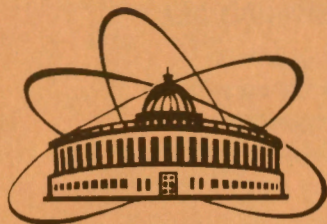


9/11

ISSN 0234-5366



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

JOINT INSTITUTE
FOR NUCLEAR
RESEARCH

1[58]-93

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ
JINR RAPID COMMUNICATIONS

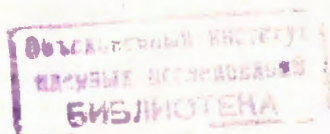
ДУБНА

Объединенный институт ядерных исследований
Joint Institute for Nuclear Research

1[58]-93

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ
JINR RAPID COMMUNICATIONS

сборник
collection



Дубна 1993

ОГЛАВЛЕНИЕ CONTENTS

S.B.Gerasimov Magnetic Moments of Baryons, G_A/G_V , and the Quark Configuration Structure of Nucleons С.Б.Герасимов Магнитные моменты барионов, G_A/G_V и кварковая конфигурационная структура нуклонов	6
B.A.Shahbazian, T.A.Volokhovskaya, V.N.Yemelienenko, A.S.Martynov One More Weak Decay of the Heavy, Stable, $S = -2$, Positively Charged H^+ Dibaryon Б.А.Шахбазян, Т.А.Волоховская, В.Н.Емельяненко, А.С.Мартынов Еще один случай слабого распада тяжелого стабильного положительно заряженного H^+ -дибариона со странностью $S = -2$	15
S.V.Afanasiev, V.A.Arefiev, Yu.S.Anisimov, V.V.Arkipov, O.V.Egorov, A.F.Elishev, V.I.Ilyushchenko, A.Yu.Isupov, L.K.Ivanova, A.N.Khrenov, V.I.Kolesnikov, V.A.Kuznetsov, A.G.Litvinenko, A.I.Malakhov, P.K.Maniakov, G.L.Melkumov, I.I.Migulina, T.M.Mironova, A.S.Nikiforov, V.G.Perevozchikov, V.I.Prokhorov, S.G.Reznikov, A.Yu.Semenov, V.A.Smirnov, A.Yu.Titov, D.V.Uralsky, P.I.Zarubin, V.K.Bondarev, A.Cimpean, M.Pentia, M.Sandu, N.Ghiordanescu, V.E.Kovtun, P.Kozma, M.Sumbera, W.Olejniczak, B.Słowiński, Yu.I.Titov Study of Charged Multiplicity in Cumulative Pion Production С.В.Афанасьев, В.А.Арефьев, Ю.С.Анисимов, В.В.Архипов, О.В.Егоров, А.Ф.Елишев, В.И.Илющенко, А.Ю.Исупов, Л.К.Иванова, А.Н.Хренов, В.И.Колесников, В.А.Кузнецов, А.Г.Литвиненко, А.И.Малахов, П.К.Маньяков, Г.Л.Мелкумов, И.И.Мигулина, Т.М.Миронова, А.С.Никифоров,	

В.Г.Перевозчиков, В.И.Прохоров, С.Г.Резников, А.Ю.Семенов, В.А.Смирнов, А.Ю.Титов, Д.В.Уральский, П.И.Зарубин, В.К.Бондарев, А.Симпеан, М.Пентиа, М.Санду, Н.Гиордэнеску, В.Е.Ковтун, П.Козма, М.Шумбера, В.Олейничак, Б.Словински, Ю.И.Титов Изучение зарядовой множественности при рождении кумулятивных пионов	21
A.G.Litvinenko, A.I.Malakhov, P.I.Zarubin Scale Variable for Description of Cumulative Particle Production in Nucleus-Nucleus Collisions А.Г.Литвиненко, А.И.Малахов, П.И.Зарубин Масштабная переменная для описания кумулятивного рождения частиц в ядро-ядерных столкновениях	27
V.K.Bondarev, A.G.Litvinenko, P.I.Zarubin Detailed Study of Nuclear Density and Charge Distribution Effects in Cumulative Particle Production В.К.Бондарев, А.Г.Литвиненко, П.И.Зарубин Детальное изучение влияния ядерной плотности и распределения заряда на кумулятивное рождение частиц	35
Е.П.Жидков, Ю.Ю.Лобанов, О.В.Зейналова, Р.Р.Шахбагян Метод приближенного вычисления континуальных интегралов в задачах математической физики Е.Р.Zhidkov, Yu.Yu.Lobanov, O.V.Zeinalova, R.R.Shahbagian Method for Numerical Evaluation of Functional Integrals in the Problems of Mathematical Physics	43
В.М.Шилов, А.В.Тараканов Внутренний барьер в слиянии ядер $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ при низких энергиях V.M.Shilov, A.V.Tarakanov The Inner Barrier in the Fusion Reaction $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ at Low Energies	56

В.М.Шилов, И.В.Молодцова, С.И.Баструков Об электровозбуждении магнитных твисторных состояний V.M.Shilov, I.V.Molodtsova, S.I.Bastrukov On Electroexcitation of Magnetic Twist Modes	61
С.И.Федотов Рассеяние нерелятивистских тяжелых ионов S.I.Fedotov Scattering of Nonrelativistic Heavy Ions	65
С.И.Федотов Возбуждение дыхательной моды в столкновениях тяжелых ионов S.I.Fedotov Breathing Mode Excitation in Heavy Ion Collisions	71
М.Danziger New Results on the Description of the Etching Process in Polymers Irradiated with Heavy Ions and the Systematics of Pore Opening with the Help of the Model of Low-Energy Excitations М.Данцигер Новые результаты в описании процесса травления в полимерах, облученных тяжелыми ионами, и систематика вскрытия пор на основе модели низкоэнергетических возбуждений	78
Указатель статей к сборникам «Краткие сообщения ОИЯИ» 1(52)—6(57), 1992 JINR Rapid Communications 1(52)—6(57), 1992	87
Именной указатель к сборникам «Краткие сообщения ОИЯИ» 1(52)—6(57), 1992 Author Index, 1992	99

MAGNETIC MOMENTS OF BARYONS, G_A/G_V , AND THE QUARK CONFIGURATION STRUCTURE OF NUCLEONS

S.B.Gerasimov

The sum-rule-based analysis of new, precise FNAL data on hyperon magnetic moments results, in particular, in the ratio of the D - and F -type coupling constants of corresponding quark currents and baryons, which differs from the same ratio extracted from weak semileptonic decays of baryons. We consider this difference as due to a possible higher orbital configuration or exotic component admixture in baryon ground states. The amplitudes of different components of the nucleon wave function are estimated and further consequences of a general sum rule approach to baryon electroweak coupling constants are pointed out and discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Магнитные моменты барионов, G_A/G_V
и кварковая конфигурационная структура нуклонов

С.Б.Герасимов

Анализ новых прецизионных данных ФНАЛ для магнитных моментов гиперонов, выполненный на основе правил сумм, приводит к отношению констант связи F - и D -типа для соответствующих кварковых токов и барионов, которое отличается от того же отношения, определенного из данных по полупертонным распадам барионов. Мы интерпретируем это различие как обусловленное присутствием высших орбитальных кварковых конфигураций или примесью экзотической кварк-глюонной компоненты в основных состояниях барионов. Приводятся численные оценки амплитуд различных компонент в волновой функции нуклонов, а также отмечены и обсуждены дополнительные следствия применения общих правил сумм к описанию электрослабых констант связи барионов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

1. Introduction

The rapidly growing precision of measurements of the electroweak coupling constants, like magnetic moments or the G_A/G_V — ratios in baryon semi-leptonic decays, may be the basis of new, more subtle and detailed information on the internal structure of baryons. The problem for theory is

to suggest or elaborate reliable and accurate enough (i.e. adequate to the achieved experimental accuracy) tools to extract this information. In this report we consider some consequences from sum rules for the static, electroweak characteristics of baryons following from the theory of broken internal symmetries and common features of the hybrid quark models including relativistic effects and hadronic corrections due to the meson exchange currents. We choose the phenomenological sum rule techniques to obtain, at the price of a minimal number of the model-dependent assumptions, a more reliable, though not as much detailed information about the hadron properties in question.

2. The Summary of the Sum Rule Approach to $\mu(B)$

In Ref. [1,2], the following parametrization was introduced for magnetic moments $\mu(B)$ of baryons ($B = q_e^2 q_0$, $q_e = q_{\text{even}}$, $q_0 = q_{\text{odd}}$, $B = P, N, \Sigma, \Xi$):

$$\mu(B) = \mu(q_e) g_2 + \mu(q_0) g_1 + C(B) + \Delta, \quad (1)$$

$$\mu(\Lambda) = \mu(s) \left(\frac{2}{3} g_2 - \frac{1}{3} g_1 \right) + (\mu(u) + \mu(d)) \left(\frac{1}{6} g_2 + \frac{2}{3} g_1 \right) + \Delta, \quad (2)$$

$$\mu(\Lambda \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\mu(u) - \mu(d)) \left(\frac{1}{2} g_2 - g_1 \right) + C(\Lambda \Sigma), \quad (3)$$

$$\Delta = \sum_{q=u,d,s} \mu(q) \delta(N), \quad (4)$$

where $\mu(q)$ are the effective quark magnetic moments defined without any nonrelativistic approximations, $g_{2(1)}$ are «reduced» dimensionless coupling constants obeying exact $SU(3)$ -symmetry, $\delta(B)$ is a matrix element of the OZI-suppressed $\bar{q}q$ -configuration for a given hadron: $\delta(B) = \langle B | \bar{q}q | B \rangle$, where $q \notin \{q_e^2, q_0\}$, e.g., $\delta(N) = \langle N | \bar{s}s | N \rangle$, etc., $C(P) = -C(N)$ and $C(\Lambda \Sigma)$ are the isovector contributions of the charged-pion exchange current to $\mu(P)$, $\mu(N)$ and the $\Lambda \Sigma$ -transition moment $\mu(\Lambda \Sigma)$. Below, we shall use the particle and quark symbols for corresponding magnetic moments. Equations (1)–(4) lead to the following sum rules [1,2].

$$P + N + \Xi^0 + \Xi^- - 3\Lambda + \frac{1}{2}(\Sigma^+ + \Sigma^-) = 0, \quad (5)$$

$$(\Sigma^+ - \Sigma^-)(\Sigma^+ + \Sigma^- - P - N) - (\Xi^0 - \Xi^-)(\Xi^0 + \Xi^- - P - N) = 0, \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{D}{F + D} = \frac{g_2 - 2g_1}{2(g_2 - g_1)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Xi^0 - \Xi^-}{\Sigma^+ - \Sigma^- - \Xi^0 + \Xi^-} \right), \quad (7)$$

$$C(P) = \frac{1}{2} (C(P) - C(N)) = \frac{1}{2} (P - N + \Xi^0 - \Xi^- - \Sigma^+ + \Sigma^-), \quad (8)$$

$$C(\Lambda\Sigma) = \mu(\Lambda\Sigma) + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\Xi^0 - \Xi^- - \frac{1}{2}(\Sigma^+ - \Sigma^-) \right), \quad (9)$$

$$\frac{u-d}{u-s} = \frac{\Sigma^+ - \Sigma^- - \Xi^0 + \Xi^-}{\Sigma^+ - \Xi^0}, \quad (10)$$

$$\frac{u}{d} = \frac{\Sigma^+ (\Sigma^+ - \Sigma^-) - \Xi^0 (\Xi^0 - \Xi^-)}{\Sigma^- (\Sigma^+ - \Sigma^-) - \Xi^- (\Xi^0 - \Xi^-)}, \quad (11)$$

$$\frac{s}{d} = \frac{\Sigma^+ \Xi^- - \Sigma^- \Xi^0}{\Sigma^- (\Sigma^+ - \Sigma^-) - \Xi^- (\Xi^0 - \Xi^-)}, \quad (12)$$

$$\Delta^{++} = \frac{u}{s} \Omega^- = \frac{u}{d} \Delta^{--}. \quad (13)$$

Reserving the possibility of $g_i(N) \neq g_i(Y)$, $Y = \Lambda, \Sigma, \Xi$, due to a more prominent role of the pion degrees of freedom in the nucleon, and combining Eqs. (5)–(6), we propose also the following, probably, most general sum rule of this approach

$$\begin{aligned} & (\Sigma^+ - \Sigma^-) (\Sigma^+ + \Sigma^- - 6\Lambda + 2\Xi^0 + 2\Xi^-) - \\ & - (\Xi^0 - \Xi^-) (\Sigma^+ + \Sigma^- + 6\Lambda - 4\Xi^0 - 4\Xi^-) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

We note that Eqs. (11)–(13) are obtained only with $\delta(N) = 0$, according to the quark-line-rule. Now, we list some consequences of the obtained sum rules. By definition, the Λ -value entering into Eqs. (5) and (6) should be «refined» from the electromagnetic $\Lambda \Sigma^0$ -mixing affecting $\mu(\Lambda)_{\text{exp}}$. Hence, the numerical value of Λ , extracted from Eq. (14), can be used to determine the $\Lambda \Sigma^0$ -mixing angle through the relation

$$\sin \theta_{\Lambda \Sigma} \approx \theta_{\Lambda \Sigma} = \frac{\Lambda - \Lambda_{\text{exp}}}{2\mu(\Lambda \Sigma)} = (1.43 \pm 0.31) \cdot 10^{-2} \quad (15)$$

in accord with the independent estimate of $\theta_{\Lambda \Sigma}$ from the electromagnetic mass-splitting sum rule [3]. Equation (11) shows that owing to interaction of the u - and d -quarks with charged pions the «magnetic anomaly» is developing, i.e., $u/d = -1.80 \pm 0.02 \neq Q_u/Q_d = -2$. Evaluation of the lowest order quark-pion loop diagrams gives [2]: $u/d = (Q_u + \kappa_u)/(Q_d + \kappa_d) = -1.77$, where κ_q is the quark anomalous magnetic moment in natural units. The meson-baryon universality of the quark characteristics, Eqs. (10)–(12), suggested long ago [4], is confirmed by the calculation of the ratio of K^* radiative widths

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(K^{*+} \rightarrow K^+ \gamma)}{\Gamma(K^{*0} \rightarrow K^0 \gamma)} &= \left(\frac{u/d + s/d}{1 + s/d} \right)^2 = \\ &= 0.42 \pm 0.03 \text{ (vs } 0.44 \pm 0.06 \text{ [5])}. \end{aligned} \quad (16)$$

The experimentally interesting quantities $\mu(\Delta^+ P) = \mu(\Delta^0 N)$ and $\mu(\Sigma^{*0} \Lambda)$ are affected by the exchange current contributions and for their estimation we need additional assumptions. We use the analogy with the one-pion-exchange current, well known in nuclear physics, to assume for the exchange magnetic moment operator

$$\hat{\mu}_{\text{exch}} = \sum_{i < j} [\sigma_i \times \sigma_j]_3 [\tau_i \times \tau_j]_3 f(r_{ij}), \quad (17)$$

where $f(r_{ij})$ is an unspecified function of the interquark distances, σ_i (τ_i) are spin (isospin) operators of quarks. Calculating the matrix elements of

$\hat{\mu}_{exh}$ between the baryon wave functions, belonging to the 56-plet of $SU(6)$, one can find

$$C(P) = \frac{1}{\sqrt{2}} C(\Delta^+ P) = \sqrt{3} C(\Lambda \Sigma), \quad (18)$$

$$\mu(\Delta^+ P; \{56\}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(P - N + \frac{1}{3} (P + N) \frac{1 - u/d}{1 + u/d} \right). \quad (19)$$

We postpone further discussion and correction of Eq. (19) until our concluding section and will concentrate on confronting our $\alpha_m = 0.571 \pm 0.002$, following from Eq. (7), with corresponding values of α_{ax} from the baryon beta-decays. While evaluating Eq. (7) we used baryon magnetic moments from the PDG-tabulation [6] except $\mu(\Xi^-)$, from Ref. [7], and $\mu(\Sigma^+)_{exp} = -2.479 \pm 0.025$ n.m. from Ref. [8]. We choose the latest of two available values of $\mu(\Sigma^+)$, because it gives better agreement between α_m 's calculated from the hyperon and nucleon data.

3. The $SU(3)$ - and Broken- $SU(3)$ -Description of Baryon Semi-Leptonic Decays

The extraction of hyperon structure parameters from their semi-leptonic decays is not yet the fully settled and understood problem. Theoretically, one should take into account the recoil and other non-static effects arising owing to differences between the initial- and final-baryon wave functions and masses. Experimentally, the $\Sigma \rightarrow \Lambda e \nu$ - and $\Xi \rightarrow \Lambda e \nu$ -decay measurements are not still accurate enough. We shall take as our input data the results of Refs. [9,10]. It was shown that with both $\Delta S = 1$ and 0-transition (here S is the strangeness) taken for the analysis, α_{ax} (no $SU(3)$) = 0.635 ± 0.005 ($\chi^2/DF = 12.5/11$) if the use is only made of the recoil correction via the recipes of Ref. [11], while the mismatch effects of the strange- and non-strange-quark wave function are neglected. Taking into account only the $\Delta S = 0$ transitions one can obtain [9] $\alpha_{ax}(SU(3)) = 0.584 \pm 0.035$ and α_{ax} (no $SU(3)$) = 0.62 ± 0.040 with equal values of $\chi^2/DF = 0.07$. Therefore, we shall use the α_{ax} -values in the range $0.584 \div 0.635$.

4. The Electroweak α -Parameters and Quark Configuration Structure of the Nucleon

We consider the difference between α_m , Eq. (7), and the α_{ax} 's, given in Ref. [9,10], as originating from the higher $SU(6) \times O(3)$ three-quark configurations and/or the exotic $(3q + g)$ -admixture in the ground state wave function:

$$\begin{aligned} \Psi = & A_0 \Psi_0 (\{56\}_S, L_q = 0, S_q = 1/2) + A_1 \Psi_1 (\{70\}_M, L_q = 0, S_q = 1/2) + \\ & + A_2 \Psi_2 (\{70\}_M, L_q = 2, S_q = 3/2) + A_3 \Psi_3 (\{20\}_A, L_q = 1, S_q = 1/2) + \\ & + A_g \Psi_g (\{3q\}_{8c} + g_{8c}). \end{aligned} \quad (20)$$

The coefficients A_i and A_g satisfy the normalization condition

$$\sum_{i=0}^3 A_i^2 + A_g^2 = 1. \quad (21)$$

In Eq. (20), $L_q (S_q)$ is the quark orbital (spin) moment, and the index «8c» stands for the color-octet states. To specify different cases, we keep for the gluon angular momentum two simplest possibilities $J_g^P = 1^\pm$ which are the $M1$ - or $E1$ -gluon modes. Different components of the total wave function are built of the antisymmetrized products of the flavor (Φ), spin (χ) color (ω) and orbital/radial (Ψ) wave functions:

$$\Psi = \Phi \times \chi \times \omega \times \Psi(\rho, \lambda), \quad (22)$$

ρ and λ being the Jacobi coordinates of the 3-quark system. Of many considered possibilities for Ψ_g we present two examples, one for the $M1$ - and one for the $E1$ -gluon mode

$$\Psi_g^{M1} = \frac{1}{2} \left[(\Phi^\rho \omega^\rho - \Phi^\lambda \omega^\lambda) \chi^\lambda + (\Phi^\rho \omega^\rho + \Phi^\lambda \omega^\lambda) \chi^\rho \right] \Psi_{sym}, \quad (23)$$

$$\Psi_g^{E1} = \frac{1}{2} \left[(\Psi^\rho \chi^\rho + \Phi^\lambda \chi^\lambda) (\omega^\rho \Psi^\lambda - \omega^\lambda \Psi^\rho) \right], \quad (24)$$

where $\Psi_{sym} (L_\rho = L_\lambda = 0) = \Psi_0 (\rho^2 + \lambda^2)$, $\Psi^{\rho(\lambda)} (L_{\rho(\lambda)} = 1, L_{\rho(\lambda)} = 0) = \rho(\lambda) \cdot \Psi_1 (\rho^2 + \lambda^2)$, $\Psi_{0,1} (\rho^2 + \lambda^2)$ are unspecified radial wave functions, $\Phi^{\rho(\lambda)}$, $\omega^{\rho(\lambda)}$ etc., are familiar, octet-type wave functions (see, e.g., Ref. [12] and earlier citations therein). Then we find expectation values of the magnetic moment ($\hat{\mu}$) and axial charge (A) operators

$$\hat{\mu} = \sum_q \left[g_\sigma(q) \hat{\sigma}_3(q) + g_l(q) \hat{l}_3(q) \right], \quad (25)$$

$$\hat{A} = \sum_q g_{ax}(q) \hat{\sigma}_3(q), \quad (26)$$

and define g_i^m in Eq. (1) and the analogous g_i^{ax} , as function of $A_0, \dots, A_g$, g_σ , g_l and g_{ax} . Then we take the ratios α_m and α_{ax} ; from the latter the unknown (due to various renormalization effects) g_{ax} will be cancelled out. With the known values of α_m , α_{ax} and Eq. (21), we have 3 equations, so that we can only define A_0^2 , A_1^2 and A_2^2 as functions of A_3^2 and A_g^2 , chosen to be varied over some reasonable intervals, say, $0 \leq A_3^2, A_g^2 \leq 0.2$, or so. Below we reproduce the corresponding bounds on the other A 's, $|G_A/G_V|$ (calculated here by putting $g_{ax}(q) = 1$), and the corresponding bounds on the expectation values $\langle S_q \rangle$, $\langle L_q \rangle$ and $\langle S_g \rangle$ entering into the angular momentum sum rule

$$\frac{1}{2} = \langle J_{tot} \rangle = \langle S_q \rangle + \langle L_q \rangle + \langle S_g \rangle. \quad (27)$$

So, we take $\alpha_m = 0.571$, $\alpha_{ax} = 0.635(0.584)$ and Ψ_g^{E1} in Eq. (24) corresponding to the following spin-coupling-sequence: $\frac{1}{2}(J_{tot}) \rightarrow 1_g^- \times \frac{3}{2}(J_q) \rightarrow 1_g^- \times \frac{1}{2}(S_q) \times 1(L_q)$. The Ψ_g^{E1} , Eq. (24), was found to give the maximal absolute values of G_A/G_V . The Ψ_g^{M1} -function, Eq. (23), was considered earlier in Ref. [13], but there all higher orbital configurations were neglected. This wave function gives smaller values of G_A/G_V , especially for $\alpha_{ax} = 0.635$, therefore it looks less attractive. Putting, for the simplicity of

presentation, $A_3 = 0$ we get the following set of numerical values (those in parentheses correspond to $\alpha_{ax} = 0.584$):

A_g^2	A_0^2	A_1^2	A_2^2	G_A/G_V	$\langle S_q \rangle$	$\langle L_q \rangle$
0	0.56(0.74)	0.14(0.18)	0.30(0.075)	0.88(1.27)	0.203(0.42)	0.3(0.08)
0.2	0.52(0.72)	0.05(0.12)	0.22(0.005)	1.0(1.38)	0.23(0.46)	0.336(0.094)

The use of $A_3^2 = 0.2$ helps us to diminish A_1^2 but leaves A_2^2 as big as earlier, or even bigger, thus looking quite in attractive. The most popular value of $\alpha_{ax} = 0.635$ creates the problem of very big A_2^2 (the D -wave probability) and too small G_A/G_V , because inclusion of the renormalization effects will make it, most probably, even smaller. So, the careful re-examination of the hyperon beta-decay theory would be very desirable.

5. Discussion and Conclusion

Our most surprising and most stable result is that despite the validity of the celebrated $SU(6)$ -ratio $\mu(P)/\mu(N) = -3/2$, Ref. [14], the $SU(6)$ -symmetry is strongly broken, and the mean value of the 56-plet amplitude in the nucleon is considerably less than unity ($A_0^2(N) = 0.55$ to 0.73 , depending on the used α_{ax}). The large probability of the $\{70\}_M$, $L_q = 0$, configuration is matching favourably with the idea of diquarks inside nucleons. We have mentioned the apparent difficulty of the very large D -wave in nucleons connected with the use of $\alpha_{ax} = 0.635$ (the broken $SU(3)$ fit). With $\alpha_{ax} = 0.584$ and $A_g^2 \approx 0.2$ we come to acceptably small A_2^2 , but this option enforces us to acknowledge the existence of the dominant hybrid nucleon resonance with $J^P = 1/2^+$ at not-so-large mass. The obvious candidate is the Roper resonance (or resonances) around $M_R \approx 1450$ MeV. The careful investigation of this region in the photo- and electro-excitation experiments is very important. Now, what could be the dynamical origin of the discussed peculiarities? An interesting hint for the answer may come from the solution of the old problem, namely, the large deviation of $\mu(\Delta^+P)_{\text{exp}} = 3.0+3.3$ n.m. [15] from $\mu(\Delta^+P)_{SU(6)} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\mu(P)$. With the explicit expression of Eq. (19) in mind, we present $\mu(\Delta^+P)$ in the form

$$\mu(\Delta^+P) = \frac{A_0(\Delta)}{A_0(N)^2} \mu(\Delta^+P; \{56\}) + \delta\mu(\Delta^+P), \quad (28)$$

where $A_0(\Delta)$ and $A_0(N)$ are the 56 -plet amplitudes in the Δ_{33} -resonance and nucleon wave functions, $\delta\mu(\Delta^+P)$ is an unknown contribution due to the higher Δ - and N -orbital configuration. Now, with $A_0(\Delta) \rightarrow 1$ (hence, all other $A_i(\Delta) \rightarrow 0$ and $\delta\mu(\Delta^+P) \rightarrow 0$) and $A_0^2(N) \cong 0.6+0.7$ we remove easily the above-mentioned discrepancy. This situation is realized with the strong $SU(6)$ -breaking interactions which are effective in nucleons and weak in Δ 's. It is just the instanton-induced qq -interaction [16] which possesses the required properties. Of course, much remains to be done to elaborate and thoroughly check this intriguing possibility.

The author thanks Dr. E.L.Bratkovskaya for her invaluable help in preparing this report.

References

1. Gerasimov S.B. — JINR Preprint E2-88-122, Dubna, 1988; subm. to the 8-th Int. Conf. on the Problems of Quantum Field Theory, Alushta, USSR, October 10—16, 1987 (unpublished).
2. Gerasimov S.B. — JINR Preprint E2-89-837, Dubna, 1989.
3. Dalitz R.H., von Hippel F. — Phys. Lett., 1964, 10, p.153.
4. Gerasimov S.B. — Sov. J. Exp. Th. Phys., 1966, 50, p.1559.
5. Carlsmith D. et al. — Phys. Rev. Lett., 1986, 56, p.18.
6. Particle Data Group. — Phys. Lett., 1988, B204, p.24.
7. Duryea J. et al. — Phys. Rev. Lett., 1992, 68, p.768.
8. Wilkinson C. et al. — Phys. Rev. Lett., 1987, 58, p.855.
9. Ratcliffe P.G. — Phys. Lett., 1990, B242, p.271.
10. Roos M. — Phys. Lett., 1990, B246, p.179.
11. Donoghue J. et al. — Phys. Rev., 1987, D35, p.943.
12. Bhaduri R.K — Models of the Nucleon: From Quarks to Solition (Lecture Notes and Supplements in Physics, vol.22) Addison — Wesley Pub. Co., 1988, Ch.1.
13. Lipkin H.J. — Phys. Lett., 1990, B251, p.613.
14. Gürsey F., Radicati L. — Phys. Rev. Lett., 1964, 13, p.173; Beg M.A.B., Lee B., Pais A. — Phys. Rev. Lett., 1964, 13, p.514.
15. Dalitz R.H., Sutherland D.G. — Phys. Rev., 1966, 146, p.1180.
16. t'Hooft G. — Phys. Rev., 1976, D14, p.3433.

