Санкт-Петербургский государственный университет

Д. И. Нагирнер

Реликтовый фон и его искажения

Учебно-методическое пособие

Санкт-Петербург
2002

УДК 52–64
ББК 22.632
Н16

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
С.-Петербургского государственного университета

Нагирнер Д. И.

Н16 Реликтовый фон и его искажения: Учебно-методическое пособие. СПб. 2002. — 56 с.

В пособии описываются история открытия и свойства космического микроволнового фонового (реликтового) излучения. Дается представление об анизотропии этого излучения, ее происхождении, величине, характеристиках, трудностях и результатах наблюдений, позволяющих выбрать наиболее адекватную модель Вселенной. Приведена теория особых точек поля поляризации излучения. Отдельно рассматривается влияющий на наблюдения спектра и анизотропии РИ эффект Сюняева—Зельдовича и описывается его использование для уточнения параметров модели.

Пособие предназначается для студентов и асширантов астрономических специальностей и может представлять интерес для студентов-физиков.

ББК 22.632

© Д. И. Нагирнер, 2002
© С.-Петербургский университет, 2002

§ 1. Космическое микроволновое фоновое (реликтовое) излучение

1. Открытие. Cosmic microwave background radiation (сокращенно CMB, CMBR, CBR) по-английски, или реликтовое излучение (РИ) по-русски (термин введен И. С. Шкловским), является одним из основных свидетельств справедливости теории горячей Вселенной и поэтому занимает выдающееся место в современной космологии. Кроме того, оно несет информацию о многих процессах, происходивших на ранних этапах эволюции Вселенной, в частности, о формировании ее крупномасштабной структуры, и эта информация в настоящее время становится доступной наблюдениям.

Согласно теории горячей Вселенной материя до эпохи рекомбинации находилась в состоянии, очень близком к термодинамическому равновесию, так что горячие вещество и излучение имели одинаковую температуру. В ходе расширения Вселенной температура понижалась. Когда она снизилась примерно до 4000 K, состоялась эпоха рекомбинации, в ходе которой ядра и электроны соединялись в атомы (в основном, атомы водорода), так что вещество стало нейтральным. Этой эпохе соответствуют космологические красные смещения $z \sim 1500 \div 1000$. После рекомбинации излучение перестало взаимодействовать с веществом, их расширение происходит независимо. Излучение, продолжая охлаждаться, сохраняет определенные свойства, присущие ему в ту и более ранние эпохи, и доносит их до нас. Русское название отражает именно это обстоятельство, в то время как английское дает описание современной природы этого излучения.

РИ было открыто случайно (serendipitously).

Весной 1964 года Арно Пензиас и Роберт Вильсон из научно-исследовательской фирмы “Crawford Hill Laboratory” в Холмделе (Holmdel в штате Нью Йорк) готовились к измерениям интенсивности непрерывного излучения Галактики на длине волны 20 *см* (вблизи линии нейтрального водорода 21 *см*).

Аппаратура была высокочувствительная с предельно низким уровнем шума. Первоначально эту аппаратуру предполагалось использовать для получения отраженных сигналов от спутников связи. Первая такая попытка была успешно произведена со спутником ECHO, который представлял собой просто шар диаметром 100 футов, отражающий радиоизлучение.

Программа Пензиаса и Вилсона состояла в том, чтобы, исследовав шумы антенны и приемника, получить возможность абсолютных измерений. Было обнаружено, что регистрируемый шум на λ 12.5 *см* превосходит шум, наблюдавшийся в лаборатории. Шум был приписан излучению Земли, принимаемому обратными лепестками антенны. Э. Ом, который разрабатывал приемную систему для ECHO [55], указывал, что такое объяснение не проходит. Приглашенный в качестве третейского судьи Д. Вилкинсон высказал мысль, что, может быть, именно это излучение ожидают астрономы в связи с теорией горячей Вселенной. Подробная история открытия РИ содержится в книге Пиблса [57].

Незадолго до этого А. Г. Дорошкевич и И. Д. Новиков [4] рассчитали спектр излучения, которое должно наблюдаться сейчас в Метагалактике, а возникло от галактик со времени их образования. Расчеты были сделаны при различных предположениях о распределении вещества, эволюции галактик, о наличии или отсутствии нейтрино и т. д. В конце статьи они указали, что наблюдения на телескопе Холмдела, о которых было известно из публикации фирмы Белл, дают уверенность, что РИ существует. По температуре 2.3 ± 1 *K*, полученной в Холмделе, и теоретически определенной температуре шумов атмосферы 1 *K* они оценили температуру РИ в 1 *K*. На график излучения галактик была помещена кривая, соответствующая температуре в 1 *K*. В целом получилась двугорбая кривая, о которой в книге Я. Б. Зельдовича и И. Д. Новикова [5] сказано, что она долгое время украшала рекламу фирмы Белл.

О возможности приписать наблюдаемый шум РИ наблюдатели в Холмделе, исследуя аппаратуру, по-видимому, не подозревали. Все шумы их системы ими были изучены заранее, кроме шума антенны — рупорного рефлектора с апертурой около 6 *м*. С целью изучить и этот шум приемник был настроен на λ 7.35 *см* и антенна направлена, как казалось, на совершенно темный участок неба (Галактики). Сигнал оказался поразительно большим: 3.5 ± 1 *K*.

Около года два наблюдателя перепроверяли свою аппаратуру. Этот сигнал обладал необычными свойствами: он не зависел ни от времени, ни от направления, ни от положения Солнца, ни от расположения антенны относительно поверхности Земли. Таким свойством могло обладать шумящее сопротивление, но это предположение не подтвердилось. Авторы убедились, что источники сигнала находятся не в телескопе и не в приемнике.

Были изучены возможности положения источников: 1) на Земле, 2) в Солнечной системе, 3) в Галактике и 4) вне Галактики. Первые три возможности после тщательного исследования отпали по свойствам сигнала, главным аргументом при этом была его изотропия. Осталась одна возможность — какие-то внегалактические удаленные дискретные радиоисточники. Но и это предположение не проходило, так как такие более близкие радиоисточники известны, они гораздо ярче в метровом диапазоне и их более далекие аналоги были бы давно обнаружены.

Параллельно с этими наблюдениями в Принстоне (штат Нью-Джерси), от которого Холмдел находится всего в 30 милях, группа ученых во главе с Робертом Дикке проводила свои наблюдения также на малошумящей аппаратуре, сознательно предназначив ее для поиска изотропного фонового излучения на λ 3 *см*. Дикке предполагал обнаружить излучение с температурой в несколько градусов. Его интересовало не происхождение элементов, т. е. первичный нуклеосинтез, а их разрушение в пульсирующей Вселенной. Он имел собственные идеи о превращении тяжелых элементов в водород при обратном сжатии Вселенной.

Дикке еще во время Второй мировой войны сконструировал радиометр в MIT Radiation Laboratory (Массачусетский Технологический институт). После войны он использовал его для измерений излучения водяного пара в атмосфере, излучения Солнца и Луны. Тогда же он наложил ограничение на температуру CMBR в 20 *K*. В 1964 году он предложил конструкцию, которая могла бы зарегистрировать излучение меньшей температуры. По предложению Дикке П. Ролл и Д. Вилкинсон из Принстона изготовили такой радиометр. К работе был привлечен также теоретик Ф. Дж. Э. Пиблс, с которым обсуждались детали и возможности регистрации излучения. О своей предыдущей работе Дикке забыл и ничего не знал об обнаруженном шуме в Холмделе на им же изобретенном радиометре.

Через некоторое время участники обеих групп через общих знакомых узнали о существовании и исследованиях друг друга и встретились. Две статьи: одна с результатами наблюдений [59], а другая с теорией [27] появились в одном номере Astrophysical Journal. Несколько месяцев спустя группа Дикке на λ 3.2 *см* полностью подтвердила результаты первой группы, получив температуру 3.0 ± 0.5 *K*.

К 1972 году свойства РИ были подтверждены измерениями более 15 групп наблюдателей на длинах волн от 0.27 до 73.5 *см*. К 1975 году наблюдения были продолжены до области длин волн около 0.1 *мм*, которая лежит ниже частоты максимума РИ. Сейчас РИ является источником обширной информации о ранних этапах истории Вселенной.

За свое открытие Пензиас и Вилсон получили Нобелевскую премию по физике в 1978 году.

2. Предшественники открытия. Интересно отметить, что обнаружение РИ обладает чертами других открытий, например, открытия Америки Колумбом. Авторы не понимали, что они открыли, природу явления пояснили другие, впоследствии оказалось, что существование РИ фактически было установлено раньше, но без осознания этого факта и без широкой известности о нем. В случае Колумба — Америго Веспуччи и викинги. В случае РИ — Дикке и более ранние наблюдения, о которых скажем отдельно.

Еще в 1941 году В. Адамс [15] выполнил наблюдения межзвездного поглощения в спектре звезды ξ Змееносца в линиях молекулы CN и обнаружил, что поглощают молекулы не только в основном, но и в первом возбужденном вращательном состоянии, отстоящем от основного на 2.6 *мм*. Мак-Келлар [48] в предположении, что относительные населенности уровней подчиняются формуле Больцмана, оценил температуру возбуждения в ≈ 2.3 *K*. Источник возбуждения он приписал какому-то космическому агенту. Наблюдения таких линий в спектрах других звезд подтвердили изотропность источника. Наблюдения молекул с бóльшими потенциалами возбуждения первого вращательного уровня не дали результатов. Некоторые наблюдения, показывавшие температуру выше нескольких градусов, оказались ошибочными. Только в 1966 году этот источник возбуждения был связан с РИ (подробнее см. [5]).

Прямая регистрация РИ была осуществлена на рупорной антенне на длине волны 3.2 *см* в СССР. В статье Н. Л. Кайдановского [8, с. 152–153] написано следующее. “Оказалось, что излучение неба из области зенита имеет яркостную температуру 3.7 ± 3.7 *K*, а в полярной области 3.9 ± 4.2 *K* и не изменяется существенно со временем. Как теперь ясно, измеренная Т. А. Шмаоновым яркостная температура неба (≈ 4 *K*) превышала температуру излучения тропосферы в направлении зенита, равную, по современным данным, примерно 2 *K*. Из этого следует, что Т. А. Шмаонов, по-видимому,

был близок к открытию фонового космического реликтового излучения.

Измерения Т. А. Шмаонова, опубликованные в 1957 г. ... (здесь [14] — *ДН.*), к сожалению, не были известны другим советским астрофизикам А. Г. Дорошкевичу и И. Д. Новикову, которые (как отмечалось в предыдущем пункте — *Д. Н.*) впервые в мире указали на техническую возможность экспериментального обнаружения космического фонового реликтового излучения методами радиоастрономии тех дней.

О работе А. Г. Дорошкевича и И. Д. Новикова открывателям РИ также не было известно, что и отметил А. А. Пензиас в своей лекции при получении Нобелевской премии за это открытие.

В работах советских ученых содержалось фактически первое, хотя и весьма грубое и неосознанное, измерение (Т. А. Шмаонов), а также предсказание возможности измерения (А. Г. Дорошкевич и И. Д. Новиков) реликтового излучения."

3. Свойства РИ. Это излучение действительно заполняет все пространство и идет равномерно со всех сторон. Оно имеет чисто чернотельный спектр, т. е. описывается функцией Планка с температурой по данным 1999 года спутника COBE (COsmic Background Explorer) $T_0 = 2.7277 \pm 0.002\ K$ (уровень надежности выше 95 % — это самое точное наблюдение во всей космологии) и подчиняется всем его законам. В соответствии с законом смещения Вина располагается его максимум $\nu_{\max} = 1.604 \cdot 10^{11}\ 1/c$, что соответствует длине волны 1.870 *мм*. Функция Планка, представленная через длины волн, имеет максимум на $\lambda_{\max} = 1.062$ *мм*, соответствующая частота (отличающаяся от $\nu_{\max}$) равна $2.822 \cdot 10^{11}\ 1/c$. Точка в спектре, разделяющая количество спектрального излучения пополам, имеет частоту $1.9910 \cdot 10^{11}\ 1/c$ и длину волны 1.506 *мм*.

Концентрация реликтовых фотонов с указанной температурой равна $8\pi 2.404(T_0 k_{\rm B}/ch)^3 = 411.7\ 1/см^3$, плотность их полной энергии согласно формуле Стефана—Больцмана составляет $(8\pi^5 k_{\rm B}/15h^3c^3)T_0^4 = 4.188 \cdot 10^{-13}\ эрг/см^3$ (или $0.25\ эВ/см^3$), что соответствует плотности массы $4.659 \cdot 10^{-34}\ г/см^3$. Плотность энтропии такого фотонного газа равна $2.047 \cdot 10^{-13}\ г/(см\,с^2 K)$.

Из данных таблицы, извлеченной из книги [5], следует, что по плотности энергии и в особенности по концентрации фотонов РИ далеко превосходит все другие фоновые излучения, т. е. это основная форма существования излучения в современной Вселенной.

Фоновые излучения и их свойства

Диапазон	Плотность энергии, $эВ/см^3$	Концентрация фотонов, $1/см^3$
Длинноволновый радио	$\sim 10^{-7}$	~ 1
Сантиметровый и миллиметровый (РИ)	0.25	400
Инфракрасный	$\sim 10^{-2}$	~ 1
Оптический	$\sim 3 \cdot 10^{-3}$	$\sim 10^{-3}$
Мягкий рентгеновский (< 1 *кэВ*)	$10^{-5} \div 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-8} \div 10^{-8}$
Жесткий рентгеновский (< 1 *кэВ*)	10^{-4}	$3 \cdot 10^{-9}$
Мягкий гамма ($1 \div 6$ *МэВ*)	$\leq 10^{-5}$	$\leq 3 \cdot 10^{-12}$
Жесткий гамма (> 10 *МэВ*)	$< 10^{-5}$	$< 10^{-12}$

Излучение, как уже говорилось, в высокой степени изотропно. Однако, как было предсказано [26, 77], имеется дипольная анизотропия $T = T_0(1 + \frac{v}{c}\cos\theta)$. Наилучшее приближение к наблюдениям дает дипольный момент 3.343 ± 0.016 *мкК* в направлении $\alpha = 11.2^h, \delta = -7^\circ$ или $l = (264.4 \pm 0.3)^\circ, b = (48.4 \pm 0.5)^\circ$. После исправления за движение Земли вокруг Солнца, Солнца вокруг центра Галактики и Галактики по отношению к центру масс Местной Группы получается, что Местная Группа галактик движется со скоростью 627 ± 22 *км/с* по отношению к РИ в направлении $l = (276 \pm 3)^\circ$, $b = (30 \pm 3)^\circ$. Попытки определить направление и скорость движения Местной Группы относительно других, более удаленных, галактик и скоплений галактик дали противоречивые результаты.

Указанные анизотропии фактически не относятся к РИ, а возникают из-за движения системы отсчета относительно этого излучения. Таким образом, РИ играет роль эфира.

Более интересен и труден вопрос о собственной анизотропии реликтового фона. Эта анизотропия наряду с отклонениями от чернотельного распределения несет обширную информацию об истории Вселенной.

Организовать наблюдения в радиодиапазоне на многих частотах чрезвычайно трудно, поэтому наблюдатели сосредоточились на наблюдениях именно анизотропии РИ, которые можно осуществить на одном телескопе.

§ 2. Анизотропия реликтового излучения

1. Источники анизотропии РИ. Считается, что анизотропия вызывается неоднородностями в распределении материи в раннюю эпоху расширения Вселенной. Все эти неоднородности малы на начальных этапах расширения. Некоторые из них растут, что приводит к образованию крупномасштабных структур Вселенной и отражается на РИ, порождая его анизотропию и искажения спектра. Эти отклонения от среднего сильно замываются в эпохи, когда Вселенная горячая. Однако при ее остывании до температур порядка $4000 \div 2700\ K$ (время от начала расширения $\sim 10^5$ лет), когда красное смещение $z \sim 1500 \div 1000$, происходит, как уже говорилось, рекомбинация вещества и образование атомов. После этого отделившееся от вещества излучение с ним активно не взаимодействует. От эпохи рекомбинации до нас доходит излучение почти свободно, и на нем остаются возмущения, существовавшие до и в течение эпохи рекомбинации.

