

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
JOINT INSTITUTE
FOR NUCLEAR
RESEARCH



№6 [45] - 90

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ

JINR
RAPID COMMUNICATIONS

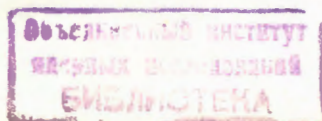
Объединенный институт ядерных исследований
Joint Institute for Nuclear Research

№6[45]-90

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ
JINR RAPID COMMUNICATIONS

сборник
collection

Дубна 1990



О Г Л А В Л Е Н И Е C O N T E N T S

Ю.К.Акимов, И.И.Гайсак, М.Г.Горнов, М.И.Госткин, Ю.Б.Гуров, С.П.Круглов, С.И.Мерзляков, К.О.Оганесян, Е.А.Пасюк, С.Ю.Пороховой, А.И.Руденко, И.И.Страковский, А.В.Шишков Реакция $\pi^+ + {}^{12}\text{C} \rightarrow \text{p} + \text{p} + \text{X}$ при энергиях пионов 26-39 МэВ Yu.K.Akimov, I.I.Gaisak, M.I.Gornov, M.I.Gostkin, Yu.B.Gurov, S.P.Kruglov, S.I.Merzlyakov, K.O.Oganessian, E.A.Pasyuk, S.Yu.Porokhvoi, A.I.Rudenko, I.I.Strakovsky, A.V.Shishkov Reaction $\pi^+ + {}^{12}\text{C} \rightarrow \text{p} + \text{p} + \text{X}$ at Pion Energies of 26-39 MeV.	5
L.Popa, V.Popa, B.A.Shahbazian Diquark-Four Quark Cluster Model for $S = -1$ Dibaryonic Resonances Л.Попа, В.Попа, Б.А.Шахбазян Дикварк-четырёхкварковая кластерная модель для дибарионных резонансов с $S = -1$	14
M.K.Volkov To the Problem of $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ Decay М.К.Волков О проблеме $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ распада	26
D.Gangopadhyay, A.P.Isaev On the Harmonic Oscillator Realisation of q-Oscillators Д.Гангопадья, А.П.Исаев О реализации q-осцилляторов гармоническими осцилляторами	35
Б.Н.Захарьев Связь приведенных ширин с R-матричными резонансами (многоканальное обобщение "Теоремы о двух спектрах") B.N.Zakhariev The Relation between the Reduced Widths with R-Matrix Resonances (The Multichannel Generalization of the Two-Spectra Theorem)	41

Yu.A.Alexandrov, L.Koester, G.S.Samosvat, W.Waschkowski Neutron ^{208}Pb Scattering and the Electric Polarizability of the Neutron Ю.А.Александров, Л.Костер, Г.С.Самосват, В.Вашковский Рассеяние нейтронов на ^{208}Pb и электрическая поляризуемость нейтрона.	48
С.И.Баструков, М.Л.Бобрышев, В.В.Гудков, А.И.Редькин, Ф.Деак, А.В.Сушков Спектр изоскалярных коллективных мод ядра в модели упругого ферми-сфероида S.I.Bastrukov, M.L.Bobryshev, V.V.Gudkov, A.I.Red'kin, F.Deak, A.V.Sushkov Nuclear Spectrum of Isoscalar Collective Modes in Elastic Fermi-Spheroid Model.	51
А.Н.Андреев, Д.Д.Богданов, А.В.Еремин, А.П.Кабаченко, О.Н.Малышев, Ю.А.Музычка, Б.И.Пустыльник, Г.М.Тер-Акопьян, В.И.Чепигин Сечения образования нейтронодефицитных изотопов At в реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$ A.N.Andreyev, D.D.Bogdanov, A.V.Yeremin, A.P.Kabachenko, O.N.Malyshv, Yu.A.Musichka, B.I.Pustynlnk, G.M.Ter-Akopian, V.I.Chepigin Cross Sections of the Production of the Neutron-Deficient Isotopes of At in the Complete-Fusion Reaction $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$	60
А.Н.Андреев, Д.Д.Богданов, А.В.Еремин, А.П.Кабаченко, О.Н.Малышев, Г.М.Тер-Акопьян, В.И.Чепигин, Ш.Шаро Новые нуклиды $^{226}, ^{227}\text{Np}$ A.N.Andreyev, D.D.Bogdanov, A.V.Yeremin, A.P.Kabachenko, O.N.Malyshv, G.M.Ter-Akopian, V.I.Chepigin, Sh.Sharo The New Nuclides $^{226}, ^{227}\text{Np}$	66

РЕАКЦИЯ $\pi^+ + {}^{12}\text{C} \rightarrow \text{p} + \text{p} + \text{X}$
ПРИ ЭНЕРГИЯХ ПИОНОВ 26-39 МэВ

Ю.К.Акимов, И.И.Гайсак, М.Г.Горнов², М.И.Госткин,
Ю.Б.Гуров², С.П.Круглов¹, С.И.Мерзляков, К.О.Оганесян,
Е.А.Пасюк, С.Ю.Пороховой, А.И.Руденко, И.И.Страковский¹,
А.В.Шишков²

Получены первые экспериментальные результаты по поглощению π^+ -мезонов с энергиями 26 — 39 МэВ на ядре углерода с испусканием двух протонов. Показано, что основным механизмом поглощения является поглощение на квазидейтронной паре в ядрах. При энергии около 28 МэВ обнаружена резонансная особенность в энергетической зависимости полного сечения с шириной меньше 3 МэВ по энергии падающих пионов.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Reaction $\pi^+ + {}^{12}\text{C} \rightarrow \text{p} + \text{p} + \text{X}$
at Pion Energies of 26-39 MeV

Yu.K.Akimov et al.

The first experimental results for absorption of π^+ -mesons of 26 — 39 MeV energies in the carbon nuclei with two outgoing protons are presented. It is obtained that the absorption by the quasi-deuteron is the main channel of absorption mechanism. A resonant structure with width less than 3 MeV is observed in the energy behaviour of the total cross section at the energy of incident pion close to 28 MeV.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

В понимании процессов поглощения пионов ядрами до настоящего времени остается много неясного, несмотря на то, что эти реакции интенсивно изучаются несколько десятилетий, со времени появления первых пучков пионов на ускорителях.

¹ Ленинградский институт ядерной физики АН СССР

² Московский инженерно-физический институт

Теоретический интерес к процессам поглощения пионов связан с возможностью получения информации о ненуклонных степенях свободы в ядрах [мезонных и Δ -изобарных], а также желанием выйти на уровень кваркового описания взаимодействия адронов с ядрами, следствием которого может быть обнаружение дибарионных или мультибарионных резонансов в ядрах.

Наиболее интенсивно исследовались реакция $\pi^+ d \rightarrow pp$ и обратная ей $pp \rightarrow \pi^+ d$, которые являются основными каналами поглощения и рождения пионов при промежуточных энергиях. Однако наиболее полные наборы экспериментальных данных имеются в области энергий пионов, близких к резонансной [100 — 250 МэВ]. Значительно меньше исследовано поглощение при $T_\pi < 100$ МэВ. На рис.1 представлена сводка данных по полным сечениям реакции $\pi^+ d \rightarrow pp$ ^{1/}. Имеющиеся данные зачастую противоречивы. Тем не менее обращает на себя внимание указание на наличие структуры (провала) в области $T_\pi \cong 28$ МэВ ($\sqrt{s} = 2,04$ ГэВ/c²).

Для процессов поглощения π^+ -мезонов на других ядрах при энергиях $T_\pi < 60$ МэВ экспериментальные данные отсутствуют,

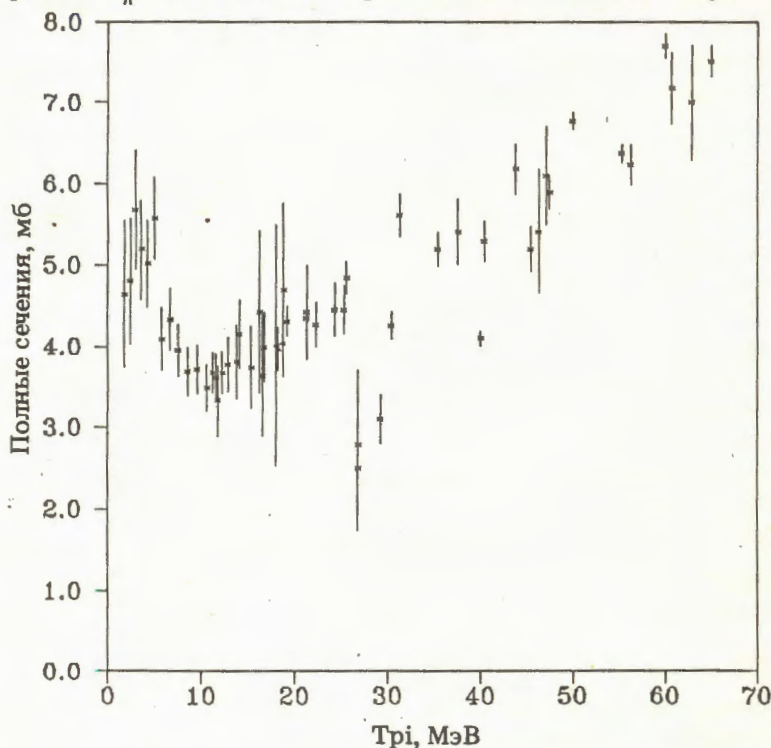


Рис.1. Сводка данных^{1/} по полным сечениям реакции $\pi^+ d \rightarrow pp$.

хотя с точки зрения исследования ядерной структуры пионы низких энергий обладают определенным преимуществом. Дело в том, что сечения взаимодействия пионов в этой области энергий относительно малы. Эта особенность позволяет почувствовать области ядра глубже тех, которые зондируют пионы более высоких энергий, в особенности резонанса, где большая часть взаимодействий происходит на поверхности ядра.

Описанная ситуация стимулировала проведение исследований поглощения π^+ -мезонов ядрами при энергиях пионов 20 — 60 МэВ. В настоящей работе представлены первые результаты, полученные на ядре углерода. Исследовалась реакция $\pi^+ + {}^{12}\text{C} \rightarrow p + p + X$ с выделением канала с образованием двух протонов в конечном состоянии при энергиях падающих пионов 26, 28, 30, 32, 36 и 39 МэВ.

Постановка эксперимента

Измерения проводились на канале пионов низких энергий П2 синхроциклотрона ЛИЯФ¹². Использовалась мезонообразующая мишень из Ве. Захват частиц в канал происходит под углом 60° к протонному пучку. Канал обладает сравнительно малой длиной, около 8 м, что важно при работе с пионами малых энергий. В канале имеется два поворотных магнита: один в начале, другой в конце. Это дает возможность снизить примесь мюонов в пучке. В середине канала, в промежуточном фокусе, располагается коллиматор, определяющий импульсный разброс пучка. Состав пучка определялся по времени пролета¹³. В качестве старта использовался сигнал со сцинтилляционного детектора на выходе канала, в качестве стопового сигнала — радиочастота ускорителя. Точность определения доли пионов в пучке составляла $\leq 1,5\%$. В диапазоне энергий 26 — 39 МэВ доля пионов изменялась от 63 до 78%.

Для точного нахождения энергетических параметров пучка использовалась методика, описанная в¹⁴. Идея метода состоит в том, что в канале присутствуют тяжелые заряженные частицы (p, d, t,...) с тем же самым импульсом, что и пионы, но с малым пробегом. Их энергии можно измерить с помощью тонкого полупроводникового детектора по полному поглощению. Эта методика позволяет измерять энергию пучка с точностью ≤ 200 кэВ. Импульсный разброс в пучке определяется шириной коллиматора. Канал позволяет получать $\Delta p/p \cong 2,5\%$. В данном эксперименте использовался режим с $\Delta p/p \cong 5\%$. Уменьшение импульсного разброса приводит к существенному уменьшению интенсивности пуч-

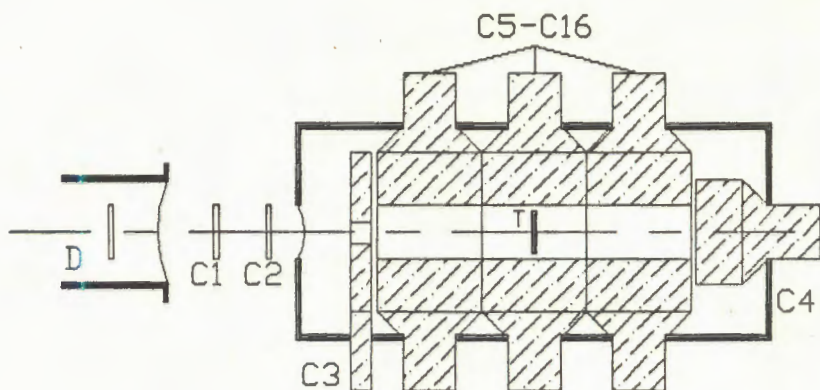


Рис.2. Схема установки.

ка. В описываемых условиях интенсивность пионного пучка составляла $10^3 - 10^4 \text{ с}^{-1}$.

Эксперимент проводился с помощью широкоапертурного сцинтилляционного годоскопа-спектрометра¹⁵. На рис.2 приведена схема установки. Установка состоит из пучковых детекторов C1, C2, которые используются для измерения состава пучка по времени пролета, а также, в комбинации со счетчиками антисовпадений C3 (с отверстием $3 \times 3 \text{ см}^2$) и C4 (торцовый), для триггера установки и измерения входящего потока частиц для нормировки. В вакуумной камере канала помещен полупроводниковый детектор D для измерения энергии пучка. Годоскоп-спектрометр состоит из двенадцати детекторов C5 — C16 из пластикового сцинтиллятора, которые помещены в герметичную камеру. Камера может наполняться газами (H_2 , D_2 , He) при работе с газовыми мишенями или откачиваться в случае работы с твердой мишенью внутри и при фоновых измерениях без мишени. Детекторы объединены в три секции по четыре в каждой и образуют чувствительный объем в виде параллелепипеда с размерами $100 \times 100 \times 600 \text{ мм}$. Энергетическое разрешение детекторов составляло величину $\sim 10\%$.

Измерения проводились с мишенью из углерода толщиной $0,42 \text{ г/см}^2$, которая помещалась в центре установки. Установка при этом откачивалась. Для измерения фона мишень удалялась из камеры. Для запуска установки использовалось условие прохождения частицы через детекторы C1, C2, отсутствия сигналов с C3, C4 и срабатывания двух граней годоскопа. Каждое событие характеризовалось информацией об энерговыделениях в детекторах, номерами сработавших детекторов, мониторными счетами, времяпролетной информацией о пучковых частицах.

Обработка и анализ результатов

При обработке результатов измерений отбирались те события, где сработали две противоположные грани годоскопа и энерговыделение в каждой из них было больше 25 МэВ. Различные комбинации детекторов соответствуют различным угловым диапазонам вылетающих частиц. В настоящей работе представлены результаты для событий, когда оба протона попадают в центральную секцию годоскопа. Это соответствует угловому диапазону $40 - 140^\circ$, причем угол разлета больше 80° . Для отобранных событий строились спектры суммарного энерговыделения двух протонов с вычетом фона. Величина фона составляла $\sim 5\%$ при суммарном энерговыделении двух протонов больше 60 МэВ и менее 1% при ограничении на энергию в 110 МэВ. На рис.3 представлен такой спектр, полученный при $T_\pi = 39$ МэВ. Спектр характеризуется четко выраженным максимумом, свидетельствующим о преимущественной

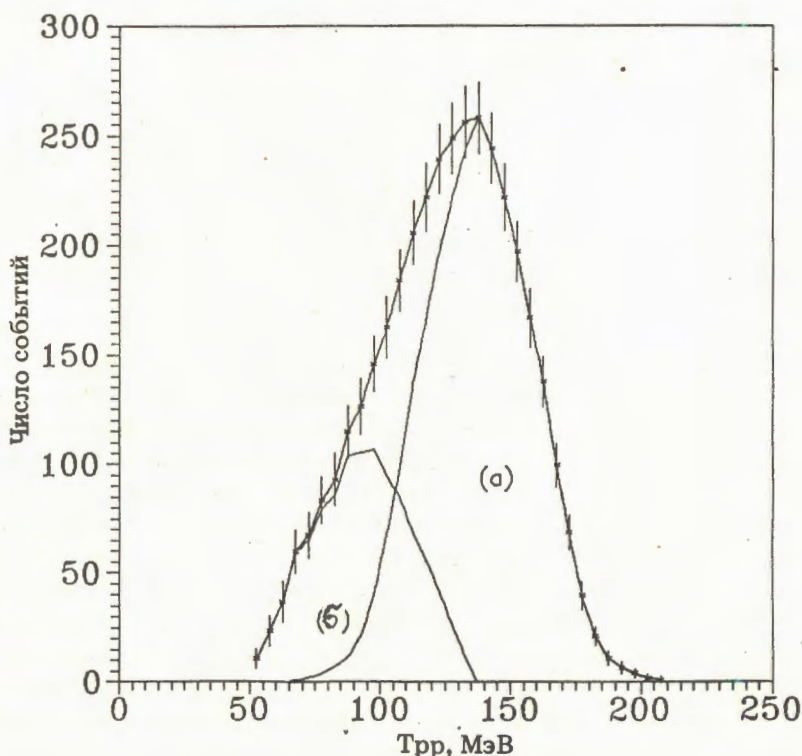


Рис.3. Спектр суммарной энергии двух протонов.

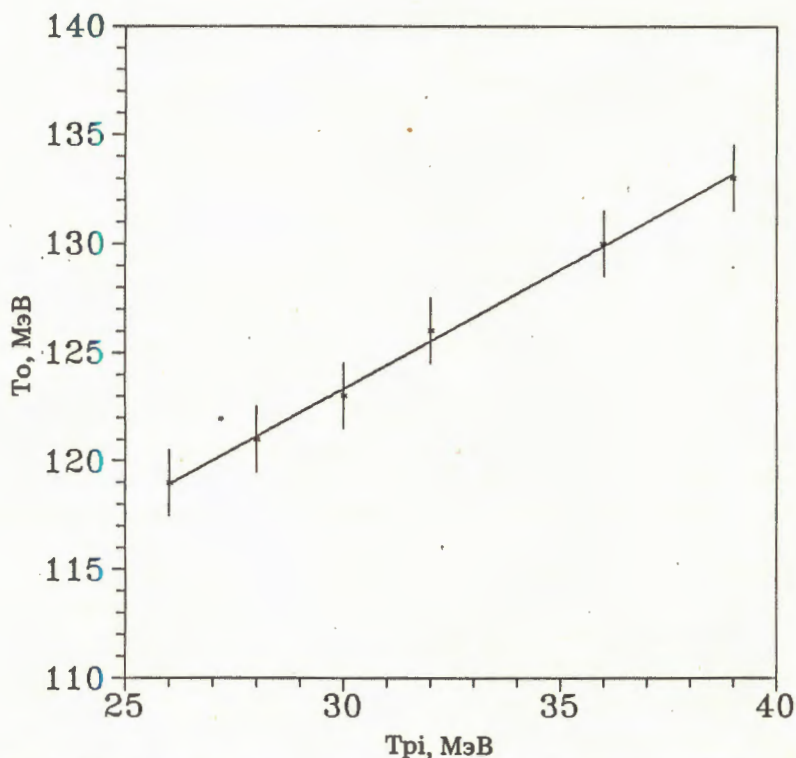


Рис.4. Зависимость положения максимума спектра суммы энергий двух протонов от энергии падающего пиона.

