

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ

JINR RAPID COMMUNICATIONS

6[86]-97

Pseudoscalar Nucleon Form Factor
from Inverse Pion Electroproduction
and the First Radial Pion Excitation ☐

Chiral and Parity Anomalies
at Finite Temperature and Density ☐

Canonical Form of an Elastoplastic Model
of Nuclear Fusion ☐

Peculiarities of the Reactions
of Heavy and Superheavy Element Synthesis
within the Dinuclear System Concept ☐

Study of the Photon Structure Function F_2^γ
in the Reaction $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{hadrons}$
at LEP1 and LEP2 ☐

Study of Multihadron Production
in Two-Photon Collisions at LEP1 and LEP2 ☐

Tritons for the Study of the Charge-Exchange
Reactions with the LHE Streamer Chamber:
Status and Some Possibilities ☐

Nonlinear Dynamics in Nuclotron ☐

Current Transformers and Optical Diagnostic
Monitor of Nuclotron Beam ☐

The Design Features of the LHE JINR
Nuclotron Internal Target Stations ☐

System of Graphics Digitization (SGD) ☐

Numeric Simulation of Thermal Treatment
of Metal Surface by Means
of High Current Ion Beam ☐

Издательский отдел ОИЯИ

ДУБНА

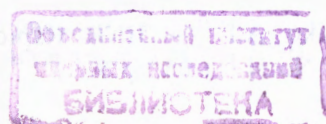
JINR Publishing Department

DUBNA

Объединенный институт ядерных исследований
Joint Institute for Nuclear Research

6[86]-97

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ
JINR RAPID COMMUNICATIONS



Дубна 1997

ОГЛАВЛЕНИЕ

T.D.Blokhintseva, Yu.S.Surovtsev Pseudoscalar Nucleon Form Factor from Inverse Pion Electroproduction and the First Radial Pion Excitation Т.Д.Блохинцева, Ю.С.Суровцев Псевдоскалярный формфактор нуклона из обратного электророжения пионов и первое радиальное возбуждение пиона	5
A.N.Sissakian, O.Yu.Shevchenko, S.B.Solganik Chiral and Parity Anomalies at Finite Temperature and Density А.Н.Сисакян, О.Ю.Шевченко, С.Б.Солганик Киральная аномалия и аномалия четности при конечной температуре и плотности	13
I.N.Mikhailov, T.I.Mikhailova, G. Do Dang Canonical Form of an Elastoplastic Model of Nuclear Fusion И.Н.Михайлов, Т.И.Михайлова, Г. До Данг Каноническая форма эластопластической модели слияния ядер	31
G.G.Adamian, N.V.Antonenko, V.V.Volkov, A.K.Nasirov, E.A.Cherepanov, W.Scheid Peculiarities of the Reactions of Heavy and Superheavy Element Synthesis within the Dinuclear System Concept.....	39
F.Kapusta, I.Tyapkin, N.Zimin, A.Zinchenko Study of the Photon Structure Function F_2^γ in the Reaction $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{hadrons}$ at LEP1 and LEP2 Ф.Капуста, И.Тяпкин, Н.Зимин, А.Зинченко Изучение структурной функции фотона F_2^γ в реакции $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{адроны}$ на ЛЭП1 и ЛЭП2.....	49
S.Almehed, G.Jarlskog, P.Jonsson, F.Kapusta, I.A.Tyapkin, N.I.Zimin, A.I.Zinchenko Study of Multihadron Production in Two-Photon Collisions at LEP1 and LEP2 С.Алмехед, Г.Ярлског, П.Йонссон, Ф.Капуста, И.А.Тяпкин, Н.И.Зимин, А.И.Зинченко Изучение множественного рождения адронов в двухфотонных взаимодействиях на ЛЭП1 и ЛЭП2	55

S.A.Avramenko, Yu.A.Belikov, A.I.Golokhvastov, A.D.Kirillov, S.A.Khorozov, L.N.Жомолов, J.Lukstins, P.A.Rukoyatkin Tritons for the Study of the Charge-Exchange Reactions with the LHE Streamer Chamber: Status and Some Possibilities С.А.Авраменко, Ю.А.Беликов, А.И.Голохвастов, А.Д.Кириллов, С.А.Хорозов, Л.Н.Комолов, Ю.Лукстиньш, П.А.Рукояткин Тритоны для исследования реакций перезарядки при помощи стримерной камеры ЛВЭ: состояние и некоторые возможности	61
D.Dinev Nonlinear Dynamics in Nuclotron Д.Динев Нелинейная динамика в нуклотроне	69
М.А.Воеводин, Ю.В.Гусаков, А.А.Ларин, Е.А.Матюшевский, А.В.Шабунов Магнитометрическая и светотехническая диагностика пучка M.A.Voevodin, Y.V.Gusakov, A.A.Larin, E.A.Matyushevsky, A.V.Shabunov Current Transformers and Optical Diagnostic Monitor of Nuclotron Beam	81
В.А.Краснов, А.В.Шабунов Конструктивные особенности станций внутренних мишеней нуклотрона ЛВЭ ОИЯИ V.A.Krasnov, A.V.Shabunov The Design Features of the LHE JINR Nuclotron Internal Target Stations	87
А.П.Иерусалимов, Е.А.Иерусалимов, Ж.Ж.Мусульманбеков, Э.Г.Никонов, В.С.Рихвицкий Система оцифровки графиков (СОГ) A.P.Ierusalimov, E.A.Ierusalimov, J.J.Musul'manbekov, E.G.Nikonov, V.S.Rikhvitsky System of Graphics Digitization (SGD)	97
Э.А.Айрян, С.И.Баструков, М.С.Касчиев, В.Н.Самойлов, Д.В.Подгайный, И.В.Пузынин, А.В.Федоров, А.М.Червяков Численное моделирование термальной обработки поверхности металла сильноточным ионным пучком E.A.Airyran, S.I.Bastrukov, M.S.Kaschiev, V.N.Samoilov, D.V.Podgainy, I.V.Puzynin, A.V.Fedorov, A.M.Chervyakov Numeric Simulation of Thermal Treatment of Metal Surface by Means of High Current Ion Beam	103

УДК 539.125 + 539.126.34

PSEUDOSCALAR NUCLEON FORM FACTOR FROM INVERSE PION ELECTROPRODUCTION AND THE FIRST RADIAL PION EXCITATION

T.D.Blokhintseva, Yu.S.Surovtsev

The remarkable property of minimization of rescattering effects in the inverse pion electroproduction (IPE) at low energies at the «quasi-threshold» allows one to justify a method of determining the weak structure (in addition to the electromagnetic one) of a nucleon from experimental data on this process by using the current algebra description. The result of extracting the pseudoscalar nucleon form factor $G_p(t)$ by that method from the IPE data in the first πN resonance region is presented, where the definite indication of the existence of the state π' in the range 500–800 MeV (possibly the first radial excitation of pion) is obtained.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Псевдоскалярный формфактор нуклона из обратного электроорождения пионов и первое радиальное возбуждение пиона

Т.Д.Блохинцева, Ю.С.Суровцев

Замечательное свойство минимизации эффектов перерасеяния в обратном электроорождении пионов (ИПЕ) при низких энергиях на «квазипороге» позволяет обосновать метод определения слабой структуры (в дополнение к электромагнитной) нуклона из экспериментальных данных по этому процессу с использованием описания на основе алгебры токов. Представлен результат выделения таким методом из ИПЕ-данных в первой πN -резонансной области псевдоскалярного формфактора нуклона $G_p(t)$, где получено определенное указание на существование состояния π' в интервале 500–800 МэВ (возможно, первого радиального возбуждения пиона).

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

1. The process $\pi N \rightarrow e^+ e^- N$ (inverse pion electroproduction — IPE), being a natural and unique laboratory for studying the hadron electromagnetic structure in the timelike region of the virtual-photon «mass» λ^2 , turns out to be also very useful for investigating the weak structure of a nucleon. The latter investigation is based on the current algebra (CA) description and the remarkable property of IPE according to which the $e^+ e^-$ pairs of maximal masses (at the «quasi-threshold») are created by the Born mechanism with the rescattering-effect contributions at the level of radiative corrections up to the total πN

energy $w \approx 1500$ MeV (the «quasi-threshold theorem») [1]. Therefore, the threshold CA theorems for pion electro- and photoproduction can be justified in the case of IPE up to the indicated energy [2,3]. On the one hand, this allows one to avoid threshold difficulties when using IPE (unlike electroproduction) for extracting weak form factors (FF's) of a nucleon. On the other hand, there is no strong kinematical restriction inherent in μ capture and is no kinematical suppression of contributions of the induced pseudoscalar nucleon FF to cross sections of «straight» processes as $\nu N \rightarrow lN$ present in due to multiplying by lepton masses.

2. The research of pion photo-, electroproduction and IPE in one-photon approximation is related with studying the amplitude of the process $\gamma^* N \rightleftharpoons \pi N$, $J_\mu(s, t, \lambda^2)$, where $s = (p_1 + q)^2$, $t = (k - q)^2$ are usual Mandelstam variables and $\lambda^2 = 0, < 0$ and $4m_e^2 \leq \lambda^2 \leq (\sqrt{s} - m)^2$ correspond to the above three processes, respectively (p_1, p_2, q , and k are 4-momenta of nucleons, of pion and of photon).

For obtaining a reliable information on the nucleon structure, it is important to find kinematical conditions, where the IPE dynamics is determined mainly by a model-independent part of interactions, the Born one. To this end, we shall use such general principles, as analyticity, unitarity and Lorentz invariance, and phenomenology of processes $eN \rightarrow e\pi^\pm N$, $\gamma N \rightarrow \pi^\pm N$, considered in the framework of the unified (including IPE) model.

Earlier it was shown that the model, based on the fixed- t dispersion relations without subtractions at a finite energy for isovector amplitudes with the spectral functions describing the magnetic excitation of the $P_{33}(1232)$ resonance and with the isoscalar amplitudes being the Born ones [4], is successful in the unified explanation of the experimental data on pion electro-, photoproduction and IPE in the total-energy region from the threshold up to $w \approx 1500$ MeV [5].

Application of this model to the calculations for IPE shows the interesting growth of the relative contribution of the Born terms with λ^2 [5]. This approximate dominance of the Born terms has a model-independent explanation and is related with the quasi-threshold theorem [1] which means that at the quasi-threshold ($|\mathbf{k}| \rightarrow 0$, $\lambda^2 \rightarrow \lambda_{\max}^2 = (\sqrt{s} - m)^2$) the IPE amplitude becomes the Born one in the energy region from the threshold up to ~ 1500 MeV. That remarkable dynamics of IPE, distinguishing it essentially from photo- and electroproduction is related to the fact that at the quasi-threshold only the electric (E_{0+} and E_{2-}) and longitudinal (L_{0+} and L_{2-}) dipoles survive owing to the $k \rightarrow 0$ behaviour and, therefore, the selection rules appear (from parity conservation and from that the stopped virtual photon has the angular momentum $J = 1$): at the quasi-threshold only the resonances with $J^P = \frac{1}{2}^-$ ($S_{11}(1535)$, $S_{31}(1650)$, $S_{11}(1700)$, etc.) and $J^P = \frac{3}{2}^-$ ($D_{13}(1520)$, $D_{33}(1670)$, etc.) survive in the s channel of the IPE. Furthermore, indeed, in this kinematic configuration the process is stipulated only by two independent dipole transitions (either electric or longitudinal), because from the causality (analyticity) the quasi-threshold constraints arise:

$$E_{0+} = L_{0+}, \quad E_{2-} = -L_{2-}.$$

Since the *s*- and *d*-wave πN resonances are excited above 1500 MeV, one can expect that dipoles E_{0+} and E_{2-} are mainly the Born ones below this energy. All the multipole analyses of charged pion photoproduction agree with this; and, e.g., the dispersion-relation calculation has confirmed this fact at $\lambda^2 \neq 0$. Therefore, with a good accuracy ($< 5\%$) we can write for the quasi-threshold IPE below ~ 1500 MeV:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{q}{k} \frac{d^2 \sigma}{d\lambda^2 d \cos \theta} \approx \frac{\alpha}{12\pi} \frac{m^2}{(\sqrt{s} - m)^2} \frac{1}{s} \times$$
$$\times \left\{ (1 + \cos^2 \theta) |E_{0+}^{Born} + E_{2-}^{Born}|^2 + \sin^2 \theta |E_{0+}^{Born} - 2E_{2-}^{Born}|^2 \right\}.$$
(1)

Here θ is an angle between the momenta of the final nucleon and of the electron in the e^+e^- c.m. system.

On using the quasi-threshold theorem, the realistic (dispersion) model and the so-called «compensation curves» [6] (these are curves in the (s, t) plane along which the differential cross section is the Born one and which are constructed on the basis of comparison of photoproduction experimental data with the Born cross section using the existence theorem for implicit functions) for choosing the optimal geometry of experiment, the method of determining electromagnetic FF's from low energy IPE is based. This method has successfully been realized in experiments on nucleon and on nuclei ^{12}C and ^7Li [7], where first a number of FF values was obtained in the timelike λ^2 region from 0.05 to 0.22 $(\text{GeV}/c)^2$. The obtained F_1^ν values are quite consistent with the calculations in the framework of the unitary and analytic vector-meson dominance model of the nucleon electromagnetic structure [8]. In the Table, the values of electromagnetic FF's, obtained in experiments on nucleons, we need later, are presented. Note that here the same experimental errors are cited for F_1^ν and F^π because in this λ^2 range these FF's can be considered to be connected with each other by the relation $F_1^\nu(\lambda^2) - F^\pi(\lambda^2) = \Delta(\lambda^2)$. The quantity $\Delta(\lambda^2)$ has been taken from the dispersion calculations [9], and its theoretical uncertainty is significantly less than the one in the calculations of F_1^ν and F^π in view of the compensation of a number of contributions to the spectral functions and due to the dominating influence of the contribution of the one-nucleon exchange in this quantity in the region $4m_\pi^2 \leq \lambda^2 \leq 20m_\pi^2$.

Table

λ^2, m_π^2	2.77	2.98	3.44	3.75	4.00	4.47	4.52	5.28	5.75	6.11
$F_1^\nu(\lambda^2)$	0.96	0.93	1.16	1.04	1.14	1.22	1.13	1.20	1.32	1.36
$F^\pi(\lambda^2)$	0.91	0.85	1.04	0.91	0.99	1.04	0.95	1.01	1.12	1.16
Error	0.10	0.09	0.10	0.08	0.16	0.10	0.09	0.09	0.10	0.08

3. Now, let us indicate another interesting possibility of investigating the weak nucleon structure related to the nucleon Gamov-Teller transition described by the matrix element

$$\langle N(p_2) | A_\mu^\alpha | N(p_1) \rangle = \bar{u}(p_2) \frac{\tau^\alpha}{2} [\gamma_\mu G_A(k^2) + k_\mu G_P(k^2)] \gamma_5 u(p_1), \quad (2)$$

where A_μ^α is the axial-vector current, $G_A(k^2)$ and $G_P(k^2)$ are the axial and induced pseudoscalar FF's.

An alternative description of IPE in the framework of the current commutators, PCAC and completeness allows one to derive a low-energy theorem at the threshold ($q=0$, $\lambda^2 \rightarrow m_\pi^2$) related to approximate chiral symmetry and $O(m_\pi^2)$ corrections; and the quasi-threshold minimization of the continuum contribution makes it possible to justify this approach up to $w \approx 1500$ MeV [2] with the continuum corrections being practically the same as in the dispersion-relation description. Then, at the quasi-threshold, retaining only the leading terms in λ^2/m^2 , t/m^2 , one obtains for the longitudinal part of the $\pi^- p \rightarrow \gamma^* n$ amplitude (Furlan G. et al. in Ref.2)

$$E_{0+} - 2E_{2-} = \frac{\lambda}{2m_\pi^2 f_\pi} \sqrt{\frac{(w+m)^2 - m_\pi^2}{mw}} \left\{ D(t) - \left(1 + \frac{\lambda}{2m} \right) D(m_\pi^2 - \lambda^2) + \right. \\ \left. + \frac{m_\pi^2}{2m} \left[G_A(m_\pi^2 - \lambda^2) - \frac{t}{2m} G_P(m_\pi^2 - \lambda^2) \right] \right\}, \quad (3)$$

where the constant of the $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ decay f_π is defined by $\langle 0 | A_\mu(0) | \pi(q) \rangle = i f_\pi q_\mu$, $D(t) = -2mG_A(t) + tG_P(t)$, and the quasi-threshold values of the variables are

$$w_{q.thr.} = m + \lambda, \quad t_{q.thr.} = (m_\pi^2 - \lambda^2) \frac{m}{m + \lambda}.$$

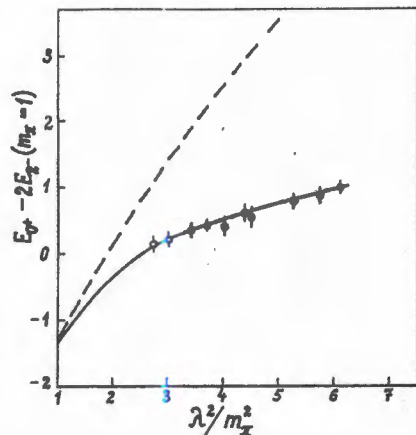
G_A has been measured in various experiments (first of all, in $\nu n \rightarrow \mu^- p$, $\bar{\nu} p \rightarrow \mu^+ n$). It is reasonable to use first this result:

$$G_A(t) = G_A(0) (1 - t/M_A^2)^{-2}, \quad G_A(0) = -1.25, \quad M_A = (0.96 \pm 0.03) \text{ GeV}. \quad (4)$$

However, G_P can be seen to be kinematically suppressed in these experiments in view of its contribution to cross sections to be multiplied by lepton masses (from here, a difficulty of obtaining information on G_P in these experiments). In the μ -capture and β -decay experiments, there is a strong kinematical restriction of the range $|t| \sim 0-0.01 (\text{GeV}/c)^2$ in which the weak FF's can be determined, however, with a large error. For example, its measured value for μ capture in hydrogen [12] is $G_P(-0.88m_\mu^2) = -8.7 \pm 1.9$. Recently, G_P has been measured in the capture of polarized muons by ^{28}Si nuclei [13].

From formula (3) it is seen that the kinematic suppression of G_P would be absent when the IPE data at the quasi-threshold are used for extracting G_P . On the basis of this method, $G_P(t)$ could be determined in the range up to $t \approx -15m_\pi^2$ (which corresponds to

Fig.1. Comparison of calculations in the CA approach to the $\pi^- p \rightarrow \gamma^* n$ process for $E_{0+} - 2E_{2-}$ with experimental data: dashed and solid curves correspond to the cases when contribution to G_P is restricted by the pion pole G_P^π and taken according to (6), respectively.



$w \approx 1500$ MeV). Due to working at the quasi-threshold, one succeeds in avoiding threshold difficulties which are the case when using the analogous method for analysing electroproduction data. Further we shall follow the method of work [3].

First, using the $F_1^\gamma(\lambda^2)$ and $F_\pi(\lambda^2)$ values obtained in the analysis of the IPE data on the nucleon [7] we obtain ten points (which can be considered as the experimental ones) for the longitudinal part of the $\pi^- p \rightarrow \gamma^* n$ amplitude at the quasi-threshold (Fig.1). For $G_P(t)$ we take the following dispersion relation without subtractions

$$G_P(t) = \frac{2f_\pi g_{\pi N}}{m_\pi^2 - t} + \frac{1}{\pi} \int_{9m_\pi^2}^{\infty} \frac{\rho(t')}{t' - t} dt'. \quad (5)$$

The residue in the pole $t = m_\pi^2$ is determined by the PCAC relation. In Fig.2, possible contributions to G_P are depicted. When only the π -pole term is considered, it is inconsistent with experimental data (the dashed curve in Fig.1). Since the contributions of nonresonance three-particle states must be suppressed by the phase volume, it is reasonable to approximate the integral in (5) by a pole term. A satisfactory description is obtained if

$$G_P(t) = G_P^\pi(t) - \frac{2f_{\pi'} g_{\pi' N}}{m_{\pi'}^2 - t}, \quad 2f_{\pi'} g_{\pi' N} = (1.97 \pm 0.18) \text{ GeV}, \quad m_{\pi'} = 0.5 \text{ GeV}, \quad (6)$$

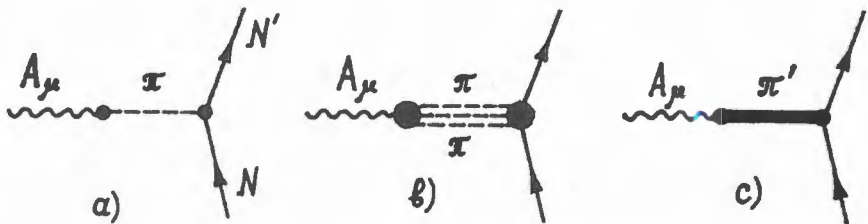


Fig.2. The contributions to G_P of possible intermediate states, coupled with the current A_μ : a) one-pion state, b) three-pion state, c) a resonance with the pion quantum numbers

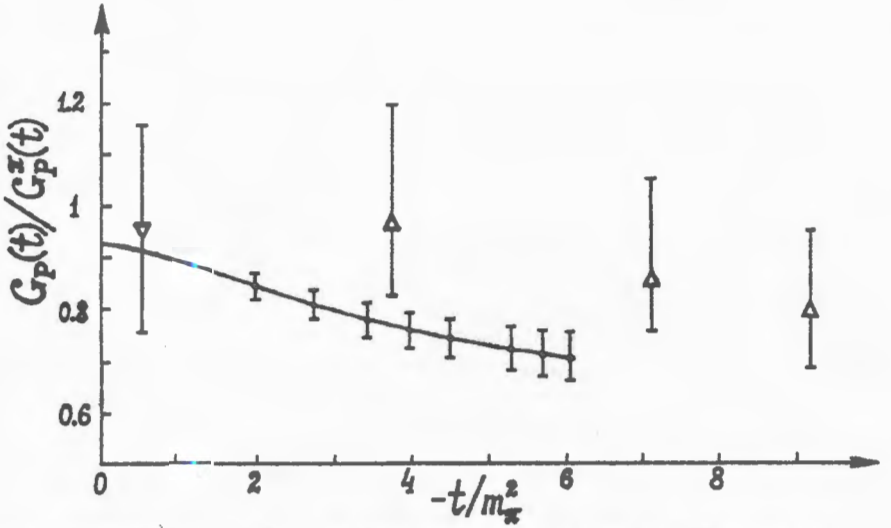


Fig.3. The ratio of $G_P(t)/G_P^\pi(t)$. The curve corresponds to formula (6). The points with errors (on the curve) indicate the error corridor for this curve. The results of analysis of data on the μ capture in hydrogen (∇) [12] and on the π^+ electroproduction off the proton near the threshold (Δ) [14] are depicted

where $G_P^\pi(t) = 2f_\pi g_{\pi N}/(m_\pi^2 - t)$, the π' weak-decay constant $f_{\pi'}$ is defined by $\langle 0 | A_\mu(0) | \pi'(q) \rangle = i f_{\pi'} q'_\mu$, $g_{\pi N} (= 13.5)$ and $g_{\pi' N}$ are the coupling constants of the π and π' states with the nucleon. As it is seen from the definitions of the weak-decay constants, one must expect that $f_{\pi'} \ll f_\pi$, to reflect a tendency of another way (in addition to the Goldstone one) in which the axial current is conserved for vanishing quark masses. That behaviour is demonstrated in various models with some nonlocality which describe chiral symmetry breaking [10,11]. Note that the pole at $t = m_\pi^2$ in Eq.(6), situated considerably lower than the poles of the known contributing states $\pi'(1300)$ and $\pi'(1770)$, is highly required for describing the obtained experimental data on IPE. In Fig.3, the ratio $G_P(t)/G_P^\pi(t)$ is shown. One can see that $G_P(t)$ is determined by this method with a high accuracy. For the comparison, the G_P values, obtained in μ capture in hydrogen [12] and in the recent analysis of data on the π^+ electroproduction off the proton near the threshold [14], are depicted. We see that their results agree with the pion-pole dominance hypothesis in a large range of transfers, unlike our result where this hypothesis is valid in a narrow t range, and outside the range the contribution of continuum is considerable. Note that the contributions of the radial excitations of pion ($\pi'(1300)$ and $\pi'(1770)$), which are rather distant from this region, are suppressed, and their account would only slightly increase the mass of $\pi'(500)$. The parameters of this pole term in (6) might be changed more considerably if the scalar

$\sigma(555)$ and/or $\epsilon(750)$, discussed at present [15], are confirmed. Then it would be necessary to consider the channel ($\epsilon\pi$) and a possible multichannel nature of this state. At all events, the conclusion about the necessity of the state in the range 500-800 MeV with $I^G(J^P) = 1^-(0^-)$ for explaining the obtained IPE data will remain valid. Note that recently the state with those parameters has been observed in the $\pi^+\pi^-\pi^-$ system [16] and interpreted as the first radial excitation of pion in the framework of a covariant formalism for two-particle equations used for constructing a relativistic quark model [17]. Note that accepting this designation for $\pi'(500-800)$ and taking an estimation for the π' weak-decay constant in the Nambu-Jona-Lasino model, generalized by using effective quark interactions with a finite range, $f_{\pi'} = 0.65$ MeV [10], we obtain $g_{\pi'N} = 1.51$. Of course, for more sure interpretation of π' the investigation of other processes with π' is needed, and the presence of this state would raise the question on its SU(3) partners and on careful (re)analyses of the corresponding processes in this energy region.

We see that a subsequent investigation of IPE is necessary for extracting both a unique information about the electromagnetic structure of particles in the sub- $\bar{N}N$ threshold region of the timelike momentum transfers and the nucleon weak structure in the spacelike region. The former is especially interesting now, for example, in connection with the discussed hidden strangeness of the nucleon (e.g., [18]) and quasi-nuclear bound $p\bar{p}$ state [19]. Furthermore, at present, with intense pion beams being available, more detailed experiments are possible aimed also at carrying out a multipole analysis similar to that for photo- and electroproduction (e.g., [20]). That analysis is necessary to study the electromagnetic structure of the nucleon-isobar systems in the timelike momentum-transfer region; for example, in the $P_{33}(1232)$ region it is interesting to verify the λ^2 dependence of the colormagnetic-force contribution found in the constituent quark model [21].

The authors are grateful to S.B.Gerasimov, Yu.I.Ivanshin, V.A.Meshcheryakov, M.Nagy, L.L.Nemenov, N.B.Skachkov and M.K.Volkov for useful discussions and interest in this work.

References

1. Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G. — *Yad. Fiz.*, 1972, v.16, p.1204.
2. Kulish Yu.V. — *Yad. Fiz.*, 1972, v.16, p.1102;
Furlan G. et al. — *Nuovo Cim.*, 1976, v.A32, p.75;
Dombey N., Read B.S. — *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, 1977, v.3, p.1659.
3. Tkebuchava F.G. — *Nuovo Cim.*, 1978, v.A47, p.415.
4. Adler S.L. — *Ann. Phys.*, 1968, v.50, p.189.
5. Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G. — *JINR Communication P2-4561*, Dubna, 1969;
Blokhintseva T.D., Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G. — *Yad. Fiz.*, 1975, v.21, p.850.
6. Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G. — *Yad. Fiz.*, 1975, v.21, p.753.
7. Akimov Yu.K. et al. — *Yad. Fiz.*, 1971, v.13, p.748;
Berezhnev S.F. et al. — *Yad. Fiz.*, 1972, v.16, p.185; 1973, v.18, p.102; 1976, v.24, p.1127; 1977, v.26, p.547;
Alizade V.V. et al. — *Yad. Fiz.*, 1981, v.33, p.357; 1987, v.46, p.1360;

- Alekseev G.D. et al. — *Yad. Fiz.*, 1982, v.36, p.322;
Baturin V.M. et al. — *Yad. Fiz.*, 1988, v.47, p.708.
8. Dubnicka S. et al. — *Nuovo Cim.*, 1993, v.A106, p.1253.
 9. Höhler G., Pietarinen E. — *Nucl. Phys.*, 1975, v.B95, p.210.
 10. Volkov M.K., Weiss C. — *JINR Communication E2-96-131*, Dubna, 1996.
 11. Kalinovsky Yu.L., Weiss C. — *Z. Phys.*, 1994, v.C63, p.275;
Amirkhanov I.V. et al. — «Modelling», 1994, v.6, p.57.
 12. Bardin G. et al. — *Nucl. Phys.*, 1981, v.A352, p.365; *Phys. Lett.*, 1981, v.B104, p.320.
 13. Brudanin V. et al. — *Nucl. Phys.*, 1995, v.A587, p.577.
 14. Choi S. et al. — *Phys. Rev. Lett.*, 1993, v.71, p.3927.
 15. Ishida Sh. et al. — *Progr. Theor. Phys.*, 1996, v.95, p.745; hep-ph/9610359 v.2, 27 May 1997;
Svec M. — *Phys. Rev.*, 1996, v.D53, p.2343.
 16. Ivanshin Yu.I., Petrov V.A., Tyapkin A.A., Vasilevsky I.M. — *Nuovo Cim.*, 1994, v.A107, p.2855.
 17. Ivanshin Yu.I., Skachkov N.B. — *Nuovo Cim.*, 1995, v.A108, p.1263.
 18. Gerasimov S.B. — *Chinese J. Phys.*, 1996, v.34, No.3-II, p.848.
 19. Meshcheryakov V.A., Meshcheryakov G.V. — *Yad. Fiz.*, 1997, v.60, No.8, p.1400.
 20. Devenish R.C.E. et al. — *Phys. Lett.*, 1974, v.B52, p.227;
Devenish R.C.E. et al. — *Nuovo Cim.*, 1971, v.A1, p.475.
 21. Goghilidze S.A., Surovtsev Yu.S., Tkebuchava F.G. — *Yad. Fiz.*, 1987, v.45, p.1085.

УДК 539.12.01

CHIRAL AND PARITY ANOMALIES AT FINITE TEMPERATURE AND DENSITY

A.N.Sissakian, O.Yu.Shevchenko¹, S.B.Solganik²

Two closely related topological phenomena are studied at finite density and temperature. These are chiral anomaly and Chern–Simons term. By using different methods it is shown that $\mu^2 = m^2$ is the crucial point for Chern–Simons term at zero temperature. So when $\mu^2 < m^2$, μ influence disappears and we get the usual Chern–Simons term. On the other hand, when $\mu^2 > m^2$, the Chern–Simons term vanishes because of nonzero density of background fermions. It occurs that the chiral anomaly doesn't depend on density and temperature. The connection between parity anomalous Chern–Simons term and chiral anomaly is generalized on finite density. These results hold in any dimension both in Abelian and in non-Abelian cases.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Киральная аномалия

и аномалия четности при конечной температуре и плотности

А.Н.Сисакян, О.Ю.Шевченко, С.Б.Солганик

Изучаются два близких топологических явления — киральная аномалия и черн-саймоновский член — при произвольной плотности и температуре. При использовании различных методов показано, что $\mu^2 = m^2$ является критической точкой для члена Черн — Саймонса при нулевой температуре. Так, при $\mu^2 < m^2$ μ -зависимость исчезает и получается обычный черн-саймоновский член. С другой стороны, при $\mu^2 > m^2$ черн-саймоновский член исчезает из-за ненулевой плотности фоновых электронов. Киральная аномалия, как оказывается, не зависит от химического потенциала и температуры. Связь между киральной аномалией и черн-саймоновским членом обобщена на случай ненулевой плотности. Полученный результат справедлив в любой размерности как для абелева, так и для неабелева случая.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

1. Introduction

Topological objects in modern physics play a great role. In particular, here we are interested in Chern–Fontriagin and Chern–Simons (CS) secondary characteristic classes. That corresponds to chiral anomaly in even dimensions and to CS (parity anomaly) in odd dimensions. Both phenomena are very important in quantum physics. So, chiral anomalies

¹shevch@nusun.jinr.ru.

²solganik@thsun1.jinr.ru.

in quantum field theory have direct applications to the decay of π_0 into two photons ($\pi_0 \rightarrow \gamma\gamma$), in the understanding and solution of the $U(1)$ problem and so on. On the other hand, there are many effects caused by CS secondary characteristic class. There are, for example, gauge particles mass appearance in quantum field theory, applications to condense matter physics such as the fractional quantum Hall effect and high T_c superconductivity, possibility of free of metric tensor theory construction, etc.

It must be emphasized that these two phenomena are closely related. As it was shown (at zero density) in [1,2] the trace identities connect even dimensional anomaly with the odd dimensional CS. The main goal of this paper is to explore these anomalous objects at finite density and temperature.

It was shown [3,4,5] in a conventional zero density and temperature gauge theory that the CS term is generated in the Euler–Heisenberg effective action by quantum corrections. Since the chemical potential term $\mu\bar{\psi}\gamma^0\psi$ is odd under charge conjugation we can expect that it would contribute to P and CP nonconserving quantity — CS term. As we will see, this expectation is completely justified. The zero density approach usually is a good quantum field approximation when the chemical potential is small as compared with characteristic energy scale of physical processes. Nevertheless, for investigation of topological effects it is not the case. As we will see below, even a small density could lead to principal effects.

In the excellent paper by Niemi [1] it was emphasized that the charge density at $\mu \neq 0$ becomes nontopological object, i.e., contains both topological part and nontopological one. The charge density at $\mu \neq 0$ (nontopological, neither parity-odd nor parity-even object)* in QED_3 at finite density was calculated and exploited in [6]. It must be emphasized that in [6] charge density (calculated in the constant pure magnetic field) contains parity-odd part corresponding to CS term, as well as parity-even part, which can't be covariantized and doesn't contribute to the mass of the gauge field. Here we are interested in finite density and temperature influence on covariant parity odd form in action leading to the gauge field mass generation — CS topological term. Deep insight on this phenomena at small densities was done in [1,2]. The result for CS term coefficient in QED_3 is $\left[\text{th } \frac{1}{2} \beta(m - \mu) + \text{th } \frac{1}{2} \beta(m + \mu) \right] \mu$ (see [2], formulas (10.18)). However, to get this result it was heuristically supposed that at small densities index theorem could still be used and only odd in energy part of spectral density is responsible for parity nonconserving effect. Because of this in [2] it had been stressed that the result holds only for small μ . However, as we'll see below this result holds for any values of chemical potential. Thus, to obtain trustful result at any values of μ one has to use transparent and free of any restrictions on μ procedure, which would allow one to perform calculations with arbitrary non-Abelian background gauge fields.

It was shown at zero chemical potential in [1,2,3] that CS term in odd dimensions is connected with chiral anomaly in even dimensions by trace identities. As we'll see below

*For abbreviation, speaking about parity invariance properties of local objects, we will keep in mind symmetries of the corresponding action parts.

it is possible to generalize a trace identity on nonzero density case. The trace identity connects chiral anomaly with CS term which has μ and T dependent coefficient. Despite chemical potential and temperature give rise to a coefficient in front of CS term, they don't affect the chiral anomaly. Indeed, anomaly is a short-distance phenomenon which should not be affected by medium μ and T effects, or more quantitatively, so as the anomaly has ultraviolet nature, temperature and chemical potential should not give any ultraviolet effect since distribution functions decrease exponentially with energy in the ultraviolet limit.

This paper is organized as follows. In Sec.2 the independence of chiral anomaly from temperature and background fermion density is discussed. It is shown in 2-dimensional Schwinger model that chiral anomaly isn't influenced not only by chemical potential μ , but also by Lagrange multiplier κ at conservation of chiral charge constraint. Besides, we consider CS term appearance at finite density in even dimensional theories. In Sec.3 we obtain CS term in 3-dimensional theory at finite density and temperature by use of a few different methods. In Sec.4 we evaluate CS term coefficient in 5-dimensional theory and generalize this result on arbitrary non-Abelian odd-dimensional theory. In Sec.5 we generalize trace identity on finite density on the basis of the previous calculations. Section 6 is devoted to concluding remarks.