Таким образом, эпоха рекомбинации — это последний период в истории горячей Вселенной, когда фотоны испытывали рассеяние на оставшихся свободными электронах. В конце этой эпохи, на красном смещении порядка $z \sim 10^3$ расположен сферический слой, который называют зоной последнего рассеяния. Именно с этой зоны анизотропия РИ несет информацию о состоянии материи в ранние периоды истории Вселенной. Так как РИ сейчас наблюдается в радиодиапазоне, то его анизотропию выражают через отношение антенных температур возмущения и фона: $\delta_{\mathrm{T}} = \Delta T/T$.

В теории обсуждаются несколько типов источников анизотропии РИ. В основе лежит так называемая теория инфляции (см., например, [56]). В результате инфляции, т. е. быстрого расширения Вселенной за первые 10^{-44} c, возникают квантовые флуктуации различных полей. Образующиеся инфляционные "пузырьки" определяют в конечном счете угловую зависимость и поляризацию реликтового излучения [18].

Выжившие флуктуации в эпоху последнего рассеяния проявляются в следующем (см. [5, 11, 56]).

1) Флуктуации $\Delta\Phi$ в гравитационном потенциале Φ (эффект Сакса—Вольфа, 1967). Этот эффект имеет два проявления. Во-первых, увеличение гравитационного потенциала вызывает дополнительное покраснение фотонов, что равносильно увеличению красного смещения или температуры, так что $\delta_{\rm T} = \Delta\Phi/c^2$. Во-вторых, оно приводит к замедлению течения времени в зоне последнего рассеяния того же порядка, т. е. $\Delta t/t = \Delta\Phi/c^2$. Для оценок можно принять, что осуществляется плоская модель Фридмана, согласно которой радиус кривизны $R \propto t^{2/3}$. Так как $T \propto 1/R \propto t^{-2/3}$, то $\delta_{\rm T} = -(2/3)\Delta\Phi/c^2$. Эффект Сакса—Вольфа задается комбинацией двух приведенных формул: $\delta_{\rm T} = (1/3)\Delta\Phi/c^2$.

2) Адиабатические флуктуации плотности вещества и излучения, т. е. образование уплотнений и разрежений без изменения отношения числа разных частиц n_i и фотонов n_γ. От масштабного фактора (радиуса кривизны) концентрации этих величины зависят одинаково: $n_\gamma \propto 1/R^3$, $n_i \propto 1/R^3$, плотности же их — по-разному: $\rho_i \propto 1/R^3 \propto T^3$, $\rho_\gamma \propto 1/R^4 \propto T^4$. Поэтому для адиабатических возмущений плотности $\delta_{\rm T} = (1/3)\Delta\rho/\rho$.

3) Энтропийные возмущения ΔS, выражающиеся в изменении относительных концентраций частиц и фотонов. Такие возмущения могут рассасываться лишь за счет диффузии, которая является необратимым процессом. Так как энтропия излучения пропорциональна T^3, то $\delta_{\rm T} = (1/3)\Delta S/S$.

4) Относительные движения отдельных элементов вещества, создающие доплеровские смещения в спектре, различные в различных направлениях. Здесь $\delta_{\rm T} \sim v_{\rm r}/c$, где $v_{\rm r}$ — проекция скорости на луч зрения, т. е. радиальная скорость.

Возмущения плотности возникают, в частности, в виде звуковых волн, распространяющихся в веществе с различными частотами и амплитудами. Такие колебания были впервые введены в теорию А. Д. Сахаровым [12] и называются сахаровскими.

Эволюция возмущений и их отражение на РИ рассчитываются как в линейном, так и в нелинейном приближениях [43].

2. Анизотропия малых масштабов. Поскольку мы наблюдаем небо как поверхность сферы, анизотропию температуры РИ рассматривают как функцию направления.

Различают анизотропии различного масштаба: в углах от секунд до десятков градусов. При рассмотрении анизотропии в малых масштабах (углы меньшие $1'$) небесную сферу считают плоской и

раскладывают отклонения в интегралы Фурье по двум переменным.

Пусть телескоп наблюдает участок неба в некотором направлении и в телесном угле с малым углом раствора θ_0. Примем, что полярный угол θ отсчитывается от направления наблюдения, а "азимут" ϕ — от некоторого выделенного "меридиана". Другой способ задания точки в выбранном круге на небесной сфере — "декартовы" координаты вектора $\vec{\Theta} = (\theta_{\rm x}, \theta_{\rm y})$. Обычно предполагается, что относительная флуктуация не зависит от азимута ϕ, т. е. $\delta_{\rm T}(\vec{\Theta}) = \delta_{\rm T}(\theta)$.

Найдем при сделанном предположении двумерное преобразование Фурье в указанном круге:

$$\tilde{\delta}_{\rm T}(\vec{K}) = \frac{1}{\theta_0^2} \int\limits_{\sqrt{\theta_{\rm x}^2+\theta_{\rm y}^2}\le\theta_0} e^{i\vec{K}\vec{\Theta}} d^2\Theta \delta_{\rm T}(\theta) = \tilde{\delta}_{\rm T}(K) =$$

$$= \frac{1}{\theta_0^2} \int\limits_0^{2\pi} d\phi \int\limits_0^{\theta_0} \theta d\theta e^{i\theta K\cos\phi} \delta_{\rm T}(\theta) = \frac{2\pi}{\theta_0^2} \int\limits_0^{\theta_0} \theta d\theta \delta_{\rm T}(\theta) J_0(K\theta), \qquad (1)$$

где бесселева функция нулевого порядка $J_0(z)$ — первая из их семейства

$$J_\nu(z) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} e^{iz\cos\phi - i\nu\phi} d\phi. \qquad (2)$$

Таким образом, преобразование Фурье при не зависящей от азимута функции сводится к преобразованию Ганкеля нулевого порядка, которое также зависит только от модуля параметра преобразования K.

Обращение преобразования

$$\delta_{\rm T}(\vec{\Theta}) = \frac{\theta_0^2}{(2\pi)^2} \int e^{-i\vec{K}\vec{\Theta}} \tilde{\delta}_{\rm T}(K) d^2K = \delta(\theta) =$$

$$= \frac{\theta_0^2}{(2\pi)^2} \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\infty} e^{-iK\theta\cos\varphi} \tilde{\delta}_{\rm T}(K) K dK = \frac{\theta_0^2}{2\pi} \int\limits_0^{\infty} J_0(K\theta) \tilde{\delta}_{\rm T}(K) K dK. \qquad (3)$$

Здесь преобразование $\tilde{\delta}_{\rm T}(K)$ обладает таким свойством, что при $\theta > \theta_0$ автоматически получается нуль. Поэтому формально можно написать

$$\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}(K) = \frac{1}{\theta_0^2}\int e^{i\vec{K}\vec{\Theta}}\delta_{\mathrm{T}}(\theta)d^2\Theta, \tag{4}$$

где интеграл берется по всей плоскости $\vec{\Theta}$. Аналогично, и в интеграле (3) под $\vec{\Theta}$ можно подразумевать любую точку плоскости.

Приведем простой иллюстративный пример. Пусть в круге радиусом θ_0 анизотропия постоянна: $\delta_{\mathrm{T}} = 1$. Тогда (см. [1, 6.561.5.])

$$\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}(K) = \frac{2\pi}{\theta_0^2}\int\limits_0^{\theta_0} J_0(K\theta)\theta d\theta = \frac{2\pi}{K\theta_0}J_1(K\theta_0). \tag{5}$$

Обратное преобразование согласно формуле 6.512.3. из [1]

$$\delta_{\mathrm{T}}(\theta) = \frac{\theta_0^2}{2\pi}\frac{2\pi}{\theta_0}\int\limits_0^{\infty} J_0(K\theta)J_1(K\theta_0)dK = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad \theta < \theta_0, \\ \frac{1}{2} & \text{при} \quad \theta = \theta_0, \\ 0 & \text{при} \quad \theta > \theta_0, \end{cases} \tag{6}$$

т. е. сама функция (с половинным значением в точке разрыва).

Обычно вводят функцию

$$\mathcal{T}^2(K) = \frac{\theta_0^2}{2\pi}K^2\left|\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}(K)\right|^2, \tag{7}$$

представляющую собой так называемый спектр мощности.

В теории преобразований находят еще одну функцию, которая называется двухточечной корреляционной функцией и определяется равенствами

$$C(\theta) = \langle\delta_{\mathrm{T}}(\vec{\Psi})\delta_{\mathrm{T}}^*(\vec{\Theta}+\vec{\Psi})\rangle = \frac{1}{\theta_0^2}\int d^2\Psi\delta_{\mathrm{T}}(\vec{\Psi})\delta_{\mathrm{T}}^*(\vec{\Theta}+\vec{\Psi}). \tag{8}$$

Эта функция выражается через интеграл от спектра мощности. Действительно,

$$C(\theta) = \frac{1}{\theta_0^2}\frac{\theta_0^4}{(2\pi)^4}\int d^2\Psi\int e^{-i\vec{K}\vec{\Psi}}\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}(K)d^2K\int e^{i\vec{K}'(\vec{\Psi}+\vec{\Theta})}\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}^*(K')d^2K' =$$

$$= \frac{1}{\theta_0^2}\frac{\theta_0^4}{(2\pi)^4}\int\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}(K)d^2K\int e^{i\vec{K}'\vec{\Theta}}\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}^*(K')d^2K'(2\pi)^2\delta(\vec{K}-\vec{K}') =$$

$$= \frac{\theta_0^2}{(2\pi)^2}\int e^{i\vec{K}\vec{\Theta}}\left|\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}(K)\right|^2 d^2K = \frac{\theta_0^2}{(2\pi)^2}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^{\theta_0}e^{iK\theta\cos\varphi}\left|\tilde{\delta}_{\mathrm{T}}(K)\right|^2 KdK =$$

$$= \frac{\theta_0^2}{2\pi} \int\limits_0^{\theta_0} \left| \tilde{\delta}_{\mathrm{T}}(K) \right|^2 J_0(K\theta) K\, dK = \int\limits_0^{\theta_0} \mathcal{T}^2(K) J_0(K\theta) \frac{dK}{K}. \qquad (9)$$

3. Анизотропия больших масштабов. В теории анизотропии РИ в масштабах всего неба принято раскладывать отклонения антенной температуры по нормированным сферическим гармоникам:

$$\delta_{\mathrm{T}}(\vec{n}) = \sum_{l,\,m} a_{l\,m} Y_{l\,m}(\theta, \varphi), \qquad (10)$$

где θ и φ — зенитный угол и азимут единичного вектора направления $\vec{n}$ в некоторой системе отсчета. Корреляционная функция этих отклонений

$$C(\mu) = \langle \delta_{\mathrm{T}}(\vec{n}_1') \delta_{\mathrm{T}}(\vec{n}_2') \rangle =$$

$$= \frac{1}{(4\pi)^2} \int d^2 n_1' \int d^2 n_2' \delta_{\mathrm{T}}(\vec{n}_1') \delta_{\mathrm{T}}^*(\vec{n}_2') 2\delta(\vec{n}_1' \vec{n}_2' - \mu), \qquad (11)$$

где $\mu = \vec{n}_1 \vec{n}_2$, выражается через квадраты мультипольных моментов $a_{l\,m}$:

$$C(\mu) = \frac{1}{4\pi} \sum_l a_l^2 P_l(\mu), \quad a_l^2 = \sum_{m=-l}^{l} |a_{l\,m}|^2. \qquad (12)$$

Действительно, подставим в (11) разложение дельта-функции по многочленам Лежандра

$$\delta(\mu' - \mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{2} P_l(\mu) P_l(\mu') \qquad (13)$$

и разложения функции (10), причем слагаемые в разложении первого множителя для удобства возьмем комплексно сопряженными (что можно ввиду вещественности суммы). Получим

$$C(\mu) = \frac{1}{16\pi^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\mu) \int d^2 n_1' \int d^2 n_2' \sum_{l_1,\,m_1} a_{l_1\,m_1}^* Y_{l_1,\,m_1}^*(\theta_1, \varphi_1)$$

$$\sum_{l_2,\,m_2} a_{l_2\,m_2} Y_{l_2\,m_2}(\theta_2, \varphi_2) P_l(\cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)). \qquad (14)$$

Далее, подставим в полученную тройную сумму формулу сложения для многочленов Лежандра

$$P_l(\cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) =$$

$$= \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^{l} Y_{l\,m}(\theta_1, \varphi_1) Y_{l\,m}^*(\theta_2, \varphi_2). \qquad (15)$$

Вследствие ортогональности сферических функций оба интеграла по направлениям берутся, суммы по буквам с индексами вычисляются и равенство (14) сводится к (12).

Вообще говоря, причин возникновения анизотропии много. Поэтому надо еще усреднить, как говорят, по статистическому ансамблю реализаций возмущений РИ, т. е. найти

$$C_l = \langle |a_{l\,m}|^2 \rangle = \frac{1}{2l+1} \langle |a_l|^2 \rangle. \tag{16}$$

4. Основная характеристика анизотропии. Величины C_l могут служить характеристиками анизотропии РИ. Однако чаще используется другая величина, связанная с C_l, а именно спектр мощности

$$\mathcal{T}^2(l+1/2) = \frac{l(l+1)C_l}{2\pi}. \tag{17}$$

Произведение $l(l+1) = (l+1/2)^2 - 1/4$, но $1/4$ мала при больших l и ее опускают.

Покажем, что при больших l и малых углах θ функция (17) совпадает с определенной выше для малых углов (7). Для этого нам понадобятся некоторые дополнительные формулы.

Пусть $l \gg 1$, $\theta \ll 1$, а произведение $\left(l + \dfrac{1}{2}\right)\theta$ произвольно. В уравнении для многочленов Лежандра $w = P_l(\cos\theta)$

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{dw}{d\theta} + l(l+1)w = 0 \tag{18}$$

сделаем замену независимой переменной $y = (2l+1)\sin\dfrac{\theta}{2}$:

$$\left(1 - \frac{y^2}{(2l+1)^2}\right)\frac{d^2w}{dy^2} + \left(1 - 3\frac{y^2}{(2l+1)^2}\right)\frac{1}{y}\frac{dw}{dy} + \left(1 - \frac{1}{(2l+1)^2}\right)w = 0. \tag{19}$$

При больших l слагаемые в скобках можно откинуть, тогда уравнение перейдет в уравнение для бесселевых функций нулевого порядка. Так как при $\theta = 0$ значение многочлена Лежандра $P_l(1) = 1$, то надо принять $P_l(1 - \theta^2/2) = J_0((l+1/2)\theta)$. Тогда при $\theta \ll 1$ воспользуемся этим соотношением, перейдем от суммирования по

l к интегрированию и сделаем замену переменной интегрирования $K = l + 1/2$. В результате получим

$$C(\cos\theta) = C\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) = \frac{1}{4\pi}\sum_{l=0}^{\infty} a_l^2 P_l\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) \sim$$

$$\sim \frac{1}{4\pi}\int a_l^2 J_0((l+1/2)\theta)dl = \frac{1}{4\pi}\int (2l+1)C_l J_0((l+1/2)\theta)dl =$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{\mathcal{T}^2}{l(l+1)}(2l+1)J_0((l+1/2)\theta)dl = \int \mathcal{T}^2(K)J_0(K\theta)\frac{dK}{K}, \quad (20)$$

что совпадает с формулой (9) для малых углов. Заметим, что исходя из уравнения (19) использованное асимптотическое соотношение между многочленами Лежандра и функцией Бесселя можно уточнить, если представить $P_l(1-\theta^2/2)$ в виде разложения по степеням $1/(l+1/2)^2$.

