

16/E-85



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
JOINT INSTITUTE
FOR NUCLEAR
RESEARCH

№ 2 [35] - 89

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ

JINR
RAPID COMMUNICATIONS

дубна

1989

Объединенный институт ядерных исследований
Joint Institute for Nuclear Research

№ 2 [35] -89

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ
JINR RAPID COMMUNICATIONS

сборник
collection

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1989

ОГЛАВЛЕНИЕ

CONTENTS

А.О.Кечечян, Б.А.Шахбазян Автомодельность распределений протонных кластеров в области первой промежуточной асимптотики A.O.Kechechian, B.A.Shahbasian Automodelity of Proton Cluster Distributions in the Range of the First Intermediate Asymptotics	5
Yu.K.Akimov, M.I.Gostkin, I.I.Haysak, S.I.Merslyakov, A.G.Molokanov, K.O.Oganesyan, E.A.Pasyuk, S.Yu.Porokhovoy Investigation of Anomalous Pion Productions in the Reaction $Cu(p, \pi^+)X$ by 350 MeV Protons Ю.К.Акимов, М.И.Госткин, И.И.Гайсак, С.И.Мерзляков, А.Г.Молоканов, К.О.Оганесян, Е.А.Пасюк, С.Ю.Пороховой Исследование аномального рождения пионов в реакции $Cu(p, \pi^+)X$ при энергии протонов 350 МэВ	11
Д.Д.Бакалов, В.И.Коробов Релятивистские поправки к уровням энергии слабосвязанных состояний мезомолекул $dd\mu$ и $dt\mu$ D.D.Bakalov, V.I.Korobov Relativistic Corrections to Energy Levels of Weakly Bound States of Mesic Molecules $dd\mu$ and $dt\mu$	15
А.П.Иерусалимов, В.И.Мороз, А.П.Стельмах, А.В.Никитин, В.Н.Печенов, Ю.А.Троян Интерференция основных диаграмм OPER-модели для реакции $np \rightarrow n\pi^+\pi^-$ при энергиях 1 ÷ 5 ГэВ A.P.Ierusalimov, B.I.Moroz, A.P.Stelmakh, A.V.Nikitin, V.N.Pechenov, Yu.A.Troyan The Interference of the Main Diagrams of OPER-Model for Reaction $np \rightarrow n\pi^+\pi^-$ at Energies 1 ÷ 5 GeV	21

R.M.Nikolaeva Microscopic Description of Neutron and Proton Transition Moments in Spherical Nuclei Р.М.Николаева Микроскопическое описание нейтронных и протонных переходных моментов в сферических ядрах.	27
Х.И.Семерджиев, Р.М.Ямалеев Метод обращения одного класса полиномиальных матриц Kh.I.Semerdzhiyev, R.M.Yamaleev A Method for Inversing One Class of Pohnomial Matrices	34
А.А.Оглоблин, С.П.Третьякова, Н.И.Веников, С.К.Лисин, В.Л.Михеев, С.В.Пирожков, В.А.Пчелин, Ю.Ф.Родионов, В.М.Семочкин, В.А.Шабров, И.К.Швецов, В.М.Шубко Обнаружение радиоактивного распада ^{236}Pu с вылетом ядер ^{28}Mg A.A.Ogloblin, S.P.Tretiakova, N.I.Venikov, S.K.Lisin, V.L.Mikheev, S.V.Pirozhkov, V.A.Pchelin, Yu.F.Rodionov, V.M.Semochkin, V.A.Shabrov, I.K.Shvetsov, V.M.Shubko Detection of the Radioactive Decay of ^{236}Pu Involving the Emission of ^{28}Mg Nuclei	43
D.Guillemaud-Mueller, R.Anne, D.Bazin, P.Bricollet, C.Detraz, M.Lewitowicz, C.Lue, A.C.Mueller, Yu.E.Penionzhkevich, A.G.Artukh, A.V.Belozorov, S.M.Lukyanov, V.Borrel, J.C.Jacmart, F.Pougheon, A.Richard, Yu.S.Lyutostansky, M.V.Zverev, E.Kashy, W.D.Schmidt-Ott Investigation of the Particle Stability of the Isotope ^{26}O in the Nuclear Reactions $44\text{ MeV/A } ^{48}\text{Ca} + \text{Ta}$ Д.Гиймо-Мюллер, Р.Анн, Б.Базин, П.Бриколь, К.Детраз, М.Левитович, К.Лю, А.К.Мюллер, Ю.Э.Пенионжкевич, А.Г.Артюх, А.В.Белозеров, С.М.Лукиянов, В.Борель, Ж.К.Жакмар, Ф.Пужо, А.Ришар, Ю.С.Лютостанский, М.В.Зверев, Е.Каши, В.Д.Шмидт-Отт Исследование ядерной стабильности изотопа ^{26}O в реакции $44\text{ МэВ/А } ^{48}\text{Ca} + \text{Ta}$	47

АВТОМОДЕЛЬНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПРОТОННЫХ КЛАСТЕРОВ В ОБЛАСТИ ПЕРВОЙ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АСИМПТОТИКИ

А.О.Кечечян*, Б.А.Шахбазян

Приведены экспериментальные результаты, подтверждающие применимость принципа автомодельности второго рода для описания распределений протонных кластеров из nC - и π^-C -взаимодействий по релятивистски-инвариантной величине b_{aII} . Получено значение $n \approx 4$ для показателя степенной функции, описывающей экспериментальные распределения в области первой промежуточной асимптотики ($b_{aII} \gg 0,01$). Показано, что значение этого параметра не зависит от величины b_k в области $b_k < 0,05$ и не зависит от типа взаимодействий.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Automodelity of Proton Cluster Distributions in the Range of the First Intermediate Asymptotics

A.O.Kechechian, B.A.Shahbazian

Experimental results on proton cluster distributions over the relativistically-invariant quantity b_{aII} from nC - and π^-C -interactions confirm the applicability of the automodelity principle of the second kind to our case. It was shown that in the range of the first intermediate asymptotics ($b_{aII} \gg 0.01$) these distributions can be well fitted by an exponential function at the exponent value $n \approx 4$. This value does not depend on b_k for $b_k < 0.05$ both for nC - and π^-C -interactions.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Для изучения множественного рождения адронов в релятивистских ядерных взаимодействиях успешно применяется метод, предложенный в работах [1-3]. Этот метод основан на применении принципа автомодельности второго рода и принципа ослабления

* Ереванский физический институт

корреляций для распределений по релятивистски-инвариантным безразмерным переменным

$$b_{1k} = -(P_1/m_1 - P_k/m_k)^2 = -(u_1 - u_k)^2,$$

где P_1, P_k — четырехимпульсы, а m_1, m_k — массы частиц. Благодаря такому подходу был обнаружен ряд универсальных закономерностей для процессов с рождением адронных струй^{/4, 5, 9/} и барионных кластеров^{/6-8/}.

В данной работе приводятся экспериментальные результаты прямой проверки применимости принципа автомодельности второго рода в области первой промежуточной асимптотики^{/2, 6/} ($b_{1k} \gg \gg 0,01$) для описания множественного рождения протонов в адрон-ядерных взаимодействиях:

$$p + C \rightarrow n_p p + \dots \quad n_p \geq 2. \quad (1)$$

$$\pi^- + C \rightarrow n_p p + \dots \quad (2)$$

Экспериментальный материал получен с помощью полуметровой пропановой пузырьковой камеры ЛВЭ, облученной пучками нейтронов с импульсом 7 ГэВ/с и π^- -мезонов с импульсом 4 ГэВ/с. Для анализа отобраны взаимодействия, в которых число вторичных протонов с импульсом от 0,16 до 0,8 ГэВ/с больше единицы. В этом импульсном интервале протоны надежно идентифицируются в пропановой камере.

В работе используются релятивистски-инвариантные переменные:

$$b_{aII} = -(u_{II} - V_a)^2 \quad \text{и} \quad b_k = -(u_k - V_a)^2, \quad (3)$$

где u_k — четырехскорости вторичных протонов, u_{II} — четырехскорость мишени (ядра углерода),

$$V_a = \frac{\sum_{i=1}^{n_a} u_i}{\sqrt{[\sum_{i=1}^{n_a} u_i]^2}}. \quad (4)$$

Суммирование проводится по всем протонам из выделенной группы (n_a — число протонов в группе). Автомодельность по переменной b_{aII} в области первой промежуточной асимптотики можно записать в следующем виде:

$$W(b_{aII}, b_k) |_{b_{aII} \gg 0,01} \rightarrow \frac{1}{(b_{aII})^n} W_2(b_k/b_{aII}) \quad (5)$$

для двумерных распределений и

$$W_1(b_{aII}) = \int W(b_{aII}, b_k) db_k |_{b_{aII} \gg 0,01} \rightarrow \frac{A}{(b_{aII})^n} \quad (6)$$

для одномерных распределений. В этих соотношениях W, W_1, W_2 — функции распределений, n — параметр, предсказываемый теорией или определяемый из эксперимента.

Из определений (3), (4) можно получить следующее соотношение:

$$(2 + b_{aII}) (2n_a + \sum_{k=1}^{n_a} b_k) = 2 (2n_a + \sum_{k=1}^{n_a} b_{kII}). \quad (7)$$

где $b_{kII} = -(u_k - u_{II})^2 = 2(E_k/m_k - 1)$.

В предыдущих работах [6-8] накладывались ограничения на импульсы протонов, входящих в группы. Однако, как видно из соотношения (7), это может исказить как вид самих распределений по b_{ik} , так и средние значения $\langle b_{ik} \rangle$. Для иллюстрации этого утверждения на рис. 1 приведено двумерное распределение по b_{aII} и b_k для групп из двух протонов из пС-взаимодействий. Причем отобраны протоны с импульсами в интервале $(0,3 \div 0,8)$ ГэВ/с, что соответствует в пространстве четырехскоростей интервалу для b_{kII} $(0,1 \div 0,63)$. На этом же рисунке при-

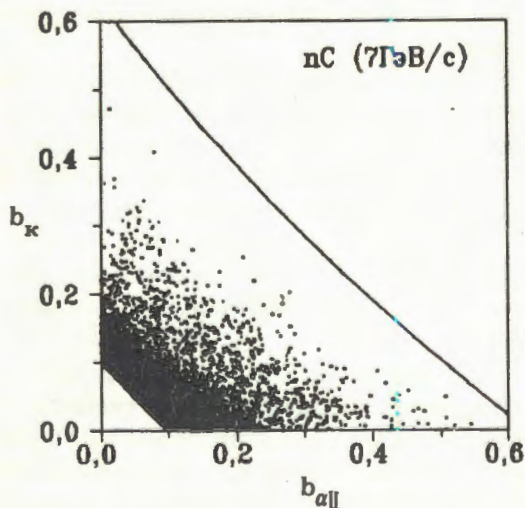


Рис.1. Распределение двухпротонных комбинаций из пС-взаимодействий по величинам b_{aII} и b_k и границы изменения этих величин.

ведены границы области изменения этих величин, соответствующие ограничениям на b_{kII} (0,1 — нижняя кривая, 0,63 — верхняя кривая). Эти кривые соответствуют выражению

$$b_k = [(4 + 2b_{kII}) / (2 + b_{aII})] - 2,$$

которое получено из уравнения (7) при $n_a = 2$. Как видно из этого рисунка, при интегрировании по переменной b_k для получения одномерного распределения по b_{aII} нужно учитывать границы области интегрирования. В данной работе исследуются прямоугольные области:

- а) $b_k < 0,01$
 - б) $0,01 < b_k < 0,02$
 - в) $0,02 < b_k < 0,03$
 - г) $0,03 < b_k < 0,05$
- (8)

для pC -взаимодействий,

$$b_k < 0,05$$

для π^-C -взаимодействий и

$$0,1 < b_{aII} < 0,5$$

(область кластеризации^{6/}) для обоих типов взаимодействий. Эти области удалены от границ и поэтому распределения по b_{aII} не искажены.

В изучаемых взаимодействиях множественность вторичных протонов достигает шести. Однако не все протоны из данного взаимодействия могут образовать кластер. Поэтому, во избежание потерь, в анализ включены все возможные комбинации по 2,3,..., n_p протонов из данного взаимодействия.

Полученные таким образом распределения по b_{aII} для протонов из pC - и π^-C -взаимодействий приведены соответственно на рис.2 и 3. Экспериментальные распределения аппроксимировались функцией вида $A/(b_{aII})^n$ согласно (6). Полученные кривые также приведены на рис. 2 и 3. Подобранные значения параметра n и значения χ^2 на число степеней свободы (n_{CC}), полученные в результате аппроксимации, приведены в таблице. Как видно из таблицы, значения параметра n , в пределах ошибок, совпадают для обоих типов взаимодействий и для всех интервалов по b_k (8) и близки

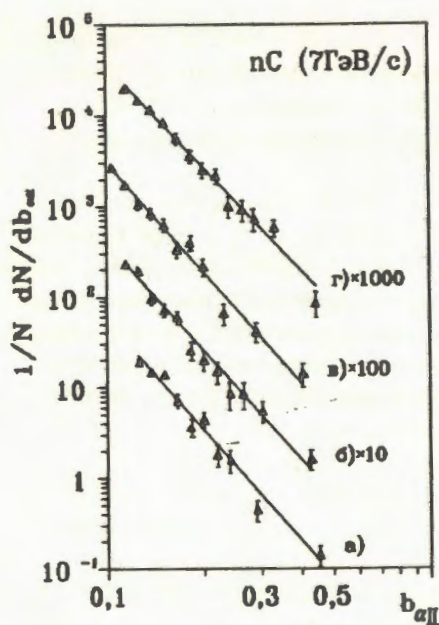
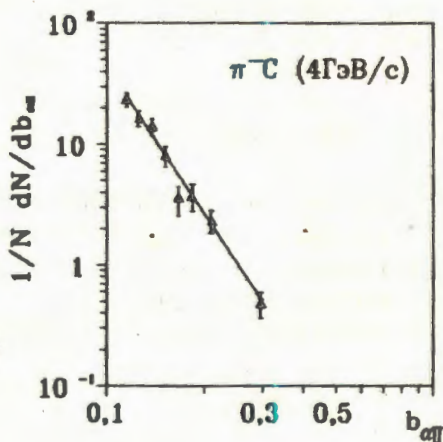


Рис. 3. Распределение протонных кластеров из π^- C-взаимодействий по величине b_{aII} для $b_k < 0,05$ (треугольники) и подобранная кривая.

Рис. 2. Распределения протонных кластеров из pC-взаимодействий по величине b_{aII} для различных областей (8), см. текст, изменения величины b_k (треугольники) и подобранные кривые.



Таблица

Тип взаимодействия	pC				π^- C
	а	б	в	г	
Области					
n	$4,3 \pm 0,2$	$4,2 \pm 0,2$	$4,2 \pm 0,2$	$3,9 \pm 0,1$	$4,3 \pm 0,3$
χ^2/n_{cc}	14,7/9	10,1/11	12,1/10	10,9/12	5,3/7

к $n = 4$. Исходя из полюсного приближения ранее предсказывалось^{/6/} для этого параметра значение $n = 2$. Результаты аппроксимации свидетельствуют о том, что полюсное приближение неприменимо для исследуемой области (8). В работе^{/7/} приведено

значение для этого параметра ($4,3 \pm 0,3$), полученное из аппроксимации распределения относительных расстояний между кластерами из области фрагментации снаряда и мишени для СС-взаимодействий. Следовательно, можно сделать предположение об универсальности этого параметра.

