень много книг по теории и приложениям преобразований Лапласа. Наиболее важные из них перечислены на стр. 335. Так как преобразование Лапласа является по сути дела преобразованием Фурье в комплексной области, то многие ссылки, сделанные для преобразования Фурье, могут оказаться полезными и для преобразования Лапласа. Кроме того, многие учебники, указанные в ссылках, содержат полезный материал, касающийся преобразования Лапласа. Многие книги о преобразовании Лапласа содержат более или менее разработанные таблицы (чаще содержащие формулы для обратного преобразования Лапласа). Наиболее полными являются следующие таблицы: Коссар и Эрдейи (1944—46; содержат как таблицы преобразований Лапласа, так и таблицы обратных преобразований Лапласа); В. А. Диткин и П. И. Кузнецов (1951, таблицы обратных операционных изображений); Деч, Книсс и Фелькер (1947, обратное преобразование Лапласа), Мак-Лахлан и Гумберт (1950, операционные изображения); Мак-Лахлан, Гумберт и Поли (1950, операционные изображения).

Из пар взаимно обратных функций, приведенных в главах IV и V, могут быть выведены дальнейшие пары с помощью методов, изложенных во введении к этому тому, а также с помощью общих формул, данных в пп. 4.1 и 5.1. Мы не приводим списка формул для «цепей» или «последовательных» преобразований, относительно них см. Мак-Лахлан, Гумберт и Поли (1950, стр. 18—19).

ГЛАВА IV

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

4.1. Общие формулы

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(1)	$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{zt}g(z)\,dz$	$g(p)$
(2)	$f(t+a)=f(t)$	$(1-e^{ap})^{-1}\int\limits_0^a e^{-pt}f(t)\,dt$
(3)	$f(t+a)=-f(t)$	$(1+e^{-ap})^{-1}\int\limits_0^a e^{-pt}f(t)\,dt$
(4)	$0, \quad t<ba^{-1}$ $f(at-b), \quad t>ba^{-1}$ $a, b>0$	$a^{-1}e^{-ba^{-1}p}g(a^{-1}p)$
(5)	$e^{-\alpha t}f(t)$	$g(p+\alpha)$
(6)	$t^nf(t)$	$(-1)^n\frac{d^ng(p)}{dp^n}$
(7)	$t^{-n}f(t)$	$\int\limits_p^\infty\ldots\int\limits_p^\infty g(p)\,(dp)^n$ n-кратный интеграл

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(8)	$f^{(n)}(t)$	$p^ng(p)-p^{n-1}f(0)-$ $-p^{n-2}f'(0)-\ldots-f^{(n-1)}(0)$
(9)	$\int\limits_0^t\ldots\int\limits_0^t f(t)\,(dt)^n$	$p^{-n}g(p)$
(10)	$\left(t\frac{d}{dt}\right)^nf(t)$, где, например, $\left(t\frac{d}{dt}\right)^2f(t)=t\frac{d}{dt}\left\{t\frac{d}{dt}[f(t)]\right\}$	$\left(-\frac{d}{dp}p\right)^ng(p)$, $\left(\frac{d}{dp}p\right)^2g(p)=\frac{d}{dp}\left\{p\frac{d}{dp}[pg(p)]\right\}$
(11)	$\left(\frac{d}{dt}t\right)^nf(t)$	$\left(-p\frac{d}{dp}\right)^ng(p)$
(12)	$\left(t^{-1}\frac{d}{dt}\right)^nf(t)$, если $\left(\frac{1}{t}\frac{d}{dt}\right)^kf(t)=0$ для $t=0,\ k=0,\ldots,n-1$	$\int\limits_p^\infty p\int\limits_p^\infty\ldots p\int\limits_p^\infty p\,g(p)\,(dp)^n$
(13)	$t^mf^{(n)}(t)$, $m\geqslant n$	$\left(-\frac{d}{dp}\right)^m[p^ng(p)]$
(14)	$t^mf^{(n)}(t)$, $m<n$	$\left(-\frac{d}{dp}\right)^m[p^ng(p)]+(-1)^{m-1}\times$ $\times\left[\frac{(n-1)!}{(n-m-1)!}p^{n-m-1}f(0)+\right.$ $+\frac{(n-2)!}{(n-m-2)!}p^{n-m-2}f'(0)+$ $\left.+\ldots+m!\,f^{(n-m-1)}(0)\right]$
(15)	$\frac{d^n}{dt^n}[t^mf(t)]$, $m\geqslant n$	$(-1)^mp^ng^{(m)}(p)$
(16)	$\frac{d^n}{dt^n}[t^mf(t)]$, $m<n$	$(-1)^mp^ng^{(m)}(p)-m!\,p^{n-m-1}f(0)-$ $-\frac{(m+1)!}{1!}p^{n-m-2}f'(0)-$ $-\ldots-\frac{(n-1)!}{(n-m-1)!}f^{(n-m-1)}(0)$
(17)	$\left(e^t\frac{d}{dt}\right)^nf(t)$ при условии, что $f^{(k)}(0)=0$ при $k=0,1,\ldots,n-1$	$(p-1)\ldots(p-n)\,g(p-n)$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(18)	$\int\limits_0^t t^{-1}f(t)\,dt$	$p^{-1}\int\limits_p^\infty g(p)\,dp$
(19)	$\int\limits_t^\infty t^{-1}f(t)\,dt$	$p^{-1}\int\limits_0^p g(p)\,dp$
(20)	$\int\limits_0^t f_1(u)\,f_2(t-u)\,du$	$g_1(p)\,g_2(p)$
(21)	$f_1(t)\,f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty} g_1(z)\,g_2(p-z)\,dz$
(22)	$f(t^2)$	$\pi^{-1/2}\int\limits_0^\infty e^{-2^{-2}p^2u^{-2}}g(u^2)\,du$
(23)	$t^nf(t^2)$	$2^{-n/2}\pi^{-1/2}\int\limits_0^\infty u^{n-2}e^{-2^{-2}p^2u^2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_n(2^{-1/2}pu)\,g(u^{-2})\,du$
(24)	$t^\nu f(t^2)$	$2^{-1/2}\pi^{-1/2}\int\limits_0^\infty u^{\nu-2}e^{-2^{-2}p^2u^2}\times$ $\times\,D_\nu(pu)\,g(2^{-1}u^{-2})\,du$
(25)	$t^{\nu-1}f(t^{-1}),\quad \mathrm{Re}\,\nu>-1$	$p^{-\nu/2}\int\limits_0^\infty u^{\nu/2}J_\nu(2u^{1/2}p^{1/2})\,g(u)\,du$
(26)	$f(ae^t-a),\quad a>0$	$[a\Gamma(p+1)]^{-1}\int\limits_0^\infty e^{-u}u^pg(u/a)\,du$
(27)	$f(a\,\mathrm{sh}\,t),\quad a>0$	$\int\limits_0^\infty J_p(au)\,g(u)\,du$
(28)	$\sum\limits_{n=1}^\infty n^{-1}f(n^{-1}t)$	$\int\limits_0^\infty (e^{pu}-1)^{-1}f(u)\,du$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(29)	$\int\limits_0^\infty \frac{t^{u-1}}{\Gamma(u)} f(u)\,du$	$g(\ln p)$
(30)	$\int\limits_0^\infty u^{-1/2} \sin(2u^{1/2}t^{1/2}) f(u)\,du$	$\pi^{1/2} p^{-3/2} g(p^{-1})$
(31)	$t^{-1/2} \int\limits_0^\infty \cos(2u^{1/2}t^{1/2}) f(u)\,du$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} g(p^{-1})$
(32)	$t^{\nu} \int\limits_0^\infty J_{2\nu}(2u^{1/2}t^{1/2})\, u^{-\nu} f(u)\,du$	$p^{-2\nu-1} g(p^{-1})$
(33)	$t^{-1/2} \int\limits_0^\infty e^{-2^{-2}t^{-1}u^2} f(u)\,du$	$\pi^{1/2} p^{-1/2} g(p^{1/2})$
(34)	$t^{-n/2-1/2} \int\limits_0^\infty e^{-2^{-2}t^{-1}u^2} \times$ $\times \mathrm{He}_n(2^{-1/2}ut^{-1/2}) f(u)\,du$	$2^{n/2}\pi^{1/2} p^{n/2-1/2} g(p^{1/2})$
(35)	$t^{-\nu} \int\limits_0^\infty e^{-u^2/(8t)} \times$ $\times D_{2\nu-1}(2^{-1/2}ut^{-1/2}) f(u)\,du$	$2^{\nu-1/2}\pi^{1/2} p^{\nu-1} g(p^{1/2})$
(36)	$\int\limits_0^t \left(\frac{t-u}{au}\right)^{\nu} \times$ $\times J_{2\nu}[2(aut-au^2)^{1/2}] f(u)\,du$	$p^{-2\nu-1} g(p+ap^{-1})$
(37)	$\int\limits_0^t J_0[(t^2-u^2)^{1/2}] f(u)\,du$	$(p^2+1)^{-1/2} g[(p^2+1)^{1/2}]$
(38)	$f(t)-\int\limits_0^t J_1(u) f[(t^2-u^2)^{1/2}]\,du$	$g[(p^2+1)^{1/2}]$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(39)	$\int\limits_0^t \left(\frac{t-u}{t+u}\right)^{\nu} J_{2\nu}\left[(t^2-u^2)^{1/2}\right] f(u)\,du$	$(p^2+1)^{-1/2}\left[(p^2+1)^{1/2}+p\right]^{-2\nu}\times$ $\times\, g\left[(p^2+1)^{1/2}\right]$

4.2. Алгебраические функции

(1)	1	p^{-1} $\quad \operatorname{Re} p>0$
(2)	$0, \quad 0<t<a$ $1, \quad a<t<b$ $0, \quad t>b$	$p^{-1}\left(e^{-ap}-e^{-bp}\right)$
(3)	t^n	$n!\,p^{-n-1}, \quad \operatorname{Re} p>0$
(4)	$0, \quad 0<t<b$ $t^n, \quad t>b$	$e^{-bp}\sum\limits_{m=0}^{n}\frac{n!}{m!}\,\frac{b^m}{p^{n-m+1}}, \quad \operatorname{Re} p>0$
(5)	$t^n, \quad 0<t<b$ $0, \quad t>b$	$\frac{n!}{p^{n+1}}-e^{-bp}\sum\limits_{m=0}^{n}\frac{n!}{m!}\,\frac{b^m}{p^{n-m+1}}$
(6)	$0, \quad 0<t<b$ $(t+\alpha)^{-1}, \quad t>b$ $\lvert\arg(\alpha+b)\rvert<\pi$	$-e^{\alpha p}\operatorname{Ei}\left[-(\alpha+b)p\right],$ $\operatorname{Re} p>0$
(7)	$0, \quad 0<t<b$ $(t+\alpha)^{-1}, \quad b<t<c$ $0 \quad t>c$ $-\alpha$ не принадлежит $(b,\,c)$	$e^{\alpha p}\{\operatorname{Ei}\left[-(\alpha+c)p\right]-$ $-\operatorname{Ei}\left[-(\alpha+b)p\right]\}$
(8)	$(t-a)^{-1}, \quad a\geqslant 0$	$-e^{-ap}\,\overline{\operatorname{Ei}}\,(ap), \quad \operatorname{Re} p>0$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(9)	$\frac{1}{(t+\alpha)^n}, \quad n\geqslant 2, \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\sum\limits_{m=1}^{n-1}\frac{(m-1)!}{(n-1)!}\,\frac{(-p)^{n-m-1}}{\alpha^m}-$ $-\frac{(-p)^{n-1}}{(n-1)!}\,e^{\alpha p}\operatorname{Ei}(-\alpha p),$ $\operatorname{Re} p\geqslant 0$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(10)	$0, \quad 0<t<b$ $(t+\alpha)^{-n}, \quad t>b$ $\lvert\arg(\alpha+b)\rvert<\pi,\ n\geqslant 2$	$e^{-bp}\sum_{m=1}^{n-1}\frac{(m-1)!}{(n-1)!}\frac{(-p)^{n-m-1}}{(\alpha+b)^m}-$ $-\frac{(-p)^{n-1}}{(n-1)!}e^{\alpha p}\,\mathrm{Ei}\,[-(\alpha+b)p],$ $\mathrm{Re}\,p>0$
Относительно других формул этого типа см. Bierens de Haan D., 1867, Nouvelles tables d'intégrales définies, стр. 727.		
(11)	$t^n(t+\alpha)^{-1},\ n\geqslant 1, \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$(-1)^{n-1}\alpha^n e^{\alpha p}\,\mathrm{Ei}\,(-\alpha p)+$ $+\sum_{m=1}^{n}(m-1)!\,(-\alpha)^{n-m}p^{-m},$ $\mathrm{Re}\,p>0$
(12)	$(At+B\alpha)(t^2-\alpha^2)^{-1},$ $\lvert\arg(\pm\alpha)\rvert<\pi$	$-2^{-1}(A-B)e^{\alpha p}\,\mathrm{Ei}\,(-\alpha p)-$ $-2^{-1}(A+B)e^{-\alpha p}\,\mathrm{Ei}\,(\alpha p),\ \mathrm{Re}\,p>0$
(13)	$(At+Ba)(t^2-a^2)^{-1},\ a>0$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши	$-2^{-1}(A-B)e^{-ap}\,\mathrm{Ei}\,(-ap)-$ $-2^{-1}(A+B)e^{-ap}\,\overline{\mathrm{Ei}}\,(ap),$ $\mathrm{Re}\,p>0$
(14)	$(At+B\alpha)(t^2+\alpha^2)^{-1},$ $\lvert\arg(\pm i\alpha)\rvert<\pi$	$(A\cos\alpha p-B\sin\alpha p)\,\mathrm{ci}\,(\alpha p)-$ $-(A\sin\alpha p+B\cos\alpha p)\,\mathrm{si}\,(\alpha p),$ $\mathrm{Re}\,p>0$
(15)	$0, \quad 0<t<b$ $t^{-1/2}, \quad t>b$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}\,\mathrm{Erfc}\,(b^{1/2}p^{1/2}),$ $\mathrm{Re}\,p>0$
(16)	$t^{-1/2}, \quad 0<t<b$ $0, \quad t>b$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}\,\mathrm{Erf}\,(b^{1/2}p^{1/2})$
(17)	$t^{n-1/2}$	$\frac{\pi^{1/2}\cdot 1\cdot 3\ldots(2n-1)}{2^n p^{n+1/2}},$ $\mathrm{Re}\,p>0$

	$f(t)$		$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(18)	$(t+\alpha)^{-1/2}$,	$\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(19)	0, $t^{-3/2}$,	$0<t<b$ $t>b$	$2b^{-1/2}e^{-bp}-2\pi^{1/2}p^{1/2}\operatorname{Erfc}(b^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p\geqslant 0$
(20)	$(t+\alpha)^{-3/2}$,	$\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2\alpha^{-1/2}-2\pi^{1/2}p^{1/2}e^{\alpha p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p\geqslant 0$
(21)	$t^{1/2}(t+\alpha)^{-1}$,	$\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$(\pi/p)^{1/2}-\pi\alpha^{1/2}e^{\alpha p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(22)	0, $t^{-1}(t-b)^{1/2}$,	$0<t<b$ $t>b$	$(\pi/p)^{1/2}e^{-bp}-\pi b^{1/2}\operatorname{Erfc}(b^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(23)	$t^{-1/2}(1+2\alpha t)$		$\pi^{1/2}p^{-3/2}(p+\alpha)$, $\operatorname{Re}p>0$
(24)	$t^{-1/2}(t+\alpha)^{-1}$,	$\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi\alpha^{-1/2}e^{\alpha p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p\geqslant 0$
(25)	0, $t^{-1}(t-b)^{-1/2}$,	$0<t<b$ $t>b$	$\pi b^{-1/2}\operatorname{Erfc}(b^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p\geqslant 0$
(26)	$t(t^2+\alpha^2)^{-1/2}$,	$\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$2^{-1}\pi\alpha\,[\mathbf{H}_1(\alpha p)-Y_1(\alpha p)]-\alpha$, $\operatorname{Re}p>0$
(27)	$t(b^2-t^2)^{-1/2}$, 0,	$0<t<b$ $t>b$	$2^{-1}\pi b\,[\mathbf{L}_1(bp)-I_1(bp)]+b$
(28)	0, $t(t^2-b^2)^{-1/2}$,	$0<t<b$ $t>b$	$bK_1(bp)$, $\operatorname{Re}p>0$
(29)	$(t^2+2\alpha t)^{-1/2}(t+\alpha)$,	$\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\alpha e^{\alpha p}K_1(\alpha p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(30)	$(2bt-t^2)^{-1/2}(b-t)$, 0,	$0<t<2b$ $t>2b$	$\pi be^{-bp}I_1(bp)$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(31)	$[t+(t^2+\alpha^2)^{1/2}]^{-1}$, $\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$2^{-1}\pi\alpha^{-1}p^{-1}[\mathbf{H}_1(\alpha p)-Y_1(\alpha p)]-$ $-\alpha^{-2}p^{-2}$, $\quad \operatorname{Re} p>0$
(32)	$\sin\theta\,(1+t+\cos\theta)^{-1}(t^2+2t)^{-1/2}$	$\exp[2p\cos^2(\theta/2)]\times$ $\times\left[\theta-\sin\theta\int\limits_0^p K_0(v)\,e^{-v\cos\theta}dv\right]$, $\quad \operatorname{Re} p>0$
(33)	$[t+(1+t^2)^{1/2}]^n+$ $+[t-(1+t^2)^{1/2}]^n$	$2O_n(p)$, $\quad \operatorname{Re} p>0$
(34)	$[t+(1+t^2)^{1/2}]^n(1+t^2)^{-1/2}$	$2^{-1}[S_n(p)-\pi\,\mathbf{E}_n(p)-\pi Y_n(p)]$, $\quad \operatorname{Re} p>0$
(35)	$[t-(1+t^2)^{1/2}]^n(1+t^2)^{-1/2}$	$-2^{-1}[S_n(p)+\pi\,\mathbf{E}_n(p)+$ $+\pi Y_n(p)]$, $\quad \operatorname{Re} p>0$

4.3. Степени с произвольным показателем

(1)	t^ν, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\Gamma(\nu+1)\,p^{-\nu-1}$, $\quad \operatorname{Re} p>0$
(2)	0, $\quad 0<t<b$ t^ν, $\quad t>b$	$p^{-\nu-1}\Gamma(\nu+1,\,bp)$, $\quad \operatorname{Re} p>0$
(3)	t^ν, $\quad 0<t<b$ 0, $\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$p^{-\nu-1}\gamma(\nu+1,\,bp)$
(4)	$(t+\alpha)^\nu$, $\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$p^{-\nu-1}e^{\alpha p}\,\Gamma(\nu+1,\,\alpha p)$ $\quad \operatorname{Re} p>0$
(5)	0, $\quad 0<t<b$ $(t-b)^\nu$, $\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\Gamma(\nu+1)\,p^{-\nu-1}e^{-bp}$, $\quad \operatorname{Re} p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(6)	$(b-t)^{\nu}$, $\quad 0<t<b$ 0, $\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$p^{-\nu-1}e^{-bp}\,\gamma(\nu+1,\,-bp)$
(7)	$t^{\nu}(t+\alpha)^{-1}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\Gamma(\nu+1)\,\alpha^{\nu}e^{\alpha p}\Gamma(-\nu,\,\alpha p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(8)	0, $\quad 0<t<b$ $t^{-1}(t-b)^{\nu}$, $\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\Gamma(\nu+1)\,b^{\nu}\Gamma(-\nu,\,bp)$, $\quad \operatorname{Re}p>0$
(9)	$t^{\nu-1}(1+t^2)^{-1}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\dfrac{\pi V_{\nu}(2p,\,0)}{\sin(\nu\pi)}$, $\quad \operatorname{Re}p>0$
(10)	$(1+t^2)^{\nu-1/2}$	$2^{\nu-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,p^{-\nu}\times$ $\times[\mathbf{H}_{\nu}(p)-Y_{\nu}(p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(11)	0, $\quad 0<t<b$ $(t^2-b^2)^{\nu-1/2}$, $\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,(2b/p)^{\nu}K_{\nu}(bp)$, $\operatorname{Re}p>0$
(12)	$(b^2-t^2)^{\nu-1/2}$, $\quad 0<t<b$ 0, $\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,(2b/p)^{\nu}\times$ $\times[I_{\nu}(bp)-\mathbf{L}_{\nu}(bp)]$
(13)	$(t^2+2\alpha t)^{\nu-1/2}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,(2\alpha/p)^{\nu}e^{\alpha p}K_{\nu}(\alpha p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(14)	$(2bt-t^2)^{\nu-1/2}$, $\quad 0<t<2b$ 0, $\quad t>2b$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,(2b/p)^{\nu}e^{-bp}I_{\nu}(bp)$, $\operatorname{Re}p>0$
(15)	$(t^2+it)^{\nu-1/2}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$-2^{-1}i\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,p^{-\nu}e^{ip/2}\times$ $\times H_{\nu}^{(2)}(p/2)$, $\quad \operatorname{Re}p>0$
(16)	$(t^2-it)^{\nu-1/2}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,p^{-\nu}e^{-ip/2}\times$ $\times H_{\nu}^{(1)}(p/2)$, $\quad \operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(17)	$0,\quad 0<t<2b$ $(t+2\alpha)^{\nu}(t-2b)^{-\nu},\quad t>2b$ $\lvert\arg(\alpha+b)\rvert<\pi,\quad \operatorname{Re}\nu<1$	$\dfrac{\nu\pi \tilde{k}_{2\nu}[(\alpha+b)p]\,e^{(\alpha-b)p}}{\sin(\nu\pi)\,p}$, $\operatorname{Re}p>0$
(18)	$0,\quad 0<t<b$ $(t-b)^{\nu-1}(t+b)^{-\nu+1/2},\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{\nu-1/2}\Gamma(\nu)\,p^{-1/2}D_{1-2\nu}(2b^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(19)	$0,\quad 0<t<b$ $(t-b)^{\nu-1}(t+b)^{-\nu-1/2},\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{\nu-1/2}\Gamma(\nu)\,b^{-1/2}D_{-2\nu}(2b^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p\geqslant 0$
(20)	$t^{\nu-1}(t+\alpha)^{-\nu+1/2}$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2^{\nu-1/2}\Gamma(\nu)\,p^{-1/2}e^{2^{-1}\alpha p}\times$ $\times D_{1-2\nu}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(21)	$t^{\nu-1}(t+\alpha)^{-\nu-1/2}$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2^{\nu}\Gamma(\nu)\,\alpha^{-1/2}e^{2^{-1}\alpha p}\times$ $\times D_{-2\nu}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p\geqslant 0$
(22)	$0,\quad 0<t<b$ $(t+\alpha)^{2\mu-1}(t-b)^{2\nu-1},\quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>0,\ \lvert\arg(\alpha+b)\rvert<\pi$	$\Gamma(2\nu)\,(\alpha+b)^{\mu+\nu-1}\times$ $\times p^{-\mu-\nu}e^{2^{-1}p(\alpha-b)}\times$ $\times W_{\mu-\nu,\,\mu+\nu-1/2}(\alpha p+bp)$, $\operatorname{Re}p>0$
(23)	$0,\quad 0<t<a$ $(t-a)^{2\mu-1}(b-t)^{2\nu-1},\quad a<t<b$ $0,\quad t>b$ $\operatorname{Re}\mu>0,\ \operatorname{Re}\nu>0$	$\mathrm{B}(2\mu,2\nu)\,(b-a)^{\mu+\nu-1}\times$ $\times p^{-\mu-\nu}e^{-2^{-1}p(a+b)}\times$ $\times M_{\mu-\nu,\,\mu+\nu-1/2}(bp-ap)$
(24)	$t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}(1-\sigma t)^{-\gamma}$, $0<t<1$ $0,\quad t>1$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\beta>0$ $\lvert\arg(1-\sigma)\rvert<\pi$	$\mathrm{B}(\alpha,\beta)\,\Phi_1(\alpha,\gamma,\alpha+\beta;\ \sigma,\ -p)$
(25)	$[(t^2+1)^{1/2}+t]^{\nu}$	$p^{-1}S_{1,\nu}(p)+\nu p^{-1}S_{0,\nu}(p)$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(26)	$[(t^2+1)^{1/2}-t]^\nu$	$p^{-1}S_{1,\nu}(p)-\nu p^{-1}S_{0,\nu}(p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(27)	$(t^2+1)^{-1/2}[(t^2+1)^{1/2}+t]^\nu$	$\dfrac{\pi[\mathbf{J}_{-\nu}(p)-J_{-\nu}(p)]}{\sin(\nu\pi)}$, $\operatorname{Re}p>0$
(28)	$(t^2+1)^{-1/2}[(t^2+1)^{1/2}-t]^\nu$	$S_{0,\nu}(p)-\nu S_{-1,\nu}(p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(29)	0, $0<t<1$ $\dfrac{[(t^2-1)^{1/2}+t]^\nu+[(t^2-1)^{1/2}+t]^{-\nu}}{(t^2-1)^{1/2}}$, $t>1$	$2K_\nu(p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(30)	$[(t+2\alpha)^{1/2}+t^{1/2}]^{2\nu}-$ $-[(t+2\alpha)^{1/2}-t^{1/2}]^{2\nu}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2^{\nu+1}\nu\alpha^\nu p^{-1}e^{\alpha p}K_\nu(\alpha p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(31)	0, $0<t<b$ $[(t+b)^{1/2}+(t-b)^{1/2}]^{2\nu}-$ $-[(t+b)^{1/2}-(t-b)^{1/2}]^{2\nu}$, $t>b$	$2^{\nu+1}\nu b^\nu p^{-1}K_\nu(bp)$, $\operatorname{Re}p>0$
(32)	$t^{-\nu-1}(t^2+1)^{-1/2}\times$ $\times[1+(t^2+1)^{1/2}]^{\nu+1/2}$, $\operatorname{Re}\nu<0$	$2^{1/2}\Gamma(-\nu)\,D_\nu[(2ip)^{1/2}]\times$ $\times D_\nu[(-2ip)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}p\geqslant0$
(33)	$(2\alpha)^{2\nu}[t+(t^2+4\alpha^2)^{1/2}]^{2\nu}\times$ $\times(t^3+4\alpha^2t)^{-1/2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{3/2}p^{1/2}[J_{\nu+1/4}(\alpha p)\,Y_{\nu-1/4}(\alpha p)-$ $-J_{\nu-1/4}(\alpha p)\,Y_{\nu+1/4}(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(34)	0, $0<t<1$ $t^{-1/2}(t^2-1)^{-1/2}\times$ $\times\{[t+(t^2-1)^{1/2}]^{2\nu}+$ $+[t-(t^2-1)^{1/2}]^{2\nu}\}$, $t>1$	$(2p/\pi)^{1/2}K_{\nu+1/4}(p/2)\,K_{\nu-1/4}(p/2)$, $\operatorname{Re}p>0$

4.4 Ступенчатые и другие кусочно-рациональные функции, $n = 0, 1, 2, \ldots$

	$f(t)$	$g(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(1)	$0, \quad 2nb < t < (2n+1)b$ $1, \quad (2n-1)b < t < 2nb$	$p^{-1}(e^{bp}+1)^{-1}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(2)	$0, \quad (4n-1)b < t < (4n+1)b$ $2, \quad (4n+1)b < t < (4n+3)b$	$\frac{1}{p \operatorname{ch}(bp)}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(3)	$^1/_2, \quad 2nb < t < (2n+1)b$ $-^1/_2, \quad (2n-1)b < t < 2nb$	$\frac{\operatorname{th}(2^{-1}bp)}{2p}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(4)	$n, \quad nb < t < (n+1)b$	$p^{-1}(e^{bp}-1)^{-1}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(5)	$n+1, \quad nb < t < (n+1)b$	$p^{-1}(1-e^{-bp})^{-1}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(6)	$2n+1, \quad 2nb < t < 2(n+1)b$	$p^{-1}\operatorname{cth}(bp), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(7)	$0, \quad 0 < t < b$ $2n, \quad (2n-1)b < t < (2n+1)b$	$\frac{1}{p \operatorname{sh}(bp)}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(8)	$n, \quad b\pi^2 n^2 < t < b\pi^2(n+1)^2$	$2^{-1}p^{-1}[\theta_3(0 \mid i\pi bp) - 1],$ $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	$n, \quad \ln n < t < \ln(n+1)$	$p^{-1}\zeta(p), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(10)	$\sum_{0 \leq \ln n \leq t} (t - \ln n)^{\alpha-1},$ $\operatorname{Re} \alpha > 0$	$\Gamma(\alpha)\, p^{-\alpha}\zeta(p), \quad \operatorname{Re} p > 0$
(11)	$(1-\alpha)^{-1}(1-\alpha^n),$ $nb < t < (n+1)b$	$p^{-1}(e^{bp}-\alpha)^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0, \quad b \operatorname{Re} p > \operatorname{Re}(\ln \alpha)$
(12)	$\binom{n}{m}, \quad nb < t < (n+1)b$	$\frac{1}{p(e^{bp}-1)^m}, \quad \operatorname{Re} p > 0$
(13)	$n^m, \quad nb < t < (n+1)b$	$\frac{1-e^{-bp}}{(-b)^m p} \frac{d^m}{dp^m}(1-e^{-bp})^{-1},$ $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(14)	$t, \quad 0<t<1$ $1, \quad t>1$	$p^{-2}(1-e^{-p}), \quad \operatorname{Re} p>0$
(15)	$t, \quad 0<t<1$ $2-t, \quad 1<t<2$ $0, \quad t>2$	$p^{-2}(1-e^{-p})^2$
(16)	$a(t-nb), \quad nb<t<(n+1)b$	$ap^{-2}-2^{-1}abp^{-1}[\operatorname{cth}(2^{-1}bp)-1]=$ $=ap^{-2}(e^{bp}-1)^{-1}(e^{bp}-bp-1),$ $\operatorname{Re} p>0$
(17)	$\dfrac{1-\alpha^n}{1-\alpha}t-b\dfrac{1-(n+1)\alpha^n+n\alpha^{n+1}}{(1-\alpha)^2},$ $nb<t<(n+1)b$	$\dfrac{1}{p^2(e^{bp}-\alpha)},$ $\operatorname{Re} p>0, \ b\operatorname{Re} p>\operatorname{Re}\ln\alpha$
(18)	$(2n+1)t-2bn(n+1),$ $2nb<t<2(n+1)b$	$p^{-2}\operatorname{cth}(bp), \quad \operatorname{Re} p>0$
(19)	$b-(-1)^n(2bn+b-t),$ $2nb<t<2(n+1)b$	$p^{-2}\operatorname{th}(bp), \quad \operatorname{Re} p>0$
(20)	$0, \quad 0<t<b$ $t-(-1)^n(t-2nb),$ $(2n-1)b<t<(2n+1)b$ $n\geqslant 1$	$\dfrac{1}{p^2\operatorname{ch}(bp)}, \quad \operatorname{Re} p>0$
(21)	$0, \quad 0<t<b$ $2n(t-bn),$ $(2n-1)b<t<(2n+1)b$ $n\geqslant 1$	$\dfrac{1}{p^2\operatorname{sh}(bp)}, \quad \operatorname{Re} p>0$
(22)	$2^{-2}[1-(-1)^n](2t-b)+$ $+2^{-1}(-1)^n bn,$ $nb<t<(n+1)b$	$p^{-2}(e^{bp}+1)^{-1}, \quad \operatorname{Re} p>0$
(23)	$0, \quad 0<t<b$ $nt-2^{-1}bn(n+1),$ $nb<t<(n+1)b$ $n\geqslant 1$	$p^{-2}(e^{bp}-1)^{-1}, \quad \operatorname{Re} p>0$
(24)	$2^{-1}t^2, \quad 0<t<1$ $1-2^{-1}(t-2)^2, \quad 1<t<2$ $1, \quad t>2$	$p^{-3}(1-e^{-p})^2, \quad \operatorname{Re} p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(25)	$2^{-1}t^2, \quad 0<t<1$ $^3/_4-(t-{}^3/_2)^2, \quad 1<t<2$ $2^{-1}(t-3)^2, \quad 2<t<3$ $0, \quad t>3$	$p^{-3}(1-e^{-p})^3$
(26)	$(t-nb)^2, \quad nb<t<(n+1)\,b$	$2p^{-3}-p^{-2}(b^2+2bp)(e^{bp}-1)^{-1}$, $\operatorname{Re} p>0$

Относительно других подобных интегралов см. Гарднер М. Ф. и Бэрнс Дж. Л., 1951, Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными, перев. с англ., Гостехиздат.

4.5. Показательные функции

(1)	$e^{-\alpha t}$	$(p+\alpha)^{-1}, \quad \operatorname{Re} p>-\operatorname{Re}\alpha$
(2)	$te^{-\alpha t}$	$(p+\alpha)^{-2}, \quad \operatorname{Re} p>-\operatorname{Re}\alpha$
(3)	$t^{\nu-1}e^{-\alpha t}, \quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\Gamma(\nu)(p+\alpha)^{-\nu}, \quad \operatorname{Re} p>-\operatorname{Re}\alpha$
(4)	$t^{-1}(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})$	$\ln(p+\beta)-\ln(p+\alpha)$, $\operatorname{Re} p>-\operatorname{Re}\alpha, \ -\operatorname{Re}\beta$
(5)	$t^{-2}(1-e^{-\alpha t})^2$	$(p+2\alpha)\ln(p+2\alpha)+p\ln p-$ $-2(p+\alpha)\ln(p+\alpha)$, $\operatorname{Re} p\geqslant 0, \ -\operatorname{Re} 2\alpha$
(6)	$t^{-1}-2^{-1}t^{-2}(t+2)(1-e^{-t})$	$-1+(p+{}^1/_2)\ln(1+p^{-1})$, $\operatorname{Re} p>0$
(7)	$(1+e^{-t})^{-1}$	$2^{-1}\psi(p/2+{}^1/_2)-2^{-1}\psi(p/2)$, $\operatorname{Re} p>0$
(8)	$(1-e^{-t/\alpha})^{\nu-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0, \ \operatorname{Re}\nu>0$	$\alpha\,\mathrm{B}(\alpha p, \nu), \quad \operatorname{Re} p>0$
(9)	$t^n(1-e^{-t/\alpha})^{-1}, \quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(-\alpha)^{n+1}\psi^{(n)}(\alpha p), \quad \operatorname{Re} p>0$ $\psi^{(n)}(z)=\dfrac{d^n}{dz^n}\psi(z)$
(10)	$t^{\nu-1}(1-e^{-t/\alpha})^{-1}, \quad \operatorname{Re}\alpha>1$	$\alpha^\nu\Gamma(\nu)\,\zeta(\nu, \alpha p)$, $\operatorname{Re} p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(11)	$t^{-1}(1-e^{-t})^{-1}-t^{-2}-2^{-1}t^{-1}$	$p+\ln\Gamma(p)-p\ln p+$ $+2^{-1}\ln(2^{-1}\pi^{-1}p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(12)	$(1-e^{-\alpha t})(1-e^{-t})^{-1}$	$\psi(p+\alpha)-\psi(p)$, $\operatorname{Re}p>0,\ -\operatorname{Re}\alpha$
(13)	$\dfrac{1-e^{-\alpha t}}{t(1+e^{-t})}$	$\ln\dfrac{\Gamma(p/2)\,\Gamma(\alpha/2+p/2+{}^1/_2)}{\Gamma(p/2+{}^1/_2)\,\Gamma(\alpha/2+p/2)}$, $\operatorname{Re}p>0,\ -\operatorname{Re}\alpha$
(14)	$(1-e^{-t})^{\nu-1}(1-ze^{-t})^{-\mu}$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \lvert\arg(1-z)\rvert<\pi$	$\mathrm{B}(p,\nu)\,{}_2F_1(\mu,p;p+\nu;z)$, $\operatorname{Re}p>0$
(15)	$(1-e^{-t})^{-1}(1-e^{-\alpha t})(1-e^{-\beta t})$	$\psi(p+\alpha)+\psi(p+\beta)-$ $-\psi(p+\alpha+\beta)-\psi(p)$, $\operatorname{Re}p>0,\ -\operatorname{Re}\alpha$ $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\beta,\ -\operatorname{Re}(\alpha+\beta)$
(16)	$\dfrac{(1-e^{-\alpha t})(1-e^{-\beta t})}{t(1-e^{-t})}$	$\ln\dfrac{\Gamma(p)\,\Gamma(p+\alpha+\beta)}{\Gamma(p+\alpha)\,\Gamma(p+\beta)}$, $\operatorname{Re}p>0,\ -\operatorname{Re}\alpha$ $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\beta,\ -\operatorname{Re}(\alpha+\beta)$
(17)	$\dfrac{(1-e^{-\alpha t})(1-e^{-\beta t})(1-e^{-\gamma t})}{t(1-e^{-t})}$	$\ln[\Gamma(p)\,\Gamma(p+\beta+\gamma)\,\Gamma(p+\alpha+\gamma)\times$ $\times\Gamma(p+\alpha+\beta)]-$ $-\ln[\Gamma(p+\alpha)\,\Gamma(p+\beta)\,\Gamma(p+\gamma)\times$ $\times\Gamma(p+\alpha+\beta+\gamma)]$, $2\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert+\lvert\operatorname{Re}\beta\rvert+\lvert\operatorname{Re}\gamma\rvert$
(18)	$\dfrac{[\alpha+(1-e^{-t})^{1/2}]^{-\nu}}{(1-e^{-t})^{1/2}}+$ $+\dfrac{[\alpha-(1-e^{-t})^{1/2}]^{-\nu}}{(1-e^{-t})^{1/2}}$	$2^{p+1}e^{(p-\nu)\pi i}\dfrac{\Gamma(p)}{\Gamma(\nu)}(\alpha^2-1)^{p/2-\nu/2}\times$ $\times Q_{p-1}^{\nu-p}(\alpha)$, $\operatorname{Re}p>0$
(19)	0, $0<t<b$ $(1-e^{-2t})^{-1/2}[e^{-b}(1-e^{-2t})^{1/2}-$ $-e^{-t}(1-e^{-2b})^{1/2}]^{\nu}$, $t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\dfrac{(\pi)^{1/2}\,\Gamma(p)\,\Gamma(\nu+1)}{2^{p/2+\nu/2}\,\Gamma(p/2+\nu/2+{}^1/_2)}\times$ $\times e^{-2^{-1}b(p+\nu)}\times$ $\times P_{-p/2+\nu/2}^{-p/2-\nu/2}[(1-e^{-2b})^{1/2}]$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(20)	$e^{(\mu-1)t}(1-e^{-t})^{\mu-1/2}\times$ $\times[(1-e^{-t})\sin\theta-$ $-i(1-e^{-t})\cos\theta]^{\mu-1/2}$, $\operatorname{Re}\mu>-1/2$	$\dfrac{2^{\mu-1}\Gamma(\mu+1/2)\Gamma(p-\mu+1)}{\pi^{1/2}\Gamma(p+\mu+1)}\times$ $\times\sin^{\mu}\theta\, e^{(p+1/2)i\theta+(\mu/2-1/4)\pi i}\times$ $\times\left[\pi P_\nu^\mu(\cos\theta)+2iQ_\nu^\mu(\cos\theta)\right]$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\mu-1$
	Другая формула может быть получена заменой всюду $+i$ на $-i$.	
(21)	0, $0<t<b$; $e^{-2^{-2}\alpha^{-1}t^2}$, $t>b$; $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi^{1/2}\alpha^{1/2}e^{\alpha p^2}\times$ $\times\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p+2^{-1}\alpha^{-1/2}b)$
(22)	$te^{-2^{-2}\alpha^{-1}t^2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2\alpha-2\pi^{1/2}\alpha^{3/2}pe^{\alpha p^2}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p)$
(23)	$t^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha^{-1}t^2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{1/2}p^{1/2}e^{2^{-1}\alpha p^2}K_{1/4}(2^{-1}\alpha p^2)$
(24)	$t^{\nu-1}e^{-t^2/(8\alpha)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\Gamma(\nu)\,2^\nu\alpha^{\nu/2}e^{\alpha p^2}D_{-\nu}(2p\alpha^{1/2})$
(25)	$e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant0$	$\alpha^{1/2}p^{-1/2}K_1(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(26)	$t^{1/2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant0$	$2^{-1}\pi^{1/2}p^{-3/2}(1+\alpha^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}p>0$
(27)	$t^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant0$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}p>0$
(28)	$t^{-3/2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}p\geqslant0$
(29)	$t^{\nu-1}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2(2^{-2}\alpha p^{-1})^{\nu/2}K_\nu(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(30)	$t^{-1/2}(e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}-1)$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant0$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}\left(e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}-1\right)$, $\operatorname{Re}p\geqslant0$
(31)	$e^{-2\alpha^{1/2}t^{1/2}}$, $\|\arg\alpha\|<\pi$	$p^{-1}-\pi^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-3/2}e^{\alpha/p}\times$ $\times\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(32)	$t^{1/2}e^{-2\alpha^{1/2}t^{1/2}}$, $\|\arg\alpha\|<\pi$	$-\alpha^{1/2}p^{-2}+\pi^{1/2}p^{-5/2}(\alpha+p/2)\times$ $\times e^{\alpha/p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(33)	$t^{-1/2}e^{-2\alpha^{1/2}t^{1/2}}$, $\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha/p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re} p>0$
(34)	$(2t)^{-3/4}e^{-2\alpha^{1/2}t^{1/2}}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$(2^{-1}\alpha p^{-1})^{1/2}\, e^{2^{-1}\alpha p^{-1}}\, K_{1/4}(2^{-1}\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re} p>0$
(35)	$(2t)^{\nu-1}e^{-2\alpha^{1/2}t^{1/2}}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\Gamma(2\nu)\,p^{-\nu}e^{2^{-1}\alpha p^{-1}}\times$ $\times D_{-2\nu}[(2\alpha p^{-1})^{1/2}]$, $\operatorname{Re} p>0$
(36)	$\exp(-\alpha e^{-t})$	$\alpha^{-p}\gamma(p,\alpha)$, $\quad \operatorname{Re} p>0$
(37)	$\exp(-\alpha e^{t})$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{p}\Gamma(-p,\alpha)$
(38)	$(1-e^{-t})^{\nu-1}\exp(\alpha e^{-t})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\dfrac{\Gamma(\nu)\,\Gamma(p)}{\Gamma(\nu+p)}\alpha^{-\nu/2-p/2}e^{\alpha/2}\times$ $\times M_{\nu/2-p/2,\,\nu/2+p/2-1/2}(\alpha)$, $\operatorname{Re} p>0$
(39)	$(1-e^{-t})^{\nu-1}\exp(-\alpha e^{t})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\Gamma(\nu)\,\alpha^{p/2-1/2}e^{-\alpha/2}\times$ $\times W_{1/2-p/2-\nu,\,-p/2}(\alpha)$
(40)	$(1-e^{-t})^{\nu-1}(1-\lambda e^{-t})^{-\mu}\times$ $\times\exp(\alpha e^{-t})$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $\lvert\arg(1-\lambda)\rvert<\pi$	$\dfrac{\Gamma(\nu)\,\Gamma(p)}{\Gamma(\nu+p)}\Phi_1(p,\mu,p+\nu;\lambda,\alpha)$, $\operatorname{Re} p>0$
(41)	$(e^{t}-1)^{\nu-1}\exp[-\alpha(e^{t}-1)^{-1}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(p-\nu+1)\,e^{\alpha/2}\alpha^{\nu/2-1/2}\times$ $\times W_{\nu/2-1/2-p,\,\nu/2}(\alpha)$, $\operatorname{Re} p>\operatorname{Re}\nu-1$

4.6. Логарифмические функции

(1)	$\ln t$	$-p^{-1}\ln(\gamma p)$, $\quad \operatorname{Re} p>0$
(2)	0, $\quad 0<t<b$ $\ln t$, $\quad t>b$	$p^{-1}[e^{-bp}\ln b-\operatorname{Ei}(-bp)]$, $\operatorname{Re} p>0$
(3)	0, $\quad 0<t<b$ $\ln(t/b)$, $\quad t>b$	$-p^{-1}\operatorname{Ei}(-bp)$, $\quad \operatorname{Re} p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(4)	$\ln(1+\alpha t), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$-p^{-1}e^{p/\alpha}\,\mathrm{Ei}(-p/\alpha), \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(5)	$\ln(t+\alpha), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$p^{-1}[\ln\alpha-e^{\alpha p}\,\mathrm{Ei}(-\alpha p)], \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(6)	$\ln\lvert b-t\rvert, \quad b>0$	$p^{-1}[\ln b-e^{-bp}\,\overline{\mathrm{Ei}}(bp)], \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(7)	$t^n\ln t$	$\frac{n!}{p^{n+1}}\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}-\ln(\gamma p)\right], \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(8)	$0, \quad 0<t<1$; $t^{-1}\ln(2t-1), \quad t>1$	$2^{-1}[\mathrm{Ei}(-p/2)]^2, \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(9)	$t^{-1/2}\ln t$	$-\pi^{1/2}p^{-1/2}\ln(4\gamma p), \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(10)	$t^{n-1/2}\ln t, \quad n\geqslant 1$	$\pi^{1/2}\frac{1\cdot 3\cdot 5\ldots(2n-1)}{p^{n+1/2}2^n}\left[2\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{2n-1}\right)-\ln(4\gamma p)\right], \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(11)	$t^{\nu-1}\ln t, \quad \mathrm{Re}\,\nu>0$	$\Gamma(\nu)\,p^{-\nu}[\psi(\nu)-\ln p], \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(12)	$t^{\nu-1}[\psi(\nu)-\ln t], \quad \mathrm{Re}\,\nu>0$	$\Gamma(\nu)\,p^{-\nu}\ln p, \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(13)	$(\ln t)^2$	$p^{-1}\{\pi^2/6+[\ln(\gamma p)]^2\}, \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(14)	$\ln\lvert t^2-a^2\rvert, \quad a>0$	$p^{-1}[\ln a^2-e^{ap}\,\mathrm{Ei}(-ap)-e^{-ap}\,\overline{\mathrm{Ei}}(ap)], \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(15)	$\ln(t^2-\alpha^2), \quad \lvert\mathrm{Im}\,\alpha\rvert>0$	$p^{-1}[\ln\alpha^2-e^{\alpha p}\,\mathrm{Ei}(-\alpha p)-e^{-\alpha p}\,\mathrm{Ei}(\alpha p)], \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(16)	$\ln(t^2+\alpha^2)$	$2p^{-1}[\ln\alpha-\mathrm{ci}(\alpha p)\cos(\alpha p)-\mathrm{si}(\alpha p)\sin(\alpha p)], \quad \mathrm{Re}\,p>0$
(17)	$t^{-1}[\ln(t^2+\alpha^2)-\ln\alpha^2]$	$[\mathrm{ci}(\alpha p)]^2+[\mathrm{si}(\alpha p)]^2, \quad \mathrm{Re}\,p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(18)	$0, \quad 0<t<b$ $\ln\dfrac{(t+b)^{1/2}+(t-b)^{1/2}}{2^{1/2}b^{1/2}}, \quad t>b$	$2^{-1}p^{-1}K_0(bp), \quad \operatorname{Re}p>0$
(19)	$\ln\dfrac{t^{1/2}+(t+2\alpha)^{1/2}}{2^{1/2}\alpha^{1/2}},$ $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2^{-1}p^{-1}e^{\alpha p}K_0(\alpha p), \quad \operatorname{Re}p>0$
(20)	$\ln\dfrac{(t+ib)^{1/2}+(t-ib)^{1/2}}{2^{1/2}b^{1/2}},$ $b>0$	$2^{-2}\pi p^{-1}[\mathbf{H}_0(bp)-Y_0(bp)],$ $\operatorname{Re}p>0$
(21)	$\dfrac{\ln[4t(2b-t)/b^2]}{t^{1/2}(2b-t)^{1/2}}, \quad 0<t<2b$ $0, \quad t>2b$	$\pi e^{-bp}[2^{-1}\pi Y_0(ibp)-$ $-\ln(\gamma/2)J_0(ibp)]$

4.7. Тригонометрические функции

(1)	$\sin(\alpha t)$	$\alpha(p^2+\alpha^2)^{-1}, \quad \operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(2)	$\lvert\sin(at)\rvert, \quad a>0$	$a(p^2+a^2)^{-1}\operatorname{cth}(2^{-1}\pi a^{-1}p),$ $\operatorname{Re}p>0$
(3)	$\sin^{2n}(\alpha t)$	$\dfrac{(2n)!\,\alpha^{2n}}{p[p^2+(2\alpha)^2][p^2+(4\alpha)^2]\ldots[p^2+(2n\alpha)^2]},$ $\operatorname{Re}p>2n\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(4)	$0, \quad 0<t<\pi/2$ $\sin^{2n}t, \quad t>\pi/2$	$\dfrac{(2n)!\,e^{-2^{-1}\pi p}}{p(2^2+p^2)(4^2+p^2)\ldots(4n^2+p^2)}\times$ $\times\left\{1+\dfrac{p^2}{2!}+\dfrac{p^2(2^2+p^2)}{4!}+\right.$ $\left.+\ldots+\dfrac{p^2(2^2+p^2)\ldots[4(n-1)^2+p^2]}{(2n)!}\right\},$ $\operatorname{Re}p>0$
(5)	$\sin^{2n}t, \quad 0<t<\pi/2$ $0, \quad t>\pi/2$	$\dfrac{(2n)!\,e^{-2^{-1}\pi p}}{p(2^2+p^2)(4^2+p^2)\ldots(4n^2+p^2)}\times$ $\times\left\{e^{2^{-1}\pi p}-1-\dfrac{p^2}{2!}-\right.$ $\left.-\ldots-\dfrac{p^2(2^2+p^2)\ldots[4(n-1)^2+p^2]}{(2n)!}\right\}$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(6)	$\sin^{2n} t,\quad 0<t<m\pi$ $0,\quad t>m\pi$ $m=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$	$\dfrac{(2n)!\,(1-e^{-mp\pi})}{p\,(2^2+p^2)\,(4^2+p^2)\ldots(4n^2+p^2)}$
(7)	$\sin^{2n+1}(\alpha t)$	$\dfrac{(2n+1)!\,\alpha^{2n+1}}{(p^2+\alpha^2)\,[p^2+(3\alpha)^2]\ldots\{p^2+[(2n+1)\alpha]^2\}},$ $\operatorname{Re} p>(2n+1)\,\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(8)	$0,\quad 0<t<\pi/2$ $\sin^{2n+1} t,\quad t>\pi/2$	$\dfrac{(2n+1)!\,pe^{-2^{-1}\pi p}}{(1^2+p^2)\,(3^2+p^2)\ldots[(2n+1)^2+p^2]}\times$ $\times\left\{1+\dfrac{1^2+p^2}{3!}+\dfrac{(1^2+p^2)\,(3^2+p^2)}{5!}+\right.$ $\left.+\ldots+\dfrac{(1^2+p^2)\ldots[(2n-1)^2+p^2]}{(2n+1)!}\right\},$ $\operatorname{Re} p>0$
(9)	$\sin^{2n+1} t,\quad 0<t<\pi/2$ $0,\quad t>\pi/2$	$\dfrac{(2n+1)!\,pe^{-2^{-1}\pi p}}{(1^2+p^2)\,(3^2+p^2)\ldots[(2n+1)^2+p^2]}\times$ $\times\left\{\dfrac{e^{2^{-1}\pi p}}{p}-1-\dfrac{1^2+p^2}{3!}-\ldots-\right.$ $\left.-\dfrac{(1^2+p^2)\,(3^2+p^2)\ldots[(2n-1)^2+p^2]}{(2n+1)!}\right\}$
(10)	$\sin^{2n+1} t,\quad 0<t<m\pi$ $0,\quad t>m\pi$ $m=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$	$\dfrac{(2n+1)!\,[1-(-1)^m e^{-mp\pi}]}{(1^2+p^2)\,(3^2+p^2)\ldots[(2n+1)^2+p^2]}$
(11)	$\lvert\sin(at)\rvert^{2\nu},$ $a>0,\ \operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$\dfrac{\mathrm{B}\,(1+2^{-1}ipa^{-1},\ 1-2^{-1}ipa^{-1})}{(2\nu+1)\,2^{2\nu}\,p}\times$ $\times\dfrac{1}{\mathrm{B}\,(\nu+1+2^{-1}ipa^{-1},\ \nu+1-2^{-1}ipa^{-1})},$ $\operatorname{Re} p>0$
(12)	$0,\quad 0<t<\pi/2$ $t\sin t,\quad t>\pi/2$	$\dfrac{e^{-2^{-1}\pi p}}{(1+p^2)^2}\,[2^{-1}p\pi\,(1+p^2)+p^2-1],$ $\operatorname{Re} p>0$
(13)	$t\sin t,\quad 0<t<\pi/2$ $0,\quad t>\pi/2$	$(1+p^2)^{-2}\,\{2p-e^{-2^{-1}\pi p}\times$ $\times[2^{-1}p\pi\,(1+p^2)+p^2-1]\}$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(14)	$t^n \sin(\alpha t)$	$n!\,\frac{p^{n+1}}{(p^2+\alpha^2)^{n+1}}\times$ $\times\sum\limits_{0\leq 2m\leq n}(-1)^m\binom{n+1}{2m+1}\left(\frac{\alpha}{p}\right)^{2m+1}$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(15)	$t^{\nu-1}\sin(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu > -1$	$2^{-1}i\Gamma(\nu)\,[(p+i\alpha)^{-\nu}-(p-i\alpha)^{-\nu}]=$ $=\Gamma(\nu)\,(p^2+\alpha^2)^{-\nu/2}\times$ $\times\sin[\nu\operatorname{arctg}(\alpha/p)]$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(16)	$t^{-1}\sin(\alpha t)$	$\operatorname{arctg}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(17)	$t^{-1}\sin^2(\alpha t)$	$2^{-2}\ln(1+4\alpha^2p^{-2})$, $\operatorname{Re} p > 2\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(18)	$t^{-1}\sin^3(\alpha t)$	$2^{-1}\operatorname{arctg}(\alpha/p)-$ $-2^{-2}\operatorname{arctg}[2\alpha p/(p^2+3\alpha^2)]$, $\operatorname{Re} p > 3\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(19)	$t^{-1}\sin^4(\alpha t)$	$\frac{1}{8}\ln\frac{(p^2+4\alpha^2)^2}{p^3}-\frac{1}{16}\ln(p^2+16\alpha^2)$, $\operatorname{Re} p > 4\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(20)	$t^{-2}\sin^2(\alpha t)$	$\alpha\operatorname{arctg}(2\alpha/p)-2^{-2}p\ln(1+4\alpha^2p^{-2})$, $\operatorname{Re} p \geqslant 2\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(21)	$t^{-2}\sin^3(\alpha t)$	$2^{-2}p\operatorname{arctg}(3\alpha/p)-$ $-3\cdot 2^{-2}p\operatorname{arctg}(\alpha/p)+$ $+(3\alpha/8)\ln[(p^2+3\alpha^2)(p^2+\alpha^2)^{-1}]$, $\operatorname{Re} p \geqslant 3\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(22)	$(e^t-1)^{-1}\sin(\alpha t)$	$2^{-1}i\psi(p-i\alpha+1)-$ $-2^{-1}i\psi(p+i\alpha+1)$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert-1$
(23)	$(1-e^{-t})^{-1}\sin(\alpha t)$	$2^{-1}i\psi(p-i\alpha)-2^{-1}i\psi(p+i\alpha)$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(24)	$(1-e^{-t})^{\nu-1}\sin(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu > -1$	$2^{-1}i\mathrm{B}(\nu, p+i\alpha)-2^{-1}i\mathrm{B}(\nu, p-i\alpha)$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(25)	$t^{\nu-1}e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2}\sin(\beta t)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}i\Gamma(\nu)\,\alpha^{\nu/2}e^{2^{-2}\alpha(p^2-\beta^2)}\times$ $\times\{e^{2^{-1}ip\alpha\beta}D_{-\nu}[\alpha^{1/2}(p+i\beta)]-$ $-e^{-2^{-1}ip\alpha\beta}D_{-\nu}[\alpha^{1/2}(p-i\beta)]\}$
(26)	$\ln t\sin(\alpha t)$	$\dfrac{p\operatorname{arctg}(\alpha/p)-\alpha\ln[\gamma(p^2+\alpha^2)^{1/2}]}{p^2+\alpha^2}$, $\operatorname{Re}p>\|\operatorname{Im}\alpha\|$
(27)	$\ln t\sin^2(2^{-1}\alpha t)$	$p^{-1}(p^2+\alpha^2)^{-1}[\alpha p\operatorname{arctg}(\alpha/p)+$ $+p^2\ln(p^2+\alpha^2)^{1/2}-$ $-(p^2+\alpha^2)\ln p-\alpha^2\ln\gamma]$, $\operatorname{Re}p>2\|\operatorname{Im}\alpha\|$
(28)	$t^{-1}\ln t\sin(\alpha t)$	$-\ln[\gamma(p^2+\alpha^2)^{1/2}]\operatorname{arctg}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>\|\operatorname{Im}\alpha\|$
(29)	$t^{\nu-1}\ln t\sin(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\Gamma(\nu)\,(p^2+\alpha^2)^{-\nu/2}\times$ $\times\sin[\nu\operatorname{arctg}(\alpha/p)]\times$ $\times\{\psi(\nu)-\ln(p^2+\alpha^2)^{1/2}+$ $+\operatorname{arctg}(\alpha/p)\operatorname{ctg}[\nu\operatorname{arctg}(\alpha/p)]\}$, $\operatorname{Re}p>\|\operatorname{Im}\alpha\|$
(30)	$\sin(t^2)$	$(\pi/2)^{1/2}\{\cos(2^{-2}p^2)\times$ $\times[{}^1/_2-C(2^{-2}p^2)]+$ $+\sin(2^{-2}p^2)[{}^1/_2-S(2^{-2}p^2)]\}$, $\operatorname{Re}p>0$
(31)	$t^{-1}\sin(t^2)$	$2^{-1}\pi[{}^1/_2-C(2^{-2}p^2)]^2+$ $+2^{-1}\pi[{}^1/_2-S(2^{-2}p^2)]^2$, $\operatorname{Re}p>0$
(32)	$\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-3/2}e^{-\alpha/p}$, $\operatorname{Re}p>0$
(33)	$t^n\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$(-1)^n2^{-n-1/2}\pi^{1/2}p^{-n-1}e^{-\alpha/p}\times$ $\times\operatorname{He}_{2n+1}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(34)	$t^{-1}\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(35)	$t^{1/2} \sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\alpha^{1/2}p^{-2} - i\pi^{1/2}p^{-5/2} \times$ $\times (p/2-\alpha)\, e^{-\alpha/p} \operatorname{Erf}(i\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re} p > 0$
(36)	$t^{-1/2} \sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$-i\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{-\alpha/p} \operatorname{Erf}(i\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re} p > 0$
(37)	$t^{\nu-1} \sin(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu > -1/2$	$\dfrac{\pi^{1/2}\left[D_{2\nu-1}\left(-\dfrac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}}\right) - D_{2\nu-1}\left(\dfrac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}}\right)\right]}{2^{\nu+1/2}p^{\nu}\cos(\nu\pi)\exp(2^{-2}\alpha p^{-1})}$, $\operatorname{Re} p > 0$
(38)	0, $0<t<b$; $\sin[\alpha(t^2-b^2)^{1/2}]$, $t>b$	$abp^{-1}K_1(bp)$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Im}\alpha \rvert$
(39)	$\sin(\alpha e^{-t})$	$\alpha^{-p}\Gamma(p)\,[U_p(2\alpha,\,0)\sin\alpha -$ $- U_{p+1}(2\alpha,\,0)\cos\alpha]$, $\operatorname{Re} p > 0$
(40)	$\sin[\alpha(1-e^{-t})]$	$\alpha^{-p}\Gamma(p)\,U_{p+1}(2\alpha,\,0)$, $\operatorname{Re} p > 0$
(41)	$(e^t-1)^{-1/2}\sin[\alpha(1-e^{-t})^{1/2}]$	$\pi^{1/2}\Gamma(p+1/2)\,(2/\alpha)^p\, \mathbf{H}_p(\alpha)$, $\operatorname{Re} p > -1/2$
(42)	$(1-e^{-t})^{-1/2}\sin[a(e^t-1)^{1/2}]$, $a>0$	$\pi^{1/2}\Gamma(1/2-p)\,(a/2)^p \times$ $\times [I_p(a) - \mathbf{L}_{-p}(a)]$, $\operatorname{Re} p > -1/2$
(43)	$\cos(\alpha t)$	$p(p^2+\alpha^2)^{-1}$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Im}\alpha \rvert$
(44)	$\lvert\cos(at)\rvert$, $a>0$	$(p^2+a^2)^{-1}\left[p + \dfrac{a}{\operatorname{sh}(2^{-1}\pi a^{-1}p)}\right]$, $\operatorname{Re} p > 0$
(45)	$\cos^2(\alpha t)$	$(p^2+2\alpha^2)(p^3+4\alpha^2 p)^{-1}$, $\operatorname{Re} p > 2\lvert \operatorname{Im}\alpha \rvert$
(46)	$\cos^3(\alpha t)$	$p(p^2+7\alpha^2)(p^2+\alpha^2)^{-1} \times$ $\times (p^2+9\alpha^2)^{-1}$, $\operatorname{Re} p > 3\lvert \operatorname{Im}\alpha \rvert$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(47)	$\cos^{2n}(\alpha t)$	$\frac{(2n)!\,\alpha^{2n}}{p\,[p^2+(2\alpha)^2]\dots[p^2+(2n\alpha)^2]}\times$ $\times\left\{1+\frac{p^2}{2!\,\alpha^2}+\frac{p^2\,[p^2+(2\alpha)^2]}{4!\,\alpha^4}+\dots+\right.$ $\left.+\frac{p^2\,(p^2+4\alpha^2)\dots[p^2+4\,(n\alpha-\alpha)^2]}{(2n)!\,\alpha^{2n}}\right\},$ $\operatorname{Re} p>2n\,\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(48)	$0, \quad 0<t<\pi/2$ $\cos^{2n} t, \quad t>\pi/2$	$\frac{(2n)!\,e^{-2^{-1}p\pi}}{p\,(2^2+p^2)\,(4^2+p^2)\dots(4n^2+p^2)},$ $\operatorname{Re} p>0$
(49)	$\cos^{2n} t, \quad 0<t<\pi/2$ $0, \quad t>\pi/2$	$\frac{(2n)!}{p\,(2^2+p^2)\,(4^2+p^2)\dots(4n^2+p^2)}\times$ $\times\left\{-e^{-2^{-1}p\pi}+1+\frac{p^2}{2!}+\right.$ $\left.+\dots+\frac{p^2\,(2^2+p^2)\dots[4\,(n-1)^2+p^2]}{(2n)!}\right\}$
(50)	$0, \quad 0<t<\pi/2$ $\cos^{2n} t, \quad \pi/2<t<(m+{}^1/_2)\,\pi$ $0, \quad t>(m+{}^1/_2)\,\pi$ $m=1,\ 2,\ 3,\ \dots$	$\frac{(2n)!\,e^{-2^{-1}p\pi}\,(1-e^{-mp\pi})}{p\,(2^2+p^2)\,(4^2+p^2)\dots(4n^2+p^2)}$
(51)	$\cos^{2n+1}(\alpha t)$	$\frac{(2n+1)!\,\alpha^{2n}p}{(p^2+\alpha^2)\,[p^2+(3\alpha)^2]\dots[p^2+(2n\alpha+\alpha)^2]}\times$ $\times\left\{1+\frac{p^2+\alpha^2}{3!\,\alpha^2}+\frac{(p^2+\alpha^2)\,(p^2+9\alpha^2)}{5!\,\alpha^4}+\right.$ $\left.+\dots+\frac{[p^2+\alpha^2]\dots[p^2+(2n\alpha-\alpha)^2]}{(2n+1)!\,\alpha^{2n}}\right\},$ $\operatorname{Re} p>(2n+1)\,\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(52)	$0, \quad 0<t<\pi/2$ $\cos^{2n+1} t, \quad t>\pi/2$	$\frac{-(2n+1)!\,e^{-2^{-1}p\pi}}{(1^2+p^2)\,(3^2+p^2)\dots[(2n+1)^2+p^2]},$ $\operatorname{Re} p>0$
(53)	$\cos^{2n+1} t, \quad 0<t<\pi/2$ $0, \quad t>\pi/2$	$\frac{(2n+1)!\,p}{(1^2+p^2)\,(3^2+p^2)\dots[(2n+1)^2+p^2]}\times$ $\times\left\{\frac{e^{-2^{-1}p\pi}}{p}+1+\frac{1^2+p^2}{3!}+\dots+\right.$ $\left.+\frac{(1^2+p^2)\,(3^2+p^2)\dots[(2n-1)^2+p^2]}{(2n+1)!}\right\}$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(54)	$0, \quad 0<t<\pi/2$ $\cos^{2n+1} t, \quad \pi/2<t<(m+{}^1/_2)\pi$ $0, \quad t>(m+{}^1/_2)\pi$ $m=1, 2, 3, \ldots$	$\dfrac{(2n+1)!\, e^{-2^{-1}p\pi}\left(e^{-m\pi(p+i)}-1\right)}{(1^2+p^2)(3^2+p^2)\ldots[(2n+1)^2+p^2]}$
(55)	$0, \quad 0<t<\pi/2$ $t\cos t, \quad t>\pi/2$	$-(1+p^2)^{-2}e^{-2^{-1}p\pi}\times$ $\times[2^{-1}\pi(1+p^2)+2p],$ $\operatorname{Re} p>0$
(56)	$t\cos t, \quad 0<t<\pi/2$ $0, \quad t>\pi/2$	$\dfrac{p^2-1+e^{-2^{-1}p\pi}[2^{-1}\pi(1+p^2)+2p]}{(1+p^2)^2}$
(57)	$t^n\cos(\alpha t)$	$\dfrac{n!\,p^{n+1}}{(p^2+\alpha^2)^{n+1}}\times$ $\times\sum\limits_{0\leqslant 2m\leqslant n+1}(-1)^m\dbinom{n+1}{2m}\left(\dfrac{\alpha}{p}\right)^{2m},$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(58)	$t^{\nu-1}\cos(\alpha t), \quad \operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1}\Gamma(\nu)[(p-i\alpha)^{-\nu}+(p+i\alpha)^{-\nu}]=$ $=\Gamma(\nu)\,(p^2+\alpha^2)^{-\nu/2}\times$ $\times\cos[\nu\operatorname{arctg}(\alpha/p)],$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(59)	$t^{-1}(1-\cos\alpha t)$	$2^{-1}\ln(1+\alpha^2p^{-2}),\ \operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(60)	$(1-e^{-t})^{\nu-1}\cos(\alpha t),$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1}\mathrm{B}(\nu, p-i\alpha)+2^{-1}\mathrm{B}(\nu, p+i\alpha),$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(61)	$t^{\nu-1}e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2}\cos(\beta t),$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1}\Gamma(\nu)\,\alpha^{\nu/2}e^{2^{-2}\alpha(p^2-\beta^2)}\times$ $\times\{e^{-2^{-1}i\alpha\beta p}D_{-\nu}[\alpha^{1/2}(p-i\beta)]+$ $+e^{2^{-1}i\alpha\beta p}D_{-\nu}[\alpha^{1/2}(p+i\beta)]\}$
(62)	$\ln t\cos(\alpha t)$	$-\dfrac{\alpha\operatorname{arctg}(\alpha/p)+p\ln[\gamma(p^2+\alpha^2)^{1/2}]}{p^2+\alpha^2},$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(63)	$t^{\nu-1}\ln t\cos(\alpha t),$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$\dfrac{\Gamma(\nu)}{(p^2+\alpha^2)^{\nu/2}}\cos[\nu\operatorname{arctg}(\alpha/p)]\times$ $\times\{\psi(\nu)-\ln(p^2+\alpha^2)^{1/2}-$ $-\operatorname{arctg}(\alpha/p)\operatorname{tg}[\nu\operatorname{arctg}(\alpha/p)]\},$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(64)	$\cos(t^2)$	$(\pi/2)^{1/2}\{\cos(2^{-2}p^2)\times$ $\times[{}^1/_2-S(2^{-2}p^2)]-$ $-\sin(2^{-2}p^2)[{}^1/_2-C(2^{-2}p^2)]\}$, $\operatorname{Re} p>0$
(65)	$\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$p^{-1}+i\pi^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-3/2}e^{-\alpha/p}\times$ $\times\operatorname{Erf}(i\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re} p>0$
(66)	$t^{1/2}\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}p^{-5/2}(2^{-1}p-\alpha)e^{-\alpha/p}$, $\operatorname{Re} p>0$
(67)	$t^{-1/2}\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{-\alpha/p}$, $\operatorname{Re} p>0$
(68)	$t^{n-1/2}\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$(-2)^{-n}\pi^{1/2}p^{-n-1/2}e^{-\alpha/p}\times$ $\times\operatorname{He}_{2n}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re} p>0$
(69)	$t^{\nu-1}\cos(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\dfrac{\pi^{1/2}\left[D_{2\nu-1}\left(\dfrac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}}\right)+D_{2\nu-1}\left(-\dfrac{\alpha^{1/2}}{p^{1/2}}\right)\right]}{2^{\nu+1/2}p^{\nu}\sin(\nu\pi)\exp(2^{-2}\alpha p^{-1})}$, $\operatorname{Re} p>0$
(70)	$(2t-t^2)^{-1/2}\cos[\alpha(2t-t^2)^{1/2}]$, $0<t<2$ 0, $t>2$	$\pi e^{-p}J_0[(\alpha^2-p^2)^{1/2}]$
(71)	$t^{-1/2}\operatorname{sh}\alpha[\operatorname{ch}\alpha-\cos(t^{1/2})]^{-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2\pi e^{\alpha^2 p}[\theta_3(2\alpha p,\ 4p)+$ $+\hat{\theta}_3(2\alpha p,\ 4p)]-\pi^{1/2}p^{-1/2}$, $\operatorname{Re} p>0$
(72)	$\cos(\alpha e^{-t})$	$\alpha^{-p}\Gamma(p)[U_p(2\alpha,\ 0)\cos\alpha+$ $+U_{p+1}(2\alpha,\ 0)\sin\alpha]$, $\operatorname{Re} p>0$
(73)	$\cos[\alpha(1-e^{-t})]$	$\alpha^{-p}\Gamma(p)U_p(2\alpha,\ 0)$, $\operatorname{Re} p>0$
(74)	$(e^t-1)^{-1/2}\cos[a(1-e^{-t})^{1/2}]$	$\pi^{1/2}\Gamma(p+{}^1/_2)(2/a)^p J_p(a)$, $\operatorname{Re} p>-{}^1/_2$
(75)	$(1-e^{-t})^{-1/2}\cos[a(e^t-1)^{1/2}]$, $a>0$	$2\pi^{1/2}[\Gamma(p+{}^1/_2)]^{-1}(a/2)^p K_p(a)$, $\operatorname{Re} p>-{}^1/_2$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(76)	$t^{-1}[\cos(\alpha t)-\cos(\beta t)]$	$2^{-1}\ln[(p^2+\beta^2)(p^2+\alpha^2)^{-1}]$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert, \lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$
(77)	$t^{-2}(\cos\alpha t-\cos\beta t)$	$2^{-1}p\ln[(p^2+\alpha^2)(p^2+\beta^2)^{-1}]+$ $+\beta\operatorname{arctg}(\beta/p)-\alpha\operatorname{arctg}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p\geqslant\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert, \lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$
(78)	$\sin(\alpha t)\sin(\beta t)$	$\dfrac{2\alpha\beta p}{[p^2+(\alpha+\beta)^2][p^2+(\alpha-\beta)^2]}$, $\operatorname{Re} p\geqslant\lvert\operatorname{Im}(\pm\alpha\pm\beta)\rvert$
(79)	$\cos(\alpha t)\sin(\beta t)$	$\dfrac{\beta(p^2-\alpha^2+\beta^2)}{[p^2+(\alpha+\beta)^2][p^2+(\alpha-\beta)^2]}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}(\pm\alpha\pm\beta)\rvert$
(80)	$\cos(\alpha t)\cos(\beta t)$	$\dfrac{p(p^2+\alpha^2+\beta^2)}{[p^2+(\alpha+\beta)^2][p^2+(\alpha-\beta)^2]}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}(\pm\alpha\pm\beta)\rvert$
(81)	$t^{-1}\sin(\alpha t)\sin(\beta t)$	$2^{-2}\ln\dfrac{p^2+(\alpha+\beta)^2}{p^2+(\alpha-\beta)^2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}(\pm\alpha\pm\beta)\rvert$
(82)	$t^{-1}\sin(\alpha t)\cos(\beta t)$	$2^{-1}\operatorname{arctg}\dfrac{2\alpha p}{p^2-\alpha^2+\beta^2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}(\pm\alpha\pm\beta)\rvert$
(83)	$t^{-2}\sin(\alpha t)\sin(\beta t)$	$2^{-1}\alpha\operatorname{arctg}\dfrac{2\beta p}{p^2+\alpha^2-\beta^2}+$ $+2^{-1}\beta\operatorname{arctg}\dfrac{2\alpha p}{p^2-\alpha^2+\beta^2}+$ $+2^{-2}p\ln\dfrac{p^2+(\alpha-\beta)^2}{p^2+(\alpha+\beta)^2}$, $\operatorname{Re} p\geqslant\lvert\operatorname{Im}(\pm\alpha\pm\beta)\rvert$
(84)	$\dfrac{\sin[(2n+1)t]}{\sin t}$	$\dfrac{1}{p}+\sum\limits_{m=1}^{n}\dfrac{2p}{p^2+4m^2}$, $\operatorname{Re} p>0$
(85)	$\operatorname{tg} t\cos[(2n+1)t]$	$\dfrac{2n+1}{p^2+(2n+1)^2}+2\sum\limits_{m=0}^{n-1}\dfrac{(-1)^m(2m+1)}{p^2+(2m+1)^2}$, $\operatorname{Re} p>0$
(86)	$\dfrac{(2\alpha t\cos\alpha t-\sin\alpha t)\sin\alpha t}{t^2}$	$2^{-2}p\ln\left(1+\dfrac{4\alpha^2}{p^2}\right)$, $\operatorname{Re} p>2\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(87)	$\dfrac{\alpha t\cos\alpha t-\sin\alpha t}{t^2}$	$p\operatorname{arctg}\dfrac{\alpha}{p}-\alpha$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

4.8. Обратные тригонометрические функции

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(1)	$\arcsin t,\quad 0<t<1$; $0,\quad t>1$	$2^{-1}\pi p^{-1}[I_0(p)-\mathbf{L}_0(p)]-2^{-1}\pi p^{-1}e^{-p}$
(2)	$t\arcsin t,\quad 0<t<1$; $0,\quad t>1$	$2^{-1}\pi p^{-2}[I_0(p)-\mathbf{L}_0(p)+p\,\mathbf{L}_1(p)-p\,I_1(p)]+p^{-1}-2^{-1}\pi p^{-2}(1+p)e^{-p}$
(3)	$\operatorname{arctg}(t/\alpha)$	$p^{-1}[-\operatorname{ci}(\alpha p)\sin(\alpha p)-\operatorname{si}(\alpha p)\cos(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(4)	$\operatorname{arcctg}(t/\alpha)$	$p^{-1}[\pi/2+\operatorname{ci}(\alpha p)\sin(\alpha p)+\operatorname{si}(\alpha p)\cos(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(5)	$t\operatorname{arctg}(t/\alpha)$	$p^{-2}[-\operatorname{ci}(\alpha p)\sin(\alpha p)-\operatorname{si}(\alpha p)\cos(\alpha p)]+\alpha p^{-1}[\operatorname{ci}(\alpha p)\cos(\alpha p)-\operatorname{si}(\alpha p)\sin(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(6)	$t\operatorname{arcctg}(t/\alpha)$	$p^{-2}[\pi/2+\operatorname{ci}(\alpha p)\sin(\alpha p)+\operatorname{si}(\alpha p)\cos(\alpha p)]+\alpha p^{-1}[\operatorname{si}(\alpha p)\sin(\alpha p)-\operatorname{ci}(\alpha p)\cos(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(7)	$t^{\nu-1/2}(1+t^2)^{\nu/2-1/4}\times e^{-i(\nu-1/2)\operatorname{arcctg}t}$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-1}i\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)p^{-\nu}\times e^{-2^{-1}ip}H_\nu^{(1)}(p/2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(8)	$t^{\nu-1/2}(1+t^2)^{\nu/2-1/4}\times\sin[(\nu-1/2)\operatorname{arcctg}t]$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$-2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)p^{-\nu}\times[J_\nu(p/2)\cos(p/2)+Y_\nu(p/2)\sin(p/2)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(9)	$t^{\nu-1/2}(1+t^2)^{\nu/2-1/4}\times\cos[(\nu-1/2)\operatorname{arcctg}t]$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)p^{-\nu}\times[J_\nu(p/2)\sin(p/2)-Y_\nu(p/2)\cos(p/2)]$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(10)	$t^{\nu-1/2}(1+t^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times\sin[\beta-(\nu-1/2)\operatorname{arcctg} t]$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-1}\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)p^{-\nu}\times$ $\times[J_\nu(p/2)\cos(p/2-\beta)+$ $+Y_\nu(p/2)\sin(p/2-\beta)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(11)	$\dfrac{\cos[(2n+1/2)\arccos(2^{-1}b^{-1}t)]}{(4b^2t-t^3)^{1/2}}$, $0<t<2b$; 0, $t>2b$	$(-1)^n(2^{-1}\pi p)^{1/2}I_n(bp)K_{n+1/2}(bp)$
(12)	$\dfrac{\cos[\nu\arccos(2^{-1}b^{-1}t)]}{(4b^2t-t^3)^{1/2}}$, $0<t<2b$; 0, $t>2b$	$(\pi/2)^{3/2}p^{1/2}\times$ $\times[I_{\nu/2-1/4}(bp)I_{-\nu/2-1/4}(bp)-$ $-I_{\nu/2+1/4}(bp)I_{-\nu/2+1/4}(bp)]$
(13)	0, $0<t<a$; $\dfrac{\cos\{n\arccos[(2t-a-b)(b-a)]-1\}}{(t-a)^{1/2}(b-t)^{1/2}}$, $a<t<b$; 0, $t>b$	$\pi e^{-2^{-1}(a+b)p}I_n[2^{-1}(b-a)p]$
(14)	$[t(t+1)(t+2)]^{-1/2}\times$ $\times\cos[\nu\arccos(1+t)^{-1}]$	$\pi^{1/2}e^pD_{\nu-1/2}(2^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times D_{-\nu-1/2}(2^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(15)	$\dfrac{\cos[\nu\arccos e^{-t}]}{(1-e^{-2t})^{1/2}}$	$\dfrac{\pi 2^{-p}}{p\,\mathrm{B}(p/2+\nu/2+1/2,\,p/2-\nu/2+1/2)}$, $\operatorname{Re}p>0$