Received on November 17, 1992.

ONE MORE WEAK DECAY OF THE HEAVY, STABLE, $S = -2$, POSITIVELY CHARGED H^+ DIBARYON

B.A.Shahbazian, T.A.Volokhovskaya, V.N.Yemelienenko, A.S.Martynov

We have succeeded in observing one more event which is unambiguously interpreted as a weak two-body decay of the heavy, stable, $S = -2$, positively charged H^+ dibaryon. Its mass equal to $M_{H^+} = (2409.3 \pm 13.0) \text{ MeV}/c^2$ is in fair agreement with the masses of the three (two neutral and one positive) heavy stable dibaryons, (2408.9 ± 11.2) , (2384.9 ± 31.0) and $(2377.5 \pm 9.5) \text{ MeV}/c^2$, recently found.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Еще один случай слабого распада тяжелого стабильного положительно заряженного H^+ -дибариона со странностью $S = -2$

Б.А.Шахбазян и др.

Нам удалось наблюдать еще одно событие, однозначно интерпретируемое как слабый двухчастичный распад тяжелого стабильного положительно заряженного дибариона со странностью $S = -2$. Масса его, равная $(2409,3 \pm 13,0) \text{ МэВ}/c^2$, удовлетворительно согласуется с массами трех (двух нейтральных и одного положительного) тяжелых стабильных дибарионов, $(2408,9 \pm 11,2)$, $(2384,9 \pm 31,0)$ и $(2377,5 \pm 9,5) \text{ МэВ}/c^2$, найденных недавно.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

On the photographs of the JINR 2m propane bubble chamber, exposed to the 10 GeV/c proton beam of the Synchrophasotron, systematic search for the heavy, stable, $S = -2$, positively charged dibaryon has been undertaken via its two- and three-body weak decay modes $H^+ \rightarrow p + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$, and $H^+ \rightarrow p + \pi^0 + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. For this purpose the statistical sample of the so-called one-positive-prong secondary events has been used. In these events the Λ -hyperons point to the vertices of one-positive-prong stars created by positive particles, emitted from the parent interactions of primary 10 GeV/c protons in propane.

Recently we have succeeded in observing a weak three-body decay of a very slow, $p_{H^+} = (50.6 \pm 40.0) \text{ MeV}/c^2$, heavy, stable, $S = -2$, positively

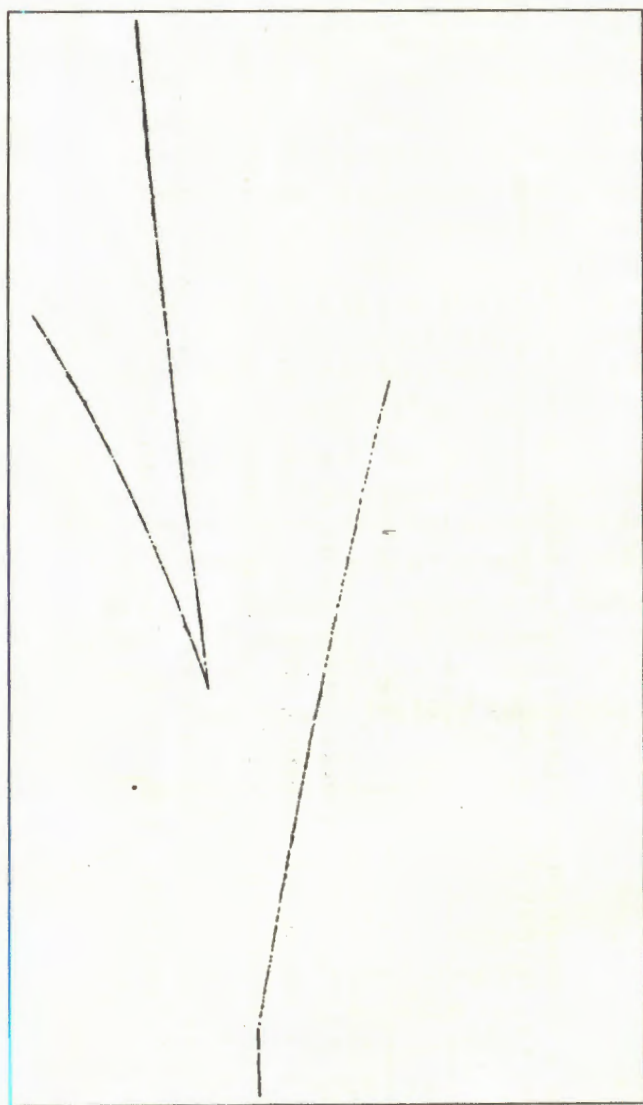
charged dibaryon, $H^+ \rightarrow p + \pi^0 + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$, of a mass $M_{H^+} = (2377.5 \pm 9.5) \text{ MeV}/c^2$ [1] which within the limits of errors coincides with the masses of the two neutral, heavy, stable, $S = -2$ dibaryons $M_H = (2408.9 \pm 11.2)$ and $(2384.9 \pm 31.0) \text{ MeV}/c^2$ observed earlier [2,3]. The statistical sample of one-positive-prong secondaries contains no more similar slow or even nearly stopping candidates for the H^+ . Each event of this sample has been tried for the weak decay hypotheses $H^+ \rightarrow p + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ and $H^+ \rightarrow p + \pi^0 + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. If neither of these hypotheses fitted the event, it was rejected. If either of them or both hypotheses fitted the event, the hypotheses on possible imitating reactions (Table 1) have been tried. All known [4] Λ^- , Σ^0 -baryons ($\equiv Y, X^0$), strange K^0 , K^{0*} and nonstrange π^0, M^0 mesons, 43, 24 and 73 in numbers, respectively, were supposed to decay via neutral decay modes and their masses were used in fitting procedures. Note, that the reactions 3,5,7,9,12 simultaneously imitate the channels of the Λ, K^0 associated production as well as the $\Sigma^+ \Lambda$ conversion processes accompanied by multiple pion production. The multiplicities of pions and their momenta are defined by the differences of $M_{Y^0} - M_\Lambda$, $M_{K^{0*}} - M_{K^0}$, $M_{M^0} - M_{\pi^0}$ masses. All events of the last sample (except the event found on the 1st of August 1992, which is

Table 1. Possible imitating reactions. $M(2n)=2Mn$

1. $\pi^+ + n \rightarrow K^+ + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
2. $K^+ + \pi^0 + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
3. $K^+ + Y^0, Y^0 \rightarrow \pi^0 + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
4. $K^+ + \Sigma^0, \Sigma^0 \rightarrow \gamma + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
5. $K^+ + X^0, X^0 \rightarrow \gamma + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
6. $K^+ + n \rightarrow K^+ + K^0 + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
7. $K^+ + K^{0*} + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
8. $p + n \rightarrow p + K^0 + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
9. $p + K^0 + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
10. $\Sigma^+ + n \rightarrow p + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
11. $p + \pi^0 + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
12. $p + M^0 + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$
13. $\Sigma^+ + (2n) \rightarrow p + n + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$

Table 2. The measured (M) and the (2V—5C) best-fit parameters (F) for the reaction sequence
 $H^+ \rightarrow p + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$; M_H^+ (MeV/c²), p_i (MeV/c) tangents of dip angles α_i and azimuthal angles β_i (radians), C.L. in %

Weak Decays	P_i		$\tan \alpha_i$		β_i	
	M	F	M	F	M	F
$H^+ \rightarrow p + \Lambda$	p 2262.6±88.4	2266.7±82.6	0.10008±0.00266	0.09978±0.00295	1.42858±0.00172	1.42851±0.00169
	Λ —	4664.9±114.5	-0.03237±0.00443	-0.02701±0.00159	1.75743±0.00065	1.75705±0.00061
$\Lambda \rightarrow p + \pi^-$	p 4517.5±264.6	4189.6±95.0	-0.02472±0.00164	-0.02555±0.00155	1.73572±0.00116	1.73727±0.00085
	π^- 441.1±33.4	483.3±31.3	-0.03676±0.00836	-0.03922±0.00820	1.92989±0.00581	1.92942±0.00471
H^+ -dibaryon	—	6837.6±144.8	0.00046±0.01161	0.01449±0.00186	1.64731±0.00756	1.65040±0.00320
$M_H^+ = 2409.3 \pm 13.0$	$\chi^2(2V-5C) = 7.81$		C.L. = 16.72		$T > 0.473 \cdot 10^{-10} s$	



The two-body weak decay of the second fast, heavy stable, positively charged dibaryon, $H^+ \rightarrow p + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$

analysed in detail below) were successfully fitted at least by one of the 1—13 trivial hypotheses listed in Table 1 as well and by this reason had been rejected. The ionization measurements always confirmed these negative decisions. Indeed, the best-fit masses of these fake dibaryons were

very large (up to 5000 MeV/c²) at rather moderate momenta. This circumstance ensured small velocities and large expected relative ionizations of the H^+ , up to 7.8, contrary to the measured ones.

Thus of all the sample of one-positive-prong secondaries only one event was successfully fitted only by the H^+ weak decay hypothesis, $H^+ \rightarrow p + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ (see the Figure). Both the three-body weak decay hypothesis, $H^+ \rightarrow p + \pi^0 + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ and the hypotheses 1—13 of Table I failed to fit this event. The relative ionization of the H^+ estimated on its short track meets well the expected one, 1.52 ± 0.14 . Note, that the (1V—1C) weak decay hypotheses $Y^0 \rightarrow \pi^0 + \Lambda$, $\Sigma^0 \rightarrow \gamma + \Lambda$ and $X^0 \rightarrow \gamma + \Lambda$ failed to fit the event. Therefore there was no reason to use them in the reactions 6—13. The results of the (2V — 5C) kinematical fit are shown in Table 2.

Unfortunately the vertex of the parent primary interaction is not seen on the frame (see the Figure). Therefore it was impossible to estimate the full time of flight of the H^+ before its weak decay, $T > 4.7 \cdot 10^{-11}$ s. By the same reason we were deprived of possible attempts to perform exclusive multivertex kinematical analysis. The formally estimated effective cross section for the production of the H^+ dibaryons via two-body weak decay mode $H^+ \rightarrow p + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ in $p^{12}\text{C}$ collisions at 10 GeV/c is 100 nb.

The average mass over two measurements of the neutral heavy stable dibaryon is $\langle M_H \rangle = 2396.9 \text{ MeV}/c^2$ with standard deviation $S = 17.0 \text{ MeV}/c^2$ and the dispersion of the average $\sigma = 12.0 \text{ MeV}/c^2$. For its positively charged component one has $\langle M_{H^+} \rangle = 2393.4$, $S = 22.4$ and $\sigma = 15.9 \text{ MeV}/c^2$.

Both $\langle M_H \rangle$ and $\langle M_{H^+} \rangle$ are rather close to the stable dibaryon mass value $\approx 2370 \text{ MeV}/c^2$ predicted by the soliton Skyrme-like model [5,6,7]. We have not succeeded in finding candidates for the negatively charged heavy stable dibaryons weakly decaying via $H^- \rightarrow \pi^- + n + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ or $H^- \rightarrow p + \pi^- + \pi^- + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ modes. In order to establish whether such a charge asymmetry is significant, one needs for larger statistics. Further we intend to search for the charged heavy dibaryons via weak decay modes $H^+ \rightarrow p + \pi^+ + \pi^- + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$; $H^+ \rightarrow p + p + K^-$, $K^- \rightarrow \mu^- + \gamma$, or $\pi^- + \pi^0$; $H^- \rightarrow \pi^- + n + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$, $H^- \rightarrow p + \pi^- + \Lambda$, $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ as well as the light and heavy neutral dibaryons via weak decay modes $H(H^0) \rightarrow p + \Sigma^-$, $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ and

$H(H^0) \rightarrow p + \pi^- + \Lambda, \Lambda \rightarrow p + \pi^-$. Of all H^0 weak decay modes considered above and in [1,2,3] the simplest topology belongs to the $H^+ \rightarrow p + p + K^-$ mode. Therefore it seems to be best suited for a counter experiment with live target. Note, that within the limits of errors, $M_{H^+} \approx 2M_p + M_{K^-}$. Then the proton and K^- laboratory momenta are $p_p \approx M_p(\beta\gamma)_{H^+}$ and $p_{K^-} \approx M_{K^-}(\beta\gamma)_{H^+}$. The weak decay via this mode would look out as a narrow trident with the radii of curvature in a magnetic field $R_{K^-}/R_p \approx M_{K^-}/m_p$. The large difference of masses of the K^- , p and H^+ , $M_{K^-}/M_p = 1.90$, $M_{H^+}/M_p = 2.55$ and $M_{H^+}/M_{K^-} = 4.85$ enables one to use for their identification the Cherenkov counter and TOF techniques. But even in this case for an unambiguous identification of the H^+ one needs for either 1V—3C or 2V—4C kinematical analysis, depending on coordinates of the K^- weak decay vertex.

Authors are indebted to A.M.Baldin for his support of this work.

References

1. Shahbazian B.A. et al. — JINR Rapid Commun., № 5[56]-92, Dubna, 1992, p.57; Talk given at XI Int. Seminar on H.E.Ph.Problems, 7-12 September 1992, Dubna, Russia, in press; Phys. Lett. B (to be published).
2. Shahbazian B.A. et al. — JINR Rapid Commun., № 3[54]-92, Dubna, 1992, p.38; Talk given at XI Int. Seminar on H.E.Ph.Problems, 7-12 September 1992, Dubna, Russia, in press; Proc. Int. Conf. "Hadron'91" edited by S.Oneda and D.C.Peaslee, University of Maryland Park Colledge, 12-16 August 1991, p.740; Phys. Lett. B (to be published).
3. Shahbazian B.A. et al. — JINR Rapid Commun., № 3[54]-92, Dubna, 1992, p.51; Talk given at XI Int. Seminar on H.E.Ph. Problems, 7-12 September 1992, Dubna, Russia, in press; Phys. Lett. B (to be published).
4. Physical Review D, v.45, № 11, Part II, Review of Particle Properties.
5. Dover C.B. — Nuovo Cim., 1989, 102A, p.521.
6. Callan C.G., Klebanov I. — Nucl. Phys., 1985, B 262, p.365.
7. Kunz J., Mulders P.J.D. — Phys. Lett., 1988, B 215, p.449.

Received on December 7, 1992.

STUDY OF CHARGED MULTIPLICITY IN CUMULATIVE PION PRODUCTION

S.V.Afanasiev, V.A.Arefiev, Yu.S.Anisimov, V.V.Arhipov,
O.V.Egorov, A.F.Elishev, V.I.Ilyushchenko, A.Yu.Isupov,
L.K.Ivanova, A.N.Khrenov, V.I.Kolesnikov, V.A.Kuznetsov,
A.G.Litvinenko, A.I.Malakhov, P.K.Maniakov, G.L.Melkumov,
I.I.Migulina, T.M.Mironova, A.S.Nikiforov, V.G.Perevozchikov,
V.I.Prokhorov, S.G.Reznikov, A.Yu.Semenov, V.A.Smirnov,
A.Yu.Titov, D.V.Uralsky, P.I.Zarubin

Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, P.O.Box 79,
Head Post Office, Moscow, Russia

V.K.Bondarev
St.Petersburg University, Russia

A.Cîmpean, M.Pentia, M.Sandu
Bucharest Institute for Physics and Nuclear Engineering, Romania

N.Ghiordanescu
Bucharest University, Romania

V.E.Kovtun
Kharkov University, Ukraine

P.Kozma, M.Šumbera
Institute of Nuclear Physics, Řež near Prague, ČSFR

W.Ołejniczak
Łódź University, Poland

B.Słowiński
Warsaw University of Technology, Poland

Yu.I.Titov
Kharkov Institute of Physics and Technology, Ukraine

The power value of the A -dependence of the cross section for $4.5 \cdot A$ GeV/c deuteron fragmentation into cumulative pions has been measured on carbon, aluminium, copper and lead nuclei for cumulative numbers within $0.8 - 1.2$. The mean value is equal to 0.27 ± 0.09 in this interval.

The target atomic weight dependence significantly differs from the volume type dependence on the atomic weight of fragmenting nucleus. A multiplicity of a target nucleus fragmentation points on a peripheral character of the process.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Изучение зарядовой множественности при рождении кумулятивных пионов

Афанасьев С.В. и др.

Измерен показатель степени A -зависимости сечения фрагментации дейтронов с импульсом $4,5 \cdot A$ ГэВ/с в кумулятивные пионы на ядрах углерода, алюминия, меди и свинца для кумулятивных чисел в пределах $0,8 - 1,2$. Средняя величина для этого интервала равна $0,27 \pm 0,09$. Эта зависимость от атомного веса мишени существенно отличается от зависимости объемного типа, характерной для фрагментирующего ядра. Множественность указывает на периферический характер изучаемого процесса.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

1. Introduction

Observation of relativistic deuteron fragmentation into cumulative pions, i.e., pions produced in a region kinematically forbidden for nucleon-nucleon collisions, initiated detailed studies of the secondary particle spectra over a wide range of fragmenting nuclei [1,2]. The measurements were performed in a target nucleus fragmentation region. An experiment with a cumulative particle produced in the projectile fragmentation region could enable us to study correlated phenomena in target nucleus. The dependence of the projectile nucleus fragmentation cross section on the atomic weight of the target nucleus gives one a possibility of studying an interaction between a cumulative particle and a target nucleus.

The A -dependence is usually described by a power law parameterization, A^α . The parameter α , as a function of the cumulative number, is useful for an understanding of mechanism of cumulative pion production and verification of the so-called «cold» and «hot» models of cumulative production. On the other hand, its value is important for experimental design purposes.

Let us define a kinematical region for cumulative production. The minimum fractions of the 4-momenta per nucleon of colliding nuclei, X_1 and X_{II} , satisfying the energy-momentum conservation law for particle production with a given momentum and mass is expressed by the following relativistic invariant equation for a squared minimum 4-momentum of reaction recoil [4]:

$$(X_I P_I + X_{II} P_{II} - P_1)^2 = (X_I m_0 + X_{II} m_0 + m_2)^2,$$

where P_I and P_{II} are the 4-momenta of colliding nuclei per nucleon; P_1 , the 4-momentum of produced particle; m_0 , nucleon mass; m_2 , the mass of additional particles needed to satisfy quantum number conservation laws. Putting $X_{II} = 1$ for the target nucleus, one can derive an expression for X_I (projectile nucleus) with mass corrections taken into account [3,4] (for pions $m_2 = 0$):

$$X_I = \frac{(P_{II} P_I) + m_0 m_2 + (m_2^2 - m_1^2)/2}{(P_I P_{II}) - m_0^2 - (P_I P_1) - m_0 m_2}.$$

We begin to study target dependence of 4.5 GeV/c per nucleon deuteron fragmentation into straightforward produced pions beyond kinematical limit of nucleon-nucleon collisions in a projectile nucleus fragmentation region which corresponds to $X_I > 1$ or longitudinal momentum $P_z > 3$ GeV/c. It corresponds to a situation when more than one nucleon transfers its energy to a pion.

2. Experiment Description

The measurements were taken on a 4.5-A GeV/c deuteron beam with an intensity of 10^6 per cycle on Dubna Synchrophasotron. The magnetic spectrometer includes (see fig.1):

- a primary beam monitoring telescope consisting of three scintillation counters;
- a changeable target placed at 700 cm in front of the magnet center;
- a two-layer cylindrical scintillation hodoscope intended for a total and hard charged multiplicity tagging in an azimuthal angle from 20° to 90° ;
- a dipole frame type magnet with a 68 cm gap; the poles are 100 cm wide and 150 cm long; the maximum field in the magnet center is 0.82 T;
- a high-pressure gas threshold Cherenkov counter;
- two 16×16 cm² hodoscopes; each hodoscope consists of two planes containing 16 counters $160 \times 9 \times 3$ mm³ in size;
- four three-coordinate hodoscopes with an area of 1 m².

The angular acceptance of the setup is about 10^{-4} sr and the momentum acceptance extends from 2.5 to 6 GeV/c.

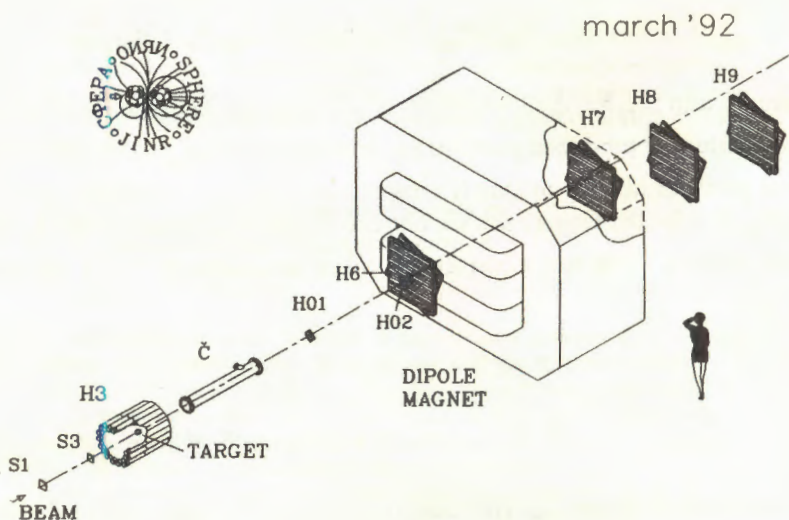


Fig.1. Spectrometer layout

About 19000 triggers were recorded on carbon, aluminium, copper, lead and empty targets during a 20h run. Each target was exposed to a total flux of $\approx 1 - 2 \cdot 10^9$ deuterons. The thickness of each target was about 5 g/cm^2 .

3. Data Analysis and Conclusions

Cross-sections per nucleon of target nuclei are shown in fig.2. In assumption of the $A^{\alpha-1}$ dependence the mean value of a parameter for the interval $0.8 < X_f < 1.2$ is found to be equal to:

$$\alpha = 0.27 \pm 0.09.$$

The obtained value seems to indicate a peripheral character of the interaction between a target nucleus and a deuteron fragmenting into a cumulative pion [5]. Formerly similar conclusions were drawn by the Berkeley group [6] for a fragmentation of light relativistic nuclei into pions — a power value of 0.4 was obtained for α -particles. For a lead to carbon ratio of cross sections (fig.3) we observe a weak X -dependence which is in a correspondence with a limiting fragmentation picture of a cumulative production. Charged multiplicity distributions are shown in fig.4. The mean values as well as fractions of hard component ($P_T > 600 \text{ MeV/c}$) show a weak dependence on an atomic weight of a fragmenting nucleus.

The cumulative pion production and correlated phenomena should be studied in more detail since the spectra of cumulative pions are considered to be a manifestation of a quark-parton structure function of nucleus [4]. From this point of view our approach permits «tagging» of cumulative production and opens up possibility of studying details of the hadronization processes in correlation measurements. Besides, it appears to be particularly interesting to study nuclear collisions in a region where both X are essential. For instance, highly inelastic collision could lead to a dramatic change of a power of the A -dependence. In this case a cumulative particle tag a process of collision of high momentum components in both nuclei or fluctuations of nuclear density.

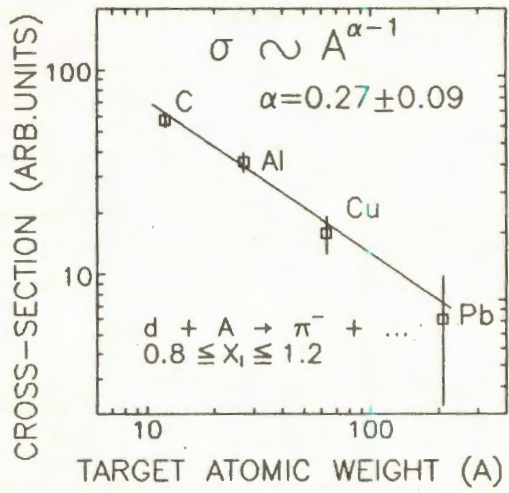


Fig.2. A -dependence of the cross section per nucleon of a target nucleus

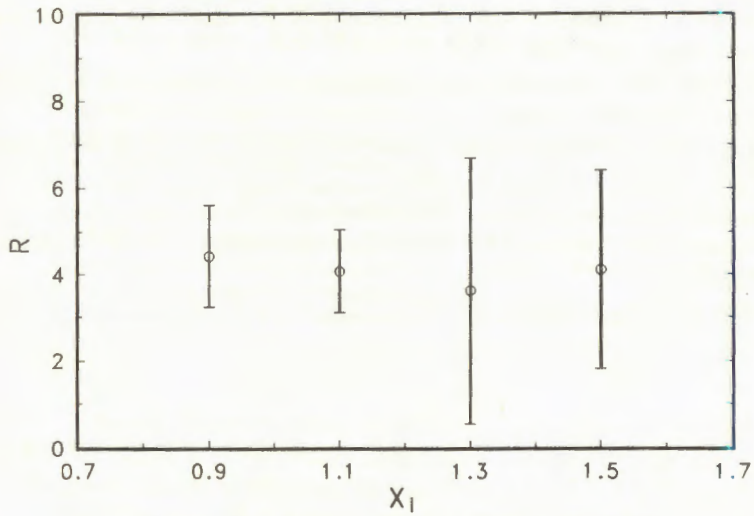


Fig.3. Lead to carbon ratio (R) vs a cumulative number (X_1)

$$d(8.9 \text{ GeV}/c) + A \rightarrow \pi^- (0^\circ, 0.8 < X_1 < 1.2) + X$$

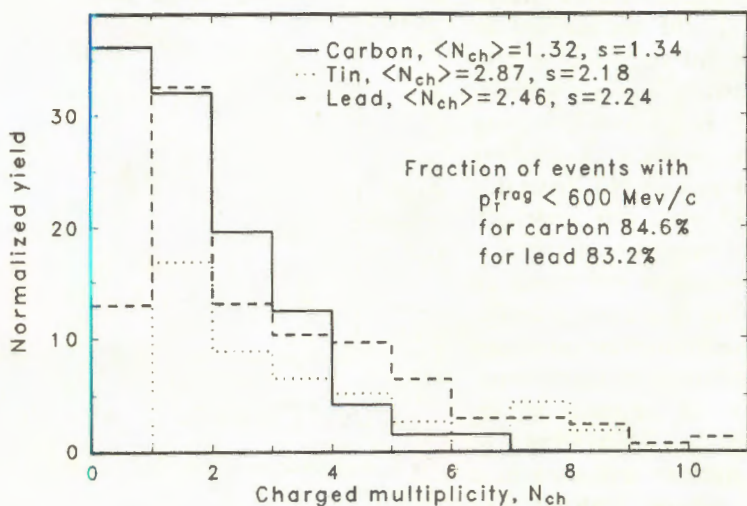


Fig.4. Charged multiplicity distributions for a deuteron fragmentation on carbon, tin and lead nuclei

References

1. Baldin A.M., Ghiordanescu N., Zubarev V.N., Ivanova L.K., Moroz N.S., Povtoreiko A.A., Radomanov V.B., Stavinsky V.S. — Sov. J. Nucl. Phys., 1975, 20, p.629.
2. Gavristhuk O.P., Belyaev I.M., Peresedov V.F., Zolin L.S. — Nucl. Phys., 1991, A523, p.589.
3. Baldin A.M. — Prog. in Particle and Nucl. Phys., Ed. by D.Wilkinson, Pergamon Press, 1980, vol.4, p.95.
4. Baldin A.M. — Nucl. Phys., 1985, A434, 695c-704c.
5. Afanasiev S.V. et al. — JINR Rapid Communications, 5-1991, Dubna, 1991, p.5.
6. Moeller E. et al. - Phys. Rev., 1983, C28, n.3, p.1246.