Таким образом, экспериментально подтверждено свойство автомодельности второго рода по переменной b_{aII} для протонных кластеров, образующихся в pC - и π^-C -взаимодействиях. Показано, что первая промежуточная асимптотика наступает при $b_{aII} > 0,1$, то есть распределения по b_{aII} описываются степенной зависимостью (6) с параметром $n = 4$, причем значение этого параметра не зависит ни от типа взаимодействия, ни от переменной b_k при $b_k < 0,05$.

Л и т е р а т у р а

1. Балдин А.М. — ДАН СССР, 1975, т.222, №5, с.1064; ЭЧАЯ, 1977, т.8, №3, с.429; Nucl. Phys., 1985, A434, p.695c.
2. Балдин А.М., Балдин А.А. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, №17-86, Дубна, 1986, с.19.
3. Balдин А.М. — Nucl. Phys., 1985, A447, p.203c.
4. Балдин А.М., Диденко Л.А. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, №3-84, Дубна, 1984, с.5; №8-85, Дубна, 1985, с.5.
5. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ, P1-85-820, Дубна, 1985; ЯФ, 1986, т.44, с.1209.
6. Балдин А.М., Кечечян А.О., Шахбазян Б.А. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, №2 [22] -87, Дубна, 1987, с.4.
7. Армутлийски Д. и др. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, №4 [24] -87, Дубна, 1987, с.5.
8. Балдин А.М. и др. — ОИЯИ, P1-88-331, Дубна, 1988.
9. Балдин А.М. и др. — ЯФ, 1988, т.48, с.995.

Рукопись поступила 3 февраля 1989 года.

INVESTIGATION OF ANOMALOUS PION PRODUCTION IN THE REACTION $\text{Cu}(p, \pi^+)X$ BY 350 MeV PROTONS

Yu.K.Akimov, M.I.Gostkin, I.I.Haysak, S.I.Merslyakov,
A.G.Molokanov, K.O.Oganesyan, E.A.Pasyuk, S.Yu.Porokhovoy

The narrow structure in the energy dependence of the charged pion yields generated by protons on the copper nucleus at 90° in the laboratory frame was investigated. A new upper limit of the structure width (FWHM) $\Delta T_p \leq 5$ MeV in the incident proton energy is obtained. For the first time the manifestation of the structure is observed at 115 and 125° angles in the laboratory frame on the same nucleus.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Исследование аномального рождения пионов
в реакции $\text{Cu}(p, \pi^+)X$ при энергии протонов 350 МэВ

Ю.К.Акимов и др.

Подтверждено наличие узкой структуры в энергетической зависимости выхода заряженных пионов, генерированных протонами на ядре под углом 90° в лабораторной системе. Получена новая верхняя граница ширины структуры $\Delta T_p \leq 5$ МэВ по энергии падающего протона. Впервые наблюдается проявление этой же структуры под углами 115 и 125° в лабораторной системе на том же ядре.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

In recent years the investigations of inelastic channels of intermediate energy proton interactions (energies of the operating meson physics facilities) with nucleons and nuclei have aroused greater interest. For proton-nucleus interaction this energy region is of special interest, since collective phenomena, for example, formation of bound states of the isobar in the nucleus or dibaryonic states, can manifest themselves here.

At the end of the 70s in the Laboratory of Nuclear Problems (JINR, Dubna) collaborating with INR (Moscow) the investigation of π -meson production process in proton-nucleus interactions began^{1/}. Observation of anomaly in the energy dependence of charged pions

yield at 90° in collision of protons and copper nuclei^{'2'} was one of the interesting results. The anomaly consisted in dramatic changes in the shape of the inclusive spectrum of generated pions through enrichment of the low energy part of the spectrum at the incident proton energy 350 MeV. In 1984 similar measurements in the experiment at the Saturne accelerator (Saclay) confirmed the existence of the narrow structure in incident proton energy^{'3'}.

For explanation of the observed anomaly the dibaryonic interpretation seems very attractive. This mechanism was qualitatively considered in papers^{'2-5'}. There is another explanation based on the assumption that creation of the bound delta-isobar in a nucleus causes additional low energy pions^{'6'}. To clear up the nature of the observed effect, it is necessary to continue experimental investigations.

In 1987 new experiments began at the phasotron of LNP (Dubna). Here we report the first results.

The experimental setup^{'7'} consisted of a time-of-flight (TOF) spectrometer and a scintillation total absorption spectrometer. TOF, total energy and energy losses in TOF-system scintillation counters allow quite reliable identification of the type of outgoing charged particles (pions, protons, deuterons, ...) and determination of their initial energy. The energy threshold value for the registration of pions was 20 MeV. The proton beam was characterised by the energy spread $\Delta T/T = 0.5 - 1.0\%$, the intensity $J = 10^8 - 10^9 \text{ s}^{-1}$, the possibility of continuous variation of the proton energy from 50 to 650 MeV. For accurate determination of the proton beam energy and the energy spread another TOF-system with the intrinsic energy-resolution $\sim 180 \text{ ps}$ was used. The TOF-system allowed us to control the beam energy characteristics and to optimise its resolution.

Double differential cross sections of charged pion production on the copper nucleus were measured at the angles of $90, 115$ and 125° . At each angle the measurement was performed for six-eight proton energies (326, 344, 348, 352, 353, 361, 369 and 409 MeV). Particular attention was given to the measurement in the energy region corresponding to the earlier observed anomaly.

The spectrum shape parameter of the generated pions is shown in Fig. 1 as a function of the incident proton energy. The parameter of spectrum shape is the yield ratio of lower energy pions to higher energy pions. In Fig. 1 the yield ratios of 20-60 MeV pions to 60 - 100 MeV ones are presented. A distinct anomaly is observed near $T_p = 350 \text{ MeV}$ confirming the earlier noticed phenomenon^{'1, 2'}. From the presented results one can see that the structure width is $\leq 5 \text{ MeV}$.

To interpret this structure it is important to investigate its manifestations at angles other than 90° . Fig. 2 shows the results of the si-

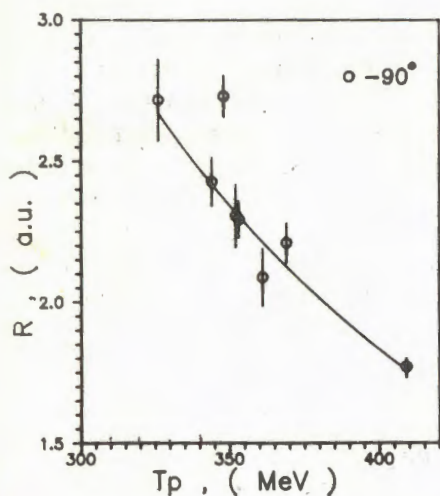


Fig. 1. Yield ratios of low energy pions (20 – 60 MeV) to high energy pions (60 – 100 MeV) versus the incident proton energy for the angle 90° in the laboratory frame. The solid line fits all points except that at $T_p = 348$ MeV by a power function.

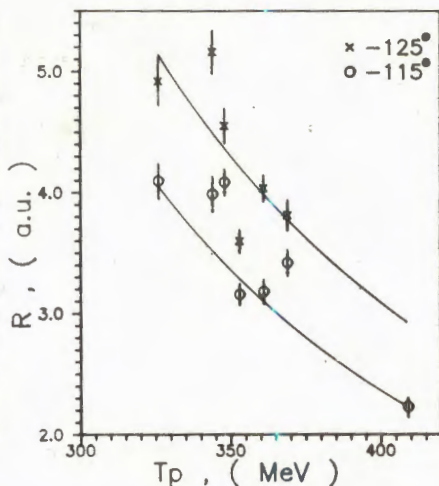


Fig. 2. The same as in fig. 1 for the angles 115° and 125° . The solid lines are to guide the eye.

milar measurements at 115° and 125° . As is seen the resonance-like structure takes place at these angles too, though lower statistics.

The main feature of observed effect is its narrowness in energy of incident protons. This fact allows the assumption that the effect is related to the interaction of incident protons with the whole nucleus or with its part. In the case of nucleon-nucleon interaction the momentum distribution of bound nucleons must lead to a structure width much larger than 5 MeV. If the momentum of the incident proton is transferred to the whole nucleus, the incident energy 350 MeV corresponds to the threshold production of the dibaryon with the mass 2220 MeV. If a 350 MeV proton interacts with a single nucleon at rest, it corresponds to the dibaryon mass 2040 MeV. The maximum pion energy from the decay of this state is 25 MeV. So it is difficult to observe the contribution of the pions to the spectrum when the setup has the 20 MeV cut of pion energy.

The main argument in favour of the dibaryonic interpretation of the anomaly in question is its narrowness. It is necessary to search for it in all possible experiments. Since the dibaryonic effect is expected to be small, it is important to choose the optimum processes and kinematic conditions.

The process selected in this way has some advantages. One of them is caused by the predicted vanishing of the dibaryon resonance elasticity^{18, 19}, which makes it preferable to search for their signal in the inelastic process of pion production. Another important factor is the use of the nuclear process. The nucleus can serve as a kind of filter to separate definite channels, dibaryonic in our case, and to suppress other ones.

To understand this interesting phenomenon new experiments are necessary for other nuclei, for generated pions of different sign.

References

1. Akimov Yu.K. et al. — *Yad. Fiz.*, 1981, 33, p.33.
2. Krasnov V.A. et al. — *Phys. Lett.*, 1982, 108B, p.11.
3. Julien J. et al. — *Phys. Lett.*, 1984, 142B, p.340.
4. Haysak I.I. et al. — In: *JINR Rapid Comm.*, No.8-85, Dubna, 1985, p.38.
5. Tatischeff B. — *Phys. Lett.*, 1985, 154B, p.107.
6. Gugelot P., Ransome F. — *Phys. Rev.*, 1987, C35, p.1353.
7. Akimov Yu.K. et al. — *JINR*, P13-89-93, Dubna, 1989.
8. Grein W., Kubodera K., Locher M.P. — *Nucl. Phys.*, 1981, A356, p.269.
9. Araki M., Koike Y., Ueda T. — *Progr. Theor. Phys.*, 1980, 63, p.2133.

Received on February 24, 1989.

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПОПРАВКИ К УРОВНЯМ ЭНЕРГИИ СЛАБОСВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ МЕЗОМОЛЕКУЛ $dd\mu$ И $dt\mu$

Д.Д.Бакалов, В.И.Коробов

Выполнены расчеты релятивистских сдвигов и сверхтонкого расщепления энергетических уровней с учетом электромагнитной структуры ядер для слабосвязанных состояний ($J = v = 1$) мезомолекул $dd\mu$ и $dt\mu$. В вычислениях использовались полученные вариационным методом приближенные волновые функции, которые воспроизводят с погрешностью не более 0,5 мэВ точное значение нерелятивистского уровня энергии. Представленные результаты необходимы для исследования возникающих в мюонном катализе процессов образования мезомолекул.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Relativistic Corrections to Energy Levels of Weakly Bound States of Mesic Molecules $dd\mu$ and $dt\mu$

D.D.Bakalov, V.I.Korobov

Relativistic shift and hyperfine splitting of the energy levels have been calculated with the account of the electromagnetic structure of the nuclei for weakly bound states ($J = v = 1$) of mesic molecules $dd\mu$ and $dt\mu$. There were used the obtained by variational method approximate wave functions which reproduce exact nonrelativistic energy level with no more error than 0.5 meV. The performed results are necessary for the investigation of the mesic molecule formation processes arising in muon catalysed fusion.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Резонансный механизм образования мезомолекул через слабосвязанные состояния интенсивно исследуется в последнее время^{/1/}. Для правильного определения температурной зависимости скорости протекающей реакции необходимо знать уровни энергии участвующих в ней квантовых систем с точностью до 1 мэВ.

В^{/2-4/} были получены прецизионные значения нерелятивистских уровней энергии слабосвязанных состояний мезомолекул $dd\mu$

и dt . Однако сдвиги уровней, обусловленные такими эффектами, как поляризация вакуума, электромагнитная структура частиц, сверхтонкая структура молекул, имеют величину порядка нескольких десятков мэВ, поэтому учет этих эффектов необходим для корректного описания процесса образования мезомолекул.

До настоящего времени релятивистские поправки к уровням энергии слабосвязанных состояний мезомолекул вычислялись только в рамках адиабатического подхода^{/5/}. В данной работе представлены расчеты, использующие приближенные волновые функции, полученные вариационным методом^{/2/}. Эти приближенные решения с высокой точностью (~ 0,5 мэВ) воспроизводят истинное значение энергии.

1. Постановка задачи и метод вычисления

Для описания взаимодействия частиц в мезомолекуле использовался квазирелятивистский гамильтониан, рассмотренный в работе^{/6/}. Он представляется в виде суммы

$$H = H^{(0)} + H^{(1)}, \quad (1)$$

состоящей из нерелятивистской $H^{(0)}$ и собственно релятивистской $H^{(1)}$ частей. Нерелятивистский член разложения (1) имеет вид

$$H^{(0)} = \sum_i \frac{p_i^2}{2m_i} + \sum_{ij} U_{ij}^{(0)},$$

где $U_{ij}^{(0)} = Z_i Z_j e^2 / r_{ij} + U_{ij}^{(FSZ)}$, $U^{(FSZ)}$ определяет поправку на конечную электромагнитную структуру неточечных частиц. Член $H^{(1)}$ из (1) описывает эффекты порядка $O(c^{-2})$ во взаимодействии частиц. Он включает в себя взаимодействие Брейта с учетом конечных размеров частиц и взаимодействие с электрон-позитронным полем — поляризацию вакуума.

Релятивистское уравнение Шредингера решалось в первом порядке теории возмущений по c^{-2} . В качестве нулевого приближения рассматривался нерелятивистский гамильтониан с чисто кулоновским взаимодействием. Приближенные решения нерелятивистского уравнения Шредингера, описывающие слабосвязанные состояния мезомолекул, получены в^{/2/} вариационным методом с использованием 1286 опорных функций для $dd\mu$ и 2084 опорных

функций для dt_μ . В представляемых ниже расчетах они брались в качестве решений невозмущенной задачи.

Интегралы, описывающие поправки в первом порядке теории возмущений, оценивались с помощью квадратурных формул^{/7/}. Данный подход позволяет рассчитывать одновременно несколько интегралов, а время счета зависит от числа опорных функций и от количества интегралов линейно. Вследствие сказанного численное интегрирование дает возможность многократно сэкономить время счета по сравнению с точным интегрированием. Для сравнения, время, затраченное на вычисление всех релятивистских интегралов, описывающих поправки к уровню энергии мезомолекулы dt_μ , составляет 10% от времени, необходимого на получение матричных элементов нерелятивистского гамильтониана для опорных функций вариационного метода.

