



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
JOINT INSTITUTE
FOR NUCLEAR
RESEARCH

N 2 [28] -88

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ

**JINR
RAPID COMMUNICATIONS**

Дубна

1988

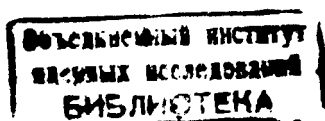
Объединенный институт ядерных исследований
JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

№ 2 [28] -88

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ
JINR RAPID COMMUNICATIONS

СБОРНИК
COLLECTION

Дубна 1988



О Г Л А В Л Е Н И Е C O N T E N T S

И.М.Беляев, Н.В.Власов, О.П.Гавришук, Л.С.Золин, В.Ф.Переседов, А.Б.Шалыгин Поляризация кумулятивных протонов в реакции $p + {}^{12}\text{C} \rightarrow p_c(158^\circ) + x$ при энергии первичных протонов от 17 до 62 ГэВ I.M.Belyaev, N.V.Vlasov, O.P.Gavrishchuk, L.S.Zolin, V.F.Peresedov, A.B.Shalygin Cumulative Proton Polarization in $p + {}^{12}\text{C} \rightarrow p_c(158^\circ) + x$ Reaction for Incident Protons in 17 to 62 GeV Energy Region	5
И.Д.Манджавидзе, А.Н.Сисакян О возможности экспериментального исследования топологических сечений без использования фильмовых детекторов I.D.Mandzhavidze, A.N.Sissakian About a Possibility of Experimental Investigation of Topological Cross Sections without Using Film Detectors	13
В.Б.Приезжев Об энтропии двумерной модели льда V.B.Priezzhev On Entropy of Two-Dimensional Ice Model	21
С.А.Коренев, Д.Валентович, В.И.Лушиков Стабилизация поверхности высокотемпературного сверхпроводника $\text{Y}_1\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ S.A.Korenev, D.Valentovic, V.I.Lushchikov The Stabilization of High-Temperature Superconductor $\text{Y}_1\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ Surface	28
Б.В.Васильев, В.И.Лушиков, В.В.Сиколенко Исследование влияния изотопного замещения меди на критическую температуру сверхпроводящей керамики $\text{Y}_1\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ B.V.Vasiliev, V.I.Lushchikov, V.V.Sikolenko Search for Copper Isotope Effect in $\text{Y}_1\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$	33
Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Хонг Куанг, Нгуен Аи Вьет Поляритонная теория резонансного комбинационного рассеяния в кубических полупроводниках с прямой запрещенной зоной. Рассеяние фононами	

Nguyen Van Hieu, Nguyen Hong Quang, Nguyen Ai Viet Polariton Theory of Resonant Raman Scattering in Direct Band Gap Cubic Semiconductors. Scattering by Phonon	37
Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Аи Вьет Поляритонная теория резонансного комбинационного рассеяния в кубических полупроводниках с прямой запрещенной зоной. Рассеяние электронами на уровнях нейтральных доноров Nguyen Van Hieu, Nguyen Ai Viet Polariton Theory of Resonant Raman Scattering in Direct Band Gap Cubic Semiconductors. Scattering by Electrons in Level of Neutral Donors	43
Nguyen Van Hieu, Nguyen Ai Viet On the RVB Theory of High- T_c Superconductivity Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Аи Вьет К теории высокотемпературной сверхпроводимости с резонирующей валентной связью	48
М.Е.Андрианова, Ю.В.Заневский, А.Б.Иванов, С.А.Мовчан, В.Д.Пешехонов, А.Н.Попов, С.П.Черненко, Д.М.Хейкер Разработка и применение новых методов и аппаратуры для исследований монокристаллов белков в координатных рентгеновских дифрактометрах на основе двумерных пропорциональных камер M.E.Andrianova, Yu.V.Zanevsky, A.B.Ivanov, S.A.Movchan, V.D.Peshel honov, A.N.Popov, S.P.Chernenko, D.M.Kheiker The Development and Application of New Methods and Apparatus for the Study of Protein with the Aid of X-Ray Diffractometers Based on MWPCs.	56

ПОЛЯРИЗАЦИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ ПРОТОНОВ

В РЕАКЦИИ $p + {}^{12}\text{C} \rightarrow p_c(158^\circ) + x$

ПРИ ЭНЕРГИИ ПЕРВИЧНЫХ ПРОТОНОВ ОТ 17 ДО 62 ГэВ

И.М.Беляев*, Н.В.Власов, О.П.Гавришук, Л.С.Золин,
В.Ф.Переседов, А.Б.Шалыгин

Измерена поляризация кумулятивных протонов, вылетающих под углом 158° л.с. при взаимодействии первичных протонов с энергией от 17 до 62 ГэВ с ядрами углерода. Измерения выполнены в интервале импульсов кумулятивных протонов от 510 до 840 МэВ/с. Усредненная по импульсу величина поляризации не превышает 10%, зависимость от энергии первичных протонов выражена слабо.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Cumulative Proton Polarization in $p + {}^{12}\text{C} \rightarrow p_c(158^\circ) + x$
Reaction for Incident Protons in 17 to 62 GeV Energy Region

I.M.Belyaev et al.

Cumulative proton polarization is measured under 159° l.s. angle for interactions of incident protons with carbon nuclei in the energy region from 17 to 62 GeV. Measurements are made for cumulative proton pulses from 510 to 840 MeV/c. Averaged over pulse polarization is not more than 10%, dependence on incident proton energy is weak.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

В настоящее время проводится систематическое исследование процессов взаимодействия элементарных частиц с ядрами, которые не могут быть сведены к взаимодействию с квазисвободными нуклонами ядра и несут информацию о ядерной материи как: коллективной многонуклонной системе с кварковыми степенями свободы. Одно из экспериментальных направлений связано с изучением кумулятивных эффектов в инклюзивных реакциях

$$a + A \rightarrow b + x.$$

(1)

* Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

Несмотря на то, что многие закономерности инклюзивных процессов с рождением кумулятивных адронов изучены подробно, их теоретическая интерпретация остается неопределенной. Одна из трудностей обусловлена тем, что инклюзивный канал является интегральным каналом, в котором могут суммироваться вклады различных механизмов образования кумулятивных частиц. Для успешного решения задачи необходимо комплексное изучение энергетических, корреляционных и спиновых зависимостей.

Изучение спиновых эффектов дает полезную информацию при оценке конкурентоспособности различных теоретических подходов. Однако постановка экспериментов по изучению поляризационных эффектов и их интерпретация относятся к разряду наиболее сложных.

Первое сообщение о наблюдении поляризации кумулятивных протонов появилось в 1967 г.^{1/} В дальнейшем измерение поляризации кумулятивных барионов выполнялось многими экспериментальными группами при различных энергиях и различном составе первичных пучков^{2,3,4,5,6/}. Сводка данных по результатам измерения поляризации кумулятивных протонов показана на рис.1. Обращает внимание большой разброс измеренных значений величины поляризации, который затрудняет получение однозначного заключения о величине эффекта и его поведении. Однако, поскольку почти все эксперименты выполнены при неповторяющихся условиях, нельзя сделать и категорического заявления о противоречивости данных, учитывая сложную зависимость поляризационных эффектов от динамических переменных. Отметим, что при энергиях выше 7,5 ГэВ измерений поляризации кумулятивных протонов не проводилось и что в последнее время получены новые доказательства о значительности спиновых эффектов при высоких энергиях^{7/}.

Попытки получения количественных оценок величины поляризации в кумулятивных процессах немногочисленны. В области

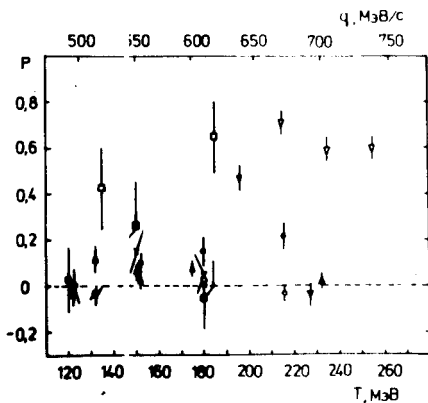


Рис.1. Поляризация кумулятивных протонов в инклюзивных реакциях на ядре углерода:

- — $p(640 \text{ МэВ}) + C \rightarrow p_c(130^\circ) + x^{2/}$;
- ▲ — $p(1 \text{ ГэВ}) + C \rightarrow p_c(145^\circ) + x^{4/}$;
- — $\pi^- (3 \text{ ГэВ/с}) + C \rightarrow p_c(162^\circ) + x^{3/}$;
- — $\pi^- (3 \text{ ГэВ/с}) + C \rightarrow p_c(145^\circ) + x^{5/}$;
- х — $p(7,5 \text{ ГэВ/с}) + C \rightarrow p_c(145^\circ) + x^{5/}$;
- ▽ — $\gamma(4,5 \text{ ГэВ/с}) + C \rightarrow p_c(95^\circ) + x^{6/}$.

промежуточных энергий (1 ГэВ) были сделаны оценки величины поляризации кумулятивных протонов на основе модели прямого выбивания нуклонов^{/8/}, расчеты не дали количественного согласия с результатами измерений^{/4,9/}. В области высоких энергий отметим модель, предложенную в работе^{/10/}, которая предполагает единый механизм возникновения поляризации в жестких процессах с большим поперечным импульсом и в кумулятивном рождении адронов. Предсказания модели находят подтверждение в угловой зависимости поляризации кумулятивных Λ^c -частиц с максимумом около 90° (л.с.)^{/11/}.

При планировании эксперимента для измерения поляризации кумулятивных протонов выбор предпочтительного угла измерения на основании имеющихся данных сделать трудно. В отличие от предсказаний модели^{/10/} экспериментальные данные^{/2,3,4/} дают указание на рост величины поляризации (до уровня $10 \div 20\%$) с увеличением угла выхода протонов свыше 90° . Учитывая значительную угловую зависимость выхода кумулятивных протонов, это можно было бы интерпретировать как увеличение с ростом угла вклада тех каналов реакции (1), в которых роль сгйна существенна.

В данной работе мы представляем результаты измерения поляризации протонов под углом 158° в реакции

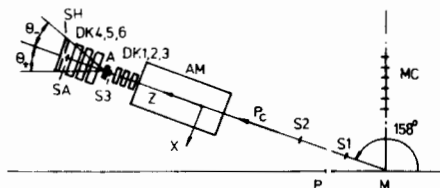


при энергии первичных протонов от 17 до 62 ГэВ. Эксперимент был выполнен на ускорителе У-70 ИФВЭ (Серпухов).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерения выполнены с помощью поляриметра, в котором в качестве трековых детекторов использовались дрейфовые камеры. Схема эксперимента показана на рис.2. Внутренний пучок протонов ускорителя У-70 наводился на мишень при нарастании энергии пучка от 17 до 62 ГэВ. Углеродная мишень имела размеры 4×4 мм с плотностью в направлении вылета кумулятивных протонов не более $0,4 \text{ г/см}^2$. Импульс вторичных частиц определялся

Рис.2. Схема эксперимента. М — углеродная мишень, МС — мониторные счетчики, $S1 \div 3$ — сцинтилляционные счетчики, ДК1 $\div$ 6 — дрейфовые камеры, А — углеродный анализатор, АМ — анализирующий магнит. SA — счетчик антисовпадений, SH — годоскопические счетчики.



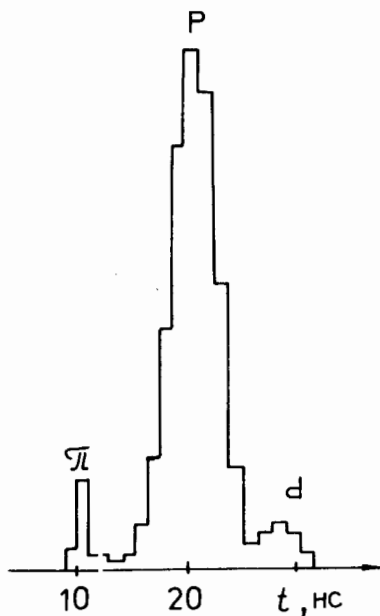


Рис.3. Времяпролетный спектр регистрируемых частиц.

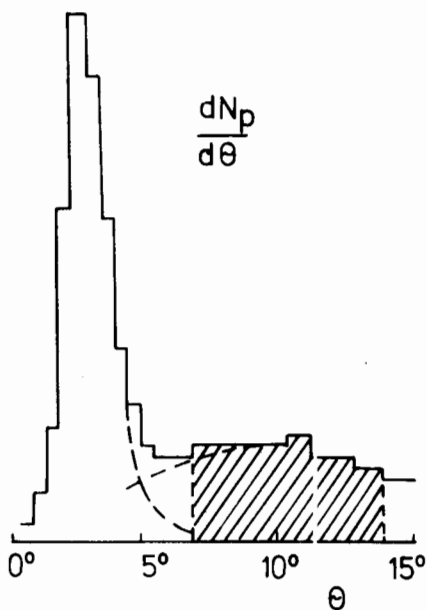
по углу отклонения в магнитном поле на основе измерения направления и координат трека дрейфовыми камерами ДК 1÷3, расположенными за анализирующим магнитом. Разделение частиц по массе (π , p , d) осуществлялось по времени пролета (рис.3). Собственно поляриметр состоял из трех блоков малых дрейфовых камер ДК 1,2,3 (126x126 мм) с общим числом плоскостей 12 (8y и 4x), счетчика S3, определяющего размеры (30x40 мм) рабочей области пучка анализируемых протонов, анализатора (углеродной пластины толщиной 35 мм) и трех блоков дрейфовых

камер ДК 4,5,6 (256x256 мм) с двумя x- и y-плоскостями в каждом. За камерами ДК 4÷6 располагались годоскопические счетчики SH и счетчик антисовпадений SA, включенные в схему запуска электроники поляриметра. Регистрирующая электроника, основу которой составляли времяцифровые преобразователи^{12/}, была выполнена в стандарте КАМАК и связана с ЭВМ СМ-4. Скорость набора данных при 50% мертвом времени составляла ~50 событий/с.

Для геометрического анализа событий была принята правая система координат с направлением Z вдоль оси поляриметра. Отклонение частиц в анализирующем магните происходило в вертикальной плоскости YZ. Угол η_Y между осью Y поляриметра и направлением нормали к плоскости реакции (2) составлял $8,7^\circ$. Угол η_Z вращения вектора поляризации в плоскости YZ определялся импульсом протона и величиной интеграла магнитного поля и равнялся в среднем 38° . По разности $\eta_Z - \eta_Y$ определялось действительное значение вектора поляризации $\vec{P}$ (по нормали к плоскости реакции (2)) на основе измерения его Y-проекции.

При off-line обработке данных восстанавливались траектории частиц до и после рассеивателя, определялись полярный θ и азимутальный ϕ углы рассеяния и Z-координата точки вторичного рассеяния, совпадение которой с положением мишени анализатора использовалось в качестве одного из критериев отбора полезных событий. Рабочий интервал по полярному углу был ограничен

Рис.4. Распределение регистрируемых событий по полярному углу θ . При $\theta < 5^\circ$ преобладает многократное кулоновское рассеяние, регистрация событий при $\theta \leq 3^\circ$ подавлена счетчиком антисовпадений. Область рабочих углов поляриметра заштрихована.



сверху размерами камеры ДК 6 при $\theta_{\max} = 13^\circ$. Рассеяние на малые углы, где многократное кулоновское рассеяние преобладает над ядерным (рис.4), подавлялось с помощью счетчика антисовпадений SA. Нижняя граница с учетом необходимости исключения области "полутени" счетчика SA, обусловленной эмиттансом пучка анализируемых протонов, была выбрана равной $\theta_{\min} = 7^\circ$. События, соответствующие рассеянию в направлении, близком к YZ-плоскости, которые имеют малый вес при определении величины лево-правой асимметрии, исключались наложением на азимутальный угол условия $(0^\circ \pm 45^\circ) \leq \phi \leq (180^\circ \pm 45^\circ)$. Азимутальная асимметрия определялась по усреднению $\cos \phi$ в диапазоне $\theta_{\min} < \theta < \theta_{\max}$ согласно соотношению

$$A_p(\theta_{\min}, \theta_{\max}) = (\alpha/N) \sum_{i=1}^N \cos \phi, \quad (3)$$

где α — константа, определяемая выбором границ рабочей области ϕ .

