Программа курса
«Ввведение в проективную геометрию»
(для студентов - матфизиков 1-го курса 1-го семестра)

А. Л. Городенцев*

Институт теоретической и экспериментальной физики

Независимый московский университет

сентябрь - ноябрь 2000 года

1. **Векторные и точечные пространства:** ▹Векторные пространства и основные понятия линейной алгебры. ▹Линейные координаты. ▹Афинные пространства. ▹Проективные пространства. ▹Афинные карты. ▹Афинные и однородные координаты. ▹Линейные подпространства и линейные уравнения. ▹Проектирование. ▹Двойственные пространства. ▹Однородные формы и проективные многообразия. ▹Пространство гиперповерхностей. ▹Проективные преобразования.

2. **Плоские коники:** ▹Автоморфизмы прямой. ▹Коника Веронезе, рациональная параметризация. ▹Геометрия гомографий и коники. ▹Построение коники линейкой: вариации вокруг конфигурации Паскаля. ▹Пространство коник. ▹Пучки коник. ▹Вырожденные коники: вариации вокруг скрученной кубики.

3. **Соответствия на проективной прямой:** ▹m-n соответствие на $\mathbb{P}_1$. ▹Геометрическая реализация 1-1, 2-1 и 2-2 соответствий. ▹Поризм Понселе. ▹Неподвижные точки соответствий и их кратности. ▹Теорема Безу и соотношения Плюккера для плоских кривых.

4. **Комплексные проективные квадрики:** ▹Диагонализация квадратичной формы. ▹Пересечение квадрики с прямой. ▹Касательное пространство. ▹Геометрическая классификация квадрик. ▹Пространство квадрик. ▹Квадрика Плюккера. ▹Аффинные и вещественные квадрики.

5. **Грассманианы:** ▹Аффинные карты. ▹Плюккеровы координаты. ▹$G(2,4)$ и геометрия прямых в $\mathbb{P}_3$. ▹Исчисление Шуберта на примере $G(2,4)$. ▹Грассманова алгебра.

6. **Тензоры:** ▹Тензорное произведение векторных пространств. ▹Линейные операторы как тензоры. ▹Тензорная алгебра векторного пространства. ▹Внешняя алгебра векторного пространства. ▹Симметрическая алгебра векторного пространства. ▹Свёртки, поляризации и частные производные. ▹Критерий разложимости тензора. ▹Соотношения Плюккера. ▹Уравнения, задающие образ отображения Веронезе.

*e-mail: gorod@mccme.ru

7. **Обзор коммутативной алгебры:** ▹Теоремы Гильберта о полиномиальных идеалах. ▹Аффинные многообразия, функции, точки и идеалы. ▹Однородные идеалы и проективные многообразия. ▹Системы результантов. ▹Полнота проективных многообразий.

8. **Концепция мноообразия:** ▹Стандартные карты и структурный пучок. ▹Топологические, гладкие и аналитические многообразия. ▹Алгебраические многообразия. ▹Топология Зарисского. ▹Схемы.

9. **Векторные расслоения:** ▹Локальная тривиальность и функции перехода. ▹Пучок сечений. ▹Векторные расслоения на $\mathbb{P}_1$. ▹Линейные расслоения и проективные вложения. ▹Линейные расслоения на проективных пространствах.

10. **Эллиптические кривые:** ▹Геометрия плоской кубики. ▹Комплексный анализ на торе. ▹Функции Вейерштрасса. ▹ϑ-функции. ▹Якобиан.

Курс расчитан на толковых школьников только что поступивших в университет с целью выучится на профессионального математика и/или физика - теоретика.