

УДК

Посвящается светлой памяти Николая Николаевича Боголюбова

Н.Н. БОГОЛЮБОВ И МАТЕМАТИКА

В. С. Владимирова

Книга природы написана языком математики
ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ

Почти десять лет прошло с тех пор, как от нас ушел Николай Николаевич Боголюбов – великий Труженик и Мастер науки – математик, физик, механик. И тем не менее он не покинул нас совсем, он оставил нам самое ценное и нетленное – его дух, его идеи, его дела, то есть то, на что не распространяется власть смерти.

Сегодня уместно здесь вспомнить о математическом наследии Н. Н. Боголюбова, о его влиянии как математика на развитие современной теоретической и математической физики, о его мощном интеллекте, отмеченном печатью гениальности. Н. Н. Боголюбов – математик “божьей милостью” – по праву принадлежит к той плеяде великих русских ученых, труды которых обеспечили бурный расцвет математики в СССР в XX веке, несмотря на так называемой “тоталитаризм”.

Свою научную карьеру Н. Н. Боголюбов начал в Киеве под руководством академика Н. М. Крылова, и в 15 лет он опубликовал свой первый труд по математике. Этот начальный (киевский) период его научного творчества был посвящен как чисто теоретическим, так и прикладным вопросам математики – прямым методам вариационного исчисления, теории почти периодических функций, теории приближений, методам приближенного решения дифференциальных уравнений, динамическим системам, эргодическим свойствам, асимптотическим методам, нелинейной механике, статистической механике, кинетическим уравнениям, квантовой статистике¹. Были созданы знаменитые методы нелинейной механики: *метод усреднения Крылова–Боголюбова* и *асимптотический метод Крылова–Боголюбова–Митропольского*. Впервые доказано существование инвариантной меры в динамических системах, дано новое построение теории почти периодических функций и доказаны необходимые арифметические теоремы.

Ряд работ был выполнен Н. Н. Боголюбовым в Киеве в связи с потребностями новой развивающейся техники и строительства.

Выдающиеся исследования молодого ученого вскоре создали ему широкую известность. Его аспирантская работа (см. [5], [6]) была высоко оценена знаменитым итальянским математиком Л. Тонелли и в 1930 году удостоена премии Академии наук Болоньи, а автору была присуждена ученая степень доктора математики *honoris causa*.

В послевоенный период появились замечательные работы Н. Н. Боголюбова по современной математике в связи с созданием математического аппарата для решения новых задач теоретической физики и атомной энергетики. Н. Н. Боголюбов никогда не доказывал теорем вообще, всякая

¹ Основные работы этого периода, отобранные самим Николаем Николаевичем, переведены на английский язык и вошли в III том элитного издания Избранных трудов [1]–[4].

теорема доказывалась им для чего-либо, сразу шла, как говорят, “в дело”. Он быстро схватывал математическую суть физической задачи, создавал новый мощный метод с большим запасом “прочности”, оставляя своим ученикам дальнейшие обобщения, уточнения, доработки, . . . Мы, его ученики, неоднократно наблюдали такой его творческий подъем, восхищались работой Мастера, на деле видели, как происходит влияние физики на математику. С другой стороны, он рассматривал математику не только как средство для вычислений, но и как метод получения нового знания из нескольких очевидных положений (аксиом) с помощью математики, как говорят, “на кончике пера”.²

Органическое слияние математики и физики в творчестве Н. Н. Боголюбова позволило ему внести решающий вклад в развитие теоретической физики и фактически заложить основы современной математической физики. Уже в 1963 году Н. Н. Боголюбов имел полное основание опубликовать [8] такое утверждение: “Основные понятия и методы квантовой теории поля становятся все более математическими”. Теперь можно сказать больше: “Теоретическая физика все в большей степени становится математической физикой”. Уже в 60-х годах назрела настоятельная необходимость в создании нового журнала и в организации новой регулярно действующей международной конференции по теоретической и математической физике. По инициативе Н. Н. Боголюбова такой журнал был создан в 1969 году – это “Теоретическая и математическая физика”, в настоящее время всемирно известный журнал. Первая международная боголюбовская конференция состоялась в 1972 году в Москве. Далее – Варшава, Киото, . . . Последняя, XIII-я, прошла в Лондоне в 2000 году.