Одним из источников ложной асимметрии являются неточности в геометрической привязке детекторов. Для уточнения относительного положения входного (ДК 1,2,3) и выходного (ДК 4,5,6) блоков камер был использован критерий "сшивки" прямых треков в центральной плоскости рассеивателя при обработке событий с выведенным из пучка рассеивателем. При этом достигалась точность согласования геометрических осей камер ДК 1÷6 по координате X, равная $\delta X \leq 0,2$ мм, и по полярному углу θ , равная $\delta \theta \leq 0,2$ мрад. (рис.5). Указанной точности коррекции координат и углов соответствует ложная асимметрия $\delta A_p \leq 0,5\%$. Другим источником ложной асимметрии является неоднородность эффективности восстановления треков по площади детекторов, которая

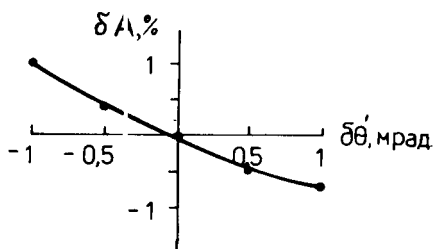


Рис.5. Зависимость измеряемой асимметрии рассеяния от точности согласования дрейфовых камер по углу θ' -проекции полярного угла θ на плоскость XZ.

при больших фоновых нагрузках камер может быть существенной. Этот эффект трудно надежно оценить на основании предварительного исследования эффективности отдельных каналов, поскольку при длительных экспозициях эффективность в условиях больших радиационных нагрузок может меняться. Для контроля ложной асимметрии такого рода рабочие серии измерений с регистрацией протонов чередовались с контрольными сериями с регистрацией π^+ -мезонов. Средняя величина асимметрии рассеяния на бесспиновых частицах (пионах) составила $A_\pi = (-1,5 \pm 2,0)\%$. Соответствующая поправка учитывалась при вычислении асимметрии рассеяния кумулятивных протонов.

Для перекрытия интервала по импульсу кумулятивных протонов от 500 до 800 МэВ/с измерения проводились при двух значениях поля в анализирующем магните. Соответствующие импульсные спектры показаны на рис.6.

Поляризация кумулятивных протонов определялась по формуле

$$P = A_p(\theta_{\min}, \theta_{\max}) / A_c(T, \theta_{\min}, \theta_{\max}).$$

Здесь $A_c(T, \theta_{\min}, \theta_{\max}) = (1/N) \sum_{i=1}^N A_c(T_i, \theta_i)$ — средневзвешенное по всей совокупности событий значение анализирующей способности углерода (T_i — кинетическая энергия протона в центре углеродного анализатора). При вычислении $A_c(T_i, \theta_i)$ мы использовали аппроксимации A_c из работы [13], точность которой для нашего диапазона θ оценивается в $\pm 2,5\%$ при $T \geq 200$ МэВ.

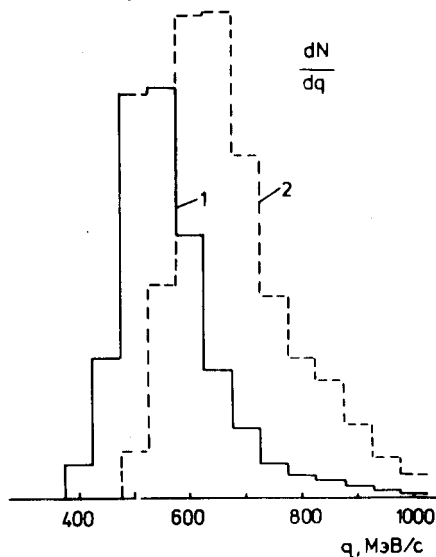


Рис.6. Импульсный спектр регистрируемых частиц при двух значениях поля в анализирующем магните (1 — 0,222 Тл, 2 — 0,266 Тл).

Полное число полезных событий для интервалов $17 \leq E_0 \leq 62$ ГэВ и $125 \leq T \leq 300$ МэВ после отбора по всем приложенным критериям составило $N = 13000$.

РЕЗУЛЬТАТЫ

При обработке данных набранная статистика была распределена по 6 импульсным интервалам кумулятивных протонов и 3 интервалам по энергии E_0 первичных протонов со средним значением 24,5; 39,5 и 54,5 ГэВ. Измеренная величина асимметрии рассеяния кумулятивных протонов в реакции $p + {}^{12}\text{C} \rightarrow p_c + x$ при угле выхода 158° показана на рис.7. Нет существенного различия в величине и в импульсной зависимости асимметрии при различной энергии первичных протонов.

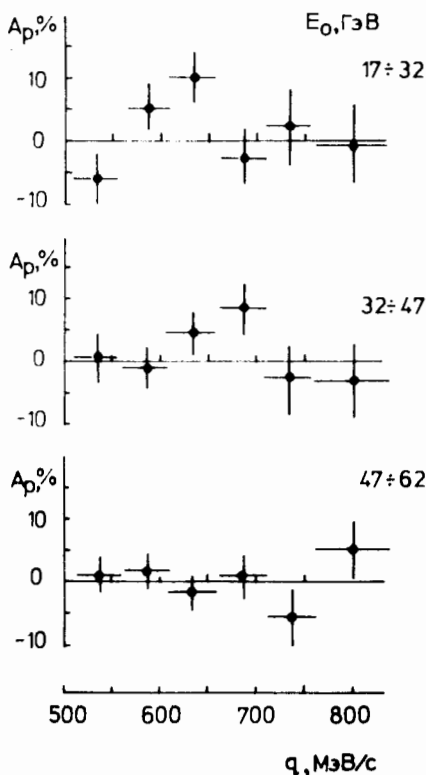


Рис.7. Асимметрия рассеяния кумулятивных протонов в трех интервалах энергии первичных протонов E_0 .

Зависимость поляризации от импульса при усреднении по полному интервалу энергии первичных протонов приведена на рис.8. Величина поляризации в пределах исследованного интервала импульсов не превышает 10% при среднем значении $\bar{P} = +0,033 \pm 0,021$.

Энергетическая зависимость P от энергии E_0 представлена на рис.9. Зависимость от энергии первичных протонов в интер-

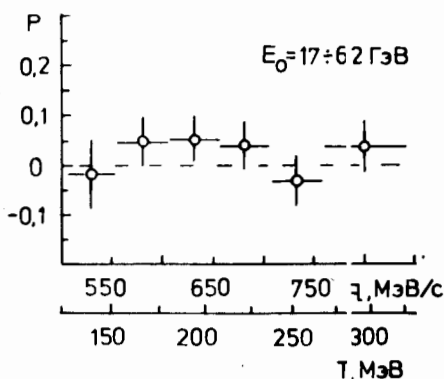


Рис.8. Зависимость поляризации от импульса кумулятивных протонов (при усреднении по E_0 от 17 до 62 ГэВ).

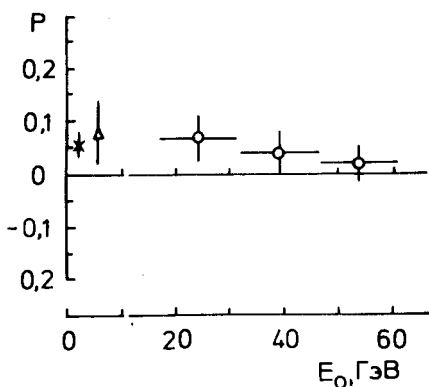


Рис.9. Зависимость поляризации кумулятивных протонов от энергии первичных протонов E_0 .

○ — наши данные, $p + C \rightarrow p_c$ (158° , 510-840 МэВ/с) + x ;

x — p (1,94 ГэВ) + $C \rightarrow p_c$ (145° , 510-700 МэВ/с) + x ;

△ — p (7,5 ГэВ) + $C \rightarrow p_c$ (145° , 530-650 МэВ/с) + x .

вале от 17 до 62 ГэВ выражена слабо и не выходит за пределы коридора ошибок. На этом же рисунке показано усредненное по импульсу значение величины поляризации при (полной) энергии $E_0 = 1,94 \text{ ГэВ}^{4/}$ и $E_0 = 7,5 \text{ ГэВ}^{6/}$ для этой же реакции при угле выхода протонов 145° . Можно отметить отличие поляризации от нуля во всех трех экспериментах, хотя отклонение от нулевой величины находится на уровне одного-двух стандартных отклонений. Близкое к нулю значение величины поляризации можно истолковать как один из аргументов в пользу преобладающей роли механизмов образования кумулятивных протонов зрительского типа или через рождение и распад высоковозбужденных барионных кластеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баюков Ю.Д. и др. — ЯФ, 1967, т.5, с.337.
2. Зулькарнеев Р.Я., Кутуев Р.Х. — ЯФ, 1984, т.39, с.785.
3. Бургэв Н.А. и др. — ЖЭТФ, 1980, т.31, с.700.
4. Белостоцкий С.Л. и др. — ЯФ, 1985, т.42, с.1427.
5. Воробьев Л.С. и др. — ЯФ, 1985, т.41, с.1541.
6. Авакян Р.О. и др. — ЯФ, 1985, т.42, с.667.
7. VII Международный симпозиум по спиновым явлениям в физике высоких энергий, Серпухов, ИФВЭ, 1987.
8. Frankel S., Woloshyn R.M. — Phys.Rev., 1977, c16, p.1680.
9. Зулькарнеев Р.Я. и др. — ЯФ, 1980, т.32, с.889.
10. Ефремов А.В. — ЯФ, 1974, т.24, с.166.
11. Лексин Г.А., Смирнитский А.В. — Письма в ЖЭТФ, 1978, №2, с.97.
12. Басиладзе С.Г., Лохоня Л. Сообщение ОИЯИ 13-11783, Дубна, 1978.
13. Ransome R.D. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1982, v.201, p.315.

Рукопись поступила 12 февраля 1988 года.

О ВОЗМОЖНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СЕЧЕНИЙ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФИЛЬМОВЫХ ДЕТЕКТОРОВ

И.Д.Манджавидзе*, А.Н.Сисакян

Обсуждается постановка чисто электронного эксперимента по изучению топологических сечений σ_n в области $n \gg \bar{n}$. Показано, что калориметрические измерения, отбирающие события, когда энергии рожденных частиц ограничены сверху, позволяют проверить предсказание мультипериферической модели с высокой точностью в области $n > \bar{n}$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

About a Possibility of Experimental Investigation of Topological Cross Sections without Using Film Detectors

I.D.Mandzhavidze, A.N.Sissakian

Testing of the topological cross sections σ_n in $n \gg \bar{n}$ region is discussed for the purely electronic experiment. It is shown that calorimetric measurements, which allow one to select events with energy of produced particles, limited from above, allow the prediction of the multiperipheral model to be checked with a high accuracy in the $n > \bar{n}$ region.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

1. Для адрон-адронных взаимодействий при высоких энергиях наиболее характерное явление — множественное рождение частиц. Однако с запуском ускорителей нового поколения интерес (в первую очередь экспериментаторов) к таким процессам заметно упал, что имеет очевидное объяснение.

Так, в области множественностей $n \sim \bar{n}(s)$, где сечения достигают максимума, при современных энергиях рождается $20 \div 40$ частиц (при $\sqrt{s} = 540$ ГэВ средняя множественность заряженных частиц $\bar{n} = 28,3 \pm 0,2^{1/}$). Чтобы найти σ_n при $n \sim \bar{n}$ примерно с 10% точностью, надо просмотреть $\sim 10^4$ событий.

* Институт геофизики АН ГССР, Тбилиси

Таким образом, суммируя события с множественностью до $3\bar{n}$, надо переписать астрономическое число, $\sim 10^{10}$ треков.

Это показывает, что обработка данных эксперимента, совмещающего триггер (с коэффициентом подавления не меньше чем $10^{5/1.2}$) с фильмовым детектором (например, стримерной камерой), го изучению процессов рождения очень большого числа частиц (когда $n \gg \bar{n}$) требует чрезмерных затрат. Вместе с тем процессы рождения $n \gg \bar{n}$ числа частиц имеют фундаментальное значение, поскольку в таких процессах возбуждается максимально большое, при данной энергии $\sqrt{s}$, число степеней свободы сталкивающихся адронов.

Мы полагаем, что имеет смысл подойти к проблеме экспериментального исследования процессов множественного рождения с иных позиций: так как предполагается исследовать процесс образования системы очень большого числа частиц, так же, как в статистической физике, надо пожертвовать детальностью, с которой фиксируется конечное состояние, что позволит, в частности, отказаться от использования фильмовых детекторов (см. также п.5). Изложению этой идеи посвящена данная статья.

2. Рассмотрим, как иллюстрацию развиваемого подхода, следующую постановку задачи. Пусть на эксперименте отбираются события, в которых энергии рожденных частиц ϵ_i ограничены:

$$\epsilon_i \leq \epsilon_0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

(i нумеруют как заряженные, так и нейтральные частицы), где величина ϵ_0 фиксируется в пределах $m \leq \epsilon_0 \leq E$ и

$$E = \sum_{i=1}^n \epsilon_i. \quad (2)$$

Тогда (1) означает, что

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i \leq \sum_{i=1}^n \epsilon_0 = n\epsilon_0. \quad (3)$$

То есть, с учетом закона сохранения энергии (2), условие (1) приводит к отбору событий с множественностью

$$n \geq \frac{E}{\epsilon_0} = n_{\min}. \quad (4)$$

При такой формулировке эксперимента наблюдаемой величиной будет ($\epsilon_i = \sqrt{k_i^2 + m^2}$)

$$T(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{\min}} \int \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{d^3 k_i}{(2\pi)^3 2\epsilon_i} \theta(\epsilon_0 - \epsilon_i) \right\} \delta(E - \sum_{i=1}^n \epsilon_i) \times \\ \times \delta^{(3)}(k - \sum_{i=1}^n k_i) |A_n|^2, \quad (5)$$

где A_n — амплитуда рождения n частиц. Отметим, что θ -функции в (5) опускать нельзя.

Для наглядности перейдем в (5) к интегрированию по энергиям:

$$T(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{\min}} \int_{\epsilon_0}^{\epsilon_0} \prod_{i=1}^n \frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \delta(E - \sum_{i=1}^n \epsilon_i) \omega_n(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n), \quad (6)$$

где

$$\omega_n(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n) = \int \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{d^3 k_i}{(2\pi)^3} \delta(\epsilon_i - \sqrt{k_i^2 - m^2}) \right\} \delta^{(3)}(k - \sum_{i=1}^n k_i) |A_n|^2 \quad (7)$$

— условная (ненормированная) вероятность рождения n частиц с энергиями $\epsilon_1, \dots, \epsilon_n$.

В $T(\epsilon_0)$ зависимость от ϵ_0 содержится в двух местах: в нижнем пределе суммирования по n и в интервалах по ϵ_i . Очевидно, что так как ω_n — неотрицательные функции, $T(\epsilon_0)$ — растущая функция ϵ_0 . Причем

$$T(\epsilon_0) \leq \sigma_{\text{tot}}. \quad (8)$$

Предположим, что найдутся такие ϵ_0 , что в интервалах по ϵ_i в (6) существенны $\epsilon_i \ll \epsilon_0$. Тогда

$$T(\epsilon_0) \approx \tilde{T}(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{\min}} \int_m^{\infty} \prod_{i=1}^n \frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \delta(E - \sum_{i=1}^n \epsilon_i) \omega_n = \\ = \sum_{n=n_{\min}} \sigma_n. \quad (9)$$

Очевидно, что ошибка в таком определении $T(\epsilon_0)$ равна

$$\Delta T(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{\min}}^{\infty} n \int_{\epsilon_0}^{\infty} \frac{d\epsilon_1}{2\epsilon_1} \int_m \prod_{i=2}^n \frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \delta(E - \sum_{i=1}^n \epsilon_i) \omega_n. \quad (10)$$

То есть, если ввести эксклюзивное дифференциальное сечение $\frac{\partial \sigma_n}{\partial \epsilon}$, то

$$\Delta T(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{\min}}^{\infty} \int_{\epsilon_0}^{\infty} d\epsilon \frac{\partial \sigma_n}{\partial \epsilon} = \bar{n}_{\epsilon_0} \tilde{T}(\epsilon_0), \quad (11)$$

где $\bar{n}_{\epsilon_0}$ -- среднее число частиц с энергиями $\epsilon_1 \geq \epsilon_0$, если рождается $n \geq n_{\min}$ число частиц. Тогда с учетом (11) мы можем считать, что

$$T(\epsilon_0) = \tilde{T}(\epsilon_0) (1 + \bar{n}_{\epsilon_0}). \quad (12)$$

Подчеркнем еще раз, что оценка (12) справедлива, если только $\bar{n}_{\epsilon_0} \ll 1$ для данного ϵ_0 . Здесь мы опираемся на простое кинематическое соображение, что спектр рожденных частиц должен смягчаться с ростом n (качественную картину см. на рис.1). Насколько это предположение справедливо, мы рассмотрим, основываясь на мультипериферической модели, см. п.4.

