

## ДВУХПЕТЛЕВЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ КОНЕЧНОГО СОСТОЯНИЯ К ПРОЦЕССУ ДРЕЛЛА–ЯНА НА LHC В МЯГКОФОТОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

© 2019 г. В. А. Зыкунов\*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия;  
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Беларусь

Поступила в редакцию 05.06.2018 г.; после доработки 09.07.2018 г.; принята к публикации 09.07.2018 г.

В мягкофотонном приближении в рамках схемы перенормировки на массовой поверхности получены компактные формулы для двухпетлевых электромагнитных радиационных поправок конечного состояния к четырехфермионному процессу в  $s$ -канале. Предложена схема эффективной численной оценки радиационных эффектов конечного состояния в применении к процессу Дрелла–Яна для экспериментов на LHC при больших инвариантных массах.

DOI: 10.1134/S0044002719010215

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальными данными групп ATLAS и CMS на LHC [1], согласованными между собой, а к настоящему моменту также подтвержденными данными CDF и D0 с коллайдера Tevatron [2], установлено существование фундаментального скалярного бозона, отвечающего за нарушение электро-слабой калибровочной симметрии и, как следствие, за существование у частиц массы. Таким образом был утвержден статус стандартной модели (СМ) как согласованной и полностью экспериментально подтвержденной теории.

Тем не менее существуют модели “новой” физики (НФ), такие, как расширенные калибровочные теории типа теории великого объединения, модели композитности калибровочных бозонов [3, 4], композитность фермионов [5], сценарии с дополнительными размерностями [6], дополнительными нейтральными калибровочными бозонами [7] и т.д., которые предсказывают существенное отклонение от СМ в энергетической области выше 1 ТэВ. Соответственно освоение этого (пока нового) энергетического масштаба становится одной из главных задач современной физики.

С этой точки зрения перспективным представляется исследование наблюдаемых величин (сечений и асимметрии вперед-назад) процесса Дрелла–Яна [8]:

$$pp \rightarrow \gamma, Z \rightarrow l^+l^- X, \quad (1)$$

при больших (выше 1 ТэВ) инвариантных массах  $M$  лептонной пары  $l^+l^-$ . На партонном уровне процесс обусловлен кварк-антикварковой (и антикварк-кварковой) аннигиляцией в лептонную пару. Далее для определенности рассматриваем подпроцесс

$$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow l^+(k_1) + l^-(k_2), \quad (2)$$

соответствующая ему диаграмма Фейнмана приведена на рис. 1а. В скобках в (2) указаны:  $p_1$  — 4-импульс первого (анти)кварка с ароматом  $q$  и массой  $m_q$ ;  $p_2$  — 4-импульс второго (анти)кварка (с теми же ароматом и массой);  $k_1(k_2)$  — 4-импульс конечного лептона  $l^+(l^-)$  с массой  $m$ . Инвариантная масса дилептонной пары определяется так:  $M = \sqrt{(k_1 + k_2)^2}$ . Используется стандартный набор инвариантов Мандельштама для упругого партонного рассеяния:

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - k_1)^2, \quad (3)$$

$$u = (k_1 - p_2)^2$$

и инвариант  $S = (P_A + P_B)^2$  для адронного рассеяния, где  $P_A(P_B)$  — 4-импульс первого (второго) адрона.

Эксперименты по изучению процесса Дрелла–Яна (1) в настоящий момент идут на LHC полным ходом. Пока что измеренные дифференциальные сечения  $\frac{d\sigma}{dM}$ , дважды дифференциальные сечения  $\frac{d^2\sigma}{dM dy}$  (здесь  $y$  — быстрота пары) и асимметрия вперед-назад  $A_{FB}$  находятся в полном соответствии с предсказаниями СМ: при полной энергии реакции  $\sqrt{S} = 8$  ТэВ и набранной светимости

\*E-mail: zykunov@cern.ch

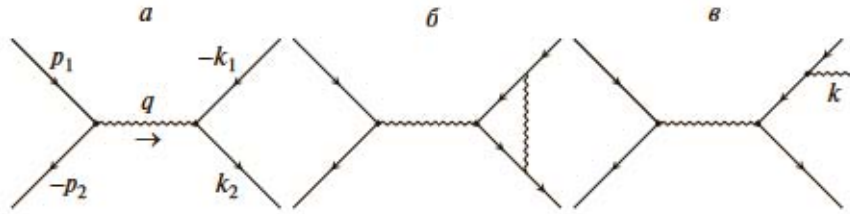


Рис. 1. Фейнмановские диаграммы для борновского (а) и однопетлевого (б) вкладов в процесс (1) на кварковом уровне, в — вклад тормозного излучения.