роли квазидейтронного механизма поглощения π^+ -мезонов. Под квазидейтронным механизмом подразумевается механизм, когда пион поглощается на квазисвободной дейтроноподобной паре нуклонов в ядре. Другим аргументом, подтверждающим квазидейтронный механизм реакции, может служить представленная на рис.4 зависимость положения максимума спектра энергий двух протонов от энергии падающих пионов. Линейная зависимость, с наклоном, близким к единице, свидетельствует о том, что вся кинетическая энергия пиона распределяется между двумя вылетающими протонами. Исходя из этого, можно предположить, что все события, лежащие выше максимума, — чисто квазидейтронного происхождения. Тогда в районе максимума можно выделить симметричную область (область (а) на рис.3) и область (б), полученную вычитанием части (а) из исходного спектра. Очевидно, область (а) соответствует квазидейтронному механизму реакции,

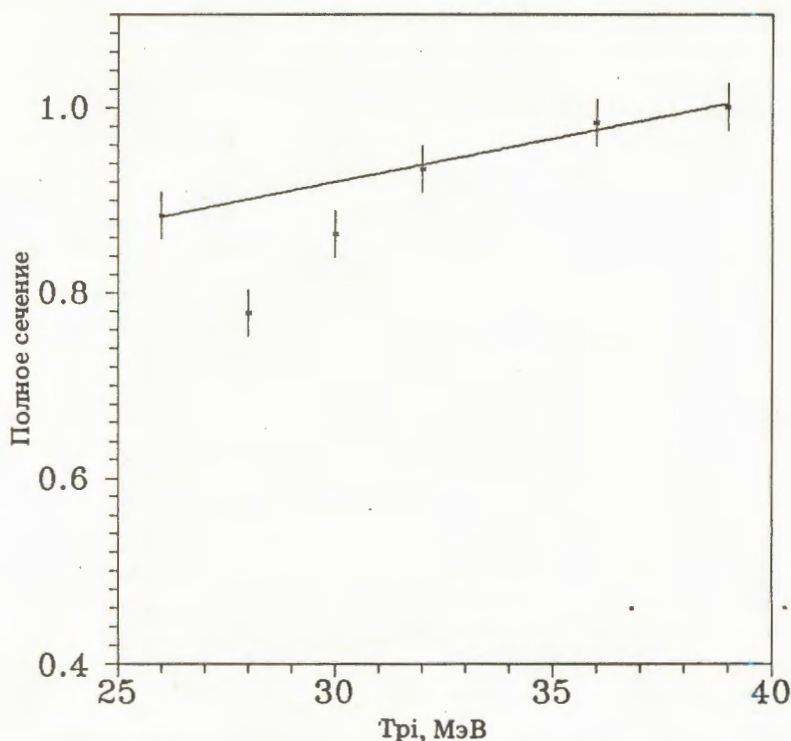


Рис.5. Энергетическая зависимость полного сечения для событий из части (а) спектра на рис.3.

а область (б) — другому механизму, например, с вылетом нейтрона, который не зарегистрирован установкой.

На рис.5 представлена энергетическая зависимость полного сечения реакции в относительных единицах, полученная для всех событий из области (а). При энергии около 28 МэВ проявляется особенность (минимум). Прямая на рис.5 есть результат фита линейной функцией по четырем точкам (данные при 28 и 30 МэВ исключены). Для этого фита получено значение $\chi^2 = 0,95$, тогда как при фите всех шести точек χ^2 получается равным 13,8. Отклонение от линейной зависимости в точках 28 и 30 МэВ составляет 4-5 стандартных отклонений. Положение особенности можно оценить как $(28,5 \pm 0,5)$ МэВ. Ширина видимой структуры — 3 МэВ. Энергетический разброс пучка также составляет величину ~ 3 МэВ, следовательно, собственная ширина структуры меньше 3 МэВ. Резонансное поведение имеет место для событий, соответствующих квазидей-

тронному механизму. Если сопоставить эту зависимость с данными для процесса $\pi^+ d \rightarrow pp$, то наблюдается строгое соответствие относительного поведения сечений этих процессов. Последнее обстоятельство можно считать еще одним подтверждением квазидейтронного происхождения событий из области (а) спектра энергий двух протонов. Оценка абсолютного значения полного сечения при энергии 39 МэВ составляет (21 ± 4) мб. Ошибка в абсолютной нормировке связана с неточностью знания аксептанса установки и является одной и той же для всех энергий пионов. Относительные ошибки в энергетической зависимости определяются 3%.

Возможны несколько подходов к интерпретации обнаруженного явления. Один из вариантов для реакции $\pi^+ d \rightarrow pp$ обсуждался в работе^{/6/}. Было показано, что такая структура объяснима возможным наблюдением дибарионного резонанса с квантовыми числами 3P_2 при $T_\pi = 28$ МэВ ($\sqrt{s} = 2,04$ ГэВ/ c^2). Эта величина достаточно хорошо согласуется с положением реджевской траектории дипротонов с изоспином $I = 1$ в точке $J = 2$ в рамках модели мешков^{/7/}. Другое объяснение этого явления рассматривается в работе^{/8/}, где высказано предположение о том, что наблюдаемая структура может быть проявлением пороговой особенности (каспа) при открытии новых каналов реакции. В частности, в качестве такого канала можно рассматривать возбуждение гигантского дипольного резонанса. Усиление пороговой аномалии в канале поглощения можно объяснить, если рассматривать процесс как двухступенчатый: сначала возбуждение гигантского резонанса, затем поглощение пиона. В таком подходе энергия пиона попадает в область < 5 МэВ, где имеет место резкий, как $1/v$, рост сечения поглощения. В этой работе дается оценка величины возможного эффекта — 3 мб, что близко к наблюдаемому.

Литература

1. Лаптев А.Б., Страковский И.И. — Компиляция экспериментальных данных для процесса $pp \rightleftharpoons d\pi^+$. Л.: ЛИЯФ, 1985.
2. Волченков В.А. и др. — Препринт ЛИЯФ № 612, Л., 1980.
3. Гайсак И.И. и др. — Сообщение ОИЯИ 13-87-820, Дубна, 1987.
4. Гайсак И.И. и др. — ПТЭ, 1988, № 1, с.22.
5. Акимов Ю.К. и др. — ПТЭ, 1980, № 4, с.24.
6. Страковский И.И., Пасюк Е.А. — В сб.: Труды IV семинара по программе исследований на мезонной фабрике ИЯИ АН СССР. М.: ИЯИ АН СССР, 1986, с.241.

7. Кондратюк Л.А. — В сб.: Труды 2 симпозиума по NN - и hA -взаимодействиям при промежуточных энергиях. Л.: ЛИЯФ, 1984, с.402.
8. Khankhasaev M.Kh. — JINR Preprint E4-89-821, Dubna, 1989.

Рукопись поступила 3 сентября 1990 года.

DIQUARK-FOUR QUARK CLUSTER MODEL FOR $S = -1$ DIBARYONIC RESONANCES

L.Popa*, V.Popa*, B.A.Shahbazian

We present a M.I.T.-like bag model incorporating diquark and chromomagnetic contributions and its predictions concerning $S = -1$ dibaryons. The model was initially used to describe non-strange low mass dibaryons.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Дикварк-четырёхкварковая кластерная модель
для дибарионных резонансов с $S = -1$

Л.Попа, В.Попа, Б.А.Шахбазян

Представлена модель типа MIT-мешка, включающая дикварк и хромоматнитные вклады в применении к дибарионным резонансам с $S = -1$. Выполнено сравнение с экспериментом.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

1. Introduction

In some previous papers ^{/1/} a model for non-strange low mass dibaryons based on the M.I.T. bag approach has been presented. In the frame of the usual M.I.T. hypothesis ^{/2/}, this model, introducing a diquark-four quark cluster structure of the bag in the 3^*-3 colour representation and assuming the effect of the chromomagnetic interaction between clusters, leads to a very satisfactory agreement with the bulk of published experimental data ^{/3/}. The differences between the experimental values and the predicted ones for the non-strange dibaryonic masses are in general less than $20 \text{ MeV}/c^2$ and may be attributed to the neglect of higher order contribution to the masses

*Institute of Atomic Physics, Institute of Gravity and Space Sciences,
P.O.B. Mg-6, Bucharest-Magurele, Romania

as spin-spin and spin-orbit interactions. Excepting the model presented in paper /4/ (but which does not explain all the experimental data), the low mass non-strange dibaryonic spectra can be completely understood only in this approach. An interesting feature of those calculations is that the agreement is not restricted to the masses of the more frequent (NN) dibaryonic candidates, but also to more complex states, found in (NN π) invariant mass spectra /5/.

In the case of $S = -1$ dibaryons, the conventional M.I.T. bag predictions are in relatively good agreement with the experimental candidates, but an attempt to apply to such states our modified version can be justified by the possibility of understanding both the $S = 0$ and the $S = -1$ dibaryons starting from the same basic hypothesis.

In this paper we compute the masses of the strange $S = -1$ dibaryonic resonances and we make some considerations about their stability and decay modes, in terms of a diquark-four quark cluster bag structure.

2. The Mass Values for the $S = -1$ Dibaryonic Resonances

The lowest mass for the six-quark bag is obtained if we assume that in the s state the bag is made from a diquark and a four-quark cluster in the 3^*-3 colour representation of the SU(3) colour group:

$$(q^2)_{3^*} - (q^4)_3. \quad (1)$$

The diquark inclusion is justified by the fact that more conventional two-quark — four-quark state could be stable against the decay into two normal baryons only in the presence of a centrifugal barrier between clusters, namely only in orbitally excited states. As the diquark is considered to be a massive bound state of two (massless) quarks, the diquark wave function would not completely overlap with the wave function of any of the (massless) quarks in the four-quark cluster, even in an s state of the bag, so such configuration would have the possibility of surviving a non-vanishing interval of time before decaying into two baryons.

The M.I.T. mass operator for a six quark bag with such a structure is:

$$M(R) = \frac{4\pi}{3} BR^3 - \frac{z_0}{R} + \sum_{i=1}^6 N_i \frac{a_i(m_i R)}{R} + m(6;1) \cdot [\Delta_1 + \Delta_2], \quad (2)$$

where: N_i is the quark number operator, B is the bag pressure associated with the properties of Q.C.D. vacuum ($B = 59.2 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$), $\alpha_i(m_i R)$ is the energy of the i^{th} quark in the $1s$ state. In the following we shall consider the non-strange quarks to be massless, and a light strange quark ($m_s = 279 \text{ MeV}$).

The mass of the state is obtained by minimizing the expectation value of the mass operator (2) with respect to the bag radius. As long as a linear approximation $\alpha_i(r) = \alpha_i(m_i R)$ is valid^{/6/} the radius can be parametrized as^{/7/}:

$$R = r_0 N^{1/3}$$

with $r_0 = 0.72 \text{ fm}$. In this situation one would get $\alpha(0) = \alpha_n = 403 \text{ MeV fm}$ and $\alpha_s(m_s R) = 570 \text{ MeV fm}$. $m(6;1)$ denotes the strength of the colour-magnetic interaction in a six-quark bag containing one strange quark ($m(6;1) = 54.1 \text{ MeV}$).

The values of the used parameters are those derived in paper^{/8/} from the fit of conventional baryonic and mezonic spectra. Δ_1 and Δ_2 are group-theoretical factors which are dependent on the spin, flavour and colour of each component cluster. Their general form is:

$$\Delta = -1/4N(10-N) + 1/3S^2 + 1/2F_c^2 + F_f^2, \quad (3)$$

where N is the number of quarks in each cluster, S^2 is the squared spin operator, F_f^2 and F_c^2 are squared Casimir operators for the SU(3) colour, respectively for the SU(3) irreducible representations corresponding to each cluster. For the colour representation (1) the eigenvalue of F_c^2 is $f_c^2 = 4/3$.

In order to compute the group theoretical factors Δ_1 and Δ_2 we start from the SU(6) irreps. for the $(q^2)_3^*$ and $(q^4)_3$ clusters. These irreps. decompositions into SU(3) colour and SU(2) spin irreps. are presented in Table 1. The decomposition of SU(3) irreps. and the flavour, hypercharge, isospin and spin contents for each possible state are presented in Table 2. The states that contribute to the $Y = 1$ strange dibaryons are listed in Table 3.

As there are two possibilities of locating the strange quark (in the four-quark cluster or in the diquark), computations have been performed in both hypotheses. Table 3 includes the values for the Δ_1 and Δ_2 group theoretical factors, the quantum numbers as well as the masses for the predicted states.

In order to determine the masses of the orbitally excited states we have assumed that they belong to linear trajectories in the $1 - M^2$ plane:

Table 1. The decompositions of $SU(6)$ ireps. for $(q^2)_{3^*}$ and $(q^4)_3$ clusters in $SU(3)$ and $SU(2)$ ireps.

Cluster	$SU(6)$ irep.	Decomposition
$(q^2)_{3^*}$	$\{21\}$	$(3^*, 0) \oplus (6, 1)$
$(q^4)_3$	$\{210_1\}$	$(3, 0) \oplus (3, 1) \oplus (6^*, 1) \oplus (15, 0) \oplus (15, 1) \oplus (15, 2) \oplus (15_s, 1)$
$(q^3)_1$	$\{56\}$	$(8, 1/2) \oplus (10, 3/2)$

$$4\pi\alpha_c = (2\pi\alpha_s B f_c^2)^{-1/2}, \quad (4)$$

where α_c is the colour-dependent Regge slope, $f_c^2 = 4/3$ denotes the eigenvalue of the quadratic Casimir operator of the supposed colour representation, B is the bag pressure and $\alpha_s = g^2/4\pi$, with g being the quark-gluon coupling constant. Finally, the value of the Regge slope is:

$$1/\alpha_c = (1.1 \text{ GeV}^2)(3/4 f_c^2)^{1/2} = 1.1 \text{ GeV}^2.$$

The above presented calculations are similar to those performed by Jaffe^{/9/} as including the colour magnetic interaction in the intercept and treating the fine structure as a l -dependent perturbation.

3. Consideration about the Stability and the Decay of the $Y = 1$ Dibaryonic Resonances

The $Y=1$ dibaryon in the s wave could decay into two colourless baryons which follow the fission of the $(q^4)_3$ cluster. If the colour magnetic interaction determines the stability of the $(q^4)_3$ cluster, the change in the colour magnetic interaction could indicate in what extent the fission of the bag into two colourless parts is energetically favoured^{/10/}.

The variation of the strength of the colour magnetic interaction during the fission of the $(q^4)_3$ cluster into one colourless baryon and a quark (that consequently will form the second baryon with the diquark) is measured by:

$$\delta M = M_m(q^4)_3 - M_m(q^3)_1 \approx m_{12} \Delta_{12}(q^4)_3, \quad (5)$$

and

$$\Delta_{12}(q^4)_3 = \Delta_1(q^4)_3 - \Delta_2(q^3)_1. \quad (5')$$

Table 2. The flavour, hypercharge, isospin and spin contents $f(y, i)_s$ for the states presented in Table 1

Cluster	$f(y, i)_s$ content					
$(q^2)_3^*$	$3^*(+1/3, 1/2)0$	$3^*(2/3, 0)0$	$6(2/3, 1)1$	$6(-1/3, 1/2)1$	$6(-4/3, 0)1$	
$(q^4)_3$	$3(1/3, 1/2)0$	$3(-2/3, 0)0$	$3(1/3, 1/2)1$	$3(-2/3, 0)1$		
	$6^*(-2/3, 1)1$	$6^*(1/3, 1/2)1$	$6^*(4/3, 0)1$			
	$15(4/3, 1)0$	$15(1/3, 1/2)0$	$15(1/3, 3/2)0$	$15(-2/3, 0)0$	$15(-2/3, 1)0$	$15(-5/3, 1/2)0$
	$15(4/3, 1)1$	$15(1/3, 1/2)1$	$15(1/3, 3/2)1$	$15(-2/3, 0)1$	$15(-2/3, 1)1$	$15(-5/3, 1/2)1$
	$15(4/3, 1)2$	$15(1/3, 1/2)2$	$15(1/3, 3/2)2$	$15(-2/3, 0)2$	$15(-2/3, 1)2$	$15(-5/3, 1/2)2$
$(q^3)_1$	$15_g(4/3, 2)1$	$15_g(1/3, 3/2)1$	$15_g(-2/3, 1)1$	$15_g(-5/3, 1/2)1$	$15_g(-8/3, 0)1$	
$(q^3)_1$	$8(1, 1/2)1/2$	$8(0, 0)1/2$	$8(0, 1)1/2$	$8(-1, 1/2)1/2$		
	$10(1, 3/2)3/2$	$10(0, 1)3/2$	$10(-1, 1/2)3/2$	$10(-2, 0)3/2$		

Table 3. The masses of $Y = 1$ dibaryonic resonances with $(q^2)_3^* - (q^4)_3$ structure in different orbital momentum states
a) Strange quark in the $(q^4)_3$ cluster

$(q^4)_3$		$(q^2)_3^*$	1 = 0	1 = 1	1 = 2	1 = 3
$\mathcal{P}(Y, i)_S$	Δ_1	$\mathcal{P}(Y, i)_S$	Δ_2	M (GeV/c ²)		
$3(1/3, 1/2)1$	-10/3	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.006	2.264	2.495
$\bar{6}(1/3, 1/2)1$	-4/3	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.115	2.360	2.583
$\bar{3}(1/3, 1/2)0$	-4	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.115	2.360	2.583
$15(1/3, 1/2)0$	0	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.187	2.425	2.642
$\bar{15}(1/3, 3/2)0$	0	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.187	2.425	2.642
$3(1/3, 1/2)1$	-10/3	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.151	2.393	2.613
$15(1/3, 1/2)1$	2/3	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.223	2.458	2.672
$15(1/3, 3/2)1$	2/3	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.223	2.458	2.672
$15(1/3, 1/2)2$	2	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.295	2.523	2.723
$15(1/3, 3/2)2$	2	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.295	2.523	2.723
$\bar{6}(1/3, 1/2)1$	-4/3	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.259	2.491	2.702
$15(1/3, 1/2)0$	0	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.331	2.556	2.763
$15(1/3, 3/2)0$	0	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.331	2.556	2.763
$15(1/3, 1/2)1$	2/3	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.367	2.589	2.793
$15(1/3, 3/2)1$	2/3	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.367	2.589	2.793
$15(1/3, 3/2)1$	14/3	$\bar{3}(2/3, 0)0$	-2	2.439	2.655	2.855
$15(1/3, 1/2)2$	2	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.439	2.655	2.855