2. Chiral Anomaly and Chern–Simons Term in Even Dimensions

As is well known, chemical potential can be introduced in a theory as Lagrange multiplier at corresponding conservation laws. In nonrelativistic physics this is conservation of full number of particles. In relativistic quantum field theory these are the conserving charges. The ground state energy can be obtained by use of variational principle

$$\langle \psi^* \hat{H} \psi \rangle = \min \quad (1)$$

under charge conservation constraint for relativistic equilibrium system

$$\langle \psi^* \hat{Q} \psi \rangle = \text{const}, \quad (2)$$

where $\hat{H}$ and $\hat{Q}$ are Hamiltonian and charge operators. Instead, we can use method of undetermined Lagrange multipliers and seek absolute minimum of expression

$$\langle \psi^* (\hat{H} - \mu \hat{Q}) \psi \rangle, \quad (3)$$

where μ is Lagrange multiplier. Since $\hat{Q}$ commute with the Hamiltonian, $\langle \hat{J}_0 \rangle$ is conserved.

On the other hand, we can impose another constraint, which implies chiral charge conservation

$$\langle \psi^* \hat{Q}_5 \psi \rangle = \text{const}, \quad (4)$$

i.e., in Lagrange approach we have

$$\langle \psi^* (\hat{H} - \kappa \hat{Q}_5) \psi \rangle = \min, \quad (5)$$

where κ arises as Lagrange multiplier at $\langle \hat{J}_0^5 \rangle = \text{const}$ constraint. Thus, μ corresponds to nonvanishing fermion density (number of particles minus number of antiparticles) in background. Meanwhile, κ is responsible for conserving asymmetry in numbers of left and right handed background fermions.

It must be emphasized that the formal addition of a chemical potential in the theory looks like a simple gauge transformation with the gauge function μt . However, it doesn't only shift the time component of a vector potential but also gives corresponding prescription for handling the Green function poles. The correct introduction of a chemical potential redefines the ground state (Fermi energy), which leads to a new spinor propagator with the correct ϵ prescription for poles. So, for the free spinor propagator we have (see, for example, [7,8])

$$G(p, \mu) = \frac{\not{p} + m}{(\tilde{p}_0 + i\epsilon \operatorname{sgn} p_0)^2 - \mathbf{p}^2 - m^2}, \quad (6)$$

where $\tilde{p} = (p_0 + \mu, \mathbf{p})$. Thus, when $\mu = 0$ one at once gets the usual ϵ prescription because of the positivity of $p_0 \operatorname{sgn} p_0$. In Euclidian metric one has

$$G(p; \mu) = \frac{\not{p} + m}{\tilde{p}_0^2 + \mathbf{p}^2 + m^2}, \quad (7)$$

where $\tilde{p} = (p_0 + i\mu, \mathbf{p})$. In the presence of a background Yang–Mills field we consequently have for the Green function operator (in Minkovsky's space)

$$\hat{G} = (\gamma \tilde{\pi} - m) \frac{1}{(\gamma \tilde{\pi})^2 - m^2 + i\epsilon(p_0 + \mu) \operatorname{sgn}(p_0)}, \quad (8)$$

where $\tilde{\pi}_\nu = \pi_\nu + \mu \delta_{\nu 0}$, $\pi_\mu = p_\nu - gA_\nu(x)$.

Now we'll consider chiral anomaly. It was shown in [9], that chiral anomaly doesn't depend on μ and T . In [9] the direct calculations in 4-dimensional gauge theory were performed by use of imaginary and real time formalism, by using the Fujikawa method and perturbation theory. These calculations are rather cumbersome. To clear understand the nature of anomaly μ independence (T independence will be discussed later) we'll consider here the simplest case — 2-dimensional QED and rederive result of [9] by use of the Schwinger nonperturbative method [10]. So, one can write

$$J^\mu = -ig \operatorname{tr} \left[\gamma^\mu G(x, x') \exp \left(-ig \int_{x'}^x d\xi^\mu A_\mu(\xi) \right) \right]_{x' \rightarrow x}, \quad (9)$$

where $G(x, x')$ is the propagator satisfying following equation

$$\gamma^\mu (\partial_\mu^x - igA_\mu(x)) G(x, x') = \delta(x - x'). \quad (10)$$

Following Schwinger we use anzats

$$G(x, x') = G^0(x, x') \exp [ig(\phi(x) - \phi(x'))], \quad (11)$$

where $G^0(x, x')$ is the free propagator

$$\gamma^\mu \partial_\mu^x G^0(x, x') = \delta(x - x').$$

Thus, for ϕ we can write $\gamma^\mu \partial_\mu \phi = \gamma^\mu A_\mu$. From (6) we have

$$G^0(x, x') = \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^{ip(x-x')} \frac{\not{p}}{p^2 + i\varepsilon(p_0 + \mu) \operatorname{sgn} p_0} = -i\not{\partial} \left[\int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^{ip(x-x')} \frac{1}{p^2 + i\varepsilon} - \right. \\ \left. - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dp_0}{2\pi} \theta(-\tilde{p}_0 \operatorname{sgn} p_0) e^{ip(x-x')} \Im m \frac{1}{p^2 + i\varepsilon} \right]. \quad (12)$$

So, beside the usual zero density part μ -dependent one appears. Further, we have to take off regularization in the current by use of symmetrical limit $x \rightarrow x'$. After some simple calculations it is clearly seen that all μ -dependent terms after taking off the limit disappear. Thus, contribution to the current arises from the μ -dependent part only. So

$$J^\mu = i \frac{g^2}{2\pi} \left(\delta^{\mu\nu} - \frac{\partial^\mu \partial^\nu}{\partial^2} \right) A_\nu, \\ J_5^\mu = i \frac{g^2}{2\pi} \left(\varepsilon^{\mu\nu} - \varepsilon^{\mu\alpha} \frac{\partial^\alpha \partial^\nu}{\partial^2} \right) A_\nu \quad (13)$$

and we get the usual anomaly in the chiral current

$$\partial_\mu J^\mu = 0, \quad \partial_\mu J_5^\mu = i \frac{g^2}{2\pi} \varepsilon^{\mu\nu} \partial_\mu A_\nu + i \frac{g^2}{4\pi} {}^*F. \quad (14)$$

Let's now consider κ influence on the chiral anomaly. Since, as we've seen above, κ is directly connected to chiral charge, it would be natural to expect some κ effect on chiral anomaly. However, the rather amazing situation occurs. The demand of chiral charge conservation (instead of the usual charge conservation) on the quantum level doesn't influence chiral anomaly. Really, in 2-dimensions introduction of Lagrange multiplier κ at the chiral charge conservation gives the term $\kappa \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^0 \psi = \kappa \bar{\psi} \gamma^1 \psi$ in Lagrangian. So, κ affects in the same way as μ , i.e., κ doesn't influence the chiral anomaly (it is also seen from direct calculations which are similar to presented above for the case with μ). That could be explained due to ultraviolet nature of the chiral anomaly, while $\kappa(\mu)$ doesn't introduce new divergences in the theory.

From the above calculations it is clearly seen the principle difference of chiral anomaly and CS. The ultraviolet regulator — P exponent gives rise to the anomaly, but (as we'll see below) doesn't influence CS. Thus, it is natural, that the anomaly doesn't depend on μ , κ and T because it has ultraviolet regularization origin, while neither density nor temperature

does affect the ultraviolet behaviour of the theory. The general and clear proof of axial anomaly temperature independence will be presented in Sec.5 on the basis of the trace identities.

We now consider CS in even dimensional theory. From the definition one has

$$\frac{\partial I_{\text{eff}}}{\partial \kappa} = \int d^D x \langle J_5^0 \rangle. \quad (15)$$

Since axial anomaly doesn't depend on κ , effective action contains the term proportional to anomalous Q_5 charge with κ as a coefficient. The same is for a chiral theory. There, effective action contains the term proportional to anomalous Q charge with μ as coefficient, see for example [11,12,13]. So, we have

$$\Delta I_{\text{eff}} = -\kappa \int dx_0 W[A] \quad (16)$$

in conventional gauge theory and

$$\Delta I_{\text{eff}}^{\text{chiral}} = -\mu \int dx_0 W[A] \quad (17)$$

in the chiral theory. Here $W[A]$ — CS term. Thus we get CS with Lagrange multiplier as a coefficient.

It is well known that at nonzero temperature in $\beta \rightarrow 0$ limit the dimensional reduction effect occurs. So, extra t dependence of CS term in (16) disappears and CS can be treated as a mass term in 3-dimensional theory with $i\kappa/T$ coefficient (the same for chiral theory with μ see [11]). For anomalous part of effective action we have

$$\Delta I_{\text{eff}} = -i\kappa\beta W[A], \quad \Delta I_{\text{eff}}^{\text{chiral}} = -i\mu\beta W[A] \quad (18)$$

in conventional and chiral gauge theories correspondingly. The only problem arising in a treating of CS as a mass term is that the coefficient is imaginary, see discussions on the theme in [11,13]. One can notice that results (16), (17) and (18) hold in arbitrary even dimension. Let us stress that we don't need any complicated calculations to obtain (16—18). The only thing we need is the knowledge of chiral anomaly independence from μ , κ , and β .

3. CS in 3-Dimensional Theory

3.1. Constant Magnetic Field. Let's first consider a $(2+1)$ dimensional Abelian theory. Here we'll use constant magnetic background. We'll evaluate fermion density by performing the direct summation over Landau levels. As a starting point, we'll use the formula for fermion number at finite density and temperature [1]

$$\begin{aligned} N &= -\frac{1}{2} \sum_n \text{th} \left(\frac{1}{2} \beta \lambda_n \right) + \sum_n \left[\frac{\theta(\lambda_n)}{\exp(-\beta(\mu - \lambda_n)) + 1} - \frac{\theta(-\lambda_n)}{\exp(-\beta(\lambda_n - \mu)) + 1} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \sum_n \text{th} \frac{1}{2} \beta(\mu - \lambda_n) \xrightarrow{\beta \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sum_n \text{sgn}(\mu - \lambda_n). \end{aligned} \quad (19)$$

Landau levels in the constant magnetic field have the form [14]

$$\lambda_0 = -m \operatorname{sgn}(eB), \quad \lambda_n = \pm \sqrt{2n|eB| + m^2}, \quad (20)$$

where $n = 1, 2, \dots$. It is also necessary to take into account in (19) the degeneracy of Landau levels. Namely, the number of degenerate states for each Landau level is $|eB|/2\pi$ per unit area. Even now we can see that only zero modes (because of $\operatorname{sgn}(eB)$) could contribute to the parity odd quantity. So, for zero temperature, by using the identity

$$\operatorname{sgn}(a - b) + \operatorname{sgn}(a + b) = 2 \operatorname{sgn}(a) \theta(|a| - |b|),$$

one gets for zero modes

$$\begin{aligned} & \frac{|eB|}{4\pi} \operatorname{sgn}(\mu + m \operatorname{sgn}(eB)) = \\ & = \frac{|eB|}{4\pi} \operatorname{sgn}(\mu) \theta(|\mu| - |m|) + \frac{|eB|}{4\pi} \operatorname{sgn}(eB) \operatorname{sgn}(m) \theta(|m| - |\mu|), \end{aligned} \quad (21)$$

and for nonzero modes

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{|eB|}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sgn}(\mu - \sqrt{2n|eB| + m^2}) + \operatorname{sgn}(\mu + \sqrt{2n|eB| + m^2}) = \\ & = \frac{|eB|}{2\pi} \operatorname{sgn}(\mu) \sum_{n=1}^{\infty} \theta(|\mu| - \sqrt{2n|eB| + m^2}). \end{aligned} \quad (22)$$

Combining contributions of all modes we get for fermion density

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{|eB|}{2\pi} \operatorname{sgn}(\mu) \sum_{n=1}^{\infty} \theta(|\mu| - \sqrt{2n|eB| + m^2}) + \frac{1}{2} \frac{|eB|}{2\pi} \operatorname{sgn}(\mu) (|\mu| - |m|) + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{eB}{2\pi} \operatorname{sgn}(m) \theta(|m| - |\mu|) = \frac{|eB|}{2\pi} \operatorname{sgn}(\mu) \left(\operatorname{Int} \left[\frac{\mu^2 - m^2}{2|eB|} \right] + \frac{1}{2} \right) \times \\ &\times \theta(|\mu| - |m|) + \frac{eB}{4\pi} \operatorname{sgn}(m) \theta(|m| - |\mu|). \end{aligned} \quad (23)$$

Here we see that zero modes contribute both to parity-odd and to parity-even part, while nonzero modes contribute to the parity-even part only (note that under parity transformation $B \rightarrow -B$). Thus, fermion density contains parity-odd part, leading to CS term in action after covariantization, as well as parity-even part. It is straightforward to generalize the calculations on finite temperature case. Substituting zero modes into (19) one gets

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{|eB|}{2\pi} \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \beta(\mu + m \operatorname{sgn}(eB)) \right] = \\ &= \frac{|eB|}{4\pi} \left[\frac{\operatorname{sh}(\beta\mu)}{\operatorname{ch}(\beta\mu) + \operatorname{ch}(\beta m)} + \operatorname{sgn}(eB) \frac{\operatorname{sh}(\beta m)}{\operatorname{ch}(\beta\mu) + \operatorname{ch}(\beta m)} \right], \end{aligned} \quad (24)$$

so, extracting parity-odd part, one gets for CS at finite temperature and density

$$N_{CS} = \frac{eB}{4\pi} \frac{\text{sh}(\beta m)}{\text{ch}(\beta\mu) + \text{ch}(\beta m)} = \frac{eB}{4\pi} \text{th}(\beta\mu) \frac{1}{1 + \text{ch}(\beta\mu)/\text{ch}(\beta m)}. \quad (25)$$

So, the result coincides with the result for CS term coefficient by Niemi [2] obtained for small μ $\left[\text{th} \frac{1}{2} \beta(m - \mu) + \text{th} \frac{2}{2} \beta(m + \mu) \right]$. It is obviously the limit to zero temperature. The lack of this method is that it works only for Abelian and constant field case.

This result at zero temperature can be obtained by use of Schwinger proper-time method. Consider (2 + 1) dimensional theory in the Abelian case and choose background field in the form

$$A^\mu = \frac{1}{2} x_\nu F^{\nu\mu}, \quad F^{\nu\mu} = \text{Const.}$$

To obtain the CS term in this case, it is necessary to consider the background current

$$\langle J^\mu \rangle = \frac{\delta S_{\text{eff}}}{\delta A_\mu}$$

rather than the effective action itself. This is because the CS term formally vanishes for such the choice of A^μ but its variation with respect to A^μ produces a nonvanishing current. So, consider

$$\langle J^\mu \rangle = -ig \text{tr} [\gamma^\mu G(x, x')]_{x \rightarrow x'} \quad (26)$$

where

$$G(x, x') = \exp \left(-ig \int_{x'}^x d\zeta_\mu A^\mu(\zeta) \right) \langle x | \hat{G} | x' \rangle. \quad (27)$$

Let's rewrite the Green function (8) in a more appropriate form

$$\hat{G} = (\gamma\tilde{\pi} - m) \left[\frac{\theta((p_0 + \mu) \text{sgn}(p_0))}{(\gamma\tilde{\pi})^2 - m^2 + i\epsilon} + \frac{\theta(-(p_0 + \mu) \text{sgn}(p_0))}{(\gamma\tilde{\pi})^2 - m^2 - i\epsilon} \right]. \quad (28)$$

Now, we use the well-known integral representation of denominators

$$\frac{1}{\alpha \pm i0} = \mp i \int_0^\infty ds e^{\pm i\alpha s},$$

which corresponds to introducing the «proper-time» s into the calculation of the Euler-Heisenberg Lagrangian by the Schwinger method [15]. We obtain

$$\begin{aligned} \hat{G} = (\gamma\tilde{\pi} - m) & \left[-i \int_0^\infty ds \exp(is[(\gamma\tilde{\pi})^2 - m^2 + i\epsilon]) \theta((p_0 + \mu) \text{sgn}(p_0)) + \right. \\ & \left. + i \int_0^\infty ds \exp(-is[(\gamma\tilde{\pi})^2 - m^2 - i\epsilon]) \theta(-(p_0 + \mu) \text{sgn}(p_0)) \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

For simplicity, we restrict ourselves only to the magnetic field case, where $A_0 = 0$, $[\tilde{\pi}_0, \tilde{\pi}_\mu] = 0$. Then we easily can factorize the time dependent part of the Green function. By using the obvious relation

$$(\gamma\tilde{\pi})^2 = (p_0 + \mu)^2 - \pi^2 + \frac{1}{2} g\sigma_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (30)$$

one gets

$$G(x, x') \big|_{x \rightarrow x'} = -i \int \frac{dp_0}{2\pi} \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} (\gamma\tilde{\pi} - m) \int_0^\infty ds \left[e^{is(\tilde{p}_0^2 - m^2)} e^{-is\pi^2} e^{isg\sigma F/2} - \right. \\ \left. - \theta(-(p_0 + \mu) \operatorname{sgn}(p_0)) \left(e^{is(\tilde{p}_0^2 - m^2)} e^{-is\pi^2} e^{isg\sigma F/2} + e^{-is(\tilde{p}_0^2 - m^2)} e^{is\pi^2} e^{-isg\sigma F/2} \right) \right]. \quad (31)$$

Here the first term corresponds to the usual μ -dependent case and there are two additional μ -dependent terms. In the calculation of the current the following trace arises:

$$\operatorname{tr} [\gamma^\mu (\gamma\tilde{\pi} - m) e^{isg\sigma F/2}] = \\ = 2\pi^\nu g^{\nu\mu} \cos(g|*F|s) + 2 \frac{\pi^\nu F^{\nu\mu}}{|*F|} \sin(g|*F|s) - 2im \frac{*F^\mu}{|*F|} \sin(g|*F|s),$$

where $*F^\mu = \epsilon^{\mu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}/2$ and $|*F| = \sqrt{B^2 - E^2}$. Since we are interested in calculation of the parity-odd part (CS term) it is enough to consider only terms proportional to the dual strength tensor $*F^\mu$. On the other hand, the term $2\pi^\mu g^{\nu\mu} \cos(g|*F|s)$ at $\nu = 0$ (see expression for the trace, we take in mind that here there is only magnetic field) also gives nonzero contribution to the current J^0 [6]

$$J_{\text{even}}^0 = g \frac{|gB|}{2\pi} \left(\operatorname{Int} \left[\frac{\mu^2 - m^2}{2|gB|} \right] + \frac{1}{2} \right) \theta(|\mu| - |m|). \quad (32)$$

This part of current is parity invariant because under parity $B \rightarrow -B$. It is clear that this parity-even object does contribute neither to the parity anomaly nor to the mass of the gauge field. Moreover, this term has magnetic field in the argument's denominator of the cumbersome function — integer part. So, the parity even term seems to be «noncovariantizable», i.e., it can't be converted in covariant form in effective action. Since we explore the parity anomalous topological CS term, we won't consider this parity even term. So, only the term proportional to the dual strength tensor $*F^\mu$ gives rise to CS. The relevant part of the current after spatial momentum integration reads

$$J_{CS}^{\mu} = \frac{g^2}{4\pi^2} m^* F^{\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_0 \int_0^{\infty} ds \left[e^{is(\tilde{p}_0^2 - m^2)} - \right. \\ \left. - \theta(-\tilde{p}_0 \operatorname{sgn}(p_0)) \left(e^{is(\tilde{p}_0^2 - m^2)} + e^{-is(\tilde{p}_0^2 - m^2)} \right) \right]. \quad (33)$$

Thus, we get besides the usual CS part [4], also the μ -dependent one. It is easy to calculate it by use of the formula

$$\int_0^{\infty} ds e^{is(x^2 - m^2)} = \pi \left(\delta(x^2 - m^2) + \frac{i}{\pi} \mathcal{P} \frac{1}{x^2 - m^2} \right)$$

and we get eventually

$$J_{CS}^{\mu} = \frac{m}{|m|} \frac{g^2}{4\pi} *F^{\mu} [1 - \theta(-(m + \mu) \operatorname{sgn}(m)) - \theta(-(m - \mu) \operatorname{sgn}(m))] = \\ = \frac{m}{|m|} \theta(m^2 - \mu^2) \frac{g^2}{4\pi} *F^{\mu}. \quad (34)$$

Let's now discuss the non-Abelian case. Then $A^{\mu} = T_a A_a^{\mu}$ and

$$\langle J_a^{\mu} \rangle = -ig \operatorname{tr} [\gamma^{\mu} T_a G(x, x')]_{x \rightarrow x'}.$$

It is well known [4,16] that there exist only two types of the constant background fields. The first is the «Abelian» type (it is easy to see that the self-interaction $f^{abc} A_b^{\mu} A_c^{\nu}$ disappears under that choice of the background field)

$$A_a^{\mu} = n_a \frac{1}{2} x_{\nu} F^{\nu\mu}, \quad (35)$$

where n_a is an arbitrary constant vector in the color space, $F^{\nu\mu} = \text{Const}$. The second is the pure «non-Abelian» type

$$A^{\mu} = \text{Const}. \quad (36)$$

Here the derivative terms (Abelian part) vanish from the strength tensor and it contains only the self-interaction part $F_a^{\mu\nu} = g f^{abc} A_b^{\mu} A_c^{\nu}$. It is clear that to catch Abelian part of the CS term we should consider the background field (35), whereas for the non-Abelian (derivative noncontaining, cubic in A) part we have to use the case (36).

Calculations in the «Abelian» case reduce to the previous analysis, except the trivial adding of the color indices in the formula (34):

$$J_a^{\mu} = \frac{m}{|m|} \theta(m^2 - \mu^2) \frac{g^2}{4\pi} *F_a^{\mu}. \quad (37)$$

In the case (36) all calculations are similar. The only difference is that the origin of term $\sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ in (30) is not the linearity A in x (as in Abelian case) but the pure non-Abelian $A^\mu = \text{Const}$. Here term $\sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ in (30) becomes quadratic in A and we have

$$J_a^\mu = \frac{m}{|m|} \theta(m^2 - \mu^2) \frac{g^3}{4\pi} \varepsilon^{\mu\alpha\beta} \text{tr} [T_a A^\alpha A^\beta]. \quad (38)$$

Combining formulas (37) and (38) and integrating over field A_a^μ we obtain eventually

$$S_{\text{eff}}^{\text{CS}} = \frac{m}{|m|} \theta(m^2 - \mu^2) \pi W[A], \quad (39)$$

where $W[A]$ is the CS term

$$W[A] = \frac{g^2}{8\pi^2} \int d^3x \varepsilon^{\mu\nu\alpha} \text{tr} \left(F_{\mu\nu} A_\alpha - \frac{2}{3} g A_\mu A_\nu A_\alpha \right).$$

In conclusion note, that it may seem that covariant notation used through this section is rather artificial. However, the covariant notation is useful here because it helps us to extract Levi-Chivita tensor corresponding to parity anomalous CS term.

3.2. Arbitrary Gauge Field Background. One can see that the procedures we've used above to calculate CS are noncovariant. Indeed, both of them use the constant magnetic background. Here we'll use completely covariant free of any restriction on gauge field procedure, which allows us to perform calculations at once in non-Abelian case. We'll employ the perturbative expansion. The zero temperature case within this procedure has been explored in [17].

Let's first consider non-Abelian 3-dimensional gauge theory. The only graphs whose P -odd parts contribute to the parity anomalous CS term are shown in Fig.1.

So, the part of effective action containing the CS term looks as

$$I_{\text{eff}}^{\text{CS}} = \frac{1}{2} \int_x A_\mu(x) \int_p e^{-ixp} A_\nu(p) \Pi^{\mu\nu}(p) + \\ + \frac{1}{3} \int_x A_\mu(x) \int_{p,r} e^{-ix(p+r)} A_\nu(p) A_\alpha(r) \Pi^{\mu\nu\alpha}(p, r), \quad (40)$$

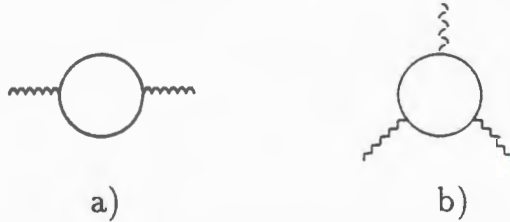


Fig.1. Graphs whose P -odd parts contribute to the CS term in non-Abelian 3D gauge theory

where polarization operator and vertices have a standard form

$$\begin{aligned}\Pi^{\mu\nu}(p) &= g^2 \int_k \text{tr} [\gamma^\mu S(p+k; \mu) \gamma^\nu S(k; \mu)], \\ \Pi^{\mu\nu\alpha}(p, r) &= g^3 \int_k \text{tr} [\gamma^\mu S(p+r+k; \mu) \gamma^\nu S(r+k; \mu) \gamma^\alpha S(k; \mu)],\end{aligned}\quad (41)$$

where $S(k; \mu)$ is the Euclidean fermion propagator at finite density and temperature (7) and the following notation is used $\int_x = i \int_0^\beta dx_0 \int d\mathbf{x}$ and $\int_k = \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2}$. First consider the second order term (Fig.1, graph (a)). It is well known that the only object giving us the possibility to construct P - and T -odd form in action is Levi-Chivita tensor*. Thus, we will drop all terms noncontaining Levi-Chivita tensor. Signal for the mass generation (CS term) is $\Pi^{\mu\nu}(p^2=0) \neq 0$. So we get

$$\Pi^{\mu\nu} = g^2 \int_k (-i2me^{\mu\nu\alpha} p_\alpha) \frac{1}{(\tilde{k}^2 + m^2)^2}. \quad (42)$$

After some simple algebra one obtains

$$\begin{aligned}\Pi^{\mu\nu} &= -i2mg^2 e^{\mu\nu\alpha} p_\alpha \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \frac{1}{(\tilde{k}^2 + m^2)^2} = \\ &= -i2mg^2 e^{\mu\nu\alpha} p_\alpha \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i}{4\pi} \frac{1}{\omega_n^2 + m^2},\end{aligned}\quad (43)$$

where $\omega_n = (2n+1)\pi/\beta + i\mu$. Performing summation we get

$$\Pi^{\mu\nu} = i \frac{g^2}{4\pi} e^{\mu\nu\alpha} p_\alpha \text{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \text{ch}(\beta\mu)/\text{ch}(\beta m)}. \quad (44)$$

It is easily seen that in $\beta \rightarrow \infty$ limit we'll get zero temperature result [17]

$$\Pi^{\mu\nu} = i \frac{m}{|m|} \frac{g^2}{4\pi} e^{\mu\nu\alpha} p_\alpha \theta(m^2 - \mu^2). \quad (45)$$

In the same manner handling the third order contribution (Fig.1b) one gets

$$\begin{aligned}\Pi^{\mu\nu\alpha} &= -2g^3 i e^{\mu\nu\alpha} \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \frac{m(\tilde{k}^2 + m^2)}{(\tilde{k}^2 + m^2)^3} = \\ &= -i2mg^3 e^{\mu\nu\alpha} \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \frac{1}{(\tilde{k}^2 + m^2)^2}\end{aligned}\quad (46)$$

*In three dimensions it arises as a trace of three γ matrices (Pauli matrices)

and further all calculations are identical to the second order

$$\Pi^{\mu\nu\alpha} = i \frac{g^3}{4\pi} e^{\mu\nu\alpha} \operatorname{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \operatorname{ch}(\beta\mu)/\operatorname{ch}(\beta m)}. \quad (47)$$

Substituting (44), (47) in the effective action (40) we get eventually

$$I_{\text{eff}}^{\text{CS}} = \operatorname{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \operatorname{ch}(\beta\mu)/\operatorname{ch}(\beta m)} \frac{g^2}{8\pi} \int d^3x e^{\mu\nu\alpha} \operatorname{tr} \left(A_\mu \partial_\nu A_\alpha - \frac{2}{3} g A_\mu A_\nu A_\alpha \right). \quad (48)$$

Thus, we've got CS term with temperature and density dependent coefficient.

4. Chern-Simons in Arbitrary Odd Dimension

Let's now consider 5-dimensional gauge theory. Here the Levi-Chivita tensor is 5-dimensional $e^{\mu\nu\alpha\beta\gamma}$ and the relevant graphs are shown in Fig.2.

The part of effective action containing CS term reads

$$\begin{aligned} I_{\text{eff}}^{\text{CS}} = & \frac{1}{3} \int_x A_\mu(x) \int_{p,r} e^{-ix(p+r)} A_\nu(p) A_\alpha(r) \Pi^{\mu\nu\alpha}(p, r) + \\ & + \frac{1}{4} \int_x A_\mu(x) \int_{p,r,s} e^{-ix(p+r+s)} A_\nu(p) A_\alpha(r) A_\beta(s) \Pi^{\mu\nu\alpha\beta}(p, r, s) + \\ & + \frac{1}{5} \int_x A_\mu(x) \int_{p,r,s,q} e^{-ix(p+r+s+q)} A_\nu(p) A_\alpha(r) A_\beta(s) A_\gamma(q) \Pi^{\mu\nu\alpha\beta\gamma}(p, r, s, q). \end{aligned} \quad (49)$$

All calculations are similar to 3-dimensional case. First consider third-order contribution (Fig.2a)

$$\Pi^{\mu\nu\alpha}(p, r) = g^3 \int_k \operatorname{tr} [\gamma^\mu S(p+r+k; \mu) \gamma^\nu S(r+k; \mu) \gamma^\alpha S(k; \mu)]. \quad (50)$$

Taking into account that trace of five γ matrices in 5-dimensions is

$$\operatorname{tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\rho] = 4i e^{\mu\nu\alpha\beta\rho},$$

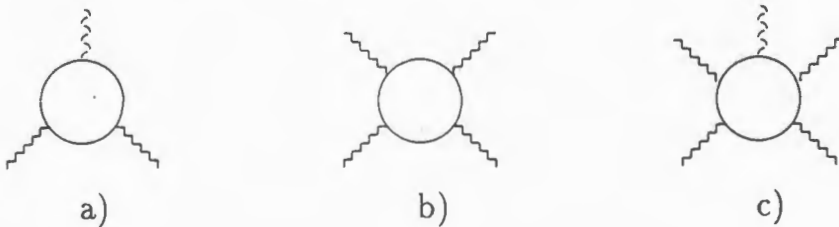


Fig.2. Graphs whose P -odd parts contribute to the CS term in non-Abelian 5D theory

we extract the parity-odd part of the vertices

$$\Pi^{\mu\nu\alpha} = g^3 \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (i4me^{\mu\nu\alpha\beta\sigma} p_{\beta} r_{\sigma}) \frac{1}{(\tilde{k}^2 + m^2)^3}, \quad (51)$$

or in more transparent way

$$\begin{aligned} \Pi^{\mu\nu\alpha} &= i4mg^3 e^{\mu\nu\alpha\beta\sigma} p_{\alpha} r_{\sigma} \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(\omega_n^2 + \mathbf{k}^2 + m^2)^3} = \\ &= i4mg^3 e^{\mu\nu\alpha\beta\sigma} p_{\alpha} r_{\sigma} \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int \frac{-i}{(64\pi)^2} \frac{1}{\omega_n^2 + m^2}. \end{aligned} \quad (52)$$

Performing summation one comes to

$$\Pi^{\mu\nu\sigma} = i \operatorname{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \operatorname{ch}(\beta \mu) / \operatorname{ch}(\beta m)} \frac{g^3}{16\pi^2} e^{\mu\nu\alpha\beta\sigma} p_{\alpha} r_{\sigma}. \quad (53)$$

In the same way operating graphs (b) and (c) (Fig.2) one will obtain

$$\Pi^{\mu\nu\lambda\beta} = i \operatorname{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \operatorname{ch}(\beta \mu) / \operatorname{ch}(\beta m)} \frac{g^4}{8\pi^2} e^{\mu\nu\alpha\beta\sigma} s_{\sigma} \quad (54)$$

and

$$\Pi^{\mu\nu\alpha\beta\gamma} = i \operatorname{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \operatorname{ch}(\beta \mu) / \operatorname{ch}(\beta m)} \frac{g^5}{16\pi^2} e^{\mu\nu\alpha\beta\sigma} s_{\sigma}. \quad (55)$$

Substituting (53)–(55) in the effective action (49) we get the final result for CS in 5-dimensional theory

$$\begin{aligned} I_{\text{eff}}^{\text{CS}} &= i \operatorname{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \operatorname{ch}(\beta \mu) / \operatorname{ch}(\beta m)} \frac{g^3}{48\pi^2} \int_x e^{\mu\nu\alpha\beta\gamma} \times \\ &\times \operatorname{tr} \left(A_{\mu} \partial_{\nu} A_{\alpha} \partial_{\beta} A_{\gamma} + \frac{3}{2} g A_{\mu} A_{\nu} A_{\alpha} \partial_{\beta} A_{\gamma} + \frac{3}{5} g^2 A_{\mu} A_{\nu} A_{\alpha} A_{\beta} A_{\gamma} \right). \end{aligned} \quad (56)$$

It is remarkable that all parity odd contributions are finite both in 3-dimensional and in 5-dimensional cases. Thus, all values in the effective action are renormalized in a standard way, i.e., the renormalizations are determined by conventional (parity even) parts of vertices.

From the above direct calculations it is clearly seen that the chemical potential and temperature dependent coefficient is the same for all parity odd parts of diagrams and doesn't depend on space dimension. So, the influence of finite density and temperature on CS term generation is the same in any odd dimension:

$$I_{\text{eff}}^{\text{CS}} = \text{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \text{ch}(\beta \mu) / \text{ch}(\beta m)} \pi W[A] \xrightarrow{\beta \rightarrow \infty} \frac{m}{|m|} \theta(m^2 - \mu^2) \pi W[A], \quad (57)$$

where $W[A]$ is the CS secondary characteristic class in any odd dimension. Since only the lowest orders of perturbative series contribute to CS term at finite density and temperature (the same situation is well known at zero density), the result obtained by using formally perturbative technique appears to be nonperturbative. Thus, the μ - and T -dependent CS term coefficient reveals the amazing property of universality. Namely, it does depend on neither dimension of the theory nor Abelian or non-Abelian gauge theory is studied.

The arbitrariness of μ gives us the possibility to see CS coefficient behaviour at any masses. It is very interesting that $\mu^2 = m^2$ is the crucial point for CS at zero temperature. Indeed, it is clearly seen from (57) that when $\mu^2 < m^2$, μ -influence disappears and we get the usual CS term $I_{\text{eff}}^{\text{CS}} = \pi W[A]$. On the other hand, when $\mu^2 > m^2$, the situation is absolutely different. One can see that here the CS term disappears because of nonzero density of background fermions. We'd like to emphasize the important massless case $m = 0$ considered in many a papers, see for example [2,4,18]. Here even negligible density or temperature, which always takes place in any physical processes, leads to vanishing of the parity anomaly. Let us stress again that we nowhere have used any restrictions on μ . Thus we not only confirm result in [2] for CS in QED_3 at small density, but also expand it on arbitrary μ , non-Abelian case and arbitrary odd dimension.

5. Trace Identity

Here, we'll consider trace identity at finite temperature and density. First of all, by using well-known trace identity at finite temperature [1,2], we'll present the simple reasons that chiral anomaly doesn't depend on temperature in any even dimension. Indeed, at finite temperature and zero density trace identity still holds and one has [1,2]

$$\langle N \rangle_\beta = -\frac{1}{2\beta} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{m}{m^2 + \omega_n^2} \left(\int dx \text{ (anomaly)} + \int dx \partial_i \text{tr} \langle x | i\Gamma_i \Gamma^c \frac{1}{H_0 + i\sqrt{m^2 + \omega_n^2}} \rangle \right). \quad (58)$$

The second term at the left-hand side is a surface term, which doesn't contribute to topological part of the trace identity [1,2]. Thus, for topological part, we are interested in, trace identity takes the form

$$\langle N \rangle_\beta^{\text{topological}} = -\frac{1}{2\beta} \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{m}{m^2 + \omega_n^2} \left(\int dx \text{ (anomaly)} \right). \quad (59)$$

The result for the left-hand side of Eq.(59) we know in arbitrary odd dimension. Really, substituting (57) in

$$\langle N \rangle_{\beta}^{\text{CS}} = \langle N \rangle_{\beta}^{\text{topological}} = \frac{\delta I_{\text{eff}}^{\text{CS}}}{g \delta A_0}, \quad (60)$$

and taking into account that

$$\frac{1}{2\beta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{m}{\omega_n^2 + m^2} = \frac{1}{4} \frac{\text{sh}(\beta m)}{1 + \text{ch}(\beta m)}, \quad (61)$$

one can see that the only possibility to reconcile left and right sides of Eq.(59) is to put temperature independence of anomaly. Thus, we've got that axial anomaly doesn't depend on temperature in any even-dimensional theory.