4.9. Гиперболические функции

(1)	$\operatorname{sh}(\alpha t)$	$\alpha(p^2-\alpha^2)^{-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(2)	$\operatorname{ch}(\alpha t)$	$p(p^2-\alpha^2)^{-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(3)	$\operatorname{sh}^2(\alpha t)$	$2\alpha^2(p^3-4\alpha^2p)^{-1}$, $\operatorname{Re}p>2\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(4)	$\operatorname{ch}^2(\alpha t)$	$(p^2-2\alpha^2)(p^3-4\alpha^2p)^{-1}$, $\operatorname{Re}p>2\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(5)	$[\operatorname{sh}(\alpha t)]^\nu$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-\nu-1}\alpha^{-1}\mathrm{B}(2^{-1}\alpha^{-1}p-\nu/2,\ \nu+1)$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\nu\alpha$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(6)	$[\operatorname{ch}(\alpha t)-1]^\nu$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-\nu}\alpha^{-1}\mathrm{B}(\alpha^{-1}p-\nu,\ 2\nu+1)$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\nu\alpha$
(7)	$\frac{1}{\operatorname{ch} t}$	$2^{-1}\psi(p/4+3/4)-2^{-1}\psi(p/4+1/4)$, $\operatorname{Re}p>-1$
(8)	$\frac{1}{\operatorname{ch}^2 t}$	$2^{-1}p\,[\psi(p/4+1/2)-\psi(p/4)]-1$, $\operatorname{Re}p>-2$
(9)	$\operatorname{th} t$	$2^{-1}\psi(p/4+1/2)-2^{-1}\psi(p/4)-p^{-1}$, $\operatorname{Re}p>0$
(10)	$\frac{1}{t}-\frac{1}{\operatorname{sh} t}$	$\psi(p/2+1/2)-\ln(p/2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(11)	$t^{-1}-\operatorname{cth} t$	$\psi(p/2)+p^{-1}-\ln(p/2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(12)	$\frac{2}{t}\operatorname{sh}(\alpha t)$	$\ln\frac{p+\alpha}{p-\alpha}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(13)	0, $0<t<1$; $\frac{2}{t}\operatorname{sh}(\alpha t)$, $t>1$	$-\operatorname{Ei}(\alpha-p)+\operatorname{Ei}(-\alpha-p)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(14)	$\frac{2}{t}\operatorname{sh}(\alpha t)$, $0<t<1$; 0, $t>1$	$\ln\frac{p+\alpha}{p-\alpha}+\operatorname{Ei}(\alpha-p)-\operatorname{Ei}(-\alpha-p)$
(15)	0, $0<t<1$; $\frac{2}{t}\operatorname{ch}(\alpha t)$, $t>1$	$-\operatorname{Ei}(\alpha-p)-\operatorname{Ei}(-\alpha-p)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(16)	$\frac{1}{t}\operatorname{th} t$	$\ln(p/4)+2\ln\frac{\Gamma(p/4)}{\Gamma(p/4+1/2)}$, $\operatorname{Re}p>0$
(17)	$\frac{1}{t}\left(1-\frac{1}{\operatorname{ch} t}\right)$	$2\ln\frac{\Gamma(p/4+3/4)}{\Gamma(p/4+1/4)}-\ln(p/4)$, $\operatorname{Re}p>0$
(18)	$t^{\nu-1}\operatorname{sh}(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}\Gamma(\nu)\,[(p-\alpha)^{-\nu}-(p+\alpha)^{-\nu}]$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(19)	$t^{\nu-1}\operatorname{ch}(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1}\Gamma(\nu)\,[(p-\alpha)^{-\nu}+(p+\alpha)^{-\nu}]$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(20)	$\dfrac{t^{\nu-1}}{\operatorname{sh} t}$, $\operatorname{Re}\nu>1$	$2^{1-\nu}\Gamma(\nu)\,\zeta(\nu,\ p/2+{}^1/_2)$, $\operatorname{Re}p>-1$
(21)	$t^{\nu-1}\operatorname{cth} t$, $\operatorname{Re}\nu>1$	$\Gamma(\nu)\,[2^{1-\nu}\zeta(\nu,\ p/2)-p^{-\nu}]$, $\operatorname{Re}p>0$
(22)	$t^{\nu-1}(\operatorname{cth} t-1)$, $\operatorname{Re}\nu>1$	$2^{1-\nu}\Gamma(\nu)\,\zeta(\nu,\ p/2+1)$, $\operatorname{Re}p>-2$
(23)	0, $0<t<b$ $(\operatorname{ch} t-\operatorname{ch} b)^{\nu-1}$, $t>b$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$-i2^{1/2}\pi^{-1/2}e^{\nu\pi i}\Gamma(\nu)\,(\operatorname{sh} b)^{\nu-1/2}\times$ $\times Q_{p-1/2}^{1/2-\nu}(\operatorname{ch} b)$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\nu-1$
(24)	$\sin(\alpha t)\operatorname{sh}(\alpha t)$	$2\alpha^2 p\,(p^4+4\alpha^4)^{-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert+\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(25)	$\cos(\alpha t)\operatorname{sh}(\alpha t)$	$(\alpha p^2-2\alpha^3)\,(p^4+4\alpha^4)^{-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert+\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(26)	$\sin(\alpha t)\operatorname{ch}(\alpha t)$	$(\alpha p^2+2\alpha^3)\,(p^4+4\alpha^4)^{-1}$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}(\pm\alpha\pm i\alpha)$
(27)	$\cos(\alpha t)\operatorname{ch}(\alpha t)$	$p^3\,(p^4+4\alpha^4)^{-1}$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}(\pm\alpha\pm i\alpha)$
(28)	$e^{-\alpha\operatorname{sh} t}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\pi[\mathbf{J}_p(\alpha)-J_p(\alpha)]}{\sin(\pi p)}$
(29)	$e^{-\alpha\operatorname{sh}(t+i\psi)}$, $-\pi/2<\psi<\pi/2$ $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2-\psi$	$\dfrac{1}{\sin(\pi p)}\Big[\int_0^\pi e^{i\alpha\sin\psi\cos\theta}\times$ $\times\cos(p\theta-\alpha\cos\psi\sin\theta)\,d\theta-$ $-\pi e^{ip\psi}J_p(\alpha)\Big]$
(30)	$e^{-\alpha\operatorname{ch} t}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{1}{\sin(\pi p)}\Big[\int_0^\pi e^{\alpha\cos\theta}\cos(p\theta)\,d\theta-$ $-\pi I_p(\alpha)\Big]$
(31)	$[\operatorname{sh}(t/2)]^{2\beta}e^{-2\alpha\operatorname{cth}(t/2)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\alpha^{\beta/2-1/2}\Gamma(p-\beta)\times$ $\times[W_{-p+1/2,\,\beta}(4\alpha)-$ $-(p-\beta)\,W_{-p-1/2,\,\beta}(4\alpha)]$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\beta$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(32)	$\ln \operatorname{ch} t$	$2^{-1}p^{-1}[\psi(p/4+{}^1/_2)-\psi(p/4)]-$ $-p^{-2}$, $\operatorname{Re} p>0$
(33)	$\ln(\operatorname{sh} t)-\ln t$	$p^{-1}[\ln(p/2)-p^{-1}-\psi(p/2)]$, $\operatorname{Re} p>0$
(34)	$\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-3/2}e^{\alpha/p}$, $\operatorname{Re} p>0$
(35)	$\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-3/2}e^{\alpha/p}\times$ $\times\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})+p^{-1}$, $\operatorname{Re} p>0$
(36)	$t^{1/2}\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}p^{-5/2}(p/2+\alpha)e^{\alpha/p}\times$ $\times\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})-\alpha^{1/2}p^{-2}$, $\operatorname{Re} p>0$
(37)	$t^{1/2}\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}p^{-5/2}(p/2+\alpha)e^{\alpha/p}$, $\operatorname{Re} p>0$
(38)	$t^{-1/2}\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha/p}\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re} p>0$
(39)	$t^{-1/2}\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha/p}$, $\operatorname{Re} p>0$
(40)	$t^{-1/2}\operatorname{sh}^2(\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$2^{-1}\pi^{1/2}p^{-1/2}(e^{\alpha/p}-1)$, $\operatorname{Re} p>0$
(41)	$t^{-1/2}\operatorname{ch}^2(\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$2^{-1}\pi^{1/2}p^{-1/2}(e^{\alpha/p}+1)$, $\operatorname{Re} p>0$
(42)	$t^{-3/4}\operatorname{sh}(2^{3/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi(2\alpha)^{1/4}p^{-1/2}e^{\alpha/p}I_{1/4}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p>0$
(43)	$t^{-3/4}\operatorname{ch}(2^{3/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi(2\alpha)^{1/4}p^{-1/2}e^{\alpha/p}I_{-1/4}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p>0$
(44)	$t^{\nu-1}\operatorname{sh}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$\Gamma(2\nu)(2p)^{-\nu}e^{2^{-2}\alpha p^{-1}}\times$ $\times[D_{-2\nu}(-\alpha^{1/2}p^{-1/2})-$ $-D_{-2\nu}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})]$, $\operatorname{Re} p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(45)	$t^{\nu-1}\operatorname{ch}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\Gamma(2\nu)(2p)^{-\nu}e^{2^{-2}\alpha p^{-1}}\times$ $\times[D_{-2\nu}(-\alpha^{1/2}p^{-1/2})+$ $+D_{-2\nu}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})]$, $\operatorname{Re}p>0$
(46)	$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(bt)\ \begin{matrix}\operatorname{th}\\ \operatorname{cth}\end{matrix}(at^{1/2})$	См. Mordell L. J., 1920, Mess. of Math. 49, 65—72
(47)	$\dfrac{\operatorname{sh}[(2\nu+1)\pi^{1/2}t^{1/2}]}{\pi^{1/2}t^{1/2}\operatorname{sh}(\pi^{1/2}t^{1/2})}$	Относительно преобразований Лапласа этой и более общих функций вида $\dfrac{a\operatorname{ch}(At^{1/2})+b\operatorname{ch}(Bt^{1/2})}{t^{1/2}\{a^2+2ab\operatorname{ch}[(A+B)t^{1/2}]+b^2\}}$ см. Mordell L. J., 1933, Acta Math. 61, 323—360 и Quart. J. Math., 1920, 48, 329—342
(48)	$(e^t-1)^{-1/2}\operatorname{sh}[\alpha(1-e^{-t})^{1/2}]$	$\pi^{1/2}\Gamma(p+{}^1/_2)\,2^p\alpha^{-p}\mathbf{L}_p(\alpha)$, $\operatorname{Re}p>-{}^1/_2$
(49)	$(e^t-1)^{-1/2}\operatorname{ch}[\alpha(1-e^{-t})^{1/2}]$	$\pi^{1/2}\Gamma(p+{}^1/_2)\,2^p\alpha^{-p}I_p(\alpha)$, $\operatorname{Re}p>-{}^1/_2$
(50)	$\operatorname{th}[2^{-1}\pi(e^{2t}-1)^{1/2}]$	$2^{-p}\zeta(p-1)$, $\operatorname{Re}p>0$

4.10. Обратные гиперболические функции

(1)	$\operatorname{arsh}t$	$2^{-1}\pi p^{-1}[\mathbf{H}_0(p)-Y_0(p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(2)	0, $0<t<b$; $\operatorname{arch}(t/b)$, $t>b$	$p^{-1}K_0(bp)$, $\operatorname{Re}p>0$
(3)	$\operatorname{arch}(1+t/\alpha)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$p^{-1}e^{\alpha p}K_0(\alpha p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(4)	$t\operatorname{arsh}t$	$\pi\dfrac{\mathbf{H}_0(p)-Y_0(p)}{2p^2}+$ $+\pi\dfrac{\mathbf{H}_1(p)-Y_1(p)}{2p}-\dfrac{1}{p}$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(5)	$\operatorname{sh}[(2n+1)\operatorname{arsh} t]$	$O_{2n+1}(p), \quad \operatorname{Re} p>0$
(6)	$\operatorname{ch}(2n \operatorname{arsh} t)$	$O_{2n}(p), \quad \operatorname{Re} p>0$
(7)	$\operatorname{sh}(\nu \operatorname{arsh} t)$	$\nu p^{-1} S_{0,\nu}(p), \quad \operatorname{Re} p>0$
(8)	$\operatorname{ch}(\nu \operatorname{arsh} t)$	$p^{-1} S_{1,\nu}(p), \quad \operatorname{Re} p>0$
(9)	$0, \quad 0<t<b$ $\operatorname{sh}[\nu \operatorname{arch}(t/b)], \quad t>b$	$\nu p^{-1} K_\nu(bp), \quad \operatorname{Re} p>0$
(10)	$\operatorname{sh}[\nu \operatorname{arch}(1+t/\alpha)],$ $\lvert\arg \alpha\rvert<\pi$	$\nu p^{-1} e^{\alpha p} K_\nu(\alpha p), \quad \operatorname{Re} p>0$
(11)	$(1+t^2)^{-1/2} \exp(n \operatorname{arsh} t)$	$2^{-1}[S_n(p)-\pi \mathbf{E}_n(p)-\pi Y_n(p)],$ $\operatorname{Re} p>0$
(12)	$(1+t^2)^{-1/2} \exp(-n \operatorname{arsh} t)$	$2^{-1}(-1)^{n+1}[S_n(p)+\pi \mathbf{E}_n(p)+$ $+\pi Y_n(p)], \quad \operatorname{Re} p>0$
(13)	$(1+t^2)^{-1/2} \exp(-\nu \operatorname{arsh} t)$	$\dfrac{\pi[\mathbf{J}_\nu(p)-J_\nu(p)]}{\sin(\nu p)},$ $\operatorname{Re} p>0$
(14)	$\dfrac{\operatorname{sh}(\nu \operatorname{arsh} t)}{(t^2+1)^{1/2}}$	$\nu S_{-1,\nu}(p), \quad \operatorname{Re} p>0$
(15)	$\dfrac{\operatorname{ch}(\nu \operatorname{arsh} t)}{(t^2+1)^{1/2}}$	$S_{0,\nu}(p), \quad \operatorname{Re} p>0$
(16)	$0, \quad 0<t<b$ $\dfrac{\operatorname{ch}[\nu \operatorname{arch}(t/b)]}{(t^2-b^2)^{1/2}}, \quad t>b$	$K_\nu(bp), \quad \operatorname{Re} p>0$
(17)	$\dfrac{\operatorname{ch}[\nu \operatorname{arch}(1+t/\alpha)]}{(t^2+\alpha t)^{1/2}},$ $\lvert\arg \alpha\rvert<\pi$	$e^{\alpha p} K_\nu(\alpha p), \quad \operatorname{Re} p>0$
(18)	$(t^3+4\alpha^2 t)^{-1/2} \times$ $\times \exp[2\nu \operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1} t)],$ $\operatorname{Re} \alpha>0$	$(\pi/2)^{3/2} p^{1/2} \times$ $\times[J_{\nu+1/4}(\alpha p) J_{\nu-1/4}(\alpha p)+$ $+Y_{\nu+1/4}(\alpha p) Y_{\nu-1/4}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re} p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(19)	$(t^3+4\alpha^2t)^{-1/2}\times$ $\times\exp[-2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{3/2}p^{1/2}\times$ $\times[J_{\nu+1/4}(\alpha p)\,Y_{\nu-1/4}(\alpha p)-$ $-J_{\nu-1/4}(\alpha p)\,Y_{\nu+1/4}(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(20)	$(t^3+4\alpha^2t)^{-1/2}\times$ $\times\{\cos[(\nu+1/4)\pi]\times$ $\times\exp[-2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]+$ $+\sin[(\nu+1/4)\pi]\times$ $\times\exp[2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]\}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{3/2}p^{1/2}\times$ $\times[J_{1/4+\nu}(\alpha p)\,J_{1/4-\nu}(\alpha p)+$ $+Y_{1/4+\nu}(\alpha p)\,Y_{1/4-\nu}(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(21)	$(t^3+4\alpha^2t)^{-1/2}\times$ $\times\{\sin[(\nu+1/4)\pi]\times$ $\times\exp[-2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]-$ $-\cos[(\nu+1/4)\pi]\times$ $\times\exp[2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]\}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{3/2}p^{1/2}\times$ $\times[J_{1/4+\nu}(\alpha p)\,Y_{1/4-\nu}(\alpha p)-$ $-J_{1/4-\nu}(\alpha p)\,Y_{1/4+\nu}(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(22)	$\dfrac{\operatorname{sh}[2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]}{(t^3+4\alpha^2t)^{1/2}}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\dfrac{\pi^{3/2}p^{1/2}}{8i}[e^{\nu\pi i}H^{(1)}_{1/2+\nu}(\alpha p)\times$ $\times H^{(2)}_{1/2-\nu}(\alpha p)-$ $-e^{-\nu\pi i}H^{(1)}_{1/2-\nu}(\alpha p)\,H^{(2)}_{1/2+\nu}(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(23)	$\dfrac{\operatorname{ch}[2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]}{(t^3+4\alpha^2t)^{1/2}}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\dfrac{\pi^{3/2}p^{1/2}}{8}[e^{\nu\pi i}H^{(1)}_{1/2+\nu}(\alpha p)\times$ $\times H^{(2)}_{1/2-\nu}(\alpha p)+e^{-\nu\pi i}\times$ $\times H^{(1)}_{1/2-\nu}(\alpha p)\,H^{(2)}_{1/2+\nu}(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(24)	0, $0<t<2b$; $\dfrac{\operatorname{ch}[2\nu\operatorname{arch}(2^{-1}b^{-1}t)]}{(t^3-4b^2t)^{1/2}}$, $t>2b$	$\dfrac{p^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}}K_{\nu+1/4}(bp)\,K_{\nu-1/4}(bp)$, $\operatorname{Re}p>0$
(25)	$\dfrac{\operatorname{ch}[2\nu\operatorname{arch}(1+2^{-1}\alpha^{-1}t)]}{[t(t+2\alpha)(t+4\alpha)]^{1/2}}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\dfrac{p^{1/2}}{(2\pi)^{1/2}}e^{2\alpha p}K_{\nu+1/4}(\alpha p)\,K_{\nu-1/4}(\alpha p)$, $\operatorname{Re}p>0$

4.11. Ортогональные многочлены

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(1)	$P_n(t)$	Сумма степеней с отрицательными показателями в разложении функции $(-1)^n (\pi/2)^{1/2} p^{-1/2} I_{-n-1/2}(p)$, $\operatorname{Re} p>0$ по возрастающим степеням p
(2)	$P_n(1-t)$	$e^{-p}p^n \left(\frac{1}{p}\frac{d}{dp}\right)^n \left(\frac{e^p}{p}\right) = p^n\left(1+\frac{1}{2}\frac{d}{dp}\right)^n \left(\frac{1}{p^{n+1}}\right)$, $\operatorname{Re} p>0$
(3)	$P_n(e^{-t})$, $n \geqslant 2$	$\frac{(p-1)(p-2)(p-3)\ldots(p-n+1)}{(p+n)(p+n-2)\ldots(p-n+2)}$, $\operatorname{Re} p>0$
(4)	$P_{2n}(\cos t)$	$\frac{(p^2+1^2)(p^2+3^2)\ldots[p^2+(2n-1)^2]}{p(p^2+2^2)(p^2+4^2)\ldots[p^2+(2n)^2]}$, $\operatorname{Re} p>0$
(5)	$P_{2n+1}(\cos t)$	$\frac{p(p^2+2^2)(p^2+4^2)\ldots[p^2+(2n)^2]}{(p^2+1^2)(p^2+3^2)\ldots[p^2+(2n+1)^2]}$, $\operatorname{Re} p>0$
(6)	$P_{2n}(\operatorname{ch} t)$	$\frac{(p^2-1^2)(p^2-3^2)\ldots[p^2-(2n-1)^2]}{p(p^2-2^2)(p^2-4^2)\ldots[p^2-(2n)^2]}$, $\operatorname{Re} p>2n$
(7)	$P_{2n+1}(\operatorname{ch} t)$	$\frac{p(p^2-2^2)(p^2-4^2)\ldots[p^2-(2n)^2]}{(p^2-1^2)(p^2-3^2)\ldots[p^2-(2n+1)^2]}$, $\operatorname{Re} p>2n+1$
(8)	$2^\nu i^n (n+\nu)\,\Gamma(\nu)\, C_n^\nu(-it)$	$A_{n,\nu}(p)$, $\operatorname{Re} p>0$
(9)	$[t(2a-t)]^{\nu-1/2} C_n^\nu(t/a-1)$, $0<t<2a$; 0, $t>2a$; $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$(-1)^n \frac{\pi\Gamma(2\nu+n)}{n!\,\Gamma(\nu)} \left(\frac{a}{2p}\right)^\nu e^{-ap} \times I_{\nu+n}(ap)$
(10)	$P_n^{(\alpha,\beta)}(t)$	$2(1-2\mu)_n A_{\varkappa,\mu,n}(2p)$, $\operatorname{Re} p>0$, $\varkappa=\alpha/2-\beta/2$, $\mu=\alpha/2+\beta/2+1/2+n$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(11)	$t^{\alpha-1}\,\mathrm{He}_n(t)$, $\mathrm{Re}\,\alpha > \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ четное,} \\ -1, & \text{если } n \text{ нечетное} \end{cases}$	$\sum\limits_{m=0}^{[n/2]} \frac{n!\,\Gamma(\alpha+n-2m)}{m!\,(n-2m)!} \times (-{}^1/_2)^m p^{2m-\alpha-n}$, $\mathrm{Re}\,p>0$ $[n/2]=\begin{cases} n/2, & \text{если } n \text{ четное,} \\ n/2-{}^1/_2, & \text{если } n \text{ нечетное} \end{cases}$
(12)	$\mathrm{He}_{2n+1}(t^{1/2})$	$\pi^{1/2}2^{-n-1}\frac{(2n+1)!}{n!}\frac{(^1/_2-p)^n}{p^{n+3/2}}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(13)	$t^{-1/2}\,\mathrm{He}_{2n}(t^{1/2})$	$\pi^{1/2}2^{-n}\frac{(2n)!}{n!}\frac{(^1/_2-p)^n}{p^{n+1/2}}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(14)	$t^{\alpha-n/2-1}\,\mathrm{He}_n(t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\alpha > \begin{cases} n/2, & \text{если } n \text{ четное,} \\ n/2-{}^1/_2, & \text{если } n \text{ нечетное} \end{cases}$	$\Gamma(\alpha)\,p^{-\alpha}\,{}_2F_1(-n/2,\ {}^1/_2-n/2;\ 1-\alpha;\ 2p)$ Если α целое, берутся первые $1+[n/2]$ членов ряда. $\mathrm{Re}\,p>0$
(15)	$e^{\beta t}\,\mathrm{He}_{2n+1}[2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]$	$(-2)^{-n}(\pi/2)^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}\times\frac{(2n+1)!}{n!}\frac{(p-\alpha)^n}{(p-\beta)^{n+3/2}}$, $\mathrm{Re}\,p>\mathrm{Re}\,\beta$
(16)	$e^{\beta t}t^{-1/2}\,\mathrm{He}_{2n}[2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]$	$(-2)^{-n}\pi^{1/2}\frac{(2n)!}{n!}\frac{(p-\alpha)^n}{(p-\beta)^{n+1/2}}$, $\mathrm{Re}\,p>\mathrm{Re}\,\beta$
(17)	$t^{-1/2}\left[\mathrm{He}_n\left(\frac{x+t^{1/2}}{\lambda}\right)+\mathrm{He}_n\left(\frac{x-t^{1/2}}{\lambda}\right)\right]$	$(2\pi/p)^{1/2}(1-2^{-1}\lambda^{-2}p^{-1})^{n/2}\times\mathrm{He}_n\left[\frac{x}{(\lambda^2-2^{-1}p^{-1})^{1/2}}\right]$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(18)	$t^{-2^{-1}(n+1)}e^{2^{-1}\alpha t^{-1}}\times\mathrm{He}_n(\alpha^{1/2}t^{-1/2})$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$2^{n/2}\pi^{1/2}p^{n/2-1/2}e^{-(2\alpha p)^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(19)	$t^{-1/2}\,\mathrm{He}_{2n}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2m}(2^{1/2}\beta^{1/2}t^{1/2})$	$\dfrac{\pi^{1/2}(2m+2n)!}{(-2)^{m+n}(m+n)!}\,\dfrac{(p-\alpha)^n(p-\beta)^m}{p^{m+n+1/2}}\times$ $\times\,{}_2F_1\left[-m,\,-n;\,-m-n+{}^1/_2;\,\dfrac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)}\right],$ $\operatorname{Re}p>0$
(20)	$(\alpha\beta t)^{-1/2}\,\mathrm{He}_{2n+1}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2m+1}(2^{1/2}\beta^{1/2}t^{1/2})$	$\dfrac{-\pi^{1/2}(2m+2n+2)!}{(-2)^{m+n+1}(m+n+1)!}\times$ $\times\,\dfrac{(p-\alpha)^n(p-\beta)^m}{p^{m+n+3/2}}\times$ $\times\,{}_2F_1\left[-m,\,-n;\,-m-n-{}^1/_2;\,\dfrac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)}\right],$ $\operatorname{Re}p>0$
(21)	$t^{-1/2}e^{-(\alpha+\beta)t}\,\mathrm{He}_n(2\alpha^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\,\mathrm{He}_n(2\beta^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}n!\,\dfrac{(\alpha+\beta-p)^{n/2}}{(\alpha+\beta+p)^{n/2+1/2}}\times$ $\times\,P_n\left\{\dfrac{2\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{[(\alpha+\beta)^2-p^2]^{1/2}}\right\},$ $\operatorname{Re}(\alpha+\beta+p)>0$
(22)	$t^{-1/2}\left[\mathrm{He}_m\left(\dfrac{x+t^{1/2}}{\lambda}\right)\times\right.$ $\times\,\mathrm{He}_n\left(\dfrac{y+t^{1/2}}{\mu}\right)+$ $+\,\mathrm{He}_m\left(\dfrac{x-t^{1/2}}{\lambda}\right)\times$ $\left.\times\,\mathrm{He}_n\left(\dfrac{y-t^{1/2}}{\mu}\right)\right]$	$\dfrac{2\pi^{1/2}\lambda^{-m}\mu^{-n}}{(2p)^{m/2+n/2+1/2}}\times$ $\times\sum\limits_{k=0}^{\min(m,\,n)}\left\{\dbinom{m}{k}\dbinom{n}{k}k!\times\right.$ $\times\,(2\lambda^2p-1)^{m/2+k/2}\times$ $\times\,(2\mu^2p-1)^{n/2+k/2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{m-k}\left[\dfrac{x}{(\lambda^2-2^{-1}p^{-1})^{1/2}}\right]\times$ $\left.\times\,\mathrm{He}_{n-k}\left[\dfrac{y}{(\mu^2-2^{-1}p^{-1})^{1/2}}\right]\right\},$ $\operatorname{Re}p>0$
(23)	$(e^t-1)^{-1/2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2n}[x^{1/2}(1-e^{-t})^{1/2}]$	$\dfrac{(-2)^n\pi^{1/2}(2n)!\,\Gamma(p+{}^1/_2)}{\Gamma(n+p+1)}\,L_n^p(x/2),$ $\operatorname{Re}p>-{}^1/_2$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(24)	$\mathrm{He}_{2n+1}[x^{1/2}(1-e^{-t})^{1/2}]$	$\frac{(-2)^n\pi^{1/2}(2n+1)!\,\Gamma(p)\,x^{1/2}}{\Gamma(n+p+3/2)}L_n^p(x/2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(25)	$L_n(t)$	$(p-1)^n p^{-n-1}$, $\operatorname{Re}p>0$
(26)	$t^n L_n(t)$	$n!\,p^{-n-1}P_n(1-2p^{-1})$, $\operatorname{Re}p>0$
(27)	$L_n^\alpha(t)$	$\sum\limits_{m=0}^{n}\binom{\alpha+m-1}{m}\frac{(p-1)^{n-m}}{p^{n-m+1}}$, $\operatorname{Re}p>0$
(28)	$t^\alpha L_n^\alpha(t)$, $\operatorname{Re}\alpha>-1$	$\frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{n!}\frac{(p-1)^n}{p^{\alpha+n+1}}$, $\operatorname{Re}p>0$
(29)	$t^\beta L_n^\alpha(t)$, $\operatorname{Re}\beta>-1$	$\frac{\Gamma(\beta+n+1)}{n!}\frac{(p-1)^n}{p^{\beta+n+1}}\times$ $\times\,{}_2F_1\left[-n,\alpha-\beta;-\beta-n;\frac{p}{p-1}\right]$, $\operatorname{Re}p>0$
(30)	$t^{2\alpha}[L_n^\alpha(t)]^2$, $\operatorname{Re}\alpha>-1/2$	$\frac{2^{2\alpha}\Gamma(\alpha+1/2)\Gamma(n+1/2)}{\pi(n!)^2p^{2\alpha+1}}\times$ $\times\,{}_2F_1[-n,\alpha+1/2;1/2-n;$ $(1-2/p)^2]$, $\operatorname{Re}p>0$
(31)	$t^\alpha e^{\lambda t}L_n^\alpha(\varkappa t)$, $\operatorname{Re}\alpha>-1$	$\frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{n!}\frac{(p-\varkappa-\lambda)^n}{(p-\lambda)^{\alpha+n+1}}$, $\operatorname{Re}(p-\lambda)>0$
(32)	$e^{-t}\sum\limits_{m=0}^{n}a_{mn}L_m(2t)$, где $P_n(z)=\sum\limits_{m=0}^{n}a_{mn}z^m$	$\frac{1}{p+1}P_n\left(\frac{p-1}{p+1}\right)$, $\operatorname{Re}p>-1$
(33)	$t^{-n}e^{-\lambda/t}L_n^\alpha(\lambda/t)$, $\operatorname{Re}\lambda>0$	$(-1)^n(2/n!)\,\lambda^{-\alpha/2}p^{\alpha/2+n}\times$ $\times K_\alpha(2\lambda^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(34)	$L_n(\lambda t)\, L_n(\varkappa t)$	$\frac{(p-\lambda-\varkappa)^n}{p^{n+1}} P_n\left[\frac{p^2-(\lambda+\varkappa)p+2\lambda\varkappa}{p(p-\lambda-\varkappa)}\right]$, $\mathrm{Re}\, p>0$
(35)	$t^\alpha L_n^\alpha(\lambda t)\, L_m^\alpha(\varkappa t)$, $\mathrm{Re}\,\alpha>-1$	$\frac{\Gamma(m+n+\alpha+1)}{m!\,n!}\,\frac{(p-\lambda)^n(p-\varkappa)^m}{p^{m+n+\alpha+1}}\times$ $\times\, {}_2F_1\left[-m,\,-n;\,-m-n-\alpha;\,\frac{p(p-\lambda-\varkappa)}{(p-\lambda)(p-\varkappa)}\right]$, $\mathrm{Re}\, p>0$
(36)	$t^{2\alpha} L_n^\alpha(\lambda t)\, L_n^\alpha(\varkappa t)$, $\mathrm{Re}\,\alpha>-{}^1/_2$	$\frac{\Gamma(2\alpha+1)\,\Gamma(n+\alpha+1)}{n!\,p^{2\alpha+1}}\times$ $\times\sum\limits_{r=0}^{\infty}\left\{\frac{(-1)^r\left[1-2^{-1}p^{-1}(\lambda+\varkappa)\right]^{n-r}}{r!\,\Gamma(\alpha-r+1)}\times\right.$ $\left.\times\, C_{n+r}^{\alpha+1/2}\left[\frac{p^2-(\lambda+\varkappa)p+2\lambda\varkappa}{p(p-\lambda-\varkappa)}\right]\right\}$, $\mathrm{Re}\, p>0$
(37)	$t^m p_n(m,\,t)$	$m!\,(p-1)^n p^{-m-1}$, $\mathrm{Re}\, p>0$
(38)	$t^{\alpha-1} p_n(m,\,t)$, $\mathrm{Re}\,\alpha>\min(n,\,m)$	$\frac{m!\,\Gamma(\alpha-n)}{(m-n)!\,p^{\alpha-n}}\times$ $\times\, {}_2F_1(-n,\,\alpha-n;\,m-n+1;\,r/p)$, $\mathrm{Re}\, p>0$

4.12. Гамма-функция, функция ошибок, интегральная показательная функция и связанные с ними функции

(1)	$\binom{t}{n} t^{\nu-1}$, $\mathrm{Re}\,\nu>0$	$\frac{\Gamma(\nu)}{p^\nu}\Phi_n\left(\nu,\,\frac{1}{p}\right)$, $\mathrm{Re}\, p>0$, где $\sum\limits_0^\infty h^n\Phi_n(\nu,\,z)=[1-z\ln(h+1)]^{-\nu}$
(2)	$\mathrm{Erf}\,(2^{-1}\alpha^{-1}t)$, $\vert\arg\alpha\vert<\pi/4$	$p^{-1}e^{\alpha^2p^2}\,\mathrm{Erfc}\,(\alpha p)$, $\mathrm{Re}\, p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(3)	$e^{-\alpha^2t^2}\,\mathrm{Erf}\,(i\alpha t)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$(2\alpha i\pi^{1/2})^{-1}e^{2^{-2}\alpha^{-2}p^2}\,\mathrm{Ei}\,(-2^{-2}\alpha^{-2}p^2)$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(4)	$\mathrm{Erf}\,(\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\alpha^{1/2}p^{-1}(p+\alpha)^{-1/2}$, $\mathrm{Re}\,p>0,\ -\mathrm{Re}\,\alpha$
(5)	$e^{\alpha t}\,\mathrm{Erf}\,(\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\alpha^{1/2}p^{-1/2}(p-\alpha)^{-1}$, $\mathrm{Re}\,p>0,\ \mathrm{Re}\,\alpha$
(6)	$\mathrm{Erf}\,(2^{-1}\alpha^{1/2}t^{-1/2})$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$p^{-1}\left(1-e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}\right)$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(7)	$\mathrm{Erfc}\,(2^{-1}\alpha^{-1}t)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$p^{-1}[1-e^{\alpha^2p^2}\,\mathrm{Erfc}\,(\alpha p)]$
(8)	$e^{-\alpha^2t^2}\,\mathrm{Erfc}\,(i\alpha t)$	$2^{-1}\pi^{1/2}\alpha^{-1}e^{2^{-2}\alpha^{-2}p^2}[\mathrm{Erfc}\,(2^{-1}\alpha^{-1}p)+ i\pi^{-1}\,\mathrm{Ei}\,(-2^{-2}\alpha^{-2}p^2)]$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(9)	$\mathrm{Erfc}\,(\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$p^{-1}(p+\alpha)^{-1/2}[(p+\alpha)^{1/2}-\alpha^{1/2}]$, $\mathrm{Re}\,p>-\mathrm{Re}\,\alpha$
(10)	$e^{\alpha t}\,\mathrm{Erfc}\,(\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$p^{-1/2}(p^{1/2}+\alpha^{1/2})^{-1}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(11)	$\mathrm{Erfc}\,(2^{-1}\alpha^{1/2}t^{-1/2})$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$p^{-1}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(12)	$e^{\alpha t}\,\mathrm{Erfc}\,(\alpha^{1/2}t^{1/2}+2^{-1}\beta^{1/2}t^{-1/2})$, $\mathrm{Re}\,\beta>0$	$p^{-1/2}(p^{1/2}+\alpha^{1/2})^{-1}\times\exp(-\alpha^{1/2}\beta^{1/2}-\beta^{1/2}p^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(13)	$S(t)$	$\dfrac{[(p^2+1)^{1/2}-p]^{1/2}}{2p(p^2+1)^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(14)	$C(t)$	$\dfrac{[(p^2+1)^{1/2}-p]^{-1/2}}{2p(p^2+1)^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(15)	$S(t^{1/2})$	$p^{-1}[2^{-1}-\cos(2^{-2}p^2)\,C(2^{-2}p^2)-\sin(2^{-2}p^2)\,S(2^{-2}p^2)]$
(16)	$C(t^{1/2})$	$p^{-1}[2^{-1}\cos(2^{-1}p^2)-\cos(2^{-2}p^2)\times S(2^{-2}p^2)+\sin(2^{-2}p^2)\,C(2^{-2}p^2)]$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(17)	$\mathrm{Si}(t)$	$p^{-1} \operatorname{arcctg} p, \quad \operatorname{Re} p>0$
(18)	$\mathrm{si}(t)$	$-p^{-1} \operatorname{arctg} p, \quad \operatorname{Re} p>0$
(19)	$\mathrm{Ci}(t)=-\mathrm{ci}(t)$	$2^{-1}p^{-1}\ln(p^2+1), \quad \operatorname{Re} p>0$
(20)	$\cos t\,\mathrm{Si}(t)-\sin t\,\mathrm{Ci}(t)$	$(p^2+1)^{-1}\ln p, \quad \operatorname{Re} p>0$
(21)	$\sin t\,\mathrm{Si}(t)+\cos t\,\mathrm{Ci}(t)$	$-(p^2+1)^{-1}p\ln p, \quad \operatorname{Re} p>0$
(22)	$\mathrm{Si}(t^2)$	$\pi[2^{-1}-C(2^{-2}p^2)]^2+\pi[2^{-1}-S(2^{-2}p^2)]^2, \quad \operatorname{Re} p>0$
(23)	$\overline{\mathrm{Ei}}(t)$	$-p^{-1}\ln(p-1), \quad \operatorname{Re} p>1$
(24)	$\mathrm{Ei}(-t)$	$-p^{-1}\ln(p+1), \quad \operatorname{Re} p>0$
(25)	$t^{-1/2}\,\mathrm{Ei}(-t)$	$-2\pi^{1/2}p^{-1/2}\ln[p^{1/2}+(p+1)^{1/2}], \quad \operatorname{Re} p>0$
(26)	$\sin(\alpha t)\,\mathrm{Ei}(-t)$	$-(p^2+\alpha^2)^{-1}\times\{2^{-1}\alpha\ln[(p+1)^2+\alpha^2]-p\operatorname{arctg}[\alpha(p+1)^{-1}]\}, \quad \operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(27)	$\cos(\alpha t)\,\mathrm{Ei}(-t)$	$-(p^2+\alpha^2)^{-1}\times\{2^{-1}p\ln[(p+1)^2+\alpha^2]+\alpha\operatorname{arctg}[\alpha(p+1)^{-1}]\}, \quad \operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(28)	$\mathrm{li}(e^t)$	$-p^{-1}\ln(p-1), \quad \operatorname{Re} p>1$
(29)	$\mathrm{li}(e^{-t})$	$-p^{-1}\ln(p+1), \quad \operatorname{Re} p>0$
(30)	$\Gamma(\nu,\alpha t), \quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\Gamma(\nu)p^{-1}[1-(1+\alpha^{-1}p)^{-\nu}], \quad \operatorname{Re} p>-\operatorname{Re}\alpha$
(31)	$e^{\alpha t}\Gamma(\nu,\alpha t), \quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\Gamma(\nu)(p-\alpha)^{-1}(1-\alpha^{\nu}p^{-\nu}), \quad \operatorname{Re} p>0$
(32)	$\Gamma(\nu,\alpha t^{-1}), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$2\alpha^{\nu/2}p^{\nu/2-1}K_\nu(2\alpha^{1/2}p^{1/2}), \quad \operatorname{Re} p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(33)	$t^{\mu-1}e^{\alpha t^{-1}}\Gamma(\nu,\ \alpha t^{-1})$, $\operatorname{Re}(\nu-\mu)<1,\ \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2^{2+\mu-2\nu}\Gamma(1+\mu-\nu)(\alpha p^{-1})^{\mu/2}\times$ $\times S_{2\nu-\mu-1,\,\mu}(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(34)	$e^{\beta t}\gamma(\nu,\ \alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\Gamma(\nu)\,\alpha^{\nu}(p-\beta)^{-1}(p+\alpha-\beta)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\beta,\ \operatorname{Re}(\beta-\alpha)$
(35)	$\gamma(1/4,\ 2^{-3}\alpha^{-2}t^2)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$2^{3/4}\alpha^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha^2p^2}K_{1/4}(\alpha^2p^2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(36)	$\gamma(\nu,\ 2^{-3}\alpha^{-2}t^2)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4,\ \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-\nu-1}\Gamma(2\nu)\,p^{-1}e^{\alpha^2p^2}D_{-2\nu}(2\alpha p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(37)	$e^{-2^{-2}\alpha^{-1}t^2}\gamma(\nu,\ 2^{-2}e^{i\pi}\alpha^{-1}t^2)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2,\ \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{1-2\nu}\Gamma(2\nu)\,\alpha^{1/2}e^{\alpha p^2+\nu\pi i}\times$ $\times\Gamma(1/2-\nu,\ \alpha p^2)$, $\operatorname{Re}p>0$

4.13. Функции Лежандра

(1)	$[t(1+t)]^{-\mu/2}P_\nu^\mu(1+2t)$, $\operatorname{Re}\mu<1$	$\pi^{-1/2}p^{\mu-1/2}e^{p/2}K_{\nu+1/2}(p/2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(2)	$(1+t^{-1})^{\mu/2}P_\nu^\mu(1+2t)$, $\operatorname{Re}\mu<1$	$p^{-1}e^{p/2}W_{\mu,\,\nu+1/2}(p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(3)	$t^{\lambda+\mu/2-1}(t+2)^{\mu/2}P_\nu^{-\mu}(1+t)$, $\operatorname{Re}(\lambda+\mu)>0$	$-\pi^{-1}\sin(\nu\pi)\,p^{-\lambda-\mu}\times$ $\times E(-\nu,\ \nu+1,\ \lambda+\mu:\mu+1:2p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(4)	$t^{\lambda-\mu/2-1}(t+2)^{-\mu/2}\times$ $\times P_\nu^{-\mu}(1+t)$, $\operatorname{Re}\lambda>0$	$\dfrac{E(\mu+\nu+1,\ \mu-\nu,\ \lambda:\mu+1:2p)}{2^\mu p^\lambda\Gamma(\mu+\nu+1)\Gamma(\mu-\nu)}$, $\operatorname{Re}p>0$
(5)	$(\alpha+t)^{\nu/2}(\beta+t)^{\nu/2}\times$ $\times P_\nu[2\alpha^{-1}\beta^{-1}(\alpha+t)(\beta+t)-1]$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi,\ \lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\pi^{-1}(\alpha\beta)^{\nu/2+1/2}e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p}\times$ $\times K_{\nu+1/2}(2^{-1}\alpha p)\,K_{\nu+1/2}(2^{-1}\beta p)$, $\lvert\arg(\alpha p)\rvert<\pi,\ \lvert\arg(\beta p)\rvert<\pi$
(6)	$(1+t)^{-1}P_\nu[2(1+t)^{-2}-1]$	$p^{-1}e^{p}W_{\nu+1/2,\,0}(p)\,W_{-\nu-1/2,\,0}(p)$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(7)	$t^{-\mu/2}P_\nu^\mu[(1+t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\mu<1$	$2^\mu p^{\mu/2-5/4}e^{p/2}W_{\mu/2+1/4,\,\nu/2+1/4}(p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(8)	$t^{-\mu/2}(1+t)^{-1/2}P_\nu^\mu[(1+t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\mu<1$	$2^\mu p^{\mu/2-3/4}e^{p/2}W_{\mu/2-1/4,\,\nu/2+1/4}(p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(9)	$t^{1/2}P_\nu^{1/4}[(1+t^2)^{1/2}]\times$ $\times P_\nu^{-1/4}[(1+t^2)^{1/2}]$	$2^{-1}(2^{-1}\pi p^{-1})^{1/2}H^{(1)}_{\nu+1/2}(p/2)\times$ $\times H^{(2)}_{\nu+1/2}(p/2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(10)	$(\alpha+t)^{-\nu/2-1/2}(\beta+t)^{\nu/2}\times$ $\times[-1-(\alpha+\beta)t^{-1}]^{\mu/2}\times$ $\times P_\nu^\mu[\alpha^{1/2}\beta^{1/2}(\alpha+t)^{-1/2}\times$ $\times(\beta+t)^{-1/2}]$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$ $\operatorname{Re}\mu<1$	$2^{1/2}p^{-1/2}e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p}\times$ $\times D_{\mu-\nu-1}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times D_{\mu+\nu}(2^{1/2}\beta^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$ $\lvert\arg(\alpha p)\rvert<\pi$, $\lvert\arg(\beta p)\rvert<\pi$
(11)	$(1-e^{-2t})^{\mu/2}P_\nu^{-\mu}(e^t)$, $\operatorname{Re}\mu>-1$	$\dfrac{2^{p-1}\Gamma(p/2+\nu/2+1/2)\Gamma(p/2-\nu/2)}{\pi^{1/2}\Gamma(p+\mu+1)}$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\nu,\ -1-\operatorname{Re}\nu$
(12)	$\left[(e^t-1)\left(\dfrac{\alpha e^t}{\alpha-2}-1\right)\right]^{\mu/2}\times$ $\times P_\nu^{-\mu}(\alpha e^t-\alpha+1)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\mu>-1$	$\dfrac{\Gamma(p-\mu+\nu+1)\Gamma(p-\nu-\mu)}{\Gamma(p+1)}\times$ $\times\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-2}\right)^{p/2}P_\nu^{\mu-p}(\alpha-1)$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}(\mu-\nu)-1,\ \operatorname{Re}(\mu+\nu)$
(13)	$(1-z^2+z^2e^{-t})^\mu\times$ $\times\left\{P_{2\nu}^{2\mu}[z(1-e^{-t})^{1/2}]-\right.$ $\left.-P_{2\nu}^{2\mu}[-z(1-e^{-t})^{1/2}]\right\}$, $\lvert z\rvert<1$	$\dfrac{-2^{2\mu+1}\pi z\Gamma(p)}{\Gamma(-\mu-\nu)\Gamma(1/2-\mu+\nu)\Gamma(p+3/2)}\times$ $\times{}_2F_1(1/2-\mu-\nu,\ \nu-\mu+1;$ $p+3/2;\ z^2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(14)	$(1-e^{-t})^{-1/2}(1-z^2+z^2e^{-t})^\mu\times$ $\times\left\{P_{2\nu}^{2\mu}[z(1-e^{-t})^{1/2}]+\right.$ $\left.+P_{2\nu}^{2\mu}[-z(1-e^{-t})^{1/2}]\right\}$, $\lvert z\rvert<1$	$\dfrac{2^{2\mu+1}\pi\Gamma(p)}{\Gamma(1/2-\mu-\nu)\Gamma(1-\mu+\nu)\Gamma(p+1/2)}\times$ $\times{}_2F_1(-\mu-\nu,\ 1/2-\mu+\nu;$ $p+1/2;\ z^2)$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(15)	$\operatorname{sh}^{2\mu}(t/2)\,P_{2n}^{-2\mu}[\operatorname{ch}(t/2)]$, $\operatorname{Re}\mu>-1/4$	$\dfrac{\Gamma(2\mu+1/2)\,\Gamma(p-n-\mu)\,\Gamma(p+n-\mu+1/2)}{4^{\mu}\pi^{1/2}\Gamma(p+n+\mu+1)\,\Gamma(p-n+\mu+1/2)}$, $\operatorname{Re}p>n+\operatorname{Re}\mu$
(16)	$t^{\lambda+\mu/2-1}(t+2)^{\mu/2}Q_\nu^\mu(1+t)$, $\operatorname{Re}\lambda>0$, $\operatorname{Re}(\lambda+\mu)>0$	$\dfrac{\Gamma(\nu+\mu+1)}{\Gamma(\nu-\mu+1)}\left\{\dfrac{\sin(\nu\pi)}{2p^{\lambda+\mu}\sin(\mu\pi)}\times\right.$ $\times E(-\nu,\nu+1,\lambda+\mu:\mu+1:2p)-$ $-\dfrac{\sin[(\mu+\nu)\pi]}{2^{1-\mu}p^{\lambda}\sin(\mu\pi)}\times$ $\times E(\nu-\mu+1,-\nu-\mu,$ $\left.\lambda:1-\mu:2p)\right\}$, $\operatorname{Re}p>0$
(17)	$t^{\lambda-\mu/2-1}(t+2)^{\mu/2}Q_\nu^\mu(1+t)$, $\operatorname{Re}\lambda>0$, $\operatorname{Re}(\lambda-\mu)>0$	$-\dfrac{\sin(\nu\pi)}{2p^{\lambda-\mu}\sin(\mu\pi)}E(-\nu,\nu+1,$ $\lambda-\mu:1-\mu:2p)-\dfrac{\sin[(\mu-\nu)\pi]}{2^{1+\mu}p^{\lambda}\sin(\mu\pi)}\times$ $\times E(\mu+\nu+1,\mu-\nu,\lambda:1+\mu:2p)$, $\operatorname{Re}p>0$

4.14. Функции Бесселя от аргументов kt и $kt^{1/2}$

(1)	$J_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$r^{-1}(\alpha/R)^\nu=r^{-1}e^{-\nu\operatorname{arsh}(p/\alpha)}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(2)	$tJ_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-2$	$r^{-3}(p+\nu r)(\alpha/R)^\nu$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(3)	$t^2J_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-3$	$\left(\dfrac{\nu^2-1}{r^3}+3p\,\dfrac{p+\nu r}{r^5}\right)\left(\dfrac{\alpha}{R}\right)^\nu$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(4)	$t^n J_n(\alpha t)$	$1\cdot3\cdot5\ldots(2n-1)\,\alpha^n r^{-2n-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(5)	$t^{-1}J_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\nu^{-1}(\alpha/R)^\nu$, $\operatorname{Re}p\geqslant\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(6)	$t^{-2}J_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>1$	$\dfrac{\alpha}{2\nu}\left[\dfrac{1}{\nu-1}\left(\dfrac{\alpha}{R}\right)^{\nu-1}+\dfrac{1}{\nu+1}\left(\dfrac{\alpha}{R}\right)^{\nu+1}\right]$, $\operatorname{Re}p\geqslant\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(7)	$t^\nu J_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^\nu\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+1/2)\,\alpha^\nu r^{-2\nu-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

$$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\quad R=p+r$$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$
(8)	$t^{\nu+1} J_\nu(\alpha t)$, $\quad \operatorname{Re}\nu > -1$	$2^{\nu+1}\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+{}^3/_2)\,\alpha^\nu r^{-2\nu-3} p$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(9)	$t^\mu J_\nu(\alpha t)$, $\quad \operatorname{Re}(\mu+\nu) > -1$	$\Gamma(\mu+\lambda+1)\, r^{-\mu-1} \mathrm{P}_\mu^{-\nu}(p/r)$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(10)	$t^\mu \sin(at)\, J_\mu(at)$, $\quad a>0,\ \operatorname{Re}\mu > -1$	$\dfrac{\Gamma(\mu+1)\, a^{\mu+1}}{2^{1/2}\pi} \times$ $\times \int\limits_0^{\pi/2} \dfrac{(\cos\theta)^{\mu+1/2}\cos[(\mu-{}^1/_2)\,\theta]}{(2^{-2}p^2+a^2\cos^2\theta)^{\mu+1}}\, d\theta$, $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$t^{\mu-1}\cos(at)\, J_\mu(at)$, $\quad a>0,\ \operatorname{Re}\mu > 0$	$\dfrac{\Gamma(\mu)\, a^\mu}{2^{1/2}\pi} \times$ $\times \int\limits_0^{\pi/2} \dfrac{(\cos\theta)^{\mu-1/2}\cos[(\mu+{}^1/_2)\,\theta]}{(2^{-2}p^2+a^2\cos^2\theta)^{\mu}}\, d\theta$, $\operatorname{Re} p > 0$
(12)	$[J_0^2(2^{-1}\alpha t)]^2$	$2\pi^{-1} r^{-1} K(\alpha/r)$, $\quad \operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(13)	$[J_1^2(2^{-1}\alpha t)]^2$	$2\pi^{-1}\alpha^{-2} r^{-2}[(2p^2+\alpha^2)\, K(\alpha/r) -$ $-2(p^2+\alpha^2)\, E(\alpha/r)]$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(14)	$J_\nu(\alpha t)\, J_\nu(\beta t)$, $\quad \operatorname{Re}\nu > -{}^1/_2$	$\dfrac{1}{\pi\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}\, Q_{\nu-1/2}\left(\dfrac{p^2+\alpha^2+\beta^2}{2\alpha\beta}\right)$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert + \lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$
(15)	$t J_0(2^{-1}\alpha t)\, J_1(2^{-1}\alpha t)$	$2\pi^{-1}\alpha^{-1} r^{-1}[K(\alpha/r) - E(\alpha/r)]$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(16)	$t J_\nu^2(\alpha t)$, $\quad \operatorname{Re}\nu > -1$	$2^{2\nu+1}(\nu+{}^1/_2)\,\pi^{-1}\alpha^{2\nu} p^{-2\nu-2} \times$ $\times \mathrm{B}(\nu+{}^1/_2,\ \nu+{}^1/_2) \times$ $\times {}_2F_1(\nu+{}^1/_2,\ \nu+{}^3/_2;\ 2\nu+1;$ $-4\alpha^2 p^{-2})$, $\operatorname{Re} p > 2\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(17)	$t^{-2}J_1^2(t)$	$2^{-1}\pi^{-1}\int_0^\pi [(p^2+2-2\cos\varphi)^{1/2}-p]\times$ $\times(1+\cos\varphi)\,d\varphi,\quad \operatorname{Re}p>0$
(18)	$t^{1/2}J_\nu^2(2^{-1}\alpha t),\quad \operatorname{Re}\nu>-{}^3/_4$	$\frac{\Gamma(2\nu+{}^3/_2)}{2^{\nu+{}^3/_2}p^{1/2}r}P_{1/4}^{-\nu}\left(\frac{r}{p}\right)P_{-1/4}^{-\nu}\left(\frac{r}{p}\right),$ $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(19)	$t^{-1/2}J_\nu^2(2^{-1}\alpha t),\quad \operatorname{Re}\nu>-{}^1/_4$	$2^{-\nu-1/2}\Gamma(2\nu+{}^1/_2)\,p^{-1/2}\times$ $\times\left[P_{-1/4}^{-\nu}(r/p)\right]^2,$ $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(20)	$t^{1/2}J_\nu(2^{-1}\alpha t)\,J_{-\nu}(2^{-1}\alpha t)$	$\frac{\alpha\pi^{1/2}}{2p^{1/2}r}\left[(\nu+{}^1/_4)\,P_{-1/4}^{\nu}(r/p)\times\right.$ $\times P_{1/4}^{-\nu}(r/p)-(\nu-{}^1/_4)\times$ $\left.\times P_{1/4}^{\nu}(r/p)\,P_{-1/4}^{-\nu}(r/p)\right],$ $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(21)	$t^{1/2}J_\nu(2^{-1}\alpha t)\,J_{\nu+1}(2^{-1}\alpha t),$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^5/_4$	$\frac{\alpha\Gamma(2\nu+{}^5/_2)}{2^{\nu+{}^5/_2}p^{1/2}r}P_{-1/4}^{-\nu}\left(\frac{r}{p}\right)\times$ $\times P_{-1/4}^{-\nu-1}\left(\frac{r}{p}\right),\quad \operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(22)	$t^{-1/2}J_\nu(2^{-1}\alpha t)\,J_{-\nu}(2^{-1}\alpha t)$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}p^{-1/2}P_{-1/4}^{\nu}(r/p)P_{-1/4}^{-\nu}(r/p),$ $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(23)	$t^{2\nu}J_\nu^2(\alpha t),\quad \operatorname{Re}\nu>-{}^1/_4$	$\frac{2^{4\nu}\alpha^{2\nu}\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,\Gamma(2\nu+{}^1/_2)}{\pi\Gamma(\nu+1)\,p^{4\nu+1}}\times$ $\times{}_2F_1(\nu+{}^1/_2,\ 2\nu+{}^1/_2;\ \nu+1;$ $-4\alpha^2p^{-2}),$ $\operatorname{Re}p>2\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(24)	$t^{\mu-1}J_{\nu_1}(\alpha_1 t)\ldots J_{\nu_n}(\alpha_n t)$, $\operatorname{Re}(\mu+N)>0$, $N=\nu_1+\ldots+\nu_n$, $\alpha=\alpha_1+\ldots+\alpha_n$	$\frac{2^{-N}\Gamma(\mu+N)}{\Gamma(\nu_1+1)\ldots\Gamma(\nu_n+1)}\alpha_1^{\nu_1}\ldots\alpha_n^{\nu_n}\times$ $\times(p+i\alpha)^{-\mu-N}\times$ $\times F_A(\mu+N;\ \nu_1+{}^1/_2,\ldots,\nu_n+{}^1/_2;$ $2\nu_1+1,\ldots,2\nu_n+1;$ $\frac{2\alpha_1 i}{p+i\alpha},\ldots,\frac{2\alpha_n i}{p+i\alpha})$, $\operatorname{Re}(p\pm i\alpha_1\pm\ldots\pm i\alpha_n)>0$. При $n=2$ F_A надо заменить на F_2
(25)	$J_0(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$p^{-1}e^{-\alpha/p}$, $\operatorname{Re}p>0$
(26)	$J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>-2$	$2^{-1}\alpha^{1/2}\pi^{1/2}p^{-3/2}e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}\times$ $\times[I_{\nu/2-1/2}(2^{-1}\alpha p^{-1})-$ $-I_{\nu/2+1/2}(2^{-1}\alpha p^{-1})]$, $\operatorname{Re}p>0$
(27)	$t^{1/2}J_1(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\alpha^{1/2}p^{-2}e^{-\alpha/p}$, $\operatorname{Re}p>0$
(28)	$t^{n-1/2}J_1(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$(-1)^{n-1}\alpha^{-1/2}n!\,p^{-n}e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}\times$ $\times k_{2n}(2^{-1}\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}p>0$
(29)	$t^{-1/2}J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}I_{\nu/2}(2^{-1}\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}p>0$
(30)	$t^{\nu/2}J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{\nu/2}p^{-\nu-1}e^{-\alpha/p}$, $\operatorname{Re}p>0$
(31)	$t^{-\nu/2}J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\frac{e^{i\nu\pi}p^{\nu-1}}{\alpha^{\nu/2}\Gamma(\nu)}e^{-\alpha/p}\gamma\left(\nu,\ \frac{\alpha}{p}e^{-i\pi}\right)$, $\operatorname{Re}p>0$
(32)	$t^{\nu/2-1}J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\alpha^{-\nu/2}\gamma(\nu,\ \alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(33)	$t^{\nu/2+n}J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu+n>-1$	$n!\,\alpha^{\nu/2}p^{-n-\nu-1}e^{-\alpha/p}L_n^\nu(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(34)	$t^{\mu-1/2}J_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,(\mu+\nu)>-1/2$	$\dfrac{\Gamma(\mu+\nu+1/2)}{\alpha^{1/2}\Gamma(2\nu+1)}\,p^{-\mu}e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}\times$ $\times M_{\mu,\nu}(\alpha/p)$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(35)	$t^{\mu-1}J_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,(\mu+\nu)>0$	$\dfrac{\Gamma(\mu+\nu)\,\alpha^{\nu}}{\Gamma(2\nu+1)\,p^{\mu+\nu}}\times$ $\times\,{}_1F_1(\mu+\nu;\ 2\nu+1;\ -\alpha/p)$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(36)	$t^{\nu-1/2}\{J_{2\mu}(2t^{1/2})\cos[(\nu+\mu)\pi]-$ $-J_{-2\mu}(2t^{1/2})\cos[(\nu-\mu)\pi]\}$, $\mathrm{Re}\,(\nu\pm\mu)>-1/2$	$-\sin(2\mu\pi)\,p^{-\nu}e^{-2^{-1}p^{-1}}W_{\nu,\mu}(p^{-1})$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(37)	$t^{\nu/2}L_n^{\nu}(t)\,J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\alpha^{\nu/2}e^{-\alpha/p}\dfrac{(p-1)^n}{p^{\nu+n+1}}\,L_n^{\nu}\left[\dfrac{\alpha}{p(1-p)}\right]$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(38)	$J_\nu(t)\,J_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1/2$	$\dfrac{e^{-\alpha p(p^2+1)^{-1}}}{(p^2+1)^{1/2}}\,J_\nu\left(\dfrac{\alpha}{p^2+1}\right)$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(39)	$J_\nu(\alpha t^{1/2})\,J_\nu(\beta t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1/2$	$p^{-1}e^{-2^{-2}(\alpha^2+\beta^2)p^{-1}}I_\nu(2^{-1}\alpha\beta p^{-1})$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(40)	$t^{-1}J_\nu^2(2t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\nu>0$	$\nu^{-1}e^{-2/p}\times$ $\times\left[I_\nu(2/p)+2\sum\limits_{n=1}^{\infty}I_{\nu+n}(2/p)\right]$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(41)	$t^{-1/2}J_\nu(\alpha e^{2^{-2}\pi i}t^{1/2})\times$ $\times J_\nu(\alpha e^{-2^{-2}\pi i}t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1/2$	$\dfrac{p^{1/2}2^{1-\nu}\Gamma(\nu+1/2)}{\alpha^2[\Gamma(\nu+1)]^2}\times$ $\times M_{1/4,\,\nu/2}\left(\dfrac{\alpha^2}{2p}\right)M_{-1/4,\,\nu/2}\left(\dfrac{\alpha^2}{2p}\right)$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(42)	$t^{\lambda-1}J_{2\mu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})\,J_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,(\lambda+\mu+\nu)>0$	$\dfrac{2\Gamma(\lambda+\mu+\nu)\,\alpha^{\mu+\nu}}{\Gamma(2\mu+1)\,\Gamma(2\nu+1)\,p^{\lambda+\mu+\nu}}\times$ $\times\,{}_3F_3(\mu+\nu+1/2,\ \mu+\nu+1,$ $\lambda+\mu+\nu;\ 2\mu+1,\ 2\nu+1,$ $2\mu+2\nu+1;\ -4\alpha p^{-1})$, $\mathrm{Re}\,p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(43)	$t^{\nu-1} J_{2\mu_1}(2\alpha_1^{1/2}t^{1/2}) \ldots J_{2\mu_n}(2\alpha_n^{1/2}t^{1/2})$, $M=\mu_1+\ldots+\mu_n$, $\operatorname{Re}(\nu+M)>0$	$\frac{\Gamma(\nu+M)\,p^{-\nu-M}\alpha_1^{\mu_1}\ldots\alpha_n^{\mu_n}}{\Gamma(2\mu_1+1)\ldots\Gamma(2\mu_n+1)} \times \Psi_2\left(\nu+M;\ 2\mu_1+1,\ldots,2\mu_n+1;\ -\frac{\alpha_1}{p},\ldots,-\frac{\alpha_n}{p}\right)$, $\operatorname{Re} p>0$
(44)	$Y_0(\alpha t)$	$-2\pi^{-1}r^{-1}\operatorname{arsh}(p/\alpha)$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(45)	$Y_\nu(\alpha t)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\frac{R^{-\nu}\alpha^{\nu}}{r\,\mathrm{tg}(\nu\pi)}-\frac{R^{\nu}\alpha^{-\nu}}{r\sin(\nu\pi)}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(46)	$tY_0(\alpha t)$	$2\pi^{-1}r^{-2}[1-pr^{-1}\ln(R/\alpha)]$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(47)	$tY_1(\alpha t)$	$-2\pi^{-1}r^{-2}[p\alpha^{-1}+\alpha r^{-1}\ln(R/\alpha)]$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(48)	$t^{\mu}Y_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}(\mu\pm\nu)>-1$	$\frac{\Gamma(\mu+\nu+1)\,P_\mu^{-\nu}(p/r)}{r^{\mu+1}\,\mathrm{tg}(\nu\pi)}-\frac{\Gamma(\mu-\nu+1)\,P_\mu^{\nu}(p/r)}{r^{\mu+1}\sin(\nu\pi)}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(49)	$t^{-1/2}Y_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2$	$-\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}} \times \left[\frac{I_\nu(2^{-1}\alpha p^{-1})}{\mathrm{ctg}(\nu\pi)}+\frac{K_\nu(2^{-1}\alpha p^{-1})}{\pi\cos(\nu\pi)}\right]$,
(50)	$t^{\mu-1/2}Y_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}(\mu\pm\nu)>-1/2$	$\alpha^{-1/2}p^{-\mu}e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}} \times \left\{\frac{\mathrm{tg}[(\mu-\nu)\pi]\,\Gamma(\mu+\nu+1/2)}{\Gamma(2\nu+1)} \times M_{\mu,\nu}(\alpha/p)-\frac{W_{\mu,\nu}(\alpha/p)}{\cos[(\mu-\nu)\pi]}\right\}$, $\operatorname{Re} p>0$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$, $R=p+r$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(51)	$t^{-1}\{[at^{1/2}J_1(t^{1/2})+bJ_0(t^{1/2})]^2+$ $+[at^{1/2}Y_1(t^{1/2})+bY_0(t^{1/2})]^2\}^{-1}$	$2I(a,\ b;\ p)$, $\quad \operatorname{Re} p>0$ Относительно разложений функции $I(a,\ b;\ p)$ и кратких таблиц значений для $I(0,\ 1;\ p)$ см. Jaeger J. C. and Clarke Martha, 1942, Proc. Roy. Soc Edinburgh, Sect. A, 61, 229—230
(52)	$H_0^{(1)}(\alpha t)$	$r^{-1}-2i\pi^{-1}r^{-1}\operatorname{arsh}(p/\alpha)$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(53)	$H_0^{(2)}(\alpha t)$	$r^{-1}+2i\pi^{-1}r^{-1}\operatorname{arsh}(p/\alpha)$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(54)	$H_\nu^{(1)}(\alpha t)$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\frac{i}{r\sin(\nu\pi)}(e^{-i\nu\pi}\alpha^\nu R^{-\nu}-\alpha^{-\nu}R^\nu)$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(55)	$H_\nu^{(2)}(\alpha t)$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\frac{i}{r\sin(\nu\pi)}(\alpha^{-\nu}R^\nu-e^{i\nu\pi}\alpha^\nu R^{-\nu})$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(56)	$tH_0^{(1)}(\alpha t)$	$\frac{p}{r^3}\left(1-\frac{2i}{\pi}\ln\frac{R}{\alpha}\right)+\frac{2i}{\pi r^2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(57)	$tH_0^{(2)}(\alpha t)$	$\frac{p}{r^3}\left(1+\frac{2i}{\pi}\ln\frac{R}{\alpha}\right)-\frac{2i}{\pi r^2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(58)	$tH_1^{(1)}(\alpha t)$	$\frac{\alpha}{r^3}\left(1-\frac{2i}{\pi}\ln\frac{R}{\alpha}\right)-\frac{2ip}{\pi\alpha r^2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(59)	$tH_1^{(2)}(\alpha t)$	$\frac{\alpha}{r^3}\left(1+\frac{2i}{\pi}\ln\frac{R}{\alpha}\right)+\frac{2ip}{\pi\alpha r^2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\quad R=p+r$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(60)	$t^{-1/2} H_{2\nu}^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$, $\lvert \operatorname{Re} \nu \rvert < 1/2$	$\dfrac{\pi^{1/2} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}}{p^{1/2}\cos(\nu\pi)} \times \left[\dfrac{I_\nu(2^{-1}\alpha p^{-1})}{e^{i\nu\pi}} - \dfrac{iK_\nu(2^{-1}\alpha p^{-1})}{\pi}\right]$, $\operatorname{Re} p > 0$
(61)	$t^{-1/2} H_{2\nu}^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$, $\lvert \operatorname{Re} \nu \rvert < 1/2$	$\dfrac{\pi^{1/2} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}}{p^{1/2}\cos(\nu\pi)} \times \left[e^{i\nu\pi} I_\nu(2^{-1}\alpha p^{-1}) + \dfrac{iK_\nu(2^{-1}\alpha p^{-1})}{\pi}\right]$, $\operatorname{Re} p > 0$
(62)	$t^{-\nu/2} H_\nu^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$, $\operatorname{Re} \nu < 1$	$\dfrac{p^{\nu-1} e^{-\alpha p^{-1}}}{\pi i \alpha^{\nu/2}} \Gamma(1-\nu)\, \Gamma\left(\nu, \dfrac{\alpha e^{-i\pi}}{p}\right)$, $\operatorname{Re} p > 0$
(63)	$t^{-\nu/2} H_\nu^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$, $\operatorname{Re} \nu < 1$	$-\dfrac{p^{\nu-1} e^{-\alpha p^{-1}}}{\pi i \alpha^{\nu/2}} \Gamma(1-\nu)\, \Gamma\left(\nu, \dfrac{\alpha e^{i\pi}}{p}\right)$, $\operatorname{Re} p > 0$
(64)	$t^{\nu-1/2} H_1^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$, $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\dfrac{\Gamma(\nu+1)}{ip^\nu \sin(\nu\pi)} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}} k_{-2\nu}\left(\dfrac{\alpha e^{-\pi i}}{2p}\right)$, $\operatorname{Re} p > 0$
(65)	$t^{\nu-1/2} H_1^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$, $\operatorname{Re} \nu > 0$	$\dfrac{i\Gamma(\nu+1)}{p^\nu \sin(\nu\pi)} e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}} k_{-2\nu}\left(\dfrac{\alpha e^{\pi i}}{2p}\right)$, $\operatorname{Re} p > 0$
(66)	$t^{\mu-1/2} H_{2\nu}^{(1)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$, $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2$	$\dfrac{\Gamma(\mu+\nu+1/2)\,\Gamma(\mu-\nu+1/2)}{\pi \alpha^{1/2} e^{\nu\pi i + 2^{-1}\alpha p^{-1}} p^\mu} \times W_{-\mu,\nu}(e^{-i\pi}\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re} p > 0$
(67)	$t^{\mu-1/2} H_{2\nu}^{(2)}(2\alpha^{1/2} t^{1/2})$, $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2$	$\dfrac{\Gamma(\mu+\nu+1/2)\,\Gamma(\mu-\nu+1/2)}{\pi \alpha^{1/2} e^{-\nu\pi i + 2^{-1}\alpha p^{-1}} p^\mu} \times W_{-\mu,\nu}(e^{i\pi}\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re} p > 0$

4.15. Функции Бесселя от других аргументов

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(1)	$J_{\nu+1/2}(2^{-1}t^2)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+1)\,D_{-\nu-1}(pe^{2^{-2}\pi i})\times$ $\times D_{-\nu-1}(pe^{-2^{-2}\pi i})$, $\quad \operatorname{Re}p>0$
(2)	$t^{1/2}J_{1/4}(at^2)$, $\quad a>0$	$\frac{\pi^{1/2}p^{1/2}}{4a}\left[\mathbf{H}_{-1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right)-Y_{-1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right)\right]$, $\operatorname{Re}p>0$
(3)	$t^{1/2}J_{-1/4}(at^2)$, $\quad a>0$	$\frac{\pi^{1/2}p^{1/2}}{4a}\left[\mathbf{H}_{1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right)-Y_{1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right)\right]$, $\operatorname{Re}p>0$
(4)	$t^{3/2}J_{-1/4}(at^2)$, $\quad a>0$	$-\frac{\pi^{1/2}p^{3/2}}{8a^2}\left[\mathbf{H}_{-3/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right)-\right.$ $\left.-Y_{-3/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right)\right]$, $\operatorname{Re}p>0$
(5)	$t^{3/2}J_{-3/4}(at^2)$, $\quad a>0$	$\frac{\pi^{1/2}p^{3/2}}{8a^2}\left[\mathbf{H}_{-1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right)-Y_{-1/4}\left(\frac{p^2}{4a}\right)\right]$, $\operatorname{Re}p>0$
(6)	$t^{1/2}J_{1/8}(t^2/16)\,J_{-1/8}(t^2/16)$	$\frac{\pi^{1/2}p^{1/2}}{2^{1/2}\cos(\pi/8)}\times$ $\times H^{(1)}_{1/8}(p^2)\,H^{(2)}_{1/8}(p^2)$, $\quad \operatorname{Re}p>0$
(7)	$t^{1/2}J_{\nu+1/8}(t^2/16)\,J_{\nu-1/8}(t^2/16)$, $\operatorname{Re}\nu>-3/8$	$2^{1/2}(\pi p)^{-3/2}\Gamma(\nu+3/8)\,\Gamma(\nu+5/8)\times$ $\times W_{-\nu,\,1/8}(2e^{\pi i/2}p^2)\times$ $\times W_{-\nu,\,1/8}(2e^{-\pi i/2}p^2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(8)	$t^{-1}J_\nu(t^{-1})$	$2J_\nu(2^{1/2}p^{1/2})\,K_\nu(2^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(9)	0, $\quad 0<t<b$ $J_0(\alpha y)$, $\quad t>b$	$r^{-1}e^{-br}$, $\quad \operatorname{Re}p>\vert\operatorname{Im}\alpha\vert$
(10)	0, $\quad 0<t<b$ $tJ_0(\alpha y)$, $\quad t>b$	$pr^{-3}(br+1)\,e^{-br}$, $\operatorname{Re}p>\vert\operatorname{Im}\alpha\vert$

$y=(t^2-b^2)^{1/2}$, $\quad r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(11)	$0, \quad 0<t<b$ $yJ_1(\alpha y), \quad t>b$	$\alpha r^{-3}(br+1)e^{-br}, \quad \operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(12)	$0, \quad 0<t<b$ $y^{-1}J_1(\alpha y), \quad t>b$	$\alpha^{-1}b^{-1}(e^{-bp}-e^{-br}),$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(13)	$0, \quad 0<t<b$ $y^{-1}J_\nu(\alpha y), \quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$I_{\nu/2}[2^{-1}b(r-p)]\times$ $\times K_{\nu/2}[2^{-1}b(r+p)],$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(14)	$0, \quad 0<t<b$ $ty^{-1}J_1(\alpha y), \quad t>b$	$\alpha^{-1}e^{-bp}-\alpha^{-1}pr^{-1}e^{-br},$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(15)	$0, \quad 0<t<b$ $(t-b)^{\nu/2}(t+b)^{-\nu/2}J_\nu(\alpha y),$ $t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^\nu r^{-1}R^{-\nu}e^{-br}, \quad \operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(16)	$0, \quad 0<t<b$ $y^\nu J_\nu(\alpha y), \quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^\nu b^{\nu+1/2}r^{-\nu-1/2}\times$ $\times K_{\nu+1/2}(br), \quad \operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(17)	$0, \quad 0<t<b$ $y^{2\mu}J_{2\nu}(\alpha y), \quad t>b$ $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>-1$	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n(ab)^{2\nu+2n}}{\pi^{1/2}n!}\times$ $\times\dfrac{(2b)^{2\mu+1}\Gamma(\mu+\nu+n+1)}{\Gamma(2\nu+n+1)(2p)^{\mu+\nu+n+1/2}}\times$ $\times K_{\mu+\nu+n+1/2}(bp),$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(18)	$J_0[\alpha(t^2+\beta t)^{1/2}],$ $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$r^{-1}e^{2^{-1}\beta(p-r)}, \quad \operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(19)	$(t^2+\beta t)^{\nu/2}J_\nu[\alpha(t^2+\beta t)^{1/2}],$ $\operatorname{Re}\nu>-1, \ \lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\pi^{-1/2}(\alpha/2)^\nu(\beta/r)^{\nu+1/2}e^{2^{-1}\beta p}\times$ $\times K_{\nu+1/2}(2^{-1}\beta r),$ $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

$y=(t^2-b^2)^{1/2}, \quad r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}, \quad R=p+r$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(20)	$t^{\nu/2}(t+\beta)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu[\alpha(t^2+\beta t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\alpha^\nu r^{-1}R^{-\nu}e^{2^{-1}\beta(p-r)}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(21)	$t^{\nu/2-1}(t+1)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu[\alpha(t^2+t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^\nu\alpha^{-\nu}\gamma(\nu,\ r/2-p/2)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(22)	$t^{\lambda-\nu/2-1}(t+1)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu[\alpha(t^2+t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu+1>\operatorname{Re}\lambda>0$	$\frac{2^\nu\alpha^{-\nu}}{\Gamma(\nu-\lambda+1)}\times$ $\times\int\limits_0^{r/2-p/2}e^{-u}u^{\lambda-1}\times$ $\times(2^{-2}\alpha^2-pu-u^2)^{\nu-\lambda}du$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(23)	$(t^2+2it)^{\nu/2}J_\nu[\alpha(t^2+2it)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$-i2^{-1/2}\pi^{1/2}\alpha^\nu r^{-\nu-1/2}\times$ $\times e^{ip}H^{(2)}_{\nu+1/2}(r)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(24)	$(t^2+2it)^{\lambda-\nu/2}\times$ $\times J_\nu[\alpha(t^2+2it)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\lambda>-1$	$\frac{2^{\lambda-\nu-1/2}\pi^{1/2}e^{ip}\Gamma(\lambda+1)}{ir^{\lambda+1/2}\Gamma(\nu-\lambda)}\times$ $\times\sum\limits_{n=0}^\infty\frac{\Gamma(\nu-\lambda+n)}{2^n n!\,\Gamma(\nu+n+1)r^n}\times$ $\times H^{(2)}_{\lambda+n+1/2}(r)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(25)	$\exp[i\alpha(1-e^{-t})]J_\nu(\alpha e^{-t})$	$\frac{J_\nu(\alpha)}{\nu+p}+2\sum\limits_{n=1}^\infty i^n\frac{(\nu-p+1)_{n-1}}{(\nu+p)_{n+1}}\times$ $\times(\nu+n)J_{\nu+n}(\alpha)$, $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\nu$
(26)	$\sin[\alpha(1-e^{-t})]J_\nu(\alpha e^{-t})$	$2\sum\limits_{n=0}^\infty\frac{(-1)^n(\nu-p+1)_{2n}}{(\nu+p)_{2n+2}}\times$ $\times(\nu+2n-1)J_{\nu+2n+1}(\alpha)$, $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\nu$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$, $R=p+r$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(27)	$\cos[\alpha(1-e^{-t})]\, J_\nu(\alpha e^{-t})$	$\frac{J_\nu(\alpha)}{\nu+p}+\sum\limits_{n=0}^{\infty} 2(-1)^n \times$ $\times \frac{(\nu-p+1)_{2n-1}}{(\nu+p)_{2n+1}}(\nu+2n)\, J_{\nu+2n}(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\nu$
(28)	$J_\mu(\alpha e^{-t})\, J_\nu[\alpha(1-e^{-t})],$ $\operatorname{Re}\nu > -1$	$\left(\frac{2}{\alpha}\right)^p \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \Gamma(p+n)}{(\mu+n)\, n!\, \mathrm{B}(p,\mu+n)} \times$ $\times J_{\mu+\nu+p+2n}(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\mu$
(29)	$(1-e^{-t})^{\nu/2} J_\nu[\alpha(1-e^{-t})^{1/2}],$ $\operatorname{Re}\nu > -1$	$\Gamma(p)\,(2/\alpha)^p J_{\nu+p}(\alpha),$ $\operatorname{Re} p > 0$
(30)	$(1-e^{-t})^{-\nu/2} J_\nu[\alpha(1-e^{-t})^{1/2}]$	$\frac{s_{\nu+p-1,\,p-\nu}(\alpha)}{2^\nu \alpha^p \Gamma(\nu)},$ $\operatorname{Re} p > 0$
(31)	$(e^t-1)^{\nu/2} J_\nu[2a(e^t-1)^{1/2}],$ $a>0,\ \operatorname{Re}\nu > -1$	$\frac{2a^p}{\Gamma(p+1)} K_{\nu-p}(2a),$ $\operatorname{Re} p > \frac{2\operatorname{Re}\nu-3}{4}$
(32)	$(e^t-1)^\mu J_{2\nu}[2a(e^t-1)^{1/2}],$ $a>0,\ \operatorname{Re}(\mu+\nu) > -1$	$\frac{a^{2\nu}\mathrm{B}(\mu+\nu+1,\,p-\mu-\nu)}{\Gamma(2\nu+1)} \times$ $\times {}_1F_2(\mu+\nu+1;\ \mu+\nu+1-p;$ $2\nu+1;\ a^2)+\frac{a^{2p-2\mu}\Gamma(\mu+\nu-p)}{\Gamma(\nu-\mu+p+1)} \times$ $\times {}_1F_2(p+1;\ p+1+\nu-\mu,$ $p+1-\mu-\nu;\ a^2),$ $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re}\mu - {}^7/_4$
(33)	$J_\nu(2a \operatorname{sh} t),$ $\operatorname{Re}\nu > -1,\ a>0$	$I_{\nu/2+p/2}(a)\, K_{\nu/2-p/2}(a),$ $\operatorname{Re} p > -{}^1/_2$
(34)	$\frac{1}{\operatorname{sh}(t)} J_\nu\left(\frac{a}{\operatorname{sh} t}\right),$ $a>0$	$\frac{\Gamma(p/2+\nu/2+1/2)}{a\Gamma(\nu+1)} W_{-p/2,\,\nu/2}(a) \times$ $\times M_{p/2,\,\nu/2}(a),$ $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\nu - 1$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(35)	$\dfrac{\exp\left(\dfrac{\alpha-\beta e^t}{e^t-1}\right)J_{2\nu}\left[\dfrac{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{\operatorname{sh}(t/2)}\right]}{\sin(t/2)}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\dfrac{2\Gamma(p+\nu+1/2)}{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}\Gamma(2\nu+1)}e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)}\times$ $\times W_{-p,\nu}(\beta)M_{p,\nu}(\alpha)$, $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\nu-1/2$
(36)	$t^{-1}Y_\nu(t^{-1})$	$2Y_\nu(2^{1/2}p^{1/2})K_\nu(2^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(37)	$t^{-1}H_\nu^{(1)}(t^{-1})$	$2H_\nu^{(1)}(2^{1/2}p^{1/2})K_\nu(2^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(38)	$t^{-1}H_\nu^{(2)}(t^{-1})$	$2H_\nu^{(2)}(2^{1/2}p^{1/2})K_\nu(2^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$

4.16. Модифицированные функции Бесселя от аргументов kt и $kt^{1/2}$

(1)	$I_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^\nu s^{-1}S^{-\nu}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(2)	$tI_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-2$	$\alpha^\nu(p+\nu s)s^{-3}S^{-\nu}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(3)	$t^{-1}I_1(\alpha t)$	$\dfrac{(p+\alpha)^{1/2}-(p-\alpha)^{1/2}}{(p+\alpha)^{1/2}+(p-\alpha)^{1/2}}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(4)	$t^{-1}I_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\nu^{-1}\alpha^\nu S^{-\nu}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(5)	$t^{-1/2}I_\nu(t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}Q_{\nu-1/2}(p)$, $\operatorname{Re}p>1$
(6)	$t^\nu I_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^\nu\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+1/2)\alpha^\nu s^{-2\nu-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(7)	$t^{\nu+1}I_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{\nu+1}\pi^{-1/2}\Gamma(\nu+3/2)\alpha^\nu ps^{-2\nu-3}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$