Посмотрим, что получится, если принять, что величина (17) не зависит от l. Тогда

$$C_l = \frac{2\pi}{l(l+1)}\mathcal{T}^2 = \frac{6}{l(l+1)}C_2. \quad (21)$$

Таким коэффициентам соответствует корреляционная функция

$$C(\mu) = \frac{3C_2}{2\pi}\sum_{l=1}^{\infty}\frac{2l+1}{l(l+1)}P_l(\mu) = \frac{3C_2}{2\pi}\left[\sum_{l=1}^{\infty}\frac{1}{l}P_l(\mu) + \sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{l+1}P_l(\mu)\right]. \quad (22)$$

Здесь суммы распространены на все несингулярные положительные значения номера l. Эти суммы можно найти, если воспользоваться формулами 8.926.1. и 8.926.2. из [1]. Тогда получается функция, монотонно возрастающая от нуля при $\mu = -1$ до ∞ при $\mu = 1$:

$$C(\mu) = \frac{3}{2\pi}C_2 \ln\frac{2}{1-\mu}. \quad (23)$$

На практике $\mathcal{T}$ совсем не постоянная. Эта функция имеет несколько максимумов и минимумов. Максимумы произведения $l(l+1)C_l$ приходятся на гармоники с номерами порядка 200–300, что как раз и отражает мелкий масштаб анизотропии. Именно это произведение рассчитывают теоретики и получают из наблюдений радиоастрономы.

5. Трудности измерения анизотропии РИ. Основная трудность — очень малая величина этой анизотропии. Эта трудность постепенно преодолевается повышением точности наблюдений.

Ясно, что наблюдаемая анизотропия является кумулятивной величиной, т. е. $\delta T(\vec{n})$ получается в результате интегрирования вдоль луча зрения зависящего от пространственных координат отклонения температуры $\Delta T(\vec{r})$, которой в радиоастромии характеризуют интенсивность излучения. При этом необходимо учесть поглощение излучения, т. е.

$$\Delta T(\vec{n}) = \int \Delta T(\vec{r}) e^{-\tau} d\tau. \tag{24}$$

Для вычисления интеграла необходимо найти связь между геометрическим r и оптическим τ расстояниями от данного места до места наблюдения, которую в дифференциальной форме можно представить так:

$$e^{-\tau} d\tau = W(r) dr. \tag{25}$$

Тогда интеграл (24) перепишется в виде

$$\Delta T(\vec{n}) = \int_0^\infty \Delta T(\vec{r}) W(r) dr. \tag{26}$$

В областях радиационно доминированной плазмы все вещество ионизовано и поэтому прозрачно для излучения. При красных смещениях $z < 10 \div 25$ межгалактический водород также ионизован в результате вторичной ионизации высокочастотным излучением образующихся звезд, галактик и квазаров. Существенно непрозрачно вещество на расстояниях, где водород в основном нейтрален. Это область тех красных смещений, которые соответствуют эпохе рекомбинации. Обозначим через $r_{\rm rec}$ расстояние, на котором ионизация водорода наименьшая.

Обычно предполагается, что эта область либо бесконечно тонкая и $W(r) = \delta((r - r_{\rm rec})/\sigma_{\rm r})$, либо имеет гауссову структуру, т. е.

$$W(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\rm r}} e^{-(r-r_{\rm rec})^2/(2\sigma_{\rm r}^2)}. \tag{27}$$

Согласно моделям рекомбинации (см., например, [56]) следует принять $\sigma_{\rm r} = 10$ *Мпк*, а $r_{\rm rec} = r(z_{\rm rec})$, где

$$r(z) = 2\frac{c}{H_0}\frac{z}{\sqrt{1+z}(\sqrt{1+z}+1)}. \qquad (28)$$

Ввиду большого красного смещения эпохи рекомбинации это расстояние мало отличается от расстояния до горизонта, отвечающего значению $z = \infty$, т. е. $\approx 3 \cdot 10^{28}$ *см* $= 10^4$ *Мпк*.

Интересно найти зависимость τ от r. Интегрируя соотношение (25) при условии, что при $r = 0$ и оптическое расстояние $\tau = 0$, получаем искомую связь :

$$1 - e^{-\tau} = \int_0^r W(r')dr'. \qquad (29)$$

В случае бесконечно тонкого слоя поглощения оптическая толщина меняется скачком, а в случае гауссова распределения

$$1-e^{-\tau} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\rm r}}\int_0^r e^{-(r-r_{\rm rec})^2/(2\sigma_{\rm r}^2)}dr = \Phi\left(\frac{r-r_{\rm rec}}{\sigma_{\rm r}}\right) + \Phi\left(\frac{r_{\rm rec}}{\sigma_{\rm r}}\right), \quad (30)$$

где $\Phi(x)$ — функция ошибок. Отсюда находим для этого случая явную зависимость оптического расстояния от геометрического

$$\tau = \ln\frac{1}{1 - \Phi((r-r_{\rm rec})/\sigma_{\rm r}) - \Phi(r_{\rm rec}/\sigma_{\rm r})}. \qquad (31)$$

На пути от эпохи рекомбинации до современного наблюдателя РИ может искажаться еще рядом факторов.

Искажение может произойти, если на пути излучения из определенного направления оно встретит богатое скопление галактик. Тогда РИ рассеивается на горячем газе, находящемся в скоплении (эффект Зельдовича—Сюняева), о чем подробно говорится в § 4, а также искажается за счет изменившегося со временем локального гравитационного потенциала в том же скоплении вследствие скучивания галактик (эффект Риса—Шамы) [23]. Эти эффекты учитываются и вносятся поправки.

Дополнительная энергия выделяется при образовании более мелких, внутригалактических структур, в частности в линиях водорода [2], а также при ассоциации атомов в молекулы [30, 20], самая

распространенная из которых LiH. Эти возмущения еще меньше, они имеют порядок $\sim 10^{-8} \div 10^{-6}$, но возникли они при меньших красных смещениях.

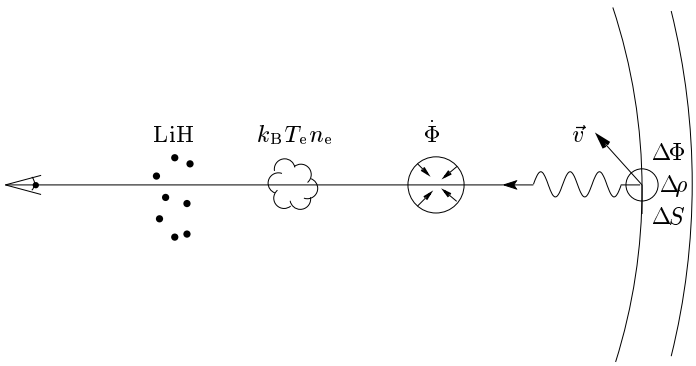


Рис 1. Схема распространения РИ от зоны последнего рассеяния к наблюдателю.

На рис. 1 схематично изображено, как перечисленные выше флуктуации переносятся РИ от эпохи рекомбинации до современности, и указаны помехи, которые дополнительно искажают реликтовый фон на этом пути (схема заимствована из книги [56]).

Оказывает влияние на РИ и современное вещество, находящееся в нашей Галактике и других галактиках, например, межзвездная пыль. Наконец, наблюдения должны освобождаться от искажений диаграммой направленности телескопа.

6. Наблюдения. Зарегистрировать анизотропию РИ долго не удавалось. Ставились лишь верхние пределы ее.

Открыватели РИ оценили $\delta_{\mathrm{T}} < 10$ %. Первые теоретические оценки оказались сильно завышенными: 10^{-2} [69] и 10^{-3} [75]. Наблюдатели давали только верхние оценки [10]. После повышения чувствительности приемников теоретики сделали более аккуратные расчеты и оценили $\delta_{\mathrm{T}} \sim 2 \cdot 10^{-5} \div 10^{-4}$ [58, 3 и др].

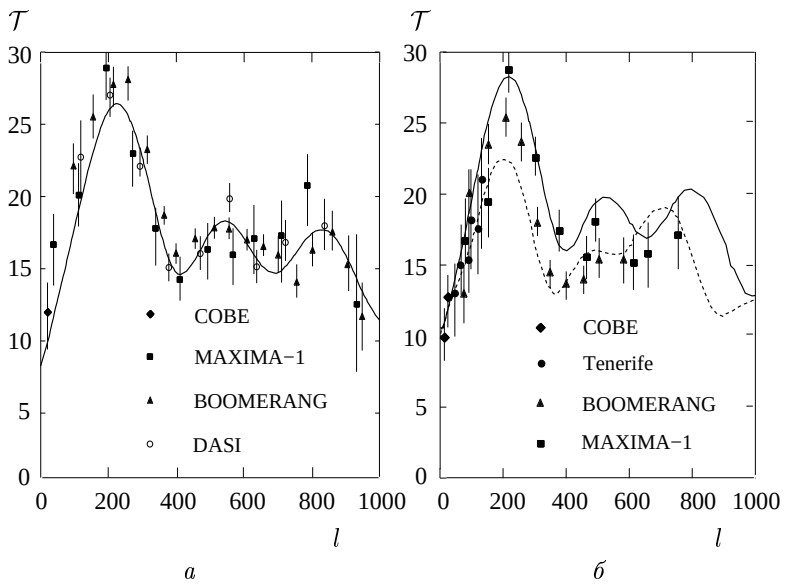
Первая регистрация анизотропии произошла в 1992 году прибором DMR (Differential Microwave Radiometer), установленным на спутнике COBE. Оказалось, что $\delta_{\mathrm{T}} \sim 30$ *мкК* на углах $> 7^{\circ}$. Такие флуктуации, как считается, остались как реликты начальных условий Большого Взрыва. В обзоре 1994 года [81] говорилось, что мы находимся на грани квантового скачка к выяснению анизотро-

пии РИ и выбору космологической модели. На среднем масштабе 1° было получено $\delta_T \sim 10^{-5}$. Эти флуктуации приписываются остаткам неоднородностей, приведших к образованию самых больших структур современности размерами порядка ≤ 50 *Мпк*.

В настоящее время предпринята мощная атака по наблюдениям анизотропии. Ее измеряют на наземных радиотелескопах в миллиметровом диапазоне (проекты SP, Python, White Dish, Tenerife и др., см. например, [68]) и методом интерферометрии с базами порядка размеров Земли (проекты DASI, CAT, VSA, Jodrel Bank). Еще один метод — запуск долгоживущих баллонов (проекты MAXIMA-1, TopHat и др.) Баллон проекта BOOMERANG летал 10 дней над Южным полюсом. И, конечно, наблюдения анизотропии РИ ведутся со специально запускаемых для этого спутников. Последним вышедшим на орбиту около точки Лагранжа L_2 между Землей и Солнцем таким спутником оказался MAP (Microwave Anisotropy Probe), который ведет измерения в 5 частотах от 22 до 90 *ГГц*. Готовится к запуску в 2007 году спутник Planck. Он будет производить измерения в 9 частотах от 20 до 800 *ГГц*, причем чувствительность его аппаратуры будет в 1000 раз выше, чем у COBE, а угловое разрешение достигнет ≈ 4 угловых минут. Подробнее об этих экспериментах можно прочитать в обзоре [33].

На рис. 2 приведены теоретические кривые и данные наблюдений различными приборами величины $\mathcal{T}$ (формула (17)) как функции l. На рис. 2,а представлена теоретическая кривая, рассчитанная для плоской космологической модели со следующими долями от критической плотности: доля барионов $\Omega_b = 0.02$, темного вещества $\Omega_{CDM} = 0.28$ и космологического вакуума $\Omega_\Lambda = 0.7$. На рис. 2,*б* обе теоретические кривые соответствуют $\Omega_b = 0.05$ и плоской модели, но различным значениям других параметров. Пунктирная кривая построена для $\Omega_{CDM} = 0.95$ и $\Omega_\Lambda = 0$, в то время как сплошная — для $\Omega_{CDM} = 0.35$ и $\Omega_\Lambda = 0.60$. Наблюдаемые точки даются с так называемыми усами, указывающими ошибки наблюдений. Принадлежность точек определенным группам наблюдателей указана следующим образом: ромбики — COBE [19], квадратики — MAXIMA-1 [44], треугольники — BOOMERANG [52], окружности — DASI (Degree Angular Scale Interferometer) [37], кружки — Tenerife [68]. Ссылки на более ранние наблюдения можно найти в указанных работах.

Из рисунков видно, что наблюдения невозможно интерпретировать без учета космологической постоянной, влияние которой



а *б*

Рис. 2. Теоретические зависимости $\mathcal{T}$ от l и данные наблюдений 2000–2001 годов согласно [33] (*а*) и [68] (*б*).

приписывается космологическому вакууму, хотя точно определить параметры пока еще не удается из-за значительных погрешностей наблюдательных данных. Поэтому по наблюдениям анизотропии РИ определяются области допустимых значений космологических параметров [29, 42, 49]. Объединение данных об изотропии РИ, плотности числа скоплений галактик в зависимости от красного смещения и ИК потоков от них позволяет уточнить границы этих областей.

Более подробно о расчетах и наблюдениях анизотропии РИ можно прочитать в обзорах [81, 62]. В работах R. Durrer [31–33] дана теория анизотропии РИ, описаны физика возникновения ее из возмущений первичного вещества и его эволюции. В [74] разработана и написана программа расчета анизотропии РИ с учетом многих факторов, влияющих на нее. Последние данные наблюдений описаны в обзоре [49].

Наряду с разложениями по сферическим гармоникам для исследования анизотропии РИ применяется и вейвлет-анализ [70, 71].

§ 3. Поляризация реликтового излучения

1. Поле поляризации РИ. В последнее время ставится вопрос о наблюдении линейной поляризации РИ. Показано, что положение плоскостей поляризации отражает движение масс в эпоху формирования крупномасштабных структур Вселенной, т. е. галактик и их скоплений. Измерение поляризации РИ позволит уточнить космологические параметры [60].

Ожидаемый порядок степени поляризации флуктуаций РИ довольно высок — 10%, но это составляет всего 10^{-4} % от самого РИ, что пока еще недоступно наблюдениям.

Известно, что поле направлений линейной (плоской) поляризации может быть весьма сложным. В связи с этим интересно проследить, какие особенности могут существовать в этом поле.

Линейная поляризация в некоторой системе координат x и y описывается параметрами Стокса I, Q и U. Степень линейной поляризации и позиционный угол по отношению к оси x определяются формулами

$$p = \frac{r}{I}, \quad r = \sqrt{Q^2 + U^2}, \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{U}{Q}. \tag{32}$$

Поле направлений задается уравнением, разрешенным относительно производной:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha. \tag{33}$$

Воспользовавшись тригонометрическим тождеством

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha} - 1}{\operatorname{tg} 2\alpha}, \tag{34}$$

получаем уравнение

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2} - Q}{U}. \tag{35}$$

2. Особенности поля поляризации. Особыми точками уравнения (35) являются такие точки, в которых числитель и знаменатель обращаются в нуль. Предположим, что такая точка лежит в начале координат, причем в ней функции Q и U регулярны и не все их частные производные первого порядка равны нулю. Это предположение равносильно выполнению равенств (точнее эквивалентностей)

$$Q = q_{\mathrm{x}} x + q_{\mathrm{y}} y, \quad U = u_{\mathrm{x}} x + u_{\mathrm{y}} y. \tag{36}$$

Обратные формулы

$$x = \frac{u_y Q - q_y U}{d}, \;\; y = -\frac{u_x Q - q_x U}{d}, \;\; d = q_x u_y - q_y u_x. \tag{37}$$

Так как не все коэффициенты u и q равны нулю, без ограничения общности можно принять для определенности, что $u_y \neq 0$. Если все же $u_y = 0$, то $u_x \neq 0$ и оси x и y можно просто поменять местами. Определитель $d \neq 0$ тоже, так как в противном случае рассматриваемая точка не является особой.