Received on October 22, 1992.

SCALE VARIABLE FOR DESCRIPTION OF CUMULATIVE PARTICLE PRODUCTION IN NUCLEUS-NUCLEUS COLLISIONS

A.G.Litvinenko, A.I.Malakhov, P.I.Zarubin

A phenomenological approach is proposed to describe a cumulative particle production in nucleus-nucleus collisions. It is founded on a unification of a relativistic invariant scale variable (cumulative number) and takes into account fluctons (a high momentum components) in both colliding nuclei. Inclusive spectra of cumulative particles are shown to be fitted by a single exponential function. A slope parameter of exponent tends to a constant value as initial energy of a collision increases. This approach makes possible a prediction of absolute values of cross section in a twice cumulative region where a contribution of both fluctons is essential.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Масштабная переменная для описания
кумулятивного рождения частиц
в ядро-ядерных столкновениях

А.Г.Литвиненко, А.И.Малахов, П.И.Зарубин

Предложен феноменологический подход к описанию кумулятивного рождения в ядро-ядерных столкновениях. Этот подход базируется на расширении понятия масштабной переменной (кумулятивного числа) с учетом наличия флуктонов (высокоимпульсной компоненты) в обоих сталкивающихся ядрах. Показано, что при таком подходе инклюзивные спектры описываются экспонентой с наклоном, который с ростом энергии сталкивающихся ядер стремится к постоянной величине. Предсказана величина инклюзивного сечения для столкновений, когда существенны флуктоны в обоих ядрах (двойной кумулятив).

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

A relativistic invariant scale variable $X_{I(1)}$ introduced by A.M.Baldin and V.S.Stavinsky [1,2] is widely used for an analysis of experimental data on a fragmentation of nuclei (see, for example, [3,4,5,6,7]). It is considered as a minimal fraction of 4-momentum of a fragmenting nucleus needed to obey the 4-momentum conservation law for a production of a particle with a

given momentum and mass in a proton-nucleus collision. Inclusive invariant cross sections vs X can be presented in the following parametrization:

$$E \frac{d\sigma}{dp} = C_I(\theta) \exp(-X_I/\bar{X}_I), \quad (1)$$

where $C_I(\theta)$ is an angle and particle type depending constant; E , beam energy per nucleon; X_I , cumulative number; $\bar{X}_I$, a slope parameter (for example, see fig.1). The slope parameter has the same value for different type secondary particles and weakly depends on a collision energy starting from 3—4 GeV/nucleon. Values of X greater than 1 correspond to a cumulative production. As in the case of a cumulative number, a generalized scale variable can be derived from the expression for the 4-momentum conservation law

$$x_I P_I + x_{II} P_{II} = P_I + P_R, \quad (2)$$

where P_I and P_{II} are 4-momenta per nucleon of colliding nuclei; x_I and x_{II} are dimensionless fractions of the 4-momenta; P_I , a 4-momentum of an inclusively studied particle; P_R , a total 4-momentum of recoiled particles; a region of allowed values of both X is defined by the following expression

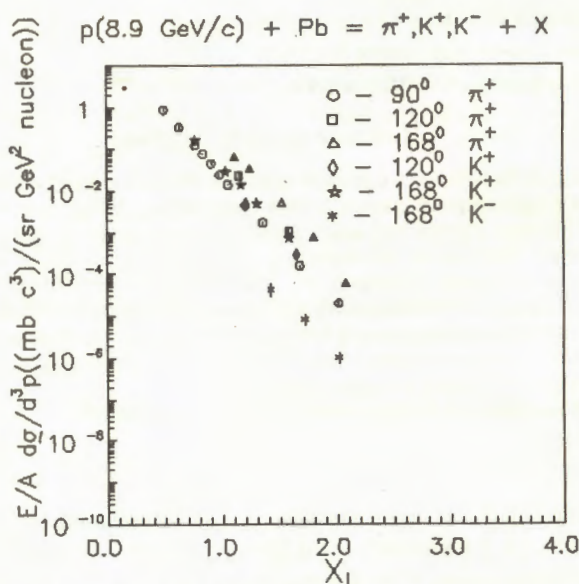


Fig. 1. Invariant differential cross section as a function of scale variable [3]

$$P_R^2 \geq (x_I m_n + x_{II} m_n + m_2)^2. \quad (3)$$

It leads to the limitation

$$x_I \geq x_I(x_{II}) = \frac{x_{II} A + D}{x_{II} C - B}. \quad (4)$$

The following designations are introduced

$$A = (P_{II} P_I) + m_n m_2, \quad (5)$$

$$B = (P_I P_I) + m_n m_2, \quad (6)$$

$$C = (P_{II} P_I) + m_n m_2, \quad (7)$$

$$D = (m_2^2 + m_1^2) / 2, \quad (8)$$

where m_n is a nucleon mass; m_1 , a produced particle mass; m_2 , an additional particle mass needed to satisfy the quantum numbers conservation laws in a studied reaction. For proton production m_2 is equal to a proton mass taken with a negative sign, for pion — $m_2 = 0$, for K^- — a kaon mass, etc. A dependence of one cumulative number vs another is shown in fig 2. It should be

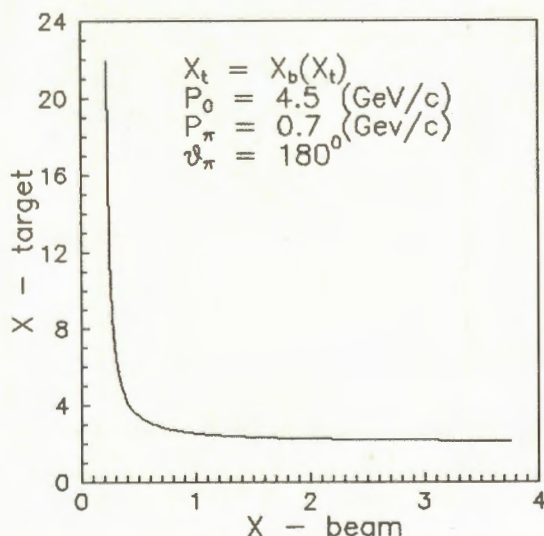


Fig.2. A dependence of one cumulative number vs another

stressed these variables are very convenient for an analysis of subthreshold reactions.

Let us suppose that a probability to find a configuration in a nucleus with a fraction of a 4-momentum x is dropping exponentially with slope parameter $\bar{X}_S$

$$W(x) dx \sim \exp(-x / \bar{X}_S). \quad (9)$$

In this case one can draw an expression for an invariant cross section

$$\begin{aligned} E \frac{d\sigma}{dp} &\sim \int_{x_I^{\min}}^{A_I} dx_I \int_{x_{II}(x_I)}^{A_{II}} dx_{II} \exp(-x_I / \bar{X}_S) \exp(-x_{II} / \bar{X}_S) = \\ &= \int_{x_I^{\min}}^{A_I} dx_I \exp(-(x_I + x_{II}(x_I) / \bar{X}_S)). \end{aligned} \quad (10)$$

Due to the rapid drop of the integrated function, a value of the integral is proportional to a value of the integrated function in a point of a maximum. Taking into account this circumstance we obtain from expression (10)

$$E \frac{d\sigma}{dp} = C_S(\theta) \exp(-X_S / \bar{X}_S). \quad (11)$$

Demanding a minimum of the exponent argument in (10) we derive a generalized scale variable X_S

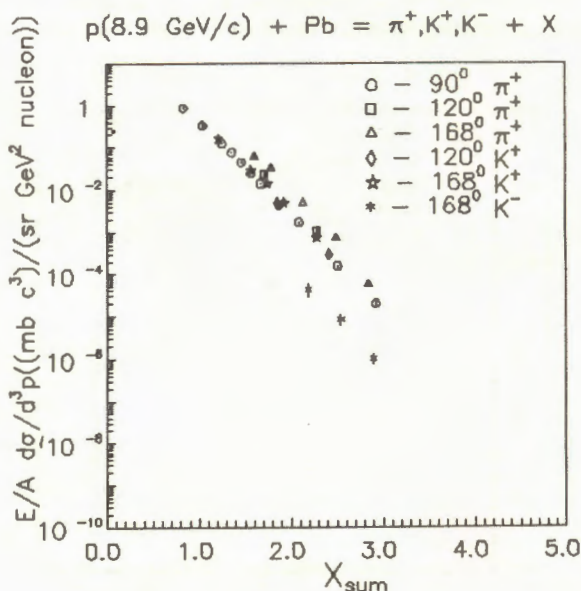


Fig.3. Invariant differential cross section as a function of generalized scale variable [3]

$$\frac{d}{dx_I}(x_I^* + x_{II}(x_I^*)) = 0, \quad (12)$$

$$X_I^S = x_I^* = \frac{A + \sqrt{(AB + CD)}}{C}, \quad (13)$$

$$X_{II}^S = x_{II}^* = \frac{B + \sqrt{(AB + CD)}}{C}, \quad (14)$$

$$X_S = x_I^S + X_{II}^S. \quad (15)$$

Figure 3 shows the same experimental data as in fig.1 vs X_S . Comparing these figures one can conclude that the X_S exponent fits a data not worse than a cumulative number exponent, but the C coefficient is more weakly dependent on a production angle in the case of a generalized scale variable.

The data on a cumulative pion production at angle near 160° measured with a variation of a collision energy are presented in fig.4. It can be seen the slope parameter ceases changing at an energy about 30 GeV (fig.5). Besides, we are used to analyze data on a pion production in a kinematical region forbidden for a free nucleon collision at a collision energy of 2 GeV [8, 9]. An accuracy of description of the data in an interval with a 6 order of magnitude drop of a cross section is about 40 — 50%.

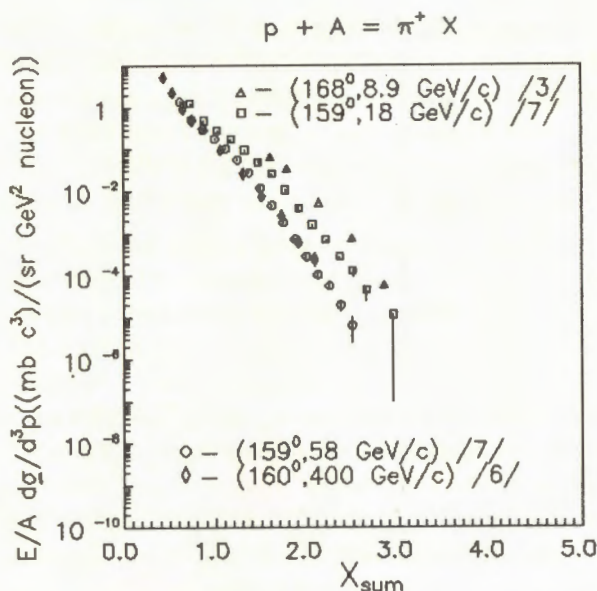


Fig.4. Pion cross section vs generalized scale variable and collision energy

$$\frac{d}{dx_I}(x_I^* + x_{II}(x_I^*)) = 0, \quad (12)$$

$$X_I^S = x_I^* = \frac{A + \sqrt{(AB + CD)}}{C}, \quad (13)$$

$$X_{II}^S = x_{II}^* = \frac{B + \sqrt{(AB + CD)}}{C}, \quad (14)$$

$$X_S = x_I^S + x_{II}^S. \quad (15)$$

Figure 3 shows the same experimental data as in fig.1 vs X_S . Comparing these figures one can conclude that the X_S exponent fits a data not worse than a cumulative number exponent, but the C coefficient is more weakly dependent on a production angle in the case of a generalized scale variable.

The data on a cumulative pion production at angle near 160° measured with a variation of a collision energy are presented in fig.4. It can be seen the slope parameter ceases changing at an energy about 30 GeV (fig.5). Besides, we are used to analyze data on a pion production in a kinematical region forbidden for a free nucleon collision at a collision energy of 2 GeV [8, 9]. An accuracy of description of the data in an interval with a 6 order of magnitude drop of a cross section is about 40 — 50%.

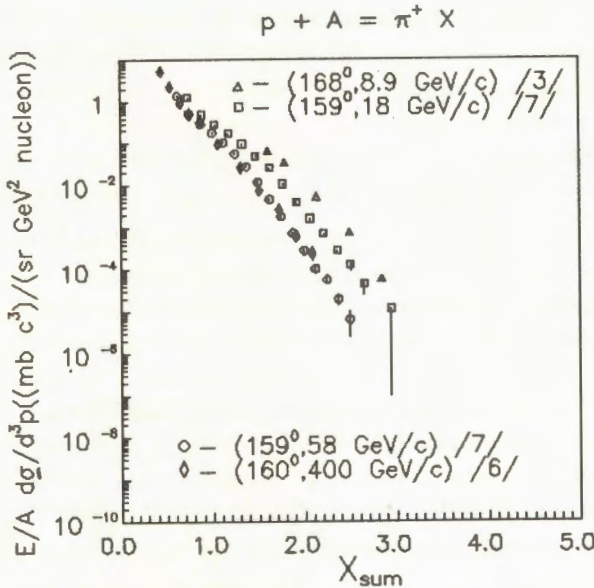


Fig.4. Pion cross section vs generalized scale variable and collision energy

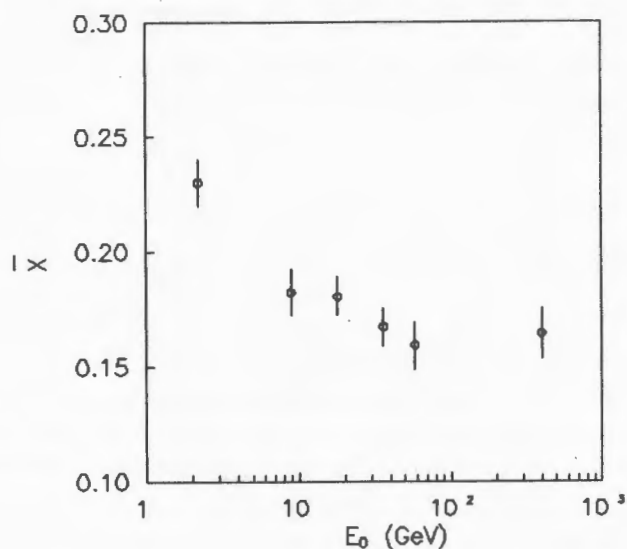


Fig.5. Slope parameter ($\bar{X}_s$) as a function of collision energy

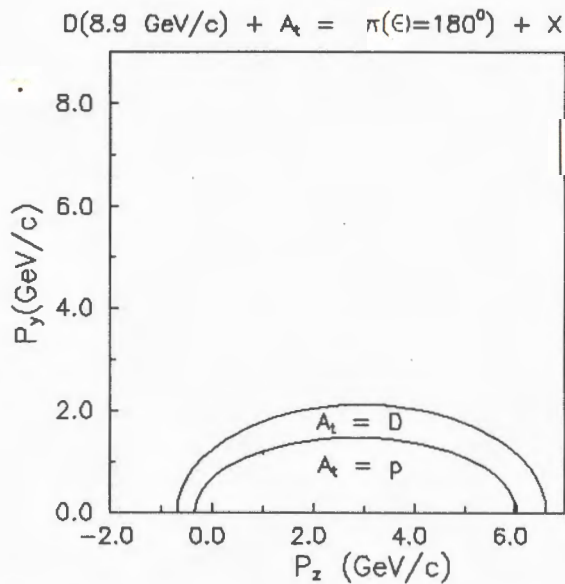


Fig.6. Kinematical region of pion production in DP and DD collisions

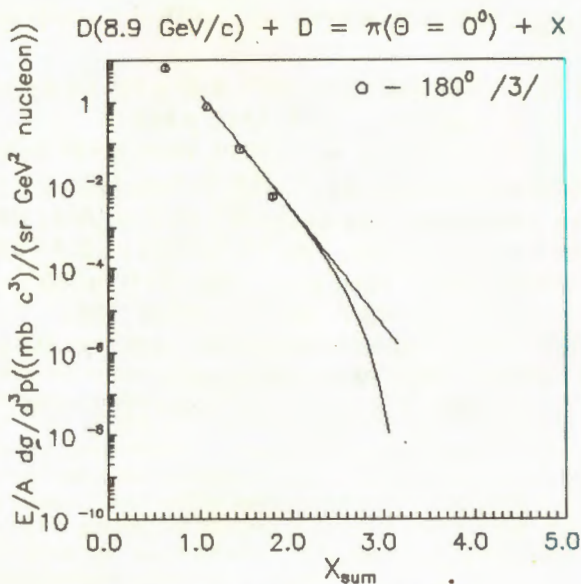


Fig.7. Pion cross section for DD collision

The parameterization (9) makes possible to predict a value of a cross section where a cumulative number dependence is inapplicable. To illustrate let us consider a deuteron fragmentation into a pion on a proton and on a deuteron (or more heavy nucleus). Corresponding kinematical ellipses of reactions are presented in fig.6. Flucton-flucton collisions may contribute in a region between two ellipses ($X_I > 1, X_{II} > 1$, or a twice cumulative region).

A prediction of a cross section behavior for this kind of a reaction is shown in fig.7 (solid line). The experimental points in the figure were taken from paper [3], where a deuteron fragmentation into pions at an angle of 180° was studied. The dashed line is a result of a cumulative number parameterization, i.e., one of X was put equal to 1.

Thus, our approach takes into account an influence of fluctons in both colliding nuclei while keeping all merits of a cumulative particle description with a relativistic invariant scale variable. It seems to be an important conclusion to plan experiments with a preselection of extreme initial states of colliding nuclei. One of practical applications of this idea is a quark-gluon plasma search in colliding nuclear beams.

We express our sincere gratitude to I.Migulina for her help in preparation of this article.

References

1. Baldin A.M. — Part. and Nucl., 1977, 8(3) p.429 (in Russian).
Baldin A.M. — Nucl.Phys., 1985, A434, p.695.
2. Stavinsky V.S. — Part. and Nucl., 1979, 10(6) p.949 (in Russian).
3. Baldin A.M. et al. — JINR E1-82-472, Dubna, 1982.
4. Boyarinov S.V. et al. — Yad. Fiz., 1987, 46(5) p.1472 (in Russian).
5. Boyarinov S.V. et al. — Yad. Fiz., 1987, 50(6) p.1605 (in Russian).
6. Nikiforov N.A. et al. — Phys. Rev., 1980, 22(2), p.700.
7. Belyaev I.M. et al. — JINR P1-89-112, Dubna, 1989.
Gavriushuk O.P et al. — Nucl.Phys., 1991, A523, pp.589—596.
8. Carrol J. — Nucl.Phys., 1988, A488 p.203.
9. Shor A. et al. — Phys.Rev.Lett., 1989, 63 pp.2192—2195.

Received on November 18, 1992.

DETAILED STUDY OF NUCLEAR DENSITY AND CHARGE DISTRIBUTION EFFECTS IN CUMULATIVE PARTICLE PRODUCTION

V.K.Bondarev*, A.G.Litvinenko, P.I.Zarubin

Detailed studies of A-dependence of a cumulative particle production carried out on beams of protons and light nuclei have shown similarities in a behaviour of the cross sections per nucleon on different beams in a wide range of fragmenting nuclei. The cross sections of a cumulative particle production are closely correlated with a nuclear density in a region of light nuclei. There is a correlation of cross sections with a charge density distribution in a region of medium weight nuclei. The cross sections of positive and negative particles are correlated with a relative content of protons and neutrons in nuclei. A large neutron excess in heavy nuclei doesn't produce a difference of the cross sections for positive and negative pions (both are approximately equal).

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Детальное изучение влияния ядерной плотности и распределения заряда на кумулятивное рождение частиц

В.К.Бондарев, А.Г.Литвиненко, П.И.Зарубин

Детальное изучение A-зависимости рождения кумулятивных частиц на пучках протонов и легких ядер показывает сходное поведение сечения на нуклон для разных пучков в широкой области фрагментирующих ядер. Сечение рождения кумулятивных частиц коррелирует с распределением ядерной плотности для легких ядер. Корреляция с плотностью заряда наблюдается в области ядер со средним весом. Сечение рождения положительных и отрицательных частиц коррелирует с относительным содержанием протонов и нейтронов в ядрах. Большой нейтронный избыток для тяжелых ядер не сказывается на сечении рождения положительных и отрицательных пионов (оба сечения примерно равны).

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

An investigation of a cumulative particle production made it possible to establish general features of a target nucleus fragmentation in hadron-

*St.Petersburg University, Russia

nucleus and nucleus-nucleus collisions [1,2]. The most important one is a universality of an exponential slope parameter of scale variable spectra of cumulative particles in a wide range of collision energy and fragmenting nuclei. On the basis of these results a quark-parton structure function of nucleus was introduced [3], which was supposed to reflect a momentum quark distribution in nuclei. A behaviour of the structure function was studied in a range of a relativistic invariant scale variable $0.35 < X < 3.5$ [4]. A relativistic invariant definition of X can be found in [4].

Our previous results on A -dependence with proton beams [1,2,3] were confirmed in the paper [5].

A dominant feature in a behaviour of an A -dependence of cross sections of cumulative particles (π , K , p , bound systems like deuterons, tritons) is a rapid growth of cross sections in the region of the lightest nuclei which becomes more flat with a growth of a mass number of fragmenting nuclei. For pions this change in a growth corresponds to $A \approx 30$; and for protons and baryon fragments, to $A \approx 100$.

A fragmentation of the following nuclei was studied in [1,2,3,4,5]: D, ^4He , ^6Li , ^7Li , Be, C, Al, Si, ^{54}Fe , ^{56}Fe , ^{58}Fe , ^{58}Ni , ^{61}Ni , ^{64}Ni , ^{64}Zn , ^{114}Sn , ^{124}Sn , Pb. Separated isotope targets give an opportunity to study a cumulative production at a fixed charge of nuclei with a variation of a neutron content. On the other side, it makes possible to vary a charge of nucleus at a fixed mass number.

The dependence of a ratio of structure functions on a density of nuclei (^6Li , ^{12}C , ^{40}Ca) at X less than 0.06 was precisely measured by the NMC collaboration [6]. Our data were taken in a range of the scale variable $0.7 \leq X \leq 1.4$. To analyze density effects we used the same expression for a density of nuclei as in the paper [6] of the NMC collaboration:

$$\rho(A) = A / [\frac{4}{3}\pi (\frac{5}{3} \langle r^2 \rangle)^{3/2}],$$

where $\langle r^2 \rangle$ is the mean square nuclear charge radius [7].

Inclusive invariant cross sections of secondary particles (π^+ , π^- , p , d) normalized per nucleon of a fragmenting nucleus were measured at a production angle of 120° with a momentum of 0.5 GeV/c for collisions of 4.5A GeV/c deuterons with nuclei [5]. An expression for a cross section is shown below.

$$\frac{1}{A} \cdot E \frac{d\sigma}{dp} \equiv \frac{1}{A} \cdot \frac{E}{p^2} \frac{d^2\sigma}{dp d\Omega} (\text{mb} \cdot \text{GeV}^{-2} \cdot \text{c}^3 \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{nucleon}^{-1}).$$

Figure 1 shows A -dependence of the cross section per nucleon in a region of the lightest nuclei. There is a definite correlation of the cross

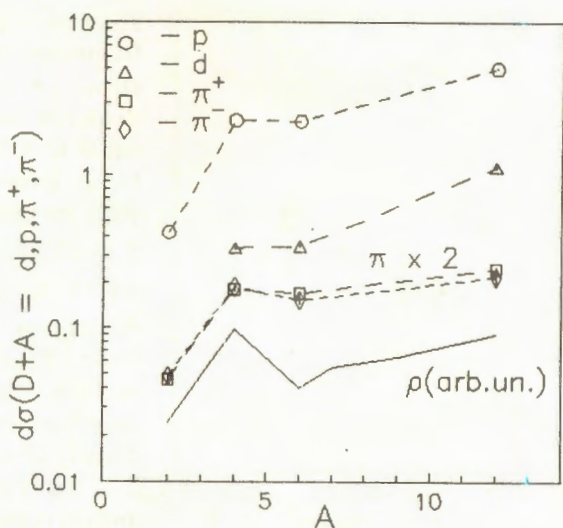


Fig.1. A-dependence of cross sections of a cumulative particle production in $D + A \rightarrow c + \dots$ ($\theta = 120^\circ$)

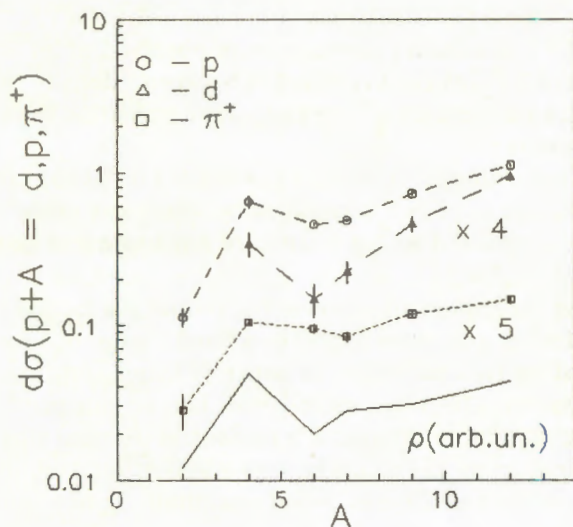


Fig.2. A-dependence of cross sections of a cumulative particle production in $p + A \rightarrow c + \dots$ ($\theta = 180^\circ$)

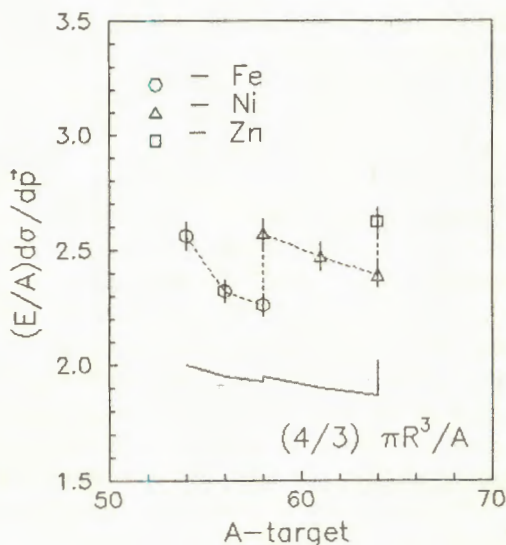


Fig.3. A-dependence of cross sections of cumulative particle production in $p + A \rightarrow p + \dots$ ($p_0 = 8.9$ GeV/c, $\theta = 180^\circ$)

sections with a density of a fragmenting nucleus (lower curve). A ratio of helium to deuteron nuclear densities is equal to 4.2 and corresponds to a growth of a relative yield for protons by a factor of 5.38 ± 0.22 ; for π^+ , 3.90 ± 0.13 ; for π^- , 3.86 ± 0.13 . A density of ${}^6\text{Li}$ is 2.5 times lower than ${}^4\text{He}$, but cross sections per nucleon are approximately equal. A density of a carbon nucleus is 2.25 times higher than for ${}^6\text{Li}$ and corresponds to the ratio of cross sections 2.22 ± 0.06 for protons, 3.26 ± 0.09 for deuterons, 1.43 ± 0.04 for π^+ and 1.42 ± 0.17 for π^- .