$s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$, $S=p+s$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(8)	$t^{\mu} I_{\nu}(\alpha t)$, $\quad \operatorname{Re}(\mu+\nu)>-1$	$\Gamma(\mu+\nu+1)\, s^{-\mu-1} P_{\mu}^{-\nu}(p/s)$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re} \alpha \rvert$
(9)	$t^{\mu-1/2} I_{\nu+1/2}(\alpha t)$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>-1$	$\dfrac{2^{1/2}\sin(\nu\pi)\, s^{-\mu}}{\pi^{1/2}\alpha^{1/2}\sin[(\mu+\nu)\pi]}\, \mathbf{Q}_{\nu}^{\mu}\left(\dfrac{p}{\alpha}\right)$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re} \alpha \rvert$
(10)	$I_0^2(2^{-1}\alpha t)$	$2\pi^{-1}p^{-1}K(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re} \alpha \rvert$
(11)	$t I_0(2^{-1}\alpha t)\, I_1(2^{-1}\alpha t)$	$\dfrac{2pE(\alpha/p)}{\pi\alpha(p^2-\alpha^2)} - \dfrac{2K(\alpha/p)}{\pi\alpha p}$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re} \alpha \rvert$
(12)	$t^{-1/2} I_{\mu}(at)\, I_{\nu}(bt)$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>-1/2$	$c^{1/2}\Gamma(\mu+\nu+1/2)\, P_{\nu-1/2}^{-\mu}(\operatorname{ch}\alpha)\times$ $\times P_{\mu-1/2}^{-\nu}(\operatorname{ch}\beta)$, $\operatorname{Re}(p\pm a\pm b)>0$, где $\operatorname{sh}\alpha = ac$, $\operatorname{sh}\beta = bc$, $\operatorname{ch}\alpha\operatorname{ch}\beta = pc$, $\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$, $\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert < \pi/2$
(13)	$t^{2\lambda-1} I_{2\mu}(\alpha t)\, I_{2\nu}(\beta t)$, $\operatorname{Re}(\lambda+\mu+\nu)>0$	$\dfrac{2^{2\lambda-1}\alpha^{2\mu}\beta^{2\nu}}{\pi^{1/2}p^{2\lambda+2\mu+2\nu}}\times$ $\times\dfrac{\Gamma(\lambda+\mu+\nu)\,\Gamma(\lambda+\mu+\nu+1/2)}{\Gamma(2\mu+1)\,\Gamma(2\nu+1)}\times$ $\times F_4(\lambda+\mu+\nu,\ \lambda+\mu+\nu+1/2;$ $2\mu+1,\ 2\nu+1;\ \alpha^2/p^2,\ \beta^2/p^2)$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert + \lvert\operatorname{Re}\beta\rvert$
(14)	$I_0(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$p^{-1}e^{\alpha/p}$, $\quad \operatorname{Re} p > 0$
(15)	$t^{-1/2} I_0(2^{3/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha/p} I_0(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p > 0$
(16)	$t^{-1/2} I_1(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\alpha^{-1/2}(e^{\alpha/p}-1)$, $\quad \operatorname{Re} p > 0$
(17)	$t^{-1/2} I_{\nu}(2^{3/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu > -1$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha/p} I_{\nu/2}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p > 0$

$s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$

	$f(t)$		$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	
(18)	$t^{\nu/2} I_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$,	$\operatorname{Re}\nu > -1$	$\alpha^{\nu/2} p^{-\nu-1} e^{\alpha/p}$,	$\operatorname{Re} p > 0$
(19)	$t^{-\nu/2} I_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$		$\alpha^{-\nu/2}[\Gamma(\nu)]^{-1} p^{\nu-1} e^{\alpha/p}\gamma(\nu, \alpha/p)$,	$\operatorname{Re} p > 0$
(20)	$t^{\mu-1/2} I_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$,	$\operatorname{Re}(\mu+\nu) > -{}^1/_2$	$\dfrac{\Gamma(\mu+\nu+{}^1/_2)\, e^{2^{-1}\alpha p^{-1}}}{\alpha^{1/2}\Gamma(2\nu+1)\, p^{\mu}} M_{-\mu,\nu}\left(\dfrac{\alpha}{p}\right)$,	$\operatorname{Re} p > 0$
(21)	$I_\nu^2(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$,	$\operatorname{Re}\nu > -1$	$p^{-1} e^{\alpha/p} I_\nu(\alpha/p)$,	$\operatorname{Re} p > 0$
(22)	$I_\nu(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})\, I_\nu(2^{1/2}\beta^{1/2}t^{1/2})$,	$\operatorname{Re}\nu > -1$	$p^{-1}\exp\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2p}\right) I_\nu\left(\dfrac{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{p}\right)$,	$\operatorname{Re} p > 0$
(23)	$K_0(\alpha t)$		$s^{-1}\ln(S/\alpha) = s^{-1}\operatorname{arsh}(s/\alpha)$,	$\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\alpha$
(24)	$K_\nu(\alpha t)$,	$\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert < 1$	$\dfrac{\pi[\alpha^{-\nu}S^{\nu} - \alpha^{\nu}S^{-\nu}]}{2s\sin(\nu\pi)}$,	$\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\alpha$
(25)	$tK_0(\alpha t)$		$ps^{-3}\ln(S/\alpha) - s^{-2}$,	$\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\alpha$
(26)	$tK_1(\alpha t)$		$\alpha^{-1}ps^{-2} - \alpha s^{-3}\ln(S/\alpha)$,	$\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\alpha$
(27)	$t^{\mu-1/2} K_{\nu+1/2}(\alpha t)$,	$\operatorname{Re}(\mu+\nu) > -1$, $\operatorname{Re}(\mu-\nu) > 0$	$2^{-1/2}\alpha^{-1/2}\pi^{1/2}\Gamma(\mu-\nu)\times$ $\times\,\Gamma(\mu+\nu+1)\, s^{-\mu} P_\nu^{-\mu}(p/\alpha)$,	$\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\alpha$
(28)	$t^{\mu} K_\nu(\alpha t)$,	$\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1$	$\dfrac{\sin(\mu\pi)\,\Gamma(\mu-\nu+1)}{\sin[(\mu+\nu)\pi]\, s^{\mu+1}}\, Q_\mu^\nu\left(\dfrac{p}{s}\right)$,	$\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}\alpha$

$s = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}$, $S = p + s$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(29)	$\frac{1}{2t}\exp\left(-\frac{\lambda}{2\alpha t}\right) K_\nu(\alpha\lambda t)$, $\operatorname{Re}(\lambda\alpha)>0$	$K_\nu(\alpha^{-1/2}\lambda^{1/2}S^{1/2})\times$ $\times K_\nu(\alpha^{1/2}\lambda^{1/2}S^{-1/2})$, $\operatorname{Re} p > -\operatorname{Re}(\alpha\lambda)$
(30)	$t^{-1/2}I_\mu(at)K_\nu(bt)$, $\operatorname{Re}(\mu\pm\nu)>-1/2$	$\frac{c^{1/2}\Gamma(\mu-\nu+1/2)\cos(\mu\pi)}{\cos(\mu+\nu)\pi}\times$ $\times P_{\nu-1/2}^{-\mu}(\operatorname{ch}\alpha)\,Q_{\mu-1/2}^{-\nu}(\operatorname{ch}\beta)$, $\operatorname{Re}(p\pm a+b)>0$ Относительно определения α, β и c см. (12).
(31)	$t^{-1/2}K_\mu(at)K_\nu(bt)$, $\lvert\operatorname{Re}\mu\rvert+\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2$	$\frac{c^{1/2}\Gamma(1/2-\mu-\nu)\cos(\mu\pi)\cos(\nu\pi)}{\cos(\mu+\nu)\pi\cos(\mu-\nu)\pi}\times$ $\times Q_{\nu+1/2}^{-\mu}(\operatorname{ch}\alpha)\,Q_{\mu-1/2}^{-\nu}(\operatorname{ch}\beta)$, $\operatorname{Re}(p+a+b)>0$ α, β, c определены в (12)
(32)	$K_0(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$-2^{-1}p^{-1}e^{\alpha/p}\operatorname{Ei}(-\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p>0$
(33)	$K_1(2^{3/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$2^{-3/2}\alpha^{1/2}\pi^{1/2}p^{-3/2}e^{\alpha/p}\times$ $\times[K_1(\alpha/p)-K_0(\alpha/p)]$, $\operatorname{Re} p>0$
(34)	$t^{-1/2}K_0(2^{3/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$2^{-1}\pi^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha/p}K_0(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p>0$
(35)	$t^{-1/2}K_\nu(2^{3/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\frac{\pi^{1/2}e^{\alpha/p}K_{\nu/2}(\alpha/p)}{2p^{1/2}\cos(2^{-1}\nu p)}$, $\operatorname{Re} p>0$
(36)	$t^{\nu/2}K_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}\alpha^{\nu/2}\Gamma(\nu+1)\,p^{-\nu-1}e^{\alpha/p}\times$ $\times\Gamma(-\nu,\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p>0$

$s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$, $S=p+s$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(37)	$t^{\mu-1/2}K_{2\nu}(2a^{1/2}t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu\pm\nu)>-1/2$	$\dfrac{\Gamma(\mu+\nu+1/2)\,\Gamma(\mu-\nu+1/2)}{2a^{1/2}p^{\mu}}\times$ $\times e^{2^{-1}ap^{-1}}W_{-\mu,\nu}(a/p),$ $\operatorname{Re}p>0$
(38)	$t^{-1/2}K_{2\nu}(2^{1/2}a^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\{\sin[(\nu-1/4)\pi]\times$ $\times J_{2\nu}(2^{1/2}a^{1/2}t^{1/2})+$ $+\cos[(\nu-1/4)\pi]\times$ $\times Y_{2\nu}(2^{1/2}a^{1/2}t^{1/2})\},$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/4$	$-2^{-3/2}\pi^{-1/2}p^{1/2}a^{-1}\Gamma(1/4+\nu)\times$ $\times\Gamma(1/4-\nu)\,W_{1/4,\nu}(e^{2^{-1}\pi i}ap^{-1})\times$ $\times W_{1/4,\nu}(e^{-2^{-1}\pi i}ap^{-1}),$ $\operatorname{Re}p>0$
(39)	$t^{2\nu}K_{2\nu}(t^{1/2})\,I_{2\nu}(t^{1/2}),$ $\operatorname{Re}\nu>-1/4$	$2^{-1}\Gamma(2\nu+1/2)\,p^{-2\nu-1/2}\times$ $\times e^{2^{-1}p^{-1}}W_{-\nu,\nu}(p^{-1}),$ $\operatorname{Re}p>0$

4.17. Модифицированные функции Бесселя от других аргументов

(1)	$\exp\left(-\frac{t^2}{16a}\right)I_0\left(\frac{t^2}{16a}\right),$ $\operatorname{Re}a\geqslant 0$	$\frac{2^{1/2}a^{1/2}}{\pi^{1/2}}e^{ap^2}K_0(ap^2),$ $\operatorname{Re}p>0$
(2)	$t^{1/2}\exp\left(-\frac{t^2}{8a}\right)I_{1/4}\left(\frac{t^2}{8a}\right),$ $\operatorname{Re}a\geqslant 0$	$\frac{2}{\Gamma(1/4)}\frac{a^{1/2}}{p^{1/2}}e^{ap^2}\Gamma(1/4,\ ap^2),$ $\operatorname{Re}p>0$
(3)	$t^{2\nu}\exp\left(-\frac{t^2}{8a}\right)I_\nu\left(\frac{t^2}{8a}\right),$ $\operatorname{Re}a\geqslant 0,\ \operatorname{Re}\nu>-1/4$	$\frac{a^{\nu/2}\Gamma(4\nu+1)}{2^{4\nu}\Gamma(\nu+1)}p^{-\nu-1}e^{2^{-1}ap^2}\times$ $\times W_{-3\nu/2,\nu/2}(ap^2),$ $\operatorname{Re}p>0$
(4)	$\frac{1}{t}\exp\left(-\frac{\alpha+\beta}{2t}\right)I_\nu\left(\frac{\alpha-\beta}{2t}\right),$ $\operatorname{Re}\alpha\geqslant\operatorname{Re}\beta>0$	$2K_\nu[(\alpha^{1/2}+\beta^{1/2})p^{1/2}]\times$ $\times I_\nu[(\alpha^{1/2}-\beta^{1/2})p^{1/2}],$ $\operatorname{Re}p>0$
(5)	$0,\quad 0<t<b$ $I_0(\alpha y),\quad t>b$	$s^{-1}e^{-bs},\quad \operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$

$y=(t^2-b^2)^{1/2},\ s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(6)	$0, \quad 0<t<b$ $t I_0(\alpha y), \quad t>b$	$p(bs^{-2}+s^{-3})e^{-bs}$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(7)	$0, \quad 0<t<b$ $y I_1(\alpha y), \quad t>b$	$\alpha(bs^{-2}-s^{-3})e^{-bs}$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(8)	$0, \quad 0<t<b$ $y^{-1} I_1(\alpha y), \quad t>b$	$\alpha^{-1}b^{-1}(e^{-bs}-e^{-bp})$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(9)	$0, \quad 0<t<b$ $y^{-1} t I_1(\alpha y), \quad t>b$	$\alpha^{-1}ps^{-1}e^{-bs}-\alpha^{-1}e^{-bp}$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(10)	$0, \quad 0<t<b$ $y^{\nu} I_{\nu}(\alpha y), \quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu > -1$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{\nu}b^{\nu+1/2}s^{-\nu-1/2}\times$ $\times K_{\nu+1/2}(bs)$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(11)	$0, \quad 0<t<b$ $(t-b)^{\nu/2}(t+b)^{-\nu/2} I_{\nu}(\alpha y)$, $t>b$ $\operatorname{Re}\nu > -1$	$\alpha^{\nu}s^{-1}S^{-\nu}e^{-bs}$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(12)	$I_0[\alpha(t^2+\beta t)^{1/2}]$, $\lvert \arg\beta \rvert < \pi$	$s^{-1}e^{2^{-1}\beta(p-s)}$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(13)	$(t^2+\beta t)^{\nu/2} I_{\nu}[\alpha(t^2+\beta t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu > -1, \ \lvert \arg\beta \rvert < \pi$	$\pi^{-1/2}(\alpha/2)^{\nu}(\beta/s)^{\nu+1/2}e^{2^{-1}\beta p}\times$ $\times K_{\nu+1/2}(2^{-1}\beta s)$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(14)	$t^{\nu/2}(t+\beta)^{-\nu/2} I_{\nu}[\alpha(t^2+\beta t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu > -1, \ \lvert \arg\beta \rvert < \pi$	$\alpha^{\nu}s^{-1}S^{-\nu}e^{2^{-1}\beta(p-s)}$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$
(15)	$t^{\mu-1}(t+\beta)^{-\mu} I_{2\nu}[\alpha(t^2+\beta t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu) > 0, \ \lvert \arg\beta \rvert < \pi$	$\dfrac{2\Gamma(\mu+\nu)\,e^{2^{-1}\beta p}}{\alpha\beta\Gamma(2\nu+1)}\times$ $\times M_{1/2-\mu,\nu}\left(\dfrac{\alpha^2\beta}{2S}\right)\times$ $\times W_{1/2-\mu,\nu}\left(\dfrac{\beta S}{2}\right)$, $\operatorname{Re} p > \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert$

Относительно более общих формул см. MacRobert T. M., 1948, Philos. Mag. (7) 39, стр. 466—471.

$$y=(t^2-b^2)^{1/2}, \quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}, \quad S=p+s$$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(16)	$(2t-t^2)^{\nu/2-1/4} C_n^\nu(t-1)\times$ $\times I_{\nu-1/2}[\alpha(2t-t^2)^{1/2}]$, $0<t<2$ 0, $t>2$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$(-1)^n \dfrac{2^{1/2}\pi^{1/2}\alpha^{\nu-1/2}}{r^\nu e^p}\times$ $\times C_n^\nu\left(\dfrac{p}{r}\right) I_{\nu+n}(r)$, $r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$
(17)	$\exp[\alpha(1-e^{-t})]\, I_\nu(\alpha e^{-t})$	$\dfrac{I_\nu(\alpha)}{\nu+p}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(\nu-p+1)_{n-1}}{(\nu+p)_{n+1}}(\nu+n)\times$ $\times I_{\nu+p}(\alpha)$, $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\nu$
(18)	$t^{-1/2}e^{-\alpha/t}K_\nu(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2\pi^{1/2}p^{-1/2}K_{2\nu}(2^{3/2}\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(19)	$\dfrac{1}{t}\exp\left(-\dfrac{\alpha+\beta}{2t}\right)K_\nu\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2t}\right)$, $\operatorname{Re}\alpha>\operatorname{Re}\beta>0$	$2K_\nu[(\alpha^{1/2}+\beta^{1/2})p^{1/2}]\times$ $\times K_\nu[(\alpha^{1/2}-\beta^{1/2})p^{1/2}]$, $\operatorname{Re}p>0$
(20)	$t^{\mu-1}(t+\beta)^{-\mu}K_{2\nu}[\alpha(t^2+\beta t)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}(\mu\pm\nu)>0$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\alpha^{-1}\beta^{-1}\Gamma(\mu+\nu)\,\Gamma(\mu-\nu)\,e^{2^{-1}\beta p}\times$ $\times W_{1/2-\mu,\nu}(2^{-1}\alpha^2\beta S^{-1})\times$ $\times W_{1/2-\mu,\nu}(2^{-1}\beta S)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(21)	$-2\pi^{-1}K_0[2\alpha\operatorname{sh}(t/2)]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$J_p(\alpha)\dfrac{\partial Y_p(\alpha)}{\partial p}-Y_p(\alpha)\dfrac{\partial J_p(\alpha)}{\partial p}$
(22)	$-2\pi^{-1}\operatorname{ch}t\,K_0[2\alpha\operatorname{sh}(t/2)]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$J'_p(\alpha)\dfrac{\partial Y'_p(\alpha)}{\partial p}-Y'_p(\alpha)\dfrac{\partial J'_p(\alpha)}{\partial p}+$ $+\dfrac{p^2}{\alpha^2}\left[J_p(\alpha)\dfrac{\partial Y_p(\alpha)}{\partial p}-\right.$ $\left.-Y_p(\alpha)\dfrac{\partial J_p(\alpha)}{\partial p}\right]$, $\left[J'_p=\dfrac{dJ_p}{d\alpha}\right]$

$S=p+s,\quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(23)	$2\pi^{-2}\sin(2\nu\pi)\,K_{2\nu}\,[2\alpha\,\mathrm{sh}\,(t/2)]$, $-{}^1/_2<\mathrm{Re}\,\nu<{}^1/_2$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$J_{\nu-p}(\alpha)\,Y_{-\nu-p}(\alpha)-$ $-J_{-\nu-p}(\alpha)\,Y_{\nu-p}(\alpha)$
(24)	$\dfrac{1}{\mathrm{sh}\,(t/2)}K_{2\nu}\left[\dfrac{\alpha}{\mathrm{sh}\,(t/2)}\right]$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\alpha^{-1}\Gamma(p+\nu+{}^1/_2)\,\Gamma(p-\nu+{}^1/_2)\times$ $\times W_{-p,\nu}(i\alpha)\,W_{-p,\nu}(-i\alpha)$, $\mathrm{Re}\,(p\pm\nu)>-1$
(25)	$\dfrac{1}{\mathrm{sh}\,(t/2)}\exp\left(-\dfrac{\alpha e^t+\beta}{e^t-1}\right)\times$ $\times K_{2\nu}\left[\dfrac{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{\mathrm{sh}\,(t/2)}\right]$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$, $\mathrm{Re}\,\beta>0$	$\dfrac{1}{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}\Gamma(p+\nu+{}^1/_2)\times$ $\times\Gamma(p-\nu+{}^1/_2)\times$ $\times e^{-\alpha/2+\beta/2}\,W_{-p,\nu}(\alpha)\,W_{-p,\nu}(\beta)$, $\mathrm{Re}\,(p\pm\nu)>-{}^1/_2$

4.18. Функции Кельвина и родственные им функции

(1)	$\mathrm{ber}\,t$	$[2^{-1}(p^4+1)^{-1/2}+$ $+2^{-1}p^2(p^4+1)^{-1}]^{1/2}$, $\mathrm{Re}\,p>2^{-1/2}$
(2)	$\mathrm{bei}\,t$	$[2^{-1}(p^4+1)^{-1/2}-$ $-2^{-1}p^2(p^4+1)^{-1}]^{1/2}$, $\mathrm{Re}\,p>2^{-1/2}$
(3)	$\mathrm{ber}\,(2t^{1/2})$	$\dfrac{1}{p}\cos\dfrac{1}{p}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(4)	$\mathrm{bei}\,(2t^{1/2})$	$\dfrac{1}{p}\sin\dfrac{1}{p}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(5)	$t^{\nu/2}\,\mathrm{ber}_\nu(t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1$	$2^{-\nu}p^{-\nu-1}\cos\dfrac{1+3\nu\pi p}{4p}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(6)	$t^{\nu/2}\,\mathrm{bei}_\nu(t^{1/2})$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1$	$2^{-\nu}p^{-\nu-1}\sin\dfrac{1+3\nu\pi p}{4p}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(7)	0, $0<t<b$; $\mathrm{ber}\,(\alpha y)+i\,\mathrm{bei}\,(\alpha y)$, $t>b$	$v^{-1}e^{-bv}$, $\mathrm{Re}\,(p\pm\alpha i^{1/2})>0$

$y=(t^2-b^2)^{1/2}$, $v=(p^2-i\alpha^2)^{1/2}$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(8)	$0, \quad 0<t<b$ $t\,[\operatorname{ber}(\alpha y)+i\operatorname{bei}(\alpha y)], \quad t>b$	$pv^{-3}(bv+1)\,e^{-bv}$, $\operatorname{Re}(p\pm\alpha i^{1/2})>0$
(9)	$0, \quad 0<t<b$ $y\,[\operatorname{ber}_1(\alpha y)+i\operatorname{bei}_1(\alpha y)], \quad t>b$	$\alpha v^{-3}(bv+1)\,e^{-bv+3\pi i/4}$, $\operatorname{Re}(p\pm\alpha i^{1/2})>0$
(10)	$0, \quad 0<t<b$ $y^{-1}\,[\operatorname{ber}_1(\alpha y)+i\operatorname{bei}_1(\alpha y)], \quad t>b$	$\alpha^{-1}b^{-1}e^{-3\pi i/4}(e^{-bp}-e^{-bv})$, $\operatorname{Re}(p\pm\alpha i^{1/2})>0$
(11)	$0, \quad 0<t<b$ $ty^{-1}\,[\operatorname{ber}_1(\alpha y)+i\operatorname{bei}_1(\alpha y)], \quad t>b$	$\alpha^{-1}e^{-3\pi i/4}(e^{-bp}-pv^{-1}e^{-bv})$, $\operatorname{Re}(p\pm\alpha i^{1/2})>0$
(12)	$0, \quad 0<t<b$ $\left(\frac{t-b}{t+b}\right)^{\nu/2}\times$ $\times\,[\operatorname{ber}_\nu(\alpha y)+i\operatorname{bei}_\nu(\alpha y)], \quad t>b$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^\nu v^{-1}V^{-\nu}e^{-bv+3\nu\pi i/4}$, $\operatorname{Re}(p\pm\alpha i^{1/2})>0$
(13)	$t\,[\operatorname{ker}(\alpha t)+i\operatorname{kei}(\alpha t)]$	$pv^{-3}\ln(i^{-1/2}\alpha^{-1}V)-v^{-2}$, $\operatorname{Re}(p\pm\alpha i^{1/2})>0$
(14)	$t\,[\operatorname{ker}_1(\alpha t)+i\operatorname{kei}_1(\alpha t)]$	$i^{1/2}p\alpha^{-1}v^{-2}+$ $+\alpha i^{3/2}v^{-3}\ln(i^{-1/2}\alpha^{-1}V)$, $\operatorname{Re}(p\pm\alpha i^{1/2})>0$
(15)	$0, \quad 0<t<b$ $\operatorname{ker}(\alpha y)+i\operatorname{kei}(\alpha y), \quad t>b$	$v^{-1}e^{-bv}\ln(i^{-1/2}\alpha^{-1}V)$, $\operatorname{Re}(p+\alpha i^{1/2})>0$
(16)	$0, \quad 0<t<b$ $t\,[\operatorname{ker}(\alpha y)+i\operatorname{kei}(\alpha y)], \quad t>b$	$-v^{-2}e^{-bv}\times$ $\times[1+(bp-pv^{-1})\ln(i^{-1/2}\alpha^{-1}V)]$, $\operatorname{Re}(p+\alpha i^{1/2})>0$

$y=(t^2-b^2)^{1/2}, \; v=(p^2-i\alpha^2)^{1/2}, \; V=p+v$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(17)	$0, \quad 0<t<b$ $y\,[\operatorname{ker}_1(\alpha y)+i\operatorname{kei}_1(\alpha y)], \quad t>b$	$v^{-1}e^{-bv}[i^{1/2}\alpha^{-1}p+$ $+i^{3/2}\alpha(b+1/v)\times$ $\times\ln(i^{-1/2}\alpha^{-1}V)]$, $\operatorname{Re}(p+\alpha i^{1/2})>0$
(18)	$0, \quad 0<t<b$ $\left(\frac{t-b}{t+b}\right)^{\nu/2}\times$ $\times[\operatorname{ker}_\nu(\alpha y)+i\operatorname{kei}_\nu(\alpha y)], \quad t>b$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$\frac{\pi e^{-bp-2^{-1}i\nu\pi}}{2v\sin(\nu\pi)}\times$ $\times\left[\left(\frac{V}{\alpha i^{1/2}}\right)^{\nu}-\left(\frac{\alpha i^{1/2}}{V}\right)^{\nu}\right]$, $\operatorname{Re}(p+\alpha i^{1/2})>0$
(19)	$V_\nu^{(b)}(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re}\nu>0$	$pI_\nu(2p^{-1}), \quad \operatorname{Re}p>0$
(20)	$t^{1/2}W_\nu^{(b)}(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re}\nu>-2$	$p^{-2}I_\nu(2p^{-1}), \quad \operatorname{Re}p>0$
(21)	$X_\nu^{(b)}(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$p^{-1}I_\nu(2p^{-1}), \quad \operatorname{Re}p>0$
(22)	$t^{-1/2}Z_\nu^{(b)}(2t^{1/2}), \quad \operatorname{Re}\nu>0$	$I_\nu(2p^{-1}), \quad \operatorname{Re}p>0$

4.19. Функции, родственные функциям Бесселя, функции Струве, Ломмеля и интегральные функции Бесселя

(1)	$\mathbf{H}_0(\alpha t)$	$2\pi^{-1}r^{-1}\ln(r/p+\alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(2)	$\mathbf{H}_1(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi p}-\frac{2p}{\pi\alpha r}\ln\frac{r+\alpha}{p}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(3)	$\mathbf{H}_2(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi}\left(-\frac{2}{\alpha}+\frac{\alpha}{3p^2}+\frac{\alpha^2+2p^2}{\alpha^2 r}\ln\frac{r+\alpha}{p}\right)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(4)	$\mathbf{H}_3(\alpha t)$	$2\pi^{-1}p^{-1}(1/3+4\alpha^{-2}p^2+$ $+2\alpha^2p^{-2}/15)-\frac{6\alpha^2p+8p^3}{\pi\alpha^3 r}\ln\frac{r+\alpha}{p}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

$y=(t^2-b^2)^{1/2},\quad v=(p^2-i\alpha^2)^{1/2},\quad V=p+v,\quad r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(5)	$\mathbf{H}_{1/2}(\alpha t)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(2^{-1}\alpha p)^{-1/2}-\alpha^{-1/2}R^{1/2}r^{-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(6)	$\mathbf{H}_{-n-1/2}(\alpha t)$	$(-1)^n\alpha^{n+1/2}R^{-n-1/2}r^{-1}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(7)	$t^{-1}\mathbf{H}_1(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi}\left(-1+\frac{r}{\alpha}\ln\frac{r+\alpha}{p}\right)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(8)	$t^{-1}\mathbf{H}_2(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi}\left(\frac{p}{\alpha}+\frac{\alpha}{3p}-\frac{r}{\alpha}\ln\frac{\alpha+r}{p}\right)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(9)	$t^{-1}\mathbf{H}_3(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi}\left(\frac{\alpha^2}{15p^2}-\frac{4p^2}{3\alpha^2}-\frac{7}{9}+\right.$ $\left.+\frac{4p^2r+\alpha^2r}{3\alpha^3}\ln\frac{r+\alpha}{p}\right)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(10)	$t^{1/2}\mathbf{H}_{1/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{3/2}p^{-1}r^{-2}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(11)	$t^{1/2}\mathbf{H}_{-1/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{1/2}r^{-2}$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(12)	$t^{1/2}\mathbf{H}_{3/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{1/2}[2^{-1}p^{-2}-r^{-2}+$ $+\alpha^{-2}\ln(r/p)]$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(13)	$t^{1/2}\mathbf{H}_{-3/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}[\alpha^{-1/2}pr^{-2}-$ $-\alpha^{-3/2}\operatorname{arctg}(\alpha/p)]$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(14)	$t^{-1/2}\mathbf{H}_{1/2}(\alpha t)$	$(2^{-1}\pi\alpha)^{-1/2}\ln(r/p)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(15)	$t^{-1/2}\mathbf{H}_{-1/2}(\alpha t)$	$(2^{-1}\pi\alpha)^{-1/2}\operatorname{arctg}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\ R=p+r$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(16)	$t^{-1/2}\mathbf{H}_{3/2}(\alpha t)$	$(2^{-1}\pi\alpha)^{-1/2}[2^{-1}\alpha p^{-1} - \alpha^{-1}p\ln(r/p)]$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Im}\alpha\|$
(17)	$t^{3/2}\mathbf{H}_{3/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{3/2}(3p^2+\alpha^2)p^{-3}r^{-4}$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Im}\alpha\|$
(18)	$\mathbf{L}_0(\alpha t)$	$2\pi^{-1}s^{-1}\arcsin(\alpha/p)$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Re}\alpha\|$
(19)	$\mathbf{L}_1(\alpha t)$	$2\pi^{-1}p^{-1}[-1+\alpha^{-1}p^2s^{-1}\times \arcsin(\alpha/p)]$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Re}\alpha\|$
(20)	$\mathbf{L}_2(\alpha t)$	$\frac{2}{\alpha\pi}\left(-2-\frac{\alpha^2}{3p^2}+\frac{2p^2-\alpha^2}{\alpha s}\arcsin\frac{\alpha}{p}\right)$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Re}\alpha\|$
(21)	$\mathbf{L}_3(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi p}\left(\frac{1}{3}-\frac{4p^2}{\alpha^2}-\frac{2\alpha^2}{15p^2}+\frac{4p^4-3\alpha p^2}{\alpha^3 s}\arcsin\frac{\alpha}{p}\right)$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Re}\alpha\|$
(22)	$t^{-1}\mathbf{L}_1(\alpha t)$	$2\pi^{-1}[1-\alpha^{-1}s\arcsin(\alpha/p)]$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Re}\alpha\|$
(23)	$t^{-2}\mathbf{L}_2(\alpha t)$	$2\pi^{-1}[\alpha^{-1}p-3^{-1}\alpha p^{-1} - \alpha^{-2}ps\arcsin(\alpha/p)]$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Re}\alpha\|$
(24)	$t^{-1}\mathbf{L}_3(\alpha t)$	$\frac{2}{\pi}\left(\frac{4p^2}{3\alpha^2}-\frac{7}{9}-\frac{\alpha^2}{15p^2} - \frac{4p^2s-\alpha^2s}{3\alpha^3}\arcsin\frac{\alpha}{p}\right)$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Re}\alpha\|$
(25)	$\mathbf{L}_{1/2}(\alpha t)$	$\alpha^{-1/2}S^{1/2}s^{-1}-(2^{-1}\alpha p)^{-1/2}$, $\operatorname{Re} p > \|\operatorname{Re}\alpha\|$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2},\quad S=p+s$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(26)	$\mathbf{L}_{-n-1/2}(\alpha t)$	$\alpha^{n+1/2}s^{-1}S^{-n-1/2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(27)	$t^{1/2}\mathbf{L}_{1/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{3/2}p^{-1}s^{-2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(28)	$t^{1/2}\mathbf{L}_{-1/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{1/2}s^{-2}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(29)	$t^{1/2}\mathbf{L}_{3/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\alpha^{1/2}\pi^{-1/2}[s^{-2}-2^{-1}p^{-2}-\alpha^{-2}\ln(s/p)]$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(30)	$t^{1/2}\mathbf{L}_{-3/2}(\alpha t)$	$(2^{-1}\pi\alpha)^{-1/2}\times[ps^{-2}-\alpha^{-1}\operatorname{arcth}(p/\alpha)]$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(31)	$t^{-1/2}\mathbf{L}_{1/2}(\alpha t)$	$-(2^{-1}\pi\alpha)^{-1/2}\ln(s/p)$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(32)	$t^{-1/2}\mathbf{L}_{-1/2}(\alpha t)$	$(2^{-1}\alpha\pi)^{-1/2}\operatorname{arcth}(p/\alpha)$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(33)	$t^{-1/2}\mathbf{L}_{3/2}(\alpha t)$	$(2^{-1}\alpha\pi)^{-1/2}\times[\alpha^{-1}p\ln(s/p)-2^{-1}\alpha p^{-1}]$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(34)	$t^{3/2}\mathbf{L}_{3/2}(\alpha t)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{5/2}(3p^2-\alpha^2)p^{-3}s^{-4}$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(35)	$t^{\nu}\mathbf{L}_{\nu}(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\frac{(2\alpha)^{\nu}\Gamma(\nu+1/2)}{\pi^{1/2}s^{2\nu+1}}-\frac{\Gamma(2\nu+1)(\alpha/p)^{\nu}}{(2^{-1}\pi p)^{1/2}(\alpha^2-p^2)^{-\nu/2-1/4}}\times P_{-\nu-1/2}^{-\nu-1/2}\left(\frac{\alpha}{p}\right)$, $\operatorname{Re} p>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$

$s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$, $S=p+s$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(36)	$t^{\nu/2}\mathbf{L}_\nu(t^{1/2})$, $\quad \operatorname{Re}\nu > -{}^3/_2$	$2^{-\nu}p^{-\nu-1}e^{2^{-2}p^{-1}}\operatorname{Erf}(2^{-1}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(37)	$t^{\nu/2}\mathbf{L}_{-\nu}(t^{1/2})$	$\frac{2^{-\nu}p^{-\nu-1}}{\Gamma({}^1/_2-\nu)}e^{2^{-2}p^{-1}}\gamma({}^1/_2-\nu, 2^{-2}p^{-1})$, $\operatorname{Re}p>0$
(38)	$t^{1/2}s_{\mu,\,1/4}(2^{-1}t^2)$, $\quad \operatorname{Re}\mu > -{}^3/_4$	$2^{-2\mu-1}p^{1/2}\Gamma(2\mu+{}^3/_2)\times$ $\times S_{-\mu-1,\,1/4}(2^{-1}p^2)$, $\operatorname{Re}p>0$
Относительно других аналогичных функций см. Meijer C. S., 1935, Nederl. Acad. Wetensch., Proc. 38, 628—634.		
(39)	$Ji_0(t)$	$-p^{-1}\operatorname{arsh}p$, $\quad \operatorname{Re}p>0$
(40)	$Ji_\nu(t)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\nu^{-1}p^{-1}[(p^2+1)^{1/2}-p]^\nu-\nu^{-1}p^{-1}$, $\operatorname{Re}p>0$
(41)	$Ji_0(2t^{1/2})$	$2^{-1}p^{-1}\operatorname{Ei}(-p^{-1})$, $\quad \operatorname{Re}p>0$

4.20. Функции параболического цилиндра

(1)	$t^\nu e^{2^{-2}t^2}D_{-\mu}(t)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(\mu)}\int\limits_0^\infty \frac{x^{\mu-1}(p+x)^{-\nu-1}}{e^{x^2/2}}\,dx=$ $=p^{\mu-\nu-1}\sum\limits_{r=0}^{\infty}(r!)^{-1}(\mu)_{2r}\times$ $\times\Gamma(\nu-2r-\mu+1)(-2^{-1}p^2)^r$, $\operatorname{Re}p>0$
(2)	$\exp\left(-\frac{t^2}{4\alpha}\right)\left[D_{-2\nu}\left(-\frac{t}{\alpha}\right)-\right.$ $\left.-D_{-2\nu}\left(\frac{t}{\alpha}\right)\right]$	$2^{1/2}\pi^{1/2}\alpha^{1-2\nu}p^{-2\nu}e^{2^{-1}\alpha^2p^2}\times$ $\times\frac{\Gamma(\nu,\,2^{-1}\alpha^2p^2)}{\Gamma(\nu)}$, $\operatorname{Re}p>0$

$s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}, \quad S=p+s$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(3)	$D_{2n+1}(2^{1/2}t^{1/2})$	$(-2)^n \Gamma(n+3/2)(p-1/2)^n \times$ $\times (p+1/2)^{-n-3/2}$, $\operatorname{Re} p > -1/2$
(4)	$D_{2\nu}(-2\alpha^{1/2}t^{1/2}) - D_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$	$\dfrac{2^{\nu+3/2}\pi\alpha^{1/2}(p-\alpha)^{\nu-1/2}}{\Gamma(-\nu)(p+\alpha)^{\nu+1}}$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(5)	$t^{-1/2}D_{2n}(2^{1/2}t^{1/2})$	$(-2)^n \Gamma(n+1/2)(p-1/2)^n \times$ $\times (p+1/2)^{-n-1/2}$, $\operatorname{Re} p > -1/2$
(6)	$t^{-1/2}[D_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2}) +$ $+ D_{2\nu}(-2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$	$2^{\nu+1}\pi(p-\alpha)^{\nu}(p+\alpha)^{-\nu-1/2} \times$ $\times [\Gamma(1/2-\nu)]^{-1}$, $\operatorname{Re} p > \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$
(7)	$t^{-\nu/2-1/2}e^{t/4}D_\nu(t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu < 1$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}(1+2^{1/2}p^{1/2})^{\nu}$, $\operatorname{Re} p > 0$
(8)	$t^{-\nu/2-3/2}e^{t/4}D_\nu(t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu < -1$	$-2^{1/2}\pi^{1/2}(\nu+1)^{-1} \times$ $\times (1+2^{1/2}p^{1/2})^{\nu+1}$, $\operatorname{Re} p > 0$
(9)	$t^{\nu-1}e^{t/4}D_{2\nu+2n-1}(t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu > 0$	$\dfrac{\pi^{1/2}\Gamma(2n+2\nu)(1-2p)^n}{2^{2n-1/2+\nu}\,n!\,p^{n+\nu}} \times$ $\times {}_2F_1(n+\nu,\ 1/2-\nu;\ n+1;$ $1-2^{-1}p^{-1})$, $\operatorname{Re} p > 0$
(10)	$t^{\nu-1}e^{t/4}D_{2\mu-1}(t^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu > 0,\ \operatorname{Re}(\nu-\mu) > -1$	$2^{1/2}\pi^{1/2}\Gamma(2\nu)(2p)^{-\mu/2-\nu/2} \times$ $\times (2p-1)^{\mu/2-\nu/2} \times$ $\times P^{\mu-\nu}_{\mu+\nu-1}(2^{-1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re} p > 0$
(11)	$[D_{-n-1}(-i2^{1/2}t^{1/2})]^2 -$ $-[D_{-n-1}(i2^{1/2}t^{1/2})]^2$	$\dfrac{2\pi i(p-1)^n}{n!\,p^{1/2}(p+1)^{n+1}}$, $\operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(12)	$t^{-\nu}e^{-2^{-3}\alpha t^{-1}}\times$ $\times D_{2\nu-1}(2^{-1/2}\alpha^{1/2}t^{-1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{\nu-1/2}\pi^{1/2}p^{\nu-1}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}p>0$
(13)	$\dfrac{e^{t/2}}{(e^t-1)^{\mu+1/2}}\exp\left(-\dfrac{\alpha}{1-e^{-t}}\right)\times$ $\times D_{2\mu}\left[\dfrac{2\alpha^{1/2}}{(1-e^{-t})^{1/2}}\right]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$e^{-\alpha}2^{p+\mu}\Gamma(p+\mu)D_{-2p}(2\alpha^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\mu$

4.21. Гипергеометрическая функция Гаусса

(1)	$t^{\alpha-1}F(1/2+\nu,\ 1/2-\nu;\ \alpha;\ -t/2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi^{-1/2}\Gamma(\alpha)(2p)^{1/2-\alpha}K_\nu(p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(2)	$t^{\gamma-1}F(\alpha,\ \beta;\ \delta;\ -t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\dfrac{\Gamma(\delta)\,p^{-\gamma}}{\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}E(\alpha,\ \beta,\ \gamma:\delta:p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(3)	$t^{\gamma-1}(1+t)^{\alpha+\beta-\delta}F(\alpha,\ \beta;\ \delta;\ -t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\dfrac{\Gamma(\delta)\,p^{-\gamma}}{\Gamma(\delta-\alpha)\,\Gamma(\delta-\beta)}\times$ $\times E(\delta-\alpha,\ \delta-\beta,\ \gamma:\delta:p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(4)	$t^{\gamma-1}F(2\alpha,\ 2\beta;\ \gamma;\ -\lambda t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$, $\lvert\arg\lambda\rvert<\pi$	$\Gamma(\gamma)\,p^{-\gamma}(p/\lambda)^{\alpha+\beta-1/2}e^{2^{-1}\lambda^{-1}p}\times$ $\times W_{1/2-\alpha-\beta,\ \alpha-\beta}(2^{-1}\lambda^{-1}p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(5)	0, $0<t<1$; $(t^2-1)^{2\alpha-1/2}\times$ $\times F(\alpha-\nu/2,\ \alpha+\nu/2;\ 2\alpha+1/2;\ 1-t^2)$, $t>1$; $\operatorname{Re}\alpha>-1/4$	$2^{2\alpha}\pi^{-1/2}p^{-2\alpha}\Gamma(2\alpha+1/2)K_\nu(p)$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(6)	$[(\alpha+t)(\beta+t)]^{-1/2-\nu}\times$ $\times F\left[\frac{1}{2}+\nu,\ \frac{1}{2}+\nu;\ 1;\ \frac{t(\alpha+\beta+t)}{(\alpha+t)(\beta+t)}\right]$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\pi^{-1}(\alpha\beta)^{-\nu}e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p}\times$ $\times K_\nu(2^{-1}\alpha p)K_\nu(2^{-1}\beta p)$, $\lvert\arg\alpha p\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\pi\rvert<\pi$ $\mathrm{Re}\,p>0$
(7)	$t^{-1/2}(1+\alpha/t)^{\mu}(1+\beta/t)^{\nu}\times$ $\times F\left[-\mu,\ -\nu;\ {}^1/_2-\mu-\nu;\ \frac{t(\alpha+\beta+t)}{(\alpha+t)(\beta+t)}\right]$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$ $\mathrm{Re}\,(\mu+\nu)<1$	$2^{-\mu-\nu}\Gamma({}^1/_2-\mu-\nu)\times$ $\times p^{-1/2}e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p}\times$ $\times D_{2\mu}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times D_{2\nu}(2^{1/2}\beta^{1/2}p^{1/2})$, $\lvert\arg\alpha p\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta p\rvert<\pi$ $\mathrm{Re}\,p>0$
(8)	$t^{-\varkappa-\lambda}(\alpha+t)^{\varkappa-\mu-1/2}\times$ $\times(\beta+t)^{\lambda-\mu-1/2}\times$ $\times F\left[\frac{1}{2}-\varkappa+\mu,\ \frac{1}{2}-\lambda+\mu;\ 1-\varkappa-\lambda;\ \frac{t(\alpha+\beta+t)}{(\alpha+t)(\beta+t)}\right]$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$ $\mathrm{Re}\,(\varkappa+\lambda)<1$	$\Gamma(1-\varkappa-\lambda)(\alpha\beta)^{-\mu-1/2}\times$ $\times p^{-1}e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p}\times$ $\times W_{\varkappa,\mu}(\alpha p)\,W_{\lambda,\mu}(\beta p)$, $\mathrm{Re}\,p>0$ $\lvert\arg\alpha p\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta p\rvert<\pi$
(9)	$(1-e^{-t})^{\lambda-1}F(\alpha,\ \beta;\ \gamma;\ \delta e^{-t})$, $\mathrm{Re}\,\lambda>0$, $\lvert\arg(1-\delta)\rvert<\pi$	$\mathrm{B}(p,\ \lambda)\,{}_3F_2(\alpha,\ \beta,\ p;\ \gamma,\ p+\lambda;\ \delta)$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(10)	$(1-e^{-t})^{\mu}\times$ $\times F(-n,\ \mu+\beta+n;\ \beta;\ e^{-t})$, $\mathrm{Re}\,\mu>-1$	$\frac{\mathrm{B}(p,\ \mu+n+1)\,\mathrm{B}(p,\ \beta+n-p)}{\mathrm{B}(p,\ \beta-p)}$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(11)	$(1-e^{-t})^{\gamma-1}F(\alpha,\ \beta;\ \gamma;\ 1-e^{-t})$, $\mathrm{Re}\,\gamma>0$	$\frac{\Gamma(p)\,\Gamma(\gamma-\alpha-\beta+p)\,\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\gamma-\alpha+p)\,\Gamma(\gamma-\beta+p)}$, $\mathrm{Re}\,p>0$, $\mathrm{Re}\,p>\mathrm{Re}\,(\alpha+\beta-\gamma)$
(12)	$(1-e^{-t})^{\gamma-1}\times$ $\times F[\alpha,\ \beta;\ \gamma;\ \delta(1-e^{-t})]$, $\mathrm{Re}\,\gamma>0$, $\lvert\arg(1-\delta)\rvert<\pi$	$\mathrm{B}(p,\ \gamma)\,F(\alpha,\ \beta;\ p+\gamma;\ \delta)$, $\mathrm{Re}\,p>0$
(13)	$(1-e^{-t})^{\lambda-1}\times$ $\times F[\alpha,\ \beta;\ \gamma;\ \delta(1-e^{-t})]$, $\mathrm{Re}\,\lambda>0$, $\lvert\arg(1-\delta)\rvert<\pi$	$\mathrm{B}(p,\ \lambda)\,{}_3F_2(\alpha,\ \beta,\ \lambda;\ \gamma,\ p+\lambda;\ \delta)$, $\mathrm{Re}\,p>0$

4.22. Вырожденные гипергеометрические функции

Частные случаи вырожденных гипергеометрических функций встречаются в пп. 4.11, 4.12, 4.14—4.18, 4.20.

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(1)	$k_0(t)$	$(p+1)^{-1}, \qquad \operatorname{Re} p > -1$
(2)	$k_{2n+2}(t)$	$2(1-p)^n(1+p)^{-n-2}, \qquad \operatorname{Re} p > -1$
(3)	$k_{2\nu}(t)$	$[2\pi\nu(1-\nu)]^{-1}\sin(\nu\pi) \times {}_2F_1(1, 2; 2-\nu; {}^1/_2 - p/2), \qquad \operatorname{Re} p > 0$
(4)	$t^{n-{}^1/_2} k_{2n+2}(t)$	$(-1)^{n-1}\dfrac{(2n)!\,\pi^{1/2}}{(n+1)!\,2^{2n+1/2}} \times (p+1)^{-n-1} \times P^1_{2n+1}(p-1)^{1/2}(p+1)^{-1/2}, \qquad \operatorname{Re} p > 0$
(5)	$e^{-t^2} k_{2n}(t^2)$	$(-1)^{n-1} 2^{-1/4-3n/2} p^{n-3/2} \times e^{p^2/16} \times W_{-1/4-n/2,\ 1/4-n/2}(p^2/8)$
(6)	$t^{-1/2} e^{-t^{1/2}} k_{2n}(t^{1/2})$	$\sum\limits_{m=0}^{n-1} (-1)^r \binom{n-1}{r} \times \left(\dfrac{2}{p}\right)^{2^{-1}(n+1-r)} \times e^{2^{-1}p^{-1}} D_{-n+r-1}(2^{1/2}p^{-1/2}), \qquad \operatorname{Re} p > 0$
(7)	$t^{-1} k_{2m+2}(t/2)\, k_{2n+2}(t/2)$	$(-p)^{m+n}(p+1)^{-m-n-2} \times {}_2F_1(-m, -n; 2; p^{-2}), \qquad \operatorname{Re} p > -1$
(8)	$\dfrac{e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t}}{\alpha\beta t} k_{2m+2}(2^{-1}\alpha t) \times k_{2n+2}(2^{-1}\beta t)$	$\dfrac{(-1)^{m+n}(m+n+1)!}{(m+1)!\,(n+1)!} \times \dfrac{(p-\alpha)^m (p-\beta)^n}{p^{m+n+2}} \times {}_2F_1\left[-m, -n; -m-n-1; \dfrac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)}\right], \qquad \operatorname{Re} p > 0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(9)	$t^{\lambda-1}k_{2m_1+2}(\alpha_1 t)\ldots k_{2m_n+2}(\alpha_n t)$, $\operatorname{Re}\lambda+n>0$	$(-1)^M 2^n\alpha_1\ldots\alpha_n(p+A)^{-\lambda-n}\times$ $\times\Gamma(\lambda+n)F_A\left(\lambda+n;\ -m_1,\ldots\right.$ $\ldots,-m_n;\ 2,\ldots,2;$ $\left.\frac{2\alpha_1}{p+A},\ldots,\frac{2\alpha_n}{p+A}\right)$, $\operatorname{Re}p>0$ $M=m_1+\ldots+m_n$ $A=\alpha_1+\ldots+\alpha_n$
(10)	$t^{\mu-1/2}M_{\varkappa,\mu}(\alpha t)$, $\operatorname{Re}\mu>-1/2$	$\alpha^{\mu+1/2}\Gamma(2\mu+1)\times$ $\times\frac{(p-\alpha/2)^{\varkappa-\mu-1/2}}{(p+\alpha/2)^{\varkappa+\mu+1/2}}$, $\operatorname{Re}p>\frac{\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert}{2}$
(11)	$t^{\nu-1}M_{\varkappa,\mu}(\alpha t)$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>-1/2$	$\alpha^{\mu+1/2}\Gamma(\mu+\nu+1/2)\times$ $\times(p+\alpha/2)^{-\mu-\nu-1/2}\times$ $\times{}_2F_1[\mu+\nu+1/2,\ \mu-\varkappa+1/2;$ $2\mu+1;\ \alpha(p+\alpha/2)^{-1}]$, $\operatorname{Re}p>\frac{\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert}{2}$
(12)	$t^{2\nu-1}e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2}M_{-3\nu,\nu}(t^2/\alpha)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu>-1/4$	$2^{-1}\pi^{-1/2}\Gamma(4\nu+1)\alpha^{-\nu}p^{-4\nu}\times$ $\times e^{2^{-3}\alpha p^2}K_{2\nu}(2^{-3}\alpha p^2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(13)	$t^{2\mu-1}e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2}M_{\varkappa,\mu}(t^2/\alpha)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\mu>-1/4$	$2^{-3\mu-\varkappa}\Gamma(4\mu+1)\alpha^{2^{-1}(\varkappa+\mu-1)}\times$ $\times p^{\varkappa-\mu-1}e^{2^{-3}\alpha p^2}\times$ $\times W_{-2^{-1}(\varkappa+3\mu),\ 2^{-1}(\varkappa-\mu)}(2^{-2}\alpha p^2)$, $\operatorname{Re}p>0$
(14)	$t^{\nu-1}M_{\varkappa_1,\mu_1-1/2}(\alpha_1 t)\ldots$ $\ldots M_{\varkappa_n,\mu_n-1/2}(\alpha_n t)$, $M=\mu_1+\ldots+\mu_n$ $\operatorname{Re}(\nu+M)>0$	$\alpha_1^{\mu_1}\ldots\alpha_n^{\mu_n}(p+A)^{-\nu-M}\times$ $\times\Gamma(\nu+M)F_A\left(\nu+M;\ \mu_1-\varkappa_1,\ldots\right.$ $\ldots,\mu_n-\varkappa_n;\ 2\mu_1,\ldots,2\mu_n;$ $\left.\frac{\alpha_1}{p+A},\ldots,\frac{\alpha_n}{p+A}\right)$, $A=2^{-1}(\alpha_1+\ldots+\alpha_n)$ $\operatorname{Re}[p\pm 2^{-1}(\alpha_1\pm\ldots\pm\alpha_n)]>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(15)	$(e^t-1)^{\mu-1/2}\exp(-2^{-1}\lambda e^t)\times$ $\times M_{\varkappa,\mu}(\lambda e^t-\lambda)$, $\operatorname{Re}\mu>-1/2$	$\dfrac{\Gamma(2\mu+1)\,\Gamma(1/2+\varkappa-\mu+p)}{\Gamma(p+1)}\times$ $\times W_{-\varkappa-p/2,\ \mu-p/2}(\lambda)$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}(\mu-\varkappa)-1/2$
(16)	$t^{\nu-1}W_{\varkappa,\mu}(\alpha t)$, $\operatorname{Re}(\nu\pm\mu)>-1/2$	$\dfrac{\Gamma(\mu+\nu+1/2)\,\Gamma(\nu-\mu+1/2)\,\alpha^{\mu+1/2}}{\Gamma(\nu-\varkappa+1)\,(p+\alpha/2)^{\mu+\nu+1/2}}\times$ $\times\,{}_2F_1\Big(\mu+\nu+1/2,\ \mu-\varkappa+1/2;$ $\nu-\varkappa+1;\ \dfrac{p-\alpha/2}{p+\alpha/2}\Big)$, $\operatorname{Re}(p+\alpha/2)>0$
(17)	$t^{-1}\exp(-2^{-1}\alpha t^{-1})\,W_{1/2,\mu}(\alpha/t)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2\pi^{-1/2}(2\alpha p)^{1/2}K_{\mu+1/2}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times K_{\mu-1/2}(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(18)	$t^{-1}\exp(2^{-1}\alpha t^{-1})\,W_{-1/2,\mu}(\alpha/t)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2^{-2}\mu^{-1}(\alpha\pi^3p)^{1/2}\times$ $\times\big[H^{(1)}_{\mu+1/2}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times H^{(2)}_{\mu-1/2}(\alpha^{1/2}p^{1/2})+$ $+H^{(1)}_{\mu-1/2}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times H^{(2)}_{\mu+1/2}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\big]$, $\operatorname{Re}p>0$
(19)	$t^{3\nu-1/2}\exp(2^{-1}\alpha t^{-1})\,W_{\nu,\nu}(\alpha/t)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi,\ \operatorname{Re}\nu>-1/4$	$2^{-1}\Gamma(2\nu+1/2)\,\alpha^{\nu+1/2}p^{-2\nu}\times$ $\times H^{(1)}_{2\nu}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\,H^{(2)}_{2\nu}(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(20)	$t^{-3\nu-1/2}\exp(-2^{-1}\alpha t^{-1})\times$ $\times W_{\nu,\nu}(\alpha/t)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2\pi^{-1/2}\alpha^{1/2-\nu}p^{2\nu}\,[K_{2\nu}(\alpha^{1/2}p^{1/2})]^2$, $\operatorname{Re}p>0$
(21)	$t^{\varkappa}\exp(2^{-1}\alpha t^{-1})\,W_{\varkappa,\mu}(\alpha/t)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi,\ \operatorname{Re}(\varkappa\pm\mu)>-1/2$	$2^{1-2\varkappa}\alpha^{1/2}p^{-\varkappa-1/2}\times$ $\times S_{2\varkappa,2\mu}(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$
(22)	$t^{-\varkappa}\exp(-2^{-1}\alpha t^{-1})\,W_{\varkappa,\mu}(\alpha/t)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2\alpha^{1/2}p^{\varkappa-1/2}K_{2\mu}(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(23)	$(1-e^{-t})^{-\varkappa} \exp\left[-\frac{\lambda}{2(e^t-1)}\right] \times$ $\times W_{\varkappa,\mu}\left[\frac{\lambda}{e^t-1}\right]$, $\operatorname{Re}\lambda>0$	$\frac{\Gamma(1/2+\mu+p)\,\Gamma(1/2-\mu+p)}{\Gamma(1-\varkappa+p)} \times$ $\times e^{\lambda/2} W_{-p,\mu}(\lambda)$, $\operatorname{Re}(1/2\pm\mu+p)>0$
(24)	$\lambda e^t (e^t-1)^{-\varkappa-1} \times$ $\times \exp\left[-\frac{\lambda}{2(e^t-1)}\right] W_{\varkappa,\mu}\left(\frac{\lambda}{1-e^{-t}}\right)$, $\operatorname{Re}\lambda>0$	$\Gamma(\varkappa+p)\, W_{-p,\mu}(\lambda)$, $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\varkappa$

4.23. Обобщенные гипергеометрические ряды

(1)	$t^{\gamma-1}\,{}_1F_1(\alpha;\ \gamma;\ \lambda t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\Gamma(\gamma)\, p^{\alpha-\gamma}(p-\lambda)^{-\alpha}$, $\operatorname{Re}p>0,\quad \operatorname{Re}\lambda>0$
(2)	$\frac{t^{\gamma-1}e^{-t}}{(1-\lambda)^{2\alpha}}\,{}_1F_1\left[\alpha;\ \gamma;\ \frac{-4\lambda t}{(1-\lambda)^2}\right]$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\frac{\Gamma(\gamma)}{(p+1)^\gamma}\left(1-2\frac{p-1}{p+1}\lambda+\lambda^2\right)^{-\alpha}$, $\operatorname{Re}p>-1$ $\operatorname{Re}p>-\operatorname{Re}\left[\left(\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right)^2\right]>0$
(3)	$t^{\alpha+\nu-1/2} \times$ $\times {}_1F_2(1/2+\nu;\ 1+2\nu,$ $1/2+\nu+\alpha;\ -2t)$, $\operatorname{Re}(\alpha+\nu+1/2)>0$	$2^\nu\Gamma(\nu+1)\,\Gamma(\alpha+\nu+1/2) \times$ $\times p^{-\alpha-1/2}e^{-1/p} I_\nu(p^{-1})$, $\operatorname{Re}p>0$
(4)	$t^{\beta-1}\,{}_1F_2(-n;\ \alpha+1,\ \beta;\ \lambda t)$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\frac{n!\,\Gamma(\beta)}{(\alpha+1)_n}\, p^{-\beta} L_n^\alpha\left(\frac{\lambda}{p}\right)$, $\operatorname{Re}p>0$
(5)	${}_2F_2(-n,\ n+1;\ 1,\ 1;\ t)$	$p^{-1}P_n(1-2/p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(6)	$t^{\gamma-1}\,{}_2F_2(-n,\ n+1;\ 1,\ \gamma;\ t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\Gamma(\gamma)\, p^{-\gamma}P_n(1-2/p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(7)	$t^{\gamma-1}\,{}_2F_2(-n,\ n;\ \gamma,\ 1/2;\ t)$ $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\Gamma(\gamma)\, p^{-\gamma}\cos[2n\arcsin(p^{-1/2})]$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(8)	$t^{\gamma-1}\,{}_2F_2(-n,\ n+1;\ \gamma,\ {}^3/_2;\ t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\frac{\Gamma(\gamma)}{(2n+1)\,p^{\gamma}}\times$ $\times\sin[(2n+1)\arcsin(p^{-1/2})]$, $\operatorname{Re}p>0$
(9)	$t^{\gamma-1}\times$ $\times\,{}_2F_2(-n,\ n+2\nu;\ \nu+{}^1/_2,\ \gamma;\ t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$n\mathrm{B}(n,\ 2\nu)\,\Gamma(\gamma)\,p^{-\gamma}\,C_n^{\nu}(1-2/p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(10)	$t^{\gamma-1}\,{}_2F_2(-n,\ \alpha+n;\ \beta,\ \gamma;\ t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\Gamma(\gamma)\,p^{-\gamma}F(-n,\ \alpha+n;\ \beta;\ p^{-1})$, $\operatorname{Re}p>0$
(11)	$t^{\mu+\nu-1}e^{-2^{-1}t^2}\times$ $\times\,{}_2F_2\left(\mu,\ \nu;\ \frac{\mu+\nu}{2},\ \frac{1+\mu+\nu}{2};\ \frac{t^2}{4}\right)$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)>0$	$\Gamma(\mu+\nu)e^{p^2/4}D_{-\mu}(p)\,D_{-\nu}(p)$
(12)	$t^{2\alpha-1}\times$ $\times\,{}_3F_2(1,\ {}^1/_2-\mu+\nu,\ {}^1/_2-\mu-\nu;$ $\alpha,\ \alpha+{}^1/_2;\ -\lambda^2t^2)$, $\operatorname{Re}\lambda>0,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(2\alpha)\,\lambda^{2\mu-1}p^{1-2\alpha-2\mu}S_{2\mu,\,2\nu}(p/\lambda)$, $\operatorname{Re}p>0$
(13)	$t^{2\alpha-1}\times$ $\times\,{}_4F_3({}^1/_2+\mu+\nu,\ {}^1/_2-\mu+\nu,$ ${}^1/_2+\mu-\nu,\ {}^1/_2-\mu-\nu;$ ${}^1/_2,\ \alpha,\ \alpha+{}^1/_2;\ -2^{-2}\lambda^2t^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\lambda>0$	$\frac{\pi\Gamma(2\alpha)}{4\lambda p^{2\alpha-1}}\times$ $\times[e^{(\mu-\nu)\pi i}H_{2\mu}^{(1)}(p/\lambda)\,H_{2\nu}^{(2)}(p/\lambda)+$ $+e^{(\nu-\mu)\pi i}H_{2\mu}^{(2)}(p/\lambda)\,H_{2\nu}^{(1)}(p/\lambda)]$, $\lvert\arg p\rvert<\pi/2$
(14)	$t^{2\alpha-1}\times$ $\times\,{}_4F_3(1+\mu+\nu,\ 1-\mu+\nu,$ $1+\mu-\nu,\ 1-\mu-\nu;$ ${}^3/_2,\ \alpha,\ \alpha+{}^1/_2;\ -2^{-2}\lambda^2t^2)$, $\operatorname{Re}\lambda>0,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{\pi\,\Gamma(2\alpha)\,p^{2-2\alpha}}{8i\lambda^2(\mu^2-\nu^2)}\times$ $\times[e^{(\mu-\nu)\pi i}H_{2\mu}^{(1)}(p/\lambda)\,H_{2\nu}^{(2)}(p/\lambda)-$ $-e^{(\nu-\mu)\pi i}H_{2\mu}^{(2)}(p/\lambda)\,H_{2\nu}^{(1)}(p/\lambda)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(15)	$t^{2\alpha-1}\times$ $\times\,{}_4F_3({}^1/_2+\mu-\varkappa,\ {}^1/_2-\mu-\varkappa,$ ${}^1/_2-\varkappa,\ 1-\varkappa;\ 1-2\varkappa,$ $\alpha,\ \alpha+{}^1/_2;\ -\lambda^2t^2)$, $\operatorname{Re}\lambda>0,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(2\alpha)\,\lambda^{2\varkappa}p^{-2\alpha-2\varkappa}W_{\varkappa,\mu}(ip/\lambda)\times$ $\times W_{\varkappa,\mu}(-ip/\lambda)$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(16)	$t^{\rho_n-1}\times$ $\times\,{}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;\ \rho_1,\ldots,\rho_n;\ \lambda t)$, $m\leqslant n$, $\operatorname{Re}\rho_n>0$	$\Gamma(\rho_m)\,p^{-\rho_n}\times$ $\times\,{}_mF_{n-1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;$ $\rho_1,\ldots,\rho_{n-1};\ \lambda/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, если $m<n$ $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\lambda$, если $m=n$
(17)	$t^{\sigma-1}\times$ $\times\,{}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;\ \rho_1,\ldots,\rho_n;\ \lambda t)$, $m\leqslant n$, $\operatorname{Re}\sigma>0$	$\Gamma(\sigma)\,p^{-\sigma}\times$ $\times\,{}_{m+1}F_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m,\ \sigma;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ \lambda/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, если $m<n$ $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\lambda$, если $m=n$
(18)	$t^{2\sigma-1}\times$ $\times\,{}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;\ \rho_1,\ldots,\rho_n;\ \lambda^2t^2)$, $m<n$, $\operatorname{Re}\sigma>0$	$\Gamma(2\sigma)\,p^{-2\sigma}\times$ $\times\,{}_{m+2}F_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m,\ \sigma,\ \sigma+{}^1/_2;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ 4\lambda^2p^{-2})$, $\operatorname{Re}p>0$, если $m<n-1$ $\operatorname{Re}p>\lvert\operatorname{Re}\lambda\rvert$, если $m=n-1$
(19)	$t^{\sigma-1}\times$ $\times\,{}_mF_n[\alpha_1,\ldots,\alpha_m;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ (\lambda t)^k]$, $m+k\leqslant n+1$, $\operatorname{Re}\sigma>0$	$\Gamma(\sigma)\,p^{-\sigma}\times$ $\times\,{}_{m+k}F_n\Big[\alpha_1,\ldots,\alpha_m,\ \frac{\sigma}{k},\ \frac{\sigma+1}{k},\ldots$ $\ldots,\frac{\sigma+k-1}{k};$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ \left(\frac{k\lambda}{p}\right)^k\Big]$, $\operatorname{Re}p>0$, если $m+k\leqslant n$ $\operatorname{Re}(p+k\lambda e^{2\pi ir/k})>0$ при $r=0$, $1,\ldots,k-1$, если $m+k=n+1$
(20)	$t^{-1/2}\times$ $\times\,{}_{2m}F_{2n}\Big(\frac{\alpha_1}{2},\ \frac{\alpha_1+1}{2},\ldots$ $\ldots,\frac{\alpha_m}{2},\ \frac{\alpha_m+1}{2};$ $\frac{\rho_1}{2},\ \frac{\rho_1+1}{2},\ldots,\frac{\rho_n}{2},\ \frac{\rho_n+1}{2};$ $-2^{m-n-2}\frac{k^2}{t}\Big)$, $k>0$, $m\leqslant n$	$\pi^{1/2}p^{-1/2}{}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ -kp^{1/2})$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(21)	$(1-e^{-t})^{\lambda-1}\times$ $\times\, {}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;\ \rho_1,\ldots,\rho_n,\ \gamma e^{-t})$, $\operatorname{Re}\lambda>0,\ m\leqslant n$ Справедливо для $m=n+1$, если $\lvert\gamma\rvert<1$	$\mathrm{B}(\lambda,\ p)\times$ $\times\, {}_{m+1}F_{n+1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_m,\ p;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n,\ p+\lambda;\ \gamma)$, $\operatorname{Re}p>0$
(22)	$(1-e^{-t})^{\lambda-1}\times$ $\times\, {}_mF_n[\alpha_1,\ \ldots,\ \alpha_m;\ \rho_1,\ \ldots,\ \rho_n;$ $\gamma(1-e^{-t})]$, $\operatorname{Re}\lambda>0,\ m\leqslant n$ Справедливо для $m=n+1$, если $\lvert\gamma\rvert<1$	$\mathrm{B}(\lambda,\ p)\times$ $\times\, {}_{m+1}F_{n+1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_m,\ \lambda;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n,\ \rho+\lambda;\ \gamma)$, $\operatorname{Re}p>0$
(23)	$t^{\alpha_{m+1}-1}E(m;\ \alpha_r:n;\ \beta_s:t^{-1})$, $\operatorname{Re}\alpha_{m+1}>0$	$p^{-\alpha_{m+1}}E(m+1;\ \alpha_r:n;\ \beta_s:p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(24)	$(e^t-1)^{\alpha_{m+1}}\times$ $\times\, E\left(m;\ \alpha_r:n;\ \beta_s:\frac{\lambda}{1-e^{-t}}\right)$, $\operatorname{Re}\alpha_{m+1}>-1$	$\Gamma(p-\alpha_{m+1})\,E(m+1;\ \alpha_r:n;$ $\beta_s,\ p:\lambda)$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}\alpha_{m+1}$
(25)	$t^{-2\nu}S_1(\nu,\ \nu-{}^1/_2,\ -\nu-{}^1/_2,$ $\nu-{}^1/_2;\ \alpha t)$	$2^{-2\nu-1/2}\pi^{-1/2}p^{2\nu-1}\mathbf{H}_{2\nu}(4\alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(26)	$t^{-2\nu-1}\times$ $\times\, S_1(\nu,\ \nu-{}^1/_2,\ -\nu-{}^1/_2,$ $\nu+{}^1/_2;\ \alpha t)$	$2^{-2\nu-3/2}\pi^{-1/2}p^{2\nu}\mathbf{H}_{2\nu}(4\alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(27)	$t^{-2\lambda-1}\times$ $\times\, S_1(\nu-{}^1/_2,\ -\nu-{}^1/_2,$ $\lambda,\ \lambda+{}^1/_2;\ \alpha t)$, $\operatorname{Re}(\nu-\lambda)>0$	$2^{-2\lambda-1}\pi^{-1/2}p^{2\lambda}J_{2\nu}(4\alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(28)	$t^{-2\nu}S_2(\nu,\ \nu-{}^1/_2,\ -\nu-{}^1/_2,$ $\nu-{}^1/_2;\ \alpha t)$	$2^{-2\nu}\pi^{1/2}p^{2\nu-1}\times$ $\times\,[I_{2\nu}(4\alpha/p)-\mathbf{L}_{2\nu}(4\alpha/p)]$, $\operatorname{Re}p>0$
(29)	$t^{-2\nu-1}\times$ $\times\, S_2(\nu,\ -\nu-{}^1/_2,\ \nu-{}^1/_2,$ $\nu+{}^1/_2;\ \alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu<0$	$\dfrac{\pi^{1/2}p^{2\nu}[I_{-2\nu}(4\alpha/p)-\mathbf{L}_{2\nu}(4\alpha/p)]}{2^{2\nu+1}\cos(2\nu\pi)}$, $\operatorname{Re}p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$
(30)	$t^{-2\nu}S_2(\nu,\ -\nu-{}^1/_2,\ \nu-{}^1/_2,\ \nu-{}^1/_2;\ \alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2$	$\dfrac{\pi^{1/2}p^{2\nu-1}\left[I_{-2\nu}(4\alpha/p)-\mathbf{L}_{2\nu}(4\alpha/p)\right]}{2^{2\nu}\cos(2\nu\pi)}$, $\operatorname{Re}p>0$
(31)	$t^{-2\lambda-1}S_2(\nu-{}^1/_2,\ -\nu-{}^1/_2,\ \lambda+{}^1/_2,\ \lambda;\ \alpha t)$, $\operatorname{Re}(\lambda\pm\nu)<0$	$2^{-2\lambda}\pi^{-1/2}p^{2\lambda}K_{2\nu}(4\alpha/p)$, $\operatorname{Re}p>0$
(32)	$t^{-2\nu}S_3(\nu,\ \nu-{}^1/_2,\ -\nu-{}^1/_2,\ \nu-{}^1/_2;\ \alpha t)$, $\operatorname{Re}\nu<{}^1/_2$	$\dfrac{\pi^{3/2}p^{2\nu-1}\left[\mathbf{H}_{2\nu}(4\alpha/p)-Y_{2\nu}(4\alpha/p)\right]}{2^{2\nu}\cos(2\nu\pi)}$, $\operatorname{Re}p>0$
(33)	$t^{\alpha-1}\times$ $\times E(a_1,\ \ldots,\ a_h:\rho_1,\ \ldots,\ \rho_k:t^{-1})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$p^{-\alpha}E(a_1,\ldots,a_h,\ \alpha:\rho_1,\ldots,\rho_k:p)$
(34)	$t^{-\alpha}G^{m,\,n}_{h,\,k}\left(t\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\ \ldots,\ a_h\\ b_1,\ \ldots,\ b_k\end{matrix}\right)$, $h+k<2(m+n)$, $\operatorname{Re}\alpha>\operatorname{Re}b_j+1$, $j=1,\ \ldots,\ m$	$p^{\alpha-1}G^{m,\,n+1}_{h+1,\,k}\left(p^{-1}\,\middle\vert\,\begin{matrix}\alpha,\ a_1,\ \ldots,\ a_h\\ b_1,\ \ldots,\ b_k\end{matrix}\right)$, $\vert\arg p\vert<(m+n-h/2-k/2)\pi$

Эта формула справедлива, если $h<k$ (или $h=k$ и $\operatorname{Re}p>1$) и $\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}b_j+1$, $j=1,\ \ldots,\ m$.

4.24. Гипергеометрические функции многих переменных

(1)	$t^{\beta'-1}\Phi_1(\alpha,\ \beta,\ \gamma;\ x,\ yt)$, $\operatorname{Re}\beta'>0$	$\Gamma(\beta')\,p^{-\beta'}F_1(\alpha,\ \beta,\ \beta',\ \gamma;\ x,\ y/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}y$
(2)	$t^{\beta-1}\Phi_2(\alpha,\ \alpha',\ \gamma;\ xt,\ y)$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\Gamma(\beta)\,p^{-\beta}\,\Xi_1(\alpha,\ \alpha',\ \beta,\ \gamma;\ x/p,\ y)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}p>\operatorname{Re}x$
(3)	$t^{\gamma-1}\Phi_2(\beta,\ \beta',\ \gamma;\ xt,\ yt)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\Gamma(\gamma)\,p^{-\gamma}(1-x/p)^{-\beta}(1-y/p)^{-\beta'}$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}x$, $\operatorname{Re}y$
(4)	$t^{\alpha-1}\Phi_2(\beta,\ \beta',\ \gamma;\ xt,\ yt)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(\alpha)\,p^{-\alpha}F_1(\alpha,\ \beta,\ \beta',\ \gamma;\ x/p,\ y/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}x$, $\operatorname{Re}y$

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(5)	$t^{\gamma-1}\Phi_2(\beta_1, \dots, \beta_n;\ \gamma;\ \lambda_1 t, \dots, \lambda_n t)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\frac{\Gamma(\gamma)}{p^{\gamma}}\left(1-\frac{\lambda_1}{p}\right)^{-\beta_1}\dots\left(1-\frac{\lambda_n}{p}\right)^{-\beta_n}$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}\lambda$, $m=1,\dots,n$
(6)	$t^{\alpha-1}\Phi_3(\beta,\ \gamma;\ xt,\ y)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(\alpha)\,p^{-\alpha}\,\Xi_2(\alpha,\ \beta,\ \gamma;\ x/p,\ y)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}x$
(7)	$t^{\beta'-1}\Phi_3(\beta,\ \gamma;\ x,\ yt)$, $\operatorname{Re}\beta'>0$	$\Gamma(\beta')\,p^{-\beta'}\Phi_2(\beta,\ \beta',\ \gamma;\ x,\ y/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}y$
(8)	$t^{2\alpha-1}\Phi_3(\beta,\ \gamma;\ x,\ yt^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(2\alpha)\,p^{-2\alpha}\,\Xi_1(\alpha,\ \beta,\ \alpha+{}^1/_2,\ \gamma;\ 4yp^{-2},\ x)$, $\operatorname{Re}p>2\,\lvert\operatorname{Re}y^{1/2}\rvert$
(9)	$t^{\gamma-1}\Phi_3(\beta,\ \gamma;\ xt;\ yt)$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$\Gamma(\gamma)\,p^{-\gamma}(1-x/p)^{-\beta}e^{y/p}$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}x$
(10)	$t^{\alpha-1}\Phi_3(\beta,\ \gamma;\ xt,\ yt)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(\alpha)\,p^{-\alpha}\Phi_1(\alpha,\ \beta,\ \gamma;\ x/p,\ y/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}x$
(11)	$t^{\beta'-1}\Psi_1(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \gamma';\ x,\ yt)$, $\operatorname{Re}\beta'>0$	$\Gamma(\beta')\,p^{-\beta'}F_2(\alpha,\ \beta,\ \beta',\ \gamma,\ \gamma';\ x,\ y/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}y$
(12)	$t^{\beta-1}\Psi_2(\alpha,\ \gamma,\ \gamma';\ xt,\ y)$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\Gamma(\beta)\,p^{-\beta}\,\Psi_1(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \gamma';\ x/p,\ y)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}x$
(13)	$t^{\alpha-1}\Psi_2(\beta,\ \gamma,\ \gamma';\ xt,\ yt)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(\alpha)\,p^{-\alpha}F_4(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \gamma';\ x/p,\ y/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}x$, $\operatorname{Re}y$
(14)	$t^{\beta'-1}\Xi_1(\alpha,\ \alpha',\ \beta,\ \gamma;\ x,\ yt)$, $\operatorname{Re}\beta'>0$	$\Gamma(\beta')\,p^{-\beta'}F_3(\alpha,\ \alpha',\ \beta,\ \beta';\ \gamma;\ x, y/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}y$
(15)	$t^{\alpha'-1}\Xi_2(\alpha,\ \beta,\ \gamma;\ x,\ yt)$, $\operatorname{Re}\alpha'>0$	$\Gamma(\alpha')\,p^{-\alpha'}\,\Xi_1(\alpha,\ \alpha',\ \beta,\ \gamma;\ x,\ y/p)$, $\operatorname{Re}p>0$, $\operatorname{Re}y$
(16)	$t^{2\alpha'-1}\Xi_2(\alpha,\ \beta,\ \gamma;\ x,\ yt^2)$, $\operatorname{Re}\alpha'>0$	$\Gamma(2\alpha')\,p^{-2\alpha'}\times$ $\times F_3(\alpha,\ \alpha',\ \beta,\ \alpha'+{}^1/_2,\ \gamma;\ x,\ 4yp^{-2})$, $\operatorname{Re}p>2\,\lvert\operatorname{Re}y^{1/2}\rvert$

4.25. Эллиптические функции

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(1)	$\theta_4\left(\frac{x}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l\leqslant x\leqslant l$	$\frac{lp^{-1/2}\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(2)	$\theta_1\left(\frac{x}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l\leqslant x\leqslant l$	$\frac{-lp^{-1/2}\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(3)	$\theta_2\left(\frac{x+1}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l\leqslant x\leqslant l$	$\frac{-lp^{-1/2}\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(4)	$\theta_3\left(\frac{x+1}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l\leqslant x\leqslant l$	$\frac{lp^{-1/2}\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(5)	$\hat\theta_4\left(\frac{x}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l\leqslant x\leqslant l$	$\frac{-lp^{-1/2}\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(6)	$\hat\theta_3\left(\frac{x+1}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l\leqslant x\leqslant l$	$\frac{-lp^{-1/2}\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(7)	$e^{\alpha t}\theta_3(\alpha^{1/2}t\mid i\pi t)$	$2^{-1}p^{-1/2}[\operatorname{th}(p^{1/2}+\alpha^{1/2})+$ $+\operatorname{th}(p^{1/2}-\alpha^{1/2})]$, $\operatorname{Re}p>0$
(8)	$e^{\alpha t}\hat\theta_3(\alpha^{1/2}t\mid i\pi t)$	$2^{-1}p^{-1/2}[\operatorname{th}(p^{1/2}+\alpha^{1/2})-$ $-\operatorname{th}(p^{1/2}-\alpha^{1/2})+2]$, $\operatorname{Re}p>0$
(9)	$\frac{\partial}{\partial x}\theta_4\left(\frac{x}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l<x<l$	$\frac{l\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(10)	$\frac{\partial}{\partial x}\theta_1\left(\frac{x}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l<x<l$	$-\frac{l\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(11)	$\frac{\partial}{\partial x}\theta_2\left(\frac{x+l}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$, $-l<x<l$	$-\frac{l\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$
(12)	$\frac{\partial}{\partial x}\theta_3\left(\frac{x+l}{2l}\,\middle|\,\frac{i\pi t}{l^2}\right)$	$\frac{l\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}$, $\operatorname{Re}p>0$

4.26. Прочие функции

	$f(t)$	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(1)	$\nu(t)$	$(p\ln p)^{-1}$, $\quad\operatorname{Re} p>0$
(2)	$(1-e^{-t})^{-1}\nu(t)$	$\int_0^\infty \zeta(u+1,\,p)\,du$, $\quad\operatorname{Re} p>1$
(3)	$t^{-1/2}\nu(2t^{1/2})$	$2\pi^{1/2}p^{-1/2}\nu(p^{-1})$, $\quad\operatorname{Re} p>0$
(4)	$\nu(e^{-t})$	$\int_0^\infty \frac{du}{(p+u)\,\Gamma(u+1)}$, $\quad\operatorname{Re} p>0$
(5)	$\nu(1-e^{-t})$	$\Gamma(p)\,\nu(1,\,p)$, $\quad\operatorname{Re} p>0$
(6)	$\nu(t,\,\alpha)$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>-1$	$p^{-\alpha-1}\ln p$, $\quad\operatorname{Re} p>1$
(7)	$\nu(2t^{1/2},\,2\alpha)$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>-1$	$2^{-1}\pi^{1/2}p^{-3/2}\nu(p^{-1},\,\alpha-{}^1/_2)$, $\quad\operatorname{Re} p>0$
(8)	$t^{-1/2}\nu(2t^{1/2},\,2\alpha)$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>-{}^1/_2$	$2\pi^{1/2}p^{-1/2}\nu(p^{-1},\,\alpha)$, $\quad\operatorname{Re} p>0$
(9)	$\mu(t,\,\alpha-1)$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(\alpha)\,p^{-1}(\ln p)^{-\alpha}$, $\quad\operatorname{Re} p>1$
(10)	$t^{-1/2}\mu(2t^{1/2},\,\alpha)$	$2^{\alpha+1}\pi^{1/2}p^{-1/2}\mu(p^{-1},\,\alpha)$, $\quad\operatorname{Re} p>0$
(11)	$V_n(t)$ $V_n(t)$ определяется с помощью производящей функции $\frac{1}{1-z}\exp\left(-\frac{1+z}{1-z}t\right)=$ $=\sum_{n=0}^{\infty}(n+{}^1/_2)\,V_n(t)\,P_n(z)$	$\frac{2}{p-1}\,Q_n\left(\frac{p+1}{p-1}\right)$, $\quad\operatorname{Re} p>0$

	$f(t)$	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$
(12)	$U^{m,n}(t)$ $U^{m,n}(t)$ определяется с помощью производящей функции $\frac{e^{-at}I_0(bt)}{(1-x)(1-y)}=$ $=\sum\limits_{m,n=0}^{\infty} x^m y^n U^{m,n}(t),$ где $a+b=\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2,\ a-b=\left(\frac{1+y}{1-y}\right)^2$	$\frac{1}{p+1} P_m\left(\frac{p-1}{p+1}\right) P_n\left(\frac{p-1}{p+1}\right),$ $\operatorname{Re} p > -1$

ГЛАВА V

ОБРАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

5.1. Общие формулы

Большая часть общих формул приведена в п. 4.1. Этот пункт содержит некоторые дополнения.