$19.7 \text{ фбн}^{-1}$  для  $M \leq 2 \text{ ТэВ}$ , а при  $\sqrt{S} = 13 \text{ ТэВ}$  и  $85 \text{ фбн}^{-1}$  для  $M \leq 3 \text{ ТэВ}$ . Последние опубликованные результаты физического анализа (PAS, Physics Analysis Summaries) зафиксированы, например, в работах CMS PAS-SMP-16-009 и CMS PAS-SMP-17-001.

Изучение эффектов НФ невозможно без точного знания предсказаний СМ, включая радиационные поправки: электрослабые (ЭСП) и КХД-поправки. В процессе (1) как первые, так и вторые превосходно изучены на однопетлевом уровне. Начинаясь эта деятельность с работ по однопетлевым КЭД-поправкам Мосолова, Сороко и Шумейко [9], по однопетлевым ЭСП [10] группы ZGRAD и по однопетлевым КХД-поправкам [11]. Двухпетлевые КХД-поправки впервые рассчитаны в работе [12]. К настоящему моменту имеется большое количество разнообразных, взаимодополняющих друг друга программ и компьютерных кодов, посвященных этой проблеме. Перечислим (в алфавитном порядке) некоторые из них с указанием основных авторов: DYNLO (S. Catani, L. Cieri, G. Ferrera и др.), FEWZ (R. Gavin, Y. Li, K. Melnikov, F. Petriello, S. Quackenbush и др.), HORACE (C. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini и др.), LPPG (Е. Дыдышко), MC@NLO (S. Frixione, F. Stoeckli, P. Torrielli и др.), PHOTOS (N. Davidson, T. Przedzinski, Z. Was и др.), POWHEG (L. Barze, G. Montagna, P. Nason и др.), RADY (S. Dittmaier, A. Huss, C. Schwinn и др.), READY (автор настоящей работы), SANC (А. Арбузов, Д. Бардин, Л. Калиновская и др.), WINHAC (W. Placzek, S. Jadach, M.W. Krasny и др.), WZGRAD (U. Baur, W. Hollik, D. Wackerroth и др.). Между различными программами достигнуто хорошее согласие, см., например, [13]. В качестве программы учета радиационных эффектов (однопетлевых ЭСП и одно- и двухпетлевых КХД-поправок) в современных экспериментах на LHC используется FEWZ 3.1.

Не вполне разработанным сектором является учет двухпетлевых ЭСП к процессу (1). Вероятно, более других здесь продвинулись авторы кода FEWZ. Тем не менее, из-за сложности задачи актуальными являются альтернативные расчеты,

важно получение компактных, физически адекватных результатов в ясном математическом виде и разработка новых методов оценки многопетлевых эффектов. Актуальность данной работы обусловлена именно этими факторами: в ней в простой форме выведены выражения для двухпетлевых КЭД-поправок конечного состояния к процессу (1), показано, как сокращается инфракрасная расходимость (ИКР) и старшие степени коллинеарных логарифмов (КЛ) во второй петле. Кроме этого, в работе предложена схема эффективной численной оценки этих радиационных эффектов, сделан численный анализ для современной ситуации на CMS LHC.

## 2. ОДНОПЕТЛЕВОЙ УРОВЕНЬ

Для того чтобы получить полный результат для радиационных поправок на одно- или двухпетлевом уровне к процессу (1), нужно рассчитать:

1. излучение из конечного состояния (final state radiation, FSR), тут присутствуют только электрослабые диаграммы,
2. излучение из начального состояния (initial state radiation, ISR), здесь есть как электрослабые, так и КХД диаграммы,
3. все возможные интерференционные вклады,
4. все возможные инверсные вклады, когда фотон/глюон происходит из начального протона.

Можно сказать, что в вышеприведенном перечислении до третьего пункта сложности с расчетом нарастают.

Простейший, но важный с точки зрения решения таких принципиальных вопросов, как процедура (порядок выполнения, методически правильное использование обозначений и т.д.) сокращения ИКР, доказательство независимости от параметра, разделяющего области мягких и жестких фотонов и, наконец, выяснение точной формы коэффициентов при старших степенях КЛ (которая принципиально важна при адсорбции коллинеарных логарифмов в функции партонных распределений для решения проблемы кварковой массовой сингулярности), в том числе сокращение старших

(нефизичных) степеней КЛ, — это вклад конечного состояния в электромагнитные поправки.

На однопетлевом уровне КЭД-поправки конечного состояния складываются из двух частей:

1. вклад от диаграмм с наличием виртуальной частицы (см. рис. 1б),

2. вклад однофотонного излучения из конечного состояния (мягкого и жесткого), см. рис. 1в.