Степень поляризации p, умноженная на интенсивность I, т. е. величина r, и позиционный угол играют роль полярных координат:

$$Q = r\cos 2\alpha, \;\; U = r\sin 2\alpha. \tag{38}$$

Дифференциалы связаны соотношениями

$$dQ = dr\cos 2\alpha - 2r\sin 2\alpha d\alpha, \; dU = dr\sin 2\alpha + 2r\cos 2\alpha d\alpha. \tag{39}$$

Уравнение (33) в полярных координатах запишется в следующем виде

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{u_x dQ - q_x dU}{u_y dQ - q_y dU} = \operatorname{tg}\alpha =$$
$$= -\frac{u_x(dr\cos 2\alpha - 2r\sin 2\alpha d\alpha) - q_x(dr\sin 2\alpha + 2r\cos 2\alpha d\alpha)}{u_y(dr\cos 2\alpha - 2r\sin 2\alpha d\alpha) - q_y(dr\sin 2\alpha + 2r\cos 2\alpha d\alpha)}. \tag{40}$$

Сделав еще одну замену переменной $\operatorname{tg}\alpha = t$ и разрешив (40) относительно производной, получим

$$\frac{d\ln r}{dt} = \frac{2}{1+t^2}\,\frac{q_y t^3 + (q_x - 2u_y)t^2 - (q_y + 2u_x)t - q_x}{u_y t^3 + (u_x + 2q_y)t^2 - (u_y - 2q_x)t - u_x} = \frac{N(t)}{D(t)}. \tag{41}$$

Здесь обозначено

$$N(t) = \frac{2}{u_y}[q_y t^3 + (q_x - 2u_y)t^2 - (q_y + 2u_x)t - q_x], \tag{42}$$

$$D(t) = (1+t^2)\left(t^3 + \frac{u_x + 2q_y}{u_y}t^2 - \frac{u_y - 2q_x}{u_y}t - \frac{u_x}{u_y}\right). \tag{43}$$

В общем случае знаменатель дроби в правой части уравнения (41), кроме очевидных корней $\pm i$, имеет еще три корня. Обозначим их t_1, t_2, t_3. Тогда

$$D(t) = (1+t^2)(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3). \tag{44}$$

3. Характер поляризации вблизи особенности. Для решения уравнения (41) представим правую часть его в виде разложения на простейшие дроби, считая все корни различными:

$$\frac{N(t)}{D(t)} = \frac{2t}{1+t^2} + \frac{\nu_1}{t-t_1} + \frac{\nu_2}{t-t_2} + \frac{\nu_3}{t-t_3}. \tag{45}$$

Коэффициенты ν , входящие в эту формулу, определяются выражениями

$$\nu_1 = -\frac{(1+t_1^2)}{(t_1-t_2)(t_1-t_3)}(1+t_2t_3),\ \nu_2 = -\frac{(1+t_2^2)}{(t_2-t_1)(t_2-t_3)}(1+t_1t_3),$$
$$\nu_3 = -\frac{(1+t_3^2)}{(t_3-t_1)(t_3-t_2)}(1+t_1t_2). \tag{46}$$

Выразим все другие величины через значения корней знаменателя: коэффициенты знаменателя в (41) $u_{\rm x} = u_{\rm y}t_1t_2t_3$,

$$q_{\rm x} = \frac{u_{\rm y}}{2}(1+t_1t_2+t_2t_3+t_3t_1),\ q_{\rm y} = -\frac{u_{\rm y}}{2}(t_1+t_2+t_3+t_1t_2t_3); \tag{47}$$

числитель

$$N(t) = -(t_1+t_2+t_3+t_1t_2t_3)t^3 + (t_1t_2+t_2t_3+t_3t_1-3)t^2 +$$
$$+ (t_1+t_2+t_3-3t_1t_2t_3)t - (t_1t_2+t_2t_3+t_3t_1+1); \tag{48}$$

знаменатель в формулах (37)

$$d = q_{\rm x}u_{\rm y} - q_{\rm y}u_{\rm x} = \frac{u_{\rm y}^2}{2}(1+t_1t_2)(1+t_2t_3)(1+t_3t_1). \tag{49}$$

Нетрудно проверить, что выполняются соотношения

$$\nu_1+\nu_2+\nu_3 = -2,\ t_1\nu_1+t_2\nu_2+t_3\nu_3 = -(t_1+t_2+t_3) - t_1t_2t_3 = 2\frac{q_{\rm y}}{u_{\rm y}}. \tag{50}$$

В дальнейшем нам понадобится также соотношение

$$\nu_1\nu_2\nu_3 = \frac{(1+t_1^2)(1+t_2^2)(1+t_3^2)}{(t_1-t_2)^2(t_2-t_3)^2(t_3-t_1)^2}(1+t_1t_2)(1+t_2t_3)(1+t_3t_1). \tag{51}$$

С использованием разложения (45) уравнение (41) легко интегрируется:

$$r = r_0(1+t^2)\prod_{j=1}^{3}|t-t_j|^{\nu_j}. \tag{52}$$

Перепишем решение в угловой переменной:

$$r = \frac{r_0}{\cos^2\alpha}\prod_{j=1}^{3}|\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_j|^{\nu_j}. \tag{53}$$

Заметим, что обращение множителя, стоящего перед знаком произведения, в бесконечность в точках $\alpha = \pm\pi/2$, компенсируется обращением в этих точках в нуль самого этого произведения, что является следствием первого соотношения (50).

4. Особенности в различных системах координат. Формула (53) характеризует поведение поляризационных кривых вблизи особой точки через зависимость параметров Стокса Q и U от угла α. Однако при изменении α от 0 до 2π эти параметры пробегают свои значения по два раза. Поэтому фактически кривые следует описывать функциями от угла $\phi = \dfrac{\alpha}{2}$.

На самом деле наглядное представление о поведении поляризационных кривых надо демонстрировать не на плоскости параметров Стокса, а в картинной плоскости xy. Для этого определим полярные координаты на этой плоскости

$$x = \rho\cos\varphi, \quad y = \rho\sin\varphi \tag{54}$$

и свяжем их с координатами r и ϕ, записав соотношения (36) в обеих системах координат:

$$r\cos\phi = q_{\mathrm{x}}\rho\cos\varphi + q_{\mathrm{y}}\rho\sin\varphi,\ r\sin\phi = u_{\mathrm{x}}\rho\cos\varphi + u_{\mathrm{y}}\rho\sin\varphi. \tag{55}$$

Отсюда найдем связь полярных расстояний

$$\rho = \frac{r}{|d|}\sqrt{((u_{\mathrm{x}}^2+u_{\mathrm{y}}^2)\cos^2\phi + (q_{\mathrm{x}}^2+q_{\mathrm{y}}^2)\sin^2\phi - 2(u_{\mathrm{x}}q_{\mathrm{x}}+u_{\mathrm{y}}q_{\mathrm{y}})\cos\phi\sin\phi} = \\ = \frac{r}{\sqrt{(q_{\mathrm{x}}^2+u_{\mathrm{x}}^2)\cos^2\varphi + (q_{\mathrm{y}}^2+u_{\mathrm{y}}^2)\sin^2\varphi + 2(q_{\mathrm{x}}q_{\mathrm{y}}+u_{\mathrm{x}}u_{\mathrm{y}})\cos\varphi\sin\varphi}} \tag{56}$$

и полярных углов

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{q_{\mathrm{x}}\operatorname{tg}\phi - u_{\mathrm{x}}}{u_{\mathrm{y}} - q_{\mathrm{y}}\operatorname{tg}\phi}, \quad \operatorname{tg}\phi = \frac{u_{\mathrm{x}} + u_{\mathrm{y}}\operatorname{tg}\varphi}{q_{\mathrm{x}}\operatorname{tg}\varphi + q_{\mathrm{y}}}. \tag{57}$$

Из полученных формул следует, что тангенсы полярных углов в двух системах связаны неособенным дробно-рациональным преобразованием, а полярные расстояния различаются на множители,

не обращающиеся в нуль или бесконечность. Поэтому характер поведения поляризационных кривых в обеих системах полярных координат получится одним и тем же, хотя количественные различия возможны.

5. Классификация особенностей. Теперь можно раскласифицировать особые точки.

Будем считать сначала, что все три корня t_j вещественны и различны. Пронумеруем их в порядке убывания: $t_1 > t_2 > t_3$. Тогда

$$\frac{\nu_1}{1+t_2t_3} < 0,\ \frac{\nu_2}{1+t_3t_1} > 0,\ \frac{\nu_3}{1+t_1t_2} < 0, \tag{58}$$

т. е. знак ν_2 совпадает со знаком суммы $1 + t_3t_1$, а знаки ν_1 и ν_3 противоположны знакам соответствующих сумм $1 + t_2t_3$ и $1 + t_1t_2$. Возможны следующие случаи.

1) $0 < t_3 < t_2 < t_1$. Тогда все суммы в скобках в (51) положительны и произведение показателей ν_j положительно, $d > 0$. Порядок следования знаков показателей $(\nu_1\,\nu_2\,\nu_3)$ в этом случае $(-\,+\,-)$.

2) $t_3 < 0 < t_2 < t_1$. Тогда $1 + t_1t_2 > 0$ и $\nu_3 > 0$. Знаки двух первых показателей могут различаться в зависимости от величин корней:

а) если $1 + t_3t_1 > 0$, то и $1 + t_3t_2 > 0$, $d > 0$ и следование знаков $(-\,+\,-)$;

б) если $1 + t_3t_1 < 0$, но $1 + t_3t_2 > 0$, то $d < 0$ и знаки $(-\,-\,-)$;

в) если и $1 + t_3t_1 < 0$, и $1 + t_3t_2 < 0$, то $d > 0$ и знаки $(+\,-\,-)$.

3) $t_3 < t_2 < 0 < t_1$. Тогда $1 + t_2t_3 > 0$ и $\nu_1 < 0$. Остальные показатели могут иметь любые знаки:

а) если $1 + t_1t_3 > 0$ и $1 + t_1t_2 > 0$, то $d > 0$ и знаки $(-\,+\,-)$;

б) если $1 + t_1t_3 < 0$, но $1 + t_1t_2 > 0$, то $d < 0$, знаки $(-\,-\,-)$;

в) если и $1 + t_1t_3 < 0$, и $1 + t_1t_2 < 0$, то $d > 0$ и знаки $(-\,-\,+)$.

4) $t_3 < t_2 < t_1 < 0$. Здесь опять все суммы в скобках положительны, $d > 0$ и знаки $(-\,+\,-)$.

Таким образом, при отрицательном d все показатели отрицательны, а при положительном — один положителен, а два других

отрицательны. В первом случае все решения не проходят через особую точку, из которой исходят три асимптоты-сепаратрисы. Во втором случае вдоль одного из трех направлений решения входят в особую точку, а два других направления избегают, т. е. асимптоты только две.

В случае, когда имеется только один вещественный корень $t_1 = c$, а два других комплексно сопряжены $t_2 = a + bi$, $t_3 = a - bi$, такими же будут в общем случае и показатели ν: первый из них вещественный и отрицательный :

$$\nu_1 = -(1 + c^2)\frac{1 + a^2 + b^2}{(a - c)^2 + b^2} < 0, \tag{59}$$

а два остальных — комплексно-сопряженные числа, так что

$$R = \frac{\nu_2 + \nu_3}{2} = \frac{1}{2}\frac{(a^2 + b^2 - 1)(c^2 - 1) + 4ac}{(a - c)^2 + b^2}, \tag{60}$$

$$M = -b\frac{\nu_2 - \nu_3}{i} = \frac{c[(a^2+b^2)^2-1] - a(c^2-1)(a^2+b^2+1)}{(a - c)^2 + b^2}. \tag{61}$$

Решение уравнения (41) можно записать в виде

$$r = r_0(t - t_1)^{\nu_1}(1 + t^2)[(t - a)^2 + b^2]^R e^{-M\phi_*(t)}, \tag{62}$$

где

$$\phi_*(t) = \frac{1}{b}\operatorname{arctg}\frac{b}{t - a}. \tag{63}$$

Так как произведение трех последних множителей в (62) не имеет особенностей, то это решение имеет только одну асимптоту. В частных случаях может оказаться, что величина M равна нулю, т. е. все показатели вещественны.

Авторы статьи [28] дали следующие названия особым точкам, возникающим в случае поля направлений поляризации. При вещественных корнях и $d < 0$ точка — "седло" (saddle), но не с четырьмя, а с тремя асимптотами-сепаратрисами. При вещественных корнях и $d > 0$ — "клюв" (beak). Наконец, при одном вещественном корне — "комета" (cometa).

Отметим, что дифференциальные уравнения первого порядка, у которых обращаются в нуль регулярные числитель и знаменатель дроби в правой части, имеют особые точки, характеризующиеся их названиями. Напомним их.

1) "Узел" одного из трех видов: а) $y = y_0x^2$, б) $y = (y_0 + \ln|x|)x$, в) $y = y_0x$. 2) "Седло" с четырьмя асимптотами: $y = y_0/x$. 3) "Фокус": $r = r_0e^{\phi}$. 4) "Центр": $r = r_0$. Рис. 3 отображает поведение интегральных кривых вблизи этих особых точек.

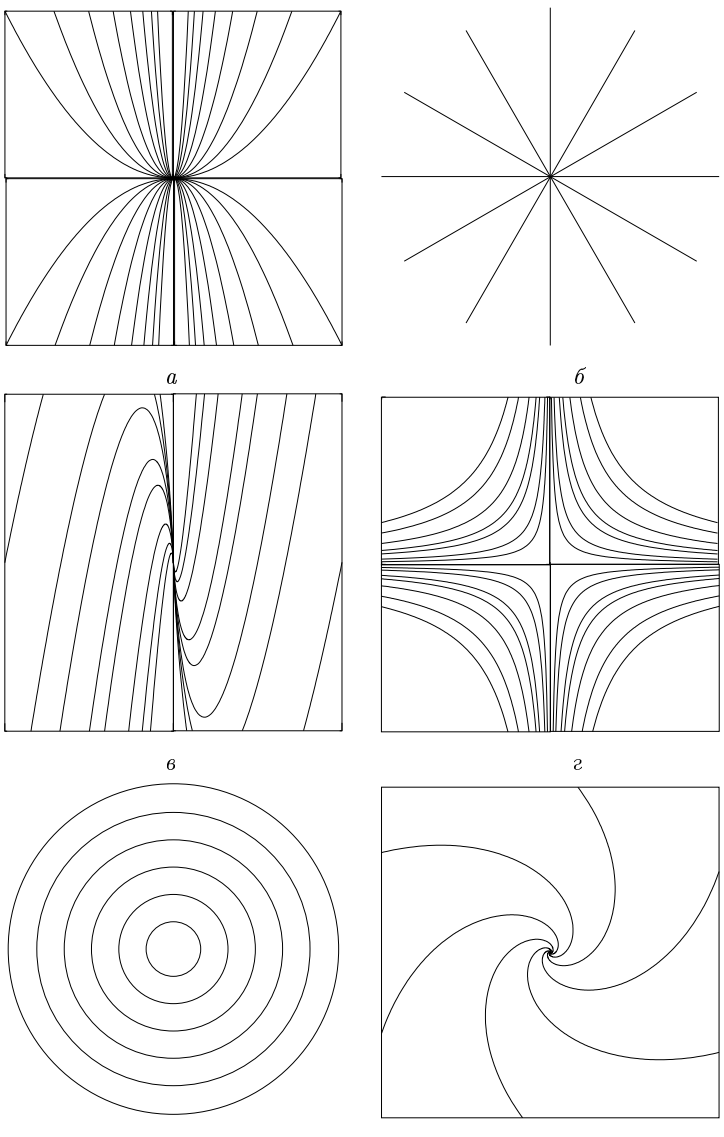
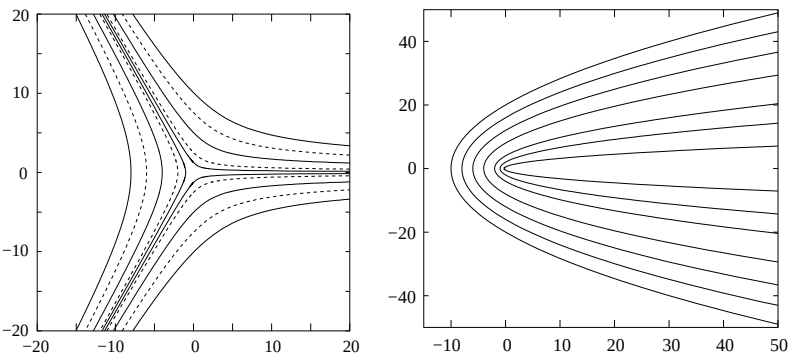


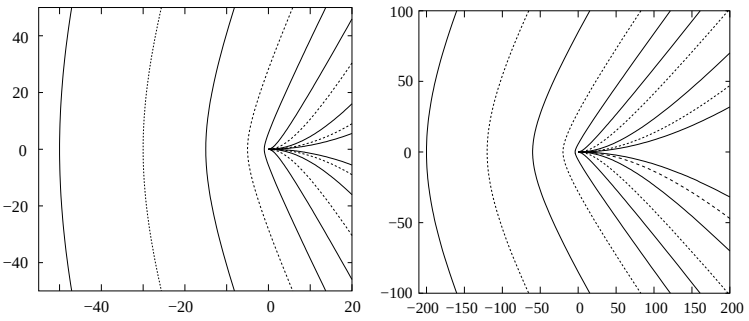
Рис. 3. Особые точки дифференциального уравнения и поведение интегральных кривых вблизи них: *а*, *б* и *в* — три типа “узлов”, *г* — “седло”, *д* — “центр”, *е* — “фокус”.