Further, we can generalize trace identity for topological part on arbitrary finite density. Really, from (57) and (60) we get

$$\langle N \rangle_{\beta, \mu}^{\text{CS}} = -\frac{1}{4} \text{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \text{ch}(\beta \mu) / \text{ch}(\beta m)} \int dx (\text{anomaly}), \quad (62)$$

where $\langle N \rangle_{\beta, \mu}^{\text{CS}}$ — odd part of fermion number in D -dimensional theory at finite density and temperature, (anomaly) — axial anomaly in $(D-1)$ -dimensional theory. On the other hand, as we have seen above, the anomaly doesn't depend on μ in 2 and 4 dimensions (and doesn't depend on T in any even-dimensional theory). Our comprehension of the problem allows us to generalize this on arbitrary even dimension. Indeed, anomaly is the result of ultraviolet regularization, while μ (and T) don't effect on ultraviolet behavior of a theory. Taking in mind (62) and that at finite density

$$\frac{1}{2\beta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{m}{\omega_n^2 + m^2} = \frac{1}{4} \text{th}(\beta m) \frac{1}{1 + \text{ch}(\beta \mu) / \text{ch}(\beta m)}, \quad (63)$$

we can identify $\langle N \rangle_{\beta, \mu}^{\text{topological}}$ and $\langle N \rangle_{\beta, \mu}^{\text{CS}}$. So, we get generalized on finite density trace identity for topological part of fermion number

$$\langle N \rangle_{\beta, \mu}^{\text{CS}} = \langle N \rangle_{\beta, \mu}^{\text{topological}} = -\frac{1}{2\beta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{m}{m^2 + \omega_n^2} \left(\int dx (\text{anomaly}) \right). \quad (64)$$

The physical underground of formula (64) could be more clearly understood if we remember calculations we've performed in Sec.3.1 by use of summation over Landau levels. Really, we've seen that only zero modes contribute to P -odd part in contrast to P -even part which is contributed by all modes. Therefore, index theorem and trace identities hold only for parity-odd (topological) part of fermion number at finite density.

Thus, Eq.(64) connects CS term and chiral anomaly in arbitrary dimensional theory at finite density and temperature.

6. Conclusions

The finite temperature and density influence on CS term generation is obtained in any odd dimensional theory both for Abelian and for non-Abelian cases. It is of interest that $\mu^2 = m^2$ is the crucial point for CS at zero temperature. Indeed, it is clearly seen from (57) that when $\mu^2 < m^2$, μ -influence disappears and we get the usual CS term $I_{\text{eff}}^{\text{CS}} = \pi W[A]$. On the other hand, when $\mu^2 > m^2$, the CS term disappears because of nonzero density of background fermions.

The μ and T -dependent CS term coefficient reveals the amazing property of universality. Namely, it does depend on neither dimension of the theory nor Abelian or non-Abelian gauge theory is studied. It must be stressed that at $m = 0$ even negligible density or temperature, which always take place in any physical processes, leads to vanishing of the parity anomaly.

The medium effects such as finite density and temperature influence on chiral anomaly have been studied. The simple and general arguments that chiral anomaly is independent of temperature have been presented. It is shown that even if we introduce conservation of chiral charge as the constraint, the chiral anomaly isn't effected. By using the fact that chiral anomaly doesn't depend on temperature and density we explore the CS number appearance of CS number in even-dimensional theories under two type of constraints. These are charge conservation with Lagrange multiplier μ (conventional chemical potential) and chiral charge conservation with Lagrange multiplier κ , what corresponds to conservation of the left (right)-handed fermions asymmetry in the background.

On the other hand, the chiral anomaly independence of density and temperature together with our direct calculations of CS coefficient permit us the simple generalization of trace identity on finite density case. Thus, the connection between CS term and chiral anomaly at finite density and temperature is obtained in arbitrary dimensional theory.

References

1. Niemi A.J. — Nucl. Phys., 1985, v.B251, p.155.
2. Niemi A.J., Semenoff G.W. — Phys. Rep., 1986, v.135, p.99.
3. Niemi A.J., Semenoff G.W. — Phys. Rev. Lett., 1983, v.51, p.2077.
4. Redlich A.N. — Phys. Rev., 1984, v.D29, p.2366.
5. Alvarez-Gaume L., Witten E. — Nucl. Phys., 1984, v.B234, p.269.
6. Lykken J.D., Sonnenschein J., Weiss N. — Phys. Rev., 1990, v.D42, p.2161; Int. J. Mod. Phys., 1991, v.A6, p.1335; Int. J. Mod. Phys., 1991, v.A6, p.5155;
Schakel A.M.J. — Phys. Rev., 1991, v.D43, p.1428;
Zeitlin V.Y. — Mod. Phys. Lett., 1993, v.A8, p.1821.
7. Shuryak E.V. — Phys. Rep., 1980, v.61, p.73.
8. Chodos A., Everding K., Owen D.A. — Phys. Rev., 1990, v.D42, p.2881.
9. Gomez Nicola A., Alvarez-Estrada R.F. — Int. J. Mod. Phys., 1994, v.A9, p.1423.
10. Schwinger J. — Phys. Rev., 1962, v.128, p.2425.

11. Redlich A.N., Wijewardhana L.C.R. — *Phys. Rev. Lett.*, 1985, v.54, p.970;
Tsokos K. — *Phys. Lett.*, 1985, v.B157, p.413.
12. Rubakov V.A., Tavkhelidze A.N. — *Theor. Mat. Fiz.*, 1985, v.65, p.250;
Rubakov V.A. — *Prog. Theor. Phys.*, 1986, v.75, p.366.
13. Rutherford A.R. — *Phys. Lett.*, 1986, v.B182, p.187.
14. Johnson M.H., Lippmann B.A. — *Phys. Rev.*, 1949, v.76, p.828.
15. Schwinger J. — *Phys. Rev.*, 1951, v.82, p.664.
16. Brown L.S., Weisberger W.I. — *Nucl. Phys.*, 1979, v.B157, p.285.
17. Sissakian A.N., Shevchenko O.Yu., Solganik S.B. — *Phys. Lett.*, 1997, v.B403, p.75.
18. Jackiw R. — In: *Relativity, Groups and Topology II*, Proceedings of the Les Houches Summer School XL, 1983, edited by B.S.DeWitt and R.Stora, North-Holland, New York, 1984.

УДК 539.17.01

CANONICAL FORM OF AN ELASTOPLASTIC MODEL OF NUCLEAR FUSION

I.N.Mikhailov¹, T.I.Mikhailova², G. Do Dang³

Starting from equations of motion describing the fusion process in symmetrical nuclear systems of low angular momenta we reconstruct the collective Lagrangian and dissipation Rayleigh functions. This opens new perspectives in studying the dynamical effects in the heavy nuclei collisions. In particular, it provides a basis for a quantal description of the fusion process and accompanying it effects.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics and Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Каноническая форма эластопластической модели слияния ядер

И.Н.Михайлов, Т.И.Михайлова, Г. До Данг

Для уравнений движения, описывающих процесс слияния в симметричной ядерной системе при низких угловых моментах, восстанавливается коллективный лагранжиан и диссипативная функция Рэлея. Это открывает новые возможности в изучении динамических эффектов в столкновениях тяжелых ионов, а также дает основу для квантового описания процесса слияния и сопровождающих его эффектов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им.Н.Н.Боголюбова и Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

1. Introduction

In Refs. 1, 2, 3 we had shown how to bring to the canonical form the equations of motion of a simple elastoplastic system resembling the one used to describe the fusion of identical nuclei after the central collision [4]. Giving a canonical form to the equations of motion has brought to evidence quite unexpected features of the fusion process related with thermal fluctuations. However, the description of new phenomena presented in Refs. 1, 3 has a qualitative character due to the simplifications introduced into the equations of motion. To arrive at the quantitative analysis of these phenomena and to go further in the description of fusion one must learn how to formulate in a canonical way the more complicated equations of Ref. 4. This is precisely the subject of this paper.

¹Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR, Dubna.

²Laboratory of Nuclear Problems, JINR, Dubna.

³Laboratoire de Physique Théorique et de Hautes Énergies, Université Paris-Sud, Orsay, France.

2. An Elastoplastic Model of Fusion

Consider a system described by the equations [4]

$$\frac{1}{2} \ddot{Q} - \kappa(Q) (\dot{Q})^2 + W_{2,0}(Q) - \Pi(t) = 0, \quad (1)$$

$$\dot{\Pi} + \dot{Q} F_{fs}(Q) = I_{rel}. \quad (2)$$

Here Q is the macroscopic variable associated with the shape of the system (the mass-quadrupole moment), while Π is another macroscopic variable describing the distribution of fermions in the momentum space (momentum-quadrupole moment). The right-hand side of Eq.(2) describes the effects of collective energy dissipation. We assume the following expression for I_{rel} :

$$I_{rel} = -\frac{1}{\tau} [\Pi + \pi(Q)], \quad (3)$$

where the first term is issuing from the mean-relaxation-time approximation for the collision integral in the kinetic equation from which Eq.(2) is obtained. As in Ref. 4 we introduce a correction term in I_{rel} which is $\pi(Q)$. The definition of the $\pi(Q)$ function will be given later-on.

Equations (1), (2) are obtained in Ref. 4 on the basis of virial theorems introduced by Chandrasekhar for studies of classical liquid bodies [5] and generalized in [6] for Fermi-systems. Virial theorems represent some weighted integrals over the phase space of one fermion of the many-body equations of motion for the density matrix. One arrives at the former equations making a number of approximations in virial theorems*. Being apparently quite sound in determining the mean characteristics of fusing systems, the approximations lead, however, to serious shortcomings of the theory as it was formulated before.

Staying within the model of Ref. 4 one loses the control on the partition of the energy between different channels. In particular, one has uncertainties in the determination of the part of the energy transmitted to the statistical excitation of intrinsic degrees of freedom. Here we establish a precise expression for the collective energy. We obtain the Hamiltonian function starting from the «macroscopic» equations of motion and establish an exact correspondence between the equations of motion and the energy conservation law.

Another drawback of the theory formulated in Ref. 4 is related with the fact that it is limited to the classical mean values of the quantities involved in the description of the fusion process. Neither thermal nor quantum deviations from the trajectory are described in this way. The way to treat thermal fluctuations in elastoplastic systems is shown in Refs. 1, 2, 3 using a schematic version of the model in Ref. 4. The quantal approach to the dissipative phenomena is presented in a number of textbooks (see, e.g., Ref. 7) and is further developed in numerous recent publications (see Ref. 8). Here we extend the ideas presented in the quoted papers for more realistic equations of motion (1), (2) preparing ourselves for the quantitative analysis of effects of fluctuations (thermal and quantal) of macroscopic observables in heavy nuclei collisions.

*In fact, Eq.(2) in Ref. 4 has slightly different form. Some more careful treatment, than made before, of the corresponding virial theorem leads to the form of this equation given in the present paper.

3. Canonical Form of Equations of Motion

We look for an expression for the collective energy corresponding to the equations of motion (1), (2). When the dissipation is absent the collective energy is conserved, and we start with a search for integrals of motion corresponding to Eqs.(1), (2) in the limit when $\tau \rightarrow \infty$.

Consider an auxiliary Lagrange function of the following form:

$$L' = \frac{M(Q)}{2} \dot{Q}^2 - U(Q) \quad (4)$$

with

$$\frac{dM(Q)}{dQ} = -4\kappa(Q) M(Q), \quad \frac{dU(Q)}{dQ} = 2W_{2,0}(Q) M(Q) \quad (5)$$

and the associated energy function

$$E' = \dot{Q} \frac{\partial L'}{\partial \dot{Q}} - L' = \frac{M(Q)}{2} \dot{Q}^2 + U(Q). \quad (6)$$

In fact, equations (5) have a two-parametric family of solutions: the integration constants remain undefined at this stage. One of them contributes a constant term to the part of the energy given by Eq.(6) and is not important. However, the «mass parameter» $M(Q)$ is determined by (5) only up to a scaling factor (M_0). We shall discuss its choice later.

It is easy to check the following relation

$$\frac{dE'}{dt} = M(Q) \dot{Q}(\ddot{Q} - 2\kappa(Q) \dot{Q}^2 + 2W_{2,0}(Q)). \quad (7)$$

Using Eq.(1) one finds

$$\frac{dE'}{dt} = 2M(Q) \dot{Q}\Pi. \quad (8)$$

Now, we introduce a new function

$$\mu(Q) = 2 \int_0^Q M(Q') dQ' \quad (9)$$

and write the r.h.s. of Eq.(7) in the following form

$$\begin{aligned} 2M(Q) \dot{Q}\Pi &= \frac{d}{dt} (\mu(Q)\Pi) - \mu(Q)\dot{\Pi} = \\ &= \frac{d}{dt} (\mu(Q)\Pi) + \mu(Q) F_{fs}(Q) \dot{Q}. \end{aligned} \quad (10)$$

In writing the last equation the limiting form of Eq.(2) at $\tau \rightarrow \infty$ is used.

Introducing one more function

$$U_{fs}(Q) = - \int_0^Q dQ' \mu(Q') F_{fs}(Q') \quad (11)$$

we arrive at the following equation

$$\frac{d}{dt} I_1 = 0, \quad (12)$$

where

$$I_1 = \frac{M(Q)}{2} \dot{Q}^2 + U(Q) + U_{fs}(Q) - \mu(Q) \Pi. \quad (13)$$

In the limit $\tau \rightarrow \infty$ Eq.(2) represents another integral of motion:

$$I_2 = \Pi + W_{fs}(Q) = \Pi + \int_0^Q dQ' F_{fs}(Q'). \quad (14)$$

The energy must be a function depending on these two invariants. The Π variable is associated with the intrinsic kinetic energy tensor of the fermionic system. Having in mind that the dynamical equations in their present form are linear in Π variable and that the kinetic energy must be a positive definite function, we write the following expression for the collective energy:

$$E = I_1 + \frac{C}{2} I_2^2, \quad (15)$$

where C is a constant.

Now, as in Ref. 1 we consider Π as a quantity associated with the generalized velocity corresponding to a cyclic variable Z . We write:

$$\Pi(t) = \dot{Z}(t) + f(Q). \quad (16)$$

Then the quantity in Eq.(15) takes the form

$$E = \frac{M(Q)}{2} \dot{Q}^2 + \frac{C}{2} \dot{Z}^2 + U_{\text{tot}}(Q) + \xi(Q) \dot{Z}, \quad (17)$$

where

$$U_{\text{tot}}(Q) = U(Q) + U_{fs}(Q) - f(Q) \mu(Q) + \frac{C}{2} [f(Q) + W_{fs}(Q)]^2, \quad (18)$$

$$\xi(Q) = C[f(Q) + W_{fs}(Q)] - \mu(Q).$$

Let us choose $f(Q)$ in such a way that $\xi(Q)$ becomes zero:

$$f(Q) = \frac{\mu(Q)}{C} - W_{fs}(Q). \quad (19)$$

Expression in Eq.(17) is the collective energy of the system. To find the collective Hamiltonian one must introduce into this expression the momenta conjugated to the collective variables Q and Z . The momenta are defined by the Lagrangian function, and we turn ourselves to the definition of the latter. We write:

$$L(\dot{Q}, Q, \dot{Z}) = \frac{M(Q)}{2} \dot{Q}^2 + \frac{C}{2} \dot{Z}^2 - U_{\text{tot}}(Q) + \dot{Z} L''(Q). \quad (20)$$

Here $L''(Q)$ is a function which must be chosen from the condition that the Lagrange equations

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_i} - \frac{\partial L}{\partial Q_i} = 0$$

were equivalent to the equations of motion (1) and (2) (here Q_i stands for Q and for Z variables: $Q_1 = Q$, $\dot{Q}_1 = \dot{Q}$, $Q_2 = Z$, $\dot{Q}_2 = \dot{Z}$).

Using Eqs.(16) and (19) in the Lagrange equation

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Z}} &= \frac{d}{dt} (C\dot{Z} + L''(Q)) = \\ &= \frac{d}{dt} [C(\Pi + W_{fs}) - \mu(Q) + L''(Q)] = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

and comparing Eq.(21) with Eq.(2), one immediately finds:

$$L''(Q) = \mu(Q). \quad (22)$$

Inserting into Eqs.(18) and (20) the relations (19), (22) and using the earlier introduced definitions one obtains the following expression for the Lagrangian function:

$$L(\dot{Q}, Q, \dot{Z}) = \frac{M(Q)}{2} \dot{Q}^2 + \frac{C}{2} \dot{Z}^2 - U_{\text{tot}}(Q) + \dot{Z}\mu(Q) \quad (23)$$

with

$$U_{\text{tot}} = U(Q) + 2 \int_0^Q dQ' M(Q') W_{fs}(Q') - \frac{\mu(Q)^2}{2C}. \quad (24)$$

The energy conservation is inherent in the Lagrange formalism. On the other hand, it establishes a relation between the generalized velocities and coordinates. The energy defined by Eq.(17) which is the sum of invariants of the motion is conserved in the absence of dissipation. We have found a Lagrangian associated with this energy function leading to the correct form of one of the two equations of motion (of Eq.(2)). This implies that the Lagrange equation in the Q coordinate yields the correct form of Eq.(1) also. The direct calculation confirms this statement.

The term proportional to $1/\tau$ in the r.h.s. of Eq.(1) describes the dissipative phenomena. An appropriate form of canonical equations of motion in the presence of dissipation involves the Rayleigh dissipation function $\Sigma(Q, \dot{q})$ which appears in the Lagrange-Rayleigh equations [9]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{Q}_i} - \frac{\partial L}{\partial Q_i} = - \frac{\partial \Sigma}{\partial \dot{Q}_i}.$$

The definition of the Rayleigh function does not present any difficulty now. It is:

$$\Sigma = \frac{C}{2\tau} (\Pi + \pi(Q))^2. \quad (25)$$

To end the derivation of the Lagrangian function we must fix the two scaling parameters M_0 and C . It is possible to do it for the first quantity if the collective mass function is

known at a certain point. Thus, we fix the scaling factor in the mass function $M(Q)$ equating it with a given value M_0 at $Q = 0$ (see Ref. 4). From Eqs.(17) and (24) one sees that the scaling factor C for the Π -dependent part of the energy affects the potential term U_{tot} giving the Q dependence of the collective energy. In particular, at small Q values one has:

$$U_{\text{tot}} = U(Q) + M_0 Q^2 \left(C - \frac{2M_0}{F_{fs}^0} \right). \quad (26)$$

Assuming that $U(Q)$ contains the totality of the potential energy in vicinity of $Q = 0$, we write:

$$C = \frac{2M_0}{F_{fs}^0}, \quad (27)$$

where $F_{fs}^0 \equiv F_{fs}(Q = 0)$ and $M_0 \equiv M(Q = 0)$.

Finally, one arrives at the following expressions for the Lagrange, energy and Rayleigh functions:

$$L(\dot{Q}, Q, \dot{Z}) = \frac{M(Q)}{2} \dot{Q}^2 - U_{\text{tot}}(Q) + \frac{M_0}{F_{fs}^0} \dot{Z}^2 + \dot{Z}\mu(Q), \quad (28)$$

$$E = \frac{M_0}{2} \dot{Q}^2 + \frac{M_0}{F_{fs}^0} \dot{Z}^2 + U_{\text{tot}}, \quad (29)$$

$$\Sigma(Q, \dot{Z}) = \frac{M_0}{\tau} \left[\left(\dot{Z} + \frac{F_{fs}^0 \mu(Q)}{2M_0} - w_{fs}(Q) \right)^2 + \frac{1}{2} \dot{Z}\pi(Q) \right]. \quad (30)$$

Note, that with the definition of scaling factors made before, the expressions for the collective energy and the other functions become identical with that in Ref. 1 in vicinity of $Q = 0$.

Establishing the form of the collective energy we solve the problem of the heating during the fusion. Indeed, the energy conservation implies that the noncollective (statistical) part of the energy grows with the rate

$$\frac{dE_{\text{stat}}}{dt} = \sum_i \frac{\partial \Sigma}{\partial \dot{Q}_i} \frac{\partial H_{\text{coll}}}{\partial P_i}, \quad (31)$$

where

$$P_Q = M(Q) \dot{Q}, \quad P_Z = \frac{2M_0}{F_{fs}^0} (\Pi + w_{fs}(Q)).$$

The right-hand side of Eq.(31) is easily calculated giving

$$\frac{dE_{\text{stat}}}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(\frac{F_{fs}^0}{2M_0} (P_Z - \mu(Q)) + f(Q) + \pi(Q) \right) (P_Z - \mu(Q)). \quad (32)$$

If we fix the function $\pi(Q)$ as

$$\pi(Q) = -f(Q), \quad (33)$$

the expression in Eq.(32) becomes:

$$\frac{dE_{\text{stat}}}{dt} = \frac{F_{fs}^0}{2\tau M_0} (P_Z - \mu(Q))^2 \quad (34)$$

so that dE_{stat}/dt is a nonnegative function of time. Using the relation between the excitation energy and the temperature*, one establishes the time dependence of the latter.

From this point one may start the study of fluctuations in a complete analogy with Refs. 1, 2, 3. When fluctuations in Q are sufficiently small compared to the region of Q , where variations of functions entering L are important, one may use the formalism developed in Refs. 2, 3 in a straightforward way. Let $Q(t)$ be the value of Q co-ordinate on the mean trajectory at a time t . To study fluctuations one may introduce the simplified expression for the Lagrangian linearizing $L(Q, \dot{Q}, Z)$ in Eq.(28) in variations of $M(Q)$ and $F_{FS}(Q)$ functions. Then one obtains:

$$\begin{aligned} L_{\text{appr}} = & \frac{M(Q(t))}{2} (\delta\dot{Q})^2 - \\ & - \left[U_{\text{tot}}(Q(t)) + \left(\frac{dU_{\text{tot}}(Q)}{dQ} \right)_{Q=Q(t)} \delta Q + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 U_{\text{tot}}(Q)}{dQ^2} \right)_{Q=Q(t)} (\delta Q)^2 \right] + \\ & + \frac{F_{fs}^0 \dot{Z}^2}{4M_0} + \dot{Z} \left[\mu(Q(t)) + \left(\frac{d\mu}{dQ} \right)_{Q(t)} \delta Q \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Passing to new variables

$$\delta Q - M(Q(t)) \left(\frac{\partial U}{\partial Q} \right)_{Q=Q(t)}, \quad \dot{Z} - \frac{2M_0 \delta Q}{F_{fs}^0} \left(\frac{\partial \mu}{\partial Q} \right)_{Q=Q(t)}$$

one comes back to the Lagrange function of the schematic model of Ref. 3 plus constant terms which play no role in the Lagrangian function and may be neglected. Thus, the formalism developed in Ref. 2 is applicable for the study of fluctuations in a sufficiently large class of systems in which the fluctuations amplitude in Q variable remains always sufficiently small in the scale of variations of the functions $M(Q)$ and $F_{FS}(Q)$.

This accomplishes the formal definition of the elements in the Lagrange-Rayleigh formulation of the fusion dynamics and opens the way to study the thermal fluctuations during the fusion.

*At the moderate excitation energy the temperature is related with the excitation energy according to equation [10]

$$E_{\text{stat}} = aT^2.$$

4. Concluding Remarks

The formal study presented before is necessary to come to quantitative analysis of fluctuations in the fusion process within the model developed in Ref. 4. We note that the existing models do not cope yet with the problem in a satisfactory way. For example, in an important paper on the subject by Fröbrich [11] the necessity of introduction of an arbitrary «cut off» parameter is shown to bring the theory in agreement with experimental data. The cut off parameter is introduced to dismiss the fluctuation effects from the «late» stages of the fusion process appearing in the models with more conventional treatment of dissipation-fluctuation relations. Note, that the qualitative study made in Refs. 2, 3 of effects of fluctuations within the schematic model of Ref. 1 allows one to think that there is no need of such a parameter in the advocated here model of fusion.

In fact, this formalism seems to open many new possibilities of studying the nuclear fusion. We mention two of them: 1) There is no difficulty now to come to the Hamilton formulation of the model which is necessary to study quantal effects; 2) The study makes transparent relations between the model of Ref. 4 and a number of other models of fusion. This, in turn, makes possible to combine positive elements of different approaches to the problem.

Acknowledgments

We address our thanks to Prof. M.Di Toro, Ch.Briançon, P.Quentin and Dr. J.Pipero for numerous illuminating discussions. One of the authors (I.M.) expresses his gratitude to Prof. H.Doubre in remembrance of numerous discussions during the stay in Orsay, where a part of the work was done. The scientific staff and the administration of CSNSM-IN2P3 (Orsay, France) are greatly acknowledged also for the hospitality.

References

1. Mikhailova T.I., Mikhailov I.N., Di Toro M. — JINR Rapid Communications, 1997, No.2[82]-97, p.5.
2. Mikhailov I.N., Mikhailova T.I., Di Toro M., Do Dang G. — Elastoplastic Dynamics of Fusion, submitted to Proc. of Int. Conf. on Nuclear Structure, JINR, Dubna, 1997.
3. Mikhailov I.N., Mikhailova T.I., Di Toro M., Do Dang G. — Submitted to Nucl. Phys. A.
4. Mikhailov I.N. et al. — Nucl. Phys., 1996, v.A604, p.368.
5. Chandrasekhar S. — Ellipsoidal Figures of Equilibrium. Dower, New York, 1987.
6. Balbutsev E.B., Mikhailov I.N. — J. of Phys., 1988, v.G14, p.545.
7. Feynman R.P. — Statistical Mechanics, Frontiers in Physics, series of lecture note and reprint. Ed. D.Pines, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1996.
8. Bulgac A., Do Dang G., Kusnezov D. — Chaos, Solitons and Fractals, 1997, v.8, No.7/8, p.1149.
9. Goldstein H. — Classical Mechanics (second edition), Addison-Wesley Series in Physics, 1959, pp.21, 61, 62.
10. Bohr A.A., Mottelson B.R. — Nuclear Structure, W.A.Benjamin, Inc. 1969, v.1, ch.2.
11. Marten J., Fröbrich P. — Nucl. Phys., 1991, v.A545, p.854.

Received on November 16, 1997.

УДК 539.17

ОСОБЕННОСТИ РЕАКЦИЙ СИНТЕЗА ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В РАМКАХ КОНЦЕПЦИИ ДВОЙНОЙ ЯДЕРНОЙ СИСТЕМЫ

Г.Г.Адамян, Н.В.Антоненко, В.В.Волков,
А.К.Насиров, Е.А.Черепанов, В.Шайд*

Концепция двойной ядерной системы применена к анализу ядерных реакций, используемых для синтеза тяжелых и сверхтяжелых элементов. Получены данные для минимальной энергии возбуждения составных ядер в реакциях холодного синтеза элементов с Z от 102 до 114. Разработана модель конкуренции полного слияния и квазиделения, позволяющая рассчитывать вероятность формирования составного ядра после реализации захвата. Показано, что в реакциях холодного слияния квазиделение является главным фактором падения величины сечения образования элемента с ростом его Z .

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им. Г.Н.Флерова ОИЯИ.

Peculiarities of the Reactions of Heavy and Superheavy Element Synthesis within the Dinuclear System Concept

G.G.Adamian et al.

The dinuclear system concept is used for the analysis of the reactions of heavy and superheavy element synthesis. The minimum excitation energy of the compound nucleus of elements from 102 to 114 was obtained in the cold fusion reactions. The model of competition between complete fusion and quasi-fission was elaborated. The model allows calculating the probability of the compound nucleus formation after the capture stage. It is shown that quasi-fission is the main factor of decreasing the production cross sections of the elements with increasing the atomic number Z .

The investigation has been performed at the Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

1. Введение

Успешный синтез 110, 111, 112 элементов [1—3] и предсказание теорией существования области повышенной стабильности тяжелых деформированных ядер [4] вновь привлекли внимание к проблеме синтеза сферических сверхтяжелых элементов (СТЭ). В ОИЯИ (Дубна) и GSI (Дармштадт) ведется подготовка экспериментов, в которых надеются синтезировать ядра 114 элемента. Экспериментаторы, работающие в этой

*Институт теоретической физики университета им.Юстуса-Либига, D-35392, Гиссен, Германия

области, нуждаются в теоретических оценках свойств СТЭ — времен их жизни и мод радиоактивного распада, ожидаемых сечений их образования и оптимальной энергии облучения. В настоящей работе на основе концепции двойной ядерной системы для процесса формирования составного ядра (КДЯС) рассматриваются:

— минимальная энергия возбуждения составных ядер в реакциях холодного синтеза $102 + 114$ элементов;

— роль квазиделения в снижении сечения образования тяжелых элементов и СТЭ.

Разработана модель конкуренции между полным слиянием и квазиделением, позволяющая оценить вероятность формирования составного ядра после реализации захвата.

2. Краткая характеристика концепции двойной ядерной системы

Подробное описание КДЯС, в сравнении с существующими моделями полного слияния ядер, можно найти в [5]. Здесь мы даем лишь краткую характеристику КДЯС, предваряющую результат нашей работы. Основная идея КДЯС — предположение об однотипности реакций полного слияния ядер и реакций глубоконеупругих передач, позволяющее использовать уникальную информацию о взаимодействии ядер, полученную при изучении реакций глубоконеупругих передач, для раскрытия механизма формирования составного ядра. Согласно КДЯС, процесс полного слияния ядер протекает следующим образом. На стадии захвата, после полной диссипации кинетической энергии столкновения формируется двойная ядерная система (ДЯС). Полное слияние ядер идет как эволюционный процесс, в котором нуклоны одного из ядер системы последовательно, оболочка за оболочкой, передаются другому ядру. Благодаря оболочечной структуре ядра ДЯС сохраняют свою индивидуальность на протяжении всего процесса эволюции ДЯС к составному ядру.

Эволюция ДЯС определяется ее потенциальной энергией, являющейся функцией массовой асимметрии системы $\eta = (A_1 - A_2)/(A_1 + A_2)$, углового момента J и расстояния между центрами ядер R :

$$U(R, \eta, J) = B_1 + B_2 + V(R, \eta, J) - [B_{cn} + V_{tot}(J)]. \quad (1)$$

Здесь B_1 , B_2 и B_{cn} — энергии связи ядер, входящих в ДЯС, и составного ядра; $V(R, \eta, J)$ — ядро-ядерный потенциал, включающий в себя кулоновский, ядерный и центробежный потенциалы:

$$V(R, \eta, J) = V_c(R, \eta) + V_n(R, \eta) + V_{rot}(R, \eta, J). \quad (2)$$

Ядерный потенциал рассчитывается методом двойной свертки [6], центробежный потенциал берется для твердотельного момента инерции системы. Изотопный состав ядер ДЯС соответствует условиям равновесия для отношения числа протонов и нейтронов в системе. Потенциальная энергия ДЯС отсчитывается от потенциальной энергии вращающегося составного ядра $(B_{cn} + V_{tot})$.

КДЯС позволяет выявить две важные особенности в процессе полного слияния массивных ядер:

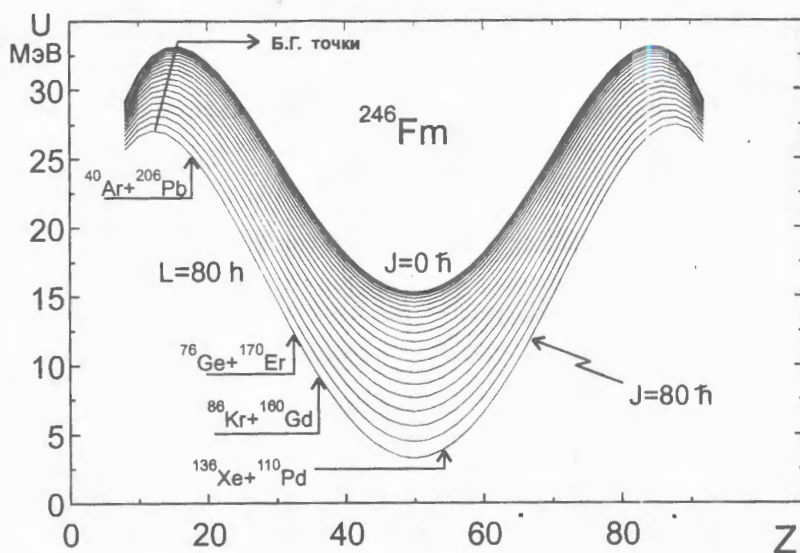


Рис.1. Потенциальная энергия ДЯС, формирующихся в реакциях: $^{40}\text{Ar} + ^{206}\text{Pb}$, $^{76}\text{Ge} + ^{170}\text{Er}$, $^{86}\text{Kr} + ^{160}\text{Gd}$, $^{136}\text{Xe} + ^{110}\text{Pd}$. Потенциальная энергия представлена как функция атомного номера одного из ядер ДЯС (Z) и углового момента ДЯС (J). Б.Г. — точки Бусинаро — Галлоне

— существование внутреннего потенциального барьера по координате $\eta - B_{\text{fus}}^*$;

— конкуренцию между каналами полного слияния и квазиделения в процессе эволюции ДЯС к составному ядру.

На рис.1 представлена потенциальная энергия ДЯС, которая формируется в четырех ядерных реакциях с различной зарядовой и массовой асимметрией, но дающих одно и то же составное ядро ^{246}Fm [7]. Стрелками указаны входные точки реакций. Из формы потенциальной энергии следует, что ДЯС в процессе эволюции к составному ядру должна преодолеть потенциальный барьер, величина которого зависит от исходной массовой (зарядовой) асимметрии системы. Для реакции $^{40}\text{Ar} + ^{206}\text{Pb}$ B_{fus}^* не превышает нескольких МэВ, для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{110}\text{Pd}$ B_{fus}^* возрастает до двух десятков МэВ. На рис.2 представлены ядро-ядерные потенциалы в этих же реакциях для столкновений с $l = 0$. Видно, как уменьшается глубина потенциального кармана с уменьшением зарядовой асимметрии ДЯС.