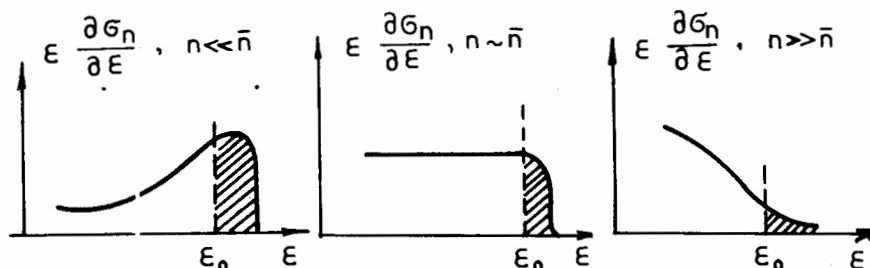


Рис.1

3. Рассмотрим теперь подробнее $\tilde{T}(\epsilon_0)$, которая определена в (9). Так как n -- дискретная величина, в сумму по n очередное σ_n включится с изменением ϵ_0 , когда $\epsilon_0 = \epsilon_n$, где

$$\epsilon_n = E/n. \quad (13)$$

Причем, если ϵ_0 лежит в интервале

$$\epsilon_{n+1} < \epsilon_0 < \epsilon_n, \quad (14)$$

$\tilde{T}$ остается неизменной.

Итак, в интервалах (14) $\tilde{T}$ остается постоянной и на порогах (13) $\tilde{T}$ изменяется скачком на величину σ_n . При этом длина ступеньки

$$\Delta_n = \epsilon_{n-1} - \epsilon_n = \frac{E}{n(n-1)} \quad (15)$$

может быть велика при высоких энергиях. График $\tilde{T}$ показан на рис.2.

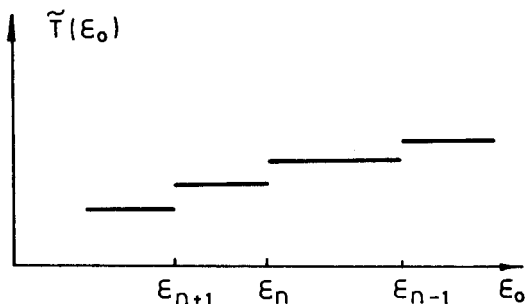


Рис.2

Поскольку высота ступеньки определяется σ_n , то

$$\tilde{T}(\epsilon_n + \frac{1}{2} \Delta_n) - \tilde{T}(\epsilon_n - \frac{1}{2} \Delta_n) = \tilde{\sigma}_n. \quad (16)$$

Найденное по этой формуле сечение $\tilde{\sigma}_n$ совпадает с истинным значением σ_n , если ошибка

$$\Delta\sigma_n = \Delta T(\epsilon_n + \frac{1}{2} \Delta_n) - \Delta T(\epsilon_n - \frac{1}{2} \Delta_n), \quad (17)$$

мала, то есть, если

$$\bar{n}_{\epsilon_0} \ll 1. \quad (18)$$

4. Найдем поправку к $\tilde{\sigma}_n$, используя мультипериферическую модель. В рамках этой модели

$$\tilde{T}(\epsilon_0) = \sum_{n=n_{\min}}^{\infty} g^n \int \prod_{i=1}^n d\eta_i \delta(\xi - \sum_{i=1}^{h+1} \eta_i) = \sum_{n=n_{\min}}^{\infty} \frac{(g\xi)^n}{n!}, \quad (19)$$

($\xi = \ln E$) и, используя (17),

$$\frac{\Delta\sigma_n}{\tilde{\sigma}_n} = n e^{-n \frac{\xi - \ln n}{\xi}} \frac{\text{sh} \frac{n(\xi - 2 \ln n)}{\xi}}{\xi} \approx n^{1 - \frac{n}{\xi}}. \quad (20)$$

Очевидно, что при $n > \xi \gg 1, (\Delta\sigma/\tilde{\sigma}_n) \ll 1$. Таким образом, мультипериферической моделью предсказывается ступенчатая картина, показанная на рис.2.

5. Рассмотренный выше пример имеет очевидное обобщение. Рассмотрим производящий функционал

$$T(z) = \sum_n \int \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\epsilon_i} Z(p_i) \right\} \delta^{(4)}\left(p - \sum_{i=1}^n p_i\right) (A_n)^2, \quad (21)$$

где $P = (E, \vec{k})$ — 4-импульс сталкивающихся частиц и $z(p_i)$ — произвольная функция 4-импульса, $p_i = (\epsilon_i, \vec{k}_i)$ — i -й частицы. Введя функцию $z(p)$, мы можем по нашему усмотрению организовать импульсное распределение частиц в фазовом пространстве.

Предлагаемая идея заключается в том, что класс экспериментально доступных задач по изучению процессов множественного рождения можно существенно расширить, если учесть, что функция $z(p)$ фактически задается триггером экспериментальной установки (выше был рассмотрен пример, когда $z(p_i) = \theta(\epsilon_0 - \epsilon_i)$). Тогда $T(z)$ — такая же измеримая величина, как и "дифференциальные" сечения

$$\sigma_n = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial z^n} T(z = \text{const}) \Big|_{z=0}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial p} = \frac{\delta}{\delta z(p)} T(z) \Big|_{z=1} \quad (22)$$

и т.д., которые традиционно изучаются.

Исследование $T(z)$ имеет то преимущество, что эксперименты по ее изучению поддаются автоматизации, не требуют использования फिल्मовых детекторов. При этом, однако, мы теряем часть информации, доступной для "дифференциальных" характеристик (22), так как $T(z)$ по определению — интегральная величина. Но, как отмечалось выше, так же, как в статистической физике, подобная жертва неизбежна, если мы хотим изучать действительно многочастичные события с $n \gg \bar{n}$.

Рассмотренный выше пример показывает также, что в определенных условиях (малость $\bar{n}_c$) из $T(z)$ можно найти с высокой точностью и "дифференциальные" характеристики. Это обстоятельство демонстрирует эффективность данного подхода.

6. Однако, учитывая естественный экспериментальный разброс, $z(p)$ в (21) невозможно задать с произвольно высокой точностью. Обсудим этот вопрос на разобранном выше примере.

Пусть

- 1) $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ — энергии рожденных частиц,
- 2) ω_n — вероятность рождения n частиц (см. (7)),
- 3) $\epsilon'_1, \epsilon'_2, \dots, \epsilon'_n$ — измеренные энергии частиц,
- 4) $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\epsilon_1 - \epsilon'_1)^2}{2\sigma^2} \right\}$ задает разброс ϵ'_1 в окрестности с дисперсией σ ,

5) ограничения (1) накладываются на измеренные (калориметром) энергии частиц:

$$\epsilon'_1 \leq \epsilon_0. \quad (23)$$

Тогда в эксперименте будет измеряться величина

$$T_\sigma(\epsilon_0) = \sum_n \int \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \frac{d\epsilon'_i}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\epsilon_i - \epsilon'_i)^2}{2\sigma^2}} \theta(\epsilon_0 - \epsilon'_i) \right\} \times \quad (24)$$

$$\times \delta(E - \sum_{i=1}^n \epsilon_i) \omega_n(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n).$$

Отметим, что суммирование ведется по всем n .

Проинтегрировав в (24) по ϵ'_i , получим

$$T_\sigma(\epsilon_0) = \sum_n \int \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{d\epsilon_i}{2\epsilon_i} \Phi_\sigma(\epsilon_i, \epsilon_0) \right\} \times \quad (25)$$

$$\times \delta(E - \sum_{i=1}^n \epsilon_i) \omega_n(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n),$$

где

$$\Phi_\sigma(\epsilon, \epsilon_0) = \int \frac{d\epsilon'}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\epsilon - \epsilon')^2}{2\sigma^2}} \theta(\epsilon_0 - \epsilon') = \quad (26)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{\epsilon_0 - \epsilon}{2\sigma} \right) + 1 \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left(-\frac{\epsilon}{\sqrt{2}\sigma} \right) + 1 \right\},$$

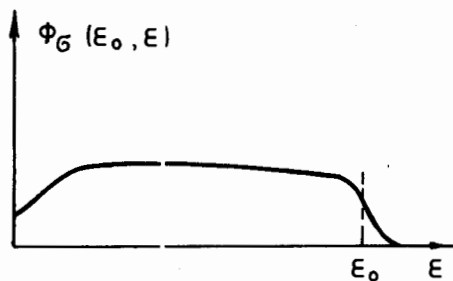


Рис.3

и $\text{erf}(x)$ — функция ошибок ($\text{erf}(\infty) = 1$, $\text{erf}(-x) = -\text{erf}(x)$). График Φ_G показан на рис.3. Мы видим, что гауссовский разброс в измерении энергий рождения частиц приводит к "сглаживанию" θ -функций, в результате чего ступенчатая картина рис.2 будет также сглаживаться.

Если учесть, однако, предсказание мультиперифе-

рической модели, то вышесказанное незначительно повлияет при $n \gg \bar{n}$ на определение границ интегрирования по ϵ_1 . Значительно важнее влияние неточности измерения энергий ϵ_1 на определение $n_{\min}$. Вместе с этим нетрудно заметить (см. вывод неравенства (4)), что определение $n_{\min}$ в значительной мере зависит от точности, с которой выполняется "закон сохранения"

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i' = E. \quad (27)$$

Подробное обсуждение этого вопроса будет дано в последующих публикациях.

В заключение мы благодарим В.Г.Кадышевского, В.А.Матвеева, Л.А.Слепченко, А.Н.Тавхелидзе за полезные советы и обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. UA5 Coll. CERN-EP/85-62, Geneva, 1985.
2. UA5 Coll. CERN-EP/82-179, Geneva, 1982.
UA5 Coll. Phys.Lett., 1983, 121B, p.209.
Rushbrooke J.G. CERN-EP/84-34, Geneva, 1984.

Рукопись поступила 26 февраля 1988 года.

ОБ ЭНТРОПИИ ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ ЛЬДА

В.Б.Приезжев

Энтропия двумерной модели льда вычислена методом диагональной трансфер-матрицы. Для удельной энтропии $S = k \ln W$ получено $W = 27/16$, что превышает известное значение $W = (4/3)^{3/2}$ почти на 10%.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

On Entropy of Two-Dimensional Ice Model

V.B.Priezzhev

The entropy of the two-dimensional ice model has been found by the diagonal-to-diagonal transfer matrix method. The entropy per lattice site is $S = k \ln W$ with $W = 27/16$ what exceeds the known value $W = (4/3)^{3/2}$ by almost 10%.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Энтропия двумерного льда известна с 1967 года, когда Либ работой^{/1/} положил начало исследованиям решеточных моделей методом анзаца Бете. Годом раньше Нейгл^{/2/} подытожил серию работ по приближенному вычислению этой величины. Результаты Либа и Нейгла оказались в замечательном согласии между собой. Для молекулярной свободы W , связанной с удельной энтропией S соотношением $S = k \ln W$, Нейгл привел оценку

$$W = 1,540 \pm 0,001, \quad (1)$$

а Либ для периодических граничных условий нашел точное значение

$$W = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{2}} = 1,5396... \quad (2)$$

В первом же обзоре точных результатов в двумерных ферро-электрических моделях^{/3/} была сформулирована проблема эквивалентности периодических и свободных граничных условий. Решение этой проблемы не получено до сих пор, как не найдено точного решения 6-вершинной модели для произвольных граничных условий.

Вопрос о граничных условиях можно поставить и по-другому: эквивалентны ли периодические условия в различных направлениях решетки? Обычно метод трансфер-матрицы и анзац Бете применяются для решеток, свернутых в цилиндр вдоль одного из основных векторов решетки. Ниже будет показано, что для квадратной решетки, свернутой в цилиндр вдоль диагонали квадрата,

$$W = \frac{27}{16} = 1,6875, \quad (3)$$

что почти на 10% превышает значение W для обычных граничных условий.

Темперли и Либ^{/4/} первыми предложили рассматривать решетку, повернутую на $\pi/4$ относительно координатных осей. В работе^{/5/} трансфер-матрица между диагоналями использовалась для решения 20-вершинной модели на треугольной решетке, параметризованной тремя весовыми множителями. Келланд^{/5/} обобщил это решение на случай 10 параметров. Общая 20-вершинная модель содержит в себе 6-вершинную модель на квадратной решетке, но введенные в^{/3/} и^{/5/} ограничения не позволяют выделить явное решение для этого частного случая. Тем не менее при построении трансфер-матрицы для интересующей нас задачи можно воспользоваться рецептами, изложенными в^{/3/} и^{/5/}.

Рассмотрим квадратную решетку из M строк, каждая из которых содержит N вершин. Между соседними строками имеется $2N$ связей, которые перенумерованы так, как показано на рис.1.

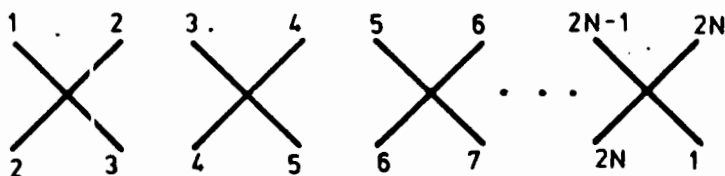


Рис.1

Каждая связь снабжена стрелкой, направленной в одном из двух возможных направлений. Шесть состояний узла в модели льда изображены на рис.2.

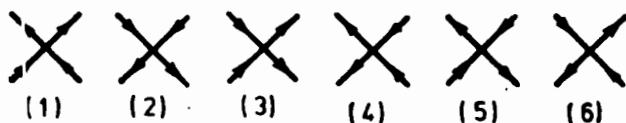


Рис.2

Все состояния имеют одинаковый вес, который полагается равным единице. Общее число конфигураций модели равно

$$Z = \text{Tr}(T^M), \quad (4)$$

где T — трансфер-матрица, связывающая состояния нижних и верхних связей одной строки. Обозначая через $\Lambda(N)$ максимальное собственное значение T в пределе $M \rightarrow \infty$, имеем

$$Z = \Lambda(N)^M, \quad (5)$$

и, следовательно,

$$W = \lim_{N \rightarrow \infty} \lim_{M \rightarrow \infty} Z^{\frac{1}{MN}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \Lambda(N)^{\frac{1}{N}}. \quad (6)$$

Число стрелок, направленных вниз, одинаково для всех строк. Пусть $f(x_1, \dots, x_n)$ — амплитуда собственного вектора для конфигурации стрелок на нижних связях одной строки. Связи с номерами $x_1, x_2, \dots, x_n$ содержат стрелки, направленные вниз. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} x'_i &= x_i - 1, \text{ если } x_i \text{ четно,} \\ &= x_i - 2, \text{ если } x_i \text{ нечетно.} \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнение на собственные значения имеет вид

$$\Lambda_n f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{y_1=x'_1}^{x'_1+1} \dots \sum_{y_n=x'_n}^{x'_n+1} f(y_1, \dots, y_n). \quad (8)$$

Знак $(*)$ означает, что суммирование проводится только по тем наборам $\{y_1, \dots, y_n\}$, в которых все y_i , $1 \leq i \leq n$, различны. Анзац Бете запишем в форме

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_P a(P) \exp \left[i \sum_{j=1}^n k_{P(j)} x_j \right], \quad (9)$$

где суммирование проводится по всем перестановкам чисел $1, 2, \dots, n$, n — четно. Для двух произвольных перестановок $P = \dots p, q, \dots$ и $Q = \dots q, p, \dots$ потребуем выполнения равенства

$$a(P) = B(p, q)a(Q), \quad (10)$$

где

$$B(p, q) = - \frac{1 + e^{2i(p+q)} - 2\Delta e^{2ip}}{1 + e^{2i(p+q)} - 2\Delta e^{2iq}}. \quad (11)$$

Система уравнений для волновых векторов $k_1, \dots, k_n$ получается из условия периодичности

$$f(x_1, \dots, x_{n-1}, 2N+1) = f(1, x_1, \dots, x_{n-1}) \quad (12)$$

и имеет вид

$$e^{2ik_j N} = - \prod_{i=1}^n B(k_j, k_i). \quad (13)$$

При $\Delta = -1/2$ условия (10) ÷ (13) дают собственные значения уравнения (8):

$$\Lambda_n = \prod_{j=1}^n (e^{-2ik_j} + 1). \quad (14)$$

Заметим теперь, что после замены $\bar{k}_j = 2k_j$ выражения (11) и (13) приводятся к стандартному виду для модели льда с периодическими условиями вдоль стороны квадрата. Разница заключается в знаке Δ . Стандартные граничные условия в модели льда дают $\Delta = 1/2$. В нашем случае $\Delta = -1/2$. Для того чтобы различать плотности волновых векторов в первом и втором случаях, обозначим их соответственно $\rho_+(k)$ и $\rho_-(k)$. Функции $\rho_+(k)$ и $\rho_-(k)$ четны, что следует из известного свойства волновых векторов /6/:

$$\bar{k}_i = -\bar{k}_{n-i+1}. \quad (15)$$

Это свойство позволяет переписать выражение для собственных значений в виде

$$\Lambda_n = \prod_{j=1}^n 2 \cos k_j. \quad (16)$$

Второе отличие, вызванное изменением граничных условий — это значение n , при котором Λ_n достигает максимума. Стандартные граничные условия дают $n = N/2$. Очевидно, что при повороте

решетки на $\pi/4$ ровно половина стрелок на нижних связях каждой строки оказывается направленной вниз, так что $n = N$. Это удвоение числа волновых векторов соответствует тому, что для каждого вектора k_j из набора, являющегося решением системы уравнений (13), существует вектор $k_j + \pi$, также являющийся решением этой системы. Учитывая эти замечания, запишем выражение для максимального собственного значения $\Lambda(N)$ в виде

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \Lambda(N) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \Lambda_N = 2 \int_{-Q}^Q \ln \left(2 \cos \frac{\bar{k}}{2} \right) \rho_-(\bar{k}) d\bar{k}, \quad (17)$$

где $Q = 2\pi/3$, что следует из определений $Q = \pi - \mu$ и $\cos \mu = -\Lambda^{1/3}$. Сравним полученный результат с решением Либа^{1'}:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \Lambda(N) = -\frac{1}{2} \int_{-Q/2}^{Q/2} \ln 2(1 - \cos k) \rho_+(k) dk. \quad (18)$$

Если бы вместо 6-вершинной модели мы рассматривали 5-вершинную модель с запрещенными вершинами типа (2) на рис.2, то вместо (17) мы получили бы выражение

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \tilde{\Lambda}(N) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \ln(2 \cos k) dk, \quad (19)$$

а вместо (18)

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \tilde{\Lambda}(N) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \ln 2(1 - \cos k) dk \quad (20)$$

или, после элементарных преобразований,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \tilde{\Lambda}(N) = -\frac{1}{\pi} \int_{\pi/3}^{\pi - \pi/3} \ln |2 \cos k| dk. \quad (21)$$

Тождественность граничных условий в случае 5-вершинной модели следует из простого равенства

$$\int_0^{\pi} \ln |2 \cos k| dk = 0. \quad (22)$$

Нетрудно проверить, что 5-вершинная модель принадлежит к классу "свободных фермионов" (см. /7/, где дана классификация решеточных моделей). Таким образом, можно считать, что совпадение равенств (19) и (21) является следствием эквидистантности волновых векторов свободных фермионов, при которой $\rho(k) = \text{const}$ во всей области определения. Взаимодействие между фермионами приводит к искажению функции распределения $\rho(k)$, и тождественность граничных условий нарушается.