6. Примеры. В качестве примеров рассмотрим случаи диагональной зависимости в (36), а именно $Q = qx, U = y, q \neq 0$. Тогда $D(t) = (1 + t^2)\,t(t^2 + 2q - 1)$, $t_1 = 0$, а показатели $\nu_1 = \dfrac{2q}{1-2q}$, $\nu_2 = \nu_3 = -\dfrac{1-q}{1-2q}$. Легко убедиться, что при $q < 0$ особая точка — "седло", при $0 < q < 1/2$ — "клюв", а при $q > 1/2$ — "комета".



а *б*

Рис. 4. Поляризационные кривые около особых точек "седло" (*а*) и "комета" (*б*).



а *б*

Рис. 5. Поляризационные кривые около особой точки "клюв" в переменных ϕ, r (*а*) и φ, ρ (*б*).

На рисунках воспроизводятся характерные черты указанных особых точек. Кривые рассчитаны для следующих значений параметра q.

1) Для "седла" $q=-1,\ t_2=\sqrt{3},\ t_3=-\sqrt{3},\ \nu_1=\nu_2=\nu_3=-\dfrac{2}{3}$, так что $r=\dfrac{r_0}{|\sin\phi/2(\sin^2\phi/2-3\cos^2\phi/2)|^{2/3}}$.

2) Для "кометы" $q=1,\ t_2=i,\ t_3=-i$. Здесь числа $\nu_1=-2$, $\nu_2=\nu_3=0$ и $r=\dfrac{r_0}{\sin^2\phi/2}$.

3) Для "клюва" $q=1/4$, $t_2=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $t_3=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $\nu_1=1$, $\nu_2=\nu_3=-\dfrac{3}{2}$ и $r=r_0\dfrac{|\sin\phi/2|}{|\sin^2\phi/2-\frac{1}{2}\cos^2\phi/2|^{3/2}}$.

На рис. 4 и рис. 5,*а* кривые представлены в переменных ϕ, r. Впрочем, при выбранных здесь параметрах кривые рис. 4 в переменных ϕ, r и φ, ρ полностью совпадают. Это не так в случае точки "клюв". Поэтому на рис. 5,*б* даны кривые в переменных φ, ρ точно для тех же параметров, что и на рис. 5,*а*. Качественно кривые идут одинаково, однако количественное различие имеется.

В то время как кривые около особой точки "комета" имеют только одну общую асимптоту, так что каждая из них, соответствующая определенному значению r_0, непрерывно приходит из бесконечно удаленной точки и, описав дугу, возвращается обратно, кривые около других точек состоят из нескольких ветвей. Поэтому мы ветви этих кривых изобразили по очереди непрерывными и пунктирными линиями. Установить соответствие ветвей друг другу нетрудно.

7. Особые случаи. Общим рассмотрением не охвачены случаи, когда у многочлена (43) кратные корни или когда одна из величин Q и U в окрестности особой точки имеет порядок малости выше линейного. Этот последний случай реализуется в условиях предыдущего пункта при $q=0$. Тогда $r=r_0/|\cos(\phi/2)|$, что изображается прямыми, параллельными оси y.

При $q=1/2$ получается трехкратный корень. Тогда $D(t)=(1+t^2)t^3,\ N(t)=-3t^2-1$ и

$$r=\frac{r_0}{\sin^2\frac{\phi}{2}}e^{\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{\phi}{2}}. \tag{64}$$

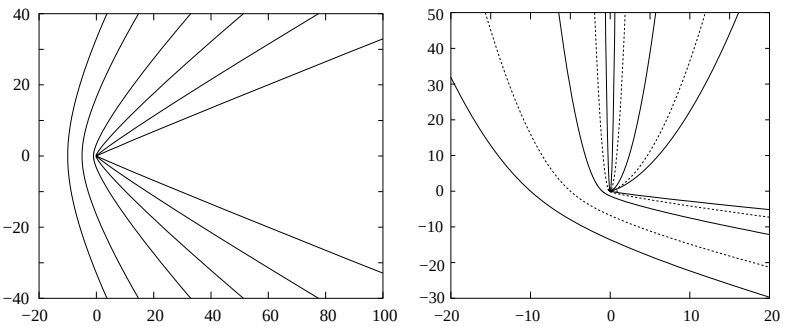
Кривые около особой точки идут качественно так же, как в случае кометы, но из-за дополнительного экспоненциального множителя

скорость роста полярного расстояния при приближении к особому направлению (углу) существенно выше. Этот тип особой точки можно назвать “метеором” (meteor).

Двукратный корень возникает при $Q = (x-y)/2,\ U = y$. При таких коэффициентах $D(t) = (1+t^2)t^2(t-1),\ N(t) = -(t^3+3t^2-t+1)$,

$$r = \frac{r_0}{(\cos\frac{\phi}{2} - \sin\frac{\phi}{2})^2} e^{-\operatorname{ctg}(\phi/2)}. \tag{65}$$

Этот вариант особой точки имеет сложную структуру: кривые при углах, близких к нулю, выходят из начала координат, уходят на бесконечность вдоль некоторой прямой, возвращаются и снова уходят на бесконечность при приближении угла к значению 2π. Назовем такую точку “сохой” (plough).



а *б*

Рис. 6. Поляризационные кривые около особых точек “метеор” (*а*) и “соха” (*б*).

Поведение поляризационных кривых вблизи особых точек последних двух типов отражено на рис. 6. Здесь опять кривые около точки “метеор” связны, а в случае “сохи” состоят из двух ветвей.

§ 4. Эффект Сюняева—Зельдовича

1. Природа эффекта. Эффекту Сюняева—Зельдовича, предсказанному Р. А. Сюняевым и Я. Б. Зельдовичем в 1969 году [84], посвящены сотни работ теоретиков и наблюдателей, и их поток возрастает. Имеются подробные обзоры, например, [78, 7, 21, 64].

Здесь дается краткое введение в проблематику, связанную с эффектом. Изложение основано на упомянутых обзорах и некоторых более поздних работах.

Природа эффекта очень проста: рассеяние фотонов космического микроволнового фонового — реликтового — излучения горячим электронным газом, находящимся в богатых скоплениях галактик, искажает чисто чернотельный спектр этого излучения.

Богатые скопления содержат сотни и тысячи галактик, их массы превышают $3 \cdot 10^{14}$ и доходят до $10^{15}\ M_\odot$. Размеры скоплений — несколько мегапарсек ($1\ Мпк = 3.086 \cdot 10^{24}\ см$) в поперечнике.

Богатые скопления наблюдались уже первыми рентгеновскими спутниками как источники рентгеновского излучения. Это излучение интерпретируется как тормозное излучение межгалактического газа с температурой T_e порядка $10^8\ K$. Вообще говоря, многие рентгеновские источники рассматриваются как тепловые с малой оптической толщиной, а формирование их спектров приписывается тормозному механизму, т. е. их излучательная способность представляется формулой

$$\epsilon_{\mathrm{cc}}(\nu) = n_\mathrm{e}^2 \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{Z^2 e^6}{c^3} \frac{k_\mathrm{B} T_\mathrm{e}}{(2\pi m k_\mathrm{B} T_\mathrm{e})^{3/2}} g_{\mathrm{cc}}(\nu) \exp(-x_\mathrm{e}), \qquad (66)$$

где

$$x_\mathrm{e} = h\,\nu / k_\mathrm{B}\,T_\mathrm{e}. \qquad (67)$$

Экспоненциальный множитель определяет характерный для тормозного излучения так называемый завал по частоте, по которому легко узнать действие тормозного механизма в объекте с таким наблюдаемым спектром и оценить температуру. Интегральная мощность излучения единицы объема

$$\epsilon_{\mathrm{cc}} = \int_0^\infty \epsilon_{\mathrm{cc}}(\nu) d\nu = n_\mathrm{e}^2 \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{Z^2\, e^6}{c^3} \frac{(k_\mathrm{B} T_\mathrm{e})^2}{h(2\pi m k_\mathrm{B} T_\mathrm{e})^{3/2}} g_{\mathrm{cc}}. \qquad (68)$$

Если подставить в (68) значения всех постоянных и считать множитель Гаунта g_{cc} равным единице, то получится

$$4\,\pi\,\epsilon_{\mathrm{cc}} = 1.42 \cdot 10^{-27}\, Z^2\, T^{1/2}\, n_\mathrm{e}^2\ \frac{эрг}{см^3\ \ с}. \qquad (69)$$

В случае газа в скоплениях такая интерпретация подтверждается тем, что одновременно наблюдаются эмиссионные линии водородо- и гелиеподобных атомов железа с энергиями около

7 *кэВ*, которые приписываются рекомбинационному механизму. Потенциал ионизации водородоподобного атома железа (заряд ядра $Z = 26$) равен $13.6Z^2 = 9.0$ *кэВ*, а линия L_α, возбуждаемая электронными ударами, имеет энергию $(3/4)9.0 = 6.8$ *кэВ*. Еще одно свидетельство заключается в том, что температура газа может быть оценена и по гравитационному потенциалу, с которым газ находится в гидростатическом равновесии, так что средняя кинетическая (тепловая) энергия частицы равна ее гравитационной энергии:

$$k_{\rm B}T_{\rm e} \approx \frac{GMm_{\rm p}}{2R_{\rm eff}} \approx 7\frac{M}{3\cdot 10^{14}M_\odot}\frac{Mn\kappa}{R_{\rm eff}}\ \kappa эВ. \qquad (70)$$

Напомним, что 1 *кэВ*$= 1.60207\cdot 10^{-9}$ *эрг* и соответствует $11.6\cdot 10^6$ *K* (7 *кэВ* $\approx 8\cdot 10^7$ *K*) или длине волны 12 $\mathring{A}$ (7 *кэВ* $\approx 1.8\,\mathring{A}$). Это рентгеновский диапазон.

Электронные концентрации газа $n_{\rm e}$, определяемые по мощности излучения, порядка $10^{-3} \div 10^{-2}$ $1/см^3$. Этому соответствуют массы газа $M_{\rm gas} = m_{\rm p}n_{\rm e}(4\pi/3)(3\cdot 10^{24})^3 = 10^{14} \div 10^{15}M_\odot$, так что масса газа составляет заметную часть $(1/3 \div 1/4)$ массы галактик в скоплении. В последнее время иногда считают, что масса газа в некоторых скоплениях даже превосходит массу галактик.

Можно показать, что время установления равновесного состояния такого газа существенно меньше космологического, так что функция распределения газа по импульсам — максвелловская, что оправдывает применение формул (66) и (68). Действительно, характерное время релаксации электронного газа при кулоновских взаимодействиях

$$t_{\rm Coul} = 6\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{n_{\rm e}c\sigma_{\rm T}}\frac{y_{\rm e}^{-3/2}}{\ln\Lambda} = \frac{9}{4\sqrt{2\pi}}\frac{r_{\rm e}}{c}\frac{y_{\rm e}^{-3/2}}{\ln\Lambda}\frac{1}{n_{\rm e}r_{\rm e}^3}, \qquad (71)$$

где $\Lambda = \dfrac{3}{4\sqrt{\pi}}\dfrac{y_{\rm e}^{-3/2}}{\sqrt{n_{\rm e}r_{\rm e}^3}}$. Величина $\sigma_{\rm T} = \dfrac{8\pi}{3}r_{\rm e}^2 = 6.65\cdot 10^{-25}см^2$ — томсоновское сечение, $r_{\rm e} = \dfrac{e^2}{mc^2} = 2.818\cdot 10^{-13}$ *см* — классический радиус электрона, $y_{\rm e} = \dfrac{mc^2}{k_{\rm B}T_{\rm e}}$. Для случая газа скоплений получается $t_{\rm Coul} = 10^{13}\div 10^{15}$ *с*. Хаббловское же время порядка 10^{17} *с*. При этом химический состав газа оказывается не первичным, а примерно солнечным.

Как говорилось в § 1, РИ однородно и изотропно, его спектр с высокой степенью точности подчиняется формуле Планка

$$I_0 = B_\nu(T_\text{г}) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/k_\text{в}T_\text{г}} - 1} \tag{72}$$

с температурой $T_\text{г} = T_0 = 2.7277\ K$, так что максимум его интенсивности (по частотам) располагается на длине волны 1.87 *мм*.

Эффект С—З наблюдается, естественно, также в радиодиапазоне, причем в сантиметровом и миллиметровом он проявляется в ослаблении РИ, а в субмиллиметровом — в его усилении. Все фотоны получают от электронов дополнительную энергию, так что вся планковская кривая сдвигается в сторону бóльших частот. Поэтому до максимума кривая понижается, а после максимума — повышается. Причина этого — комптоновское рассеяние.

2. Коротко о комптоновском рассеянии. Это рассеяние фотона электроном (или наоборот) с учетом изменения их энергий (подробнее о нем говорится в пособии автора [9]).

Пусть взаимодействуют фотон с импульсом $\vec{k}$ и электрон с импульсом $\vec{p}$. В результате рассеяния их импульсы изменяются и становятся соответственно $\vec{k}_1$ и $\vec{p}_1$. Энергии этих частиц ck, cp_0, ck_1, $cp_{0\,1}$. Для импульсов электрона справедливы обычные релятивистские соотношения

$$p_0 = \sqrt{m^2c^2 + p^2},\ p_{0\,1} = \sqrt{m^2c^2 + p_1^2}. \tag{73}$$

При рассеянии выполняются четыре закона сохранения

$$p_0 + k = p_{0\,1} + k_1, \quad \vec{p} + \vec{k} = \vec{p}_1 + \vec{k}_1. \tag{74}$$

Выразим из второго равенства импульс электрона после рассеяния через остальные и подставим в первое равенство, выражающее закон сохранения энергии:

$$p_0 + k - k_1 = \sqrt{m^2c^2 + (\vec{p} + \vec{k} - \vec{k}_1)^2}. \tag{75}$$

Возводя обе части этого равенства в квадрат и сокращая, получаем

$$kp_0 - \vec{k}\vec{p} = k_1p_0 - \vec{k}_1\vec{p} + kk_1 - \vec{k}\vec{k}_1. \tag{76}$$

Обозначим косинусы углов между парами векторов $\vec{k}$ и $\vec{k}_1$, $\vec{k}$ и $\vec{p}$, $\vec{k}_1$ и $\vec{p}$ соответственно через μ, ζ и ζ_1. Тогда соотношение (76) перепишется в виде

$$k(p_0 - p\zeta) = k_1[p_0 - p\zeta_1 + k(1-\mu)]. \tag{77}$$

Из него находится величина импульса фотона после рассеяния

$$k_1 = k\frac{p_0 - p\zeta}{p_0 - p\zeta_1 + k(1-\mu)}. \tag{78}$$

Рассмотрим частный случай, когда до рассеяния электрон покоится, т. е. $p = 0$. Такую систему отсчета будем называть лабораторной. Тогда $p_0 = mc$ и

$$k_1^0 = k^0\frac{mc}{mc + k_0(1-\mu_0)}. \tag{79}$$

Вспоминая, что импульс фотона $k = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$, перепишем формулу (79) через длины волн

$$\lambda_1^0 = \lambda^0 + \lambda_C(1-\mu_0). \tag{80}$$

Здесь введена комптоновская длина волны

$$\lambda_C = \frac{h}{mc} = 0.024\mathring{A}. \tag{81}$$

При рассеянии фотона в лабораторной системе отсчета частота фотона всегда уменьшается и в этом заключается эффект Комптона. Потеря энергии фотоном, называемая эффектом отдачи, происходит вследствие передачи им части своего импульса, а значит и энергии, первоначально покоящемуся электрону, который приходит в движение.