У исходной ДЯС есть два пути эволюции вдоль координаты η . Первый путь после преодоления B_{fus}^* приводит систему к составному ядру. Второй путь может завершиться формированием симметричной ДЯС. В ходе эволюции возбужденная ДЯС может распасться на два ядра-фрагмента — происходит квазиделение. Квазиделение связано с преодолением потенциального барьера B_{qf} вдоль координаты R , поскольку ДЯС на-

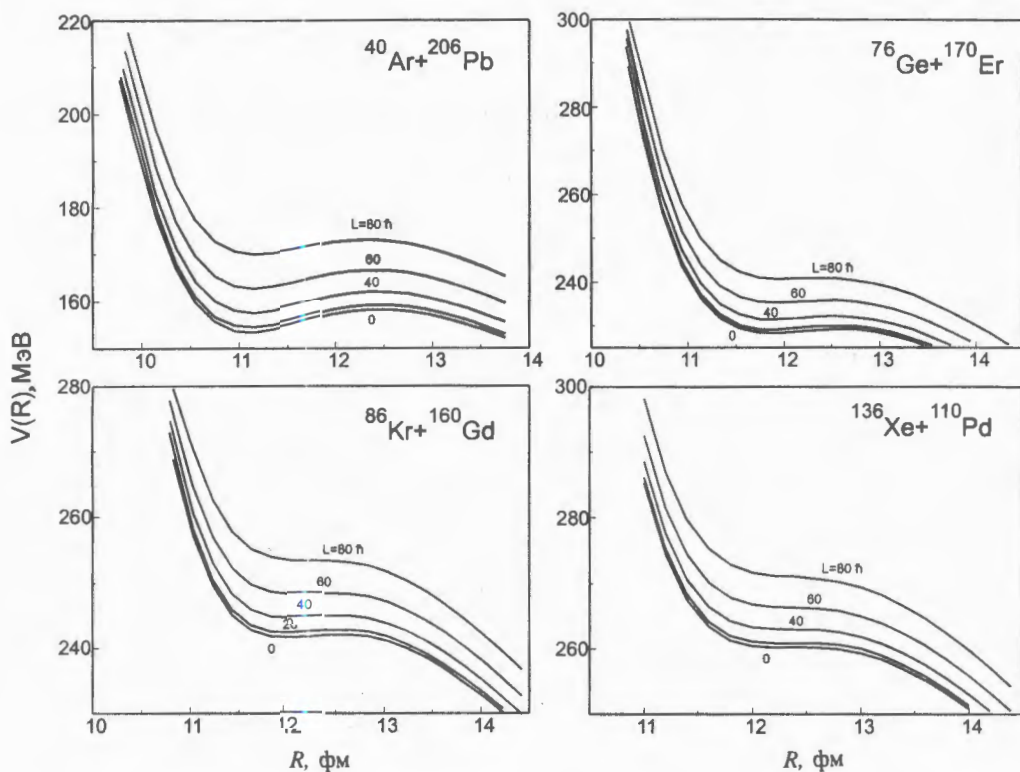


Рис.2. Ядро-ядерный потенциал в реакциях: $^{40}\text{Ar} + ^{206}\text{Pb}$, $^{76}\text{Ge} + ^{170}\text{Er}$, $^{86}\text{Kr} + ^{160}\text{Gd}$, $^{136}\text{Xe} + ^{110}\text{Pd}$. R — расстояние между центрами ядер. На кривых указаны угловые моменты столкновений

ходится на дне кармана ($R' = R_m = R_1 + R_2 + 0,5$ фм, где R_1 и R_2 — радиусы ядер ДЯС) в потенциале $V(R, \eta, J)$. Для очень массивных ДЯС при уменьшении η барьер квазиделения B_{qf} может вообще исчезнуть из-за сильного возрастания кулоновского отталкивания между ядрами, и система легко распадается на два ядра-фрагмента. Энергия для преодоления потенциальных барьеров B_{fus}^* и B_{qf} берется из энергии возбуждения ДЯС. Статистический характер процесса эволюции ДЯС порождает конкуренцию между каналами полного слияния и квазиделения.

3. Минимальная энергия возбуждения составного ядра

В реакциях синтеза СГЭ ожидаемый выход ядер мал. При синтезе 112 элемента за многонедельное облучение было зарегистрировано всего два атома нового элемента, что соответствует сечению образования ~ 1 пб. При столь низком выходе важно знать минимальную энергию возбуждения составного ядра E_{min}^* (сн) и соответствующую ей

энергию бомбардирующих ионов. Оценки $E_{\min}^*(cn)$ в рамках существующих теоретических моделей полного слияния приводят к очень большим значениям $E_{\min}^*(cn)$. Так, в макроскопической динамической модели (МДМ) Святецкого [8] из-за огромного «экстра-экстра-пуша» $E_{\min}^*(cn)$ для 114 элемента достигает ~ 300 МэВ [9]. В модели с поверхностным трением Фребриха [10] $E_{\min}^*(cn)$ в окрестностях 114 элемента составляет около 50 МэВ. Экспериментальные же данные для $E_{\min}^*(cn)$ в реакциях холодного синтеза 102—112 элементов дают много меньшую величину, $10 + 15$ МэВ. Таким образом, наиболее популярные существующие модели полного слияния не могут быть использованы для оценки $E_{\min}^*(cn)$ в реакциях синтеза СТЭ.

В рамках КДЯС $E_{\min}^*(cn)$ определяется высотой внутреннего барьера слияния B_{fus}^* , отсчитываемой от потенциальной энергии составного ядра. Как можно видеть из рис.1, подавляющую часть $E_{\min}^*(cn)$ составное ядро получает при спуске ДЯС с вершины B_{fus}^* . Однако при подходе к вершине B_{fus}^* энергия возбуждения ДЯС мала, и система холодная. Исходя из этих особенностей реакций синтеза СТЭ в формуле (1) значения масс-дефектов B_1 брались не для жидкокапельных, а для реальных масс ядер. Была также учтена деформация тяжелого ядра ДЯС. Она бралась для его основного состояния. Ориентация ядер в ДЯС соответствовала минимуму потенциальной энергии системы.

В реакциях синтеза тяжелых элементов и СТЭ при девозбуждении выживают лишь составные ядра с небольшим угловым моментом ($J \leq 10\hbar$). Принимая во внимание значительный момент инерции массивных ядер ДЯС, можно пренебречь зависимостью от J как в потенциальной энергии ДЯС, так и в ядро-ядерном потенциале, полагая $U(R, \eta, J) \sim U(R, \eta)$ и $V(R, \eta, J) \sim V(R, \eta)$. Наиболее вероятный путь эволюции ДЯС в η - и R -пространстве проходит по дну долины потенциальной энергии:

$$U(R_m, \eta) = U(\eta).$$

Исходя из вида $U(\eta)$ и с учетом деформации тяжелого ядра ДЯС были рассчитаны значения $E_{\min}^*(cn)$ для реакций холодного синтеза элементов от 102 до 114. Они оказались близкими к экспериментальным значениям для $E_{\min}^*(cn)$, полученным в реакциях синтеза 102 + 112 элементов, но превышали их примерно на $5 + 8$ МэВ. После учета возможной деформации легкого элемента это превышение исчезло (см. рис.3). Деформация легкого элемента бралась для состояния 2^+ , если энергия этого состояния лежала ниже 1,5 МэВ. Изучение слияния ядер при энергиях столкновения около кулоновского барьера показывает высокую вероятность возбуждения таких состояний [11]. Таким образом, КДЯС дает возможность реалистически оценивать минимальную энергию возбуждения составного ядра при синтезе тяжелых и сверхтяжелых элементов. Соответствующая кинетическая энергия столкновения определяется соотношением $E_{\text{см}} = E_{\min}^*(cn) - Q$, где Q — энергия перестройки исходных ядер в составное ядро.

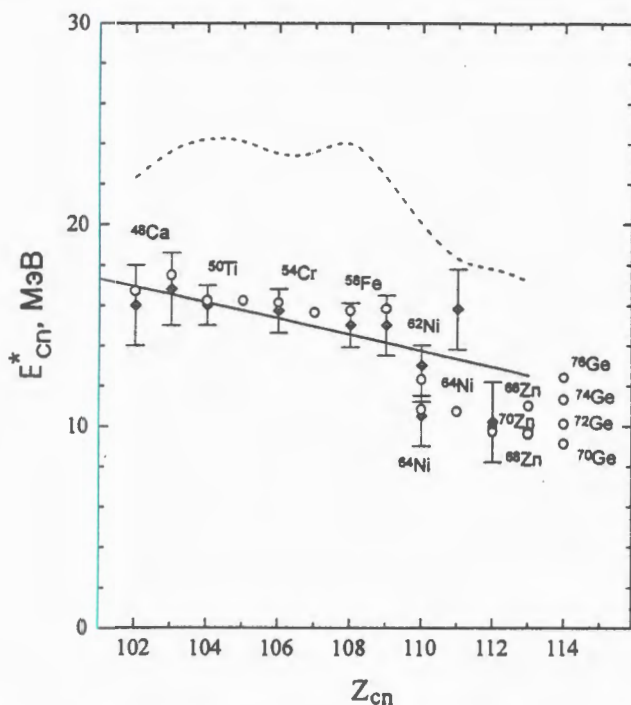


Рис.3. Энергия возбуждения составных ядер 102—114 элементов в реакциях холодного слияния, максимум (H.I., 1n)-канала. Элементы с четным Z синтезированы с использованием Pb-мишени, с нечетным Z — Bi-мишени. Указаны бомбардирующие ядра. Зачерненные ромбы — экспериментальные данные, светлые кружки — расчетные данные с указанием бомбардирующего ядра. Экспериментальные данные для 112 элемента получены при облучении ^{70}Zn . Сплошная линия проведена для ориентации. Пунктирная линия указывает энергию возбуждения составного ядра при энергии столкновения, совпадающей с входным барьером по Бассу

4. Модель конкуренции между каналами полного слияния и квазиделения в ДЯС

Согласно КДЯС, сечение образования ядер тяжелых и сверхтяжелых элементов определяется следующим образом:

$$\sigma_{ER} = \sigma_c \cdot P_{cn} \cdot W_{sur}, \quad (3)$$

где σ_c — сечение захвата, P_{cn} — вероятность формирования составного ядра в условиях конкуренции между полным слиянием и квазиделением, W_{sur} — вероятность выживания составного ядра при его девозбуждении. Существуют модели для расчетов σ_c и W_{sur} , но нет моделей для расчетов P_{cn} в асимметричных ядерных реакциях, используемых для синтеза СТЭ.

Как известно, диссипативные коллективные движения большой амплитуды, реализующиеся в процессах деления, квазиделения, слияния ядер и глубоконоупругих переделах, могут быть описаны в рамках транспортной теории [12]. В предлагаемой нами модели эволюция ДЯС рассматривается как диффузионный процесс вдоль двух коллективных переменных η и R . Диффузия по η приводит к формированию составного ядра, диффузия по R — к квазиделению. Для описания диффузии используется квазистационарное двумерное решение уравнения Фоккера — Планка [12]. Квазистационарные скорости потоков вероятностей λ_{η}^{Kr} и λ_R^{Kr} через барьеры $B_{fus}^* = B_{\eta}$ и $B_{df} = B_R$ уравнивают соотношение между каналами полного слияния и квазиделения в ДЯС. Вероятность полного слияния P_{cn} определяется по формуле

$$P_{cn} = \frac{\lambda_{\eta}^{Kr}}{\lambda_R^{Kr} + \lambda_{\eta}^{Kr}}, \quad (4)$$

где

$$\lambda_k^{Kr} = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_k^2}{\sqrt{\omega_k^{B_R} \omega_k^{B_{\eta}}}} \left(\sqrt{\left[\frac{(\Gamma/\hbar)^2}{\omega_k^{B_R} \omega_k^{B_{\eta}}} \right]^2 + 4} - \frac{(\Gamma/\hbar)^2}{\omega_k^{B_R} \omega_k^{B_{\eta}}} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{B_k}{\Theta} \right]. \quad (5)$$

Для асимметричных реакций, используемых в холодном синтезе СТЭ, начальные (входные) ДЯС находятся в локальном минимуме потенциала, который возникает из-за учета оболочечных эффектов (реальные энергии связи ядер B_i взяты в (1)). В этом случае мы можем использовать формулу (5) для оценки P_{cn} .

Как показал анализ [13,14], время достижения квазистационарного режима в эволюции по R и η много меньше характерного времени слияния ядер. Локальная термодинамическая температура θ рассчитывается по формуле $\theta = (E^*/a)^{1/2}$, где E^* — энергия возбуждения ДЯС и $a = A/12$ МэВ⁻¹. Величиной $\omega_k^{B_k}$ ($k, k' = R, \eta$) выражены частоты перевернутых гармонических осцилляторов, аппроксимирующих потенциал в окрестностях вершин барьеров по переменным η и R . Величина ω_k ($k = R, \eta$) соответствует частотам гармонических осцилляторов, аппроксимирующих потенциал входной ДЯС. Коэффициент трения определяется выражением $\gamma_{kk'} = \Gamma \mu_{kk'}$ [13,14], где Γ — усредненная удвоенная ширина одночастичных состояний ядер ДЯС. Расчет массовых параметров μ_{RR} и $\mu_{\eta\eta}$ сделан согласно [15]. Как было показано в [13,14], коэффициенты трения γ_{RR} и $\gamma_{\eta\eta}$, полученные при значении $\Gamma = 2$ МэВ, имеют тот же порядок величины, что и коэффициенты трения, рассчитанные в рамках других подходов. В [16] показано, что формула Крамерса может быть использована и в случае относительно малых потенциальных барьеров ($B_k/\theta < 0,5$).

Модель [5,13,14] апробирована для ядерных реакций между массивными ядрами, в которых сечения испарительных остатков были измерены экспериментально, с известным W_{sur} .

5. Роль квазиделения в реакциях синтеза СТЭ

Величина P_{cn} уменьшается с ростом $Z_1 \cdot Z_2$, где Z_1 и Z_2 — атомные номера ядер, участвующих в реакции. Поэтому можно ожидать, что в реакциях синтеза СТЭ квазиделение будет играть важную роль. В рамках рассматриваемой модели нами выполнены систематические расчеты величины P_{cn} для реакций холодного синтеза элементов от 104 до 114. В этих расчетах были использованы потенциальные энергии ДЯС, в которых учитывалась деформация как тяжелого, так и легкого ядра системы в процессе ее эволюции к составному ядру. Полученные результаты представлены на рис.4. Видно, что P_{cn} довольно резко падает с увеличением Z составного ядра. Если для 104 элемента величина P_{cn} близка к 0,1, то для 114 элемента она уменьшается до $\sim 10^{-7}$. При переходе от 110 к 112 элементу P_{cn} уменьшается в десять раз. Примерно такое же падение сечения наблюдалось и при синтезе этих элементов: 12 и 2 пб [1—3]. Приведенные на рис.4 данные позволяют понять причину отрицательного результата при синтезе 116 элемента [17]. Для этого элемента P_{cn} падает примерно на три порядка по сравнению с этим значением для 110 элемента так, что сечение образования 116 элемента находится на уровне сотых долей пб. В экспериментах по синтезу 116 элемента верхняя граница его регистрации находилась на уровне 5 пб.

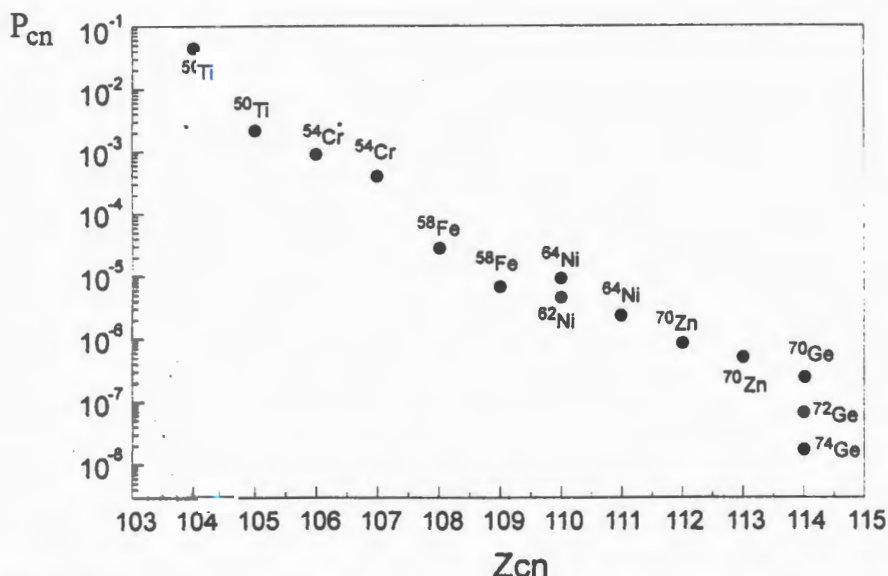


Рис.4. Рассчитанные значения P_{cn} для реакций холодного синтеза 104 + 114 элементов, канал (H.I. In). Мишени из Pb и Bi; указаны бомбардирующие ядра. Энергия возбуждения составных ядер взята той же, что и на рис.3

Применительно к 110 + 114 элементам расчеты P_{cn} были сделаны для нескольких изотопов бомбардирующих ядер. Вариации величин P_{cn} отражают изменение высоты внутреннего барьера слияния B_{fus}^* , вызванное различием масс-дефектов ядер ДЯС при прохождении системой вершины барьера. Однако при выборе бомбардирующего ядра необходимо учитывать все три фактора, определяющих выход элемента (см. формулу (3)).

При приближении к магическому числу протонов 114 оболочечные поправки к высоте барьера деления растут, что облегчает выживание составного ядра при его де-возбуждении. Такую же тенденцию можно ожидать и в отношении критического угло-вого момента I_{bf} , при котором исчезает барьер деления и который ограничивает набор парциальных волн, дающих вклад в сечение захвата σ_c . Действительно, проведенные в рамках статистической модели расчеты показали, что в реакциях холодного слияния (Н.И, 1n, 2n) σ_{ER} возрастает при переходе от 104 к 108 и 110 элементам [18].

Таким образом, КДЯС свидетельствует о том, что в реакциях холодного слияния квазиделение является главным фактором падения сечения образования ядер тяжелых и сверхтяжелых элементов при увеличении атомного номера элемента.

Заключение

Концепция двойной ядерной системы (КДЯС) процесса формирования составного ядра применена к анализу реакций полного слияния ядер, используемых для синтеза тяжелых и сверхтяжелых элементов.

Для реакций холодного синтеза 102 + 114 элементов рассчитаны потенциальные энергии двойных ядерных систем (ДЯС), формирующихся в этих реакциях. При этом учитывалась деформация как тяжелого, так и легкого ядра ДЯС, эволюционирующей к составному ядру. Были определены внутренние барьеры полного слияния ядер B_{fus}^* и минимальные энергии возбуждения составных ядер $E_{min}^*(cn)$. Расчетные и эксперимен-тальные данные для $E_{min}^*(cn)$ в реакциях холодного синтеза 102 + 112 элементов оказа-лись в хорошем согласии. Это означает, что КДЯС может быть использована для рас-чета и оптимальной энергии бомбардирующих ионов в реакциях синтеза 114 элемента.

Разработана модель конкуренции полного слияния и квазиделения в массивной ДЯС, основанная на двумерном квазистационарном решении уравнения Фоккера — Планка. На основе этой модели рассчитаны вероятности формирования составного ядра P_{cn} после реализации захвата для реакций синтеза 102 + 114 элементов. Получен-ные для P_{cn} данные свидетельствуют о том, что квазиделение является главным факто-ром снижения величины сечения образования тяжелых элементов в реакциях холодного слияния с возрастанием атомного номера элемента.

Мы выражаем признательность Б.И.Пустыльнику за полезные обсуждения. Один из авторов (Н.В.А.) благодарен Фонду Александра фон Гумбольдта за финансовую под-держку. Данная работа частично поддержана также РФФИ (грант №97-02-16030) и DFG.

Литература

1. Hofmann S. et al. — *Z. Phys.*, 1995, v.A350, p.227; 1995, v.A350, p.281; 1996, v.A354, p.229.
2. Lazarev Yu.A. et al. — *Phys. Rev.*, 1996, v.C54, p.620.
3. Giorso A. et al. — *Phys. Rev.*, 1995, v.C51, p.R2293.
4. Smolanczuk R., Sobiczewski A. — In: *Proc. Int. Conf. on Low Energy Nuclear Dynamics* (St. Petersburg, 1995). Eds. Yu.Oganessian et al. World Scientific, Singapore, 1995, p.313.
5. Volkov V.V. — In: *Proc. Int. School-Seminar on Heavy Ion Physics*, Dubna, 1986 (JINR, Dubna, 1987), p.528; *Izv. AN SSSR ser. fiz.*, 1986, v.50, p.1979; In: *Proc. Int. Conf. on Nuclear Reaction Mechanisms*, Varenna, 1991, ed. E.Gadioli (*Ricerca Scientifica*, 1991), p.39.
Antonenko N.V., Cherepanov E.A., Nasirov A.K., Permjakov V.B., Volkov V.V. — *Phys. Lett.*, 1993, v.B319, p.425; *Phys. Rev.*, 1995, v.C51, p.2635.
6. Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V. et al. — *Int. J. Mod. Phys.*, 1996, v.E5, p.191.
7. Gäggeler H. et al. — *Z. Phys.*, 1984, v.A316, p.291.
8. Swiatecki W.J. — *Phys. Scripta*, 1981, v.24, p.113; Bjornholm S., Swiatecki W.J. — *Nucl. Phys.*, 1982, v.A319, p.471; Blocki J.P., Feldmeier H., Swiatecki W.J. — *Nucl. Phys.*, 1986, v.A459, p.145.
9. Popeco A. et al. — *Report at Deutsche Physicalische Gesellschaft*, 1997.
10. Fröbrich P. — *Phys. Report*, 1984, v.116, p.337.
11. Rowley N. — In: *Proc. Int. Conf. on Low Energy Nuclear Dynamics*, (St. Petersburg, 1995). Eds. Yu.Oganessian et al. World Scientific, Singapore, 1995, p.321.
12. Fröbrich P., Tillack G.R. — *Nucl. Phys.*, 1992, v.A540, p.353.
13. Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W. — *Nucl. Phys.*, 1997, v.A618, p.176.
14. Adamian G.G., Antonenko N.V., Scheid W., Volkov V.V. — *Nucl. Phys.*, 1997 in press.
15. Adamian G.G., Antonenko N.V., Jolos R.V. — *Nucl. Phys.*, 1995, v.A584, p.205.
16. Gonchar I.I., Kosenko G.I. — *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1991, v.53, p.133.
17. Hofmann S. et al. — *Private Communication*.
18. Pustyl'nik B.I. — In: *Dynamical Aspects of Nuclear Fission*. Ed. by Jan Kliman, B.I.Pustyl'nik, JINR, E6,7-97-49, Dubna, 1996, p.121.

УДК 539.12...164

STUDY OF THE PHOTON STRUCTURE FUNCTION F_2^γ IN THE REACTION $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{hadrons}$
AT LEP1 AND LEP2*F.Kapusta¹, I.Tyapkin², N.Zimin^{2,3}, A.Zinchenko²*

The photon structure function F_2^γ is studied in the Q^2 range from 3 to 150 (GeV/c²)². The data correspond to an integrated luminosity of 70 pb⁻¹, collected by the DELPHI detector during the 1994—1995 LEP runs at centre-of-mass energies around the Z^0 mass, and the 15 pb⁻¹ during 1996 run at centre-of-mass energies from 161 GeV to 172 GeV. Experimental distributions, including variables from a jet and energy flow analysis, are compared with Monte Carlo predictions. The data are found to be in good agreement with model predictions. The photon structure function is extracted for 6 Q^2 bins. The Q^2 evolution of the photon structure function is estimated.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Изучение структурной функции фотона F_2^γ в реакции $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{адроны}$ на ЛЭП1 и ЛЭП2*Ф.Капуста, И.Тяпкин, Н.Зимин, А.Зинченко*

Представлены результаты работ по изучению структурной функции фотона F_2^γ в интервале значений Q^2 от 3 до 150 (ГэВ/с²)². Проанализированы данные, полученные установкой ДЕЛФИ на коллайдере ЛЭП в 1994—1995 гг. при энергиях около массы Z^0 (накопленная светимость 70 пб⁻¹) и в 1996 г. при энергиях от 161 ГэВ до 172 ГэВ (15 пб⁻¹). Проведено сравнение экспериментальных распределений, в том числе полученных при анализе струй и потока энергии, с распределениями, полученными при математическом моделировании. Показано хорошее согласие экспериментальных и моделированных результатов. Структурная функция фотона восстановлена для 6 интервалов Q^2 . Приведена оценка Q^2 -эволюции структурной функции.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

¹LPNHE, IN2P3-CNRS, Universités Paris VI et VII, France.

²JINR, Dubna.

³Department of Physics, University of Lund, Sweden.

1. Introduction

Recent photon structure function measurements have been done at LEP [1] in the reaction $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$, where X is a multihadronic system and one of the scattered leptons is observed at a large scattering angle (tagging condition) while the other, remaining at a small angle, is undetected (antitagging condition). This reaction can be described as a deep inelastic $e\gamma$ scattering (DIS), where γ is almost a real photon. The study of photon structure function is heavily based on the procedure, where F_2^γ is reconstructed from x_{visible} , the so-called unfolding procedure, which strongly depends on the models used in it. Most of the previous studies were done with generators based on two models, the one that is QPM-like, describing a perturbative part, and the other, which is VDM-like, for the hadron-like part. It is shown by the DELPHI collaboration that an added resolved photon contribution (RPC) significantly improves agreement with experimental data, especially a description of the final state topology of the hadronic system, which is very important for the interpretation of the results. The present study is extended to a wider Q^2 region.

2. Model

The TWOGAM event generator is based on an exact decomposition of the matrix element of the process. The total cross section is described by the sum of three parts: point-like (QPM), resolved photon contribution (RPC), and soft hadronic (VDM). The QPM and VDM models can be used at any Q^2 . The RPC can be partially extended to the high Q^2 region by its $\gamma q(g)$ component. For the point-like part exact differential cross sections are used. The quark masses are taken to be $0.3 \text{ GeV}/c^2$ for u and d quarks, $0.5 \text{ GeV}/c^2$ for s , and $1.6 \text{ GeV}/c^2$ for c quarks. The produced $q\bar{q}$ pair is fragmented as a LUND string by JETSET 7.3 [2]. For the single or double resolved perturbative part the lowest order cross sections are used. Only the transverse-transverse part of the luminosity function is used in this case. There is no initial or final state parton showering. Strings are formed following the colour flow of the subprocesses and are fragmented according to the LUND model by JETSET. The remnant of a quark is an antiquark (and vice versa), and the remnant of a gluon is a $q\bar{q}$ pair. TWOGAM treats exactly the kinematics of the scattered electron and positron, and uses exact (unfactorized) expressions for the two-photon luminosity functions. All the parameters in the TWOGAM generators were fixed in 1993 and no tuning was performed since then.

3. Event Selection

The tagged particle was detected by the DELPHI luminometer STIC. The main criteria used to select two-photon events with tagging are:

1. $E_{\text{tag}} > 0.5 * E_{\text{beam}}$ (0.25 for LEP2);
2. No additional clusters with energy exceeding $0.3 * E_{\text{beam}}$;
3. $N_{\text{trk}} > 2$;

4. $W > 3 \text{ GeV}$;

5. Longitudinal and transverse momentum balance.

Jets were reconstructed by the LUCUS algorithm with $d_{\text{join}} = 1.6 \text{ GeV}$. None of the conclusions drawn below is sensitive to the variation of d_{join} across a fairly wide region. All calorimeters (including forward luminometer) are used in this analysis to reconstruct invariant mass.

The main source of background was $\gamma\gamma \rightarrow \tau\tau$ interactions and their contribution was estimated from a simulation as 0.8 pb (0.13 pb LEP2). The Z^0 hadronic decays contributed 0.2 pb (negligible for LEP2) to the background. Contamination from other background sources was found to be much lower. After subtracting this background the visible cross section of the investigated process was estimated as being 30.4 pb (39.3 pb for LEP2).

The trigger efficiency was studied and found to be of the order of $(98 \pm 1\%)$.

4. Comparison of Experimental and Simulated Data

Many observables were studied, with special attention to those that are not strongly correlated with x_{true} . Most of such observables are defined by the hadronic final state topology. All variables were found to be in good agreement with TWOGAM prediction.

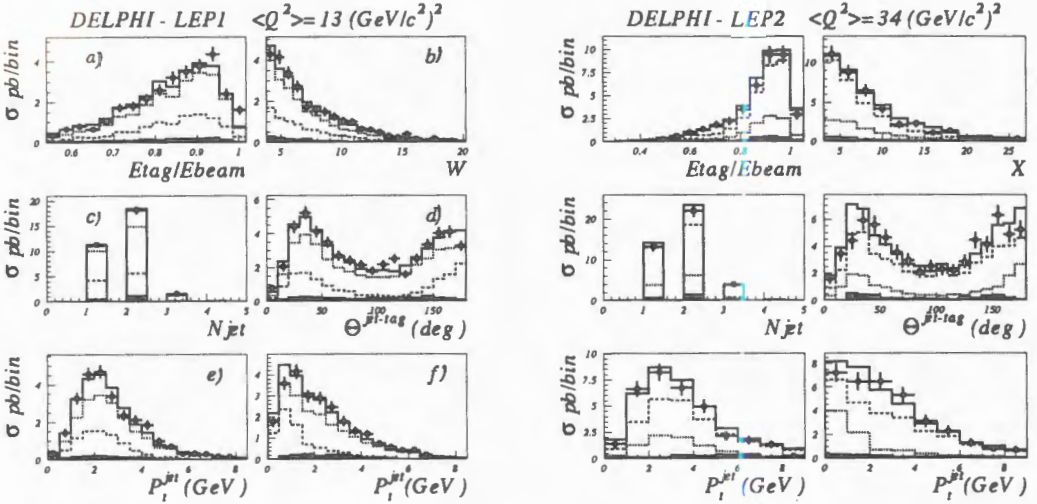


Fig.1. Comparison between data and Monte Carlo prediction for a sample with $\langle Q^2 \rangle = 13 \text{ (GeV/c}^2)^2$ and $\langle Q^2 \rangle = 34 \text{ (GeV/c}^2)^2$. a) Energy of tagged particle, b) Invariant mass; c) Number of jets; d) Jet angle with respect to the tagged particle; e) Transverse momentum of reconstructed jets for jets in the same hemisphere as the tagged particle; f) Transverse momentum of reconstructed jets for jets in the opposite hemisphere to the tagged particle. Points are data and lines show the Monte Carlo predictions. QPM + GVDM + RPC — solid line, GVDM + QPM — dotted line, GVDM — dashed line, hatched area is the background estimate

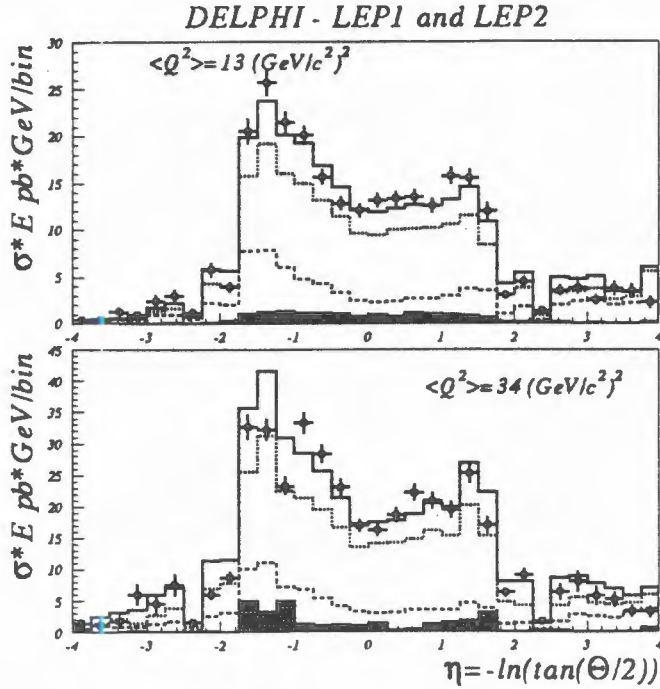


Fig.2. Event energy flow normalized to the visible cross section. Rapidity is measured from the detection of the tagged particles, i.e., the tagged particle is always in the range from -4.0 to -2.5 units of rapidity. Notations as in Fig.1

Some of them are presented in Fig.1 for the LEP1 and LEP2 data. The event from a 3 jet domain, mostly described by the RPC, were selected and many of distributions studied. All of them were found to be in good agreement with the model. The event energy flow, which strongly depends on the event topology, was studied and found to be in reasonable agreement with the TWOGAM prediction (Fig.2).

5. Photon Structure Function

Since the TWOGAM describes data quite well, it can be used to estimate F_2^γ . First of all both (LEP1 and LEP2) samples were separated into two statistically equivalent ones by Q^2 . This yields three Q^2 bins for both LEP1 and LEP2 samples. The x distributions for these samples are shown in Fig.3. Even from these plots it can be concluded that F_2^γ unfolding results should be very close to the structure function used in the TWOGAM. There is some indication of deviations of TWOGAM predictions for the data in the high

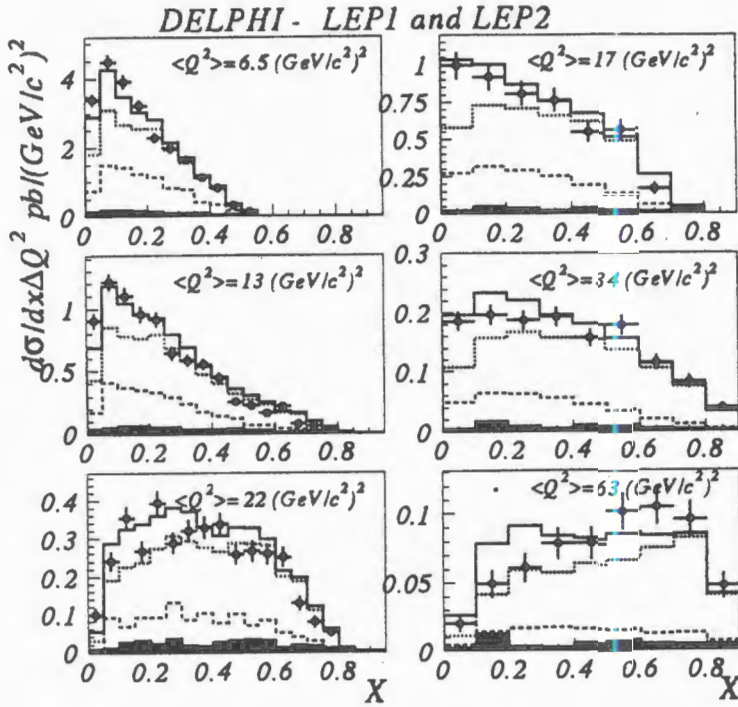


Fig.3. Distributions of x visible for three Q^2 bins for LEP1 and LEP2 measurements. Notations as in Fig.1

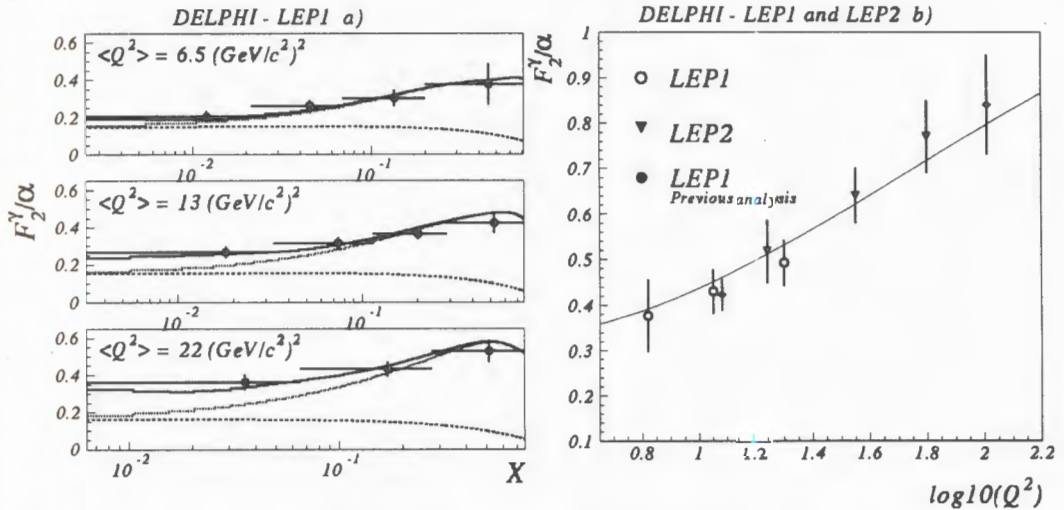


Fig.4. a) Unfolding results for LEP1. b) Q^2 evolution of the structure function for the x region between 0.3 and 0.8

Q^2 region. Unfolding is performed by the Blobel program. Some examples of the unfolding results are shown in Fig.4 and confirm the conclusions drawn on the basis of Fig.3. The systematics included in the total error on the plot consists of the cut variation effect, uncertainty from virtuality suppression in RPC, and background uncertainty. Figure 4b shows the average value extracted from the data of F_2^γ for $0.3 < x < 0.8$ as a function of Q^2 for the DELPHI measurements.

6. Conclusions

The model, including RPC was tested in the wider Q^2 region. It is demonstrated that TWOGAM describes data quite well up to Q^2 close to 100 (GeV/c²)² without any tuning. The main advantage of this generator is that it describes observables that are not very closely correlated with x_{true} and are determined by the event topology. All this means that F_2^γ can be estimated with small extra systematics, determined by the description of the event shape.

References

1. DELPHI Coll., Warsaw, pa02-021; OPAL Coll., Warsaw, pa03-007, OPAL Coll., CERN-PPE/96-155.
2. Sjöstrand T. — *Comp. Phys. Comm.*, 1994, v.82, p.74.