Figure 2 shows a similar data for collisions of 8.9 GeV/c protons with

nuclei [4,8]. Secondary particles were observed at an angle of 180° with momenta of 0.5 GeV/c. A correlation between a density (lower curve) and a cross section is more clear, especially for a transition from a helium nucleus to a lithium one.

As a mass number A increases, a density tends to a constant value, and an observation of such a correlation becomes less probable. Nevertheless, irregularities related with a fraction of a neutron and proton content were seen in this region [2].

It was experimentally shown that proton production cross sections are independent of a neutron excess at a fixed charge of a nucleus. This effect was called an isotopic effect. In paper [9], this conclusion was confirmed and an isotonic effect was established, i.e., an independence of a neutron yield on a number of protons in a nucleus. A detailed study of a cumulative particle production [5] on nuclei with a well defined number of protons and neutrons made it possible to obtain a qualitatively new information on these phenomena.

Proton production cross sections on isotopes of Fe, Ni, and Zn [8] are shown in fig.3. A primary beam is 8.9 GeV/c protons, a secondary proton

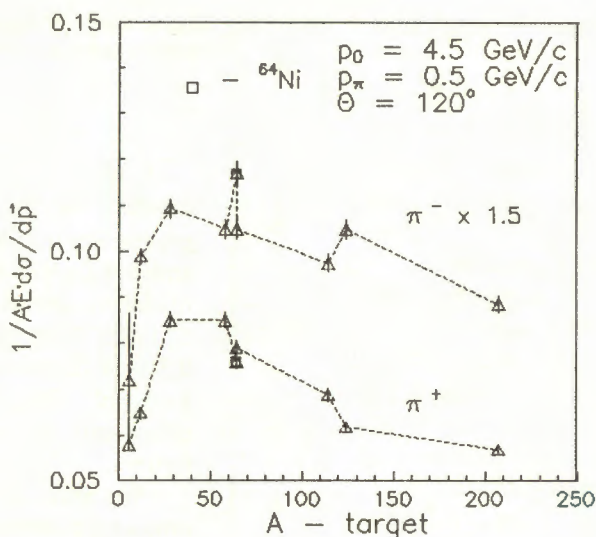


Fig.4. A-dependence of cross sections of cumulative particle production in $p + A \rightarrow p + \dots$

momentum is 0.5 GeV/c ; a production angle, 180° . The experimental points are connected with a dashed line, and the lower curve fits the formula

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 / A,$$

which we assign as a charge density of a nucleus. $R = \langle r^2 \rangle^{1/2}$ is a mean radius of a nucleus. There is a correlation between the cross sections and this parameter, especially for Ni and Zn isotopes. The cross section shows a sharp growth at a small growth of a charge from ^{58}Fe to ^{58}Ni , from ^{64}Ni to

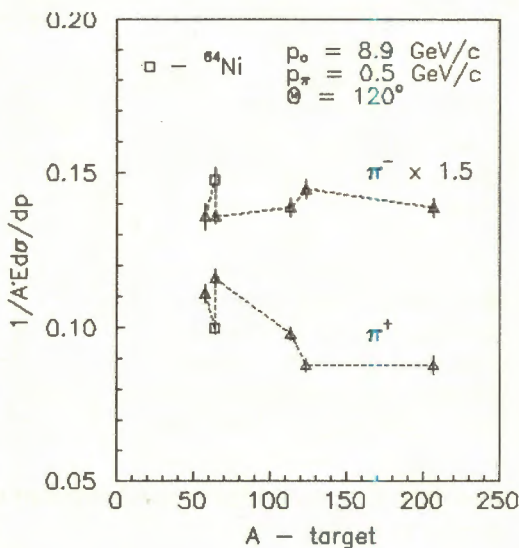


Fig.5. A-dependence of cross sections of a cumulative particle production in $p + A \rightarrow p + \dots$

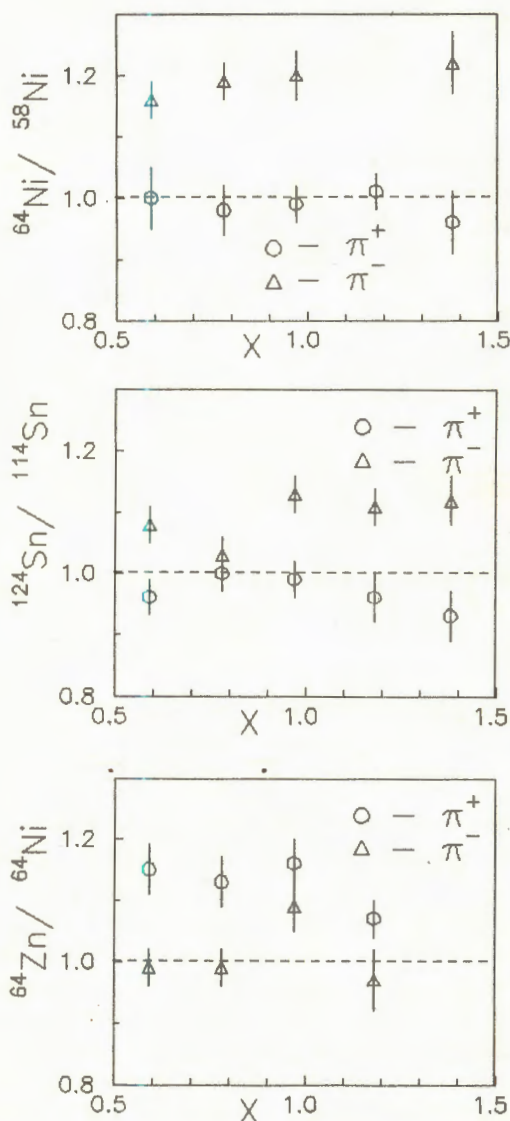


Fig.6. Ratio of cross sections for positive and negative pions

^{64}Zn ($Z = 26, 28, 30$). The results on π^+ and π^- production in collisions of 4.5 and 8.9 GeV/c protons with nuclei are shown in figs.4 and 5. Pions were observed with 0.5 GeV/c momentum at an angle of 120° . The isotopic effect can be seen on both figures.

We studied the isotopic effect for pions and protons in a range of secondary particles momenta from 0.3 up to 0.7 GeV/c. Figure 6 (pions) and fig.7 (protons) show ratio of cross sections vs scale variable X , corresponding to momenta of this range. It is supposed a ratio of cross sections is proportional to a ratio of quark-parton structure functions of nuclei. Let us describe it in detail.

Cross sections in a $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ combination (same Z , different N) are equal for positive pions and follow to a neutron excess for negative ones. For a $^{64}\text{Zn}/^{64}\text{Ni}$ combination we observe an opposite situation. A behaviour of a $^{124}\text{Sn}/^{114}\text{Sn}$ combination is similar to the first one.

For protons (fig.7) a $^{64}\text{Ni}/^{58}\text{Ni}$ combination shows an equality of cross sections or an independence of cross sections on a neutron excess. In case of a $^{64}\text{Zn}/^{64}\text{Ni}$ combination a dominating role of a charge of a nucleus is seen

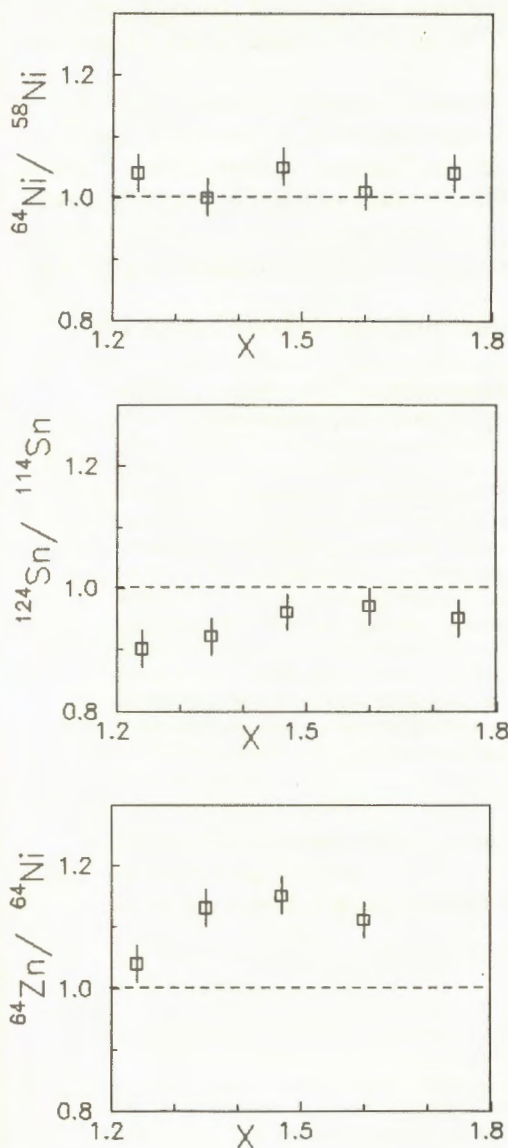


Fig.7. Ratio of cross sections for protons

for proton production. A $^{124}\text{Sn}/^{114}\text{Sn}$ ratio is different from a constant and less than unity.

Let us make a summary of our conclusions:

- the cross sections of cumulative particle production are closely correlated with a nuclear density in a region of light nuclei;
- there is a correlation of cross sections with a charge density distribution in a region of medium weight nuclei;
- the cross sections of positive and negative particles are correlated with a relative content of protons and neutrons in nuclei;
- a large neutron excess in heavy nuclei doesn't produce a difference of the cross sections for positive and negative pions (both are approximately equal);
- these conclusions are considered as additional test of models of the cumulative effect and, in general, models describing collisions of relativistic nuclei.

References

1. Baldin A.M. — Sov. J. Particles and Nuclei, 1977, 8(3), p.175 (publ.Amer. Inst. Phys.).

2. Stavinsky V.S. — Sov. J. Particles and Nuclei, 1979, 10(5), p.949.
3. Baldin A.M. — Proc. Intern. Conf. on Extreme States in Nuclear Systems. Dresden, 1980, 2, p.1.
4. Baldin A.M. et al. — JINR Commun. E1-82-472, Dubna, 1982.
5. Averichev G.S. et al. — In: Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics Proc. of X Intern. Seminar on High Energy Physics Problems (24—29 Sept. 1990, Dubna) pp.90—96 World Scientific (1991).
6. CERN — NMC P.Amaudruz et al. — NMC-collaboration, CERN-PPE/91-147, 9th Sept. 1991.
7. H. de Vries et al. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1987, 36, p.495.
8. Baldin A.M. et al. — JINR Commun. R1-11302, Dubna, 1978.
9. Gavrilov V.B. et al. — Preprint ITEP-121 Moscow, 1985.

Received on December 28, 1992.

МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ КОНТИНУАЛЬНЫХ ИНТЕГРАЛОВ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Е.П.Жидков, Ю.Ю.Лобанов, О.В.Зейналова, Р.Р.Шахбагян

В данной работе представлены результаты исследований в области теории и методов приближенного вычисления интегралов в функциональных пространствах, полученные авторами за последние несколько лет. Для континуальных интегралов квантовой статистической физики и квантовой теории поля построены новые аппроксимационные формулы, обладающие произвольной заданной степенью точности. По сравнению с существующими способами вычисления интегралов по траекториям данный подход имеет ряд преимуществ: возможность проведения расчетов без предварительной дискретизации пространства и времени, использования детерминированных, а не вероятностных методов в вычислениях, решения задачи в неограниченной области, получение результатов с гарантированной оценкой погрешности, более высокую эффективность по ресурсам ЭВМ. Полученные теоретические результаты и созданные алгоритмы использованы для численного исследования ряда задач квантовой статистической физики и теории поля.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Method for Numerical Evaluation of Functional Integrals in the Problems of Mathematical Physics

E.P.Zhidkov, Yu.Yu.Lobanov, O.V.Zeinalova,
R.R.Shahbagyan

This paper contains the results, obtained by the authors within last few years, on theory and methods of numerical evaluation of the integrals in functional spaces. The new approximation formulas of the given degree of accuracy for functional integrals of quantum statistical physics and quantum field theory are constructed. This approach appeared to have advantages over the other existing methods of evaluation of path integrals, e.g., possibility of computations without preliminary discretization of space and time, use of deterministic numerical methods, solution of the problems in an unbounded region. It provides the results with the guaranteed error estimate and gives the significant economy of computer resources. The obtained theoretical results and numerical algorithms have been used for investigations in quantum statistical physics and field theory.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR

члена $Q_m(z) = \sum_{k=1}^m (-1)^k z^{m-k}/k!$, $z \in R$. Тогда составная приближенная формула

$$\int_X F(x) d\mu(x) = (2\pi)^{-n/2} \int_{R^n} \exp\left\{-\frac{1}{2}(u, u)\right\} \times \\ \times \int_{R^m} F\left(\rho^{(m)}(v) - \rho_n^{(m)}(v) + \Psi_n(u)\right) dv(v) du + R_n^{(m)}(F), \quad (2)$$

точна для любого функционального многочлена степени $\leq 2m+1$. Здесь $\rho_n^{(m)}(v) = S_n(\rho^{(m)}(v))$ и мера $\nu(v)$ в R^m является декартовым произведением симметричных вероятностных мер ν на R .

Нами также построен аналог приближенной формулы (2) в частном случае условной меры Винера.

В приложениях часто встречаются интегралы от функционалов вида $\exp\{S(x)\}$, где $S = \int_0^T V(x(t)) dt$. Для континуальных интегралов по условной мере Винера

$$I = \int_C P(x) F(x) d_W x, \text{ где } C = \{C[0, 1], x(0) = x(1) = 0\}$$

с весом

$$P(x) = \exp\left\{\int_0^1 \left[p(t)x^2(t) + q(t)x(t)\right] dt\right\}, \quad p(t), q(t) \in C[0, 1],$$

получено семейство приближенных формул [2]. Построение этих формул основывается на свойствах найденного и исследованного нами линейного преобразования $y = x + Ax$ [3], где

$$Ax(t) = (1-t) \int_0^t B(s)x(s) ds, \quad B(s) \in C[0, 1].$$

Данное преобразование взаимно однозначно отображает пространство C само на себя. Обратное преобразование имеет вид

$$x(t) = \hat{A}y(t) = y(t) - \frac{1-t}{W(t)} \int_0^t B(s) W(s) y(s) ds,$$

$$W(t) = \exp \left\{ \int_0^t (1-s) B(s) ds \right\}.$$

Построенные формулы с весом дают хорошие приближения точного значения интеграла, когда подынтегральный функционал близок к функциональному многочлену степени $\leq 2m+1$. Более точные результаты для часто встречающихся в приложениях функционалов могут быть получены с использованием приближенных формул типа (2). Комбинируя методы построения приближенных формул, развитые в [1] и [3], мы получаем формулы с весом [4], обладающие достоинствами формул типа (2).

Теорема 2. Пусть $B(s)$ является решением дифференциального уравнения

$$(1-s) B'(s) - (1-s)^2 B^2(s) - 3B(s) = 2p(s), \quad s \in [0, 1],$$

с начальным условием $B(1) = -\frac{2}{3}p(1)$,

$$\alpha(t) = \int_0^t L(s) ds - \frac{1-t}{W(t)} \int_0^t B(s) W(s) \left[\int_0^s L(u) du \right] ds,$$

$$L(t) = \int_0^t [B(s) W(s) H(s) - q(s)] ds + c, \quad H(t) = \int_t^1 q(s) \frac{1-s}{W(s)} ds,$$

и константа c определяется из условия $\int_0^1 L(s) ds = 0$. Тогда составная приближенная формула

$$I = (2\pi)^{-n/2} [W(1)]^{-1/2} \exp \left\{ \frac{1}{2} \int_0^1 L^2(t) dt \right\} \times \\ \times \int_{R^n} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (u, u) \right\} 2^{-m} \int_{-1}^1 \dots \int_{-1}^1 \Phi \left(\Sigma \left(\rho(v, \cdot) \right) \right) dv du + R_{m,n}(F),$$

где $\Phi(x) = F(\hat{A}u + \alpha)$, точна для любого функционального многочлена степени $\leq 2m+1$. Здесь $\Sigma(x) = x - S_n(x) + \Psi_n(u)$.

Поскольку реальный мир является многомерным, при решении конкретных прикладных задач приходится вычислять кратные континуальные интегралы. В работах [5—9] мы строим приближенные формулы для интегралов вида

$$W(t) = \exp \left\{ \int_0^t (1-s) B(s) ds \right\}.$$

Построенные формулы с весом дают хорошие приближения точного значения интеграла, когда подынтегральный функционал близок к функциональному многочлену степени $\leq 2m+1$. Более точные результаты для часто встречающихся в приложениях функционалов могут быть получены с использованием приближенных формул типа (2). Комбинируя методы построения приближенных формул, развитые в [1] и [3], мы получаем формулы с весом [4], обладающие достоинствами формул типа (2).

Теорема 2. Пусть $B(s)$ является решением дифференциального уравнения

$$(1-s) B'(s) - (1-s)^2 B^2(s) - 3B(s) = 2p(s), \quad s \in [0, 1],$$

с начальным условием $B(1) = -\frac{2}{3}p(1)$,

$$\alpha(t) = \int_0^t L(s) ds - \frac{1-t}{W(t)} \int_0^t B(s) W(s) \left[\int_0^s L(u) du \right] ds,$$

$$L(t) = \int_0^t [B(s) W(s) H(s) - q(s)] ds + c, \quad H(t) = \int_t^1 q(s) \frac{1-s}{W(s)} ds,$$

и константа c определяется из условия $\int_0^1 L(s) ds = 0$. Тогда составная приближенная формула

$$I = (2\pi)^{-n/2} [W(1)]^{-1/2} \exp \left\{ \frac{1}{2} \int_0^1 L^2(t) dt \right\} \times$$

$$\times \int_{R^n} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (u, u) \right\} 2^{-m} \int_{-1}^1 \dots \int_{-1}^1 \Phi \left(\Sigma \left(\rho(v, \cdot) \right) \right) dv du + R_{m,n}(F),$$

где $\Phi(x) = F(\hat{A}u + \alpha)$, точна для любого функционального многочлена степени $\leq 2m+1$. Здесь $\Sigma(x) = x - S_n(x) + \Psi_n(u)$.

Поскольку реальный мир является многомерным, при решении конкретных прикладных задач приходится вычислять кратные континуальные интегралы. В работах [5—9] мы строим приближенные формулы для интегралов вида

$$\int_X \dots \int_X F(x_1, \dots, x_m) d\mu(x_1) \dots d\mu(x_m) \equiv \int_{X^m} F(x) d\mu^{(m)}(x),$$

$X^m = X \otimes \dots \otimes X$ — декартово произведение полных сепарабельных метрических пространств X . Одним из способов вычисления таких интегралов является последовательное применение каких-либо приближенных формул для однократных континуальных интегралов. Но, как оказалось, более предпочтительным является использование приближенных формул, обладающих заданной суммарной степенью точности на X^m , т.е. формул, точных для постоянного функционала и функционалов вида

$$F(x_1, \dots, x_m) = \prod_{i=1}^m F_{k_i}(x_i),$$

где $k_1 + k_2 + \dots + k_m \leq 2k + 1$, а F_{k_i} — однородный функциональный многочлен степени k_i по переменной x_i . Примером таких формул является приближенная формула, задаваемая следующей теоремой [5].
Теорема 3. Пусть L — линейный однородный функционал, заданный на множестве интегрируемых по мере μ функционалов и обладающий следующими свойствами:

1. $L\{F\} = 0$ для любого нечетного функционала $F(x)$;
2. $L\{\langle \xi, \cdot \rangle \langle \eta, \cdot \rangle\} = K(\xi, \eta)$ для произвольных $\xi, \eta \in X'$;
3. либо $L\left\{\prod_{i=1}^{21} \langle \xi_i, \cdot \rangle\right\} \neq 0$ и $L\{1\} \neq 0$, либо $L\left\{\prod_{i=1}^{21} \langle \xi_i, \cdot \rangle\right\} \equiv 0$,

$\xi_i \neq 0$, $\xi_i \in X'$ и b_i — произвольные положительные числа. Пусть, далее,

$$S_{n_i}(x_i) = \sum_{j=1}^{n_i} (e_j, x_i)_H e_j, \quad U_{n_i}(u^{(i)}) = \sum_{j=1}^{n_i} u_j^{(i)} e_j, \quad N = \sum_{i=1}^m n_i.$$

Тогда приближенная формула

$$\int_{X^m} F(x) d\mu^{(m)}(x) = (2\pi)^{-N/2} \int_{R^N} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (u^{(i)}, u^{(i)})\right\} \times$$

$$\times \left[\left(1 - \sum_{i=1}^m b_i L\{1\} \right) F \left(\Sigma_1 \left(x_1 \equiv 0, u^{(1)} \right), \dots, \Sigma_m \left(x_m \equiv 0, u^{(m)} \right) \right) + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^m b_i L_{x_i} \left\{ F \left(\Sigma_1 \left(x_1 \equiv 0, u^{(1)} \right), \dots, \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \Sigma_i \left(x_i / \sqrt{b_i}, u^{(i)} \right), \dots, \Sigma_m \left(x_m \equiv 0, u^{(m)} \right) \right) \right\} \right] d\mathbf{u} + R_N(F), \quad (3)$$

где $\Sigma_i \left(x_i, u^{(i)} \right) = x_i - S_{n_i} \left(x_i \right) + U_{n_i} \left(u^{(i)} \right)$, $d\mathbf{u} = d\mathbf{u}^{(1)} \dots d\mathbf{u}^{(m)}$, точно для функциональных многочленов третьей суммарной степени на X^m .

В работе [9] построен также аналог формулы (3) для континуально-го интеграла по условной мере Винера.

Другой частный случай гауссовой меры возникает в двумерной евклидовой теории с полиномиальными взаимодействиями бозонных полей $P(\varphi)_2$, лагранжиан которой записывается следующим образом [29]:

$$L(\varphi(x)) = : \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + \frac{1}{2} m^2 \varphi^2(x) + \lambda P(\varphi(x)) : \quad x \in R^2.$$

В этой модели наблюдаемые значения, определяемые как средние по состоянию вакуума, могут быть найдены путем вычисления следующего континуального интеграла:

$$\langle 0 | F(\varphi) | 0 \rangle = \lim_{\Lambda \uparrow R^2} \frac{\int_{S'(\Lambda)} \exp \left\{ - \int_{\Lambda} P[\varphi(x)] : d^2 x \right\} F(\varphi) d\varphi_{K_{\partial\Lambda}}}{\int_{S'(\Lambda)} \exp \left\{ - \int_{\Lambda} P[\varphi(x)] : d^2 x \right\} d\varphi_{K_{\partial\Lambda}}}. \quad (4)$$

Здесь $S'(\Lambda)$ — пространство Шварца обобщенных функций умеренного роста, $\varphi(x) \in S'(\Lambda)$, P — заданный полином, определяющий тип взаимодействия, $F[\varphi]$ — соответствующий заданной физической величине вещественный функционал, определенный на $S'(\Lambda)$, а $d\varphi_{K_{\partial\Lambda}}$ — гауссова мера с ковариацией K в пространстве $S'(\Lambda)$ [5]. Существенно, что т.к. перенормировки в $P(\varphi)_2$ -модели ограничиваются вычитанием, связанным с упорядочением Вика ::, то в выражении (4) расходимости

отсутствуют. Для проведения численных расчетов необходимо иметь явное выражение для ковариационного оператора $K_{\partial\Lambda}$, который может быть записан в виде

$$K_{\partial\Lambda}(f, g) = \int_{R^2 \times R^2} K_{\partial\Lambda}(x, y) f(x) g(y) dx dy,$$

где

$$K_{\partial\Lambda}(x, y) = \int_{S'(R^2)} \varphi(x) \varphi(y) d\varphi_{K_{\partial\Lambda}}, \quad x, y \in R^2.$$

Для интегрального ядра $K_{\partial\Lambda}$ нами получено следующее представление.

Теорема 4 [10]. Ядро ковариационного оператора $P(\varphi)_2$ -меры $K_{\partial\Lambda}(x, y)$ для произвольной ограниченной связной области $\Lambda \subset R^2$ с кусочно-гладкой границей $\partial\Lambda$ может быть представлено в виде

$$K_{\partial\Lambda}(x, y) = \sum_n \frac{1}{E_n + m^2} \theta_n(x) \theta_n(y), \quad x, y \in \Lambda \setminus \partial\Lambda,$$

где E_n и θ_n — собственные значения и собственные функции задачи

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} \Delta \theta(x) = E \theta(x), & x \in \Lambda \setminus \partial\Lambda, \\ \theta(x) = 0, & x \in \partial\Lambda. \end{cases}$$

Конкретное выражение $K_{\partial\Lambda}$ зависит от формы области Λ .

Для приближенного вычисления таких континуальных интегралов по гауссовым мерам в пространстве Шварца обобщенных функций умеренного роста нами были построены и исследованы на конкретных примерах некоторые новые аппроксимационные формулы, точные на классе функциональных многочленов заданной степени [11].

Во всех случаях оценена погрешность, при определенных условиях доказана сходимость к нулю остаточного члена формул, что позволяет получить результат с любой требуемой точностью.

Метод приближенного вычисления континуальных интегралов по гауссовым мерам применяется при численном исследовании (а именно для нахождения методом функции Грина различных квантовомеханических характеристик) ряда моделей квантовой механики, в том числе n -мерного ($n = 1, 2, 3$) гармонического и одномерного ангармонического осциллятора [12—15], модели Калоджеро [16, 17] с гамильтонианом

$$H = - \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} + \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i < j} (x_i - x_j)^2 + g \sum_{i < j} (x_i - x_j)^{-2},$$

где ω, g — заданные константы связи, в случае больших размерностей $n = 3, 5, 7, 9, 11$, а также для решения более сложных практических задач (см. ниже).

Сравнение численных результатов вычисления энергии основного состояния и волновой функции с их значениями, полученными зарубежными авторами с помощью других методов, в частности методом Монте-Карло, показало, что построенные в данном цикле работ приближенные формулы обеспечивают экономию счетного времени ЭВМ в 5—10 раз при одинаковой точности вычислений.

Полученные теоретические результаты и созданные алгоритмы использованы для решения ряда задач, в числе которых численное исследование вопросов туннелирования в континууме, вычисление топологического заряда, топологической восприимчивости, исследование границ применимости приближения разреженного инстантонного газа [16, 18—20]. Впервые вычислена энергия θ -вакуума в модели квантового маятника без дискретизации пространства-времени [5]. Проведено численное исследование взаимодействия частиц (нуклонов) в ядре атома трития. Данная система описывается уравнением

$$H \Psi \equiv \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{\hbar^2}{2m_i} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \sum_{i < j} V(|r_{ij}|) \right\} \Psi(X_1, X_2, X_3, \beta) =$$

$$= - \frac{\partial \Psi}{\partial \beta} (X_1, X_2, X_3, \beta)$$

$$\Psi(X, X_0) = \delta(X - X_0), \quad \Psi(X, X_0, \beta) \rightarrow 0 \text{ при } |X| \rightarrow \infty.$$

Здесь через X_i обозначены координаты трех частиц (массой m_i) и

$$r_{ij} = X_i - X_j.$$

Достаточно распространенным численным методом решения этой задачи является вариационный метод, который последовательно развивался в многочисленных работах с начала 60-х годов [21—27]. Результатом этих исследований является нахождение верхних и нижних оценок для актуальной энергии, причем за достаточно большие счетные времена (порядка нескольких часов) удавалось достигнуть хорошей точности вычислений. В [21] и [22] для вычисления энергии связи

применялся метод Монте-Карло на решетке. В [27] получено значение энергии основного состояния с точностью порядка 0,1 МэВ при расчетном времени в пределах одного часа на ЭВМ CDC-6500.