Переходя в (17) к новым переменным a с помощью соотношения

$$e^{ik} = \frac{e^{i\mu} - e^a}{e^{i\mu+a} - 1} \quad (23)$$

и используя известное решение /3/ для $\rho_-(k)$, получим

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \Lambda(N) &= \frac{3}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} da \frac{1}{\cosh \frac{3a}{2}} \ln \left(\frac{2 \cosh a + 2}{2 \cosh a - 1} \right) = \\ &= \frac{3}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^6 - 1} \ln \left[\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^4 - x^2 + 1} \right] dx = 3 \ln 3 - 4 \ln 2. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя полученное выражение в (6), находим окончательный результат (3).

Обнаруженная зависимость энтропии от граничных условий в модели льда, вообще говоря, не является неожиданностью. Сохранение числа стрелок в определенном направлении отражает существование дальнедействующих корреляций, которые могут вызвать изменение термодинамических величин при изменении граничных условий. Но тогда возникает вопрос, почему метод рядов, не зависящий от граничных условий, дает результат, связанный с определенными граничными условиями? Возможный ответ состоит в следующем. При оценке точности метода в работе /2/ было сделано простое предположение относительно поведения остатка ряда: для отношения двух последовательных членов ряда ϕ_{n+2} и ϕ_n как функции $(1/n)$ при $n \rightarrow \infty$ был выбран линейный закон. Это предположение было основано на данных, полученных из метода трансфер-матрицы для решеток конечной ширины ($N \leq 7$). Но при этом рассматривались те же граничные условия, что и в /1/. Возможно, что рассмотренные нами граничные условия соответствуют сингулярному поведению отношения ϕ_{n+2}/ϕ_n . В таком случае вычисление W требует значительного увеличения длины ряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lieb E.H. — Phys.Rev.Lett., 1967, 18, p.692.
2. Nagle J.F. — J.Math.Phys., 1966, 7, p. 1484.
3. Lieb E.H. and Wu F.Y. In: "Phase Transitions and Critical Phenomena", vol.1, ed. by Domb and Green, Academic Press, London, New York, 1972.
4. Temperley H.N.V., Lieb E.H. — Proc.Roy.Soc. (London), 1971, A322, p.251.
5. Kelland S.B. — Aust.J.Phys., 1974, 27, p.813.
6. Yang C.N., Yang C.P. — Phys.Rev., 1966, 150, p.321.
7. Fan C., Wu F.Y. — Phys.Rev.B, 1970, 2, p.723.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 февраля 1988 года.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СВЕРХПРОВОДНИКА $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$

С.А.Коренев, Д.Валентович, В.И.Лушиков

Обсуждается метод стабилизации поверхности высокотемпературного сверхпроводника $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ путем оплавления его поверхности импульсным высокопоточным электронным пучком и приводятся первые экспериментальные результаты. В экспериментах использовался электронный пучок с параметрами: плотность тока $12,5 \div 65 \text{ А/см}^2$, кинетическая энергия электронов $70 \div 200 \text{ кэВ}$, длительность импульса тока пучка $\sim 300 \text{ нс}$. Облучения проводились в вакуумных условиях при давлении остаточного газа $P \sim 10^{-3} \text{ Па}$. Экспериментально показано, что в течение 50 суток после облучения на поверхности керамики $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ отсутствует диэлектрическая пленка, а сверхпроводящие характеристики образца не ухудшаются.

Работа выполнена в Общественном научно-методическом отделении ОИЯИ.

The Stabilization of High-Temperature Superconductor $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ Surface

S.A.Korenov, D.Valentovic, V.I.Lushchikov

A technique is suggested for stabilization of a high-temperature superconductor $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ surface by means of a high-current pulsed electron beam ($J = 12,5 \div 65 \text{ А/см}^2$, $E = 70\text{-}200 \text{ кэВ}$, $t = 300 \text{ нс}$, $P = 0,001 \text{ Па}$). The quality of the remelted surface film is characterized and first experimental results are discussed. It is shown that within 50 days after the electron beam processing, no dielectric film was developed at the superconductor surface and superconductor characteristics did not change.

The investigation has been performed at the Scientific-Methodical Division, JINR.

Высокотемпературная сверхпроводящая керамика на основе структуры иттрий — барий — медь — кислород широко исследуется во многих лабораториях мира^{/1/}. При этом достигнут определенный прогресс в методике получения стабильных сверхпроводящих керамических образцов. Необходимо отметить, что в атмосферных условиях на поверхности этой керамики возникает диэлектрическая пленка, природа которой, по всей видимо-

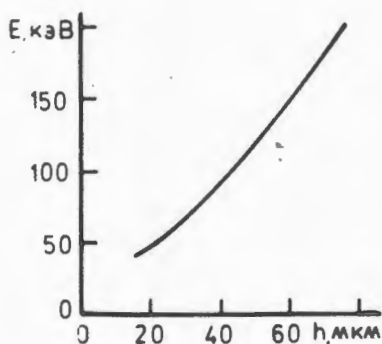


Рис.1. Зависимость глубины пробега электронов h от кинетической энергии E в образце из $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$.

сти, связана с гидроокислами^{/2/}. Наличие этой пленки затрудняет стабилизацию поверхности сверхпроводящей керамики. В данной работе предлагается метод стабилизации поверхности высокотемпературной сверхпроводящей керамики $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$

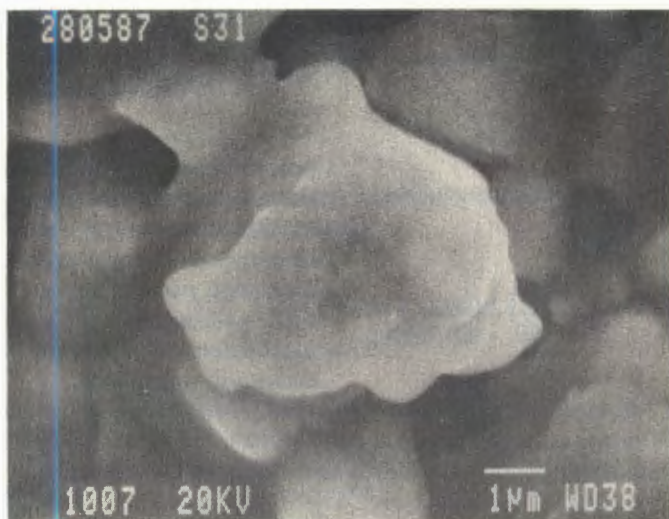
путем оплавления ее поверхности импульсным электронным пучком и приводятся первые результаты его применения.

Анализ экспериментов по модификации поверхности различных материалов показывает, что термообработка импульсными концентрированными потоками энергии (лазерное излучение и электронные пучки) приводит к формированию защитных слоев на поверхности материалов^{/3/}.

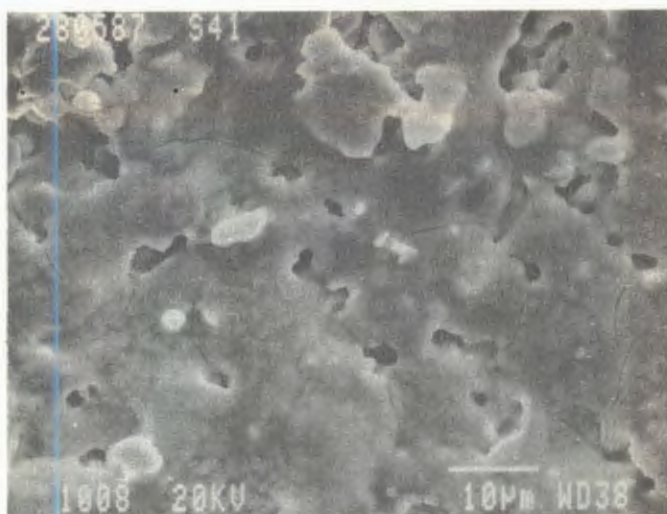
Согласно^{/3/} при использовании в этом случае электронного пучка необходимо, чтобы плотность мощности пучка электронов превышала 10^6 Вт/см², а скорость охлаждения расплава превышала 10^5 К/с. Анализ тепловой модели воздействия наносекундного пучка электронов на материалы^{/4/} показывает, что для рассматриваемой керамики процесс теплового воздействия носит адиабатический характер. С учетом приближенных



Рис.2а. Фотография поверхности сверхпроводника $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ до облучения.



6



В

Рис.26,в. Фотография поверхности сверхпроводника $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ после облучения пучком электронов с кинетической энергией 200 кэВ и плотностью тока 50 А/см².

теплофизических характеристик керамики тепловая постоянная времени составляет $\sim 10^{-4}$ с. Таким образом, при воздействии импульсного пучка электронов на поверхность сверхпроводника $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ в принципе возможно создание на глубине пробега электронов (рис.1) модифицированного слоя.

Эксперименты по модификации поверхности керамики проводились на установке для генерации электронных пучков [5].

Облучаемый образец устанавливался за анодом в вакуумной камере, в которой давление остаточного газа составляло $\sim 10^{-3}$ Па. Образцы керамики были приготовлены в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ и представляли собой пластинки толщиной 1 мм и размерами 5x25 мм. Перед облучением образцы подвергались механической обработке для устранения диэлектрической пленки.

На рис.2 представлены фотографии поверхности сверхпроводника $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ до облучения (рис.2а) и после облучения (рис.2б,в). Видна зона поверхностного переплава на рис.2в. По оценкам температура на поверхности керамики составляет $\sim 1500 \div 2000^\circ$ С при воздействии на поверхность электронного пучка с указанными выше параметрами. Фотографирование зоны проплава с торца образца на растровом микроскопе показало, что ее глубина составляет $50 \div 60$ мкм при кинетической энергии электронов 200 кэВ, что согласуется с рис.1.

Измерения сопротивления R по длине образца Y , проводимые по схеме, приведенной на рис.3, показывают (рис.4), что в облученной зоне отсутствует диэлектрическая пленка. Такие измерения проводились непосредственно после облучения,

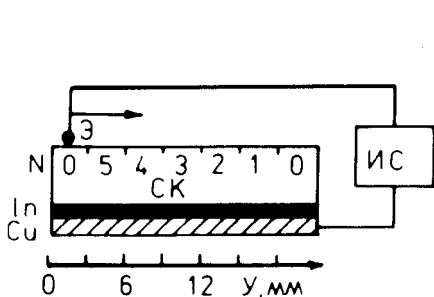


Рис.3. Схема измерения сопротивления по длине образца. СК – сверхпроводящая керамика, ИС – измеритель сопротивления, Э – электрод, N – число импульсов воздействия пучка по длине образца, In – слой индия, Cu – медный электрод.

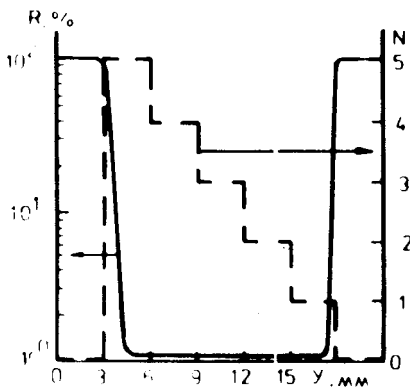


Рис.4. Изменение сопротивления R по длине образца Y в зависимости от числа импульсов воздействия пучка электронов N по длине образца (гистограмма).

а также спустя 50 суток. Характер изменения R остался прежним. Качественное наличие диэлектрической пленки определялось измерением емкостной проводимости образца. После облучения электронным пучком при наличии переплавленного слоя на поверхности керамики ее проводимость является омической. Характеристики R керамики с переплавленным слоем не зависят от числа импульсов воздействия пучка электронов, см. рис.4 (гистограмма указывает число облучений по длине образца). Аналогичный результат получен в работе /6/, в которой показано, что свойства переплавленного слоя Nb_3Ge не зависят от числа облучений. Видимо, целесообразно проведение однократного облучения керамики для получения защитного слоя.

Использование предложенного в работе метода стабилизации поверхности сверхпроводника $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$ импульсным электронным пучком открывает новые возможности в исследовании высокотемпературной сверхпроводимости.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность О.Л.Ореловичу, В.А.Алтынову, С.В.Костюченко за помощь в работе, Б.В.Васильеву за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bednorz J.G., Muller K.A. — Z.Phys., 1986, v.B64, p.189.
2. Somekh H.E. et al. — Nature, 1987, v.326, p.857.
3. Крапошин В.С. Итоги науки и техники. Металловедение и термическая обработка. М.: ВИНТИ, 1987, том 21, с.144.
4. Francis M. et al. — J.Appl.Phys., 1967, v.38, N2, p.627.
5. Коренев С.А. ОИЯИ 9-87-313, Дубна, 1987.
6. Вавра И. Коренев С.А. ОИЯИ, P13-86-860, Дубна, 1986.

Рукопись поступила 15 февраля 1988 года.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИЗОТОПНОГО ЗАМЕЩЕНИЯ МЕДИ НА КРИТИЧЕСКУЮ ТЕМПЕРАТУРУ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ КЕРАМИКИ $Y_1 Ba_2 Cu_3 O_7$

Б.В.Васильев, В.И.Лушиков, В.В.Сиколенко *

Не обнаружено влияния замещения изотопов ^{63}Cu и ^{65}Cu на критическую температуру высокотемпературного сверхпроводника $Y_1 Ba_2 Cu_3 O_7$, измеренную по спаду электрического сопротивления. Отсутствие изотопического эффекта на меди наряду с его отсутствием на других элементах трактуется в пользу нефононного механизма высокотемпературной сверхпроводимости.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Search for Copper Isotope Effect in $Y_1 Ba_2 Cu_3 O_7$

B.V.Vasiliev, V.I.Lushchikov, V.V.Sikolenko

An isotope effect has been searched for in high- T_c superconductor $Y_1 Ba_2 Cu_3 O_7$ through substitution of ^{63}Cu for ^{65}Cu . No shift in the superconducting transition temperature is observed by electrical resistivity measurement.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

После открытия высокотемпературной сверхпроводимости важнейшим стал вопрос о механизме ее возникновения. "Обычная" низкотемпературная сверхпроводимость осуществляется электронными парами, создающимися за счет обмена фононами. К настоящему моменту экспериментально установлено¹, что высокотемпературная сверхпроводимость также возникает за счет создания электронных пар. Не установлен конкретный механизм их рождения. В обычных сверхпроводниках критическая температура T_c почти всегда зависит от фононной частоты, а значит, от массы ионов решетки. Согласно стандартной теории БКШ

$$T_c \sim M^{-\alpha}, \quad (1)$$

*

Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова

где M — масса ионов решетки и $\alpha = 1/2$. Экспериментально изотопический эффект, изученный для широкого класса сверхпроводящих материалов, дает обычно α от 0,2 до 0,5.