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$g(p)$	$f(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{pt} g(p)\,dp$
(2)	$g(p+p^{1/2})$	$2^{-1}\pi^{-1/2}\int_0^t u(t-u)^{-3/2}\times$ $\times e^{-2^{-2}u^2(t-u)^{-1}} f(u)\,du$
(3)	$p^{-1/2}g(p+p^{1/2})$	$\pi^{-1/2}\int_0^t (t-u)^{-1/2}\times$ $\times e^{-2^{-2}u^2(t-u)^{-1}} f(u)\,du$
(4)	$(p+\alpha)^{-\nu}g[cp+(p+\alpha)^{1/2}]$, $c>0$	$2^{\nu-1/2}\pi^{-1/2}\int_0^{t/c}(t-cu)^{\nu-1}\times$ $\times\exp\left[-\alpha(t-cu)-\frac{u^2}{8(t-cu)}\right]\times$ $\times D_{1-2\nu}\left[\frac{u}{2^{1/2}(t-cu)^{1/2}}\right] f(u)\,du$
(5)	$g(r)$	$f(t)-\alpha\int_0^t f[(t^2-u^2)^{1/2}]\,J_1(\alpha u)\,du$

$$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(6)	$r^{-1}g(r)$	$\int_0^t J_0\left[\alpha(t^2-u^2)^{1/2}\right] f(u)\,du$
(7)	$pr^{-1}g(r)$	$f(t)-\alpha t\int_0^t (t^2-u^2)^{-1/2}\times$ $\times J_1\left[\alpha(t^2-u^2)^{1/2}\right] f(u)\,du$
(8)	$r^{-1}R^{-\nu}g(r), \qquad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu}\int_0^t \left(\frac{t-u}{t+u}\right)^{\nu/2}\times$ $\times J_\nu\left[\alpha(t^2-u^2)^{1/2}\right] f(u)\,du$
(9)	$g(\beta+r-p)-g(\beta)$	$-\alpha t^{-1/2}\int_0^t t^{-1/2}(t+2u)^{-1/2}\times$ $\times J_1\left[\alpha t^{1/2}(t+2u)^{1/2}\right] e^{-\beta u}\, uf(u)\,du$
(10)	$r^{-1}R^{-\nu}g(r-p), \qquad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu}t^{\nu/2}\int_0^\infty (t+2u)^{-\nu/2}\times$ $\times I_\nu\left[\alpha t^{1/2}(t+2u)^{1/2}\right] f(u)\,du$
(11)	$r^{-1}R^{-\nu}g(p-r), \qquad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu}t^{\nu/2}\int_0^\infty (t-2u)^{-\nu/2}\times$ $\times I_\nu\left[\alpha t^{1/2}(t-2u)^{1/2}\right] f(u)\,du$
(12)	$g(s)$	$f(t)+\alpha\int_0^t f\left[(t^2-u^2)^{1/2}\right]\times$ $\times I_1(\alpha u)\,du$
(13)	$s^{-1}g(s)$	$\int_0^t I_0\left[\alpha(t^2-u^2)^{1/2}\right] f(u)\,du$
(14)	$ps^{-1}g(s)$	$f(t)+\alpha t\int_0^t (t^2-u^2)^{-1/2}\times$ $\times I_1\left[\alpha(t^2-u^2)^{1/2}\right] f(u)\,du$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}, \quad R=p+r, \qquad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(15)	$s^{-1}S^{-\nu}g(s),\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu}\int_0^t \left(\frac{t-u}{t+u}\right)^{\nu/2} \times$ $\times I_\nu[\alpha(t^2-u^2)^{1/2}] f(u)\,du$
(16)	$g(\beta+s-p)-g(\beta)$	$\alpha t^{-1/2}\int_0^\infty e^{-\beta u}(t+2u)^{-1/2} \times$ $\times I_1[\alpha t^{1/2}(t+2u)^{1/2}]\,uf(u)\,du$
(17)	$s^{-1}S^{-\nu}g(s-p),\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu}t^{\nu/2}\int_0^\infty (t+2u)^{-\nu/2} \times$ $\times I_\nu[\alpha t^{1/2}(t+2u)^{1/2}] f(u)\,du$
(18)	$s^{-1}S^{-\nu}g(p-s),\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu}t^{\nu/2}\int_0^\infty (t-2u)^{-\nu/2} \times$ $\times I_\nu[\alpha t^{1/2}(t-2u)^{1/2}] f(u)\,du$

5.2. Рациональные функции

(1)	$(p+\alpha)^{-1}$	$e^{-\alpha t}$
(2)	$(\lambda p+\mu)(p+\alpha)^{-2}$	$[\lambda+(\mu-\alpha\lambda)t]\,e^{-\alpha t}$
(3)	$(\lambda p+\mu)[(p+\alpha)^2-\beta^2]^{-1}$	$\lambda e^{-\alpha t}\operatorname{ch}(\beta t)+$ $+\beta^{-1}(\mu-\alpha\lambda)\,e^{-\alpha t}\operatorname{sh}(\beta t)$
(4)	$(\lambda p+\mu)[(p+\alpha)^2+\beta^2]^{-1}$	$\lambda e^{-\alpha t}\cos(\beta t)+$ $+\beta^{-1}(\mu-\alpha\lambda)\,e^{-\alpha t}\sin(\beta t)$
(5)	$\frac{\lambda p+\mu}{(p+\alpha)(p+\beta)}$	$\frac{\alpha\lambda-\mu}{\alpha-\beta}e^{-\alpha t}+\frac{\beta\lambda-\mu}{\beta-\alpha}e^{-\beta t}$
(6)	$(\lambda p^2+\mu p+\nu)(p+\alpha)^{-3}$	$[\lambda+(\mu-2\alpha\lambda)t+$ $+2^{-1}(\alpha^2\lambda-\alpha\mu+\nu)t^2]\,e^{-\alpha t}$

$s=(p^2-\alpha^2)^{1/2},\quad S=p+s$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(7)	$3\alpha^2\frac{\lambda p^2+\mu p+\nu}{p^3+\alpha^3}$	$(\lambda\alpha^2-\mu\alpha+\nu)e^{-\alpha t}-(2\lambda\alpha^2-\mu\alpha-\nu)e^{2^{-1}\alpha t}\times\cos(2^{-1}3^{1/2}\alpha t)+3^{1/2}(\mu\alpha-\nu)\times e^{2^{-1}\alpha t}\sin(2^{-1}3^{1/2}\alpha t)$
(8)	$\frac{\lambda p^2+\mu p+\nu}{(p+\alpha)^2(p+\beta)}$	$\left[\frac{\alpha(\alpha-2\beta)\lambda+\mu\beta-\nu}{(\alpha-\beta)^2}-\frac{\alpha^2\lambda-\alpha\mu+\nu}{\alpha-\beta}t\right]e^{-\alpha t}+\frac{\beta^2\lambda-\beta\mu+\nu}{(\alpha-\beta)^2}e^{-\beta t}$
(9)	$\frac{\lambda p^2+\mu p+\nu}{[(p+\alpha)^2+\beta^2](p+\gamma)}$	$\left[\lambda-\frac{\lambda\gamma^2-\mu\gamma+\nu}{(\alpha-\gamma)^2+\beta^2}\right]e^{-\alpha t}\cos(\beta t)+\frac{1}{\beta}\left[\mu-(\alpha+\gamma)\lambda-(\alpha-\gamma)\frac{\lambda\gamma^2-\mu\gamma+\nu}{(\alpha-\gamma)^2+\beta^2}\right]e^{-\alpha t}\sin(\beta t)+\frac{\lambda\gamma^2-\mu\gamma+\nu}{(\alpha-\gamma)^2+\beta^2}e^{-\gamma t}$
(10)	$\frac{\lambda p^2+\mu p+\nu}{(p+\alpha)(p+\beta)(p+\gamma)}$	$\frac{\lambda\alpha^2-\mu\alpha+\nu}{(\alpha-\beta)(\alpha-\gamma)}e^{-\alpha t}+\frac{\lambda\beta^2-\mu\beta+\nu}{(\beta-\alpha)(\beta-\gamma)}e^{-\beta t}+\frac{\lambda\gamma^2-\mu\gamma+\nu}{(\gamma-\alpha)(\gamma-\beta)}e^{-\gamma t}$
(11)	$4\alpha^3\frac{\lambda p^3+\mu p^2+\nu p+\rho}{p^4+4\alpha^4}$	$4\alpha^3\lambda\cos(\alpha t)\,\mathrm{ch}(\alpha t)+(2\alpha^2\mu-\rho)\cos(\alpha t)\,\mathrm{sh}(\alpha t)+(2\alpha^2\mu+\rho)\sin(\alpha t)\,\mathrm{ch}(\alpha t)+2\alpha\nu\sin(\alpha t)\,\mathrm{sh}(\alpha t)$
(12)	$2\alpha^3\frac{\lambda p^3+\mu p^2+\nu p+\rho}{p^4-\alpha^4}$	$(\alpha^3\lambda-\alpha\nu)\cos(\alpha t)+(\alpha^2\mu-\rho)\times\sin(\alpha t)+(\alpha^3\lambda+\alpha\nu)\,\mathrm{ch}(\alpha t)+(\alpha^2\mu+\rho)\,\mathrm{sh}(\alpha t)$
(13)	$\frac{\lambda p^3+\mu p^2+\nu p+\rho}{(p^2+\alpha^2)^2}$	$\lambda\cos(\alpha t)+\frac{\rho+\alpha^2\mu}{2\alpha^3}\sin(\alpha t)+\frac{\nu-\alpha^2\lambda}{2\alpha}t\sin(\alpha t)-\frac{\rho-\alpha^2\mu}{2\alpha^2}t\cos(\alpha t)$
(14)	$(\beta^2-\alpha^2)\frac{\lambda p^3+\mu p^2+\nu p+\rho}{(p^2+\alpha^2)(p^2+\beta^2)}$	$(\nu-\alpha^2\lambda)\cos(\alpha t)+(\rho\alpha^{-1}-\alpha\mu)\times\sin(\alpha t)-(\nu-\beta^2\lambda)\cos(\beta t)-(\rho\beta^{-1}-\beta\mu)\sin(\beta t)$

Относительно дальнейших формул этого типа см. Гарднер М. Ф. и Бэрнс Дж. Л., 1951, Переходные процессы в линейных системах, Гостехиздат.

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(15)	$p^{-1}(p^{-1}-1)\times(p^{-1}-{}^1/_2)\dots(p^{-1}-1/n)$	$A_n(t)$
(16)	$2(1-p)^n(1+p)^{-n-2}$	$k_{2n+2}(t)$
(17)	$\dfrac{\lambda_1p^{n-1}+\lambda_2p^{n-2}+\dots+\lambda_n}{(p+\alpha)^n}$	$\Big\{\lambda_1+\Big[\lambda_2-\binom{n-1}{1}\lambda_1\alpha\Big]t+\Big[\lambda_3-\binom{n-2}{1}\lambda_2\alpha+\binom{n-1}{2}\lambda_1\alpha^2\Big]\frac{t^2}{2!}+\Big[\lambda_4-\binom{n-3}{1}\lambda_3\alpha+\binom{n-2}{2}\lambda_2\alpha^2-\binom{n-1}{3}\lambda_1\alpha^3\Big]\frac{t^3}{3!}+\dots+[\lambda_n-\lambda_{n-1}\alpha+\dots+\lambda_1(-\alpha)^{n-1}]\times\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\Big\}e^{-\alpha t}$
(18)	$p^{-1}(p+\alpha)^{-n}$	$\alpha^{-n}[1-e^{-\alpha t}e_{n-1}(\alpha t)]$, $e_n(z)=1+\frac{z}{1!}+\dots+\frac{z^n}{n!}$
(19)	$\dfrac{\lambda_1p^{n-1}+\lambda_2p^{n-2}+\dots+\lambda_n}{(p+\alpha_1)(p+\alpha_2)\dots(p+\alpha_n)}$	$\dfrac{\lambda_1(-\alpha_1)^{n-1}+\dots+\lambda_n}{(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)\dots(\alpha_n-\alpha_1)}e^{-\alpha_1t}+$ $+(n-1)$ аналогичных слагаемых, получаемых циклической перестановкой букв $\alpha_1,\dots,\alpha_n$
(20)	$\dfrac{Q(p)}{P(p)}$, $P(p)=(p-\alpha_1)(p-\alpha_2)\dots(p-\alpha_n)$, $Q(p)$ — многочлен степени $\leqslant n-1$, $\alpha_i\neq\alpha_k$, если $i\neq k$	$\sum\limits_{m=1}^{n}\dfrac{Q(\alpha_m)}{P_m(\alpha_m)}e^{\alpha_mt}$, $P_m(p)=\dfrac{P(p)}{p-\alpha_m}$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(21)	$\frac{Q(p)}{P(p)}$, $P(p)=(p-\alpha_1)^{m_1}\ldots(p-\alpha_n)^{m_n}$, $Q(p)$ — многочлен степени $< m_1+\ldots+m_n-1$, $\alpha_i \neq \alpha_k$, если $i \neq k$	$\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m_k}\frac{\Phi_{kl}(\alpha_k)}{(m_k-l)!\,(l-1)!}t^{m_k-l}e^{\alpha_k t}$, $\Phi_{kl}(p)=\frac{d^{l-1}}{dp^{l-1}}\left[\frac{Q(p)}{P_k(p)}\right]$, $P_k(p)=\frac{P(p)}{(p-\alpha_k)^{m_k}}$
(22)	$\frac{(2n+1)!\,\alpha^{2n+1}}{(p^2+\alpha^2)\ldots[p^2+(2n+1)^2\alpha^2]}$	$\sin^{2n+1}(\alpha t)$
(23)	$\frac{(2n)!\,\alpha^{2n}}{p(p^2+2^2\alpha^2)\ldots[p^2+(2n)^2\alpha^2]}$	$\sin^{2n}(\alpha t)$
(24)	$\frac{p(p^2+2^2\alpha^2)\ldots[p^2+(2n)^2\alpha^2]}{(p^2+\alpha^2)\ldots[p^2+(2n+1)^2\alpha^2]}$	$P_{2n+1}[\cos(\alpha t)]$
(25)	$\frac{(p^2+\alpha^2)\ldots[p^2+(2n-1)^2\alpha^2]}{p(p^2+2^2\alpha^2)\ldots[p^2+(2n)^2\alpha^2]}$	$P_{2n}[\cos(\alpha t)]$
(26)	$\frac{Q(p)+p\eta(p)}{P(p)}$, $P(p)=(p^2+\alpha_1^2)\ldots(p^2+\alpha_n^2)$, $Q(p)$, $\eta(p)$ — четные многочлены степени $\leqslant 2n-2$, $\alpha_i \neq \alpha_k$, если $i \neq k$	$\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{P_m(i\alpha_m)}[\eta(i\alpha_m)\cos(\alpha_m t)+ (\alpha_m)^{-1}Q(i\alpha_m)\sin(\alpha_m t)]$, $P_m(p)=\frac{P(p)}{p^2+\alpha_m^2}$

5.3. Иррациональные алгебраические функции

(1)	$(p-\alpha)^{-1}p^{-1/2}$	$\alpha^{-1/2}e^{\alpha t}\,\mathrm{Erf}(\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(2)	$p^{-1}(p-\alpha)^{-1}p^{-1/2}$	$\alpha^{-3/2}e^{\alpha t}\,\mathrm{Erf}(\alpha^{1/2}t^{1/2}) - 2\alpha^{-1}\pi^{-1/2}t^{1/2}$
(3)	$2\pi i(p-1)^n(p+1)^{-n-1}p^{-1/2}$	$n!\,[D^2_{-n-1}(-i2^{1/2}t^{1/2}) - D^2_{-n-1}(i2^{1/2}t^{1/2})]$
(4)	$(p^{1/2}+\alpha)^{-1}$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2} - \alpha e^{\alpha^2 t}\,\mathrm{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(5)	$\alpha p^{-1}(p^{1/2}+\alpha)^{-1}$	$1 - e^{\alpha^2 t}\,\mathrm{Erfc}(\alpha t^{1/2})$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(6)	$(\alpha-\beta)\,p^{1/2}\,(p^{1/2}+\alpha^{1/2})^{-1}\times$ $\times\,(p-\beta)^{-1}$	$\alpha e^{\alpha t}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}t^{1/2})+$ $+\,\alpha^{1/2}\beta^{1/2}e^{\beta t}\operatorname{Erf}(\beta^{1/2}t^{1/2})-\beta e^{\beta t}$
(7)	$p^{-1/2}(p^{1/2}+\alpha)^{-1}$	$e^{\alpha^2 t}\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(8)	$\alpha^2 p^{-3/2}(p^{1/2}+\alpha)^{-1}$	$2\pi^{-1/2}\alpha t^{1/2}+e^{\alpha^2 t}\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})-1$
(9)	$(\alpha-\beta)\,\beta^{1/2}\,(p-\beta)^{-1}\times$ $\times\,p^{-1/2}(p^{1/2}+\alpha^{1/2})^{-1}$	$\beta^{1/2}e^{\alpha t}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}t^{1/2})+$ $+\,\alpha^{1/2}e^{\beta t}\operatorname{Erf}(\beta^{1/2}t^{1/2})-\beta^{1/2}e^{\beta t}$
(10)	$(p^{1/2}+\alpha^{1/2})^{-2}$	$1-2\pi^{-1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2}+$ $+\,(1-2\alpha t)\,e^{\alpha t}\,[\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}t^{1/2})-1]$
(11)	$p^{-1}(p^{1/2}+\alpha^{1/2})^{-2}$	$\alpha^{-1}+(2t-\alpha^{-1})\,e^{\alpha t}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\,2\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}t^{1/2}$
(12)	$p^{-1/2}(p^{1/2}+\alpha)^{-2}$	$2\pi^{-1/2}t^{1/2}-2\alpha t e^{\alpha^2 t}\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(13)	$(p^{1/2}+\alpha)^{-3}$	$2\pi^{-1/2}(\alpha^2 t+1)\,t^{1/2}-$ $-\,\alpha t e^{\alpha^2 t}(2\alpha^2 t+3)\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(14)	$p^{1/2}(p^{1/2}+\alpha)^{-3}$	$(2\alpha^4t^2+5\alpha^2t+1)\,e^{\alpha^2 t}\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})-$ $-\,2\pi^{-1/2}\alpha\,(\alpha^2t+2)\,t^{1/2}$
(15)	$p^{-1/2}(p^{1/2}+\alpha)^{-3}$	$(2\alpha t^2+1)\,te^{\alpha^2 t}\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})-$ $-\,2\pi^{-1/2}\alpha t^{3/2}$
(16)	$3\,(p^{1/2}+\alpha)^{-4}$	$-2\pi^{-1/2}\alpha^3t^{5/2}(2\alpha^2t+5)+$ $+\,t\,(4\alpha^4t^2+12\alpha^2t+3)\,e^{\alpha^2 t}\times$ $\times\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})$
(17)	$p^{-1}(p^{1/2}-\alpha)(p^{1/2}+\alpha)^{-1}$	$2e^{\alpha^2 t}\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})-1$
(18)	$p^{-1}(p^{1/2}-\alpha)^2(p^{1/2}+\alpha)^{-2}$	$1+8\alpha^2te^{\alpha^2 t}\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})-$ $-\,8\pi^{-1/2}\alpha t^{1/2}$
(19)	$p^{-1}(p^{1/2}-\alpha)^3(p^{1/2}+\alpha)^{-3}$	$2\,(8\alpha^4t^2+8\alpha^2t+1)\,e^{\alpha^2 t}\times$ $\times\operatorname{Erfc}(\alpha t^{1/2})-$ $-\,8\pi^{-1/2}\alpha t^{1/2}(2\alpha^2t+1)-1$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(20)	$(p-\alpha)^{1/2}-(p-\beta)^{1/2}$	$2^{-1}\pi^{-1/2}t^{-3/2}(e^{\beta t}-e^{\alpha t})$
(21)	$(p+\alpha)^{-1/2}$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}e^{-\alpha t}$
(22)	$(p+\beta)^{-1}(p+\alpha)^{1/2}$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}e^{-\alpha t}+$ $+(\alpha-\beta)^{1/2}e^{-\beta t}\,\mathrm{Erf}\,[(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]$
(23)	$(p+\alpha)^{-1}(p+\beta)^{-1/2}$	$(\beta-\alpha)^{-1/2}e^{-\alpha t}\times$ $\times\,\mathrm{Erf}\,[(\beta-\alpha)^{1/2}t^{1/2}]$
(24)	$(p+\alpha)^{1/2}(p-\alpha)^{-1/2}-1$	$\alpha\,[I_0(\alpha t)+I_1(\alpha t)]$
(25)	$(p+\alpha+\beta)^{1/2}(p+\alpha-\beta)^{-3/2}$	$e^{-\alpha t}\,[(1+2\beta t)\,I_0(\beta t)+2\beta t I_1(\beta t)]$
(26)	$(p+\alpha+\beta)^{-1/2}(p+\alpha-\beta)^{-3/2}$	$te^{-\alpha t}\,[I_0(\beta t)+I_1(\beta t)]$
(27)	$p^{-1}(p+\alpha-\beta)^{1/2}(p+\alpha+\beta)^{-1/2}$	$e^{-\alpha t}I_0(\beta t)+$ $+(\alpha-\beta)\int\limits_0^t e^{-\alpha u}I_0(\beta u)\,du$
(28)	$\dfrac{(p+\alpha)^{1/2}-(p-\alpha)^{1/2}}{(p+\alpha)^{1/2}+(p-\alpha)^{1/2}}$	$t^{-1}I_1(\alpha t)$

Campbell G. A. and Foster R. M., 1931, Fourier integrals for practical applications, Bell Telephone Laboratories, New York, содержит другие подобные интегралы

(29)	$(p+\alpha)^{-n-1/2}$	$\dfrac{\pi^{-1/2}t^{n-1/2}e^{-\alpha t}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdots\left(n-\frac{1}{2}\right)}$
(30)	$(p-\alpha)^{n}(p-\beta)^{-n-1/2}$	$\dfrac{(-2)^n\,n!\,e^{\beta t}}{(2n)!\,\pi^{1/2}\,t^{1/2}}\,\mathrm{He}_{2n}\,[2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]$
(31)	$(p-\alpha)^{n}(p-\beta)^{-n-3/2}$	$\dfrac{(-2)^n\,2^{1/2}\,n!}{(2n+1)!\,\pi^{1/2}}\,e^{\beta t}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2n+1}\,[2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(32)	$(p-\alpha)^n (p-\beta)^{-m-n-3/2}$	$\frac{(-1)^n e^{\beta t}}{(\alpha-\beta)^m \pi^{1/2}} \times \sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} \frac{2^{n+k+1/2}(n+k)!}{(2n+2k+1)!} \times \mathrm{He}_{2n+2k+1}[2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2} t^{1/2}]$
(33)	$(p-\alpha)^n (p-\beta)^{-m-n-1/2}$	$\frac{(-1)^n e^{\beta t}}{(\alpha-\beta)^m \pi^{1/2} t^{1/2}} \times \sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} \frac{2^{n+k}(n+k)!}{(2n+2k)!} \times \mathrm{He}_{2n+2k}[2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2} t^{1/2}]$
(34)	$(p^2+\alpha p+\beta)^{-1/2}$	$e^{-2^{-1}\alpha t} J_0[(\beta-2^{-2}\alpha^2)^{1/2} t]$
(35)	r^{-1}	$J_0(\alpha t)$
(36)	$p^{-1}r^{-3}$	$2^{-1}\pi\alpha^{-2} t\,[J_1(\alpha t)\,\mathbf{H}_0(\alpha t) - J_0(\alpha t)\,\mathbf{H}_1(\alpha t)]$
(37)	$r^{-1}R^{1/2}$	$2^{1/2}\pi^{-1/2} t^{-1/2}\cos(\alpha t)$
(38)	$(r-p)^{1/2}=\alpha R^{-1/2}$	$2^{-1/2}\pi^{-1/2} t^{-3/2}\sin(\alpha t)$
(39)	$\alpha r^{-1}R^{-1/2}$	$2^{1/2}\pi^{-1/2} t^{-1/2}\sin(\alpha t)$
(40)	$p^{-1}r^{-1}R^{1/2}$	$2\alpha^{-1/2} C(\alpha t)$
(41)	$p^{-1}r^{-1}R^{-1/2}$	$2\alpha^{-3/2} S(\alpha t)$
(42)	r^{-2n-1}	$\frac{\alpha^{-n} t^n J_n(\alpha t)}{1\cdot 3\cdot 5\ldots(2n-1)}$
(43)	R^{-n}	$n\alpha^{-n} t^{-1} J_n(\alpha t)$
(44)	s^{-1}	$I_0(\alpha t)$
(45)	$p^{-1}s^{-3}$	$2^{-1}\pi\alpha^{-2} t\,[I_1(\alpha t)\,\mathbf{L}_0(\alpha t) - I_0(\alpha t)\,\mathbf{L}_1(\alpha t)]$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\quad R=p+r,\quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(46)	$s^{-1}S^{1/2}$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}t^{-1/2}\operatorname{ch}(\alpha t)$
(47)	$\alpha s^{-1}S^{-1/2}$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}t^{-1/2}\operatorname{sh}(\alpha t)$
(48)	s^{-2n-1}	$\dfrac{t^n I_n(\alpha t)}{1\cdot3\cdot5\ldots(2n-1)\,\alpha^n}$
(49)	S^{-n}	$n\alpha^{-n}t^{-1}I_n(\alpha t)$
(50)	$[(p^4+\alpha^4)^{1/2}+p^2]^{1/2}\times$ $\times(p^4+\alpha^4)^{-1/2}$	$2^{1/2}\operatorname{ber}(\alpha t)$
(51)	$[(p^4+\alpha^4)^{1/2}-p^2]^{1/2}\times$ $\times(p^4+\alpha^4)^{-1/2}$	$2^{1/2}\operatorname{bei}(\alpha t)$

5.4. Степени с произвольными показателями

(1)	$\Gamma(\nu)(p+\alpha)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$t^{\nu-1}e^{-\alpha t}$
(2)	$p^{-m-1}(p-1)^n$	$\dfrac{t^m P_n(m,t)}{m!}$
(3)	$\Gamma(\nu)(p+\alpha)^{-\nu}(p-\beta)^{-1}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$(\alpha+\beta)^{-\nu}e^{\beta t}\gamma[\nu,(\alpha+\beta)t]$
(4)	$\Gamma(\nu+1)(p-\lambda)^n(p-\mu)^{-\nu-1}$, $\operatorname{Re}\nu>n-1$	$n!\,t^{\nu-n}e^{\mu t}L_n^{\nu-n}[(\mu-\lambda)t]$
(5)	$\Gamma(\nu)(p+\alpha)^{-\nu}(p+\beta)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\pi^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2-\nu}t^{\nu-1/2}\times$ $\times e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)t}\times$ $\times I_{\nu-1/2}[2^{-1}(\alpha-\beta)t]$
(6)	$(p-\alpha)^{\lambda}(p-\beta)^{-\lambda-1/2}$	$2^{-\lambda-1}\pi^{-1}\Gamma(1/2-\lambda)t^{-1/2}\times$ $\times e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t}\times$ $\times\{D_{2\lambda}[-2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]+$ $+D_{2\lambda}[2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]\}$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\ R=p+r,\ s=(p^2-\alpha^2)^{1/2},\ S=p+s$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(7)	$(p-\alpha)^{\lambda}(p-\beta)^{-\lambda-3/2}$	$2^{-\lambda-3/2}\pi^{-1}(\alpha-\beta)^{-1/2}\times$ $\times\Gamma(-1/2-\lambda)\,e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t}\times$ $\times\{D_{2\lambda+1}[-2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]-$ $-D_{2\lambda+1}[2^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2}t^{1/2}]\}$
(8)	$\Gamma(2\nu-2\lambda)(p-\alpha)^{2\lambda}(p-\beta)^{-2\nu}$, $\operatorname{Re}(\nu-\lambda)>0$	$t^{2\nu-2\lambda-1}e^{\alpha t}\times$ $\times\,{}_1F_1[2\nu, 2\nu-2\lambda; (\beta-\alpha)t]=$ $=(\alpha-\beta)^{\lambda-\nu}t^{\nu-\lambda-1}e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t}\times$ $\times M_{\lambda+\nu,\,\nu-\lambda-1/2}[(\alpha-\beta)t]$
(9)	$\Gamma(\gamma)p^{-\gamma}\times$ $\times(1-\lambda_1/p)^{-\beta_1}\dots(1-\lambda_n/p)^{-\beta_n}$, $\operatorname{Re}\gamma>0$	$t^{\gamma-1}\Phi_2(\beta_1, \dots, \beta_n; \gamma; \lambda_1 t, \dots, \lambda_n t)$
(10)	$p^{-2\lambda}(p^2+\alpha^2)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}(\lambda+\nu)>0$	$[\Gamma(2\lambda+2\nu)]^{-1}t^{2\lambda+2\nu-1}\times$ $\times\,{}_1F_2(\nu; \lambda+\nu, \lambda+\nu+1/2;$ $-2^{-2}\alpha^2t^2)$
(11)	$p^{-3\lambda}(p^3+\alpha^3)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}(\lambda+\nu)>0$	$\frac{t^{3\lambda+3\nu-1}}{\Gamma(3\lambda+3\nu)}\times$ $\times\,{}_1F_3\left(\nu; \lambda+\nu, \lambda+\nu+\frac{1}{3},\right.$ $\left.\lambda+\nu+\frac{2}{3}; -\frac{\alpha^3t^3}{27}\right)$
(12)	$\frac{2\Gamma(\nu)(\lambda p+\mu)}{(p^2-\beta^2)(p+\alpha)^{\nu}}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\left(\lambda+\frac{\mu}{\beta}\right)e^{\beta t}\frac{\gamma[\nu, (\alpha+\beta)t]}{(\alpha+\beta)^{\nu}}+$ $+\left(\lambda-\frac{\mu}{\beta}\right)e^{-\beta t}\frac{\gamma[\nu, (\alpha-\beta)t]}{(\alpha-\beta)^{\nu}}$
(13)	$[(p+\alpha)^{1/2}+\beta^{1/2}]^{\nu}$, $\operatorname{Re}\nu<0$	$-2^{1/2}\pi^{-1/2}\nu(2t)^{-\nu/2-1}\times$ $\times e^{(\beta/2-\alpha)t}D_{\nu-1}(2^{1/2}\beta^{1/2}t^{1/2})$
(14)	$(p+\alpha)^{-1/2}[(p+\alpha)^{1/2}+\beta^{1/2}]^{\nu}$, $\operatorname{Re}\nu<1$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}(2t)^{-\nu/2-1/2}e^{(\beta/2-\alpha)t}\times$ $\times D_{\nu}(2^{1/2}\beta^{1/2}t^{1/2})$
(15)	$[(p+\alpha)^{1/2}+(p+\beta)^{1/2}]^{-2\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\nu(\alpha-\beta)^{-\nu}t^{-1}e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)t}\times$ $\times I_{\nu}[2^{-1}(\alpha-\beta)t]$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(16)	$[(p+\alpha)^{1/2}+(p-\alpha)^{1/2}]^{-2\nu}\times$ $\times(p+\alpha)^{1/2}(p-\alpha)^{-1/2}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-2}(2\alpha)^{1-\nu}[I_{\nu-1}(\alpha t)+$ $+2I_\nu(\alpha t)+I_{\nu+1}(\alpha t)]$
(17)	$[(p+\alpha)^{1/2}+(p+\beta)^{1/2}]^{-2\nu}\times$ $\times(p+\alpha)^{-1/2}(p+\beta)^{-1/2}$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$(\alpha-\beta)^{-\nu}e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)t}\times$ $\times I_\nu[2^{-1}(\alpha-\beta)t]$
(18)	$\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,r^{-2\nu-1}$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$\pi^{1/2}(2\alpha)^{-\nu}t^\nu J_\nu(\alpha t)$
(19)	$\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,s^{-2\nu-1}$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$\pi^{1/2}(2\alpha)^{-\nu}t^\nu I_\nu(\alpha t)$
(20)	$\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,pr^{-2\nu-1}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\pi^{1/2}\alpha(2\alpha)^{-\nu}t^\nu J_{\nu-1}(\alpha t)$
(21)	$\alpha^\nu R^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\nu t^{-1}J_\nu(\alpha t)$
(22)	$\alpha^\nu pR^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>1$	$\alpha\nu t^{-1}J_{\nu-1}(\alpha t)-\nu(\nu+1)t^{-2}J_\nu(\alpha t)$
(23)	$r^{-1}R^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu}J_\nu(\alpha t)$
(24)	$\alpha^{\nu-1}pr^{-1}R^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1}J_{\nu-1}(\alpha t)-2^{-1}J_{\nu+1}(\alpha t)$
(25)	$p^{-1}[\alpha^{-\nu}R^\nu+\alpha^\nu R^{-\nu}\cos(\nu\pi)]$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$1+\cos(\nu\pi)-$ $-\nu\sin(\nu\pi)\int\limits_t^\infty x^{-1}Y_\nu(\alpha x)\,dx$
(26)	$(p+\nu r)\,r^{-3}R^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>-2$	$\alpha^{-\nu}tJ_\nu(\alpha t)$
(27)	$\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,ps^{-2\nu-1}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\pi^{1/2}\alpha(2\alpha)^{-\nu}t^\nu I_{\nu-1}(\alpha t)$
(28)	$\alpha^\nu S^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\nu t^{-1}I_\nu(\alpha t)$
(29)	$\alpha^\nu pS^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>1$	$\alpha\nu t^{-1}I_{\nu-1}(\alpha t)-\nu(\nu+1)t^{-2}I_\nu(\alpha t)$
(30)	$\alpha^\nu s^{-1}S^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$I_\nu(\alpha t)$

$$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\quad R=p+r,\quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2},\quad S=p+s$$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(31)	$\alpha^{\nu-1} p s^{-1} S^{-\nu}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1} I_{\nu-1}(\alpha t)+2^{-1} I_{\nu+1}(\alpha t)$
(32)	$s^{-1}(\alpha^{-\nu} S^{\nu}-\alpha^{\nu} S^{-\nu})$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$2\pi^{-1}\sin(\nu\pi) K_\nu(\alpha t)$
(33)	$(p+\nu s)\, s^{-3} S^{-\nu}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-2$	$\alpha^{-\nu} t I_\nu(\alpha t)$
(34)	$\alpha^{\nu} v^{-1} V^{-\nu}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$e^{-3i\pi\nu/4}[\operatorname{ber}_\nu(\alpha t)+i\operatorname{bei}_\nu(\alpha t)]$
(35)	$v^{-1}(\alpha^{-\nu} V^{\nu}-e^{i\pi\nu}\alpha^{\nu} V^{-\nu})$, $\quad \lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1$	$2\pi^{-1} e^{3i\pi\nu/2}\sin(\nu\pi)\times$ $\times[\operatorname{ker}_\nu(\alpha t)+i\operatorname{kei}_\nu(\alpha t)]$

5.5. Показательные функции от аргументов p и $1/p$

(1)	$p^{-1}e^{-ap}$, $\quad a>0$	0, $\quad 0<t<a$ 1, $\quad t>a$
(2)	$p^{-1}(1-e^{-ap})$, $\quad a>0$	1, $\quad 0<t<a$ 0, $\quad t>a$
(3)	$p^{-1}(e^{-ap}-e^{-bp})$, $\quad 0\leqslant a<b$	0, $\quad 0<t<a$ 1, $\quad a<t<b$ 0, $\quad t>b$
(4)	$p^{-2}(e^{-ap}-e^{-bp})$, $\quad 0\leqslant a<b$	0, $\quad 0<t<a$ $t-a$, $\quad a<t<b$ $b-a$, $\quad t>b$
(5)	$p^{-3}(e^{-ap}-e^{-bp})$, $\quad 0\leqslant a<b$	0, $\quad 0<t<a$ $2^{-1}(t-a)^2$, $\quad a<t<b$ $t(b-a)+2^{-1}(a^2-b^2)$, $\quad t>b$
(6)	$p^{-2}(e^{-ap}-e^{-bp})^2$, $\quad 0\leqslant a<b$	0, $\quad t<2a$ $t-2a$, $\quad 2a<t<a+b$ $2b-t$, $\quad a+b<t<2b$ 0, $\quad t>2b$
(7)	$p^{-3}(e^{-ap}-e^{-bp})^2$, $\quad 0\leqslant a<b$	0, $\quad t<2a$ $2^{-1}(t-2a)^2$, $\quad 2a<t<a+b$ $(b-a)^2-2^{-1}(t-2b)^2$, $\quad a+b<t<2b$ $(b-a)^2$, $\quad t>2b$

$$s=(p^2-\alpha^2)^{1/2},\quad S=p+s,\quad v=(p^2-i\alpha^2)^{1/2},\quad V=p+v$$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(8)	$p^{-3}(e^{-ap}-e^{-bp})^3, \quad 0\leqslant a<b$	$0, \quad t<3a$ $2^{-1}(t-3a)^2, \quad 3a<t<2a+b$ $4^{-1}\{[3(b-a)^2]-$ $-[2t-3(a+b)]^2\},$ $2a+b<t<a+2b$ $2^{-1}(3b-t)^2, \quad a+2b<t<3b$ $0, \quad t>3b$
(9)	$(p+\beta)^{-1}e^{-ap}, \quad a>0$	$0, \quad 0<t<a$ $e^{-\beta(t-a)}, \quad t>a$
(10)	$(\lambda p+\mu)(p^2-\beta^2)^{-1}e^{-ap},$ $a>0$	$0, \quad 0<t<a$ $\lambda \operatorname{ch}[\beta(t-a)]+$ $+\mu\beta^{-1}\operatorname{sh}[\beta(t-a)],$ $t>a$
(11)	$(\lambda p+\mu)(p^2+\beta^2)^{-1}e^{-ap},$ $a>0$	$0, \quad 0<t<a$ $\lambda\cos[\beta(t-a)]+$ $+\mu\beta^{-1}\sin[\beta(t-a)], \quad t>a$
(12)	$(p^2+a^2)^{-1}(1-e^{-2m\pi a^{-1}p}),$ $a>0,\ m=1,\ 2,\ \ldots$	$a^{-1}\sin(at), \quad 0<t<2m\pi/a$ $0, \quad t>2m\pi/a$
(13)	$p(p^2+a^2)^{-1}(1-e^{-2m\pi a^{-1}p}),$ $a>0,\ m=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$	$\cos(at), \quad 0<t<2m\pi/a$ $0, \quad t>2m\pi/a$
(14)	$a^2p^{-1}(p^2+a^2)^{-1}(1-e^{-2m\pi a^{-1}p})$	$2\sin^2(2^{-1}at), \quad 0<t<2m\pi/a$ $0, \quad t>2m\pi/a$
(15)	$p^{-1}(e^{ap}-1)^{-1}, \quad a>0$	$n, \quad na<t<(n+1)a$
(16)	$p^{-2}(e^{ap}-1)^{-1}, \quad a>0$	$nt-2^{-1}an(n+1),$ $na<t<(n+1)a$
(17)	$p^{-1}(e^{ap}+1)^{-1}, \quad a>0$	$0, \quad 2na<t<(2n+1)a$ $1, \quad (2n+1)a<t<(2n+2)a$
(18)	$p^{-2}(e^{ap}+1)^{-1}, \quad a>0$	$2^{-2}[1-(-1)^n](2t-a)+$ $+2^{-1}(-1)^n na,$ $na<t<(n+1)a$
(19)	$p^{-1}(e^{ap}-\beta)^{-1}, \quad a>0$	$(1-\beta^n)/(1-\beta), \quad na<t<(n+1)a$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(20)	$p^{-2}(e^{ap}-\beta)^{-1}, \quad a>0$	$(1-\beta^n)(1-\beta)^{-1}t-a(1-\beta)^{-2}\times$ $\times[1-(n+1)\beta^n+n\beta^{n+1}],$ $na<t<(n+1)a$
(21)	$\dfrac{1}{(p^2+c^2)(e^{-ap}+1)}, \quad a>0$ $c>0,\ ac\neq(2n+1)\pi$	$\dfrac{\sin(ct+2^{-1}ac)}{2c\cos(2^{-1}ac)}+$ $+2a\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{\cos[(2n+1)\pi t/a]}{a^2c^2-(2n+1)^2\pi^2}$
(22)	$g(p)(e^{ap}+\beta)^{-c}, \quad a,\ c>0$	$\sum\limits_{0\leqslant n<t/a-c}\binom{-c}{n}\beta^n f(t-ac-an)$
(23)	$g(p)(1+\beta e^{-ap})^{\nu}, \quad a>0$	$\sum\limits_{0\leqslant n\leqslant t/a}\binom{\nu}{n}\beta^n f(t-an)$
(24)	$a(p^2+a^2)^{-1}(1+e^{-2m\pi a^{-1}p})^{-1},$ $a>0,\ m=1,\ 2,\ \ldots$	$\sin(at),\ 2n<at/(2m\pi)<2n+1$ $0,\quad 2n+1<at/(2m\pi)<2n+2$ $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$
(25)	$p(p^2+a^2)^{-1}(1+e^{-2m\pi a^{-1}p})^{-1},$ $a>0,\ m=1,\ 2,\ \ldots$	$\cos(at),\ 2n<at/(2m\pi)<2n+1$ $0,\quad 2n+1<at/(2m\pi)<2n+2$ $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$
(26)	$a^2p^{-1}(p^2+a^2)^{-1}\times$ $\times(1+e^{-2m\pi a^{-1}p})^{-1},$ $a>0,\ m=1,\ 2,\ \ldots$	$2\sin^2(2^{-1}at),$ $2n<at/(2m\pi)<2n+1$ $0,\quad 2n+1<at/(2m\pi)<2n+2$ $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$
(27)	$(p^2+a^2)^{-1}(1+e^{-\pi a^{-1}p})\times$ $\times(1-e^{-\pi a^{-1}p})^{-1}, \quad a>0$	$a^{-1}\lvert\sin(at)\rvert$
(28)	$p(p^2+a^2)^{-1}(1+e^{-\pi a^{-1}p})\times$ $\times(1-e^{-\pi a^{-1}p})^{-1}$	$\cos(at),\quad 2n\pi<at<(2n+1)\pi$ $-\cos(at),$ $(2n+1)\pi<at<(2n+2)\pi$ $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$
(29)	$g(p)(1+e^{-ap})(1-e^{-ap})^{-1},$ $a>0$	$f(t)+2\sum\limits_{1\leqslant n<t/a}f(t-an)$
(30)	$p^{-1}(e^{ap}-1)^{-m}, \quad a>0$	$\binom{n}{m},\quad na<t<(n+1)a$ $n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(31)	$e^{\alpha/p}-1$	$\alpha^{1/2}t^{-1/2}I_1(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(32)	$p^{-1/2}e^{\alpha/p}$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(33)	$p^{-3/2}e^{\alpha/p}$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(34)	$p^{-5/2}e^{\alpha/p}$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-1}t^{1/2}\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-2^{-1}\pi^{-1/2}\alpha^{-3/2}\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(35)	$p^{-\nu-1}e^{\alpha/p}$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu/2}t^{\nu/2}I_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(36)	$1-e^{-\alpha/p}$	$\alpha^{1/2}t^{-1/2}J_1(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(37)	$p^{-1/2}e^{-\alpha/p}$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(38)	$p^{-3/2}e^{-\alpha/p}$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(39)	$p^{-5/2}e^{-\alpha/p}$	$2^{-1}\pi^{-1/2}\alpha^{-3/2}\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\alpha^{-1}\pi^{-1/2}t^{1/2}\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(40)	$p^{-\nu-1}e^{-\alpha/p}$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu/2}t^{\nu/2}J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$

5.6. Показательные функции других аргументов

(1)	$e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi^{-1/2}\alpha^{1/2}t^{-3/2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(2)	$pe^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-2}\pi^{-1/2}\alpha^{1/2}(2^{-1}\alpha t^{-1}-3)\,t^{-5/2}\times$ $\times e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(3)	$p^{-1}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant 0$	$\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha^{1/2}t^{-1/2})$
(4)	$p^{-2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant 0$	$(t+\alpha/2)\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha^{1/2}t^{-1/2})-$ $-\pi^{-1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(5)	$p^{1/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\pi^{-1/2}t^{-5/2}(2^{-2}\alpha-t/2)\,e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(6)	$p^{-1/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant 0$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(7)	$p^{-3/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant 0$	$2\pi^{-1/2}t^{1/2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}-$ $-\alpha^{1/2}\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha^{1/2}t^{-1/2})$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(8)	$p^{n/2-1/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\quad \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$2^{-n/2}\pi^{-1/2}t^{-n/2-1/2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}\times$ $\times\,\mathrm{He}_n(2^{-1/2}\alpha^{1/2}t^{-1/2})$
(9)	$p^{\nu-1/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\quad \mathrm{Re}\,\alpha>0$	$2^{-\nu}\pi^{-1/2}t^{-\nu-1/2}e^{-2^{-3}\alpha t^{-1}}\times$ $\times\,D_{2\nu}(2^{-1/2}\alpha^{1/2}t^{-1/2})$
(10)	$2(p+\beta)^{-1}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\quad \mathrm{Re}\,\alpha\geqslant 0$	$e^{-\beta t}\left[e^{-i\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}\times\right.$ $\times\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha^{1/2}t^{-1/2}-i\beta^{1/2}t^{1/2})+$ $+\,e^{i\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha^{1/2}t^{-1/2}+$ $\left.+\,i\beta^{1/2}t^{1/2})\right]$
(11)	$p(p^2+\beta^2)^{-1}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,\alpha\geqslant 0,\ \mathrm{Re}\,\beta\geqslant 0$	$\exp[-(2^{-1}\alpha\beta)^{1/2}]\times$ $\times\cos[\beta t-(2^{-1}\alpha\beta)^{1/2}]-$ $-\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty e^{-ut}\sin(\alpha^{1/2}u^{1/2})\frac{u}{u^2+\beta^2}\,du$
(12)	$(p^{1/2}+\beta)^{-1}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\quad \mathrm{Re}\,\alpha^2\geqslant 0$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha^2t^{-1}}-$ $-\,\beta e^{\alpha\beta+\beta^2t}\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}+\beta t^{1/2})$
(13)	$p(p^{1/2}+\beta)^{-1}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,\alpha^2>0$	$\pi^{-1/2}t^{-3/2}(2^{-2}\alpha^2t^{-1}-{}^1/_2-$ $-\,2^{-1}\alpha\beta+\beta^2t)\,e^{-2^{-2}\alpha^2t^{-1}}-$ $-\,\beta^3e^{\alpha\beta+\beta^2t}\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}+\beta t^{1/2})$
(14)	$\beta p^{-1}(p^{1/2}+\beta)^{-1}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,\alpha^2\geqslant 0$	$\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2})-$ $-\,e^{\alpha\beta+\beta^2t}\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}+\beta t^{1/2})$
(15)	$p^{1/2}(p^{1/2}+\beta)^{-1}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,\alpha^2\geqslant 0$	$\pi^{-1/2}t^{-1}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}-\beta t^{1/2})\times$ $\times\,e^{-2^{-2}\alpha^2t^{-1}}+\beta^2e^{\alpha\beta+\beta^2t}\times$ $\times\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}+\beta t^{1/2})$
(16)	$p^{-1/2}(p^{1/2}+\beta)^{-1}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,\alpha^2\geqslant 0$	$e^{\alpha\beta+\beta^2t}\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}+\beta t^{1/2})$
(17)	$p^{-3/2}(p^{1/2}+\beta)^{-1}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\mathrm{Re}\,\alpha^2\geqslant 0$	$2\pi^{-1/2}\beta^{-1}t^{1/2}e^{-2^{-2}\alpha^2t^{-1}}-$ $-\,(\beta^{-2}+\alpha\beta^{-1})\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2})+$ $+\,\beta^{-2}e^{\alpha\beta+\beta^2t}\,\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}+\beta t^{1/2})$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(18)	$p^{-1}(p^{1/2}+\beta)^{-2}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha^2>0$	$\beta^{-2}\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2})-$ $-2\pi^{-1/2}\beta^{-1}t^{1/2}e^{-2^{-2}\alpha^2t^{-1}}+$ $+(2t+\alpha\beta^{-1}-\beta^{-2})e^{\alpha\beta+\beta^2t}\times$ $\times\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}+\beta t^{1/2})$
(19)	$p^{-1/2}(p^{1/2}+\beta)^{-2}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha^2>0$	$2\pi^{-1/2}t^{1/2}e^{-2^{-2}\alpha^2t^{-1}}-$ $-(2\beta t+\alpha)e^{\alpha\beta+\beta^2t}\times$ $\times\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2}+\beta t^{1/2})$
См. также Campbell G. A. and Foster R. M., 1931, Fourier integrals for practical applications, Bell Telephone Laboratories, New York.		
(20)	$(p-1)^{-1/2}e^{-\alpha p^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha^2>0$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}e^t\{\exp(-2^{-2}\alpha^2t^{-1})-$ $-\alpha\int\limits_0^\infty e^{-2^{-2}u^2t^{-1}}(u^2-\alpha^2)^{-1/2}\times$ $\times J_1[(u^2-\alpha^2)^{1/2}]\,du\}$
(21)	$p^{-\nu/2-1/2}e^{-\alpha p^{-1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}\pi^{-1/2}\alpha^{-\nu/2}t^{-3/2}\times$ $\times\int\limits_0^\infty u^{1+\nu/2}e^{-2^{-2}u^2t^{-1}}\times$ $\times J_\nu(2\alpha^{1/2}u^{1/2})\,du$
(22)	$p^{-\nu-1}\exp[-\alpha^{-1}p^{-1}(p^2+1)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\alpha^{-\nu/2}t^{\nu/2}\{J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\alpha\int\limits_0^\infty\frac{J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})J_1[(u^2-\alpha^2)^{1/2}]}{(u^2-\alpha^2)^{1/2}}\,du\}$
(23)	$e^{-bp}-e^{-br}$, $b>0$	0, $0<t<b$; $\alpha by^{-1}J_1(\alpha y)$, $t>b$
(24)	$r^{-1}e^{-br}$, $b>0$	0, $0<t<b$; $J_0(\alpha y)$, $t>b$
(25)	$(1-pr^{-1})e^{-br}$, $b>0$	0, $0<t<b$; $\alpha\left(\frac{t-b}{t+b}\right)^{1/2}J_1(\alpha y)$, $t>b$
(26)	$r^{-2}(b+r^{-1})e^{-br}$, $b>0$	0, $0<t<b$; $\alpha^{-1}yJ_1(\alpha y)$, $t>b$

$y=(t^2-b^2)^{1/2}$, $r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(27)	$e^{-bp}-pr^{-1}e^{-br}, \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\alpha t y^{-1}J_1(\alpha y), \quad t>b$
(28)	$r^{-1}R^{1/2}e^{-br}, \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $2^{1/2}\pi^{-1/2}(t+b)^{-1/2}\cos(\alpha y),$ $t>b$
(29)	$\alpha r^{-1}R^{-1/2}e^{-br}, \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $2^{1/2}\pi^{-1/2}(t+b)^{-1/2}\sin(\alpha y),$ $t>b$
(30)	$\alpha^{\nu}r^{-1}R^{-\nu}e^{-br}, \quad b>0$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$0, \quad 0<t<b$ $(t-b)^{\nu/2}(t+b)^{-\nu/2}J_{\nu}(\alpha y),$ $t>b$
(31)	$1-e^{-\beta(r-p)}$	$\alpha\beta(t^2+2\beta t)^{-1/2}J_1[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(32)	$r^{-1}R^{1/2}e^{\beta(p-r)}$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}(t+2\beta)^{-1/2}\times$ $\times\cos[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(33)	$\alpha r^{-1}R^{-1/2}e^{\beta(p-r)}$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}(t+2\beta)^{-1/2}\times$ $\times\sin[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(34)	$\alpha^{\nu}r^{-1}R^{-\nu}e^{-\beta(r-p)}, \quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$t^{\nu/2}(t+2\beta)^{-\nu/2}J_{\nu}[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(35)	$e^{-bs}-e^{-bp}, \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\alpha b y^{-1}I_1(\alpha y), \quad t>b$
(36)	$s^{-1}e^{-bs}, \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $I_0(\alpha y), \quad t>b$
(37)	$ps^{-1}e^{-bs}-e^{-bp}, \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\alpha t y^{-1}I_1(\alpha y), \quad t>b$
(38)	$(ps^{-1}-1)e^{-bs}, \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\alpha\left(\frac{t-b}{t+b}\right)^{1/2}I_1(\alpha y), \quad t>b$

$y=(t^2-b^2)^{1/2}, \quad r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},$

$R=p+r, \quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(39)	$s^{-2}(b+s^{-1})e^{-bs}$, $\quad b>0$	0, $\quad 0<t<b$ $\alpha^{-1}yI_1(\alpha y)$, $\quad t>b$
(40)	$\alpha^{\nu}s^{-1}S^{-\nu}e^{-bs}$, $\quad b>0$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	0, $\quad 0<t<b$ $(t-b)^{\nu/2}(t+b)^{-\nu/2}I_\nu(\alpha y)$, $t>b$
(41)	$e^{\beta(p-s)}-1$	$\alpha\beta(t^2+2\beta t)^{-1/2}I_1[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(42)	$s^{-1}e^{\beta(p-s)}$	$I_0[\alpha(t^2+2\beta t)]$
(43)	$1-ps^{-1}e^{\beta(p-s)}$	$-\alpha(t+\beta)(t^2+2\beta t)^{-1/2}\times$ $\times I_1[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(44)	$\alpha^{\nu}s^{-1}S^{-\nu}e^{\beta(p-s)}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$t^{\nu/2}(t+2\beta)^{-\nu/2}I_\nu[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(45)	$(p+\alpha)^{-1/2}(p+\beta)^{-1/2}\times$ $\times[p+2^{-1}(\alpha+\beta)+$ $+(p+\alpha)^{1/2}(p+\beta)^{1/2}]^{-\nu}\times$ $\times\exp[-b(p+\alpha)^{1/2}(p+\beta)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-1,\ b>0$	0, $\quad 0<t<b$ $[2^{-1}(\alpha-\beta)]^{-\nu}(t-b)^{\nu/2}\times$ $\times(t+b)^{-\nu/2}e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)t}\times$ $\times I_\nu[2^{-1}(\alpha-\beta)y]$, $t>b$
(46)	$(p+\alpha)^{-1/2}(p+\beta)^{-1/2}\times$ $\times[p+2^{-1}(\alpha+\beta)+$ $+(p+\alpha)^{1/2}(p+\beta)^{1/2}]^{-\nu}\times$ $\times\exp[\gamma p-\gamma(p+\alpha)^{1/2}(p+\beta)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$[2^{-1}(\alpha-\beta)]^{-\nu}t^{\nu/2}(t+2\gamma)^{-\nu/2}\times$ $\times\exp[-2^{-1}(\alpha+\beta)(t+\gamma)]\times$ $\times I_\nu[2^{-1}(\alpha-\beta)(t^2+2\gamma t)^{1/2}]$

5.7. Логарифмические функции

(1)	$p^{-1}\ln p$	$-\ln(\gamma t)$
(2)	$p^{-n-1}\ln p$	$[1+{}^1/_2+{}^1/_3+\ldots+1/n-$ $-\ln(\gamma t)]\,t^n/n!$

$y=(t^2-b^2)^{1/2},\quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2},\quad S=p+s$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(3)	$p^{-n-1/2}\ln p$	$\frac{2^n t^{n-1/2}}{1\cdot 3\cdot 5\ldots(2n-1)\pi^{1/2}}\times$ $\times\left[2\left(1+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2n-1}\right)-\right.$ $\left.-\ln(4\gamma t)\right]$
(4)	$\Gamma(\nu)\,p^{-\nu}\ln p,\qquad \mathrm{Re}\,\nu>0$	$t^{\nu-1}[\psi(\nu)-\ln t]$
(5)	$\frac{\ln(p+\beta)}{p+\alpha}$	$e^{-\alpha t}\{\ln(\beta-\alpha)-\mathrm{Ei}\,[(\alpha-\beta)\,t]\}$
(6)	$\alpha\,(p^2+\alpha^2)^{-1}\ln p$	$\cos(\alpha t)\,\mathrm{Si}\,(\alpha t)+$ $+\sin(\alpha t)\,[\ln\alpha-\mathrm{Ci}\,(\alpha t)]$
(7)	$p\,(p^2+\alpha^2)^{-1}\ln p$	$\cos(\alpha t)\,[\ln\alpha-\mathrm{Ci}\,(\alpha t)]-$ $-\sin(\alpha t)\,\mathrm{Si}\,(\alpha t)$
(8)	$p^{-1}(\ln p)^2$	$[\ln(\gamma t)]^2-\pi^2/6$
(9)	$p^{-1}[\ln(\gamma p)]^2$	$(\ln t)^2-\pi^2/6$
(10)	$p^{-2}(\ln p)^2$	$t\,\{[1-\ln(\gamma t)]^2+1-\pi^2/6\}$
(11)	$p^{-a}(\ln p)^{-1},\qquad a\geqslant 0$	$\nu\,(t,\ a-1)$
(12)	$\ln\frac{p+\beta}{p+\alpha}$	$\frac{e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}}{t}$
(13)	$p\ln\frac{p+\alpha}{p+\beta}+\beta-\alpha$	$(\alpha t^{-1}+t^{-2})\,e^{-\alpha t}-(\beta t^{-1}+t^{-2})\,e^{-\beta t}$
(14)	$p^{-1}\ln(p^2+\alpha^2)$	$2\,\mathrm{ci}\,(\alpha t)+2\ln\alpha$
(15)	$\ln\frac{p^2+\beta^2}{p^2+\alpha^2}$	$\frac{2}{t}\,[\cos(\alpha t)-\cos(\beta t)]$
(16)	$p\ln\frac{p^2+\beta^2}{p^2+\alpha^2}$	$\frac{2}{t^2}\,[\cos(\beta t)+\beta t\sin(\beta t)-$ $-\cos(\alpha t)-\alpha t\sin(\alpha t)]$
(17)	$\ln\frac{(p+\alpha)^2+\lambda^2}{(p+\beta)^2+\lambda^2}$	$2t^{-1}\cos(\lambda t)\,(e^{-\beta t}-e^{-\alpha t})$
(18)	$\frac{\ln\left[(p+\alpha)^{1/2}+(p+\beta)^{1/2}\right]}{(p+\beta)^{1/2}}$	$\frac{e^{-\beta t}}{2\pi^{1/2}t^{1/2}}\{\ln(\alpha-\beta)-\mathrm{Ei}\,[(\beta-\alpha)\,t]\}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(19)	$p^{-1}\ln r$	$\ln\alpha+\operatorname{ci}(\alpha t)$
(20)	$p^{-2}\ln r,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$t\,[\ln\alpha+\alpha^{-1}t^{-1}\sin(\alpha t)+\operatorname{ci}(\alpha t)]$
(21)	$\alpha r^{-2}\ln r$	$2^{-1}\sin(\alpha t)\left[\ln\left(\frac{2\alpha}{\gamma t}\right)-\operatorname{Ci}(2\alpha t)\right]+$ $+2^{-1}\cos(\alpha t)\operatorname{Si}(2\alpha t)$
(22)	$pr^{-2}\ln r$	$2^{-1}\cos(\alpha t)\left[\ln\left(\frac{2\alpha}{\gamma t}\right)-\operatorname{Ci}(2\alpha t)\right]-$ $-2^{-1}\sin(\alpha t)\operatorname{Si}(2\alpha t)$
(23)	$p\ln(r/p)$	$t^{-2}[\cos(\alpha t)-1]+\alpha t^{-1}\sin(\alpha t)$
(24)	$r\ln\frac{\alpha+r}{p}-\alpha$	$2^{-1}\pi\alpha t^{-1}\mathbf{H}_1(\alpha t)$
(25)	$pr^{-1}\ln\frac{\alpha+r}{p}$	$\alpha-2^{-1}\pi\alpha\mathbf{H}_1(\alpha t)$
(26)	$r^{-1}\ln R$	$\ln\alpha\, J_0(\alpha t)-2^{-1}\pi Y_0(\alpha t)$
(27)	$\alpha r^{-3}\ln R$	$t\,[J_1(\alpha t)\ln\alpha-2^{-1}\pi Y_1(\alpha t)]-$ $-\alpha^{-1}\cos(\alpha t)$
(28)	$pr^{-3}\ln R$	$t\,[J_0(\alpha t)\ln\alpha-2^{-1}\pi Y_0(\alpha t)]+$ $+\alpha^{-1}\sin(\alpha t)$
(29)	$p\ln(s/p)$	$t^{-2}[\operatorname{ch}(\alpha t)-1]-\alpha t^{-1}\operatorname{sh}(\alpha t)$
(30)	$s^{-1}\ln S$	$I_0(\alpha t)\ln\alpha+K_0(\alpha t)$
(31)	$\alpha s^{-3}\ln S$	$t\,[I_1(\alpha t)\ln\alpha-K_1(\alpha t)]+$ $+\alpha^{-1}\operatorname{ch}(\alpha t)$
(32)	$ps^{-3}\ln S$	$t\,[I_0(\alpha t)\ln\alpha+K_0(\alpha t)]+$ $+\alpha^{-1}\operatorname{sh}(\alpha t)$
(33)	$2(A^2-1)^{-1/2}(B^2-1)^{-1/2}\times$ $\times\ln\frac{(A+1)(B+1)+(A^2-1)^{1/2}(B^2-1)^{1/2}}{(A+1)(B+1)-(A^2-1)^{1/2}(B^2-1)^{1/2}}$, где $A^2=p+\beta,\ B^2=p-\beta$	$-e^t I_0(\beta t)\operatorname{Ei}(-t)$

$$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2},\quad S=p+s$$

5.8. Тригонометрические функции

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$p^{-1}\sin(\alpha p^{-1})$	$\operatorname{bei}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(2)	$p^{-1}\cos(\alpha p^{-1})$	$\operatorname{ber}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(3)	$p^{-1/2}\sin(\alpha p^{-1})$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}\operatorname{sh}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\sin(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(4)	$p^{-1/2}\cos(\alpha p^{-1})$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}\operatorname{ch}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\cos(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(5)	$p^{-3/2}\sin(\alpha p^{-1})$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}\operatorname{ch}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\sin(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(6)	$p^{-3/2}\cos(\alpha p^{-1})$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}\operatorname{sh}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\cos(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(7)	$p^{-\nu-1}\sin(\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}\nu>-2$	$(t/\alpha)^{\nu/2}[\cos(3\pi\nu/4)\operatorname{bei}_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\sin(3\pi\nu/4)\operatorname{ber}_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(8)	$p^{-\nu-1}\cos(\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$(t/\alpha)^{\nu/2}[\cos(3\pi\nu/4)\operatorname{ber}_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})+$ $+\sin(3\pi\nu/4)\operatorname{bei}_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(9)	$p^{-1/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}\sin(\alpha^{1/2}p^{1/2})$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}\sin(2^{-1}\alpha t^{-1})$
(10)	$p^{-1/2}e^{-\alpha^{1/2}p^{1/2}}\cos(\alpha^{1/2}p^{1/2})$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}\cos(2^{-1}\alpha t^{-1})$
(11)	$p^{-\mu-1/2}\sin(\alpha^{-1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}\mu>-1$	$\alpha^{-1/2}[\Gamma(\mu+1)]^{-1}t^\mu\times$ $\times\,{}_0F_2(\mu+1,\ {}^3/_2;\ 2^{-2}\alpha^{-1}t)$
(12)	$p^{-\mu-1}\cos(\alpha^{-1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}\mu>-1$	$[\Gamma(\mu+1)]^{-1}t^\mu\times$ $\times\,{}_0F_2(\mu+1,\ {}^1/_2;\ -2^{-2}\alpha^{-1}t)$
(13)	$\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,p^{-\nu}\times$ $\times\sin[(2n+1)\arcsin(p^{-1/2})]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$t^{\nu-1/2}(2n+1)\times$ $\times\,{}_2F_2(-n,\ n;\ \nu+{}^1/_2,\ {}^3/_2;\ t)$
(14)	$\Gamma(\nu)\,p^{-\nu}\cos[2n\arcsin(p^{-1/2})]$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$t^{\nu-1}{}_2F_2(-n,\ n;\ \nu,\ {}^1/_2;\ t)$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(15)	$p^{-1}\operatorname{arctg} p$	$-\operatorname{si}(t)$
(16)	$p^{-1}\operatorname{arcctg} p$	$\operatorname{Si}(t)$
(17)	$\operatorname{arctg}(\alpha p^{-1})$	$t^{-1}\sin(\alpha t)$
(18)	$p\operatorname{arctg}(\alpha p^{-1})-\alpha$	$t^{-2}[\alpha t\cos(\alpha t)-\sin(\alpha t)]$
(19)	$\ln(p^2+\alpha^2)^{1/2}\operatorname{arctg}(\alpha p^{-1})$	$-t^{-1}\ln(\gamma t)\sin(\alpha t)$
(20)	$\dfrac{\sin[\beta+\operatorname{arctg}(\alpha p^{-1})]}{(p^2+\alpha^2)^{1/2}}$	$\sin(\alpha t+\beta)$
(21)	$\dfrac{\cos[\beta+\operatorname{arctg}(\alpha p^{-1})]}{(p^2+\alpha^2)^{1/2}}$	$\cos(\alpha t+\beta)$
(22)	$\operatorname{arctg}[2\alpha p(p^2+\beta^2)^{-1}]$	$2t^{-1}\sin(\alpha t)\cos[(\alpha^2+\beta^2)^{1/2}t]$

5.9. Гиперболические функции

(1)	$\dfrac{1}{p\operatorname{ch}(ap)}$, $a>0$	0, $4n-1<t/a<4n+1$ 2, $4n+1<t/a<4n+3$
(2)	$\dfrac{1}{p^2\operatorname{ch}(ap)}$, $a>0$	$t-(-1)^n(t-2an)$, $2n-1<t/a<2n+1$
(3)	$\dfrac{1}{p\operatorname{sh}(ap)}$, $a>0$	$2n$, $2n-1<t/a<2n+1$
(4)	$\dfrac{1}{p^2\operatorname{sh}(ap)}$, $a>0$	$2n(t-an)$, $2n-1<t/a<2n+1$
(5)	$\dfrac{a}{(p^2+a^2)\operatorname{sh}(2^{-1}\pi a^{-1}p)}$, $a>0$	$\lvert\cos(at)\rvert-\cos(at)$
(6)	$p^{-1}\operatorname{th}(pa)$, $a>0$	$(-1)^{n-1}$, $n-1<2^{-1}a^{-1}t<n$
(7)	$p^{-2}\operatorname{th}(ap)$, $a>0$	$a+(-1)^n(2an-a-t)$, $n-1<2^{-1}a^{-1}t<n$
(8)	$p^{-1}\operatorname{cth}(ap)$, $a>0$	$2n-1$, $n-1<2^{-1}a^{-1}t<n$
(9)	$p^{-2}\operatorname{cth}(ap)$, $a>0$	$(2n-1)t-2an(n-1)$, $n-1<2^{-1}a^{-1}t<n$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(10)	$a(p^2+a^2)^{-1}\operatorname{cth}(2^{-1}a^{-1}\pi p)$, $a>0$	$\lvert\sin(at)\rvert$
(11)	$p^{-1/2}\operatorname{sh}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\pi^{-1/2}t^{-1/2}[\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(12)	$p^{-3/2}\operatorname{sh}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\alpha^{-1/2}\pi^{-1/2}[\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(13)	$p^{-5/2}\operatorname{sh}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\alpha^{-1}\pi^{-1/2}t^{1/2}[\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})+$ $+\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]-2^{-2}\alpha^{-3/2}\times$ $\times\pi^{-1/2}[\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})+$ $+\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(14)	$p^{-\nu-1}\operatorname{sh}(\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}\nu>-2$	$2^{-1}\alpha^{-\nu/2}t^{\nu/2}[I_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(15)	$p^{-1/2}\operatorname{ch}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\pi^{-1/2}t^{-1/2}[\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})+$ $+\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(16)	$p^{-3/2}\operatorname{ch}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\alpha^{-1/2}\pi^{-1/2}[\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})+$ $+\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(17)	$p^{-5/2}\operatorname{ch}(\alpha p^{-1})$	$2^{-1}\alpha^{-1}\pi^{-1/2}t^{1/2}[\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]-2^{-2}\alpha^{-3/2}\times$ $\times\pi^{-1/2}[\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(18)	$p^{-\nu-1}\operatorname{ch}(\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}\alpha^{-\nu/2}t^{\nu/2}[I_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})+$ $+J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(19)	$\dfrac{1}{\operatorname{ch}(p^{1/2})}$	$-\left[\dfrac{\partial}{\partial v}\,\theta_1(v/2\mid i\pi t)\right]_{v=0}$
(20)	$\dfrac{1}{p^{1/2}\operatorname{ch}(p^{1/2})}$	$\hat{\theta}_2(^1/_2\mid i\pi t)$

$v=(p^2-i\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$		$f(t)$
(21)	$\dfrac{1}{\operatorname{sh}(p^{1/2})}$		$-\left[\dfrac{\partial}{\partial v}\hat{\theta}_4(v/2 \mid i\pi t)\right]_{v=0}$
(22)	$\dfrac{1}{p^{1/2}\operatorname{sh}(p^{1/2})}$		$\theta_4(0 \mid i\pi t)$
(23)	$p^{-1}\operatorname{th}(p^{1/2})$		$\int\limits_0^1 \hat{\theta}_2(v/2 \mid i\pi t)\,dv$
(24)	$p^{-1/2}\operatorname{th}(p^{1/2})$		$\theta_2(0 \mid i\pi t)$
(25)	$p^{-1/2}\operatorname{th}(p^{1/2}+a)$		$e^{a^2 t}[\theta_2(at \mid i\pi t)+\hat{\theta}_3(at \mid i\pi t)]-$ $-\pi^{-1/2}t^{-1/2}$
(26)	$p^{-1/2}\operatorname{cth}(p^{1/2})$		$\theta_3(0 \mid i\pi t)$
(27)	$\dfrac{\operatorname{sh}(xp)}{p\operatorname{ch}(ap)}$,	$0 \leqslant x \leqslant a$	$\dfrac{2}{\pi}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n-1/2}\sin[(n-1/2)\pi x/a]\times$ $\times\sin[(n-1/2)\pi t/a]$
(28)	$\dfrac{\operatorname{ch}(xp)}{p\operatorname{ch}(ap)}$,	$-a \leqslant x \leqslant a$	$1+\dfrac{2}{\pi}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n}}{n-1/2}\cos[(n-1/2)\pi x/a]\times$ $\times\cos[(n-1/2)\pi t/a]$
(29)	$\dfrac{\operatorname{sh}(xp)}{p^2\operatorname{ch}(ap)}$,	$0 \leqslant x \leqslant a$	$x+\dfrac{2a}{\pi^2}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n}}{(n-1/2)^2}\times$ $\times\sin[(n-1/2)\pi x/a]\times$ $\times\cos[(n-1/2)\pi t/a]$
(30)	$\dfrac{\operatorname{ch}(xp)}{p^2\operatorname{ch}(ap)}$,	$-a \leqslant x \leqslant a$	$t+\dfrac{2a}{\pi^2}\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n}}{(n-1/2)^2}\times$ $\times\cos[(n-1/2)\pi x/a]\times$ $\times\sin[(n-1/2)\pi t/a]$
(31)	$\dfrac{\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}$,	$-l < x < l$	$\dfrac{1}{l}\dfrac{\partial}{\partial x}\theta_4\left(\dfrac{x}{2l} \,\Big|\, \dfrac{i\pi t}{l^2}\right)$

$v=(p^2-ia^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(32)	$\dfrac{\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{p^{1/2}\operatorname{sh}(lp^{1/2})}, \qquad -l\leqslant x\leqslant l$	$-\dfrac{1}{l}\,\hat{\theta}_4\left(\dfrac{x}{2l}\,\middle\vert\,\dfrac{i\pi t}{l^2}\right)$
(33)	$\dfrac{\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})}, \qquad -l<x<l$	$-\dfrac{1}{l}\,\dfrac{\partial}{\partial x}\,\hat{\theta}_1\left(\dfrac{x}{2l}\,\middle\vert\,\dfrac{i\pi t}{l^2}\right)$
(34)	$\dfrac{\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{p^{1/2}\operatorname{ch}(lp^{1/2})}, \qquad -l\leqslant x\leqslant l$	$-\dfrac{1}{l}\,\theta_1\left(\dfrac{x}{2l}\,\middle\vert\,\dfrac{i\pi t}{l^2}\right)$
(35)	$\dfrac{\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}, \qquad -l\leqslant x\leqslant l$	$-\dfrac{1}{l}\,\dfrac{\partial}{\partial x}\,\hat{\theta}_4\left(\dfrac{x}{2l}\,\middle\vert\,\dfrac{i\pi t}{l^2}\right)$
(36)	$\dfrac{\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{p^{1/2}\operatorname{sh}(lp^{1/2})}, \qquad -l\leqslant x\leqslant l$	$\dfrac{1}{l}\,\theta_4\left(\dfrac{x}{2l}\,\middle\vert\,\dfrac{i\pi t}{l^2}\right)$
(37)	$\dfrac{\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})}, \qquad -l\leqslant x\leqslant l$	$-\dfrac{1}{l}\,\dfrac{\partial}{\partial x}\,\theta_1\left(\dfrac{x}{2l}\,\middle\vert\,\dfrac{i\pi t}{l^2}\right)$
(38)	$\dfrac{\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{p^{1/2}\operatorname{ch}(lp^{1/2})}, \qquad -l\leqslant x\leqslant l$	$-\dfrac{1}{l}\,\hat{\theta}_1\left(\dfrac{x}{2l}\,\middle\vert\,\dfrac{t}{l^2}\right)$
(39)	$\dfrac{1}{p-i\omega}\,\dfrac{\operatorname{sh}(xp^{1/2})}{\operatorname{sh}(lp^{1/2})}, \qquad l\geqslant x>0$	$\dfrac{\operatorname{sh}(xi^{1/2}\omega^{1/2})}{\operatorname{sh}(li^{1/2}\omega^{1/2})}\,e^{i\omega t}+ 2\pi\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n(-1)^n\sin(n\pi l^{-1}x)}{n^2\pi^2+i\omega l^2}\times e^{-n^2\pi^2l^{-2}t}$
(40)	$\dfrac{1}{p-i\omega}\,\dfrac{\operatorname{ch}(xp^{1/2})}{\operatorname{ch}(lp^{1/2})}$	$\dfrac{\operatorname{ch}(xi^{1/2}\omega^{1/2})}{\operatorname{ch}(li^{1/2}\omega^{1/2})}\,e^{i\omega t}- 2\pi\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(n+{}^1/_2)(-1)^n}{(n+{}^1/_2)^2\pi^2+i\omega l^2}\times \cos[(n+{}^1/_2)\pi l^{-1}x]\times \exp[-(n+{}^1/_2)^2\pi^2l^{-2}t]$
(41)	$p^{-1}\operatorname{arsh}(p/\alpha)$	$-Ji_0(\alpha t)$
(42)	$(p^2+\alpha^2)^{-1/2}\operatorname{arsh}(p/\alpha)$	$-2^{-1}\pi Y_0(\alpha t)$
(43)	$(p^2-\alpha^2)^{-1/2}\operatorname{arch}(p/\alpha)$	$K_0(\alpha t)$
(44)	$\operatorname{arcth}(p/\alpha)$	$t^{-1}\operatorname{sh}(\alpha t)$
(45)	$p^{-1}(\operatorname{arsh} p)^2$	$\int\limits_t^\infty \tau^{-1}Y_0(\tau)\,d\tau$

5.10. Ортогональные многочлены

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$(p+\beta)^{-n-1}P_n\left(\frac{p+\alpha}{p+\beta}\right)$	$\frac{t^n}{n!}e^{-\beta t}L_n\left[2^{-1}(\beta-\alpha)t\right]$
(2)	$(p+\beta)^{-\nu}P_n\left(\frac{p+\alpha}{p+\beta}\right)$, $\mathrm{Re}\,\nu>0$	$\frac{t^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)}e^{-\beta t}\,{}_2F_2\left[-n,\ n+1;\ 1,\ \nu;\ 2^{-1}(\beta-\alpha)t\right]$
(3)	$\frac{(p-\alpha-\beta)^n}{p^{n+1}}P_n\left[\frac{p^2-(\alpha+\beta)p+2\alpha\beta}{p(p-\alpha-\beta)}\right]$	$L_n(\alpha t)L_n(\beta t)$
(4)	$n!\,p^{-1/2}P_n(p^{-1})$	$i^{-n}\pi^{-1/2}t^{-1/2}\,\mathrm{He}_n(2^{1/2}t^{1/2})\times$ $\times\,\mathrm{He}_n(i2^{1/2}t^{1/2})$
(5)	$\frac{(\alpha+\beta-p)^{n/2}}{(\alpha+\beta+p)^{n/2+1/2}}\times$ $\times P_n\left\{\frac{2\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{\left[(\alpha+\beta)^2-p^2\right]^{1/2}}\right\}$	$\frac{e^{-2\alpha t}\,\mathrm{He}_n(2\alpha^{1/2}t^{1/2})\,\mathrm{He}_n(2\beta^{1/2}t^{1/2})}{n!\,\pi^{1/2}t^{1/2}}$
(6)	$(p+\beta)^{-\mu}C_n^\nu\left(\frac{p+\alpha}{p+\beta}\right)$, $\mathrm{Re}\,\mu>0$, $\mathrm{Re}\,\nu>0$	$\frac{t^{\mu-1}e^{-\beta t}}{nB(n,\ 2\nu)\,\Gamma(\mu)}\times$ $\times\,{}_2F_2\left[-n,\ n+2\nu;\ \mu,\ \nu+{}^1/_2;\ 2^{-1}(\beta-\alpha)t\right]$
(7)	$p^{-n-1/2}e^{-\alpha/p}\,\mathrm{He}_{2n}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-1/2})$	$(-2)^n\pi^{-1/2}t^{n-1/2}\cos(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(8)	$p^{-n-1}e^{-\alpha/p}\,\mathrm{He}_{2n+1}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{-1/2})$	$(-1)^n2^{n+1/2}\pi^{-1/2}t^n\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(9)	$p^{-\beta}L_n^\alpha\left(\frac{\lambda}{p}\right)$, $\mathrm{Re}\,\beta>0$	$\frac{t^{\beta-1}\,{}_1F_2(-n;\ \alpha+1,\ \beta;\ \lambda t)}{n\,\Gamma(\beta)\,B(n,\ \alpha+1)}$
(10)	$n!\,p^{-n-\alpha-1}e^{-\lambda/p}L_n^\alpha(\lambda p^{-1})$, $\mathrm{Re}\,\alpha>-n-1$	$\lambda^{-\alpha/2}t^{\alpha/2+n}J_\alpha(2\lambda^{1/2}t^{1/2})$
(11)	$\frac{(p-1)^ne^{-\lambda/p}}{p^{n+\alpha+1}}L_n^\alpha\left[\frac{\lambda}{p(1-p)}\right]$, $\mathrm{Re}\,\alpha>-1$	$\lambda^{-\alpha/2}t^{\alpha/2}L_n^\alpha(t)\,J_\alpha(2\lambda^{1/2}t^{1/2})$
(12)	$n!\,\mathrm{B}(n+{}^1/_2,\ p+{}^1/_2)\,L_n^p(\lambda)$	$(-2)^{-n}(e^t-1)^{-1/2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2n}\left\{\left[2\lambda(1-e^{-t})\right]^{1/2}\right\}$
(13)	$n!\,\mathrm{B}(n+{}^3/_2,\ p)\,L_n^p(\lambda)$	$(-1)^n2^{-n-1/2}\lambda^{-1/2}\pi^{-1/2}\times$ $\times\,\mathrm{He}_{2n+1}\left\{\left[2\lambda(1-e^{-t})\right]^{1/2}\right\}$

