

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
JOINT INSTITUTE
FOR NUCLEAR
RESEARCH

N 2 [22] -87

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ

JINR
RAPID COMMUNICATIONS

дубна

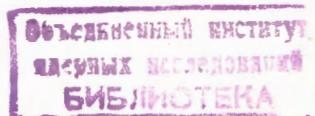
1987

Объединенный институт ядерных исследований
JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

№ 2[22]-87

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ
JINR RAPID COMMUNICATIONS

СБОРНИК
COLLECTION



Дубна 1987

О ГЛАВЛЕНИЕ CONTENTS

A.M.Baldin, A.O.Kechechyan, B.A.Shahbazian On the Existence of the First Intermediate Asymptotics in Relativistic Nuclear Collisions А.М.Балдин, А.О.Кечечян, Б.А.Шахбазян О существовании первой промежуточной асимптотики в релятивистских ядерных столкновениях.	4
L.S.Okrimenko, B.Słowinski, A.N.Ilyina Распределения по относительной 4-скорости π^0 - и η^0 -мезонов, образованных в π^- Хе-взаимодействиях при импульсе 3,5 ГэВ/с L.S.Okrimenko, B.Słowinski, A.N.Ilyina Relative Four-Velocity Distributions of π^0 and η^0 Mesons Produced in the Reaction π^- Xe at 3.5 GeV/c	12
F.Nichitiu, V.A.Romanov, S.V.Trubnikov Фазовые анализы НК-рассеяния и магнитный момент Λ -гиперона F.Nichitiu, V.A.Romanov, S.V.Trubnikov N \bar K Scattering Phase Analysis and Λ -Hyperon Magnetic Moment.	23
Fam Le Kien, A.S.Shumovsky On the Two-Mode Laser Master Equation Фам Ле Киен, А.С.Шумовский О кинетическом уравнении для двухмодового лазера.	28
I.F.Kolpakov, A.E.Senner, V.A.Smirnov Суперкомпьютер ОИЯИ модульного типа для параллельного анализа событий I.F.Kolpakov, A.E.Senner, V.A.Smirnov JINR Supercomputer of the Module Type for the Event Parallel Analysis	35
V.V.Pupyshev Regularization of Integrodifferential Faddeev Equations over Angular Variables B.V.Пупышев Регуляризация интегродифференциальных уравнений Фаддеева по угловым переменным	45

ON THE EXISTENCE OF THE FIRST INTERMEDIATE ASYMPTOTICS IN RELATIVISTIC NUCLEAR COLLISIONS

A.M.Baldin, A.O.Kechechyan*, B.A.Shahbazian

The multiple production of protons in relativistic nuclear collisions in the region of the limiting fragmentation of the carbon nucleus is studied. An approach in which the cross section is considered as a function of the positive relativistic invariant quantities $b_{1k} = -(u_1 - u_k)^2$, where $u_1 = p_1/m_1$ are particle four-velocities, is used. It is shown that in the range $0.01 < b_{1k} < 1$ a universal behaviour of the cross sections and the clusterization of the b_{1k} distributions, similar to the production of jets in the domain $b_{1k} \gg 1$, are observed. This fact enables us to suggest the notion of a first intermediate asymptotics. The asymptotic behaviour of the cross section at large b_{1k} which was established earlier can naturally be called the second asymptotics. The measurement of the characteristics possessing automodelity properties in the region of the first asymptotics makes it possible to study the general properties of a strongly excited nucleon matter and the same measurement in the region of the second asymptotics enables us to study quark-gluon plasma.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

О существовании первой промежуточной асимптотики в релятивистских ядерных столкновениях

А.М.Балдин, А.О.Кечечян*, Б.А.Шахбазян

Изучается множественное образование протонов в релятивистских ядерных столкновениях в области предельной фрагментации ядра углерода. Используется подход, в котором сечение рассматривается как функция положительных релятивистски-инвариантных величин $b_{1k} = -(u_1 - u_k)^2$, где $u_1 = p_1/m_1$ — четырехмерные скорости частиц. Показано, что в области $0.01 < b_{1k} < 1$ наблюдается универсальное поведение сечений и кластеризация распределений по b_{1k} , аналогичная образованию струй в области $b_{1k} \gg 1$, что позволяет ввести понятие первой промежуточной асимптотики. Установленное ранее асимптотическое поведение сечений при больших b_{1k} естественно назвать второй асимптотикой. Измерение