Для высокотемпературного сверхпроводника $Y_1Ba_2Cu_3O_7$ изотопический эффект, по-видимому, интересно исследовать на всех элементах, кроме иттрия: его замена на большинство редкоземельных элементов мало сказывается на критической температуре^{/2/}. Наибольший изотопический эффект можно ожидать, естественно, на кислороде. Однако, согласно работе^{/3/}, замена ^{16}O на ^{18}O не приводит к заметному эффекту: $\alpha = 0,0 \pm 0,27$. В работе^{/4/} почти полностью обратимо замена ^{16}O на ^{18}O вела к снижению критической температуры на 0,3-0,5 K, что примерно на порядок меньше оценки по формуле (1) для $\alpha = 0,5$.

Параллельное исследование рамановских спектров на образцах этой керамики показало^{/5/}, что 75% изотопное замещение кислорода ведет к 4% изменению фоновой частоты, но лишь к 0,2% сдвигу T_c . В более поздней работе^{/6/} описана замена кислорода на серу и получение монофазных образцов $Y_1Ba_2Cu_3O_8S_1$. Такая замена тоже не привела к заметному сдвигу T_c , что, по-видимому, можно трактовать как аргумент в пользу отсутствия зависимости T_c от массы кислорода.

В связи с этим возникает вопрос: может быть, колебания других ионов могут влиять на критическую температуру?

Проведенные нами измерения на изотопах ^{63}Cu и ^{65}Cu показали отсутствие сдвига T_c .

Для нашего эксперимента образцы готовились следующим образом. Сначала из тщательно перетертых порошков Y_2O_3 , BaO_2 и изотопической окиси меди под давлением примерно 10 кбар прессовались таблетки 25x7x1 мм. Затем эти таблетки спекались при температуре 950°C в течение трех часов на воздухе. После чего следовало медленное охлаждение со скоростью порядка градуса в минуту. При этом для приготовления одного образца использовалась окись меди, содержащая 99,7% изотопа ^{63}Cu , а для другого — 99,0% изотопа ^{65}Cu . Особое внимание обращалось на возможную тождественность всех условий приготовления для обоих образцов. Температурная зависимость сопротивления измерялась четырехконтактным способом. Причем измерения проводились параллельно на обоих образцах, помещавшихся в термостат, температура в котором изменялась достаточно медленно, так что не было различимой разницы между результатами измерений при нагреве и охлаждении. Оба образца имели в нормальном состоянии с точностью примерно до 1% равные удельные сопротивления (несколько мОм·см), изменявшиеся с температурой по металлическому закону. Падение сопротивления вблизи T_c происходило довольно резко — от уровня 90% до 10% измене-

ние укладывалось в интервал примерно 1К. Для образцов было получено:

$$\Delta T_c = T_c(^{63}\text{Cu}) - T_c(^{65}\text{Cu}) = 0,2\text{ К.} \quad (2)$$

После измерений образцы были вновь измельчены в порошок, спрессованы в таблетки и отожжены, как и ранее. Измерения сопротивления полученных таким образом таблеток показали, что переход в них примерно в два раза растянулся, а также изменился знак температурного сдвига:

$$\Delta T_c = T_c(^{63}\text{Cu}) - T_c(^{65}\text{Cu}) = -0,1\text{ К.} \quad (3)$$

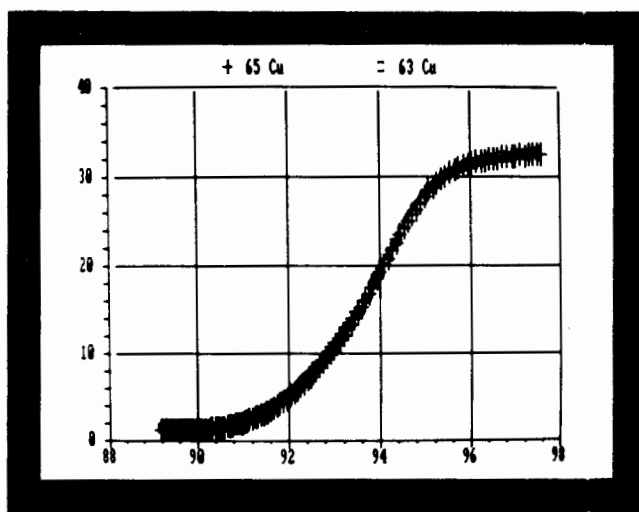
Последующее измельчение образцов, прессовка и отжиг привели к растяжению области перехода примерно до 3 К, причем в этом случае с точностью порядка 10^{-2} К

$$\Delta T_c = 0 \quad (4)$$

(см. рисунок). Это значит, что в среднем по трем измерениям

$$\alpha = 0,01 \pm 0,03. \quad (5)$$

Контрольные измерения на парах образцов с естественной медью также показали разброс ΔT_c в интервале $0,1 \div 0,2$ К.



Следует отметить, что в последнее время стал известен другой результат исследований изотопического эффекта на меди, а также на барии^{1,7}. Авторы этой работы показали, что замена изотопов меди дает $\Delta T_c = T_c(^{63}\text{Cu}) - T_c(^{65}\text{Cu}) = -0,2 \text{ K}$, в то время как для бария $\Delta T_c = T_c(^{135}\text{Ba}) - T_c(^{138}\text{Ba}) = -0,1 \text{ K}$.

Таким образом, все имеющиеся к настоящему времени экспериментальные данные говорят о том, что, скорее всего, изотопический эффект в керамике $\text{Y}_1\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ полностью отсутствует или, по крайней мере, много меньше предсказываемого стандартным фононным механизмом, а наблюдаемые небольшие сдвиги критической температуры носят случайный характер и связаны с невоспроизводимыми различиями в приготовлении образцов. Это означает, что высокотемпературная сверхпроводимость, возможно, возникает за счет нефононного механизма спаривания электронов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yamashita T. et al. — Japan.Journ.of Appl.Phys., 1987, v.26, No.5, L635.
2. Yamada M. et al. — Japan.Journ. of Appl.Phys., 1987, v.26, Suppl. 26-3, 1035.
3. Bourne L.C. et al. — Phys.Rev.Lett., 1987, v.58, No.22, p.2337-39.
4. Leary K.J. et al. — Phys.Rev.Lett., 1987, v.59, No.11, p.1236-39.
5. Batlogg B. et al. — Phys.Rev.Lett., 1987, v.58, No.22, p.2333-36.
6. Felner-I. et al. — Phys.Rev.B., 1987, v.36, No.7, p.3923-25.
7. Bourne L.C. et al. — Phys.Rev.B., 1987, v.36, No.1, p.3990-3993.

Рукопись поступила 20 января 1988 года.

ПОЛЯРИТОННАЯ ТЕОРИЯ РЕЗОНАНСНОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ В КУБИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ С ПРЯМОЙ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНОЙ

Рассеяние фононами

Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Хонг Куанг, Нгуен Аи Вьет

Изучается резонансное комбинационное рассеяние света фононами в кубических полупроводниках с прямой запрещенной зоной. Учитываются внутренняя структура и свойства симметрии экситонных поляритонов, которые приводят к определенным предсказаниям по поляризационным эффектам.

Работа выполнена в Институте теоретической физики, Ханой, СРВ.

Polariton Theory of Resonant Raman Scattering in Direct Band Gap Cubic Semiconductors. Scattering by Phonon

Nguyen Van Hieu, Nguyen Hong Quang, Nguyen Ai Viet

Resonant Raman scattering of light by phonons in direct band gap cubic semiconductors is studied. The intrinsic structure and the symmetry properties of the excitonic polaritons are taken into account. As their consequences some relations for the polarization effects are predicted.

The investigation has been performed at the Institute of Theoretical Physics, Hanoi, Vietnam.

Сечения комбинационного рассеяния (КР) света всегда содержат богатую информацию об элементарных возбуждениях в конденсированной среде и их взаимодействиях^{1/}. В настоящей работе излагается микроскопическая теория резонансного КР Мандельштама — Бриллюэна в кубических полупроводниках с прямой запрещенной зоной и четырехкратно вырожденной верхней валентной зоной, причем учитываются и реальная структура энергетических зон кристалла, и поляризация света. Достаточно рассматривать лишь экситоны в состоянии $1S$ с пространственной волновой функцией относительного движения электрона и дырки $\phi_{1S}(\vec{r})$. Тогда энергетический спектр экситонных поляритонов имеет три ветви — трехзонные экситонные поляритоны (ТЗЭП), обозначаемые $\pi_{\nu\sigma}(k)$, где k — импульс по-

ляритона, $\sigma = \pm 1$ — его спиральность (проекция спина на направление импульса), а $\nu = 1, 2, 3$ — индекс ветвей.

Рассмотрим процессы рассеяния

$$\pi_{\nu\sigma}(\bar{k}) \rightarrow \pi_{\nu'\sigma'}(\bar{k}') + \phi(\bar{q}),$$

где $\phi(\bar{q})$ обозначает фонон с импульсом $\bar{q}$. Будем пользоваться обозначениями предыдущей статьи^{/2/}, в которой были получены явные выражения операторов рождения ТЗЭП. Принимаем следующий известный эффективный гамильтониан взаимодействия электронов и дырок с фононами:

$$H_{e\phi} = \frac{1}{\sqrt{2\rho u_a}} \sum_{\bar{p}, \bar{q}} \{ [C_e \sum_s e_s^+(\bar{p} + \bar{q}) e_s(\bar{p}) + \\ + C_h \sum_s h_s^+(\bar{p} + \bar{q}) h_s(\bar{p})] \phi(\bar{q}) + \text{h.c.} \}, \quad (1)$$

где ρ — плотность кристалла, u_a — скорость звуковой волны в кристалле, $\phi(\bar{q})$ — оператор уничтожения фонона, C_e и C_h — константы деформационного потенциала в зоне проводимости и валентной зоне соответственно. Посредством стандартных вычислений^{/3, 4/} можно получить следующее выражение амплитуды данного процесса:

$$R_{\nu\nu'}^{\sigma\sigma'}(\bar{k}, \bar{k}') = \frac{4}{3} \left(\frac{g}{\phi_{1S}(0)} \right)^2 m_r^2 a_{Ex}^2 u_{\nu'}(k') u_{\nu}(k) (1 \pm \cos \theta) T^I(b, b') + \\ + \frac{1}{2} \frac{g}{\phi_{1S}(0)} m_r a_{Ex}^{1/2} \{ v_{\nu'H}(k') + \frac{1}{3} v_{\nu'L}(k') \} u_{\nu}(k) (1 \pm \cos \theta) T^{II}(b) + \\ + \frac{1}{2} \frac{g}{\phi_{1S}(0)} m_r a_{Ex}^{1/2} u_{\nu'}(k') \{ v_{\nu H}(k) + \frac{1}{3} v_{\nu L}(k) \} (1 \pm \cos \theta) T^{II}(b') + \\ + \frac{1}{4} \{ v_{\nu'H}(k') v_{\nu H}(k) (1 \pm \cos \theta)^2 + [v_{\nu'H}(k') v_{\nu L}(k) + v_{\nu'L}(k') v_{\nu H}(k)] \times \\ \times \sin^2 \theta + \frac{1}{3} v_{\nu'L}(k') v_{\nu L}(k) (\cos \theta \pm 1) (3 \cos \theta \mp 1) \} T^{III},$$

где верхний знак соответствует случаю $\sigma = \sigma'$, а нижний знак — случаю $\sigma = -\sigma'$. Формулы, определяющие величины $T^I(b, b')$, $T^{II}(b)$, T^{III} , даны в приложении.

Обозначим через V_{ν} и $V_{\nu'}$ групповые скорости начального и конечного поляритонов, например

$$V_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} u_{\nu}(k)^2 + \frac{k}{m_H} v_{\nu H}(k)^2 + \frac{1}{3} \frac{k}{m_L} v_{\nu L}(k)^2, \quad (3)$$

а T_i и T_f — коэффициенты прохождения падающего и рассеивающего фотонов через границы раздела полупроводника и вакуума. Дифференциальное сечение рассеяния пропорционально выражению

$$W_{\nu\nu'}^{\sigma\sigma'}(\theta) = T_i T_f \frac{k'^2}{V_{\nu} V_{\nu'}} |R_{\nu\nu'}^{\sigma\sigma'}(\bar{k}, \bar{k}')|^2. \quad (4)$$

Поскольку T_i и T_f неизвестны, то желательно рассмотреть соотношения между сечениями, не зависящие от этих коэффициентов.

В качестве первого примера рассмотрим процесс КР фотонов с различными поляризациями при одних и тех же импульсах. Мы имеем

$$\frac{W_{\nu\nu'}^{++}(\theta)}{W_{\nu\nu'}^{+-}(\theta)} = \left| \frac{R_{\nu\nu'}^{++}(\bar{k}, \bar{k}')}{R_{\nu\nu'}^{+-}(\bar{k}, \bar{k}')} \right|^2. \quad (5)$$

Правую часть последнего соотношения можно вычислить численно и сравнить с опытом. В области резонанса, когда $u_{\nu}(k)$ пренебрежимо малы, это соотношение существенно упрощается:

$$\frac{W_{\nu\nu'}^{++}(\theta)}{W_{\nu\nu'}^{+-}(\theta)} = \frac{U_{\nu\nu'}^{(+)}(\theta)}{U_{\nu\nu'}^{(-)}(\theta)}, \quad (6)$$

$$U_{\nu\nu'}^{(\pm)}(\theta) = [v_{\nu H}(k') v_{\nu H}(k)(1 \pm \cos \theta)^2 + [v_{\nu H}(k') v_{\nu L}(k) + v_{\nu L}(k') v_{\nu H}(k)] \sin^2 \theta + \frac{1}{3} v_{\nu L}(k') v_{\nu L}(k) (\cos \theta \pm 1) (3 \cos \theta \mp 1)]^2. \quad (7)$$

Допустим, что направление падающего света совпадает с нормалью к поверхности раздела полупроводник — вакуум. Тогда при двух углах рассеяния θ и $\pi - \theta$ коэффициент T_f имеет одно и то же значение, и мы получим следующее свойство симметрии:

$$W_{\nu\nu'}^{+-}(\pi - \theta) = W_{\nu\nu'}^{++}(\theta). \quad (8)$$

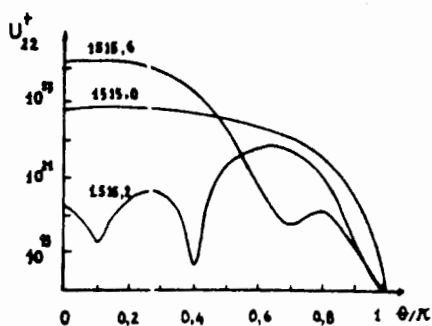


Рис.1

Приведем, наконец, некоторые численные расчеты в случае Ga As с физическими параметрами:

$m_e = 0,066 m_0$, $m_H = 0,8 m_0$,
 $m_L = 0,183 m_0$, $\epsilon_0 = 12,6$,
 $g = 8,5$ мэВ, $E_g = 1515$ мэВ.
 На рис.1-5 изображены кривые углового распределения при различных значениях энергии падающего фотона (в произвольных единицах сечения).