УДК 539.12...164

STUDY OF MULTIHADRON PRODUCTION IN TWO-PHOTON COLLISIONS AT LEP1 AND LEP2

*S.Almehed¹, G.Jarlskog¹, P.Jonsson¹, F.Kapusta², I.A.Tyapkin³,
N.I.Zimin^{1,3}, A.I.Zinchenko³*

Results of an experimental study of the reaction $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{hadrons}$ are presented. The data have been obtained by the DELPHI detector at LEP1 and LEP2. Together with Monte Carlo predictions they illustrate the evolution of the two-photon process under antitag conditions. Double-tag events with both scattered e^+ and e^- measured by the DELPHI VSAT detector were observed for the first time at LEP1. The total $\gamma\gamma$ hadronic cross section is estimated for the $\gamma\gamma$ centre of mass energy up to 35 GeV.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Изучение множественного рождения адронов в двухфотонных взаимодействиях на ЛЭП1 и ЛЭП2

*С.Алмехед, Г.Ярлског, П.Йонссон, Ф.Капуста, И.А.Тяпкин,
Н.И.Зимин, А.И.Зинченко*

Представлены результаты исследования реакции $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{адроны}$. Экспериментальные данные были получены установкой ДЕЛФИ на коллайдере ЛЭП1 и ЛЭП2. Вместе с результатами, полученными при математическом моделировании, они показывают эволюцию двухфотонного процесса при условиях антимечения электронов. Впервые на ЛЭП1 наблюдались события с двойным мечением, в которых рассеянные e^- и e^+ регистрировались в детекторе мечения под очень малыми углами. Приведена оценка полного сечения реакции $\gamma\gamma \rightarrow \text{адроны}$ для энергий $\gamma\gamma$ -системы до 35 ГэВ.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

1. Introduction

Multihadron production in $\gamma\gamma$ reaction has been studied in many previous experiments, more recently at KEK [1] and LEP [2,3]. According to these studies a correct leading order description of the experimental data has to combine three components: a soft interaction term described by the generalized Vector meson Dominance Model (VDM), a perturbative term described by the Quark Parton Model (QPM) with a direct quark exchange, and a term

¹Department of Physics, University of Lund, Sweden

²LPNHE, IN2P3-CNRS, Universités Paris VI et VII, France

³JINR, Dubna, Russian Federation

for the hard scattering of the partonic constituents of the photon, the so-called Resolved Photon Contribution (QCD—RPC).

All these models were realized in the TWOGAM generator which describes DELPHI data satisfactorily for both the antitag and single tag cases. The QPM and VDM events were generated with the same parameters as in previous DELPHI analyses [3]. The QCD—RPC was treated using leading order QCD factorization: a hard scattering subprocess gives the dominant scale p_t^2 , taken also as the factorization scale. Since such subprocesses are considered as perturbative, a single free parameter, $p_t^{\min}$, the transverse momentum of the outgoing partons has to be specified and used in order to separate the RPC from the nonperturbative contribution. These values of $p_t^{\min}$ were found for parton density functions from the requirement to reproduce the visible experimental two-photon cross section at the Z^0 peak. The Gordon—Storow (GS2 with $p_t^{\min}(\text{GS2}) = 1.88 \pm 0.020$ GeV/c) and Glück—Reya—Vogt (GRV with $p_t^{\min}(\text{GRV}) = 1.58 \pm 0.018$ GeV/c) parametrizations of the parton density functions have been shown to reproduce data better and were chosen for simulation. The generated events were processed by the full detector simulation program and then subjected to the same selection procedure as the experimental data. A description of the DELPHI detector together with the basic criteria used to select $\gamma\gamma$ hadronic events can be found in Refs. 3,4.

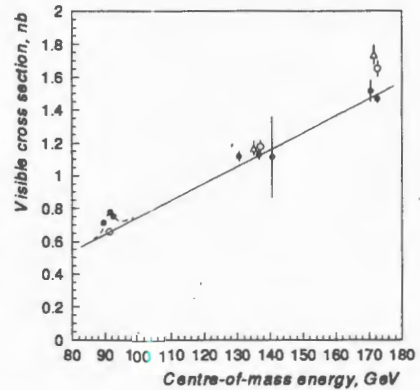
2. Antitag Visible Cross Section Behaviour

The experimental data analysed were collected during 1995 and 1996 LEP runs. They correspond to integrated luminosities of 29.4 pb^{-1} , 5.8 pb^{-1} , and 7.9 pb^{-1} for centre-of-mass energies of $\simeq 91$, $\simeq 135$, and $\simeq 172$ GeV, respectively. The configuration of the DELPHI detector was quite stable during that period providing a good opportunity to look at the evolution of the $\gamma\gamma$ process at different energies.

In order to select two-photon hadronic events at least four charged particles in the event with an energy below 20 GeV are required together with invariant mass of the hadronic system in the range 4—30 GeV/c² and total transverse momentum of the event below 3 GeV/c. These criteria suppress the Z^0 decay background at the peak, the background from $\tau\tau$ pairs and beam-gas interactions and remove the $\gamma\gamma$ resonance energy region. To validate trigger conditions the total energy of the charged particles greater than 3 GeV was also required together with the momentum of the most energetic particle greater than 1 GeV/c. In order to use a neutral component of the hadronic system and hence to provide better rejection of the background and increase sensitivity to the parton distribution function behaviour all calorimetric information was included in the analysis.

The visible cross section (Fig.1) for the events meeting the selection criteria was calculated for each LEP energy point. A simulation was used to check the visible $\gamma\gamma$ cross section due to Z^0 background. The visible Z^0 background corresponds to $\sigma_Z^{MC} = 92.9 \pm 5.7 \text{ pb}$ (averaged over points around the peak) and only $2.5 \pm 0.5 \text{ pb}$ at $\simeq 135$ GeV. The cross section of the beam-gas background was estimated to be below 1 pb for all

Fig.1. Visible cross section of the process $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{hadrons}$ for antitag events. Points are experimental results, white circles — simulation with GS2 parton density function, white triangles — the same with GRV parametrization. Also shown is the result of the fit by the combination of Cahn's formula and a linear term (dashed line). The solid line shows the linear term alone expressed as $\sigma_{\gamma\gamma} = \sigma_{\gamma\gamma}^Z + d\sigma/dE \times (E_{\text{cms}} - 91.25)$, where $\sigma_{\gamma\gamma}^Z = 658.6 \pm \pm 7.6 \text{ pb}$, $d\sigma/dE = 10.3 \pm 0.2 \text{ pb/GeV}$ and E_{cms} is the centre-of-mass energy in GeV



samples using events originated far from the interaction point. The remaining background contribution was found to be negligible. After bin-by-bin subtraction of the background the visible $\gamma\gamma$ cross section at the Z^0 peak was found to be $\sigma_{\gamma\gamma}^{\text{exp}} = 658.6 \pm 7.6 \text{ pb}$, which is in agreement with our previous studies [3]. The experimental values are well fitted by the combination of a linear term and Cahn's formula [5], describing the shape of the Z^0 peak. The errors of the simulated points come from the uncertainty of p_t^{min} determinations and

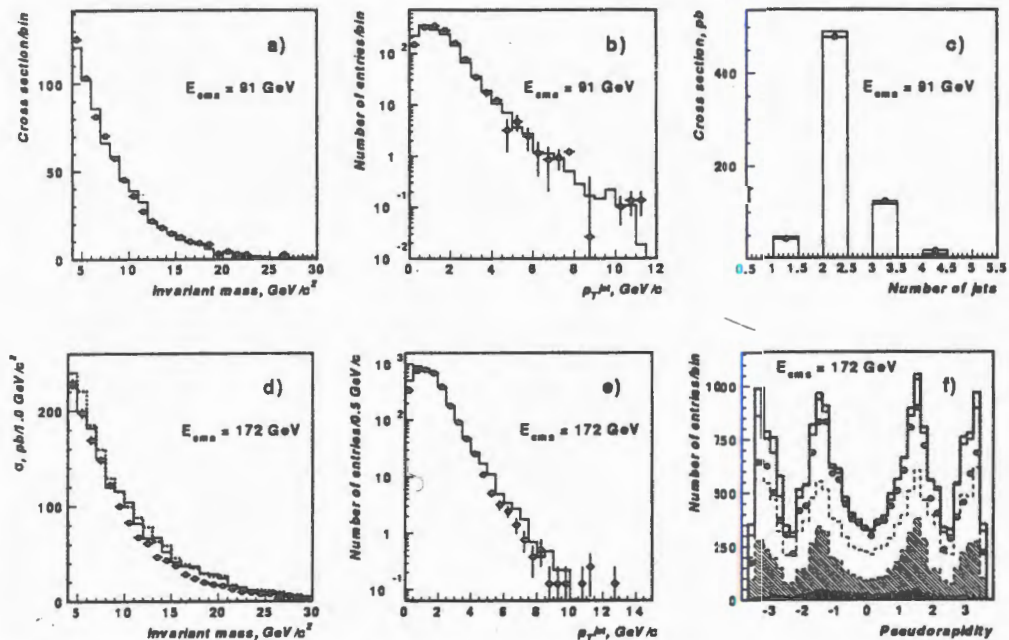


Fig.2. Distributions of event variables: a) and d) invariant mass, b) and e) transverse momentum of jets c) number of reconstructed jets, f) energy flow. Points are data, solid and dotted lines are the full VDM + QPM + RPC predictions with GS2 and GRV parton density functions, respectively, dashed line is QCD—RPC contribution for GS2, hatched histogram is VDM part, double hatched — QPM part

statistical errors of the simulated samples. Systematic errors relevant for comparing different parton density parametrizations are highly correlated and move the points in the same direction. Estimation of errors affecting the level of agreement of the simulated and experimental samples is much more complicated. It was found that the main disagreement comes from the events with a low energy of charged particles and a low fraction of transverse energy, where detector effects (tracking and trigger efficiencies, calorimeter thresholds) are very important and hard to simulate. These effects are under ongoing studies.

Different experimental distributions were produced and compared with a simulation (Fig.2). It can be seen that the Monte Carlo predicts good agreement at $\simeq 91$ GeV and slightly exceeds data at $\simeq 172$ GeV. The increasing activity in the forward direction comes mainly from the QCD—RPC processes (Fig.2f) and is more pronounced for the GRV parton density parametrization.

3. Double Tagged Events

The full statistics collected at LEP1 with the corresponding integrated luminosity of 101 pb^{-1} is used in the analysis. Four electromagnetic luminometers, the so-called Very Small Angle Taggers (VSAT) [6], are used for energy and angle reconstruction for both scattered e^+ and e^- . They are placed symmetrically $\simeq 7.7$ m downstream of the DELPHI interaction point behind the superconducting quadrupoles at $\simeq 60$ mm from the beam line covering polar angles θ between $4 + 15$ mrad. Despite the low angles measured the visible cross section for double-tag events is small due to the acceptance of modules (3 cm in X and 5 cm in Y directions). Moreover, the reconstruction of θ and ϕ angles is quite sensitive to LEP beam parameters, many run-time corrections should be defined and then applied (incident angles of beams for each fill, beam spot position for each run). When all corrections were applied the energy resolution was found to be $\simeq 7\%$, accuracy of angle reconstruction $\sigma_\theta = 0.6$ mrad and $\sigma_\phi = 9^\circ$. Due to a high cross section of Bhabha scattering for diagonal modules, it is important to have sufficient rejection of a background to avoid random coincidence with no-tag events measured by DELPHI. The following cuts were applied for this purpose: the difference in X and Y coordinates measured for both scattered leptons $\leq 2 \times \sigma$ of the corresponding narrow distributions found for Bhabha events (due to their specific kinematics) for each fill, the energy measured in each module $\leq 0.7 \times E_{\text{beam}}$. Together with the requirement for the total event energy measured ≤ 115 GeV, 99 % of Bhabha events are rejected with only 1 % for double tagged events. Outer modules are also populated by off-momentum electrons located narrowly around the horizontal plane. This fact can be used for a relative alignment of these modules and thus, with the use of collinearity of Bhabha events, for a relative alignment of inner modules as well. To eliminate possible background from leptonic $\gamma\gamma$ production for the hadronic part of event $3 \leq N_{\text{Charged}} \leq 15$, energy of the charged particles below 12 GeV and total energy of the hadronic system below 20 GeV are required. The procedure described above is used for a full simulation of double tagged events. Only GS2 parametrization is used for the QCD—RPC part. The VSAT part of the events was treated by special programs used for luminosity studies.

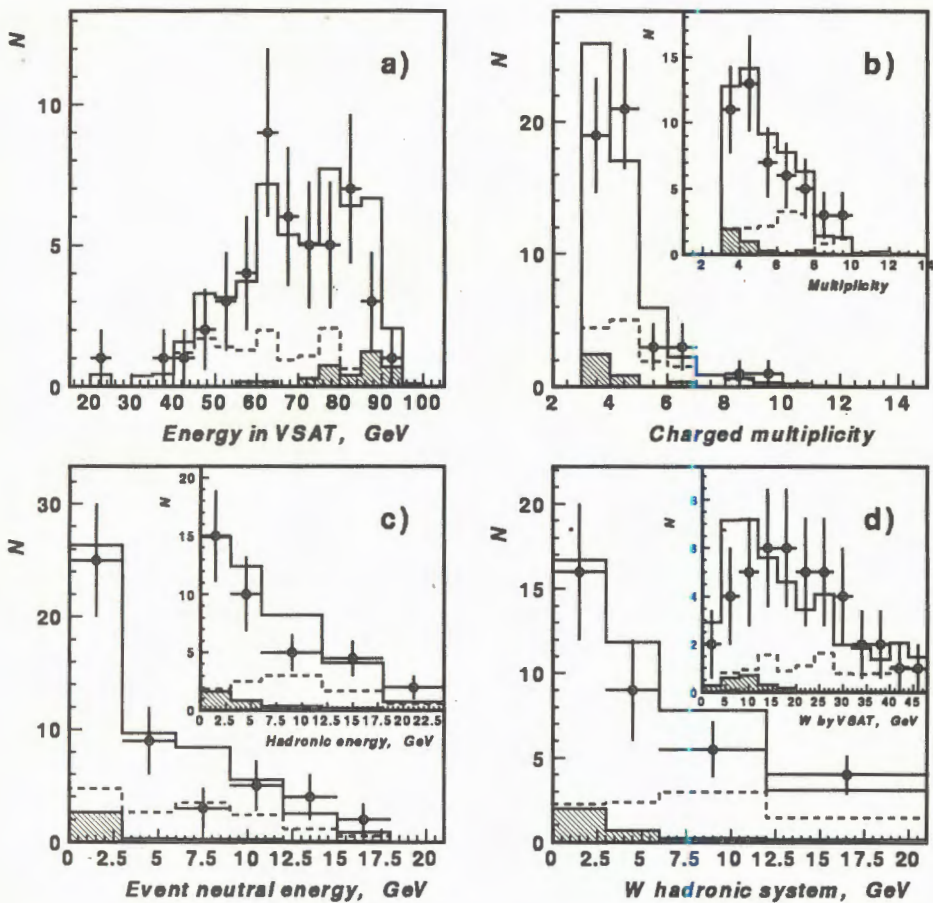


Fig.3. Double-tag events: a) energy of scattered e^+ and e^- , b) event multiplicity, c) energy of hadronic system, d) invariant mass reconstructed. Points are data, solid lines are the full VDM+QPM+RPC predictions, dotted lines are the QPM+RPC and hatched histogram — QPM part

After applying all the selection criteria only 43 events are left. Different distributions obtained for such events are shown in Fig.3. Reasonable agreement can be seen between data and simulation predictions both for the VSAT measurements (Fig.3a) and hadronic component of events shown in Fig.3b—3d. There is an indication that an unfolding procedure should be adopted for a better reconstruction of invariant mass from the scattered leptons measured by VSAT (upper part of Fig.3d). It is clear that due to the very low Q^2 range covered the main contribution comes from the VDM part, while the QCD—RPC gives $\simeq 22\%$ and the QPM only 5% . Taking these fractions into account it becomes possible to estimate the total ef-

Table. Effective total $\gamma\gamma$ hadronic cross section

$\sqrt{s}$, GeV	Number of events	Total $\sigma_{\text{Tot}}^{\gamma\gamma}$, nb
25	16	356 ± 90
35	10	325 ± 105

fective $\gamma\gamma$ hadronic cross section from these components implemented in the TWOGAM generator. For the points combined in the range of $\gamma\gamma$ invariant mass 20—30 GeV and 30—48 GeV results are shown in the Table, with only statistical errors presented.

4. Conclusions

We have studied hadronic events produced in two-photon collisions at centre-of-mass energies $\sqrt{s} \simeq 91, 135$ and 172 GeV. The visible cross section of the process $e^+e^- \rightarrow e^+e^- + \text{hadrons}$ with the antitag condition as a function of e^+e^- centre-of-mass energy is well described by the linear function. Different experimental distributions can be reproduced by the simulation with reasonable accuracy and can be used to evaluate the role of the two-photon process as a background for some physics analyses. At higher energies some indication of the increased simulated activity is observed in the forward direction due to QCD—RPC processes which is higher for the GRV parton density parametrization.

Preliminary results have been obtained for double tagged events at LEP1 energies. Reasonable agreement with Monte Carlo predictions was shown for such events with very low measured Q^2 . The effective total $\gamma\gamma$ cross section is estimated for $\gamma\gamma$ centre-of-mass energy up to 35 GeV.

The forthcoming higher energy LEP runs will contribute to a better understanding of two-photon phenomena.

References

1. AMY Coll., Tanaka R. et al. — Phys. Lett., 1992, v.B277, p.215; TOPAZ Coll., Enomoto R. et al. — KEK-93-107, KEK-93-215.
2. ALEPH Coll., Buskulic D. et al. — Phys. Lett., 1993, v.B313, p.509; OPAL Coll., Akers R. et al. — Z. Phys. C, 1994, v.61, p.119; L3 Coll., Adriani O. et al. — Phys. Lett., 1993, v.B318, p.575.
3. DELPHI Coll., Abreu P. et al. — Z. Phys. C, 1994, v.62, p.357.
4. DELPHI Coll., Abreu P. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1996, v.A378, p.57.
5. Cahn R.N. — Phys. Rev., 1987, v.D36, p.2666.
6. DELPHI Coll., Abreu P. et al. — Phys. Lett., 1995, v.B342, p.402.

УДК 539.12...18

TRITONS FOR THE STUDY OF THE CHARGE-EXCHANGE REACTIONS WITH THE LHE STREAMER CHAMBER: STATUS AND SOME POSSIBILITIES

S.A.Avrachenko, Yu.A.Belikov, A.I.Golokhvastov, A.D.Kirillov, S.A.Khorozov, L.N.Komolov, J.Lukstins, P.A.Rukoyatkin

The 6 and 9 GeV/c secondary tritons, produced in the ${}^4\text{He} + A \rightarrow {}^3\text{H} + X$ reaction, were used to study the charge-exchange reactions using a streamer chamber in magnetic field. The triton formation schemes, the beam parameters achieved as well as a way to reduce the beam momentum spread are given in the paper.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Тритоны для исследования реакций перезарядки при помощи стримерной камеры ЛВЭ: состояние и некоторые возможности

С.А.Авраменко и др.

Вторичные тритоны с импульсом 6 и 9 ГэВ/с, образующиеся в реакции ${}^4\text{He} + A \rightarrow {}^3\text{H} + X$, использовались для исследования реакций перезарядки при помощи стримерной камеры в магнитном поле. В работе описываются схемы формирования тритонов, полученные параметры пучков, а также вариант уменьшения импульсного разброса.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

1. The phenomena of relativistic nuclear physics are the main subject of research at the Laboratory of High Energies (LHE). In this context, the nucleus-nucleus charge exchange reactions significantly attract attention as they have manifested specifically nuclear features unusual to the nucleon-nucleon interaction. The phenomena of the nuclear Δ -peak shifting and broadening compared to the reactions on protons, firstly discovered and studied at the Laboratory on ${}^3\text{He}$ beams [1], then were acknowledged in experiments with various projectiles and targets carried out both in Dubna and in other accelerator centres (e.g., see the review in [2]). At the LHE, further advance in the investigation was achieved in exclusive experiments using as projectiles the ${}^7\text{Li}$ and ${}^3\text{H}$ nuclei [3]. Tritons as the simplest nuclei are well theoretically tractable. But beside this fact, one of the most significant reasons to carry out experiments on tritium beams is the opportunity to obtain data on the $n({}^3\text{He}, t)$ reaction, needed for building up a theory of charge-exchange reaction, studying the isotopically

conjugate $p(t, {}^3\text{He})$ one. Such experiments are scheduled for a new facility design in cooperation of the SPHERE, DELTA and GIBS collaborations [4]. A set of methodical advantages of experiments on triton beams should also be mentioned. The ${}^3\text{He}$ nuclei produced have a favorable for the magnetic analysis p/z ratio and are easily detected among other single charged particles due to the fourfold ionization density. Decays of the corresponding Δ -isobar yield negative pions which are also easily identified among positive particles.

In principle, beams of relativistic tritium nuclei could be got by immediate (from an ion source) triton acceleration using the facilities which allow one to accelerate nuclei with $z/A = 1/3$. The obvious advantages of the beams would be good geometric parameters, high intensity and low momentum spread (10^{-3} – 10^{-4}). However, this way encounters serious technical problems due to the high ($\sim 10^4$ Ci/g) specific activity of tritium. An alternative approach is the generation of tritons as secondary particles as a result of interaction of some primary beam with a target. The most efficient and at the same time simple variant can be realized on the basis of the relativistic α -particle stripping reaction ${}^4\text{He} + A \rightarrow {}^3\text{H} + X$. The reaction cross section (25–70 mb for light target nuclei [5], [6]) causes a yield, at an optimal target thickness, up to 5 tritium nuclei per hundred incident ${}^4\text{He}$ nuclei. As the beam momentum rises, the angular spread of the stripping tritons linearly decreases, the yield at zero degree quadratically increases and the momentum spread tends to a constant value of several per cent. The latter, however, is an unacceptably large value for some physical tasks. Mention, that the charge exchange reaction ${}^3\text{He} + A \rightarrow {}^3\text{H} + X$ on its own can also serve as a triton source. Though its cross section [3], [6] is lower by an order of magnitude than that for the ${}^4\text{He} + A \rightarrow {}^3\text{H} + X$ reaction, it can provide beams of ${}^3\text{H}$ nuclei with the highest energy for a given accelerator: due to the corresponding Z/A ratios at fixed accelerator field, the momenta of the tritium nuclei immediately accelerated, produced by ${}^4\text{He}$ stripping and by ${}^3\text{He}$ charge exchange, relate to each other as $\frac{2}{3} : 1 : \approx \frac{3}{2}$.

2. At the accelerator facility of the Laboratory of High Energies [7] the method of accelerated ${}^4\text{He}$ nuclei stripping was used to form relativistic tritium beams. An α -particle beam accelerated in the Synchro-phasotron was slowly extracted out of the accelerator and thrown on a target placed at the joining point of the extraction system and the beam line transporting particles to experimental set-ups — the F3 focus (Fig.1). The main parameters of the beam are given in the Table.

Tritons and other secondary particles produced due to the interaction of ${}^4\text{He}$ nuclei with the target ones were captured at 0° by the head

Table. The ${}^4\text{He}$ beam parameters

Momentum range	≈ 3 –18 GeV/c
Intensity per cycle*	$5 \cdot 10^{10}$
Cycle frequency	0.12 Hz
Extraction time	0.5 s
Beam size (σ_{hor})*	2–4 mm
Beam divergency ($\sigma_{\theta_{\text{hor}}}$)*	4–6 mrad

* at $P \geq P_{\text{max}}/2$

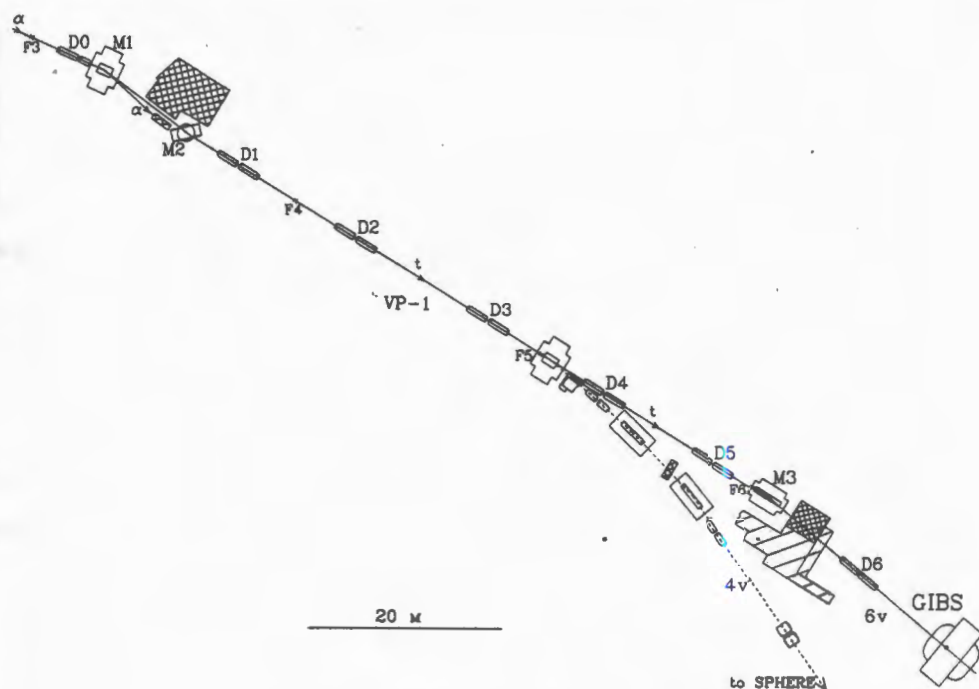


Fig.1. Layout of the VP-1 & 6V beam lines used to form tritium beams

doublet D0 of the VP-1 beam line. The whole line was tuned on transport of particles having charge $z = 1$ and momentum $p = \frac{3}{4} p_\alpha$. Primary α particles which did not participate in the interaction as well as secondaries with a magnetic rigidity differing from the nominal one by more than 5% were swept off the line passed the D0 doublet and the first bending magnet M1 and were absorbed in a shield between the experimental halls (partially marked as hatched areas between M1 and D1 in Fig.1). The shield provided sufficiently strong suppression of a background arising from primary beam absorption. The background conditions allowed one to place, when needed, detectors even at the F4 focus area without subjecting them to an essential additional load.

Complete tritium beam forming was carried out through entire traces of the VP-1 & 6V magnetic channels of a common length of more than 110 m including three bending magnets M1, M2, M3 and seven quadrupole lens doublets D0—D6. According to an optical scheme, we are referring to in what follows as the standard one, the VP-1 lenses are grouped in three quartets with FD-DF polarity alternation in the horizontal plane. The beam crossovers are formed at the F4, F5, F6 points area. The second and third doublets operate in regimes close to the symmetrically mirror-like one. The D6 doublet transfers an image from F6 to a set-up target. Beam envelopes for this optical scheme are shown in Fig.2. The standard regime and a short distance, 3.2 m, from the point (F3) location of a triton generating target to the head doublet (D0) entrance provide good transmission of the channel.

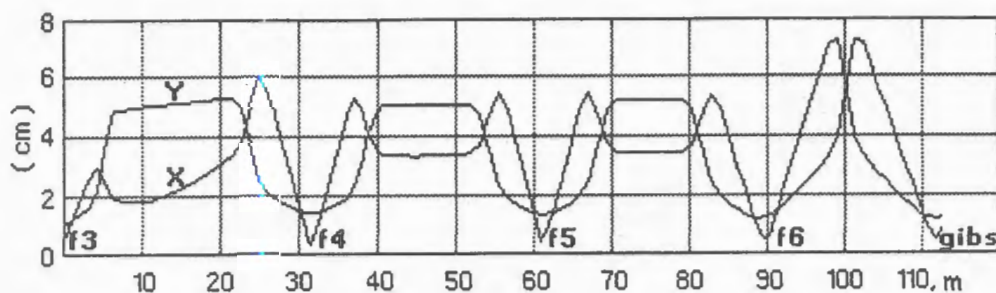


Fig.2. Beam envelopes (2σ) for the standard regime of the VP-1 & 6V beam lines in a horizontal (X) and a vertical (Y) planes: ($\epsilon_x \simeq \epsilon_y = 40\pi$ mm-mrad, $\delta_p = 0$)

The calculated angular acceptance of the configuration is $\Delta\Omega = \Delta\theta_x \Delta\theta_y \simeq 50$ mrad $\cdot$ 18 mrad = 0.9 msr. As an illustration, we give data on 6 GeV/c triton intensity, obtained under the conditions close to those described above:

- primary beam — 8 GeV/c α particles, 10^9 per cycle,
- target — polystyrene, 5 g/cm²,
- tritium nuclei intensity at the line end — $5 \cdot 10^5$ per cycle.

Purity of the beam was specially tested and the admixtures were found to be not larger than 1-2%, which could be explained by the ^3H fragmentation in air at the line end. The beam profiles from four profilemeters placed along the beam trace are shown in Fig.3. Third and fourth distribution pairs correspond to a separate triton beam. The profilemeters were multiwire chambers operating in the current regime and having a low sensitivity threshold on beam intensity about 10^6 single charged particles per second. The distributions correspond to the standard line regime which was used only at the beginning stage of beam

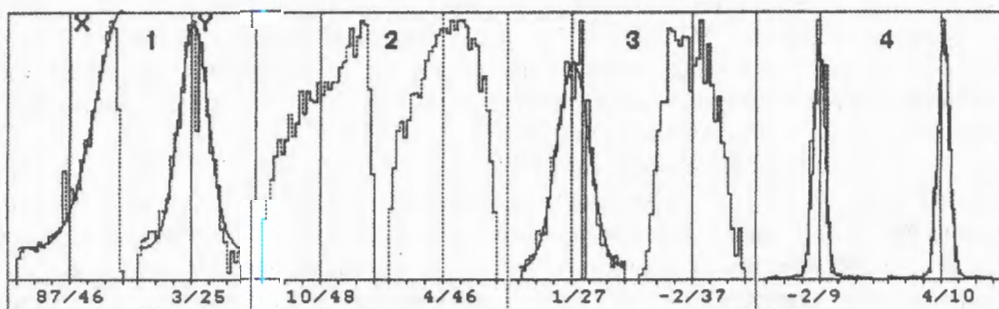


Fig.3. The tritium beam forming: the distributions on coordinates in a horizontal (X) and a vertical (Y) planes at $P_H = 6$ GeV/c. 1 — after the M1 magnet («tail» of primary α -particle beam), 2,3 — at the D1, D3 doublet entangles, 4 — at the F6 focus. The numbers under the histograms are mean value/r.m.s. deviation, mm. The smooth curves are the Gaussian fitted

tuning. Then it was needed to reduce beam intensity by a factor of 10—30: optimal intensity for operation of the GIBS spectrometer (a streamer chamber in magnetic field) is several tens of thousands per cycle. Intensity reduction of an extracted primary α -particle beam would be undesirable as would lead to deterioration of extraction stability all the more when a structureless extraction was used (that is, extraction at accelerator RF switched off). Then the following trick was used: current in the first lens (F_{hor}) of the D2 doublet was strongly decreased. This caused strong beam defocusing and led to losses at the entrance of the next doublet which, in turn, was adjusted to new source positions. The magnitude of the losses and, correspondingly, the intensity of the beam passed are directly connected with the current in the second lens (D_{hor}) of the D2 doublet. Varying the current in the lens, we have had the opportunity to do this immediately in the set-up control room, made it possible to perform fine tuning of the intensity to a desirable level and, practically, did not require tuning of the downbeam channel elements.

3. As it has been mentioned above, the disadvantage of secondary tritium beams produced immediately from a target is a momentum spread. Its value for the α -particle stripping reaction is defined by the proton r.m.s. momentum inside the ^4He nucleus and is given sufficiently accurately by the relations

$$\sigma_{P_{lab}} = \gamma_0 \sigma_{p^*}, \quad \delta_{P_{lab}} = \frac{\sigma_{P_{lab}}}{P_{lab}} = \frac{\sigma_{p^*}}{\beta_0 M_t},$$

where β_0 and γ_0 are the velocity and the Lorentz-factor of an incident α particle in the laboratory frame, $M_t = 2.809 \text{ GeV}/c^2$ is the triton mass. The experimental data [5] or the model [8] give $\sigma_{p^*} = 160\text{—}200 \text{ MeV}/c$. This defines a 6—8 % initial momentum spread for a 9 GeV/c triton beam. There are no special built-in collimators in the VP-1 & 6V channels as their main goal is transportation of monochromatic extracted beams. When secondary beams are formed, momentum selection takes place on the magnetic element aperture. Calculations carried out by means of simulation of individual ray passages through the system, the details of which are suggested to be described in a separate paper, show that for the standard regime the σ_p/P is about 5 % at the D1 doublet entrance and gradually decreases down to 1.8—2.3 % at the 6V line end. It should be emphasized that the beam defocusing in the middle of the VP-1 channel described above did not lead to noticeable changing in the momentum bandwidth.

The momentum spread of a few per cent is too large for a set of tasks. One of the available approaches, allowing to compensate the disadvantage, is the time of light (TOF) tagging. This method was realized in a 6 GeV/c triton beam run [9]. The first TOF detector was placed at the F4 focus, the second one — at the GIBS set-up. Such counter positions defined a flight base of $L = 77 \text{ m}$. With the flight base and the proper time resolution $\sigma_t = 0.1 \text{ ns}$ the momentum resolution $\delta_p \approx \beta_0 \gamma_0^2 (\sigma_t c) / L \approx 0.2 \%$ was provided. The measured momentum spread was 1.8—2.0 % (110—120 MeV/c) which corroborates the calculation results.

However, if an effect studied strongly depends on energy and both the beam run time and the data acquisition speed are limited, beams with lower momentum spread are needed. To reveal a possibility to select a more narrow momentum interval in the frame of the existing magnetic line structure the line resolving properties were analysed as a function of gradients and the coordinate along the line. The usual definition of resolving power — the ratio of linear dispersion (d) to the image size $R = \left| \frac{d}{M\Delta X_0} \right|$ (M is magnification, ΔX_0 is a source size) — relates to a focal plane. To describe the resolving properties along an entire beam path we considered the ratio of linear dispersion to linear envelope of a pattern monochromatic beam as a momentum resolution measure. Somewhat arbitrarily, the pattern beam parameters were taken close to ones of a beam slowly extracted from the Synchrophasotron at the maximum momentum. The following initial values of 2σ -envelopes were used: in a horizontal plane — $5 \text{ mm} \times 8 \text{ mrad}$, in a vertical one — $10 \text{ mm} \times 4 \text{ mrad}$ ($\epsilon_x \simeq \epsilon_y = 40\pi \text{ mm}\cdot\text{mrad}$, $\delta_p = 0$). The linear envelopes in figures of the paper are drawn for these data. A scheme of searching for a region for momentum gap extracting looked as follows. Firstly, extremums of the resolving power as a function of the lens gradients were searched for taking into account the element aperture constraints and restricting extremum positions by the F4—F6 focus areas. The latter is connected with the accessibility of these places for additional collimators or detectors. Then passage of a particle ensemble through the magnetic line structure was simulated and the $f(x, \delta_p)$ distributions in the vicinities of the extremum points found were considered. Finally, a restricting interval $x_1 \leq x \leq x_2$ (or

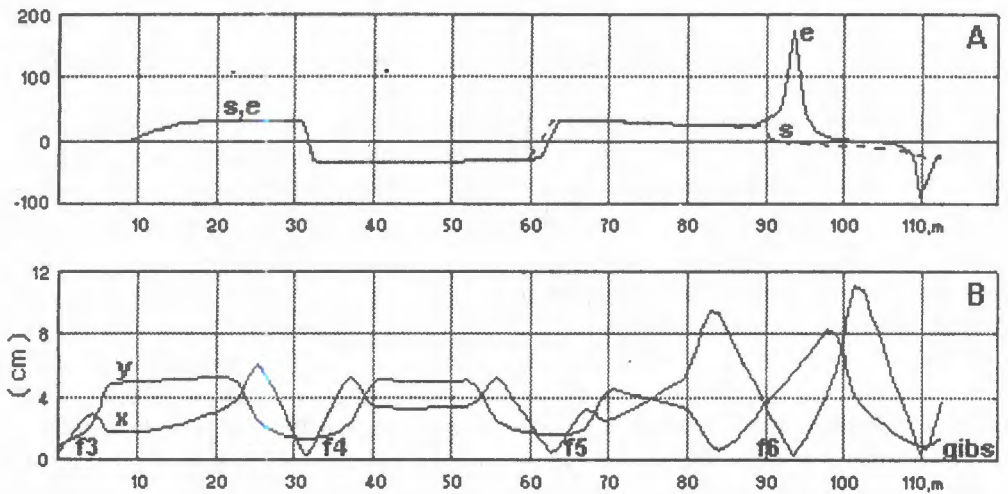


Fig.4. A: the resolving functions (see in the text) for the standard (s) and enhanced (e) resolution regimes along the VP-1 & 6V lines. B: beam envelopes in a horizontal (X) and a vertical (Y) planes for the (e) case

several) was specified and the momentum spread over the sampling of particles reaching the line end was calculated.