Следуя изначальным принципам боголюбовской школы, как журнал, так и конференция были оснащены общепризнанной эмблемой

$$M \cap \Phi,$$

символизирующей общее между математиками и физиками, между математикой и физикой.

В программном выступлении [9] на открытии Международного совещания по проблемам квантовой теории поля (Алушта, 1981 г.) Н. Н. Боголюбов так оценивал положение в математической физике:

“У нас на глазах за последние годы оформилась совершенно новая область науки, которую уместнее всего назвать современной математической физикой. Она имеет то же генетическое происхождение, что и классическая математическая физика. (. . .)

Решение новых физических задач квантовой теории поля сначала искали на путях усовершенствования обычных методов квантовой механики. В это время физики успели убедиться, что для получения разумных ответов на свои вопросы они должны глубже понять математическую природу объектов исследования, таких как обобщенные функции или неограниченные операторы, повысить принятый стандарт доказательной силы аргументации.

В дальнейшем для того чтобы освободиться от чрезмерной и иногда бессмысленной детализации, стали изыскивать аксиоматические пути построения теории. Тогда стало очевидно, что современные математические методы позволяют получать иногда очень сильные результаты. (. . .)

Мы находимся в самом начале пути. Достаточно вспомнить, что вне теории возмущений еще не построено ни одного нетривиального примера квантовой теории поля, достаточно близкого к реальному физическому миру в четырех измерениях.

Обращение физиков к методам современной математики, интерес математиков к задачам квантовой физики – взаимно плодотворны”.

Эти положения Н. Н. Боголюбова не утратили своего актуального значения и до настоящего времени.

²По существу в этом и состояло различие между школами Боголюбова и Ландау в 40–50-е годы. Подробнее об этом см. в [7]. Время рассудило спор – уже давно физики-теоретики широко используют самые абстрактные разделы математики – от машины Тьюринга до p -адических чисел.

Ярким примером создания и применения новых математических средств к физике является разработка аксиоматического подхода к квантовой теории поля, предпринятая Н. Н. Боголюбовым в 50-е годы. Важной проблемой тогда была проблема ультрафиолетовых расходимостей при использовании гамильтонова формализма в квантовой теории поля.

Николай Николаевич предложил новый подход к этой проблеме. Прежде всего он отказался от гамильтонова формализма и принял за основу теории матрицу рассеяния S , введенную Гейзенбергом. Для того чтобы ввести гипотезу адиабатического включения, он рассматривает S -матрицу как функционал $g \rightarrow S[g]$ на “хороших” функциях (включения взаимодействия) $g(x)$, причем при $g \rightarrow 1$ $S[g]$ стремится к физической матрице S .

При этом требовалось, чтобы S -матрица удовлетворяла основным физическим постулатам (см. [10], [11]): *релятивистской ковариантности, унитарности, причинности, спектральности*. Наибольшую трудность вызвала формулировка условия причинности. Для этой цели Н. Н. Боголюбов вводит локальные гейзенберговские операторы, как вариационные производные S -матрицы по функциям включения взаимодействия $g(x)$, и формулирует условие причинности, ныне хорошо известное как *условие микропричинности Боголюбова*.

Предложенная Н. Н. Боголюбовым система аксиом – это первый опыт нетривиального применения аксиоматического метода в физике. Фактически он сделал первые шаги к решению шестой проблемы Д. Гильберта [12]: “аксиоматизировать те физические науки, в которых важную роль играет математика”. Следует отметить, что несколько позже разрабатывались и другие системы аксиом квантовой теории поля, связанные с именами Уайтмана, Лемана, Симанзика, Циммермана, Хаага, Араки, Каствлера, . . .