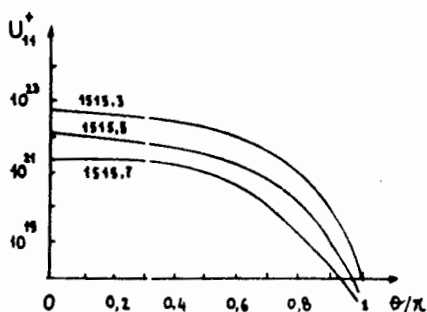


Рис.2

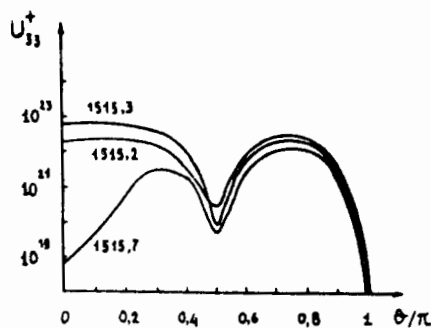


Рис.3

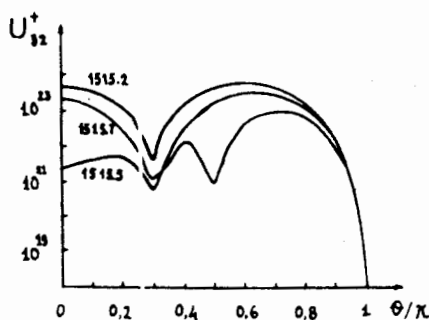


Рис.4

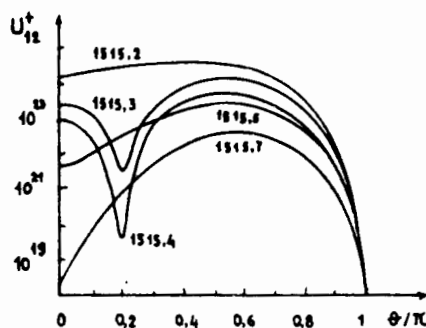


Рис.5

$$T^I(b, b') = \sum_{i=1}^4 T_1^I(b, b'), \quad T^{II}(b) = T_1^{II}(b) + T_2^{II}(b),$$

$$T_1^I(b, b') = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{x^2 + b} \left[\frac{C_e}{\beta \ell} \ln \frac{x + \beta \ell + b'}{x - \beta \ell + b'} - \frac{C_h}{a \ell} \ln \frac{x + a \ell + b'}{x - a \ell + b'} \right] +$$

$$+ \frac{1}{x^2 + b'} \left[\frac{C_e}{\beta \ell} \ln \frac{x + \beta \ell + b}{x - \beta \ell + b} - \frac{C_h}{a \ell} \ln \frac{x + a \ell + b}{x - a \ell + b} \right] dx.$$

$$T_2^I(b, b') = \frac{2}{\pi^2} \sum_{n \geq 2} \frac{1}{b - \frac{1}{n^2}} \int_0^1 \frac{1}{(n^2 x^2 + 1)^2} C_{n-1}^1 \left(\frac{n^2 x^2 - 1}{n^2 x^2 + 1} \right) \times$$

$$\times \left[\frac{C_e}{\beta \ell} \ln \frac{x + \beta \ell + b'}{x - \beta \ell + b'} - \frac{C_h}{a \ell} \ln \frac{x + a \ell + b'}{x - a \ell + b'} \right] x dx,$$

$$T_3^I(b, b') = T_2^I(b', b),$$

$$T_4^I(b, b') = \frac{8}{\pi} \sum_{n, n' \geq 2} \frac{(nn')^{-3}}{(b - \frac{1}{n^2})(b' - \frac{1}{n'^2})} \times$$

$$\times \int_0^1 e^{-(\frac{1}{n} + \frac{1}{n'})x} F(-n+1, 2, \frac{2x}{n}) F'(-n'+1, 2, \frac{2x}{n'}) \times$$

$$\times \left[\frac{C_e}{\beta \ell} \sin \beta \ell x - \frac{C_h}{a \ell} \sin a \ell x \right] x dx,$$

$$T_1^{II}(b) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{C_e}{(\sqrt{b} + 1)^2 + (\beta \ell)^2} - \frac{C_h}{(\sqrt{b} + 1)^2 + (a \ell)^2} \right],$$

$$T_2^{II}(b) = \frac{8}{\sqrt{\pi}} \sum_{n \geq 2} \frac{n^{-3}}{b - \frac{1}{n^2}} \int_0^1 e^{-(1 + \frac{1}{n})x} F(-n+1, 2, \frac{2x}{n}) \times$$

$$\times \left[\frac{C_e}{\beta \ell} \sin \beta \ell x - \frac{C_h}{a \ell} \sin a \ell x \right] x dx,$$

$$T^{III} = \frac{16 C_e}{[4 + (\beta \ell)^2]^2} - \frac{16 C_h}{[4 + (a \ell)^2]^2},$$

$$b = 2 m_r a_{Ex}^2 \left[E_g - \Omega_{\nu}(\bar{k}) + \frac{k^2}{2M} \right],$$

$$b' = 2 m_r a_{Ex}^2 \left[E_g - \Omega_{\nu'}(\bar{k}') + \frac{k'^2}{2M} \right],$$

$$\ell = a_{Ex} |\bar{k} - \bar{k}'|,$$

где $C_n^m(z)$ — полиномы Гегенбауэра, а $F(a, \beta, z)$ — вырожденные гипергеометрические функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рассеяние света в твердых телах. (Под ред. М. Кардоны). М.: Мир, 1979, вып. 1; Экситоны. (Под ред. Э. И. Рашба и М. Д. Стерджа). М.: Мир, 1985.
2. Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Ан Вьет. В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ № 1 (27) - 88, Дубна, 1988.
3. Bendow B., Birman J.L. — Phys. Rev., 1970, v.B1, No.4, p.1678; Tilley D.R. — J. Phys., 1980, v.13C, No.5, p.781-801.
4. Ивченкс Е.Л., Ланг И.Г., Павлов С.Т. — ФТТ, 1977, т.19, вып.9, с.1751-1759; Ланг И.Г., Павлов С.Т., Гольцев А.В., Рамос М. — ФТТ, 1982, т.24, вып.6, с.1744-1750.

Рукопись поступила 26 января 1988 года.

ПОЛЯРИТОННАЯ ТЕОРИЯ
РЕЗОНАНСНОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ
В КУБИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ
С ПРЯМОЙ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНОЙ

Рассеяние электронами
на уровнях нейтральных доноров

Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Аи Вьет

Изучается резонансное комбинационное рассеяние света на связанных донорных электронах в кубических полупроводниках с прямой запрещенной зоной. Выводятся предсказания по поляризационным эффектам как следствия свойств симметрии легких и тяжелых экситонов.

Работа выполнена в Институте теоретической физики, Ханой, СРВ.

Polariton Theory of Resonant Raman Scattering
in Direct Band Gap Cubic Semiconductors.
Scattering by Electrons in Level of Neutral Donors

Nguyen Van Hieu, Nguyen Ai Viet

Resonant Raman scattering of light by electrons of neutral donors in direct band gap cubic semiconductors is studied. Some relations for the polarization effects are predicted as the consequences of the symmetry properties of light and heavy excitons.

The investigation has been performed at the Institute of Theoretical Physics, Hanoi, Vietnam.

Наряду с процессами комбинационного рассеяния (КР) света фононами в последнее десятилетие интенсивно проходились экспериментальные и теоретические исследования КР света электронами в полупроводниках^{1,2/}. В частности, теория поляритонов^{3,4/} позволяет объяснить гигантское сечение резонансного КР света электронами на уровнях нейтральных доноров^{5/}. В настоящей работе излагается микроскопическая теория КР экситонных поляритонов электронами на уровнях нейтральных доноров в кубических полупроводниках с прямой запрещенной зоной и четырехкратно вырожденной верхней валентной зоной. В данном случае имеем трехзонные экситонные поляритоны (ТЗЭП), обозначаемые $\pi_{\nu\sigma}(\vec{k})$, где $\vec{k}$ — импульс, $\sigma = \pm 1$ — поляризация, а $\nu = 1, 2, 3$ — индекс ветви поляритона.

Будем пользоваться обозначениями предыдущей работы^{/6/} и применять ее результаты. Состояние экситона с данным импульсом $\vec{k}$ характеризуем либо парой индексов $i\sigma$, где $i = H, L$ обозначает тяжелый или легкий экситон, $\sigma = \pm 1$ — его поляризация, либо парой индексов $\{\lambda_e, \lambda_h\}$, представляющих собой проекции спина электрона и дырки на направление импульса $\vec{k}$, причем имеется следующее соответствие:

$$\{i = H, \sigma = \pm 1\} \leftrightarrow \{\lambda_e = \mp \frac{1}{2}, \lambda_h = \pm \frac{3}{2}\},$$

$$\{i = L, \sigma = \pm 1\} \leftrightarrow \{\lambda_e = \pm \frac{1}{2}, \lambda_h = \pm \frac{1}{2}\}.$$

Рассмотрим процесс КР

$$\pi_{\nu\sigma}(\vec{k}) + e_{Ns} \rightarrow \pi_{\nu'\sigma'}(\vec{k}') + e_{N's'}, \quad (I)$$

где e_{Ns} , $e_{N's'}$ обозначают электроны на уровнях нейтрального донора с волновыми функциями $f_N(\vec{r})$, $f_{N'}(\vec{r})$ и проекциями спина s, s' на координатной оси Oz. Посредством знаменитого преобразования Боголюбова легко выразить амплитуду рассматриваемого процесса (I) в виде линейной комбинации амплитуд соответствующих процессов с заменой поляритона $\pi_{\nu\sigma}(\vec{k})$ на фотон $\gamma_\sigma(\vec{k})$ или экситон $X_{i\sigma}(\vec{k})$. Для процесса

$$X_{i\sigma}(\vec{k}) + e_{Ns} \rightarrow X_{i'\sigma'}(\vec{k}') + e_{N's'} \quad (IIa)$$

имеем амплитуду

$$T^a(\vec{k}, i\sigma, Ns; \vec{k}', i'\sigma', N's') = D_{\lambda_h \lambda'_h}^{3/2}(\vec{k}' \rightarrow \vec{k}) \times \\ \times D_{\lambda_e s'}^{1/2}(Oz \rightarrow \vec{k}) D_{s \lambda_e}^{1/2}(\vec{k}' \rightarrow Oz) M^a(\vec{k}, N; \vec{k}', N'), \quad (1)$$

$$M^a(\vec{k}, N; \vec{k}', N') = \int V(\vec{q} - \vec{k} + \vec{K}) \tilde{\phi}_{1s}(\vec{q} - \alpha\vec{k}) \times \\ \times [\tilde{\phi}_{1s}(\vec{p} - \alpha\vec{k}') \tilde{f}_N(\vec{q}) + \tilde{\phi}_{1s}(\vec{p} + \vec{K} - \alpha\vec{k}') \tilde{f}_{N'}(\vec{q} - \vec{K})] \times \\ \times [\tilde{f}_N(\vec{p}) - \tilde{f}_{N'}(\vec{q} + \vec{K})] \frac{d^3 p d^3 q}{(2\pi)^6}, \quad \vec{K} = \vec{k}' - \vec{k}, \quad (2)$$

где $V(\vec{q})$ — фурье-преобразование кулоновского потенциала, а $\tilde{\phi}_{1s}(\vec{p})$, $\tilde{f}_N(\vec{p})$ и $\tilde{f}_{N'}(\vec{p})$ — фурье-преобразования волновых функций. Амплитуда процесса

$$\gamma_\sigma(\vec{k}) + e_{Ns} \rightarrow X_{i'\sigma'}(\vec{k}') + e_{N's'} \quad (IIb)$$

равна

$$T^b(\bar{k}, \sigma, Ns; \bar{k}', i'\sigma', N's') = \sum_{\lambda_e \lambda_h} \eta_{\{\lambda_e, \lambda_h\}}^{i\sigma} D_{\lambda_h \lambda_h}^{3/2}(\bar{k}' \rightarrow \bar{k}) \times \\ \times D_{\lambda_e \sigma'}^{1/2}(Oz \rightarrow \bar{k}) D_{s \lambda_e}^{1/2}(\bar{k}' \rightarrow Oz) M^b(\bar{k}, N; \bar{k}', N'), \quad (3)$$

$$\eta_{\{\lambda_e, \lambda_h\}}^{i\sigma} = \begin{cases} \delta_{\sigma, \lambda_e + \lambda_h}, & i = H, \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_{\sigma, \lambda_e + \lambda_h}, & i = L, \end{cases}$$

$$M^b(\bar{k}, N; \bar{k}', N') = g \int \bar{\phi}_{1S}(\bar{q} - a\bar{k}') * \bar{f}_N(\bar{q} - \bar{K}) * \bar{f}_N(q) \frac{1^3 p}{(2\pi)^3}, \quad (4)$$

а амплитуда обратного процесса

$$X_{1\sigma}(\bar{k}) + e_{Ns} \rightarrow \gamma_{\sigma'}(\bar{k}') + e_{N's'}, \quad (\text{Пв})$$

связана с ней обращением времени.

Для амплитуды процесса

$$\gamma_{\sigma}(\bar{k}) + e_{Ns} \rightarrow \gamma_{\sigma'}(\bar{k}') + e_{N's'}, \quad (\text{Пд})$$

можно также получить следующее выражение:

$$T^d(\bar{k}, \sigma, Ns; \bar{k}', \sigma', N's') = \delta_{ss'} D_{\sigma\sigma'}^1(\bar{k}' \rightarrow \bar{k}) M_o^d(\bar{k}, N; \bar{k}', N') + \sum_{n \geq 2} \sum_{\rho_e \rho_h} \times \\ \times \sum_{i, i'} \{ \eta_{\{\rho_e, \rho_h\}}^{i'\sigma'} \sum_{\lambda_e \lambda_h} \eta_{\{\lambda_e, \lambda_h\}}^{i\sigma} D_{\lambda_h \rho_h}^{3/2}(\bar{k}' \rightarrow \bar{k}) D_{\lambda_e \sigma'}^{1/2}(Oz \rightarrow \bar{k}) D_{s \rho_e}^{1/2}(\bar{k}' \rightarrow Oz) \times \\ \times M_n^d(\bar{k}, N; \bar{k}', N') + \eta_{\{\rho_e, \rho_h\}}^{i\sigma} \sum_{\lambda_e' \lambda_h'} \eta_{\{\lambda_e', \lambda_h'\}}^{i'\sigma'} D_{\rho_h \lambda_h'}^{3/2}(\bar{k}' \rightarrow \bar{k}) \times \\ \times D_{\rho_e \sigma'}^{1/2}(Oz \rightarrow \bar{k}) D_{s \lambda_e}^{1/2}(\bar{k}' \rightarrow Oz) M_n^d(\bar{k}', N'; \bar{k}, N) * \}, \quad (5)$$

где первый член является вкладом от внутризонных переходов в промежуточные состояния, а второй член — от междוזонных переходов:

$$M_o^d(\bar{k}, N; \bar{k}', N') = \frac{e^2}{\epsilon_0 m_0^2} \frac{1}{3} \sum_{N''} \langle N' | \nabla | N'' \rangle \langle N'' | \nabla | N \rangle \times \\ \times \left\{ \frac{1}{\epsilon_{N''} - \epsilon_N - \Omega_\nu(k)} + \frac{1}{\epsilon_{N''} - \epsilon_N + \Omega_\nu(k')} \right\}, \quad (6)$$

$$M_n^d(\bar{k}, N; \bar{k}', N') = g^2 \frac{1}{n^3} \left\{ \frac{1}{E_g + \epsilon_n - \Omega_\nu(k)} + \frac{1}{E_g + \epsilon_n + \Omega_\nu(k')} \right\} \times \\ \times \int \bar{\phi}_{nS}(\bar{q} - a\bar{k}') * \bar{f}_{N'}(\bar{q} - \bar{K}) * \bar{f}_N(\bar{q}) \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}. \quad (7)$$

Здесь ϵ_n — энергия связи экситона в состоянии с волновой функцией $\phi_{nS}(\vec{r})$, ϵ_N — энергия электрона на донорном уровне с волновой функцией $f_N(\vec{r})$, а $\tilde{\phi}_{nS}(\vec{q})$ — фурье-преобразование функции $\phi_{nS}(\vec{r})$.