The dependencies of the resolving power along the VP-1 and 6V lines for the standard (s) regime and for an enhanced (e) resolution variant are shown in Fig.4A and the liner beam envelopes of the (e) case are shown in Fig.4B. Taking into account beam cut-off by the $50 \times 50 \text{ mm}^2$ TOF counters placed at the F4 focus and at the GIBS set-up ($z_1 = 31.6 \text{ m}$, $z_2 = 108.8 \text{ m}$) and the $60 \times 30 \text{ mm}^2$ one before the streamer chamber target ($z_3 = 110.8 \text{ m}$) the following data were obtained from the calculations:

- $\delta_p \simeq 1.9 \%$ for the standard regime (compare with the momentum distribution in Fig.5),

- $\delta_p \simeq 0.7 \%$ for the enhanced resolution regime if an additional collimating slit (1 cm) is placed at the $z_{\text{slit}} = 94 \text{ m}$; the channel throughput in the case is as large as 15 % of the previous item which is exceedingly enough to provide working intensity ($\simeq 5 \cdot 10^4$ per cycle) at the set-up.

The maximal triton momentum available in the line is $P_{\text{max}} \simeq 11 \text{ GeV/c}$ which is limited by the M1, M3 bending magnets. More sophisticated solutions providing still lower momentum spreads as well as numerical data on the beam line regimes are described in [10].

This work was supported in part by Russian Foundation for the Basic Research through the grants 96-02-18729, 96-02-19170.

References

1. Ableev V.G. et al. — JETP Lett., 1984, v.40, p.763.
2. Stokovsky E.A., Gareev F.A., Ratis Yu.L. — Part. & Nucl., 1993, v.24, p.603.
3. Avramenko S.A. et al. — JETP Lett., 1992, v.55, p.707.
4. Afanasiev S.V. et al. — JINR Rapid Comm., 1995, 1[69]-95, p.47.
5. Abdurakhimov A.U. et al. — JINR, E1-12730, Dubna, 1979.

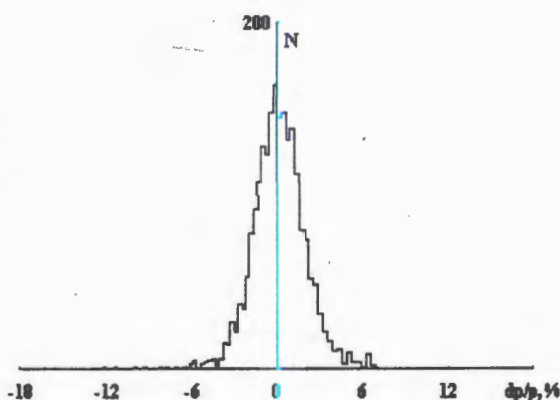


Fig.5. A momentum distribution of the 6 GeV/c tritium beam (from a TOF spectrum)

6. Glagolev V.V. et al. — *Z. Phys.*, 1993, v.C60, p.421.
7. Issinsky I.B. et al. — *Acta Physica Polonica B*, 1994, v.25, p.673.
8. Czyz W., Lesniak L. — *Phys. Lett.*, 1967, v.B24, p.227.
9. Avramenko S.A., Belikov U.A. et al. — *JINR*, P1-96-281, Dubna, 1996.
10. Kirillov A.D. et al. — *JINR*, P13-97-344, Dubna, 1997.

УДК 621.384.633.6

NONLINEAR DYNAMICS IN NUCLOTRON

*D.Dinev**

The paper represents an extensive study of the nonlinear beam dynamics in the Nuclotron. Chromatic effects, including the dependence of the betatron tunes on the amplitude, and chromatic perturbations have been investigated taking into account the measured field imperfections. Beam distortion, smear, dynamic aperture and nonlinear acceptance have been calculated for different particle energies and betatron tunes.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Нелинейная динамика в нуклотроне

Д.Динев

Представлено систематическое исследование нелинейной динамики в нуклотроне. Хроматические эффекты, в том числе зависимость бетатронных частот от амплитуды, и хроматические пертурбации исследованы, учитывая вклад погрешностей магнитного поля. Деформация огибающей пучка, smear, динамическая апертура и нелинейный аксептанс вычислены в зависимости от энергии частиц и бетатронных частот.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

1. Introduction

In a real circular accelerator the focusing magnetic fields in the quadrupole lenses and the bending magnetic fields in the dipole magnets are far from being perfectly linear. There exist high order multipole components of these fields arising from fabrication tolerances.

In superconducting magnets the strongest nonlinear field distortions are due to persistent eddy currents in the magnet filaments. In dipole magnets persistent currents excite all multipoles but the sextupole component is prevalent.

On the other hand, the accelerated beam is not monoenergetic. The accelerated particles cover a range of energies (momenta). In Nuclotron the relative momentum spread is $\Delta p/p = \pm 4 \cdot 10^{-3}$ at injection energy and $\Delta p/p = \pm 8 \cdot 10^{-4}$ at maximum energy. This fact has as a result different kind of chromatic effects — a shift of betatron tunes (the so-called chromaticity) with particle energy and beam envelope distortions (the so-called chromatic perturbations).

*Institute for Nuclear Research and Nuclear Energy, 72 Tzarigradsko chaussee, 1784 Sofia.

Besides this, a dependence of the betatron tunes on the amplitude of oscillations appears in multipolar magnetic fields.

In addition to the random and systematic field errors sextupole lenses with purely nonlinear magnetic fields are intently placed in any circular accelerator to control the chromaticity.

In superconducting accelerators the sextupole correctors are of less importance for the nonlinear character of the particle motion. The superconducting accelerators are said to be «error dominated» machines what means that the systematic and random field errors in the magnets are the most important source of nonlinearities.

The paper represents an extensive study of the nonlinear dynamics in the Nuclotron. The data from measurement of magnetic field imperfections in dipoles and quadrupoles up to 6th order (systematic and random; normal and skew) have been used for this investigation [2].

2. Chromatic Effects

Even in perfectly linear accelerator the parameters of the particle motion depend on the energy (momentum). Between these dependences the most important is the dependence of the frequency of betatron oscillations on momentum, the so-called natural chromaticity [3]. The natural chromaticity is defined as:

$$Q' = \frac{dQ}{d\delta}, \quad \delta = \frac{dp}{p}, \quad (1)$$

Q being the betatron tune.

We calculated the natural chromaticity in the Nuclotron taking into account the influence of the accelerator dipoles. For small machines with relatively small bending radius ρ (or the same magnitude as the dispersion D_x) this influence is essential (up to 100%),

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial \delta} = & -\frac{1}{4\pi B\rho} \int_{\text{Quad.} + \text{Dip}} \beta_x \frac{\partial B_z}{\partial x} ds + \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_{\text{Dip.}} \left(2 \frac{\beta_x}{B\rho} \frac{D}{\rho} \frac{\partial B_z}{\partial x} + \gamma_x \frac{D}{\rho} - 2\alpha_x \frac{D'}{\rho} - \frac{\beta_x}{\rho^2} - \frac{\beta_x}{B\rho} D \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} \right) ds, \\ \frac{\partial Q_z}{\partial \delta} = & \frac{1}{4\pi B\rho} \int_{\text{Quad.} + \text{Dip.}} \beta_z \frac{\partial B_z}{\partial x} ds + \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_{\text{Dip.}} \left(-\frac{\beta_z}{B\rho} \frac{D}{\rho} \frac{\partial B_z}{\partial x} + \gamma_z \frac{D}{\rho} - \frac{\beta_z}{B\rho} D \frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} \right) ds. \end{aligned} \quad (2)$$

We calculated Q'_x and Q'_y by numerically integrating (2). The obtained values are given in Table 1.

Table 1

Parameter	Value
Natural chromaticity	
Q'_x	- 7.735
Q'_y	- 7.937
Chromaticity at $B\rho = 1.0$ Tm (systematic errors in dipoles)	
Q'_x	- 10.206
Q'_y	- 5.346
Chromaticity at $B\rho = 45.83$ Tm (systematic errors in dipoles)	
Q'_x	4.889
Q'_y	- 22.398

There are two main negative effects of the chromaticity:

a) A spread of the betatron tunes ΔQ appears and as a result the beam occupies an area in the tune diagram instead of a point. The particles with energy different from the energy of the equilibrium particle fall in the resonance stopbands and are lost.

b) For bunched beams the transverse head-tail instability is developed.

As at injection ($B\rho = 1.0$ Tm) the relative momentum spread is $\delta = \pm 4 \cdot 10^{-3}$, the corresponding tune spread is:

$$\Delta Q_x = \pm 0.04, \quad \Delta Q_y = \pm 0.02.$$

At maximum energy ($B\rho = 45.83$ Tm) the relative momentum spread is $\delta = \pm 8 \cdot 10^{-4}$ and therefore the spread in the betatron tunes is:

$$\Delta Q_x = \pm 0.004, \quad \Delta Q_y = \pm 0.018.$$

We must underline that the criteria for linearity of the accelerator adopted after a large number of theoretical and experimental investigations on a big number of machines is $\Delta Q < 0.005$. Therefore the chromaticity in the Nuclotron must be corrected.

Two families of sextupole lenses are available in the Nuclotron for correction of chromaticity. They are placed just before the focusing and defocusing quadrupoles in the strait sections of each superperiod.

The tune shift produced by these sextupole lenses is given by

$$Q'_{x,y} = \pm \frac{1}{4\pi} \int_0^L \beta_{x,y} K' D_x ds, \quad (3)$$

where $K' = \frac{1}{B\rho} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}$ is the sextupole strength, D_x is the dispersion and L is the accelerator circumference.

Table 2

B''	Value, T/m ²
Without errors	
SF	1.50
SD	- 2.55
With systematic errors in dipoles at $B\rho = 1.0$ Tm	
SF	1.74
SD	- 2.05
With systematic errors in dipoles at $B\rho = 45.83$ Tm	
SF	8.27
SD	- 249.37

We have calculated numerically the strengths of the sextupole correctors from (2) taking into account the chromaticity levels in Table 1. They are given in Table 2.

In the presence of sextupole fields, a dependence of the betatron tunes on the amplitude of oscillations appears. The perturbation theory gives [4]:

$$\Delta Q_x = \frac{3\varepsilon_x}{64\pi} \sum_{m=1,3} \int_0^I K'(s) \beta_x^{3/2}(s) ds \int_0^s K'(s') \beta_x^{3/2}(s') \frac{\sin m(\mu(s') - \mu(s))}{m} ds. \quad (4)$$

Octupole fields also give such a dependence of the tunes on the amplitude. In this case the perturbation theory gives [5]:

$$\Delta Q_x = + \frac{1}{16\pi} \int_0^I K''(s) \beta_x(s) \left[\frac{1}{2} \varepsilon_x \beta_x(s) - \varepsilon_y \beta_y(s) \right] ds, \quad (5)$$

$$\Delta Q_y = - \frac{1}{16\pi} \int_0^I K''(s) \beta_y(s) \left[\varepsilon_x \beta_x(s) - \frac{1}{2} \varepsilon_y \beta_y(s) \right] ds. \quad (6)$$

We have calculated the dependence of betatron tunes in the Nuclotron on amplitude numerically integrating the above equations. The results obtained ($B\rho = 1.0$ Tm) are:

$$\frac{\Delta Q_x}{d\varepsilon_x} = 101.4, \quad \frac{\Delta Q_y}{d\varepsilon_y} = -12.4, \quad \frac{\Delta Q_x}{d\varepsilon_y} = \frac{\Delta Q_y}{d\varepsilon_x} = 4.4.$$

Taking into account that the emittances at $B\rho = 1.0\text{ Tm}$ are $\epsilon_x = \epsilon_y = 30 \cdot 10^{-6} \pi\text{ m}$ we receive the following tune shifts:

$$\Delta Q_x = 3 \cdot 10^{-3}, \quad \Delta Q_y = -0.3 \cdot 10^{-3}.$$

These are small values.

Another important chromatic effect are the chromatic perturbations. By chromatic perturbations we imply here the change of the linear optics functions beta and alpha with the energy.

Following Montague [6] we will describe the chromatic perturbations by the functions:

$$B = \frac{\beta(\delta) - \beta(0)}{\sqrt{\beta(\delta) \beta(0)}} \approx \frac{\Delta\beta}{\beta}, \tag{7}$$

$$A = \Delta\alpha - \alpha(0) \frac{\Delta\beta}{\beta}. \tag{8}$$

It can be shown that the vector

$$W = (B, A) \tag{9}$$

rotates with a frequency $2Q$ in the achromatic areas.

In thin quadrupole

$$\Delta B = 0, \quad \Delta A = -\beta(KL) \delta. \tag{10}$$

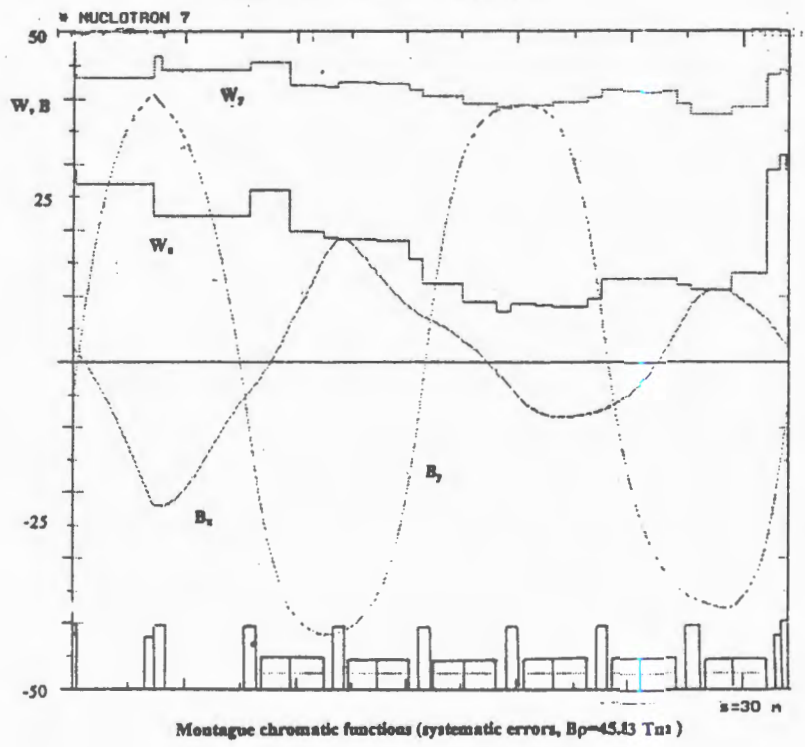


Fig.1. Montague chromatic functions

Table 3

Max. Montague chr. functions	Value
Without errors	
$W_{x, \max}$	1.68
$W_{y, \max}$	1.68
$B\rho = 1.0$ Tm, systematic errors in dipoles	
$W_{x, \max}$	13.18
$W_{y, \max}$	9.88
$B\rho = 45.83$ Tm, systematic errors in dipoles	
$W_{x, \max}$	25.88
$W_{y, \max}$	42.38

In thin sextupole

$$\Delta B = 0, \quad \Delta A = -\beta(K'L)\delta. \quad (11)$$

We have calculated numerically the Montague functions using these properties. The calculated functions for maximum energy are plotted on Fig.1.

The maximum lengths of the vector W taking into account the magnet imperfections are summarised in Table 3

The maximum relative chromatic error in the amplitude function $\beta(s)$ taking into account the systematic errors in the dipoles at $B\rho = 1.0$ Tm is:

$$\Delta\beta/\beta = \pm 6\%$$

and at $B\rho = 45.83$ Tm:

$$\Delta\beta/\beta = \pm 4\%.$$

3. Beam Distortion

The Hamiltonian approach is the most convenient treatment of the nonlinear beam dynamics in circular accelerators. The Hamiltonian of a machine with nonlinearities can be written in the form [8].

$$H(x, z, p_x, p_z) = H_0(x, z, p_x, p_z) + \sum_{N>2}^{\infty} H^{(N)}(x, z, p_x, p_z), \quad (12)$$

where x and z are transverse particle coordinates, p_x and p_z are the corresponding conjugate momenta, θ is the particle azimuth which is taken here as independent variable instead of the time, H_0 is the linear Hamiltonian and $H^{(N)}$ is the Hamiltonian of a nonlinearity of order N

$$H_0 = \frac{R^2}{2B\rho} \frac{\partial B_z}{\partial x} (x^2 - z^2) + \frac{1}{2} (p_x^2 + p_z^2). \quad (13)$$

In (13) R is the mean radius of the accelerator, $B\rho$ is the beam rigidity which is determined by the equilibrium particle momentum through:

$$p = eB\rho, \quad (14)$$

$$H^{(N)} = \sum_{\substack{k_1, k_2 \\ k_1 + k_2 = N}} V_{k_1 k_2} x^{k_1} z^{k_2}, \quad (15)$$

$$V_{k_1 k_2} = \begin{cases} \frac{R^2}{B\rho N!} \left(\frac{N}{k_2} \right) (-1)^{\frac{k_2}{2}} \frac{\partial^{(N-1)} B_z}{\partial x^{(N-1)}}, & \text{for } k_2 \text{ even} \\ \frac{R^2}{B\rho N!} \left(\frac{N}{k_2} \right) (-1)^{\frac{k_2+1}{2}} \frac{\partial^{(N-1)} B_x}{\partial x^{(N-1)}}, & \text{for } k_2 \text{ odd.} \end{cases} \quad (16)$$

The corresponding Hamilton equations of motion are highly nonlinear in the general case and the transverse degrees of freedom are coupled. That is why analytical solutions exist only in some particular cases.

Several approximate analytical and numerical methods for treatment of the nonlinear beam dynamics in circular accelerators have been developed and successfully applied in practice. We have used two of them, namely the T.Collins analytical method of distortion fuctions and the numerical method of particle tracking.

In a perfectly linear accelerator the particles occupy the volume of a 6-dimensional ellipsoid in the 6-dimensional single particle phase space. As in the linear case the motions in both the transverse directions x and z and in the longitudinal direction s are decoupled, the 6-dimensional phase space is transformed to three independent phase planes: (x, p_x) , (z, p_z) and (θ, p_θ) , $\theta = s/R$ being the azimuth. The area occupied by the particles in each phase plane is confined by an ellipse. This ellipse is invariant of the motion (Courant-Snyder invariant) which means that if a particle lies on the ellipse after one turn, it will lie again on the same ellipse.

In the machine with nonlinearities the beam profile is not so simple as the horizontal and the vertical motions are coupled. The particles move on a distorted surface in four dimensional transverse phase space, the so-called «hyper-egg». We can talk only about the projections of this hyper-egg onto the two transverse phase planes (x, p_x) and (z, p_z) . These projections are no longer clean curves but bands.

T.Collins [9] has shown that for sufficiently weak sextupole or octupole nonlinearities the beam distortion will be linear or quadratic function of the strengths of the nonlinearities.

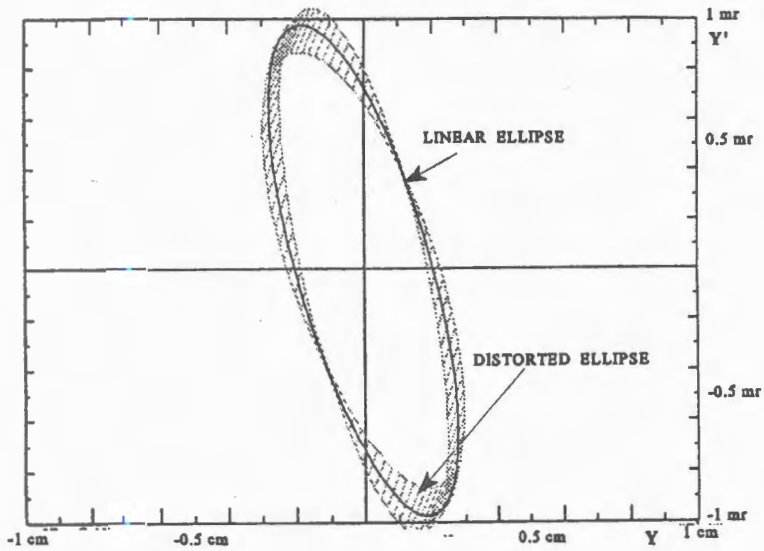


Fig.2. Beam distortion, $B\rho = 45.83$ Tm

He devised a set of closed, i.e., periodic functions, the so-called distortion functions. These functions are independent of the beam amplitude and depend only on the linear lattice properties and the strengths of the nonlinearities. They are nonlinear analogues to the beta-functions and alpha-functions of the linear theory.

With the help of the distortion functions we can construct an invariant beam shape for the nonlinear case. This shape is mapped back in its turn if we use only terms of the first order in the sextupole and octupole strengths. If the second order terms are used, the beam shape will be distorted still further but the new invariant beam shape can be calculated through the second order distortion functions.

In this way a self-consistent result for the shape in a single particle phase space is developed order by order in the nonlinearities strengths just as in the perturbation theory.

T.Collins has shown that all the important effects of nonlinear fields can be derived from the set of distortion functions including the betatron tune shifts ΔQ_x and ΔQ_z with the amplitude of the oscillations.

We will not reproduce here the explicit expressions for the distortion functions (there are only five such functions for the normal sextupoles) but will turn our attention to a discussion of the results obtained for the Nuclotron applying this method.

Figure 2 shows the beam distortion at $B\rho = 45.83$ Tm.

The beam envelope is not a clean curve but a band as this is the projection of the squashed hyper-egg in the four dimensional transverse phase space onto the phase plane. The width of the distortion figure is a measure for the deviation of the accelerator from the linear machine. The figure of merit is called SMEAR and is defined through:

$$\text{SMEAR} = \frac{\sigma(A)}{\langle A \rangle}, \quad A = \sqrt{A_x^2 + A_z^2}, \quad (17)$$

where A_x and A_z are the horizontal and vertical amplitudes, σ denotes the standard deviation and $\langle \rangle$ — the mean value.

For Nuclotron we have calculated that $\text{SMEAR} = 5.3\%$ at the working point $Q_x = 6.8$ and $Q_z = 6.85$. This is a rather small value. It was decided (SSC, LHC, HERA) that if $\text{SMEAR} < 6.4\%$, the machine is considered to be sufficiently linear.

4. Dynamic Aperture

One of the most important characteristics of the circular accelerators is the dynamic aperture [10]. By definition the dynamic aperture is the area of the single particle phase space in which the particle motion is stable. It is a well-known fact that in presence of nonlinear fields the single particle phase space structure gets quite complicated and is divided to areas of stable and unstable motion.

It is very important for one to know how much of the phase space is stable. If this stable area is not large enough the normal operation of the machine might be destroyed.

In case a particle is injected into the accelerator with initial coordinates outside the dynamic aperture, the trajectory of that particle will be unstable and finally it will be lost on the vacuum chamber walls.

As it has been mentioned in chapter 1 no analytical solutions of the equations of motion in the general case of nonlinear magnetic fields have been found. That is why a quite straightforward numerical approach for calculation of dynamic aperture has been developed — the method of particle tracking [11].

The method consists of launching a particle into the accelerator with given initial coordinates and tracking its motion for several hundreds turns (or even up to 10^6 turns) in order to determine whether the particle trajectory is stable.

The problems arising from the nonlinearities are solved in the following way [11]. We consider the particle motion in dipoles and quadrupoles purely linear not taking into account the multipole components of the fields. The nonlinearities are simulated by attaching a nonlinear lens at the end of each dipole and quadrupole. These nonlinear lenses are described in «impulsive» or «kick» approximation which means that we consider the lengths of the lenses $L \rightarrow 0$ while the lenses strengths $B_n \rightarrow \infty$, but $L B_n \rightarrow$ finite constant, or in other words we take the field distribution in the nonlinear lenses as a δ -function of the longitudinal coordinate. In this approximation the transverse particle coordinates x, z keep constant when we cross the lens while the particle slopes x', z' jump to new values — the so-called «kicks».

In the particle tracking treatment of the nonlinear problem we obtain the dynamic aperture as the maximum amplitude of a probe particle for which the trajectory is stable over a given number of turns. It has been noticed that the dynamic aperture defined that way depends rather strongly on the initial phase of the particle [12]. That is why many particles with different initial phases should be tracked in order to obtain the real dynamic aperture.

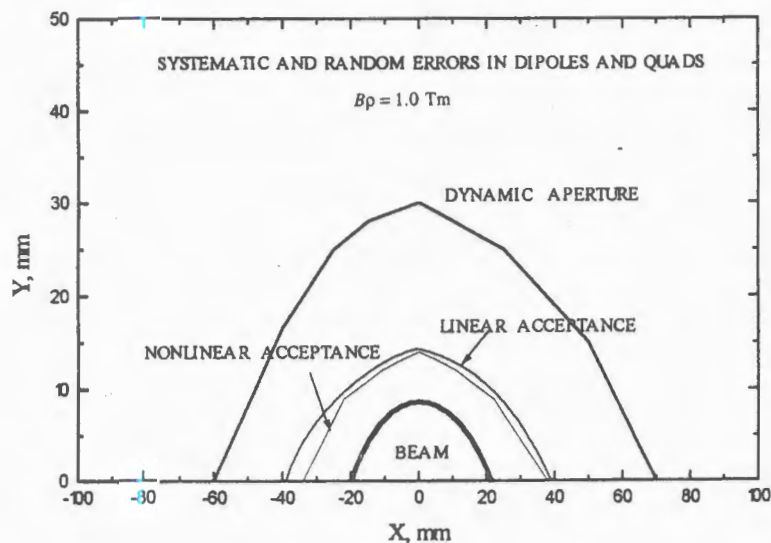


Fig.3. Dynamic aperture and nonlinear acceptance for $B\rho = 1.0 \text{ Tm}$

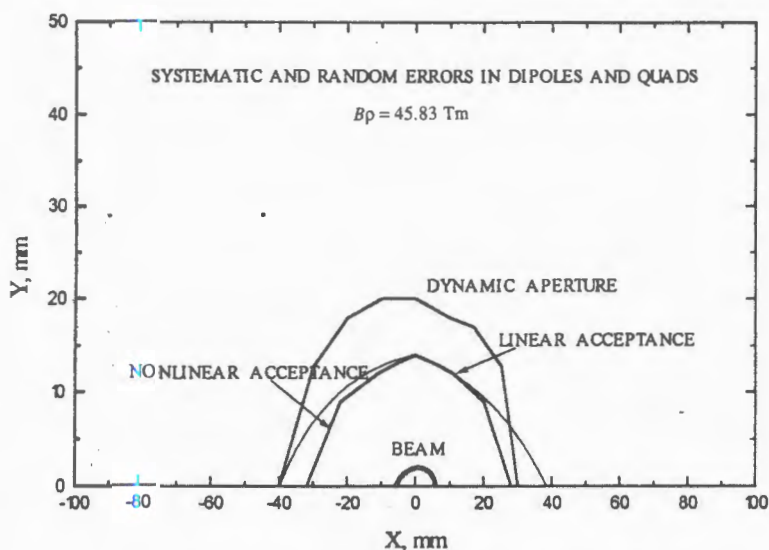


Fig.4. Dynamic aperture and nonlinear acceptance for $B\rho = 45.83 \text{ Tm}$

Due to the limited computer power the number of tracked turns in our calculations was set to 500, which is a commonly used value. The dynamic aperture calculated for such a low number of turns is referred as short-term dynamic aperture.

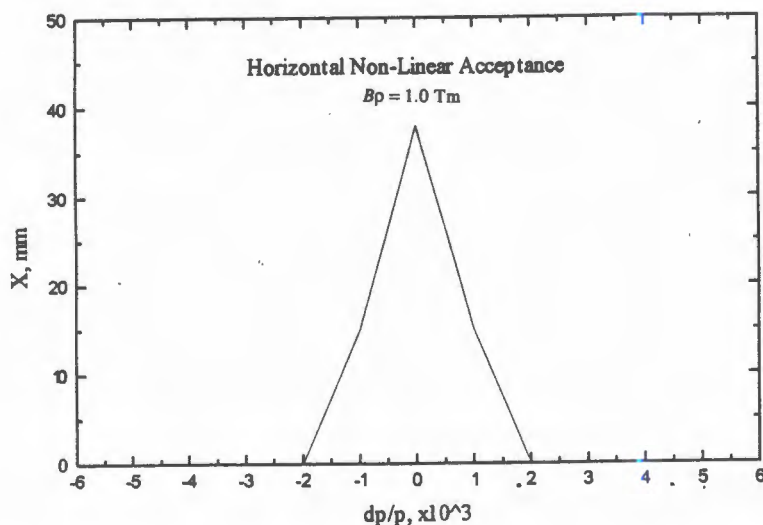


Fig.5. Dependence of the nonlinear acceptance on particle momentum

One should distinguish between the area of stable motion obtained with imposing of aperture limitation representing the real vacuum chamber sizes and without such limitations. We will call the area of stable motion «nonlinear acceptance» in the first case preserving the name «dynamic aperture» for the latter case when no real physical aperture but rather artificial limiting value is used. In our numerical calculations we use an amplitude limit of 1 meter for obtaining the dynamic aperture and aperture limits of 0.04 m in quadrupoles (radius) and of 0.056 m in dipoles (full poles gap) for obtaining the nonlinear acceptance.

Figure 3 shows the dynamic aperture and the nonlinear acceptance for the injection energy $E = 12 \text{ MeV/A}$ ($Bp = 1.0 \text{ Tm}$) while Fig.4 shows all these for the maximum beam energy $E = 6 \text{ GeV/A}$ ($Bp = 45.83 \text{ Tm}$).

Figure 5 depicts the dependence of the nonlinear acceptance on the particle momentum (energy).

References

1. Vasilishin B.V. et al. — JINR Preprint 9-86-512, Dubna, 1986.
2. Donyagin A.M. — JINR Preprint P9-94-329, Dubna, 1994.
3. Verdier A. — Fourth Advances Accelerator Physics Course, CERN 02-01, Geneva, 1992.
4. Collins T. — AIP Conference Proceedings, 1983, v.105, p.92.
5. Autin B., Willeke F. — Second Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop, CERN 88-04, Geneva, 1988.
6. Autin B. — AIP Conference Proceedings, 1987, v.153, p.288.

7. Montague B.W. — CERN Preprint, LEP Note 165, Geneva, 1979.
8. Guignard G. — CERN Preprint, ISR-MA 75-23, Geneva, 1975.
9. Collins T. — FNAL Preprint 84-114, Batavia, 1984.
10. Douglas D. — AIP Conference Proceedings, 1987, v.153, p.390.
11. Iselin F.Ch. — CERN Preprint, LEP-TH 85-26, Geneva, 1985.
12. Brinkmann R., Willeke F. — CERN Preprint 88-04, Geneva, 1988.

УДК 539.12...18 + 539.1.07

МАГНИТОМЕТРИЧЕСКАЯ И СВОТОТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ПУЧКА

**М.А.Воеводин, Ю.В.Гусаков, А.А.Ларин,
Е.А.Матюшевский, А.В.Шабун**

Рассматривается диагностическая аппаратура для измерения основных характеристик пучка нуклотрона: интенсивности, координаты и профиля пучка. Описаны следующие устройства: станция наблюдения с люминесцентным подвижным экраном для измерения профиля и координаты пучка в широком диапазоне интенсивностей, магнитоиндукционный датчик для измерения интенсивности пучка длительностью $1 + 8$ мкс, магнитомодуляционный датчик для измерения среднего тока пучка частиц длительностью более 1 мс. Рассматриваются конструкции датчиков, работающих при низких температурах, высоком вакууме и в полях больших электромагнитных помех.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Current Transformers and Optical Diagnostic Monitor of Nuclotron Beam

M.A.Voevodin et al.

A diagnostic apparatus is described which is used for measurement of the main characteristics of the Nuclotron beam: intensity, profile and beam position. It consists of the next devices: a luminescent movable screen with a TV system for measurement of the low intensity beam; a beam current monitor for measurement of the beam intensity with the longevity of about $1 + 8$ μ s; a beam transformer for a measurement of the middle value of particles current with the duration of more than 1 ms. The detectors operate at cryogenic temperature in high vacuum and large magnetic fields.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Среди большого набора диагностической аппаратуры, используемого на современных ускорителях заряженных частиц синхротронного типа, для измерения основных параметров пучка помимо пикап-электродов часто применяется магнитометрическая и светотехническая аппаратура [1]. Она позволяет измерять такие параметры пучка, как: продольный и поперечный профиль пучка и его положение относительно камеры ускорителя, интенсивность и плотность пучка, величину импульсного и среднего тока пучка.

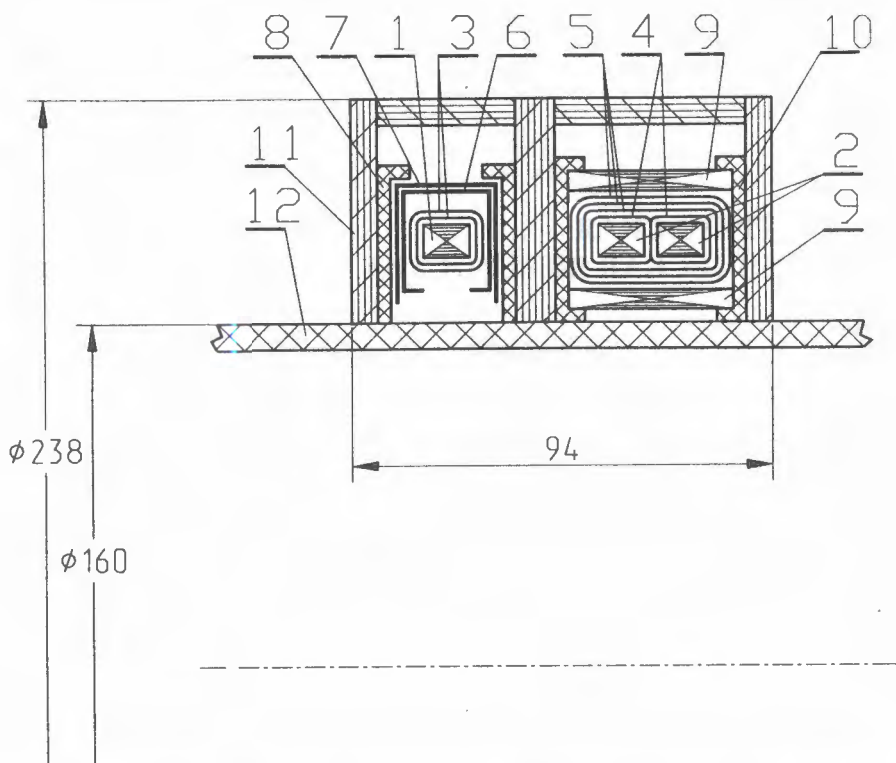


Рис.1. Размещение магнитоиндукционного и магнитомодуляционного датчиков в корпусе прибора

Магнитометрическая аппаратура, используемая на нуклотроне, состоит из импульсного магнитоиндукционного датчика (МИД) и магнитомодуляционного датчика (ММД). Они имеют ряд существенных преимуществ:

- прозрачность для исследуемого пучка,
- полную защищенность от воздействия частиц ионизации остаточного газа,
- способность работы в изоляционном вакуумном пространстве, что особенно важно для сверхпроводящих ускорителей,
- обеспечивают работу в широком интервале частот $0 + 10$ МГц,
- обладают возможностью оперативной калибровки, что повышает точность измерения.