Если электрон не стоял на месте, то при различном соотношении направлений и величин импульсов реагирующих частиц фотон может как уменьшать, так и увеличивать свою энергию, но это уже не эффект Комптона в чистом виде, а скорее следствие эффекта Доплера. Однако в астрофизической литературе увеличение энергии фотонов при комптоновском рассеянии их энергичными электронами называют обратным эффектом Комптона.

Комптоновская длина волны очень мала. Поэтому увеличение длины волны фотона в лабораторной системе отсчета заметно, только если длина волны рассеиваемого фотона не очень существенно отличается от комптоновской. Горячие электроны вызывают относительно большие смещения, которые доступны измерениям даже в радиодиапазоне.

Горячий электронный газ в скоплениях галактик, о котором говорилось выше, нерелятивистский или, точнее, почти нерелятивистский. Дадим описание его состояния и взаимодействия с фотонами.

3. Почти нерелятивистский газ. Электронный газ в скоплениях, как уже говорилось, несмотря на малую плотность успевает прийти в равновесие. Его тепловая природа подтверждается и характером его рентгеновского излучения, которое является тепловым тормозным излучением. Поэтому этот газ максвелловский. Электроны ввиду очень малой их концентрации и довольно высокой температуры можно считать невырожденными и принцип запрета Паули для них во внимание не принимать.

Эволюция спектра излучения при взаимодействии его с электронным газом описывается кинетическим уравнением. Поскольку газ нерелятивистский, а излучение радиодиапазона очень мягкое, выполняются неравенства

$$\frac{1}{y_\mathrm{e}} = \frac{k_\mathrm{B} T_\mathrm{e}}{mc^2} \ll 1, \quad \frac{h\nu}{mc^2} \ll 1. \tag{82}$$

Тогда каждое рассеяние смещает энергию фотона на малую величину и в кинетическом уравнении можно использовать приближение Фоккера—Планка. Если дополнительно принять, что газ заполняет большое пространство (в пределе — бесконечное), а поле излучения и распределение газа однородны и изотропны, то интенсивность излучения зависит только от частоты и времени и кинетическое уравнение сводится к известному уравнению Компанейца

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\sigma_\mathrm{T} n_\mathrm{e}}{mc} \frac{h}{\nu^2} \frac{\partial}{\partial \nu} \left[\nu^4 \left(\frac{k_\mathrm{B} T_\mathrm{e}}{h} \frac{\partial n}{\partial \nu} + n + n^2 \right) \right]. \tag{83}$$

Здесь вместо функции распределения фотонов или интенсивности излучения использовано среднее число заполнения (СЧЗ) фотонных состояний n, что обычно для теории комптоновского рассеяния и вообще для релятивистской кинетической теории. СЧЗ — это

безразмерная и релятивистски инвариантная величина, связанная с интенсивностью соотношением

$$I = \frac{2h\nu^3}{c^2} n, \tag{84}$$

Уравнение (83) описывает эволюцию спектра изотропного и однородного поля излучения при рассеянии фотонов электронами, также с однородным и изотропным распределением, в бесконечном пространстве. Если ввести безразмерную частоту (67), которая может принимать произвольные значения, то уравнение для $n = n(x_\mathrm{e}, t)$ запишется короче:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{c\sigma_\mathrm{T} n_\mathrm{e}}{y_\mathrm{e}} \frac{1}{x_\mathrm{e}^2} \frac{\partial}{\partial x_\mathrm{e}} \left[x_\mathrm{e}^4 \left(\frac{\partial n}{\partial x_\mathrm{e}} + n + n^2 \right) \right]. \tag{85}$$

Каждое из трех слагаемых в круглых скобках описывает отдельный эффект: слагаемое n соответствует эффекту Комптона, слагаемое с производной — эффекту Доплера, а n^2 учитывает вынужденное рассеяние, т. е. проявление принципа вынужденных переходов, который характерен для фотонов, являющихся бозонами.

4. Эффект С—З в однородном приближении. Это приближение заключается в том, что используется уравнение Компанейца. На самом деле поле излучения однородно и изотропно, однако этого нельзя сказать про электронный газ, оптическая толщина которого не бесконечна, как предполагается в уравнении Компанейца, а довольно мала. Тем не менее свойства РИ позволяют применить такой подход. Точные результаты от приближенных отличаются не очень сильно.

Предположим, что электронная температура в скоплении постоянна. Подставим в правую часть уравнения (85) планковскую функцию (72), точнее соответствующее ей СЧЗ

$$n_0(x_\mathrm{r}) = \frac{1}{e^{x_\mathrm{r}} - 1}, \tag{86}$$

где

$$x_\mathrm{r} = \frac{h\nu}{k_\mathrm{B} T_\mathrm{r}} = x_\mathrm{e} \frac{T_\mathrm{e}}{T_\mathrm{r}}. \tag{87}$$

Поскольку производная в уравнении берется по частоте x_e, а функция зависит от x_r, при дифференцировании возникнет множитель

$x_\mathrm{r}/x_\mathrm{e} = T_\mathrm{e}/T_\mathrm{r} \approx 10^8/2.7$. Этот множитель столь велик, что остальные слагаемые правой части уравнения можно отбросить и уравнение (85) использовать в форме

$$\frac{\partial n(x_\mathrm{e},t)}{\partial t} = \frac{c\sigma_\mathrm{T} n_\mathrm{e}}{y_\mathrm{e}} \frac{1}{x_\mathrm{e}^2} \frac{\partial}{\partial x_\mathrm{e}} \left(x_\mathrm{e}^4 \frac{\partial n(x_\mathrm{e},t)}{\partial x_\mathrm{e}} \right). \tag{88}$$

Результат дифференцирования надо умножить на время t_eff, за которое излучение проходит размер объема $R_\mathrm{eff} = ct_\mathrm{eff}$, занятого горячим газом в скоплении. Произведение $ct_\mathrm{eff} n_\mathrm{e}\sigma_\mathrm{T} = R_\mathrm{eff} n_\mathrm{e}\sigma_\mathrm{T} = \tau_\mathrm{e}$ равно оптической толщине газа по томсоновскому рассеянию. В результате получится, что СЧЗ приобретает добавку

$$\Delta n = \frac{\tau_\mathrm{e}}{y_\mathrm{e}} \frac{1}{x_\mathrm{e}^2} \frac{\partial}{\partial x_\mathrm{e}} \left[x_\mathrm{e}^4 \left(\frac{\partial n_0(x_\mathrm{r})}{\partial x_\mathrm{e}} \right) \right] =$$

$$= \frac{\tau_\mathrm{e}}{y_\mathrm{e}} \frac{1}{x_\mathrm{r}^2} \frac{d}{dx_\mathrm{r}} \left[x_\mathrm{r}^4 \left(\frac{dn_0(x_\mathrm{r})}{dx_\mathrm{r}} \right) \right] = \frac{\tau_\mathrm{e}}{y_\mathrm{e}} \frac{x_\mathrm{r}}{(e^{x_\mathrm{r}}-1)^2} \left(\frac{x_\mathrm{r}}{\mathrm{th}\, x_\mathrm{r}/2} - 4 \right). \tag{89}$$

Соответствующая прибавка интенсивности согласно соотношению (84) составит

$$\Delta I = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{k_\mathrm{B} T_\mathrm{r}}{h} \right)^3 \frac{\tau_\mathrm{e}}{y_\mathrm{e}} F(x_\mathrm{r}), \tag{90}$$

где

$$F(x) = x^3 \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left[x^4 \frac{dn_0(x)}{dx} \right] = e^x \frac{x^4}{(e^x-1)^2} \left(\frac{x}{\mathrm{th}\, x/2} - 4 \right). \tag{91}$$

В обозначениях

$$s_x = \frac{x}{\mathrm{sh}(x/2)}, \;\; t_x = \frac{x}{\mathrm{th}(x/2)} \tag{92}$$

функция (91) записывается короче:

$$F(x) = \left(\frac{x}{2} \right)^2 s_x^2 (t_x - 4). \tag{93}$$

Эта функция, равная нулю при $x = 0$, при малых x отрицательна, имеет отрицательный минимум -4.1177 при $x = x_\mathrm{min} = 2.2665$, обращается в нуль при $x = x_0 = 3.8300$, возрастает до максимума 6.7823 при $x = x_\mathrm{max} = 6.5113$, а затем спадает к нулю при $x \to \infty$. Соответствующие частоты получаются умножением приведенных чисел на $k_\mathrm{B} T_\mathrm{r}/h$, а длины волн $\lambda = hc/(xk_\mathrm{B} T_\mathrm{r})$: $\lambda_\mathrm{min} = 2.327$ *мм*,

$\lambda_0 = 1.377$ *мм*, $\lambda_{\max} = 0.8101$ *мм*. Отношение максимума к модулю минимума равно 1.6471. Абсолютные величины максимума и минимума, а также всех приращений интенсивности пропорциональны множителю, стоящему перед функцией $F(x_\mathrm{r})$ в формуле (90).

Число фотонов при рассеянии сохраняется, поэтому

$$\int\limits_0^\infty F(x)\frac{dx}{x} = \int\limits_0^\infty \frac{d}{dx}\left[x^4\frac{dn_0(x)}{dx}\right]dx = x^4\frac{dn_0(x)}{dx}\Bigg|_0^\infty = 0. \qquad (94)$$

В то же время энергия фотонов увеличивается. Можно найти доли уменьшающейся и увеличивающейся интенсивности. Для этого надо вычислить два отношения

$$\Psi_- = \frac{\int\limits_0^{x_0} F(x)dx}{4\pi^4/15} = -0.33844, \quad \Psi_+ = \frac{\int\limits_{x_0}^\infty F(x)dx}{4\pi^4/15} = 1.33844. \qquad (95)$$

Сумма отношений положительна и равна $\Psi_- + \Psi_+ = 1$. Действительно:

$$\int\limits_0^\infty F(x)dx = \int\limits_0^\infty x\frac{d}{dx}\left[x^4\frac{dn_0(x)}{dx}\right]dx = \int\limits_0^\infty x^4\frac{dn_0(x)}{dx}dx =$$
$$= 4\int\limits_0^\infty x^3 n_0(x)dx = 4\frac{\pi^4}{15}. \qquad (96)$$

Здесь два раза проинтегрировано по частям.

Таким образом, полные отрицательная и положительная светимости скопления равны соответственно

$$L_- = 4\frac{0.33844k_\mathrm{B}T_\mathrm{e}}{mc^2}\sigma_\mathrm{T}cE_\mathrm{r}\frac{M_\mathrm{gas}}{m_\mathrm{p}} =$$
$$= 1.5\cdot 10^{42}\left(\frac{k_\mathrm{B}T_\mathrm{e}}{5.11\text{кэВ}}\right)\left(\frac{M_\mathrm{gas}}{10^{14}M_\odot}\right)(1+z)^4\text{эрг/с}, \qquad (97)$$
$$L_+ = 4\frac{1.33844k_\mathrm{B}T_\mathrm{e}}{mc^2}\sigma_\mathrm{T}cE_\mathrm{r}\frac{M_\mathrm{gas}}{m_\mathrm{p}} =$$
$$= 5.7\cdot 10^{42}\left(\frac{k_\mathrm{B}T_\mathrm{e}}{5.11\text{кэВ}}\right)\left(\frac{M_\mathrm{gas}}{10^{14}M_\odot}\right)(1+z)^4\text{эрг/с}. \qquad (98)$$

Здесь $E_{\rm r} = 4.188 \cdot 10^{-12}$ *эрг/см*^{3} — плотность энергии РИ, а z — красное смещение скопления. Отношение $L_+/L_- = 3.9547$.

Такая простая зависимость приращения интенсивности от электронной температуры получается только в приближении уравнения Компанейца.

5. Дальнейшие теоретические результаты. Еще многие обстоятельства можно учесть при рассмотрении эффекта Сюняева—Зельдовича. Первое и очевидное — движение скопления как целого по отношению к реликтовому фону. Это пекулярное движение вызывает дополнительное искажение спектра РИ. Действительно, если скопление движется по отношению к РИ со скоростью $\vec{v}$, то его газ воспринимает температуру этого излучения в соответствии с эффектом Доплера, а по отношению к наблюдателю окажется

$$T_{\rm r}(\vec{v}) = T_{\rm r}(1 - \beta_{\rm r}), \tag{99}$$

где $\beta_{\rm r} = v_{\rm r}/c$, а $v_{\rm r}$ — радиальная составляющая скорости скопления. Так как скорости скоплений нерелятивистские, то изменение интенсивности РИ в первом приближении достаточно найти с точностью до первой степени отношения скоростей $v_{\rm r}/c$. При этом если скопление движется к нам, т. е. $v_{\rm r} < 0$, то интенсивность возрастает, а при $v_{\rm r} > 0$ — уменьшается. Таким образом [13]:

$$\Delta I = -\frac{\partial B_\nu(T_{\rm r})}{\partial T_{\rm r}} T_{\rm r}\beta_{\rm r}\tau_{\rm e} = -\frac{2(k_{\rm B}T_{\rm r})^3}{h^2c^2}\beta_{\rm r}G(x_{\rm r})\tau_{\rm e}, \tag{100}$$

где

$$G(x) = \frac{x^4e^x}{(e^x-1)^2} = \left(\frac{x}{2}\right)^2 s_x^2. \tag{101}$$

Это изменение интенсивности просто добавляется к предыдущему. В астрономической литературе изменение интенсивности РИ, описываемое формулами (89) и (90), называют тепловым или термическим, а изменение ее из–за движения (100) — кинематическим (иногда кинетическим) эффектами.

На рис. 7 приведены графики функций $F(x)$ и $G(x)$. Рядом для ориентировки на рис. 8 представлены зависимости частоты и длины волны излучения от аргумента $x_{\rm r}$, а именно: $\nu_{\rm r} = k_{\rm B}\,T_{\rm r}\,x_{\rm r}/h$, $\lambda_{\rm r} = hc/(k_{\rm B}T_{\rm r}x_{\rm r})$. Частота дана в единицах 10^{11} *Гц*, а длина волны — в *мм*.

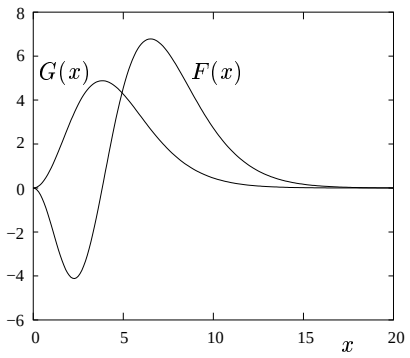


Рис. 7. Функции $F(x)$ и $G(x)$.

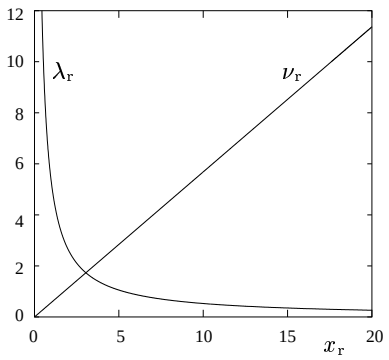


Рис. 8. Частоты и длины волн в зависимости от $x_{\rm r}$.

Сравнительно просто можно учесть неоднородность температуры и концентрации электронного газа в скоплении. Если концентрация и температура электронов в облаке имеют некоторые распределения по объему скопления $n_{\rm e}(\vec{r})$ и $T_{\rm e}(\vec{r})$, в первом приближении — сферические, то оптическая толщина облака и величина $y_{\rm e}(\vec{r}) = mc^2/k_{\rm B}T_{\rm e}(\vec{r})$ в различных местах скопления будут различны. Множитель, стоящий в (90) перед функцией F, надо заменить на интеграл вдоль луча зрения

$$Y = \sigma_{\rm T} \int \frac{n_{\rm e}(\vec{r})}{y_{\rm e}(\vec{r})} dl. \qquad (102)$$

Для получения эффекта от всего скопления необходимо рассчитывать его для каждого места в картинной плоскости с соответствующим интегралом, а затем интегрировать по распределению в этой плоскости. Если и температура газа зависит от места в скоплении, то надо вернуться к размерной частоте или проводить вычисления с безразмерной частотой x, рассчитанной для одного значения температуры.