Дифференциальное эффективное сечение КР, усредненное по спиновым состояниям начального донорного электрона и просуммированное по спиновым состояниям конечного донорного электрона, пропорционально следующему выражению:

$$W_{\nu\nu'}^{\sigma\sigma'}(\theta) = (1 \pm \cos \theta) \{ (1 \pm \cos \theta)^2 A_1^2 + 3 \sin^2 \theta (A_2^2 + A_3^2) + \\ + (3 \cos \theta \mp 1)^2 A_4^2 + 2(1 \pm \cos \theta) A_5^2 + [(1 \pm \cos \theta)^2 A_1 - \\ - \sqrt{3} \sin^2 \theta (A_2 + A_3) + (1 \pm \cos \theta)(3 \cos \theta \mp 1) A_4] A_5 \}, \quad (8)$$

где верхний знак соответствует случаю $\sigma = \sigma'$, а нижний знак — случаю $\sigma = -\sigma'$,

$$A_1 = v_{\nu'H} v_{iH} M^a + u_{\nu'} v_{\nu H} M^b + v_{\nu'H} u_{\nu} M^c + u_{\nu'} u_{\nu} M^d, \\ A_2 = v_{\nu'L} v_{iH} M^a + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\nu'} v_{\nu H} M^b + \frac{1}{\sqrt{3}} v_{\nu'H} u_{\nu} M^c + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\nu'} u_{\nu} M^d, \\ A_3 = v_{\nu'H} v_{\nu L} M^a + u_{\nu'} v_{\nu L} M^b + v_{\nu'L} u_{\nu'} M^c + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\nu'} u_{\nu} M^d, \\ A_4 = v_{\nu'L} v_{iL} M^a + \frac{1}{\sqrt{3}} u_{\nu'} v_{\nu L} M^b + \frac{1}{\sqrt{3}} v_{\nu'L} u_{\nu L} M^c + \frac{1}{3} u_{\nu'} u_{\nu} M^d, \\ A_5 = u_{\nu'} u_{\nu} M_o^d, \\ M^d = \sum_{n \geq 2} \{ M_n^d(\vec{k}, N; \vec{k}', N') + M_n^d(\vec{k}', N'; \vec{k}, N) \}^* \}. \quad (9)$$

Дифференциальные эффективные сечения КР поляризованного света обладают следующим свойством симметрии:

$$W_{\nu\nu'}^{++}(\pi - \theta) = W_{\nu\nu'}^{+-}(\theta). \quad (10)$$

Кроме того, в области резонанса имеет место соотношение

$$\frac{W_{\nu\nu'}^{++}(\theta)}{W_{\nu\nu'}^{+-}(\theta)} = \frac{U_{\nu\nu'}^{(+)}(\theta)}{U_{\nu\nu'}^{(-)}(\theta)}. \quad (11)$$

$$U_{\nu\nu'}^{(\pm)}(\theta) = (1 \pm \cos \theta) \{ (1 \pm \cos \theta) (v_{\nu'H} v_{\nu H})^2 + 3 \sin^2 \theta \times \\ \times [(v_{\nu'H} v_{\nu L})^2 + (v_{\nu'L} v_{\nu H})^2] + (3 \cos \theta \mp 1)^2 (v_{\nu'L} v_{\nu L})^2 \}. \quad (12)$$

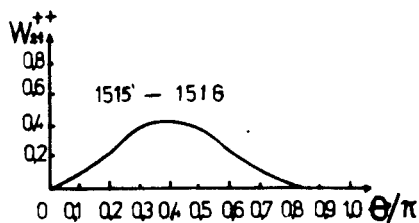


Рис. 1

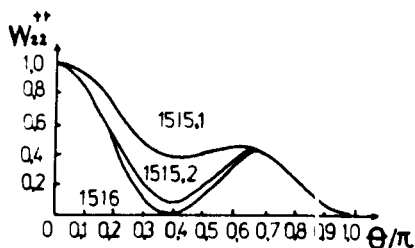


Рис. 2

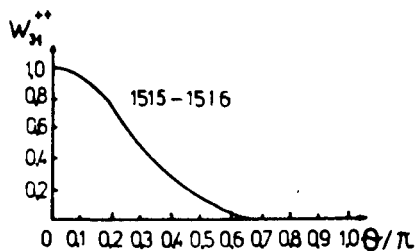


Рис. 3

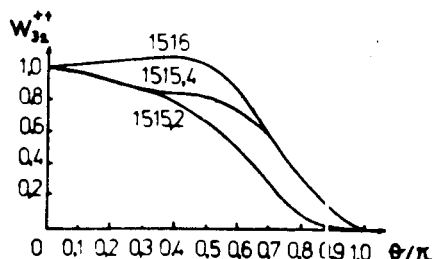


Рис. 4

На рис. 1-4 изображены некоторые кривые углового распределения $W_{\nu}^{++}(\theta)$ при различных значениях энергии поляритона в GaAs с физическими параметрами

$$m_e = 0,066 m_0, \quad m_H = 0,8 m_0, \quad m_L = 0,183 m_0,$$

$$\epsilon_0 = 12,6, \quad g = 8,5 \text{ мэВ}, \quad E_g = 1515 \text{ мэВ}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Рассеяние света в твердых телах. (Под ред. М.Кардоны и Г.Гюнтеродта). М.: Мир, 1985, вып. III.
2. Yu P.Y. - Phys. Rev., 1979, v.B20, No.12, p.5286.
3. Агранович В.М. Теория экситонов. М.: Наука, 1968;
Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экситонов. М.: Наука, 1979;
Давыдов А.С. Теория молекулярных экситонов. М.: Наука, 1968.
4. Nguyen Ba An, Nguyen Van Hieu, Nguyen Toan Thang, Nguyen Ai Viet — phys. stat. sol. (b), 1980, v.99, No.2, p.635; phys. stat. sol. (b), 1982, v.109, No.1, p.463; Phys. Rev., 1982, v. B25, No.6, p.4075.
5. Ulbrich R.G., Nguyen Van Hieu, Weisbuch C. — Phys. Rev. Lett., 1981, v.46, No.1, p.53.
6. Нгуен Ван Хьеу, Нгуен Аи Вьет. В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ №1 (27) -88, Дубна, 1988.

Рукопись поступила 26 января 1988 года.

ON THE RVB THEORY OF HIGH- T_c SUPERCONDUCTIVITY

Nguyen Van Hieu, Nguyen Ai Viet

The high- T_c superconductivity of a nearly half-filled electron system in a two-dimensional square lattice with the Hubbard Hamiltonian is studied in the strong repulsion limit by means of the self-consistent field method. Besides the superconducting order parameter the self-consistent effective Hamiltonian contains some physical parameters which are the normal vacuum averages of the products of two quasifermion operators. The system of equations for all these parameters of the model is derived. The possible itinerant antiferromagnetism of the mobile holes is also considered.

The investigation has been performed at the Institute of Physics, Hanoi, Vietnam.

К теории высокотемпературной сверхпроводимости с резонирующей валентной связью

Нгуен Ван Хью, Нгуен Ай Вьет

Высокотемпературная сверхпроводимость почти наполовину заполненной электронной системы в двумерной квадратной решетке с гамильтонианом Хаббарда изучается в пределе сильного отталкивания при помощи метода самосогласованного поля. Наряду со сверхпроводящим параметром порядка самосогласованный эффективный гамильтониан содержит некоторые физические параметры, представляющие собой нормальные вакуумные средние произведений двух квазифермионных операторов. Выводится система уравнений для всех этих параметров модели. Возможный антиферромагнетизм проводящих дырок также рассматривается.

Работа выполнена в Институте физики, Ханой, Вьетнам.

The problem of high- T_c superconductivity was studied theoretically during many years^{/19/}. Since the experimental discovery of high- T_c superconducting materials^{/2/} the well-known models of high- T_c superconductivity as well as the newly proposed ones with different physical mechanisms were widely discussed^{/3,4/}. Many of them have a common feature: the essential mechanism of the superconductivity is the strong electron correlation due to the strong on-site repulsion of electrons. The simplest model of this type is the Anderson resonating

valence bond (RVB) theory^{/4/} of a nearly half-filled electron system with the Hubbard Hamiltonian^{/5/}. In deriving the equations for the order parameters of this model^{/4/} Baskaran, Zou and Anderson (BZA) have introduced the electron concentration into the Hamiltonian in a phenomenological manner. Moreover, besides the order parameters considered by BZA there exist other physical parameters of the system which also must be taken into account in any self-consistent theory. On the other hand, the simplest RVB model with the Hubbard Hamiltonian proposed by Anderson is the essential part of many high- T_c superconductivity models with the strong electron correlation. Therefore it is necessary to generalize the reasonings of BZA and provide a more systematic and complete theoretical study of the above simplest RVB model. This will be done in the present work.

We study the two-dimensional electron system in a square lattice with the Hubbard Hamiltonian in the limit of the very strong on-site repulsion of electrons and derive the effective Hamiltonian acting within the Hilbert subspace of states with non-doubly occupied sites. The latter can be considered as the total Hamiltonian of the system of holes in the nearly half-filled electron system. To apply the famous self-consistent field method of Bogolubov^{/6/} for studying this system it is necessary to introduce the vacuum averages of all products of two fermion operators. They are the physical parameters of the system. We are interested also in the coexistence of the superconductivity and the itinerant antiferromagnetism of the system of mobile holes. For that purpose we divide the original square lattice into two square sublattices and assume that the vacuum averages of the same product of two operators at the sites of different sublattices may be different. By means of the self-consistent field theory reasonings we then derive the system of equations for all physical parameters of the system including the order parameters studied by BZA. One of the physical parameters of the system — the hole concentration — automatically appears in the effective Hamiltonian in a self-consistent manner, and the derived system of equations permits one to study the hole concentration dependence of the energy gap and the superconducting transition temperature, in particular.

The physical assumptions of the model have been stated and discussed in Refs.^{/4/}. We start from the Hubbard Hamiltonian for a two-dimensional electron system in a square lattice R with the hopping integral t and the strong on-site repulsion potential U

$$H = -t \sum_{\sigma} \sum_{\langle ij \rangle} c_{i\sigma}^{\dagger} c_{j\sigma} + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}, \quad (1)$$

where $c_{i\sigma}$ and $c_{i\sigma}^+$ are the destruction and creation operators for the electron with spin projection $\sigma = \uparrow, \downarrow$ at the site i ,

$$n_{i\sigma} = c_{i\sigma}^+ c_{i\sigma},$$

$\langle ij \rangle$ denote all possible pairs of nearest neighbours. By means of a suitable canonical transformation^{7/} excluding the transitions from the Hilbert subspace of the states without doubly occupied sites to the complementary one in the lowest order in t/U , and the orthogonal projection onto the above Hilbert subspace

$$P = \prod_i (1 - n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}),$$

we obtain the following effective Hamiltonian acting only within this Hilbert subspace

$$H = P \left\{ -t \sum_{\sigma} \sum_{\langle ij \rangle} c_{i\sigma}^+ c_{j\sigma} - J \sum_{\langle ij \rangle} \sum_{\langle \ell j \rangle} \times \right. \\ \left. \times (c_{i\uparrow}^+ c_{j\downarrow}^+ - c_{i\downarrow}^+ c_{j\uparrow}^+) (c_{j\downarrow} c_{\ell\uparrow} - c_{j\uparrow} c_{\ell\downarrow}) \right\} P, \quad (2)$$

$$J = \frac{4t^2}{U}$$

Let us consider a nearly half-filled electron system with the given Hamiltonian (1). In the limit of large U the states with doubly occupied sites form very high upper energy bands, and the main effect of the electron correlation — due to the presence of the repulsion term in the Hubbard Hamiltonian — is to prevent the electron hopping from the single occupied sites into the doubly occupied ones. In this case the nearly half-filled electron system behaves like a system of holes with a low concentration. The total Hamiltonian of this system of holes is obtained directly from the expression (2) by considering $c_{i\sigma}$ and $c_{i\sigma}^+$ as the creation and destruction operators for the holes with the opposite spin projection:

$$c_{i\uparrow} = h_{i\downarrow}^+, \quad c_{i\downarrow} = h_{i\uparrow}^+, \quad c_{i\uparrow}^+ = h_{i\downarrow}, \quad c_{i\downarrow}^+ = h_{i\uparrow}.$$

Thus the problem to be studied is the superconductivity of the system with following total Hamiltonian

$$H_h = P \left\{ t \sum_{\sigma} \sum_{\langle ij \rangle} h_{i\sigma}^+ h_{j\sigma} - J \sum_{\langle ij \rangle} \sum_{\langle \ell j \rangle} \times \right. \\ \left. \times (h_{i\uparrow}^+ h_{j\downarrow}^+ - h_{i\downarrow}^+ h_{j\uparrow}^+) (h_{j\downarrow} h_{\ell\uparrow} - h_{j\uparrow} h_{\ell\downarrow}) \right\} P. \quad (3)$$

Note that the quasifermion operators

$$P h_{i\sigma} P, \quad P h_{i\sigma}^+ P$$

do not satisfy the usual canonical anticommutation relations while the hole operators $h_{i\sigma}$ and $h_{i\sigma}^+$ do satisfy. Therefore it is very convenient to use the total Hamiltonian in the form (3).

Now we apply the self-consistent field method to the system with the Hamiltonian (3). Each product of 4 quasifermion operators is then replaced by a linear combination of the products of two operators with coefficients being the vacuum averages of the products of two remaining operators taken with the appropriate sign ± 1 . Among the non-zero vacuum averages there are three main physical parameters:

$$\begin{aligned} n &= \sum_{\sigma} \langle P h_{i\sigma}^+ h_{i\sigma} P \rangle, \\ p &= \sum_{\sigma} \sum_{i \in D_j} \langle P h_{i\sigma}^+ h_{j\sigma} P \rangle, \\ \tilde{n} &= \sum_{\sigma} \sum_{i \in D_j} \sum_{\ell \in D_j} \langle P h_{i\sigma}^+ h_{\ell\sigma} P \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

where D_j denotes the set of all 4 sites i which are the nearest neighbours of the site j . We are interested also in the itinerant antiferromagnetism of the mobile holes. For this purpose we imagine that the original square lattice R is composed by two square sublattice R^I and R^{II} with the same lattice constant

$$R = R^I \cup R^{II},$$

and introduce the constants

$$\begin{aligned} n_{\sigma}^{I,II} &= \langle P h_{i\sigma}^+ h_{i\sigma} P \rangle \quad \text{for } i \in R^{I,II}, \\ \tilde{n}_{\sigma}^{II,I} &= \sum_{i \in D_j} \sum_{\ell \in D_j} \langle P h_{i\sigma}^+ h_{\ell\sigma} P \rangle \quad \text{for } j \in R^{I,II}. \end{aligned} \quad (5)$$

We assume that

$$n_{\uparrow}^I = n_{\downarrow}^{II}, \quad n_{\downarrow}^I = n_{\uparrow}^{II}, \quad \tilde{n}_{\uparrow}^I = \tilde{n}_{\downarrow}^{II}, \quad \tilde{n}_{\downarrow}^I = \tilde{n}_{\uparrow}^{II}, \quad (6)$$

and set

$$\begin{aligned} m &= n_{\uparrow}^I - n_{\downarrow}^I = -(n_{\uparrow}^{II} - n_{\downarrow}^{II}), \\ \tilde{m} &= \tilde{n}_{\uparrow}^I - \tilde{n}_{\downarrow}^I = -(\tilde{n}_{\uparrow}^{II} - \tilde{n}_{\downarrow}^{II}). \end{aligned} \quad (7)$$

The physical parameters (4) and (7) automatically appear in the self-consistent effective Hamiltonian of the system of holes. Besides the normal vacuum averages (4) and (5) we introduce also the anomalous one Δ ,

$$\frac{1}{2} \Delta = \sum_{i \in D_j} \langle P (c_{i\uparrow}^+ c_{j\downarrow}^+ - c_{i\downarrow}^+ c_{j\uparrow}^+) P \rangle, \quad (8)$$

which is the superconducting order parameter. By applying the famous Bogolubov transformation to diagonalize the self-consistent effective Hamiltonian we can derive the system of equations for the physical quantities $r, \bar{n}, p, m, \bar{m}$ and Δ .

To formulate the final results we introduce following notations:

$$\gamma(\bar{k}) = \sum_{i \in D_j} e^{i(\bar{R}_i - \bar{R}_j) \cdot \bar{k}}, \quad (9)$$

$\bar{R}_i$ and $\bar{R}_j$ being the coordinate vectors of the sites i and j ,

$$\epsilon(\bar{k}) = -\frac{1}{2} J [n \gamma(\bar{k})^2 + \bar{n}], \quad (10)$$

$$\delta(\bar{k}) = (J - t) \gamma(\bar{k}), \quad (11)$$

$$\mu(\bar{k}) = \frac{1}{2} [m \gamma(\bar{k})^2 + \bar{m}], \quad (12)$$

$$\Delta(\bar{k}) = -i \Delta \gamma(\bar{k}), \quad (13)$$

$$\xi_{\alpha, \beta}(\bar{k}) = \epsilon(\bar{k}) \pm [J_\mu^2(\bar{k})^2 + \delta(\bar{k})^2]^{1/2}, \quad (14)$$

$$E_{\alpha, \beta}(\bar{k}) = \{[\xi_{\alpha, \beta}(\bar{k}) - E_F]^2 + \Delta(\bar{k})^2\}^{1/2}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Phi[E_{\alpha, \beta}(\bar{k})] = & \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{th} \frac{E_{\alpha, \beta}(\bar{k})}{2T} \right] + \\ & + \frac{\xi_{\alpha, \beta}(\bar{k}) - E_F}{2E_{\alpha, \beta}(\bar{k})} \left[1 - \operatorname{th} \frac{E_{\alpha, \beta}(\bar{k})}{2T} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

E_F being the Fermi energy. It is easy to verify that

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \Phi[E_{\alpha, \beta}(\bar{k})] = f[\xi_{\alpha, \beta}(\bar{k})], \quad (17)$$

where $f[\xi]$ is the usual Fermi distribution function at temperature T

$$f[\xi] = [1 + e^{\frac{\xi - E_F}{T}}]^{-1}. \quad (18)$$

Denote by N the number of sites; by $\sum_{\bar{k}}$, the sum over the Brillouin zone of each sublattice R^I or R^{II} . We have following system of equations

$$n = \frac{2}{N} \sum_{\bar{k}} \{ \Phi[E_a(\bar{k})] + \Phi[E_\beta(\bar{k})] \}, \quad (19)$$

$$m = - \frac{2J}{N} \sum_{\bar{k}} \frac{\mu(\bar{k})}{[J^2 \mu(\bar{k})^2 + \delta(\bar{k})^2]^{1/2}} \{ \Phi[E_a(\bar{k})] - \Phi[E_\beta(\bar{k})] \}, \quad (20)$$

$$p = - \frac{2}{N} \sum_{\bar{k}} \frac{\gamma(\bar{k}) \delta(\bar{k})}{[J^2 \mu(\bar{k})^2 + \delta(\bar{k})^2]^{1/2}} \{ \Phi[E_a(\bar{k})] - \Phi[E_\beta(\bar{k})] \}, \quad (21)$$

$$\tilde{n} = \frac{2}{N} \sum_{\bar{k}} \gamma(\bar{k})^2 \{ \Phi[E_a(\bar{k})] + \Phi[E_\beta(\bar{k})] \}, \quad (22)$$

$$\tilde{m} = - \frac{2J}{N} \sum_{\bar{k}} \frac{\gamma(\bar{k})^2 \mu(\bar{k})}{[J^2 \mu(\bar{k})^2 + \delta(\bar{k})^2]^{1/2}} \{ \Phi[E_a(\bar{k})] - \Phi[E_\beta(\bar{k})] \}, \quad (23)$$

$$1 = \frac{2J}{N} \sum_{\bar{k}} \gamma(\bar{k})^2 \left\{ \frac{1}{E_a(\bar{k})} \operatorname{th} \frac{E_a(\bar{k})}{2T} + \frac{1}{E_\beta(\bar{k})} \operatorname{th} \frac{E_\beta(\bar{k})}{2T} \right\}. \quad (24)$$

In the limit $\Delta \rightarrow 0$, $m \rightarrow 0$, $\tilde{m} \rightarrow 0$ the relations (19), (21) and (22) form a system of equations determining the physical parameters n , $\tilde{n}$ and p in terms of the given constants t , J and E_F . At very low hole concentration

$$p \approx 4n, \quad \tilde{n} \approx 16n.$$

This result shows that it is necessary to introduce the physical parameters n and $\tilde{n}$ together with the order parameter p of BZA. With the given values of n , $\tilde{n}$ and p the relations (20) and (23) at the limit $\Delta \rightarrow 0$ form a system of equations for the antiferromagnetism parameters m

and $\tilde{m}$ of the normal system of holes. For a low concentration of hole there exists only the trivial zero solution

$$m = \tilde{m} = 0.$$

Thus the itinerant antiferromagnetism of the normal system of low density mobile holes does not exist. With the given values of n , $\tilde{n}$ and p equation (24) determines the dependence of the energy gap and the superconducting transition temperature on these physical parameters.