Сечение, соответственно, состоит из двух слагаемых:

$$\sigma_{\text{NLO}} = \sigma_V + \sigma_R. \quad (4)$$

В мягкофотонном приближении сечения вкладов пропорциональны борновскому и выглядят так:

$$\sigma_V = 2\text{Re}F^{(1)}(s)\sigma_0, \quad \sigma_R = \delta_1^S \sigma_0. \quad (5)$$

Для записи сечений используется сокращенное обозначение  $\sigma \equiv d\sigma/dt$ . Борновское сечение выглядит как

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \sigma_0^{q\bar{q}} = \\ &= \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{i,j=\gamma,Z} D^i D^{j*} (b_+^{i,j} t^2 + b_-^{i,j} u^2), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры. Для того чтобы найти выражения для  $q\bar{q}$ -случая, необходимо сделать очевидную замену переменных Мандельштама:  $t \leftrightarrow u$ .

Пропагатор  $j$ -бозона

$$D^{js} = \frac{1}{s - m_j^2 + im_j\Gamma_j} \quad (7)$$

содержит  $m_j$  (массу) и  $\Gamma_j$  (ширину)  $j$ -бозона. Удобно пользоваться комбинациями констант связи для  $f$ -го фермиона с  $i$ - и  $j$ -бозонами

$$\lambda_{f+}^{i,j} = v_f^i v_f^j + a_f^i a_f^j, \quad \lambda_{f-}^{i,j} = v_f^i a_f^j + a_f^i v_f^j, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} v_f^\gamma &= -Q_f, \quad a_f^\gamma = 0, \\ v_f^Z &= \frac{I_f^3 - 2s_W^2 Q_f}{2s_W c_W}, \quad a_f^Z = \frac{I_f^3}{2s_W c_W}, \end{aligned} \quad (9)$$

$Q_f$  — заряд фермиона  $f$ ,  $I_f^3$  — третья компонента изоспина фермиона  $f$ , и  $s_W(c_W)$  — это (ко)синус угла Вайнберга

$$c_W = m_W/m_Z, \quad s_W = \sqrt{1 - c_W^2}. \quad (10)$$

Константы связи собираются в комбинации:

$$b_{\pm}^{n,k} = \lambda_{q+}^{n,k} \lambda_{l+}^{n,k} \pm \lambda_{q-}^{n,k} \lambda_{l-}^{n,k}. \quad (11)$$

Результаты для отдельных вкладов в мягкофотонном приближении хорошо известны и приведены, например, в работе [14]. Приведем их здесь в

несколько измененных обозначениях для полноты изложения.

Действительная часть однопетлевого  $s$ -канального формфактора выглядит так:

$$\begin{aligned} \text{Re}F^{(1)}(s) &= \frac{\alpha}{\pi} \left[ -\frac{1}{4}L^2 + \frac{1}{2}L_\lambda L + \right. \\ &\left. + \frac{3}{4}L - \frac{1}{2}L_\lambda - 1 + \frac{\pi^2}{3} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

В сечении излучения мягкого фотона факторизуется поправка:

$$\begin{aligned} \delta_1^S &= \frac{\alpha}{\pi} \left[ \frac{1}{2}L^2 - L_\lambda L + \right. \\ &\left. + 2L_\omega L + L_\lambda - 2L_\omega - \frac{\pi^2}{3} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Как на однопетлевом, так и на двухпетлевом уровне все значимые результаты выражаются через три логарифма: коллинеарный  $L$ , инфракрасный  $L_\lambda$  и мягкий  $L_\omega$ :

$$L = \ln \frac{s}{m^2}, \quad L_\lambda = \ln \frac{\lambda^2}{m^2}, \quad L_\omega = \ln \frac{2\omega}{\sqrt{s}}, \quad (14)$$

где  $\lambda$  — инфинитезимальная масса фотона,  $\omega$  — максимальная энергия мягкого тормозного фотона. Легко заметить, что вклад с излучением мягкого фотона можно преобразовать к виду

$$\delta_1^S = \frac{\alpha}{\pi} \left[ A \ln \frac{\omega}{\lambda} - B \right], \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} A &= 2(L - 1), \\ B &= \frac{1}{2}L^2 - L + \frac{\pi^2}{3} - 2(L - 1) \ln 2. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (15) видно, что зависимость от  $\lambda$  “вымирает” при стремлении  $\omega \rightarrow \lambda$ , это свойство нам пригодится в дальнейшем.