Параллельно с вычислением интегралов для релятивистских поправок оценивались интегралы от функций $|\psi(\cdot)|^2$, $|\psi(\cdot)|^2/r_{ij}$, $i, j = 1, 2, 3, i \neq j$, где $\psi(\cdot)$ — используемое приближение к волновой функции. Точное значение первого интеграла равно единице, а три последних составляют среднее по потенциальной энергии кулоновской системы, и по теореме вириала полученное среднее равно удвоенному значению энергии системы. Указанные величины после численного интегрирования восстанавливались с относительной погрешностью $\sim 10^{-4}$. Эти расчеты показывают, что значения релятивистских поправок, рассчитанные с помощью квадратурных формул^{/7/}, имеют ошибку не более 0,1 мэВ.

Наконец, для вычисления поправки на вакуумную поляризацию использовался потенциал Юлинга^{/8/}:

$$U^{(vp)}(r) = -\frac{2}{3} \frac{\alpha e^2}{\pi} \int_1^\infty \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^4} \right) (x^2 - 1)^{1/2} e^{-\kappa r x} dx,$$

описывающий взаимодействие с точностью $O(c^{-2})$. Известно, что интеграл, стоящий в правой части, не выражается в элементарных функциях. В^{/9/} предложена аппроксимация этого интеграла, удобная для реализации на вычислительной машине в виде подпрограммы. Это позволило вычислять поправку на поляризацию вакуума аналогично тому, как вычислялись другие релятивистские поправки.

2. Результаты

Результаты расчетов релятивистских поправок для слабосвязанных состояний мезомолекул dd_μ и dt_μ представлены в табл.1.

Таблица 1. Релятивистские поправки к уровням энергии мезомолекул $d\mu$ и $d\psi$ (в мэВ)

	$dd\mu$		$dt\psi$	
	Вариант. Адиаб. расчет	Адиаб. расчет ^{/5/}	Вариант. Адиаб. расчет	Адиаб. расчет ^{/5/}
Энергия ионизации (нерелятивистская)	-1975,0		-660,2	
Поляризация вакуума	+8,7	+9,8	+16,6	+7,3
Электромагнитная структура ядер	-1,5	-1,6	+13,3	+14,6
Релятивистский сдвиг	+1,4	+1,5	+0,1	+0,8

Таблица 2. Сверхтонкая структура уровней энергии основных состояний мезоатомов $d\mu$ и ψ (в мэВ)

Пара-состояние	Орто-состояние
$d\mu$ -32,3 (F = 1/2)	+16,2 (F = 3/2)
ψ -178,9 (F = 0)	+59,3 (F = 1)

Здесь же приводятся результаты расчетов^{/5/}, использующих адиабатическое приближение волновой функции. В графе "Релятивистский сдвиг" стоят величины, определяющие чисто релятивистское смещение в мезомолекуле без учета взаимодействия с электрон-позитронным полем и электромагнитной структуры ядер. Из таблицы видно, что наибольший вклад в смещение уровня дает поправка на поляризацию вакуума. Вместе с тем наибольшее расхождение в значениях вариационного и адиабатического расчетов имеется именно в этом члене. Объяснение мы видим в том, что смещение уровней энергии для мезоатома и мезомолекулы, связанное с поляризацией вакуума, на порядок превышает смещение,

Таблица 3. Сверхтонкая структура слабосвязанного состояния $J = v = 1$ мезомолекулы $dd\mu$, ΔE_{JvJSI}^{HFS} (в мэВ) и амплитуды вероятности $\beta_{S'I'}$

$dd\mu$ ($J = v = 1$)						
S	I	j	Вариант. расчет	Адиаб. расчет/5/	$\beta_{1/2\ 1}$	$\beta_{3/2\ 1}$
1/2	1	1/2	-15,9	-15,9	0,9999	-0,0161
1/2	1	3/2	-16,1	-16,1	0,9999	-0,0114
3/2	1	1/2	7,6	7,7	0,0161	0,9999
3/2	1	3/2	7,9	7,9	0,0114	0,9999
3/2	1	5/2	8,2	8,2	0	1

Таблица 4. Сверхтонкая структура слабосвязанного состояния $J = v = 1$ мезомолекулы $d\mu$, ΔE_{JvJSI}^{HFS} (в мэВ) и амплитуды вероятности $\beta_{S'I'}$

$d\mu$								
S	I	j	Вариант. расчет	Адиаб. расчет/5/	$\beta_{0,1/2}$	$\beta_{1,1/2}$	$\beta_{1,3/2}$	$\beta_{2,3/2}$
0	1/2	1	+40,8	+40,8	0,9954	-0,0657	0,0453	-0,0525
1	1/2	0	+44,5	+44,6	0	0,8288	-0,5596	0
1	1/2	1	+43,9	+44,0	0,0841	0,8242	-0,5534	0,0855
1	1/2	2	+44,3	+44,4	0	0,8308	-0,5565	-0,0073
1	3/2	0	-142,1	-142,6	0	0,5596	0,8288	0
1	3/2	1	-142,0	-142,4	-0,0011	0,5576	0,8301	-0,0023
1	3/2	2	-142,1	-142,5	0	0,5565	0,8309	-0,0012
2	3/2	1	+49,9	+50,2	0,0453	-0,0730	0,0518	0,9950
2	3/2	2	+50,9	+51,1	0	0,0068	-0,0030	0,9999
2	3/2	3	+50,6	+50,8	0	0	0	1

определяемое остальными поправками, и в результате взаимной аннигиляции при вычитании уровней мезоатома и мезомолекулы оно очень чувствительно к погрешности вычислений.

В табл. 2 приведены величины ΔE_F^{HFS} , представляющие сверхтонкое расщепление уровней энергии основных состояний мезоато-

мов $d\mu$ и $t_{\mu}^{10/}$. В табл. 3 и 4 представлены значения спиновых поправок ΔE_{JvSI}^{HFS} к уровням энергии мезомолекул $dd\mu$ и $dt\mu$ (сверхтонкая структура). Относительно квантовых чисел, определяющих состояние системы $|JvSI\rangle$, сделаем необходимые пояснения. Числа J (квантовое число полного орбитального момента) и v (вибрационное квантовое число) описывают состояние нерелятивистской системы бесспиновых частиц. Квантовые числа I и S отвечают операторам суммарного спина ядер и молекулы ($\vec{I} = \vec{S}_a + \vec{S}_b$, $\vec{S} = \vec{I} + \vec{S}_\mu$). Наконец, волновые функции, инвариантные относительно оператора полного углового момента системы ($\vec{j} = \vec{S} + \vec{J}$), представляются квантовым числом j . Коэффициенты β_{SI} , приведенные в табл. 3 и 4, определяют соответствующие уровням сверхтонкого расщепления состояния системы: $|Jvjt\rangle = \sum \beta_{SI} |JvSI\rangle$. Эффекты конечных размеров ядер оказывают заметное влияние на значения поправок сверхтонкой структуры^{16/} и учитываются в расчетах.

Авторы выражают благодарность Л.И.Пономареву за поддержку в работе.

В работе^{14/} приводится (со ссылкой на частное сообщение) значение поправки на вакуумную поляризацию 16,7 мэВ, которое хорошо согласуется с соответствующим результатом нашей работы.

Л и т е р а т у р а

1. Fiorentini G., Ponomarev L.I. — Muon Catalysed Fusion, 1987, v.1, p.3.
2. Korobov V.I., Puzynin I.V., Vinitsky S.I. — Phys. Lett. B, 1987, v.196, p.272.
3. Alexander S.A., Monkhurst H.J. — Phys. Rev. A, 1988, v.38, p.26.
4. Kamimura M. — Phys. Rev. A, 1988, v.38, p.621.
5. Bakalov D.D. et al. — Phys. Lett. B, 1985, v.161, p.5.
6. Бакалов Д.Д. — Препринт ОИЯИ Р4-87-616, Дубна, 1987.
7. Бакалов Д.Д. — Сообщение ОИЯИ 11-83-875, Дубна, 1983.
8. Uehling E.A. — Phys. Rev., 1935, v.48, p.55.
9. Fullerton L.W., Rinker C.A. — Phys. Rev. A, 1976, v.13, p.1283.
10. Bakalov D.D. — Phys. Lett. B, 1980, v.93, p.265.

Рукопись поступила 20 марта 1989 года.

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ОСНОВНЫХ ДИАГРАММ OPER-МОДЕЛИ ДЛЯ РЕАКЦИИ $np \rightarrow np\pi^+\pi^-$ ПРИ ЭНЕРГИЯХ $1 \div 5$ ГэВ

А.П.Иерусалимов, В.И.Мороз, А.П.Стедьмах,
А.В.Никитин, В.Н.Печенов, Ю.А.Троян

Исследуются эффекты интерференции основных диаграмм модели реджизованного однопионного обмена (OPER) для реакции $np \rightarrow np\pi^+\pi^-$. Показано, что при импульсах налетающего нейтрона ниже 3 ГэВ/с необходимо учитывать интерференционные эффекты (вклад интерференции в рассчитанное по OPER-модели сечение реакции составляет 23% при $P_0 = 1,73$ ГэВ/с).

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

The Interference of the Main Diagrams of OPER-Model for Reaction $np \rightarrow np\pi^+\pi^-$ at Energies $1 \div 5$ GeV

A.P.Ierusalimov et al.

The interference effects are studied for the main diagrams of reggeized π -exchange model (OPER) of the reaction $np \rightarrow np\pi^+\pi^-$. It is shown that the interference effects must be taken into account at the incident momenta neutrons below 3 GeV/c. The contribution of the interference part is 23% at $P_0 = 1.73$ GeV/c for the cross section calculated by OPER-model.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Реакция $np \rightarrow np\pi^+\pi^-$ изучалась нами при импульсах налетающего нейтрона $P_0 = 1,73; 2,23; 3,83$ и $5,10$ ГэВ/с. Сечения реакции приведены в работе^{/1/}, а характерные распределения — в^{/2/}.

Для описания реакции $np \rightarrow np\pi^+\pi^-$ была выбрана модель реджизованного однопионного обмена (OPER), количественно хорошо описывающая реакции типа $NN \rightarrow NN\pi\pi$ ^{/3/}. Основные диаграммы для этого типа реакций имеют вид:

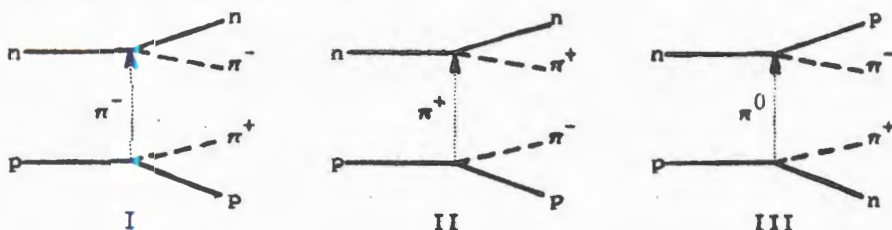


Матричный элемент такой диаграммы записывается следующим образом:

$$M_{NN \rightarrow NN\pi\pi} = T_{\pi N_0 \rightarrow \pi_1 N_1} \frac{F}{(t - \mu^2)} T_{\pi N_T \rightarrow \pi_2 N_2}, \quad (1)$$

где $T_{\pi N}$ — амплитуда упругого πN -рассеяния вне массовой поверхности; F — формфактор, описывающий факторизованную зависимость схода с массовой поверхности обеих амплитуд; $1/(t - \mu^2)$ — пропагатор π -мезона.

В соответствии с этой моделью основной вклад в реакцию $pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-$ дают три диаграммы:



Обычно, как в OPER-модели, так и в большинстве других моделей однопионного обмена, интерференцией между диаграммами пренебрегают и ее вклад в сечения реакций и влияние на физические характеристики процессов не исследуются. Нам представляется интересным изучить эффекты интерференции диаграмм I-III OPER-модели для реакции $pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-$.

Матричный элемент реакции $pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-$ можно записать в виде:

$$M = M_I + M_{II} + M_{III}, \quad (2)$$

где M_I , M_{II} и M_{III} — матричные элементы, соответствующие диаграммам I-III. Квадрат матричного элемента реакции после необходимых преобразований примет вид:

$$|M|^2 = F_I H_1 F_I + F_{II} H_2 F_{II} + F_{III} H_3 F_{III} + \\ + F_I H_4 F_{II} + F_I H_5 F_{III} + F_{II} H_6 F_{III}, \quad (3)$$

где F_{I-III} — формфакторы для соответствующих диаграмм, а

H_1 — некоторые функции, определяемые свойствами диаграмм I-III. В формуле (3) члены с первого по третий отвечают неинтерференционной части матричного элемента, а с четвертого по шестой — являются результатом интерференции рассматриваемых диаграмм.

Исследование различных типов формфакторов, применяемых в моделях однопионного обмена, показало, что лучшее описание экспериментальных данных реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ получается при использовании формфактора, предложенного в работе ^{/4/}:

$$F = e^{[R_2 + \alpha' \pi \ln(\frac{sk_1^2 k_2^2}{s_0 s_1 s_2})] \frac{t - \mu^2}{1 - R(t - \mu^2)}} \quad (4)$$

Для подбора свободных параметров R и R_2 в соответствии с приведенной в работе ^{/5/} методикой выделена такая кинематическая область реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$, где вклады других диаграмм (обмен помероном, однопарионный обмен и др.), кроме диаграмм I-III, пренебрежимо малы. По результатам проведенных расчетов нами были выбраны следующие значения параметров: $R = 4,0 \text{ ГэВ}^{-2}$ и $R_2 = -0,8 \text{ ГэВ}^{-2}$.

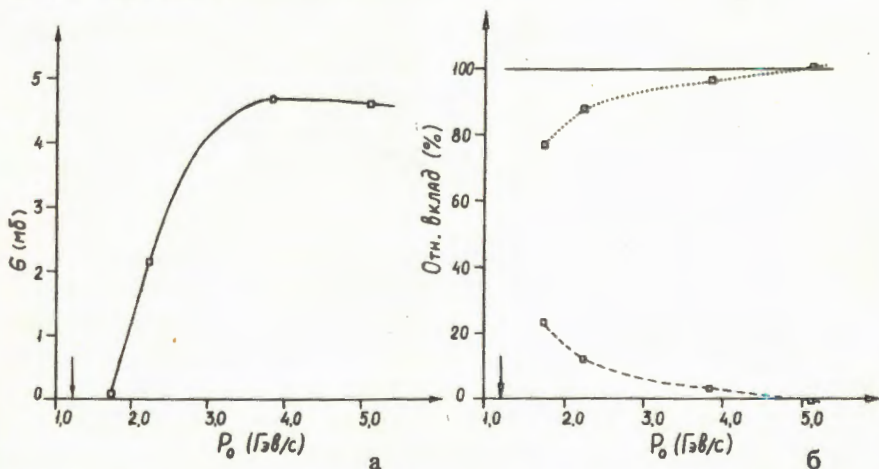


Рис. 1. $\sigma_{pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-}$ — сечение реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$, рассчитанное по OPER-модели (а). Относительные вклады в сечение неинтерференционной и интерференционной частей матричного элемента реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. Сплошная кривая — полное сечение, точечная кривая — неинтерференционная часть, пунктир — интерференционная часть (б).