(continued on the next page)

Table 3 (continued)

$15(1/3, 3/2)2$	2	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.439	2.655	2.855	3.041
$15_g(1/3, 3/2)1$	14/3	$6(2/3, 1)1$	2/3	2.584	2.788	2.979	3.158
b) Strange quark in the $(q^2)_3^*$ diquark							
$6^*(4/3, 0)1$	-4/3	$3^*(-1/3, 1/2)0$	-2	2.115	2.360	2.583	2.788
$15(4/3, 1)0$	0	$3^*(-1/3, 1/2)0$	-2	2.187	2.425	2.642	2.843
$15(4/3, 1)1$	2/3	$3^*(1/3, 1/2)0$	-2	2.223	2.458	2.672	2.871
$6^*(4/3, 0)1$	-4/3	$6(-1/3, 1/2)1$	2/3	2.259	2.491	2.702	2.899
$15(4/3, 1)2$	2	$3^*(-1/3, 1/2)0$	-2	2.295	2.523	2.733	2.972
$15(4/3, 1)0$	0	$6(-1/3, 1/2)1$	2/3	2.331	2.556	2.763	2.955
$15(4/3, 1)1$	2/3	$6(-1/3, 1/2)1$	2/3	2.367	2.589	2.793	2.984
$15_g(4/3, 2)1$	14/3	$3^*(-1/3, 1/2)0$	-2	2.459	2.655	2.855	3.041
$15(4/3, 1)2$	2	$6(-1/3, 1/2)1$	2/3	2.439	2.655	2.855	3.041
$15_g(4/3, 2)1$	14/3	$6(-1/3, 1/2)1$	2/3	2.584	2.788	2.979	3.158

Table 4. The variation of the colour-magnetic interaction. (Eq.5)

a) The strange quark in the $(q^4)_3$ cluster

$(q^3)_1$ $(q^4)_3$	$f(y,1)_8$	$8(0,0)1/2$	$8(0,1)1/2$	$10(0,1)3/2$	$ dM \text{ (MeV/c}^2\text{)}$
$3(1/3,1/2)0$				*	25.20
$3(1/3,1/2)1$		*	*		5.60
$3(1/3,1/2)1$				*	22.40
$6^*(1/3,1/2)1$		*	*		2.80
$6^*(1/3,1/2)1$				*	14.00
$3(1/3,1/2)0$		*	*		8.40
$15(1/3,1/2)0$		*	*	*	8.40
$15(1/3,3/2)0$		*	*	*	8.40
$15(1/3,1/2)1$		*	*		11.20
$15(1/3,1/2)1$				*	5.60
$15(1/3,3/2)1$		*	*		11.20
$15(1/3,3/2)1$				*	5.60
$15(1/3,1/2)2$		*	*		16.80
$15(1/3,1/2)2$				*	0.00
$15(1/3,3/2)2$		*	*		16.80
$15(1/3,3/2)2$				*	0.00
$15_B(1/3,3/2)1$		*	*		28.00
$15_B(1/3,3/2)1$				*	16.80

b) The strange quark in the $(q^2)_3^*$ diquark

$6^*(4/3,0)1$	*				2.80
$6^*(4/3,0)1$			*		14.00
$15(4/3,1)0$	*	*			8.40
$15(4/3,1)1$	*				11.20
$15(4/3,1)1$			*		5.60
$15(4/3,1)2$	*				16.80
$15(4/3,1)2$			*		0.00
$15_B(4/3,2)1$	*				28.00
$15_B(4/3,2)1$			*		11.20

In order to compute Δ_1 and Δ_2 one has to use also Eq.(3) and the SU(6) irrep. $\{56\}$ for the $(q^3)_1$ singlet. The decompositions in SU(3) and SU(2) irreps. and the $f(j, i)_s$ contents are those presented in Tables 1 and 2 for the $(q^3)_1$ singlet. The dibaryonic stability should increase as the absolute value of δM decreases, so it is reasonable to admit that the widths of the dibaryonic resonances should have the same variation pattern as $|\delta M|$: namely the states with small $|\delta M|$ should have relatively smaller widths.

The variation of the colour-magnetic interaction (Eq.5) was computed in both hypotheses: the strange quark being assumed to belong to the 4-quark cluster or to the diquark. Table 4 lists the obtained values.

For the states with $\ell > 0$, a possible decay mechanism would be by $q-\bar{q}$ pair creation. In order to conserve the angular momentum and the parity, in such transitions $\Delta\ell$ and Δs should be equal to unity.

4. The Comparison with the Experimental Data and with the Conventional M.I.T.-Bag Calculations. Conclusions

In order to compare our predictions with experimental data, we have used the results from $n\bar{C}$ and π^+C collisions at 7, respectively at 4 GeV/c ^{/11/}. These experimental data are in good agreement with those obtained by other groups ^{/12/}, and consist mainly in the observation of Λp -dibaryonic candidates. In Table 5 we present our predictions concerning the quantum numbers, the variation of the chromomagnetic interaction (which in the previous paragraph we have claimed to have the same variation pattern as the width of the resonances) and the masses compared to the experimental values of masses and widths, as well as with the conventional M.I.T. predictions for the masses (as quoted in paper ^{/11/}). In the same table we have included the $\Lambda p\pi$ candidate ^{/11/} which, in our model, is explained as an orbitally excited dibaryonic state.

One could see that both our predictions (the strange quark assumed to be in the 4-quark cluster or in the diquark) and the conventional M.I.T. ones are in good agreement with the experimental findings, but we should remind the reader that while the usual M.I.T. calculations are unable to explain the non-strange dibaryonic candidates, our model is applicable to those states, too ^{/11/}. The final test able to discern between our approach and the traditional one would be the unambiguous experimental determination of the quantum numbers of the

Table 5. The comparison with the experimental data ^{/11/} and the results of the conventional M.I.T. bag model

a. $S = -1 \Lambda p$ dibaryonic mass results									
Experimental results					Conventional M.I.T. calculations				
M (MeV/c ²)	Γ (MeV/c ²)	N.S.D.	$(\mu b/^{12}C)$	M (MeV/c ²)	J^P	M (MeV/c ²)	$ dM $ (MeV/c ²)	$(q^2)_{3^*}(q^4)_3$ model calculations	cluster
2095.0 $\pm$ 2.0	7.0 $\pm$ 2.0	5.70 $\pm$ 1.20	55.0 $\pm$ 16.0	2110	1 ⁻	2115	2.8; 14; 25.2		1 ⁺
2181.0 $\pm$ 2.0	3.2 $\pm$ 0.5	4.36 $\pm$ 1.21	60.0 $\pm$ 15.0	2169	1 ⁺	2187	8.4		0 ⁺
2223.6 $\pm$ 1.8	22.0 $\pm$ 1.9	6.24 $\pm$ 1.23	40.0 $\pm$ 12.0	2230	0 ⁺	2223	5.6; 11.2		0 ⁺ ; 1 ⁺ ; 2 ⁺
2263.0 $\pm$ 3.0	15.6 $\pm$ 2.3	8.55 $\pm$ 1.35	85.3 $\pm$ 20.0	2241	2 ⁺	2259	2.8; 14		0 ⁺ ; 1 ⁺ ; 2 ⁺
2356.6 $\pm$ 4.0	98.6 $\pm$ 2.5	13.81 $\pm$ 1.39	65.0 $\pm$ 17.0	2353	1 ⁺	2367	5.6; 11.2		0 ⁺ ; 1 ⁺ ; 2 ⁺
2129.2 $\pm$ 0.3	0.7 $\pm$ 0.16	11.37 $\pm$ 1.37				2151	5.6; 22.4		1 ⁺
Σ N antibound state									
b. $S = -1 \Lambda p \bar{n}$ dibaryonic mass results									
2495.2 $\pm$ 8.7	204.47 $\pm$ 5.6	12.86 $\pm$ 1.4	90.0 $\pm$ 20.0	2500	0 ⁻ ; 1 ⁻ ; 2 ⁻	2491	-		0 ⁻ ; 1 ⁻ ; 2 ⁻

of the strange dibaryons, as our states are obtained in lower orbital momenta than the M.I.T. ones.

If we agree with the interpretation of the variation of the chromomagnetic interaction during the hadronisation of the 4-quark cluster as a quantity related to the width of the resonance, then the hypothesis of the appartenance of the strange quark to the 4-quark cluster is clearly favoured by the comparison between predictions and experimental data. As in the literature there are enough arguments to consider the role of non-strange diquarks in the hadronic structure^{/13/}, while there is much less evidence for strange ones, we conclude that this variant of our model has more chances to be realistic.

References

1. Besliu C. et al. — Preprint ICEFIZ HE-118, Bucharest 1989;
Popa L. — P.H.D. Thesis, University of Bucharest, 1989.
2. Chodos A. et al. — Phys.Rev., 1974, D9, p.3471.
3. See, for example, one of the following papers:
Tatischeff B. et al. — Phys.Rev.Lett., 1984, 52, p.2022; Phys.Lett., 1985, 154B, p.107; Nucl.Phys., 1985, 446A, p.355; Phys.Rev., 1987, C36, p.1995.
Besliu C. et al. — Preprint JINR D1-85-433, Dubna, 1985; In:
A.Faessler (Edt.) — Progr. in Part. and Nucl. Phys., 1987, 20, p.651.
Troyan Yu.A. et al. — Preprint JINR D1-88-329, Dubna, 1988;
In: Proc. of the 9 Int. Sem. on High Energy Phys. Problems, Dubna, 1988, JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, p.328;
or a recent review in:
Tatischeff B. et al. — Proc. of the 9 Int. Sem. on High Energy Phys. Problems, Dubna 1988, JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, p.317.
4. Kondratyuk L. et al. — Preprint ITEP 17, Moscow, 1988.
5. See, for example, one of the following papers:
Siemarczuk T. et al. — Phys.Lett., 1984, 137B, p.434;
Besliu C. et al. — In: A.Faessler (Edt.) — Progr. in Part. and Nucl. Phys., vol. 20, 651, Pergamon Press 1987.
6. DeGrand T. et al. — Phys.Rev., 1978, D17, p.2368.
7. Mulders P.J. et al. — Phys.Rev.Lett., 1978, 40, p.1543; Phys.Rev., 1979, D19, p.2635.
Mulders P.J. et al. — P.H.D. Thesis, University of Nijmegen, 1980.
8. Littlewood D. — Theory of Group Characters and Matrix Representations, Oxford University Press, 1950.
9. Jaffe R.L. — Phys.Rev., 1987, D17, p.1444.

10. Mulders P.J. et al. — Phys.Rev., 1980, D21, p.2653.
11. Shahbazian B.A. et al. — Proc. of the 9 Int. Sem. on High Energy Phys. Problems, Dubna 1988, JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, p.339.
12. Tai Ho Tan — Phys.Rev.Lett., 1969, 23, p.395.
Goyal D.P. et al. — Phys.Rev., 1978, D18, p.948.
Piroue P.A. — Phys.Lett., 1964, 1, p.164.
Hogan W.J. — Phys.Rev. 1968, 166, p.1472.
13. See, for example, one of the following papers:
Ekelin S. — P.H.D. Thesis, TRITA-TFY-86-17, Stockholm 1986.
Fredrikson S. — Proc. of the 8 Int. Sem. on High Energy Phys. Problems, Dubna, 1986, JINR, D1,2-86-668, Dubna, 1986.

Received on July 26, 1990.

TO THE PROBLEM OF $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ DECAY

M.K. Volkov

It is shown that the contribution of intermediate vector mesons to the $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ amplitude, intensively discussed in literature in recent years, is close to zero provided that the group SU(3) breaking is taken into account. At the same time, the contribution of intermediate scalar mesons is essential. The obtained estimates for $\text{Br}(K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma)$ conform with the recent experimental data $\text{Br}(K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma) = (2.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-6}$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

О проблеме $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ распада

М.К. Волков

В работе показано, что вклад промежуточных векторных мезонов в амплитуду распада $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$, интенсивно обсуждавшийся в литературе последних лет, близок к нулю при учете нарушения группы SU(3). В то же время заметную роль играет вклад от промежуточных скалярных мезонов. Полученные оценки на $\text{Br}(K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma)$ удовлетворяют существующим экспериментальным данным $\text{Br}(K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma) = (2,1 \pm 0,6) \cdot 10^{-6}$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Recently, the $K_L \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ decay is intensively discussed in literature¹⁻⁵. An increased interest in this decay stems from a possibility of studying on its basis the nature of CP parity violation in future experiments $K_L \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ ^{1,6} *. If the CP parity is violated, the decay proceeds through a one-photon intermediate state. However, a competing process conserving the CP parity is possible here which proceeds through a two-photon intermediate state, $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$. Therefore, for a thorough study of the $K_L \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ decay we need good information on the $K_L(p) \rightarrow \pi^0(p_1) \gamma(q_1) \gamma(q_2)$ process too. The amplitude of the latter can be written as follows:

*Note that as early as 1966 it was proposed for the first time in^{1,7} to verify the CP invariance by studying the $K_L \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ decay.

$$T_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = \epsilon_\mu(q_1) \epsilon_\nu(q_2) \{ A(q_1^\nu q_2^\mu - g^{\nu\mu} q_1 q_2) + B[-(pq_1)(pq_2) g^{\mu\nu} - (q_1 q_2) p^\mu p^\nu + (pq_1) p^\nu q_2^\mu + (pq_2) p^\mu q_1^\nu] \}. \quad (1)$$

The $K_L \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ decay can essentially be influenced by the part of the amplitude (1) containing factor B. The first term of (1) gives the contribution to the $K_L \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ decay, proportional to the electron mass, and therefore, it can be neglected.

Factor B in the amplitude (1) is determined by the contributions of diagrams with intermediate vector mesons (ρ and ω , see fig.1) ^{/1-3/}. In this paper we show that if the SU(3) group breaking is taken into account ^{/8/}, the contribution of these diagrams to the sum of three transitions $K_L \rightarrow (\pi^0, \eta, \eta') \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ is almost equal to zero in the region of most probable values of mixing angles of singlet-octet components of η mesons, $-20^\circ \leq \theta \leq -18^\circ$. Thus, it turns out that the competing role of the CP conserving part of the amplitude is small and the one-photon intermediate state in this reaction should play the decisive role, which makes it easier to observe the CP violation.

At the end of this paper we shall show that factor A is influenced not only by the meson-loop contribution $K_L \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^- \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ discussed earlier ^{/1, 2, 9/} but also by the transitions $K_L \rightarrow (\pi^0, \eta, \eta') \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ mediated by scalar mesons $f_0(700)$, $f_0(975)$, $f_0(1400)$ and $a_0(983)$ (see fig.2) ^{/10, 11/}.

In order to describe the $K_L \rightarrow (\pi^0, \eta, \eta')$ transitions we take the effective Lagrangian of weak interactions in the form ^{/12, 13, 8/}

$$L_F^{\text{eff}} = G_F / \sqrt{2} s_1 c_1 c_3 Q \Delta S = 1. \quad (2)$$

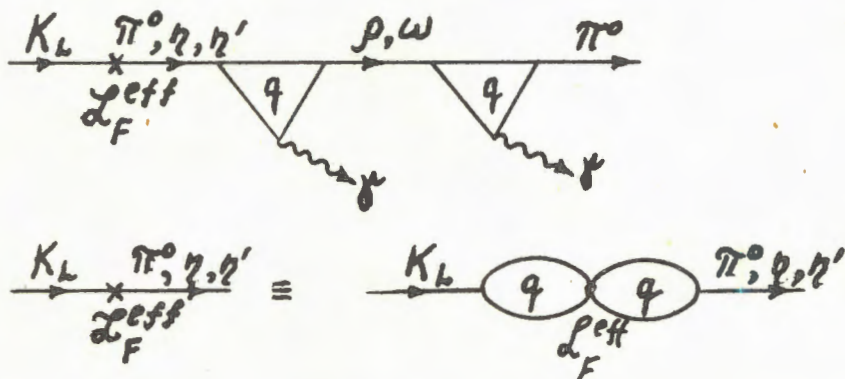


Fig.1. Diagrams with the intermediate vector mesons. $K_L \rightarrow (\pi^0, \eta, \eta')$ transitions are considered in the two quark-loop approximation.