6. Более сложные случаи эффекта. При температуре газа порядка десятков *кэВ* становятся заметны релятивистские поправки. Их определению посвящено несколько статей различных авторов [22, 53] (см. также обзор [66]). Начало было положено в [65], где были найдены поправки второго порядка по $1/y_{\rm e} = k_{\rm B}T_{\rm e}/mc^2$. Там же отмечено, например, что упоминавшиеся выше характер-

ные точки эффекта при $1/y_\mathrm{e} \le 0.04$ смещаются в соответствии со следующими формулами:

$$x_0 = 3.83\left(1+\frac{1.13}{y_\mathrm{e}}\right), \quad x_\mathrm{max} = 6.51\left(1+\frac{2.15}{y_\mathrm{e}}\right). \tag{103}$$

Величины максимума и минимума при этом уменьшаются (по модулю). При меньших y_e, т. е. бóльших температурах газа, зависимость от y_e не столь проста. Авторы статьи [40] нашли поправки до пятого порядка по $1/y_\mathrm{e}$.

Другое направление усовершенствования теории — более точный вывод поправок за счет движения скопления [79]. Совместный учет поправок к сумме кинематического и термического эффектов произведен в статьях [72, 53]. Приведем результат [72] с точностью до поправок второго порядка:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta I}{\tau_\mathrm{e}} = G(x)\left[\beta_\mathrm{r} + \frac{t_x-4}{y_\mathrm{e}} + \left(\frac{3}{20}t_x - 1\right)\beta^2 + \right.\\ + \left(\frac{11}{20}t_x - 1\right)\beta_\mathrm{r}^2 + \frac{\beta_\mathrm{r}}{y_\mathrm{e}}\left(10 - \frac{47}{5}t_x + 7\frac{2t_x^2+s_x^2}{10}\right) + \\ \left. + \frac{1}{y_\mathrm{e}^2}\left(\frac{47}{2}t_x - 10 - \frac{42}{5}t_x^2 + \frac{3}{10}t_x^3 + 7\frac{t_x-3}{5}s_x^2\right)\right].\end{aligned} \tag{104}$$

Здесь использованы сокращения (92), кроме того, $\beta = \sqrt{\beta_\mathrm{r}^2+\beta_\mathrm{t}^2}$, где $\beta_\mathrm{t} = v_\mathrm{t}/c$, v_t — поперечная скорость скопления, а вместо x_r написано x.

На рис. 9 представлены приращения интенсивности $\Delta I/\tau_\mathrm{e}$ в единицах $\dfrac{2h}{c^2}\left(\dfrac{k_\mathrm{B}T_\mathrm{r}}{h}\right)^3$ для нескольких значений температуры электронного газа в скоплении. Пунктиром изображены кривые, соответствующие формуле (90), а сплошными линиями — формуле (104), учитывающей релятивистские поправки, для неподвижного скопления, т. е. при $\beta = 0$. Напротив, рис. 10 показывает зависимость искажения спектра РИ при фиксированной температуре электронов $T_\mathrm{e} = 10^8$ в скоплении, но различных значениях его радиальной скорости. Отрицательные скорости соответствуют движению к наблюдателю, а положительные — удалению от него.

Отметим, что в то время как поправки первого порядка по скорости и температуре просто складываются, в поправках второго порядка имеется перекрестное слагаемое. Кроме того, эти поправки

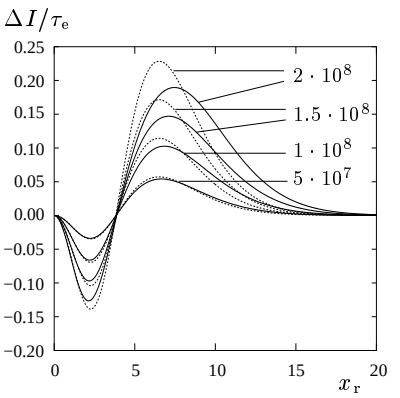


Рис. 9. Величины $\Delta I/\tau_{\rm e}$ при различных $T_{\rm e}$ (в K).

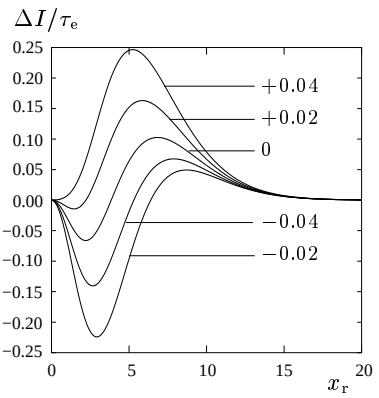


Рис. 10. Величины $\Delta I/\tau_{\rm e}$ при разных $\beta_{\rm r}$.

содержат не только радиальную, но и трансверсальную составляющую скорости $v_{\rm t}$ (через $\beta^2 = \beta_{\rm r}^2 + \beta_{\rm t}^2$). Впрочем релятивистские поправки за счет движения влияют на величину смещения спектра гораздо слабее, чем поправки, возникающие при добавлении следующих слагаемых в разложении по степеням $1/y_{\rm e}$ в случае неподвижного скопления. Дело в том, что температурные поправки следует учитывать обязательно, независимо от того, движется скопление или нет, а поправки за счет движения добавляются уже к ним. Тем более малы поправки на поперечное движение скопления, и их будет весьма трудно выделить из наблюдений.

В работе [54] найдены поправки за счет рассеяния второго порядка, пропорциональные $\tau_{\rm e}^2$.

Как известно, электронное рассеяние создает поляризацию излучения, даже если первоначально оно не поляризовано. Поэтому и при рассеянии РИ может создаваться поляризация, если имеется несимметричность в геометрии рассеяния.

Наблюдать указанную поляризацию можно в следующих случаях: 1) если наблюдения близкого скопления ведутся с достаточным угловым разрешением и можно проследить ход изменения интенсивности (и поляризации) от центра к краю; 2) если распределение электронного газа несферическое; 3) если имеется поперечное движение скопления [41]; 4) за счет квадрупольной составляющей РИ.

Так как РИ не поляризовано и изотропно, степень поляризации получается более высокого порядка малости, чем сам эффект Сюняева—Зельдовича. В первых двух случаях поляризация порождается просто геометрией, но для ее появления необходимо, чтобы произошло по крайней мере двукратное рассеяние. Второе рассеяние добавляет к термическому и кинематическому эффектам поляризацию соответственно порядка $\tau_{\rm e}^2/y_{\rm e}$ и $\beta_{\rm r}\tau_{\rm e}^2$. Хотя это эффекты второго порядка (сам эффект имеет порядок $\tau_{\rm e}/y_{\rm e}$ и $\tau_{\rm e}\beta_{\rm r}$) и при их появлении происходит малая добавка, но к нулю (т. е. к первоначальному отсутствию поляризации). При наблюдении далеких скоплений происходит усреднение по всему скоплению и эффект оказывается очень малым. Поперечное движение, мало влияющее на спектр, также создает несимметричность рассеяния, и как следствие возникает линейная поляризация излучения порядка $\tau_{\rm e}\beta_{\rm t}^2$.

Возможность под номером 4) требует пояснения. Поскольку газ в скоплениях почти нерелятивистский и оптически тонкий, а фотоны РИ обладают малой энергией, при расчете поляризации можно ограничиться рассеянием первого порядка, а комптоновское рассеяние считать томсоновским, т. е. пренебречь изменением частоты. Тогда, как было отмечено еще в основополагающих работах авторов эффекта [6, 7], именно квадрупольная составляющая РИ создает поляризацию. Этот эффект был подтвержден и сравнен с другими механизмами, приводящими к появлению поляризации в РИ, в работе [73]. Показано, что на небе имеются две обширные области, в направлениях на которые поляризация, создаваемая при рассеянии квадрупольной составляющей РИ горячим электронным газом скоплений на красных смещениях $z = 0.5 \div 3$, максимальна. Эффект сильно зависит от частоты, но в релей-джинсовской области эта зависимость исчезает и там степень линейной поляризации имеет порядок $5\tau_{\rm e}$ *мкК*.

В последнее время с эффектом Сюняева—Зельдовича связывают рассеяние РИ горячим, в том числе ультрарелятивистским, электронным газом других объектов. Это могут быть: 1) облака электронов вблизи квазаров [51] и в коконах радиогалактик [83]; 2) горячие электроны в джетах активных ядер галактик; 4) горячий газ, образующийся при столкновении джетов с межгалактической средой; этот газ может взаимодействовать с РИ как непосредственно в окрестностях джета, так и после его прохождения; 5) центростремительные охлаждающиеся течения, возникающие

из-за потерь энергии газа вследствие излучения и спадания его к центру скопления из-за уменьшения давления [45]; 6) ионизованное вещество, возникающее при образовании массивных черных дыр в центрах галактик [16]; 7) остаточная нетепловая релятивистская плазма в радиогалактиках и скоплениях [34]. Все эти случаи подробно рассмотрены (см. обзор [21]). В тех случаях, когда электронный газ не является тепловым, результат рассеяния им РИ называют нетепловым эффектом С—З.

7. Использование эффекта. Получение наблюдений богатых скоплений галактик дает возможность определить пекулярные скорости скоплений галактик по отношению к РИ и тем самым к глобальному космологическому расширению. Для этого достаточно измерить уровень рассеянного излучения на двух длинах волн, но конечно точность повысится, если такие измерения произвести на нескольких волнах.

Возможно также исследование свойств горячего электронного газа в скоплениях, его температуры [86], распределения его по объему скопления [82, 36, 50], влияние несферичности скопления [61] и пр. Эффект позволяет также обнаруживать скопления галактик, в том числе на больших красных смещениях и определять их поперечные скорости [17], а также находить соотношения светимость—температура [63] и рентгеновская светимость—понижение температуры [24], статистически исследовать крупномасштабную структуру Вселенной [25, 46].

Большое преимущество использования эффекта по сравнению с другими методами заключается в том, что его величина определяется свойствами электронного газа и не зависит от красного смещения, т. е. от расстояния до скопления.

Наблюдения эффекта С—З предоставляют также независимый способ найти величину постоянной Хаббла H_0 и других космологических величин [66, 35].

Определение космологических параметров основано на следующем соображении. Излучение газа пропорционально мере эмиссии, т. е. интегралу вдоль луча зрения $EM = \int n_e^2 dl$. Поглощение же пропорционально оптической толщине, в свою очередь пропорциональной интегралу $A = \int n_e dl$. Если мы можем измерить обе величины, то отношение A^2/EM есть мера взвешенной по плотно-

сти длине пути излучения через газ. Если при этом структура газа известна и его угловой размер θ измерен, то расстояние до газа по угловому размеру может быть оценено по величине $A^2/(EM\theta)$.

Расстояние по угловому диаметру в применении к модели без давления и космологического слагаемого дается формулой

$$d_{\rm ad} = \frac{c}{H_0 q_0^2} \frac{q_0 z + (q_0 - 1)(\sqrt{1 + 2q_0 z} - 1)}{(1+z)^2}, \qquad (105)$$

где q_0 — современное значение так называемого параметра замедления, а z — красное смещение. Вообще говоря, приведенное соображение можно применить, имея только рентгеновские наблюдения, но комбинация их с эффектом С—З должна дать большую точность [47]. При этом существенны релятивистские поправки [67]. Из формулы (105) следует, что в принципе возможно определение и q_0, однако, пока что надежды на это не подтверждены реальными наблюдениями, так как имеется несколько источников систематических ошибок.

Эффект С—З может помочь и в наблюдениях искажений РИ за счет энерговыделений в различные эпохи эволюции Вселенной, однако точности наблюдений пока не хватает.

Влиянию рассеяния на горячем газе скоплений галактик подвержены и флуктуации РИ, что приводит к анизотропии, называемой вторичной [80]. Измерение такой анизотропии будет доступно только будущим спутникам типа Plank или интерферометрам в миллиметровой области. Данные таких измерений позволят получить дополнительную ценную информацию ввиду независимости эффекта С—З от z. Изучается и вторичная поляризация [39].

8. Результаты наблюдений. Для наблюдения эффекта С—З применялись различные методы радиоастрономии: радиометрические (наблюдения на одной, параболической или цилиндрической, антенне в отдельных длинах волн), болометрические (в субмиллиметровой области спектра) и интерферометрические.

Первые такие наблюдения были произведены в САО еще в 1972 году [10] и дали качественно положительный результат. В настоящее время известно большое количество наблюдений указанными методами для скоплений с красными смещениями до 0.5 (большинство — несколько десятых). Несколько скоплений наблюдались на красных смещениях порядка 1, рекорд — 3.83. Величина эффекта, как и ожидалось, порядка *мК* (микрокельвинов) [21].

Определения скоростей скоплений пока еще очень противоречивы. Например, для скопления Эйбла 1689 найдено $v_r = 170^{+760}_{-570}$ *км/с*.

Наблюдения на больших красных смещениях подтверждают, что и там РИ имеется и однородно. Кроме того, действительно удается определить величину H_0. Отдельные определения обнаруживают большой разброс (от 24 до 82 (*км/с*)/*Мпк*), но среднее значение 47 (*км/с*)/*Мпк* близко к тем, которые получаются по оптическим данным, хотя и меньше их [21].

Хотя наблюдения эффекта производятся уже почти 30 лет, только сейчас в связи с бурным технологическим прогрессом появилась возможность его широкого применения для указанных выше целей.

В частности, предлагается сделать обзор скоплений галактик одновременно в рентгене и в миллиметровом-сантиметровом диапазоне наподобие обзоров звезд, пульсаров, туманностей, галактик в различных диапазонах. Ожидается, что при пороге измерений в 0.1 *мЯн* около 2 *мм* будет зарегистрировано $10 \div 100$ скоплений на площадке в 1 квадратный градус [38]. Гидродинамические расчеты для различных космологических моделей [76] показывают, что спутник Plank сможет увидеть порядка 25000 скоплений, если средняя плотность во Вселенной низкая, и примерно 10000, если Вселенная плоская.

§ 5. Заключение

Обнаружение в последнее время большой роли космологического вакуума вызвало возрождение повышенного интереса к космологии вообще и к исследованию реликтового излучения в частности. На эти исследования расходуются значительные средства многих стран. При этом прогресс в исследованиях этого феномена природы происходит быстро и на наших глазах. Поэтому знакомство студентов-астрономов с этими проблемами совершенно необходимо.

В этом учебно-методическом пособии изложены история и последние достижения в изучении реликтового излучения, которое не только является свидетельством в пользу справедливости космологических моделей, но и позволяет определить параметры этих моделей. Дальнейшее знакомство с рассмотренными вопросами можно осуществить по цитированным здесь книгам и статьям.

Литература

1. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

2. Грачев С. И., Дубрович В. К. Рекомбинация водорода в расширяющейся Вселенной // Астрофизика. 1991. Т. 34. N 2. С. 249–264.

3. Дорошкевич А. Г., Зельдович Я. Б., Сюняев Р. А. Флуктуации реликтового излучения в адиабатической и энтропийной теориях образования галактик // Астрон. журн. 1978. Т. 55. N 5. С. 913–921.

4. Дорошкевич А. Г., Новиков И. Д. Средняя плотность излучения в Метагалактике и некоторые вопросы релятивистской космологии // ДАН СССР. 1964. Т. 154. N 4. С. 809–811.

5. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975. 736 с.

6. Зельдович Я. Б., Сюняев Р. А. Пекулярные скорости скоплений галактик и средняя плотность вещества во Вселенной // Письма в Астрон. журн. 1980. Т. 6. N 12. С. 737–741.

7. Зельдович Я. Б., Сюняев Р. А. Межгалактический газ в скоплениях галактик, микроволновое фоновое излучение и космология // Астрофизика и космическая физика / Ред. Р. А Сюняев. М.: Наука, 1982. С. 9–65.

8. Кайдановский Н. Л. Отдел радиоастрономии Главной астрономической обсерватории АН СССР // Очерки истории радиоастрономии в СССР. Киев: Наукова думка, 1985. С. 141–161.