5.11. Гамма-функция, неполные гамма-функции, дзета-функция и родственные им функции

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$\Gamma(\nu)\,\Gamma(\alpha p)/\Gamma(\alpha p+\nu)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu>0$	$\alpha^{-1}(1-e^{-t/\alpha})^{\nu-1}$
(2)	$2^{1-2p}\,\Gamma(2p)\,[\Gamma(p+\lambda+{}^1/_2)\times \Gamma(p-\lambda+{}^1/_2)]^{-1}$	$\pi^{-1}(1-e^{-t})^{-1/2}\times \cos[2\lambda\arccos(e^{-t/2})]$
(3)	$\dfrac{2^{p-1}\,\Gamma(p/2+\nu/2+{}^1/_2)\,\Gamma(p/2-\nu/2)}{\pi^{1/2}\,\Gamma(p+\mu+1)}$, $\operatorname{Re}\mu>-{}^1/_2$	$(1-e^{-2t})^{\mu/2}P_\nu^{-\mu}(e^t)$
(4)	$2^{-p}\,\Gamma(p)\,[\Gamma(p/2+n/2+{}^1/_2)\times \Gamma(p/2-n/2+{}^1/_2)]^{-1}$	$\pi^{-1}(1-e^{-2t})^{-1/2}T_n(e^{-t})$
(5)	$\dfrac{\Gamma(p+\alpha)}{\Gamma(p+\beta)}(\gamma+p)_n$, $\operatorname{Re}(\beta-\alpha)>n$	$\dfrac{e^{-\alpha t}}{\Gamma(\beta-\alpha-n)}(1-e^{-t})^{\beta-\alpha-n-1}\times {}_2F_1(-n,\ \beta-\gamma-n;\ \beta-\alpha-n;\ 1-e^{-t})$
(6)	$\dfrac{\Gamma[2^{-1}(p-n-\mu)]}{\Gamma[2^{-1}(p+n+\mu)+1]}\times \dfrac{\Gamma[2^{-1}(p+n-\mu+1)]}{\Gamma[2^{-1}(p-n+\mu+1)]}$, $\operatorname{Re}\mu>-{}^1/_2$	$\dfrac{2^{\mu+1}\pi^{1/2}}{\Gamma(\mu+{}^1/_2)}\operatorname{sh}^\mu t\,P_n^{-\mu}(\operatorname{ch}t)$
(7)	$\dfrac{\Gamma(p+\alpha)\,\Gamma(p+\beta)}{\Gamma(p+\gamma)\,\Gamma(p+\delta)}$, $\operatorname{Re}(\gamma+\delta-\alpha-\beta)>0$	$\dfrac{e^{-\alpha t}(1-e^{-t})^{\gamma+\delta-\alpha-\beta-1}}{\Gamma(\gamma+\delta-\alpha-\beta)}\times {}_2F_1(\delta-\beta,\ \gamma-\beta;\ \gamma+\delta-\alpha-\beta;\ 1-e^{-t})$
(8)	$\ln\dfrac{e^p\,\Gamma(p)}{2^{1/2}\pi^{1/2}p^{p-1/2}}$	$\dfrac{1}{t}\left(\dfrac{1}{1-e^{-t}}-\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{2}\right)$
(9)	$\ln\dfrac{(p+\alpha)^{1/2}\,\Gamma(p+\alpha)}{\Gamma(p+\alpha+{}^1/_2)}$	$2^{-1}t^{-1}e^{-\alpha t}\operatorname{th}(t/4)$
(10)	$\ln\dfrac{\Gamma(p+\alpha+{}^3/_4)}{(p+\alpha)^{1/2}\,\Gamma(p+\alpha+{}^1/_4)}$	$\dfrac{e^{-\alpha t}}{2t}\left[1-\dfrac{1}{\operatorname{ch}(t/4)}\right]$
(11)	$\ln\dfrac{\Gamma(p+\alpha)\,\Gamma(p+\beta+{}^1/_2)}{\Gamma(p+\alpha+{}^1/_2)\,\Gamma(p+\beta)}$	$\dfrac{e^{-\alpha t}-e^{-\beta t}}{t(1+e^{-t/2})}$
(12)	$\ln\dfrac{\Gamma(p+\alpha)\,\Gamma(p+\beta+\gamma)}{\Gamma(p+\alpha+\gamma)\,\Gamma(p+\beta)}$	$\dfrac{(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})(1-e^{-\gamma t})}{t(1-e^{-t})}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(13)	$p^{-1}\psi(\alpha p),\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$-\ln[\gamma(e^{t/\alpha}-1)]$
(14)	$\psi(p/2+{}^1/_2)-\psi(p/2)$	$2(1+e^{-t})^{-1}$
(15)	$p^{-1}[\psi(p/2+{}^1/_2)-\psi(p/2)]$	$2\ln\left(\frac{1+e^t}{2}\right)$
(16)	$\psi(\alpha p+\beta)-\psi(\alpha p+\gamma),\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-1}(e^{-\gamma t/\alpha}-e^{-\beta t/\alpha})\times$ $\times(1-e^{-t/\alpha})^{-1}$
(17)	$\psi(p+\alpha)+\psi(p+\beta)-$ $-\psi(p)-\psi(p+\alpha+\beta)$	$(1-e^{-\alpha t})(1-e^{-\beta t})(1-e^{-t})^{-1}$
(18)	$p^{-1}[\psi(p)-\ln p]$	$\ln[t(e^t-1)^{-1}]$
(19)	$\psi(p)-\ln p$	$t^{-1}-(1-e^{-t})^{-1}$
(20)	$\frac{\Gamma(p)\,\Gamma(\alpha)}{\Gamma(p+\alpha)}[\psi(p+\alpha)-\psi(p)],\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$t(1-e^{-t})^{\alpha-1}$
(21)	$\ln\frac{\Gamma(\alpha p+\beta)}{\Gamma(\alpha p+\lambda)}+(\lambda-\beta)\,\psi(\alpha p+\delta),\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(1-e^{-t/\alpha})^{-1}\times$ $\times[t^{-1}(e^{-\beta t/\alpha}-e^{-\lambda t/\alpha})+$ $+\alpha^{-1}(\beta-\lambda)\,e^{-\delta t/\alpha}]$
(22)	$\psi^{(n)}(\alpha p)$	$(-\alpha)^{-n-1}t^n(1-e^{-t/\alpha})^{-1}$
(23)	$p^{-\nu}\gamma(\nu,\ bp),\quad \operatorname{Re}\nu>0,\ b>0$	$t^{\nu-1},\quad 0<t<b$ $0,\quad t>b$
(24)	$p^{-\nu}e^{bp}\gamma(\nu,\ -bp),\quad \operatorname{Re}\nu>0,\ b>0$	$(b-t)^{\nu-1},\quad 0<t<b$ $0,\quad t>b$
(25)	$\gamma(\nu,\ \alpha/p),\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\alpha^{\nu/2}t^{\nu/2-1}J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(26)	$p^{\nu-1}e^{\alpha/p}\gamma(\nu,\ \alpha/p),\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\Gamma(\nu)\,\alpha^{\nu/2}t^{-\nu/2}I_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(27)	$p^{\nu-3/2}e^{\alpha/p}\gamma(\nu,\ \alpha/p)$	$\Gamma(\nu)\,(t/\alpha)^{1/4-\nu/2}\times$ $\times\mathbf{L}_{\nu-1/2}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(28)	$p^{\mu}\gamma(\nu,\ \alpha/p),\quad \operatorname{Re}\nu>0,\ \operatorname{Re}(\nu-\mu)>0$	$t^{-\mu-1}\int\limits_0^{\alpha t}u^{\nu/2+\mu/2-1/2}\times$ $\times J_{\nu-\mu-1}(2u^{1/2})\,du$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(29)	$\nu\Gamma(\nu-\mu)\,p^{\mu}e^{\alpha/p}\gamma(\nu,\ \alpha/p)$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \operatorname{Re}\mu>0$	$\alpha^{\nu}t^{\nu-\mu-1}\,{}_1F_2(1;\ \nu+1,\ \nu-\mu;\ \alpha t)$
(30)	$\gamma[\nu,\ 2^{-1}(p^2+\alpha^2)^{1/2}-p/2]$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$t^{\nu/2-1}(t+1)^{-\nu/2}\times$ $\times J_{\nu}[\alpha t^{1/2}(t+1)^{1/2}]$
(31)	$\alpha^{-p}\gamma(p,\ \alpha)$	$\exp(-\alpha e^{-t})$
(32)	$\Gamma(\nu,\ bp)$, $b>0,\ \operatorname{Re}\nu<1$	0, $0<t<b$ $\dfrac{b^{\nu}}{\Gamma(1-\nu)\,t\,(t-b)^{\nu}}$, $t>b$
(33)	$\Gamma(1-\nu)\,e^{\alpha p}\,\Gamma(\nu,\ \alpha p)$, $\operatorname{Re}\nu<1$	$\alpha^{\nu}(t+\alpha)^{-1}t^{-\nu}$
(34)	$p^{-\nu}\Gamma(\nu,\ bp)$, $b>0$	0, $0<t<b$ $t^{\nu-1}$, $t>b$
(35)	$p^{-\nu}e^{\alpha p}\,\Gamma(\nu,\ \alpha p)$	$(t+\alpha)^{\nu-1}$
(36)	$\alpha^{1/2}\,\Gamma(1-2\nu)\,e^{\alpha p^2}\Gamma(\nu,\ \alpha p^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\nu<1$	$4\nu\exp[i\pi(\nu-{}^1/_2)-(4\alpha)^{-1}t^2]\times$ $\times\gamma\left(\frac{1}{2}-\nu,\ \frac{e^{i\pi}t^2}{4\alpha}\right)$
(37)	$p^{-1/2}e^{2^{-2}\alpha p^2}\Gamma({}^1/_4,\ 2^{-2}\alpha p^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma({}^1/_4)\,\alpha^{-1/2}t^{1/2}e^{-2^{-1}\alpha^{-1}t^2}\times$ $\times I_{1/4}(2^{-1}\alpha^{-1}t^2)$
(38)	$p^{-2\nu}e^{2^{-1}\alpha^2p^2}\Gamma(\nu,\ 2^{-1}\alpha^2p^2)$	$2^{-1/2}\pi^{-1/2}\Gamma(\nu)\,\alpha^{2\nu-1}e^{-2^{-2}\alpha^{-2}t^2}\times$ $\times[D_{-2\nu}(-t/\alpha)-D_{-2\nu}(t/\alpha)]$
(39)	$\Gamma(1-\nu)\,p^{\nu-1}e^{\alpha/p}\Gamma(\nu,\ \alpha/p)$, $\operatorname{Re}\nu<1$	$2\alpha^{\nu/2}t^{-\nu/2}K_{\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(40)	$p^{\nu-3/2}e^{\alpha/p}\Gamma(\nu,\ \alpha/p)$, $\operatorname{Re}\nu<{}^3/_2$	$\Gamma(\nu)\,(\alpha/t)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times[I_{1/2-\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\mathbf{L}_{\nu-1/2}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(41)	$p^{\mu}\Gamma(\nu,\ \alpha/p)$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)<-{}^1/_2,\ \operatorname{Re}\mu>0$	$t^{-\mu-1}\int_{\alpha t}^{\infty}u^{\mu/2+\nu/2-1/2}\times$ $\times J_{\nu-\mu-1}(2u^{1/2})\,du$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(42)	$\alpha^p\,\Gamma(-p,\ \alpha)$ $\qquad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\exp[-\alpha e^t]$
(43)	$p^{-1}\zeta(p)$	$n,\qquad \ln n<t\leqslant\ln(n+1)$
(44)	$p^{-1}\zeta(p+\alpha)$	$\sum\limits_{1\leqslant n\leqslant\exp t} n^{-\alpha}$
(45)	$\Gamma(\alpha)\,p^{-\alpha}\zeta(p)$, $\qquad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\sum\limits_{1\leqslant n\leqslant\exp t}(t-\ln n)^{\alpha-1}$
(46)	$-\dfrac{\zeta'(p)}{p\,\zeta(p)}$	$-\psi(e^t)$
(47)	$\Gamma(\alpha)\,\zeta(\alpha,\ \beta p)$, $\mathrm{Re}\,\alpha>1,\ \mathrm{Re}\,\beta>0$	$\beta^{-\alpha}t^{\alpha-1}(1-e^{-\beta^{-1}t})^{-1}$

5.12. Функция ошибок, интегральная показательная функция и родственные им функции

(1)	$e^{\alpha p^2}\,\mathrm{Erfc}(\alpha^{1/2}p)$, $\qquad\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha^{-1}t^2}$
(2)	$e^{\alpha p^2}\,\mathrm{Erfc}(\alpha^{1/2}p+2^{-1}\alpha^{-1/2}b)$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0,\ b>0$	$0,\qquad 0<t<b$ $\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha^{-1}t^2},\qquad t>b$
(3)	$p^{-1}e^{\alpha p^2}\,\mathrm{Erfc}(\alpha^{1/2}p)$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$\mathrm{Erf}(2^{-1}\alpha^{-1/2}t)$
(4)	$(p-\alpha)^{-1}e^{p^2}\,\mathrm{Erfc}(p)$	$e^{\alpha(t+\alpha)}[\mathrm{Erf}(t/2+\alpha)-\mathrm{Erf}(\alpha)]$
(5)	$1-\alpha^{1/2}\pi^{1/2}p\,e^{\alpha p^2}\,\mathrm{Erfc}(\alpha^{1/2}p)$, $\mathrm{Re}\,\alpha>0$	$2^{-1}\alpha^{-1}t\,e^{-2^{-2}\alpha^{-1}t^2}$
(6)	$p^{-1}(p+1)^{-1}e^{2^{-2}p^2}\,\mathrm{Erfc}(p/2)$	$e^{t+1/4}[\mathrm{Erf}(t+1/2)-\mathrm{Erf}(1/2)]$
(7)	$p^{-1}e^{p^2}[\mathrm{Erf}(p)-\mathrm{Erf}(p+b)]$, $b>0$	$\mathrm{Erf}(t/2),\qquad 0<t<2b$ $\mathrm{Erf}(b),\qquad t>2b$
(8)	$\mathrm{Erfc}(b^{1/2}p^{1/2})$, $\qquad b>0$	$0,\qquad 0<t<b$ $\pi^{-1}b^{1/2}t^{-1}(t-b)^{-1/2}\qquad t>b$
(9)	$e^{-bp}-\pi^{1/2}b^{1/2}p^{1/2}\,\mathrm{Erfc}(b^{1/2}p^{1/2})$, $b>0$	$0,\qquad 0<t<b$ $2^{-1}b^{1/2}t^{-3/2},\qquad t>b$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(10)	$p^{-1/2}\operatorname{Erf}(b^{1/2}p^{1/2}),\quad b>0$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2},\quad 0<t<b$ $0,\quad t>b$
(11)	$p^{-1/2}\operatorname{Erfc}(b^{1/2}p^{1/2}),\quad b>0$	$0,\quad 0<t<b$ $\pi^{-1/2}t^{-1/2},\quad t>b$
(12)	$e^{\alpha p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{1/2}),$ $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi^{-1}\alpha^{1/2}(t+\alpha)^{-1}t^{-1/2}$
(13)	$1-(\pi\alpha p)^{1/2}e^{\alpha p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{1/2}),$ $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2^{-1}\alpha^{1/2}(t+\alpha)^{-3/2}$
(14)	$p^{-1/2}e^{\alpha p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{1/2}),$ $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi^{-1/2}(t+\alpha)^{-1/2}$
(15)	$\Gamma(\nu+1/2)\,p^{-\nu}e^{\alpha p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{1/2}),$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2,\ \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}t^{\nu-1/2}\times$ $\times\,{}_2F_1(1,\ 1/2;\ \nu+1/2;\ -t/\alpha)$
(16)	$\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$	$\pi^{-1}t^{-1}\sin(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(17)	$p^{-1/2}e^{\alpha/p}\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(18)	$p^{-3/2}e^{\alpha/p}\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}[\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-1]$
(19)	$\pi^{1/2}p^{-5/2}e^{\alpha/p}\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$	$\alpha^{-1}t^{1/2}\operatorname{sh}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-\alpha^{-1/2}t-$ $-2^{-1}\alpha^{-3/2}[\operatorname{ch}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-1]$
(20)	$p^{-1/2}e^{\alpha/p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}e^{-2\alpha^{1/2}t^{1/2}}$
(21)	$p^{-3/2}e^{\alpha/p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$	$\alpha^{-1/2}\pi^{-1/2}\left(1-e^{-2\alpha^{1/2}t^{1/2}}\right)$
(22)	$p^{-\nu-1}e^{\alpha/p}\operatorname{Erfc}(\alpha^{1/2}p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$(t/\alpha)^{\nu/2}[I_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})-$ $-\mathbf{L}_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})]$
(23)	$p^{-\nu-1}e^{\alpha/p}\operatorname{Erf}(\alpha^{1/2}p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$(t/\alpha)^{\nu/2}\mathbf{L}_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(24)	$\operatorname{Ei}(-bp),\quad b>0$	$0,\quad 0<t<b$ $-1/t,\quad t>b$
(25)	$p^{-1}\operatorname{Ei}(-bp),\quad b>0$	$0,\quad 0<t<b$ $\ln(b/t),\quad t>0$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(26)	$p^{-1}\operatorname{Ei}[-b(p+\alpha)]$, $b>0,\ \alpha\neq 0$	0, $0<t<b$ $\operatorname{Ei}(-b\alpha)-\operatorname{Ei}(-\alpha t)$, $t>b$
(27)	$p^{-1}[\operatorname{Ei}(-bp)-\ln(\gamma p)]$, $b>0$	$\ln t$, $0<t<b$ $\ln b$, $t>b$
(28)	$e^{\alpha p}\operatorname{Ei}(-\alpha p)$, $\vert\arg\alpha\vert<\pi$	$-(t+\alpha)^{-1}$
(29)	$p^{-1}e^{\alpha p}\operatorname{Ei}(-\alpha p)$, $\vert\arg\alpha\vert<\pi$	$-\ln(1+t/\alpha)$
(30)	$-p^{-1}e^{-bp}\,\overline{\operatorname{Ei}}(bp)$, $b>0$	$\ln\vert 1-t/b\vert$
(31)	$pe^{\alpha p}\operatorname{Ei}(-\alpha p)+\alpha^{-1}$, $\vert\arg\alpha\vert<\pi$	$(t+\alpha)^{-2}$
(32)	$e^{-bp}+bp\operatorname{Ei}(-bp)$, $b>0$	0, $0<t<b$ bt^{-2}, $t>b$
(33)	$[\operatorname{Ei}(-p/2)]^2$	0, $0<t<1$ $2t^{-1}\ln(2t-1)$, $t>1$
(34)	$\operatorname{Ei}(-ap)\operatorname{Ei}(-bp)$, $a,\ b>0$	0, $0<t<a+b$ $t^{-1}\ln[a^{-1}b^{-1}(t-a)(t-b)]$, $t>a+b$
(35)	$\overline{\operatorname{Ei}}(p)\operatorname{Ei}(-p)$	$t^{-1}\ln\vert 1-t^2\vert$
(36)	$e^{bp}[\operatorname{Ei}(-bp)]^2$, $b>0$	0, $0<t<b$ $2(t+b)^{-1}\ln(t/b)$, $t>b$
(37)	$e^{bp}\{[\operatorname{Ei}(-bp)]^2-$ $-2\ln b\operatorname{Ei}(-2bp)\}$, $b>0$	0, $0<t<b$ $2(t+b)^{-1}\ln t$, $t>b$
(38)	$e^{(\alpha+\beta)p}\operatorname{Ei}(-\alpha p)\operatorname{Ei}(-\beta p)$, $\vert\arg(\alpha+\beta)\vert<\pi$	$(t+\alpha+\beta)^{-1}\times$ $\times\ln[\alpha^{-1}\beta^{-1}(t+\alpha)(t+\beta)]$
(39)	$e^{(\alpha+\beta)p}[\operatorname{Ei}(-\alpha p)\operatorname{Ei}(-\beta p)-$ $-\ln(\alpha\beta)\operatorname{Ei}(-\alpha p-\beta p)]$, $\vert\arg(\alpha+\beta)\vert<\pi$	$(t+\alpha+\beta)^{-1}\ln[(t+\alpha)(t+\beta)]$
(40)	$\exp(2^{-2}\alpha^{-2}p^2)\operatorname{Ei}(-2^{-2}\alpha^{-2}p^2)$, $\vert\arg\alpha\vert<\pi/4$	$2i\pi^{-1/2}\alpha e^{-\alpha^2t^2}\operatorname{Erf}(i\alpha t)$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(41)	$p^{-1}\operatorname{Ei}(-p^{-1})$	$2Ji_0(2t^{1/2})$
(42)	$p^{-\nu-1}\operatorname{Ei}(-\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}\nu>-1$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2t^\nu\int\limits_\infty^{\alpha^{1/2}t^{1/2}} u^{-\nu-1}J_\nu(2u)\,du$
(43)	$-p^{-1}e^{\alpha/p}\operatorname{Ei}(-\alpha p^{-1})$	$2K_0(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(44)	$p^{-\nu-1}e^{\alpha/p}\operatorname{Ei}(-\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$t^\nu\int\limits_\infty^{\alpha t} u^{-\nu/2-1}J_\nu[2(u-\alpha t)^{1/2}]\,du$
(45)	$\operatorname{ci}(\alpha p)\cos(\alpha p)-\operatorname{si}(\alpha p)\sin(\alpha p)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$t(t^2+\alpha^2)^{-1}$
(46)	$\operatorname{ci}(\alpha p)\sin(\alpha p)+\operatorname{si}(\alpha p)\cos(\alpha p)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$-\alpha(t^2+\alpha^2)^{-1}$
(47)	$p^{-1}[\operatorname{ci}(\alpha p)\cos(\alpha p)-\operatorname{si}(\alpha p)\sin(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\ln(1+t^2/\alpha^2)$
(48)	$p^{-1}[\operatorname{ci}(\alpha p)\sin(\alpha p)+\operatorname{si}(\alpha p)\cos(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$-\operatorname{arctg}(t/\alpha)$
(49)	$[\operatorname{ci}(\alpha p)]^2+[\operatorname{si}(\alpha p)]^2$	$t^{-1}\ln(1+t^2/\alpha^2)$
(50)	$^1/_2-\cos(2^{-2}p^2)\,C(2^{-2}p^2)-\sin(2^{-2}p^2)\,S(2^{-2}p^2)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\sin(t^2)$
(51)	$2^{-1}\cos(2^{-1}p^2)-\cos(2^{-2}p^2)\,S(2^{-2}p^2)+\sin(2^{-2}p^2)\,C(2^{-2}p^2)$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}\cos(t^2)$
(52)	$[^1/_2-C(2^{-2}p^2)]^2+[^1/_2-S(2^{-2}p^2)]^2$	$2\pi^{-1}t^{-1}\sin(t^2)$

5.13. Функции Лежандра

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$\pi p^{-1}P_\nu(p), \quad 0<\operatorname{Re}\nu<1$	$-t^{-1}\sin(\nu\pi)\, W_{0,\,\nu+1/2}(2t)$
(2)	$s^\mu P_\nu^\mu\left(\frac{p}{\alpha}\right)$, $\operatorname{Re}\mu-1<\operatorname{Re}\nu<-\operatorname{Re}\mu$	$\dfrac{2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{-\mu-1/2}K_{\nu+1/2}(\alpha t)}{\pi^{1/2}\Gamma(-\mu+\nu+1)\Gamma(-\mu-\nu)}$
(3)	$s^{-\mu}Q_\nu^\mu\left(\frac{p}{\alpha}\right), \quad \operatorname{Re}(\mu+\nu)>-1$	$\dfrac{\pi^{1/2}\alpha^{1/2}\sin[(\mu+\nu)\pi]}{2^{1/2}\sin(\nu\pi)}\times$ $\times\, t^{\mu-1/2}I_{\nu+1/2}(\alpha t)$
(4)	$Q_\nu\left(\frac{p^2+\alpha^2+\beta^2}{2\alpha\beta}\right)$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\pi\alpha^{1/2}\beta^{1/2}J_{\nu+1/2}(\alpha t)\,J_{\nu+1/2}(\beta t)$
(5)	$\Gamma(-2\nu)\,p^\nu(\alpha^2-p^2)^{\nu/2}P_\nu^\nu(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}\nu<0$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}(t/\alpha)^{-\nu-1/2}\times$ $\times\left[I_{-\nu-1/2}(\alpha t)-\mathbf{L}_{-\nu-1/2}(\alpha t)\right]$
(6)	$\Gamma(-2\nu)\,p^{\nu+1}(\alpha^2-p^2)^{\nu/2}P_\nu^\nu(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}\nu<-1/2$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}\alpha\,(t/\alpha)^{-\nu-1/2}\times$ $\times\left[I_{-\nu-3/2}(\alpha t)-\mathbf{L}_{-\nu-3/2}(\alpha t)\right]$
(7)	$p^{-\nu/2-1/2}(p-\alpha)^{\mu/2}P_\nu^\mu(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\mu<1, \quad \operatorname{Re}(\nu-\mu)>-1$	$\dfrac{t^{2^{-1}(\nu-\mu-1)}e^{2^{-1}\alpha t}D_{\mu+\nu}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})}{\pi^{1/2}2^{2^{-1}(\mu-\nu-1)}\Gamma(\nu-\mu+1)}$
(8)	$s^{-\nu-1}P_\nu^\mu(p/s)$, $\operatorname{Re}(\nu-\mu)>-1$	$[\Gamma(\nu-\mu+1)]^{-1}t^\nu I_{-\mu}(\alpha t)$
(9)	$s^{-\nu-1}Q_\nu^\mu(p/s)$, $\operatorname{Re}(\nu\pm\mu)>-1$	$\dfrac{\sin(\mu+\nu)\pi}{\sin(\nu\pi)}\,\dfrac{t^\nu K_\mu(\alpha t)}{\Gamma(\nu-\mu+1)}$
(10)	$p^{-\lambda}Q_{2\nu}(p^{1/2})$, $\operatorname{Re}(\lambda+\nu)>-1/2$	$\dfrac{\pi^{1/2}\Gamma(2\nu+1)\,t^{\lambda+\nu-1/2}}{2^{2\nu+1}\Gamma(2\nu+3/2)\,\Gamma(\lambda+\nu+1/2)}\times$ $\times\,{}_2F_2(\nu+1/2,\ \nu+1;\ 2\nu+3/2,$ $\lambda+\nu+1/2;\ t)$
(11)	$p^{-1/2}\left[P_{-1/4}^\mu(r/p)\right]^2$, $\operatorname{Re}\mu<1/4$	$2^{1/2-\mu}\left[\Gamma(1/2-2\mu)\right]^{-1}t^{-1/2}\times$ $\times\left[J_{-\mu}(2^{-1}\alpha t)\right]^2$

$s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}, \quad r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(12)	$2^{-1/2}\pi^{1/2}p^{-1/2}P^{\mu}_{-1/4}(r/p)\times$ $\times P^{-\mu}_{-1/4}(r/p)$	$t^{-1/2}J_{\mu}(2^{-1}\alpha t)\,J_{-\mu}(2^{-1}\alpha t)$
(13)	$\alpha r^{-1}p^{-1/2}P^{\mu}_{1/4}(r/p)\,P^{\mu}_{-1/4}(r/p),$ $\operatorname{Re}\mu<3/4$	$2^{3/2-\mu}[\Gamma(3/2-2\mu)]^{-1}t^{1/2}\times$ $\times[J_{-\mu}(2^{-1}\alpha t)]^2$
(14)	$\dfrac{\Gamma(p-\mu+\nu+1)\,\Gamma(p-\mu-\nu)}{\Gamma(p+1)}\times$ $\times\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-2}\right)^{p/2}P^{\mu-p}_{\nu}(\alpha-1),$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\mu>-1$	$\left[(e^t-1)\left(\dfrac{\alpha e^t}{\alpha-2}-1\right)\right]^{\mu/2}\times$ $\times P^{-\mu}_{\nu}(\alpha e^t+1-\alpha)$
(15)	$\Gamma(1/2-\mu)\,Q^{\mu}_{p-1/2}(\operatorname{ch}a),$ $\operatorname{Re}\mu<1/2,\ a>0$	$0,\quad 0<t<a$ $2^{-1/2}\pi^{1/2}e^{\mu\pi i}(\operatorname{sh}a)^{\mu}\times$ $\times(\operatorname{ch}t-\operatorname{ch}a)^{-\mu-1/2},\quad t>a$
(16)	$\Gamma(1/2-\mu)\,e^{\alpha p}Q^{\mu}_{p-1/2}(\operatorname{ch}\alpha),$ $\operatorname{Re}\mu<1/2,\ \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi^{1/2}2^{-\mu-1}e^{\mu\pi i}\operatorname{sh}^{\mu}\alpha\times$ $\times[\operatorname{sh}(t/2)\operatorname{sh}(\alpha+t/2)]^{-\mu-1/2}$
(17)	$2^{p+1}e^{(p-\alpha)\pi i}\times$ $\times(\mu^2-1)^{(p-\alpha)/2}\times$ $\times\Gamma(p)\,Q^{\alpha-p}_{p-1}(\mu)$	$\Gamma(\alpha)(1-e^{-t})^{-1/2}\times$ $\times\{[\mu+(1-e^{-t})^{1/2}]^{-\alpha}+$ $+[\mu-(1-e^{-t})^{1/2}]^{-\alpha}\}$
(18)	$\pi^{1/2}2^{p+1/2}\Gamma(p)\,(\mu^2-1)^{1/4-p/2}\times$ $\times P^{1/2-p}_{\alpha+p-1/2}(\mu)$	$(1-e^{-t})^{-1/2}\times$ $\times\{[\mu+(\mu^2-1)^{1/2}(1-e^{-t})^{1/2}]^{\alpha}+$ $+[\mu-(\mu^2-1)^{1/2}(1-e^{-t})^{1/2}]^{\alpha}\}$
(19)	$\dfrac{\pi^{1/2}\Gamma(2p)\,\Gamma(2\nu+1)}{2^{p+\nu-1}\Gamma(p+\nu+1/2)}e^{-pa}\times$ $\times P^{-\nu-p}_{\nu-p}[(1-e^{-2a})^{1/2}],$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2,\ a>0$	$0,\quad 0<t<2a$ $e^{\nu a}(1-e^{-t})^{-1/2}\times$ $\times[e^{-a}(1-e^{-t})^{1/2}-$ $-e^{-t/2}(1-e^{-2a})^{1/2}]^{2\nu},\quad t>2a$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

5.14. Функции Бесселя

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$\pi e^{-ap}\,[2^{-1}\pi Y_0(iap)-J_0(iap)\ln(\gamma/2)]$, $\quad a>0$	$\dfrac{\ln[4t(2a-t)/a^2]}{t^{1/2}(2a-t)^{1/2}}$, $\quad 0<t<2a$; 0, $\quad t>2a$
(2)	$\cos(\alpha p)\,J_0(\alpha p)+\sin(\alpha p)\,Y_0(\alpha p)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{2^{3/2}\alpha}{\pi}\,\dfrac{[t+(t^2+4\alpha^2)^{1/2}]^{-1/2}}{t^{1/2}(t^2+4\alpha^2)^{1/2}}$
(3)	$\sin(\alpha p)\,J_0(\alpha p)-\cos(\alpha p)\,Y_0(\alpha p)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{2^{1/2}}{\pi}\,\dfrac{[t+(t^2+4\alpha^2)^{1/2}]^{1/2}}{t^{1/2}(t^2+4\alpha^2)^{1/2}}$
(4)	$\cos(\alpha p)\,J_1(\alpha p)+\sin(\alpha p)\,Y_1(\alpha p)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$-\dfrac{2^{5/2}\alpha^2}{\pi}\,\dfrac{[t+(t^2+4\alpha^2)^{1/2}]^{-3/2}}{t^{1/2}(t^2+4\alpha^2)^{1/2}}$
(5)	$\sin(\alpha p)\,J_1(\alpha p)-\cos(\alpha p)\,Y_1(\alpha p)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{1}{2^{1/2}\pi\alpha}\,\dfrac{[t+(t^2+4\alpha^2)^{1/2}]^{3/2}}{t^{1/2}(t^2+4\alpha^2)^{1/2}}$
(6)	$p^{-\nu}\,[\cos(\alpha p)\,J_\nu(\alpha p)+\sin(\alpha p)\,Y_\nu(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$-\dfrac{2t^{\nu-1/2}(t^2+4\alpha^2)^{\nu/2-1/4}}{\pi^{1/2}(2\alpha)^\nu\Gamma(\nu+1/2)}\times$ $\times\sin[(\nu-{}^1/_2)\operatorname{arcctg}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]$
(7)	$p^{-\nu}\,[\sin(\alpha p)\,J_\nu(\alpha p)-\cos(\alpha p)\,Y_\nu(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{2t^{\nu-1/2}(t^2+4\alpha^2)^{\nu/2-1/4}}{\pi^{1/2}(2\alpha)^\nu\Gamma(\nu+1/2)}\times$ $\times\cos[(\nu-{}^1/_2)\operatorname{arcctg}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]$
(8)	$p^{-\nu}\,[\cos(\alpha p-\beta)\,J_\nu(\alpha p)+\sin(\alpha p-\beta)\,Y_\nu(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{2t^{\nu-1/2}(t^2+4\alpha^2)^{\nu/2-1/4}}{\pi^{1/2}(2\alpha)^\nu\Gamma(\nu+1/2)}\times$ $\times\sin[({}^1/_2-\nu)\operatorname{arcctg}(2^{-1}\alpha^{-1}t)+\beta]$
(9)	$p^{-\nu}e^{-i\alpha p}\,H_\nu^{(1)}(\alpha p)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$ $-\pi/2<\arg\alpha<3\pi/2$	$-i\,\dfrac{2(t^2-2\alpha it)^{\nu-1/2}}{\pi^{1/2}(2\alpha)^\nu\Gamma(\nu+1/2)}$
(10)	$\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,p^{-\nu}e^{i\alpha p}H_\nu^{(2)}(\alpha p)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$, $-3\pi/2<\arg\alpha<\pi/2$	$i\pi^{-1/2}2^{1-\nu}\alpha^{-\nu}(t^2+2\alpha it)^{\nu-1/2}$
(11)	$p^{-1}J_\nu(2\alpha/p)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$J_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})\,I_\nu(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(12)	$\Gamma(\nu+1)\,\Gamma(\lambda)\,p^{\nu-\lambda}J_\nu(4\alpha/p)$, $\operatorname{Re}\lambda>0$	$(2\alpha)^\nu t^{\lambda-1}\,{}_0F_3(\nu+1,\lambda/2,$ $\lambda/2+{}^1/_2;\ -\alpha^2t^2)$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(13)	$p^{-1}e^{(\alpha^2-\beta^2)p^{-1}}J_\nu(2\alpha\beta p^{-1}),$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$J_\nu(2\beta t^{1/2})\,I_\nu(2\alpha t^{1/2})$
(14)	$(p^2+1)^{-1/2}e^{-\alpha p(p^2+1)^{-1}}\times$ $\times J_\nu\left(\frac{\alpha}{p^2+1}\right),\quad \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$J_\nu(t)\,J_{2\nu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(15)	$p^{-\mu}J_\nu(p^{-1/2}),$ $\operatorname{Re}(\mu+\nu/2)>0$	$\frac{t^{\mu+\nu/2-1}\,{}_0F_2(\mu+\nu/2,\ \nu+1;\ -t/4)}{2^\nu\Gamma(\mu+\nu/2)\,\Gamma(\nu+1)}$
(16)	$(p^2+\alpha^2)^{-\nu/2}e^{ip}\times$ $\times H_\nu^{(2)}[(p^2+\alpha^2)^{1/2}],$ $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$i2^{1/2}\pi^{-1/2}\alpha^{1/2-\nu}\times$ $\times(t^2+2it)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times J_{\nu-1/2}[\alpha(t^2+2it)^{1/2}]$
(17)	$\Gamma(p+1/2)(\alpha/2)^{-p}J_p(\alpha)$	$\pi^{-1/2}(e^t-1)^{-1/2}\times$ $\times\cos[\alpha(1-e^{-t})^{1/2}]$
(18)	$\Gamma(p)(\alpha/2)^{-p}J_{p+\mu}(\alpha),$ $\operatorname{Re}\mu>-1$	$(1-e^{-t})^{\mu/2}J_\mu[\alpha(1-e^{-t})^{1/2}]$
(19)	$p^{1/2}[J_{\nu+1/4}(\alpha p)\,J_{\nu-1/4}(\alpha p)+$ $+Y_{\nu+1/4}(\alpha p)\,Y_{\nu-1/4}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{-3/2}(t^3+4\alpha^2t)^{-1/2}\times$ $\times e^{2\nu\,\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}$
(20)	$p^{1/2}[J_{1/4+\nu}(\alpha p)\,J_{1/4-\nu}(\alpha p)+$ $+Y_{1/4+\nu}(\alpha p)\,Y_{1/4-\nu}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{-3/2}(t^3+4\alpha^2t)^{-1/2}\times$ $\times\{\cos[(\nu+1/4)\pi]\times$ $\times e^{-2\nu\,\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}+$ $+\sin[(\nu+1/4)\pi]\times$ $\times e^{2\nu\,\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}\}$
(21)	$p^{1/2}[J_{\nu+1/4}(\alpha p)\,Y_{\nu-1/4}(\alpha p)-$ $-J_{\nu-1/4}(\alpha p)\,Y_{\nu+1/4}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{-3/2}(t^3+4\alpha^2t)^{-1/2}\times$ $\times e^{-2\nu\,\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}$
(22)	$p^{1/2}[J_{1/4+\nu}(\alpha p)\,Y_{1/4-\nu}(\alpha p)-$ $-J_{1/4-\nu}(\alpha p)\,Y_{1/4+\nu}(\alpha p)],$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$(\pi/2)^{-3/2}(t^3+4\alpha^2t)^{-1/2}\times$ $\times\{\sin[(\nu+1/4)\pi]\times$ $\times e^{-2\nu\,\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}-$ $-\cos[(\nu+1/4)\pi]\times$ $\times e^{2\nu\,\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)}\}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(23)	$J_{\nu-p}(\alpha)\,Y_{-\nu-p}(\alpha) - J_{-\nu-p}(\alpha)\,Y_{\nu-p}(\alpha)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2$	$2\pi^{-2}\sin(2\nu\pi)\,K_{2\nu}[2\alpha\operatorname{sh}(t/2)]$
(24)	$J_p(\alpha)\dfrac{\partial Y_p(\alpha)}{\partial p} - Y_p(\alpha)\dfrac{\partial J_p(\alpha)}{\partial p}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$-\dfrac{2}{\pi}K_0[2\alpha\operatorname{sh}(t/2)]$
(25)	$p^{1/2}H^{(1)}_{1/8}\left(\dfrac{p^2}{a}\right)H^{(2)}_{1/8}\left(\dfrac{p^2}{a}\right)$, $a>0$	$a\cos\left(\dfrac{\pi}{8}\right)\dfrac{(2t)^{1/2}}{\pi^{1/2}}J_{1/8}\left(\dfrac{at^2}{16}\right)\times J_{-1/8}\left(\dfrac{at^2}{16}\right)$
(26)	$p^{-1/2}H^{(1)}_{\nu}(2^{-1}\alpha^{-1}p)\times H^{(2)}_{\nu}(2^{-1}\alpha^{-1}p)$	$2\alpha(2t/\pi)^{1/2}\times P^{1/4}_{\nu-1/4}[(1+\alpha^2t^2)^{1/2}]\times P^{-1/4}_{\nu-1/4}[(1+\alpha^2t^2)^{1/2}]$
(27)	$p^{1/2}H^{(1)}_{1/2+\nu}(\alpha p)\,H^{(2)}_{1/2-\nu}(\alpha p)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$4[\pi^3t(t^2+4\alpha^2)]^{-1/2}e^{-\nu\pi i}\times\{\operatorname{ch}[2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]+i\operatorname{sh}[2\nu\operatorname{arsh}(2^{-1}\alpha^{-1}t)]\}$
(28)	$\pi\,\Gamma(2\lambda+2)\,e^{(\mu-\nu)\pi i}p^{-2\lambda}\times H^{(1)}_{2\mu}(p/\alpha)\,H^{(2)}_{2\nu}(p/\alpha)$, $\operatorname{Re}\lambda>-1/2$	$2(2\lambda+1)\,\alpha t^{2\lambda}\times{}_4F_3(1/2+\mu+\nu,\ 1/2-\mu+\nu,\ 1/2+\mu-\nu,\ 1/2-\mu-\nu;\ 1/2,\ \lambda+1/2,\ \lambda+1;\ -2^{-2}\alpha^2t^2)+i4\alpha^2(\mu^2-\nu^2)\,t^{2\lambda+1}\times{}_4F_3(1+\mu+\nu,\ 1+\nu-\mu,\ 1-\mu-\nu,\ 1+\mu-\nu;\ 3/2,\ \lambda+1,\ \lambda+3/2;\ -2^{-2}\alpha^2t^2)$
(29)	$\Gamma(2\nu+1/2)\,p^{-2\nu}H^{(1)}_{2\nu}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\times H^{(2)}_{2\nu}(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>-1/4$	$2\alpha^{-\nu-1/2}t^{2\nu-1/2}e^{2^{-1}\alpha t^{-1}}W_{\nu,\nu}(\alpha/t)$
(30)	$p^{1/2}[H^{(1)}_{\nu}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\times H^{(2)}_{\nu+1}(\alpha^{1/2}p^{1/2})+H^{(1)}_{\nu+1}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\,H^{(2)}_{\nu}(\alpha^{1/2}p^{1/2})]$	$\alpha^{-1/2}\pi^{-3/2}(4\nu+2)\,e^{2^{-1}\alpha t^{-1}}\times W_{-1/2,\,\nu+1/2}(\alpha/t)$

5.15. Модифицированные функции Бесселя от аргументов kp и kp^2

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$e^{-bp} I_0(bp), \quad b>0$	$\pi^{-1}(2bt-t^2)^{-1/2}, \quad 0<t<2b$ $0, \quad t>2b$
(2)	$\pi b e^{-bp} I_1(bp), \quad b>0$	$(b-t)(2bt-t^2)^{-1/2}, \quad 0<t<2b$ $0, \quad t>2b$
(3)	$e^{-2^{-1}(a+b)p} I_n[2^{-1}(b-a)p]$, $\quad b>a\geqslant 0$	$0, \quad 0<t<a$ $\dfrac{\cos\left(n\arccos\frac{2t-a-b}{b-a}\right)}{\pi(t-a)^{1/2}(b-t)^{1/2}}, \quad a<t<b$ $0, \quad t>b$
(4)	$\dfrac{\pi^{3/2} e^{-bp/2} p^\nu}{\Gamma(\nu+1/2)\, b^\nu} I_\nu(2^{-1}bp)$, $\quad \operatorname{Re}\nu<1/2,\ b>0$	$\cos(2\pi\nu)(bt-t^2)^{-\nu-1/2}, \quad 0<t<b$ $-\sin(2\pi\nu)(t^2-bt)^{-\nu-1/2}, \quad t>b$
(5)	$\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)\, e^{-bp/2}\times$ $\times b^\nu p^{-\nu} I_\nu(2^{-1}bp)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1/2,\ b>0$	$(bt-t^2)^{\nu-1/2}, \quad 0<t<b$ $0, \quad t>b$
(6)	$\Gamma(2\nu+n)\, e^{-bp/2}\times$ $\times b^\nu p^{-\nu} I_{\nu+n}(2^{-1}bp)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1/2,\ b>0$	$\dfrac{(-1)^n n!\,\Gamma(\nu)\, 2^{2\nu}}{\pi(bt-t^2)^{1/2-\nu}} C_n^\nu(2tb^{-1}-1), \quad 0<t<b$ $0, \quad t>b$
(7)	$\dfrac{\Gamma(2\nu)\, p^{-\nu} I_\nu(ap)}{\operatorname{sh}(ap)}$, $\quad a>0,\ \operatorname{Re}\nu>-1/2$	$\pi^{-1}2^\nu a^{-\nu}\Gamma(\nu)[2a(t-2ak)-$ $-(t-2ak)^2]^{\nu-1/2}$, $k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$ $2ak<t<2a(k+1)$
(8)	$K_0(bp), \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $y^{-1}, \quad t>b$

$y=(t^2-b^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(9)	$p^{-1}K_0(bp), \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\operatorname{arch}(t/b), \quad t>b$
(10)	$K_1(bp), \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $b^{-1}ty^{-1}, \quad t>b$
(11)	$p^{-1}K_1(bp), \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $b^{-1}y, \quad t>b$
(12)	$K_\nu(bp), \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $y^{-1}\operatorname{ch}[\nu \operatorname{arch}(t/b)], \quad t>b$
(13)	$p^{-1}K_\nu(bp), \quad b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\nu^{-1}\operatorname{sh}[\nu \operatorname{arch}(t/b)], \quad t>b$
(14)	$\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,p^{-\nu}K_\nu(bp),$ $b>0, \ \operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$0, \quad 0<t<b$ $2^{-\nu}\pi^{1/2}b^{-\nu}y^{2\nu-1}, \quad t>b$
(15)	$2^{2\mu}\,\Gamma(2\mu+{}^1/_2)\,(p/b)^{-2\mu}K_{2\nu}(bp),$ $\operatorname{Re}\mu>-{}^1/_4, \ b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\pi^{1/2}y^{4\mu-1}\times$ $\times\, {}_2F_1(\mu-\nu,\ \mu+\nu;\ 2\mu+{}^1/_2;$ $1-t^2/b^2),$ $t>b$
(16)	$e^{\alpha p}K_0(\alpha p), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$(t^2+2\alpha t)^{-1/2}$
(17)	$e^{\alpha p}K_1(\alpha p), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\alpha^{-1}(t+\alpha)(t^2+2\alpha t)^{-1/2}$
(18)	$e^{\alpha p}K_\nu(\alpha p), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$(t^2+2\alpha t)^{-1/2}\operatorname{ch}[\nu\operatorname{arch}(1+t/\alpha)]$
(19)	$p^{-1}e^{\alpha p}K_0(\alpha p), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\operatorname{arch}(1+t/\alpha)$
(20)	$p^{-1}e^{\alpha p}K_1(\alpha p), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\alpha^{-1}(t^2+2\alpha t)^{-1/2}$
(21)	$p^{-1}e^{\alpha p}K_\nu(\alpha p), \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\nu^{-1}\operatorname{sh}[\nu\operatorname{arch}(1+t/\alpha)]$
(22)	$p^{-\nu}e^{\alpha p}K_\nu(\alpha p),$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2, \ \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\pi^{1/2}[\Gamma(\nu+{}^1/_2)]^{-1}\times$ $\times(2\alpha)^{-\nu}(t^2+2\alpha t)^{\nu-1/2}$
(23)	$p^{\mu}e^{\alpha p}K_\nu(\alpha p),$ $\operatorname{Re}\mu<{}^1/_2, \ \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$2^{-1/2}\pi^{1/2}\alpha^{-1/2}\times$ $\times(t^2+2\alpha t)^{-\mu/2-1/4}\times$ $\times P^{\mu+1/2}_{\nu-1/2}(1+t/\alpha)$

$y=(t^2-b^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(24)	$e^{\alpha p^2}K_0(\alpha p^2)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1/2}\alpha^{-1/2}\pi^{1/2}\times$ $\times\exp\left(-\frac{t^2}{16\alpha}\right)I_0\left(\frac{t^2}{16\alpha}\right)$
(25)	$p^{1/2}e^{\alpha p^2}K_{1/4}(\alpha p^2)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(2\alpha t)^{-1/2}\exp\left(-\frac{t^2}{8\alpha}\right)$
(26)	$p^{-1/2}e^{\alpha p^2}K_{1/4}(\alpha p^2)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(8\alpha)^{-1/4}\gamma\left(\frac{1}{4},\frac{t^2}{8\alpha}\right)$
(27)	$\Gamma(4\nu+1)p^{-4\nu}e^{\alpha p^2}K_{2\nu}(\alpha p^2)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/4$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{3\nu+1}\pi^{1/2}\alpha^{\nu}t^{2\nu-1}\times$ $\times\exp\left(-\frac{t^2}{16\alpha}\right)M_{-3\nu,\nu}\left(\frac{t^2}{8\alpha}\right)$

5.16. Модифицированные функции Бесселя других аргументов

(1)	$I_\nu(2\alpha/p)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>0$	$\alpha^{1/2}t^{-1/2}Z_\nu^{(b)}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(2)	$p\,I_\nu(2\alpha/p)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>1$	$\alpha^2V_\nu^{(b)}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(3)	$p^{-1}I_\nu(2\alpha/p)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$X_\nu^{(b)}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(4)	$p^{-2}I_\nu(2\alpha/p)$, $\quad \operatorname{Re}\nu>-2$	$\alpha^{-1/2}t^{1/2}W_\nu^{(b)}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(5)	$p^{-\lambda}I_\nu\left(\frac{2\alpha}{p}\right)$, $\quad \operatorname{Re}(\lambda+\nu)>0$	$\frac{\alpha^\nu t^{\lambda+\nu-1}}{\Gamma(\nu+1)\Gamma(\lambda+\nu)}\times$ $\times{}_0F_3\left(\nu+1,\frac{\lambda+\nu}{2},\frac{\lambda+\nu+1}{2};\frac{1}{4}\alpha^2t^2\right)$
(6)	$p^{-1/2}e^{\alpha/p}I_{1/4}(\alpha/p)$	$\pi^{-1}(2\alpha)^{-1/4}t^{-3/4}\operatorname{sh}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(7)	$p^{-1/2}e^{-\alpha/p}I_{1/4}(\alpha/p)$	$\pi^{-1}(2\alpha)^{-1/4}t^{-3/4}\sin[(8\alpha t)^{1/2}]$
(8)	$p^{-1/2}e^{\alpha/p}I_{-1/4}(\alpha/p)$	$\pi^{-1}(2\alpha)^{-1/4}t^{-3/4}\operatorname{ch}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(9)	$p^{-1/2}e^{-\alpha/p}I_{-1/4}(\alpha/p)$	$\pi^{-1}(2\alpha)^{-1/4}t^{-3/4}\cos[(8\alpha t)^{1/2}]$
(10)	$\pi p^{-1/2}e^{\alpha/p}I_{3/4}(\alpha/p)$	$2^{-1/4}\alpha^{-1/4}t^{-3/4}\operatorname{ch}[(8\alpha t)^{1/2}]-$ $-2^{-7/4}\alpha^{-3/4}t^{-5/4}\operatorname{sh}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(11)	$p^{-1/2}e^{-\alpha/p}I_{3/4}(\alpha/p)$	$2^{-7/4}\alpha^{-3/4}t^{-5/4}\sin[(8\alpha t)^{1/2}]-$ $-2^{-1/4}\alpha^{-1/4}t^{-3/4}\cos[(8\alpha t)^{1/2}]$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(12)	$\pi p^{-1/2}e^{\alpha/p}I_{-3/4}(\alpha/p)$	$2^{-1/4}\alpha^{-1/4}t^{-3/4}\operatorname{sh}[(8\alpha t)^{1/2}]-$ $-2^{-7/4}\alpha^{-3/4}t^{-5/4}\operatorname{ch}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(13)	$\pi p^{-1/2}e^{-\alpha/p}I_{-3/4}(\alpha/p)$	$-2^{-1/4}\alpha^{-1/4}t^{-3/4}\sin[(8\alpha t)^{1/2}]-$ $-2^{-7/4}\alpha^{-3/4}t^{-5/4}\cos[(8\alpha t)^{1/2}]$
(14)	$p^{-1}e^{\alpha/p}I_\nu(\alpha/p),\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\{I_\nu[(2\alpha t)^{1/2}]\}^2$
(15)	$p^{-1}e^{-\alpha/p}I_\nu(\alpha/p),\quad \operatorname{Re}\nu>-1$	$\{J_\nu[(2\alpha t)^{1/2}]\}^2$
(16)	$p^{-1/2}e^{\alpha/p}I_\nu(\alpha/p),\quad \operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$(\pi t)^{-1/2}I_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(17)	$p^{-1/2}e^{-\alpha/p}I_\nu(\alpha/p),\quad \operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$(\pi t)^{-1/2}J_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(18)	$p^{-\lambda}e^{\alpha/p}I_\nu(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}(\lambda+\nu)>0$	$\dfrac{2^{-\nu}\alpha^\nu t^{\lambda+\nu-1}}{\Gamma(\nu+1)\,\Gamma(\lambda+\nu)}\times$ $\times{}_1F_2(\nu+{}^1/_2;\ 2\nu+1,\ \lambda+\nu;\ 2\alpha t)$
(19)	$p^{-\lambda}e^{-\alpha/p}I_\nu(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}(\lambda+\nu)>0$	$\dfrac{2^{-\nu}\alpha^\nu t^{\lambda+\nu-1}}{\Gamma(\nu+1)\,\Gamma(\lambda+\nu)}\times$ $\times{}_1F_2(\nu+{}^1/_2;\ 2\nu+1,$ $\lambda+\nu;\ -2\alpha t)$
(20)	$p^{-1/2}\operatorname{sh}(\alpha/p)\,I_\nu(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$2^{-1}\pi^{-1/2}t^{-1/2}\{I_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]-$ $-J_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]\}$
(21)	$p^{-1/2}\operatorname{ch}(\alpha/p)\,I_\nu(\alpha/p),$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$2^{-1}\pi^{-1/2}t^{-1/2}\{I_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]+$ $+J_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]\}$
(22)	$p^{-1}e^{(\alpha^2+\beta^2)/p}I_\nu(2\alpha\beta/p),$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$I_\nu(2\alpha t^{1/2})\,I_\nu(2\beta t^{1/2})$
(23)	$p^{-1}e^{-(\alpha^2+\beta^2)/p}I_\nu(2\alpha\beta/p),$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$J_\nu(2\alpha t^{1/2})\,J_\nu(2\beta t^{1/2})$
(24)	$2p^{-1}\operatorname{sh}[(\alpha^2+\beta^2)/p]\,I_\nu(2\alpha\beta/p),$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$I_\nu(2\alpha t^{1/2})\,I_\nu(2\beta t^{1/2})-$ $-J_\nu(2\alpha t^{1/2})\,J_\nu(2\beta t^{1/2})$
(25)	$2p^{-1}\operatorname{ch}[(\alpha^2+\beta^2)/p]\,I_\nu(2\alpha\beta/p),$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$I_\nu(2\alpha t^{1/2})\,I_\nu(2\beta t^{1/2})+$ $+J_\nu(2\alpha t^{1/2})\,J_\nu(2\beta t^{1/2})$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(26)	$2^{1/2}\pi^{1/2}r^{-\nu}e^{-p}C_n^\nu(p/r)I_{\nu+n}(r)$, $r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$	$(-1)^n\alpha^{1/2-\nu}(2t-t^2)^{\nu/2-1/4}\times C_n^\nu(t-1)\times I_{\nu-1/2}[\alpha(2t-t^2)^{1/2}]$, $0<t<2$; 0, $t>2$
(27)	$\pi e^{-p}I_0[(p^2-\alpha^2)^{1/2}]$	$(2t-t^2)^{-1/2}\cos[\alpha(2t-t^2)^{1/2}]$, $0<t<2$; 0, $t>2$
(28)	$p^{1/2}[I_{\nu-1/4}(bp)I_{-\nu-1/4}(bp)-I_{\nu+1/4}(bp)I_{-\nu+1/4}(bp)]$	$\dfrac{2^{3/2}\cos[2\nu\arccos(2^{-1}b^{-1}t)]}{\pi^{3/2}(4b^2t-t^3)^{1/2}}$, $0<t<2b$; 0, $t>2b$
(29)	$p^{-1/2}\operatorname{sh}(\alpha/p)K_0(\alpha/p)$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}K_0[(8\alpha t)^{1/2}]+2^{-1}\pi^{1/2}t^{-1/2}Y_0[(8\alpha t)^{1/2}]$
(30)	$p^{-1/2}\operatorname{ch}(\alpha/p)K_0(\alpha/p)$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}K_0[(8\alpha t)^{1/2}]-2^{-1}\pi^{1/2}t^{-1/2}Y_0[(8\alpha t)^{1/2}]$
(31)	$\alpha^{1/2}p^{-1/2}e^{\alpha/p}K_{1/4}(\alpha/p)$	$(2t)^{-3/4}e^{-(8\alpha t)^{1/2}}$
(32)	$\pi^{-1/2}p^{2\lambda}K_{2\nu}(2\alpha/p)$, $\operatorname{Re}(\lambda\pm\nu)<0$	$2^{2\lambda}t^{-2\lambda-1}\times S_2(\nu-1/2,\ -\nu-1/2,\ \lambda+1/2,\ \lambda;\ 2^{-1}\alpha t)$
(33)	$p^{-1/2}e^{\alpha/p}K_\nu(\alpha/p)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2$	$2\pi^{-1/2}t^{-1/2}\cos(\nu\pi)K_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(34)	$\pi^{-1/2}p^{-1/2}e^{-\alpha/p}K_\nu(\alpha/p)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/2$	$-t^{-1/2}\sin(\nu\pi)J_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]-t^{-1/2}\cos(\nu\pi)Y_{2\nu}[(8\alpha t)^{1/2}]$
(35)	$K_0(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant 0,\ \alpha\neq 0$	$2^{-1}t^{-1}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(36)	$\alpha^{1/2}p^{-1/2}K_1(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant 0$	$e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$
(37)	$\alpha^{-1/2}p^{1/2}K_1(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-2}t^{-2}e^{-2^{-2}\alpha t^{-1}}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(38)	$p^{-1/2}K_\nu(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi^{-1/2}t^{-1/2}e^{-2^{-1}\alpha t^{-1}}\times$ $\times K_{\nu/2}(2^{-1}\alpha t^{-1})$
(39)	$\alpha^{\nu/2}p^{-\nu/2}K_\nu(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}t^{\nu-1}e^{-\alpha/t}$
(40)	$\alpha^{-\nu/2}p^{\nu/2}K_\nu(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}t^{-\nu-1}e^{-\alpha/t}$
(41)	$p^{\nu/2-1}K_\nu(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\alpha^{-\nu/2}\Gamma(\nu,\ \alpha/t)$
(42)	$p^{\nu/2+n}K_\nu(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}(-1)^n n!\,\alpha^{\nu/2}t^{-n}e^{-\alpha/t}\times$ $\times L_n^\nu(\alpha/t)$
(43)	$2\alpha^{1/2}p^{\mu-1}K_{2\nu}(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$t^{1/2-\mu}e^{-2^{-1}\alpha t^{-1}}W_{\mu-1/2,\ \nu}(\alpha/t)$
(44)	$r^{-1}K_1(br)$, $b>0$	0, $0<t<b$ $\alpha^{-1}b^{-1}\sin\alpha y$, $t>b$
(45)	$2^{1/2}\pi^{-1/2}r^{-\nu}K_\nu(br)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	0, $0<t<b$ $\alpha^{1/2-\nu}b^{-\nu}y^{\nu-1/2}J_{\nu-1/2}(\alpha y)$, $t>b$
(46)	$2^{1/2}\pi^{-1/2}r^{-\nu}e^{\beta p}K_\nu(\beta r)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$, $\vert\arg\beta\vert<\pi$	$\alpha^{1/2-\nu}\beta^{-\nu}(t^2+2\beta t)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times J_{\nu-1/2}[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(47)	$2^{1/2}\pi^{-1/2}s^{-\nu}K_\nu(bs)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	0, $0<t<b$ $\alpha^{1/2-\nu}b^{-\nu}y^{\nu-1/2}I_{\nu-1/2}(\alpha y)$, $t>b$
(48)	$2^{1/2}\pi^{-1/2}s^{-\nu}e^{\beta p}K_\nu(\beta s)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$, $\vert\arg\beta\vert<\pi$	$\alpha^{1/2-\nu}\beta^{-\nu}(t^2+2\beta t)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times I_{\nu-1/2}[\alpha(t^2+2\beta t)^{1/2}]$
(49)	$\dfrac{(c/2)^pK_p(c)}{\Gamma(p+1/2)}$, $c>0$	$\dfrac{\cos[c(e^t-1)^{1/2}]}{2\pi^{1/2}(1-e^{-t})^{1/2}}$
(50)	$\dfrac{a^pK_{\nu-p}(a)}{\Gamma(p+1)}$, $\operatorname{Re}\nu>-1,\ a>0$	$2^{-1}(e^t-1)^{\nu/2}J_\nu[2a(e^t-1)^{1/2}]$

$$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2},\quad s=(p^2-\alpha^2)^{1/2},\quad y=(t^2-b^2)^{1/2}$$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(51)	$J_\nu(a^{1/2}p^{1/2})\,K_\nu(a^{1/2}p^{1/2})$, $a>0$	$2^{-1}t^{-1}J_\nu(2^{-1}at^{-1})$
(52)	$Y_\nu(a^{1/2}p^{1/2})\,K_\nu(a^{1/2}p^{1/2})$, $a>0$	$2^{-1}t^{-1}Y_\nu(2^{-1}at^{-1})$
(53)	$H_\nu^{(1)}(a^{1/2}p^{1/2})\,K_\nu(a^{1/2}p^{1/2})$, $a>0$	$2^{-1}t^{-1}H_\nu^{(1)}(2^{-1}at^{-1})$
(54)	$H_\nu^{(2)}(a^{1/2}p^{1/2})\,K_\nu(a^{1/2}p^{1/2})$, $a>0$	$2^{-1}t^{-1}H_\nu^{(2)}(2^{-1}at^{-1})$
(55)	$p^{1/2}I_n(bp)\,K_{n+1/2}(bp)$, $b>0$	$\dfrac{(-1)^n\cos[(2n+1/2)\arccos(2^{-1}b^{-1}t)]}{[2^{-1}\pi(4b^2t-t^3)]^{1/2}}$, $0<t<2b$ 0, $t>2b$
(56)	$K_\nu(\alpha^{1/2}p^{1/2}+\beta^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times I_\nu(\alpha^{1/2}p^{1/2}-\beta^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}t^{-1}e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)t^{-1}}\times$ $\times I_\nu[2^{-1}(\alpha-\beta)t^{-1}]$
(57)	$I_\nu[2^{-1}b(r-p)]\times$ $\times K_\nu[2^{-1}b(r+p)]$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	0, $0<t<b$ $(t^2-b^2)^{-1/2}J_{2\nu}[\alpha(t^2-b^2)^{1/2}]$, $t>b$
(58)	$I_{\nu+p}(c)\,K_{\nu-p}(c)$, $c>0$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$2^{-1}J_{2\nu}[2c\operatorname{sh}(t/2)]$
(59)	$p^{2\nu}[K_{2\nu}(\alpha^{1/2}p^{1/2})]^2$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\pi^{1/2}\alpha^{\nu-1/2}t^{-(\nu-1/2)}e^{-2^{-1}\alpha t^{-1}}\times$ $\times W_{\nu,\nu}(\alpha/t)$
(60)	$e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p}K_{2\nu}(2^{-1}\alpha p)\times$ $\times K_{2\nu}(2^{-1}\beta p)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\pi(\alpha\beta)^{\nu-1/4}(\alpha+t)^{-\nu-1/4}\times$ $\times(\beta+t)^{-\nu-1/4}P_{2\nu-1/2}(z)$, $z=2\alpha^{-1}\beta^{-1}(\alpha+t)(\beta+t)-1$
(61)	$p^{1/2}K_{\nu+1/2}(\alpha^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times K_{\nu-1/2}(\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}(2\alpha)^{-1/2}\pi^{1/2}t^{-1}e^{-2^{-1}\alpha t^{-1}}\times$ $\times W_{1/2,\nu}(\alpha/t)$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(62)	$p^{1/2}K_{\nu+1/4}(bp)K_{\nu-1/4}(bp)$, $b>0$	0, $0<t<2b$; $\dfrac{2^{1/2}\pi^{1/2}\operatorname{ch}[2\nu\operatorname{arch}(2^{-1}b^{-1}t)]}{(t^3-4b^2t)^{1/2}}$, $t>2b$
(63)	$p^{1/2}e^{2\alpha p}K_{\nu+1/4}(\alpha p)K_{\nu-1/4}(\alpha p)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$(2\pi)^{1/2}[t(t+2\alpha)(t+4\alpha)]^{-1/2}\times$ $\times\operatorname{ch}[2\nu\operatorname{arch}(1+2^{-1}\alpha^{-1}t)]$
(64)	$K_\nu(\alpha^{1/2}p^{1/2}+\beta^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times K_\nu(\alpha^{1/2}p^{1/2}-\beta^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}t^{-1}e^{-2^{-1}(\alpha+\beta)t^{-1}}\times$ $\times K_\nu[2^{-1}(\alpha-\beta)t^{-1}]$
(65)	$K_\nu[p^{1/2}+(p-1)^{1/2}]\times$ $\times K_\nu[p^{1/2}-(p-1)^{1/2}]$	$2^{-1}t^{-1}e^{t/2-1/t}K_\nu(t/2)$
(66)	$K_\nu[(\lambda S/\alpha)^{1/2}]K_\nu[(\lambda\alpha/S)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}(\lambda/\alpha)>0$	$2^{-1}t^{-1}e^{-2^{-1}\lambda\alpha^{-1}t^{-1}}K_\nu(\alpha\lambda t)$

5.17. Функции, родственные функциям Бесселя

(1)	$\mathbf{J}_\nu(p)-J_\nu(p)$	$\pi^{-1}\sin(\nu\pi)(t^2+1)^{-1/2}\times$ $\times[(t^2+1)^{1/2}-t]^\nu$
(2)	$\dfrac{[\mathbf{J}_p(\alpha)-J_p(\alpha)]}{\sin(\pi p)}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant 0$	$\pi^{-1}e^{-\alpha\operatorname{sh}t}$
(3)	$\mathbf{E}_\nu(p)+Y_\nu(p)$	$-(t^2+1)^{-1/2}\times$ $\times\{[(t^2+1)^{1/2}+t]^\nu+$ $+\cos(\nu\pi)[(t^2+1)^{1/2}-t]^\nu\}$
(4)	$p^{-1}[\mathbf{H}_0(\alpha p)-Y_0(\alpha p)]$	$2\pi^{-1}\operatorname{arsh}(t/\alpha)$
(5)	$2^{-1}\pi[\mathbf{H}_1(\alpha p)-Y_1(\alpha p)]-1$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2$	$\alpha^{-1}t(t^2+\alpha^2)^{-1/2}$
(6)	$p^{-\nu}[\mathbf{H}_\nu(\alpha p)-Y_\nu(\alpha p)]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{2^{1-\nu}\alpha^{-\nu}}{\pi^{1/2}\Gamma(\nu+1/2)}(t^2+\alpha^2)^{\nu-1/2}$

$S=p+s$, $s=(p^2-\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(7)	$p^{1/2}[\mathbf{H}_{1/4}(p^2/a)-Y_{1/4}(p^2/a)]$, $a>0$	$a\pi^{-1/2}t^{1/2}J_{-1/4}(2^{-2}at^2)$
(8)	$p^{1/2}[\mathbf{H}_{-1/4}(p^2/a)-$ $-Y_{-1/4}(p^2/a)]$, $a>0$	$a\pi^{-1/2}t^{1/2}J_{1/4}(2^{-2}at^2)$
(9)	$p^{3/2}[\mathbf{H}_{-3/4}(p^2/a)-$ $-Y_{-3/4}(p^2/a)]$, $a>0$	$-2^{-1}a^2\pi^{-1/2}t^{3/2}J_{-1/4}(2^{-2}at^2)$
(10)	$p^{3/2}[\mathbf{H}_{-1/4}(p^2/a)-$ $-Y_{-1/4}(p^2/a)]$, $a>0$	$2^{-1}a^2\pi^{-1/2}t^{3/2}J_{-3/4}(2^{-2}at^2)$
(11)	$p^{-\lambda}\mathbf{H}_\nu\left(\frac{2\alpha}{p}\right)$, $\mathrm{Re}(\lambda+\nu)>-1$	$\frac{2\pi^{-1/2}\alpha^{\nu+1}t^{\lambda+\nu}}{\Gamma(\nu+3/2)\Gamma(\lambda+\nu+1)}\times$ $\times{}_1F_4\left(1;\ \frac{3}{2},\ \nu+\frac{3}{2},\ \frac{\lambda+\nu+1}{2},\right.$ $\left.\frac{\lambda+\nu}{2}+1;\ -\frac{\alpha^2t^2}{4}\right)$
(12)	$p^{-1/2}[\mathbf{H}_0(2\alpha p^{1/2})-Y_0(2\alpha p^{1/2})]$	$2\pi^{-3/2}t^{-1/2}e^{2^{-1}\alpha^2t^{-1}}K_0(2^{-1}\alpha^2t^{-1})$
(13)	$p^{-\nu/2}[\mathbf{H}_{-\nu}(\alpha p^{1/2})-Y_{-\nu}(\alpha p^{1/2})]$, $\mathrm{Re}\,\nu>-1/2$	$2^\nu\pi^{-1}\alpha^{-\nu}\cos(\nu\pi)\,t^{\nu-1}\times$ $\times\exp(2^{-2}\alpha^2t^{-1})\times$ $\times\mathrm{Erfc}(2^{-1}\alpha t^{-1/2})$
(14)	$p^{-\nu/2-1/2}\times$ $\times[\mathbf{H}_\nu(ap^{1/2})-Y_\nu(ap^{1/2})]$	$2\pi^{-1/2}a^{-1}[\Gamma(1/2+\nu)]^{-1}t^{-\nu/2}\times$ $\times\exp\left(\frac{a^2}{8t}\right)W_{\nu/2,\ \nu/2}\left(\frac{a^2}{4t}\right)$
(15)	$\Gamma(p+1/2)\,2^p\alpha^{-p}\,\mathbf{H}_p(\alpha)$	$\pi^{-1/2}(e^t-1)^{-1/2}\times$ $\times\sin[\alpha(1-e^{-t})^{1/2}]$
(16)	$p^{-1}[I_0(bp)-\mathbf{L}_0(bp)]$, $b>0$	$2\pi^{-1}\arcsin(t/b)$, $0<t<b$ 0, $t>b$
(17)	$2^{-1}\pi[\mathbf{L}_1(bp)-I_1(bp)]+1$, $b>0$	$b^{-1}t(b^2-t^2)^{-1/2}$, $0<t<b$ 0, $t>b$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(18)	$\pi^{1/2}\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,p^{-\nu}\times$ $\times[I_\nu(bp)-\mathbf{L}_\nu(bp)]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2,\ b>0$	$2^{1-\nu}b^{-\nu}(b^2-t^2)^{\nu-1/2}$, $0<t<b$ 0, $t>b$
(19)	$\pi^{1/2}(2b)^\nu\,\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,p^{-\nu}e^{-bp}\mathbf{L}_\nu(bp)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2,\ b>0$	$(2bt-t^2)^{\nu-1/2}$, $0<t<b$ $-(2bt-t^2)^{\nu-1/2}$, $b<t<2b$ 0, $t>2b$
(20)	$\dfrac{\pi^{1/2}\,\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,p^{-\nu}\,\mathbf{L}_\nu(p)}{2\operatorname{sh}p}$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$[2(t-2k)-(t-2k)^2]^{\nu-1/2}$, $2k<t<2k+1$ $-[2(t-2k)-(t-2k)^2]^{\nu-1/2}$, $2k+1<t<2k+2$
(21)	$\dfrac{\Gamma(\nu+{}^1/_2)\,p^{-\nu}\,[I_\nu(p)-\mathbf{L}_\nu(p)]}{\operatorname{sh}(p/2)}$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	0, $0<t<{}^1/_2$ $4\pi^{-1/2}[{}^3/_4+t-k-$ $-(t-k)^2]^{\nu-1/2}$, $k+{}^1/_2<t<k+{}^3/_2$ $k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$
(22)	$p^{-\lambda}\,\mathbf{L}_\nu(2\alpha/p)$, $\operatorname{Re}(\lambda+\nu)>-1$	$\dfrac{2\pi^{-1/2}\alpha^{\nu+1}t^{\lambda+\nu}}{\Gamma(\nu+{}^3/_2)\,\Gamma(\lambda+\nu+1)}\times$ $\times\,{}_1F_4\left(1;\ \dfrac{3}{2},\ \nu+\dfrac{3}{2},\ \dfrac{\lambda+\nu+1}{2},\ \dfrac{\lambda+\nu}{2}+1;\ \dfrac{\alpha^2t^2}{4}\right)$
(23)	$p^{-1/2}[I_0(2ap^{1/2})-\mathbf{L}_0(2ap^{1/2})]$, $\operatorname{Re}a>0$	$(\pi t)^{-1/2}e^{-2^{-1}a^2t^{-1}}I_0(2^{-1}a^2t^{-1})$
(24)	$p^{-\nu/2}[\mathbf{L}_{-\nu}(ap^{1/2})-I_\nu(ap^{1/2})]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$i\pi^{-1}2^\nu a^{-\nu}\cos(\nu\pi)\,t^{\nu-1}\times$ $\times\exp(2^{-2}a^2t^{-1})\times$ $\times\operatorname{Erf}(2^{-1}iat^{-1/2})$
(25)	$\Gamma({}^1/_2-p)\,(2^{-1}b)^p\times$ $\times[I_p(b)-\mathbf{L}_{-p}(b)]$, $b>0$	$\pi^{-1/2}(1-e^{-t})^{-1/2}\times$ $\times\sin[b(e^t-1)^{1/2}]$
(26)	$S_{0,\nu}(p)$	$(1+t^2)^{-1/2}\operatorname{ch}(\nu\operatorname{arsh}t)$
(27)	$S_{-1,\nu}(p)$	$\nu^{-1}(1+t^2)^{-1/2}\operatorname{sh}(\nu\operatorname{arsh}t)$
(28)	$p^{-1}S_{0,\nu}(p)$	$\nu^{-1}\operatorname{sh}(\nu\operatorname{arsh}t)$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(29)	$p^{-1} S_{1,\nu}(p)$	$\operatorname{ch}(\nu \operatorname{arsh} t)$
(30)	$p^{1-2\lambda-\mu} S_{\mu,\nu}\left(\frac{p}{\alpha}\right)$, $\operatorname{Re}\lambda > 0$, $\operatorname{Re}\alpha > 0$	$\frac{\alpha^{1-\mu}t^{2\lambda-1}}{\Gamma(2\lambda)} \times {}_3F_2\left(1, \frac{1-\mu+\nu}{2}, \frac{1-\mu-\nu}{2}; \lambda, \lambda+\frac{1}{2}; -\alpha^2t^2\right)$
(31)	$p^{1/2} S_{-\mu-1, 1/4}(2^{-1}p^2)$, $\operatorname{Re}\mu > -3/4$	$2^{2\mu+1}[\Gamma(2\mu+3/2)]^{-1}t^{1/2} \times s_{\mu, 1/4}(2^{-1}t^2)$

Другие формулы такого типа содержатся в «Nederl. Akad. Wetensch. Proc.», 1935: 38, ч. II, стр. 629.