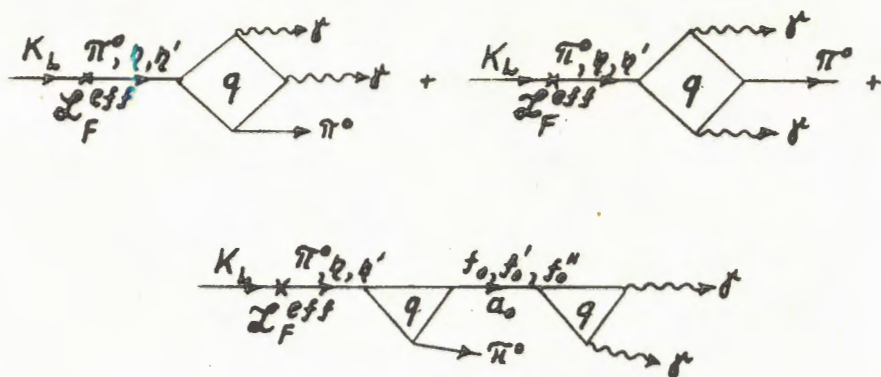


Fig.2. Contact diagrams with the intermediate scalar mesons.

where

$$Q_{\Delta S=1} = Q = Q_1 - 1.6Q_2 + 0.033Q_3 - 0.018Q_5 + 0.1Q_6,$$

$G_F/\sqrt{2}s_1c_1c_3 = 1.77 \cdot 10^{-6} \text{ GeV}^{-2}$, $s_i = \sin \phi_i$, $c_i = \cos \phi_i$ are elements of the Kobayashi-Maskawa matrix^{/14/} and Q_i are four-quark operators. As an example, we give here only the most important operator Q_6 (the operator of the "penguin"-type)

$$Q_6 = [\bar{s}_a \gamma^\nu (1 - \gamma^5) d_b] \sum_{q=u,d,s} [\bar{q}_b \gamma_\nu (1 + \gamma^5) q_a].$$

Here $a, b = 1, 2, 3$ are colour indices. The remaining operators can be found in ref.^{/8, 12/}. The effective Lagrangian (2) satisfies the selection rules $|\Delta S| = 1$, $|\Delta I| = 1/2, 3/2$. Since the value of the matrix elements of the transitions $\langle K_L | Q | \pi^0, \eta, \eta' \rangle$ depends mainly on the operator Q_6 , we write down these elements in the explicit form only for the operator mentioned above^{/8/}

$$\langle \pi^0 | Q_6 | K^0 \rangle = \rho X,$$

$$\langle \eta | Q_6 | K^0 \rangle = [-(2/3 + \rho) \sin \theta' + \sqrt{2} F_s / F_\pi (1/3 + \rho') \cos \theta'] X, \quad (3)$$

$$\langle \eta' | Q_6 | K^0 \rangle = [-(2/3 + \rho) \cos \theta' - \sqrt{2} F_s / F_\pi (1/3 + \rho') \sin \theta'] X.$$

Here $\theta' = \theta_0 - \theta$, where $\theta_0 = 35.26^\circ$ is the angle of ideal mixing and

$\theta = -18^\circ$ or -20° , $F_\pi = 93$ MeV, $F_K = 1.2F_\pi$ and $F_S = 1.3F_\pi$ are the decay constants of π , K mesons and a pseudoscalar state involving only strange quarks^{/15/}. $X = \langle \pi^0 | Q_1 | K^0 \rangle = 3.5 \cdot 10^{-3}$ (GeV)⁴. The parameters ρ and ρ' are equal to

$$\rho = 64(1 + \lambda) (Z m_u F_\pi / M F_K)^2 [1 - \lambda F_K^2 / (2(1 + \lambda) F_\pi^2)] \approx 47, \\ \rho' = 64\lambda(1 + \lambda) (Z m_u F_\pi^2 / M F_K F_S)^2 [1 - F_K^2 / (2(1 + \lambda) F_\pi^2)] \approx 61, \quad (4)$$

where $\lambda = m_s/m_u = 1.64$, $Z^{-1} = 0.5\{1 + [1 - (2g_\rho F_\pi/m_{a_1})^2]^{1/2}\}$ is the renormalisation constant of 0^- mesons, caused by the transitions $0^- \rightarrow 1^+$ (1^+ -axial-vector meson), $m_{a_1} = 1260$ MeV is the mass of the axial-vector meson a_1 ^{/17/}, $m_u = m_{a_1} [(Z - 1)/6Z]^{1/2} = 280$ MeV is the u quark mass, m_s is the s quark mass^{/15, 16/}, g_ρ is the constant of the decay $\rho \rightarrow 2\pi$ ($g_\rho^2/4\pi = \alpha_\rho \approx 3$) and M is the K meson mass.

It is seen from the above formulae that in the case of exact SU(3) symmetry ($m_u = m_s$, $F_\pi = F_K = F_S$) (3) and (4) result in a usual SU(3) symmetric relation between the matrix elements $\langle K^0 | Q_6 | \pi^0, \eta, \eta' \rangle$ which have been used in papers^{/1-3/}.

Using formulae, given in paper^{/8/}, one can obtain the following values for the matrix elements of the transitions $K^0 \rightarrow \pi^0, \eta, \eta'$ for two different values of the angle θ

$$\theta = -18^\circ \quad \langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle = 4.9X; \quad \langle \eta | Q | K^0 \rangle = 3X; \quad \langle \eta' | Q | K^0 \rangle = -10.6X. \quad (5)$$

$$\theta = -20^\circ \quad \langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle = 4.9X; \quad \langle \eta | Q | K^0 \rangle = 2.6X; \quad \langle \eta' | Q | K^0 \rangle = -10.7X.$$

For the decay amplitude $K_L \rightarrow \gamma\gamma$ we have^{/8/} ($\alpha = 1/137$)

$$T_{K_L \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{\alpha G_F s_1 c_1 c_3}{3\pi F_\pi} \left\{ \frac{3 \langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle}{M^2 - m_\pi^2} + (5 \sin \theta' - \sqrt{2} \cos \theta' F_\pi / F_s) \times \right. \\ \times \frac{\langle \eta | Q | K^0 \rangle}{M^2 - m_\eta^2} + (5 \cos \theta' + \sqrt{2} \sin \theta' F_\pi / F_s) \frac{\langle \eta' | Q | K^0 \rangle}{M^2 - m_{\eta'}^2} \left. \right\} = \\ = \begin{cases} 4.5 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}, & \theta = -18^\circ \\ 3.4 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}, & \theta = -20^\circ. \end{cases}$$

*Mass $m_u = 280$ MeV corresponds to the value $m_{a_1} = 1260$ MeV^{/17/}. If $m_{a_1} = 2g_\rho F_\pi = 1140$ MeV, then $m_u = 330$ MeV. The experimental value of m_{a_1} has not yet been established definitely and is within the limits mentioned here^{/16,18/}. Formulae (3) and (4) have been derived in the approximation of two quark-loops providing transitions $K^0 \rightarrow \pi^0, \eta, \eta'$ (see^{/8/} and Fig.1).

The experimental values are equal to^{/17/}

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \gamma\gamma} = (7.24 \pm 0.35) \cdot 10^{-12} \text{ eV}, \quad T_{K_L \rightarrow \gamma\gamma} = 3.4 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$$

It is seen that at $\theta = -20^\circ$ one can obtain a good agreement between theoretical and experimental data.

$K_L \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$ a) Vector Mesons

The contributions of diagrams with intermediate vector mesons (Fig.1) to factor B (see (1)) equal

$$B = \frac{5\alpha_\rho G_F s_1 c_1 c_3 \langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle}{\pi^2 F_\pi^2 [(p - q_1)^2 - m_\rho^2] (M^2 - m_\pi^2)} \Delta, \quad (6)$$

where $(m_\rho = m_\omega)$

$$\Delta = 1 + \frac{3 \sin \theta' \langle \eta | Q | K^0 \rangle (M^2 - m_\pi^2)}{5 \langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle (M^2 - m_\eta^2)} + \frac{3 \cos \theta' \langle \eta' | Q | K^0 \rangle (M^2 - m_\pi^2)}{5 \langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle (M^2 - m_\eta^2)}, \quad (7)$$

In the case of exact SU(3) symmetry, using formulae given in papers^{/1,3/}, for the coefficient Δ we get*

$$\Delta = 1 - 0.09 + 0.21 = 1.1 \quad (\theta = -18^\circ),$$

$$\Delta = 1 + 0.03 + 0.21 = 1.24 \quad (\theta = -20^\circ).$$

However, if the breaking of the SU(3) group is taken into account this coefficient sharply decreases due to the compensating influence of the η meson pole. Indeed, formulae (5) and (7) result in

$$\Delta = 1 - 1.270 + 0.286 = -0.04 \quad (\theta = -18^\circ),$$

$$\Delta = 1 - 1.13 + 0.26 = 0.13 \quad (\theta = -20^\circ).$$

*Analogous results can be obtained from formulae (3) and (4) if $F_\pi = F_K = F_8$, $\lambda=1$, $\rho=\rho'$. Here, the contribution of the η meson is very small and at $\theta = -19.5^\circ$ it equals zero because $\langle \eta | Q_8 | K^0 \rangle = 3^{1/2} \rho X \cos(2\theta_0 - \theta)$.

Thus, in the region of most probable values of the mixing angle, $-20^\circ \leq \theta \leq -18^\circ$, the coefficient Δ is very small and runs through the zero value under the change of θ in this interval. The amplitude (6) will give a negligible contribution to the general width of the decay $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma}^{(\rho, \omega)} = 10^{-18} \text{ eV} \quad (\theta = -18^\circ), \quad (8)$$

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma}^{(\rho, \omega)} = 7 \cdot 10^{-16} \text{ eV} \quad (\theta = -20^\circ)$$

that can be verified by comparing (8) with the recent experimental result^{/19/}

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = (2.7 \pm 0.8) \cdot 10^{-14} \text{ eV}, \quad \text{Br}(K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma) = (2.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-6}. \quad (9)$$

b) Scalar Mesons

To describe the part of the amplitude $K_L \rightarrow (\pi^0, \eta, \eta') \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ which is connected with the processes proceeding through intermediate scalar mesons and contact vertices (see Fig.2), one can use the results obtained in^{/10a,b/} in which the decay $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ width and pion polarizability were calculated. Then for the factor A (see (1)) we get

$$A^{(\square, a_0, f_0)} = \frac{10\alpha G_F s_1 c_1 c_3 \langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle}{9\pi F_\pi^2 (M^2 - m_\pi^2)} \Delta', \quad (10)$$

where

$$\Delta' = \frac{3}{5} \left[\frac{\sin \theta' \langle \eta | Q | K^0 \rangle (M^2 - m_\pi^2)}{\langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle (M^2 - m_\pi^2)} + \frac{\cos \theta' \langle \eta' | Q | K^0 \rangle (M^2 - m_\pi^2)}{\langle \pi^0 | Q | K^0 \rangle (M^2 - m_{\eta'}^2)} \right] \left[1 - \frac{4m_u^2}{m_{a_0}^2 - s} \right] +$$

$$+ 1 - 4m_u^2 \left[\frac{1}{m_{f_0}^2 - s - i\sqrt{s} \Gamma_{f_0}(\sqrt{s}) \theta(s - 4m_\pi^2)} + \frac{c}{m_{f'}^2 - s} + \frac{1}{m_{f''}^2 - s} \right]$$

$$(s = (q_1 + q_2)^2).$$

Here, in the channels with mesons η and η' there appears an isovector scalar meson $a_0 I(0^{++})$ with mass $m_{a_0} = 983 \text{ MeV}$; and in the channel with π^0 meson, three isoscalar scalar resonances $0^+(0^{++})$, two of which $f_0(975)$ and $f_0''(1400)$ are well known and are contained in the tables

of experimental data^{/17/} and $f_0(700)$ is not yet uniquely determined though in many experimental papers there are indications of its existence (see^{/20/}). In the linear σ -model the scalar meson $f_0(700)$ plays the role of a σ particle, the lightest isoscalar state^{/15,21,22/}. It should be taken into account in describing within the σ -model such processes as π - π scattering, pion polarizability, etc.^{/10b,15,22/}. This meson has the mass in the range 700-900 MeV and a large decay width into two pions, which makes its detection very difficult. Therefore, in formula (10) one should take into account its width^{/15/} ($m_\sigma^2 \approx m_\pi^2 + 4m_u^2$)

$$\Gamma_{f_0}(m_{f_0}) = (3Z/2\pi m_{f_0}) (m_u^2/F_\pi)^2 [1 - (2m_\pi/m_{f_0})^2]^{1/2}. \quad (11)$$

The remaining scalar mesons have considerably smaller decay widths. Therefore, the width will be taken into account only for the $f_0(700)$ meson.

Note also that the $f'_0(975)$ meson mainly consists of strange quarks and only a small admixture of u and d quarks favours its decay into two pions with a relatively small width (26 MeV)^{/17/}. With allowance for experimental data on the decay of this meson into two photons^{/23/}

$$\Gamma_{f_0 \rightarrow \gamma\gamma} = (0.24 \pm 0.06 \pm 0.15) \text{ keV (MARK II)}; = (0.31 \pm 0.14 \pm 0.09) \text{ (Cryst. Ball)}.$$

one can introduce the coefficient $c = 0.07$ in formula (10) and to establish that the influence of this resonance on the decay $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$ is insignificant. Thus, in further calculations it can be neglected.

The contributions of contact diagrams in the amplitude (10) almost cancel out and scalar mesons give decisive contributions to the total decay width, $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$, commensurable only with the contribution of the channel $K_L \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^- \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$ ^{/2,9/}

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma}^{(\square, a_0, f_\sigma f'_0)} = \begin{cases} 1.3 \cdot 10^{-14} \text{ eV} & \theta = -18^\circ \\ 0.9 \cdot 10^{-14} \text{ eV} & \theta = -20^\circ \end{cases} \quad m_{f_0} = 730 \text{ MeV}^{/8,10,15/}.$$

c) Mesons Loops

Following paper^{/2/} we give expressions for factor A of the $K_L \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^- \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$ and $K_L \rightarrow \pi^0 K^+ K^- \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$ amplitudes

$$A^{(\pi, K)} = 5.1 \alpha G_F s_1 c_1 c_3 / \sqrt{2} \pi [(1 - m_\pi^2/s) F(s/m_\pi^2) - (1 - (M^2 + m_\pi^2)/s) F(s/M^2)], \quad (12)$$

where the loop function $F(z)$ can be found in^{/2/}. The amplitude (12)

leads to the decay width

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma}^{(\pi, K)} = 0.86 \cdot 10^{-14} \text{ eV}.$$

The total contribution of the amplitudes (10) and (12) to the $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ width are (with allowance for the width of $f_0(730)$)

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = \begin{cases} 3.9 \cdot 10^{-14} \text{ eV} \\ 3.3 \cdot 10^{-14} \text{ eV} \end{cases}; \text{Br}(K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma) = \begin{cases} 3.07 \cdot 10^{-6} & \theta = -18^\circ \\ 2.64 \cdot 10^{-6} & \theta = -20^\circ \end{cases}$$

$m_{f_0} = 730 \text{ MeV}.$

If for the mass of f_0 one takes the value 800 MeV we obtain

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = \begin{cases} 3.0 \cdot 10^{-14} \text{ eV} \\ 2.5 \cdot 10^{-14} \text{ eV} \end{cases}; \text{Br}(K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma) = \begin{cases} 2.3 \cdot 10^{-6} & \theta = -18^\circ \\ 2.0 \cdot 10^{-6} & \theta = -20^\circ \end{cases}$$

$m_{f_0} = 800 \text{ MeV}.$

Finally, if the meson f_0 is removed from (10), we get too low values for the $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ width

$$\Gamma_{K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma} = \begin{cases} 0.75 \cdot 10^{-14} \text{ eV} & \theta = -18^\circ \\ 0.8 \cdot 10^{-14} \text{ eV} & \theta = -20^\circ. \end{cases}$$

This fact may be considered one more important indication to the existence of a light scalar resonance with a large width.

We wish to thank S.B.Gerasimov and A.B.Govorkov for useful discussions.

References

1. Sehgal L.M. — Phys.Rev., 1988, D38, p.808.
2. Ecker G., Pich A., de Rafael E. — Nucl.Phys., 1988, B303, p.665; Preprint UWThPh-1989-65; Phys.Lett., 1990, B237, p.481; ibid, 1987, B189, p.363.
3. Flynn J., Randall L. — Phys.Lett., 1989, B216, p.221.
4. Donoghue J.F., Holstein B.R., Valincia G. — Phys.Rev., 1987, D35, p.2769.
5. Dib C.O., Dunietz I., Gilman F. — Phys.Lett., 1989, B218, p.487.
6. Littenberg L.S. — Proceedings of the 1989 Int.Symposium on Lepton and Photon Interactions of High Energies, August, 1989; World Scientific, 1990.

7. Arbuzov B.A., Filippov A.T. — Phys.Lett., 1966, 21, p.711.
8. Volkov M.K., Ivanov A.N., Troitskaya N.I. — Yad.Fiz., 1988, 47, p.1157; Phys.Lett., 1986, B175, p.467.
9. Sehgal L.M. — Phys.Rev., 1972, D6, p.367; Preprint PITHA 89/16, 1989.
10. a) Volkov M.K., Kreopalov D.V. — Yad.Fiz., 1983, 37, p.1297;
b) Volkov M.K., Osipov A.A. — Yad.Fiz., 1985, 41, p.1027.
11. Ivanov A.N., Troitskaya N.I. — Yad.Fiz., 1982, 36, p.494.
12. Gilman F.J., Wise M.B. — Phys.Rev., 1979, D20, p.2392; 1979, D27, p.1128; Buras A.J., Slominsky W. — Nucl.Phys., 1985, B253, p.231.
13. Vainstein A.I., Zaharov V.I., Shifman M.A. — JETP, 1977, 72, p.1275; Voloshin M.B., Ter-Martirosyan K.A. — Theory of Gauge Interactions of Elementary Particles, Moscow, Energoatomizdat, 1984.
14. Kobayashi M., Maskawa K. — Progr. Theor. Phys., 1973, 49, p.652.
15. Volkov M.K. — Part. Nuclei, 1986, 17, p.433; Ann Phys., 1984, 157, p.282.
16. Volkov M.K., Ivanov Yu.P., Osipov A.A. — Phys. Lett., 1990, B242, p. 498.
17. Particle Data Group, Phys. Lett., 1988, B204, No.1.
18. Isgur N. et al. — Phys. Rev., 1989, D39, p.1357.
19. Barr G.D. et al. — Phys. Lett., 1990, B242, p.523.
20. Estabrool P. — Phys. Rev., 1979, D19, p. 2678; Biswas N.N. et al. — Phys. Rev. Lett., 1981, 47, p.1378; Akesson T. et al. — Phys. Lett., 1983, B133, p. 268; Conral A. et al. — Nucl. Phys., 1986, B271, p.1; Augustin J. et al. — Nucl. Phys., 1989, B320, p.1.
21. Miransky V.A., Scadron M.D. — Europhys. Lett., 1990, 11, p.307; Scadron M.D. — Phys. Rev., 1982, D26, p. 239.
22. de Alfaro V. et al. — Currents in Hadron Physics, North-Holland Publ. Company, Amsterdam-London, 1973.
23. Nilsson A. — Proceeding of 24 Int. Conference on High Energy Physics, Munich 4-10 August 1988, Eds. R.Kotthaus and I.H.Kuhn, Springer-Verlag Berlin, 1988.

Received on August 9, 1990.

ON THE HARMONIC OSCILLATOR REALISATION OF q -OSCILLATORS

D.Gangopadhyay, A.P.Isaev

The general version of the bosonic harmonic oscillator realisation of bosonic q -oscillators is given. It is shown that the currently known realisation is a special case of our general solution.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

О реализации q -осцилляторов гармоническими осцилляторами

Д.Гангопадья, А.П.Исаев

Получено общее представление для бозонных q -осцилляторов в терминах обычных бозонных осцилляторов. Показано, что известное до сих пор представление получается как частный случай из нашего общего решения.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Recently, there has been much interest in quantum Lie algebras which first appeared in the investigations of the quantum inverse scattering problem while studying the Yang — Baxter equations^{/1/}. These quantum algebras can be considered as a "deformation" of the Lie algebra with the numerical deformation parameter s or $q = e^s$, such that the usual Lie algebra is reproduced in the limit $s \rightarrow 0$, i.e. $q \rightarrow 1$. It has been shown that this structure essentially connects with quasi-triangular Hopf algebras and its generalisation to all simple Lie algebras has been given^{/2/}. There also exists the quantum generalisation of the Jordan-Schwinger mapping for $su(2)_q$ algebra^{/3/}. Moreover a q -oscillator realisation of many other quantum algebras has also been obtained^{/4,5/}. In ref.4 a harmonic oscillator representation of the q -oscillators was also given. The motive of this paper is to show that the harmonic oscillator realisation of the q -oscillators admits a more general solution than the one currently in vogue^{/4/}.