9. Нагирнер Д. И. Комптоновское рассеяние в астрофизических объектах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2001. 55 с.

10. Парийский Ю. Н. Новая оценка флуктуаций реликтового излучения Вселенной // Астрон. журн. 1972. Т. 50. N 3. С. 453–458.

11. Пиблс Ф. Дж. Э. Структура Вселенной в больших масштабах. М.: Мир, 1983. 408 с.

12. Сахаров А. Д. Начальная стадия расширения Вселенной и возникновение неоднородности распределения вещества // Журн. экспер. теор. физ. 1965. Т. 49. N 1(7). С. 345–357.

13. Сюняев Р. А. Микроволновое фоновое излучение в направлениях на скопления галактик // Письма в Астрон. журн. 1980. Т. 6. N 7. С. 387–393.

14. Шмаонов Т. А. Методика абсолютных измерений эффективной температуры радиоизлучения с низкой эквивалентной температурой // Приборы и техника эксперимента. 1957. N 1. С. 83–86.

15. Adams W. S. Some results with Coudé spectrograph of the Mount Wilson observatory // Astrophys. J. 1941. Vol. 93. N 1. P. 11–23.

16. Aghanim N., Balland C., Silk J. Sunyaev—Zel'dovich constraints from black hole–seeded proto–galaxies // Astron. Astrophys. 2000. Vol. 357. N 1. P. 1–6.

17. Audit E., Simmons J. F. L. The kinematic Sunyaev—Zeldovich effect and transverse cluster velocities // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1999. Vol. 305. N 1. P. L27–L30.

18. Baccigaluppi C., Perrota F. Effects of inflationary bubbles on the polarization and temperature anizotropies of the cosmic microwave background // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2000. Vol. 314. N 1. P. 1–10.

19. Bennett C. L. et al. Four-year COBE DMR cosmic microwave background observations: maps and basic results // Astrophys. J. 1996. Vol. 464. N 1. P. L1–L4.

20. Bernardis P. de, Dubrovich V., Encrenaz P. et al. Search for LiH lines at high redshifts // Astron. Astrophys. 1993. Vol. 269. N 1/2. P. 1–6.

21. Birkinshaw M. Sunyaev—Zeldovich effect // Phys. Rep. 1999. Vol. 310. N 2–3. P. 97–195.

22. Challinor A., Lasenby A. Relativistic corrections to the Sunyaev—Zeldovich effect // Astrophys. J. 1998. Vol. 499. N 1. P. 1–6.

23. Chen D., Wu X. P., Jiang D. R. Time delay effect on the cosmic background radiation from static gravitational potential of clusters // Astrophys. J. 2000. Vol. 544. N 1. P. 1–5.

24. Cooray A. An SZ temperature decrement — X–ray luminosity relation for galaxy clusters // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1999. Vol. 307. N 4. P. 841–848.

25. Cooray A., Hu W., Tegmark M. Large–scale Sunyaev—Zeldovich effect: measuring statistical properties with multifrequency maps // Astrophys. J. 2000. Vol. 540. N 1. P. 1–13.

26. Corey B. E., Wilkinson D. T. A measurement of the cosmic microwave background anisotropy at 19 GHz // Bull. Amer. Astron. Soc. 1976. Vol. 8. P. 351.

27. Dicke R. H., Peebles P. J. E., Roll P. G., Wilkinson D. T. Cosmic black-body radiation // Astrophys. J. 1965. Vol. 142. N 1. P. 414–419.

28. Dolgov A. D., Doroshkevich A. G., Novikov D. I., Novikov I. D. Classification of singular points in polarization field of cosmic microwave background and eigenvectors of Stokes matrix // Письма в журн. эсперим. теор. физ. 1999. Т. 69. N 6. С. 395–401.

29. Le Dour M., Douspis M., Bartlett J. G., Blanchard A. Cosmological constraints from the cosmic microwave background // Astron. Astrophys. 2000. Vol. 364. P. 369–376.

30. Dubrovich V. K., Lipovka A. A. Distortion of the cosmic blackbody spectrum due to luminescence of H_2D^+ // Astron. Astrophys. 1995. Vol. 296. N 2. P. 301–306.

31. Durrer R. Cosmic microwave background anisotropies from scaling seeds: fit to odservational data. astro-ph/9706215 v2 12 Nov 1997.

32. Durrer R. Physics of cosmic microwave background anisotropies and primordial fluctuations. astro-ph/0109274 v1 17 Sep 2001.

33. Durrer R. The theory of CMB anisotropies. astro-ph/0109522 v1 27 Sep 2001.

34. Ensslin T. A., Kaiser C. R. Comptonization of the cosmic microwave background by relativistic plasma // Astron. Astrophys. 2000. Vol. 360. N 2. P. 417–430.

35. Fan Z., Chiueh T. Determining the geometry and cosmological parameters of the universe through Sunyaev—Zeldovich effect cluster counts // Astrophys. J. 2001. Vol. 550. N 2. P. 547–553.

36. Grego L., Carlstrom J. E., Joy M. K. et al. The Sunyaev—Zeldovich effect in Abell 370 // Astrophys. J. 2000. Vol. 539. N 1. P. 39–51.

37. Halverson N. W. et al. DASI first results: a measurement of the cosmic microwave background angular power spectrum. astro-ph/0104489 v1 30 Apr 2001

38. Holder G. P., Mohr J. J., Carlstrom J. E. et al. Expectations for an interferometric Sunyaev—Zeldovich effect survey for galaxy clusters // Astrophys. J. 2000. Vol. 544. N 2. P. 629–635.

39. Hu W. Reionization revisited: secondary cosmic microwave background anisotropies and polarization // Astrophys. J. 2000. Vol. 529. N 1. P. 12–25.

40. Itoh N., Kohyama Y., Nozawa S. Relativistic corrections to the Sunyaev—Zeldovich effect for clusters of galaxies // Astrophys. J. 1998. Vol. 502. N 1. P. 7–15.

41. Itoh N., Nozawa S., Kohyama Y. Relativistic corrections to the Sunyaev—Zeldovich effect for clusters of galaxies. III. Polarization effect // Astrophys. J. 2000. Vol. 533. N 2. P. 588–593.

42. Lahav O., Bridle S. L., Hobson M. P. et al. Bayesian 'hyperparameters' approach to joint estimation: the Hubble constant from CMB measurements // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2000. Vol. 315. N 4. P. L45–L49.

43. Lasenby A. N., Doran C. J. L., Hobson M. P. et al. Microwave background anisotropies and non-linear structures. I. Improved theoretical models // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1999. Vol. 302. N 3. P. 748–756.

44. Lee A. T. et al. A high spacial resolution analysis of the MAXIMA-1 cosmic microwave background anisotropy data. astro-ph/0104459 0104459 v1 27 Apr 2001.

45. Majumdar S., Nath B. B. On cooling flows and the Sunyaev—Zeldovich effect // Astrophys. J. 2000. Vol. 542. N 2. P. 597–607.

46. Majumdar S., Subrahmanyan R. Constraints on structure models from Sunyaev—Zel'ovich effect // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2000. Vol. 312. N 4. P. 724–732.

47. Mauskopf P. D. et al. A determination of the Hubble constant using measurements of X–ray emission and Sunyaev—Zeldovich effect at millimeter wavelengths in the cluster Abell 1835 // Astrophys. J. 2000. Vol. 538. N 2. P. 505–516.

48. McKellar A. Molecular lines from the lowest states of diatomic molecules composed of atoms probably present in interstellar space // Publ. Dominion Astrophys. Observ. Victoria. 1941. Vol. 7. N 15. P. 251–272.

49. Miller A. D. The CMB — contemporary measurements and cosmology. astro-ph/0112052 3 Dec 2001.

50. Nagai D., Sulkanen M. E., Evrard A. E. A multiphase model for the intracluster medium // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2000. Vol. 316. N 1. P. 120–128.

51. Natarayan P., Sigurdsson S., Sunyaev—Zeldovich decrements with no clusters? // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1999. Vol. 302. N 2. P. 288–292.

52. Netterfield C. B. et al. A measurement by BOOMERANG of multiple peaks in the angular power spectrum of the cosmic microwave background. astro-ph/0104460 v2 17 May 2001.

53. Nozawa S., Itoh N., Kohyama Y. Relativistic corrections to the Sunyaev—Zeldovich effect for clusters of galaxies. II. Inclusion of peculiar velocities // Astrophys. J. 1998. Vol. 508. N 1. P. 17–24.

54. Nozawa S., Itoh N., Kawana Y., Kohyama Y. Relativistic corrections to the Sunyaev—Zeldovich effect for clusters of galaxies. IV. Analitic fitting formula for the numerical results // Astrophys. J. 2000. Vol. 536. N 1. P. 31–35.

55. Ohm E. A. Project ECHO. Receiving system // Bell Syst. Techn. J. 1961. Vol. 40. N 4. P. 1065–1094.

56. Peacock J. Cosmological Physics. Cambridge: Cambridge university press, 1999. 682 p.

57. Peebles P. J. E. Principles of Physical Cosmology. Prinston: Prinston university press, 1993. 718 p.

58. Peebles P. J. E., Yu I. T. Primeval adiabatic perturbation in an expanding universe // Astrophys. J. 1970. Vol. 162. N 3. P. 815–836.

59. Penzias A. A., Wilson R. W. A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s // Astrophys. J. 1965. Vol. 142. N 1. P. 419–421.

60. Prunet S., Sethi S.K., Bouchet F. R. Cosmic microwave background polarization data and galactic foregrounds: estimations of cosmological parameters // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2000. Vol. 314. N 2. P. 348–353.

61. Puy D., Grenacher L., Jetzer Ph., Signore M. Asphericity of galaxy clusters and the Sunyaev—Zel'dovich effect // Astron. Astrophys. 2000. Vol. 363. N 2. P. 415–424.

62. Readhead A. C. S., Lawrence C. R. Observations of the isotropy of the cosmic microwave background radiation // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1992. Vol. 30. P. 653–703.

63. Reichart D. E., Castander F. J., Nichol R. C. A Bayesian analysis of the X-ray cluster luminosity–temperature relation // Astrophys. J. 1999. Vol. 516. N 1. P. 1–8.

64. Rephaeli Y. Comptonization of the cosmic microwave background: the Sunyaev—Zeldovich effect // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1995. Vol. 33. P. 541–579.

65. Rephaeli Y. Cosmic microwave background comptonization by hot intracluster gas // Astrophys. J. 1995. Vol. 445. N 1. P. 33–36.

66. Rephaeli Y. The Sunyaev—Zeldovich effect and its cosmological significance. astro-ph/0110510 v1 23 Oct 2001.

67. Rephaeli Y., Yankovich D. Relativistic corrections in the determination of H_0 from X–ray and Sunyaev—Zeldovich measurements // Astrophys. J. 1997. Vol. 481. N 2. P. L55–L58.

68. Romeo G., Ali S., Femenia B., Limon M. et al. Millimetric ground based observation of CMBR anisotropy at $\delta = +28°$. astro-ph/0011226 v1 1 Nov 2000.

69. Sachs R. K., Wolfe A. M. Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background // Astrophys. J. 1967. Vol. 147. N 1. P. 73–90.

70. Sanz J. L., Argüeso F., Cayón L. et al. Wavelets applied to cosmic microwave background maps: a multiresolution analysis for denoising // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1999. Vol. 309. N 3. P. 672–680.

71. Sanz J. L., Barreiro R. B., Cayón L. et al. Analysis of CMB maps with 2D wavelets // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 1999. Vol. 140. N 1. P. 99–105.

72. Sazonov S. Y., Sunyaev R. A. Cosmic microwave background radiation in the direction of a moving cluster of galaxies with hot gas: relativistic corrections // Astrophys. J. 1998. Vol. 508. N 1. P. 1–5.

73. Sazonov S. Y., Sunyaev R. A. Microwave polarization in the direction of galaxy clusters induced by the CMB quadrupole anisotropy // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1999. Vol. 310. N 3. P. 765–772.

74. Seljak U., Zaldarriaga M. A line-of-sight integration approach to cosmic microwave background anisotropies // Astrophys. J. 1996. Vol. 469. N 1. P. 437–444.

75. Silk J. Cosmic black-body radiation and galaxy formation // Astrophys. J. 1968. Vol. 151. N 2. P. 459–471.

76. Silva A. C. da, Barbosa D., Liffle A. R., Thomas P. A. Hydrodynamical simulations of the Sunyaev—Zel'dovich effect // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2000. Vol. 317. N 1. P. 37–44.

77. Smoot G. F., Gorenstein M. V., Muller R. A. Detection of anisotropy in the cosmic blackbody radiation // Phys. Rev. Let. 1977. Vol. 39. N 14. P. 898–901.

78. Sunyaev R. A., Zel'dovich Ya. B. Microwave background radiation as a probe of the contemporary structure and history of the universe // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1980. Vol. 18. P. 537–560.

79. Sunyaev R. A., Zel'dovich Ya. B. The velocity of clusters of galaxies relative to the microwave background. The possibility of its measurement // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1980. Vol. 190. N 2. P. 413–420.

80. Valageas P., Balbi A., Silk J. Secondary CMB anisotropies from the kinetic SZ effect // Astron. Astrophys. 2001. Vol. 367. N 1. P. 1–17.

81. White M., Scott D., Silk J. Anisotropies in the cosmic microwave background // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1994. Vol. 32. P. 319–370.

82. Xue Y.-J., Wu X.-P. Reconsruction of radial temperature profiles of galaxy clusters // Astron. Astrophys. 2000. Vol. 360. N 3. P. L43–L46.

83. Yamada M., Sugiyama N. The Sunyaev—Zeldovich effect by cocoons of radio galaxies // Astrophys. J. 1999. Vol. 522. N 1. P. 66–73.

84. Zel'dovich Ya. B., Sunyaev R. A. The interaction of matter and radiation in a hot-model universe // Astrophys. Space Sci. 1969. Vol. 4. N 3. P. 285–300 (русск.), 301–316 (англ.)

85. Zel'dovich Ya. B., Sunyaev R. A. The interaction of matter and radiation in a hot-model universe. II // Astrophys. Space Sci. 1969. Vol. 7. N 1. P. 20–30.

86. Zhang T.-J., Wu X.-P. A comparison of central temperatures of the intracluster gas from X–ray and Sunyaev—Zeldovich measurements // Astrophys. J. 2000. Vol. 545. N 1. P. 141–144.

Содержание

§ 1. Космическое микроволновое фоновое (реликтовое) излучение 3
1. Открытие ..... –
2. Предшественники открытия 6
3. Свойства РИ 7
§ 2. Анизотропия реликтового излучения 9
1. Источники анизотропии РИ ..... –
2. Анизотропия малых масштабов 10
3. Анизотропия больших масштабов 13
4. Основная характеристика анизотропии 14
5. Трудности измерения анизотропии РИ 16
6. Наблюдения 18
§ 3. Поляризация реликтового излучения 21
1. Поле поляризации РИ ..... –
2. Особенности поля поляризации ..... –
3. Характер поляризации вблизи особенности 23
4. Особенности в различных системах координат 24
5. Классификация особенностей 25
6. Примеры 28
7. Особые случаи 29
§ 4. Эффект Сюняева—Зельдовича 30
1. Природа эффекта ..... –
2. Коротко о комптоновском рассеянии 33
3. Почти нерелятивистский газ 35
4. Эффект С—З в однородном приближении 36
5. Дальнейшие теоретические результаты 39
6. Более сложные случаи эффекта 40
7. Использование эффекта 44
8. Результаты наблюдений 45
§ 5. Заключение 46
Литература 47

У ч е б н о е и з д а н и е

Дмитрий Исидорович Нагирнер

РЕЛИКТОВЫЙ ФОН И ЕГО ИСКАЖЕНИЯ

Учебно-методическое пособие

Редактор Г. И. Чередниченко

Подписано в печать с оригинала-макета 28.03.2002.

Формат 60×84 1/16. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 3,25. Уч. изд. л. 3,43. Тираж 50 экз. Заказ № –

РОПИ Санкт-Петербургского государственного университета.
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/9.

ЦОП типографии Издательства СПбГУ.
199034, Санкт-Петербург, наб. Макарова, 6.