На рис. 1а показаны величины сечений $\sigma_{pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-}$ для соответствующих импульсов налетающих нейтронов, вычисленные по OPER-модели. На рис. 1б приведены относительные величины вкладов неинтерференционных (точки) и интерференционных (пунктир) членов матричного элемента в $\sigma_{pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-}$. Видно, что при импульсах налетающего нейтрона выше 3 ГэВ/с вкладом интерференции можно пренебречь. Однако при меньших импульсах этот вклад становится значительным (23% при $P_0 = 1,73$ ГэВ/с). Отметим, что при $P_0 = 5,10$ ГэВ/с вклад интерференции отрицателен и равен $-(0,8 \pm 0,1)\%$.

Рассмотрим, как влияет интерференция диаграмм I-III на некоторые физические характеристики реакции $pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-$ при малых энергиях.

На рис. 2 представлено теоретическое распределение эффективных масс комбинаций $(n\pi^-)$ и $(p\pi^+)$ при $P_0 = 2,23$ ГэВ/с. Видно, что неинтерференционная и интерференционная части распределения $M_{n\pi^-, p\pi^+}$ имеют одинаковый вид. Это может быть объяснено тем, что во всех трех диаграммах I-III доминирует рождение Δ_{33} -резонанса. На рис. 3 показано теоретическое распределение по квадрату переданного 4-импульса от налетающего нейтрона к комбинации $(n\pi^-)$ при

$P_0 = 2,23$ ГэВ/с. Максимум интерференционной части в распределении по $t_{0 \rightarrow n\pi^-}$ находится при $-0,5$ (ГэВ/с)², а неинтерференционной части — при $-0,4$ (ГэВ/с)².

Влияние интерференции наиболее заметно в теоретическом распределении по эффективным массам (n, p) -комбинаций при

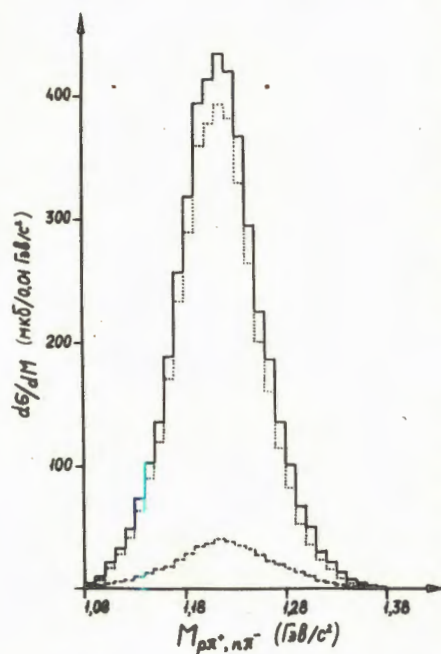


Рис. 2. Распределение по эффективным массам $(p\pi^+)$ и $(n\pi^-)$ -комбинаций из реакции $pr \rightarrow pr\pi^+\pi^-$, рассчитанное по OPER-модели при $P_0 = 2,23$ ГэВ/с. Сплошная кривая — полное распределение, точечная кривая — вклад неинтерференционной части, пунктир — вклад интерференции.

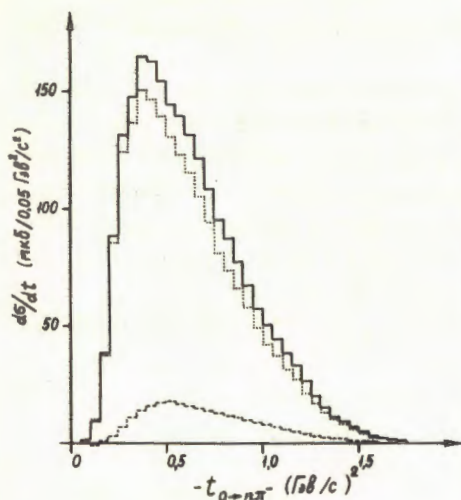
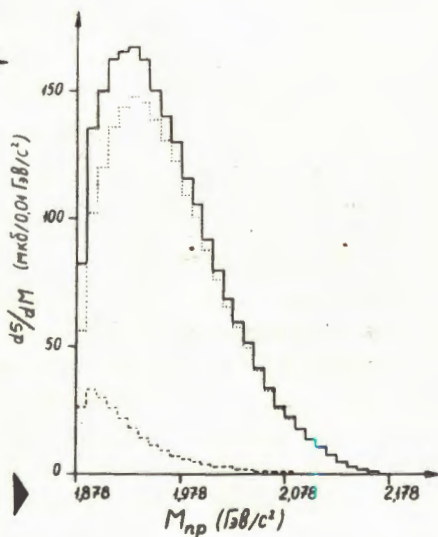


Рис. 4. Распределение по эффективным массам (n,p) -комбинаций из реакции $p \rightarrow p\pi^+\pi^-$, рассчитанное по OPER-модели при $P_0 = 2,23$ ГэВ/с. Сплошная кривая – полное распределение, точечная кривая – вклад неинтерференционной части, пунктир – вклад интерференции.

Рис. 3. Распределение по квадрату переданного 4-импульса от налетающего нейтрона к комбинации $(\pi\pi^-)$ из реакции $p \rightarrow p\pi^+\pi^-$, рассчитанное по OPER-модели при $P_0 = 2,23$ ГэВ/с. Сплошная кривая – полное распределение, точечная кривая – вклад неинтерференционной части, пунктир – вклад интерференции.



$P_0 = 2,23$ ГэВ/с, представленном на рис. 4. Отчетливо видно, что интерференция диаграмм I-III дает существенный вклад в распределение по $M_{n,p}$ вблизи суммы масс. Поэтому пренебрежение интерференцией диаграмм I-III может привести к ухудшению описания экспериментальных данных реакции $p \rightarrow p\pi^+\pi^-$ и ошибке в определении вклада механизма OPER-модели при малых энергиях, а также к неоправданному привлечению других механизмов или изменению величины их вкладов в реакцию $p \rightarrow p\pi^+\pi^-$. Область же малых M_{np} , где вклад интерференции при малых энергиях наиболее заметен, открывает интересные возможности экспериментального исследования интерференционных эффектов в реакции $p \rightarrow p\pi^+\pi^-$. Возможен заметный вклад в область малых M_{np}

и других процессов, таких как взаимодействие нуклонов в конечном состоянии^{/6/}.

Проведенное исследование позволяет сделать вывод о том, что для реакции $pn \rightarrow pn^+\pi^-$ при энергиях налетающего нейтрона выше 3 ГэВ интерференцией диаграмм I-III можно пренебречь (уже при $P_0 = 3,83$ ГэВ/с ее вклад в сечение не превышает 3%). При меньших энергиях влияние интерференции становится значительным и должно быть учтено как при вычислении по OPER-модели сечений, так и при исследовании характеристик реакции $pn \rightarrow pn^+\pi^-$.

Авторы выражают благодарность Г.И.Лыкасову за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. Бешлиу К. и др. — ЯФ, 1986, т.43, вып.4, с.888.
2. Абдивалиев А. и др. — ОИЯИ, Б1-1-12181, Дубна, 1979.
3. Боресков К.Б. и др. — ЯФ, 1972, т.15, вып.2, с.557.
4. Пономарев Л.А. и др. — ЭЧАЯ, 1976, т.7, вып.1, с.186.
5. Van Apeldon G.W. et al. — Z. Phys. C, Particles and Fields, 1982, v.12, p.95.
6. Глаголев В.В. и др. — ЭЧАЯ, т.13, вып.1, с.130;
Glagolev V.V. et al. — Z. Phys. A, Atomic Nuclei, 1986, v.325, p.391.

Рукопись поступила 22 марта 1989 года.

MICROSCOPIC DESCRIPTION OF NEUTRON AND PROTON TRANSITION MOMENTS IN SPHERICAL NUCLEI

R.M.Nikolaeva

Neutron and proton transition matrix elements for low-lying quadrupole transitions are calculated microscopically in the framework of the quasiparticle phonon nuclear model in some spherical nuclei. For isoscalar states M_n and M_p are of the same value and sign, and for the isovector states they are predicted to be of the same value and opposite sign. The isoscalar and isovector states are differently excited in inelastic scattering of protons and deuterons.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Микроскопическое описание нейтронных и протонных переходных моментов в сферических ядрах

Р.М.Николаева

В рамках квазичастично-фононной модели микроскопически вычислены нейтронные и протонные переходные матричные элементы низколежащих квадрупольных состояний в некоторых сферических ядрах. Для изоскалярных состояний M_n и M_p имеют близкие значения и одинаковые знаки, а для изовекторных состояний — близкие значения и противоположные знаки.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

The dynamic properties of nuclear states manifest themselves in the behaviour of the proton and neutron transition multipole moments M_p and M_n . The former are directly obtained as square roots of the electromagnetic transition rates and are much better known than the neutron multipole moments M_n . The latter can be measured by comparing the inelastic scattering of different hadronic probes. These methods are based on different interactions between the probe and target protons and neutrons^{/1,2/} and may be of great use in the investigation of the recently predicted new class of low-lying collective states^{/3/}. These states are described in some microscopic^{/4/} and geometrical models^{/5/} and are known as isovector states. The existence of isovector states has been found in the case of 1^+ states in deformed nuclei.

The third 2^+ states in $N = 84$ nuclei and in ^{56}Fe have been considered as 2^+ — isovector candidates^{/6/}. For isovector states M_p and M_n are predicted to be of opposite sign^{/5, 11/}.

In^{/2/} a method is applied to the investigation of the isospin structure of the low-lying quadrupole states in nuclei. It is based on the comparison of the inelastic scattering of protons and neutrons on nuclei to different 2^+ states. It has been shown that an anomalous $\sigma(p, p')/\sigma(d, d')$ ratio indicates either an isovector state or a state with a dominant n or p component. In both of the cases these states are predicted to be excited differently in (p, p') and (d, d') reactions. A 2^+ state equally excited by the two probes cannot, on the other hand, have a sizable isovector component. The transition matrix elements of the reactions $M(p, p')$ and $M(d, d')$ can be expressed as a sum of M_n and M_p that manifest the properties of the target nucleus, weighed by the interaction strengths (dependent on the probe). At given incident energies^{/2/} we can assume an effective p-n interaction three times larger than the p-p interaction and then for $M(p, p')$ and $M(d, d')$ the following relations are obtained:

$$M(p, p') = 0.25M_p + 0.75M_n, \quad (1)$$

$$M(d, d') = 0.5M_p + 0.5M_n.$$

For the case of collective isoscalar transitions, M_p and M_n are of the same sign and order of magnitude and lead to similar values of $M(p, p')$ and $M(d, d')$. For transitions with a large isovector component M_p and M_n moments are of opposite sign and may differ in magnitude so that the ratio $M(p, p')^2/M(d, d')^2 \sim \sigma(p, p')/\sigma(d, d')$ can be far from unity.

In the present paper we shall consider from the microscopic point of view the neutron and proton matrix elements.

We have already treated the problem of existence of low-lying isovector states^{/4/} within the framework of the microscope quasiparticle-phonon nuclear model (QPM)^{/7/}.

The Hamiltonian of the model includes an average field as the Saxon — Woods potential, pairing interactions with constant matrix elements and separable multipole-multipole and spin-multipole-spin-multipole (isoscalar and isovector) particle-hole interactions. We perform the Bogolubov-Valatin canonical transformations and then through Ψ, Φ transformation from pairs of the Bogolubov quasiparticle operators $a_{jm}^+, a_{j'm'}^+, a_{j'm}a_{jm}, a_{j'm'}^+a_{j'm}$, we pass to the phonon operators

$Q_{\lambda\mu}^+, Q_{\lambda\mu}^-$, to yield the Hamiltonian in doubly-even nuclei:

$$\begin{aligned}
H = & \sum_{\lambda\mu_1} \omega_{\lambda_1} Q_{\lambda\mu_1}^+ Q_{\lambda\mu_1} + 0.5 \sum_{\substack{\lambda_1\lambda_2J \\ i_1i_2i}} \sum_{\substack{\mu_1\mu_1 \\ M}} \langle \lambda_1\mu_1\lambda_2\mu_2 | J-M \rangle \times \\
& \times [U_{\lambda_1i_1}^{\lambda_2i_2}(Ji) Q_{\lambda_1\mu_1i_1}^+ Q_{\lambda_2\mu_2i_2}^+ Q_{J-M} + \\
& + (-)^{J-M} V_{\lambda_1i_1}^{\lambda_2i_2}(Ji) Q_{\lambda_1\mu_1i_1}^+ Q_{\lambda_2\mu_2i_2}^+ Q_{\lambda_3\mu_3i_3}^+ + \text{H.C.}] .
\end{aligned} \quad (2)$$

This is the Hamiltonian of a system of interacting phonons with different energies, moments and parity. The wave function of the phonon is a linear superposition of forward- and backward-going two-quasiparticle amplitudes ψ and ϕ . The structure of the phonons is calculated in the RPA^{/7/}. The coefficients $U_{\lambda_1i_1}^{\lambda_2i_2}$ and $V_{\lambda_1i_1}^{\lambda_2i_2}$ depend on the amplitudes ϕ and ψ and are calculated microscopically^{/9/}. The parameters of the separable particle-hole forces are determined from the experimental data for the lowest-lying collective states and the giant resonances^{/8/}.

In the traditional approaches the phonon operators satisfy the boson commutation relations

$$[Q_{\lambda'\mu'} Q_{\lambda\mu}] = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\mu\mu'} \delta_{ii'} .$$

However, as soon as we go beyond the RPA taking into account the interaction between the phonons, multiphonon admixtures arise in the excited state wave function of a doubly-even nucleus. We include one- and two-phonon terms in the wave function of the excited state $|JM\rangle$, i.e.

$$|JM\rangle_\nu = \left\{ \sum_i R_i(J_\nu) Q_{JM_i}^+ + \sum_{\substack{\lambda_1\mu_1i_1 \\ \lambda_2\mu_2i_2}} P_{\lambda_1i_1}^{\lambda_2i_2} [Q_{\lambda_1\mu_1i_1}^+ Q_{\lambda_2\mu_2i_2}^+]_{JM} \right\} \Psi_0 . \quad (3)$$

In this case the violation of the Pauli principle is possible in the two-phonon components of the wave function (3), especially if the phonons $Q_{\lambda_1\mu_1i_1}^+ \Psi_0$ and $Q_{\lambda_2\mu_2i_2}^+ \Psi_0$ are non collective.

In^{/9,12/} the effect of the Pauli principle on the wave function (3) was studied and expressions for the coefficients R and P were suggested.