The basic equations characterising the q -deformed bosonic oscillator system are

$$aa^+ - qa^+a = q^{-N}, \quad N^+ = N, \quad (1)$$

$$[N, a] = -a, \quad Na = a(N-1), \quad (2)$$

$$[N, a^+] = a^+, \quad Na^+ = a^+(N+1), \quad (3)$$

where a, a^+ are annihilation and creation operators and N is the number operator.

Consider the case when q is complex. Then (1) implies

$$aa^+ - q^* a^+a = (q^*)^{-N}. \quad (4)$$

So from (1) and (2) we get

$$a^+a = \frac{q^{-N} - (q^*)^{-N}}{q^* - q}. \quad (5)$$

Multiplying (5) by a and then commuting a to the right in the right-hand side term we obtain

$$aa^+ = \frac{q^{-N-1} - (q^*)^{-N-1}}{q^* - q}. \quad (6)$$

Substituting (5) and (6) in (1) then gives

$$q^{-N}(q^* - q^{-1}) = (q^*)^{-N}(q - (q^*)^{-1}). \quad (7)$$

Now taking $q = |q|e^{i\alpha}$, $q^* = |q|e^{-i\alpha}$ and putting these in (7) we have

$$e^{-i\alpha(N+1)}\left(|q| - \frac{1}{|q|}\right) = e^{i\alpha(N+1)}\left(|q| - \frac{1}{|q|}\right). \quad (8)$$

Equation (8) has two solutions

$$|q| = \frac{1}{|q|} \quad \text{i.e.} \quad |q| = 1 \quad (9a)$$

and

$$e^{-2i\alpha(N+1)} = 1 \quad \text{i.e.} \quad \alpha = \frac{\pi}{N+1}m \quad (9b)$$

with m being some integer. The second solution is not appropriate for us as we consider q as a number and not as an operator. Let us take the first solution (9a) viz. $q = e^{i\alpha}$. Then eqs. (5) and (6) can be rewritten as

$$a^+ a = [N], \quad a a^+ = [N+1], \quad (10)$$

where $[x] = (q^x - q^{-x}) / (q - q^{-1})$. It is straightforward to verify that (10) is indeed a solution of (1) even if q is real.

Let us address ourselves to determining the representation of the operators a and a^+ in terms of ordinary oscillators $\hat{a}, \hat{a}^+$ described by

$$\begin{aligned} [\hat{a}, \hat{a}^+] &= 1, \quad \hat{N} = \hat{a}^+ \hat{a} = \hat{a} \hat{a}^+ - 1, \\ [\hat{N}, \hat{a}] &= -\hat{a}, \quad [\hat{N}, \hat{a}^+] = \hat{a}^+. \end{aligned} \quad (11)$$

where $\hat{N}$ is the usual number operator. We now find the solutions for a, a^+ and N satisfying equations (1), (2) and (3) together with

$$[\hat{N}, N] = 0, \quad [\hat{N}, a] = -a, \quad [\hat{N}, a^+] = a^+. \quad (11b)$$

From (11b) one immediately has

$$N = \Phi(q, \hat{N}), \quad a = \hat{a} f(q, \hat{N}) \quad (12a)$$

with Φ and f some arbitrary functions at this moment. Reality of f and (12a) then give

$$a^+ = f(q, \hat{N}) \hat{a}^+. \quad (12b)$$

Substituting (12) in (1) yields

$$f^2(q, \hat{N}+1) (\hat{N}+1) - q f^2(q, \hat{N}) \hat{N} = q^{-\Phi(q, \hat{N})} = q^{-N}. \quad (13)$$

With $q = e^g$ this means

$$\Phi(q, \hat{N}) = -\frac{1}{g} \ln [f^2(q, \hat{N}+1) (\hat{N}+1) - q f^2(q, \hat{N}) \hat{N}]. \quad (14)$$

Now from (2) and (3) we have

$$q^{-N} a = a q^{-N+1}, \quad (15a)$$

$$q^{-N} a^+ = a^+ q^{-N-1}. \quad (15b)$$

Putting equation (13) in (15a) results in the functional equation

$$F(q, \hat{N}) \left(\frac{1}{q} + q \right) - F(q, \hat{N}-1) - F(q, \hat{N}+1) = 0, \quad (16)$$

where $F(q, \hat{N}) = f^2(q, \hat{N})\hat{N}$. The same equation is also obtainable from (15b).

In order to solve eq.(16) for $F(q, \hat{N})$ note that

$$F(q, \hat{N}) \rightarrow \hat{N} \quad (17)$$

for $s \rightarrow 0$ or $q \rightarrow 1$. This is simply because $f(q, \hat{N}) \rightarrow 1 (a \rightarrow \hat{a})$ when $q \rightarrow 1$.

Hence, we have the following systems of equations:

$$(q + \frac{1}{q}) F(q, N) - F(q, N-1) - F(q, N+1) = 0, \quad (18a)$$

$$F(1, N) = N, \quad \Phi(1, \hat{N}) = \hat{N}, \quad (18b)$$

$$F(q, \hat{N}+1) - qF(q, \hat{N}) = q^{-\Phi(q, \hat{N})} = q^{-N}. \quad (18c)$$

The last of these equations is essentially equation (13). From (18c) we have

$$F(q, 1) = qF(q, 0) + q^{-\Phi(q, 0)}. \quad (19)$$

From (18a) and (19) we get

$$F(q, 2) = q^2 F(q, 0) + (q + q^{-1}) q^{-\Phi(q, 0)}$$

A little algebra then leads to the general term

$$F(q, N) = q^N F(q, 0) + [N] q^{-\Phi(q, 0)}. \quad (20)$$

It is readily verified that (20) satisfies (18a). Hence (20) is the solution of (18a) for arbitrary $F(q, 0)$ and $\Phi(q, 0)$. Moreover, note that if $F \equiv \tilde{F}(q, N)$ is a solution of (18a), then $F \equiv \tilde{F}(q, -N)$ is also a solution.

It is by now obvious that we may write the general solution as

$$F(q, N) = \frac{q^N \Phi_1(q) - q^{-N} \Phi_2(q)}{q - q^{-1}}, \quad (21)$$

where $\Phi_{1,2}$ are arbitrary functions with the restriction that $\Phi_{1,2}(1) = 1$. Then, using $F(q, \hat{N}) = f^2(q, \hat{N})\hat{N}$ we arrive at

$$f(q, N) = \sqrt{\frac{q^{\hat{N}} \Phi_1 - q^{-\hat{N}} \Phi_2}{\hat{N}(q - q^{-1})}}$$

so that

$$a = \hat{a} \sqrt{\frac{(q^{\hat{N}} \Phi_1 - q^{-\hat{N}} \Phi_2)}{\hat{N}(q - q^{-1})}}, \quad a^+ = \sqrt{\frac{(q^{\hat{N}} \Phi_1 - q^{-\hat{N}} \Phi_2)}{\hat{N}(q - q^{-1})}} \hat{a}^+$$

$$N = \hat{N} - \frac{1}{S} \ln \Phi_2. \quad (22)$$

That the solutions (22) satisfy all the fundamental relations may be easily established. Choosing $\Phi_1 = \Phi_2 = 1$ gives the presently known realisation^{/4/}.

Thus we prove that taking into account the additional conditions (11b), the representation (22) is the most general.

A similar analysis for fermionic q-oscillators leads to the known result $b = b$, $b^+ = b^+$, and $M = M$ after imposing the requirement $M = M^2$ for the number operator.

It is our pleasure to thank A.T.Filippov and J.Lukierski for enlightening discussions.

References

1. Faddeev L.D. — In: Les Houches Lectures 1982, North-Holland, Amsterdam, 1984;
Kulish P., Sklyanin E.K. — Lect.Notes in Physics V151, Springer, Berlin, 1982, p.61;
Kulish P., Reshetikhin N.Yu. — Zap.Nauk.Semin, 1981, LOMI101, p.101; Journ.Sov.Math., 1983, 23, p.2435;
Sklyanin E.K. — Funk.Anal.Appl., 1982, 16, p.27; 1983, 17, p.34.
2. Drinfeld V.G. — In: Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Berkley, vol.1, 1986, p.198 (AMS, 1986);
M.Jimbo — Lett.Math.Phys., 1985, 10, p.63; *ibid.*, 1986, 11, p.247;
Comm.Math.Phys., 1987, 102, p.537;
Woronowicz S.L. — Comm.Math.Phys., 1987, 111, p.613;
Manin Y.I. — In: Quantum Groups and Non-Commutative Geometry, Centre de Recherches Mathematiques, Montreal, 1988.
3. Mac Farlane A.J. — J.Phys., 1989, A22, p.4581;
Biedenharn L.C. — J.Phys., 1989, A22, p.L873;
Sen C.P., Fu H.C. — J.Phys., 1989, A22, p.L983.
4. Polychronakos A.P. — A Classical Realisation of Quantum Algebras, Univ. of Florida preprint HEP-89-23, 1989;

- Kulish P.P., Damaskinsky E.V. — J.Phys., 1990, A23, p. L415;
Floresanini E., Spiridonov V.P., Vinet L. — Phys.Lett., 1990, B242, p.383;
Floresanini R., Spiridonov V.P., Vinet L. — q-Oscillator Realisations of the Quantum Superalgebras $sl(m,n)_q$ and $osp(m,2n)_q$, preprint UCLA-90-TEP21.
5. Chaichian M., Kulish P. — Phys.Lett., 1990, B234, p.72;
Chaichian M., Kulish P., Lukierski J. — Phys.Lett., 1990, B237, p.401.

Received on August 27, 1990.

СВЯЗЬ ПРИВЕДЕННЫХ ШИРИН С R-МАТРИЧНЫМИ РЕЗОНАНСАМИ (МНОГОКАНАЛЬНОЕ ОБОБЩЕНИЕ "ТЕОРЕМЫ О ДВУХ СПЕКТРАХ")

Б.Н.Захарьев

Матрица взаимодействия конечного радиуса полностью определяется положениями R-матричных резонансов и значениями амплитуд их приведенных ширин $\{E_\lambda, \gamma_{\lambda\alpha}\}$, где α — номер канала. Оказывается, в случае M каналов можно выразить $\gamma_{\lambda\alpha}$ с точностью до относительных знаков их α -компонент через $\{E_\lambda\}$ и еще M (всего $M+1$) подобных спектров, отвечающих другим линейно независимым однородным граничным условиям. Дается простой вывод соответствующих формул для системы связанных конечно-разностных уравнений Шредингера. Рассматривается предел непрерывной пространственной переменной. В случае расцепленных уравнений полученные формулы переходят в найденные ранее для отдельных (одноканальных) уравнений Б.М.Левитаном и М.Г.Гасымовым^{/1/}. В приложении рассматривается конечно-разностная теорема о двух спектрах.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

The Relation between the Reduced Widths with R-Matrix Resonances (The Multichannel Generalization of the Two-Spectra Theorem)

B.N.Zakhariev

The finite-range interaction matrix is completely determined by the positions of the R-matrix resonances and by their reduced widths $\{E_\lambda, \gamma_{\lambda\alpha}\}$, where α numbers the channels. It appears, that in the case of M channels it is possible to express the $\gamma_{\lambda\alpha}$ up to the relative signs of their α -components through the set $\{E_\lambda\}$ and else M (at all $M+1$) similar spectra, corresponding to other homogeneous linearly independent boundary conditions. A simple derivation of relevant formulae for the system of the finite-difference Schroedinger equations is given. The limit of the continuous space variable is considered. For the uncoupled Schroedinger equations these formulae coincide with the single-channel result by B.M.Leviant and M.G.Gasymov^{/1/}. In the appendix the finite-difference two-spectra theorem is considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Введение

В стандартной постановке одноканальной обратной спектральной задачи потенциал однозначно определяется двойным набором параметров: положениями уровней энергии E_λ (R-матричных резонансов) и нормировочных констант γ_λ (амплитудами приведенных ширин). Для потенциальной ямы с формой, симметричной относительно ее центра, достаточно задать лишь $\{E_\lambda\}$ (см. /2/). Б.М.Левитаном и М.Г.Гасымовым /1/ было показано, что в общем одноканальном случае двойному набору $\{E_\lambda, \gamma_\lambda\}$ эквивалентны наборы двух спектров $\{E_\lambda, E_\mu\}$, отвечающих двум независимым способам задания однородных граничных условий задачи Штурма — Лиувилля (теорема о двух спектрах).

На прогулке в окрестностях замка Либице, где происходила конференция "Строгие результаты в квантовой динамике" (11 — 15 июля 1990 г., ЧСФР), отвечая на многочисленные мои "физические" вопросы математик из Донецка М.М.Маламуд высказал мнение, что должно существовать многоканальное обобщение теоремы о двух спектрах /1/. Это послужило стимулом для данной работы.

Особенно прозрачно теорема о двух спектрах доказывается (следуя В.Н.Мельникову, см. /2/, с.41—43) для конечно-разностных уравнений. Ниже это доказательство обобщается на случай M-связанных обыкновенных дифференциальных уравнений Шредингера. В приложении рассматривается конечно-разностная теорема о двух спектрах для случая переменного коэффициента при второй производной в уравнении Шредингера (потенциал, зависящий от скорости).

Конечно-разностная многоканальная задача

Рассмотрим систему M-связанных конечно-разностных одномерных уравнений Шредингера ($n = 2m = 1$):

$$-\frac{\Psi_\alpha(n+1) - 2\Psi_\alpha(n) - \Psi_\alpha(n-1)}{\Delta^2} + \sum_{\beta} V_{\alpha\beta}(n) \Psi_\beta(n) = E_\alpha \Psi_\alpha(n), \quad (1)$$

где Δ — шаг конечно-разностного дифференцирования, $E_\alpha = E - \epsilon_\alpha$, ϵ_α — энергии порогов возбуждения непрерывного спектра в каналах α .

Однородным граничным условиям

$$\Psi_a(0) = 0; \quad \Psi_a(N+1) = \Psi_a(N+2) \quad (2)$$

отвечают собственные значения $E = E_\lambda$ задачи Штурма — Лиувилля (1), (2). Этих собственных значений конечное число: $(N+1) M$, равное числу неизвестных в уравнении (1) с учетом условий (2). Обозначим $u_{\lambda a}(n)$ -компоненты соответствующих собственных вектор-функций, удовлетворяющие условиям ортонормировки и полноты:

$$\sum_{a=1}^M \sum_{n=1}^{N+1} u_{\lambda a}(n) u_{\lambda' a}(n) \Delta = \delta_{\lambda \lambda'}; \quad (3)$$

$$\sum_{\lambda=1}^{(N+1)M} u_{\lambda a}(n) u_{\lambda a'}(m) = \delta_{aa'} \delta_{nm} / \Delta. \quad (4)$$

Функция Грина $G(n, m)$ для уравнения (1):

$$G_{aa'}(n+1, m) - 2G_{aa'}(n, m) - G_{aa'}(n-1, m) - \frac{\sum_{\beta=1}^M V_{a\beta}(n) G_{\beta a'}(n, m) - E_a G_{aa'}(n, m)}{\Delta^2} = \delta_{aa'} \delta_{nm} / \Delta \quad (5)$$

$$+ \sum_{\beta=1}^M V_{a\beta}(n) G_{\beta a'}(n, m) - E_a G_{aa'}(n, m) = \delta_{aa'} \delta_{nm} / \Delta$$

может быть найдена двумя способами. Заменим в правой части уравнения (5) произведение символов Кронеккера с помощью соотношения полноты (4) и воспользуемся тем, что оператор $\hat{H}$ в левой части (1) имеет собственные вектор-функции с компонентами $u_{\lambda a}$. Разделим обе части (5) на $(\hat{H} + \hat{\epsilon} - E \hat{I})$, где $\hat{\epsilon}$ — диагональная матрица с элементами ϵ_a , и получим

$$G_{aa'}(n, m) = \sum \frac{u_{\lambda a}(n) u_{\lambda a'}(m)}{E_\lambda - E}, \quad (6)$$

поскольку действие функции от оператора $f(\hat{H})$ на его собственные функции u_λ эквивалентно умножению на $f(E_\lambda)$, а пороговые константы ϵ_a , одинаковые для всех уровней энергии E_λ , сокращаются.

При $n = m = N + 1$ G переходит в R -матрицу многоканальной системы (1), (2) с положениями E_λ R -матричных резонансов и амплитудами приведенных ширин $\gamma_{\lambda\alpha} = u_{\lambda\alpha}$.

Другой способ решения системы (5) — применить формулу Крамера (будем полагать $m = N + 1$):

$$G_{\alpha\alpha'}(N+1, N+1) = A_{\alpha\alpha'}(E)/D(E), \quad (7)$$

где D — детерминант системы (1), (2):

$$D(E) = \prod_{\lambda=1}^{M(N+1)} (E - E_\lambda), \quad (8)$$

а $A_{\alpha\alpha'}$ — детерминанты, отличающиеся от D заменой α -го столбца соответствующей матрицы на вектор-столбец, отвечающий правой части системы (5) с $m = N + 1$ и фиксированным α' . Благодаря тому, что в этом столбце отличен от нуля лишь один элемент, детерминант $A_{\alpha\alpha'}$ совпадает с соответствующим алгебраическим дополнением матрицы коэффициентов системы уравнений (1), (2), а при $\alpha = \alpha'$ — с детерминантами матриц коэффициентов M других задач на собственные значения: системы (1) с граничными условиями, несколько модифицированными по сравнению с (2)

$$\Psi_\alpha(0) = 0; \quad \Psi_\alpha(N+1) = (1 - \delta_{\alpha\alpha'}) \Psi_\alpha(N+2). \quad (9)$$

Обозначим собственные значения задач (1), (9) как $E_\mu^{\alpha'}$, а соответствующие детерминанты матрицы коэффициентов выражаются через них:

$$A_{\alpha\alpha'} \Delta = \prod_{\mu=1}^{M(N+1)-1} (E - E_\mu^{\alpha'}). \quad (10)$$

Спектральные наборы (всего $M + 1$ наборов): $\{E_\lambda\}$, $\{E_\mu^{\alpha'}\}$; $\alpha = 1, 2, \dots, M$ будут использованы для построения компонент нормировочных векторов $\gamma_{\lambda\alpha}$.