Нами изучена модель тритона [21]: три идентичные частицы, взаимодействующие попарно посредством сферически-симметричного (спин-независимого) потенциала

$$V(r) = -51,5 \exp \left\{ -\frac{r^2}{b^2} \right\} \text{ МэВ, } b = 1,6 \text{ Ф.}$$

В работах, о которых упоминалось выше, для энергии основного состояния тритона были представлены следующие численные значения:

$$E_{mc} = -9,77 \pm 0,06 \text{ МэВ [27],}$$

$$E_v = -9,42 \text{ МэВ [21],}$$

$$E_v = -9,47 \pm 0,4 \text{ МэВ [22],}$$

$$-9,99 \pm 0,05 \text{ МэВ} < E_v < -9,75 \pm 0,04 \text{ МэВ [24],}$$

$$E_v = -9,78 \text{ МэВ [23,25].}$$

Значения энергии основного состояния E_0 (МэВ) тритона, вычисленные для различных параметров β с использованием построенных нами приближенных формул с весом представлены в таблице:

β	2,0	3,0	4,0	4,5	4,7	4,8	5,0
E_0	-33,4	-15,2	-10,5	-9,9	-9,8	-9,8	-9,7

Вычисление кратного интеграла Римана проводилось при помощи стандартной процедуры MIKOR, которая реализует кратное интегрирование методом Коробова с относительной погрешностью $\varepsilon = 0,01$. Счетное время вычисления энергии для каждого значения β составило порядка 15 мин. на ЭВМ CDC-6500. Из таблицы видно, что результат расчета энергии основного состояния (а таковым следует считать значение E_0 , полученное при $\beta = 5$) хорошо согласуется с данными других авторов, при этом счетное время оказалось меньшим по сравнению с временами, приведенными в этих работах.

Литература

1. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Сидорова О.В. — Составная приближенная формула произвольного порядка точности для континуальных интегралов по гауссовой мере. ОИЯИ, P11-83-867, Дубна, 1983.
2. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Сидорова О.В. — Приближенные формулы с весом для континуальных интегралов по условной мере Винера. ОИЯИ, P11-84-775, Дубна, 1984.
3. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Сидорова О.В. — Об одной линейной замене переменной интегрирования в континуальном интеграле по условной мере Винера. — Краткие сообщения ОИЯИ № 4-84, 1984, с.28—32.
4. Lobanov Yu.Yu., Shakhbagyan R.R., Sidorova O.V., Zhidkov E.P. — Computation of Conditional Wiener Integral by the Composite Approximation Formulas with Weight. J. Comput. Appl. Math., 1990, v.29, pp.51—60.
5. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Шахбагян Р.Р. — Об одном методе вычисления континуальных интегралов без решеточной дискретизации. Матем. моделирование, 1989, т.1, № 8, с.139—157.
6. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Шахбагян Р.Р. — Вычисление континуальных интегралов квантовой физики с помощью приближенных формул, точных на классе функциональных многочленов. В сб.: Вычислительная физика и мат. модел. Тезисы докладов Всесоюзной межвузовской конференции, Волгоград, 1988. М.: Изд. УДН, 1989, с.35—44.
7. Lobanov Yu.Yu., Shahbagian R.R., Zhidkov E.P. — Modelling of Multidimensional Quantum Systems by the Numerical Functional Integration. JINR, E11-90-393, Dubna, 1990; to appear in: Proc. of the Intern. IMACS Conference «Mathematical Modelling and Applied Mathematics», Moscow, 1990: North-Holland.
8. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Шахбагян Р.Р. — Вычисление функции Грина многомерного уравнения Шредингера методом приближенного континуального интегрирования. В сб.: Тезисы докл. 2 Всесоюзной конференции по вычислительной физике и математическому моделированию, Волгоград, 1989: М.: Изд. УДН, 1990, с.39—42.
9. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Шахбагян Р.Р. — Приближенное вычисление кратных континуальных интегралов в многомерных задачах квантовой физики. Матем. моделирование, 1990, т.2, № 10, с.110—119.
10. Lobanov Yu.Yu., Zhidkov E.P. — Covariance Operator of Functional Measure in $P(\varphi)_2$ -Quantum Field Theory. JINR, E5-88-659, Dubna, 1988.

11. Lobanov Yu.Yu., Zeinalova O.V., Zhidkov E.P. — Approximation Formulas for Functional Integrals in $P(\varphi)_2$ -Quantum Field Theory. JINR, E11-91-352, Dubna, 1991.
12. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Сидорова О.В. — Приближенное интегрирование по условной мере Винера в задачах квантовой механики. Гармонический осциллятор. ОИЯИ, P11-85-764, Дубна, 1985.
13. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Сидорова О.В. — Приближенное интегрирование по условной мере Винера в задачах квантовой механики. Ангармонический осциллятор. ОИЯИ, P11-85-765, Дубна, 1985.
14. Lobanov Yu.Yu., Shahbagian R.R., Zeinalova O.V., Zhidkov E.P. — On Some Algorithms for Computer Evaluation of Functional Integrals. In: Algorithms and Programs for Solution of Some Problems in Physics, v.6, KFKI-1989-62/M, Budapest, 1989, pp.1-28.
15. Gregus M., Lobanov Yu.Yu., Sidorova O.V., Zhidkov E.P. — On the Deterministic Computation of Functional Integrals in Application to Quantum Mechanical Problems. Proc. of the Intern. Congress on Comput. and Appl. Math., Leuven, Belgium, 1986, J. Comput. Appl. Math., 1987, v.20, pp.247—256.
16. Lobanov Yu.Yu., Zhidkov E.P., Shahbagian R.R. — On Some Method for Computation of Functional Integrals in Statistical Mechanics and Quantum Field Theory. In: 5-th Intern. Symposium on Selected Topics in Stat. Mechanics, Dubna, 1989 — Singapore a.o.: World Scientific, 1990, pp.469—476.
17. Lobanov Yu.Yu., Shahbagian R.R., Zhidkov E.P. — Computation of Green Function of the Schrödinger-Like Partial Differential Equations by the Numerical Functional Integration. JINR, E11-91-353, Dubna, 1991 (Contribution to the Intern. Colloquium on Differential Equations and Applications, Budapest, 1991).
18. Lobanov Yu.Yu., Zhidkov E.P. — Evaluation of Quantum Mechanics Path Integrals by the Approximations Exact on a Class of Polynomial Functionals. JINR, E2-87-507, Dubna, 1987 (Contribution to the Intern. JINR-CERN School of Physics, Varna, Bulgaria, 1987).
19. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю. — Расчет топологических эффектов в калибровочных теориях на основе приближенного вычисления винеровских интегралов. Модели квантовой механики. ОИЯИ, P2-86-433, Дубна, 1986.
20. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю. — Метод вычисления континуальных интегралов с помощью аппроксимаций заданного порядка точности в задачах квантовой механики. В сб.: Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики. Тезисы докладов Всесоюзной

- конференции, Новосибирск, 1987. Новосибирск: Изд. ВЦ СО АН СССР, 1987, с.79—80.
21. Baker R.A., Gammel J.L., Hill B.J., Wills J.G. — Phys. Rev., 1962, 125, p.1754.
 22. Kalos M.H. — Phys. Rev., 1962, 128, p.1791.
 23. Herndon R.C., Tang Y.C. — Methods Comp. Phys., 1966, 6, p.153; Nucl. Phys., 1967, A93, p.692.
 24. Rosati S., Barbi M. — Phys. Rev., 1966, 147, p.730.
 25. Banville M., Kunz P.D. — Can. J. Phys., 1966, 44, p.2095.
 26. Homan D.H., Kok L.P. — Nucl. Phys., 1968, A117, p.231.
 27. Grimm R.C., Storer R.G. — J. Comp. Phys., 1971, v.7, No 1, p.134—156.
 28. Янович Л.А. — Приближенное вычисление континуальных интегралов по гауссовым мерам. Минск: Наука и техника, 1976.
 29. Глимм Дж., Джаффе А. — Математические методы квантовой физики. Подход с использованием функциональных интегралов. М.: Мир, 1984.

ВНУТРЕННИЙ БАРЬЕР В СЛИЯНИИ ЯДЕР $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

В.М.Шилов, А.В.Тараканов*

В работе показано, что второй барьер в ион-ионном потенциале увеличивает средний угловой момент составного ядра при подбарьерных энергиях. Мы полагаем, что этот эффект позволит описать экспериментальные данные в модели с сильной связью каналов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

The Inner Barrier in the Fusion Reaction $^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ at Low Energies

V.M.Shilov, A.V.Tarakanov

It is shown that the second barrier of the heavy-ion potential increases the average angular momentum of the compound nucleus at subbarrier energies. We believe that this effect will allow us to describe the experimental data within the coupled-channel model.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Необходимым условием для слияния ядер в модели критического расстояния (МКР) [1] является прохождение через второй барьер во внутренней части ион-ионного потенциала на расстоянии с радиальным параметром $r_{cr}^0 \approx 1$ фм, где $r_{cr}^0 = R_{cr} / (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$. Для легких ядер второй барьер становится больше кулоновского барьера при больших орбитальных угловых моментах и определяет динамику процесса слияния при высоких энергиях.

С увеличением зарядов сталкивающихся ядер при значении параметра $\eta = Z_1 Z_2 / (A_1^{1/3} A_2^{1/3}) = 71,3$ второй барьер становится равным по величине кулоновскому барьеру уже для нулевого орбитального момента [2].

В данной работе мы исследовали энергетические зависимости сечения слияния и среднего углового момента составного ядра в реакции

*Саратовский государственный университет

$^{64}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$, измеренные в [3]. В рамках модели со связью каналов в поверхностной области ядер, в которой слияние определяется туннелированием только через внешний кулоновский барьер, не удастся совместно описать эти две характеристики стандартным набором параметров. Мы считаем, что в этой реакции уже начинает проявляться второй барьер в ион-ионном потенциале, т.к. из всех реакций, где был измерен угловой момент, здесь параметр $\eta = 63,4$ наиболее близок к критической величине.

В теории деления проницаемость через два барьера в квазиклассическом приближении исследовалась многими авторами (см., например, [4,5]). Мы используем результаты этих работ в обратной реакции слияния тяжелых ионов. Для проницаемости через один барьер имеем хорошо известное выражение (для простоты мы не выписываем явно зависимость от орбитального углового момента):

$$T(E) = \{1 + \exp[2S(E)]\}^{-1}, \quad (1)$$

где $S(E)$ определяется интегралом между точками поворота в ион-ионном потенциале $V(r)$

$$S(E) = \int_a^b \left| 2\mu [V(r) - E] / \hbar^2 \right|^{1/2} dr. \quad (2)$$

Обозначив через T_C , T_B и ν проницаемости через внутренний и кулоновский барьеры и действие (2) в промежутке между барьерами, для проницаемости двугорбого барьера можно записать выражение [5]

$$T = T_C T_B / \{ (1+X)^2 \cos^2 \nu + (1-X)^2 \sin^2 \nu \}. \quad (3)$$

Здесь $X = [(1-T_C)(1-T_B)]^{1/2}$.

Осциллирующие множители в знаменателе этой формулы вызывают резонансы прозрачности при некоторых значениях орбитального углового момента. Наиболее сильные резонансы будут при сравнимых по величине и очень малых значениях T_C и T_B .

Если пренебречь интерференцией падающих и отраженных волн между двумя барьерами, т.е. провести усреднение по фазам в формуле (3), то получается простое выражение

$$T = T_C T_B / \{1 - (1-T_C)(1-T_B)\}. \quad (4)$$

Аппроксимируя потенциал в области барьеров параболлами, выражение (4) приводим к виду:

$$T = \left\{ 1 + \exp \left(2\pi \frac{V_C - E}{\hbar\omega_C} \right) + \exp \left(2\pi \frac{V_B - E}{\hbar\omega_B} \right) \right\}^{-1}. \quad (5)$$

Здесь V_C , V_B , R_C , R_B , $\hbar\omega_C$ и $\hbar\omega_B$ — потенциалы, радиусы и кривизны внутреннего и кулоновского барьеров соответственно.

В расчетах мы использовали центральный потенциал, полученный в формализме «плотности энергии» [6]. В параметризацию потенциала

$$V_N(r) = \frac{A_1^{1/3} A_2^{1/3}}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} U_N(s), \quad s = r - (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})r_0, \quad (6)$$

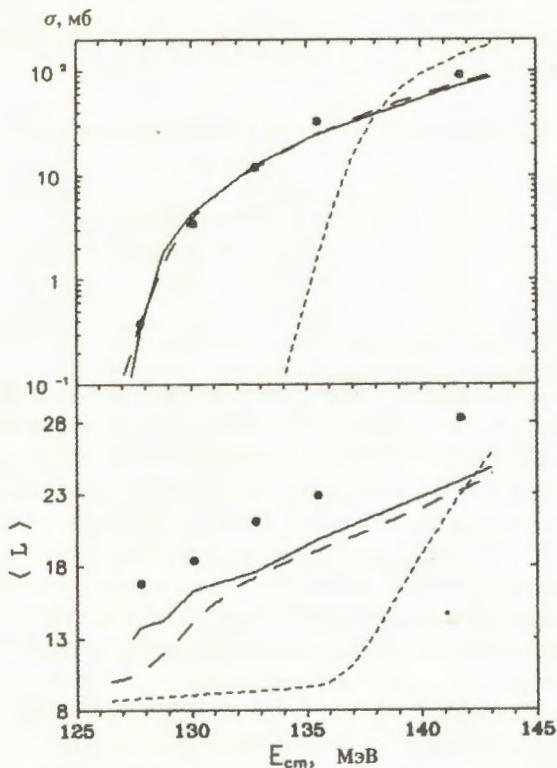
$$U_N(s) = \begin{cases} -30 \exp(-0,27s^2) & s > 0 \\ -30 + 6,3s^2 & s < 0 \end{cases} \quad (7)$$

были введены два свободных параметра: Δr и Δf . Первый из них изменяет величину r_0 по сравнению со стандартной величиной $r_0 = 1$ фм и определяет высоту и положение внешнего кулоновского барьера. Второй параметр приводит к сдвигу «критического расстояния» для слияния по отношению к минимуму ядерной части и определяет высоту и положение внутреннего барьера.

Для параметризации второго барьера параболой мы положили $V_0(r) = Q_{\text{реакции}}$ при малых r и сгладили треугольную форму внутреннего потенциала множителем гауссовского типа. Эта процедура позволяет нам варьировать кривизну второго барьера в разумных пределах.

Учет сильной связи каналов в поверхностной области ядра [7] приводит к расщеплению первоначального кулоновского барьера на семейство барьеров, через которые туннелирует система. При этом высота минимального барьера, определяющая динамику слияния при низких энергиях, уменьшается более чем на 5—6 МэВ по сравнению с первоначальным кулоновским барьером. По этой причине мы допускаем возможность для параметра Δr принимать большие значения.

На рисунке показаны сечения слияния σ_{fus} и средний угловой момент $\langle L \rangle$ для трех вариантов расчетов: туннелирование только через кулоновский барьер и туннелирование через два барьера без учета и с учетом интерференции. В первом варианте параметр Δr выбран таким, чтобы барьер совпал с барьером потенциала Басса, который наиболее часто используется при описании слияния тяжелых ионов. В двух других случаях мы варьировали параметры Δr и Δf для минимиза-



Сечение слияния и средний угловой момент составного ядра в зависимости от энергии налетающего иона. Короткие штриховые линии — туннелирование только через внешний барьер, длинные штриховые линии — туннелирование через два барьера без учета интерференции и сплошные линии — с учетом интерференции. Экспериментальные данные взяты из работы [3]

ции величины χ^2 , при этом мы положили для всех экспериментальных данных 10% погрешности. Полученные значения параметров потенциалов представлены в таблице.

Наилучшее описание достигается, когда $V_C > V_B$ на 8—10 МэВ и превышает потенциал Басса на 1—2 МэВ. Кривизна второго барьера в несколько раз больше кривизны кулоновского барьера, и это значительно уменьшает наклоны теоретических кривых по сравнению с однобарьерным случаем, хотя согласие с экспериментальными данными для угловых моментов все еще не достигнуто. Результаты не зависят от конкрет-

ного вида потенциала (7). Близкие значения были получены также для потенциала «proximity» [8].

Таблица. Параметры потенциалов в различных вариантах расчетов

N	V_B , МэВ	R_B , фм	$\hbar\omega_B$, МэВ	V_C , МэВ	R_C , МэВ	$\hbar\omega_C$, МэВ
1	136,7	11,65	3,6			
2	129,6	12,38	3,5	137,9	8,65	26,6
3	128,5	12,50	3,5	138,6	8,70	32,3

Из рисунка и таблицы видно, что учет интерференции практически не изменяет потенциал, но вызывает осцилляции в форме кривых, которые увеличиваются с уменьшением энергии налетающих ионов. Это связано с появлением резонансов прозрачности при низких энергиях для некоторых парциальных волн. Для нулевого орбитального момента этот эффект обсуждался ранее в теории деления [4,5].

Механизм, который позволит сгладить такие резонансы, является сильная связь между каналами в поверхностной области ядер. Учет связи в простейшем случае приводит к семейству потенциалов, и туннелирование через каждый из них происходит с меньшим весовым множителем. Резонансы появятся также и при околобарьерных энергиях и увеличат средний угловой момент в этой энергетической области. Совместный учет сильной связи каналов и туннелирования через двугорбый барьер мы проведем в следующих публикациях.

Литература

1. Galin J. et al. — Phys. Rev., 1974, vol.C9, p.1018.
Тараканов А.В., Шилов В.М., Шмидт Р. — ЯФ, 1991, т.53, с.1285.
Пермяков В.П., Шилов В.М. — ЭЧАЯ, 1989, т.20, с.1396.
2. Schmidt R. — Z. Phys., 1986, vol.A325, p.239.
3. Halbert M.L. et al. — Phys. Rev., 1989, vol.C40, p.2558.
4. Мастеров В.С., Сегерин А.А. — ЯФ, 1978, т.27, с.1464.
5. Bhandary B.S., Al-Kharam A.S. — Phys. Rev., 1989, vol.C39, p.917.
6. Ngo C. et al. — Nucl. Phys., 1975, vol.A252, p.237.
7. Tanimura O. et al. — Phys. Lett., 1985, vol.B163, p.317.
8. Blocki J. et al. — Ann. of Phys., 1977, vol.105, p.427.

Рукопись поступила 7 декабря 1992 года.

ОБ ЭЛЕКТРОВЗБУЖДЕНИИ МАГНИТНЫХ ТВИСТОРНЫХ СОСТОЯНИЙ

В.М.Шилов, И.В.Молодцова*, С.И.Баструков*

Представлен аналитический метод оценки энергий, переходных токовых плотностей, вероятностей переходов и трансверсальных формфакторов, определяющих сечения электровозбуждения магнитных твисторных коллективных мод, обусловленных возбуждением нормальных крутильноподобных колебаний сферического ядра в реакции неупругого рассеяния электронов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики.

On Electroexcitation of Magnetic Twist Modes

V.M.Shilov, I.V.Molodtsova, S.I.Bastrukov

An analytical method is presented to compute the excitation energy, probability, transition current density, and form factor of the magnetic modes excited by inelastically scattered electrons.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

В работе [1] рассмотрена флюид-динамическая модель возбуждения в сферическом ядре длинноволновых поперечных конвекционных колебаний, приводящих к магнитным спин-независимым коллективным модам, и вычислены их собственные частоты. Использованный в этой статье подход позволил обобщить теорию магнитного квадрупольного твисторного резонанса, развитую Хольцвартом и Экартом в [2], на случай произвольной мультипольности.

В данной работе представляется фактически беспараметрический способ вычисления характеристик магнитного ядерного отклика произвольной мультипольности, измеряемых в реакции неупругого рассеяния электронов: переходных токовых плотностей, приведенных вероятностей и формфакторов.

Согласно общей теории неупругого рассеяния электронов на ядрах (см., например, [3,4]), магнитный формфактор, определяющий сече-

*Саратовский государственный университет

ние неупругого электронного рассеяния, вводится на основе неприводимой тензорной функции вида (см. [3], уравнение (1.25)):

$$T_{\lambda}^M(k, t) = \int j_{\lambda}(kr) (Y_{\lambda \lambda; 1} \cdot \delta J_{\lambda}(r, t)) d\tau, \quad (1)$$

где $j_{\lambda}(kr)$ — сферическая функция Бесселя ранга λ . Временная зависимость этой функции обусловлена тем, что возбуждаемый ток

$$\delta J_{\lambda} = n_e \delta V_{\lambda} = n_e a_{\lambda}(r) \dot{\alpha}_{\lambda}(t) \quad (2)$$

есть гармоническая функция времени, $\alpha_{\lambda}(t) = \alpha_{\lambda}^0 \sin \omega_{\lambda} t$ и $a^{\lambda}(r)$ — поле мгновенных смещений. В выражении (2) $n_e = (Z/A)n_0$ и n_0 — плотность числа нуклонов, т.е. подразумевается, что заряд и масса одинаково распределены по объему несжимаемого ядра. Поле $a^{\lambda}(r)$ в длинноволновом приближении является решением векторного уравнения Лапласа

$$\Delta a^{\lambda}(r) = 0, \quad \text{div } a^{\lambda}(r) = 0. \quad (3)$$

Тороидальное решение этого уравнения имеет вид

$$a(r) = r^{\lambda} Y_{\lambda \lambda; 1}(\theta) \quad (4)$$

и описывает сдвиговые крутильноподобные смещения. В силу того, что это поле является псевдовекторным: $a^{\lambda}(-r) = (-1)^{(\lambda+1)} a^{\lambda}(r)$, собственные возбуждения классифицируются как магнитные спин-независимые твисторные моды. В формуле (4) $Y_{\lambda \lambda; 1}$ — векторная сферическая гармоника ранга λ . В [1] подробно показано, как уравнения ядерной флюид-динамики приводятся к гамильтониану гармонического осциллятора

$$H = \frac{B_{\lambda} (\dot{\alpha}^{\lambda})^2}{2} + \frac{C_{\lambda} (\alpha^{\lambda})^2}{2}. \quad (5)$$

Вычисленные с полем (4) параметры инерции B_{λ} и жесткости C_{λ} колебаний равны

$$B_{\lambda} = M \langle r^{2\lambda} \rangle, \quad C_{\lambda} = \frac{1}{5} M \langle r^{2\lambda-2} \rangle v_F^2 (2\lambda + 1) (\lambda - 1). \quad (6)$$

Для собственных частот получаем следующее выражение:

$$\omega(M\lambda) = \sqrt{\frac{C_{\lambda}}{B_{\lambda}}} = v_F \left[\frac{1}{5} (2\lambda + 1) (\lambda - 1) \frac{\langle r^{2\lambda-2} \rangle}{\langle r^{2\lambda} \rangle} \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Представленный в [1] расчет был выполнен в приближении резкого края; кроме того, использовалось иное представление для поля

смещений, эквивалентное (4) с точностью до постоянного множителя.

Магнитная функция отклика (квадрат модуля формфактора) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} |F_{\lambda}^M(k)|^2 &= \langle |T_{\lambda}^M(k, t)|^2 \rangle_t = \\ &= \frac{1}{2} (\alpha_{\lambda}^0 \omega_{\lambda})^2 \left| \int n_e r^{\lambda+2} j_{\lambda}(kr) dr \right|^2, \end{aligned} \quad (8)$$

где символ $\langle \dots \rangle_t$ означает среднее по времени. После вычисления интеграла, который в приближении резкого края берется аналитически, получаем магнитный формфактор твисторных мультипольных возбуждений в виде

$$F_{\lambda}^M(k) = \gamma_{\lambda} \left[\frac{(2\lambda + 1) j_{\lambda}(kR) - kR j_{\lambda-1}(kR)}{k^2 R^2} \right], \quad (9)$$

где

$$\gamma_{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}} [n_e \alpha_{\lambda}^0 \omega_{\lambda} R^{\lambda+3}], \quad \alpha_{\lambda}^0 = \left(\frac{h^2}{2B_{\lambda} C_{\lambda}} \right) \frac{1}{4}. \quad (10)$$

Другой информативной характеристикой электровозбуждения является переходная токовая плотность $J_{\lambda\lambda}(r)$. В частности, радиальная зависимость $J_{\lambda\lambda}(r)$ позволяет судить об объемном или поверхностном характере возбуждения. Эта величина определяется выражением (см. [4], формулу (9)):

$$J_{\lambda\lambda}(r) = \frac{2}{\pi} \frac{\hat{J}_i}{J_f} \int_0^{\infty} F_{\lambda}^M(k) j_{\lambda}(kr) k^2 dk. \quad (11)$$

Здесь индексы i и f относятся к начальному и конечному состояниям ядра; $\hat{J} = \sqrt{2J+1}$ и J — полный угловой момент возбужденного состояния. В рассматриваемых нами случаях $J_f = \lambda$ и $J_i = 0$. Подставляя в (11) выражение для формфактора (9), находим

$$J_{\lambda\lambda}(r) = \frac{2\hat{J}_{\lambda}}{\pi J_f R^2} \left[(2\lambda + 1) \int_0^{\infty} j_{\lambda}(kR) j_{\lambda}(kr) dk - \int_0^{\infty} j_{\lambda-1}(kR) j_{\lambda}(kr) k dk \right]. \quad (12)$$

Установив явный вид переходной токовой плотности, можно оценить вероятность возбуждения (см. [4], формулу (11))

$$B(M\lambda) = \frac{\lambda}{\lambda+1} \left[\frac{\hat{J}_i}{\hat{J}_f} \int_0^\infty J_{\lambda,\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr \right]^2 \quad (13)$$

и вклад твисторных магнитных возбуждений в дифференциальное сечение реакции неупругого рассеяния электронов. Полное сечение фотовозбуждения имеет вид

$$\sigma_{\text{mag}}^\lambda = \frac{2\pi^2 e^2}{\hbar \omega_\lambda c} |F_\lambda^M(k = \omega_\lambda)|^2. \quad (14)$$

Расчет сечений фотовозбуждения магнитных твисторных мод представлен в [5].

Таким образом, флюид-динамический подход позволяет получить достаточно полную информацию для экспериментальной идентификации магнитных твисторных возбуждений в реакции неупругого рассеяния электронов. Численный анализ полученных аналитических выражений будет дан в расширенной публикации.

Литература

1. Bastrukov S.I., Gudkov V.V. — Z.Phys., 1992, A341, p.395.
2. Holzwarth G., Ekart G. — Z.Phys., 1977, A283, p.219; Nucl.Phys., 1979, A325, p.1.
3. Donnelly T.W., Walecka J.D. — Ann.Rev.Nucl.Sci., 1975, 25, p.329.
4. Heisenberg J., Blok H.P. — Ann.Rev.Nucl.Part.Sci., 1983, 33, p.569.
5. Баструков С.И., Шилов В.М., Молодцова И.В. — Направлено на 43 Международное совещание по ядерной спектроскопии и структуре ядра. Дубна, 1993.

Рукопись поступила 20 ноября 1992 года.

РАССЕЯНИЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

С.И.Федотов

Получены выражения для дифференциальных сечений упругого и неупругого рассеяний нерелятивистских тяжелых ионов на основе техники фейнмановских интегралов по путям. Внутренние возбуждения ядер и их относительное движение рассматриваются в едином подходе. По внутренним переменным точно берется континуальный интеграл, по траектории относительного движения он вычисляется в квазиклассическом приближении в рамках метода стационарной фазы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Scattering of Nonrelativistic Heavy Ions

S.I.Fedotov

Expressions for a differential cross section of an elastic and inelastic scattering of nonrelativistic heavy ions are derived by using the technique of Feynman's path integrals. Internal excitations of nuclei and their relative motion are considered in a unique approach. The continual integral is exactly taken over internal variables whereas over the trajectory of relative motion it is calculated in the quasiclassical approach in the framework of the stationary phase method.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

При описании рассеяния нерелятивистских тяжелых ионов используются приближенные квазиклассические методы, основанные на малости длины волны де Бройля этих ионов по сравнению с характерными размерами [1]. Обычно для описания относительного движения ядер употребляется классическое дифференциальное сечение, а амплитуда перехода ядра считается в квантовомеханических приближениях. В данной работе рассматривается единый подход к внутренним и внешним переменным, основанный на фейнмановских интегралах по путям. Выделим только коллективные возбуждения фононного типа в ядрах. Рассматриваем столкновение иона с ядром как сложную квантовомеханическую систему. Введем в тензорном пространстве состояний этой системы базисные векторы $|gn\rangle = |g\rangle|n\rangle$ и $\langle gn|g'n'\rangle = \delta(g-g')\delta_{nn'}$, где $|g\rangle$ — собственные векторы оператора координаты

относительного движения, а $|n\rangle$ — собственные векторы оператора числа фононов.

Выберем гамильтониан системы в следующем виде:

$$H = H_1 + H_2 + H_{12}, \quad (1)$$

где $H_1 = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + U_0(r)$ описывает относительное движение,

$H_2 = \sum_{nlm} \hbar \omega_{nl} \left(b_{nlm}^+ b_{nlm} + 1/2 \right)$ — внутренние возбуждения ядер,

$H_{12} = \sum_{nlm} \gamma_{nlm}(r(t)) \left(b_{nlm}^+ + (-)^m b_{nlm} \right)$ — взаимодействие внешнего

движения с внутренним. В зависимости от конкретных расчетов учитывается ядерное или кулоновское взаимодействие, или то и другое вместе.

Следуя концепции континуальных интегралов Фейнмана [2], будем описывать временную эволюцию системы пропагатором $K(r_f n_f t_f | r_i n_i t_i) = \langle r_f n_f t_f | r_i n_i t_i \rangle$. Тогда волновую функцию системы можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \psi(r_f n_f t_f) &= \langle r_f n_f t_f | \psi_r \rangle = \\ &= \sum_{n_i} \int \langle r_f n_f t_f | r_i n_i t_i \rangle \langle r_i n_i t_i | \psi_r \rangle d r_i = \\ &= \sum_{n_i} \int \langle r_f n_f t_f | r_i n_i t_i \rangle \psi(r_i n_i t_i) d r_i, \end{aligned} \quad (2)$$

где использована полнота ортонормированного базиса системы, а $|\psi_r\rangle$ — вектор состояния в гейзенберговском представлении.

Чтобы воспользоваться техникой континуального интегрирования для внутренних переменных, так же, как и для относительной координаты, перейдем к базису непрерывного представления по когерентным состояниям. Этот базис является переполненным, с условием полноты: $1 = \frac{1}{\pi} \int d^2 z |z\rangle \langle z|$.

Ограничимся только одной степенью свободы и запишем пропагатор $\langle r_f n_f t_f | r_i n_i t_i \rangle$ в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \langle r_f n_f t_f | r_i n_i t_i \rangle = \\ & = \int d^2 z_f d^2 z_i \langle n_f | z_f \rangle \langle r_f z_f t_f | r_i z_i t_i \rangle \langle z_i | n_i \rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

Чтобы освободиться от фоновых амплитуд b^+ , b , вычислим в пропагаторе $\langle r_f z_f t_f | r_i z_i t_i \rangle$ континуальный интеграл по всем возможным «траекториям» z , взяв в гамильтониане H слагаемые, в которые входят амплитуды, т.е. $H_0(t) = H_2 + H_{12}$. Используя факт, что когерентные состояния являются собственными состояниями оператора b , т.е. $b | z \rangle = z | z \rangle$, и проводя N -кратное интегрирование по z , получаем выражение:

$$\begin{aligned} \langle z_f t_f | z_i t_i \rangle &= \exp \left\{ \bar{z}_f z_i e^{i\omega(t_f - t_i)} - \right. \\ &- \frac{1}{\hbar} \left[\bar{z}_f e^{-i\omega t_f} \int_{t_i}^{t_f} e^{i\omega t} \gamma_{nlm}(t) dt + z_i e^{i\omega t_i} \int_{t_i}^{t_f} e^{-i\omega t} \bar{\gamma}_{nlm}(t) dt \right] - \\ &\left. - \frac{1}{\hbar^2} \int_{t_i}^{t_f} ds \int_{t_i}^s \bar{\gamma}_{nlm}(s) \gamma_{nlm}(t) e^{i\omega(t-s)} dt \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставив полученное выражение в (3) и проинтегрировав по z_i и z_f , находим:

$$\langle r_f n_f t_f | r_i n_i t_i \rangle = \langle r_f | e^{-i/\hbar (\frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 - U_0(r))} T_{n_f n_i} [r] | r_i \rangle, \quad (5)$$

где

$$T_{n_f n_i} [r] = \left[\frac{1}{i\hbar} \int_{t_i}^{t_f} \gamma_{nlm}(t) e^{i\omega(t-t_f)} dt \right]^{n_f} \frac{1}{\sqrt{n_f!}} e^{-\frac{1}{\hbar^2} \int_{t_i}^{t_f} ds \int_{t_i}^s \bar{\gamma}_{nlm}(s) \gamma_{nlm}(t) e^{i\omega(t-s)} dt}$$

является амплитудой вероятности перехода $n_i \rightarrow n_f$, т.е. пропагатором в представлении чисел заполнения, вычисленным при фиксированном значении $r(t)$. Эта амплитуда зависит от выбора траектории, поэтому и записана в виде функционала от $r(t)$.

Таким образом, пропагатор $\langle r_f n_f t_f | r_i n_i t_i \rangle$, описывающий рассеяние, соответствующее переходу $n_i \rightarrow n_f$, представляется в виде фейнмановского интеграла по траектории $r(t)$; обозначим его через $K_{n_f n_i}$ и представим в виде:

$$K_{n_f n_i} = \int_{r_i t_i}^{r_f t_f} D r \exp \left\{ i/\hbar \left(S_0 [r] + \varphi_{n_f n_i} [r] \right) \right\} \left| T_{n_f n_i} [r] \right|, \quad (6)$$

где $S_0 [r] = \int_{t_i}^{t_f} \left(\frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 - U_0(r) \right) dt$ — классическое действие вдоль траектории, т.е. получаем модифицированную функцию действия для системы. Ее изменение обусловлено взаимодействием с внутренними степенями свободы ядра. Если рассеяние удовлетворяет условию

$$(S_0 [r] + \varphi_{n_f n_i} [r]) > \hbar,$$

можно воспользоваться квазиклассическим приближением для интеграла (6). Подынтегральное выражение представляет собой комплексный функционал от траектории $r(t)$ с быстро осциллирующей фазой. Интеграл берется в приближении стационарной фазы, согласно которому основной вклад в него дают траектории, делающие фазу стационарной:

$$\delta (S_0 [r] + \varphi_{n_f n_i} [r]) = \delta (S_0 [r] + \hbar \operatorname{Im} \ln T_{n_f n_i} [r]) = 0. \quad (7)$$

Если имеется несколько таких траекторий, то квазиклассический пропагатор представляется суммой по ним:

$$\begin{aligned} K_{n_f n_i} &= \sum_{\alpha} \left(\frac{\mu}{2\pi \hbar i} \right)^{3/2} \sqrt{\left| \frac{\partial^2 S_{\alpha}}{\partial r_f \partial r_i} \right|} \cdot e^{\left(i/\hbar S_{\alpha} - \frac{1}{2} \nu \pi i \right)} T_{n_f n_i} [r_{\alpha}] = \\ &= \sum_{\alpha} \left(\frac{\mu}{2\pi \hbar i} \right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\left| \partial r_f / \partial \dot{r}_i \right|}} \cdot e^{\left(i/\hbar S_{\alpha} - \frac{1}{2} \nu \pi i \right)} T_{n_f n_i} [r_{\alpha}], \end{aligned} \quad (8)$$

где ν — число фокальных точек вдоль классической траектории, т.е. когда якобиан $\left(\frac{\partial r_f}{\partial \dot{r}_i} \right) = 0$. Определив $K_{n_f n_i}$, мы полностью определили волновую функцию системы (2).

Для определения сечения рассеяния необходимо найти асимптотическое значение (2). Предположим, что начальное состояние

системы определяется функцией $e^{i/\hbar (p r_i - E_i t)}$, соответствующей относительному движению иона и ядра. Тогда

$$\Psi_{n_f n_i}^+ (r_f t_f) = \int K_{n_f n_i} e^{i/\hbar (\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}_i - E_i t)} d\mathbf{r}_i. \quad (9)$$

Верхний индекс у волной функции $\Psi_{n_f n_i}^+ (r_f t_f)$ означает, что она соответствует волне, свободной при $t \rightarrow -\infty$, и, следовательно, отвечает «запаздывающему» пропагатору $K_{n_f n_i} (r_f t_f | r_i t_i)$.

Подставляя значение $K_{n_f n_i}$ из (8) и используя выражение $S_\alpha = \int (\mathbf{p} d\mathbf{r} - H) dt$, берем интеграл (9) многомерным методом стационарной фазы [3]:

$$\Psi_{n_f n_i}^+ = \sum \frac{|t_i|^{3/2}}{|\partial r_f / \partial \dot{r}_i|^{1/2}} e^{i/\hbar \left(\mathbf{p} \mathbf{r}_i + \int_{r_i}^{r_f} \mathbf{p} d\mathbf{r} - \frac{1}{2} v \pi i \right)} T_{n_f n_i} [r_\alpha]. \quad (10)$$

Рассмотрим две траектории при $r \rightarrow \infty$. По первой траектории ион движется свободно с постоянным импульсом $\mathbf{p}$. В этом случае $\Psi^+ \rightarrow e^{i/\hbar \mathbf{p} \mathbf{r}}$

Во втором случае ион взаимодействует с ядром. Принимая во внимание, что якобиан представляет собой отношение преобразующихся друг в друга элементов объема и что волновые векторы пропорциональны элементам длины, запишем:

$$\frac{|t|^{3/2}}{|\partial r_f / \partial \dot{r}_i|^{1/2}} = \frac{1}{|\partial r_f / \partial r_i|^{1/2}} = \sqrt{\frac{dv_i}{dv_f}} = \sqrt{\frac{\rho d\rho d\varphi k_i}{r^2 d\Omega k_f}}; \quad \lim_{t_i \rightarrow -\infty} \left(\frac{r_i}{t_i} - \dot{r}_i \right) = 0.$$

Окончательно волновая функция имеет вид:

$$\Psi_{n_f n_i}^+ (r_f t_f) = e^{i/\hbar \mathbf{p} \mathbf{r}} + \sqrt{\frac{\rho d\rho d\varphi}{d\Omega}} \frac{k_i}{k_f} \frac{e^{i k r}}{r} e^{i\chi} T_{n_f n_i}, \quad (11)$$

где χ — вещественная функция, вид которой для дальнейшего не важен. Отсюда получаем выражение для дифференциального сечения рассеяния в первом порядке квазиклассического приближения континуального интеграла (6):

$$\frac{d\sigma_{n_i \rightarrow n_f}}{d\Omega} = \sum_\alpha \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\kappa\lambda} \left| T_{n_i n_f} [r_\alpha] \right|^2, \quad (12)$$

где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\kappa\lambda}$ — дифференциальное сечение для классического движения вдоль траектории $\mathbf{r}(t)$, полученной из уравнения (7). $T_{n_f n_i}$ — соответ-

вующая квантовая амплитуда вдоль того же пути. Эта амплитуда определяется в квазиклассической теории реакций с тяжелыми ионами путем решения системы линейных дифференциальных уравнений, к которым сводится уравнение Шредингера. Используется метод последовательных приближений. В практических расчетах обычно ограничиваются первым приближением, соответствующим первому порядку зависящей от времени теории возмущения.

В случае упругого рассеяния:

$$T_{n_f n_i} = e^{-\frac{1}{\hbar^2} \int_{t_i}^{t_f} ds \int_{t_i}^s \bar{\gamma}(s) \gamma(t) e^{i\omega(t-s)} dt} \quad (13)$$

Таким образом, в едином подходе к внешнему и внутреннему движению получены выражения для дифференциальных сечений, которые позволяют учесть интерференционные явления и в случае упругого рассеяния включают ослабляющий фактор (13).

Литература

1. Treatise on Heavy-Ion Science, Ed. Bromly, Plenum Press. N.-Y., 1984.
2. Pechukas P. — Phys. Rev., 1969, v.181, p.166, 174.
3. Федорюк М.В. — Метод перевала. М.: Наука, 1977.

Рукопись поступила 28 октября 1992 года.

ВОЗБУЖДЕНИЕ ДЫХАТЕЛЬНОЙ МОДЫ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

С.И.Федотов

Получено аналитическое выражение дифференциального сечения рассеяния для нерелятивистских тяжелых ионов с возбуждением гигантского монополюсного резонанса. Рассмотрение ведется на базе фейнмановских интегралов по путям. Гигантский монополюсный резонанс рассматривается в квантовом гидродинамическом приближении.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Breathing Mode Excitation in Heavy Ion Collisions

S.I.Fedotov

An analytical expression is derived for a differential scattering cross section of a giant monopole resonance. The consideration is based on Feynman's path integrals. The giant monopole resonance is treated in the quantum hydrodynamic approximation.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Изоскалярный гигантский монополюсный резонанс, называемый дыхательной модой, представляет значительный интерес, в частности, в связи с тем, что он имеет прямое отношение к сжимаемости ядра и, следовательно, к сжимаемости ядерной материи.

В данной работе для расчета дифференциального сечения возбуждения монополюсного резонанса в реакциях с тяжелыми ионами используется метод, описанный в [1].

Столкновение иона с ядром опишем гамильтонианом, выделив только одну фононную моду колебания плотности ядерной материи:

$$H = H_1 + H_2 + H_{12}. \quad (1)$$

$H_1 = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + U_0(r)$ описывает относительное движение иона и ядра,
 $H_2 = \hbar \omega_{nl} \left(b_{nlm}^+ b_{nlm} + 1/2 \right)$ — мультипольные колебания плотности

ядерного вещества, $H_{12} = \gamma_{nlm}(r) b_{nlm}^+ + \bar{\gamma}_{nlm}(r) b_{nlm}$ — взаимодействие орбитального движения с внутренними колебаниями ядра. Рассматриваем только ядерное взаимодействие.

Для получения слагаемых гамильтониана, описывающих мультипольные колебания плотности ядерного вещества, запишем гамильтониан системы нуклонов ядра с учетом двухчастичного взаимодействия $v_{12}(|r_2 - r_2'|)$ в представлении вторичного квантования через операторы поля в виде:

$$H_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \int \nabla \Psi^+(r_2) \cdot \nabla \Psi(r_2) d r_2 + \\ + \frac{1}{2} \int \Psi^+(r_2) \Psi^+(r_2') v_{12}(|r_2 - r_2'|) \Psi(r_2) \Psi(r_2') d r_2 d r_2'. \quad (2)$$

Перейдем к операторам плотности $\rho(r_2)$ и тока $j(r_2)$ [2]:

$$\rho(r_2) = \Psi^+(r_2) \Psi(r_2) = \rho_0(r_2) + \delta\rho(r_2) \\ j(r_2) = \frac{-i\hbar}{2m} \left(\Psi^+(r_2) \cdot \nabla \Psi(r_2) - \nabla \Psi^+(r_2) \cdot \Psi(r_2) \right) = \\ = \frac{1}{2} (\rho \cdot \nabla \varphi + \nabla \varphi \cdot \rho), \quad (3)$$

где $\rho_0(r_2)$ — средняя плотность ядра, $\delta\rho(r_2)$ — отклонение плотности от равновесного значения, φ — потенциал скорости (предполагается безвихревое движение). Оставаясь в рамках гармонического приближения, т.е. пренебрегая членами по $\delta\rho$ и φ выше второго порядка и считая, что ядро имеет жесткий край, перепишем гамильтониан в виде:

$$H_2 = \frac{m\rho_0}{2} \int (\nabla \varphi(r_2))^2 d r_2 + \frac{\hbar^2}{8m\rho_0} \int (\nabla \delta\rho(r_2))^2 d r_2 + \\ + \frac{1}{2} \int v_{12}(|r_2 - r_2'|) \delta\rho(r_2') \delta\rho(r_2') d r_2 d r_2'. \quad (4)$$

Мы интересуемся собственными колебаниями плотности. Флуктуация плотности $\delta\rho(r_2)$ в приближении $v_{12}(|r_2 - r_2'|) = g_0 \delta(r_2 - r_2')$ удовлетворяет волновому уравнению:

$$\frac{\partial^2 \delta \rho(r_2)}{\partial t^2} = \left(\frac{g_0 \rho_0}{m} \Delta - \frac{\hbar^2}{4m^2} \Delta^2 \right) \delta \rho(r_2) \equiv L \delta \rho(r_2) \quad (5)$$

с граничным условием $\mathbf{n} \cdot \delta \rho(r_2)|_{r=R_0} = 0$, где $\mathbf{n}$ — вектор, нормальный поверхности ядра.

Решение этого уравнения ищем в виде $\delta \rho(r_2, t) = \delta \rho(r_2) e^{-i\omega t}$. Ограничиваясь недиспергирующими нормальными колебаниями, получим для них хорошо известное уравнение Гамильтона:

$$\Delta \delta \rho(r_2) + k^2 \delta \rho(r_2) = 0, \quad k^2 = \frac{m}{g_0 \rho_0} \omega^2. \quad (6)$$

Общее решение этого уравнения дается выражением:

$$\delta \rho(r_2) = \sum_{nlm} \delta \rho_{nlm} j_l(k_{nl} r_2) Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (7)$$

Введем операторы рождения b_{nlm}^+ и уничтожения b_{nlm} фононов, выбрав множители в формуле таким образом, чтобы придать гамильтониану диагональный вид:

$$\delta \rho_{nlm} = \left(\frac{\hbar \rho_0 k_{nl}^2}{2m N_{nl} \omega_{nl}} \right)^{1/2} \left(b_{nlm}^+ + (-)^m b_{n, l-m} \right) \quad (8)$$

$$H_2 = \hbar \omega_{nl} \left(b_{nlm}^+ b_{nlm} + \frac{1}{2} \right), \quad (9)$$

где нормировочная константа $N_{nl} = \int_0^{R_0} r_2^2 dr_2 j_l^2(k_{nl} r)$.

Потенциальную энергию ядерного взаимодействия иона с ядром получим процедурой усреднения эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия по плотностям сталкивающихся иона и ядра. Учтем только возбуждение ядра-мишени. Возьмем силы в виде, принятом в теории конечных ферми-систем [3]:

$$v_{12}(|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_2'|) = f_{in} \left(\frac{d\rho_0}{d\varepsilon_F} \right)^{-1} \delta(|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_2'|),$$

где f_{in} — константа эффективного взаимодействия нуклонов в ядре, а $\frac{d\rho_0}{d\varepsilon_F}$ — производная по энергии Ферми.

Тогда, учитывая (7) и (8), получим следующее выражение для H_{12}

$$H_{12} = \gamma_{nlm}(\mathbf{r}) b_{nlm}^+ + \bar{\gamma}_{nlm}(\mathbf{r}) b_{nlm}, \quad (10)$$

где

$$\gamma_{nlm}(\mathbf{r}) = 4\pi \rho_0 f_{in} \left(\frac{d\rho_0}{d\varepsilon_F} \right)^{-1} \sqrt{\frac{\hbar \rho_0 k_{nl}^2}{2m N_{nl} \omega_{nl}}} \times \\ \times j_l(k_{nl} r) Y_{lm}^+ \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) \int_0^{R_0} j_0(kr) r^2 d\mathbf{r}.$$

Волновую функцию системы запишем, используя пропагатор системы $K(\mathbf{r}_f n_f t_f | \mathbf{r}_i n_i t_i) = \langle \mathbf{r}_f n_f t_f | \mathbf{r}_i n_i t_i \rangle [1]$:

$$\Psi(\mathbf{r}_f n_f t_f) = \sum_{n_i} \int \langle \mathbf{r}_f n_f t_f | \mathbf{r}_i n_i t_i \rangle \Psi(\mathbf{r}_i n_i t_i) d\mathbf{r}_i, \quad (11)$$

где введены в тензорном пространстве состояний системы базисные векторы $|\mathbf{r} n\rangle = |\mathbf{r}\rangle |n\rangle$ и $\langle \mathbf{r} n | \mathbf{r}' n' \rangle = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{nn'}$, причем $|\mathbf{r}\rangle$ — собственные векторы оператора координаты относительного движения $\mathbf{r}(t)$, а $|n\rangle$ — собственные векторы оператора числа фононов. Освобождаясь от фононных амплитуд b^+ , b , как это было сделано в [1], получим для волновой функции следующее выражение:

$$\Psi_{n_f n_i}^+(\mathbf{r}_f t_f) = \int_{t_i \rightarrow -\infty} K_{n_f n_i} e^{i/\hbar (\mathbf{p} \mathbf{r}_i - E_i t)} d\mathbf{r}_i, \quad (12)$$

где учтено, что начальное состояние системы, определенное функцией $e^{i/\hbar (\mathbf{p} \mathbf{r}_i - E_i t)}$, соответствует относительному движению иона и ядра, а $K_{n_f n_i}$ — квазиклассический пропагатор — имеет вид:

$$K_{n_f n_i} = \sum_{\alpha} \left(\frac{\mu}{2\pi \hbar i} \right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{|d\mathbf{r}_f / d\mathbf{r}_i|}} \times \\ \times e \left(i/\hbar S_{\alpha} - \frac{1}{2} \nu \pi i \right) T_{n_f n_i}[\mathbf{r}_{\alpha}]. \quad (13)$$

Суммирование ведется по всем классическим траекториям, приводящим к одному и тому же углу рассеяния, S_α — действие вдоль такой траектории, $T_{n_f n_i}$ — амплитуда вероятности перехода $n_i \rightarrow n_f$, зависящая от траектории:

$$T_{n_f n_i} = \left[\frac{1}{i\hbar} \int_{t_i}^{t_f} \gamma_{nlm}(r_\alpha) e^{i\omega(t-t_f)} dt \right]^{n_f} \frac{1}{\sqrt{n_f!}} \times \\ \times e^{-\frac{1}{\hbar^2} \int_{t_i}^{t_f} ds \int_{t_i}^s \bar{\gamma}(r_\alpha(s)) \gamma(r_\alpha(t)) e^{-i\omega(t-s)} dt} \quad (14)$$

Асимптотическое выражение для волновой функции выглядит следующим образом:

$$\Psi_{n_f n_i}^+ = e^{i k r_i} + \sqrt{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{кл}}} \frac{k_i}{k_f} T_{n_f n_i} e^{i\chi} \frac{e^{i k r}}{r}, \quad (15)$$

где k_i и k_f — начальные и конечные волновые векторы, χ — вещественная функция, вид которой для дальнейшего не важен. Отсюда получаем выражение для дифференциального сечения рассеяния в первом порядке квазиклассического приближения для континуального интеграла:

$$\frac{d\sigma_{n_i \rightarrow n_f}}{d\Omega} = \sum_\alpha \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{кл}} \left| T_{n_i n_f} [r_\alpha] \right|^2, \quad (16)$$

где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{кл}}$ — дифференциальное сечение классического движения вдоль траектории $r_\alpha(t)$. $T_{n_f n_i}$ — соответствующая квантовая амплитуда вдоль того же пути.

Получим выражение для дифференциального сечения, предполагая, что движение происходит по гиперболической траектории. Тогда для дифференциального классического сечения получим формулу Резерфорда:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{кл}} = \frac{1}{4} \left(\frac{z_1 z_2 e^2}{\mu v^2} \right)^2 \sin^{-4} \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (17)$$

Для вероятности ядерного перехода $|T_{n_f n_i}|^2$, в случае возбуждения одной моды фононного состояния:

$$\left| T_{n_f n_l} \right|^2 = \frac{|f_{nl}(\omega, t)|^{2n_f}}{n_f!} e^{-|f_{nl}(\omega, t)|^2}, \quad (18)$$

$$\text{где } f_{nl}(\omega, t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{t_i}^t \gamma_{nlm}(r) e^{i\omega(t-t_f)} dt.$$

Используя параметрическое уравнение гиперболы

$$r = a(\varepsilon \operatorname{ch} w + 1), \quad t = \frac{a}{v}(\varepsilon \operatorname{sh} w + w),$$

получим для $f_{nl}(\omega, t)$ при $l = m = 0$

$$f_{00} = \frac{4\pi\rho_0}{k\hbar v} f_{in} \left(\frac{d\rho_0}{d\varepsilon_F} \right)^{-1} \sqrt{\frac{\hbar\rho_0 k_{nl}^2}{2m N_{nl} \omega_{nl}}}^{R_0} \int_0^{R_0} j_0(kr) r^2 dr \times \\ \times \left\{ e^{ika \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha \operatorname{sh} w - \beta \operatorname{ch} w - i\xi w} dw} - e^{-ika \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha \operatorname{sh} w - \beta \operatorname{ch} w + i\xi w} dw} \right\}, \quad (19)$$

где

$$\varepsilon = \sin^{-1} \frac{\theta}{2}; \quad \xi = \frac{a\omega}{v}; \quad \omega = kc_s; \quad \alpha = ka\varepsilon; \quad \beta = \frac{a\omega}{v}\varepsilon = \xi\varepsilon.$$

Интегралы выражаются через функции Бесселя и

$$f_{00} = \frac{4\pi^2\rho_0}{\sqrt{\pi}v} \sqrt{\frac{\hbar\rho_0}{2m N_{nl} \omega_{nl}}}^{R_0} \int_0^{R_0} j_0(kr) r^2 dr \\ f_{in} \left(\frac{d\rho}{d\varepsilon_F} \right)^{-1} \frac{\sin \left(ka - \frac{\xi}{2} \ln \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \right)}{\operatorname{sh}(\xi\pi)} \cdot (J_{-i\xi} - J_{i\xi}).$$

Подставив рассчитанные значения f_{00} в (18) и (16), получим формулу для дифференциального сечения возбуждения изоскалярного гигантского монопольного резонанса, выраженную через хорошо известные функции.

Литература

1. Федотов С.И. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, настоящий сборник, с.65.
2. Kobe D.H., Coomer G.C. — Phys. Rev., 1979, A7, p.1312.
3. Мигдал А.Б. — Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1965.