The physical implications of the system of equations (19)-(24) will be studied in a subsequent work.

The authors would like to express their sincere appreciation to Academician N.N.Bogolubov and Professor V.G.Kadyshevsky for the interest in this work and the stimulating discussions.

REFERENCES

1. Ginzburg V.L., Kirzhnits D.A. Problem of High Temperature Superconductivity, M., Nauka, 1977.
2. Bednorz J.G., Muller K.A. — Z.Phys., 1986, v. B64, N. 2, p.189-193;
Chu C.W., Hor P.H., Meng P.L., Gao L., Huang Z.J., Wang Y.Q. — Phys.Rev.Lett., 1987, v.58, N.4, p.405-407.
3. Plakida N.M., Aksenov V.L., Drechler S.L. — Europhys. Lett., 1987, v.4, N.11, p.1309-1314;
Emery V.J. — Phys.Rev.Lett., 1987, v.58, N. 26, p.2194-2797;
Parameter R.H. — Phys.Rev.Lett., 1987, v.58, N. 8, p.923-925;
Rice T.M. — Z.Phys., 1987, v. B67, N.2, p.141-145;
Kresin V.Z. — Solid State Commun., 1987, v.63, N.8, p.725-727;
Aoki H., Kamimura — Solid State Commun., 1987, v. 63, N.7, p.665-669;
Kuramoto Y., Watanabe T. — Solid State Commun., 1987, v. 63, N.9, p.821-825;
Kukuyama H., Yosida K. — Japan J. App. Phys., 1987, v. 26, N.4, p.L371-L373;
Ohkawa F.J. — Japan J. App. Phys., 1987, v.26, N.5, p.L652-L654;
Kamimura H. — Japan J. App. Phys., 1987, v. 26, N.5, p.L627-L630.
4. Anderson P.W. — Science, 1987, v. 235, N. 4793, p.1196-1198;
Baskaran G., Zou Z., Anderson P.W. — Solid State Commun., 1987, v. 63, N.11, p.973-976.
5. Hubbard J. — Proc. Roy. Soc., 1963, v. A276, N.1365, p.238-257.

6. Bogolubov N.N. Selected Works. Kiev, Naukova Dumka, 1969.
7. Hirsch J.E. — Phys.Rev.Lett., 1985, v.54, N.12, p.1317-1320;
Gros C., Joynt R., Rice T.M. — Z.Phys., 1987, v. B68, N.4,
p.425-432.

Received on February 9, 1988.

РАЗРАБОТКА И ПРИМЕНЕНИЕ НОВЫХ МЕТОДОВ И АППАРАТУРЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ МОНОКРИСТАЛЛОВ БЕЛКОВ В КООРДИНАТНЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ ДИФРАКТОМЕТРАХ НА ОСНОВЕ ДВУМЕРНЫХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫХ КАМЕР

М.Е.Андрианова*, Ю.В.Заневский, А.Б.Иванов, С.А.Мовчан, В.Д.Пешехонов, А.Н.Попов*, С.П.Черненко, Д.М.Хейкер*

Представлены результаты рентгеноструктурных исследований белковых монокристаллов с помощью дифрактометра КАРД-3 и КАРД-4, созданных на основе двумерных рентгеновских детекторов. Получено около 70 полных наборов интенсивностей отражений с высоким разрешением для различных белков. Эти данные позволили определить пространственную структуру целого ряда белков, представляющих большой научный и практический интерес. Приведены основные параметры новых разрабатываемых рентгеновских детекторов.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий и Институте кристаллографии АН СССР.

The Development and Application of New Methods and Apparatus for the Study of Protein with the Aid of X-Ray Diffractometers Based on MWPCs

M.E.Andrianova et al.

The results of studies of X-ray protein single-crystals by using KARD-3 and KARD-4 diffractometers with two-dimensional X-ray detectors are presented. Integral intensities of about 70 protein crystals have been measured with a high resolution. These data make it possible to reconstruct the three-dimensional structure of a series of proteins. The parameters of new X-ray imaging detectors under construction are also presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR and at the Institute of Crystallography, USSR Academy of Sciences.

Разработка и применение методов параллельной регистрации дифракционной картины в координатных дифрактометрах КАРД-3 и КАРД-4, основанных на двумерной пропорциональной

* Институт кристаллографии АН СССР им. А.В.Шубникова, Москва

камере с быстрыми линиями задержки (число разрешаемых элементов 256×256), позволяют сочетать преимущества счетчиков фотонов с двумерным свойством фотографической пленки^{/1/}. Скорость измерений в указанных дифрактометрах в ~ 50 раз выше, чем в современном одноканальном дифрактометре, что позволило за короткий срок получить полные наборы интенсивностей отражений от 37 монокристаллов^{/2/}. При параллельных измерениях сокращается время измерений и в том же отношении уменьшается доза облучения исследуемого образца, что открывает возможность исследований радиационно-нестойких белковых монокристаллов.

В 1986 и 1987 гг. с помощью дифрактометра КАРД-4 получены полные наборы интенсивностей отражений еще от 30 монокристаллов (см. табл.). Были получены наборы интегральных интенсивностей от кристалла вируса CM_1V (молекулярный вес 7800000, $a = 480 \text{ \AA}$) с разрешением $6 \text{ \AA}$; каталазы ML и трех ее производных (молекулярный вес 180000, $a = 106, 6 \text{ \AA}$) с разрешением $2,5 \text{ \AA}$; формиаатдегидрогеназы (холофермент) и 6 производных (молекулярный вес 80000, $a = 116 \text{ \AA}$) с разрешением $3 \text{ \AA}$; терминазы, рибонуклеазы, леггемоглобина с разрешением $1,5 \div 1,7 \text{ \AA}$; Cro-репрессора с ДНК; трансаминазы, лейцинаминопептидазы, пироглутаматазы, лейцин-специфичного белка и их комплексов.

На основании анализа экспериментальных данных, полученных в координатных дифрактометрах КАРД-3 и КАРД-4, в лаборатории структуры белков Института кристаллографии АН СССР была определена пространственная структура термостабильного белка термитазы^{/3/}, сложного фермента Т-каталазы с молекулярным весом 210000 и параметром кубической ячейки $a = 133,4 \text{ \AA}$ ^{/4/}, исследован пространственный механизм функционирования аминотрансферазы^{/5/}, проведено рентгеноструктурное исследование формиаатдегидрогеназы^{/6/}. Установлена пространственная структура и исследован механизм функционирования ряда других ферментов, получены данные с пространственной структуре CM_1V -вируса.

В 1987 г. в Институте кристаллографии АН СССР совместно с Лабораторией высоких энергий ОИЯИ создан новый рентгеновский дифрактометр КАРД-5, предназначенный для исследований структуры белков с большим молекулярным весом, в основу которого вошел рентгеновский детектор с чувствительной площадью $460 \times 460 \text{ мм}$ ^{/7/}. Увеличение площади пропорциональной камеры при сохранении ее прежней толщины позволяет уменьшить параллакс. Хотя размеры этого детектора существенно увеличены (по сравнению с детектором в дифрактометре КАРД-4), повышено быстродействие линий задержки, что позволило сохранить величину мертвого времени на прежнем

Таблица

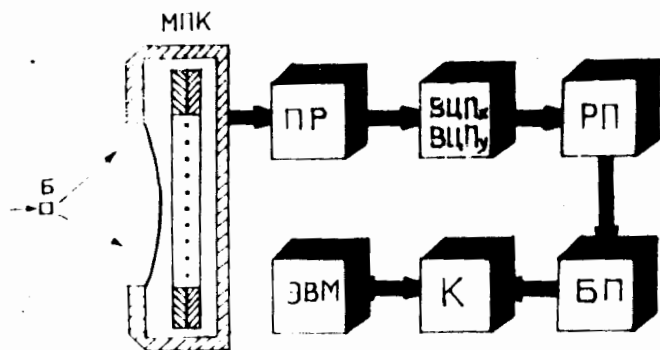
Результаты съемки монокристаллов белков
в дифрактометре КАРД-4 в 1986, 1987 г.г.

Образец	Молекулярный вес	Параметры ячейки (Å)	Разрешение съемки (Å)
Формат-дегидрогеназа холофермент и 6 производных	80000	a=116,0; b=63,4; c=113,35; P2 ₁ 2 ₁ 2 ₁	3
Термитаза (2 образца)	30000	a=47,55; b=64,05; c=72,95; P2 ₁ 2 ₁ 2 ₁	1,65
Рибонуклеаза	10000	a=30,51; b=31,8; c=49,7 P2 ₁ P2 ₁	1,50
Рибонуклеаза: T=263°K T=293°K	11000	a=55,8; b=55,8; c=80,0 P3 ₁	2,0
Сгс-репрессор + ДНК (2 комплекса)	18000	a=81,4; b=88,8; c=81,2 G222 ₁	2,0
Трансаминаза (3 комплекса)	94000	a=124,6; b=125,9; c=56,4 P2 ₁ 2 ₁ 2 ₁	3,0
Лейцинаминопептидаза	70000	a=132,4; b=132,4; c=122,1 P6 ₂ 22	2,0
Вирус см. V	7800000	a=b=c=480 Å P23	6,0
Легтемоглобин T=293°K T=253°K	17000	a=92,9; b=38,3; c=52,3 P1=81,2 P2 ₁	1,7
Легтемоглобин-окси-форма T=253°K	17000	a=92,9; b=38,3; c=52,3 P1=81,2 P2 ₁	1,7
Церулоплазмин (производная)	130000	a=b=269,0; c=130 I4	4,0
Пирофосфатаза (2 комплекса)	64000	a=56,3; b=116,0; c=106,8 P2 ₁ 2 ₁ 2 ₁	2,5
Каталаза (3 производных)	180000	a=b=106,6; c=106,3 P4 ₂ 2 ₁ 2	2,5
Лейцин-специфичный белок	37500	a=68,7; b=69,3; c=74,1 P2 ₁ 2 ₁ 2 ₁	2,0
Трансаминаза	94000	a=124,6; b=125,9; c=56,4 P2 ₁ 2 ₁ 2 ₁	2,0

Время съем- ки (час)	Число независимых областей K	Число измерен- ных отражений I > σ (%)	Число отраже- ний	R _{экв} , R _{ст} = $\frac{\sum \sigma}{\sqrt{K \sum I}}$ (%)	
				%	
350	4	597500	98	4,7	3,0
80	4	130000	92	5,7	4,0
45	4	48500	60	7	4
60	1	87000	80	6	7
86	4	128000	35	7	3,5
90	4	180000	95	3	2,5
25	3	58000	30	12	13
160	8	117000	50	20	10
40	4	70000	90	4	2,5
20	4	35000	90	4	2,5
55	4	180000	55	15	20
100	3	112000	75	7	3
144	8	360000	90	6	3
36	4	76000	70	9	6
40	4	160000	70	13	8

уровне — не более 0,6 мкс. Детектор имеет хорошую однородность ширины каналов по обеим координатам, число разрешаемых элементов дифракционной картины 250х250. Электронная регистрирующая аппаратура дополнительно содержит буферную память емкостью 64К слов, имеющую инкрементный канал с быстродействием 2,5 мкс. Дифрактометр функционирует на линии с ЭВМ СМ-2М с широким набором внешних устройств. Для визуализации дифракционной картины применяется цветной телевизионный дисплей.

Для исследования структуры больших макромолекул белков, нуклеиновых кислот и вирусов с помощью синхротронного излучения в Лаборатории высоких энергий совместно с Институтом кристаллографии АН СССР разрабатывается новый рентгеновский детектор высокого разрешения со сферическим окном, аналогичный описанному в работе ^{18/}. Однако быстродействие создаваемого нами детектора увеличено в 30 раз. Схематично детектор представлен на рисунке. Входное окно диаметром 120 мм выполнено из бериллия толщиной 1 мм в виде части сферы с радиусом 120 мм. В герметичном боксе размещена пропорциональная камера с дрейфовым промежутком. Шаг намотки сигнальных нитей 1 мм. Конверсия гамма-квантов происходит в промежутке между сферической поверхностью входного окна и первым плоским проволочным электродом. Размеры образовавшегося электронного облака в процессе дрейфа заметно увеличиваются, что приводит к срабатыва-



Функциональная схема детектора и системы считывания информации. МПК — многотрассовая пропорциональная камера со сферическим входным окном из бериллия; Б — монокристаллический белок, ПР — процессор отбора событий; ВЦП — преобразователь временных интервалов в цифровой код, РП — разрабатываемая память, БП — буферная память 256К 18-разрядных слов; К — контроллер для сопряжения аппаратуры считывания и ЭВМ с набором внешних устройств.

нию нескольких анодных проволок. Это обеспечивает высокую точность по обеим координатам. Бокс заполняется ксеноном с добавками метана, избыточное давление 5 атм. Для обеспечения долговременной чистоты газа в объеме бокса располагается пассивный геттер. Информация с детектора считывается с помощью секционированных линий задержки. Мертвое время прибора — не более 0,15 мкс, что обеспечивает быстрое действие до 2×10^6 соб/с (при просчетах не более 30%). Общее число элементов разрешения дифракционной картины 500x500 элементов. Детектор предназначен для регистрации гамма-квантов с энергией до 25 кэВ.

В заключение необходимо отметить, что дифрактометры, созданные нами на основе пропорциональных камер с быстрыми линиями задержки, открыли новые возможности в исследовании монокристаллов белков. За четыре года получено около 70 полных наборов интенсивностей отражений с высоким разрешением от монокристаллов различных белков, исследование большинства которых ранее было невозможным. В общей сложности измерено более $4,5 \times 10^6$ отражений. На основе полученных данных определена пространственная структура целого ряда белков, представляющих большой научный и практический интерес, в том числе в области генной инженерии. Для исследований белков с помощью синхротронного излучения разрабатываются новые двумерные рентгеновские детекторы с высоким пространственным разрешением ($\sim 0,2$ мм) и быстрым действием в несколько мегагерц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andrianova M.E. et al. — Journ.Appl.Cryst., 1982, v.15, p.626.
2. Андрианова М.Е. и др. В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ №13-85, Дубна, 1985, с.41.
3. Тепляков А.В. и др. — Кристаллография, 1986, т.31, №5, с.931.
4. Барынин В.В. и др. — ДАН СССР, 1986, т.288, №4, с.877.
5. Andrianova M.E. et al. In: Proc. of the 4-th Soviet-Italian Symposium "Macromolecules in the Functions Cell" Pushchino, Acad.of Sci. USSR, 1986, p.153.
6. Алешин А.Е. и др. — ДАН СССР, 1987, т.294, №4, с.973.
7. Анисимов Ю.С. и др. — ПТЭ, 1986, №4, с.60.
8. Durbin R.M. et al. — Science, 1986, v.232, p.1127.