Конструкция датчиков приведена на рис.1. Они расположены в едином корпусе, изготовленном из магнитомягкой стали. Между датчиками имеется магнитный экран.

Магнитоиндукционный датчик включает в себя магнитный сердечник (1), измерительную обмотку из 30 витков, виток для калибровки (3), электромагнитные экраны (6,7) и каркас (8).

Низкочастотный (магнитомодуляционный) датчик состоит из двух тороидальных сердечников (2), двух обмоток возбуждения (4), измерительной обмотки (5) и витка для калибровки. Датчик имеет дополнительную защиту от внешних магнитных полей, выполненную в виде двух цилиндров с внутренней и внешней стороны (9), изготовленных из ленты аморфного сплава. Он крепится в каркасе (10).

Оба датчика имеют дополнительную экранировку из нескольких слоев ленты электротехнической стали Э-330. Внутри датчиков проходит высоковакуумная камера нуклотрона, изготовленная на этом отрезке из керамической трубы. Витые тороидальные сердечники датчиков изготовлены из 20 мкм ленты аморфного сплава 71КНСР.

Измерительная обмотка МИД нагружена на низкое (менее 5 Ом) входное сопротивление транзисторного усилителя, собранного по схеме общей базы с использованием отрицательной обратной связи [2]. Обмотка не имеет гальванической связи с корпусом предусилителя. При сопротивлении нагрузки датчика ($R_H < p$), где $p = \sqrt{L/C_H}$, его эквивалентная схема представляет собой генератор тока, нагруженный на индуктивность обмотки датчика L , при сопротивлении нагрузки R_H и емкости нагрузки C_H . Для минимальных искажений формы импульсного тока необходимо иметь малое значение R_H . При этом, несмотря на некоторое уменьшение коэффициента передачи преобразователя, возрастает помехоустойчивость датчика и уменьшается влияние емкостной составляющей эквивалентной схемы. В схеме усилительного тракта имеется устройство, позволяющее эффективно (более 30 дБ) уменьшать наводки сигналов промышленной частоты. Рабочий диапазон измеряемых токов — 0,1 + 10 мА, полоса частот — 50 кГц + 10 МГц.

На кольце нуклотрона установлено, как сказано выше, два датчика. Магнитомодуляционный датчик измеряет среднее значение тока пучка, циркулирующего в камере ускорителя как в режиме ускорения, так и в режиме медленного вывода частиц из нуклотрона, время которого может достигать 10 с. Режим работы ММД, состоящего из двух сердечников, характеризуется величиной поля возбуждения [3].

В нашем случае перемагничивание происходит по предельной петле гистерезиса, что обеспечивает такие преимущества, как полная восстанавливаемость после кратковременного наложения постоянного магнитного поля и однозначность преобразования. Кроме того, обеспечивается устойчивость «нуля» выходного напряжения в отсутствие измеряемого поля. Возбуждение обмоток осуществляется на частоте 25 кГц, стабилизированной кварцем. Для равномерного намагничивания сердечника преобразователя выбрано соотношение $l \ll L$, где l — толщина, а L — диаметр сердечника. Выделение 2-й гармоники частоты возбуждения, несущей информацию о величине магнитного поля пучка, происходит с помощью полосовых фильтров, а преобразование полезной информации в постоянное напряжение — с использованием синхронного детектора и интегратора.

Чувствительность измерительной системы — 20 В/А, полоса частот — 0 + 60 кГц. Порог чувствительности ограничен магнитными шумами сердечника (шумы Баркгаузена) и составляет 20 мкА.

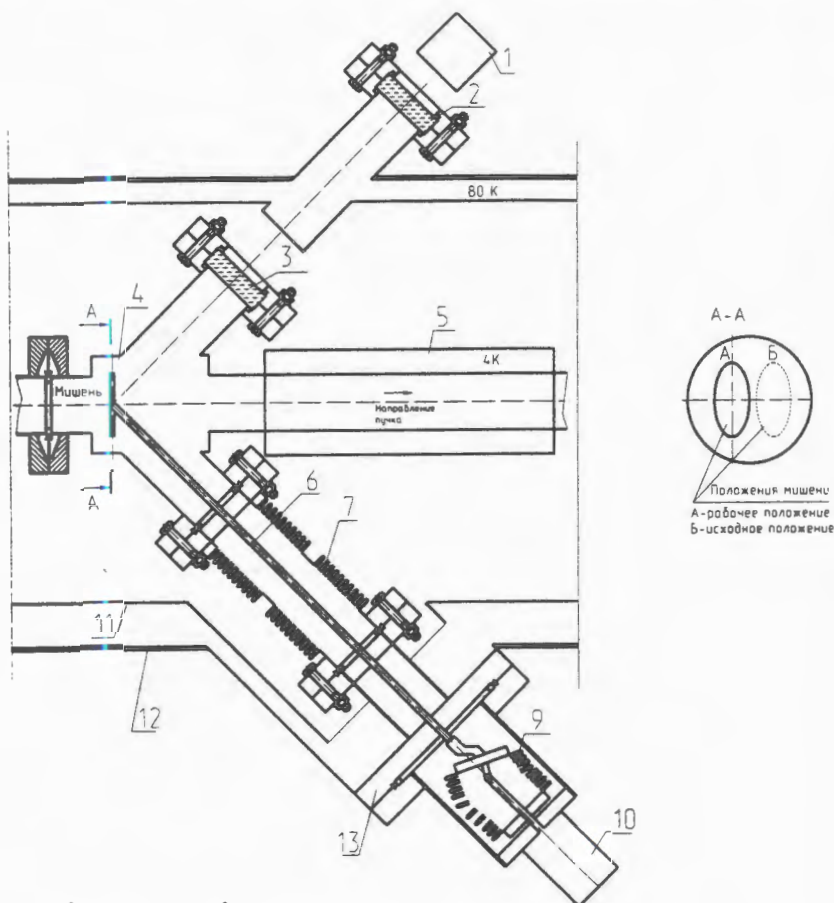


Рис.2. Схема станции наблюдения за пучком нуклотрона

Измерение поперечного профиля пучка на первом обороте и определение его положение в камере нуклотрона осуществляются с помощью 4-х станций наблюдения (рис.2) и электронной аппаратуры, состоящей из видиконных телевизионных камер и камер на ПЗС-матрицах. Информация о профиле пучка выводится на телевизионный монитор и мониторы ЭВМ. В последнем случае используются интерфейсные платы (frame grabber) и специальные программы обработки сигналов с телевизионных камер. При этом на мониторы ЭВМ выводятся профили в различных сечениях с яркостной градацией плотности пучка и трехмерное изображение пучка в месте установки люминесцентного экрана.

На нуклотроне используются два вида люминесцентных экранов: экран (мишень) с полным поглощением пучка и экран с частичным поглощением (прозрачность составляет 95%). Первый вид экрана изготовлен из метилметакрилата с тонким слоем вплавленного люминофора $ZnS(Ag)$ [4]. Для уменьшения погрешности в определении про-

филя пучка и его плотности тонкий слой люминофора нанесен равномерным слоем толщиной 0,2 мм. Такие экраны при энергии исследуемых частиц 5 МэВ/нуклон обеспечивают большой световыход с поверхности мишени. Полупрозрачная мишень изготовлена из тонкой вольфрамовой проволоки диаметром 0,1 мм в виде сетки с шагом 5 мм. В узлы сетки нанесен раствор люминофора. Такие мишени установлены на канале инжекции и на входе линзы 1Ф2 магнитной структуры нуклотрона. С помощью этой мишени и непрозрачного экрана, расположенного перед аналогичной линзой второго суперпериода 2ФЗ, наблюдая за двумя профилями одновременно, определяют в первом приближении оптимальные токи магнитов и линз нуклотрона. Станции наблюдения, в которых установлены полупрозрачные мишени, дополнительно имеют усилители яркости изображения, оптические разветвители и фотоумножители. Они позволяют наблюдать пучок низкой интенсивности порядка 10^4 эл. зар. в канал инжекции и на нескольких начальных оборотах в кольце нуклотрона. Станция наблюдения состоит из механизма мишени, устройства подсветки мишени, окон наблюдения и телекамеры. Мишень представляет собой сборку из овальной алюминиевой подложки с отверстиями, равномерно расположенными по поверхности подложки и люминесцентного экрана. Мишень крепится на штанге (6). Штанга, служащая для уменьшения теплопроводности, изготовлена из тонкостенной нержавеющей трубки. Подложка электрически развязана с вакуумной камерой и служит коллектором для измерения числа частиц. В рабочем положении мишень становится перпендикулярной пучку и полностью перекрывает апертуру камеры. Поворот штанги производится электродвигателем (10). Вращение на штангу передается вакуумным вводом вращательного движения (9), выполненным на основе тонкостенного сильфона из пружинной нержавеющей стали. Мишенная камера (4) располагается в свободном пространстве между регулярными магнитными элементами ускорителя (5). К ней с обеих сторон под углом 45° привариваются патрубки с фланцами. «Холодный» патрубок отделен от «теплого» кожуха парой тонкостенных сильфонов (7) для тепловой развязки. Для уменьшения теплопритока регулярный азотный экран (11) также имеет патрубок. Со смотровой стороны «холодный» патрубок уплотняется стеклянным окном (3) с помощью прокладок специальной формы. Наблюдение за мишенью производится с помощью телекамеры (1). Во фланце (13) имеются окно для подсветки мишени и электрические разъемы для снятия сигнала с коллекторной пластины.

Исследования люминесцентных веществ, проведенные на пучках протонов и α -частиц с энергией 3,5 + 5,0 МэВ, показывают [5], что люминофор $\text{ZnS}(\text{Ag})$ сохраняет линейную зависимость величины световыхода при увеличении интенсивности исследуемого пучка до 10^{-8} А/см.

Иттрий-алюминиевый кристалл, активированный церием ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}:\text{Ce}$), начинает насыщаться при плотности пучка более 10^{-5} А/см. Видиконы и ПЗС-матрицы, используемые нами, имеют область линейной зависимости величины выходного сигнала от светового потока, попадающего на вход этих устройств. Профиль пучка, измеренный с помощью станции наблюдения нуклотрона, имеет небольшую погрешность измерения; он представлен в [6].

Авторы выражают благодарность В.Н.Кузнецову и А.А.Анашину за большую работу по изготовлению и наладке отдельных узлов измерительных систем и помощь при введении их в эксплуатацию.

Литература

1. Proceedings of the First European Workshop on Beam Diagnostics and Instrumentation for Particle Accelerators, May 3—5, 1993, Geneva.
2. Feist H. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1971, v.97, p.319.
3. Афанасьев Ю.В. — Феррозондовые приборы. Л.: Энергоатомиздат, 1986.
4. Жильцова Л.Я. и др. — ОИЯИ, 13-7010, Дубна, 1973.
5. Tuszewski M., Zveven S.J. — Rev. Scien. Ins., 1993, v.64, No.9, p.2459.
6. Балдин А.А. и др. — Краткие сообщения ОИЯИ №2[82]-97, Дубна, 1997, с.95.

УДК 539.12...18 + 539.1.07

КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СТАНЦИЙ ВНУТРЕННИХ МИШЕНЕЙ НУКЛОТРОНА ЛВЭ ОИЯИ

В.А.Краснов, А.В.Шабунув

Представлены конструкции мишенных станций, используемых на внутреннем пучке нуклотрона ЛВЭ ОИЯИ для диагностики внутреннего пучка ускорителя и для проведения физических экспериментов.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

The Design Features of the LHE JINR Nuclotron Internal Target Stations

V.A.Krasnov, A.V.Shabunov

New technical designs of the LHE JINR Nuclotron internal beam target stations are presented. These target stations are used for beam diagnostics and for the physical experiments.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Введение

Эксперименты физики высоких энергий, осуществляемые на циклических ускорителях заряженных частиц, можно условно разделить по методике на две основные группы: проводимые на выведенных из камеры ускорителя пучках и сводящиеся к изучению взаимодействия пучка с мишенью, расположенной непосредственно внутри вакуумной камеры на орбите ускоренных частиц. В общем, использование выведенных пучков более удобно с технической точки зрения вследствие наличия достаточного пространства для размещения экспериментальной установки, применения толстой (до нескольких г/см²) мишени, расположенной неподвижно на пути пучка частиц, разделения вакуумных объемов ускорителя и ионопровода пучка, а также простоты устройства замены мишеней. Однако в некоторых случаях работа на внутреннем пучке ускорителя дает возможность добиться определенных преимуществ в качестве получаемой физической информации, а именно:

- При выводе пучка из камеры ускорителя потери могут достигать 90% интенсивности, что является неприемлемым для исследования реакций, идущих с малым сечением.

- Параметры пучка частиц по импульсному разрешению $\Delta p/p$ и поперечному размеру в камере ускорителя обычно в несколько раз превосходят параметры выведенного пучка, что создает лучшие условия для проведения прецизионных экспериментов.
- За счет многократного прохождения пучка частиц на орбите через достаточно тонкую мишень обеспечивается необходимая светимость для реакций с малым сечением при условии минимального искажения кинематических характеристик вылетающих частиц из-за их взаимодействия с материалом мишени.
- Эксперименты на внутреннем пучке ускорителя могут быть начаты до ввода в эксплуатацию системы вывода и разводки пучков в экспериментальном зале.

В Лаборатории высоких энергий ОИЯИ методика применения внутреннего пучка ускорителя для исследования процессов рассеяния протонов на малые углы впервые был предложена и применена В.А.Свиридовым, В.А.Никитиным и др. [1] в 1964 г. В дальнейшем подобные методы были использованы на ускорителях ИФВЭ и ФНАЛ США. В качестве мишеней использовались тонкие (порядка 1 мкм) пленки из полиэтилена или других материалов, установленные в камере ускорителя; пучок направлялся на мишень изменением магнитного поля после ускорения. В дальнейшем была разработана и применялась методика использования газовых струйных мишеней (сверхзвуковая струя водорода либо другого газа), однако светимость для таких мишеней в общем случае меньше. Недавно опубликовано описание такого рода мишени, изготовленной для протонного ускорителя с накопительными кольцами CELSIUS в Уппсале, Швеция [2]. Здесь предполагается проведение экспериментов по рождению вторичных частиц при взаимодействии пучка протонов ускорителя с ядрами дейтерия струйной мишени. Корпус устройства мишени выполнен из нержавеющей стали в форме цилиндра диаметром 250 мм и толщиной стенки 0,7 мм.

После окончания монтажа и ввода в эксплуатацию нового сверхпроводящего ускорителя ЛВЭ ОИЯИ — нуклотрона — с энергией пучка заряженных ядер до 6 ГэВ/нуклон [3] в 1994 г. были начаты физические измерения на внутреннем пучке ускоренных дейтронов. Физическая программа работ включает в себя изучение образования кумулятивных протонов, дейтронов и K -мезонов при углах вылета от 30 до 135°. Общая схема эксперимента дана на рис.1. Для проведения исследований разработана и изготовлена механическая система МС-ввода исследуемой мишени в пучок ускоренных частиц нуклотрона [4]. В данной системе возможно применение четырех мишеней различного материала во время измерений без разгерметизации объема вакуумной камеры ускорителя. Отличительной особенностью является привод движения мишени при помощи шагового двигателя, который позволяет вводить мишень в пучок по заранее заданной пространственно-временной траектории без введения искажений магнитного поля для «наведения» пучка на мишень. Предусмотрено использование мишеней в виде нитей либо тонких пленок материалов. К настоящему времени проведена доработка и модернизация этой системы с целью повышения ее надежности и оптимизации вре-

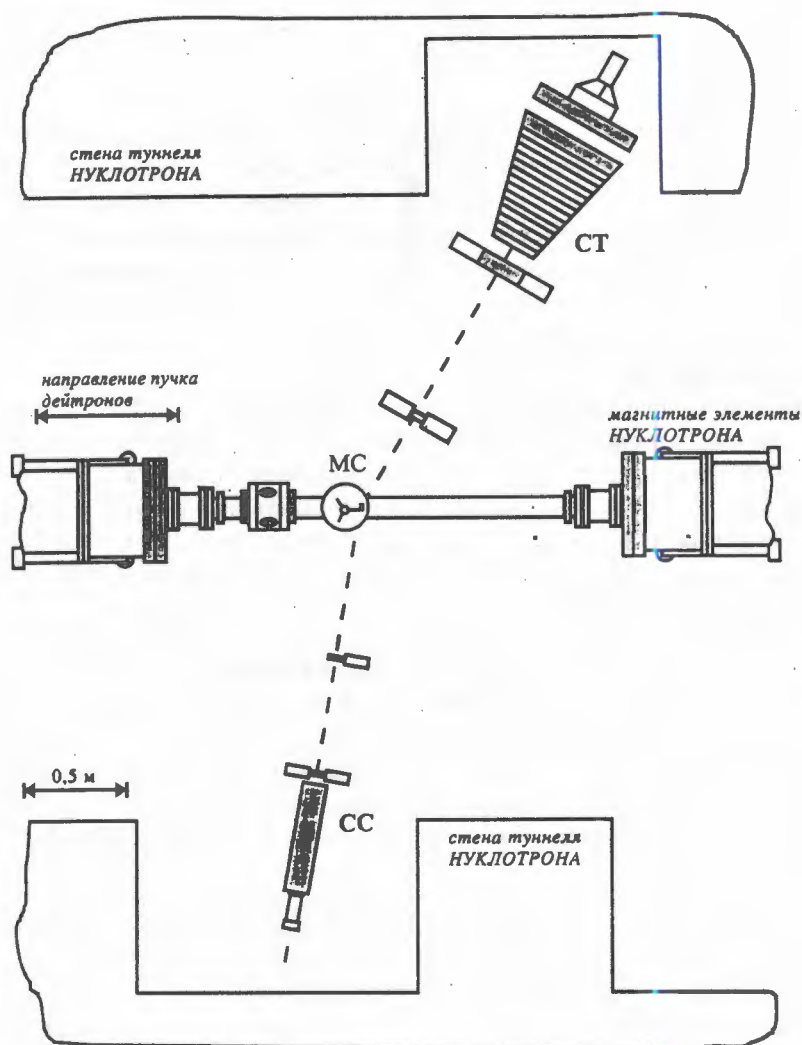


Рис.1. Расположение экспериментальных установок на внутренней мишени нуклотрона. СС — скintилляционный спектрометр для регистрации протонов и дейтронов под углами $90^\circ + 135^\circ$. СТ — скintилляционный 14-слойный телескоп для регистрации пионов и каонов под углами от 30° до 90° . МС — станция ввода внутренних мишеней

мени взаимодействия «пучок — мишень» для проведения «совпадательных» экспериментов.

В настоящей работе описываются конструкции станции внутренних мишеней нуклотрона для проведения физических экспериментов, а также вспомогательные мишенные станции для диагностики внутреннего пучка ускорителя.

Особенности мишенных станций систем диагностики пучка

Вакуумная камера мишенных станций работает в условиях погружения в жидкий гелий, что предъявляет специфические требования к ее конструкции и технологии производства [5]. Создаваемые конструкции ВК, помимо обычных требований к их элементам по обеспечению плотности и прочности (жесткости), должны быть проверены на работоспособность как при нагреве, так и при многократном охлаждении до температуры жидкого гелия, т.е. в условиях, максимально приближенных к рабочим. Можно перечислить следующие общие требования к конструкции вакуумной камеры для сверхпроводящего ускорителя:

- Размеры и конфигурация проводящих металлических частей камеры должны быть такими, чтобы возмущения магнитного поля в зазоре магнита вследствие вихревых токов в ней не превышали десятых долей процента.
- Внутренняя поверхность камеры должна обладать достаточной электропроводностью, чтобы обеспечить снятие статического заряда за счет падающих на стенки частиц и поддержания на поверхности потенциала, близкого к потенциалу земли.
- Толщина стенок камеры должна быть минимальной, чтобы обеспечить более полное проникновение частиц сквозь стенки камеры.
- Скорость газовыделения в условиях интенсивного электромагнитного и корпускулярного облучения стенок должна быть минимальной.
- Радиационная стойкость материала по механическим, электрическим и магнитным характеристикам должна быть максимальной.

Специфические требования, обусловленные работой камеры в условиях погружения в жидкий гелий:

- повышенная надежность всех элементов ВК и герметичность всех ее узлов;
- применимость материала камеры для работы при криогенных температурах;
- наличие элементов компенсации термоусадок и неточностей расположения секций камер друг относительно друга по углу;
- минимум теплового потока к гелию, обусловленного применением камеры;
- технологичность конструкции, обеспечивающая минимум ее стоимости при изготовлении конструкции в условиях конкретного производства.

Особенности конструкции станции для экспериментов

Схематично вакуумная камера мишенных станций представлена на рис.2.

При проведении физических экспериментов одним из основных условий является достижение максимального свободного телесного угла вылета вторичных частиц из мишени при минимальной толщине ее стенок. При работе на внутреннем пучке нукло-трона используются экспериментальные установки на основе сцинтилляционных детекторов, расположенные в горизонтальной плоскости на уровне центральной траектории

частиц в камере ускорителя под углами от 30 до 135° относительно направления пучка. Для измерения вторичных частиц используется $(\Delta T - \Delta E - E)$ -методика определения их типа и энергии. При этом диапазон измеряемых энергий снизу определяется количеством материала на пути регистрируемой частицы. Отсюда очевидно, что допустимая толщина стенок вакуумной камеры по количеству материала должна быть, по крайней мере, не больше эффективной толщины первых детекторов на пути частиц, которая составляет в данном случае $0,5 \text{ г/см}^2$.

В качестве материалов для изготовления элементов ВК выбрана нержавеющая сталь аустенитного класса марок 06X18H10T и 12X18H10T, отвечающая требованиям вакуумной техники, хорошо свариваемая и подходящая для работы в условиях криогенных температур. Для изготовления прямолинейных секций ВК выбраны выпускаемые промышленностью особотонкостенные трубы с электрополированной внутренней поверхностью. Компенсаторами термоусадок участков между электромагнитными элементами служат мембраны с кольцевыми гофрами, выполненные из листовой нержавеющей стали методом холодной штамповки и устанавливаемые по концам.

Корпусом ВК может служить цилиндр или шар. Опыт проведения сеансов на нуклотроне показал возможность применения обечаек из коррозионностойкой стали, подкрепленной гофрами с толщиной стенки не более $0,5 \text{ мм}$, что соответствует дополнительному количеству вещества около $0,4 \text{ г/см}^2$. В нашем случае предельным диаметром цилиндрической части корпуса толщиной $0,5 \text{ мм}$ (для давления $0,13 \text{ МПа}$ ($1,3 \text{ кгс/см}^2$)), является диаметр 250 мм . Участок мишенной станции соединяется с другими участками ВК при помощи разъемных фланцевых соединений типа «конфлат» с медными прокладками [7]. В конструкцию участков камер введены сильфоны, обеспечивающие относительную подвижность соседних участков по отношению друг к другу.

Отличительной особенностью разработанных устройств является применение принципа подвижной мишени, выполненной в виде одной или нескольких нитей толщиной в несколько микрон и закрепленной на вращающейся рамке внутри вакуумного объема. Привод в движение осуществляется при помощи шагового двигателя. В начальный период ускорения рамка с мишенью находится вне пределов рабочей апертуры пучка. При достижении заданной энергии частиц рамка с мишенью приходит в возвратно-поступательное движение поперек оси пучка и пересекает апертуру ионопровода в обоих направлениях. При этом достигается максимальное (до 2 с и более) время взаимодей-

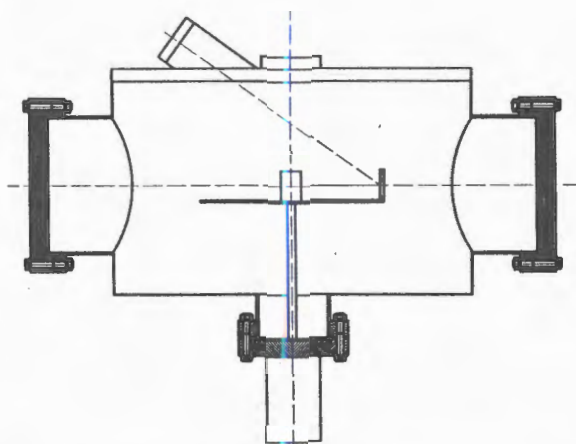


Рис.2. Конструкция цилиндрической камеры с тонкими стенками для размещения мишеней физических экспериментов

вия пучка с мишенью и полное использование интенсивности пучка (максимальная светимость). Пространственно-временная траектория движения мишени задается в зависимости от типа и энергии частиц пучка и материала мишени с пульта оператора исходя из требований экспериментов.

При конструировании необходимо обеспечить:

- минимальную толщину стенок камеры, исходя из условий механической прочности;
- минимальное количество деталей и узлов внутри камеры;
- удобство сборки и разборки;
- максимальное количество возможных направлений для работы физических установок под разными углами относительно направления пучка частиц;
- дистанционное управление режимами движения и смены мишеней с пульта оператора;
- возможность регулировки положения мишени на пучке.

Режимы работы созданного устройства на пучке показаны на рис.3. После окончания режима ускорения и выхода магнитного поля в элементах (а также энергии частиц) на постоянное значение включается привод движения мишени. При этом достигается максимальное (до 5 с) время взаимодействия пучка и мишени.

В настоящее время разработана камера сферической формы из алюминиевого сплава АМг-2. Толщина стенки ВК — 2 мм, диаметр сферы — 350 мм (рис.4). Для соединения с ВК ускорителя используются прокладки из эластомера «Витон». Для обеспечения удобства сборки и разборки вместо обычных болтов используются трубины. Привод мишеней осуществляется с помощью вакуумированного шагового электродвигателя, расположенного внутри ВК на специальном кронштейне. На оси двигателя находится «колесо» с несколькими радиально расположенными рабочими мишенями. Оптико-электронные датчики угла вращения установлены на дне вакуумной

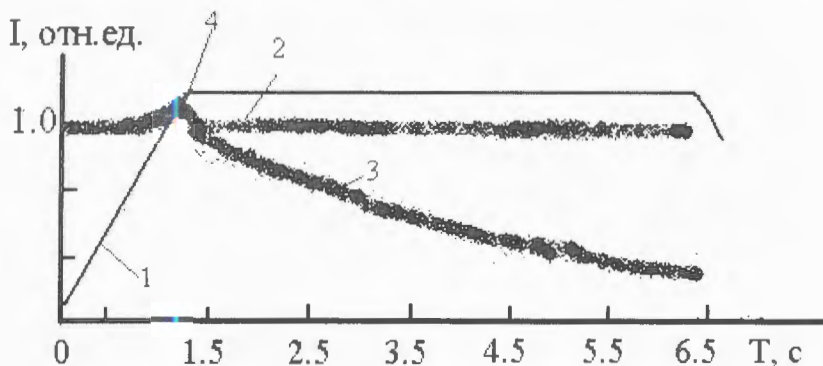


Рис.3. Работа устройства мишенной станции на пучке нуклотрона. 1 — кривая изменения магнитного поля ускорителя (энергия пучка частиц), 2 — интенсивность частиц в кольце без введения мишени, 3 — взаимодействие пучка с мишенью в виде нити 8 мкм, 4 — момент введения мишени в пучок

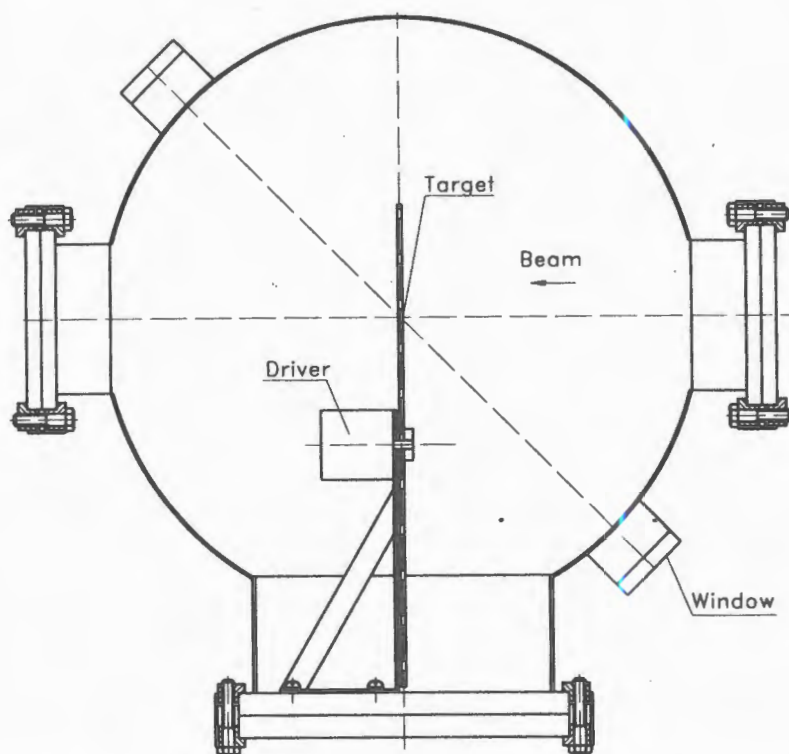


Рис.4. Модернизированная мишенная станция для проведения физических исследований

камеры. В вакуумном корпусе станции имеются также патрубки со смотровыми окнами для размещения фотоумножителей системы диагностики пучка и телекамер контроля мишеней.

Требования к приводу мишеней

Опыт проведения сеансов на криогенных ускорителях показал возможность применения либо специальных гибких сильфонов [6] для передачи движения в вакуум (схема на рис.5), либо шаговых электродвигателей, предназначенных для работы в условиях высокого вакуума.

Оба способа имеют свои преимущества и недостатки. Например, применение шаговых двигателей отличается простотой конструкции привода, но требует введения дополнительного вещества внутрь объема вакуумной камеры. Также возможны искажения орбиты частиц в начальной стадии ускорения из-за влияния рассеянного магнитного поля обмоток двигателя.

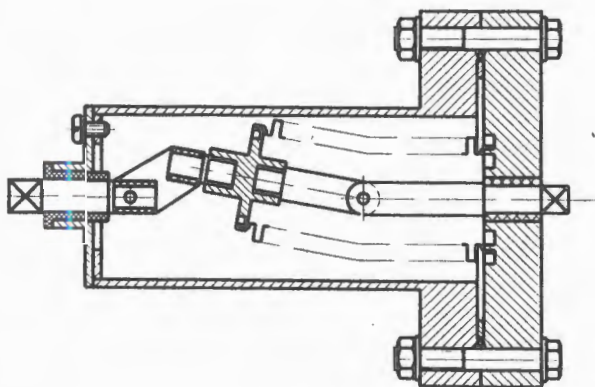


Рис.5. Привод движения мишени при помощи специального гибкого сильфона

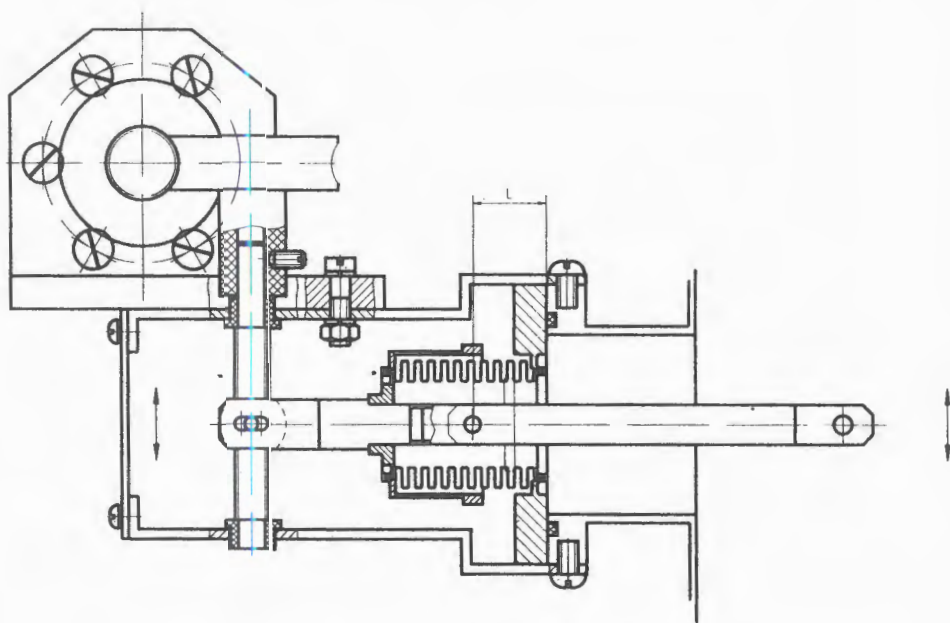


Рис.6. Передача движения в вакуум при помощи сильфона с одним изгибом

В то же время к недостаткам сильфонных вакуумных вводов вращения можно отнести следующие:

- Ресурс работы сильфона на изгиб ограничен. При разрыве сильфона во время работы холодного ускорителя может наступить аварийная ситуация, так как произойдет натекание воздуха в образовавшееся отверстие. Для безопасности такие вводы закрываются снаружи специальными герметичными колпаками.

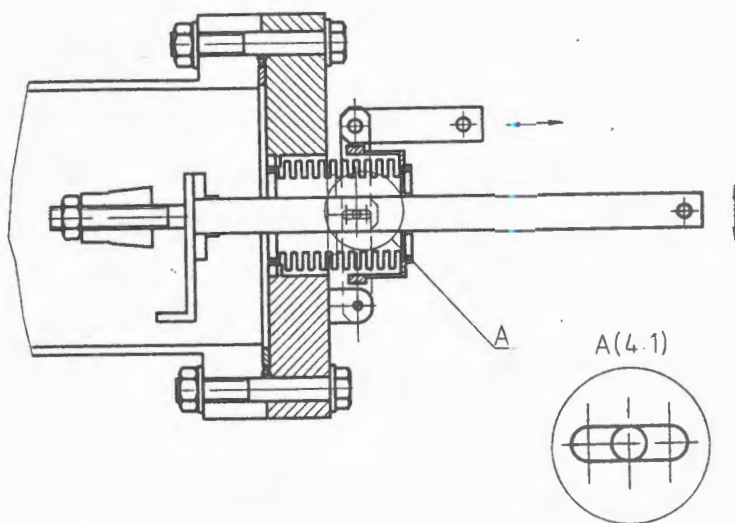


Рис.7. Схема гониометрического устройства для передачи двух движений в вакуум

- После наработки определенного числа циклов изгиба сильфоны должны заменяться.

Подобные вводы используются для привода мишени в четырех станциях наблюдения за пучком в нуклотроне. Самым надежным оказалось применение простой схемы передачи движения в вакуум, при которой сильфон совершает только один изгиб (рис.6).

Затем, в развитие этой простой схемы передачи движения в вакуум, была разработана и реализована в гониометрическом устройстве схема передачи двух движений. Кроме изгиба здесь используется еще растяжение или сжатие сильфона. Это позволяет сменять мишень и подстраивать ее под пучок. Эту схему можно увидеть на рис.7.

Конструктивное решение участков ВК мишенных станций во многом определялось конкретными возможностями производства и его оснащённостью сварочным оборудованием. Герметичность соединений и всех элементов участков ВК проверялась при проведении высокотемпературного обезгаживания в стенде, специально разработанном для этих целей.

Заключение

Описанные конструкции систем вакуумных камер с передачей движения для размещения мишеней диагностики пучка и проведения экспериментов на нуклотроне ЛВЭ применялись на сеансах ускорителя в течение 4 лет (с 1993 по 1997 гг.). Во время работы все устройства показали достаточно хорошие характеристики надежности и точности установки мишеней, отсутствие отказов во время измерений.