При доказательстве дисперсионных соотношений в рамках аксиоматической квантовой теории поля Н. Н. Боголюбов столкнулся с рядом новых чисто математических задач, лежащих на стыке теории функций многих комплексных переменных и обобщенных функций, – это вопросы аналитического продолжения обобщенных функций. Прежде всего он открыл и доказал очень важную теорему, известную ныне как *теорема об “острие клина” Боголюбова*, в ее локальной и глобальной версиях. Я не буду здесь приводить формулировку этой теоремы ввиду ее сложности (см. [13]). Отмечу лишь, что ее глобальный вариант существенно опирается на свойство псевдовыпуклости оболочек голоморфности областей специального вида функций многих комплексных переменных.

Первое доказательство теоремы об “острие клина”, как и опирающееся на нее доказательство дисперсионных соотношений, были построены Николаем Николаевичем в 1956 году и доложены на Международной конференции в Сиэтле в том же году [11]. К сожалению, он не озабочился сразу опубликовать эти доказательства на английском языке, что породило неоднозначные приоритетные оценки (см., например, [14], [15]). Вот что говорят по этому поводу сами авторы – Н. Н. Боголюбов и Д. В. Ширков – известной книги “Введение в теорию квантованных полей”, изд. 1973 г. (см. [10]):

“Впервые эта техника была развита Боголюбовым в середине 50-х годов. Наиболее общим и классическим результатом здесь является теорема о возможности определения опережающей и запаздывающей функций в единую аналитическую функцию (см. монографию Боголюбова–Медведева–Поливанова (1958) – дополнение А, теорема I). Впоследствии эта теорема получила название “теорема об острие клина”. Рассуждения, основанные на использовании этой теоремы, и позволяют доказывать дисперсионные соотношения для разных случаев . . .

Дальнейшее развитие эти методы получили в работах Боголюбова и Владимирова (1958), Бремермана, Оме и Тейлора (1958), Лемана (1959), Владимирова и Логунова (1959), Оме и Тейлора (1959), Тодорова (1960) и др.”

Ныне теорема об “острие клина” Боголюбова и ее следствия прочно вошли в математику, имеют глубокие обобщения и многие применения и составляют новую главу в теории функции многих комплексных переменных [13]. Значение этой теоремы далеко выходит за рамки потребностей физики. Вот наглядный пример влияния физики на математику!

Из аксиом Н. Н. Боголюбова, из теоремы об “острие клина” и из ее обобщений вытекают как из “рога избытия” многие следствия, содержащие новые физические знания, скрытые в аксиомах. Это в первую очередь относится к дисперсионным соотношениям в квантовой теории поля. Этим же вопросам были посвящены пленарные доклады на Международном конгрессе математиков в Эдинбурге в 1958 году [16] и на Рочестерской конференции по физике высоких энергий в Киеве в 1959 году [17].

Дисперсионный подход в квантовой теории поля открыл новый этап в теории сильных взаимодействий. Физики получили представление об амплитуде рассеяния как о единой аналитической функции, и оно стало решающим для последующего развития теории сильных взаимодействий. Этот на первый взгляд чисто математический результат явился отражением существующих в природе глубоких связей между, казалось бы, различными физическими процессами. Дальнейшее развитие этих идей и соображений дуальности привело к созданию основ современной теории струн и суперструн (см. [18]).

В работах Н. Н. Боголюбова и его учеников были разработаны и многие другие применения аксиоматического метода в квантовой теории поля как в рамках теории возмущений, так и вне ее. Н. Н. Боголюбов доказал теорему о том, что матрица рассеяния во всех порядках теории возмущений последовательно определяется из аксиом. Этот анализ сингулярностей привел к построению рецепта устранения ультрафиолетовых расходимостей в S -матрице, получившего название *R-операции Боголюбова–Парасюка*.

Другими важными достижениями Н. Н. Боголюбова и его учеников являются разработка метода ренормализационной группы (Н. Н. Боголюбов, А. А. Логунов, Д. В. Ширков), теорема о “конечной ковариантности” [19], [20] (Н. Н. Боголюбов, В. С. Владимиров), исследования автомодельного поведения в глубоко неупругих адрон-нуклонных процессах рассеяния [21] (Н. Н. Боголюбов, В. С. Владимиров, А. Н. Тавхелидзе). Последние исследования заложили основы нового развивающегося направления в современной математике – тауберовой теории для обобщенных функций многих переменных (см. [22]).