(32)	$p^{-\mu-1/2} S_{2\mu,2\nu}(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}(\mu \pm \nu) > -1/2$, $\|\arg\alpha\| < \pi$	$2^{2\mu-1}\alpha^{-1/2}t^{\mu}e^{2^{-1}\alpha t^{-1}} W_{\mu,\nu}(\alpha/t)$
(33)	$p^{-\nu/2} S_{\mu,\nu}(2\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}(\mu-\nu) < 1$, $\|\arg\alpha\| < \pi$	$2^{\mu-1}\alpha^{-\nu/2}t^{\nu-1}e^{\alpha/t} \times \Gamma(\mu/2+\nu/2+1/2, \alpha/t)$
(34)	$p^{-1} S_{2,\nu}(\alpha p) - \alpha$	$(\nu-\nu^{-1}) \operatorname{sh}[\nu \operatorname{arsh}(t/\alpha)]$
(35)	$2\,O_n(p)$	$[t+(1+t^2)^{1/2}]^n + [t-(1+t^2)^{1/2}]^n$
(36)	$S_n(p)$	$\frac{[t+(1+t^2)^{1/2}]^n - [t-(1+t^2)^{1/2}]^n}{(1+t^2)^{1/2}}$

5.18. Функции параболического цилиндра

(1)	$\Gamma(\nu)\, e^{2^{-2}\alpha^2p^2} D_{-\nu}(\alpha p)$, $\operatorname{Re}\nu > 0$, $\|\arg\alpha\| < \pi/4$	$\alpha^{-\nu}t^{\nu-1}e^{-2^{-1}\alpha^{-2}t^2}$
(2)	$\Gamma(2\nu)\, p^{-1}e^{2^{-2}\alpha^2p^2} D_{-2\nu}(\alpha p)$, $\operatorname{Re}\nu > 0$, $\|\arg\alpha\| < \pi/4$	$2^{\nu+1}\gamma(\nu, 2^{-1}\alpha^{-2}t^2)$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(3)	$D_{-2\nu}(2b^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\dfrac{2^{1/2-\nu}b^{1/2}}{\Gamma(\nu)}\dfrac{(t-b)^{\nu-1}}{(t+b)^{\nu+1/2}}, \quad t>b$
(4)	$p^{-1/2}D_{1-2\nu}(2b^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ b>0$	$0, \quad 0<t<b$ $\dfrac{2^{1/2-\nu}(t-b)^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)(t+b)^{\nu-1/2}}, \quad t>b$
(5)	$\Gamma(\nu)e^{\alpha p/2}D_{-2\nu}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \vert\arg\alpha\vert<\pi$	$2^{-\nu}\alpha^{1/2}t^{\nu-1}(t+\alpha)^{-\nu-1/2}$
(6)	$\Gamma(\nu)p^{-1/2}e^{\alpha p/2}\times$ $\times D_{1-2\nu}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \vert\arg\alpha\vert<\pi$	$2^{1/2-\nu}t^{\nu-1}(t+\alpha)^{1/2-\nu}$
(7)	$\Gamma(2\nu)p^{-\nu}e^{2^{-3}\alpha p^{-1}}D_{-2\nu}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$(2t)^{\nu-1}e^{-2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2}}$
(8)	$p^{-\nu}e^{-2^{-3}\alpha p^{-1}}D_{2\nu-1}(\alpha^{1/2}p^{-1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{\nu+1/2}\pi^{-1/2}t^{\nu-1}\times$ $\times\sin(\nu\pi-2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(9)	$2^{p+\nu}\Gamma(p+\nu)D_{-2p}(\alpha)$, $\vert\arg\alpha\vert<\pi/4$	$e^{t/2}(e^t-1)^{-\nu-1/2}\times$ $\times\exp\left[-\dfrac{\alpha^2e^{-t}}{4(1-e^{-t})}\right]\times$ $\times D_{2\nu}\left[\dfrac{\alpha}{(1-e^{-t})^{1/2}}\right]$
(10)	$\Gamma(\nu+1)D_{-\nu-1}(pe^{2^{-2}\pi i})\times$ $\times D_{-\nu-1}(pe^{-2^{-2}\pi i})$, $\operatorname{Re}\nu>-1$	$\pi^{1/2}J_{\nu+1/2}(2^{-1}t^2)$
(11)	$2^{1/2}\Gamma(\nu)D_{-\nu}(2^{1/2}p^{1/2}e^{2^{-2}\pi i})\times$ $\times D_{-\nu}(2^{1/2}p^{1/2}e^{-2^{-2}\pi i})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$t^{\nu-1}(1+t^2)^{-1/2}\times$ $\times[1+(1+t^2)^{1/2}]^{1/2-\nu}$
(12)	$e^pD_{\nu-1/2}(2^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times D_{-\nu-1/2}(2^{1/2}p^{1/2})$	$\dfrac{\cos\{\nu\arccos[(1+t)^{-1}]\}}{[\pi t(t+1)(t+2)]^{1/2}}$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(13)	$p^{-1/2}e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p}\times$ $\times D_{4\mu}(2^{1/2}\alpha^{1/2}p^{1/2})\times$ $\times D_{4\nu}(2^{1/2}\beta^{1/2}p^{1/2})$, $\operatorname{Re}(\mu+\nu)<1/4$ $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$2^{-1/2}t^{-\mu-\nu-1/4}\times$ $\times(t+\alpha)^{\mu-\nu-1/4}\times$ $\times(t+\beta)^{\nu-\mu-1/4}\times$ $\times(-t-\alpha-\beta)^{\mu+\nu+1/4}\times$ $\times P^{\nu+\mu+1/4}_{2\nu-2\mu-1/2}(z)$, где $z=$ $=\alpha^{1/2}\beta^{1/2}(t+\alpha)^{-1/2}(t+\beta)^{-1/2}$

5.19. Гипергеометрическая функция Гаусса

(1)	$F(\alpha,\beta;\gamma;1/2-p/\lambda)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\frac{\lambda\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}(\lambda t)^{2^{-1}(\alpha+\beta-3)}\times$ $\times W_{2^{-1}(\alpha+\beta+1)-\gamma,\,2^{-1}(\alpha-\beta)}(\lambda t)$
(2)	$\Gamma(\alpha)p^{-\alpha}F(\alpha,\beta;\gamma;\lambda/p)$, [illegible] $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\lambda^{-\gamma/2}t^{\alpha-\gamma/2-1}\times$ $\times M_{\gamma/2-\beta,\,\gamma/2-1/2}(\lambda t)$
(3)	$p^{\gamma-1}(p-1)^n\times$ $\times F[-n,\alpha;\gamma;p/(p-1)]$, $\operatorname{Re}\gamma<1-n$ $\operatorname{Re}(\alpha-\gamma)>n-1$	$n!\,[\Gamma(1-\gamma)]^{-1}t^{-\gamma-n}L_n^{\alpha-\gamma-n}(t)$
(4)	$p^{m+n}(1+p)^{-m-n-2}\times$ $\times F(-m,-n;2;p^{-2})$	$(-1)^{m+n}t^{-1}k_{2m+2}(t/2)\,k_{2n+2}(t/2)$
(5)	$(p+1)^{-2\alpha}\times$ $\times F\left[-n,\alpha;\frac{1}{2}-\nu;\left(\frac{p-1}{p+1}\right)^2\right]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{(n!)^2\pi\,2^{1-\alpha}}{\Gamma(\alpha)\Gamma(1/2+n)}t^{2\alpha-1}\left[L_n^{\alpha-1/2}(t)\right]^2$
(6)	$(p^2+\alpha^2)^{-\lambda}\times$ $\times F\left(\lambda,\mu;\lambda+\mu+\frac{1}{2},\frac{\alpha^2}{p^2+\alpha^2}\right)$, $\operatorname{Re}\lambda>0$	$\frac{\Gamma(\lambda+\mu+1/2)}{\Gamma(2\lambda)}\left(\frac{\alpha}{2}\right)^{1/2-\lambda-\mu}\times$ $\times t^{\lambda-\mu-1/2}J_{\lambda+\mu-1/2}(\alpha t)$
(7)	$(p-\alpha)^n(p-\beta)^m p^{-m-n-2}\times$ $\times F\left[-m,-n;-m-n-1;\frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)}\right]$	$\frac{(m+1)!\,(n+1)!}{(m+n+1)!}\frac{(-1)^{m+n}}{\alpha\beta t}\times$ $\times e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t}\times$ $\times k_{2n+2}(2^{-1}\alpha t)\,k_{2m+2}(2^{-1}\beta t)$

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(8)	$(p-\alpha)^n (p-\beta)^m p^{-m-n-1/2} \times F\left[-m, -n; -m-n+1/2; \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)}\right]$	$\frac{(-2)^{m+n}(m+n)!}{(2m+2n)!\,\pi^{1/2}t^{1/2}} e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t} \times D_{2n}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2}) \times D_{2m}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(9)	$(p-\alpha)^n (p-\beta)^m p^{-m-n-3/2} \times F\left[-m, -n; -m-n-1/2; \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)}\right]$	$\frac{2^{m+n+1}(m+n+1)!}{(2m+2n+2)!\,(\pi\alpha\beta t)^{1/2}} \times e^{2^{-1}(\alpha+\beta)t} D_{2n+1}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2}) \times D_{2m+1}(2^{1/2}\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(10)	$(p-\alpha)^n (p-\beta)^m p^{-m-n-\lambda-1} \times F\left[-m, -n; -m-n-\lambda; \frac{p(p-\alpha-\beta)}{(p-\alpha)(p-\beta)}\right]$, $\operatorname{Re}\lambda > -1$	$\frac{m!\,n!\,t^\lambda}{\Gamma(m+n+\lambda+1)} L_n^\lambda(\alpha t)\, L_m^\lambda(\beta t)$
(11)	$\mathrm{B}(p, \gamma)\, F(\alpha, \beta; \gamma+p; z)$, $\operatorname{Re}\gamma > 0$, $\lvert\arg(z-1)\rvert < \pi$	$(1-e^{-t})^{\gamma-1} F[\alpha, \beta; \gamma; z(1-e^{-t})]$
(12)	$\frac{\Gamma(p)}{\Gamma(p+1/2)} \times F(-\mu-\nu, 1/2-\mu+\nu; p+1/2; z^2)$, $\lvert z\rvert < 1$	$\frac{\Gamma(1/2-\mu-\nu)\,\Gamma(1/2-\mu+\nu)}{2^{2\mu+1}\pi(1-e^{-t})^{1/2}} \times (1-z^2+z^2e^{-t})^\mu \times \left\{P_{2\nu}^{2\mu}[z(1-e^{-t})^{1/2}] + P_{2\nu}^{2\mu}[-z(1-e^{-t})^{1/2}]\right\}$
(13)	$\frac{\Gamma(p)}{\Gamma(p+3/2)} \times F(1/2-\mu-\nu, 1-\mu+\nu; p+3/2; z^2)$, $\lvert z\rvert < 1$	$-\frac{\Gamma(-\mu-\nu)\,\Gamma(1/2-\mu+\nu)}{4^{\mu+1/2}\pi z} \times (1-z^2+z^2e^{-t})^\mu \times \left\{P_{2\nu}^{2\mu}[z(1-e^{-t})^{1/2}] - P_{2\nu}^{2\mu}[-z(1-e^{-t})^{1/2}]\right\}$
(14)	$\mathrm{B}(p, \nu)\, F(\alpha, p; p+\nu; z)$, $\operatorname{Re}\nu > 0$, $\lvert\arg(z-1)\rvert < \pi$	$(1-e^{-t})^{\nu-1}(1-ze^{-t})^{-\alpha}$

5.20. Вырожденные гипергеометрические функции

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$p^{-\mu-1/2} e^{-2^{-1}(a+b)p} \times$ $\times M_{\varkappa,\mu}[(b-a)p]$, $\operatorname{Re}(\mu \pm \varkappa) > -1/2$, $b > a \geqslant 0$	0, $0<t<a$; $\dfrac{(b-a)^{1/2-\mu}}{\mathrm{B}(1/2+\varkappa+\mu,\ 1/2-\varkappa+\mu)} \times$ $\times \dfrac{(t-a)^{\varkappa+\mu-1/2}}{(b-t)^{\varkappa-\mu+1/2}}$, $a<t<b$; 0, $t>b$
(2)	$p^{\varkappa} e^{2^{-1}\alpha p^{-1}} M_{\varkappa,\mu}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}(\varkappa-\mu) < 1/2$	$\dfrac{\alpha^{1/2}\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma(\mu-\varkappa+1/2)} t^{-\varkappa-1/2} \times$ $\times I_{2\mu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(3)	$p^{1/2} M_{1/4,\nu}(\alpha/p)\, M_{-1/4,\nu}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}\nu > -1/4$	$2^{2\nu}\alpha t^{-1/2} \dfrac{[\Gamma(2\nu+1)]^2}{\Gamma(2\nu+1/2)} \times$ $\times J_{2\nu}[e^{2^{-2}\pi i}(2\alpha t)^{1/2}] \times$ $\times J_{2\nu}[e^{-2^{-2}\pi i}(2\alpha t)^{1/2}]$
(4)	$p^{-\mu-1/2} W_{\varkappa,\mu}(p)$, $\operatorname{Re}(\mu-\varkappa) > 1/2$	0, $0<t<1/2$; $\dfrac{1}{\Gamma(\mu+1/2-\varkappa)} \dfrac{(t-1/2)^{\mu-\varkappa-1/2}}{(t+1/2)^{-\mu-\varkappa+1/2}}$, $t>1/2$
(5)	$p^{-1} e^{2^{-1}\alpha p} W_{\varkappa,\mu}(\alpha p)$, $\lvert\arg\alpha\rvert < \pi$, $\operatorname{Re}\varkappa < 1$	$(1+\alpha t^{-1})^{\varkappa/2} P^{\varkappa}_{\mu-1/2}(1-2t/\alpha)$
(6)	$p^{-\mu-1/2} e^{2^{-1}\alpha p} W_{\varkappa,\mu}(\alpha p)$, $\lvert\arg\alpha\rvert < \pi$, $\operatorname{Re}(1/2-\varkappa+\mu) > 0$	$\dfrac{\alpha^{1/2-\mu} t^{\mu-\varkappa-1/2}(\alpha+t)^{\mu+\varkappa-1/2}}{\Gamma(1/2-\varkappa+\mu)}$
(7)	$p^{\varkappa-1/2} e^{p/2} W_{\varkappa,\mu}(p)$, $\operatorname{Re}\varkappa < 1/4$	$2^{-2\varkappa-1/2} t^{-\varkappa-1/4}(1+t)^{-1/2} \times$ $\times P^{2\varkappa+1/2}_{2\mu-1/2}[(1+t)^{1/2}]$
(8)	$p^{\varkappa-1} e^{p/2} W_{\varkappa,\mu}(p)$, $\operatorname{Re}\varkappa < 3/4$	$2^{-2\varkappa+1/2} t^{-\varkappa+1/4} \times$ $\times P^{2\varkappa-1/2}_{2\mu-1/2}[(1+t)^{1/2}]$
(9)	$p^{-\sigma} e^{2^{-1}\alpha^{-1}p} W_{\varkappa,\mu}(p/\alpha)$, $\lvert\arg\alpha\rvert < \pi$, $\operatorname{Re}(\sigma-\varkappa) > 0$	$\alpha^{-\varkappa}[\Gamma(\sigma-\varkappa)]^{-1} t^{\sigma-\varkappa-1} \times$ $\times {}_2F_1(1/2-\varkappa+\mu,\ 1/2-\varkappa-\mu;$ $\sigma-\varkappa;\ -\alpha t)$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(10)	$p^{-2\mu-1}e^{2^{-1}\alpha p^2}W_{-3\mu,\,\mu}(\alpha p^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\mu>-{}^1/_8$	$2^{8\mu}\alpha^{-\mu}\frac{\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma(8\mu+1)}t^{4\mu}\times\exp\left(-\frac{t^2}{8\alpha}\right)I_{2\mu}\left(\frac{t^2}{8\alpha}\right)$
(11)	$p^{-2\mu-1}e^{2^{-1}\alpha p^2}W_{\varkappa,\,\mu}(\alpha p^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}(\varkappa-\mu)<{}^1/_2$	$\frac{2^{1-\varkappa+\mu}\alpha^{2^{-1}(\mu+\varkappa+1)}}{\Gamma(1-2\varkappa+2\mu)}t^{\mu-\varkappa-1}\times\exp\left(-\frac{t^2}{8\alpha}\right)\times M_{-2^{-1}(\varkappa+3\mu),\,2^{-1}(\mu-\varkappa)}\left(\frac{t^2}{4\alpha}\right)$
(12)	$p^{\varkappa}W_{\varkappa,\,\mu}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}(\varkappa\pm\mu)<{}^1/_2$	$\frac{2\alpha^{1/2}t^{-\varkappa-1/2}K_{2\mu}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})}{\Gamma(1/2-\varkappa+\mu)\,\Gamma(1/2-\varkappa-\mu)}$
(13)	$\Gamma(2\mu+{}^1/_2)\,p^{-3\mu-1/2}e^{2^{-1}p^{-1}}\times W_{-\mu,\,\mu}(p^{-1})$, $\operatorname{Re}\mu>-{}^1/_4$	$2t^{2\mu}K_{2\mu}(t^{1/2})\,I_{2\mu}(t^{1/2})$
(14)	$p^{-\varkappa}e^{2^{-1}p^{-1}}W_{\varkappa,\,\mu}(p^{-1})$, $\operatorname{Re}(\varkappa\pm\mu)>-{}^1/_2$	$-t^{\varkappa-1/2}\times\{J_{2\mu}(2t^{1/2})\sin[(\mu-\varkappa)\pi]+Y_{2\mu}(2t^{1/2})\cos[(\mu-\varkappa)\pi]\}$
(15)	$p^{-\sigma}e^{2^{-1}\alpha p^{-1}}W_{\varkappa,\,\mu}(\alpha/p)$, $\operatorname{Re}({}^1/_2\pm\mu+\sigma)>0$	$t^{\sigma-1}\Big[\frac{\Gamma(-2\mu)(\alpha t)^{\mu+1/2}}{\Gamma(1/2-\varkappa-\mu)\,\Gamma(1/2+\mu+\sigma)}\times{}_1F_2({}^1/_2-\varkappa+\mu;\ 1+2\mu,\ {}^1/_2+\mu+\sigma;\ \alpha t)\times\frac{\Gamma(2\mu)(\alpha t)^{-\mu+1/2}}{\Gamma(1/2-\varkappa+\mu)\,\Gamma(1/2-\mu+\sigma)}\times{}_1F_2({}^1/_2-\varkappa-\mu;\ 1-2\mu,\ {}^1/_2-\mu+\sigma;\ \alpha t)\Big]$
(16)	$\Gamma(\varkappa+p)\,W_{-p,\,\mu}(b)$, $b>0$	$be^t(e^t-1)^{-\varkappa-1}\times\exp[-2^{-1}b(e^t-1)^{-1}]\times W_{\varkappa,\,\mu}[b(e^t-1)^{-1}]$
(17)	$p^{-1}e^pW_{\varkappa,\,0}(p)\,W_{-\varkappa,\,0}(p)$	$(1+t)^{-1}P_{\varkappa-1/2}[2(1+t)^{-2}-1]$
(18)	$\Gamma(1-\varkappa-\lambda)\,p^{-1}e^{2^{-1}(\alpha+\beta)p}\times W_{\varkappa,\,\mu-1/2}(\alpha p)\,W_{\lambda,\,\mu-1/2}(\beta p)$, $\operatorname{Re}(1-\varkappa-\lambda)>0$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\alpha^{\mu}\beta^{\mu}t^{-\varkappa-\lambda}(\alpha+t)^{\varkappa-\mu}(\beta+t)^{\lambda-\mu}\times{}_2F_1\left[\mu-\varkappa,\ \mu-\lambda;\ 1-\varkappa-\lambda;\ \frac{t(\alpha+\beta+t)}{(\alpha+t)(\beta+t)}\right]$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(19)	$p^{-2\sigma}W_{\varkappa,\mu}(ip/\alpha)\,W_{\varkappa,\mu}(-ip/\alpha)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}(\sigma-\varkappa)>0$	$\frac{\alpha^{-2\varkappa}t^{2\sigma-2\varkappa-1}}{\Gamma(2\sigma-2\varkappa)}\times$ $\times\,{}_4F_3(1/2-\varkappa+\mu,\ 1/2-\varkappa-\mu,\ 1/2-\varkappa,\ 1-\varkappa;\ 1-2\varkappa,\ \sigma-\varkappa,\ \sigma-\varkappa+1/2;\ -\alpha^2t^2)$
(20)	$p^{1/2}W_{1/4,\nu}(i\alpha/p)\,W_{1/4,\nu}(-i\alpha/p)$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<1/4$	$-\frac{4\alpha(2^{-1}\pi t^{-1})^{1/2}K_{2\nu}[(2\alpha t)^{1/2}]}{\Gamma(1/4+\nu)\Gamma(1/4-\nu)}\times$ $\times\{J_{2\nu}[(2\alpha t)^{1/2}]\sin[(\nu-1/4)\pi]+$ $+Y_{2\nu}[(2\alpha t)^{1/2}]\cos[(\nu-1/4)\pi]\}$
(21)	$p^{-3/2}W_{\varkappa,1/8}(2^{-2}a^{-1}ip^2)\times$ $\times W_{\varkappa,1/8}(-2^{-2}a^{-1}ip^2)$, $\operatorname{Re}\varkappa<3/8,\ a>0$	$(2^{-1}\pi^3t)^{1/2}\times$ $\times\frac{J_{-\varkappa+1/8}(2^{-1}at^2)\,J_{-\varkappa-1/8}(2^{-1}at^2)}{\Gamma(3/8-\varkappa)\Gamma(5/8-\varkappa)}$
(22)	$\frac{\Gamma(1/2-\varkappa+\mu+p)}{\Gamma(1+2\mu+p)}\times$ $\times\alpha^{-2^{-1}(1+2\mu+p)}\times$ $\times M_{\varkappa-p/2,\mu+p/2}(\alpha)$, $\operatorname{Re}(1/2+\varkappa+\mu)>0$	$\frac{e^{-(1/2+\varkappa+\mu)t}}{\Gamma(1/2+\varkappa+\mu)}\times$ $\times(1-e^{-t})^{\varkappa+\mu-1/2}\times$ $\times\exp[-\alpha(1/2-e^{-t})]$
(23)	$\Gamma(1/2-\varkappa-\mu+p)\,W_{\varkappa-p,\mu}(\alpha)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{1/2-\mu}(e^t-1)^{2\mu-1}\times$ $\times\exp[-\alpha/2+(1/2-\varkappa-\mu)t-$ $-\alpha(e^t-1)^{-1}]$
(24)	$\frac{\Gamma(1/2+\mu+p)\Gamma(1/2-\mu+p)}{\Gamma(1-\varkappa+p)}\times$ $\times W_{-p,\mu}(\alpha)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$(1-e^{-t})^{-\varkappa}\exp\left[-\frac{\alpha}{2(1-e^{-t})}\right]\times$ $\times W_{\varkappa,\mu}\left[\frac{\alpha}{(e^t-1)}\right]$
(25)	$\frac{\Gamma(1/2-\varkappa-\mu+p)}{\Gamma(1+p)}\times$ $\times W_{\varkappa-p/2,\mu-p/2}(\alpha)$, $\operatorname{Re}\mu>-1/2$	$\frac{1}{\Gamma(2\mu+1)}(e^t-1)^{\mu-1/2}\times$ $\times\exp(-2^{-1}\alpha e^t)\times$ $\times M_{-\varkappa,\mu}[\alpha(e^t-1)]$
(26)	$\alpha^{\mu-1/2+p/2}W_{\varkappa-p/2,\mu+p/2}(\alpha)$, $\operatorname{Re}(\mu+\varkappa)<1/2,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$[\Gamma(1/2-\mu-\varkappa)]^{-1}\times$ $\times(e^t-1)^{-1/2-\mu-\varkappa}\times$ $\times\exp[-(1/2-\mu+\varkappa)t-$ $-\alpha(e^t-1/2)]$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(27)	$\Gamma(^1/_2+\mu+p)\times$ $\times M_{p,\mu}(\alpha)\,W_{-p,\mu}(\beta)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\frac{\Gamma(2\mu+1)\,\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{2\operatorname{sh}(t/2)}\times$ $\times\exp[2^{-1}(\alpha-\beta)\operatorname{cth}(t/2)]\times$ $\times J_{2\mu}\left[\frac{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{\operatorname{sh}(t/2)}\right]$
(28)	$\Gamma(^1/_2+\mu+p)\,\Gamma(^1/_2-\mu+p)\times$ $\times W_{-p,\mu}(\alpha)\,W_{p,\mu}(\beta)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\frac{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}\exp[-2^{-1}(\alpha+\beta)\operatorname{cth}(t/2)]}{2\operatorname{sh}(t/2)}\times$ $\times K_{2\mu}\left[\frac{\alpha^{1/2}\beta^{1/2}}{\operatorname{sh}(t/2)}\right]$
(29)	$p^{-\nu}e^{-2^{-3}p^{-1}}k_{2n}(2^{-3}p^{-1})$	$2^{-1}(-1)^{n-1}(n!)^{-1}\times$ $\times t^{n-1/2}J_1(t^{1/2})$
(30)	$\Gamma(\nu+1)\,p^{-\nu}e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}\times$ $\times k_{-2\nu}(2^{-1}e^{\pi i}\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$-i\sin(\nu\pi)\,t^{\nu-1/2}H_1^{(2)}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$
(31)	$\Gamma(\nu+1)\,p^{-\nu}e^{-2^{-1}\alpha p^{-1}}\times$ $\times k_{-2\nu}(2^{-1}e^{-\pi i}\alpha p^{-1})$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$i\sin(\nu\pi)\,t^{\nu-1/2}H_1^{(1)}(2\alpha^{1/2}t^{1/2})$

5.21. Обобщенные гипергеометрические функции

(1)	$\Gamma(\sigma)\,p^{-\sigma}\times$ $\times {}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ \lambda/p)$, $m\leqslant n+1$, $\operatorname{Re}\sigma>0$	$t^{\sigma-1}\,{}_mF_{n+1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n,\ \sigma;\ \lambda t)$
(2)	$\Gamma(2\sigma)\,p^{-2\sigma}\times$ $\times {}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ \lambda^2/p^2)$, $m\leqslant n+1$, $\operatorname{Re}\sigma>0$	$t^{2\sigma-1}\,{}_mF_{n+2}(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;\ \rho_1,\ldots,\rho_n,$ $\sigma,\ \sigma+{}^1/_2;\ 2^{-2}\lambda^2t^2)$
(3)	$\Gamma(k\sigma)\,p^{-k\sigma}\times$ $\times {}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ \lambda^k/p^k)$, $m\leqslant n+1$, $\operatorname{Re}\sigma>0$	$t^{k\sigma-1}\,{}_mF_{n+k}(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;\ \rho_1,\ldots,\rho_n,$ $\sigma,\ \sigma+1/k,\ldots,\ \sigma+(k-1)/k;$ $k^{-k}\lambda^kt^k)$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt}f(t)\,dt$	$f(t)$
(4)	$p^{-1/2}\times$ $\times\,{}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n;\ -\lambda p^{1/2}),$ $m\leqslant n$	$\pi^{-1/2}t^{-1/2}\,{}_{2m}F_{2n}(\alpha_1/2,\ \alpha_1/2+$ $+1/2,\ldots,\alpha_m/2,\ \alpha_m/2+1/2;\ \rho_1/2,$ $\rho_1/2+1/2,\ldots,\rho_n/2,\ \rho_n/2+1/2;$ $-2^{m-n-2}\lambda^2t^{-1})$
(5)	$\mathrm{B}(p,\lambda)\,{}_3F_2(\alpha,\beta,p;\gamma,p+\lambda;z),$ $\operatorname{Re}\lambda>0,\ \lvert\arg(z-1)\rvert<\pi$	$(1-e^{-t})^{\lambda-1}F(\alpha,\beta;\gamma;ze^{-t})$
(6)	$\mathrm{B}(p,\lambda)\,{}_3F_2(\alpha,\beta,\lambda;\gamma,p+\lambda;z),$ $\operatorname{Re}\lambda>0,\ \lvert\arg(z-1)\rvert<\pi$	$(1-e^{-t})^{\lambda-1}F[\alpha,\beta;\gamma;z(1-e^{-t})]$
(7)	$2^{2p+\alpha}\mathrm{B}(p,p+\alpha)\times$ $\times\,{}_4F_3(-n,\ n+1,\ p+\alpha;$ $1,\ 2p+\alpha;\ 1)$	$\theta^{-1}[(1-\theta)^\alpha+$ $+(-1)^n(1+\theta)^\alpha]P_n(\theta),$ $\theta=(1-e^{-t})^{1/2}$
(8)	$\mathrm{B}(p,\sigma)\,{}_{m+1}F_{n+1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_m,p;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n,p+\sigma;z),$ $\operatorname{Re}\sigma>0,\ m\leqslant n+1$ $\lvert z\rvert<1,$ если $m=n+1$	$(1-e^{-t})^{\sigma-1}\times$ $\times\,{}_mF_n(\alpha_1,\ldots,\alpha_m;\rho_1,\ldots,\rho_n;ze^{-t})$
(9)	$\mathrm{B}(p,\sigma)\,{}_{m+1}F_{n+1}(\alpha_1,\ldots,\alpha_m,\sigma;$ $\rho_1,\ldots,\rho_n,p+\sigma;z),$ $\operatorname{Re}\sigma>0,\ m\leqslant n+1$ $\lvert z\rvert<1,$ если $m=n+1$	$(1-e^{-t})^{\sigma-1}\times$ $\times\,{}_mF_n[\alpha_1,\ldots,\alpha_m;\rho_1,\ldots,\rho_n;$ $z(1-e^{-t})]$
(10)	$p^{-\lambda-\mu}\times$ $\times E(-\nu,\nu+1,\lambda+\mu:\mu+1:2p),$ $\operatorname{Re}(\lambda+\mu)>0$	$-\dfrac{\pi t^{\lambda+\mu/2-1}(t+2)^{\mu/2}P_\nu^{-\mu}(t+1)}{\sin(\nu\pi)}$
(11)	$p^{-\lambda}E(\mu+\nu+1,$ $\mu-\nu,\ \lambda:\mu+1:2p),$ $\operatorname{Re}\lambda>0$	$2^\mu\Gamma(\mu+\nu+1)\Gamma(\mu-\nu)\times$ $\times t^{\lambda-\mu/2-1}\times$ $\times(t+2)^{-\mu/2}P_\nu^{-\mu}(t+1)$
(12)	$p^{-\gamma}E(\alpha,\beta,\gamma:\delta:p),\qquad \operatorname{Re}\gamma>0$	$\dfrac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\delta)}t^{\gamma-1}F(\alpha,\beta;\delta;-t)$
(13)	$p^{-\alpha_m}E(m;\alpha_r:n;\beta_s:p),$ $\operatorname{Re}\alpha_m>0$	$t^{\alpha_m-1}E(m-1;\alpha_r:n;\beta_s:t^{-1})$
(14)	$\Gamma(p-\alpha_m)\times$ $\times E(m;\alpha_r:n+1;\beta_1,\ldots,\beta_n,p:z),$ $\operatorname{Re}\alpha_m>0$	$(e^t-1)^{\alpha_m}\times$ $\times E[m-1;\alpha_1,\ldots,\alpha_{m-1}:n;$ $\beta_1,\ldots,\beta_n:z(1-e^{-t})^{-1}]$

5.22. Эллиптические функции и тэта-функции

	$g(p)=\int_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(1)	$p^{-1}K(\alpha/p)$	$2^{-1}\pi\, I_0^2(2^{-1}\alpha t)$
(2)	$K(\alpha/p)-\pi/2$	$2^{-1}\pi\alpha\, I_0(2^{-1}\pi t)\, I_1(2^{-1}\alpha t)$
(3)	$pK(\alpha/p)-2^{-1}\pi p$	$2^{-2}\pi\alpha^2\{2^{-1}[I_0(2^{-1}\alpha t)]^2+$ $+[I_1(2^{-1}\alpha t)]^2+$ $+2^{-1}I_0(2^{-1}\alpha t)\,I_2(2^{-1}\alpha t)\}$
(4)	$2^{-1}\pi p-p\,E(\alpha/p)$	$2^{-1}\pi\alpha t^{-1}I_0(2^{-1}\alpha t)\,I_1(2^{-1}\alpha t)$
(5)	$p\,[K(\alpha/p)-E(\alpha/p)]$	$2^{-2}\pi\alpha^2[I_0^2(2^{-1}\alpha t)+I_1^2(2^{-1}\alpha t)]$
(6)	$p\,(p^2-\alpha^2)^{-1}E(\alpha/p)$	$2^{-1}\pi\, I_0(2^{-1}\alpha t)\times$ $\times[I_0(2^{-1}\alpha t)+\alpha t\, I_1(2^{-1}\alpha t)]$
(7)	$r^{-1}E(\alpha/r)$	$2^{-1}\pi\, J_0(2^{-1}\alpha t)\times$ $\times[J_0(2^{-1}\alpha t)-\alpha t\, J_1(2^{-1}\alpha t)]$
(8)	$r^{-1}K(\alpha/r)$	$2^{-1}\pi\, J_0^2(2^{-1}\alpha t)$
(9)	$(1-2^{-1}\alpha^2 r^{-2})\,K(\alpha/r)-E(\alpha/r)$	$2^{-2}\pi\alpha^2 J_1^2(2^{-1}\alpha t)$
(10)	$r^{-1}[K(\alpha/r)-E(\alpha/r)]$	$2^{-1}\pi\alpha t\, J_0(2^{-1}\alpha t)\, J_1(2^{-1}\alpha t)$
(11)	$p^{-1/2}\theta_1(\alpha,\ i\pi p)$	$\pi^{-1/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\times$ $\times J_0[2(\alpha+n-{}^1/_2)\,t^{1/2}]$
(12)	$p^{-1/2}\theta_2(\alpha,\ i\pi p)$	$\pi^{-1/2}\times$ $\times\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n J_0[2(\alpha+n)\,t^{1/2}]$
(13)	$p^{-1/2}\theta_3(\alpha,\ i\pi p)$	$\pi^{-1/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_0[2(\alpha+n)\,t^{1/2}]$
(14)	$p^{-1/2}\theta_4(\alpha,\ i\pi p)$	$\pi^{-1/2}\times$ $\times\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_0[2(\alpha+n+{}^1/_2)\,t^{1/2}]$

$r=(p^2+\alpha^2)^{1/2}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(15)	$p^{-1}\theta_1(\alpha, i\pi p)$, $\quad \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert < 1/2$	$\pi^{-1}\times$ $\times \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \dfrac{(-1)^n \sin[2(\alpha+n-1/2)t^{1/2}]}{\alpha+n-1/2}$
(16)	$p^{-1}\theta_2(\alpha, i\pi p)$, $\quad 0<\operatorname{Re}\alpha<1$	$\pi^{-1}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \dfrac{(-1)^n \sin[2(\alpha+n)t^{1/2}]}{\alpha+n}$
(17)	$p^{-1}\theta_3(\alpha, i\pi p)$, $\quad 0<\operatorname{Re}\alpha<1$	$\pi^{-1}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \dfrac{\sin[2(\alpha+n)t^{1/2}]}{\alpha+n}$
(18)	$p^{-1}\theta_4(\alpha, i\pi p)$, $\quad \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert < 1/2$	$\pi^{-1}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \dfrac{\sin[2(\alpha+n+1/2)t^{1/2}]}{\alpha+n+1/2}$
(19)	$p^{-1}\theta_2(0, i\pi p)$	$0, \quad 0<t<\pi^2/4$ $2n+2,$ $\pi^2(n+1/2)^2<t<\pi^2(n+3/2)^2$
(20)	$p^{-1}\theta_3(0, i\pi p)$	$2n+1, \quad \pi^2 n^2<t<\pi^2(n+1)^2$
(21)	$p^{-1}\theta_4(0, i\pi p)$	$1, \quad (2k)^2\pi^2<t<(2k+1)^2\pi^2$ $-1, \quad (2k+1)^2\pi^2<t<(2k+2)^2\pi^2$
(22)	$p^{-\nu}\theta_1(\alpha, i\pi p)$, $\operatorname{Re}\nu \geqslant 1/2, \ \lvert \operatorname{Re}\alpha \rvert < 1/2$	$\pi^{-1/2}t^{\nu/2-1/4}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n\times$ $\times \dfrac{J_{\nu-1/2}[2(\alpha+n-1/2)t^{1/2}]}{(\alpha+n-1/2)^{\nu-1/2}}$
(23)	$p^{-\nu}\theta_2(\alpha, i\pi p)$, $\operatorname{Re}\nu \geqslant 1/2, \ 0<\operatorname{Re}\alpha<1$	$\pi^{-1/2}t^{\nu/2-1/4}\times$ $\times \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} \dfrac{(-1)^n J_{\nu-1/2}[2(\alpha+n)t^{1/2}]}{(\alpha+n)^{\nu-1/2}}$

	$g(p)=\int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\,dt$	$f(t)$
(24)	$p^{-\nu}\,\theta_3(\alpha,\ i\pi p)$, $\operatorname{Re}\nu\geqslant {}^1/_2,\ 0<\operatorname{Re}\alpha<1$	$\pi^{-1/2}t^{\nu/2-1/4}\times$ $\times\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\dfrac{J_{\nu-1/2}\left[2(\alpha+n)\,t^{1/2}\right]}{(\alpha+n)^{\nu-1/2}}$
(25)	$p^{-\nu}\,\theta_4(\alpha,\ i\pi p)$, $\operatorname{Re}\nu> {}^1/_2,\ \lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert< {}^1/_2$	$\pi^{-1/2}t^{\nu/2-1/4}\times$ $\times\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\dfrac{J_{\nu-1/2}\left[2(\alpha+n+{}^1/_2)\,t^{1/2}\right]}{(\alpha+n+{}^1/_2)^{\nu-1/2}}$

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

Назовем функцию

$$g(s) = \mathfrak{M}\{f(x);\ s\} = \int_0^\infty f(x)\, x^{s-1}\, dx,$$

где s изменяется в комплексной плоскости, *преобразованием Меллина* функции $f(x)$. Функцию $f(x)$ называют *обратным преобразованием Меллина* функции $g(s)$. При некоторых условиях обратное преобразование Меллина выражается в виде интеграла, содержащего $g(s)$, см. 6.1 (1). Мы даем здесь таблицы преобразований Меллина и обратных преобразований Меллина. В главе VI пары функций классифицируются в соответствии с функцией $f(x)$, а в главе VII — в соответствии с функцией $g(s)$.

Преобразования Меллина являются по сути дела двусторонними преобразованиями Лапласа, и могут быть выражены либо как экспоненциальные преобразования Фурье в комплексной области, либо как комбинации преобразований Лапласа

$$\mathfrak{M}\{f(x);\ s\} = \mathfrak{F}\{f(e^x);\ is\} = \mathfrak{L}\{f(e^t);\ -s\} + \mathfrak{L}\{f(e^{-t});\ s\}.$$

В соответствии с этим информация о преобразованиях Меллина содержится во многих работах о преобразованиях Фурье и Лапласа. Двумя наиболее важными источниками являются Doetsch (1950) и Титчмарш (1948).

В силу сказанного выше представляется достаточным дать сравнительно краткие таблицы преобразований Меллина и обратных преобразований Меллина. Дальнейшие пары соответствующих друг другу функций могут быть получены с помощью методов, указанных во введении к этому тому, с помощью общих формул, указанных в пп. 6.1 и 7.1, и из таблиц преобразований Фурье и Лапласа с помощью указанных выше формул.

ГЛАВА VI

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

6.1. Общие формулы

	$f(x)$		$g(s) = \int\limits_0^\infty f(x)\, x^{s-1} dx$
(1)	$(2\pi i)^{-1} \int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty} g(s)\, x^{-s} ds$		$g(s)$
(2)	$f(ax)$,	$a > 0$	$a^{-s} g(s)$
(3)	$x^{\alpha} f(x)$		$g(s+\alpha)$
(4)	$f(1/x)$		$g(-s)$
(5)	$f(x^h)$,	$h > 0$	$h^{-1} g(s/h)$
(6)	$f(x^{-h})$,	$h > 0$	$h^{-1} g(-s/h)$
(7)	$x^{\beta} f(ax^h)$,	$a > 0,\ h > 0$	$h^{-1} a^{-(s+\beta)/h} g[(s+\beta)/h]$
(8)	$x^{\beta} f(ax^{-h})$,	$a > 0,\ h > 0$	$h^{-1} a^{(s+\beta)/h} g[-(s+\beta)/h]$
(9)	$f'(x)$		$-(s-1)\, g(s-1)$
(10)	$f^{(n)}(x)$		$(-1)^n (s-n)_n\, g(s-n)$
(11)	$\left(x \frac{d}{dx}\right)^n f(x)$		$(-1)^n s^n g(s)$
(12)	$\left(\frac{d}{dx} x\right)^n f(x)$		$(-1)^n (s-1)^n g(s)$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(13)	$x^{\alpha}\int\limits_0^\infty \xi^{\beta} f_1(x\xi)\,f_2(\xi)\,d\xi$	$g_1(s+\alpha)\,g_2(1-s-\alpha+\beta)$
(14)	$x^{\alpha}\int\limits_0^\infty \xi^{\beta} f_1(x/\xi)\,f_2(\xi)\,d\xi$	$g_1(s+\alpha)\,g_2(s+\alpha+\beta+1)$

6.2. Алгебраические функции и степени с произвольным показателем

(1)	x, $0<x<1$ $2-x$, $1<x<2$ 0, $x>2$	$2s^{-1}(s+1)^{-1}(2^s-1)$, $s\neq 0$ $2\ln 2$, $s=0$ $\operatorname{Re} s>-1$
(2)	$(1+x)^{-1}$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	$2^{-1}\psi(1/2+s/2)-2^{-1}\psi(s/2)$, $\operatorname{Re} s>0$
(3)	$(\alpha+x)^{-1}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\dfrac{\pi\alpha^{s-1}}{\sin(\pi s)}$, $0<\operatorname{Re} s<1$
(4)	$(a-x)^{-1}$, $a>0$	$\pi a^{s-1}\operatorname{ctg}(\pi s)$, $0<\operatorname{Re} s<1$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(5)	$(1+\alpha x)^{-1}$, $0<x<b$ 0, $x>b$ $\lvert\arg(1-\alpha b)\rvert<\pi$	$b^s s^{-1}\,{}_2F_1(1,\ s;\ 1+s;\ -\alpha b)$, $\operatorname{Re} s>0$
(6)	$(1+\alpha x)^{-n-1}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\dfrac{(-1)^n\pi}{\alpha^s\sin(\pi s)}\dbinom{s-1}{n}$, $0<\operatorname{Re} s<n+1$
(7)	$(\alpha+x)^{-1}(\beta+x)^{-1}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\dfrac{\pi(\alpha^{s-1}-\beta^{s-1})}{(\beta-\alpha)\sin(\pi s)}$, $0<\operatorname{Re} s<2$
(8)	$(a+x)^{-1}(b-x)^{-1}$, $\lvert\arg a\rvert<\pi$, $b>0$	$\dfrac{\pi}{a+b}\left[\dfrac{a^{s-1}}{\sin(\pi s)}+\dfrac{b^{s-1}}{\operatorname{tg}(\pi s)}\right]$, $0<\operatorname{Re} s<2$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(9)	$(a-x)^{-1}(b-x)^{-1}, \qquad a>b>0$	$\pi\operatorname{ctg}(\pi s)\left(\frac{a^{s-1}-b^{s-1}}{b-a}\right), \quad 0<\operatorname{Re}s<2$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(10)	$(x+\alpha)(x+\beta)^{-1}(x+\gamma)^{-1}$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$, $\lvert\arg\gamma\rvert<\pi$	$\frac{\pi}{\sin(\pi s)}\left[\left(\frac{\beta-\alpha}{\beta-\gamma}\right)\beta^{s-1}+\left(\frac{\gamma-\alpha}{\gamma-\beta}\right)\gamma^{s-1}\right], \quad 0<\operatorname{Re}s<1$
(11)	$(x^2+\alpha^2)^{-1}, \qquad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\frac{\pi\alpha^{s-2}}{2\sin(2^{-1}\pi s)}, \qquad 0<\operatorname{Re}s<2$
(12)	$(x^2+2ax\cos\theta+a^2)^{-1}$, $a>0, \quad -\pi<\theta<\pi$	$-\frac{\pi a^{s-2}\sin[(s-1)\theta]}{\sin\theta\sin(\pi s)}, \quad 0<\operatorname{Re}s<2$
(13)	$(x^2+2a\,x\cos\theta+a^2)^{-2}$, $a>0, \quad -\pi<\theta<\pi$	$\frac{\pi a^{s-4}}{2\sin(\pi s)(\sin\theta)^3}\times$ $\times\{(s-1)\sin\theta\cos[(s-2)\theta]-$ $-\sin[(s-1)\theta]\}, \quad 0<\operatorname{Re}s<4$
(14)	$(\alpha+x^2)^{-1}(\beta+x^2)^{-1}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi, \quad \lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\frac{\pi(\alpha^{s/2-1}-\beta^{s/2-1})}{2(\beta-\alpha)\sin(2^{-1}\pi s)}, \quad 0<\operatorname{Re}s<4$
(15)	$(\alpha+x^n)^{-1}, \qquad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\frac{\pi\alpha^{s/n-1}}{n\sin(\pi s/n)}, \quad 0<\operatorname{Re}s<n$
(16)	$(1-x)(1-x^m)^{-1}$	$\frac{\pi\sin(\pi/m)}{m\sin(\pi s/m)\sin[(\pi s+\pi)/m]}, \quad 0<\operatorname{Re}s<m-1$
(17)	$(1+2x\cos\theta+x^2)^{-1/2}$, $-\pi<\theta<\pi$	$\frac{\pi P_{s-1}(\cos\theta)}{\sin(\pi s)}, \quad 0<\operatorname{Re}s<1$
(18)	$x^\nu, \quad 0<x<1$ $0, \quad x>1$	$(s+\nu)^{-1}, \qquad \operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(19)	$(1+\alpha x)^{-\nu}, \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\alpha^{-s}\,\mathrm{B}(s,\ \nu-s), \quad 0<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu$
(20)	$(1+\alpha x)^{-\nu}, \quad 0<x<b$ $0, \quad x>b$ $\lvert\arg(1+\alpha b)\rvert<\pi$	$s^{-1}b^s\,{}_2F_1(\nu,\ s;\ 1+s;\ -\alpha b)$, $\operatorname{Re}s>0$
(21)	$0, \quad 0<x<b$ $(1+\alpha x)^{-\nu}, \quad x>b$	$\alpha^{-\nu}b^{s-\nu}(\nu-s)^{-1}\times$ $\times\,{}_2F_1(\nu,\nu-s;\nu-s+1;$ $-\alpha^{-1}b^{-1})$, $\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu$
(22)	$(1+2x\cos\theta+x^2)^{-\nu}$, $-\pi<\theta<\pi$	$2^{\nu-1/2}(\sin\theta)^{1/2-\nu}\,\Gamma(1/2+\nu)\times$ $\times\,\mathrm{B}(s,2\nu-s)\,\mathrm{P}^{1/2-\nu}_{s-\nu-1/2}(\cos\theta)$, $0<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}2\nu$
(23)	$(1+x)^{\nu}(1+\alpha x)^{\mu}, \quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\mathrm{B}(s,\ -\mu-\nu-s)\times$ $\times\,{}_2F_1(-\mu,\ s;\ -\mu-\nu;\ 1-\alpha)$, $0<\operatorname{Re}s<-\operatorname{Re}(\mu+\nu)$
(24)	$(1-x)^{\nu}(1+\alpha x)^{\mu}, \quad 0<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1, \quad \lvert\arg(1+\alpha)\rvert<\pi$	$\mathrm{B}(\nu+1,\ s)\times$ $\times\,{}_2F_1(-\mu,\ s,\ \nu+s+1;\ -\alpha)$, $\operatorname{Re}s>0$
(25)	$(1+x^2)^{-1/2}[(1+x^2)^{1/2}+\alpha]^{\nu}$, $\operatorname{Re}\alpha>-1$	$2^{s/2-1}(\alpha^2-1)^{\nu/2+s/4}\,\Gamma(s/2)\times$ $\times\,\Gamma(1-\nu-s)\,P^{\nu+s/2}_{s/2-1}(\alpha)$, $0<\operatorname{Re}s<1-\operatorname{Re}\nu$
(26)	$(1+x^2)^{-1/2}\times$ $\times\,[(\alpha^2-1)^{1/2}(1+x^2)^{1/2}+\alpha]^{\nu}$, $\operatorname{Re}\nu<0, \quad \operatorname{Re}\alpha>1$	$2^{s/2-1/2}\pi^{-1/2}e^{-2^{-1}i\pi(s-1)}\times$ $\times\,\Gamma(1-\nu-s)\,\Gamma(s/2)\,[\Gamma(-\nu)]^{-1}\times$ $\times\,(\alpha^2-1)^{-s/4+1/4}Q^{s/2-1/2}_{-\nu-s/2-1/2}(\alpha)$, $\operatorname{Re}s<1-\operatorname{Re}\nu$
(27)	$(1+x^2)^{-1/2}\times$ $\times\,[\cos\theta\pm i\sin\theta\,(1+x^2)^{1/2}]^{\nu}$, $\operatorname{Re}\nu<0, \quad -\pi<\theta<\pi$ Слева и справа одновременно брать либо верхние, либо нижние знаки	$2^{s/2-1/2}(\sin\theta)^{1/2-s/2}\times$ $\times\,\dfrac{\Gamma(s/2)\,\Gamma(1-s-\nu)}{\Gamma(-\nu)}\times$ $\times\,[\pi^{-1/2}\mathrm{Q}^{s/2-1/2}_{-s/2-1/2-\nu}(\cos\theta)\mp$ $\mp\,2^{-1}i\pi^{1/2}\,\mathrm{P}^{s/2-1/2}_{-s/2-1/2-\nu}(\cos\theta)]$, $\operatorname{Re}s>0$

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(28)	$(\alpha^2+x^2)^{-1/2}[(\alpha^2+x^2)^{1/2}+x]^\nu$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-s}\alpha^{\nu+s-1}\,\mathrm{B}(s,\ {}^1/_2-s/2-\nu/2)$, $0<\operatorname{Re}s<-\operatorname{Re}\nu+1$
(29)	0, $0<x<1$ $(x^2-1)^{-1/2}\{[x-(x^2-1)^{1/2}]^\nu+$ $+[x-(x^2-1)^{1/2}]^{-\nu}\}$, $1<x<\infty$	$2^{-s}\,\mathrm{B}({}^1/_2-s/2+\nu/2,$ ${}^1/_2-s/2-\nu/2)$, $\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu+1$
(30)	$(1+\alpha x^h)^{-\nu}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $h>0$	$h^{-1}\alpha^{-s/h}\,\mathrm{B}(s/h,\ \nu-s/h)$, $0<\operatorname{Re}s<h\operatorname{Re}\nu$
(31)	$(1-x^h)^{\nu-1}$, $0<x<1$ 0, $x\geqslant 1$ $h>0$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$h^{-1}\,\mathrm{B}(\nu,\ s/h)$, $\operatorname{Re}s>0$
(32)	0, $0<x\leqslant 1$ $(x^h-1)^{\nu-1}$, $x\geqslant 1$ $h>0$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$h^{-1}\,\mathrm{B}(1-\nu-s/h,\ \nu)$, $\operatorname{Re}s<h-h\operatorname{Re}\nu$
(33)	$(1-x^a)(1-x^{na})^{-1}$	$\dfrac{\pi\sin(\pi/n)}{na\sin\dfrac{\pi s}{na}\sin\dfrac{\pi s+\pi a}{na}}$, $0<\operatorname{Re}s<(n-1)a$
(34)	$(1+x^{2\nu})^{-1}(1+x^{3\nu})^{-1}$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$-\dfrac{\pi}{8\nu}\dfrac{1}{\left[1-4\cos^2\left(\frac{\pi s}{3\nu}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi s}{3\nu}\right)}$, $0<\operatorname{Re}s<5\operatorname{Re}\nu$
(35)	$(1+\alpha x^h)^{-\mu}(1+\beta x^h)^{-\nu}$, $h>0$ $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$h^{-1}\alpha^{-s/h}\,\mathrm{B}(s/h,\ \mu+\nu-s/h)\times$ $\times\,{}_2F_1(\nu,\ s/h;\ \mu+\nu;\ 1-\beta/\alpha)$, $0<\operatorname{Re}s<2\operatorname{Re}(\mu+\nu)$

6.3. Показательные функции

(1)	$e^{-\alpha x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-s}\,\Gamma(s)$, $\operatorname{Re}s>0$
(2)	$e^{-\beta x}$, $0<x<a$ 0, $x>a$	$\beta^{-s}\,\gamma(s,\ \beta a)$, $\operatorname{Re}s>0$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(3)	$0,\quad 0<x<a$ $e^{-\beta x},\quad a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\beta>0$	$\beta^{-s}\,\Gamma(s,\ \beta a)$
(4)	$(x+\beta)^{-1}\,e^{-\alpha x}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \vert\arg\beta\vert<\pi$	$\Gamma(s)\,\beta^{s-1}e^{\alpha\beta}\,\Gamma(1-s,\ \alpha\beta)$, $\operatorname{Re}s>0$
(5)	$\binom{x}{n}e^{-\alpha x},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-s}\,\Gamma(s)\,\Phi_n(s,\ \alpha^{-1})$, где $\sum\limits_{n=0}^{\infty}h^n\,\Phi_n(\nu,\ z)=$ $=[1-z\ln(h+1)]^{-\nu}$, $\operatorname{Re}s>0$
(6)	$(e^{\alpha x}+1)^{-1},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-s}\,\Gamma(s)\,(1-2^{1-s})\,\zeta(s)$, $\operatorname{Re}s>0$
(7)	$(e^{\alpha x}-1)^{-1},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-s}\,\Gamma(s)\,\zeta(s),\quad \operatorname{Re}s>1$
(8)	$e^{-\alpha x}(1-e^{-x})^{-1},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(s)\,\zeta(s,\ \alpha),\quad \operatorname{Re}s>1$
(9)	$e^{-\alpha x}(1-\beta e^{-x})^{-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \vert\arg(1-\beta)\vert<\pi$	$\Gamma(s)\,\Phi(\beta,\ s,\ \alpha),\quad \operatorname{Re}s>0$
(10)	$(e^{x}-1)^{-2}$	$\Gamma(s)\,[\zeta(s-1)-\zeta(s)],\quad \operatorname{Re}s>2$
(11)	$e^{-\alpha x}(1-e^{-x})^{-2},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(s)\,[\zeta(s-1,\ \alpha-1)-$ $-(\alpha-1)\,\zeta(s,\ \alpha-1)],\quad \operatorname{Re}s>2$
(12)	$e^{-\alpha x}(1-\beta e^{-x})^{-2}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad \vert\arg(1-\beta)\vert<\pi$	$\Gamma(s)\,[\Phi(\beta,\ s-1,\ \alpha-1)-$ $-(\alpha-1)\,\Phi(\beta,\ s,\ \alpha-1)]$, $\operatorname{Re}s>0$
(13)	$e^{-\alpha x^2-\beta x},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$(2\alpha)^{-s/2}\Gamma(s)\exp\left(\frac{\beta^2}{8\alpha}\right)\times$ $\times D_{-s}\,[\beta(2\alpha)^{-1/2}]$, $\operatorname{Re}s>0$
(14)	$(1+x)^{-1/2}\exp[-\alpha(1+x)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2\pi^{-1/2}(\alpha/2)^{1/2-s}\,\Gamma(s)\,K_{1/2-s}(\alpha)$, $\operatorname{Re}s>0$

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(15)	$\exp(-\alpha x^h)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $h>0$	$h^{-1}\alpha^{-s/h}\,\Gamma(s/h)$, $\operatorname{Re}s>0$
(16)	$\exp(-\alpha x^{-h})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $h>0$	$h^{-1}\alpha^{s/h}\,\Gamma(-s/h)$, $\operatorname{Re}s<0$
(17)	$\exp(-\alpha x^h-\beta x^{-h})$, $h>0$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$2h^{-1}(\beta/\alpha)^{2^{-1}h^{-1}s}K_{s/h}(2\alpha^{1/2}\beta^{1/2})$
(18)	$1-\exp(-\alpha x^h)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $h>0$	$-h^{-1}\alpha^{-s/h}\,\Gamma(s/h)$, $-h<\operatorname{Re}s<0$
(19)	$1-\exp(-\alpha x^{-h})$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $h>0$	$-h^{-1}\alpha^{s/h}\,\Gamma(-s/h)$, $0<\operatorname{Re}s<h$

6.4. Логарифмические функции

(1)	$\ln x$, $0<x<a$ 0, $x>a$	$s^{-1}a^{-s}(\ln a-s^{-1})$, $\operatorname{Re}s>0$
(2)	$(x+\alpha)^{-1}\ln x$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\dfrac{\pi\alpha^{s-1}[\ln\alpha-\pi\operatorname{ctg}(\pi s)]}{\sin(\pi s)}$, $0<\operatorname{Re}s<1$
(3)	$(x+1)^{-1}\ln x$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	$2^{-2}[\psi'(1/2+s/2)-\psi'(s/2)]$, $\operatorname{Re}s>0$
(4)	$(x-1)^{-1}\ln x$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	$\psi'(s)$, $\operatorname{Re}s>0$
(5)	$(a-x)^{-1}\ln x$, $a>0$	$\pi a^{s-1}\left[\dfrac{\ln a}{\operatorname{tg}(\pi s)}-\dfrac{\pi}{\sin^2(\pi s)}\right]$, $0<\operatorname{Re}s<1$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(6)	$(x+\alpha)^{-1}(x+\beta)^{-1}\ln x$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi$	$\dfrac{\pi}{(\beta-\alpha)\sin(\pi s)}[\alpha^{s-1}\ln\alpha-\beta^{s-1}\ln\beta-\pi\operatorname{ctg}(\pi s)(\alpha^{s-1}-\beta^{s-1})]$, $0<\operatorname{Re}s<1$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(7)	$x^\nu \ln x,\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$	$-(s+\nu)^{-2},\quad \operatorname{Re} s>-\operatorname{Re}\nu$
(8)	$(1-x)^{\nu-1}\ln x,\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$B(\nu,\ s)\,[\psi(s)-\psi(\nu+s)],$ $\operatorname{Re} s>0$
(9)	$x^\nu e^{-\alpha x}\ln x,\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-s-\nu}\,\Gamma(s+\nu)\,[\psi(s+\nu)-\ln\alpha],$ $\operatorname{Re} s>-\operatorname{Re}\nu$
(10)	$(1+x)^{-1}(\ln x)^2$	$\dfrac{\pi^3\,[2-\sin^2(\pi s)]}{\sin^3(\pi s)},$ $0<\operatorname{Re} s<1$
(11)	$(1-x)^{\nu-1}(\ln x)^2,\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$B(s,\ \nu)\ \{[\psi(s)-\psi(\nu+s)]^2+$ $+\psi'(s)-\psi'(s+\nu)\},$ $\operatorname{Re} s>0$
(12)	$(a^2+2ax\cos\theta+x^2)^{-1}(\ln x)^n,$ $a>0,\quad -\pi<\theta<\pi$	$-\pi\cos\theta\times$ $\times\dfrac{d^n}{ds^n}\,\dfrac{a^{s-2}\sin[(s-1)\theta]}{\sin(\pi s)},$ $0<\operatorname{Re} s<2$
(13)	$e^{-x}(\ln x)^n$	$\dfrac{d^n}{ds^n}\,\Gamma(s),\quad \operatorname{Re} s>0$
(14)	$(\ln x)^{\nu-1},\quad 0<x<1$ $0,\quad x>1$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$(-s)^{-\nu}\,\Gamma(\nu),\quad \operatorname{Re} s<0$
(15)	$\ln(1+\alpha x),\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\dfrac{\pi}{s\alpha^s\sin(\pi s)},\quad -1<\operatorname{Re} s<0$
(16)	$\ln(1+x),\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$	$s^{-1}\,[\ln 2-2^{-1}\psi(s/2+1)+$ $+2^{-1}\psi(s/2+{}^1/_2)],$ $\operatorname{Re} s>-1$
(17)	$0,\quad 0<x<1$ $\ln(1+x),\quad 1<x<\infty$	$s^{-1}\,[2^{-1}\psi(-s/2)-$ $-2^{-1}\psi({}^1/_2-s/2)-\ln 2]$
(18)	$\ln\lvert 1-x\rvert$	$\pi s^{-1}\operatorname{ctg}(\pi s),\quad -1<\operatorname{Re} s<0$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(19)	$\ln(1-x),\quad 0<x<1$ $0,\quad x>1$	$-s^{-1}[\psi(s+1)-\psi(1)]$, $\operatorname{Re} s>-1$
(20)	$0,\quad 0<x<1$ $\ln(x-1),\quad x>1$	$s^{-1}[\pi\operatorname{ctg}(\pi s)+\psi(s+1)-\psi(1)]$, $\operatorname{Re} s<0$
(21)	$(1+x)^{-1}\ln(1+x)$	$\frac{\pi[C+\psi(1-s)]}{\sin(\pi s)}$, $-1<\operatorname{Re} s<1$
(22)	$(1-x)^{\nu-1}\ln(1-x),\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$\mathrm{B}(s,\nu)[\psi(\nu)-\psi(\nu+s)]$, $\operatorname{Re} s>0$
(23)	$(\alpha+x)^{-\nu}\ln(\alpha+x)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$\alpha^{s-\nu}\,\mathrm{B}(s,\nu-s)\times$ $\times[\psi(\nu)-\psi(\nu-s)+\ln\alpha]$, $0<\operatorname{Re} s<\operatorname{Re}\nu$
(24)	$\ln\left\lvert\frac{1+x}{1-x}\right\rvert$	$\pi s^{-1}\operatorname{tg}(2^{-1}\pi s)$, $-1<\operatorname{Re} s<1$
(25)	$(1+x)^{-1}\ln(1+x^2)$	$\frac{\pi}{2\sin(\pi s)}\times$ $\times\{\ln 4+(1-s)\sin(2^{-1}\pi s)\times$ $\times[\psi(^3/_4-s/_4)-\psi(^1/_4-s/_4)]-$ $-(2-s)\cos(2^{-1}\pi s)\times$ $\times[\psi(1-s/_4)-\psi(^1/_2-s/_4)]\}$, $-2<\operatorname{Re} s<1$
(26)	$\ln[x+(1+x^2)^{1/2}]$	$-2^{-1}s^{-1}a^{-s}\,\mathrm{B}(s/2+{}^1/_2,\ -s/2)$, $-1<\operatorname{Re} s<0$
(27)	$\ln(1+2x\cos\theta+x^2)$, $-\pi<\theta<\pi$	$\frac{2\pi\cos(\theta s)}{s\sin(\pi s)},\quad -1<\operatorname{Re} s<0$
(28)	$\ln(1-2ae^{-x}\cos\theta+a^2e^{-2x})$, $0<a<1,\quad -\pi<\theta<\pi$	$-2\,\Gamma(s)\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a^n\cos(n\theta)}{n+1}$, $\operatorname{Re} s>0$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(29)	Относительно других подынтегральных функций вида $f(x)\ln\lvert g(x)\rvert$ см. Gröbner W. and Hofreiter N., 1950, Integraltafel. Zweiter Teil, Bestimmte Integrale, стр. 69—90, Springer.	

6.5. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции

(1)	$\sin(ax)$, $\quad a>0$	$a^{-s}\Gamma(s)\sin(2^{-1}\pi s)$, $\quad -1<\operatorname{Re}s<1$
(2)	$\sin(\beta x)$, $\quad 0<x<c$ 0, $\quad c<x<\infty$	$2^{-1}i\,(i\beta)^{-s}\gamma(s,\ i\beta c)-$ $-2^{-1}i\,(-i\beta)^{-s}\gamma(s,\ -i\beta c)$, $\operatorname{Re}s>-1$
(3)	0, $\quad 0<x<c$ $\sin ax$, $\quad c<x<\infty$ $a>0$	$2^{-1}e^{2^{-1}\pi i(s-1)}a^{-s}\Gamma(s,\ -iac)+$ $+2^{-1}e^{2^{-1}\pi i(1-s)}a^{-s}\Gamma(s,\ iac)$, $\operatorname{Re}s<1$
(4)	$(1+x^2)^{-1}\sin(ax)$, $\quad a>0$	$\dfrac{\pi\,\operatorname{sh}a}{2\cos(2^{-1}\pi s)}+$ $+2^{-1}\Gamma(s)\sin(2^{-1}\pi s)\times$ $\times[e^{-a}e^{i(1-s)\pi}\gamma(1-s,\ -a)-$ $-e^{a}\gamma(1-s,\ a)]$, $\quad -1<\operatorname{Re}s<3$
(5)	$(1-x)^{\nu-1}\sin(\alpha x)$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$-2^{-1}i\,\mathrm{B}(s,\ \nu)\,[{}_1F_1(s;\ s+\nu;\ i\alpha)-$ $-{}_1F_1(s;\ s+\nu;\ -i\alpha)]$, $\operatorname{Re}s>0$
(6)	$(x^2+a^2)^{\nu}\sin(bx)$	См. в разделах «Преобразования Фурье»
(7)	$e^{-\alpha x}\sin(\beta x)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$(\alpha^2+\beta^2)^{-s/2}\Gamma(s)\times$ $\times\sin[s\,\operatorname{arctg}(\beta/\alpha)]$, $\operatorname{Re}s>-1$
(8)	$e^{-\alpha x}\sin(\beta x)$, $\quad 0<x<c$ 0, $\quad c<x<\infty$	$2^{-1}i\,(\alpha+i\beta)^{-s}\gamma[s,(\alpha+i\beta)c]-$ $-2^{-1}i\,(\alpha-i\beta)^{-s}\gamma[s,(\alpha-i\beta)c]$, $\operatorname{Re}s>-1$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(9)	$0, \quad 0<x<c$ $e^{-\alpha x}\sin(\beta x), \quad c<x<\infty$ $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$2^{-1}i(\alpha+i\beta)^{-s}\Gamma[s,(\alpha+i\beta)c]-$ $-2^{-1}i(\alpha-i\beta)^{-s}\Gamma[s,(\alpha-i\beta)c]$
(10)	$e^{-\alpha x^2}\sin(\beta x), \quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\beta\alpha^{-1/2-s/2}\times$ $\times\Gamma(^1/_2+s/2)\,e^{-2^{-2}\alpha^{-1}\beta^2}\times$ $\times{}_1F_1(-s/2;\ ^3/_2;\ 2^{-2}\alpha^{-1}\beta^2)$, $\operatorname{Re}s>-1$
(11)	$e^{-2^{-1}\alpha x^2-\beta x}\sin(\gamma x), \quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$-2^{-1}i\,\Gamma(s)\,\alpha^{-s/2}e^{2^{-2}\alpha^{-1}(\beta^2-\gamma^2)}\times$ $\times\{e^{-2^{-1}i\alpha^{-1}\beta\gamma}\times$ $\times D_{-s}[\alpha^{-1/2}(\beta-i\gamma)]-$ $-e^{2^{-1}i\alpha^{-1}\beta\gamma}D_{-s}[\alpha^{-1/2}(\beta+i\gamma)]\}$, $\operatorname{Re}s>-1$
(12)	$e^{-2^{-2}\alpha^2x^{-1}}\sin(bx)$, $\operatorname{Re}\alpha>0, \quad b>0$	$i2^{-s}\alpha^s b^{s/2}[e^{-2^{-2}\pi is}K_s(\alpha e^{2^{-2}\pi i}b^{1/2})-$ $-e^{2^{-2}i\pi s}K_s(\alpha e^{-2^{-2}\pi i}b^{1/2})]$, $\operatorname{Re}s<1$
(13)	$\ln x\sin(ax), \quad a>0$	$a^{-s}\Gamma(s)\sin(2^{-1}\pi s)\times$ $\times[\psi(s)-\ln a+2^{-1}\pi\operatorname{ctg}(2^{-1}\pi s)]$, $-1<\operatorname{Re}s<1$
(14)	$e^{-\alpha x}\ln x\sin(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$(\alpha^2+\beta^2)^{-s/2}\Gamma(s)\times$ $\times\sin[s\operatorname{arctg}(\beta/\alpha)]\times$ $\times\{\psi(s)-2^{-1}\ln(\alpha^2+\beta^2)+$ $+\operatorname{arctg}(\beta/\alpha)\operatorname{ctg}[s\operatorname{arctg}(\beta/\alpha)]\}$, $\operatorname{Re}s>-1$
(15)	$\sin^2(ax), \quad a>0$	$-2^{-s-1}a^{-s}\Gamma(s)\cos(2^{-1}\pi s)$, $-2<\operatorname{Re}s<0$
(16)	$\sin[a(x-b^2x^{-1})], \quad a,b>0$	$2b^sK_s(2ab)\sin(2^{-1}\pi s)$, $\lvert\operatorname{Re}s\rvert<1$
(17)	$\sin[a(x+b^2x^{-1})]$, $a,b>0$	$\pi b^s[J_s(2ab)\cos(2^{-1}\pi s)-$ $-Y_s(2ab)\sin(2^{-1}\pi s)]$, $\lvert\operatorname{Re}s\rvert<1$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(18)	$e^{-x}\sin(x+ax^2)$, $a>0$	$(2a)^{-s/2}\Gamma(s)\exp\left(\frac{1}{4a}\right)\times$ $\times\sin(2^{-2}\pi s)\,D_{-s}(a^{-1/2})$, $\operatorname{Re}s>-1$
(19)	$\sin(\alpha\ln x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	$-\alpha(\alpha^2+s^2)^{-1}$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(20)	$e^{-x}\sin(\alpha\ln x)$	$\lvert\Gamma(s+i\alpha)\rvert\sin[\arg\Gamma(s+i\alpha)]$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(21)	$\cos(ax)$, $a>0$	$a^{-s}\Gamma(s)\cos(2^{-1}\pi s)$, $0<\operatorname{Re}s<1$
(22)	$\cos(\beta x)$, $0<x<c$ 0, $c<x<\infty$	$2^{-1}(i\beta)^{-s}\gamma(s,\ i\beta c)+$ $+2^{-1}(-i\beta)^{-s}\gamma(s,\ -i\beta c)$, $\operatorname{Re}s>0$
(23)	0, $0<x<c$ $\cos(ax)$, $c<x<\infty$ $a>0$	$2^{-1}e^{2^{-1}i\pi s}a^{-s}\Gamma(s,\ -iac)+$ $+2^{-1}e^{-2^{-1}i\pi s}a^{-s}\Gamma(s,\ iac)$
(24)	$(1+x^2)^{-1}\cos(ax)$, $a>0$	$\frac{\pi\operatorname{ch}a}{2\sin(2^{-1}\pi s)}+$ $+2^{-1}\Gamma(s)\cos(2^{-1}\pi s)\times$ $\times[e^{-a}e^{i(1-s)\pi}\times$ $\times\gamma(1-s,\ -a)-e^{a}\gamma(1-s,a)]$, $0<\operatorname{Re}s<3$
(25)	$(1-x)^{\nu-1}\cos(\alpha x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$2^{-1}\mathrm{B}(s,\ \nu)\,[{}_1F_1(s;\ s+\nu;\ i\alpha)+$ $+{}_1F_1(s;\ s+\nu;\ -i\alpha)]$, $\operatorname{Re}s>0$
(26)	$(x^2+a^2)^{\nu}\cos(bx)$	См. в разделах «Преобразования Фурье»
(27)	$e^{-\alpha x}\cos(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$(\alpha^2+\beta^2)^{-s/2}\Gamma(s)\cos[s\operatorname{arctg}(\beta/\alpha)]$, $\operatorname{Re}s>0$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(28)	$e^{-\alpha x}\cos(\beta x),\quad 0<x<c$ $0,\quad c<x<\infty$	$2^{-1}(\alpha+i\beta)^{-s}\gamma[s,(\alpha+i\beta)c]+$ $+2^{-1}(\alpha-i\beta)^{-s}\gamma[s,(\alpha-i\beta)c],$ $\operatorname{Re}s<0$
(29)	$0,\quad 0<x<c$ $e^{-\alpha x}\cos(\beta x),\quad c<x<\infty$ $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$2^{-1}(\alpha+i\beta)^{-s}\Gamma[s,(\alpha+i\beta)c]+$ $+2^{-1}(\alpha-i\beta)^{-s}\Gamma[s,(\alpha-i\beta)c]$
(30)	$e^{-\alpha x^2}\cos(\beta x),\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\alpha^{-s/2}\Gamma(s/2)\,e^{-2^{-2}\alpha^{-1}\beta^2}\times$ $\times{}_1F_1(-s/2+{}^1/_2;\ {}^1/_2;\ 2^{-2}\alpha^{-1}\beta^2),$ $\operatorname{Re}s>0$
(31)	$e^{-2^{-1}\alpha x^2-\beta x}\cos(\gamma x),$ $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\alpha^{-s/2}\Gamma(s)\,e^{2^{-2}\alpha^{-1}(\beta^2-\gamma^2)}\times$ $\times\{e^{-2^{-1}i\beta\gamma\alpha^{-1}}\times$ $\times D_{-s}[\alpha^{-1/2}(\beta-i\gamma)]+$ $+e^{2^{-1}i\beta\gamma\alpha^{-1}}D_{-s}[\alpha^{-1/2}(\beta+i\gamma)]\},$ $\operatorname{Re}s>0$
(32)	$e^{-2^{-2}\alpha^2x^{-1}}\cos(bx),$ $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad b>0$	$2^{-s}\alpha^s b^{-s/2}[e^{-2^{-2}\pi is}\times$ $\times K_s(\alpha e^{2^{-2}\pi i}b^{1/2})+$ $+e^{2^{-2}\pi is}K_s(\alpha e^{-2^{-2}\pi i}b^{1/2})],$ $\operatorname{Re}s<1$
(33)	$\ln x\cos(ax),\quad a>0$	$a^{-s}\Gamma(s)\cos(2^{-1}\pi s)[\psi(s)-\ln a-$ $-2^{-1}\pi\operatorname{tg}(2^{-1}\pi s)],\quad 0<\operatorname{Re}s<1$
(34)	$e^{-\alpha x}\ln x\cos(\beta x),$ $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$(\alpha^2+\beta^2)^{-s/2}\Gamma(s)\{[\psi(s)-$ $-\ln(\alpha^2+\beta^2)^{1/2}]\cos[s\operatorname{arctg}(\beta/\alpha)]-$ $-\operatorname{arctg}(\beta/\alpha)\sin[s\operatorname{arctg}(\beta/\alpha)]\},$ $\operatorname{Re}s>0$
(35)	$\cos[a(x+b^2x^{-1})],$ $a>0,\quad b>0$	$-\pi b^s[J_s(2ab)\sin(2^{-1}\pi s)+$ $+Y_s(2ab)\cos(2^{-1}\pi s)],$ $-1<\operatorname{Re}s<1$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\, x^{s-1}dx$
(36)	$\cos[a(x-b^2x^{-1})]$, $a, b>0$	$2b^s K_s(2ab)\cos(2^{-1}\pi s)$, $-1<\operatorname{Re} s<1$
(37)	$e^{-x}\cos(x+ax^2)$, $a>0$	$(2a)^{-s/2}\Gamma(s)\exp\left(\frac{1}{4a}\right)\times$ $\times\cos(2^{-1}\pi s)\,D_{-s}(a^{-1/2})$, $\operatorname{Re} s>0$
(38)	$\cos(\alpha\ln x)$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$	$s(\alpha^2+s^2)^{-1}$, $\operatorname{Re} s>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(39)	$e^{-x}\cos(\alpha\ln x)$	$\lvert\Gamma(s+i\alpha)\rvert\cos[\arg\Gamma(s+i\alpha)]$, $\arg\Gamma(x)=-i\ln\frac{\Gamma(x)}{\lvert\Gamma(x)\rvert}$, $\operatorname{Re} s>\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert$
(40)	$\sin(ax)\sin(bx)$, $a, b>0$, $a\neq b$	$2^{-1}\Gamma(s)\cos(2^{-1}\pi s)[\lvert b-a\rvert^{-s}-$ $-(b+a)^{-s}]$, $-2<\operatorname{Re} s<1$
(41)	$\sin(ax)\cos(bx)$, $a, b>0$	$2^{-1}\Gamma(s)\sin(2^{-1}\pi s)[(a+b)^{-s}+$ $+\operatorname{sgn}(a-b)\lvert a-b\rvert^{-s}]$, $-1<\operatorname{Re} s<1$
(42)	$\sin(b^2x^{-1})\sin(ax)$, $a, b>0$	$\frac{\pi a^{-s/2}b^s}{4\sin(2^{-1}\pi s)}\times$ $\times[J_s(2ba^{1/2})-J_{-s}(2ba^{1/2})+$ $+I_{-s}(2ba^{1/2})-I_s(2ba^{1/2})]$, $\lvert\operatorname{Re} s\rvert<1$
(43)	$\sin(b^2x^{-1})\cos(ax)$, $a, b>0$	$\frac{\pi a^{-s/2}b^s}{4\cos(2^{-1}\pi s)}\times$ $\times[J_s(2ba^{1/2})+J_{-s}(2ba^{1/2})+$ $+I_s(2ba^{1/2})-I_{-s}(2ba^{1/2})]$, $\lvert\operatorname{Re} s\rvert<1$
(44)	$\cos(b^2x^{-1})\cos(ax)$, $a, b>0$	$\frac{\pi a^{-s/2}b^s}{4\sin(2^{-1}\pi s)}\times$ $\times[J_{-s}(2ba^{1/2})-J_s(2ba^{1/2})+$ $+I_{-s}(2ba^{1/2})-I_s(2ba^{1/2})]$, $-1<\operatorname{Re} s<1$

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(45)	$\operatorname{arctg} x,\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$	$2^{-2}s^{-1}\,[\pi+\psi(s/4+{}^1/_4)-$ $-\psi(s/4+{}^3/_4)],\quad \operatorname{Re} s>-1$
(46)	$\operatorname{arctg} x$	$-\dfrac{\pi}{2s\cos(2^{-1}\pi s)}$, $-1<\operatorname{Re} s<0$
(47)	$\operatorname{arctg}(ae^{-x})$	$2^{-s-1}\,\Gamma(s)\,a\,\Phi(-a^2,\ s+1,\ {}^1/_2)$
(48)	$\operatorname{arcctg} x,\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$	$2^{-2}s^{-1}\,[\pi-\psi(s/4+{}^1/_4)+$ $+\psi(s/_4+{}^3/_4)],\quad \operatorname{Re} s>0$
(49)	$\operatorname{arcctg} x$	$\dfrac{\pi}{2s\cos(2^{-1}\pi s)},\quad 0<\operatorname{Re} s<1$

6.6. Гиперболические и обратные гиперболические функции

(1)	$\dfrac{1}{\operatorname{ch}(\alpha x)},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-s}2^{1-s}\,\Gamma(s)\,\Phi(-1,\ s,\ {}^1/_2)$, $\operatorname{Re} s>0$
(2)	$\dfrac{1}{\operatorname{sh}(\alpha x)},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-s}2\,(1-2^{-s})\,\Gamma(s)\,\zeta(s)$, $\operatorname{Re} s>1$
(3)	$\dfrac{1}{\operatorname{ch}^2(\alpha x)},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$4\alpha^{-s}\,(1-2^{2-s})\,\Gamma(s)\,2^{-s}\,\zeta(s-1)$, $\operatorname{Re} s>0$
(4)	$\dfrac{1}{\operatorname{sh}^2(\alpha x)},\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$4\alpha^{-s}\,\Gamma(s)\,2^{-s}\,\zeta(s-1)$, $\operatorname{Re} s>2$
(5)	$(\operatorname{ch} x-\cos\theta)^{-1},\quad 0<\theta<2\pi$	$\dfrac{i\Gamma(s)}{\sin\theta}\,[e^{-i\theta}\,\Phi(e^{-i\theta},\ s,\ 1)-$ $-e^{i\theta}\Phi(e^{i\theta},\ s,\ 1)],\quad \operatorname{Re} s>0$
(6)	$\dfrac{1}{e^{x}\operatorname{ch} x}$	$(1-2^{1-s})\,\Gamma(s)\,2^{1-s}\,\zeta(s)$, $\operatorname{Re} s>0$
(7)	$\dfrac{1}{e^{x}\operatorname{sh} x}$	$2^{1-s}\,\Gamma(s)\,\zeta(s),\quad \operatorname{Re} s>1$
(8)	$e^{-\alpha x}\,(\operatorname{ch} x-\cos\theta)^{-1}$, $\operatorname{Re}\alpha>-1,\ 0<\theta<2\pi$	$\dfrac{i\,\Gamma(s)}{\sin\theta}\,[e^{-i\theta}\,\Phi(e^{-i\theta},\ s,\ \alpha+1)-$ $-e^{i\theta}\Phi(e^{i\theta},\ s,\ \alpha+1)],\ \operatorname{Re} s>0$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(9)	$e^{-\alpha x}\,\dfrac{e^x-\cos\theta}{\operatorname{ch}x-\cos\theta}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\quad 0<\theta<2\pi$	$\Gamma(s)\,[\Phi(e^{i\theta},\ s,\ \alpha)+$ $+\Phi(e^{-i\theta},\ s,\ \alpha)],\quad \operatorname{Re}s>0$
(10)	$\dfrac{\operatorname{sh}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)}$, $\operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$(2\beta)^{-s}\,\Gamma(s)\,\{\zeta[s,\ 2^{-1}(1-\alpha/\beta)]-$ $-\zeta[s,\ 2^{-1}(1+\alpha/\beta)]\},\ \operatorname{Re}s>-1$
(11)	$\dfrac{1}{\operatorname{sh}(\alpha x)\operatorname{ch}(\beta x)}$, $\operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$(2\beta)^{-s}\,\Gamma(s)\times$ $\times\{\Phi[-1,\ s,\ 2^{-1}(1+\alpha/\beta)]+$ $+\Phi[-1,\ s,\ 2^{-1}(1-\alpha/\beta)]\}$, $\operatorname{Re}s>0$
(12)	$\dfrac{\operatorname{ch}(\alpha x)}{\operatorname{sh}(\beta x)}$, $\operatorname{Re}\beta>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$(2\beta)^{-s}\,\Gamma(s)\,\{\zeta[s,\ 2^{-1}(1-\alpha/\beta)]+$ $+\zeta[s,\ 2^{-1}(1+\alpha/\beta)]\}$, $\operatorname{Re}s>-1$
(13)	$\operatorname{arsh}(\alpha x)$	$-2^{-1}s^{-1}\alpha^{-s}\,\mathrm{B}(s/2+1/2,\ -s/2)$, $-1<\operatorname{Re}s<0$
(14)	$(1+x^2)^{-1/2}\operatorname{sh}(\nu\operatorname{arsh}x)$	$\pi^{-1}2^{-s}\,\Gamma(s)\sin(2^{-1}\pi s)\times$ $\times\sin(2^{-1}\pi\nu)\times$ $\times\Gamma(1/2-s/2-\nu/2)\times$ $\times\Gamma(1/2-s/2+\nu/2)$, $-1<\operatorname{Re}s<1-\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$
(15)	$(1+x^2)^{-1/2}\operatorname{ch}(\nu\operatorname{arsh}x)$	$\pi^{-1}2^{-s}\cos(2^{-1}\pi s)\cos(2^{-1}\pi\nu)\times$ $\times\Gamma(1/2-s/2-\nu/2)\times$ $\times\Gamma(1/2-s/2+\nu/2)$, $0<\operatorname{Re}s<1-\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$

6.7. Ортогональные многочлены, гамма-функции, функции Лежандра и родственные им функции

(1)	$P_{n-1}[(1-x)(1+x)^{-1}]\,(1+x)^{-n}$	$\pi^{-1}\sin(\pi s)\,[\mathrm{B}(s,\ n-s)]^2$, $0<\operatorname{Re}s<n$
(2)	$(1-x^2)^{-1/2}T_n(x),\quad 0<x<1$; $0,\quad 1<x<\infty$	$\pi s^{-1}2^{-s}[\mathrm{B}(1/2+s/2+n/2,$ $1/2+s/2-n/2)]^{-1}$, $\operatorname{Re}s>0$

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(3)	$e^{-\alpha x}\,[\mathrm{He}_n(x^{1/2})]^2$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$h_n^s(\alpha)\,n!\,\Gamma(s)$, где $\sum_{n=0}^{\infty} h_n^s(\alpha)\,t^n=$ $=(1-t^2)^{-1/2}\,[\alpha-t(1+t)^{-1}]^{-s}$, $\operatorname{Re}s>0$
(4)	$e^{-\alpha x}L_n^{\nu}(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\Gamma(s+n)\,(n!)^{-1}\,(\alpha-\beta)^n\alpha^{-s-n}\times$ $\times\,{}_2F_1[-n,\,\nu-s+1;$ $-s-n+1;\,\alpha(\alpha-\beta)^{-1}]$, $\operatorname{Re}s>0$
(5)	$\psi(x+1)+\ln\gamma$	$\dfrac{\pi\,\zeta(2-s)}{\sin(\pi s)}$, $0<\operatorname{Re}s<1$
(6)	$\psi(1+x)-\ln(1+x)$	$-\dfrac{\pi\,[\zeta(1-s)+s^{-1}]}{\sin(\pi s)}$, $0<\operatorname{Re}s<1$
(7)	$\psi'(x+1)$	$\dfrac{\pi(1-s)\,\zeta(2-s)}{\sin(\pi s)}$, $0<\operatorname{Re}s<2$
(8)	$\operatorname{Erfc}(x)$	$\pi^{-1/2}s^{-1}\,\Gamma(s/2+1/2)$, $\operatorname{Re}s>0$
(9)	$e^{2^{-1}x^2}\operatorname{Erfc}(2^{-1/2}x)$	$\dfrac{2^{s/2-1}\,\Gamma(s/2)}{\cos(2^{-1}\pi s)}$, $0<\operatorname{Re}s<1$
(10)	$\operatorname{Ei}(-x)$	$-s^{-1}\,\Gamma(s)$, $\operatorname{Re}s>0$
(11)	$\operatorname{Si}x$	$-s^{-1}\sin(2^{-1}\pi s)\,\Gamma(s)$, $-1<\operatorname{Re}s<0$
(12)	$\operatorname{si}(x)$	$-4s^{-1}\sin(2^{-1}\pi s)\,\Gamma(s)$, $-1<\operatorname{Re}s<0$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(13)	$\operatorname{Ci}(x)$	$-s^{-1}\cos(2^{-1}\pi s)\,\Gamma(s)$, $0<\operatorname{Re}s<1$
(14)	$S(x)$	$-(2\pi)^{-1/2}s^{-1}\sin(2^{-1}\pi s+\pi/4)\times$ $\times\Gamma(s+{}^1/_2)$, $-{}^3/_2<\operatorname{Re}s<0$
(15)	$C(x)$	$-(2\pi)^{-1/2}s^{-1}\cos(2^{-1}\pi s+\pi/4)\times$ $\times\Gamma(s+{}^1/_2)$, $-{}^1/_2<\operatorname{Re}s<0$
(16)	$e^{-\beta x}\Gamma(\alpha,x)$, $\operatorname{Re}\beta>-1$	$s^{-1}(1+\beta)^{-s-\alpha}\Gamma(s+\alpha)\times$ $\times{}_2F_1[1,\alpha+s;\,s+1;\,\beta(1+\beta)^{-1}]$, $\operatorname{Re}s>0$
(17)	$e^{-\beta x}\gamma(\alpha,x)$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$\alpha^{-1}(1+\beta)^{-\alpha-s}\Gamma(\alpha+s)\times$ $\times{}_2F_1[1,\alpha+s;\,\alpha+1;\,(1+\beta)^{-1}]$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\alpha$
(18)	$P_\nu(x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	$\pi^{1/2}2^{-s}\Gamma(s)\times$ $\times[\Gamma({}^1/_2+s/2-\nu/2)\times$ $\times\Gamma(1+s/2+\nu/2)]^{-1}$, $\operatorname{Re}s>0$
(19)	$(1-x^2)^{m/2}P_\nu^m(x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$	$(-1)^m\pi^{1/2}2^{-m-s}\Gamma(s)\times$ $\times\Gamma(1+m+\nu)\times$ $\times[\Gamma(1-m+\nu)]^{-1}\times$ $\times[\Gamma({}^1/_2+s/2+m/2-\nu/2)\times$ $\times\Gamma(1+s/2+m/2+\nu/2)]^{-1}$, $\operatorname{Re}s>0$
(20)	$(1-x^2)^{-\mu/2}P_\nu^\mu(x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\mu<1$	$\pi^{1/2}2^{\mu-s}\Gamma(s)\times$ $\times[\Gamma(s/2+{}^1/_2-\nu/2-\mu/2)\times$ $\times\Gamma(1+s/2+\nu/2-\mu/2)]^{-1}$, $\operatorname{Re}s>0$
(21)	$(1+x^2)^{-\nu/2}\times$ $\times P_{\nu-1}[x(1+x^2)^{-1/2}]$	$\dfrac{2^{1+\nu-s}\,B(s,\nu/2-s/2)}{(s-\nu)\,B(\nu,s/2-\nu/2)}$, $\operatorname{Re}s>0,-\operatorname{Re}\nu$

6.8. Функции Бесселя и родственные им функции

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(1)	$J_\nu(ax), \qquad a>0$	$\dfrac{2^{s-1}\Gamma(s/2+\nu/2)}{a^s\,\Gamma(\nu/2-s/2+1)}$, $\quad -\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<3/2$
(2)	$J_\nu(\alpha x), \quad 0<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$	$\dfrac{\alpha^\nu}{2^\nu(s+\nu)\Gamma(\nu+1)}\times$ $\times\,{}_1F_2\left(\dfrac{s+\nu}{2};\ \nu+1,\ \dfrac{s+\nu}{2}+1;\ -\dfrac{\alpha^2}{4}\right)$, $\quad \operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$
(3)	$(x^2+\beta^2)^{-\mu-1}J_\nu(ax)$, $a>0, \quad \operatorname{Re}\beta>0$	$\dfrac{2^{-\nu-1}a^\nu\mathrm{B}(s/2+\nu/2,\ \mu+1-s/2-\nu/2)}{\beta^{2\mu+2-s-\nu}\Gamma(\nu+1)}\times$ $\times\,{}_1F_2\left(\dfrac{s+\nu}{2};\ \dfrac{s+\nu}{2}-\mu,\ \nu+1;\ \dfrac{a^2\beta^2}{4}\right)+$ $+\dfrac{a^{2\mu+2-s}\,\Gamma(s/2+\nu/2-\mu-1)}{2^{2\mu+3-s}\,\Gamma(\mu+2+\nu/2-s/2)}\times$ $\times\,{}_1F_2\left(1+\mu;\ 2+\mu+\dfrac{\nu-s}{2},\ 2+\mu-\dfrac{\nu-s}{2};\ \dfrac{a^2\beta^2}{4}\right)$, $\quad -\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<2\operatorname{Re}\mu+7/2$
(4)	$(1-x^2)^\lambda J_\nu(ax), \quad 0<x<1$ $0, \quad 1<x<\infty$ $a>0, \quad \operatorname{Re}\lambda>-1$	$\dfrac{a^\nu\,\mathrm{B}(\lambda+1,\ s/2+\nu/2)}{2^{\nu+1}\,\Gamma(\nu+1)}\times$ $\times\,{}_1F_2\left(\dfrac{s+\nu}{2};\ \nu+1,\ \dfrac{s+\nu}{2}+1+\lambda;\ -\dfrac{a^2}{4}\right)$, $\quad \operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$
(5)	$e^{-\alpha x\cos\varphi}J_\nu(\alpha x\sin\varphi)$, $\operatorname{Re}(\alpha e^{\pm i\varphi})>0, \quad 0<\varphi<\pi$	$\alpha^{-s}\,\Gamma(s+\nu)\,P_{s-1}^{-\nu}(\cos\varphi)$, $\quad \operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(6)	$e^{-\alpha x}J_\nu(\beta x)$, $\quad$ $\operatorname{Re}\alpha>\vert\operatorname{Im}\beta\vert$	$\dfrac{\beta^\nu\,\Gamma(s+\nu)}{2^\nu\alpha^{\nu+s}\Gamma(1+\nu)}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(\dfrac{s+\nu}{2},\ \dfrac{s+\nu+1}{2};\ \nu+1;\ -\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$
(7)	$(1-x)^\mu e^{\pm i\alpha x}J_\nu(\alpha x)$, $\quad 0<x<1$; 0, $\quad 1<x<\infty$; $\operatorname{Re}\mu>-1$	$\dfrac{\alpha^\nu\,\mathrm{B}(s+\nu,\ \mu+1)}{2^\nu\,\Gamma(\nu+1)}\times$ $\times\,{}_2F_2(\nu+{}^1/_2,\ s+\nu;\ s+\mu+\nu+1,\ 2\nu+1;\ \pm 2i\alpha)$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$
(8)	$e^{-\beta^2x^2}J_\nu(\alpha x)$, $\quad$ $\vert\arg\beta\vert<\pi/4$	$\dfrac{\Gamma(\nu/2+s/2)}{\alpha\beta^{s-1}\,\Gamma(\nu+1)}\exp\left(-\dfrac{\alpha^2}{8\beta^2}\right)\times$ $\times\,M_{s/2-{}^1/_2,\ \nu/2}\left(\dfrac{\alpha^2}{4\beta^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$
(9)	$\ln x\,J_\nu(ax)$, $\quad$ $a>0$	$\dfrac{2^{s-2}\,\Gamma(s/2+\nu/2)}{a^s\,\Gamma(\nu/2-s/2+1)}\times$ $\times\left[\psi\left(\dfrac{s+\nu}{2}\right)+\psi\left(\dfrac{\nu-s}{2}+1\right)-\ln\dfrac{a^2}{4}\right]$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<{}^3/_2$
(10)	$\sin(ax)\,J_\nu(ax)$, $\quad$ $a>0$	$\dfrac{2^{\nu-1}\,\Gamma({}^1/_2-s)\,\Gamma({}^1/_2+\nu/2+s/2)}{a^s\,\Gamma(1+\nu-s)\,\Gamma(1-\nu/2-s/2)}$, $-1<\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<{}^1/_2$
(11)	$\cos(ax)\,J_\nu(ax)$, $\quad$ $a>0$	$\dfrac{2^{\nu-1}\,\Gamma({}^1/_2-s)\,\Gamma(\nu/2+s/2)}{a^s\,\Gamma({}^1/_2-\nu/2-s/2)\,\Gamma(1+\nu-s)}$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<{}^1/_2$
(12)	$(x^2+\beta^2)^{-\nu/2}J_\nu[a(x^2+\beta^2)^{1/2}]$, $\quad$ $a>0$	$2^{s/2-1}a^{-s/2}\beta^{s/2-\nu}\,\Gamma(s/2)\times$ $\times\,J_{\nu-s/2}(a\beta)$, $0<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu+{}^3/_2$

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(13)	$(a^2-x^2)^{\nu/2}J_\nu[\beta(a^2-x^2)^{1/2}]$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{s/2-1}\Gamma(s/2)\times$ $\times\beta^{-s/2}a^{\nu+s/2}J_{\nu+s/2}(a\beta)$, $\operatorname{Re}s>0$
(14)	$(a^2-x^2)^{-\nu/2}J_\nu[\beta(a^2-x^2)^{1/2}]$, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$	$2^{1-\nu}[\Gamma(\nu)]^{-1}a^{s/2-\nu}\beta^{-s/2}\times$ $\times S_{\nu+s/2-1,\,s/2-\nu}(a\beta)$, $\operatorname{Re}s>0$
(15)	$(1-x)^\nu e^{\mp i\alpha x}J_\nu[\alpha(1-x)]$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$\pi^{-1/2}(2\alpha)^\nu\,\Gamma(s)\,e^{\mp i\alpha}\dfrac{\Gamma(\nu+{}^1/_2)}{\Gamma(2\nu+s+1)}\times$ $\times\,{}_1F_1(\nu+{}^1/_2;\ 2\nu+s+1;\ \pm 2i\alpha)$, $\operatorname{Re}s>0$
(16)	$(1+x^2)^{-1}\times$ $\times\exp\{a[(1-x^2)(1+x^2)^{-1}]\}\times$ $\times J_\nu[2bx(1+x^2)^{-1}]$	$\dfrac{\Gamma(s/2+\nu/2)\,\Gamma(1-s/2+\nu/2)}{2b\,\lvert\Gamma(\nu+1)\rvert^2}\times$ $\times M_{s/2-1/2,\,\nu/2}(u)\times$ $\times M_{s/2-1/2,\,\nu/2}(v)$, где $u=a+(a^2-b^2)^{1/2}$, $v=a-(a^2-b^2)^{1/2}$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu+2$

Относительно многих интегралов, содержащих $J_\nu(ax)$, см. также преобразования Ганкеля и преобразования Фурье.