Литература

1. Шафранова М.Г. — ЭЧАЯ, 1974, т.5, вып.3, с.645.
2. Calen H. et al. — Instr. and Meth. in Phys. Res., 1996, v.A379, p.57.
3. Балдин А.М. — Краткие сообщения ОИЯИ, Е1-92-487, Дубна, 1992.
4. Артемов А.С. и др. — Краткие сообщения ОИЯИ, №1[75]-96, Дубна, 1996.
5. Техника сверхвысокого вакуума. — М.: Мир, 1988.
6. Вакуумная техника. Справочник. М.: Машиностроение, 1985.
7. Вакуумная техника. Справочник. М.: Машиностроение, 1985.

УДК 681.3.019; 681.786.42

СИСТЕМА ОЦИФРОВКИ ГРАФИКОВ (СОГ)

**А.П.Иерусалимов, Е.А.Иерусалимов*,
Ж.Ж.Мусульманбеков, Э.Г.Никонов, В.С.Рихвицкий**

Представлена система оцифровки графиков (СОГ), включающая аппаратную и программную части. Рассматриваются два варианта ее реализации: с использованием полуавтоматического измерительного устройства (ПУОС) и с использованием сканера. Приводятся данные оцифровки тестовых графиков и анализируются полученные результаты.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

System of Graphics Digitization (SGD)

A.P.Ierusalimov et al.

The system of graphics digitization (SGD) consisting of hard- and software is presented in this paper. Two variances of its realization are described: using semiautomatic device and using scanner. The data of digitization of test graphics and obtained results are analysed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation.

1. Введение

В настоящее время опубликованные экспериментальные данные, представляющие интерес для научного сообщества в физике низких, промежуточных и высоких энергий, заносятся в виде таблиц в соответствующие базы данных. В физике низких энергий — это банки ядерных данных, поддерживаемые Национальным ядерным центром BNL (NNDC) и Европейским агентством по ядерной энергии (NEA). В физике промежуточных и высоких энергий измеренные данные заносятся в базу REACTION системы баз данных по физике частиц (PPDS, HEPDATA), поддерживаемых сотрудничеством институтов в составе ИФВЭ, ИТЭФ, ОИЯИ, RAL (Durham) и Particle Data Group (Berkeley) [1].

Используя подобные фактографические базы, физики получают возможность автоматизировать процедуру выборки числовых данных для их последующего применения, а именно для сравнения с другими данными или модельными расчетами и т.п.

Однако с самого начала эксплуатации фактографических баз данных существует проблема, не решенная до настоящего времени. Обычно измеренные и опубликованные в виде графиков данные предоставляются по запросу авторами публикаций для внесения в соответствующую базу в оцифрованном виде. При этом около 10 % запро-

*МИФИ, Москва

сов сотрудников, обслуживающих эти базы данных, не удовлетворяются, что связано с занятостью авторов, потерей информации, отсутствием промежуточных таблиц и т.п. Это значительно снижает ценность такого способа хранения и доступа к фактографической информации и, соответственно, интерес пользователя к таким системам, поскольку в таком случае он в ответ на свою поисковую формулу получает пустой файл.

В результате физик вынужден, используя подручные средства (линейку и пр.), кропотливо переносить точку за точкой на миллиметровку, а затем восстанавливать с нее табличные значения. Это может привести как к порче журнальных страниц, так и к значительной потере времени, не гарантируя при этом необходимой точности восстановления точек.

Поэтому становится актуальной проблема оцифровки графической информации (графиков, гистограмм и пр.), опубликованной в журнальных статьях и препринтах и не имеющей табличных эквивалентов.

В настоящее время реализованы два варианта решения задачи оцифровки графических данных:

1) использование приборов ПУОС (полуавтоматическое устройство обмера снимков);

2) использование сканеров достаточно высокого разрешения (не менее 600 dpi) с последующим восстановлением цифровой информации с помощью разработанного для этого математического обеспечения на PC в среде WINDOWS.

2. Оцифровка на ПУОС

Измерительная система ПУОС [2] предназначена для обмера фотоснимков с трековых детекторов. Максимальный размер обрабатываемого изображения ~ 200 × 200 мм. С помощью оптической системы увеличенный участок изображения проецируется на матовый экран диаметром 170 мм. Коэффициент увеличения изображения можно варьировать от 10 до 50 с помощью сменных оптических объектов, что позволяет надежно измерять изображения с очень мелким масштабом.

Оператор-измеритель производит рекогносцировку изображения, его перемещение и точное наведение измерительной марки с помощью измерительного стола. Для отсчета каждой из координат используются бесконтактные датчики на дифракционных решетках. Измерительная система ПУОС характеризуется высокой точностью (цена отсчета по каждой из координат — 2,5 мкм) и линейностью.

Прием цифровой информации и некоторых служебных меток осуществляет PC с помощью специальной электронной платы. За 4-часовую смену оператор может измерить ~ 1500 точек.

Процедура оцифровки включает следующие этапы:

- 1) ксерокопирование рисунка;
- 2) измерение оператором ПУОСа «полезных» точек на копии;
- 3) программная обработка измеренных точек (создание числового эквивалента измеренного графика или гистограммы).

Предварительные тестовые оценки по оцифровке типичных графиков, взятых из журнальных статей, показали, что погрешность восстановления точек для графиков размером 60 × 60 мм составляет ~ 10 мкм.

Для реализации этого варианта необходимо иметь один или несколько приборов ПУОС на линии с РС типа Pentium и ксерокопировальный аппарат. Имеющееся математическое обеспечение ПУОСа потребует незначительной модификации.

3. Оцифровка в системе сканер — РС

Процедура оцифровки состоит из следующих шагов:

- 1) копирование рисунка с помощью сканера для записи графических данных в память РС или на внешний магнитный носитель;
- 2) предварительная обработка графических данных с помощью развитого графического редактора;
- 3) измерение оператором с помощью «мыши» отредактированного графического рисунка, выведенного на экран монитора РС;
- 4) программная обработка измеренных точек (создание табличного эквивалента измеренного графика или гистограммы).

Если исходный рисунок представлен в виде PostScript- или PDF-файла, то необходимость в первом шаге процедуры оцифровки отпадает. Такое представление рисунков, типичное для современных публикаций, является предпочтительным, поскольку потери точности, обусловленные процессом подготовки публикации и последующим копированием рисунка при сканировании, исключаются.

Для реализации этого варианта необходим РС типа Pentium, сканер высокого разрешения (не менее 600 dpi) и соответствующее МО процесса оцифровки. Как в случае применения прибора ПУОС, оператор может оцифровать ~1500 точек графического изображения за 4 часа работы.

Кроме оцифровки графиков непосредственно оператором-измерителем, для этого варианта реализован режим автоматической оцифровки непрерывных кривых. В этом режиме оператору достаточно отметить только начальную и конечную точки кривой. Специальная программа осуществляет все необходимые операции.

4. Предварительные результаты оцифровки

Для обоих вариантов была проведена пробная оцифровка графических данных. График, взятый из журнальной статьи [3], был ксерокопирован на прозрачную пленку, измерен на приборе ПУОС, а затем полученные данные обрабатывались на ЭВМ с помощью соответствующей программы. На рис.1 показан график, предоставленный авторами статьи (слева), и график, построенный по результатам оцифровки (справа). В табл.1 приведены исходные (оригинальные) и оцифрованные (восстановленные) данные. Из сравнения рисунков и анализа таблицы можно сделать вывод о хорошем согласии между исходными и восстановленными данными.

Другой график из той же статьи был просканирован с помощью сканера HP SCANJET 3C и обработан по специальной программе оцифровки на персональной ЭВМ. Полученные результаты представлены на рис.2 и в табл.2. В этом случае также наблюдается хорошее согласие между исходными и восстановленными данными.

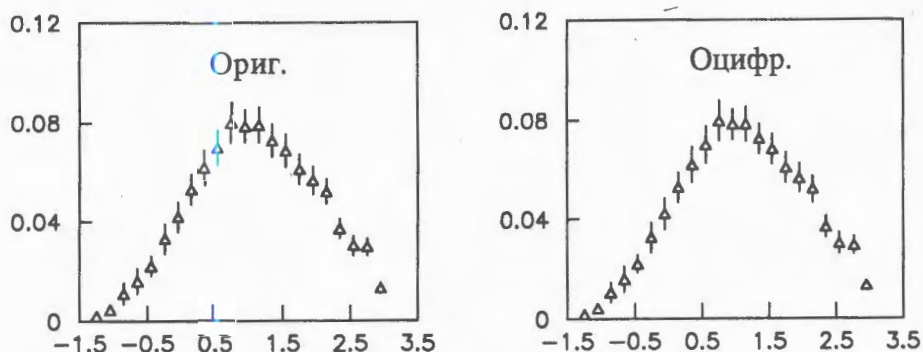


Рис.1

Таблица 1

N_T	$X_{\text{ориг.}}$	$X_{\text{восст.}}$	$Y_{\text{ориг.}}$	$Y_{\text{восст.}}$	$\sigma Y_{\text{ориг.}}$	$\sigma Y_{\text{восст.}}$
1	-1,25	-1,248	0,002	0,0016	0,001	0,0015
2	-1,05	-1,049	0,005	0,0046	0,002	0,0022
3	-0,85	-0,858	0,011	0,0105	0,004	0,0039
4	-0,65	-0,653	0,016	0,0157	0,005	0,0049
5	-0,45	-0,456	0,022	0,0218	0,004	0,0035
6	-0,25	-0,254	0,033	0,0324	0,006	0,0058
7	-0,05	-0,052	0,042	0,0421	0,006	0,0064
8	0,15	0,151	0,053	0,0527	0,006	0,0059
9	0,35	0,354	0,062	0,0619	0,007	0,0070
10	0,55	0,553	0,070	0,0700	0,007	0,0073
11	0,75	0,752	0,080	0,0797	0,008	0,0080
12	0,95	0,957	0,079	0,0788	0,007	0,0066
13	1,15	1,152	0,079	0,0786	0,007	0,0069
14	1,35	1,348	0,073	0,0730	0,007	0,0065
15	1,55	1,549	0,069	0,0691	0,007	0,0065
16	1,75	1,747	0,061	0,0609	0,006	0,0061
17	1,95	1,949	0,057	0,0571	0,006	0,0063
18	2,15	2,147	0,052	0,0522	0,005	0,0052
19	2,35	2,348	0,037	0,0369	0,004	0,0037
20	2,55	2,547	0,030	0,0301	0,004	0,0038
21	2,75	2,762	0,029	0,0288	0,004	0,0040
22	2,95	2,952	0,013	0,0132	0,002	0,0018

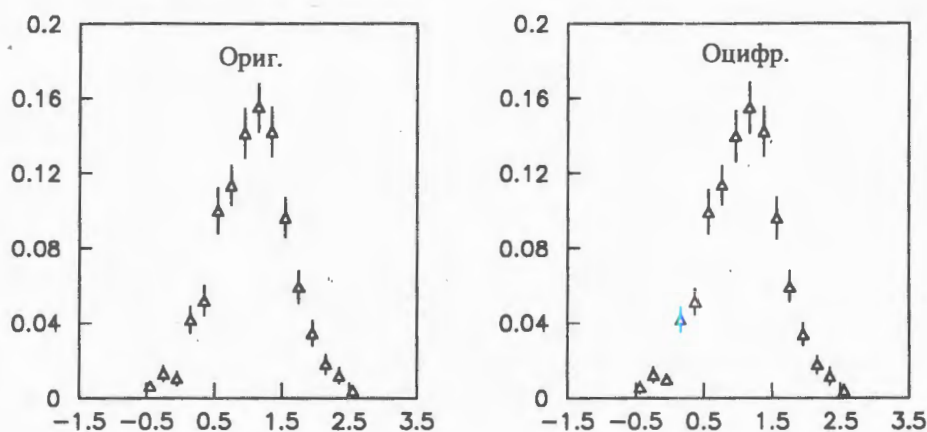


Рис.2

Таблица 2

N_T	$X_{\text{ориг.}}$	$X_{\text{восст.}}$	$Y_{\text{ориг.}}$	$Y_{\text{восст.}}$	$\sigma Y_{\text{ориг.}}$	$\sigma Y_{\text{восст.}}$
1	-0,45	-0,436	0,006	0,0053	0,003	0,0036
2	-0,25	-0,238	0,013	0,0125	0,004	0,0039
3	-0,05	-0,042	0,011	0,0105	0,004	0,0033
4	0,15	0,165	0,042	0,0420	0,007	0,0065
5	0,35	0,372	0,052	0,0515	0,008	0,0069
6	0,55	0,567	0,100	0,1005	0,012	0,0117
7	0,75	0,763	0,114	0,1144	0,011	0,0109
8	0,95	0,958	0,141	0,1397	0,013	0,0134
9	1,15	1,167	0,156	0,1556	0,013	0,0135
10	1,35	1,374	0,142	0,1423	0,013	0,0129
11	1,55	1,565	0,097	0,0967	0,011	0,0114
12	1,75	1,757	0,059	0,0591	0,008	0,0078
13	1,95	1,954	0,035	0,0344	0,007	0,0066
14	2,15	2,162	0,018	0,0178	0,005	0,0047
15	2,35	2,345	0,012	0,0117	0,004	0,0045
16	2,55	2,551	0,004	0,0040	0,002	0,0029

На рис.3 показан результат автоматической оцифровки кривой из статьи [4]. Звездочками отмечена каждая десятая восстановленная точка.

Предварительное сравнение двух методов оцифровки позволяет сделать следующие выводы:

1. На приборах ПУОС возможна с достаточной точностью оцифровка графиков практически любой степени сложности.

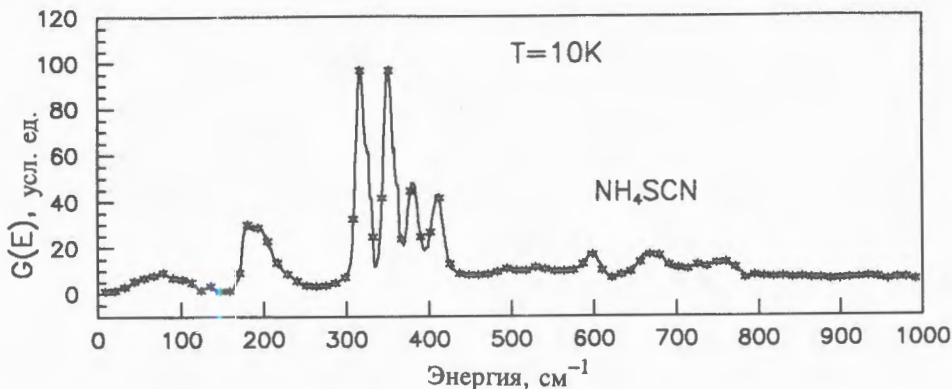


Рис.3

2. Более жесткие требования предъявляются к графикам при оцифровке с помощью сканера: достаточный размер изображения (не менее 30×30 мм), хорошая контрастность, неперегруженность мелкими деталями.

3. Из расчета ежедневной 4-часовой работы оператора-измерителя можно добиться как в первом, так и во втором вариантах оцифровки не менее 5 тыс. графиков в год на одного оператора (исходя из 50 точек на график).

5. Заключение

Таким образом, предлагаемая система оцифровки графиков (СОГ) позволит ликвидировать существующую неполноту мировых фактографических баз данных по физике частиц. Она поможет освободить исследователей от непроизводительной и трудоемкой ручной работы, связанной с оцифровкой необходимых графиков и гистограмм, не внесенных по каким-либо причинам в базы данных.

Каждый из предложенных вариантов оцифровки, имея определенные достоинства и недостатки, взаимно дополняет друг друга. Система оцифровки с ПУОСом, обладающая высокой точностью измерения и восстановления точек, что позволяет ее использовать для обработки сложных рисунков, является в то же время громоздкой и нетиражируемой. Второй вариант оцифровки, будучи менее точным, легко тиражируется и позволяет использовать стандартное оборудование при наличии соответствующего программного обеспечения.

Литература

1. Review of Particle Physics. Phys. Rev., D54, 1996.
2. Виноградов А.Ф. и др. — ОИЯИ, 10-8783, Дубна, 1975.
3. Бекмирзаев Р.Н. и др. — ЯФ, 1995, т.58, с.63.
4. Длоуга М. и др. — ОИЯИ, P14-96-157, Дубна, 1996, с.5.

Рукопись поступила 19 августа 1997 года.

УДК 538.971

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛА СИЛЬНОТОЧНЫМ ИОННЫМ ПУЧКОМ

Э.А.Айрян, С.И.Баструков, М.С.Касчиев*, В.Н.Самойлов,
Д.В.Подгайный, И.В.Пузынин, А.В.Федоров, А.М.Червяков

На основе численного решения нелинейного уравнения теплопроводности с зависящими от температуры кинетическими коэффициентами проведено исследование тепловых процессов, возникающих в образце металла при облучении сильноточным ионным пучком. Особое внимание уделено распространению температурного фронта и скорости разогрева поверхности металла. На основе развитой модели построены зависимости температуры разогрева и глубины проплава облучаемого образца от интенсивности ионного тока пучка.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Numeric Simulation of Thermal Treatment of Metal Surface by Means of High Current Ion Beam

E.A.Airyán et al.

Numeric solution of nonlinear equation of thermoconductivity has been performed to simulate evolution of thermal processes, induced on the metallic surface after its treatment by high current ion beam. The emphasis is placed on the thermal front propagation and rate of the surface heating. Based on the model developed, the dependence of the heating rate and the melting depth are displayed as a function of an intensity of high current ion beam.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

1. Введение

Для различных технологических приложений важно знать механизм взаимодействия ионного пучка с веществом [1,2]. Например, анализ сильноточной ионной обработки металла имеет первостепенное значение в реакторостроении для прогнозирования износостойкости стенок термоядерного реактора. Использование источников ионов со взрывной ионной эмиссией оказывается крайне эффективным для получения новых конструкционных материалов с качественно улучшенными физико-химически-

*Институт математики Болгарской академии наук, София

ми и механическими свойствами поверхностей. Особое значение эти исследования приобретают для микроэлектронной индустрии в связи с дальнейшей перспективой миниатюризации компьютерных технологий, возникшей благодаря открывшимся возможностям получения капельных наноструктур (кластеров) проводящих материалов, а также получения в поверхностном слое полупроводниковых образцов областей повышенной концентрации носителей проводимости — квантовых точек (анализ морфологии поверхности образцов, полученных на установке ЭЛИОНА, ЛСВЭ ОИЯИ, проведен в [4]).

В настоящей работе на основе уравнения теплопроводности с граничными условиями, учитывающими конечную толщину мишени и вклад в охлаждение зоны лучистого теплообмена границ мишени с вакуумом, изучалась макроскопическая специфика процесса разогрева поверхности материала. При этом учитывалась температурная зависимость кинетических коэффициентов, характеризующих материал мишени. В качестве параметров, определяющих источник ионов в уравнении теплопроводности, использовались характеристики ионных пучков, получаемых на установке ЭЛИОНА [5].

Задача проводимого в данной работе моделирования заключалась в определении чувствительности поведения температурного профиля в зависимости от формы и мощности ионного пучка.

2. Формулировка модели

Для определения температурного поля и его эволюции численно решалось одномерное уравнение теплопроводности:

$$\rho c(T) \frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q_i(x, t), \quad (1)$$

с тепловым источником в виде, предложенном в [3]:

$$Q_i(x, t) = \begin{cases} E_0 j_i(t) / (zeR), & t \leq \tau, \quad x \leq R, \\ 0, & t > \tau, \quad x > R, \end{cases} \quad (2)$$

где τ — время действия источника; E_0 , $j(t)$, ze , R — начальная энергия, плотность тока, заряд и средняя длина пробега иона, соответственно. Функции плотности ионного тока пучка $j_i(t)$, используемые в дальнейших расчетах, следующие:

$$\begin{aligned} j_1(t) &= \text{const} = \frac{j_{\max}}{2}, \\ j_2(t) &= \begin{cases} 2j_{\max} t / \tau, & t \leq \tau/2, \\ 2j_{\max} (\tau - t) / \tau, & \tau/2 < t \leq \tau, \end{cases} \\ j_3(t) &= \frac{\pi j_{\max}}{4} \sin \left(\pi \frac{t}{\tau} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

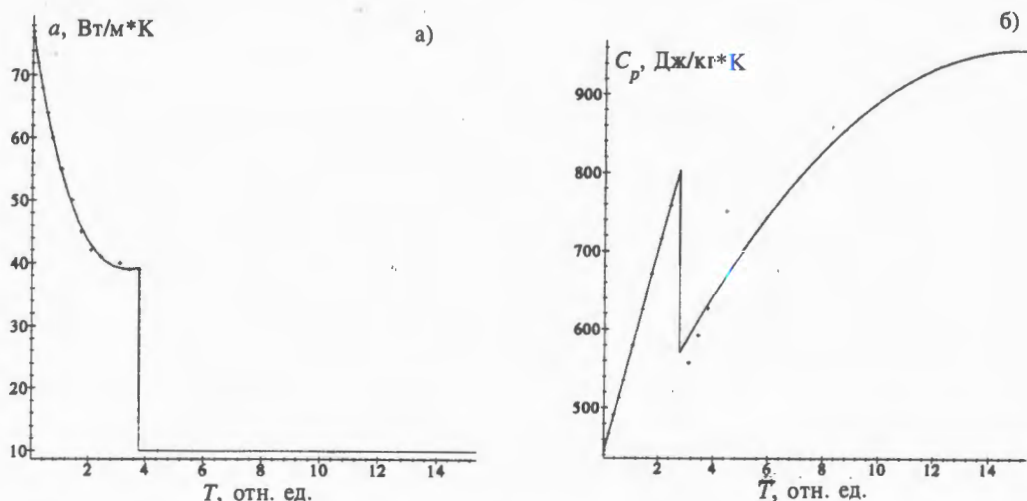


Рис.1. Зависимость теплофизических параметров от температуры. а) — коэффициент теплопроводности $a(T)$, б) — удельная теплоемкость. По оси абсцисс отложена относительная температура $T = (T - T_0) / T_0$. При $T = 0$ ($T_0 = 20^\circ\text{C}$) были использованы следующие значения теплофизических параметров: удельная теплоемкость $c_0 = 456$ Дж/(кг·К), коэффициент теплопроводности $a_0 = 78,2$ Вт ($\text{м}^2 \cdot \text{К}$) [10]

Величина $j_{\max}$ меняется в пределах от 500 до 1000 А/см², средняя энергия ионов $E_0 = 350$ кэВ [5]. Отметим, что полная энергия, передаваемая пучком ионов мишени за время импульса τ , одинакова для всех функций источника $Q_i(t)$ и пропорциональна $j_{\max} \tau / 2$. В случае $j(t) = \text{const}$ источник имеет наиболее простой вид, соответствующий равномерному распределению мощности $E_0 \cdot j$ в пучке, а также равномерному распределению ионов по энергии, т.е. вид ступеньки по оси времени и по нормальной к поверхности координате x .

Подчеркнем, что в данной модели принималась во внимание температурная зависимость кинетических коэффициентов a и c , что позволило учесть конечную скорость распространения температурного фронта, необходимую для более реального описания тепловых процессов. Вид функций $a(T)$ и $c(T)$, построенных по эмпирическим данным, табулированным в [10], показан на рис.1.

Варьируя значение плотности тока, главным образом, за счет уменьшения радиуса пучка, можно добиться того, чтобы максимальная температура разогрева поверхности облучаемого образца достигла температуры плавления. Для описания эволюции температурного профиля с учетом фазовых превращений на поверхности образца необходимо учесть потери энергии, расходуемой на проплавление и испарение поверхности ми-

шени. Это можно сделать, добавив к теплоемкости, входящей в уравнение (1), два слагаемых, описывающих скрытые стоки теплоты:

$$c^*(T) = c(T) + \frac{L_{\text{пл}}}{T_0} \delta(\xi) + \frac{L_{\text{пр}}}{T_0} \delta(\xi_1), \quad \xi = \frac{T - T_{\text{пл}}}{T_0}, \quad \xi_1 = \frac{T - T_{\text{к}}}{T_0}, \quad (4)$$

где $L_{\text{пл}}$ и $L_{\text{пр}}$ — удельные теплоты плавления и парообразования, $T_{\text{пл}}$ и $T_{\text{к}}$ — температуры плавления и кипения соответственно.

Уравнение (1) с теплоемкостью $c^*(T)$ дополняется следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} a(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} - \alpha \sigma (T^4(x, t) - T_0^4) \Big|_{x=0} &= 0, \\ a(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} + \alpha \sigma (T^4(x, t) - T_0^4) \Big|_{x=l} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $T(0, t)$ и $T(l, t)$ — значения температуры на границах мишени; x отсчитывается в направлении нормали к поверхности, σ — постоянная Стефана — Больцмана и α — коэффициент поглощения серого тела. Приведенные выше граничные условия учитывают теплообмен поглотителя, имеющего конечную толщину l , с вакуумом из-за теплового излучения с обеих поверхностей мишени. В начальный момент времени предполагается, что распределение температурного поля в веществе мишени однородно: $T(x, 0) = T_0$. Таким образом, полная краевая задача на определение температурного поля поглотителя запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho c^*(T) \frac{dT}{dt} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(a(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q(x, t), \\ T(x, 0) &= T_0, \\ a(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} - \alpha \sigma (T^4(x, t) - T_0^4) \Big|_{x=0} &= 0, \\ a(T) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} + \alpha \sigma (T^4(x, t) - T_0^4) \Big|_{x=l} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Для численного решения задача (2.6) приводилась к безразмерному виду заменой переменных: $x^* = x/l$, $t^* = t/\tau$, $T^* = (T - T_0)/T_0$. Затем использовалась абсолютно устойчивая неявная разностная схема по времени [6]. Для аппроксимации по пространственной переменной применялись разностные схемы второго порядка точности с неравномерным шагом и схемы метода конечных элементов с линейными элементами. Возникающие на каждом слое по времени системы нелинейных алгебраических уравнений решались с помощью метода простой итерации или непрерывного аналога метода Ньютона. Для решения линейных систем использовался метод прогонки [6].

3. Результаты численного анализа

Данная модель использовалась для описания эволюции температурного поля, возникающего в железной мишени при облучении ионами углерода. В вычислениях учитывались следующие теплофизические характеристики железа: плотность $\rho = 7870 \text{ кг/м}^3$, температура плавления $T_{\text{пл}} = 1799^\circ\text{К}$, температура кипения $T_{\text{к}} = 3149^\circ\text{К}$, удельная теплота плавления $L_{\text{пл}} = 0,27 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ и удельная теплота испарения $L_{\text{пр}} = 6,25 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$.

На рис.2а—в представлены результаты расчета пространственно-временного профиля температуры $T(x, t)$ для различных функций источника $Q_i(t)$. Приведенные графики показывают, что максимальный разогрев достигается в слое глубиной, равной

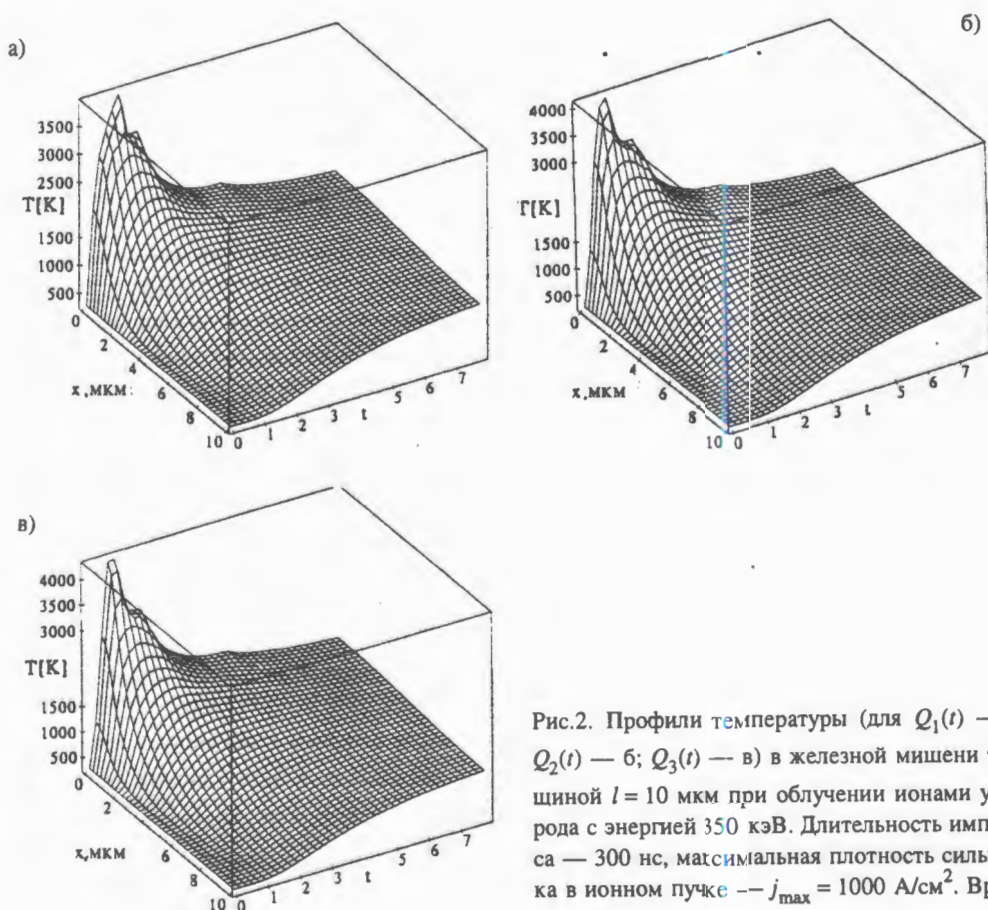


Рис.2. Профили температуры (для $Q_1(t)$ — а; $Q_2(t)$ — б; $Q_3(t)$ — в) в железной мишени толщиной $l = 10 \text{ мкм}$ при облучении ионами углерода с энергией 350 кэВ . Длительность импульса — 300 нс , максимальная плотность силы тока в ионном пучке — $j_{\text{max}} = 1000 \text{ А/см}^2$. Время по оси абсцисс отсчитывается в относительных единицах t/τ

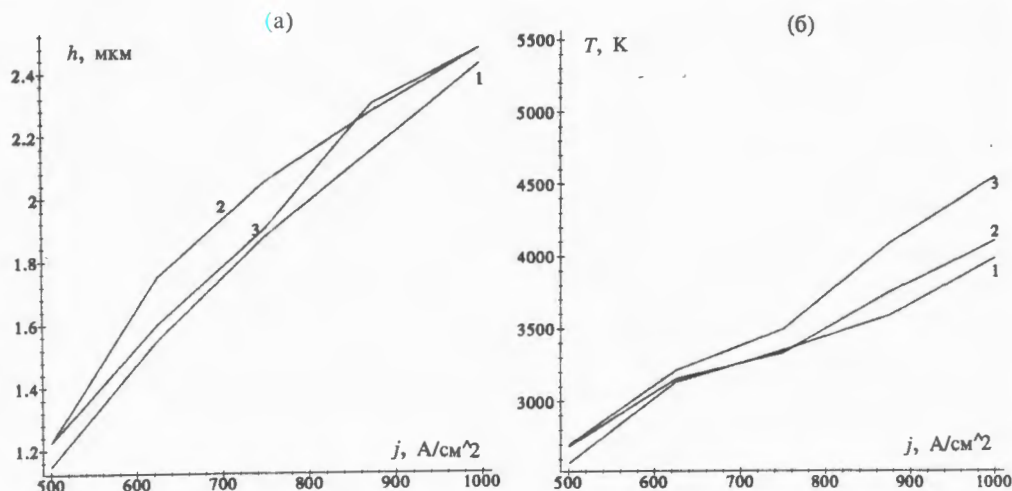


Рис.3. Глубина проплава (а) и максимальная температура разогрева поверхности (б) как функции $j_{\max}$. Кривые 1,2,3 соответствуют вариантам использования в расчетах функций источника $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_3(t)$. Время по оси абсцисс отсчитывается в относительных единицах t/τ

средней длине свободного пробега ионов в веществе. Два плато на каждом из этих графиков соответствуют кипению и плавлению мишени. После выключения источника, при $t > \tau$, происходит быстрое остывание поверхности за счет теплообмена границ мишени с вакуумом и отвод тепла в глубь образца, что видно вследствие сглаживания температурного профиля для всех функций источника. Это связано с тем, что дальнейшее остывание во всех трех случаях описывается уравнением (1) без источника. Однако для каждого случая уравнение теплопроводности дополняется начальным условием, представляющим собой функцию $T(x, \tau)$ в момент выключения соответствующего Q_i . Таким образом, поведение температурных профилей для различных функций источника существенно различается только на этапе разогрева, скорость которого определяется видом функции $j(t)$.

Максимальная температура разогрева мишени $T_{\max}$ зависит как от вида функций Q_i , так и от максимального значения интенсивности тока пучка $j_{\max}$. Приравнявая $T(x, t)$ температуре плавления, можно определить для каждого t значение x , соответствующее положению границы раздела жидкой и твердой фаз. Для каждого источника Q_i определено максимальное значение $x_{\max} = h$ и построена зависимость $h(j_{\max})$. Функции $T_{\max}(j_{\max})$ и $h(j_{\max})$, представленные на рис.3а,б, возрастают с ростом $j_{\max}$ для всех трех видов источника. Однако в точках, соответствующих значению $j_{\max}$, когда достигается разогрев поверхности до температуры плавления и кипения, на этих

Таблица. Значения $T_{\max}$ и h в зависимости от значения $j_{\max}$

$j_{\max}, \text{A/cm}^2$	$T_{\max}, \text{K}$			$h, \text{мкм}$		
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_1	Q_2	Q_3
500	2572	2700	2688	1.150	1.225	1.225
625	3134	3213	3154	1.550	1.750	1.600
750	3349	3494	3332	1.875	2.050	1.900
875	3587	4085	3747	2.150	2.275	2.300
1000	3926	4445	4405	2.425	2.475	2.475

кривых видны перегибы. Численные значения $T_{\max}(j_{\max})$ и $h(j_{\max})$ в этих точках даны в таблице. Изменение наклона кривых в них связано с тем, что часть переданной мишени энергии затрачивается на проплав и испарение вещества с поверхности, и таким образом доля энергии, расходуемая на дальнейшее нагревание, уменьшается. Приведенные выше результаты находятся в согласии с результатами аналогичных расчетов и измерений, представленных в [7—9].

4. Выводы

В заключение отметим, что взаимодействие сильнооточных ионных пучков с веществом характеризуется быстрым разогревом поверхности мишени с последующим быстрым остыванием, что приводит к разрушению кристаллической решетки, образованию дефектов на поверхности и, таким образом, может существенно менять физические свойства материала. Для описания свойств облученного образца необходимо комплексное исследование эволюции температурного профиля и величин, характеризующих вещество. Предложенная выше модель может служить основой дальнейших теоретических построений.

Работа выполнена при содействии РФФИ (гранты 97-01-01023 и 95-01-01467), а также Фонда поддержки фундаментальных исследований Болгарии (грант ММ-501).

Литература

1. Быстрицкий В.М., Диденко А.Н. — Мощные ионные пучки. М.: Энергоиздат, 1984.
2. Диденко А.Н., Лигачев А.Е., Куракин И.Б. — Воздействие пучков заряженных частиц на поверхность металлов и сплавов. М.: Энергоиздат, 1987.

3. Бойко В.И., Евсигнеев В.В. — Введение в физику взаимодействия сильноочных пучков заряженных частиц с веществом. М.: Энергоиздат, 1988.
4. Altaisky M.V. et al. — JINR Rapid Commun., 1997, No.2[82]-97, p.37.
5. Корнев С.А. — Препринт ОИЯИ Р13-94-192, Дубна, 1994.
6. Самарский А.А. — Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
7. Rastov R., Maron Y., Mayer J. — Phys. Rev. B, 1985, v.31, p.893.
8. Davis H.A. et al. — Annual Report of Los Alamos National Laboratory, 1995.
9. Stinnett R.G. et al. — Proc. Materials Research Society Symp.: Materials Synthesis and Processing Using Ion Beams, Boston, 1994, v.316, p.521.
10. Таблицы физических величин — Под ред. И.К.Кикоина. М.: «Наука», 1976.