Картина математической деятельности Н. Н. Боголюбова была бы далеко не полной, если бы мы не коснулись его работы в Арзамасе-16, теперь Всероссийском ядерном центре. В начале 1950 года Н. Н. Боголюбов по постановлению Правительства СССР был призван на работу на сверхсекретный объект, расположенный в Саровском монастыре, под названием “Приволжская контора Главгорстроя СССР” или КБ-11, для математического обеспечения группы физиков-теоретиков И. Е. Тамма и А. Д. Сахарова. В то время они работали над первым вариантом водородной бомбы, над так называемой “сложкой” Сахарова (РДС-6)³.

Н. Н. Боголюбов вместе с учениками организовал на объекте математический сектор. Основная масса сотрудников сектора, около 50 человек, состояла из молодых женщин-вычислительниц. Они работали напряженно на электро-механических вычислительных машинах Mercedes. Это была наша “живая” ЭВМ – основа домашнего периода развития вычислительной математики. В то время в стране не существовало быстродействующих ЭВМ, а ВУЗ’ы и техникумы не готовили нужных специалистов. Все приходилось делать впервые и в сжатые сроки под неуспешным наблюдением ГБ. Вот где пригодилась громадная эрудиция и талант Николая Николаевича!⁴

Основное внимание обращалось на расчеты вариантов по “сложке” Сахарова, однако наряду с этой задачей приходилось вести много рутинной вычислительной работы почти по всем вариантам РДС. Сам Николай Николаевич выполнил ряд блестящих работ по теории устойчивости плазмы в магнитном поле и кинетическим уравнениям как в теоретическом, так и в прикладном плане, приступил к построению аксиоматической квантовой теории поля.

³Тогда аббревиатура РДС расшифровывалась как “реактивный двигатель Сталина”, а иногда – “реактивный двигатель специальный”.

⁴А. Д. Сахаров в своих воспоминаниях [23], говоря о Н. Н. Боголюбове, употребляет такие эпитеты: “необычайно талантливый”, “раздающий идеи налево и направо”.

Успешное испытание РДС-6 состоялось 12 августа 1953 года. Николай Николаевич был командирован в казахстанские степи на испытания. За участие в создании первой водородной бомбы ему была присуждена Сталинская (Государственная) премия 1953 года.

Николай Николаевич проработал на объекте три с лишним года; ему тогда было немногим более 40 лет. Это был романтический и весьма плодотворный период его жизни и творчества; с одной стороны – жизнь за колючей проволокой в святых местах со всеми неурядицами и суровыми требованиями режима⁵, а с другой стороны – огромная ответственность за порученное дело⁶.

С удовлетворением можно сказать, что напряженный труд, который Н. Н. Боголюбов затронул вместе со всем советским народом, не был напрасным: родина получила новое грозное оружие, было создано ядерное сдерживание, была предотвращена третья мировая война. Это сдерживание действует эффективно и до сих пор.