(17)	$Y_\nu(ax)$, $a>0$	$-2^{s-1}a^{-s}\pi^{-1}\Gamma(s/2+\nu/2)\times$ $\times\Gamma(s/2-\nu/2)\cos[2^{-1}(s-\nu)\pi]$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<\operatorname{Re}s<{}^3/_2$
(18)	$\sin(ax)\,Y_\nu(ax)$	$2^{s-1}\pi^{-1/2}a^{-s}\sin[2^{-1}(s-\nu)\pi]\times$ $\times\dfrac{\Gamma(s/2+\nu/2+{}^1/_2)\,\Gamma(s/2-\nu/2+{}^1/_2)}{\Gamma(1-s/2-\nu/2)\,\Gamma(1+\nu/2-s/2)}$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert-1<\operatorname{Re}s<{}^1/_2$
(19)	$\cos(ax)\,Y_\nu(ax)$	$2^{s-1}\pi^{-1/2}a^{-s}\sin[2^{-1}(s-\nu-1)\pi]\times$ $\times\dfrac{\Gamma(s/2+\nu/2)\,\Gamma(s/2-\nu/2)}{\Gamma({}^1/_2-s/2-\nu/2)\,\Gamma({}^1/_2-s/2+\nu/2)}$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<\operatorname{Re}s<{}^1/_2$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(20)	$H_\nu^{(1)}(ax)$ $\quad a>0$	$\dfrac{[1-i\operatorname{ctg} 2^{-1}\pi(s-\nu)]\,2^{s-1}\,\Gamma(s/2+\nu/2)}{a^s\,\Gamma(\nu/2-s/2+1)}$ Для $H_\nu^{(2)}$ заменить $-i$ на $+i$ $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<\operatorname{Re}s<{}^3/_2$
(21)	$(x^2+\beta^2)^{-\nu/2}H_\nu^{(k)}[a(x^2+\beta^2)^{1/2}]$, $k=1,\ 2,\quad a>0,\quad \operatorname{Re}\beta>0$	$2^{s/2-1}a^{-s/2}\beta^{s/2-\nu}\times$ $\times\,\Gamma(s/2)\,H^{(k)}_{\nu-s/2}(a\beta)$, $0<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu+{}^3/_2$
(22)	$e^{-\alpha x}I_\nu(\alpha x)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\Gamma(^1/_2-s)\,\Gamma(s+\nu)}{2^s\alpha^s\pi^{1/2}\Gamma(1+\nu-s)}$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<{}^1/_2$
(23)	$e^{-\alpha x}I_\nu(\beta x)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Re}\beta\rvert$ Другой вид ответа см. (24)	$\dfrac{2^{s-1}\beta^\nu\,\Gamma(s/2+\nu/2)\,\Gamma[2^{-1}(s+\nu+1)]}{\pi^{1/2}\alpha^{s+\nu}\,\Gamma(\nu+1)}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(\dfrac{s+\nu+1}{2},\ \dfrac{s+\nu}{2};\ \nu+1;\ \dfrac{\beta^2}{\alpha^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$
(24)	$e^{-\alpha x}I_\nu(\beta x)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Re}\beta\rvert$	$(2^{-1}\pi\beta)^{-1/2}e^{-i\pi(s-1/2)}\times$ $\times\,(\alpha^2-\beta^2)^{-s/2+1/4}\times$ $\times\,Q^{s-1/2}_{\nu-1/2}(\alpha\beta^{-1})$, $\quad \operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu$
(25)	$\dfrac{1}{(1+x^2)}I_\nu\left[\dfrac{\alpha x}{1+x^2}\right]$	$\dfrac{\Gamma(s/2+\nu/2)\,\Gamma(1-s/2+\nu/2)}{\alpha\,[\Gamma(\nu+1)]^2}\times$ $\times\,M_{s/2-1/2,\ \nu/2}(\alpha)\times$ $\times\,M_{-s/2+1/2,\ \nu/2}(\alpha)$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu+2$
(26)	$K_\nu(\alpha x)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$\alpha^{-s}2^{s-2}\,\Gamma(s/2-\nu/2)\,\Gamma(s/2+\nu/2)$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$
(27)	$K_{ia}(x)$	$2^{s-2}\lvert\Gamma(s/2)\rvert^2\times$ $\times\left\{\prod\limits_{n=0}^{\infty}[1+a^2(s+2n)^{-2}]\right\}^{-1}$, $\operatorname{Re}s>0$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$
(28)	$e^{-\alpha x}K_\nu(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\pi^{1/2}\,\Gamma(s+\nu)\,\Gamma(s-\nu)}{2^s\alpha^s\,\Gamma(s+1/2)}$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$
(29)	$e^{-\alpha x}K_\nu(\beta x)$, $\operatorname{Re}(\alpha+\beta)>0$	$\dfrac{\pi^{1/2}\beta^\nu\,\Gamma(s+\nu)\,\Gamma(s-\nu)}{2^s\alpha^{s+\nu}\,\Gamma(s+1/2)}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(\dfrac{s+\nu+1}{2},\ \dfrac{s+\nu}{2};\ s+\dfrac{1}{2};\ 1-\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$
(30)	$e^{-\beta^2x^2}K_\nu(\alpha x)$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi/4$	$\dfrac{\Gamma(s/2-\nu/2)\,\Gamma(s/2+\nu/2)}{2\beta^{s-1}\alpha}\times$ $\times\exp\left(\dfrac{\alpha^2}{8\beta^2}\right)W_{1/2-s/2,\ \nu/2}\left(\dfrac{\alpha^2}{4\beta^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$
(31)	$2\pi^{-1}K_0(x)-Y_0(x)$	$2^s\pi^{-1}[\Gamma(s/2)]^2\cos^2(2^{-2}s\pi)$, $0<\operatorname{Re}s<3/2$
(32)	$(x^2+\beta^2)^{-\nu/2}K_\nu[\alpha(x^2+\beta^2)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha,\ \operatorname{Re}\beta>0$	$\alpha^{-s/2}2^{s/2-1}\beta^{s/2-\nu}\times$ $\times\,\Gamma(s/2)\,K_{\nu-s/2}(\alpha\beta)$, $\operatorname{Re}s>0$
(33)	$J_\mu(ax)\,J_\nu(ax)$, $a>0$	$\dfrac{2^{s-1}a^{-s}\,\mathrm{B}(1-s,\ \mu/2+\nu/2+s/2)}{\Gamma(\nu/2-\mu/2-s/2+1)\,\Gamma(\mu/2-\nu/2-s/2+1)}$, $-\operatorname{Re}(\mu+\nu)<\operatorname{Re}s<1$
(34)	$e^{-\beta^2x^2}J_\mu(\alpha x)\,J_\nu(\alpha x)$, $\lvert\arg\beta\rvert<\pi/4$	$\dfrac{\alpha^{\mu+\nu}\,\Gamma[2^{-1}(s+\mu+\nu)]}{2^{\mu+\nu+1}\beta^{s+\mu+\nu}\,[\Gamma(\nu+1)]^2}\times$ $\times\,{}_3F_3\left(\dfrac{\mu+\nu+1}{2},\ \dfrac{\mu+\nu+2}{2},\ \dfrac{s+\mu+\nu}{2};\ \mu+1,\ \ \nu+1,\ \ \mu+\nu+1;\ -\dfrac{\alpha^2}{\beta^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}(\mu+\nu)$
(35)	$(a-x)^{\lambda-1}J_\mu(x)\,J_\nu(a-x)$, см. Bailey W. N., 1930, Proc. London Math. Soc. 31, 201—208.	

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(36)	$J_\nu(ax)\,Y_\mu(ax), \quad a>0$	$2^{s-1}a^{-s}\pi^{-1}\times \sin[2^{-1}(\nu-\mu+s-1)\pi]\times \frac{\Gamma[2^{-1}(s+\mu+\nu)]}{\Gamma[2^{-1}(\nu-\mu-s+2)]}\times \frac{\Gamma[2^{-1}(s-\mu+\nu)]\,\Gamma(1-s)}{\Gamma[2^{-1}(\nu+\mu-s+2)]}$, $\operatorname{Re}(-\nu\pm\mu)<\operatorname{Re}s<1$
(37)	$J_\nu(bx)\,Y_\mu(ax), \quad a>b>0$	$\frac{\sin[2^{-1}(\nu-\mu+s-1)\pi]}{2^{1-s}\pi\,\Gamma(1+\nu)\,b^{-\nu}a^{\nu+s}}\times \Gamma[2^{-1}(s+\mu+\nu)]\times \Gamma[2^{-1}(s-\mu+\nu)]\times {}_2F_1\left(\frac{s+\mu+\nu}{2},\ \frac{s-\mu+\nu}{2};\ 1+\nu;\ \frac{b^2}{a^2}\right)$, $\operatorname{Re}(-\nu\pm\mu)<\operatorname{Re}s<2$
(38)	$J_\nu(bx)\,Y_\mu(ax), \quad b>a>0$	$-\int_0^\infty\{J_\mu(ax)\,Y_\nu(bx)+ 4\pi^{-2}\cos[2^{-1}(1-s+\nu+\mu)\pi]\times K_\nu(bx)\,K_\mu(ax)\}\,x^{-s}\,dx$, $\operatorname{Re}(-\nu\pm\mu)<\operatorname{Re}s<2$
(39)	$Y_\mu(ax)\,Y_\nu(bx), \quad a>b>0$	$\int_0^\infty\{J_\mu(ax)\,J_\nu(bx)+ 4\pi^{-2}\sin[2^{-1}(1-s+\mu+\nu)\pi]\times K_\mu(ax)\,K_\nu(bx)\}\,x^{s-1}\,dx$, $\lvert\operatorname{Re}(\mu\pm\nu)\rvert<\operatorname{Re}s<2$
(40)	$H_\mu^{(2)}(ax)\,H_\nu^{(2)}(bx), \quad a,\ b>0$	$\frac{\Gamma[2^{-1}(s+\mu+\nu)]\,\Gamma[2^{-1}(s-\mu+\nu)]}{2^{1-s}e^{-2^{-1}\pi i(\mu+\nu+s+2)}}\times \frac{\Gamma[2^{-1}(s+\mu-\nu)]\,\Gamma[2^{-1}(s-\mu-\nu)]}{\pi^2\,\Gamma(s)\,a^{s+\nu}b^{-\nu}}\times {}_2F_1\left(\frac{s+\mu+\nu}{2},\frac{s-\mu+\nu}{2};\ s;\ 1-\frac{b^2}{a^2}\right)$ Для $H_\mu^{(1)}H_\nu^{(1)}$ заменить $+i$ на $-i$; $\lvert\operatorname{Re}\mu\rvert+\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<\operatorname{Re}s<1$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(41)	$J_\nu(\alpha x)\,K_\nu(\alpha x)$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$\dfrac{2^{s-3}\,\Gamma(s/2)\,\Gamma(s/4+\nu/2)}{\alpha^s\,\Gamma(1-s/4+\nu/2)}$, $\operatorname{Re}s>-2\operatorname{Re}\nu,\ 0$
(42)	$K_\mu(\alpha x)\,I_\mu(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\operatorname{Re}\beta$	$2^{s-2}(\pi\alpha\beta)^{-1/2}\,\Gamma(s/2)\,e^{-2^{-1}\pi i(s-1)}\times$ $\times(\alpha^2-\beta^2)^{-s/2+1/2}\times$ $\times Q_{\mu-1/2}^{s/2+1/2}[(\beta^2+\alpha^2)(2\beta\alpha)^{-1}]$, $\operatorname{Re}s>0,\ -2\operatorname{Re}\mu$
(43)	$I_\nu(\alpha x)\,K_\mu(\alpha x)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$\dfrac{\Gamma[2^{-1}(s+\mu+\nu)]}{2^{2-s}\alpha^s}\times$ $\times\dfrac{\mathrm{B}(1-s,\ s/2-\mu/2+\nu/2)}{\Gamma(\nu/2+\mu/2-s/2+1)}$, $\operatorname{Re}(-\nu\mp\mu)<\operatorname{Re}s<1$
(44)	$K_\mu(\alpha x)\,I_\nu(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Re}\beta\rvert$	$\dfrac{\Gamma[2^{-1}(s+\mu+\nu)]\,\Gamma[2^{-1}(s-\mu+\nu)]}{2^{2-s}\alpha^{s+\nu}\beta^{-\nu}\,\Gamma(\nu+1)}\times$ $\times{}_2F_1\left(\dfrac{s+\mu+\nu}{2},\dfrac{s-\mu+\nu}{2};\nu+1;\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>\operatorname{Re}(-\nu\mp\mu)$
(45)	$[K_\mu(\alpha x)]^2$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{s-3}\alpha^{-s}[\Gamma(s/2)]^2\times$ $\times\mathrm{B}(s/2+\mu,\ s/2-\mu)$, $\operatorname{Re}s>2\lvert\operatorname{Re}\mu\rvert$
(46)	$K_\mu(\alpha x)\,K_\mu(\beta x)$, $\operatorname{Re}(\alpha+\beta)>0$	$\dfrac{2^{-2}\pi^{1/2}\,\Gamma(s/2)\,\Gamma(s/2+\mu)\,\Gamma(s/2-\mu)}{(\alpha\beta)^{s-1/2}(\beta^2-\alpha^2)^{s/2-1/2}}\times$ $\times P_{\mu-1/2}^{-s/2+1/2}\left(\dfrac{\beta^2+\alpha^2}{2\alpha\beta}\right)$, $\operatorname{Re}s>\lvert 2\operatorname{Re}\mu\rvert$
(47)	$K_\mu(\alpha x)\,K_\nu(\beta x)$, $\operatorname{Re}(\alpha+\beta)>0$	$2^{s-3}\alpha^{-s-\nu}\beta^\nu\,[\Gamma(s)]^{-1}\times$ $\times\Gamma[2^{-1}(s+\mu+\nu)]\times$ $\times\Gamma[2^{-1}(s-\mu+\nu)]\times$ $\times\Gamma[2^{-1}(s+\mu-\nu)]\times$ $\times\Gamma[2^{-1}(s-\mu-\nu)]\times$ $\times{}_2F_1\left(\dfrac{s+\mu+\nu}{2},\dfrac{s-\mu+\nu}{2};s;1-\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\mu\rvert+\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(48)	$K_\mu(\alpha x)\,K_\nu(\alpha x)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{s-3}\alpha^{-s}[\Gamma(s)]^{-1}\times \Gamma[2^{-1}(s+\mu+\nu)]\times \Gamma[2^{-1}(s-\mu+\nu)]\times \Gamma[2^{-1}(s+\mu-\nu)]\times \Gamma[2^{-1}(s-\mu-\nu)]$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\mu\rvert+\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$
(49)	$J_\nu^2(ax)\,K_\mu^2(bx)$	$\dfrac{a^{2\nu}\,\Gamma(\nu+1/2)\,\Gamma(\nu+\mu+s/2)}{4b^{s+2\nu}\,\Gamma(\nu+1)\,\Gamma(2\nu+1)\,\Gamma(\nu+s/2+1/2)}\times \Gamma(\nu+s/2)\,\Gamma(\nu-\mu+s/2)\times {}_4F_3\left(\nu+\frac{1}{2},\ \nu+\mu+\frac{s}{2},\ \nu+\frac{s}{2},\ \nu-\mu+\frac{s}{2};\ \nu+1,\ 2\nu+1,\ \nu+\frac{s+1}{2};\ -\frac{a^2}{b^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>-2\operatorname{Re}(\nu\pm\mu)$
(50)	Относительно многих подынтегральных функций вида $J_\mu(ax)\,J_\mu(bx)$, $\quad K_\mu(ax)\,J_\nu(bx)$ см. преобразования Ганкеля.	
(51)	$e^{-\alpha^2x^2}\,\mathbf{H}_\nu(\beta x)$, $\quad \lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$	$\dfrac{\beta^{\nu+1}\,\Gamma(1/2+s/2+\nu/2)}{2^{\nu+1}\pi^{1/2}\alpha^{\nu/2+s/2+1/2}\Gamma(\nu+3/2)}\times {}_2F_2\left(1,\frac{\nu+s+1}{2};\ \frac{3}{2},\ \nu+\frac{3}{2};\ -\frac{\beta^2}{4\alpha^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\nu-1$
(52)	$\mathbf{H}_\nu(ax)$, $\quad a>0$	$\dfrac{2^{s-1}\,\Gamma(s/2+\nu/2)}{a^s\,\Gamma(\nu/2-s/2+1)}\operatorname{tg}[2^{-1}(s+\nu)\pi]$, $-1-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<\min(3/2,\ 1-\operatorname{Re}\nu)$
(53)	$K_\nu(\alpha x)\,\mathbf{H}_\mu(\beta x)$, $\quad \operatorname{Re}\alpha>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$\dfrac{\Gamma[2^{-1}(1+s+\mu-\nu)]\,\Gamma[2^{-1}(1+s+\mu+\nu)]}{\pi^{1/2}\,2^{1-s}\,\alpha^{s+\mu+1}\,\beta^{-\mu-1}\,\Gamma(\mu+3/2)}\times {}_3F_2\left(\frac{1+s+\mu-\nu}{2},\ \frac{1+s+\mu+\nu}{2},\ 1;\ \frac{3}{2},\ \mu+\frac{3}{2};\ -\frac{\beta^2}{\alpha^2}\right)$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert-\operatorname{Re}\mu-1$

6.9. Другие высшие трансцендентные функции

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(1)	$e^{-2^{-2}x^2}D_{-\nu}(x)$	$\dfrac{\pi^{1/2}\Gamma(s)}{2^{s/2+\nu/2}\Gamma(s/2+\nu/2+1/2)}$, $\operatorname{Re} s>0$
(2)	$e^{-\alpha x}D_{-2\nu}[2(\beta x)^{1/2}]$, $\operatorname{Re}(\alpha+\beta)>0$	$\dfrac{\pi^{1/2}2^{3/2-\nu-2s}\beta^{1/2}\Gamma(2s)}{\Gamma(s+\nu+1/2)(\alpha+\beta)^{s+1/2}}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(s+\frac{1}{2},\ \nu+\frac{1}{2};\ s+\nu+\frac{1}{2};\ \frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}\right)$, $\operatorname{Re} s>0$
(3)	${}_2F_1(\alpha,\ \beta;\ \gamma;\ -x)$	$\dfrac{\mathrm{B}(s,\ \alpha-s)\,\mathrm{B}(s,\ \beta-s)}{\mathrm{B}(s,\ \gamma-s)}$, $0<\operatorname{Re} s<\min(\operatorname{Re}\alpha,\ \operatorname{Re}\beta)$
(4)	$(1-x^2)^\nu\,{}_2F_1(-n,\ a;\ b;\ x^2)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>-1$	$2^{-1}\,\mathrm{B}(\nu+1,\ s/2)\times$ $\times\,{}_3F_2(-n,\ a,\ s/2;\ b,\ \nu+1+s/2;\ 1)$, $\operatorname{Re} s>0$
(5)	$e^{-x/2}M_{\varkappa,\mu}(x)$	$\dfrac{\Gamma(2\mu+1)}{\Gamma(\mu+1/2-s)}\,\mathrm{B}(\mu+1/2+s,\varkappa-s)$, $-1/2-\operatorname{Re}\mu<\operatorname{Re} s<\operatorname{Re}\varkappa$
(6)	$e^{-\alpha x}M_{\varkappa,\mu}(\beta x)$, $\operatorname{Re}\alpha>\dfrac{\lvert\operatorname{Re}\beta\rvert}{2}$	$\beta^{\mu+1/2}\,\Gamma(\mu+s+1/2)\times$ $\times(\alpha+\beta/2)^{-\mu-s-1/2}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(\mu+s+\frac{1}{2},\ \mu-\varkappa+\frac{1}{2};\ 2\mu+1;\ \frac{\beta}{\alpha+\beta/2}\right)$, $\operatorname{Re} s>-1/2-\operatorname{Re}\mu$
(7)	$e^{x/2}W_{\varkappa,\mu}(x)$	$\dfrac{\Gamma(\mu+s+1/2)}{\Gamma(\mu-\varkappa+1/2)}\times$ $\times\,\mathrm{B}(s-\mu+1/2,\ -s-\varkappa)$, $\lvert\operatorname{Re}\mu\rvert-1/2<\operatorname{Re} s<-\operatorname{Re}\varkappa$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(8)	$e^{-\alpha x}W_{\varkappa,\mu}(\beta x)$, $\quad\operatorname{Re}(\alpha+\beta/2)>0$	$\dfrac{\beta^{\mu+1/2}\,\Gamma(\mu+s+1/2)\,\Gamma(-\mu+s+1/2)}{\Gamma(s-\varkappa+1)\,(\alpha+\beta/2)^{\mu+s+1/2}}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(\mu+s+\frac{1}{2},\ \mu-\varkappa+\frac{1}{2};\ s-\varkappa+1;\ \frac{2\alpha-\beta}{2\alpha+\beta}\right)$, $\quad\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\mu\rvert-1/2$
(9)	$e^{-\alpha x}\,{}_1F_1(\beta;\ \rho;\ \lambda x)$, $\quad\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}\lambda$	$\alpha^{-s}\,\Gamma(s)\,{}_2F_1(\beta,\ s;\ \rho;\ \lambda\alpha^{-1})$, $\quad\operatorname{Re}s>0$
(10)	$(1-x)^{\nu-1}\times$ $\times\,{}_pF_q(a_1,\ \dots,\ a_p;\ b_1,\ \dots,\ b_q;\ ax)$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$ $\operatorname{Re}\nu>0$	$\mathrm{B}(\nu,\ s)\times$ $\times\,{}_{p+1}F_{q+1}(a_1,\ \dots,\ a_p;\ s;\ b_1,\ \dots,\ b_q;\ s+\nu;\ a)$, $\quad\operatorname{Re}s>0$
(11)	$e^{-x}\,{}_pF_q(a_1,\ \dots,\ a_p;\ b_1,\ \dots,\ b_q;\ ax)$, $\quad p<q$	$\Gamma(s)\,{}_{p+1}F_q(s,\ a_1,\ \dots,\ a_p;\ b_1,\ \dots,\ b_q;\ a)$, $\quad\operatorname{Re}s>0$
(12)	$K_\nu(2x^{1/2})\times$ $\times\,{}_pF_q(a_1,\ \dots,\ a_p;\ b_1,\ \dots,\ b_q;\ ax)$, $\quad p<q-1$	$2^{-1}\,\Gamma(s+\nu/2)\,\Gamma(s-\nu/2)\times$ $\times\,{}_{p+2}F_q(s+\nu/2,\ s-\nu/2,\ a_1,\ \dots,\ a_p;\ b_1,\ \dots,\ b_q;\ a)$, $\quad 2\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$
(13)	$K_\lambda(ax)\,K_\mu(ax)\times$ $\times\,{}_pF_q(a_1,\ \dots,\ a_p;\ b_1,\ \dots,\ b_q;\ bx^2)$	См. Sinha S., 1943, Bull. Calcutta Math. Soc. 35, стр. 37—42
(14)	$G^{m,n}_{p,q}\left(x\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\ \dots,\ a_p\\ b_1,\ \dots,\ b_q\end{matrix}\right)$, $\quad 0\leqslant m\leqslant q,\quad 0\leqslant n\leqslant p$, $\quad p+q<2(m+n)$	$\dfrac{\prod\limits_{j=1}^{m}\Gamma(b_j+s)\prod\limits_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j-s)}{\prod\limits_{j=m+1}^{q}\Gamma(1-b_j-s)\prod\limits_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j+s)}$, $\quad -\min\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\operatorname{Re}b_j<\operatorname{Re}s<1-\max\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\operatorname{Re}a_j$

	$f(x)$	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(15)	$(1-x)^{\beta-1}G^{m,\,n}_{p,\,q}\left(\alpha x\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_q\end{matrix}\right),$ $0<x<1$ $0,\qquad 1<x<\infty$ $p+q<2(m+n),\ \operatorname{Re}\beta>0$ $\vert\arg\alpha\vert<(m+n-p/2-q/2)\,\pi$	$\Gamma(\beta)\ \times$ $\times\ G^{m,\,n+1}_{p+1,\,q+1}\left(\alpha\,\middle\vert\,\begin{matrix}t,\ a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_q,\ r\end{matrix}\right),$ $\operatorname{Re}s>-\min\limits_{1\leqslant h\leqslant m}\operatorname{Re}b_h,$ где $t=1-s,\ r=1-s-\beta$
(16)	$e^{-x}\,G^{m,\,n}_{p,\,q}\left(\alpha x\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_p\end{matrix}\right),$ $p+q<2(m+n)$ $\vert\arg\alpha\vert<(m+n-p/2-q/2)\,\pi$	$G^{m,\,n+1}_{p+1,\,q}\left(\alpha\,\middle\vert\,\begin{matrix}1-s,\ a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_q\end{matrix}\right),$ $\operatorname{Re}s>-\min\limits_{1\leqslant h\leqslant m}\operatorname{Re}b_h$
(17)	$J_\nu(2x^{1/2})\ \times$ $\times\ G^{m,\,n}_{p,\,q}\left(\alpha x\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_q\end{matrix}\right),$ $p+q<2(m+n)$ $\vert\arg\alpha\vert<(p+q-p/2-q/2)\,\pi$	$G^{m,\,n+1}_{p+2,\,q}\left(\alpha\,\middle\vert\,\begin{matrix}t,\ a_1,\dots,a_p,\ r\\ b_1,\dots,b_q\end{matrix}\right),$ $-2^{-1}\operatorname{Re}\nu-\min\limits_{1\leqslant h\leqslant m}\operatorname{Re}b_h<$ $<\operatorname{Re}s<{}^5/_4-\max\limits_{1\leqslant j\leqslant n}\operatorname{Re}a_j,$ где $t=1-s-\nu/2,$ $r=1-s+\nu/2$
(18)	$K_\nu(2x^{1/2})\times$ $\times\ G^{m,\,n}_{p,\,q}\left(\alpha x\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_q\end{matrix}\right),$ $p+q<2(m+n)$ $\vert\arg\alpha\vert<(m+n-p/2-q/2)\,\pi$	$2^{-1}\times$ $\times\ G^{m,\,n+2}_{p+2,\,q}\left(\alpha\,\middle\vert\,\begin{matrix}t,\ r,\ a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_q\end{matrix}\right),$ $\operatorname{Re}s>2^{-1}\vert\operatorname{Re}\nu\vert-\min\limits_{1\leqslant h\leqslant m}\operatorname{Re}b_h,$ где $t=1-s-\nu/2,\ r=1-s+\nu/2$
(19)	$(1+x)^{-\beta}\ \times$ $\times\ G^{m,\,n}_{p,\,q}\left(\frac{\alpha x}{1+x}\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_q\end{matrix}\right),$ $(p+q)<2(m+n)$ $\vert\arg\alpha\vert<(m+n-p/2-q/2)\,\pi$	$\Gamma(\beta-s)\ \times$ $\times\ G^{m,\,n+1}_{p+1,\,q+1}\left(\alpha\,\middle\vert\,\begin{matrix}t,\ a_1,\dots,a_p\\ b_1,\dots,b_q,\ r\end{matrix}\right),$ $-\min\limits_{1<h<m}\operatorname{Re}b_h<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\beta,$ где $t=1-s,\ r=1-\beta$
(20)	$\theta_2(0\vert ix^2)$	$2^s(1-2^{-s})\,\pi^{-s/2}\,\Gamma(s/2)\,\zeta(s),$ $\operatorname{Re}s>2$

	$f(x)$	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}dx$
(21)	$\theta_3(0\|ix^2)-1$	$\pi^{-s/2}\Gamma(s/2)\zeta(s)$, Re $s>2$
(22)	$1-\theta_4(0\|ix^2)$	$(1-2^{1-s})\pi^{-s/2}\Gamma(s/2)\zeta(s)$, Re $s>2$
(23)	$e^{-\pi a^2 x}\theta_3(b+iax\|ix)$	$\pi^{-s}\Gamma(s)[\Phi(b, a, 2s)+e^{-2\pi ib}\varphi(-b, 1-a, 2s)]$
(24)	$\theta_4(0\mid ix^2)+\theta_2(0\mid ix^2)-\theta_3(0\mid ix^2)$	$-(2^s-1)(2^{1-s}-1)\times\pi^{-s/2}\Gamma(s/2)\zeta(s)$

ГЛАВА VII

ОБРАТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МЕЛЛИНА

Общие формулы см. п. 6.1.

7.1. Алгебраические функции и степени с любыми показателями

	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(1)	s^{-1}, $\quad \operatorname{Re} s>0$	1, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(2)	s^{-1}, $\quad \operatorname{Re} s<0$	0, $\quad 0<x<1$ -1, $\quad 1<x<\infty$
(3)	$(s+\alpha)^{-1}$, $\quad \operatorname{Re} s>-\operatorname{Re}\alpha$	x^{α}, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(4)	$(s+\alpha)^{-1}$, $\quad \operatorname{Re} s<-\operatorname{Re}\alpha$	0, $\quad 0<x<1$ $-x^{\alpha}$, $\quad 1<x<\infty$
(5)	$(s+\alpha)^{-2}$, $\quad \operatorname{Re} s>-\operatorname{Re}\alpha$	$-x^{\alpha}\ln x$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(6)	$(s+\alpha)^{-2}$, $\quad \operatorname{Re} s<-\operatorname{Re}\alpha$	0, $\quad 0<x<1$ $x^{\alpha}\ln x$, $\quad 1<x<\infty$
(7)	$(s+\alpha)^{-1}(s+\beta)^{-1}$, $\operatorname{Re} s>-\operatorname{Re}\alpha, -\operatorname{Re}\beta$	$(\beta-\alpha)^{-1}(x^{\alpha}-x^{\beta})$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(8)	$(s+\alpha)^{-1}(s+\beta)^{-1}$, $-\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re} s<-\operatorname{Re}\beta$	$(\beta-\alpha)^{-1}x^{\alpha}$, $\quad 0<x<1$ $(\beta-\alpha)^{-1}x^{\beta}$, $\quad 1<x<\infty$
(9)	$(s+\alpha)^{-1}(s+\beta)^{-1}$, $\operatorname{Re} s<-\operatorname{Re}\alpha, -\operatorname{Re}\beta$	0, $\quad 0<x<1$ $(\beta-\alpha)^{-1}(x^{\beta}-x^{\alpha})$, $\quad 1<x<\infty$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(10)	$[(s+\alpha)^2+\beta^2]^{-1}$, $\operatorname{Re}(s+\alpha)>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$\frac{1}{\beta}\,x^{\alpha}\sin\left(\beta\ln\frac{1}{x}\right)$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(11)	$[(s+\alpha)^2+\beta^2]^{-1}$, $-\operatorname{Im}\beta<\operatorname{Re}(s+\alpha)<\operatorname{Im}\beta$	$-\frac{i}{2\beta}\,x^{\alpha-i\beta}$, $\quad 0<x<1$ $-\frac{i}{2\beta}\,x^{\alpha+i\beta}$, $\quad 1<x<\infty$
(12)	$(s+\alpha)[(s+\alpha)^2+\beta^2]^{-1}$, $\operatorname{Re}(s+\alpha)>\lvert\operatorname{Im}\beta\rvert$	$x^{\alpha}\cos(\beta\ln x)$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(13)	$(s+\alpha)[(s+\alpha)^2+\beta^2]^{-1}$, $-\operatorname{Im}\beta<\operatorname{Re}(s+\alpha)<\operatorname{Im}\beta$	$2^{-1}x^{\alpha-i\beta}$, $\quad 0<x<1$ $-2^{-1}x^{\alpha+i\beta}$, $\quad 1<x<\infty$
(14)	$(s^2-\alpha^2)^{1/2}-s$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$\alpha y^{-1}I_1(\alpha y)$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(15)	$\left(\frac{s+\alpha}{s-\alpha}\right)^{1/2}-1$, $\quad \operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$	$\alpha[I_0(\alpha y)+I_1(\alpha y)]$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(16)	$\Gamma(\nu)(s+\alpha)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\alpha$	$x^{\alpha}y^{\nu-1}$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(17)	$s^{-1}(s+\alpha)^{-\nu}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>0$ $\operatorname{Re}s>0,\ -\operatorname{Re}\alpha$	$\alpha^{-\nu}\gamma(\nu,\alpha y)[\Gamma(\nu)]^{-1}$, $\quad 0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(18)	$s^{-1}(s+\alpha)^{-\nu}$, $\quad \operatorname{Re}\nu>0$ $-\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}s<0$	$-\alpha^{-\nu}\Gamma(\nu,\alpha y)[\Gamma(\nu)]^{-1}$, $0<x<1$ $-\alpha^{-\nu}$, $\quad 1<x<\infty$
(19)	$[(s+\alpha)^{1/2}+\beta^{1/2}]^{\nu}$, $\lvert\arg\beta\rvert\leqslant\pi$, $\operatorname{Re}\nu<0$ $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\alpha$	$-2^{1/2}\pi^{-1/2}\nu(2y)^{-\nu/2-1}\times$ $\times\,x^{\alpha-\beta/2}D_{\nu-1}[(2\beta y)^{1/2}]$, $0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$
(20)	$(s+\alpha)^{-1/2}[(s+\alpha)^{1/2}+\beta^{1/2}]^{\nu}$, $\lvert\arg\beta\rvert\leqslant\pi$, $\quad \operatorname{Re}\nu<1$ $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\alpha$	$2^{1/2}\pi^{-1/2}(2y)^{-\nu/2-1/2}\times$ $\times\,x^{\alpha-\beta/2}D_{\nu}[(2\beta y)^{1/2}]$, $0<x<1$ 0, $\quad 1<x<\infty$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(21)	$\pi^{-1/2}\Gamma(\nu)(s^2-\alpha^2)^{-\nu}$, $\operatorname{Re} s>\lvert\operatorname{Re}\alpha\rvert$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$(2^{-1}\alpha^{-1}y)^{\nu-1/2}I_{\nu-1/2}(\alpha y)$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(22)	$\pi^{1/2}\Gamma(\nu)(\alpha^2-s^2)^{-\nu}$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $-\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\alpha$	$(2^{-1}\alpha^{-1}y)^{\nu-1/2}K_{\nu-1/2}(\alpha y)$, $0<x<1$; $(-2^{-1}\alpha^{-1}y)^{\nu-1/2}K_{\nu-1/2}(-\alpha y)$, $1<x<\infty$
(23)	$\Gamma(2\nu-2\lambda)(s-\alpha)^{2\lambda}(s-\beta)^{-2\nu}$, $\operatorname{Re}(\nu-\lambda)>0$, $\operatorname{Re}s>\operatorname{Re}\alpha,\ \operatorname{Re}\beta$	$(\alpha-\beta)^{\lambda-\nu}x^{-\alpha/2-\beta/2}y^{\nu-\lambda-1}\times$ $\times M_{\lambda+\nu,\,\nu-\lambda-1/2}[(\alpha-\beta)y]$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(24)	$(s-\alpha)^{2\lambda}(\beta-s)^{-2\nu}$, $\operatorname{Re}(\nu-\lambda)>0$, $\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\beta$	$[\Gamma(-2\lambda)]^{-1}(\beta-\alpha)^{\lambda-\nu}y^{\nu-\lambda-1}\times$ $\times x^{-\alpha/2-\beta/2}\times$ $\times W_{-\lambda-\nu,\,\lambda-\nu+1/2}[(\beta-\alpha)y]$, $0<x<1$; $[\Gamma(2\nu)]^{-1}(\beta-\alpha)^{\lambda-\nu}(-y)^{\nu-\lambda-1}\times$ $\times x^{-\alpha/2-\beta/2}\times$ $\times W_{\lambda+\nu,\,\lambda-\nu+1/2}[(\alpha-\beta)y]$, $1<x<\infty$

7.2. Другие элементарные функции

(1)	$e^{\alpha s^2}$, $\operatorname{Re}\alpha\geqslant 0$	$2^{-1}\pi^{-1/2}\alpha^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha^{-1}y^2}$
(2)	$s^{\nu}e^{\alpha s^2}$, $\operatorname{Re}s>0$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-\nu/2}\pi^{-1/2}\alpha^{-\nu/2-1/2}\times$ $\times\exp\left(-\frac{y^2}{8\alpha}\right)D_\nu\left(\frac{-y}{2^{1/2}\alpha^{1/2}}\right)$
(3)	$s^{-\nu}e^{-a/s}$, $a>0$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $\operatorname{Re}s>0$	$(y/a)^{\nu/2-1/2}J_{\nu-1}(2a^{1/2}y^{1/2})$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(4)	$e^{-\alpha^{1/2}s^{1/2}}$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re}s>0$	$2^{-1}\alpha^{1/2}\pi^{-1/2}y^{-3/2}e^{-2^{-2}\alpha y^{-1}}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(5)	$s^{-1}e^{-\alpha s^{1/2}}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4,\ \operatorname{Re}s>0$	$\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha y^{-1/2})$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(6)	$s^{-1}e^{-\alpha s^{1/2}}-s^{-1}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4,\ \operatorname{Re}s>0$	$-\operatorname{Erf}(2^{-1}\alpha y^{-1/2})$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(7)	$\dfrac{e^{-\alpha s^{1/2}}}{s+\beta}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4$, $\operatorname{Re}s>0,\ -\operatorname{Re}\beta$	$2^{-1}x^{\beta}\left[e^{-i\beta^{1/2}\alpha}\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha y^{-1/2}-\right.$ $-i\beta^{1/2}y^{1/2})+e^{i\beta^{1/2}\alpha}\times$ $\left.\times\operatorname{Erfc}(2^{-1}\alpha y^{-1/2}+i\beta^{1/2}y^{1/2})\right]$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(8)	$s^{1/2}e^{-\alpha s^{1/2}}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4,\ \operatorname{Re}s>0$	$\pi^{-1/2}(2^{-2}\alpha^2y^{-1}-1/2)\,y^{-3/2}\times$ $\times e^{-2^{-2}\alpha^2y^{-1}}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(9)	$s^{-1/2}e^{-\alpha s^{1/2}}$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/4,\ \operatorname{Re}s>0$	$\pi^{-1/2}y^{-1/2}e^{-2^{-2}\alpha^2y^{-1}}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(10)	$\ln\dfrac{s+\alpha}{s+\beta}$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\alpha,\ -\operatorname{Re}\beta$	$\dfrac{x^{\alpha}-x^{\beta}}{\ln x}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(11)	$s^{-\nu}\ln s$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \operatorname{Re}s>0$	$y^{\nu-1}\dfrac{\psi(\nu)-\ln y}{\Gamma(\nu)}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(12)	$\dfrac{\pi}{\sin(\pi s)}$, $0<\operatorname{Re}s<1$	$\dfrac{1}{1+x}$
(13)	$\dfrac{\pi}{\sin(\pi s)}$, $-n<\operatorname{Re}s<1-n$, $n=\ldots,-1,0,1,\ldots$	$(-1)^n\dfrac{x^n}{1+x}$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(14)	$\dfrac{\pi}{\cos(\pi s)}, \quad -{}^1/_2<\operatorname{Re}s<{}^1/_2$	$\dfrac{x^{1/2}}{1+x}$
(15)	$\dfrac{\pi}{\cos(\pi s)}, \quad n-{}^1/_2<\operatorname{Re}s<n+{}^1/_2,$ $n=\ldots,\,-1,\,0,\,1,\,2,\,\ldots$	$\dfrac{(-1)^n x^{1/2-n}}{1+x}$
(16)	$\pi\operatorname{tg}(\pi s), \quad -{}^1/_2<\operatorname{Re}s<{}^1/_2$	$\dfrac{x^{1/2}}{1-x}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(17)	$\pi\operatorname{tg}(\pi s),$ $n-{}^1/_2<\operatorname{Re}s<n+{}^1/_2$ $n=\ldots,\,-1,\,0,\,1,\,2,\,\ldots$	$\dfrac{x^{1/2-n}}{1-x}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(18)	$\pi\operatorname{ctg}(\pi s), \quad 0<\operatorname{Re}s<1$	$\dfrac{1}{1-x}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(19)	$\pi\operatorname{ctg}(\pi s), \quad -n<\operatorname{Re}s<1-n$ $n=\ldots,\,-1,\,0,\,1,\,2,\,\ldots$	$\dfrac{x^n}{1-x}$ Интеграл понимается в смысле главного значения по Коши
(20)	$\dfrac{\pi^2}{\sin^2(\pi s)}, \quad 0<\operatorname{Re}s<1$	$(x-1)^{-1}\ln x$
(21)	$\dfrac{\pi^2}{\sin^2(\pi s)}, \quad n<\operatorname{Re}s<n+1$ $n=\ldots,\,-1,\,0,\,1,\,2,\,\ldots$	$x^{-n}(x-1)^{-1}\ln x$
(22)	$\dfrac{2\pi^3}{\sin^3(\pi s)}, \quad 0<\operatorname{Re}s<1$	$\dfrac{\pi^2+\ln^2 x}{1+x}$
(23)	$\dfrac{2\pi^3}{\sin^3(\pi s)}, \quad n<\operatorname{Re}s<n+1$ $n=\ldots,\,-1,\,0,\,1,\,2,\,\ldots$	$\dfrac{\pi^2+\ln^2 x}{(-x)^n(1+x)}$
(24)	$\dfrac{1}{\sin\dfrac{\pi s}{n}\sin\dfrac{\pi s+\pi}{n}},$ n целое, $\quad 0<\operatorname{Re}s<n-1$	$\dfrac{n}{\pi\sin(\pi/n)}\,\dfrac{1-x}{1-x^n}$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(25)	$\dfrac{\cos(\theta s)}{s\sin(\pi s)}$, $-1<\operatorname{Re}s<0,\quad -\pi<\theta<\pi$	$2^{-1}\pi^{-1}\ln(1+2x\cos\theta+x^2)$
(26)	$\sin(s^2/a),\qquad a>0$	$2^{-1}\pi^{-1/2}a^{1/2}\sin(2^{-2}ay^2-\pi/4)$
(27)	$\cos(s^2/a),\qquad a>0$	$2^{-1}\pi^{-1/2}a^{1/2}\cos(2^{-2}ay^2-\pi/4)$
(28)	$\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\alpha}{s+\beta}\right),\qquad \operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\beta$	$x^\beta y^{-1}\sin(\alpha y),\quad 0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$

7.3. Гамма-функция и родственные функции; дзета-функция Римана

В этом пункте при $h\leqslant 0$ мы полагаем $\sum\limits_{n=0}^{h-1}=0$ и аналогично для других сумм.

(1)	$\Gamma(s),\qquad \operatorname{Re}s>0$	e^{-x}
(2)	$\Gamma(s),\qquad -1<\operatorname{Re}s<0$	$e^{-x}-1$
(3)	$e^{-i\alpha s}\,\Gamma(s)$, $\operatorname{Re}s>0,\quad -\pi/2<\operatorname{Re}\alpha<\pi/2$	$\exp(-xe^{i\alpha})$
(4)	$e^{-i\alpha s}\,\Gamma(s),\qquad -1<\operatorname{Re}s<0$ $-\pi/2\leqslant\operatorname{Re}\alpha\leqslant\pi/2$	$\exp(-xe^{i\alpha})-1$
(5)	$e^{-i\alpha s}\,\Gamma(s)$, $-\pi/2\leqslant\operatorname{Re}\alpha\leqslant\pi/2$ $-m<\operatorname{Re}s<1-m$ $m=1,\ 2,\ \ldots$	$\exp(-xe^{i\alpha})-\sum\limits_{r=0}^{m-1}\dfrac{(-xe^{i\alpha})^r}{r!}$
(6)	$\sin(2^{-1}\pi s)\,\Gamma(s),\quad -1<\operatorname{Re}s<1$	$\sin x$
(7)	$\cos(2^{-1}\pi s)\,\Gamma(s)$, $0<\operatorname{Re}s<1$	$\cos x$
(8)	$\cos(2^{-1}\pi s)\,\Gamma(s)$, $-2<\operatorname{Re}s<0$	$-2\sin^2(x/2)$

	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(9)	$\sin(\alpha s)\,\Gamma(s)$, $\quad \operatorname{Re} s>-1$ $-\pi/2<\operatorname{Re}\alpha<\pi/2$	$e^{-x\cos\alpha}\sin(x\sin\alpha)$
(10)	$\sin(\alpha s)\,\Gamma(s)$, $-\pi/2\leqslant\operatorname{Re}\alpha\leqslant\pi/2$ $-m<\operatorname{Re} s<1-m$ $m=2,\ 3,\ \ldots$	$e^{-x\cos\alpha}\sin(x\sin\alpha)+$ $+\sum_{r=1}^{m-1}\frac{(-1)^r\sin(\alpha r)\,x^r}{r!}$
(11)	$\cos(\alpha s)\,\Gamma(s)$, $\quad \operatorname{Re} s>0$ $-\pi/2<\operatorname{Re}\alpha<\pi/2$	$e^{-x\cos\alpha}\cos(x\sin\alpha)$
(12)	$\cos(\alpha s)\,\Gamma(s)$, $-\pi/2\leqslant\operatorname{Re}\alpha\leqslant\pi/2$ $-m<\operatorname{Re} s<1-m$ $m=1,\ 2,\ \ldots$	$e^{-x\cos\alpha}\cos(x\sin\alpha)-$ $-\sum_{r=0}^{m-1}\frac{(-1)^r\cos(\alpha r)\,x^r}{r!}$
(13)	$\frac{\Gamma(s)}{\cos(\pi s)}$, $\quad 0<\operatorname{Re} s<{}^1/_2$	$e^x\operatorname{Erfc}(x^{1/2})$
(14)	$\frac{\Gamma(s)}{\cos(\pi s)}$, $\quad n=1,\ 2,\ \ldots$ $n-{}^1/_2<\operatorname{Re} s<n+{}^1/_2$	$e^x\operatorname{Erfc}(x^{1/2})-$ $-\pi^{-1}\sum_{m=0}^{n-1}(-1)^m\times$ $\times\Gamma(m+{}^1/_2)\,x^{-m-1/2}$
(15)	$\Gamma(\alpha+s)\,\Gamma(\beta-s)$, $\operatorname{Re}(\alpha+\beta)>0$ $-\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re} s<\operatorname{Re}\beta$	$\Gamma(\alpha+\beta)\,x^\alpha(1+x)^{-\alpha-\beta}$
(16)	$\Gamma(\alpha+s)\,\Gamma(\beta-s)$, $h,\ k$ целые $0<\operatorname{Re}(\alpha+s)+h<1$ $-1<\operatorname{Re}(s-\beta)-k<0$	$\Gamma(\alpha+\beta)\,x^\alpha(1+x)^{-\alpha-\beta}-$ $-\sum_{m=0}^{h-1}\frac{(-1)^m\,\Gamma(\alpha+\beta+m)\,x^{\alpha+m}}{m!}-$ $-\sum_{n=0}^{k-1}\frac{(-1)^n\,\Gamma(\alpha+\beta+n)\,x^{-\beta-n}}{n!}$
(17)	$\Gamma(2\alpha+s)\,\Gamma(2\beta+s)$, $\operatorname{Re} s>-2\operatorname{Re}\alpha,\ \ -2\operatorname{Re}\beta$	$2x^{\alpha+\beta}K_{2\alpha-2\beta}(2x^{1/2})$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(18)	$\Gamma(2\alpha+s)\,\Gamma(2\beta+s)$, h, k целые, $0<\operatorname{Re}(2\alpha+s)+h<1$, $0<\operatorname{Re}(2\beta+s)+k<1$	$2x^{\alpha+\beta}K_{2\alpha-2\beta}(2x^{1/2})-\sum\limits_{m=0}^{h-1}\frac{(-1)^m\Gamma(2\beta-2\alpha-m)\,x^{2\alpha+m}}{m!}-\sum\limits_{n=0}^{k-1}\frac{(-1)^n\Gamma(2\alpha-2\beta-n)\,x^{2\beta+n}}{n!}$
(19)	$\Gamma(s+\nu)\,\Gamma(s-\nu)\cos[\pi(s-\nu)]$, $\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert<\operatorname{Re}s<{}^3/_4$	$-\pi Y_{2\nu}(2x^{1/2})$
(20)	$\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(s+\nu)}$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $\operatorname{Re}s>0$	$\frac{(1-x)^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(21)	$\frac{\Gamma(s)\,\Gamma(\nu)}{\Gamma(s+\nu)}$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $-n<\operatorname{Re}s<1-n$, n целое	$(1-x)^{\nu-1}-\sum\limits_{m=0}^{n-1}\frac{(1-\nu)_m}{m!}x^m$, $0<x<1$; $-\sum\limits_{m=0}^{n-1}\frac{(1-\nu)_m}{m!}x^m$, $1<x<\infty$
(22)	$\frac{\Gamma(1-\nu-s)}{\Gamma(1-s)}$, $\operatorname{Re}\nu>0$. $\operatorname{Re}s<1-\operatorname{Re}\nu$	0, $0<x<1$; $\frac{(x-1)^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)}$, $1<x<\infty$
(23)	$\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(\nu-s+1)}$, $0<\operatorname{Re}s<2^{-1}\operatorname{Re}\nu+{}^3/_4$	$x^{-\nu/2}J_\nu(2x^{1/2})$
(24)	$\frac{\Gamma(s)}{\Gamma(\nu-s+1)}$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $-n<\operatorname{Re}s<1-n$, $n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$	$x^{-\nu/2}J_\nu(2x^{1/2})-\sum\limits_{m=0}^{n-1}\frac{(-1)^m x^m}{m!\,\Gamma(\nu+m+1)}$
(25)	$\frac{\Gamma(s+\nu)\,\Gamma(s-\nu)}{\Gamma(s+{}^1/_2)}$, $\operatorname{Re}s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$	$\pi^{-1/2}e^{-x/2}K_\nu(x/2)$
(26)	$\frac{\Gamma({}^1/_2-s)\,\Gamma(s+\nu)}{\Gamma(1+\nu-s)}$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<{}^1/_2$	$\pi^{1/2}e^{-x/2}I_\nu(x/2)$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(27)	$\dfrac{\Gamma(1/2-s)\,\Gamma(s+\nu)}{\Gamma(1+\nu-s)}$, $n-1/2<\operatorname{Re}s<n+1/2$, $\operatorname{Re}\nu>1/2-n,\ n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$	$\pi^{1/2}e^{-x/2}I_\nu(x/2)-$ $-\sum\limits_{m=0}^{n-1}\dfrac{(-1)^m\,\Gamma(1/2+\nu+m)}{m!\,\Gamma(1/2+\nu-m)}\times$ $\times x^{-1/2-m}$
(28)	$\dfrac{\Gamma(1/2-s)\,\Gamma(s+\nu)}{\Gamma(1+\nu-s)}$, $-n<\operatorname{Re}(s+\nu)<1-n$, $\operatorname{Re}\nu>1/2-n,\ n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$	$\pi^{1/2}e^{-x/2}I_\nu(x/2)-$ $-\sum\limits_{m=0}^{n-1}\dfrac{(-1)^m\,\Gamma(1/2+\nu+m)}{m!\,\Gamma(1+2\nu+m)}\,x^{\nu+m}$
(29)	$\dfrac{[\Gamma(s)]^2}{[\Gamma(1/2-s)]^2}$, $0<\operatorname{Re}s<9/8$	$2\pi^{-1}K_0(4x^{1/4})-Y_0(4x^{1/4})$
(30)	$\dfrac{\Gamma(2s)\,\Gamma(s+\nu)}{\Gamma(1-s+\nu)}$, $\operatorname{Re}s>0,\ -\operatorname{Re}\nu$	$2J_{2\nu}(2x^{1/4})\,K_{2\nu}(2x^{1/4})$
(31)	$\dfrac{\Gamma(2s)\,\Gamma(\nu-s)}{\Gamma(\nu+s)}$, $0<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu$	$\dfrac{[(4+x)^{1/2}+x^{1/2}]^{1-2\nu}}{2^{1-2\nu}\,(4+x)^{1/2}}$
(32)	$\dfrac{\Gamma(2s)}{\Gamma(s+\mu)\,\Gamma(s+\nu)}$, $\operatorname{Re}s>0,\ \operatorname{Re}(\mu+\nu)>1/2$	$2^{-1}\pi^{-1/2}\,(4-x)^{\mu/2+\nu/2-3/4}\times$ $\times P^{3/2-\mu-\nu}_{\mu-\nu-1/2}(2^{-1}x^{1/2})$, $0<x<2$; 0, $2<x<\infty$
(33)	$\dfrac{\Gamma(s)}{\Gamma(1/2+s/2+n/2)\,\Gamma(1/2+s/2-n/2)}$, $\operatorname{Re}s>0$	$2\pi^{-1}\,(4-x^2)^{-1/2}\,T_n(x/2)$, $0<x<2$; 0, $2<x<\infty$
(34)	$\dfrac{\Gamma(1/2-s+\nu)\,\Gamma(1/2+s/2)}{\Gamma(1-s+2\nu)\,\Gamma(1-s/2)}$, $-1<\operatorname{Re}s<1/2+\operatorname{Re}\nu$	$2^{1-\nu}x^{-\nu}\sin x\,J_\nu(x)$
(35)	$\dfrac{\Gamma(s/2)\,\Gamma(1/2-s+\nu)}{\Gamma(1-s+2\nu)\,\Gamma(1/2-s/2)}$, $0<\operatorname{Re}s<1/2+\operatorname{Re}\nu$	$2^{1-\nu}x^{-\nu}\cos x\,J_\nu(x)$
(36)	$\sin[\pi(s+\nu-\mu-1/2)]\times$ $\times\dfrac{\Gamma(s+\mu+\nu)\,\Gamma(s-\mu+\nu)\,\Gamma(1-2s)}{\Gamma(\nu-\mu-s+1)\,\Gamma(\nu+\mu-s+1)}$, $\operatorname{Re}(-\nu\pm\mu)<\operatorname{Re}s<1/2$	$\pi J_{2\nu}(2x^{1/2})\,Y_{2\mu}(2x^{1/2})$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(37)	$\dfrac{\Gamma(s)\,\Gamma(s+\mu)\,\Gamma(s-\mu)}{\Gamma(s+{}^1/_2)}$, $\operatorname{Re} s > \lvert \operatorname{Re}\mu \rvert$	$2\pi^{-1/2}[K_\mu(x^{1/2})]^2$
(38)	$\dfrac{\Gamma(s)\,\Gamma({}^1/_2-s-\nu)\,\Gamma({}^1/_2-s+\nu)}{\Gamma({}^1/_2-s)}$, $0<\operatorname{Re} s<{}^1/_2-\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$	$\dfrac{\pi^{1/2}\operatorname{ch}[2\nu\operatorname{arsh}(x^{1/2})]}{(1+x)^{1/2}\cos(\pi\nu)}$
(39)	$\dfrac{\Gamma(s+{}^1/_2)\,\Gamma({}^1/_2-s-\nu)\,\Gamma({}^1/_2-s+\nu)}{\Gamma(1-s)}$, $-{}^1/_2<\operatorname{Re} s<{}^1/_2-\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$	$\dfrac{\pi^{1/2}\operatorname{sh}[2\nu\operatorname{arsh}(2x^{1/2})]}{(1+x)^{1/2}\sin(\pi\nu)}$
(40)	$\dfrac{\Gamma(2s)\,\Gamma(\nu-s)}{\Gamma(s-\nu+1)}$, $0<\operatorname{Re} s<\operatorname{Re}\nu$	$2^{-1}\Gamma(\nu)(4+x)^{-\nu}\times$ $\times P_{-2\nu}[(1+4x^{-1})^{-1/2}]$
(41)	$\dfrac{\Gamma(s)\,[\Gamma(\nu-s)]^2}{\Gamma(1-s)}$, $0<\operatorname{Re} s<\operatorname{Re}\nu$	$[\Gamma(\nu)]^2(1+x)^{-\nu}P_{\nu-1}\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$
(42)	$\dfrac{\Gamma(s)\,\Gamma(\alpha-s)\,\Gamma(\beta-s)}{\Gamma(\gamma-s)}$, $0<\operatorname{Re} s<\min(\operatorname{Re}\alpha,\ \operatorname{Re}\beta)$	$\dfrac{\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}{\Gamma(\gamma)}\,{}_2F_1(\alpha,\ \beta;\ \gamma;\ -x)$
(43)	$\dfrac{\prod\limits_{j=1}^{m}\Gamma(b_j+s)\prod\limits_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j-s)}{\prod\limits_{j=m+1}^{q}\Gamma(1-b_j-s)\prod\limits_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j+s)}$, $\max\limits_{1\leqslant j\leqslant m}\operatorname{Re} b_j<\operatorname{Re} s<$ $<\min\limits_{1\leqslant j\leqslant n}\operatorname{Re}(1-a_j)$	$G^{mn}_{pq}\left(x\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\ldots,a_p\\ b_1,\ldots,b_q\end{matrix}\right)$
(44)	$s^{-1}[\psi(s+1)+\ln\gamma]$, $\operatorname{Re} s>-1$	$-\ln(1-x)$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(45)	$s^{-1}[\psi(s+1)+\ln\gamma+$ $+2^{-1}\pi\operatorname{ctg}(\pi s)]$, $-1<\operatorname{Re} s<0$	$\lvert\ln\lvert 1-x\rvert\rvert$
(46)	$s^{-1}[\psi(s+1)+\ln\gamma+$ $+\pi\operatorname{ctg}(\pi s)]$, $\operatorname{Re} s<0$	0, $0<x<1$; $\ln(x-1)$, $1<x<\infty$
(47)	$\dfrac{\pi\,\psi(1+s)}{\sin(\pi s)}$, $-1<\operatorname{Re} s<0$	$(1+x^{-1})^{-1}\ln[\gamma(1+x^{-1})]$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(48)	$\frac{\pi}{\sin(\pi s)}[\psi(1+s)+\ln\gamma]$, $-1<\operatorname{Re}s<1$	$(1+x^{-1})^{-1}\ln(1+x^{-1})$
(49)	$\psi(s+\alpha)-\psi(s+\beta)$, $\operatorname{Re}s>-\operatorname{Re}\alpha,\ -\operatorname{Re}\beta$	$\frac{x^\beta-x^\alpha}{1-x}$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$
(50)	$\psi(s+\alpha)-\psi(s+\beta)$, $-h<\operatorname{Re}(s+\alpha)<1-h$ $-k<\operatorname{Re}(s+\beta)<1+k$ $h,\ k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots$	$\frac{x^{\beta+k}-x^{\alpha+h}}{1-x}$, $0<x<1$ $\frac{x^\alpha-x^{\alpha+h}-x^\beta+x^{\beta+k}}{1-x}$, $1<x<\infty$
(51)	$\Gamma(s)\,\psi(s)$, $\operatorname{Re}s>0$	$e^{-x}\ln x$
(52)	$B(s,\ \alpha)[\psi(\alpha)-\psi(\alpha+s)]$, $\operatorname{Re}s>-1,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$(1-x)^{\alpha-1}\ln(1-x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$
(53)	$B(-s,\ \nu+s)\,\psi(\nu+s)$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<0$	$[\psi(\nu)-\nu\ln(1+x^{-1})](1+x^{-1})^{-\nu}$
(54)	$B(-s,\ \nu+s)[\psi(\nu+s)-\psi(\nu)]$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<1$	$-\nu(1+x^{-1})^{-\nu}\ln(1+x^{-1})$
(55)	$B(s,\ \alpha)[\psi(s)-\psi(s+\alpha)]$, $\operatorname{Re}\alpha>-1,\ \operatorname{Re}s>0$	$(1-x)^{\alpha-1}\ln x$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$
(56)	$B(s,\ \alpha)\{[\psi(s)-\psi(s+\alpha)]^2+$ $+\psi'(s)-\psi'(s+\alpha)\}$, $\operatorname{Re}s>0,\ \operatorname{Re}\alpha>-2$	$(1-x)^{\alpha-1}\ln^2 x$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$
(57)	$\frac{\Gamma(s/2+\nu/2)}{\Gamma(\nu/2-s/2+1)}\times$ $\times[\psi(s/2+\nu/2)+$ $+\psi(\nu/2-s/2+1)]$, $-\operatorname{Re}\nu<\operatorname{Re}s<{}^3/_2$	$4\ln x\,J_\nu(x)$
(58)	$\sin(2^{-1}\pi s)\,\Gamma(s)\,\psi(s)$, $0<\operatorname{Re}s<1$	$\ln x\sin x-2^{-1}\pi\cos x$
(59)	$\cos(2^{-1}\pi s)\,\Gamma(s)\,\psi(s)$, $0<\operatorname{Re}s<1$	$\ln x\cos x+2^{-1}\pi\sin x$
(60)	$\Gamma(s,\ a)$, $a>0$	0, $0<x<a$ e^{-x}, $a<x<\infty$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(61)	$\Gamma(s)\,\Gamma(1-s,\ \alpha)$, $\operatorname{Re} s>0,\ \operatorname{Re}\alpha>0$	$(x+1)^{-1}\,e^{-\alpha(x+1)}$
(62)	$\Gamma(1-\nu)\,\Gamma(\nu,\ as)$, $a>0,\ \operatorname{Re}\nu<1,\ \operatorname{Re} s>0$	$(\ln x^{-1})^{-1}\,(a^{-1}\ln x^{-1}-1)^{-\nu}$, $0<x<e^{-a}$ 0, $e^{-a}<x<\infty$
(63)	$\gamma(s,\ a)$, $a>0,\ \operatorname{Re} s>0$	e^{-x}, $0<x<a$ 0, $a<x<\infty$
(64)	$s^{-\nu}\,\gamma(\nu,\ as)$, $a>0,\ \operatorname{Re}\nu>0$	0, $0<x<e^{-a}$ $(-\ln x)^{\nu-1}$, $e^{-a}<x<1$ 0, $1<x<\infty$
(65)	$\dfrac{\pi\,\zeta(s)}{\sin(\pi s)}$, $1<\operatorname{Re} s<2$	$-x^{-2}\,[\psi(x^{-1}+1)-\ln\gamma]$
(66)	$\dfrac{\pi\,[\zeta(1+s)-s^{-1}]}{\sin(\pi s)}$, $-1<\operatorname{Re} s<0$	$\psi(x^{-1}+1)-\ln(x^{-1}+1)$
(67)	$\Gamma(s)\,\zeta(s)$, $\operatorname{Re} s>1$	$(e^{x}-1)^{-1}$
(68)	$\Gamma(s+1)\,\zeta(s)$, $\operatorname{Re} s>1$	$2^{-2}\,[\operatorname{sh}(x/2)]^{-2}$
(69)	$\Gamma(s/2)\,\zeta(s)$, $\operatorname{Re} s>2$	$\theta_3(0\mid\pi^{-1}\,i x^2)-1$
(70)	$\Gamma(s)\,\zeta(s,\ \alpha)$, $\operatorname{Re}\alpha>0,\ \operatorname{Re} s>1$	$e^{-\alpha x}\,(1-e^{-x})^{-1}$

7.4. Функции Бесселя

(1)	$J_0\,[a\,(\beta^2-s^2)^{1/2}]$, $a>0$	0, $0<x<e^{-a}$ $\dfrac{\cos\,[\beta\,(a^2-y^2)^{1/2}]}{\pi\,(a^2-y^2)^{1/2}}$, $e^{-a}<x<e^{a}$ 0, $e^{a}<x<\infty$
(2)	$\dfrac{J_1\,[a\,(\beta^2-s^2)^{1/2}]}{(\beta^2-s^2)^{1/2}}$, $a>0$	0, $0<x<e^{-a}$ $(\pi a\beta)^{-1}\,\sin\,[\beta\,(a^2-y^2)^{1/2}]$, $e^{-a}<x<e^{a}$ 0, $e^{a}<x<\infty$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(3)	$(\beta^2-s^2)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu\left[a(\beta^2-s^2)^{1/2}\right]$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2,\ a>0$	$0,\quad 0<x<e^{-a}$ $\dfrac{(a^2-y^2)^{\nu/2-1/4}J_{\nu-1/2}\left[\beta(a^2-y^2)^{1/2}\right]}{(2\pi)^{1/2}a^\nu\beta^{\nu-1/2}}$, $\quad e^{-a}<x<e^a$ $0,\quad \varepsilon^a<x<\infty$
(4)	$(\beta^2-s^2)^{\nu/2}J_\nu\left[a(\beta^2-s^2)^{1/2}\right]$, $a>0,\ \operatorname{Re}\nu<{}^1/_2$ $\operatorname{Re}s>\operatorname{Re}\beta>0$	$-\dfrac{2^{1/2}\sin(\pi\nu)}{\pi^{3/2}a^{-\nu}\beta^{-\nu-1/2}}\times$ $\times(y^2-a^2)^{-\nu/2-1/4}\times$ $\times K_{\nu+1/2}\left[\beta(y^2-a^2)^{1/2}\right]$, $0<x<e^{-a}$ и $e^a<x<\infty$ $-\dfrac{(a^2-y^2)^{-\nu/2-1/4}}{(2\pi)^{1/2}a^{-\nu}\beta^{-\nu-1/2}}\times$ $\times Y_{\nu+1/2}\left[\beta(a^2-y^2)^{1/2}\right]$, $e^{-a}<x<e^a$
(5)	$\Gamma(s/2)\,J_{\nu+s/2}(2a^2)$, $\quad a>0$ $\operatorname{Re}\nu>-1,\ \operatorname{Re}s>0$	$2a^{-\nu}(a^2-x^2)^{\nu/2}\times$ $\times J_\nu\left[2a(a^2-x^2)^{1/2}\right]$, $0<x<a$ $0,\quad a<x<\infty$
(6)	$\Gamma(s/2)\,J_{\nu-s/2}(2a^2)$, $\quad a>0$ $0<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu+{}^3/_2$	$2a^\nu(x^2+a^2)^{-\nu/2}\times$ $\times J_\nu\left[2a(x^2+a^2)^{1/2}\right]$
(7)	$\Gamma(s/2)\,Y_{\nu-s/2}(2a^2)$, $\quad a>0$ $0<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\nu+{}^3/_2$	$2a^\nu(x^2+a^2)^{-\nu/2}\times$ $\times Y_\nu\left[2a(x^2+a^2)^{1/2}\right]$
(8)	$J_s(a)\sin(2^{-1}\pi s)+$ $+Y_s(a)\cos(2^{-1}\pi s)$, $a>0,\ -1<\operatorname{Re}s<1$	$-\pi^{-1}\cos\left[2^{-1}a(x+x^{-1})\right]$
(9)	$J_s(a)\cos(2^{-1}\pi s)-$ $-Y_s(a)\sin(2^{-1}\pi s)$, $a>0,\ \lvert\operatorname{Re}s\rvert<1$	$\pi^{-1}\sin\left[2^{-1}a(x+x^{-1})\right]$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(10)	$H_s^{(1)}(a)\,e^{2^{-1}\pi is}$, $a>0,\quad -1<\operatorname{Re} s<1$	$-i\pi^{-1}\exp[2^{-1}ai(x+x^{-1})]$
(11)	$H_s^{(2)}(a)\,e^{-2^{-1}\pi is}$, $a>0,\quad -1<\operatorname{Re} s<1$	$i\pi^{-1}\exp[-2^{-1}ai(x+x^{-1})]$
(12)	$\Gamma(s/2)\,H^{(1)}_{\nu-s/2}(2\alpha^2)$, $\operatorname{Re} s>0,\ 0<\arg\alpha<\pi/2$	$2\alpha^\nu(x^2+\alpha^2)^{-\nu/2}\times$ $\times H_\nu^{(1)}[2\alpha(x^2+\alpha^2)^{1/2}]$
(13)	$\Gamma(s/2)\,H^{(2)}_{\nu-s/2}(2\alpha^2)$, $-\pi/2<\arg\alpha<0$, $\operatorname{Re} s>0$	$2\alpha^\nu(x^2+\alpha^2)^{-\nu/2}\times$ $\times H_\nu^{(2)}[2\alpha(x^2+\alpha^2)^{1/2}]$
(14)	$s^{-1}I_0(s)$, $\operatorname{Re} s>0$	$1,\quad 0<x<e^{-1}$ $\pi^{-1}\arccos(-y),\quad e^{-1}<x<e$ $0,\quad e<x<\infty$
(15)	$I_\nu(s)$, $\operatorname{Re} s>0$	$-\dfrac{2^\nu\sin(\nu\pi)}{\pi(y^2-1)^{1/2}}\times$ $\times[(y-1)^{1/2}+(y+1)^{1/2}]^{-2\nu}$, $0<x<e^{-1}$ $\dfrac{\cos[\nu\arccos(-y)]}{\pi(1-y^2)^{1/2}},\quad e^{-1}<x<e$ $0,\quad e<x<\infty$
(16)	$s^{-1}I_\nu(s)$, $\operatorname{Re} s>0$	$2^\nu(\pi\nu)^{-1}\sin(\pi\nu)\times$ $\times[(y-1)^{1/2}+(y+1)^{1/2}]^{-2\nu}$, $0<x<e^{-1}$ $(\pi\nu)^{-1}\sin[\nu\arccos(-y)]$, $e^{-1}<x<e$ $0,\quad e<x<\infty$
(17)	$s^{-\nu}I_\nu(s)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2$	$0,\quad 0<x<e^{-1}$ $\dfrac{(1-y^2)^{\nu-1/2}}{\pi^{1/2}2^\nu\Gamma(\nu+1/2)},\quad e^{-1}<x<e$ $0,\quad e<x<\infty$
(18)	$\dfrac{1}{s^{1/2}}\exp\left(\dfrac{\alpha}{2s}\right)I_\nu\left(\dfrac{\alpha}{2s}\right)$, $\operatorname{Re}\nu>-1/2,\ \operatorname{Re} s>0$	$(\pi y)^{-1/2}I_{2\nu}(2\alpha^{1/2}y^{1/2})$, $0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(19)	$\frac{1}{s}\exp\left(\frac{\alpha+\beta}{2s}\right) I_\nu\left(\frac{\alpha-\beta}{2s}\right)$, $\operatorname{Re}\nu>-1,\ \operatorname{Re}s>0$	$I_\nu[(\alpha^{1/2}+\beta^{1/2})y^{1/2}]\times$ $\times I_\nu[(\alpha^{1/2}-\beta^{1/2})y^{1/2}]$, $0<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$
(20)	$\frac{I_\nu[(s+2\alpha)^{1/2}(s+2\beta)^{1/2}]}{(s+2\alpha)^{\nu/2}(s+2\beta)^{\nu/2}}$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$0,\quad 0<x<e^{-1}$ $\frac{(1-y^2)^{\nu/2-1/4}x^{\alpha+\beta}}{2^{1/2}\pi^{1/2}(\alpha-\beta)^{\nu-1/2}}\times$ $\times J_\nu[(\alpha-\beta)(1-y^2)^{1/2}]$, $e^{-1}<x<e$ $0,\quad e<x<\infty$
(21)	$I_\nu\{2^{-2}[(s+2\alpha)^{1/2}+$ $+(s+2\beta)^{1/2}]^2\}\times$ $\times I_\nu\{2^{-2}[(s+2\alpha)^{1/2}-$ $-(s+2\beta)^{1/2}]^2\}$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$	$0,\quad 0<x<e^{-1}$ $x^{\alpha+\beta}\frac{J_{2\nu}[(\alpha-\beta)(1-y^2)^{1/2}]}{\pi(1-y^2)^{1/2}}$, $e^{-1}<x<e$ $0,\quad e<x<\infty$
(22)	$s^{1/2}[I_{\nu-1/4}(s/2)\,I_{-\nu-1/4}(s/2)-$ $-I_{\nu+1/4}(2^{-1}as)\,I_{-\nu+1/4}(2^{-1}as)]$	$0,\quad 0<x<e^{-1}$ $(\pi/2)^{-3/2}y^{-1/2}(1-y^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos(2\nu\arccos y),\quad e^{-1}<x<1$ $0,\quad 1<x<\infty$
(23)	$s^{-1}K_0(s)$, $\quad\operatorname{Re}s>0$	$\operatorname{arch}y\quad 0<x<e^{-1}$ $0,\quad e^{-1}<x<\infty$
(24)	$s^{-1}K_1(s)$, $\quad\operatorname{Re}s>0$	$(y^2-1)^{1/2},\quad 0<x<e^{-1}$ $0,\quad e^{-1}<x<\infty$
(25)	$K_\nu(s)$, $\quad\operatorname{Re}s>0$	$(y^2-1)^{-1/2}\operatorname{ch}(\nu\operatorname{arch}y)$, $0<x<e^{-1}$ $0,\quad e^{-1}<x<\infty$
(26)	$s^{-1}K_\nu(s)$, $\quad\operatorname{Re}s>0$	$\nu^{-1}\operatorname{sh}(\nu\operatorname{arch}y)$, $0<x<e^{-1}$ $0,\quad e^{-1}<x<\infty$