Table 1

π λ_1	E MeV		M_n		M_p		B		$B(E2, \text{gr.s.} \rightarrow 2_1^+)$ $e^2 \text{fm}^4$	
	Theor.	Exp.	Theor.	Exp.	Theor.	Exp. ref./1/ ref./10/	Theor.	Exp.	Theor.	Exp.
^{56}Fe										
2_1^+	0.670	0.847	26.1	35.2	22	30.5	31.1	0.008	718	970
2_2^+	2.450	2.650	-5.5	13.1	1.1	8.6	4.2	0.98	1.05	10
2_3^+	2.880	2.960	-2.3	—	2.9	—	3.2	1.06	9	12
2_4^+	3.313	3.370	5.9	10.1	3.4	9.04	7.1	0.015	20	40 ref./18/
^{142}Ce										
2_1^+	0.658	0.641	70	—	60.8	—	—	0.0003	5450	4800
2_2^+	1.713	1.536	1.07	—	-7.22	—	—	1.33	61	< 80
2_3^+	1.980	2.004	2.09	—	6.04	—	—	0.08	48	700
2_4^+	2.062	2.542	-2.35	—	-1.80	—	—	0.012	5	—

A good indication of the isotopic character of the excited states is the ratio B of the isovector B(IV, E2) and isoscalar B(IS, E2) reduced quadrupole transitions

$$B(IV, E2) = | \langle 2_1^+ || \sum_k^p r_k^2 Y_{2\mu}(\Omega_k) - \sum_k^n r_k^2 Y_{2\mu}(\Omega_k) || \Psi_0 \rangle |^2,$$

$$B(IS, E2) = | \langle 2_1^+ || \sum_k^p r_k^2 Y_{2\mu}(\Omega_k) + \sum_k^n r_k^2 Y_{2\mu}(\Omega_k) || \Psi_0 \rangle |^2. \quad (4)$$

Table 2

λ_1^π	$M_{pp'}$	$M_{dd'}$	$M_{pp'}^2/M_{dd'}^2$
⁵⁶ Fe			
2 ₁ ⁺	25	24	1.01
2 ₂ ⁺	-3.87	-2.25	2.95
2 ₃ ⁺	-1	0.30	11.1
2 ₄ ⁺	5.35	4.1	1.28
¹⁴² Ce			
2 ₁ ⁺	67.7	65.4	1.06
2 ₂ ⁺	-1	-3.08	0.10
2 ₃ ⁺	5.3	4.5	1.17
2 ₄ ⁺	1.93	1.26	2.34

The results for the ratio B, which are given in table 1, show that the low-lying 2⁺ states have mainly an isoscalar structure. For most of them B << 1. For these states M_n and M_p are of the same sign and differ in the magnitude about 1.2 to 2 times. It is seen from table 2 that the ratios (M_{p,p'})²/(M_{d,d'})² calculated by (1) must not differ much from unity. These states are assumed to be isoscalar ones.

At the same time it is seen from table 1 that the states 2⁺ (1.713 MeV) in ¹⁴²Ce and 2⁺ (2.880 MeV) in ⁵⁶Fe show an isovector character as for these levels the ratio B is big, about ten times greater than for the other. In the case of 2₂⁺ in ¹⁴²Ce (see table 2) we have

an isovector state with a predominant proton component. For this state M_p is most larger than M_n and of the opposite sign. That is why it must be differently excited in (p, p') and (d, d') reactions. The ratio M_{pp}^2/M_{dd}^2 for this state is much less than unity.

For the 2^+ (2.880 MeV) state in ^{56}Fe M_p and M_n are of the same value and of opposite sign. In this case the ratio M_{pp}^2/M_{dd}^2 must be significantly greater than unity. We assume that this state has an isovector structure. The matrix elements M_n and M_p of the nearby lying state 2^+ (2.450 MeV) are also of the opposite sign. The ratio B for this state is almost equal to unity. The isospin structure of this state is very similar to that of 2^+ (2.880 MeV) state. This fact is reflected in experimental results of Hamilton et al.^{/6/} where an assumption is given that the isovector strength is sheared between the two quadrupole states 2^+ (2.450 MeV) and 2^+ (2.880 MeV).

We have compared our microscopic calculations for ^{56}Fe with the experimental data on π^+/π^- inelastic scattering^{/1/} and heavy ion reactions^{/10/}. The calculations for ^{142}Ce have a predictive character. The theoretical results for ^{56}Fe are in satisfactory agreement with the experimental ones. Some discrepancies appear in $B(E2, \text{gr. st.} \rightarrow 2_2^+)$ probability in ^{56}Fe . This is due to not very precise description of the distribution of the two-phonon component $\{2_1^+ \otimes 2_1^+\}$ over 2_1^+ states with the wave function (3). The including of the three-phonon components in the wave function will change the distribution and some improvement can be achieved.

We summarize the present letter by mentioning the following: we have made use of the QPM-formalism to calculate microscopically the neutron and proton transition moments of low-lying quadrupole states in some spherical nuclei. The theoretical analyses point out that the low-lying states of an isovector character appear in the spectra of spherical nuclei. States of that type are 2^+ (1.713 MeV) in ^{142}Ce and 2^+ (2.880 MeV) in ^{56}Fe . The isospin structure of 2^+ (2.450 MeV) in ^{56}Fe is very similar to that of the third one. That is confirmed by the similar values of ratios B and the opposite signs of M_p and M_n of these states. Our microscopic calculations are in satisfactory overall agreement with experimental data.

References

1. Oakley D.S. et al. — Phys. Rev., 1987, C35, p.1392.
2. Pignatelli M. et al. — Phys. Lett., 1988, B202, p.470.
3. Eidt S.A. et al. — Phys. Lett., 1986, B166, p.267.

4. Nikolaeva R., Stoyanov Ch., Vdovin A. — *Europh. Lett.*, 1989, 8, p.117.
5. Faessler A., Nojarov R. — *Phys. Lett.*, 1986, B166, p.367.
6. Hamilton W.D. et al. — *Phys. Rev. Lett.*, 1984, 53, p.2496.
Otsuka T., Cinocchio J. — *Phys. Rev. Lett.*, 1985, 54, p.777.
Bohle D. et al. — *Phys. Lett.*, 1984, B137, p.27.
7. Soloviev V.G. — *Theory of Complex Nuclei*, Moscow: Nauka, 1971 (transl. by Bergamonpress, 1986).
8. Vdovin A.I., Soloviev V.G. — *Particles and Nuclei*, 1983, 14, p.273.
9. Voronov V.V., Soloviev V.G. — *Particles and Nuclei*, 1983, 14, p.1380.
10. Lesser P.N.S. et al. — *Nucl. Phys.*, 1972, A190, p.597.
11. Scholten S. et al. — *Phys. Rev.*, 1985, C32, p.1729.
12. Soloviev V.G., Stoyanov Ch., Nikolaeva R. — *Izv. Akad. Nauk SSSR, ser. fiz.*, 1983, 47, p.2082.
13. Vermeev W.T. et al. — *Phys. Rev.*, 1988, C38, p.2982.

Received on March 16, 1989.

МЕТОД ОБРАЩЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ МАТРИЦ

Х.И.Семерджиев, Р.М.Ямалеев

Получены формулы присоединенной матрицы и определителя для полиномиальных матриц (циркулянтов), зависящих от унитарных матриц, N -я степень которых есть единица матричной алгебры. Показано, что присоединенная матрица может быть представлена как произведение матриц-полиномов, аргументы которых умножены на корни из единицы и определитель есть каноническая N -форма из коэффициентов полинома.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

A Method for Inversing One Class of Polynomial Matrices

Kh.I.Semerdzhiyev, R.M.Yamaleev

The formulae of adjoint matrix and determinant for polynomial matrices (circulants) depending on unitary matrices, N -degree of which is a unit of matrix algebra, are obtained. It is shown that adjoint matrix may be represented as a product of the given matrix-polynoms, arguments of which are multiplied on the roots of unit, determinant is a canonical N -form from the polynom coefficient.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Как известно, если невырожденная матрица второго порядка, заданная над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$, выражена в базисе матриц Паули^{1/}:

$$A(2) := a_0 E_2 + a_1 \sigma_1 + a_2 \sigma_2 + a_3 \sigma_3,$$

то для получения присоединенной матрицы A^V достаточно изменить знак перед матрицами $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Таким образом, получим

$$A^V(2) = a_0 E_2 - a_1 \sigma_1 - a_2 \sigma_2 - a_3 \sigma_3,$$

$$AA^V = A^V A = \det A.$$

Здесь представляется вполне закономерным вопрос: нельзя ли обобщить эту процедуру на случай матриц произвольного порядка? В^{/2/}, как непосредственное обобщение базиса матриц Паули на случай матриц N-го порядка, предложен матричный базис алгебры Диксона и в этом базисе разработан алгоритм нахождения обратной матрицы. Можно показать, что в случае матриц произвольного порядка получить присоединенную (обратную) матрицу путем простых изменений базиса нельзя. Поэтому в случае $N > 2$ представляют интерес такие классы матриц, для которых можно написать аналитическое выражение присоединенной (обратной) матрицы непосредственно. В предлагаемой работе мы выведем формулу присоединенной (обратной) матрицы и формулу определителя для невырожденной полиномиальной матрицы:

$$P_n(X) := a_0 X^{n-1} + a_1 X^{n-2} + \dots + a_{n-2} X + a_{n-1} E_M, \quad (1)$$

где X — комплексная матрица порядка $M \geq n$ (или нелинейный оператор), удовлетворяющая условию $X^n = E_M$, $a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \in \mathbb{C}$, E_M — единичная матрица порядка M .

В квантовой механике на полилинейных формах^{/3, 4, 5/} подобные (1) матрицы будут выполнять роль аналогов матриц вращения.

Рассмотрим скалярный алгебраический полином

$$P_n(x) := a_0 x^{n-1} + a_1 x^{n-2} + \dots + a_{n-2} x + a_{n-1}, \quad (2)$$

соответствующий полиномиальной матрице (1), и вспомогательные полиномы $P_{n,k}(x) = P_n(\theta^k x)$, $k = 1, 2, \dots, n-1$, где θ — n -й примитивный корень из единицы ($\theta^n = 1$). Ясно, что имеет место соотношение

$$\sum_{l=0}^{n-1} \theta^{l\ell} = \sum_{l=0}^{n-1} \theta^{-l\ell} = \begin{cases} 0 & \ell \neq 0, n, 2n, \dots \\ n & \ell = 0, n, 2n, \dots \end{cases} \quad (3)$$

Если корни полинома (2) обозначим через $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$, то корнями полинома $P_{n,k}(x)$ являются числа $x_i \theta^{-k}$ ($k, i = 1, 2, \dots, n-1$).

Лемма. Для произвольных чисел $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ справедливо соотношение

$$\prod_{k=0}^{n-1} P_{n,k}(x) = \prod_{k=0}^{n-1} P_n(\theta^k x) = \sum_{\ell=0}^{n-1} b_{N-\ell n} x^{\ell n}, \quad (4)$$

где $N = n(n-1)$ и коэффициенты $b_0, b_1, \dots, b_N$ выражаются определенным образом через коэффициенты $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$.

Доказательство. Ясно, что $\prod_{k=0}^{n-1} P_n(\theta^k x)$ есть полином порядка $k=0$

N . Необходимо показать, что в этом полиноме среди коэффициентов $b_0, b_1, \dots, b_N$ независимо от $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ отличными от нуля могут быть только $b_0, b_1, \dots, b_N$. Для вычисления $b_0, b_1, \dots, b_N$ мо-

жем использовать степенные суммы $\bar{S}_k = \sum_{j=1}^N \bar{x}_j^k, k = 1, 2, \dots$, где

$\bar{x}_j$ — корни полинома $Q_N(x) = \prod_{s=0}^{n-1} P_n(\theta^s x)$. Для коэффициентов $b_1, b_2, \dots, b_N$ имеем^{/2/}:

$$\begin{cases} b_1 = -b_0 \bar{S}_1 \\ b_2 = -\frac{1}{2}(b_0 \bar{S}_2 + b_1 \bar{S}_1) \\ \dots \dots \dots \\ b_N = -\frac{1}{2}(b_0 \bar{S}_N + b_1 \bar{S}_{N-1} + \dots + b_{N-1} \bar{S}_1). \end{cases} \quad (5)$$

Степенные суммы $\bar{S}_k$ можно выразить через степенные суммы S_k полинома (2). Действительно, все корни полинома (2) $x_1, i = 1, \overline{n-1}$, и полиномов $P_n(\theta^s x) - x_1 \theta^{-s}, i, s = \overline{1, n-1}$, являются и корнями полинома $Q_N(x)$. Тогда, используя (3), находим

$$\bar{S}_k = \sum_{j=1}^N \bar{x}_j^k = \sum_{\ell=0}^{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i \theta^{-\ell})^k = \sum_{\ell=0}^{n-1} \theta^{-\ell k} S_k = \begin{cases} 0 & k \neq 0, n, 2n, \dots \\ n S_k & k = 0, n, 2n, \dots \end{cases} \quad (6)$$

Очевидно, что $b_0 = a_0 \theta^{N/2}$. Далее применяем (5) и (6):

$$b_r = -\frac{1}{r} \sum_{m=0}^{r-1} b_m \bar{S}_{r-m} = 0, \quad r = \overline{1, n-1}.$$

Коэффициенты $b_n, b_{2n}, \dots, b_N$ можно вычислить по формуле

$$b_{\ell n} = -\frac{1}{\ell n} \sum_{p=0}^{\ell-1} b_{pn} \bar{S}_{(\ell-p)n} = -\frac{1}{\ell} \sum_{p=0}^{\ell-1} b_{pn} S_{(\ell-p)n}, \quad \ell = \overline{1, n-1}. \quad (7)$$

Коэффициенты же b_r ($r \geq n+1, r \neq \ell n, \ell = \overline{1, n-1}$) = $= -\frac{1}{r} \sum_{m=0}^{r-1} b_m \bar{S}_{r-m} = 0$, так как $\bar{S}_{r-m} \neq 0$, только если $r-m$ кратно n , но $b_m = 0$ при $m \leq r$ и m не кратно n .

Доказательство можно провести и несколько иным способом и тем самым получить сразу выражения для $b_{\ell n}$ через $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$. По формуле Варинга^{/6/} имеем

$$b_p/b_0 = \sum_{\substack{\mu_1 + 2\mu_2 + \dots + p\mu_p = p \\ \mu_1! \dots \mu_p!}} \frac{(-1)^{\mu_1 + \dots + \mu_p}}{\mu_1! \dots \mu_p!} \left(\frac{\bar{S}_1}{1}\right)^{\mu_1} \left(\frac{\bar{S}_2}{2}\right)^{\mu_2} \dots \left(\frac{\bar{S}_p}{p}\right)^{\mu_p}. \quad (8)$$

Пусть $p = \ell n + q, 0 < q < n$. Имея в виду (6) и (8), нужно оставить лишь те слагаемые, при которых отличны от нуля только индексы $\mu_n, \mu_{2n}, \dots, \mu_{\ell n}$, при этом должно выполняться равенство

$$n\mu_n + 2n\mu_{2n} + \dots + \ell n\mu_{\ell n} = \ell n + q. \quad (9)$$

Но при любом выборе $\mu_n, \mu_{2n}, \dots, \mu_{\ell n}$ левая часть (9) кратна n , а правая — не кратна n . Таким образом, $b_{\ell n + q} = 0, 0 < q < n, \ell = \overline{0, n-2}$. Если $q = 0$, то левую часть равенства (9) можно сократить на n . Вводя переобозначения $\lambda_1 = \mu_n, \lambda_2 = \mu_{2n}, \dots, \lambda_\ell = \mu_{\ell n}$, из (6), (8) и (9) находим

$$b_{\ell n}/b_0 = \sum_{\lambda_1 + 2\lambda_2 + \dots + \ell\lambda_\ell = \ell} \frac{(-1)^{\lambda_1 + \dots + \lambda_\ell}}{\lambda_1! \dots \lambda_\ell!} \left(\frac{S_n}{1}\right)^{\lambda_1} \left(\frac{S_{2n}}{2}\right)^{\lambda_2} \dots \left(\frac{S_{\ell n}}{\ell}\right)^{\lambda_\ell}. \quad (10)$$

Используя обратную формулу Варинга^{/6/}, получаем

$$\frac{S_{n\ell}}{n\ell} = \sum_{\substack{\nu_1 + 2\nu_2 + \dots + (n-1)\nu_{n-1} = n\ell}} \frac{(-1)^{\nu_1 + \dots + \nu_{n-1}} (\nu_1 + \dots + \nu_{n-1} - 1)!}{\nu_1! \dots \nu_{n-1}!} \times \left(\frac{a_1}{a_0}\right)^{\nu_1} \left(\frac{a_2}{a_0}\right)^{\nu_2} \dots \left(\frac{a_{n-1}}{a_0}\right)^{\nu_{n-1}}, \quad \ell = \overline{1, n-1}.$$

Таким образом, (11) и (7) или (11) и (10) дают конкретные выражения для $b_{\ell n}, \ell = \overline{1, n-1}$, через $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$.