NEW RESULTS ON THE DESCRIPTION OF THE ETCHING PROCESS IN POLYMERS IRRADIATED WITH HEAVY IONS AND THE SYSTEMATICS OF PORE OPENING WITH THE HELP OF THE MODEL OF LOW-ENERGY EXCITATIONS

M. Danziger

The interaction of heavy ions with solid (thin films) produces a narrow radial core of primary damage. The actual nature of the damage and the mechanism of its formation is not yet fully understood. In some recent publications [3,4,5,6] a new model was introduced which is based on the theory that the incident ion causes a disturbed structure directly around its trajectory and is characterized by vitreous properties. It is termed as the model of low-energy excitations. A method to determine the systematics of pore formation has been shown. The thin films have been etched by electrochemical technique and the first results obtained about the opening process of the smallest track have been presented.

The investigation has been performed at the Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Новые результаты в описании процесса травления в полимерах, облученных тяжелыми ионами, и систематика вскрытия пор на основе модели низкоэнергетических возбуждений

М. Данцигер

Взаимодействие тяжелых ионов с твердым телом (тонкими пленками) создает узкую радиальную сердцевину первичного повреждения. Действительная природа этого повреждения и механизм его образования еще не до конца понятны. В ряде недавних публикаций [3,4,5,6] была описана новая модель, основанная на гипотезе, что налетающий ион производит повреждение структуры непосредственно вокруг траектории своего движения и характеризуется свойствами стеклообразного тела. Она получила название — модель низкоэнергетических возбуждений. Представлен метод определения систематики образования пор. Представлены первые результаты по процессу вскрытия наименьших треков в тонких пленках, подвергнутых травлению по электрохимической методике.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им.Флерова ОИЯИ.

1. Introduction

It is more than 30 years since Young (1958), Silk, and Barnes (1959) published the first results on nuclear tracks in solids. These investigations

were only the beginning of the development of new track detectors in nuclear physics. At present, a wide spectrum of problems exists, concerning the etching of materials irradiated by heavy ions.

The explanation of the interactions of heavy ions with solids along their trail, especially the so-called core of the track, is now as ever an actual problem. The core is the range, where an ion generates a primary disturbance. By recent publications a new model is introduced [1]. This model bases on the theory that the incident ion is disturbing the structure directly around its trajectory, described by vitreous properties [2].

Since, for instance, in irradiated polymers the radius of the core is smaller than 10nm, a high quality technique of measurement is necessary to reach out the range of pore radius smaller than 1nm. For calculating the effective radius

$$\bar{r}(t) = \sqrt{\frac{1}{\kappa(R(t) - R_L)} \frac{d}{NS\pi}}, \quad (1)$$

with $\bar{r}$ being effective pore radius at the time t ; κ , conductivity of the etchant; $R(t)$, electrical resistance of the conductance cell with membrane at the time t ; R_L , resistance of the conductance cell without membrane; d , thickness of the solid film; S , area of the sample in the case of high track density; and N , track density, some important assumptions are provided:

- cylindrical shapes of the pores
- very thin films of solids (polymer films).

If it is possible to measure the time development of these small radii, there arises a new question, namely, the statistics of the opening process of the pores.

The time dependence of pore opening can be developed by applying the model of low-energy excitations. This paper presents an experimental set-up connected with a method which allows one to determine the statistics of the pore origin and to modulate the etching process for values of radii smaller than 5nm. The advantages and disadvantages of this measuring method, its limits and alternatives to raise the accuracy of the measurement are also displayed.

2. The Model of Low-Energy Excitations

In general, all the processes which can be described by the model of low-energy excitations are determinable by the following characteristics:

- 1) An external perturbation initiates an internal interactive process resulting from an abrupt potential change within a system investigated.

2) This potential change, in turn, causes response phenomena, i.e., there is a reaction to this potential change.

The irradiation of solid produces local regions, where charged particles or dipoles are not compensated completely. Though the solid is electrically neutral, i.e., the sum of all charges is zero, separate regions can have charges causing the polarization. The separate regions are interconnected and if there is a change of polarity in one of them the others will "feel" it. The charge of the solids structure along the latent trail expresses the energy loss of the ion in its travel through the matter.

During the etching process the deposited energy is transferred to the whole solid. The influence of etching reactions can effect a change of polarization in a separate region by the transition of a free charge or a dipole from one state of equilibrium into another. The energy barrier between these states of equilibrium is very small, and so a transition from one into the other is possible. These are the so-called two level systems. But a transition of a charge or a dipole into another state of equilibrium is connected with a change in polarization in the surrounding. The neighbouring regions react to this change and this response can be compared with an oscillation of the regional units. These are low-energy excitations. That's why the model is called the Model of Low-Energy Excitations. A response function, describing the reaction of the solids on the external disturbance, i.e., the penetrating ion, released by the etching process,

$$\psi(r) = \frac{a_0^2}{k_B T e^{\gamma} l_0 k_c^n} r^{-n} \cdot \exp\left(-\frac{r^{1-n}}{(1-n)e^{\gamma} l_0 k_c^n}\right), \quad (2)$$

can be calculated by the model. Thereby, r is the pore radius; k_c , the maximal wave number of the low-energy excitations; l_0 , the distance between two states of equilibrium if no correlations occur; a_0 , the polarization density; n , the so-called interaction parameter; k_B , the Boltzmann constant; T the absolute temperature; and γ , the Euler constant.

The response function is proportional to the radial etching rate in the case of only one pore at the investigated solid.

In the case of high pore density at the solid, the radial etching rate is proportional to the imaginary part of the Fourier-transformation of the response function

$$\chi'' = \int dr \psi(r) \sin(kr) \quad (3)$$

with $k = \frac{1}{\bar{r}}$. The value $\bar{r}$ is the effective radius.

3. A Possible Variant to Calculate the Statistics of Pore Opening

The shape of the curve of etching rate versus the effective radius is shown schematically in Fig.1. Hereby, the stars represent the measured points and the solid line shows the shape of the curve as a result of the influence of the low-energy excitations during the etching process. The value r_L was selected as the upper limit of the range where the model of low-energy excitations is valid. This value is connected with parameter l_0 characterising the mean distance between the two states of equilibrium and depending on the size of the locally polarized regions. The number of local polarized regions decreases for values greater than r_L , because the etching process itself removed some of these regions. A deviation between the experimental and the theoretical curves can be observed for values lower than r_V .

Equation (1) is used to determine the experimental curve of the etching rate $\bar{v}_R(\bar{r})$, where

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}.$$

The number N of tracks per sqcm is assumed to be constant in eq.(1): $N = N_{\text{const}}$. Assuming the etching mechanism is also connected with the generation of low-energy excitations for values $\bar{r} < r_V$, we see that the values of tracks must be lower than N .

This means, that the pores do not open simultaneously, but as a function of time:

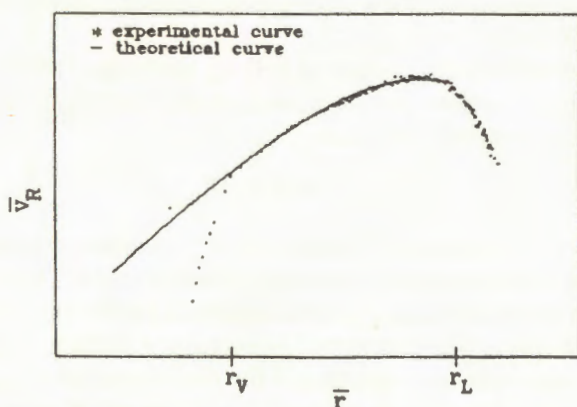


Fig.1. Schematic shape of the etching rate versus the effective radius

$$N = f(t) \text{ for } \bar{r}(t) < r_V \quad (4)$$

With the help of the model of low-energy excitations it is possible to derive the time distribution of the number of opening pores N_{exp} . To calculate this distribution the following steps are necessary:

— Fitting the parameters of the model with the experimental data in the interval $[r_V, r_L]$ (see Fig.1);

— Then the modeled curve will be extended to values lower than r_V ;

— Calculation of $\bar{r}(t)$ from the theoretical etching rate $\bar{v}_R$. These values will be designated as $\bar{r}_{\text{lee}}(t)$ (lee ... low-energy excitations).

It is now possible to derive the time distribution of the number of opening pores N_{exp} by including the mentioned difference between the experimental and theoretical curves:

$$\frac{\bar{r}(t)}{\bar{r}_{\text{lee}}(t)} = \sqrt{\frac{N_{\text{const}}}{N_{\text{exp}}}}, \quad (5)$$

the time dependence of N_{exp} can be calculated

$$N_{\text{exp}} = N(t) = N_{\text{const}} \cdot \frac{\bar{r}_{\text{lee}}^2(t)}{\bar{r}^2(t)}. \quad (6)$$

4. Experiment

The experimental set-up is shown in Fig.2. A great number of samples has been measured, each with a different reference resistance, in order to determine the $\bar{r}(t)$ -curve very exactly.

The $\bar{r}(t)$ -curve has been composed only by intervals of the $\bar{r}(t)$ -curves of each measurement, where the resistance of the foil lies in the order of magnitude of the reference resistance:

$$0,3R_{\text{Ref}} \leq R(t) \leq 3R_{\text{Ref}} \quad (7)$$

With the help of the introduced method the $N(t)$ -dependence can be ascertained from the functions which are shown in Figs.3 and 4. This dependence is to be seen in Fig.5. Now the $N(t)$ -distribution is known and the $\bar{r}(t)$ -function can be corrected. This correction is necessary because the number of opened pores was taken as a constant at the determination of the $\bar{r}(t)$ -pairs from the values of foil resistance (see eq.(1)). The result of such a correction is shown in Fig.6, whereby a sample with $1,5 \cdot 10^9$ tracks/cm² has been mea-

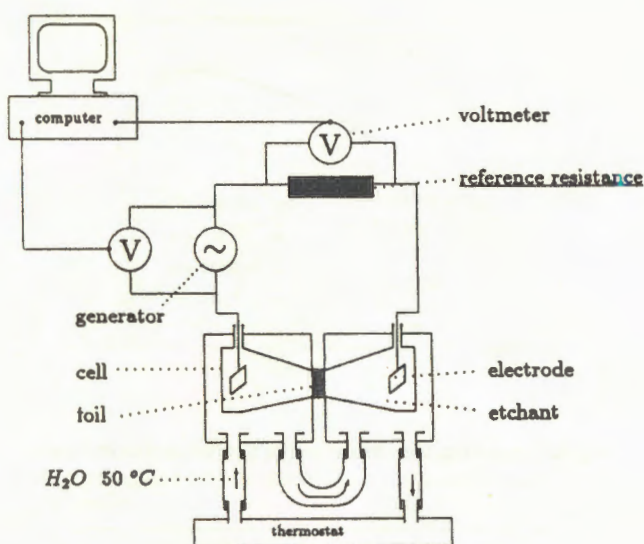


Fig.2. Schematic representation of the experimental set-up

sured. The corrected $\bar{r}(t)$ -curve raises for $t < t_{\min}$. A minimum occurs, which cannot be explained theoretically. This means that for values $\bar{r}(t)$ at lower than $t_{\min}$ the determined resistances must be wrong, their values are too low. Here are the limits of the experimental set-up. The foil capacity and the

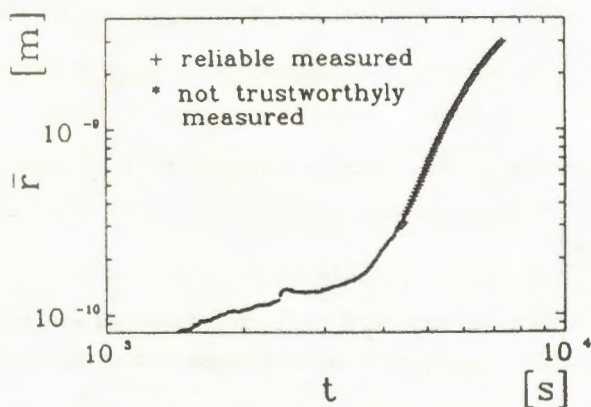


Fig.3. The measured effective radius in dependence on the time

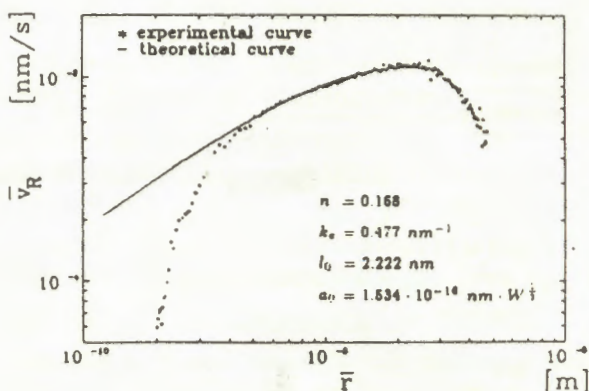


Fig. 4. The etching rate versus the effective radius of etched pores

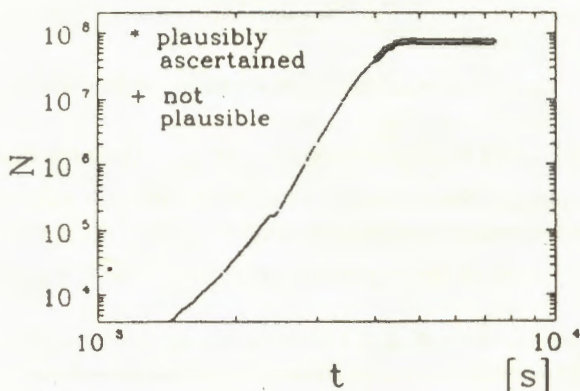


Fig.5. The number of opened pores in dependence of the time

entrance resistances of the voltmeters influence the measurement in such a manner that the values of foil resistance exceeding $5 \cdot 10^5 \Omega$ cannot be measured exactly.

The $\bar{r}(t)$ -curve should approach the curve calculated with the model of low-energy excitations, because it has been determined with constant N for decreasing t -values (see Fig.6: shape of lee-curve). Comparing Figs.3 and 6 it is to be seen that $\bar{r}(t)$ for a foil with $1.5 \cdot 10^9$ tracks/cm² can be determined exactly at lower values of $\bar{r}$ yet. The reason is, that the number of tracks per

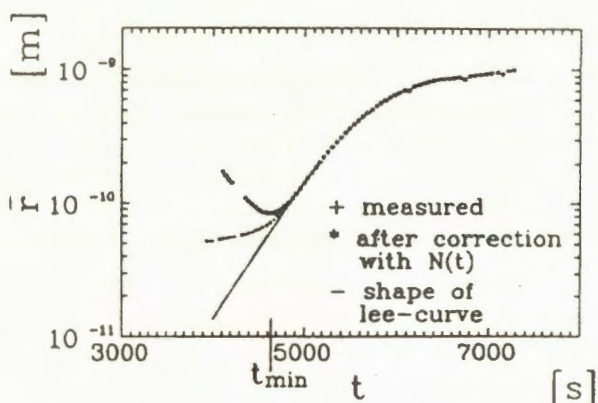


Fig.6 The measured and corrected effective pore radius and its shape calculated with the model of low-energy excitations

sqcm is greater and so the measured resistance, from which $\bar{r}$ is calculated, is already lower than $5 \cdot 10^5 \Omega$.

5. Conclusions

Using the presented experimental set-up and the introduced method one can show that the pore opening depends on time. The measurements indicate that the pore opening during the etching process has a legal behaviour.

The results also show the limits of the used measuring method. The measuring equipment, which is equivalent to the measurement of resistance, cannot be used to determine resistances greater than $10^6 \Omega$.

Because the starting value of the resistance lies in the order of magnitude of $10^{12} \Omega$ the data greater than $10^6 \Omega$ in the actual experimental set-up are lost. So, a completely different principle of measurement becomes necessary, just as for measurements with foils, where the number of tracks is lower than that in this paper.

One possible method to solve this problem is the measuring equipment, where the difference between resistances can be determined. This will be the subject of a later paper.

References

1. Danziger M. — Nucl. Tracks Radiat. Meas., 1991, 19, Nos.1-4, p.55.
2. Andrassy G., Danziger M. — JINR Commun. E7-91-89, Dubna, 1991.
3. Danziger M., Bernhardt A. — phys. stat. sol. (b), 1991, 167, p.721.
4. Danziger M., Bernhardt A. — phys. stat. sol. (b), 1991, 164, p.569.
5. Danziger M., Bernhardt A. — phys. stat. sol. (b), 1992, 169, p.591.
6. Danziger M., Andrassy G. — phys. stat. sol. (b), 1990, 161, p.223.

Received on January 5, 1993.

УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ К СБОРНИКАМ
 "КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ", №1/52/-6/57/, 1992

№1/52/

В.Г.Аблеев и др.

Калибровочное измерение сечений реакций

$^{12}\text{C}(\text{d}, \text{p})$ и $\text{p}(\text{d}, \text{p})$ при малых импульсах
 протона в системе покоя дейтрона.

/На английском/.....5

В.Г.Аблеев и др.

Измерение сечений реакций $^{12}\text{C}(\text{d}, \text{p})$ и $\text{p}(\text{d}, \text{p})$
 в широком интервале импульсов
 вылетающих вперед протонов.

/На английском/.....10

Б.Словинский

Флуктуации зеркальной симметрии
 в электронно-фотонных ливнях, вызванных
 гамма-квантами с энергией
 от 100 до 3500 МэВ в жидком ксеноне.

/На английском/.....17

В.В.Буров, В.Н.Достовалов, С.Э.Суськов

Упругое eD -рассеяние с учетом мезонных обменных
 токов в КХД-ВМД модели.

/На английском/.....21

К.Я.Громов и др.

К вопросу о возможности образования частиц
 с массой около $3m_e$ при β - распаде ядер.....28

№2/53/

В.А.Воронко и др.

Энергия генерации нейтронов легкими ядрами
 в свинцовом блоке.....5

Л.Г.Заставенко

Уровни фон Неймана-Вигнера
 и резонансные состояния систем электрон-

позитрон, протон-протон. /На английском/.....	9
В.А.Николаев, В.Ю.Новожилов, О.Г.Ткачев Скалярный мезон-дилатон-кварконий в нуклонной структуре. /На английском/.....	17
Ю.Н.Покотиловский, Г.Г.Тахтамышев Экспериментальная проверка гипотезы Скобелъцына-Балдина о вылете нестабильных частиц при распаде ^{214}Bi	29
А.Н.Андреев и др. Сечения образования нейтрондефицитных изотопов Bi и Pb в реакциях $^{40}\text{Ca} + ^{151,153}\text{Eu}$	35
В.М.Дьяченко и др. Абсолютная калибровка камер деления КНТ-8.....	45
И.Манджавидзе, А.Сисакян Феноменология процессов рождения с очень большой множественностью. /На английском/.....	51
С.Бацкович и др. Больцмановская температура отрицательных пионов в неупругих $(d, \alpha, C) + (C, Ta)$ -соударениях при 4,2 А ГэВ/с. /На английском/.....	58
№3/54/	
М.А.Ананьева, А.В.Голубчиков, О.А.Займидорога О наблюдении гибридных резонансных состояний 1^{-+} и 1^{++} в процессе дифракционного рождения $\pi^{+}\pi^{-}\pi^{-}$ -системы.....	5
С.С.Авраменко и др. Коллективное возбуждение дельта-изобары в реакциях перезарядки $(^7\text{Li}, ^7\text{Be})$ и $(^3\text{H}, ^3\text{He})$	

при импульсе 3 ГэВ/с на нуклон.	
/На английском/.....	13

А.А.Балдин и др.

Сечения рождения каонов и пионов в $p + C$, $d + C$ и $C + C$ столкновениях как функция энергии налетающих частиц в диапазоне энергий 2,5 - 8,1 ГэВ/нуклон.	
/На английском/.....	20

А.А.Балдин

Возможен ли единый подход к подпороговым и кумулятивным процессам в релятивистских ядерных столкновениях?.....	27
--	----

Б.А.Шахбазян, Т.А.Волоховская, А.С.Мартынов

Наблюдение стабильных $\tilde{H}(S = -2)$ и $A^0(S = -3)$ дибарионов.	
/На английском/.....	38

Б.А.Шахбазян, Т.А.Волоховская, А.С.Мартынов

Наблюдения второго тяжелого стабильного дибариона $\tilde{H}(S = -2)$.	
/На английском/.....	51

Л.С.Золин, В.Ф.Переседов

Искажения спектров кумулятивных мезонов вторичными взаимодействиями в ядрах.....	59
---	----

Ю.Ц.Оганесян и др.

Наблюдение реакции радиационного захвата нейтрона на экзотическом изомере $^{178m2}\text{Hf}$	72
--	----

№4/55/

О.П.Гаврищук, В.Ф.Переседов, Л.С.Золин

Выход $K^\pm$ назад в pA -взаимодействиях при 15 - 65 ГэВ.	
/На английском/.....	4

С.В.Афанасьев и др. Сцинтилляционный счетчик с временным разрешением 80 пс на основе ФЭУ-87. /На английском/.....	12
---	----

Б.Словинский, Я.Рогульский Радиальные профили электромагнитных ливней, вызываемых гамма-квантами с энергией 100 - 3500 МэВ. /На английском/.....	19
--	----

В.В.Буров и др. Формфакторы нуклона и кварков в модели релятивистского гармонического осциллятора с учетом спина кварков.....	22
--	----

М.Пенция и др. Подпороговое образование резонансов ρ и J/ψ на ядрах. /Моделирование методом Монте-Карло/. /На английском/.....	31
---	----

№5/56/

Ю.Ц.Оганесян и др. Ультрачистый плутоний-237. Получение и характеристики. /На английском/.....	5
---	---

Е.П.Жидков и др. Конструирование магнитной системы при помощи решения обратной задачи магнитостатики. /На английском/.....	16
--	----

И.В.Пузынин и др. Новая эффективная масса в адиабатическом подходе для мюонной задачи трех тел. /На английском/.....	30
---	----

О.А.Займидорога Экспериментальные возможности измерения	
--	--

магнитного момента нейтрино до 10^{-11} магнетонов Бора от нейтринного источника. /На английском/.....	39
--	----

Г.Д.Алексеев и др. Изучение дрейфовых трубок повышенного давления в качестве точного детектора для мюонных систем. /На английском/.....	45
---	----

М.А.Купцов и др. Кинетические уравнения для кваркового конденсата в моделях типа Намбу - Йона-Лазинио. /На английском/.....	51
--	----

Б.А.Шахбазян, Т.А.Волоховская, А.С.Мартынов Наблюдение тяжелого стабильного, положительно заряженного $\tilde{H}^+$ ($S = -2$) дибариона. /На английском/.....	57
---	----

№6/57/

Д.В.Фурсаев, В.Г.Кадышевский Левые и правые компоненты бозонного поля и электрослабая теория. /На английском/.....	5
---	---

В.В.Буров, А.А.Гой, С.Э.Суськов Эффекты запаздывания в $ed \rightarrow e'p\pi$ -реакции. /На английском/.....	9
---	---

А.З.Дубничкова, С.Дубничка, М.П.Рекало Другая возможность проверки гипотезы сохранения векторного тока. /На английском/.....	18
---	----

С.Б.Герасимов, А.С.Хрыкин Протон-протонное тормозное излучение и узкие дипротонные резонансы. /На английском/.....	24
---	----

А.Боулджедри и др. О бета-распаде изотопа $^{183}_{14}\text{Tl}$, образующегося в реакции $^{14}\text{Sm} + ^{40}\text{Ca}$ /На английском/.....	32
В.В.Иванов, Ю.В.Столярский Графический интерфейс системы PPDS на основе PAW.....	39
В.Н.Первушин "Квантовое" время в космологии Фридмана.....	46
А.Н.Валл, В.М.Левиант, А.В.Синицкая Реализация модели Намбу - Йона-Лазинио на физических полях. /На английском/.....	50
А.Д.Попов О вложении интегрируемых уравнений в $(1 + 1)$ и $(2 + 1)$ измерениях в обобщенные уравнения автодуальности модели Янга - Миллса. /На английском/.....	57
Ф.А.Гареев и др. Упругое рассеяние вторичного пучка ^{11}Li при 29 МэВ/нуклон на кремнии-28 /На английском/.....	63
И.Д.Алхазов и др. Позиционно-чувствительный нейтронный детектор как модуль нейтронной многодетекторной системы. /На английском/.....	80

JINR RAPID COMMUNICATIONS - 1992

CONTENTS

No.1/52/

V.G.Ableev et al. Calibration Measurements of the $^{12}\text{C}(\text{d}, \text{p})$ and $\text{p}(\text{d}, \text{p})$ Cross Sections at Small Proton Momenta in the Deuteron Rest Frame.....	5
V.G.Ableev et al. Measurements of the $^{12}\text{C}(\text{d}, \text{p})$ and $\text{p}(\text{d}, \text{p})$ Forward Cross Sections over a Wide Range of Proton Momenta.....	10
B.Słowski Planar Symmetry Fluctuation in Electromagnetic Showers Induced in Liquid Xenon by Photons between 100 and 3500 MeV.....	17
V.V.Burov, V.N.Dostovalov, S.Eh.Sus'kov Elastic eD-Scattering with Allowance for Exchange Meson Currents within QCD-VMD Model.....	21
K.Ya.Gromov et al. To the Question of the Production Possibility of Particles with Mass about $3m_e$ in Nuclear β -Decay /In Russian/.....	28

No.2/53/

V.A.Voronko et al. The Energy of Neutron Generation by Light Nuclei in the Lead Target /In Russian/.....	5
L.G.Zastavenko The QFT Scattering Resonances Cannot Be Associated with the von Neumann - Wigner Bound States in a Continuous Spectrum.....	9

V.A.Nikolaev, V.Yu.Novozhilov, O.G.Tkachev
 Scalar Dilaton-Quarkonium Meson
 in Nucleon Structure17

Yu.N.Pokotilovskij, G.G.Takhtamyshev
 Experimental Verification of Skobeltsyn-Baldin
 Hypothesis of the Emission of Unstable Particles
 on Decay of ^{214}Bi
 /In Russian/.....29

A.N.Andreev et al.
 Cross Sections of the Production
 of the Neutron-Deficient Isotopes
 of Bi and Pb in Reactions $^{40}\text{Ca} + ^{151,153}\text{Eu}$
 /In Russian/.....35

V.M.D'yachenko et al.
 Absolute Calibration of the KNT-8 Fission Chambers
 /In Russian/.....45

J.Manjavidze, A.Sissakian
 Phenomenology of Very High Multiplicity
 Production Processes.....51

S.Backović et al.
 The Boltzmann Temperature of Negative Pions
 in Inelastic (d, α , C) + (C, Ta) Collisions
 at 4.2 A GeV/c58

No.3/54/

M.A.Ananieva, A.V.Golubchikov, O.A.Zaimidoroga
 On the Observation of Hybrid Resonance States
 1^- and 1^{++} in the Diffractively Produced
 3π -System
 /In Russian/.....5

S.S.Avramenko et al.
 Collective Excitation of Δ -Isobar
 in Charge Exchange Reactions (^3Li , ^3Be)
 and (^3H , ^3He) at a Projectile Momentum
 of 3 GeV/c per Nucleon.....13

A.A.Baldin et al. Kaon and Pion Production Cross Sections in $p + C$, $d + C$ and $C + C$ Collisions as a Function of Projectile Energy from 2.5 to 8.1 GeV/Nucleon.....	20
---	----

A.A.Baldin Is the Universal Approach to the Subthreshold and Cumulative Processes in Relativistic Nuclear Collisions Possible? /In Russian/.....	27
--	----

B.A.Shahbazian, T.A.Volokhovskaya, A.S.Martynov The Observation of Stable $\tilde{H}(S = -2)$ and $A^0(S = -3)$ Dibaryons.....	38
--	----

B.A.Shahbazian, T.A.Volokhovskaya, A.S.Martynov The Observation of the Second Heavy Stable $\tilde{H}(S = -2)$ Dibaryon.....	51
--	----

L.S.Zolin, V.F.Peresedov Distortion of the Spectra of Cumulative Mesons by Multiscattering in Nuclei /In Russian/.....	59
---	----

Yu.Ts.Oganessian et al. Observation of Neutron Radiative Capture-Reaction on Exotic Isomer $^{178m2}\text{Hf}$ /In Russian/.....	72
---	----

No.4/55/

O.P.Gavrishchuk, V.F.Peresedov, L.S.Zolin K^+ Backward Production in pA Interactions at 15-65 GeV.....	4
--	---

S.V.Afanasiev et al. 80 ps Timing Resolution Scintillation Counter with a Photomultiplier Tube FEU-87.....	12
--	----

B.Słowinski, J.Rogulski Radial Profiles of Photon Initiated Electromagnetic Showers Between 100 and 3500 MeV.....	19
V.V.Burov et al. Nucleon and Quark Form Factors in Relativistic Harmonic Oscillator Model /In Russian/.....	22
M.Pentia et al. Subthreshold ρ and J/ψ Production on Nuclei (Monte - Carlo Simulation).....	31

No.5/56/

Yu.Ts.Oganessian et al. Ultra Pure Plutonium-237. Production and Characteristics.....	5
E.P.Zhidkov et al. Designing of the Magnetic System by the Solution of Inverse Problem.....	16
I.V.Puzynin et al. New Effective Mass in Adiabatic Approach for the Muonic Three-Body Problem.....	30
O.A.Zaimidoroga The Experimental Possibility of Measuring the Magnetic Moment of Neutrino up to 10^{-11} of Bohr Magneton with a Neutrino Source.....	39
G.D.Alekseev et al. The Preliminary Study of Pressurized Drift Tubes as a Detector for Precision Muon Tracking.....	45
M.A.Kuptsov et al. Kinetic Equations for the Quark Condensate in the NJL Type Models.....	51

B.A.Shahbazian, T.A.Volokhovskaya, A.S.Martynov The Observation of the Heavy Stable Positively Charged $\tilde{H}^+$ (S = -2) Dibaryon.....	57
---	----

No.6/57/

D.V.Fursaev, V.G.Kadyshevsky Left-Right Components of Bosonic Field and Electroweak Theory.....	5
---	---

V.V.Burov, A.A.Goy, S.Eh.Sus'kov Retardation Effects in $e d \rightarrow e' n p$ Reaction.....	9
---	---

A.Z.Dubničková, S.Dubnička, M.P.Rekalo Another Possibility of Conserved-Vector-Current Hypothesis Verification.....	18
---	----

S.B.Gerasimov, A.S.Khrykin Proton-Proton Bremsstrahlung and Narrow Diproton Resonances.....	24
---	----

A.Bouldjedri et al. On Beta Decay of the Isotope ^{183}Tl Produced by the $^{147}\text{Sm} + ^{40}\text{Ca}$ Reaction.....	32
---	----

V.V.Ivanov, Yu.V.Stolyarsky Graphical Interface for PPDS System Based on PAW /In Russian/.....	39
--	----

V.N.Pervushin "Quantum" Time in the Friedmann Cosmology /In Russian/.....	46
---	----

A.N.Vall, V.M.Leviant, A.V.Sinitskaya The Realization of Nambu - Jona-Lasinio Type Model on Physical Fields.....	50
--	----

A.D.Popov On Embedding of Integrable Equations in (1 + 1) and (2 + 1) Dimensions into the Generalized Self-Dual Yang - Mills Equations.....	57
--	----

F.A.Gareev et al.