В частном случае, когда уравнения в системе (1) расцепляются на независимые уравнения Шредингера, детерминант $D(E)$ распадается на произведение парциальных детерминантов $D_\alpha(E)$ для отдельных уравнений, и аналогично факторизуются детерминанты $A_{\alpha\alpha'}(E)$:

$$D(E) = \prod_a^M D_a(E); \quad (8')$$

$$A_{aa}(E) \Delta = D_a(E) \prod_{\beta \neq a} D_\beta(E), \quad (10')$$

где парциальный детерминант $D_a(E)$ отвечает N собственным значениям a -го уравнения (канала со специальным граничным условием $\psi_a(0) = \psi_a(N+1) = 0$). Спектр системы (1) при расщеплении ее уравнений распадается на сумму M независимых спектров отдельных уравнений. Выражение (7) для функции Грина при $n = N+1$ с учетом (8) и (10) имеет вид отношения полиномов по E , которое может быть представлено в виде суммы (см. формулу 1.7.4. в книге: Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974):

$$G_{aa}(N+1, N+1) = \sum_{\lambda} \sum_{j=1}^{k_{\lambda}} \frac{b_{\lambda j}^a}{(E - E_{\lambda})^j}, \quad (11)$$

где k_{λ} — кратность собственных значений E_{λ} ($k_{\lambda} \leq M$). При отсутствии вырождений собственных значений E_{λ} коэффициенты $b_{\lambda j}$ имеют вид

$$b_{\lambda j}^a = A_{aa}(E_{\lambda}) / D'(E) \big|_{E=E_{\lambda}}. \quad (12)$$

Сравнивая (11) и (8) при $a = a'$ и $n = m = N+1$, получаем

$$\gamma_{\lambda a}^2 = A_{aa}(E_{\lambda}) / D'(E) \big|_{E=E_{\lambda}} = \frac{1}{\Delta} \prod_{\mu=1}^{M(N+1)-1} (E_{\mu} - E_{\lambda}^a) / \prod_{\nu=1}^{M(N+1)} (E_{\lambda} - E_{\nu}),$$

то есть квадраты компонент вектора нормировок выражаются через собственные значения $M+1$ спектральных наборов задач (1), (2) и (1), (9). Относительные знаки компонент $\gamma_{\lambda a}$, $\gamma_{\lambda \beta \neq a}$ должны быть определены отдельно (общий знак вектора нормировок не важен).

Когда об этом результате (теорема $M+1$ спектра) узнал Б.М.Левитан, который в июле приезжал в Дубну на конференцию по нелинейным уравнениям, он высказал возражение, что в пределе несвязанных уравнений — расщепленных каналов с диагональ-

ной матрицей взаимодействия (хороший тест, чтобы сделать результат прозрачной) — должно быть $2M$, а не $M + 1$ спектров — по два на каждое из M отдельных уравнений (по теореме о двух спектрах). Казалось бы, — уничтожающее замечание. Но после короткого "испуга" выяснилось, что при счете спектров нужно учитывать разницу спектров системы уравнений и отдельного уравнения (спектр расцепленной системы представляет собой сумму M независимых одноканальных спектров) и не считать спектры для одного и того же канала дважды.

В случае, когда система (1) распадается на независимые уравнения, формула (14) переходит в обычную связь каждой парциальной нормировки с двумя спектрами соответствующего уравнения, а множители в числителе и знаменателе (13), относящиеся к другим уравнениям, сокращаются. При этом $M + 1$ спектров общей системы уравнений (1) эквивалентны $2M$ парциальным спектрам расцепленных уравнений с независимыми граничными условиями, отвечающими (2), (9).

Предел непрерывной пространственной переменной

Естественно ожидать, что в пределе $\Delta \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$ формула (13) будет верна для обычного уравнения Шредингера с непрерывной переменной:

$$\begin{aligned} \gamma_{\lambda\alpha}^2 &= A_{\alpha\alpha}(E_\lambda) / D'(E) |_{E=E_\lambda} = \\ &= \frac{1}{\Delta} (E_\lambda - E_\lambda^a) \prod_{\mu}^{\infty} (E_\mu - E_\mu^a) / (E_\lambda - E_\mu). \end{aligned} \quad (14)$$

В случае вырождения собственных значений E_λ коэффициенты $b_{\lambda j}^a$ следует находить последовательно из соотношений $[\phi_\lambda(E) \equiv D(E)/(E - E_\lambda)]$:

$$\begin{aligned} \Delta A_{\alpha\alpha}(E_\lambda) &= b_{\lambda k_\lambda} \phi_\lambda(E_\lambda), \\ \Delta A'_{\alpha\alpha}(E_\lambda) &= b_{\lambda k_\lambda} \phi'_\lambda(E_\lambda) + b_{\lambda k_\lambda - 1} \phi_\lambda(E_\lambda), \\ \Delta A^{(k_\lambda - 1)}_{\alpha\alpha} &= b_{\lambda k_\lambda} \phi_\lambda^{(k_\lambda - 1)}(E_\lambda) + k_\lambda b_{\lambda k_\lambda - 1} \phi_\lambda^{(k_\lambda - 2)}(E_\lambda) + \dots \\ &\dots + k_\lambda! b_{\lambda 1} \phi_\lambda(E_\lambda). \end{aligned} \quad (15)$$

Автор благодарен М.М.Маламуду и Б.М.Левитану за стимулирующие дискуссии по теме работы.

Приложение

Потенциалы, зависящие от скорости

Так называются потенциалы, зависящие от оператора импульса $\hat{p} = -\nabla$; обычно их записывают в форме

$$v(\hat{p}^2, x) = v(x) + \left[\frac{d}{dx^2} v_1(x) - v_1(x) \frac{d}{dx^2} \right] / 2, \quad (1П)$$

где $v(x)$ и $v_1(x)$ — разные функции от x . Такие потенциалы используют, например, в мезонной теории ядерных сил. Их разностный вариант ("квазилокальный" потенциал с отличными от нуля значениями на трех диагоналях матрицы гамильтониана, см. /2/ стр.50):

$$\begin{aligned} & -[1 + v_1(n)/2] \{ \Psi(n+1) - 2\Psi(n) + \Psi(n-1) \} / \Delta^2 + v(n) \Psi(n) + \\ & + \{ v_1(n+1) \Psi(n+1) - 2v_1(n) \Psi(n) + v_1(n-1) \Psi(n-1) \} / 2\Delta^2 = E \Psi(n) \end{aligned} \quad (2П)$$

замечателен тем, что число $2N$ значений v и v_1 на конечном интервале $n = 1, 2, \dots, N$ совпадает с числом спектральных параметров $\{E_\lambda, \gamma_\lambda\}$ задачи Штурма — Лиувилля, в отличие от случая обычного разностного уравнения Шредингера с N значениями локального потенциала, когда между $2N$ параметрами $\{E_\lambda, \gamma_\lambda\}$ должно быть N связей. В этом отношении случай разностного потенциала, зависящего от скорости, ближе к случаю уравнения Шредингера с обычным потенциалом, когда параметры $\{E_\lambda, \gamma_\lambda\}$ независимы друг от друга.

Теорема для двух спектров в случае уравнения (2П) совпадает с (14) для одного канала.

Литература

1. Левитан Б.М., Гасымов М.Г. — УМН, 1964, 19, № 2, с.3.
2. Захарьев Б.Н., Сузько А.А. — Потенциалы и квантовое рассеяние. Прямая и обратная задачи. М.: Энергоатомиздат, 1985, с.41-43. (Расширенное издание на англ. языке вышло в изд. Springer, Heidelberg. 1990, p.35-37).

Рукопись поступила 27 августа 1990 года.

NEUTRON ^{208}Pb SCATTERING AND THE ELECTRIC POLARIZABILITY OF THE NEUTRON

Yu.A.Alexandrov, L.Koester*, G.S.Samosvat, W.Waschkowski*

Neutron transmission cross sections of ^{208}Pb were measured for four energies. These data were the basis to evaluate the electric polarizability of the neutron: $\alpha_n = (0.4 \pm 1.5) \cdot 10^{-3} \text{ fm}^3$ for $a_{ne} = -1.32 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$ and $\alpha_n = (-1.1 \pm 1.5) \cdot 10^{-3} \text{ fm}^3$ for $a_{ne} = -1.59 \cdot 10^{-3} \text{ fm}$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR and in Garching Laboratory, Fed. Rep. Germany.

Рассеяние нейтронов на ^{208}Pb и электрическая поляризуемость нейтрона

Ю.А.Александров и др.

Полные нейтронные сечения ^{208}Pb измерены при четырех энергиях нейтронов. На основе полученных данных сделана оценка электрической поляризуемости нейтрона: $\alpha_n = (0.4 \pm 1.5) \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3$ при $a_{ne} = -1.32 \cdot 10^{-3} \text{ фм}$ и $\alpha_n = (-1.1 \pm 1.5) \cdot 10^{-3} \text{ фм}^3$ при $a_{ne} = -1.59 \cdot 10^{-3} \text{ фм}$.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ и в Гархингской лаборатории, ФРГ.

The last attempts ^{/1-3/} to measure the coefficient α_n of the neutron electric polarizability from precise measurements of the neutron total cross sections gave only the upper limits for the α_n value of $(1 \div 2) \cdot 10^{-3} \text{ fm}^3$ order. It is just on the level of theoretically expected meaning of α_n and the value for proton $\alpha_p = (1.07 \pm 0.11) \cdot 10^{-3} \text{ fm}^3$ ^{/4/}. So any definite value of this fundamental constant is absent up to now.

The main difficulty in the works ^{/1-3/} is the correct consideration for the neutron resonances, our knowledge of which is limited. Therefore, in this work instead of natural lead and bismuth used in ^{/1-3/} we measured the total cross sections of double-magic ^{208}Pb which had very rare resonances.

*Garching, Fed.Rep.Germany

Table

Energy	1.26 eV	18.6 eV	128 eV	1970 eV
$\sigma_t^{\text{meas}}, 10^{-24} \text{ cm}^2$	11.441(5)	11.509(14)	11.503(16)	11.468(7)
$\sigma_s^{\text{corr}}, 10^{-24} \text{ cm}^2$	12.434(5)	12.494(14)	12.485(16)	12.443(7)

We had three metallic samples 8.7, 14.3 and 15.6 mm thick enriched with ^{208}Pb up to 97.3%, which had been used in different combination on the installations at three beams of the FRM reactor in Garching, West Germany. The methods of the measurement are described in ^{/2,5/}. The results for four energies of neutrons are listed in the Table as measured and corrected cross sections. The latter ones correspond only to s-wave potential scattering on ^{208}Pb and are obtained by subtracting from σ_t^{meas} small contributions of solid state effects, Schwinger scattering, other isotopes, p-wave neutrons and the contribution of two ^{208}Pb s-wave resonances. The resonance parameters of all lead isotopes were taken from ^{/6/}.

If we write ^{/7/}

$$\sigma_s^{\text{corr}} = \frac{4\pi}{k^2} \sin \delta_0 \sin (\delta_0 + 2\eta_0) \approx \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 (\delta_0 + \eta_0), \quad (1)$$

where δ_0 is the phase shift of nuclear s-scattering,

$$\eta_0 = kZfa + k\alpha_n MZ^2 e^2 / (\hbar^2 R) (1 - \frac{\pi}{3} kR),$$

f is the atomic form-factor, $a = -\frac{A}{A+1} a_{ne}$, a_{ne} is a neutron-electron scattering length, R is the radius of the nucleus, so it is easy to obtain from (1) the following expression

$$\begin{aligned} & \frac{\pi MZ^2 e^2}{3\hbar^2} (k_1 - k_2) \alpha_n - Z(f_1 - f_2) a = \\ & = \frac{1}{k_1} \arcsin(k_1 \sqrt{\frac{\sigma_{s1}^{\text{corr}}}{4\pi}}) - \frac{1}{k_2} \arcsin(k_2 \sqrt{\frac{\sigma_{s2}^{\text{corr}}}{4\pi}}), \end{aligned} \quad (2)$$

where indices 1 and 2 refer to two different energies (note: $\delta_0 < 0$ and $0 < \eta_0 < |\delta_0|$).

For the evaluation of a_n now we can practically use only the energies 1.26 and 1970 eV. Then from equation (2) for the data taken from the table and considering the value of $a_{ne} = (-1.32 \pm 0.04) \times 10^{-3} \text{ fm}^{2.8/}$ we have

$$a_n = (0.4 \pm 1.5) \cdot 10^{-3} \text{ fm}^3; \quad (3)$$

in the case of $a_{ne} = (-1.59 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} \text{ fm}^{1.9/}$

$$a_n = (-1.1 \pm 1.5) \cdot 10^{-3} \text{ fm}^3. \quad (4)$$

These evaluations do not practically differ from the earlier ones^{/1-3/}, but they are more reliable, because of much smaller corrections on neutron resonances.

Now these investigations are in progress to achieve higher accuracy. Moreover, the measurement of a coherent scattering length of ^{208}Pb at the energy much less than 1 eV should permit one to have a new independent result for a_{ne} too.

References

1. Alexandrov Yu.A. et al. — *Yad.Fiz.*, 1986, 44, p.1384.
2. Koester L., Waschowski W., Meier J. — *Z.Phys.*, A, 1988, 329, p.229.
3. Schmiedmayer J., Rauch H., Riehs P. — *Phys.Rev.Lett.*, 1988, 61, p.1065.
4. Baranov P.S., et al. — *Yad. Fiz.*, 1975, 21, p.689.
5. Koester L. — In: *Neutr. Phys.*, Spring. Tracts in Mod. Phys., v.80, Spr.Verl., 1977.
6. Mughabghab S.F. — *Neutron Cross Sections*, vol.1, B. New York: Acad.Press 1984.
7. Alexandrov Yu.A. — *Yad.Fiz.*, 1983, 37, p.253.
8. Krohn V.E., Ringo G.E. — *Phys.Rev.*, 1973, D8, p.1305.
9. Alexandrov Yu.A. et al. — *Yad.Fiz.*, 1974, 20, p.1190.

Received on July 27, 1990.

СПЕКТР ИЗОСКАЛЯРНЫХ КОЛЛЕКТИВНЫХ МОД ЯДРА В МОДЕЛИ УПРУГОГО ФЕРМИ-СФЕРОИДА

С.И.Баструков¹, М.Л.Бобрышев¹, В.В.Гудков¹, А.И.Редькин¹,
Ф.Деак², А.В.Сушков

Изучается динамика формирования изоскалярных коллективных возбуждений ядра в модели упругого сфероида, параметры эластичности которого микроскопически определяются в ферми-газовом приближении. Полученные оценки энергий волн упругих деформаций сравниваются с экспериментальными данными для электрических и магнитных изоскалярных резонансов и сопоставляются с расчетами, выполненными ранее в аналогичной модели, где рассматривался менее широкий класс решений уравнения Ламэ, в основном, с феноменологически подобранными параметрами.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ и на кафедре теоретической и ядерной физики Саратовского государственного университета.

Nuclear Spectrum of Isoscalar Collective Modes in Elastic Fermi-Spheroid Model

S.I.Bastrukov¹, M.L.Bobryshev¹, V.V.Gudkov¹, A.I.Red'kin¹,
F.Deak², A.V.Sushkov

The formation of nuclear isoscalar collective excitations is studied in the elastic spheroid model with the nuclear elasticity parameters calculated in the Fermi-gas approximation. The comparison of theoretical and experimental energies of the electric and the magnetic resonances is presented. We also compare our results with previously performed analogous calculations where restricted class of solutions of the Lamé equation has been considered and elasticity parameters have been phenomenologically adjusted.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR and at the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Saratov State University.

¹ Университет им. Н.Г.Чернышевского, Саратов

² Университет Р.Этвеша, Будапешт

Интенсивно проводимые в последние годы исследования коллективных ядерных движений методами механики континуума убедительно доказывают, что макроскопические свойства ядра наиболее заметно проявляются в динамике формирования высоколежащих гигантских возбуждений. Подтверждением тому служит точное воспроизведение экспериментальной систематики центроидов энергий гигантских резонансов в зависимости от массового числа, выражаемой $A^{-1/3}$ -законом. В большинстве работ по макроскопической ядерной динамике анализ резонансных возбуждений строится исходя из представлений о ядре либо как о жидкой капле, либо как об упругом сфероиде, равновесные параметры которых удастся вычислить микроскопически. При сравнении указанных макротеорий обращает на себя внимание их расхождение в оценках относительной роли внутренней энергии кинетического ферми-движения и потенциального взаимодействия при вычислении энергии изоскалярных резонансов, а также в предположениях о векторной природе возбуждаемых полей скоростей и смещений.

В работах ¹⁻⁶, где ядерная динамика моделировалась гармоническими колебаниями упругого шара, параметр деформации расширения изотропной ядерной среды λ , связанный линейно с адиабатическим коэффициентом сжимаемости K , либо задавался феноменологически, либо вычислялся микроскопически с силами Скимма. Однако приводимые в литературе значения последнего обладают слишком большой неопределенностью ($K = 180-540$ МэВ), которая напрямую отражается в рассчитываемых значениях энергий (электрических) резонансов и затрудняет понимание того, какой из физических факторов доминирует в процессе формирования гигантских состояний. В этой связи представляется целесообразным рассмотреть такой вариант модели упругого сфероида, где все параметры упругости ядра определялись бы только кинетической энергией одночастичного ферми-движения в основном состоянии, т.е. на основе ферми-газовой кинетической картины, описываемой уравнением Ландау — Власова. С такой точки зрения будет выглядеть более последовательным сравнение модели упругого ферми-сфероида с гидродинамической моделью ферми-капли, поскольку последняя была построена на перечисленных выше микроскопических основаниях, а полученные в ее рамках беспараметрические оценки энергии точно воспроизводят экспериментально установленную систематику для изоскалярных резонансов по всей периодической таблице ⁷⁻⁹.

В настоящей работе главное внимание мы концентрируем на вопросе: как сильно зависит коллективный спектр от кон-

кретного вида возбуждаемых деформационных полей смещений, являющихся решениями уравнения Ламэ для упругого шара со свободной границей?

В проводимых ниже построениях сферическое ядро радиуса $R_0 = r_0 A^{-1/3}$, со спином ноль в основном состоянии микроскопически идеализируется вырожденной (по спину и изоспину, т.е. изоскалярной) ферми-газовой системой. Число квазичастиц полагается равным массовому числу ядра A , масса квазичастицы — массе свободного нуклона m . Тогда равновесные плотность ρ_0 и давление P_0 вычисляются, фактически, без параметров

$$\rho_0 = \frac{3m}{4\pi r_0^3}, \quad P_0 = \frac{\rho_0 v_F^2}{5} \quad \text{и} \quad v_F = \frac{h}{mr_0} \left[\frac{9\pi}{8} \right]^{1/3}, \quad (1)$$

где v_F — граничная скорость ферми-движения.