$y=-\ln s$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(27)	$s^{-\nu}K_\nu(s)$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$, $\operatorname{Re}s>0$	$\frac{2^{-\nu}\pi^{1/2}}{\Gamma(\nu+{}^1/_2)}(y^2-1)^{\nu-{}^1/_2}$, $0<x<e^{-1}$; 0, $e^{-1}<x<\infty$
(28)	$s^{1/2}K_{\nu+{}^1/_4}(s/2)\,K_{\nu-{}^1/_4}(s/2)$	$\frac{2^{1/2}\pi^{1/2}}{y^{1/2}(y^2-1)^{1/2}}\operatorname{ch}(2\nu\operatorname{arch}y)$, $0<x<e^{-1}$; 0, $e^{-1}<x<\infty$
(29)	$K_0[\beta(\alpha^2-s^2)^{1/2}]$, $-\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\alpha$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}(\beta^2+y^2)^{-1/2}\times$ $\times\exp[-\alpha(\beta^2+y^2)^{1/2}]$
(30)	$(\alpha^2-s^2)^{-1/2}K_1[\beta(\alpha^2-s^2)^{1/2}]$, $-\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\alpha$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$(2\alpha\beta)^{-1}\exp[-\alpha(\beta^2+y^2)^{1/2}]$
(31)	$(\alpha^2-s^2)^{1/2}K_1[\beta(\alpha^2-s^2)^{1/2}]$, $-\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\alpha$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$2^{-1}\beta(\beta^2+y^2)^{-3/2}\times$ $\times[1+\alpha(\beta^2+y^2)^{1/2}]\times$ $\times\exp[-\alpha(\beta^2+y^2)^{1/2}]$
(32)	$(\alpha^2-s^2)^{-\nu/2}K_\nu[\beta(\alpha^2-s^2)^{1/2}]$, $-\operatorname{Re}\alpha<\operatorname{Re}s<\operatorname{Re}\alpha$, $\operatorname{Re}\beta>0$	$(2\pi)^{-1/2}\alpha^{1/2-\nu}\times$ $\times\beta^{-\nu}(\beta^2+y^2)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times K_{\nu-1/2}[\alpha(\beta^2+y^2)^{1/2}]$
(33)	$\frac{K_\nu[(s+2\alpha)^{1/2}(s+2\beta)^{1/2}]}{(s+2\alpha)^{\nu/2}(s+2\beta)^{\nu/2}}$, $\operatorname{Re}\nu>-{}^1/_2$, $\operatorname{Re}s>-2\operatorname{Re}\alpha,\ -2\operatorname{Re}\beta$	$(\pi/2)^{1/2}(\alpha-\beta)^{1/2-\nu}\times$ $\times x^{\alpha+\beta}(y^2-1)^{\nu/2-1/4}\times$ $\times I_{\nu-1/2}[(\alpha-\beta)(y^2-1)^{1/2}]$, $0<x<e^{-1}$; 0, $e^{-1}<x<\infty$
(34)	$s^{1/2}I_n(s/2)\,K_{n+1/2}(s/2)$	0, $0<x<e^{-1}$; $(-1)^n(2^{-1}\pi y)^{-1/2}(1-y^2)^{-1/2}\times$ $\times\cos[(2n+{}^1/_2)\arccos y]$, $e^{-1}<x<1$; 0, $1<x<\infty$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(35)	$K_\nu[(\alpha^{1/2}+\beta^{1/2})s^{1/2}]\times$ $\times I_\nu[(\alpha^{1/2}-\beta^{1/2})s^{1/2}]$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\beta>0$, $\operatorname{Re}s>0$	$\frac{1}{2\nu}\exp\left(-\frac{\alpha+\beta}{2\nu}\right)I_\nu\left(\frac{\alpha-\beta}{2\nu}\right)$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(36)	$K_s(\alpha)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$	$2^{-1}\exp[-2^{-1}\alpha(x+x^{-1})]$
(37)	$\sin(2^{-1}\pi s)K_s(a)$, $a>0$, $\lvert\operatorname{Re}s\rvert<1$	$2^{-1}\sin[2^{-1}a(x-x^{-1})]$
(38)	$\cos(2^{-1}\pi s)K_s(a)$, $a>0$, $\lvert\operatorname{Re}s\rvert<1$	$2^{-1}\cos[2^{-1}a(x-x^{-1})]$
(39)	$e^{i\theta s}K_s(\alpha)$, $-\pi/2<\theta<\pi/2$, $\lvert\arg\alpha\rvert<\pi/2-\lvert\theta\rvert$	$2^{-1}\exp[-2^{-1}\alpha(e^{-i\theta}x+e^{i\theta}x^{-1})]$
(40)	$\Gamma(s/2)K_{\nu-s/2}(2\alpha^2)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}s>0$	$2\alpha^\nu(x^2+\alpha^2)^{-\nu/2}\times$ $\times K_\nu[2\alpha(x^2+\alpha^2)^{1/2}]$

7.5. Другие высшие трансцендентные функции

(1)	$\exp(2^{-2}\alpha s^2)D_{-\nu}(\alpha^{1/2}s)$, $\operatorname{Re}\alpha>0$, $\operatorname{Re}\nu>0$	$\frac{y^{\nu-1}}{\alpha^{\nu/2}\Gamma(\nu)}\exp\left(-\frac{y^2}{2\alpha}\right)$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(2)	$D_{2\nu}(2s^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu<0$, $\operatorname{Re}s>0$	$\frac{2^{\nu+1/2}(y+1)^{\nu-1/2}}{\Gamma(-\nu)(y-1)^{\nu+1}}$, $0<x<e^{-1}$; 0, $e^{-1}<x<\infty$
(3)	$2^{-\nu-1/2}\Gamma(-\nu)D_{2\nu}(-2s^{1/2})$, $-{}^1/_2<\operatorname{Re}\nu<0$, $\operatorname{Re}s>0$	$-(y+1)^{\nu-1/2}(y-1)^{-\nu-1}$, $0<x<e^{-1}$; $2\cos(\pi\nu)(1+y)^{\nu-1/2}\times$ $\times(1-y)^{-\nu-1}$, $e^{-1}<x<e$; 0, $e<x<\infty$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(4)	$s^{-1/2} D_{2\nu+1}(2s^{1/2})$, $\operatorname{Re}\nu<0$, $\operatorname{Re}s>0$	$\dfrac{2^{\nu+1/2}(y+1)^{\nu+1/2}}{\Gamma(-\nu)(y-1)^{\nu+1}}$, $0<x<e^{-1}$; 0, $e^{-1}<x<\infty$
(5)	$2^{-\nu-1/2}\Gamma(-\nu)\,s^{-1/2}\times$ $\times D_{2\nu+1}(-2s^{1/2})$, $-{}^3/_2<\operatorname{Re}\nu<0$, $\operatorname{Re}s>0$	$(y+1)^{\nu+1/2}(y-1)^{-\nu-1}$, $0<x<e^{-1}$; $-2\cos(\pi\nu)(1+y)^{\nu+1/2}\times$ $\times(1-y)^{-\nu-1}$, $e^{-1}<x<e$; 0, $e<x<\infty$
(6)	$s^{-\nu/2}\exp(2^{-2}\alpha s^{-1})\times$ $\times D_{-\nu}(\alpha^{1/2}s^{-1/2})$, $\operatorname{Re}\nu>0$, $\operatorname{Re}s>0$	$[\Gamma(\nu)]^{-1}(2y)^{\nu/2-1}\times$ $\times\exp[-(2\alpha y)^{1/2}]$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(7)	$\Gamma(s)\,D_{-s}(2\alpha)$, $\operatorname{Re}s>0$	$\exp(-\alpha^2-2\alpha x-2^{-1}x^2)$
(8)	$\sin(2^{-2}\pi s)\,\Gamma(s)\,D_{-s}(2^{1/2}\alpha)$, $-\pi/4<\arg\alpha<\pi/4$ $\operatorname{Re}s>-1$	$e^{-2^{-1}\alpha^2-\alpha x}\sin(\alpha x+2^{-1}x^2)$
(9)	$\cos(2^{-2}\pi s)\,\Gamma(s)\,D_{-s}(2^{1/2}\alpha)$, $-\pi/4<\arg\alpha<\pi/4$ $\operatorname{Re}s>0$	$e^{-2^{-1}\alpha^2-\alpha x}\cos(\alpha x+2^{-1}x^2)$
(10)	$e^{i\theta s}\,\Gamma(s)\,D_{-s}(2\alpha)$, $-\pi/4<\operatorname{Re}\theta<\pi/4$ $\operatorname{Re}s>0$	$\exp(-\alpha^2-2\alpha x e^{-i\theta}-2^{-1}x^2e^{-2i\theta})$
(11)	${}_2F_1(s,\nu;\,s+1;\,-\alpha)$, $\lvert\arg(1+\alpha)\rvert<\pi$, $\operatorname{Re}s>-1$	$\alpha\nu x(1+\alpha x)^{-\nu-1}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(12)	${}_2F_1(-s,\nu;\,-s+1;\,-\alpha)$, $\lvert\arg(1+\alpha)\rvert<\pi$, $\operatorname{Re}s<1$	0, $0<x<1$; $-\alpha\nu x^{-1}(1+\alpha x^{-1})^{-\nu-1}$, $1<x<\infty$

$y=-\ln x$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(13)	$\Gamma(s)\,{}_2F_1(s,\ \alpha;\ \beta;\ \lambda)$, $\operatorname{Re} s>0,\ \operatorname{Re}\lambda<1$	$e^{-x}\,{}_1F_1(\alpha;\ \beta;\ \lambda x)$
(14)	$\Gamma(2s)\,{}_2F_1(s,\ s+{}^1/_2;\ \nu+1;\ -\alpha^2)$, $\lvert\operatorname{Im}\alpha\rvert<1,\ \operatorname{Re} s>0$	$2^{\nu-1}\Gamma(\nu+1)\,\alpha^{-\nu}x^{-\nu/2}\times$ $\times\exp(-x^{1/2})\,J_\nu(\alpha x^{1/2})$
(15)	$\mathrm{B}(s,\ \nu-s)\,{}_2F_1(\mu,\ s;\ \nu;\ 1-\alpha)$, $0<\operatorname{Re} s<\operatorname{Re}\nu,\ \lvert\arg\alpha\rvert<\pi$	$(1+x)^{\mu-\nu}(1+\alpha x)^{-\mu}$
(16)	$\mathrm{B}(\nu,\ s)\,{}_2F_1(\mu,\ s,\ \nu+s;\ -\alpha)$, $\operatorname{Re} s>0,\ \operatorname{Re}\nu>0$ $\lvert\arg(1+\alpha)\rvert<\pi$	$(1-x)^{\nu-1}(1+\alpha x)^{-\mu}$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(17)	$\mathrm{B}(\lambda,\ s)\,{}_2F_1(\mu,\ \nu;\ \lambda+s;\ \alpha)$, $\operatorname{Re}\lambda>0,\ \operatorname{Re} s>0$ $\lvert\arg(1-\alpha)\rvert<\pi$	$(1-x)^{\lambda-1}\,{}_2F_1[\mu,\ \nu;\ \lambda;\ \alpha(1-x)]$, $0<x<1$; 0, $1<x<\infty$
(18)	$\dfrac{\Gamma(s+\nu)\,\Gamma(s-\nu)}{\Gamma(s+{}^1/_2)}\times$ $\times\,{}_2F_1\left(\dfrac{s+\nu}{2},\ \dfrac{s+\nu+1}{2};\ s+\dfrac{1}{2};\ 1-\alpha^2\right)$, $\operatorname{Re}\alpha>-1,\ \operatorname{Re} s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$	$\pi^{-1/2}\alpha^{-\nu}e^{-x/2}K_\nu(2^{-1}\alpha x)$
(19)	$\Gamma(s+\nu+{}^1/_2)\,M_{s,\nu}(\alpha)$, $\operatorname{Re}(s+\nu)>-{}^1/_2$	$\alpha^{1/2}\Gamma(2\nu+1)\,e^{-x+\alpha/2}\times$ $\times J_{2\nu}(2\alpha^{1/2}x^{1/2})$
(20)	$\Gamma(s+\nu+{}^1/_2)\,\Gamma(s-\nu+{}^1/_2)\times$ $\times W_{-s,\nu}(\alpha)$, $\operatorname{Re} s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert-{}^1/_2$	$2\alpha^{1/2}e^{-x+\alpha/2}K_{2\nu}(2\alpha^{1/2}x^{1/2})$
(21)	$\Gamma({}^1/_2-s+\nu)\,\Gamma({}^1/_2+s+\nu)\times$ $\times M_{s,\nu}(\alpha)\,M_{s,\nu}(\beta)$, $\lvert\operatorname{Re} s+{}^1/_2\rvert<\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$	$[\Gamma(2\nu+1)]^2\,\dfrac{(\alpha\beta x)^{1/2}}{1+x}\times$ $\times\exp\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\,\dfrac{1-x}{1+x}\right)\times$ $\times J_{2\nu}\left[\dfrac{2(\alpha\beta x)^{1/2}}{1+x}\right]$
(22)	$\Gamma({}^1/_2+s)\,{}_1F_1(-s;\ {}^1/_2;\ \alpha)$, $\operatorname{Re} s>{}^1/_2$	$x^{1/2}e^{\alpha-x}\cos(2\alpha^{1/2}x^{1/2})$
(23)	$\Gamma({}^1/_2+s)\,{}_1F_1(1-s;\ {}^3/_2;\ \alpha)$, $\operatorname{Re} s>-{}^1/_2$	$2^{-1}\alpha^{-1/2}e^{\alpha-x}\sin(2\alpha^{1/2}x^{1/2})$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(24)	$\Gamma(s)\,{}_1F_1(s;\ \nu+1;\ \alpha)$, $\operatorname{Re} s>0$	$\Gamma(\nu+1)(\alpha x)^{-\nu/2}e^{-x}\times$ $\times I_\nu(2\alpha^{1/2}x^{1/2})$
(25)	$B(\nu,\ s)\,{}_1F_1(s;\ s+\nu;\ \alpha)$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \operatorname{Re} s>0$	$(1-x)^{\nu-1}e^{\alpha x}$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$
(26)	$B(\mu,\ s)\,{}_1F_2(s;\ s+\mu,\ \nu+1;\ \alpha)$, $\operatorname{Re}\mu>0,\ \operatorname{Re} s>0$	$\Gamma(\nu+1)(\alpha x)^{-\nu/2}(1-x)^{\mu-1}\times$ $\times I_\nu(2\alpha^{1/2}x^{1/2})$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$
(27)	$\Gamma(s)\,{}_{p+1}F_q(s,\ a_1,\ \ldots,\ a_p;$ $b_1,\ \ldots,\ b_q;\ \alpha)$, $p<q,\ \operatorname{Re} s>0$	$e^{-x}\,{}_pF_q(a_1,\ldots,a_p;\ b_1,\ldots,b_q;\ \alpha x)$
(28)	$\Gamma(s+\nu)\,\Gamma(s-\nu)\times$ $\times\,{}_{p+2}F_q(s+\nu,\ s-\nu,\ a_1,\ \ldots,\ a_p;$ $b_1,\ \ldots,\ b_q;\ \alpha)$, $p<q-1,\ \operatorname{Re} s>\lvert\operatorname{Re}\nu\rvert$	$2K_{2\nu}(2x^{1/2})\times$ $\times\,{}_pF_q(a_1,\ldots,a_p;\ b_1,\ldots,b_q;\ \alpha x)$
(29)	$B(s,\ \nu)\,{}_{p+1}F_{q+1}(s,\ a_1,\ \ldots,\ a_p;$ $s+\nu,\ b_1,\ \ldots,\ b_q;\ \alpha)$, $\operatorname{Re}\nu>0,\ \operatorname{Re} s>0$	$(1-x)^{\nu-1}\times$ $\times\,{}_pF_q(a_1,\ldots,a_p;\ b_1,\ldots,b_q;\ \alpha x)$, $0<x<1$ 0, $1<x<\infty$
(30)	$G^{m,\,n+1}_{p+1,\,q}\left(\alpha\,\middle\vert\,\begin{matrix}1-s,\ a_1,\ \ldots,\ a_p\\ b_1,\ \ldots,\ b_q\end{matrix}\right)$, $p+q<2(m+n)$ $\lvert\arg\alpha\rvert<(m+n-p/2-q/2)\pi$ $\operatorname{Re}(s+b_j)>0,\ j=1,\ \ldots,\ m$	$e^{-x}G^{m,\,n}_{p,\,q}\left(\alpha x\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\ \ldots,\ a_p\\ b_1,\ \ldots,\ b_q\end{matrix}\right)$
(31)	$G^{m,\,n+1}_{p+2,\,q}\left(\frac{-}{\alpha}\,\middle\vert\,\begin{matrix}c,\ a_1,\ \ldots,\ a_p,\ d\\ b_1,\ \ldots,\ b_q\end{matrix}\right)$, $p+q<2(m+n)$ $\lvert\arg\alpha\rvert<(m+n-p/2-q/2)\pi$ $\operatorname{Re}(s+\nu+b_j)>0,\ j=1,\ \ldots,\ m$ $\operatorname{Re}(s+a_j)<{}^5/_4,\ j=1,\ \ldots,\ n$, где $c=1-s-\nu,\ d=1-s+\nu$	$J_{2\nu}(2x^{1/2})\times$ $\times\,G^{m,\,n}_{p,\,q}\left(\alpha x\,\middle\vert\,\begin{matrix}a_1,\ \ldots,\ a_p\\ b_1,\ \ldots,\ b_q\end{matrix}\right)$

	$g(s)=\int\limits_0^\infty f(x)\,x^{s-1}\,dx$	$f(x)$
(32)	$G^{m,\,n+2}_{p+2,\,q}\left(\alpha\,\middle\vert\,\begin{matrix} d,\ c,\ a_1,\ \ldots,\ a_p \\ b_1,\ \ldots,\ b_q\end{matrix}\right)$, $p+q<2(m+n)$ $\vert\arg\alpha\vert<(m+n-p/2-q/2)\pi$ $\operatorname{Re}(s+b_j)>\vert\operatorname{Re}\nu\vert$, $j=1,\ \ldots,\ m$ где $c=1-s-\nu$, $d=1-s+\nu$	$K_{2\nu}(2x^{1/2})\times$ $\times\, G^{m,\,n}_{p,\,q}\left(\alpha x\,\middle\vert\,\begin{matrix} a_1,\ \ldots,\ a_p \\ b_1,\ \ldots,\ b_q\end{matrix}\right)$

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСШИХ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ ФУНКЦИЙ

Через ВТФ I обозначаются ссылки на первый том книги «Высшие трансцендентные функции» тех же авторов, а через ВТФ II — на второй том этой книги.

Общие замечания. Большинство обозначений объяснено там, где они встречаются. Обозначения, встречающиеся несколько раз на одной странице, объясняются внизу страницы.

Как правило, вещественные переменные и параметры обозначаются латинскими буквами, а комплексные переменные и параметры — греческими буквами. Исключения делаются для традиционных обозначений (таких, например, как ρ в главах IV и V). Буквы m, n обычно обозначают целые числа.

Через $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$ обозначены соответственно вещественная и мнимая части комплексной величины z.

Через $|z|$, $\arg z$ — соответственно модуль и аргумент (фаза) комплексной величины.

Главное значение в смысле Коши. Если подынтегральная функция имеет особенность в точке c, $a < c < b$, то главным значением в смысле Коши интеграла

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

называют

$$\lim\left[\int_a^{c-\varepsilon} f(x)\,dx + \int_{c+\varepsilon}^b f(x)\,dx\right], \qquad \varepsilon > 0,\ \varepsilon \to 0.$$

Пустая сумма интерпретируется как нуль, а пустое произведение — как единица. $\sum\limits_{n=a}^{b}$, $\prod\limits_{n=a}^{b}$ пусты, если $b < a$.

Через $[x]$, $E(x)$ обозначено наибольшее целое число, не превосходящее x.

$$(a)_\nu = \Gamma(a+\nu)/\Gamma(a),$$

$$(a)_0 = 1,$$

$$(a)_n = a(a+1)\ldots(a+n-1), \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

$$(a)_n = (-1)^n(1-a-n)_n, \qquad n \text{ целое},$$

$$(a)_{-n} = (-1)^n/(1-a)_n \qquad n \text{ целое}.$$

Биномиальные коэффициенты

$$\binom{\alpha}{\beta}=\frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(\beta+1)\,\Gamma(\alpha-\beta+1)},$$

$$\operatorname{sgn} x=\begin{cases}-1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ 1, & x>0.\end{cases}$$

Постоянная Эйлера — Маскерони

$$C=\lim_{m\to\infty}\left(\sum_{n=1}^{m} 1/n-\ln m\right)=0{,}5772156649\ldots,$$

$$\gamma=e^{C}.$$

Ортогональные многочлены. См. также ВТФ II, гл. 10.
Многочлены Лежандра

$$P_n(x)=\frac{1}{2^n\,n!}\,\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n.$$

Многочлены Гегенбауэра

$$C_n^{\nu}(x)=\frac{(-2)^n\,(\nu)_n}{n!\,(n+2\nu)_n}(1-x^2)^{1/2-\nu}\,\frac{d^n}{dx^n}(1-x^2)^{n+\nu-1/2}.$$

Многочлены Чебышева

$$T_n(x)=\cos(n\arccos x),$$

$$U_n(x)=\frac{\sin[(n+1)\arccos x]}{\sin(\arccos x)}.$$

Многочлены Якоби

$$P_n^{(\alpha,\beta)}(x)=\frac{(-1)^n}{2^n\,n!}(1-x)^{-\alpha}(1+x)^{-\beta}\,\frac{d^n}{dx^n}[(1-x)^{n+\alpha}(1+x)^{n+\beta}].$$

Многочлены Лагерра

$$L_n^{\alpha}(z)=\frac{e^z z^{-\alpha}}{n!}\,\frac{d^n}{dz^n}(e^{-z}z^{n+\alpha}),$$

$$L_n^{0}(z)=L_n(z).$$

Многочлены Эрмита

$$\mathrm{He}_n(x)=(-1)^n e^{2^{-1}x^2}\,\frac{d^n}{dx^n}\left(e^{-2^{-1}x^2}\right),$$

$$H_n(x)=(-1)^n e^{x^2}\,\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2}.$$

Многочлены Шарлье

$$p_n(x;\ a)=n!\,a^{-n}L_n^{x-n}(a).$$

Гамма-функция и родственные ей функции. См. также ВТФ I,
Гамма-функция

$$\Gamma(z)=\int_0^{\infty}e^{-t}t^{z-1}\,dt,\qquad \operatorname{Re} z>0.$$

Логарифмическая производная от гамма-функции

$$\psi(z)=\frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}, \qquad \psi'(z)=\frac{d\psi}{dz} \qquad \text{и т. д.}$$

Бета-функция

$$\mathrm{B}(x,\ y)=\frac{\Gamma(x)\,\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}.$$

Дилогарифм Эйлера

$$L_2(z)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{z^n}{n^2}=-\int_0^z\frac{\ln(1-z)}{z}\,dz.$$

Неполные гамма-функции. См. «Вырожденные гипергеометрические функции».

Неполная бета-функция. См. «Гипергеометрические функции».

Дзета-функция Римана и родственные функции

$$\zeta(s)=\sum_{n=1}^{\infty}n^{-s},$$

$$\xi(t)=-2^{-1}(t^2+{}^1/_4)\,\pi^{-2^{-1}it-{}^1/_4}\,\Gamma(2^{-1}it+{}^1/_4)\,\zeta(it+{}^1/_2),$$

$$\zeta(z,a)=\sum_{n=0}^{\infty}(n+a)^{-z}, \qquad \Phi(z,\ s,\ v)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{(v+n)^s}.$$

Функции Лежандра. См. также ВТФ I, гл. 3.

$$P_\nu^\mu(z)=\frac{1}{\Gamma(1-\mu)}\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^{\mu/2}{}_2F_1(-\nu,\ \nu+1;\ 1-\mu;\ {}^1/_2-z/2),$$

$$Q_\nu^\mu(z)=\frac{e^{\mu\pi i}\pi^{1/2}\,\Gamma(\mu+\nu+1)}{2^{\nu+1}\Gamma(\nu+{}^3/_2)}\,z^{-\mu-\nu-1}(z^2-1)^{\mu/2}\times$$
$$\times\,{}_2F_1\left(\frac{\mu+\nu+1}{2},\ \frac{\mu+\nu+2}{2};\ \nu+\frac{3}{2};\ \frac{1}{z^2}\right).$$

z изменяется в комплексной плоскости, разрезанной по вещественной оси от -1 до 1.

$$\mathrm{P}_\nu^\mu(x)=\frac{1}{\Gamma(1-\mu)}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\mu/2}{}_2F_1(-\nu,\ \nu+1;\ 1-\mu;\ {}^1/_2-x/2),$$
$$-1<x<1,$$

$$\mathrm{Q}_\nu^\mu(x)=2^{-1}e^{-i\mu\pi}\left[e^{-2^{-1}\mu\pi i}Q_\nu^\mu(x+i0)+e^{2^{-1}\mu\pi i}Q_\nu^\mu(x-i0)\right],$$
$$-1<x<1,$$

$$P_\nu(z)=P_\nu^0(z), \qquad Q_\nu(z)=Q_\nu^0(z).$$

Функции Бесселя и родственные функции. См. также ВТФ II, г
Функции Бесселя

$$J_\nu(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (z/2)^{\nu+2m}}{m!\,\Gamma(\nu+m+1)},$$

$$Y_\nu(z) = \frac{[J_\nu(z)\cos\nu\pi - J_{-\nu}(z)]}{\sin\nu\pi},$$

$$H_\nu^{(1)}(z) = J_\nu(z) + iY_\nu(z),$$

$$H_\nu^{(2)}(z) = J_\nu(z) - iY_\nu(z),$$

$$Ji_\nu(x) = \int_\infty^x J_\nu(t)\frac{dt}{t}$$

Модифицированные функции Бесселя

$$I_\nu(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{\nu+2m}}{m!\,\Gamma(\nu+m+1)},$$

$$K_\nu(z) = \frac{\pi}{2}\,\frac{I_{-\nu}(z) - I_\nu(z)}{\sin(\nu\pi)}.$$

Функции Кельвина и родственные им функции

$$\operatorname{ber}_\nu(z) + i\operatorname{bei}_\nu(z) = J_\nu(ze^{3\pi i/4}),$$

$$\operatorname{ber}_\nu(z) - i\operatorname{bei}_\nu(z) = J_\nu(ze^{-3\pi i/4}),$$

$$\operatorname{ker}_\nu(z) + i\operatorname{kei}_\nu(z) = K_\nu(ze^{\pi i/4}),$$

$$\operatorname{ker}_\nu(z) - i\operatorname{kei}_\nu(z) = K_\nu(ze^{-\pi i/4}),$$

$$\operatorname{ber}(z) = \operatorname{ber}_0(z), \qquad \operatorname{bei}(z) = \operatorname{bei}_0(z),$$

$$\operatorname{ker}(z) = \operatorname{ker}_0(z), \qquad \operatorname{kei}(z) = \operatorname{kei}_0(z).$$

Отметим, что определение функций $\operatorname{ker}_\nu(z)$ и $\operatorname{kei}_\nu(z)$ отличается ланного в ВТФ II, п. 7.2.3.

$$X_\nu^{(b)}(z) = \operatorname{ber}_\nu^2(z) + \operatorname{bei}_\nu^2(z),$$

$$V_\nu^{(b)}(z) = [\operatorname{ber}'_\nu(z)]^2 + [\operatorname{bei}'_\nu(z)]^2,$$

$$W_\nu^{(b)}(z) = \operatorname{ber}_\nu(z)\operatorname{bei}'_\nu(z) - \operatorname{bei}_\nu(z)\operatorname{ber}'_\nu(z),$$

$$2^{-1}Z_\nu^{(b)}(z) = \operatorname{ber}_\nu(z)\operatorname{bei}'_\nu(z) + \operatorname{bei}_\nu(z)\operatorname{ber}'_\nu(z).$$

Многочлены Неймана

$$O_0(x)=\frac{1}{x}; \quad O_n(x)=\frac{1}{4}\sum_{m=0}^{\leqslant n/2}\frac{n(n-m-1)!}{m!\,(x/2)^{n-2m+1}}, \qquad n=1,\ 2,\ \ldots,$$

$$O_{-n}(x)=(-1)^n O_n(x), \qquad n=1,\ 2,\ \ldots$$

Функции Ангера—Вебера

$$\mathbf{J}_\nu(z)=\pi^{-1}\int_0^\pi \cos(\nu\theta - z\sin\theta)\,d\theta,$$

$$\mathbf{E}_\nu(z)=\pi^{-1}\int_0^\pi \sin(\nu\theta - z\sin\theta)\,d\theta.$$

Функции Струве

$$\mathbf{H}_\nu(z)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m (z/2)^{\nu+2m+1}}{\Gamma(m+{}^3/_2)\,\Gamma(\nu+m+{}^3/_2)}=$$

$$=\frac{(z/2)^{\nu+1}}{\Gamma({}^3/_2)\,\Gamma(\nu+{}^3/_2)}\,{}_1F_2(1;\ {}^3/_2,\ \nu+{}^3/_2;\ -z^2/4)=$$

$$=2^{1-\nu}\pi^{-1/2}[\Gamma(\nu+{}^1/_2)]^{-1}s_{\nu,\nu}(z),$$

$$\mathbf{L}_\nu(z)=e^{-2^{-1}(\nu+1)\pi i}\,\mathbf{H}_\nu(ze^{2^{-1}i\pi}).$$

Функции Ломмеля

$$s_{\mu,\nu}(z)=\frac{z^{\mu+1}}{(\mu-\nu+1)(\mu+\nu+1)}\,{}_1F_2\left(1;\ \frac{\mu-\nu+3}{2},\ \frac{\mu+\nu+3}{2};\ -\frac{z^2}{4}\right),$$

$$S_{\mu,\nu}(z)=s_{\mu,\nu}(z)+2^{\mu-1}\,\Gamma\left(\frac{\mu-\nu+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\mu+\nu+1}{2}\right)\times$$

$$\times\left[\sin\left(\frac{\mu-\nu}{2}\pi\right)J_\nu(z)-\cos\left(\frac{\mu-\nu}{2}\pi\right)Y_\nu(z)\right].$$

Функции Ломмеля двух переменных

$$U_\nu(w,\ z)=\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^m\left(\frac{w}{z}\right)^{\nu+2m}J_{\nu+2m}(z),$$

$$V_\nu(w,\ z)=\cos\left(\frac{w}{2}+\frac{z^2}{2w}+\frac{\nu\pi}{2}\right)+U_{2-\nu}(w,\ z).$$

Гипергеометрические функции. См. также ВТФ I, гл. 2, 4, 5. Обобщенный гипергеометрический ряд

$${}_mF_n(\alpha_1,\ \ldots,\ \alpha_m;\ \gamma_1,\ \ldots,\ \gamma_n;\ z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\alpha_1)_k\cdots(\alpha_m)_k}{(\gamma_1)_k\cdots(\gamma_n)_k}\frac{z^k}{k!}.$$

${}_2F_1(a, b; c; z)$ — гипергеометрический ряд Гаусса. Его часто (например, в ВТФ I, гл. 2) обозначают через $F(a; b; c; z)$.

${}_1F_1(a; c; z)$ — вырожденный гипергеометрический ряд Куммера. Его часто (например, в ВТФ I, гл. 6) обозначают через $\Phi(a; c; z)$.

${}_mF_n(\alpha_1, \ldots, \alpha_m; \gamma_1, \ldots, \gamma_n; z)$ часто записывают в виде

$${}_mF_n\left[\begin{matrix}\alpha_1, \ldots, \alpha_m; z\\ \gamma_1, \ldots, \gamma_n\end{matrix}\right].$$

Неполная бета-функция

$$B_x(p, x) = \int_0^x t^{p-1}(1-t)^{q-1}\,dt = p^{-1}x^p\,{}_2F_1(p, 1-q; p+1; x).$$

$$S_n(b_1, b_2, b_3, b_4; z) = \sum_{h=1}^{n} \frac{\prod\limits_{j=1}^{n}{}' \Gamma(b_j - b_h)}{\prod\limits_{j=n+1}^{4} \Gamma(1 + b_h - b_j)} z^{1+2b_h} \times$$

$$\times\, {}_0F_3(1 + b_h - b_1, \ldots, *, \ldots, 1 + b_h - b_4; (-1)^n z^2).$$

Штрих в Π' и звездочка в ${}_0F_3$ означают, что опускается член, содержащий $b_h - b_h$. При $n = 1$ произведение Π в числителе, а при $n = 4$ — в знаменателе заменяется единицей.

E-функция Мак-Роберта. Если $p \geqslant q + 1$, то

$$E(p; \alpha_r : q; \rho_s : x) = \sum_{r=1}^{p} \frac{\prod\limits_{s=1}^{p}{}' \Gamma(\alpha_s - \alpha_r)}{\prod\limits_{t=1}^{q} \Gamma(\rho_t - \alpha_r)} \Gamma(\alpha_r)\, x^{\alpha_r} \times$$

$$\times\, {}_{q+1}F_{p-1}(\alpha_r, \alpha_r - \rho_1 + 1, \ldots, \alpha_r - \rho_q + 1; \alpha_r - \alpha_1 + 1, \ldots, *, \ldots$$
$$\ldots, \alpha_r - \alpha_p + 1; (-1)^{p+q} x),$$

где $|x| < 1$ при $p = q + 1$.

Если $p \leqslant q + 1$, то

$$E(p; \alpha_r : q; \rho_s : x) = \frac{\prod\limits_{r=1}^{p} \Gamma(\alpha_r)}{\prod\limits_{s=1}^{q} \Gamma(\rho_s)}\, {}_pF_q(\alpha_1, \ldots, \alpha_p; \rho_1, \ldots, \rho_q; -1/x),$$

где $x \neq 0$ и $|x| > 1$ при $p = q + 1$. Если $p > q + 1$, то последнее соотношение дает асимптотическое разложение E-функции при больших значениях x.

G-функция Мейера

$$G_{p,q}^{m,n}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a_1,\ldots,a_p\\ b_1,\ldots,b_q\end{matrix}\right)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_L \frac{\prod\limits_{j=1}^{m}\Gamma(b_j-s)\prod\limits_{j=1}^{n}\Gamma(1-a_j+s)}{\prod\limits_{j=m+1}^{q}\Gamma(1-b_j+s)\prod\limits_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-s)}\,x^s\,ds,$$

где L — путь, отделяющий полюсы функции $\Gamma(b_1-s)\ldots\Gamma(b_m-s)$ от полюсов $\Gamma(1-a_1+s)\ldots\Gamma(1-a_n+s)$. Более подробное определение см. ВТФ I, п. 5.3.

Из формул, содержащих G-функцию, при частных значениях параметров получаются многие интегралы, содержащие функции Бесселя, функции Лежандра и другие высшие трансцендентные функции. Следующие два списка дают выражения для некоторых частных видов G-функций через хорошо известные высшие трансцендентные функции и, обратно, выражения высших трансцендентных функций через G-функции. Эти списки не полны. См. также ВТФ I, п. 5.6.

Частные случаи G-функции

$$G_{02}^{10}(x\mid a,\ b)=x^{2^{-1}(a+b)}J_{a-b}(2x^{1/2}),$$

$$G_{02}^{20}(x\mid a,\ b)=2x^{2^{-1}(a+b)}K_{a-b}(2x^{1/2}),$$

$$G_{12}^{11}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\ b,\ -b\end{matrix}\right)=\pi^{1/2}e^{-x/2}I_b(x/2),$$

$$G_{12}^{11}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a\\ b,\ c\end{matrix}\right)=\frac{\Gamma(1-a+b)}{\Gamma(1+b-c)}x^b\,{}_1F_1(1-a+b;\quad 1+b-c;\quad -x),$$

$$G_{12}^{20}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\ b,\ -b\end{matrix}\right)=\pi^{-1/2}e^{-x/2}K_b(x/2),$$

$$G_{12}^{20}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a\\ b,\ c\end{matrix}\right)=x^{2^{-1}(b+c-1)}e^{-x/2}W_{k,m}(x),$$

$$k=2^{-1}(1+b-c)-a,\qquad m=b/2-c/2,$$

$$G_{12}^{21}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\ b,\ -b\end{matrix}\right)=\frac{\pi^{1/2}}{\cos(b\pi)}e^{x/2}K_b(x/2),$$

$$G_{12}^{21}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a\\ b,\ c\end{matrix}\right)=\Gamma(b-a+1)\Gamma(c-a+1)\,x^{2^{-1}(b+c-1)}e^{x/2}W_{k,m}(x),$$

$$k=a-2^{-1}(b+c+1),\qquad m=b/2-c/2,$$

$$G_{04}^{10}(x\mid a,\ b,\ 2b-a,\ b+1/2)=\pi^{-1/2}x^b\,I_{2(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4})\,J_{2(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4}),$$

$$G_{04}^{10}(x\mid a,\ a+1/2,\ b,\ 2a-b)=\frac{1}{2\pi^{1/2}\cos[(b-a)\pi]}\times$$

$$\times\,x^a[J_{2(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4})\,I_{2(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4})+I_{2(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4})\,J_{2(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4})],$$

$$G_{04}^{10}(x \mid a+{}^1/_2,\ a,\ b,\ 2a-b)=\frac{1}{2\pi^{1/2}\sin(a-b)\pi}\times$$
$$\times x^a\left[J_{2(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4})\,I_{2(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4})-I_{2(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4})\,J_{2(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4})\right],$$

$$G_{04}^{20}(x \mid a,\ a+{}^1/_2,\ b,\ b+{}^1/_2)=x^{2^{-1}(a+b)}J_{2(a-b)}(4x^{1/4}),$$

$$G_{04}^{20}(x \mid a,\ -a,\ 0,\ {}^1/_2)=$$
$$=-\pi^{1/2}[\sin(2a\pi)]^{-1}\left[J_{2a}(ze^{\pi i/4})\,J_{2a}(ze^{-\pi i/4})-J_{-2a}(ze^{\pi i/4})\,J_{-2a}(ze^{-\pi i/4})\right],$$
$$z=2^{3/2}x^{1/4},$$

$$G_{04}^{20}(x \mid 0,\ {}^1/_2,\ a,\ -a)=\pi^{1/2}i^{-1}[\sin(2a\pi)]^{-1}\times$$
$$\times\left[e^{2a\pi i}J_{2a}(ze^{-\pi i/4})\,J_{-2a}(ze^{\pi i/4})-e^{-2a\pi i}J_{2a}(ze^{\pi i/4})\,J_{-2a}(ze^{-\pi i/4})\right],$$
$$z=2^{3/2}x^{1/4},$$

$$G_{04}^{30}(x \mid 3a-{}^1/_2,\ a,\ -a-{}^1/_2,\ a-{}^1/_2)=$$
$$=2\pi^{1/2}[\cos(2a\pi)]^{-1}x^{a-1/2}K_{4a}(2^{3/2}x^{1/4})\left[J_{4a}(2^{3/2}x^{1/4})+J_{-4a}(2^{3/2}x^{1/4})\right],$$

$$G_{04}^{30}(x \mid 0,\ a-{}^1/_2,\ -a-{}^1/_2,\ -{}^1/_2)=$$
$$=4\pi^{1/2}x^{-1/2}K_{2a}(2^{3/2}x^{1/4})\left[J_{2a}(2^{3/2}x^{1/4})\cos(a\pi)-Y_{2a}(2^{3/2}x^{1/4})\sin(a\pi)\right],$$

$$G_{04}^{30}(x \mid -{}^1/_2,\ a-{}^1/_2,\ -a-{}^1/_2,\ 0)=$$
$$=-4\pi^{1/2}x^{-1/2}K_{2a}(2^{3/2}x^{1/4})\left[J_{2a}(2^{3/2}x^{1/4})\sin(a\pi)+Y_{2a}(2^{3/2}x^{1/4})\cos(a\pi)\right],$$

$$G_{04}^{30}(x \mid a,\ b+{}^1/_2,\ b,\ 2b-a)=2^{1/2}\pi^{1/2}x^bK_{2(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4})\,J_{2(a-b)}(2^{3/2}x^{1/4}),$$

$$G_{04}^{40}(x \mid a,\ a+{}^1/_2,\ b,\ b+{}^1/_2)=4\pi x^{2^{-1}(a+b)}K_{2(a-b)}(4x^{1/4}),$$

$$G_{04}^{40}(x \mid a,\ a+{}^1/_2,\ b,\ 2a-b)=$$
$$=8\pi^{1/2}x^a\,K_{2(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4}e^{\pi i/4})\,K_{2(b-a)}(2^{3/2}x^{1/4}e^{-\pi i/4}).$$

$$G_{04}^{n0}(x \mid a,\ b,\ c,\ d)=x^{-1/2}S_n(a,\ b,\ c,\ d;\ x^{1/2}),\qquad n=1,\ 2,\ 3,\ 4,$$

$$G_{13}^{11}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}{}^1/_2\\ a,\ 0,\ -a\end{matrix}\right)=\pi^{1/2}J_a^2(x^{1/2}),$$

$$G_{13}^{11}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}{}^1/_2\\ 0,\ a,\ -a\end{matrix}\right)=\pi^{1/2}J_a(x^{1/2})\,J_{-a}(x^{1/2}),$$

$$G_{13}^{11}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a\\ a,\ b,\ a-{}^1/_2\end{matrix}\right)=x^{a/2+b/2-1/4}\,\mathrm{H}_{a-b-1/2}(2x^{1/2}),$$

$$G_{13}^{20}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a-{}^1/_2\\ a,\ b,\ a-{}^1/_2\end{matrix}\right)=x^{2^{-1}(a+b)}Y_{b-a}(2x^{1/2}),$$

$$G_{13}^{20}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a+{}^1/_2\\ b,\ a,\ 2a-b\end{matrix}\right)=-\pi^{1/2}x^aJ_{b-a}(x^{1/2})\,Y_{b-a}(x^{1/2}),$$

$$G^{20}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\ a,\ -a,\ 0\end{matrix}\right) = 2^{-1}\pi^{1/2}\,|\sin(a\pi)|^{-1}\,[J^2_{-a}(x^{1/2}) - J^2_a(x^{1/2})],$$

$$G^{21}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\ a,\ 0,\ -a\end{matrix}\right) = 2\pi^{1/2}\, I_a(x^{1/2})\, K_a(x^{1/2}),$$

$$G^{21}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\ a,\ -a,\ 0\end{matrix}\right) = \pi^{3/2}\,[\sin(2a\pi)]^{-1}\,[I^2_{-a}(x^{1/2}) - I^2_a(x^{1/2})],$$

$$G^{21}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a+1/2\\ a+1/2,\ b,\ a\end{matrix}\right) = \frac{\pi x^{2^{-1}(a+b)}}{\cos[(a-b)\pi]}\,[I_{b-a}(2x^{1/2}) - \mathbf{L}_{a-b}(2x^{1/2})],$$

$$G^{21}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a+1/2\\ a,\ a+1/2,\ b\end{matrix}\right) = \pi x^{2^{-1}(a+b)}\,[I_{a-b}(2x^{1/2}) - \mathbf{L}_{a-b}(2x^{1/2})],$$

$$G^{30}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a+1/2\\ a+b,\ a-b,\ a\end{matrix}\right) = 2\pi^{-1/2}x^a K^2_b(x^{1/2}),$$

$$G^{31}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a+1/2\\ a+1/2,\ -a,\ a\end{matrix}\right) = \frac{\pi^2}{\cos(2a\pi)}\,[\mathbf{H}_{2a}(2x^{1/2}) - Y_{2a}(2x^{1/2})],$$

$$G^{31}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a\\ a,\ b,\ -b\end{matrix}\right) = 2^{-2a+2}\,\Gamma(1-a-b)\,\Gamma(1-a+b)\,S_{2a-1,\,2b}(2x^{1/2}),$$

$$G^{31}_{13}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a+1/2\\ b,\ 2a-b,\ a\end{matrix}\right) = \frac{\pi^{5/2}}{2[\cos(b-a)\pi]}\,x^a H^{(1)}_{b-a}(x^{1/2})\,H^{(2)}_{b-a}(x^{1/2}),$$

$$G^{12}_{22}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}-c_1,\ -c_2\\ a-1,\ -b\end{matrix}\right) = \frac{\Gamma(a+c_1)\,\Gamma(a+c_2)}{\Gamma(a+b)}\,x^{a-1}\,{}_2F_1(a+c_1,\ a+c_2;\ a+b;\ -x),$$

$$G^{12}_{24}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a+1/2,\ a\\ b+a,\ a-c,\ a+c,\ a-b\end{matrix}\right) = \pi^{1/2}x^a J_{b+c}(x^{1/2})\,J_{b-c}(x^{1/2}),$$

$$G^{22}_{24}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}a,\ a+1/2\\ b,\ c,\ 2a-c,\ 2a-b\end{matrix}\right) = 2\pi^{1/2}x^a I_{b+c-2a}(x^{1/2})\,K_{b-c}(x^{1/2}),$$

$$G^{30}_{24}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}0,\ 1/2\\ a,\ b,\ -b,\ -a\end{matrix}\right) =$$

$$= i2^{-2}\pi^{1/2}\,[H^{(1)}_{a-b}(x^{1/2})\,H^{(1)}_{a+b}(x^{1/2}) - H^{(2)}_{a-b}(x^{1/2})\,H^{(2)}_{a+b}(x^{1/2})].$$

$$G^{31}_{24}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}1/2+a,\ 1/2-a\\ 0,\ 1/2,\ b,\ -b\end{matrix}\right) = \frac{\pi^{1/2}\,\Gamma(1/2-a+b)\,x^{-1/2}}{\Gamma(1+2a)}\,W_{a,b}(2x^{1/2})\,M_{-a,b}(2x^{1/2}).$$

$$G_{24}^{40}\left(x\left|\begin{matrix}1/2+a, & 1/2-a\\ 0, \; 1/2, & b, \; -b\end{matrix}\right.\right)=\pi^{1/2}x^{-1/2}\,W_{a,\,b}(2x^{1/2})\,W_{-a,\,b}(2x^{1/2}),$$

$$G_{24}^{40}\left(x\left|\begin{matrix}a, \; a+1/2\\ b+c, \; b-c, \; b+1/2+c, \; b+1/2-c\end{matrix}\right.\right)=$$
$$=\pi^{1/2}2^{-k}x^{b-1/4}\exp\left[-x^{1/2}\right]W_{k,\,2c}(2x^{1/2}),\qquad k=1/2+2b-2a,$$

$$G_{24}^{40}\left(x\left|\begin{matrix}a, \; a+1/2\\ a+b, \; a+c, \; a-c, \; a-b\end{matrix}\right.\right)=2\pi^{-1/2}x^{a}\,K_{b+c}(x^{1/2})\,K_{b-c}(x^{1/2}),$$

$$G_{24}^{41}\left(x\left|\begin{matrix}0, \; 1/2\\ a, \; b, \; -b, \; -a\end{matrix}\right.\right)=\frac{-2^{-2}\pi^{5/2}}{i\sin(a\pi)\sin(b\pi)}\times$$
$$\times\left[e^{-b\pi i}H_{a-b}^{(1)}(x^{1/2})\,H_{a+b}^{(2)}(x^{1/2})-e^{b\pi i}H_{a+b}^{(1)}(x^{1/2})\,H_{a-b}^{(2)}(x^{1/2})\right],$$

$$G_{24}^{41}\left(x\left|\begin{matrix}1/2, \; 0\\ a, \; b, \; -b, \; -a\end{matrix}\right.\right)=\frac{2^{-2}\pi^{5/2}}{\cos(a\pi)\cos(b\pi)}\times$$
$$\times\left[e^{-b\pi i}H_{a-b}^{(1)}(x^{1/2})\,H_{a+b}^{(2)}(x^{1/2})+e^{b\pi i}H_{a+b}^{(1)}(x^{1/2})\,H_{a-b}^{(2)}(x^{1/2})\right],$$

$$G_{24}^{41}\left(x\left|\begin{matrix}1/2+a, & 1/2-a\\ 0, \; 1/2, & b, \; -b\end{matrix}\right.\right)=x^{-1/2}\pi^{1/2}\,\Gamma(1/2+b-a)\times$$
$$\times\Gamma(1/2-b-a)\,W_{a,\,b}(2ix^{1/2})\,W_{a,\,b}(-2ix^{1/2}),$$

$$G_{24}^{42}\left(x\left|\begin{matrix}a, \; a+1/2\\ b+c, \; b-c, \; b+1/2+c, \; b+1/2-c\end{matrix}\right.\right)=$$
$$=2^{k+1}\pi^{3/2}\,\Gamma(1-2a+2b+2c)\,\Gamma(1-2a+2b-2c)\times$$
$$\times x^{b-1/4}e^{x^{1/2}}W_{k,\,2c}(2x^{1/2}),\qquad k=2a-2b-1/2,$$

$$G_{44}^{14}\left(x\left|\begin{matrix}a-1, \; -c_1, \; -c_2, \; -c_3\\ -b_1, \; -b_2, \; -b_3, \; -b_4\end{matrix}\right.\right)=\frac{\prod\limits_{h=1}^{4}\Gamma(a+b_h)}{\prod\limits_{h=1}^{3}\Gamma(a+c_h)}\,x^{a-1}\times$$
$$\times\,{}_4F_3(a+b_1,\, a+b_2,\, a+b_3,\, a+b_4;\; a+c_1,\, a+c_2,\, a+c_3;\; -x),$$

$$G_{pq}^{1p}\left(x\left|\begin{matrix}a_1, \; \ldots, \; a_p\\ b_1, \; \ldots, \; b_q\end{matrix}\right.\right)=\frac{\prod\limits_{j=1}^{p}\Gamma(1+b_1-a_j)}{\prod\limits_{j=2}^{q}\Gamma(1+b_1-b_j)}\,x^{b_1}\times$$

$$\times\,{}_pF_{q-1}(1+b_1-a_1,\,\ldots,\,1+b_1-a_p;\; 1+b_1-b_2,\,\ldots,\,1+b_1-b_q;\; -x),\; p\leqslant q,$$

$$G_{pq}^{1n}\left(x\middle|\begin{matrix}a_1, \ldots, a_p\\ b_1, \ldots, b_q\end{matrix}\right)=\frac{\prod_{j=1}^{n}\Gamma(1+b_1-a_j)\,x^{b_1}}{\prod_{j=2}^{q}\Gamma(1+b_1-b_j)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-b_1)}\times$$

$$\times\,{}_pF_{q-1}(1+b_1-a_1, \ldots, 1+b_1-a_p;\ 1+b_1-b_2, \ldots, 1+b_1-b_q;\ -x),\ p\leqslant q,$$

$$G_{pq}^{q1}\left(x\middle|\begin{matrix}a_1, \ldots, a_p\\ b_1, \ldots, b_q\end{matrix}\right)=$$

$$=x^{a_1-1}E(1-a_1+b_1, \ldots, 1-a_1+b_q : 1-a_1+a_2, \ldots, 1-a_1+a_p : x).$$

Функции, выражающиеся через G-функцию

$$x^{\mu}J_{\nu}(x)=2^{\mu}G_{02}^{10}(2^{-2}x^2\mid \nu/2+\mu/2,\ \mu/2-\nu/2),$$

$$x^{\mu}J_{\nu}(x)=4^{\mu}G_{04}^{20}(4^{-4}x^4\mid \nu/4+\mu/4,\ \nu/4+\mu/4+{}^1/_2,\ \mu/4-\nu/4,\ {}^1/_2+\mu/4-\nu/4),$$

$$x^{\mu}Y_{\nu}(x)=2^{\mu}G_{13}^{20}\left(2^{-2}x^2\middle|\begin{matrix}\mu/2-\nu/2-{}^1/_2\\ \mu/2-\nu/2,\ \mu/2+\nu/2,\ \mu/2-\nu/2-{}^1/_2\end{matrix}\right),$$

$$x^{\mu}K_{\nu}(x)=2^{\mu-1}G_{02}^{20}(2^{-2}x^2\mid \mu/2+\nu/2,\ \mu/2-\nu/2),$$

$$x^{\mu}K_{\nu}(x)=$$
$$=4^{\mu-1}\pi^{-1}G_{04}^{40}(4^{-4}x^4\mid \nu/4+\mu/4,\ {}^1/_2+\nu/4+\mu/4,\ -\nu/4+\mu/4,\ {}^1/_2-\nu/4+\mu/4),$$

$$e^{-x}I_{\nu}(x)=\pi^{-1/2}G_{12}^{11}\left(2x\middle|\begin{matrix}{}^1/_2\\ \nu,\ -\nu\end{matrix}\right),$$

$$e^{-x}K_{\nu}(x)=\pi^{1/2}G_{12}^{20}\left(2x\middle|\begin{matrix}{}^1/_2\\ \nu,\ -\nu\end{matrix}\right),$$

$$e^{x}K_{\nu}(x)=\pi^{-1/2}\cos(\nu\pi)\,G_{12}^{21}\left(2x\middle|\begin{matrix}{}^1/_2\\ \nu,\ -\nu\end{matrix}\right),$$

$$x^{\mu}\mathbf{H}_{\nu}(x)=2^{\mu}G_{13}^{11}\left(2^{-2}x^2\middle|\begin{matrix}{}^1/_2+\nu/2+\mu/2\\ {}^1/_2+\nu/2+\mu/2,\ \mu/2-\nu/2,\ \mu/2+\nu/2\end{matrix}\right),$$

$$\mathbf{H}_{\nu}(x)-Y_{\nu}(x)=\pi^{-2}\cos(\nu\pi)\,G_{13}^{31}\left(2^{-2}x^2\middle|\begin{matrix}{}^1/_2+\nu/2\\ {}^1/_2+\nu/2,\ -\nu/2,\ \nu/2\end{matrix}\right),$$

$$x^{\mu}[I_{\nu}(x)-\mathbf{L}_{\nu}(x)]=\pi^{-1}2^{\mu}G_{13}^{21}\left(2^{-2}x^2\middle|\begin{matrix}\mu/2+\nu/2+{}^1/_2\\ \mu/2+\nu/2,\ \mu/2+\nu/2+{}^1/_2,\ \mu/2-\nu/2\end{matrix}\right),$$

$$x^{\mu}[I_{-\nu}(x)-\mathbf{L}_{\nu}(x)]=$$
$$=\pi^{-1}2^{\mu}\cos(\nu\pi)\,G_{13}^{21}\left(2^{-2}x^2\middle|\begin{matrix}{}^1/_2+\nu/2+\mu/2\\ {}^1/_2+\nu/2+\mu/2,\ \mu/2-\nu/2,\ \mu/2+\nu/2\end{matrix}\right),$$

$$S_{\mu,\nu}(x)=2^{\mu-1}\frac{1}{\Gamma(1/2-\mu/2-\nu/2)\,\Gamma(1/2-\mu/2+\nu/2)}G_{13}^{31}\left(2^{-2}x^2\,\middle|\,\begin{matrix}1/2+\mu/2\\1/2+\mu/2,\ \nu/2,\ -\nu/2\end{matrix}\right),$$

$$J_\nu^2(x)=\pi^{-1/2}G_{13}^{11}\left(x^2\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\\nu,\ 0,\ -\nu\end{matrix}\right),$$

$$J_\nu(x)\,J_{-\nu}(x)=\pi^{-1/2}G_{13}^{11}\left(x^2\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\0,\ \nu,\ -\nu\end{matrix}\right),$$

$$x^\sigma J_\mu(x)\,J_\nu(x)=$$
$$=\pi^{-1/2}G_{24}^{12}\left[x^2\,\middle|\,\begin{matrix}1/2+\sigma/2,\ \sigma/2\\2^{-1}(\mu+\nu+\sigma),\ 2^{-1}(\nu+\sigma-\mu),\ 2^{-1}(\mu+\sigma-\nu),\ 2^{-1}(\sigma-\mu-\nu)\end{matrix}\right],$$

$$x^\mu I_\nu(x)\,J_\nu(x)=\pi^{1/2}2^{3\mu/2}G_{04}^{10}\left(\frac{x^4}{64}\,\middle|\,\mu/4+\nu/2,\ \mu/4-\nu/2,\ \mu/4,\ \mu/4+1/2\right),$$

$$I_\nu(x)\,J_{-\nu}(x)=\pi^{1/2}\cos(2^{-1}\nu\pi)\,G_{04}^{10}\left(\frac{x^4}{64}\,\middle|\,0,\ 1/2,\ \nu/2,\ -\nu/2\right)-$$
$$-\pi^{1/2}\sin(2^{-1}\nu\pi)\,G_{04}^{14}\left(\frac{x^4}{64}\,\middle|\,1/2,\ 0,\ \nu/2,\ -\nu/2\right),$$

$$x^\mu J_\nu(x)\,Y_\nu(x)=-\pi^{-1/2}G_{13}^{20}\left(x^2\,\middle|\,\begin{matrix}1/2+\mu/2\\\nu+\mu/2,\ \mu/2,\ \mu/2-\nu\end{matrix}\right),$$

$$I_\nu(x)\,K_\nu(x)=2^{-1}\pi^{-1/2}G_{13}^{21}\left(x^2\,\middle|\,\begin{matrix}1/2\\\nu,\ 0,\ -\nu\end{matrix}\right),$$

$$x^\mu K_\nu(x)\,J_\nu(x)=\pi^{-1/2}2^{3\mu/2-1/2}G_{04}^{30}\left(\frac{x^4}{64}\,\middle|\,\mu/4+\nu/2,\ \mu/4+1/2,\ \mu/4,\ \mu/4-\nu/2\right),$$

$$x^\sigma I_\nu(x)\,K_\mu(x)=2^{-1}\pi^{-1/2}\times$$
$$\times G_{24}^{22}\left[x^2\,\middle|\,\begin{matrix}\sigma/2,\ \sigma/2+1/2\\2^{-1}(\nu+\mu+\sigma),\ 2^{-1}(\nu+\sigma-\mu),\ 2^{-1}(\mu+\sigma-\nu),\ 2^{-1}(\sigma-\nu-\mu)\end{matrix}\right],$$

$$x^\mu H_\nu^{(1)}(x)\,H_\nu^{(2)}(x)=2\pi^{-5/2}\cos(\nu\pi)\,G_{13}^{31}\left(x^2\,\middle|\,\begin{matrix}1/2+\mu/2\\\mu/2+\nu,\ \mu/2-\nu,\ \mu/2\end{matrix}\right),$$

$$x^\mu K_\nu^2(x)=2^{-1}\pi^{1/2}G_{13}^{30}\left(x^2\,\middle|\,\begin{matrix}1/2+\mu/2\\\nu+\mu/2,\ -\nu+\mu/2,\ \mu/2\end{matrix}\right),$$

$$x^\sigma K_\nu(x)\,K_\mu(x)=2^{-1}\pi^{1/2}\times$$
$$\times G_{24}^{40}\left[x^2\,\middle|\,\begin{matrix}\sigma/2,\ \sigma/2+1/2\\2^{-1}(\nu+\mu+\sigma),\ 2^{-1}(\nu+\sigma-\mu),\ 2^{-1}(\mu+\sigma-\nu),\ 2^{-1}(\sigma-\nu-\mu)\end{matrix}\right],$$

$$x^{2\mu}K_{2\nu}(xe^{\pi i/4})\,K_{2\nu}(xe^{-\pi i/4})=$$
$$=2^{3\mu-3}\pi^{-1/2}G_{04}^{40}\left(\frac{x^4}{64}\,\middle|\,\mu/2,\ \mu/2+1/2,\ \mu/2+\nu,\ \mu/2-\nu\right),$$

$$x^l e^{-x/2}\,W_{k,m}(x)=G_{12}^{20}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix}l-k+1\\m+l+1/2,\ l-m+1/2\end{matrix}\right),$$

$$x^l e^{x/2}\, W_{k,\,m}(x) = \frac{1}{\Gamma(1/2+m-k)\,\Gamma(1/2-m-k)}\, G^{21}_{12}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix} k+l+1 \\ l-m+1/2, \quad m+l+1/2\end{matrix}\right),$$

$$e^{-x/2}\, W_{k,\,m}(x) = \pi^{-1/2} x^{1/2} 2^{k-1/2}\, G^{40}_{24}\left(\frac{x^2}{4}\,\middle|\,\begin{matrix} 1/4-k/2,\ 3/4-k/2 \\ 1/2+m/2,\ 1/2-m/2,\ m/2,\ -m/2\end{matrix}\right),$$

$$e^{x}\, W_{k,\,m}(2x) = \frac{x^{1/2} 2^{-(k+1)} \pi^{-3/2}}{\Gamma(1/2+m-k)\,\Gamma(1/2-m-k)} \times$$
$$\times\, G^{42}_{24}\left(x^2\,\middle|\,\begin{matrix} 1/4+k/2,\ 3/4+k/2 \\ m/2,\ 1/2+m/2,\ -m/2,\ 1/2-m/2\end{matrix}\right),$$

$$W_{k,\,m}(x)\, M_{-k,\,m}(x) = \frac{\pi^{-1/2}\,\Gamma(1+2m)}{\Gamma(1/2-k+m)}\, G^{31}_{24}\left(\frac{x^2}{4}\,\middle|\,\begin{matrix} 1+k,\ 1-k \\ 1/2,\quad 1,\quad 1/2+m,\quad 1/2-m\end{matrix}\right),$$

$$x^l\, W_{k,\,m}(2ix)\, W_{k,\,m}(-2ix) =$$
$$= \frac{x\pi^{-1/2}}{\Gamma(1/2+m-k)\,\Gamma(1/2-m-k)}\, G^{41}_{24}\left(x^2\,\middle|\,\begin{matrix} 1/2+l/2+k,\ 1/2+l/2-k \\ l/2,\ 1/2+l/2,\ l/2+m,\ l/2-m\end{matrix}\right),$$

$$W_{k,\,m}(x)\, W_{-k,\,m}(x) = \pi^{-1/2}\, G^{40}_{24}\left(\frac{x^2}{4}\,\middle|\,\begin{matrix} k+1,\ -k+1 \\ 1/2,\ 1,\ m+1/2,\ -m+1/2\end{matrix}\right),$$

$${}_2F_1(a,\ b;\ c;\ -x) = \frac{\Gamma(c)\, x}{\Gamma(a)\,\Gamma(b)}\, G^{12}_{22}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix} -a,\ -b \\ -1,\ -c\end{matrix}\right),$$

$${}_4F_3(a,\ b,\ c,\ d;\ e,\ f,\ l;\ -x) = \frac{\Gamma(e)\,\Gamma(f)\,\Gamma(l)}{\Gamma(a)\,\Gamma(b)\,\Gamma(c)\,\Gamma(d)}\, x\, G^{14}_{44}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix} -a,\ -b,\ -c,\ -d \\ -1,\ -e,\ -f,\ -l\end{matrix}\right),$$

$${}_pF_q(a_1,\ \ldots,\ a_p;\ b_1,\ \ldots,\ b_q;\ -x) =$$
$$= \frac{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(b_j)}{\prod_{j=1}^{p}\Gamma(a_j)}\, x\, G^{1,\,p}_{p,\,q+1}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix} -a_1,\ \ldots,\ -a_p \\ -1,\ -b_1,\ \ldots,\ -b_q\end{matrix}\right), \quad p \leqslant q+1,$$

$$E(p;\ \alpha_r : q;\ \beta_s : x) = G^{p,\,1}_{q+1,\,p}\left(x\,\middle|\,\begin{matrix} 1,\ \beta_1,\ \ldots,\ \beta_q \\ \alpha_1,\ \ldots,\ \alpha_p\end{matrix}\right).$$

Относительно других специальных функций, выражающихся через G-функцию, в частности комбинаций функций Лежандра, а также комбинаций обобщенных гипергеометрических рядов, см. C. S. Meijer, Nederl. Akad. Wetensch., Proc. 43 (1940), 198—210 и 366—378; 44 (1941), 82—92, 186—194, 298—307, 435—451, 590—605, 1062—1070; 49 (1946), 227—235, 344—356, 457—469, 632—641, 765—772, 936—943, 1063—1072, 1164—1175; 55 (1952), 369—379, 483—487; 56 (1953), 43—49, 187—193.

Гипергеометрические ряды от двух переменных. Во всех двойных суммах m и n меняются от 0 до ∞.

$$F_1(\alpha;\ \beta,\ \beta';\ \gamma;\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_m(\beta')_n}{(\gamma)_{m+n}m!\ n!} x^m y^n,$$

$$F_2(\alpha;\ \beta,\ \beta';\ \gamma,\ \gamma';\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_m(\beta')_n}{(\gamma)_m(\gamma')_n m!\ n!} x^m y^n,$$

$$F_3(\alpha,\ \alpha',\ \beta,\ \beta';\ \gamma;\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_m(\alpha')_n(\beta)_m(\beta')_n}{(\gamma)_{m+n}m!\ n!} x^m y^n,$$

$$F_4(\alpha,\ \beta;\ \gamma,\ \gamma';\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_{m+n}}{(\gamma)_m(\gamma')_n m!\ n!} x^m y^n,$$

$$\Phi_1(\alpha,\ \beta,\ \gamma;\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n}m!\ n!} x^m y^n,$$

$$\Phi_2(\beta,\ \beta',\ \gamma;\ x,\ y) = \sum \frac{(\beta)_m(\beta')_n}{(\gamma)_{m+n}m!\ n!} x^m y^n,$$

$$\Phi_3(\beta,\ \gamma;\ x,\ y) = \sum \frac{(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n}m!\ n!} x^m y^n,$$

$$\Psi_1(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \gamma';\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n}(\beta)_m}{(\gamma)_m(\gamma')_n m!\ n!} x^m y^n,$$

$$\Psi_2(\alpha,\ \gamma,\ \gamma';\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_{m+n}}{(\gamma)_m(\gamma')_n m!\ n!} x^m y^n,$$

$$\Xi_1(\alpha,\ \alpha',\ \beta,\ \gamma;\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_m(\alpha')_n(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n}m!\ n!} x^m y^n,$$

$$\Xi_2(\alpha,\ \beta,\ \gamma;\ x,\ y) = \sum \frac{(\alpha)_m(\beta)_m}{(\gamma)_{m+n}m!\ n!} x^m y^n.$$

Относительно других гипергеометрических рядов от двух переменных см. ВТФ I, п. 5.7.1.

Гипергеометрические ряды от многих переменных. Все суммирования ведутся от 0 до ∞.

$$F_A(\alpha;\ \beta_1,\ \ldots,\ \beta_n;\ \gamma_1,\ \ldots,\ \gamma_n;\ z_1,\ \ldots,\ z_n) = \sum \frac{(\alpha)_{m_1+\ldots+m_n}(\beta_1)_{m_1}\ldots(\beta_n)_{m_n}}{(\gamma_1)_{m_1}\ldots(\gamma_n)_{m_n}m_1!\ldots m_n!} z_1^{m_1}\ldots z_n^{m_n},$$

$$\Phi_2(\beta_1,\ \ldots,\ \beta_n;\ \gamma;\ z_1,\ \ldots,\ z_n) = \sum \frac{(\beta_1)_{m_1}\ldots(\beta_n)_{m_n}}{(\gamma)_{m_1+\ldots+m_n}m_1!\ldots m_n!} z_1^{m_1}\ldots z_n^{m_n},$$

$$\Psi_2(\alpha;\ \gamma_1,\ \ldots,\ \gamma_n;\ z_1,\ \ldots,\ z_n) = \sum \frac{(\alpha)_{m_1+\ldots+m_n}}{(\gamma_1)_{m_1}\ldots(\gamma_n)_{m_n}m_1!\ldots m_n!} z_1^{m_1}\ldots z_n^{m_n}.$$

Вырожденные гипергеометрические функции. См. также ВТФ I, гл. 6 и ВТФ II, гл. 8 и 9. См. также в разделах «Гипергеометрические функции», «Ортогональные многочлены».

Функции Уиттекера

$$M_{\varkappa,\mu}(z) = z^{1/2+\mu} e^{-z/2} {}_1F_1(1/2 + \mu - \varkappa; 2\mu + 1; z),$$

$$W_{\varkappa,\mu}(z) = \frac{\Gamma(-2\mu) M_{\varkappa,\mu}(z)}{\Gamma(1/2 - \mu - \varkappa)} + \frac{\Gamma(2\mu) M_{\varkappa,-\mu}(z)}{\Gamma(1/2 + \mu - \varkappa)}.$$

Функции параболического цилиндра

$$D_\nu(z) = 2^{\nu/2+1/4} z^{-1/2} W_{\nu/2+1/4,\, 1/4}(2^{-1}z^2),$$

$$D_n(z) = (-1)^n e^{2^{-2}z^2} \frac{d^n}{dz^n}(e^{-2^{-1}z^2}).$$

Функции Бейтмена

$$k_{2\nu}(z) = \frac{1}{\Gamma(\nu+1)} W_{\nu,\,1/2}(2z).$$

Интегральная экспонента и родственные функции

$$-\mathrm{Ei}(-x) = E_1(x) = \int_x^\infty e^{-t} \frac{dt}{t} = \Gamma(0, x), \qquad -\pi < \arg x < \pi,$$

$$\mathrm{Ei}^+(x) = \mathrm{Ei}(x + i0), \quad \mathrm{Ei}^-(x) = \mathrm{Ei}(x - i0), \qquad x > 0,$$

$$\overline{\mathrm{Ei}}(x) = 2^{-1}[\mathrm{Ei}^+(x) + \mathrm{Ei}^-(x)], \qquad x > 0.$$

Последняя функция обозначалась в ВТФ II, п. 9.7, через $E^*(x)$.

$$\mathrm{li}(z) = \int_0^z \frac{dt}{\ln t} = \mathrm{Ei}(\ln z), \qquad z > 1,$$

$$\mathrm{si}(x) = -\int_x^\infty \frac{\sin t}{t} dt = \frac{1}{2i}[\mathrm{Ei}(ix) - \mathrm{Ei}(-ix)],$$

$$\mathrm{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = \pi/2 + \mathrm{si}(x),$$

$$\mathrm{Ci}(x) = -\int_x^\infty \frac{\cos t}{t} dt = -\mathrm{ci}(x) = 2^{-1}[\mathrm{Ei}(ix) + \mathrm{Ei}(-ix)].$$

Функция ошибок и родственные функции

$$\mathrm{Erf}(x) = 2\pi^{-1/2} \int_0^x e^{-t^2} dt = \frac{2x}{\sqrt{\pi}} {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; -x^2\right),$$

$$\mathrm{Erfc}(x) = 2\pi^{-1/2} \int_x^\infty e^{-t^2} dt = 1 - \mathrm{Erf}(x) = (\pi x)^{-1/2} e^{-2^{-1}x^2} W_{-1/4,\, 1/4}(x^2).$$

Эти функции отличаются от функций, введенных в ВТФ II, п. 9.9, множителем $2\pi^{-1/2}$.

$$C(x)=2^{-1/2}\pi^{-1/2}\int_0^x t^{-1/2}\cos t\,dt,$$

$$S(x)=2^{-1/2}\pi^{-1/2}\int_0^x t^{-1/2}\sin t\,dt.$$

Неполные гамма-функции

$$\gamma(\alpha,\ x)=\int_0^x e^{-t}t^{\alpha-1}\,dt=\alpha^{-1}x^{\alpha}\,{}_1F_1(\alpha;\ \alpha+1;\ -x),$$

$$\Gamma(\alpha,\ x)=\int_x^{\infty} e^{-t}t^{\alpha-1}\,dt=\Gamma(\alpha)-\gamma(\alpha,\ x)=x^{2^{-1}(\alpha-1)}e^{-x/2}W_{2^{-1}(\alpha-1),\ \alpha/2}(x).$$

Эллиптические функции и интегралы. См. также ВТФ III, гл. 13. Полные эллиптические интегралы

$$K(k)=\int_0^{\pi/2}(1-k^2\sin^2\varphi)^{-1/2}\,d\varphi=\pi/2\,{}_2F_1({}^1/_2,\ {}^1/_2;\ 1;\ k^2),$$

$$E(k)=\int_0^{\pi/2}(1-k^2\sin^2\varphi)^{1/2}\,d\varphi=\pi/2\,{}_2F_1(-{}^1/_2,\ {}^1/_2;\ 1;\ k^2).$$

Тэта-функции

$$\theta_0(v\mid\tau)=(-i\tau)^{-1/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-i\pi(v-1/2+n)^2\tau^{-1}},$$

$$\theta_1(v\mid\tau)=(-i\tau)^{-1/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n e^{-i\pi(v-1/2+n)^2\tau^{-1}},$$

$$\theta_2(v\mid\tau)=(-i\tau)^{-1/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}},$$

$$\theta_3(v\mid\tau)=(-i\tau)^{-1/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}},$$

$$\theta_4(v\mid\tau)=\theta_0(v\mid\tau).$$

Указанные здесь ряды связаны с определениями, данными в ВТФ III, равенства 13.19 (10)—(13), при помощи мнимого преобразования Якоби, см. ВТФ III, равенства 13.22 (8).

Модифицированные тэта-функции

$$\hat{\theta}_0(v\mid\tau)=\hat{\theta}_4(v\mid\tau)=$$
$$=(-i\tau)^{-1/2}\left[\sum_{n=0}^{\infty}e^{-i\pi(v+1/2+n)^2\tau^{-1}}-\sum_{n=-1}^{-\infty}e^{-i\pi(v+1/2+n)^2\tau^{-1}}\right],$$

$$\hat{\theta}_1(v\mid\tau)=(-i\tau)^{-1/2}\left[\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n e^{-i\pi(v-1/2+n)^2\tau^{-1}}-\right.$$
$$\left.-\sum_{n=-1}^{-\infty}(-1)^n e^{-i\pi(v-1/2+n)^2\tau^{-1}}\right],$$

$$\hat{\theta}_2(v\mid\tau)=$$
$$=(-i\tau)^{-1/2}\left[\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}}-\sum_{n=-1}^{-\infty}(-1)^n e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}}\right],$$

$$\hat{\theta}_3(v\mid\tau)=(-i\tau)^{-1/2}\left[\sum_{n=0}^{\infty}e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}}-\sum_{n=-1}^{-\infty}e^{-i\pi(v+n)^2\tau^{-1}}\right].$$

Различные функции. См. также **ВТФ** III, гл. 18.

$$\mu(x,\ a)=\int_0^{\infty}\frac{x^s s^a}{\Gamma(s+1)}\,ds,$$

$$\nu(x)=\int_0^{\infty}\frac{x^s}{\Gamma(s+1)}\,ds,$$

$$\nu(x,\ a)=\int_0^{\infty}\frac{x^{s+a}}{\Gamma(s+a+1)}\,ds=\int_a^{\infty}\frac{x^s}{\Gamma(s+1)}\,ds.$$

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

К разделу «Преобразования Фурье»

Бохнер С., 1962, Лекции об интегралах Фурье, Физматгиз, Москва.

Винер Н., 1963, Интеграл Фурье и некоторые его приложения, Физматгиз, Москва.

Винер Н., Пэли Р., 1964, Преобразования Фурье в комплексной области, «Наука», Москва.

Снеддон И., 1955, Преобразования Фурье, ИЛ, Москва.

Титчмарш Е., 1948, Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат.

Bochner S. and Chandrasekharan K., 1949, Fourier transforms, Annals of Mathematics Study no. 19, Princeton University Press, Princeton, N. J.

Campbell G. A. and Foster R. M. 1948, Fourier integrals for practical applications, Van Nostrand, New York.

К разделам «Преобразования Лапласа» и «Преобразования Меллина»

Гарднер М. Ф., Бэрнс Дж. Л., 1951, Переходные процессы в линейных системах, Гостехиздат, М.—Л.

Деч Г., 1958, Руководство к практическому применению преобразования Лапласа, Физматгиз, Москва.

Диткин В. А., Кузнецов П. И., 1951, Справочник по операционному исчислению, Гостехиздат, М.—Л.

Диткин В. А., Прудников А. П., 1958, Операционное исчисление по двум переменным и его приложения, Физматгиз, Москва.

Диткин В. А., Прудников А. П., 1961, Интегральные преобразования и операционное исчисление, Физматгиз, Москва.

Карслоу Х., Егер Д., 1948, Операционные методы в прикладной математике, ИЛ, Москва.

Лурье А. И., 1950, Операционное исчисление, Гостехиздат, М.—Л.

Микусинский Я., 1956, Операционное исчисление, ИЛ, Москва.

Ван дер Поль Б., Бреммер Х., 1952, Операционное исчисление на основе двухстороннего преобразования Лапласа, ИЛ, Москва.

Грантер К. Дж., 1956, Интегральные преобразования в математической физике, Гостехиздат.

Уфлянд Я. С., 1963, Интегральные преобразования в задачах теории упругости, Изд-во АН СССР, М.—Л.

Churchill R. V., 1944, Modern operational mathematics in engineering, McGraw-Hill, New York.

Cossar J. and Erdélyi A., 1944—46, Dictionary of Laplace transforms, Admiralty Computing Service, London.

Doetsch G., 1937, Theorie und Anwendung der Laplace Transformation, Springer, Berlin.

Doetsch G., 1950, Handbuch der Laplace Transformation, vol. I, Birkhäuser, Basel.

Doetsch G., Kniess H. and Voelker D., 1947, Tabellen zur Laplace Transformation, Springer, Berlin and Göttingen.

Humbert P., 1934, Le calcul symbolique, Harmann, Paris.
Jeffreys H., 1931, Operational methods in mathematical physics. Cambridge.
Labin E., 1949, Calcul opérationnel, Masson et Cie, Paris.
McLachlan N. W., 1939, Complex variable and operational calculus, Cambridge.
McLachlan N. W., 1948, Modern operational calculus with applications in technical mathematics, Macmillan, London.
McLachlan N. W. and Humbert P., 1950, Formulaire pour le calcul symbolique, Gauthier-Villars, second edition. Paris.
McLachlan N. W., Humbert P. and Poli L., 1950, Supplement au formulaire pour le calcul symbolique, Gauthier-Villars, Paris.
Thomson W. T., 1950, Laplace transformation, Prentice-Hall, New York.
Voelker D. and Doetsch G., 1950, Die zweidimensionale Laplace Transformation, Birkhäuser, Basel.
Wagner K. W., 1940, Operatorenrechnung, Barth, Leipzig.
Widder D. V., 1941, The Laplace transform, Princeton University Press, Princeton, N. J.

УКАЗАТЕЛЬ ВАЖНЕЙШИХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Латинский алфавит

Греческий алфавит

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Г. Бейтмен и А. Эрдейи

Таблицы интегральных преобразований.

Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина

(Серия: «Справочная математическая библиотека»)

М., 1968 г., 344 стр.

Редактор *М. Я. Ворновицкий*

Техн. редактор *А. А Благовещенская*

Корректоры *З. В. Автонеева, Т. С. Плетнева*

Сдано в набор 1/VII 1968 г. Подписано к печати 29/XI 1968 г. Формат $60 \times 90^{1}/_{16}$. Физ. печ. л. 21,5. Условн. печ. л. 21,5. Уч.-изд. л. 24,23. Тираж 28 500 экз. Цена книги 1 р. 46 к. Заказ № 56

Издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

1-я типография издательства «Наука», Ленинград, В-34, 9-я линия, д. 12. Отпечатано с матриц, сделанных в Ленинградской типографии № 1 «Печатный Двор» им. А. М. Горького