* On leave from Yerevan Physical Institute

характеристик, обладающих автомодельными свойствами, в области первой асимптотики позволяет изучать общие свойства сильно-возбужденной нуклонной материи, а в области второй асимптотики — изучать кварк-глюонную плазму.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

The present paper is devoted to the study of the proton production in relativistic nuclear collisions. Instead of the ordinary inclusive approach^{/1,2/}, a new approach^{/3/} is used in which all the available experimental information is employed. According to this approach, in relativistic nuclear collisions

$$I + II \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots \quad (1)$$

the colliding particles I and II (one of them or both can be nuclei) and the produced ones 1,2,3,... are considered in the space of the four-velocities $u_i = P_i/m_i$ ($i = I, II, 1, 2, 3, \dots$). The probability distributions W (cross sections) are assumed to depend on the positive relativistic invariant quantities

$$b_{ik} = -(u_i - u_k)^2 = 2(u_i u_k) - 1, \quad (2)$$

having the sense of the relative distances in the four-velocity space. Unlike the commonly used noninvariant variables (longitudinal rapidities, transversal momenta, "sphericity" and so on), the quantities (2) make it possible to formulate a series of laws of a general nature. As is shown in^{/8,7/}, at $b_{ik} \gg 1$ asymptotic regimes set in, which are characterized by a decrease of the probability distribution $W(b_{I\bar{I}}, b_{II}, b_{III}, \dots)$ with increasing b_{ik} and by a factorization. This law is analogous to the correlation depletion principle in statistical mechanics. The correlation depletion principle enabled us to give a new relativistic invariant definition of the jets as universal objects in multiple production processes and to formulate the universal properties of the asymptotic regimes describing, in particular, the cumulative effect. The asymptotic regimes and the validity of the correlation depletion principle for the distributions W (cross sections) follow from the existence of the characteristic correlation length, $b_2 \sim 1$, in the relative velocity space. The asymptotic regimes set in at $b_{ik} > b_2$ and by analogy with the mechanics of continuous media they may be considered as a manifestation of the automodelity of the W distributions. The automodelity of the solutions of the mechanics of continuous media^{/4/} means a decrease of the number of the

arguments of the function in question at the expense of the importance of only selected combinations of independent variables.

The concept of the automodelity was first applied to multiple production processes by Matveev, Muradyan and Tavkhelidze ^{/5/}. They proceeded from the dimensionality theory and the requirement of approximate invariance in scaling transformations

$$P_1 \rightarrow \lambda P_1 .$$

In the relative velocity space one deals with the dimensionless quantities b_{ik} and proceeds not from the dimensionality considerations but from the condition of the existence of an asymptotic limit of the functions W when some b_{ik} 's tend to infinity. By infinity we should imply a "physical infinity", i.e., a quantity which makes it possible to expand the function W in a power series of $1/b_{ik}$.

Thereby the expansion coefficients turn out to possess automodelity properties with respect to this variable.

The formulation of automodelity in this sense and the application of the correlation depletion principle enables one to propose a general parametrization of the multiple particle production cross sections (see ^{/6/}, (eq.) (8)). The scaling invariance of the cross sections follows from this parametrization as a particular case. Scale invariance is valid only for the dependences of the cross sections of reaction (1) for which of importance are not the very quantities (2), but only their relationships. The quantities b_{ik} appear to be scale noninvariant. Scale noninvariant are, e.g., the universal jet parameters. At the same time the jet properties are a direct consequence of automodelity.

As was noted ^{/3,6/}, in addition to the correlation length $b_2 \sim 1$ characterizing the scale of quark phenomena, a correlation length $b_1 \sim 0.01$ should exist which characterizes the scale of nucleonic (nuclear) phenomena. The automodelity character of the asymptotics of the W distributions for $b_{ik}/b_1 \gg 1$ follows from the pole approximation ^{/3/} and the smallness of the binding energy per nucleon in the nucleus:

$$W \Big| \frac{b_{all}}{0.01} \gg 1 \rightarrow \frac{1}{(b_{all})^2} W_1 ,$$

where W_1 is practically independent of b_{all} (automodelity with respect to this variable). It should be noted, however, that the pole approximation still needs a detailed experimental check. The validity of this approximation for $b_{ik} \gg 0.01$ should also be studied.