Очевидно, что столь упрощенные представления могут быть оправданы при энергиях возбуждений, где ядро практически забывает об оболочечных структурных особенностях одночастичного движения в основном состоянии и остаточном взаимодействии, приводящем к спариванию. Отмеченные микроскопические свойства внутриядерного движения, как известно, отчетливо проявляются в низкоэнергетической (до 3-4 МэВ) области коллективного спектра, поэтому рассматриваемая нами модель при низких энергиях заведомо не применима.

Для решения поставленной задачи рассмотрим линеаризованную форму уравнений 13-моментного приближения макроскопической ядерной динамики, которые имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + P_0 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) = 0, \quad (4)$$

где $\vec{\rho}(\vec{r}, t)$, $u_i(\vec{r}, t)$, $\sigma_{ij}(\vec{r}, t)$ — малые отклонения плотности, средней скорости возбуждаемого потока и тензора внутренних напряжений; ρ_0 , $u_0 = 0$, $P_{ij} = P_0 \delta_{ij}$ — их равновесные значения.

Уравнения (2)-(4) легко могут быть приведены к виду классического уравнения динамики упругого континуума, если поло-

жить, что средняя скорость возбуждаемого потока $\vec{u}(\vec{r}, t)$ связана с полем смещений $\vec{S}(\vec{r}, t)$ — основной динамической переменной теории упругости — соотношением

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{S}(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4) и затем в (3), получаем уравнение

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{S}}{\partial t^2} = 2P_0 \text{grad div } \vec{S} + P_0 \Delta \vec{S}, \quad (6)$$

которое будет точно совпадать с уравнением Ламэ для упругих колебаний изотропной среды^{10/}

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{S}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{S} + \mu \Delta \vec{S}, \quad (7)$$

если принять, что коэффициент деформации расширения λ и коэффициент деформации сдвига и кручения μ (параметры Ламэ) равны между собой и определяются свободным одночастичным ферми-движением нуклонов в основном состоянии, т.е. $\lambda = \mu = P_0$.

Именно по той причине, что при вычислении параметров упругости ядра игнорируются эффекты оболочечной структуры среднего поля, а также макроскопической потенциальной энергии, часто вычисляемой на основе нуклон-нуклонных сил Скимма или Мигдала, но учитывается квантовый характер одночастичного движения по орбитам, допускаемым принципом Паули, всюду ниже будем говорить о ядре как об изотропном, упругом ферми-сфероиде.

Для нахождения собственных частот эластичных гармонических колебаний временную зависимость полей смещения следует учесть множителем $e^{i\omega t}$. Поэтому уравнение (7) перепишем в виде

$$\rho_0 \omega^2 \vec{S} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{S} + \Delta \vec{S} = 0 \quad (8)$$

и дополним условием отсутствия напряжений, нормальных к границе,

$$\vec{\tilde{\sigma}}|_s = 0, \quad (9)$$

где $\vec{n}$ — вектор внешней нормали к поверхности ядра, $\tilde{\sigma}$ — тензор напряжений σ_{ij} в безындексной записи.

В теории упругих колебаний сплошной изотропной среды рассматриваются три вида гармонических деформаций: расширение

ия (сжатия), сдвига и кручения^{/10/}. Первые два описываются стинно векторными полями смещений, поэтому в данной модели м будут соответствовать возбуждения электрического типа. Магнитные возбуждения связаны с движениями среды, которые задаются псевдовекторным полем смещений.

1. Для деформации расширения (сжатия) векторное поле мещений $\vec{S}_1(r, t)$ в сжимаемой изотропной среде имеет ненулевую асходимость и является потенциальным

$$\vec{S}_1^{\text{el}}(r, t) = \text{grad } j_n(k_1 r) P_n(\cos\theta), \quad (10)$$

де $j_n(z)$ — сферическая функция Бесселя, $P_n(\cos\theta)$ — функция Лежандра. Оно описывает продольные волновые движения с волновым числом $k_1 = \omega/c_1$ и фазовой скоростью

$$v_1 = \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{5}} v_F. \quad (11)$$

Граничное условие (9) приводит к дисперсионному уравнению вида

$$2n(n-1) - 3z^2) j_n(z) + 4z j_{n+1}(z) = 0. \quad (12)$$

Допустимые частоты даются выражением

$$\omega_{\lambda, m} = k_1(\lambda, m) c_1 = \sqrt{\frac{3}{5}} \frac{v_F}{R_0} z_{\lambda, m}. \quad (13)$$

Здесь и ниже каждое значение $z = kR_0$ нумеруется порядковым номером мультипольного разложения $n = \lambda$. Индексом m отмечается номер корня дисперсионного уравнения при заданной мультипольности λ и $z_{\lambda, m} = k(\lambda, m) R_0$.

2. Сферические волны сдвига характеризуются волновым числом $k_t = \omega/c_t$ и распространяются со скоростью

$$v_t = \left(\frac{\mu}{\rho_0} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{5}} v_F. \quad (14)$$

Чисто сдвиговые деформации задаются полоидальным (определения тороидального и полоидального вихревых полей см. в^{/11/}) полем

$$\vec{S}_2^{\text{el}}(r, t) = \text{rot rot } \vec{r} j_n(k_t r) P_n(\cos\theta). \quad (15)$$

Дисперсионное уравнение для определения частот поперечных волн сдвига имеет вид

$$2z \frac{j_{n+1}(z)}{j_n(z)} = z^2 - 2(n^2 - 1). \quad (16)$$

Сами же частоты этих колебаний даются выражением

$$\omega_{\lambda, m} = k_t(\lambda, m) c_t = \sqrt{\frac{1}{5}} \frac{v_F}{R_0} z_{\lambda, m}. \quad (17)$$

3. Поскольку уравнение (8) является линейным, то в возможный класс движений, отвечающих возбуждениям электрического типа, могут входить решения, представляемые как суперпозиция деформаций расширения и сдвига $\vec{S}_3 = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$, т.е.

$$\begin{aligned} \vec{S}_3^{\text{el}}(\vec{r}, t) = & A_n \text{grad } j_n(k_t r) P_n(\cos \theta) + \\ & + B_n \text{rot rot } \vec{r} j_n(k_t r) P_n(\cos \theta). \end{aligned} \quad (18)$$

Дисперсионное уравнение для решения (18) представляется в виде

$$\begin{aligned} \{ [2(n^2 - 1) - x^2] j_n(x) + 2x j_{n+1}(x) \} \{ [2n(n-1)^2 - 3z^2] j_n(z) + 4z j_{n+1}(z) \} - \\ - \{ 2n(n+1) [(n-1)j_n(x) - j_{n+1}(x)] \} \{ 2(n-1)j_n(z) - 2(z)j_{n+1}(z) \} = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

где $x^2 = 3z^2$. Частоты вычисляются по формуле (13).

4. Когда среда предполагается несжимаемой, вместо (18) предыдущий случай описывается полем вида

$$\vec{S}_4^{\text{el}}(\vec{r}, t) = A_n \text{grad } r^n P_n(\cos \theta) + B_n \text{rot rot } \vec{r} j_n(k_t r) P_n(\cos \theta). \quad (20)$$

Соответствующее ему дисперсионное уравнение записывается в форме

$$2(n+2)j_{n+1}(z) = z j_n(z). \quad (21)$$

Выражение для частоты дается формулой (17).

5. Состояния аномальной четности в данной модели формируются крутильными колебаниями, которые задаются тороидальным псевдовекторным полем

$$\vec{S}_5^{\text{mag}}(\vec{r}, t) = \text{rot } \vec{r} j_n(k_t r) P_n(\cos \theta). \quad (22)$$

Граничное условие (9) приводит к дисперсионному уравнению для частот поперечных волн кручения

$$z \frac{dj_n(z)}{dz} = j_n(z). \quad (23)$$

Выражение для частот крутильных колебаний имеет вид (17). Энергии изоскалярных возбуждений рассчитываются по известной квантово-механической формуле

$$E(\lambda_m^\pi) = \hbar \omega_{\lambda,m}. \quad (24)$$

В численных расчетах были использованы выбираемые обычно значения констант: $\hbar = 197,32858$ МэВ/с, $m = 931,5016$ МэВ/с² и $r_0 = 1,16-1,25$ фм. Сравнение наших оценок энергий с экспериментом приведено в таблицах 1 и 2. Меньшее значение энергии

Таблица 1. Теоретические и экспериментальные энергии гигантских электрических резонансов. Звездочкой помечены согласующиеся значения. Тип упругих деформаций отмечен индексом в обозначении энергий: 1 — только деформации расширения — сжатия; 2 — только деформации сдвига; 3 — суперпозиция движений 1 и 2; 4 — то же, что и 3, но для несжимаемого ферми-сфероида.

λ^π	$E_1 A^{1/3},$ МэВ	$E_2 A^{1/3},$ МэВ	$E_3 A^{1/3},$ МэВ	$E_4 A^{1/3},$ МэВ	$E_{\text{эксп}} A^{1/3},$ МэВ, гигант. резонансы
0^+	81-94*	нет	44-51	нет	73-82 ^{/15/}
1^-	130-151	71-82	60-69	46-53	?
2^+	41-47	55-64*	47-55	52-61	62-66 ^{/15/}
3^-	66-80	88-102*	69-81	58-68	100-120 ^{/15/}
4^+	96-111	121-141	88-103	64-74*	55-85 ^{/16/}
5^-	122-142	232-269	109-127	68-79	?

Таблица 2. Вычисленные и экспериментальные энергии магнитных резонансов

λ^π	$E_s A^{1/3}$, МэВ	$E_{\text{экср}} A^{-1/3}$, МэВ гигант.резонансы
1^+	101-122	?
2^-	45-53	43-56 ^{1 2 /}
3^+	78-82	?
4^-	93-109	?

шему мнению, состоит в том, что энергии гигантских квадрупольного и октупольного резонансов практически точно передаются моделью упругих колебаний несжимаемого ферми-сфероида, когда возбуждаемое поле смещений является чисто вихревым-полоидальным. Этот вывод является главным, что отличает наши расчеты от всех выполненных ранее аналогичных исследований, и совершенно расходится с выводом гидродинамической модели ферми-капли, где утверждается, что возбуждаемые коллективные потоки чисто потенциальны.

Обращает на себя внимание еще и то, что энергия дипольного возбуждения, также обусловленного полоидальными волнами сдвига, точно совпадает со сглаженным по всей периодической таблице экспериментальным фитом энергии дипольного гигантского резонанса, который общепринято трактовать как изовекторный. Однако данное предположение неадекватно отражает энергетические положения сильноколлективизированных гексадекапольных состояний. Для описания экспериментально наблюдаемой динамики формирования высокомультипольных изоскалярных гигантских мод, видимо, нельзя ограничиваться эволюцией тензора деформаций лишь второго ранга^{1 2, 1 3 /}.

Магнитные состояния, во всех вариантах модели упругого сфероида, связываются с возбуждением тороидального поля крутильных колебаний. Судя по имеющимся экспериментальным энергиям и микроскопическому анализу, данному для 2^- -резонанса в^{1 4 /}, этот механизм является правильным.

получено с $r_0 = 1,25$ фм, большее при $r_0 = 1,16$ фм, причем все теоретические значения относятся к нижайшим корням ($m = 1$) дисперсионных уравнений. Как видно из таблиц, спектр изоскалярных электрических возбуждений существенно зависит от векторной природы поля смещений. На оценки энергий также сильно влияет предположение о сжимаемости (или несжимаемости) ядерного континуума. Наиболее примечательный результат данной работы, по на-

Авторы крайне признательны В.Ю.Пономареву, А.В.Тараканову и Е.Б.Бальбуцеву за обсуждение ряда вопросов, рассмотренных в данной работе, и значительную помощь в выполнении компьютерных расчетов.

Л и т е р а т у р а

1. Bertsch G.F. — Nucl.Phys., 1975, A249, p. 253.
2. Wong C.Y., Azziz N. — Phys.Rev., 1981, C24, p.2290.
3. Hasse R.W. et al. — Phys.Rev., 1981, C25, p.2771.
4. Семенко С.Ф. — ЯФ, 1981, 34, с.639.
5. Коломиец В.М. — В сб.: Материалы XVII Зимней школы ЛИЯФ, 1982, с.47.
6. Stringari S. — Ann.Phys., 1983, 151, p.35.
7. Nix J.R., Sierk A.J. — Phys.Rev., 1980, C21, p.396.
8. Di Toro M., Russo G. — Z.Phys.A, 1989, 331, p.381.
9. Bastrukov S.I. et al. — Preprint KFKI-1989-65/A.
10. Mors P.M., Feshbach H. — Methods of Theoretical Physics. McGraw-Hill. New York. V.2, 1953.
11. Chandrasekhar S. — Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Clarendon press. Oxford, 1961.
12. Balbutzev E.B., Mikhailov I.N. — J.Phys.G, 1989, 14, p.545.
13. Бальбуцев Е.В. и др. — ЯФ, 1989, 50, с.1264.
14. Ponomarev V.Yu. — J.Phys.G, 1984, 10, p.L177.
15. Bertrand F. — Nucl.Phys., 1981, A354, p.129.
16. Савицкий Г.А. и др. — В сб.: Вопросы атомной науки и техники. Серия: Общая и ядерная физика. 1986, 1, с.1.

СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ НЕЙТРОНОДЕФИЦИТНЫХ ИЗОТОПОВ At В РЕАКЦИИ $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$

А.Н.Андреев, Д.Д.Богданов, А.В.Еремин, А.П.Кабаченко,
О.Н.Мальшев*, Ю.А.Музычка, Б.И.Пустыльник,
Г.М.Тер-Акопьян, В.И.Чепигин

Проведены эксперименты по измерению сечений (xn)-каналов в реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$. Получены данные о значениях сечений с испарением нейтронов в области энергий возбуждения составного ядра от 53 до 92 МэВ. Проведено сравнение экспериментальных результатов с модельными расчетами, выполненными на основе статистической модели ядра по модифицированной программе ALICE. Получено хорошее согласие расчета с экспериментом.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Cross Sections of the Production of the Neutron-Deficient Isotopes of At in the Complete-Fusion Reaction $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$

A.N.Andreyev et al.

Experiments have been carried out to measure the (xn)-channel cross sections in the reaction $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$. Data on the cross sections of the $4n+7n$ channels have been obtained for the compound nucleus excitation energies ranging from 53 to 92 MeV. The results obtained are compared with the model calculations using modified program ALICE. It is shown that the calculated results agree fairly well with experimental ones.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Интерес к изучению сечений образования продуктов полного слияния с $85 < z < 95$ в реакциях с тяжелыми ионами обусловлен тем, что эта область является переходной по отношению к такому важному фактору как делимость ядра. В этой области ядер происходит уменьшение жидкокапельного барьера деления от ≈ 10 МэВ

*Институт ядерных исследований АН СССР, Москва

для нейтронодефицитных изотопов Po-At до $\cong 2,5$ МэВ для нейтронодефицитных изотопов Pu-Am. Именно с этим обстоятельством обычно связывают резкое уменьшение сечений (χn)-реакций: от десятков миллибарн для Po-At до долей микробарна для U-Pu¹⁻³.

Хорошим объектом для исследования поведения сечений (χn)-реакций в зависимости от степени нейтронного дефицита в этой области ядер являются изотопы At. Так как жидкокапельный барьер деления для этих ядер еще достаточно высок, то можно рассчитывать, что его уменьшение с уменьшением массового числа не скажется сильно на сечениях исследуемых реакций. Накопление экспериментальных данных по абсолютным сечениям реакций представляет интерес как для банка ядерных данных, так и для уточнения теоретических моделей ядерных реакций в данной области.

Экспериментальная методика

Работа проводилась на циклотроне У-400 ЛЯР ОИЯИ. В экспериментах использовался выведенный пучок ^{26}Mg с энергиями 136 и 164 МэВ. Интенсивность пучков на физической мишени диаметром 12 мм составляла $(3 \div 6) \cdot 10^{11}$ част./с, энергетический разброс $1,0 \div 1,5$ %. Блок-схема эксперимента приведена на рис.1. Изменение энергии бомбардирующих ионов с шагом $3 \div 6$ МэВ проводилось с помощью алюминиевых и титановых поглотителей. Энергия пучка после прохождения поглотителей контролировалась по энергии ионов, рассеянных на тонкой (200 мкг/см^2) золотой фольге на угол 30° . Измерения проводились поверхностно-барьерным полупроводниковым детектором (ППД). В качестве мишени

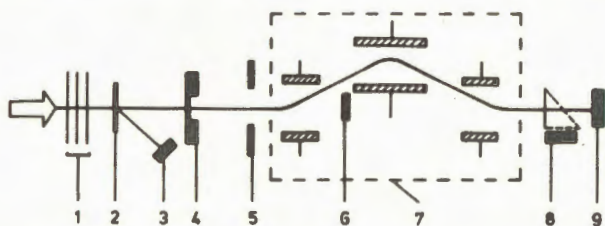


Рис.1. Блок-схема экспериментальной установки. 1 — поглотитель, 2 — Au-рассеиватель, 3 — детектор для измерения энергии ионов пучка, 4 — мишень, 5 — входная диафрагма, 6 — цилиндр Фарадея, 7 — сепаратор, 8 — времяпролетные детекторы, 9 — полупроводниковый детектор.

использовалась прокатанная фольга из тантала толщиной $0,8 \text{ мг/см}^2$. Толщина мишени определялась взвешиванием. Состав и однородность по площади контролировались методом рентгенофлуоресцентного анализа. Точность в определении толщины рабочей мишени была не хуже 10%.

Отделение продуктов реакций полного слияния от пучка и продуктов реакций передач осуществлялось с помощью кинематического сепаратора ВАСИЛИСА^{14,15}, в котором происходит разделение продуктов реакций по электрической жесткости.

Детектирующая система состояла из двух времяпролетных детекторов на основе микроканальных пластин и полупроводникового детектора, изготовленного методом ионной имплантации. Детектор был разделен на восемь независимых полос. За счет охлаждения детектора энергетическое разрешение каждой полосы было не хуже 25 кэВ. Электронная аппаратура позволяла получить для каждого детектора данные об энергиях и времени пролета ядер отдачи, времени их прихода в детектор, энергии и времени α -распада нуклидов, "вбитых" в детектор.

Измерения эффективности сепаратора проводились непосредственно в каждом эксперименте. Для этого после рабочей мишени устанавливался алюминиевый сборник с толщиной $\cong 1,8 \text{ мг/см}^2$, который после 10-15-минутного облучения переносился за время $\cong 30 \text{ с}$ без нарушения вакуума к полупроводниковому детектору, расположенному в мишенной камере на расстоянии $\cong 20 \text{ см}$ от мишени. В промежуток времени $\cong 15 \text{ мин}$ проводилось измерение распада для "вбитой" в сборник активности. Аналогичное измерение проводилось для активности, "вбитой" в детектирующее устройство после сепаратора. Сравнение данных для сборника и детектирующего устройства позволяло определить эффективность сепарации с точностью $\pm 25\%$ по активностям с периодом полураспада $\geq 1 \text{ мин}$.