Складывая сечения в формуле, легко заметить сокращение старших степеней КЛ (второй степени в первой петле) и сокращение ИКР (логарифмы  $L_\lambda$  взаимно уничтожаются). В результате получим известный результат:

$$\sigma_{\text{NLO}} = \frac{\alpha}{\pi} \left[ \frac{3}{2}L + 2(L - 1)L_\omega - 2 + \frac{\pi^2}{3} \right] \sigma_0. \quad (17)$$

Одна из задач настоящей работы — получить подобный результат для второй петли.

### 3. ДВУХПЕТЛЕВОЙ УРОВЕНЬ

Чтобы оценить сечение на двухпетлевом уровне, нужно рассчитать:

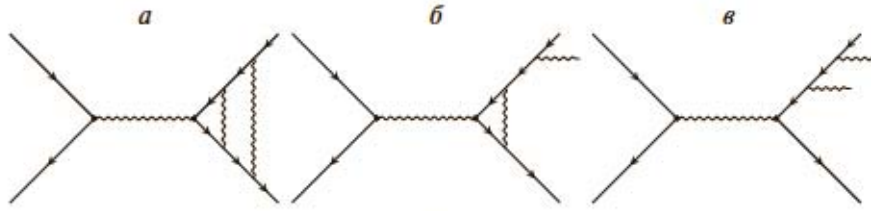


Рис. 2. Фейнмановские диаграммы для описания основных классов двухпетлевых вкладов в процесс (1) на кварковом уровне: *a* — *T*-вклад, *b* — *O*-вклад, *v* — *D*-вклад.

*Q*-часть: квадратичный (Quadratic) вклад, т.е. квадрат однопетлевых NLO FSR поправок, см. рис. 1б,

*T*-часть: двухпетлевой (Two-loop) вклад (рис. 2а),

*O*-часть: однофотонное (One-photon) излучение из диаграмм с одним виртуальным фотоном (мягкое и жесткое) (рис. 2б),

*D*-часть: двухфотонное (Double-photon) излучение (мягкое и жесткое) (рис. 2в).

Если действовать в приближении мягких фотонов, то, кроме этого, нужно учесть тот факт, что сечение процесса с излучением двух мягких фотонов, каждый с энергией меньше  $\omega$  (это как раз *D*-часть согласно нашей терминологии), отличается от сечения процесса с излучением двух мягких фотонов с суммарной энергией, меньше  $\omega$ . Разницу будем называть *K*-частью (обозначим ее  $\sigma_K$ ) и во втором случае (с ограничением на суммарную энергию), который, вообще говоря, и соответствует экспериментальной постановке, ее нужно вычесть из сечения, соответствующего первому случаю.

С учетом вышесказанного, чтобы получить требуемое сечение на двухпетлевом уровне, нужно суммировать *Q*-, *T*-, *O*-, *D*-части и вычесть *K*-часть:

$$\sigma_{\text{NNLO}} = \sigma_Q + \sigma_T + \sigma_O + \sigma_D - \sigma_K.$$

Приведем все требуемые формулы.

*Q*-часть получается при квадрировании однопетлевой виртуальной амплитуды

$$\sigma_Q = |F^{(1)}(s)|^2 \sigma_0. \quad (18)$$

Замечаем, что здесь принципиально требуется учет мнимой части вершинного формфактора, приведем его:

$$\text{Im}F^{(1)}(s) = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2} \left[ L - L_\lambda - \frac{3}{2} \right]. \quad (19)$$

Как видно, мнимая часть содержит ИКР (а при квадрировании и ведущую степень КЛ) и не может быть проигнорирована.

*T*-часть имеет вид

$$\sigma_T = 2\text{Re}F^{(2)}(s)\sigma_0. \quad (20)$$

Эта часть сечения вычислена в рамках схемы перенормировки на массовой поверхности в работе [14] и в наших обозначениях выглядит так:

$$\begin{aligned} \text{Re}F^{(2)}(s) = & \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \left[ \frac{1}{32}L^4 - \frac{3}{16}L^3 + \right. \\ & + \left(\frac{17}{32} - \frac{5}{4}\zeta_2\right)L^2 + \left(-\frac{21}{32} + 3\zeta_2 + \frac{3}{2}\zeta_3\right)L + \\ & + \frac{2}{5}\zeta_2^2 - \frac{9}{4}\zeta_3 - 3\zeta_2 \ln 2 - \frac{1}{2}\zeta_2 + \\ & + \frac{405}{216} + L_\lambda^2 \left(\frac{1}{8}L^2 - \frac{1}{4}L + \frac{1}{8} - \frac{3}{4}\zeta_2\right) + \\ & + L_\lambda \left(-\frac{1}{8}L^3 + \frac{1}{2}L^2 + \right. \\ & \left. + \left(-\frac{7}{8} + \frac{5}{2}\zeta_2\right)L + \frac{1}{2} - \frac{13}{4}\zeta_2\right) \left. \right]. \end{aligned}$$

Видно, что это выражение содержит нефизические степени КЛ (четвертую и третью), которым предстоит сократиться, и значения дзета-функции Римана  $\zeta_2 = \pi^2/6$ ,  $\zeta_3 \approx 1.202057$ .