Доказательство факта, что $b_k = 0$, $k \neq 0, n, \dots, N$, можно получить и очень простым, но не конструктивным способом. Имеем

$$\prod_{s=0}^{n-1} P_n(\theta^s x) = Q_N(x), \quad (12)$$

где

$$P_n(\theta^s x) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k \theta^{s(n-1-k)} x^{n-1-k}, \quad s = \overline{0, n-1},$$

$$Q_N(x) = \sum_{m=0}^N b_m x^{N-m}.$$

Если в (12) заменить x на θx , то $P_n(\theta^\ell x)$ переходит в $P_n(\theta^{\ell+1} x)$, $\ell = \overline{0, n-2}$, а $P_n(\theta^{n-1} x)$ переходит в $P_n(x)$. Таким образом, левая часть (12) не меняется. Следовательно, должно выполняться тождество $Q_N(x) = Q_N(\theta x)$, то есть

$$b_m = b_m \theta^{N-m}, \quad m = \overline{0, N}. \quad (13)$$

Если $m = \ell n$, $\ell = \overline{0, n-1}$, то $N-m = (n-1-\ell)n$, $\theta^{N-m} = 1$, и формулы (13) никакой информации относительно $b_{\ell n}$ не дают. Если, однако, m не кратно n , то $m = [m/n]n + q$, $0 < q < n$, $[x]$ — целая часть от x . Тогда $N-m = n(n-1-[m/n]) - q$ и, следовательно, (13) дает $b_m = b_m \theta^{-q}$, т.е. $b_m = 0$.

Теперь найдем выражение для $H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) = \sum_{\ell=0}^{n-1} b_{\ell n}$. С одной стороны, из (12) при $x = 1$ находим

$$H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) = \prod_{s=0}^{n-1} P_n(\theta^s) = \prod_{s=0}^{n-1} \left(\sum_{k=0}^{n-1} a_k \theta^{s(n-1-k)} \right). \quad (14)$$

Формула (14) задает однородную функцию $H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ в факторизованном виде. С другой стороны, можем вычислить $b_{\ell n}$, $\ell = \overline{0, n-1}$ и просуммировать их. Тем самым получим $H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ в развернутом виде. Из (12) имеем

$$\prod_{s=0}^{n-1} \left(\sum_{k=0}^{n-1} a_k \theta^{s(n-1-k)} x^{n-1-k} \right) = \sum_{r=0}^{n-1} b_{rn} x^{N-rn}$$

и, следовательно,

$$b_{N-rn} = \frac{1}{(rn)!} \left[\frac{d^{rn}}{dx^{rn}} \prod_{s=0}^{n-1} P_n(\theta^s x) \right]_{x=0}, \quad r = \overline{0, n-1}. \quad (15)$$

Согласно формуле Лейбница имеем

$$\begin{aligned} \frac{d^{rn}}{dx^{rn}} \prod_{s=0}^{n-1} P_n(\theta^s x) &= \\ &= \sum_{\lambda_0 + \dots + \lambda_{n-1} = rn} \frac{(rn)!}{\lambda_0! \dots \lambda_{n-1}!} \prod_{s=0}^{n-1} \frac{d^{\lambda_s}}{dx^{\lambda_s}} P_n(\theta^s x), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\lambda_s \geq 0$, $s = \overline{0, n-1}$. Но так как степень любого из полиномов $P_n(\theta^s x)$, $s = \overline{0, n-1}$ равняется n , то в сумме (16) останутся только те слагаемые, для которых $\lambda_s \leq n$. Кроме того, имеем

$$\frac{d^{\lambda_s}}{dx^{\lambda_s}} P_n(\theta^s x) \Big|_{x=0} = a_{n-1-\lambda_s} \theta^{s\lambda_s} \lambda_s! \quad (17)$$

Используя (17), (16) и (15), получаем

$$\begin{aligned} H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) &= \\ &= \sum_{\substack{r=0 \\ 0 \leq \lambda_1 \leq n-1}}^{n-1} \sum_{\lambda_0 + \dots + \lambda_{n-1} = rn} \theta^{\lambda_1 + 2\lambda_2 + \dots + (n-1)\lambda_{n-1}} \prod_{s=0}^{n-1} a_{n-1-\lambda_s}. \end{aligned} \quad (18)$$

Приведем несколько частных случаев:

$$H_2(a_0, a_1) = -a_0^2 + a_1^2,$$

$$H_3(a_0, a_1, a_2) = a_0^3 + a_1^3 + a_2^3 - 3a_0 a_1 a_2,$$

$$H_4(a_0, a_1, a_2, a_3) = -a_0^4 + a_1^4 - a_2^4 + a_3^4 + 4a_0^2 a_1 a_3 - 4a_0 a_1^2 a_2 + \\ + 4a_1 a_2^2 a_3 - 4a_0 a_2 a_3^2 + 2a_0^2 a_2^2 - 2a_1^2 a_3^2.$$

Теорема. Полиномиальная матрица $P_n(X) = a_0 X^{n-1} + a_1 X^{n-2} + \dots + a_{n-2} X + a_{n-1} E_M$, X — комплексная матрица порядка M , удовлетворяющая условию $X^n = E_M$, с комплексными коэффициентами $a_0 \neq 0, a_1, \dots, a_{n-1}$, при условии, что $\sum_{k=0}^{n-1} a_k \theta^{s(n-1-k)} \neq 0$,

$s = 0, n-1$, т.е. $H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) \neq 0$, θ — n -й примитивный корень из единицы, имеет обратную матрицу и ее можно представить в факторизованном виде:

$$[P_n(X)]^{-1} = \prod_{s=1}^{n-1} P_n(\theta^s X) / H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}). \quad (19)$$

Доказательство. Если в (4) вместо скалярного аргумента x положим X и положим, что $X^n = E_M$, получим

$$\prod_{s=0}^{n-1} P_n(\theta^s X) = \left(\sum_{\ell=0}^{n-1} b_{\ell n} \right) E_M = H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) E_M, \quad (20)$$

откуда следует утверждение теоремы.

Замечание. На самом деле из (20) вытекает справедливость более общей, чем (19), формулы

$$[P_n(\theta^k X)]^{-1} = \prod_{\substack{s=0 \\ s \neq k}}^{n-1} P_n(\theta^s X) / H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}), \quad k = \overline{0, n-1}.$$

Выясним теперь общий смысл функции $H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$. Пусть $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ — собственные значения матрицы X . Так как $X^n = E_M$, то $\lambda_i^n = 1, i = \overline{1, L}$. Следовательно, собственные значения матрицы X — это некоторые n -е корни из единицы, т.е. $\lambda_i = \theta^{k_i}, i = \overline{1, L}$, при некоторых конкретных $k_i, 0 \leq k_i \leq n-1$. Собственные значения матрицы $P_n(X)$ — это $P_n(\lambda_i), i = \overline{1, L}$. Пусть собственное значение λ_i имеет кратность $\nu_i, i = \overline{1, L}, \nu_1 + \dots + \nu_L = M$. Тогда

$$\det P_n(X) = \prod_{i=1}^L [P_n(\lambda_i)]^{\nu_i}. \quad (21)$$

Выражение для H_n можно записать еще так:

$$H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) = \prod_{i=0}^{n-1} P_n(\theta^i). \quad (22)$$

Из условия теоремы $P_n(\theta^i) \neq 0$, $i = \overline{0, n-1}$, и, таким образом, $H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) \neq 0$. Последнее условие достаточно для невырожденности матрицы $P_n(X)$, так как из (21) получаем, что

$$\det P_n(X) = \prod_{i=1}^L [P_n(\theta^{k_i})]^{\nu_i} \neq 0.$$

В частном случае $E = M = n$, т.е. $\nu_1 = \dots = \nu_n = 1$, имеем, что $H_n(a_0, a_1, \dots, a_{n-1}) = \det P_n(X)$.

Пример. К классу матриц, удовлетворяющих условиям теоремы, относятся циркулянты⁶⁻⁸:

$$R = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_{n-1} & c_n \\ c_n & c_1 & c_2 & \dots & c_{n-2} & c_{n-1} \\ \hline c_3 & c_4 & c_5 & \dots & c_1 & c_2 \\ c_2 & c_3 & c_4 & \dots & c_n & c_1 \end{pmatrix},$$

где $c_1, c_2, \dots, c_n$ — произвольные комплексные числа. Если в R положим $c_1 = \dots = c_{n-1} = 0$, $c_n = 1$, то в результате получим базисный циркулянт X , для которого $X^n = E_n$, и общий циркулянт R может быть представлен в виде $R = c_2 X^{n-1} + c_3 X^{n-2} + \dots + c_n X + c_1 E_n \equiv P_n(X)$. Если $H_n(c_2, c_3, \dots, c_n, c_1) \neq 0$, то по формуле (13) находим

$$R^{-1} = \prod_{s=1}^{n-1} \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \theta^{s(n-1)} & c_3 \theta^{s(n-2)} & \dots & c_{n-1} \theta^{2s} & c_n \theta^s \\ c_n \theta^s & c_1 & c_2 \theta^{s(n-1)} & \dots & c_{n-2} \theta^{3s} & c_{n-1} \theta^{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_3 \theta^{s(n-2)} & c_4 \theta^{s(n-3)} & c_5 \theta^{s(n-4)} & \dots & c_1 & c_2 \theta^{s(n-1)} \\ c_2 \theta^{s(n-1)} & c_3 \theta^{s(n-2)} & c_4 \theta^{s(n-3)} & \dots & c_n \theta^s & c_1 \end{pmatrix}.$$

Так как в данном случае имеем, что $M = n$ и собственные значения различны, то $L = n$, и для определителя циркулянта R получаем

$$\det R = H_n(c_2, c_3, \dots, c_n, c_1) = \prod_{s=0}^{n-1} P_n(\theta^s).$$

Л и т е р а т у р а

1. Паули В. — Труды по квантовой теории. М.: Наука, 1977, с.222.
2. Семерджиев Х.И., Ямалеев Р.М. — Сообщение ОИЯИ Р5-88-834, Дубна, 1988.
3. Ямалеев Р.М. — Сообщение ОИЯИ Р2-88-147, Дубна, 1988.
4. Finkelstein D. — Phys. Rev. Lett., 1986, 56(15), p.1532.
5. Rausch M. de Trauibenberg, Fleury N. — CRN/HE 88-04, Communication of the Centre de Recherches Nucleares Strasbourg, 1988.
6. Обрешков Н. — Висша алгебра. София: Наука и изкуство, 1962.
7. Гантмахер Ф.Р. — Теория матриц. М.: Наука, 1967.
8. Ланкастер П. — Теория матриц. М.: Наука, 1978.

Рукопись поступила 1 февраля 1989 года.

ОБНАРУЖЕНИЕ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА

^{236}Pu С ВЫЛЕТОМ ЯДЕР ^{28}Mg

А.А.Оглоблин*, С.П.Третьякова, Н.И.Веников*, С.К.Лисин*,
В.Л.Михеев, С.В.Пирожков*, В.А.Пчелин*, Ю.Ф.Родионов*,
В.М.Семочкин*, В.А.Шабров*, И.К.Швецов*, В.М.Шубко*

С помощью твердотельных трековых детекторов зарегистрированы два случая распада ^{236}Pu с вылетом ядер магния. Отношение вероятности этого канала распада к вероятности альфа-распада $\sim 2 \times 10^{-14}$. Парциальный период полураспада $\sim 1,5 \times 10^{14}$ лет.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Detection of the Radioactive Decay of ^{236}Pu Involving the Emission of ^{28}Mg Nuclei

A.A.Ogloblin et al.

Two events of ^{236}Pu decay accompanied by the emission of magnesium nuclei have been recorded by means of solid-state track detectors. The ratio between the probability of this channel and that of alpha decay is about 2×10^{-14} . The partial half-life is about 1.5×10^{14} years.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

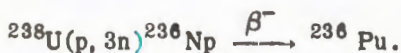
До настоящей работы были известны девять нуклидов, у которых экспериментально обнаружен спонтанный распад с испусканием частиц, промежуточных по массе между α -частицами и осколками деления (^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg)^{1-4/}.

В разработках теории нового вида распада атомных ядер используются подходы, опирающиеся на теорию как α -распада, так и деления^{5-12/}. Феноменологическая систематика имеющихся данных по кластерному распаду^{13/} указывает на то, что в противоположность делению вероятность кластерного распада не увеличивается с ростом параметра делимости Z^2/A (Z — атомный номер, A — массовое число). С этой точки зрения интересно исследовать

* Институт атомной энергии им. И.В.Курчатова, Москва

кластерный распад ядер с наибольшими значениями Z^2/A . Учет реальных экспериментальных возможностей и теоретических оценок предполагаемой вероятности кластерного распада привел нас к заключению о перспективности исследования ^{236}Pu .

^{236}Pu был получен при облучении ^{238}U протонами с энергией 30 МэВ на циклотроне Института атомной энергии им. И.В.Курчатова по следующей схеме:



Толщина мишени из ^{238}U составляла $1,3 \text{ г/см}^2$, интегральный поток протонов $\sim 3 \times 10^{19}$. После облучения и временной выдержки было проведено химическое выделение плутония. Измерение α -активности показало, что всего выделено 0,51 мкг плутония с изотопным составом: 66% ^{236}Pu и 34% ^{238}Pu . Из полученного плутония изготовлен радиоактивный источник площадью 150 см^2 . Для регистрации кластеров использован твердотельный трековый детектор в виде пленки из полиэтилентерефталата (лавсана) толщиной 0,2 мм. Подробно методика работы с этим детектором описана в работах ^{4,14/}. За время экспозиции 689 сут зарегистрировано два трека, образованных ядрами магния с энергией около 70 МэВ. Это значение энергии находится в хорошем соответствии с разностью масс ^{236}Pu и суммы масс ^{208}Pb и ^{28}Mg .