Результаты экспериментов

Идентификация наблюдаемых в эксперименте нуклидов проводилась по энергиям α -переходов и периоду полураспада для долгоживущих активностей. Энергии α -переходов для изотопов At в этой области масс хорошо известны, и поэтому излучатели идентифицируются сравнительно просто. Значения α -вилкок, необходимые для вычисления сечений, брались из¹⁶. Полученные значения сечений приведены в таблице. При расчетах энергии

Таблица. Функции возбуждения для (хп)-каналов, полученные в реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$

Е* МэВ	Сечение, мб			
	4n	5n	6n	7n
53,0	10	2		
56,0	14	15		
60,0	7	28		
62,0	7	39	1	
68,0	2	37	6	
69,0	1,6	25	10	
73,0	0,7	13	20	1
80,0		0,7	11	7,5
87,0			3	12
92,0			1	8

возбуждения составного ядра энергия пучка считалась равной энергии пучка на выходе из мишени. Потери в мишени учитывались по таблицам¹⁷. Для расчета величины Q реакции использовались таблицы масс¹⁸. Статистическая ошибка

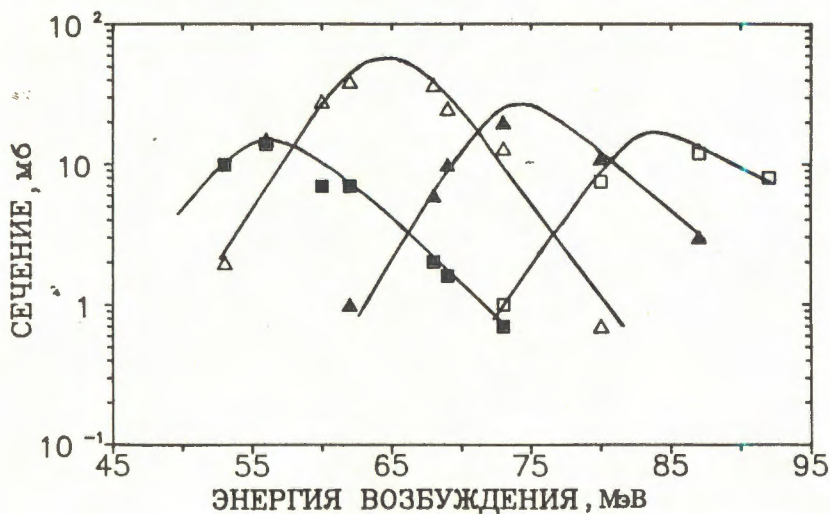


Рис.2. Функции возбуждения для (хп)-каналов реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$.
 $\blacksquare$, $\triangle$, $\blacktriangle$, $\square$ — 4, 5, 6, 7n реакции соответственно.

для большинства результатов не превышает 5%, и точность полученных значений сечений определяется точностью измерения эффективности сепарации, толщины и однородности мишени, тока пучка. Контроль, проведенный по воспроизводимости результатов в отдельных измерениях, показал, что экспериментальная точность составляет $\pm 20\%$ для зависимости относительного выхода нуклида с изменением энергии пучка и $\pm 40\%$ для значений абсолютных сечений. На рис.2 показан вид функций возбуждения для отдельных (xn)-каналов в реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$. Полученные в эксперименте значения сечений также приведены в таблице.

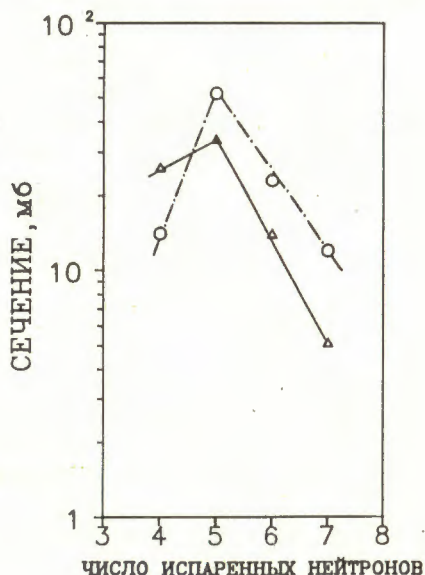
Обсуждение результатов

Анализ полученных экспериментальных данных о сечениях (xn)-каналов реакции был выполнен на основе статистического рассмотрения процесса девозбуждения образующихся составных ядер. Расчет проводился с помощью модифицированной программы ALICE¹⁹ аналогично методике, описанной в работе¹¹⁰. В работе¹¹⁰ выполнены расчеты и экспериментально измерены сечения (xn)- и (p, xn)-каналов реакций полного слияния $^{181}\text{Ta} + ^{24}\text{Mg}$ и $^{165}\text{Ho} + ^{40}\text{Ar}$. Полагалось, что барьер деления, величину которого нужно вычитать из энергии возбуждения ядра в седловой точке, определяет формулой

$$B_f(l) = C \cdot B_f^{\text{cps}}(l) + \Delta B_f(Z, A),$$

где $B_f^{\text{cps}}(l)$ — барьер деления в модели вращающейся заряженной капли¹¹¹; C — свободный параметр; $\Delta B_f(Z, A)$ — оболочечная поправка к барьеру деления составного ядра,

Рис.3. Сравнение экспериментальных (○) и расчетных (Δ) значений поперечных сечений в (xn)-канале для реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$. При расчетах бралось $C = 0,9$.



равная разности экспериментального и жидкокапельного значений масс ядра. Проводились расчеты и в предположении, что $\Delta B_f = 0$. В работе^{/10/} было показано, что удовлетворительное согласие экспериментальных данных с расчетными получается при $C = 0,9$ и $\Delta B_f = 0$, что соответствует уменьшению барьера деления на 1 МэВ. Использование этих параметров для расчета (хп)-каналов реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$ также дает хорошее согласие с результатами эксперимента.

На рис.3 кружками отмечены экспериментальные значения сечений (хп)-каналов в максимумах соответствующих функций возбуждения для реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$. Расчетные значения обозначены треугольниками.

Закключение

В реакции $^{181}\text{Ta} + ^{26}\text{Mg}$ в широком диапазоне энергий получены экспериментальные данные по сечениям (хп)-реакций вплоть до $x = 7$. Проведен теоретический расчет с применением статистического подхода. Показано, что используемый метод расчета хорошо описывает сечения испарительных реакции полного слияния в области At-Po.

Литература

1. Sahm C.-C. et al. — Nucl. Phys., 1985, A441, p.316.
2. Андреев А.Н. и др. — Ядерная физика, 1989, т.50, вып.9, с.619.
3. Gaggeler H.W. et al. — GSI-Bericht, 1989, No.29.
4. Yeremin A.V. et al. — NIM, 1989, A274, p.528.
5. Yeremin A.V. et al. — JINR Preprint, E15-90-347, Dubna, 1990.
6. Westmeier W., Merklin A. — Cathalog of Alpha-Particles from Radioactive Decay, Karlsruhe, 1985, No.29-1.
7. Northcliff R.L., Shilling R.F. — Nucl. Data Tables, 1970, A7, p.233.
8. Zeldes N. et al. — Mat. Fis. Scr. Dan. Vid. Selsk 3, 1967, No.5.
9. Музычка Ю.А., Пустыльник Б.И. — Препринт ОИЯИ, ДЗ-83-644, Дубна, 1983.
10. Andreev A.N. et al. — JINR Preprint, E7-89-809, Dubna, 1989.
11. Cohen S., Plasil F., Swiatecki W. — Ann. Phys., 1974, No.82, p.557.

НОВЫЕ НУКЛИДЫ $^{226, 227}\text{Np}$

А.Н.Андреев, Д.Д.Богданов, А.В.Еремин, А.П.Кабаченко,
О.Н.Малышев¹, Г.М.Тер-Акопьян, В.И.Чепигин, Ш.Шаро²

С использованием кинематического сепаратора ВАСИЛИСА идентифицированы новые изотопы $^{226, 227}\text{Np}$. Идентификация нуклидов проводилась после "in-flight" сепарации по наблюдению цепочки их последующих α -распадов. Изотоп ^{227}Np был получен в реакции $^{22}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi}$. Изотоп ^{226}Np идентифицирован в продуктах реакций полного слияния $^{22}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi}$ и $^{26}\text{Mg} + ^{205}\text{Tl}$. Энергия α -распада ^{227}Np : $E_\alpha = (7680 \pm 20)$ кэВ. Для ^{226}Np обнаружены две α -линии: $E_{\alpha 1} = (8000 \pm 20)$ кэВ и $E_{\alpha 2} = (8060 \pm 20)$ кэВ.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

The New Nuclides $^{226, 227}\text{Np}$

A.N.Andreyev et al.

The neutron-deficient isotopes $^{226, 227}\text{Np}$ have been produced in the complete fusion reactions and were identified after in-flight separation with the kinematic separator VASSILISSA, followed by their implantation into a silicon detector and the observation of the genetic relationships of subsequent α -decays. The isotope ^{227}Np was produced in the $^{22}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi}$ reaction, the isotope ^{226}Np was produced in the reactions $^{22}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi}$ and $^{26}\text{Mg} + ^{205}\text{Tl}$. ^{227}Np was found to decay with $E_\alpha = (7680 \pm 20)$ keV and for ^{226}Np two α -lines at $E_{\alpha 1} = (8000 \pm 20)$ keV and $E_{\alpha 2} = (8060 \pm 20)$ keV were observed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

В экспериментах использовался выведенный пучок ионов ^{22}Ne циклотрона У-400 ЛЯР ОИЯИ со средней интенсивностью $\approx 10^{12}$ част./с и энергиями (109 ± 1) МэВ и (121 ± 1) МэВ на мишени. Вращающаяся мишень из ^{209}Bi толщиной $0,32 \text{ мг/см}^2$ была изготовлена методом вакуумного напыления на подложку из алюминия толщиной $1,6 \text{ мг/см}^2$. Ядра отдачи, вылетевшие

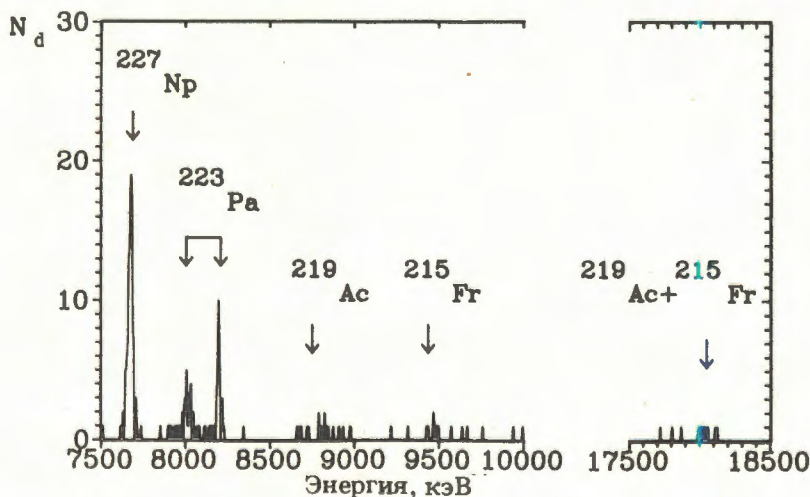
¹ Институт ядерных исследований АН СССР, Москва

² GSI, Darmstadt

из мишени, отделялись от ионов пучка и продуктов реакций передач с помощью электростатического сепаратора ВАСИЛИСА /1, 2/ и после прохождения двух широкоапертурных времяпролетных детекторов с тонкими ($30 \div 40$ мкг/см²) пленками имплантировались в полупроводниковый детектор, изготовленный методом планарной технологии, общей площадью 35 см², разделенный на 8 независимых полос. Эффективность сепарации для продуктов (хп)-канала реакции измерялась экспериментально в реакциях $^{22}\text{Ne} + ^{197}\text{Au}$, nat. W и равнялась $(2,9 \pm 0,2)\%$. С использованием охлаждения до 265 К энергетическое разрешение детекторов было не хуже 25 кэВ для α -частиц с энергией $7 \div 9$ МэВ. Для измерения быстрых ($T_{1/2} < 50$ мкс) последовательных α -распадов применялась система из двух АЦП. Значения энергии α -распадов для известных нуклидов брались из работы /3/.

Экспериментальные результаты

Идентификация нуклидов проводилась методом α - α -корреляций (см., например, /4/). Полученное значение энергии α -распада для ^{227}Np хорошо совпадает с результатами наших первых экспериментов по идентификации ^{227}Np , изложенными в работе /5/. Изотоп ^{227}Np идентифицирован по хорошо выделенным корреляциям α -линии с энергией $E_\alpha(\text{М}) = (7680 \pm 20)$ кэВ, с α -линиями дочерних продуктов: ^{223}Pa , ^{219}Ac и ^{215}Fr . На рисунке



приведен результат корреляционного анализа для материнского ядра ^{227}Np во временном окне 0 — 25 мс. Общее число зарегистрированных α -распадов, приписанных ^{227}Np , при двух значениях энергии пучка, составило 120 событий, из них — 70 событий при $E(^{222}\text{Ne}) = (109 \pm 1)$ МэВ на мишени. Период полураспада дочерних α -активностей $T_{1/2} = 5 \pm 1$ мс хорошо совпадает с известным для ^{223}Ra . Импульсы, имеющие энергию в диапазоне 17 — 18 МэВ, мы интерпретируем как результат полного или частичного суммирования дочерних продуктов: ^{219}Ac и ^{215}Fr .

Изотоп ^{226}Np был получен в реакции $^{22}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi}$ при $E(^{22}\text{Ne}) = (121 \pm 1)$ МэВ на мишени и идентифицирован по корреляциям с известным дочерним продуктом — ^{214}Fr ($E_\alpha = 8,42$ МэВ, $T_{1/2} = 5,0$ мс). Обнаружены две α -линии с энергиями $E_{\alpha 1} = (8000 \pm 20)$ кэВ и $E_{\alpha 2} = (8060 \pm 20)$ кэВ, являющиеся материнскими в цепочке α -распадов, приводящих к дочернему ядру ^{214}Fr . Общее число корреляций составляет для $E_{\alpha 1}(M) = (8000 \pm 20)$ кэВ $E_\alpha(D) = 8420$ кэВ 11 событий и для $E_{\alpha 2}(M) = (8060 \pm 20)$ кэВ — $E_\alpha(D) = 8420$ кэВ также 11 событий. Период полураспада для этих корреляций, измеренный методом α - α -корреляций, равен $T_{1/2} = 8^{+4}_{-2}$ мс и находится в согласии с суммой периодов полураспада дочерних продуктов ($^{222}\text{Ra} + ^{218}\text{Ac} + ^{214}\text{Fr}$). Таким образом, эти корреляции могут быть приписаны распаду изотопа ^{226}Np и его дочерних продуктов. Кроме этого, зарегистрированы корреляции с периодом полураспада $T_{1/2} = 2,5^{+3}_{-1,5}$ мс материнских α -линий α_1 и α_2 с дочерними α -распадами с энергией в диапазоне 8,5 — 18 МэВ, которые мы связываем с полным или частичным суммированием импульсов от α -распада дочерних продуктов: ^{222}Ra и ^{218}Ac .

Изотоп ^{226}Np был идентифицирован также в реакции $^{26}\text{Mg} + ^{205}\text{Tl}$ при энергии $E(^{26}\text{Mg}) = (142 \pm 1)$ МэВ на мишени. Методом α - α -корреляций были получены данные, аналогичные данным для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{209}\text{Bi}$. Общее число корреляций $\alpha_1 - ^{214}\text{Fr}$ равно 2 событиям, $\alpha_2 - ^{214}\text{Fr}$ — 3 событиям.

Так как средний интервал между приходом ядер отдачи в детектор в наших экспериментах составлял $\approx 0,1$ с и был сравним с ожидаемым периодом полураспада для $^{226, 227}\text{Np}$ ($T_{1/2}(^{226}\text{Np}) = 56$ мс и $T_{1/2}(^{227}\text{Np}) = 2$ с $^{6/8}$), то мы не проводили измерения периодов полураспада для этих изотопов.

В таблице приведены значения Q_α -величин для изотопов $^{226, 227}\text{Np}$ в сравнении с данными систематик $^{6, 8/}$ и таблиц масс $^{7, 9/}$.

Ядро	Q _α -величины, МэВ				
	Наши результаты	/6 /	/7 /	/8 /	/9 /
²²⁶ Np	8,15± 0,02 8,20 ±0,02	7,91	8,17	8,35	7,92
²²⁷ Np	7,82± 0,02	7,46	7,78	7,95	7,36

Поперечные сечения образования составляют (70 ± 40) нб при энергии $E(^{22}\text{Ne}) = (121 \pm 1)$ МэВ для ^{226}Np и $(0,3 \pm 0,15)$ мкб для ^{227}Np при энергии $E(^{22}\text{Ne}) = (109 \pm 1)$ МэВ.

После подготовки этого материала к печати мы получили сообщение /10/, что в реакции $^{209}\text{Bi} + ^{22}\text{Ne}$ при $E_{\text{Ne}} = 121$ МэВ наблюдались два α -излучателя с $E_\alpha = (8044 \pm 20)$ кэВ, $T_{1/2} = 31 \pm 8$ мс и $E_\alpha = (7680 \pm 20)$ кэВ, $T_{1/2} = (510 \pm 60)$ мс. Эти α -активности были приписаны α -распадам ^{226}Np и ^{227}Np , соответственно.

Литература

1. Yeremin A.V. et al. — Nucl.Instr. and Meth., 1989, A274, p.528.
2. Yeremin A.V. et al. — JINR Preprint, E15-90-347, Dubna, 1990.
3. Westmeier W., Merklin A. — Catalog of Alpha Particles from Radioactive Decay. Karlsruhe, 1985, Nr. 29-1.
4. Schmidt K.H. et al. — Nucl. Phys., 1979, A318, p.260.
5. Андреев А.Н. и др. — В сб.: Труды Межд. Школы-семинара по физике тяжелых ионов. ОИЯИ, Д7-90-142, 1990, с.508.
6. Колесников Н.Н., Демин А.Г. — Препринт ОИЯИ Р6-9420, Дубна, 1975.
7. Liran S. and Zeldes N. — ADNDT, 1976, v.17, p.476.
8. Viola V.E.Jr. and Seaborg G.T. — J.Inorg. Chem., 1966, 28, p.741.
9. Moller P. and Nix J.P. — Preprint LA-UR-86-3983, Los. Alamos, NM 87545, 1986.
10. Ninov V. et al. — Z.Phys. A, 1990, 336, p.473.