*O*- и *D*-части имеют интуитивно понятный и известный из литературы вид:

$$\sigma_O = \delta_1^S \cdot 2\text{Re}F^{(1)}(s)\sigma_0, \quad (21)$$

$$\sigma_D = \frac{1}{2}(\delta_1^S)^2 \sigma_0. \quad (22)$$

Множитель  $\frac{1}{2}$  обусловлен тождественностью фотонов. Отметим, что сечение  $\sigma_D$  имеет минимум в точке  $\omega = \lambda e^{B/A}$  (при  $\omega < \lambda e^{B/A}$  сечение падает), поэтому для численной оценки следует пользоваться значениями  $\omega > \lambda e^{B/A}$ , что, например, при  $q^2 = 10^7$  ГэВ,  $m = m_\mu$  дает  $\omega > 72.33 \lambda$ .

Наконец, *K*-часть имеет вид

$$\sigma_K = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{2}{3} \pi^2 (L-1)^2 \sigma_0. \quad (23)$$

Точный вывод этой формулы приведен в Приложении.

Суммируя все вклады, получаем компактный результат, который не содержит ИКР и старших

**Таблица 1.** Структура по различным вкладам и зависимость от массы фотона относительных двухпетлевых поправок конечного состояния к дифференциальному сечению по инвариантной массе процесса (1) при  $M = 2$  ТэВ и  $\omega = \omega_{\text{eff}} = 0.069M$

$\lambda$ , ГэВ	$Q$	$T$	$O$	$D$	$K$	NNLO
$10^{-12}$	1.7221	1.5956	-6.3766	3.0640	0.0062	-0.0011
$10^{-11}$	1.4666	1.3564	-5.4073	2.5894	0.0062	-0.0011
$10^{-10}$	1.2314	1.1364	-4.5170	2.1543	0.0062	-0.0011
$10^{-9}$	1.0168	0.9359	-3.7067	1.7592	0.0062	-0.0011
$10^{-8}$	0.8227	0.7548	-2.9764	1.4040	0.0062	-0.0011
$10^{-7}$	0.6492	0.5931	-2.3262	1.0889	0.0062	-0.0011
$10^{-6}$	0.4962	0.4507	-1.7558	0.8136	0.0062	-0.0011
$10^{-5}$	0.3638	0.3279	-1.2653	0.5786	0.0062	-0.0011
$10^{-4}$	0.2520	0.2245	-0.8548	0.3833	0.0062	-0.0011
$10^{-3}$	0.1607	0.1406	-0.5245	0.2282	0.0062	-0.0011
$10^{-2}$	0.0900	0.0761	-0.2741	0.1132	0.0062	-0.0011
$10^{-1}$	0.0398	0.0310	-0.1037	0.0380	0.0062	-0.0011
$10^0$	0.0103	0.0054	-0.0133	0.0029	0.0062	-0.0011
$10^1$	0.0012	-0.0009	-0.0030	0.0077	0.0062	-0.0011
$10^2$	0.0128	0.0124	-0.0726	0.0526	0.0062	-0.0011

нефизичных степеней КЛ:

$$\sigma_{\text{NNLO}} = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 [c_2 L^2 + c_1 L + c_0] \sigma_0, \quad (24)$$

где коэффициенты при степенях КЛ имеют вид:

$$c_2 = 2L_\omega^2 + 3L_\omega - 2\zeta_2 + \frac{9}{8},$$

$$c_1 = -4L_\omega^2 + L_\omega(4\zeta_2 - 7) + \frac{11}{2}\zeta_2 + 3\zeta_3 - \frac{45}{16},$$

$$c_0 = 2L_\omega^2 + 4L_\omega(1 - \zeta_2) - \frac{6}{5}\zeta_2^2 + \frac{3}{8}\zeta_2 - 6\zeta_2 \ln 2 - \frac{9}{2}\zeta_3 + \frac{19}{4}.$$

#### 4. ЧИСЛЕННАЯ ОЦЕНКА И ВЫВОДЫ

Для всех численных оценок работы принимается следующий набор предписаний, вложенный в программу READY (версия 5.7):