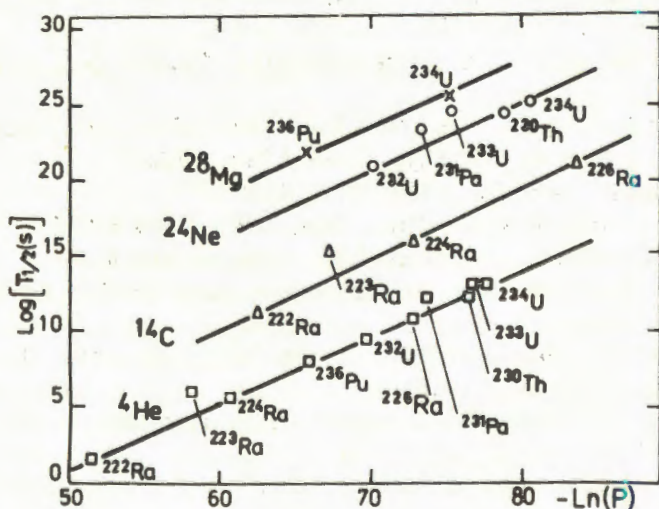
Поскольку источник плутония состоит из ядер двух изотопов, возникает вопрос, с каким из изотопов связан вылет ядер магния. Теоретические оценки, приведенные в таблице, достаточно надежно дают соотношение вероятностей кластерного распада для изотопов одного элемента. Из таблицы видно, что вероятность распада $^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{208}\text{Pb}$ на несколько порядков больше, чем вероятность распада по другим каналам. Из наших данных следует, что вероятность испускания ^{28}Mg из ^{236}Pu по отношению к вероятности α -распада составляет $\sim 2 \times 10^{-14}$. Наш результат подтверждает отмеченную в ^{13/} противоположную по сравнению со спонтанным делением зависимость вероятности кластерного распада от параметра Z^2/A . Так, для ^{232}U $T_{1/2 \text{ класт.}} \sim 7 \times 10^{13}$ лет и $Z^2/A = 36,48$, а для ^{236}Pu $T_{1/2 \text{ класт.}} \sim 1,5 \times 10^{14}$ лет и $Z^2/A = 37,44$. Для спонтанного деления в случае первого нуклида мы имеем $T_{1/2 \text{ сп.д.}} \sim 10^{14}$ лет, а второго $\sim 10^9$ лет.

В то же время наши данные по ^{236}Pu хорошо укладываются в систематику периодов полураспада, показанную на рисунке. На нем изображена зависимость логарифмов парциальных периодов полураспада от логарифмов проницаемостей соответствующих

Таблица. Теоретические оценки относительной вероятности кластерного распада $^{236,238}\text{Pu}$

Ссылка	/5/	/7/	/12/
Вид распада			
$^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$	1×10^{-5}		
$^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg}$	1	1	1
$^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{30}\text{Mg}$	3×10^{-7}		
$^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg}$	1×10^{-5}	2×10^{-5}	
$^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{30}\text{Mg}$	3×10^{-5}	4×10^{-5}	6×10^{-4}

кулоновских потенциальных барьеров. Эти проницаемости вычислены в соответствии с простой одночастичной теорией α -распада, объясняющей эмпирически найденную зависимость Гейгера — Нэттола^{/15/}:



Зависимость десятичного логарифма парциального периода полураспада от натурального логарифма проницаемости кулоновского потенциального барьера для эмиссии из тяжелых ядер ^4He , ^{14}C , ^{24}Ne , ^{28}Mg . Представлены все нуклиды, у которых к настоящему времени экспериментально обнаружен кластерный распад.

$$P = \exp \left[-0,629 \frac{Z_1 Z_2}{\sqrt{Q}} \sqrt{\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}} (\arccos \sqrt{X} - \sqrt{X - X^2}) \right],$$

где $X = Q/B$, Q — разность масс начального и конечных ядер в МэВ, $B = 1,44 \cdot Z_1 Z_2 / R$, $R = 1,2(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$.

Представленная на рисунке систематика позволяет на основании уже имеющихся данных достаточно надежно оценивать парциальные периоды кластерного распада четно-четных ядер, еще не изученных в этом отношении. Использование этой систематики для оценки вероятности распада $^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{28,30}\text{Mg}$ дает величину $\sim 10^{-4}$ от вероятности распада $^{236}\text{Pu} \rightarrow ^{28}\text{Mg}$. Это вполне согласуется с данными таблицы, на основании которых мы отнесли наблюдаемые нами треки магния к распаду именно ^{236}Pu .

Л и т е р а т у р а

1. Rose H.J., Jones G.A. — Nature, 1984, 307, p.245.
2. Александров Д.В. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1984, 40, с.152.
3. Price P.B. — In: Proc. 5th Int. Conf. on Nuclei far from Stability, Rosseau Lake, Ontario, Canada, 1987. Towner I.S. (ed.), New York, American Inst. of Physics, 1988, p.800.
4. Третьякова С.П. и др. — Известия АН СССР, сер. физ., 1986, 50, с.1925.
5. Poenaru D.N. et al. — At. Data Nucl. Data Tables, 1986, 34, p.423.
6. Poenaru D.N. et al. — Z. Phys., 1986, A325, p.435.
7. Пик-Пичак Г.А. — ЯФ, 1986, 44, с.1421.
8. Shi Y.J., Swiatecki W.J. — Nucl. Phys., 1987, A464, p.205.
9. Кадменский С.Г., Фурман В.И., Чувильский Ю.М. — В сб.: Труды Межд. школы по структуре ядра, ОИЯИ, Д4-85-851, Дубна, 1985, с.385.
10. Рубчяна В.А., Эйсмонт В.П., Явшиц С.Г. — Известия АН СССР, сер. физ., 1986, 50, с.1016.
11. Barranco F., Broglia R.A., Bertsch G.F. — Phys. Rev. Lett., 1988, 60, p.507.
12. Iriondo M., Jerrestam D., Liotta R.J. — Nucl. Phys., 1986, A454, p.252.
13. Новацкий Б.Г., Оглоблин А.А. — Вестник АН СССР, 1988, 1, с.81.
14. Tretiakova S.P. et al. — JINR Preprint E7-88-803, Dubna, 1988.
15. Перлман И., Расмуссен Дж. — Альфа-радиоактивность. М.: ИИЛ, 1959, с.77.

Рукопись поступила 14 марта 1989 года.

INVESTIGATION OF THE PARTICLE STABILITY
OF THE ISOTOPE ^{26}O IN THE NUCLEAR REACTIONS
 $44\text{ MeV/A } ^{48}\text{Ca} + \text{Ta}$

D.Guillemaud-Mueller¹, R.Anne, D.Bazin², P.Bricollet,
C.Detraz, M.Lewitowicz, C.Lue, A.C.Mueller¹
GANIL, BP 5027 F-14021 Caen-Cedex, France

Yu.E. Penionzhkevich, A.G.Artukh, A.V.Belozyorov,
S.M.Lukyanov
Laboratory of Nuclear Reactions, JINR
P.O. Box 79, Dubna

V.Borrel, J.C.Jacmart, F.Pougheon, A.Richard
Institut de Physique Nucleaire, BP 1,
F-91406 Orsay-Cedex, France

Yu.S.Lyutostansky, M.V.Zverev
Moscow Physical-Engineering Institute, Moscow, USSR

E.Kashy
National Superconducting Cyclotron Laboratory
and Department of Physics and Astronomy,
Michigan State University, East Lansing, MI 48824, USA

W.D.Schmidt-Ott
II Physikalisches Institut der Universität
D-3400 Göttingen, FRG

An attempt has been made to synthesize the extremely neutron-rich isotope ^{26}O in the nuclear reaction $44\text{ MeV/A } ^{48}\text{Ca} + \text{Ta}$. Use was made of magnetic separation and identification methods including time-of-flight and $\Delta E, E$ measurements. With a sensitivity one order of magnitude higher than that predicted from the extrapolated yields no events attributable to the ^{26}O nucleus have been observed. Theoretical analysis of the problem of the particle stability of $^{26, 28}\text{O}$ is being made.

¹ Present address: IPN, F-91406 ORSAY-Cedex, France

² Present address: CENBG, Le Haut Vigneau, 33170 Gradignan, France

Исследование ядерной стабильности изотопа ^{26}O
в реакции $44\text{ МэВ/А } ^{48}\text{Ca} + \text{Ta}$

Д. Гиймо-Мюллер и др.

В ядерной реакции $^{48}\text{Ca} + \text{Ta}$ с энергией бомбардирующей частицы 44 МэВ/А предпринята попытка синтеза крайне нейтроноизбыточного изотопа ^{26}O . В эксперименте использовались магнитный сепарирующий канал и система идентификации на основе телескопа полупроводниковых детекторов $\Delta E, E$ и техники измерения времени пролета. С чувствительностью, на порядок более высокой по сравнению с предсказываемой, из экстраполяции выходов нуклидов в эксперименте не наблюдалось событий, относящихся к ^{26}O . Проведен теоретический анализ проблемы ядерной стабильности $^{26,28}\text{O}$.

1. Introduction

The synthesis and investigation of the properties of the extremely neutron-rich nuclei lying in the region of the light elements present considerable interest in terms of both the determination of the neutron drip-line and the choice of the most realistic theory capable of describing the exotic nuclei adequately^{/1-4/}. In the region of the extremely neutron-rich nuclei of the light elements new types of decay^{/5-13/} and a new region of deformation are predicted which may lead to a stability enhancement in the loosely bound nuclei and to the formation of new shells^{/14-17/}.

At the present time all the predicted neutron-rich isotopes of the lightest and light elements up to nitrogen with $Z = 7$ have been synthesized^{/18-20/}. For isotopes of the next element, oxygen, with the closed proton shell $Z = 8$ in most of the theoretical works^{/21-25/}, nuclear stability is predicted for the heavy isotope ^{26}O , whereas the stability of the doubly magic isotope ^{28}O is predicted in the only work by Möller-Nix^{/21/} (table 1).

The comparison of the experimental two-neutron separation energies S_{2n} (exp.)^{/26,27/} with the calculated ones S_{2n} (theor.)^{/21-25/} performed for the heavy isotopes $^{23,24}\text{O}$ with known masses shows a considerable underestimation by theories of the two-neutron separation energy $\Delta S_{2n} = S_{2n}(\text{exp}) - S_{2n}(\text{th.}) \leq 2\text{ MeV}$. If the indicated tendency in ΔS_{2n} persists for the heavier isotopes, then the nuclear stability of the isotope ^{26}O and, possibly, ^{28}O should also be expected.

Table 1. The stabilities of the neutron-rich isotopes of oxygen predicted by different mass formulae: MN – Möller-Nix^{/21/}, CKZ – Comay-Kelson-Zidou^{/22/}, SN – Satpathy-Nayak^{/23/}, T – Tachidana et al.^{/24/}, JM – Janecke-Masson^{/25/}. Two-neutron separation energy $S_{2n} = -M(A, Z) + M(A - 2, Z) + 2Mn$

Nuclide	MN S_{2n}	CKZ S_{2n}	SN S_{2n}	T S_{2n}	JM S_{2n}	exp. ^{/27/} S_{2n}
²³ O	7.15	9.22	~ 8.0	7.55	9.2	9.59
²⁴ O	4.91	6.16	6.78	4.2	5.96	6.98
²⁶ O	~ 0.7	~ 0.8	~ 5.3	~ 1.3	~ 2.0	?
²⁸ O	~ 0.7	unstable	unstable	unstable	unstable	?

In the present work an attempt was made to synthesize the isotope ²⁶O in order to verify its nuclear stability experimentally. For this purpose we used the reaction of an intermediate energy ⁴⁸Ca beam which proved to be very efficient for the production of neutron-rich nuclei with $6 \leq Z \leq 18$ ^{/28/}.

2. Experimental procedure

A ⁴⁸Ca beam has been produced using the ECR MinimaFios source of GANIL. Metallic ⁴⁸Ca was produced from a mixture of enriched calcium and aluminium powder. The mixture was compressed in a cylinder, and then loaded into a tantalum crucible fixed at the end of a tantalum rod. The rod was approached from outside to the hot plasma in the core of the ECR source. This procedure allowed one to produce high-intensity ⁴⁸Ca beams with an energy of 44 MeV/A. The projectile-like fragments were collected at 0° by the triple-focussing magnetic analyser LISE^{/29/}. The LISE facility is a double achromatic spectrometer consisting of two dipole magnets D and the associated quadrupole focussing elements Q, as shown in fig. 1. It has two focal planes, the first F₁ being the momentum-dispersive one on which particles which different B_p-values are focused at different positions, and the second F₂ — the achromatic one where all the particles are collected into the same position. It is possible to collect all the fragments in a rather small spot and to install 4π-detectors of reasonable size for the decay studies.

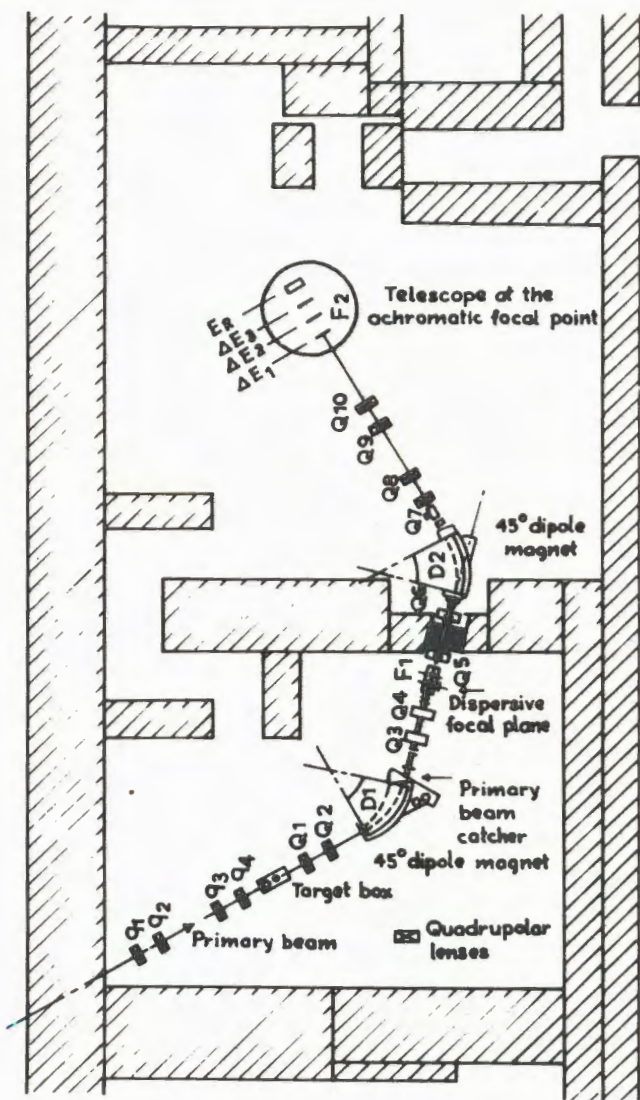


Fig. 1. Configuration of the analysing magnetic line QDQDQ (spectrometer LISE). $q_1 - q_4$ are quadrupole lenses of the transport channel for the ^{48}Ca projectile. $Q_1 - Q_{10}$ are quadrupole lenses of the spectrometer LISE. D_1 and D_2 are the LISE magnetic dipoles. F_1 and F_2 are dispersive and achromatic planes. ΔE_1 , E_R are a semiconductor detector telescope.