Elastic Scattering of a Secondary

^{11}Li Beam on ^{28}Si at 29 MeV/n.....63

I.D.Alkhazov et al.

Position-Sensitive Neutron Detector

as a Module of Neutron Multidetector System.....80

ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ К СБОРНИКАМ
 "КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИАИ" № 1/52/-6/57/, 1992

- | | | | |
|-------------------|------------|-------------------|------------|
| Абдурахимов, А.У. | | Варденга, Г.Л. | |
| - №3, с.13 | | - №3, с.13 | |
| Аблеев, В.Г. | - №1, с.5 | Виницкий, С.И. | |
| - №1, с.10 | | - №5, с.30 | |
| Авраменко, С.С. | - №3, с.13 | Волоховская, Т.А. | |
| Аксиненко, В.Д. | - №3, с.13 | - №3, с.38 | |
| Алексеев, Г.Д. | - №5, с.45 | - №3, с.51 | |
| Алхазов, И.Д. | - №6, с.80 | - №5, с.57 | |
| Ананьева, М.А. | - №3, с.5 | Воронко, В.А. | - №2, с.5 |
| Андреев, А.Н. | - №2, с.35 | Гаврилов, Ю.К. | - №3, с.20 |
| Аникина, М.Х. | - №3, с.13 | Гавришук, О.П. | - №4, с.4 |
| Анисимов, Ю.С. | - №4, с.12 | Гаевски, К. | - №3, с.13 |
| Анне, Р. | - №6, с.63 | Гальперин, А.Г. | |
| Астье, А. | - №6, с.32 | - №3, с.13 | |
| Атанасов, И. | - №1, с.10 | Гареев, Ф.А. | - №6, с.63 |
| Афанасьев, С.В. | - №4, с.12 | Герасимов, С.Б. | |
| Балдин, А.А. | - №3, с.20 | - №6, с.24 | |
| - №3, с.27 | | Гиймо-Мюллер, Д. | |
| Банник, Б.П. | - №3, с.13 | - №6, с.63 | |
| Баранов, С.А. | - №5, с.45 | Гиорданеску, Н. | |
| Барнау, А. | - №6, с.32 | - №4, с.31 | |
| Бацкович, С. | - №2, с.58 | Глаголева, Н.С. | |
| Беликов, Ю.А. | - №3, с.13 | - №3, с.13 | |
| Беро, Р. | - №6, с.32 | Гой, А.А. | - №6, с.9 |
| Бимбо, Ф. | - №6, с.63 | Голохвастов, А.И. | |
| Блашот, Ж. | - №6, с.32 | - №3, с.13 | |
| Богданов, Д.Д. | - №2, с.35 | Голубчиков, А.В. | |
| Бондарев, В.К. | - №4, с.31 | - №3, с.5 | |
| Бонушкин, Ю.Е. | - №5, с.45 | Громов, К.Я. | - №1, с.28 |
| Борель, В. | - №6, с.63 | Губер, Ф.Ф. | - №3, с.20 |
| Борча, К. | - №6, с.63 | Даниэль, А.В. | - №6, с.80 |
| Боулджедри, А. | - №6, с.32 | Де Паче, А. | - №4, с.22 |
| Букланов, Г.В. | - №5, с.5 | Джмухадзе, С. | - №1, с.10 |
| Буров, В.В. | - №1, с.21 | Длоугы, З. | - №6, с.63 |
| - №4, с.22 | | Дмитриев, В.Д. | - №6, с.80 |
| - №6, с.9 | | Дмитриев, С.Н. | - №5, с.5 |
| Бутенко, В.А. | - №3, с.13 | Доги, С. | - №6, с.63 |
| Валл, А.Н. | - №6, с.50 | Доркин, С.М. | - №4, с.22 |

- Достовалов, В.Н. — №1, с.21
- Дроздов, В.А. — №3, с.13
- Дубничка, С. — №6, с.18
- Дубничкова, А.З. — №6, с.18
- Дьяченко, В.М. — №2, с.5
- №2, с.45
- Дюффэ, Р. — №6, с.32
- Еремин, А.В. — №2, с.35
- Ершов, С.Н. — №6, с.63
- Женеви, Ж. — №6, с.32
- Жидков, Е.П. — №5, с.16
- Жизон, А. — №6, с.32
- Завьялов, В.Ф. — №3, с.13
- Займидорога, О.А. — №3, с.5
- №5, с.39
- Запорожец, С.А. — №1, с.5
- №1, с.10
- Зарубин, П.И. — №4, с.12
- №4, с.31
- Заставенко, Л.Г. — №2, с.9
- Золин, Л.С. — №3, с.59
- №4, с.4
- Иванов, В.В. — №6, с.39
- Изосимов, И.Н. — №6, с.32
- Иншаух, Ж. — №6, с.32
- Кабаченко, А.П. — №2, с.35
- Кадышевский, В.Г. — №6, с.5
- Казача, Г.С. — №6, с.63
- Каминский, Н.И. — №3, с.13
- Карамян, С.А. — №3, с.72
- Каргин, А.Н. — №1, с.28
- Карпенко, Г.В. — №5, с.45
- Карстою, Ф. — №6, с.63
- Козубский, Э.В. — №3, с.13
- Козулин, Э.М. — №6, с.80
- Кондратьев, В.П. — №3, с.13
- Кордяш, А. — №6, с.63
- Костин, В.Я. — №2, с.5
- Краснов, Л.В. — №3, с.13
- Крипик, Д. — №2, с.58
- Крумштейн, З.В. — №5, с.45
- Кузнецов, А.В. — №6, с.80
- Кулаков, Б.А. — №3, с.13
- Купцов, М.А. — №5, с.51
- Курепин, А.Б. — №3, с.20
- Ладыгин, В.П. — №1, с.10
- Лазарев, Ю.А. — №6, с.32
- Лебедев, Н.А. — №1, с.28
- Левиант, В.М. — №6, с.50
- Левитович, М. — №6, с.63
- Лима, С. — №5, с.16
- Литвиненко, А.Г. — №4, с.31
- Лукстиньш, Ю. — №3, с.13
- Лукьянов, С.М. — №6, с.63
- Малахов, А.И. — №4, с.12
- №4, с.31
- Мальшев, В.Л. — №5, с.45
- Манджавидзе, И. — №2, с.51
- Мандрик, О.Ю. — №3, с.13
- Маньяков, П.К. — №3, с.13
- Мартынов, А.С. — №3, с.38
- №3, с.51
- №5, с.57
- Мартынов, А.Ф. — №2, с.45
- Матюшин, А.Т. — №3, с.13
- Матюшин, В.Т. — №3, с.13
- Мелкумов, Г.Л. — №4, с.31

Мехдиев, Р.Р.	- №2, с.58	Пенионжкевич, Ю.Э.	- №6, с.63
Мигаленя, В.Я.	- №2, с.5		- №6, с.80
Мирковски, И.	- №3, с.13	Пенция, М.	- №4, с.31
Михайлова, Т.И.	- №1, с.28	Пенчев, Л.	- №1, с.10
Музычка, Ю.А.	- №2, с.35	Первушин, В.Н.	- №6, с.46
Мухин, С.В.	- №3, с.13	Переседов, В.Ф.	- №3, с.59
Мюллер, А.С.	- №6, с.63		- №4, с.4
Нагайченко, В.И.	- №2, с.5	Пискунов, Н.М.	- №1, с.5
Назаров, В.М.	- №2, с.45		- №1, с.10
	- №3, с.72	Покотиловский, Ю.Н.	- №2, с.29
Никитская, С.В.	- №3, с.20	Поль, Ю.С.	- №3, с.13
Никитский, А.Ю.	- №3, с.20	Полякова, Р.В.	- №5, с.16
Никитяк, Н.М.	- №3, с.13	Поп, Д.	- №4, с.31
Николаев, В.А.	- №2, с.17	Попеко, Г.С.	- №2, с.35
Новгородов, А.Ф.	- №1, с.28	Попов, А.Д.	- №6, с.57
	- №5, с.5	Прозоркевич, А.В.	- №5, с.51
Новожилов, В.Ю.	- №2, с.17	Пужо, Ф.	- №6, с.63
Номофилов, А.А.	- №1, с.5	Пузынин, И.В.	- №5, с.30
	- №1, с.10	Пузынина, Т.П.	- №5, с.30
Носек, Л.	- №6, с.63	Пустыльник, Б.И.	- №2, с.35
Нургожин, Н.Н.	- №3, с.13	Пятковски, А.	- №3, с.13
Оганесян, Ю.Ц.	- №3, с.72	Радоманов, В.Б.	- №3, с.13
	- №5, с.5	Разин, В.И.	- №3, с.20
	- №6, с.32	Редон, Н.	- №6, с.32
Останевиц, Т.Г.	- №3, с.13	Резников, С.Г.	- №4, с.12
Охрименко, Л.С.	- №3, с.13	Рекало, М.П.	- №6, с.18
Охрименко, О.В.	- №3, с.13	Решетин, А.И.	- №3, с.20
Павловски, З.	- №3, с.13	Рогульский, Я.	- №4, с.19
Пантуев, В.С.	- №3, с.20	Россель-Шома, П.	- №6, с.63
		Рубченя, В.А.	- №6, с.80
		Рукояткин, П.А.	- №3, с.13
		Саитов, И.С.	- №3, с.13
		Салихачич, Д.	- №2, с.58
		Саломатин, Л.И.	- №5, с.5
		Саракко, П.	- №4, с.22

- Седых, С.А. - №3, с.13
Седых, Ю.В. - №5, с.45
Семенов, А.Ю. - №4, с.12
Сивоклоков, С.Ю. - №2, с.58
Сидоренко, В.В. - №2, с.5
Симич, Л. - №2, с.58
Синицкая, А.В. - №6, с.50
Сисакян, А. - №2, с.51
Ситник, И.М. - №1, с.5
- №1, с.10
Скобелев, Н.К. - №6, с.63
Словинский, Б. - №1, с.17
- №4, с.19
Смирнов, Ю.С. - №5, с.30
Смолянский, С.А. - №5, с.51
Стародуб, Г.Я. - №5, с.5
Степанов, И.В. - №3, с.13
Столярский, Ю.В. - №6, с.39
Строковский, Е.А. - №1, с.5
- №1, с.10
Струнов, Л.Н. - №1, с.5
- №1, с.10
Суськов, С.Э. - №1, с.21
- №6, с.9
Сэн-Лоран, М.Ж. - №6, с.63
Таран, Г.Г. - №3, с.13
Тахтамышев, Г.Г. - №2, с.29
Тер-Акопьян, Г.М. - №2, с.35
Ткачев, О.Г. - №2, с.17
Токменин, В.В. - №5, с.45
Толстов, К.Д. - №2, с.5
- №2, с.45
Тонеев, В.Д. - №5, с.51
Третьякова, С.П. - №6, с.63
Фиаловски, Б. - №5, с.45
Филипповски, А. - №1, с.5
Филиппов, С.Н. - №3, с.20
Фурсаев, Д.В. - №6, с.5
Харитонов, Ю.П. - №5, с.5
Хованский, Н.Н. - №5, с.45
Хорозов, С.А. - №3, с.13
Хрыкин, А.С. - №6, с.24
Хусаинов, Е.К. - №3, с.13
Чейигин, В.И. - №2, с.35
Чеплаков, А.П. - №2, с.58
Шаров, В.И. - №1, с.5
- №1, с.10
Шахбазян, Б.А. - №3, с.38
- №3, с.51
- №5, с.57
Шванда, Я. - №6, с.63
Шевченко, И.Е. - №3, с.13
Шелков, Г.А. - №5, с.45
Широковский, И.В. - №6, с.32
Шишкин, С.В. - №5, с.5
Щегловски, З. - №3, с.72
Эмсаллем, А. - №6, с.32
Юдин, И.П. - №5, с.16
Юдина, Т.А. - №2, с.45
Юшкевич, Ю.В. - №5, с.5

AUTHOR INDEX

1992

- Abdurakhimov, A.U.
 - No.3, p.13
 Ableev, V.G. - No.1, p.5
 - No.1, p.10
 Afanasiev, S.V. - No.4, p.12
 Aksinenko, V.D. - No.3, p.13
 Alekseev, G.D. - No.5, p.45
 Alkhazov, I.D. - No.6, p.80
 Ananieva, M.A. - No.3, p.5
 Andreev, A.N. - No.2, p.35
 Anikina, M.Kh. - No.3, p.13
 Anisimov, Yu.S. - No.4, p.12
 Anne, R. - No.6, p.63
 Astier, A. - No.6, p.32
 Atanasov, I. - No.1, p.10
 Avramenko, S.A. - No.3, p.13
 Backovic, S. - No.2, p.58
 Baldin, A.A. - No.3, p.20
 - No.3, p.27
 Bannik, B.P. - No.3, p.13
 Baranov, S.A. - No.5, p.45
 Barneoud, A. - No.6, p.32
 Belikov, Yu.A. - No.3, p.13
 Beraud, R. - No.6, p.32
 Bimbot, R. - No.6, p.63
 Blachot, J. - No.6, p.32
 Bogdanov, D.D. - No.2, p.35
 Bondarev, V.K. - No.4, p.31
 Bonushkin, Yu.E. - No.5, p.45
 Borcea, C. - No.6, p.63
 Borrel, V. - No.6, p.63
 Bouldjedri, A. - No.6, p.32
 Buklanov, G.V. - No.5, p.5
 Burov, V.V. - No.1, p.21
 - No.4, p.22
 - No.6, p.9
 Butenko, V.A. - No.3, p.13
 Carstoiu, F. - No.6, p.63
 Chepigin, V.I.
 - No.2, p.35
 Cheplakov, A.P.
 - No.2, p.58
 Daniel, A.V. - No.6, p.80
 De Pace, A. - No.4, p.22
 Dlouhy, Z. - No.6, p.63
 Dmitriev, S.N.
 - No.5, p.5
 Dmitriev, V.D.
 - No.6, p.80
 Dogny, S. - No.6, p.63
 Dorkin, S.M.
 - No.4, p.22
 Dostovalov, V.N.
 - No.1, p.21
 Drozdov, V.A.
 - No.3, p.13
 Dshemuchadse, S.
 - No.1, p.10
 Dubnicka, S.
 - No.6, p.18
 Dubnickova, A.Z.
 - No.6, p.18
 Duffait, R.
 - No.6, p.32
 D'yachenko, V.M.
 - No.2, p.5
 - No.2, p.45
 Emsallem, A.
 - No.6, p.32
 Ershov, S.N.
 - No.6, p.63
 Fialovski, B.
 - No.5, p.45
 Filipkowski, A.
 - No.1, p.5
 Filippov, S.N.
 - No.3, p.20

- Fursaev, D.V. - No.6, p.5
 Gajewski, K. - No.3, p.13
 Galperin, A.G.
 - No.3, p.13
 Gareev, F.A. - No.6, p.63
 Gavrilov, Yu.K. - No.3, p.20
 Gavrishchuk, O.P.
 - No.4, p.4
 Genevey, J. - No.6, p.32
 Gerasimov, S.B. - No.6, p.24
 Ghiordanescu, N.
 - No.4, p.31
 Gizon, A. - No.6, p.32
 Glagoleva, N.S.
 - No.3, p.13
 Golokhvastov, A.I.
 - No.3, p.13
 Golubchikov, A.V.
 - No.3, p.5
 Goy, A.A. - No.6, p.9
 Gromov, K.Ya. - No.1, p.28
 Guber, F.F. - No.3, p.20
 Guillemaud-Mueller, D.
 - No.6, p.63
 Inchaouh, J. - No.6, p.32
 Ivanov, V.V. - No.6, p.39
 Izosimov, I.N. - No.6, p.32
 Kabachenko, A.P.
 - No.2, p.35
 Kadyshevsky, V.G.
 - No.6, p.5
 Kaminsky, N.I. - No.3, p.13
 Karamian, S.A. - No.3, p.72
 Kargin, A.N. - No.1, p.28
 Karpenko, G.V. - No.5, p.45
 Kazacha, G.S. - No.6, p.63
 Kharitonov, Yu.P.
 - No.5, p.5
 Khorozov, S.A. - No.3, p.13
 Khovansky, N.N. - No.5, p.45
 Khrykin, A.S. - No.6, p.24
 Khusainov, E.K.
 - No.3, p.13
 Kondratiev, V.P.
 - No.3, p.13
 Kordyasz, A.
 - No.6, p.63
 Kostin, V.Ya.
 - No.2, p.5
 Kozubsky, E.V.
 - No.3, p.13
 Kozulin, E.M.
 - No.6, p.80
 Krasnov, L.V.
 - No.3, p.13
 Krpic, D. - No.2, p.58
 Krumstein, Z.V.
 - No.5, p.45
 Kulakov, B.A.
 - No.3, p.13
 Kuptsov, M.A.
 - No.5, p.51
 Kurepin, A.B.
 - No.3, p.20
 Kuznetsov, A.V.
 - No.6, p.80
 Ladygin, V.P.
 - No.1, p.10
 Lazarev, Yu.A.
 - No.6, p.32
 Lebedev, N.A.
 - No.1, p.28
 Leviant, V.M.
 - No.6, p.50
 Lewitowicz, M.
 - No.6, p.63
 Lima, S. - No.5, p.16
 Litvinenko, A.G.
 - No.4, p.31
 Lukstins, J.
 - No.3, p.13
 Lukyanov, S.M.
 - No.6, p.63

- Malakhov, A.I.
- No.4, p.12
- No.4, p.31
- Malyshev, V.L.
- No.5, p.45
- Mandrik, O.Yu.
- No.3, p.13
- Manjavidze, J.
- No.2, p.51
- Manyakov, P.K.
- No.3, p.13
- Martynov, A.F.
- No.2, p.45
- Martynov, A.S.
- No.3, p.38
- No.3, p.51
- No.5, p.57
- Matyushin, A.T.
- No.3, p.13
- Matyushin, V.T.
- No.3, p.13
- Mekhdiyev, R.R.
- No.2, p.58
- Melkumov, G.L.
- No.4, p.31
- Michailova, T.I.
- No.1, p.28
- Migaleny, V.Ya.
- No.2, p.5
- Mirkowski, J.
- No.3, p.13
- Mueller, A.C.
- No.6, p.63
- Mukhin, S.V. - No.3, p.13
- Muzychka, Yu.A.
- No.2, p.35
- Nagajchenko, V.I.
- No.2, p.5
- Nazarov, V.M.
- No.2, p.45
- No.3, p.72
- Nikitskaya, S.V.
- No.3, p.20
- Nikitskiy, A.Yu.
- No.3, p.20
- Nikityuk, N.M.
- No.3, p.13
- Nikolaev, V.A.
- No.2, p.17
- Nomofilov, A.A.
- No.1, p.5
- No.1, p.10
- Nosek, L. - No.6, p.63
- Novgorodov, A.F.
- No.1, p.28
- No.5, p.5
- Novozhilov, V.Yu.
- No.2, p.17
- Nurgozhin, N.N.
- No.3, p.13
- Oganessian, Yu.Ts.
- No.3, p.72
- No.5, p.5
- No.6, p.32
- Okhrimenko, L.S.
- No.3, p.13
- Okhrimenko, O.V.
- No.3, p.13
- Ostanevich, T.G.
- No.3, p.13
- Pantuev, V.S.
- No.3, p.20
- Pavlovski, Z.
- No.3, p.13
- Penchev, L. - No.1, p.10
- Penionzhkevich, Yu.E.
- No.6, p.63
- No.6, p.80
- Pentia, M. - No.4, p.31

- Peresedov, V.F.
- No.3, p.59
- No.4, p.4
- Pervushin, V.N.
- No.6, p.46
- Piatkowski, A.
- No.3, p.13
- Piskunov, N.M.
- No.1, p.5
- No.1, p.10
- Pokotilovskij, Yu.N.
- No.2, p.29
- Pol, Yu.S. - No.3, p.13
- Polyakova, R.V.
- No.5, p.16
- Pop, D. - No.4, p.31
- Popeko, G.S.
- No.2, p.35
- Popov, A.D.
- No.6, p.57
- Pougheon, F.
- No.6, p.63
- Prozorkevich, A.V.
- No.5, p.51
- Pustyl'nik, B.I.
- No.2, p.35
- Puzynin, I.V.
- No.5, p.30
- Puzynina, T.P.
- No.5, p.30
- Radomanov, V.B.
- No.3, p.13
- Razin, V.I. - No.3, p.20
- Redon, N. - No.6, p.32
- Rekalo, M.P.
- No.6, p.18
- Reshetin, A.I.
- No.3, p.20
- Reznikov, S.G.
- No.4, p.12
- Rogulski, J.
- No.4, p.19
- Roussel-Chomaz, P.
- No.6, p.63
- Rubchenya, V.A.
- No.6, p.80
- Rukoyatkin, P.A.
- No.3, p.13
- Saint-Laurent, M.G.
- No.6, p.63
- Saitov, I.S.
- No.3, p.13
- Salamatin, L.I.
- No.5, p.5
- Salihagic, D.
- No.2, p.58
- Saracco, P.
- No.4, p.22
- Scheglowski, Z.
- No.3, p.72
- Sedykh, S.A. - No.3, p.13
- Sedykh, Yu.V.
- No.5, p.45
- Semenov, A.Yu.
- No.4, p.12
- Shahbazian, B.A.
- No.3, p.38
- No.3, p.51
- No.5, p.57
- Sharov, V.I. - No.1, p.5
- No.1, p.10
- Shelkov, G.A.
- No.5, p.45
- Shevchenko, I.E.
- No.3, p.13
- Shirokovsky, I.V.
- No.6, p.32
- Shishkin, S.V.
- No.5, p.5
- Sidorenko, V.V.
- No.2, p.5
- Simic, Lj. - No.2, p.58
- Sinitskaya, A.V.
- No.6, p.50

- Sissakian, A.
- No.2, p.51
- Sitnik, I.M. - No.1, p.5
- No.1, p.10
- Sivoklov, S.Yu.
- No.2, p.58
- Skobelev, N.K.
- No.6, p.63
- Slowinski, B.
- No.1, p.17
- No.4, p.19
- Smirnov, Yu.S.
- No.5, p.30
- Smolyanskii, S.A.
- No.5, p.51
- Starodub, G.Ya.
- No.5, p.5
- Stepanov, I.V.
- No.3, p.13
- Stolyarsky, Yu.V.
- No.6, p.39
- Strokovsky, E.A.
- No.1, p.5
- No.1, p.10
- Strunov, L.N.
- No.1, p.5
- No.1, p.10
- Sus'kov, S.Eh.
- No.1, p.21
- No.6, p.9
- Svanda, J. - No.6, p.63
- Takhtamyshev, G.G.
- No.2, p.29
- Taran, G.G. - No.3, p.13
- Ter-Akopian, G.M.
- No.2, p.35
- Tkachev, O.G.
- No.2, p.17
- Tokmenin, V.V.
- No.5, p.45
- Tolstov, K.D.
- No.2, p.5
- No.2, p.45
- Toneev, V.D.
- No.5, p.51
- Tretyakova, S.P.
- No.6, p.63
- Vall, A.N. - No.6, p.50
- Vardenga, G.L.
- No.3, p.13
- Vinitsky, S.I.
- No.5, p.30
- Volokhovskaya, T.A.
- No.3, p.38
- No.3, p.51
- No.5, p.57
- Voronko, V.A.
- No.2, p.5
- Yeremin, A.V.
- No.2, p.35
- Yudin, I.P. - No.5, p.16
- Yudina, T.A. - No.2, p.45
- Yushkevich, Yu.V.
- No.5, p.5
- Zaimidoroga, O.A.
- No.3, p.5
- No.5, p.39
- Zaporozhets, S.A.
- No.1, p.5
- No.1, p.10
- Zarubin, P.I. - No.4, p.12
- No.4, p.31
- Zastavenko, L.G.
- No.2, p.9
- Zavyalov, V.F.
- No.3, p.13
- Zhidkov, E.P. - No.5, p.16
- Zolin, L.S. - No.3, p.59
- No.4, p.4