исследуемая реакция (1) с конечной димюонной парой ( $m = m_\mu$ ) и с энергией ЛНС  $\sqrt{S} = 13$  ТэВ;

электрослабые параметры СМ и лептонные массы соответствуют работе [15];

учитываем все ароматы валентных и “морских” кварков в протоне кроме  $t$ ;

MRST2004QED-набор функций кварковых распределений [16] (относительные поправки практически не зависят от выбора распределений);

накладываются следующие стандартные экспериментальные ограничения на косинус угла детектируемого лептона в с.ц.м. протонов  $-\zeta^* \leq \zeta \leq \zeta^*$  или на его быстроту  $|y(l)| \leq y(l)^*$ ; для детектора CMS значения  $\zeta^*$  и  $y(l)^*$ :

$$y(l)^* = -\ln \text{tg} \frac{\theta^*}{2} = 2.5, \quad (25)$$

$$\zeta^* = \cos \theta^* \approx 0.986614,$$

также используется второе ограничение CMS:  $p_T(l) \geq 20$  ГэВ;

применяем так называемую чистую схему (“bare” setup) требований идентификации лептонов: не принимается во внимание “размазывание” (smearing) и не учитываются условия рекомбинации детектируемого лептона и радиационного фотона.

Структура и зависимость от массы фотона всех рассмотренных вкладов в относительную двухпетлевую поправку к сечению  $d\sigma/dM$  при  $M = 2$  ТэВ в случае  $l = \mu$  и использования эффективного значения  $\omega_{\text{eff}} = 0.069M$  (см. ниже) приведены в табл. 1. Видно, что в сумме зависимость от  $\lambda$  отсутствует, масштаб каждого рассмотренного вклада весьма

**Таблица 2.** Структура и зависимость от  $\omega$  относительных двухпетлевых поправок конечного состояния к дифференциальному сечению по инвариантной массе процесса (1) при  $M = 2$  ТэВ и массе фотона  $\lambda = 10^{-4}$  ГэВ

$\omega$ , ГэВ	$Q$	$T$	$O$	$D$	$K$	NNLO
$10^{-3}$	0.2519	0.2245	0.1486	0.0116	0.0062	0.6304
$10^{-2}$	0.2519	0.2246	-0.0466	0.0011	0.0062	0.4248
$10^{-1}$	0.2519	0.2246	-0.2418	0.0307	0.0062	0.2592
$10^0$	0.2519	0.2246	-0.4370	0.1002	0.0062	0.1335
$10^1$	0.2519	0.2246	-0.6323	0.2098	0.0062	0.0478
$10^2$	0.2520	0.2246	-0.8275	0.3594	0.0062	0.0021
$10^3$	0.2520	0.2246	-1.0228	0.5489	0.0062	-0.0035

велик и растет с уменьшением  $\lambda$  и только в сумме имеет величину, характерную для двухпетлевых эффектов.

Далее, в табл. 2 показана структура по вкладам и зависимость от параметра  $\omega$  относительных двухпетлевых поправок конечного состояния к дифференциальному сечению по инвариантной массе процесса (1) при  $M = 2$  ТэВ и массе фотона  $\lambda = 10^{-4}$  ГэВ (напомним, что полный результат от  $\lambda$  не зависит).

Для точного учета двухпетлевых поправок требуется вычисление по фазовому объему как мягких, так и жестких тормозных фотонов с учетом возможностей детектора. Далее под термином “точный” учет понимаем именно такой подход. Тем не менее, граница между мягкими и жесткими фотонами вполне условная, можно ее вовсе не вводить в расчет, как это сделать, объясняется в [17] (так называемый  $G/N$ -метод). Точный расчет (с учетом жесткого излучения) и его сравнение с эффективной оценкой будет нашей следующей задачей.

**Таблица 3.** Зависимость относительных двухпетлевых поправок конечного состояния к дифференциальному сечению по инвариантной массе процесса (1) от  $M$

$M$ , ТэВ	$\delta_{\text{NLO,FSR}}$	$\omega_{\text{eff}}/M$	$\delta_{\text{NNLO,FSR}}$
0.5	-0.0628	0.093	-0.0025
1.0	-0.0773	0.083	-0.0022
1.5	-0.0895	0.076	-0.0018
2.0	-0.1017	0.069	-0.0011
2.5	-0.1104	0.063	-0.0002
3.0	-0.1222	0.057	+0.0008

В настоящей работе численный расчет полученного результата в мягкофотонном приближении принципиально требует выбора значения  $\omega$ . Чтобы получить приблизительную оценку величины двухпетлевых эффектов конечного состояния, поступим так:

1. точно рассчитаем однопетлевую радиационную поправку конечного состояния (обозначим ее  $\delta_{\text{NLO,FSR}}$ ),

2. подбираем эффективное значение максимальной энергии  $\omega_{\text{eff}}$ , которое воспроизводит точный результат,

3. используем значение  $\omega_{\text{eff}}$  для того, чтобы получить двухпетлевую поправку  $\delta_{\text{NNLO,FSR}}$ .