For the detection of the exotic nucleus ^{26}O with a very low yield a four-state semiconductor telescope consisting of two $300\text{ }\mu\text{m}$ ΔE_1 , ΔE_2 , one 1 mm ΔE_3 and 5.5 mm Si(Li) residual energy detectors E_R is mounted inside a small vacuum chamber connected to the exit of LISE. The flight time of the fragments collected is measured between the initial (at the target) and final foci of LISE (telescope position). The time signal STOP is produced by an R.F. pulse from the last cyclotron and the time signal START comes from the E_R detector. The constancy of the correlation between the R.F. and the time of incidence on the target is monitored by a neutron detector mounted close to the primary beam catcher at the exit of the first dipole magnet. The time resolution obtained for the beam used in this experiment is better than 1 ns .

To avoid pile-up effects and ensure good energy and time resolutions the counting rate on the detectors was limited to some 10^3 events per second. This was done by limiting the momentum acceptance of the LISE spectrometer by means of movable slits in the intermediate focal plane F_1 . A 5.3 mg/cm^2 Al foil was placed in order to suppress the low-intensity components of the incompletely stripped fragments. This Al foil served also as a degrader for improving isotopic separation.

The fragments were identified in a redundant way: the two first detectors independently allowed double Z determinations, the mass was derived from the total energy and the time of flight or from the magnetic rigidity and the time of flight. This method provides the clear identification of the atomic number and mass of exotic nuclei.

3. Results and Discussion

It was shown^{/30/} that the yield of the neutron-rich isotopes at an intermediate energy was strongly dependent on the N/Z ratio of the target. In the present experiment the yield of the known neutron-rich isotopes $^{22,23,24}\text{O}$ was obtained in the interaction of a 44 MeV/A ^{48}Ca beam with ^9Be , ^{64}Ni and ^{181}Ta targets (fig. 2). In fig. 2 it is seen that the maximum yield of the heavy isotope ^{24}O is produced on the Ta target. From an extrapolation of the yields to extremely heavy isotopes of oxygen one should expect the ratio $^{24}\text{O}/^{26}\text{O}$ to be equal to ~ 16 . A 173 mg/cm^2 Ta target corresponding to an $\sim 10\%$ energy loss was chosen. The spectrometer was set to the magnetic rigidity $B\rho = 2.88\text{ Tm}$ optimized for heavy isotopes of the elements with $6 \leq Z \leq 11$. Figure 3 represents the two-dimensional plot (energy loss versus time of flight) obtained under these conditions after 40-hour integra-

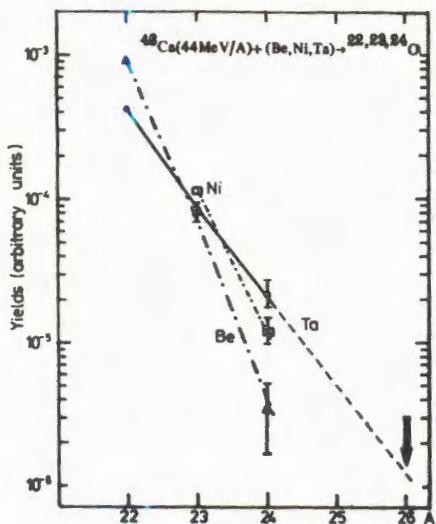


Fig. 2. Comparison of the experimental yields for the isotopes $^{22,23,24}\text{O}$ produced in the interactions of 44 MeV/A ^{48}Ca ions with ^9Be , ^{64}Ni and ^{181}Ta targets. The arrow indicates the extrapolation yield of ^{26}O for the most promising ^{181}Ta target.

tion with an average intensity of 150 nA. The heaviest known isotopes ^{19}B , ^{22}C , ^{29}F and the new superheavy isotope ^{32}Ne (4 events) are clearly visible. The unstable isotope ^{26}O is obviously absent but no counts due to ^{26}O are seen (broken-line rectangle).

In this run a total of 220 counts due to the isotope ^{24}O were observed and using the ratio of estimated yields, $^{24}\text{O}/^{26}\text{O}$, one should have observed more than ten events for the ^{26}O exotic nucleus. Nonobservation, in the present experiment with this sensitivity, of the ^{26}O events, can be evidence for its possible particle instability.

An analysis of particle stability for the neutron-rich isotopes of oxygen within the framework of the quasi-particle Lagrangian method (QLM) has been carried out^{/31-34/}. This method proved^{/31,33/} to be efficient in describing the properties of the isotopes lying near the line of stability both for magic and ordinary nuclei. In work^{/32/} it was shown that the QLM method also ensures sufficient reliability in the prediction of the properties of nuclei far from the line of stability. In our calculations we applied the same parametrization of the efficient Lagrangian, as that used in work^{/31,34/}. Nucleon pairing with the parameter of the re-normalized amplitude equal to 1.4 MeV was also taken into account. This choice of the parameters provides the best agreement between the theoretical and experimental values of the one-neutron and two-neutron separation energies of the even-mass isotopes of oxygen with $A = 18 - 24$ (table 2).

The r.m.s. errors calculated by the standard method are relatively small, namely, $\langle \delta S_n \rangle = 0.54$ MeV and $\langle \delta S_{2n} \rangle = 1.15$ MeV. The calculations for the one-neutron and two-neutron separation energies were carried out both for spherical and deformed shapes of the oxygen nuclei.

The problem of the possible existence of deformation shapes for neutron-rich nuclei arising at $Z = 11$, $N \geq 20$ has first been discussed

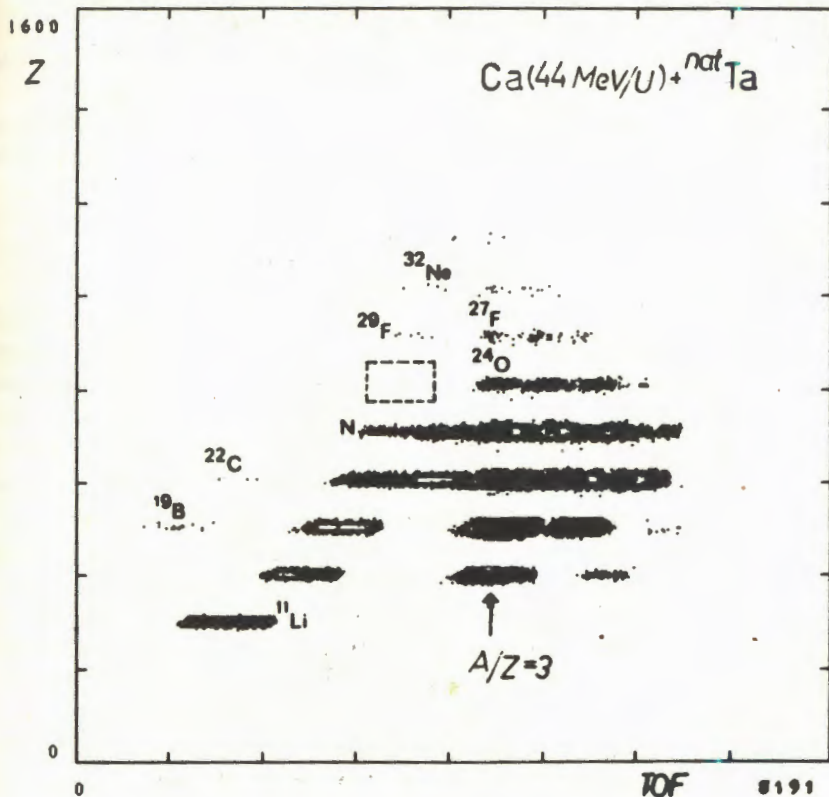


Fig. 3. Two-dimensional distribution of the events (ΔE res. TOF) due to the Li, Be, B, C, N, O, F and Be isotopes, which were detected during 40 hours of exposure at the magnetic rigidity $B\rho = 2.88 \text{ T m}$ of the spectrometer LISE. Four events due to the new ^{32}Ne isotope are observed for the first time. A total of 220 events has been recorded for ^{24}O . The place for the isotope ^{26}O is shown by a broken line.

in work ^{14-17/}. However, the problem of the possible occurrence of deformation in the oxygen nuclei with proton structure stability (the closed proton shell $Z = 8$) and the possible influence of the deformation effects on the particle stability of $^{26,28}\text{O}$ was open until recently. In the present work we study the separation energy of one and two neutrons for the oxygen nuclei both deformed and spherical QLM calculations. The analysis showed that equilibrium shapes of all even oxygen nuclei are spherical ones. In our calculations the isotope ^{26}O is stable against one-neutron emission $S_n(^{26}\text{O}) \approx 0.69 \text{ MeV}$. The two-neutron separation energy was obtained to have a negative value and approxima-

Table 2. The QLM calculations for the one-neutron, S_n , and two-neutron, S_{2n} separation energies of the even isotopes $^{18,20,22,24}\text{O}$

Nuclide	S_n (MeV)		S_{2n} (MeV)	
	QLM	exp.	QLM	exp.
^{18}O	7.92	8.04	12.67	12.19
^{20}O	6.87	7.61	10.61	11.56
^{22}O	6.09	6.70	8.79	10.50
^{24}O	3.59	4.09	5.85	6.98

tely zero: $S_{2n}(^{26}\text{O}) = -0.01$ MeV. Apparently the ^{26}O nucleus is unstable against two-neutron decay. However, in the presence of the centrifugal barrier for two outer neutrons in the d-subshell with a rather small negative value of S_{2n} two-neutron emission would be delayed considerably. It can possibly lead to the formation of the quasi-stationary states of the system $^{24}\text{O} + 2n$. It is interesting to try to observe two-neutron emission from the ground state of ^{26}O . Earlier ^{/35/} the possibility of two-neutron emission from the ground state was discussed and two-neutron emission from excited states in ^6He isotopes was observed ^{/36/}. The β -delayed emission of two neutrons was calculated in work ^{/12/}. Studies of neutron emission from the ground state are now in progress.

The superheavy isotope ^{28}O is also relatively stable against one-neutron emission, $S_n(^{28}\text{O}) = 0.51$ MeV, whereas two-neutron separation energy has a rather large negative value: $S_{2n}(^{28}\text{O}) = -0.8$ MeV. The isotope ^{28}O seems to be unstable against two-neutron emission.

It should be noted that the nuclear stability of the extremely neutron-rich isotopes $^{26,28}\text{O}$ was recently established in work ^{/37/} in the deformed Hartree-Fock calculations using Skyrme 3-force and BCS pairing. It is shown that the ^{26}O isotope is very loosely bound, and the ^{28}O isotope is a particle unstable one.

4. Conclusion

In the present experiment using a high-intensity ^{48}Ca beam with an energy of 44 MeV/A in the nuclear reaction $^{48}\text{Ca} + \text{Ta}$ a total of 220

^{24}O nuclei have been detected. No events due to ^{26}O were recorded whereas in the case of its particle stability from the extrapolated ratio $^{24}\text{O}/^{26}\text{O}$ more than ten events attributable to the ^{26}O nuclei could be observed. This experimental result is likely to indicate the particle instability of the neutron-rich isotope ^{26}O .

The calculations of the neutron separation energy for $^{26,28}\text{O}$ performed within the framework of the QLM method in considering the potentials of both spherical and deformed nuclei have shown that the extremely neutron-rich isotopes $^{26,28}\text{O}$ are unstable against two-neutron emission in their ground states. It is possible that if the centrifugal barrier exists for two outer neutrons in the system $^{24}\text{O} + 2n$, a long-lived quasi-stationary state may be formed which would be a candidate for two-neutron decay from the ground state. In our experiment a new extremely neutron-rich isotope ^{32}Ne (four events) has been observed for the first time.

The authors express their gratitude to Prof. Yu.Ts.Oganessian for advice and discussions.

We would like to acknowledge the technical assistance of F.Geaffroy, Y.Georget and A.Latimier as well as of the GANIL operating crew in delivering the ^{48}Ca beam.

References

1. Baz A.J. et al. — Light and Medium Mass Nuclei near the Limit of Nucleon Stability (in Russian). M.: Nauka, 1972.
2. Hamilton J.H., Hansen P.G., Zganjar E.F. — Rep. Prog. Phys., 1985, 48, p.631.
3. Detraz C. — Proc. Inter. Nucl. Phys. Conf., Harragat, UK, August 1986, IOP publishing Ltd, v.2, p.495.
4. Guerreau D. — J. Phys. C-4, 1986, 47, p.207.
5. Migdal A. — Soviet J. Nucl. Phys., 1973, 16, p.238.
6. Detraz C. et al. — Phys. Lett., 1980, 94B, p.307.
7. Azuma R.E. et al. — Phys. Lett., 1980, 96B, p.31.
8. Laugevin M. et al. — Nucl. Phys., 1987, A366, p.449.
9. Detraz C. et al. — Nucl. Phys., 1983, A402, p.301.
10. Langevin M. et al. — Phys. Lett., 1983, 130B, p.251.
11. Langevin M. et al. — Phys. Lett., 1984, 146B, p.176.
12. Lyutostansky Yu.S. et al. — Phys. Lett., 1985, 161B, p.9.
13. Borge M.J.G. et al. — Nucl. Phys., 1986, A460, p.373.
14. Thibault C. et al. — Phys. Rev., 1975, C12, p.644.
15. Campi X. et al. — Nucl. Phys., 1975, A251, p.193.

16. Detraz C. et al. — Nucl. Phys., 1983, A394, p.378.
17. Lyutostansky Yu.S. et al. — 5th Int. Conf. on Nucl. far from Stability, Rosseau-Lake, Ontario, Canada, 1987, AIP Conf. Proc. 164, I.S.Towner ed., p.727.
18. Langevin M. et al. — Phys. Lett., 1985, B150, p.205.
20. Jonson B. et al. — 5th Int. Conf. on Nuclei far from Stability, Rosseau-Lake, Ontario, Canada, 1987, AIP Conf. Proc. 164, I.S.Towner ed., p.223.
21. Moeller P., Nix J.R. — At. Data and Nucl. Tables, 1988, 39, p.213.
22. Comay E. et al. — At. Data and Nucl. Data Tables, 1988, 39, p.235.
23. Satpathy L., Nayak R.C. — At. Data and Nucl. Data Tables, 1988, 39, p.241.
24. Tachibana T. et al. — At. Data and Nucl. Data Tables, 1988, 39, p.251.
25. Janecke J., Masson P.J. — At. Data and Nucl. Data Tables, 1988, 39, p.265.
26. Wapstra A.H. et al. — At. Data and Nucl. Data Tables, 1988, 39, p.281.
27. Wouters J.M. et al. — Z. Phys., 1988, A331, p.229.
28. Guillemaund-Mueller D. et al. — GANIL Preprint 88-14, 1988.
29. Ann R. et al. — NIM, 1987, A257, p.215.
30. Barrette J. et al. — XXII Int. Winter Meeting on Nucl. Physics, Bormio, 1984.
31. Khodel V.A., Saperstein E.E. — Phys. Reports, 1982, 92, p.182.
32. Zverev M.V., Saperstein E.E. — Sov. J. Yad. Fiz., 1985, 42, p.1082.
33. Khodel V.A. et al. — Nucl. Phys., 1987, A465, p.397.
34. Migdal A.B. — Theory of Finite Fermi Systems and Properties of the Atomic Nucleus, M.: Nauka, 1983.
35. Godansky V.J. — JETP, 1960, 39, p.497.
36. Bochkarev O.V. et al. — Sov. J. Pisma in JETP, 1985, 42, p.303.
37. Nishimura M. — Report RCNP-TH 87-03, 1987.

Recieved by March, 28, 1989.