Николай Николаевич с большим интересом и некоторой грустью рассматривал привезенные мною в мае 1991 года фотографии Сарова, подробно расспрашивал о сотрудниках. Как человек глубоко верующий, он проявил особый интерес к уцелевшим частям Саровского монастыря, храма Дивеева монастыря, мощам и скульптуре Серафима Саровского, . . . К сожалению, вновь посетить эти святые места он уже не смог . . .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] N. N. Bogolubov. Selected Works. Part I. Dynamical Theory. New York: Gordon and Breach Publ., 1990.
- [2] N. N. Bogolubov. Selected Works. Part II. Quantum and Classical Statistical Mechanics. New York: Gordon and Breach Publ., 1991.
- [3] N. N. Bogolubov. Selected Works. Part III. Nonlinear Mechanics and Pure Mathematics. Amsterdam: Gordon and Breach Publ., 1995.
- [4] N. N. Bogolubov. Selected Works. Part IV. Quantum Field Theory. Amsterdam: Gordon and Breach Publ., 1995.
- [5] N. N. Bogolubov. Sur quelques méthodes nouvelles dans le calcul des variations // *Ann. Mat. Pura Appl.* (4). 1929–1930. V. 7. P. 249–271.
- [6] А. Н. Боголюбов, Н. Н. Боголюбов. Жизнь. Творчество. Дубна: ОИЯИ, 1996.
- [7] Д. В. Ширков. Воспоминания о Н. Н. // Николай Николаевич Боголюбов. Математик, Механик, Физик. Дубна: ОИЯИ, 1994. С. 180–197.
- [8] Н. Н. Боголюбов, М. К. Поливанов. Поля и кванты. Квантовая теория поля – наука об элементарных частицах и их взаимодействиях // Глазами ученого. М.: Изд-во АН СССР, 1963. С. 158–173.
- [9] Вступительное слово председателя Оргкомитета академика Н. Н. Боголюбова // Труды VI Междунар. совещания по проблемам квантовой теории поля (Алушта, май 1981 г.). Дубна: ОИЯИ, 1981. С. 5–6.
- [10] Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М.: Гостехиздат, 1957.
- [11] Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. М.: Гостехиздат, 1958.
- [12] Проблемы Гильберта. М.: Наука, 1969.
- [13] В. С. Владимиров, В. В. Жаринов, А. Г. Сергеев. Теорема об “острие клина” Боголюбова, ее развитие и применения // УМН. 1994. Т. 49. № 5. С. 47–60.

⁵Простое двустишие: “Запомни эту пару строк, работай так, чтоб снизить срок”, относилось не только к заключенным, но в некотором смысле и к “вольным” персонам.

⁶Как курьез, вспоминается напутственная фраза молодого агента ГБ при отправке меня на объект: “Будете жить при коммунизме в окружении социализма”. А жители Дивеева первое время искренне полагали, что за колючей проволокой строится “пробный коммунизм”.

- [14] H. J. Bremermann, R. Oehme, J. G. Taylor. Proof of dispersion relations in quantum field theories // *Phys. Rev.* 1959. V. 109. № 6. P. 2178–2190.
- [15] R. Oehme. Dispersion relations in gauge theories with confinement // *Quanta, Relativity, Gravitation. Proceedings of XVIII Workshop on High Energy Physics and Field Theory (Protvino, June 1995)*. Protvino: Institut of Physics of High Energies, 1996. P. 275–282.
- [16] N. N. Bogoliubov, V. S. Vladimirov. On some mathematical problems of quantum field theory // *Proc. Internat. Congress Math. (Edinburgh, Aug. 1958)*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1960. P. 19–32.
- [17] Д. В. Ширков, В. С. Владимиров, А. А. Логунов, А. Н. Тавхелидзе. Теоретические исследования по дисперсионным соотношениям // *Девятая Международная конференция по физике высоких энергий (Киев, июль 1959 г.)*. М.: Изд-во АН СССР, 1961. С. 453–464.
- [18] В. С. Владимиров, И. В. Волович, Е. И. Зеленев. *p*-адический анализ и математическая физика. М.: Наука, 1994.
- [19] Н. Н. Боголюбов, В. С. Владимиров, А. Н. Тавхелидзе. Об автомодельной асимптотике в квантовой теории поля // *ТМФ*. 1972. Т. 12. № 3. С. 305–330.
- [20] В. С. Владимиров, Ю. Н. Дрожжинов, Б. И. Завьялов. Многомерные тауберовы теоремы для обобщенных функций. М.: Наука, 1986.
- [21] Н. Н. Боголюбов, В. С. Владимиров. Одна теорема об аналитическом продолжении обобщенных функций // *Научн. докл. высшей школы, физ.-матем. науки*. 1958. Т. 3. С. 26–35.
- [22] Н. Н. Боголюбов, В. С. Владимиров. Представление *n*-точечных функций // *Труды МИАН*. 1971. Т. 112. С. 5–21.
- [23] А. Д. Сахаров. Воспоминания. Т. 1, 2. М.: Права человека, 1996.