Результат для относительных поправок к дифференциальному сечению по инвариантной массе

$$\delta_{\text{NNLO}} = \frac{d\sigma_{\text{NNLO}}/dM}{d\sigma_0/dM} \quad (26)$$

приведен в табл. 3. Масштаб получившейся относительной поправки невелик, наблюдается близкая к линейной зависимость от  $M$  и изменение знака эффекта в районе  $M = 2.5$  ТэВ.

В работе в ясной форме выведены выражения для двухпетлевых КЭД-поправок конечного состояния к процессу (1). Понятно, что такую же форму будут иметь и двухпетлевые КЭД-поправки начального состояния. Пользуясь разработанной процедурой, можно сформировать также двухпетлевые КХД-поправки (как синглетный, так и несинглетный вклад). Также в работе предложена схема эффективной численной оценки рассмотренных радиационных эффектов, данная оценка является приблизительной, очевидно, что необходим точный учет жесткого тормозного излучения.

Автор признателен коллегам по группе RDMS CMS, а также А.Б. Арбузову и Ю.М. Быстрицкому за обсуждение.

Приложение

ВЫВОД ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ  $\sigma_K$

Сечение процесса с одним мягким фотоном имеет вид

$$\sigma_R = \sigma_0 \frac{\alpha}{\pi} L(\lambda, \omega), \quad (\text{П.1})$$

$$L(\lambda, \omega) = -\frac{1}{4\pi} \int_{k_0 < \omega} \frac{d^3 \mathbf{k}}{k_0} T^\alpha(k) T_\alpha(k).$$

Для излучения из конечного состояния характерна комбинация

$$T^\alpha(k) = \frac{k_1^\alpha}{k_1 k} - \frac{k_2^\alpha}{k_2 k}, \quad (\text{П.2})$$

где  $k$  — 4-импульс тормозного фотона.

Общее выражение для сечения процесса с двумя мягкими фотонами по области  $A$  имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_A^{\gamma\gamma} &= \sigma_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \times \\ &\times \int_A \frac{d^3 \mathbf{k}}{k_0} \frac{d^3 \mathbf{p}}{p_0} T^\alpha(p) T_\alpha(p) T^\beta(k) T_\beta(k). \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

Согласно введенным обозначениям очевидно, что

$$\sigma_D = \sigma_{k_0 < \omega, p_0 < \omega}^{\gamma\gamma}. \quad (\text{П.4})$$

Видно также, что

$$\sigma_K = \sigma_{k_0 < \omega, p_0 < \omega}^{\gamma\gamma} - \sigma_{k_0 + p_0 < \omega}^{\gamma\gamma}. \quad (\text{П.5})$$

Рассчитаем  $\sigma_K$  точно, для этого введем обозначение

$$\begin{aligned} I(a_1, a_2; b_1, b_2) &= \\ &= \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \int_{a_1 < k_0 < a_2, b_1 < p_0 < b_2} \frac{d^3 \mathbf{k}}{k_0} \frac{d^3 \mathbf{p}}{p_0} \times \\ &\times T^\alpha(p) T_\alpha(p) T^\beta(k) T_\beta(k). \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Очевидно, что если  $\lambda \ll a, b$ , то выполняется условие

$$I(0, a; 0, b) = L(\lambda, a)L(\lambda, b). \quad (\text{П.7})$$

Далее, если  $da, db \ll a, b$ , из простых геометрических соображений следует

$$\begin{aligned} I(a, a + da; b, b + db) &= \\ &= I(0, a + da; 0, b + db) + I(0, a; 0, b) - \\ &- I(0, a; 0, b + db) - I(0, a + da; 0, b). \end{aligned}$$

Упрощая с помощью (П.7) и явного вида  $L(\lambda, \omega) = 2(L-1) \ln \frac{2\omega}{\lambda} + \dots$  (см. формулу (15)), получим

$$I(a, a + da; b, b + db) = \quad (\text{П.8})$$

$$\begin{aligned} &= 4(L-1)^2 \ln \frac{a+da}{a} \ln \frac{b+db}{b} \approx \\ &\approx 4(L-1)^2 \frac{da}{a} \frac{db}{b}. \end{aligned}$$

Наконец, находим искомую разницу в сечениях:

$$\begin{aligned} \sigma_K &= \sigma_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2} \sum_{\Omega} I(a, a + da; b, b + db) = \\ &= \sigma_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2} 4(L-1)^2 \int_0^\omega \frac{da}{a} \int_{\omega-a}^\omega \frac{db}{b} = \\ &= \sigma_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2} 4(L-1)^2 \text{Li}_2\left(\frac{a}{\omega}\right) \Big|_0^\omega = \\ &= \sigma_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2} \frac{2\pi^2}{3} (L-1)^2, \end{aligned}$$

где  $\Omega = \{a < \omega\} \cap \{b < \omega\} \cap \{a + b > \omega\}$ , а  $\text{Li}_2$  означает дилогарифм Спенса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ATLAS Collab., Phys. Lett. B **716**, 1 (2012) [arXiv:1207.7214 [hep-ex]]; CMS Collab., Phys. Lett. B **716**, 30 (2012) [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
2. CDF and D0 Collab., Phys. Rev. Lett. **109**, 071804 (2012) [arXiv:1207.6436 [hep-ex]].
3. M. Cvetič and S. Godfrey, hep-ph/9504216; J. L. Hewett and T. G. Rizzo, Phys. Rept. **183**, 193 (1989).
4. T. G. Rizzo, in *Proceedings of the 1996 DPF/DPB Summer Study on New Directions for High Energy Physics, "Snowmass 96", Snowmass, CO, 25 June–12 July 1996* [hep-ph/9612440].
5. D. Bourilkov, hep-ph/0305125; CERN-CMS-NOTE-2006-085.
6. Nima Arkani-Hamed, Savvas Dimopoulos, and Gia Dvali, Phys. Lett. B **429**, 263 (1998) [hep-ph/9803315]; I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. Dvali, Phys. Lett. B **436**, 257 (1998) [hep-ph/9804398]; L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370, 4690 (1999) [hep-ph/9905221, hep-th/9906064]; C. Kokorelis, Nucl. Phys. B **677**, 115 (2004) [hep-th/0207234].
7. A. Leike, Phys. Rept. **317**, 143 (1999) [hep-ph/9805494].
8. В. А. Матвеев, Р. М. Мурадян, А. Н. Тавхелидзе, Препринт № P2-4543, ОИЯИ (Дубна, 1969); S. D. Drell and T. M. Yan, SLAC-PUB-0755 (June, 1970), Phys. Rev. Lett. **25**, 316, 902 (Erratum) (1970).
9. V. A. Mosolov and N. M. Shumeiko, Nucl. Phys. B **186**, 397 (1981); А. Сороко, Н. Шумейко, ЯФ **52**, 514 (1990) [Sov. J. Nucl. Phys. **52**, 329 (1990)].
10. U. Baur *et al.* (ZGRAD), Phys. Rev. D **65**, 033007 (2002) [hep-ph/0108274].

11. H. Baer, J. Ohnemus, and J. F. Owens, Phys. Rev. D **40**, 2844 (1989); **42**, 61 (1990); W. T. Giele and E. W. N. Glover, Phys. Rev. D **46**, 1980 (1992).
12. R. Hamberg, W. L. van Neerven, and T. Matsuura, Nucl. Phys. B **359**, 343 (1991).
13. Е. В. Дыдышко, В. Л. Ермольчик, В. А. Зыкунов, Х. Г. Суарес, С. В. Шматов, ЭЧАЯ **49**, 1267 (2018) [Phys. Part. Nucl. **49**, 722 (2018)].
14. F. A. Berends, W. L. van Neerven, and G. J. H. Burgers, Nucl. Phys. B **297**, 429 (1988).
15. S. Alioli, A. B. Arbuzov, D. Yu. Bardin, *et al.*, Eur. Phys. J. C **77**, 280 (2017) [arXiv:1606.02330 [hep-ph]].
16. A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **39**, 155 (2005) [hep-ph/0411040].
17. В. А. Зыкунов, ЯФ **80**, 388 (2017) [Phys. Atom. Nucl. **80**, 699 (2017)].

## TWO-LOOP CORRECTIONS OF FINAL STATE RADIATION TO THE DRELL–YAN PROCESS AT LHC IN SOFT-PHOTON APPROXIMATION

V. A. Zykunov

*Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia;  
Francisk Skorina Gomel State University, Belarus*

Using the soft-photon approximation and on-mass-shell renormalization the compact formulas for the two-loop electromagnetic corrections of final state radiation to 4-fermionic process in the  $s$ -channel are obtained. The scheme of effective numerical estimation of radiative effects of the final state for the Drell–Yan process experiments at LHC with large invariant mass is proposed.