Thus, an experimental check of the existence of universal asymptotics in the intermediate domain of nuclear collisions, $0.01 < b_{IIk} < 1.00$, is urgent. It is important to note that the measurement of the automodelity characteristics in this domain means the study of the general properties of a strongly excited nuclear matter. As was often stressed, the first intermediate asymptotics $b_{IIk} \gg b_1$ is due to quite other laws than the second one $b_{IIk} \gg b_2$. The first asymptotics corresponds to quasi-free nucleons whereas the second one to quasi-free quarks. In order to verify these ideas, the vicinity of the point u_{II} was investigated in the four-velocity space, i.e., all the protons within the range

$$0.03 < b_{IIk} = (u_{II} - u_k)^2 < 0.63. \quad (3)$$

The ^{12}C nucleus was taken as particle II in all the investigated reactions. As particle I we used: a) 4 GeV/c negative pions ($b_{I\text{II}} = 55.2$), b) neutrons, having almost Gaussian momentum distribution with an average value of 7.04 GeV/c ($b_{I\text{II}} = 13.1$) and a standard deviation of 2.84 GeV/c, c) 10 GeV/c protons ($b_{I\text{II}} = 19.4$), and d) 50.4 GeV/c ^{12}C nuclei ($b_{I\text{II}} = 1.2$).

The data were obtained with the aid of a 55 cm (a,b) and a 2 m (c,d) propane bubble chambers of the Laboratory of High Energies.

In all the considered cases the distance between the points u_I and u_{II} is larger than the correlation lengths b_1 and b_2 , and, according to the correlation depletion principle, the function W in the vicinity of the point u_{II} (inequality (4)) must not depend on the properties of particle I and $b_{I\text{II}}$. Figure 2 shows the validity of this statement.

Region (3) is divided into two parts:

$$0.03 < b_{IIk} < 0.1, \quad (4)$$

where of great importance is closeness of the point u_{II} (the nucleus), and

$$0.1 < b_{IIk} < 0.63, \quad (5)$$

where of importance is the clusterization of protons of the type of the jets. It would be very interesting to discover such a clusterization. In just the same manner as in the study of the jets /7/ we define the four-vector:

$$v_a = \frac{\sum u_i}{\sqrt{(\sum u_i)^2}}.$$

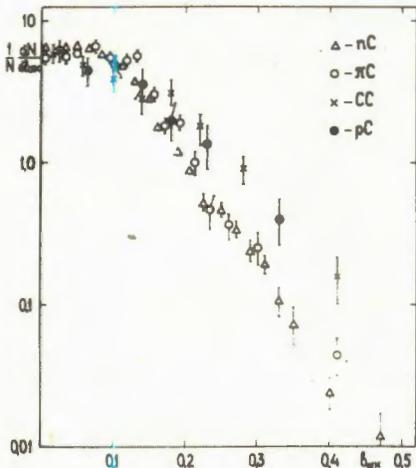


Fig.1. b_{1k} distribution of the protons from the region (5).

The summation is performed over the protons either from the region (4) or the region (5).

The $b_{ak} = -(V_a - u_k)^2$ distribution of the protons from the region (5) is shown in Fig.1, and from the region (4) in Fig.2. The average value $\langle b_{ak} \rangle$ for the protons from the region (5) is much larger than the average value $\langle b_{ak}^c \rangle$ for the protons from the region (4). This shows that the mechanisms of the

proton production in the regions (4) and (5) are quite different. The $b_{aII} = -(V_a - u_{II})^2$ distributions are shown in Fig.3 and 4, where u_{II} is the four-velocity of the target nucleus for the regions (5) and (4), respectively. The distance from the centre of the cluster V_a to the point u_{II} (nucleus) is characterized by the variable b_{aII} . To these distributions there correspond the average values $\langle b_{aII} \rangle$ and $\langle b_{aII}^c \rangle$ shown in the Table. The average distances $\langle b_{ak} \rangle$ and $\langle b_{ak}^c \rangle$ between the protons and the cluster centre in the velocity space are shown for comparison in the same table.

The fact that the $\langle b_{ak} \rangle$ and $\langle b_{aII} \rangle$ values are close to each other shows that the proton clusters (nuclear fireballs) are not so strongly pronounced as the jets. In this connection it is interesting to consider other values which are able to characterize the particle clusterization. The average distances $b_{ak} = -(V_a - u_k)^2$ are shown in Fig. 5,6,7 to be a function

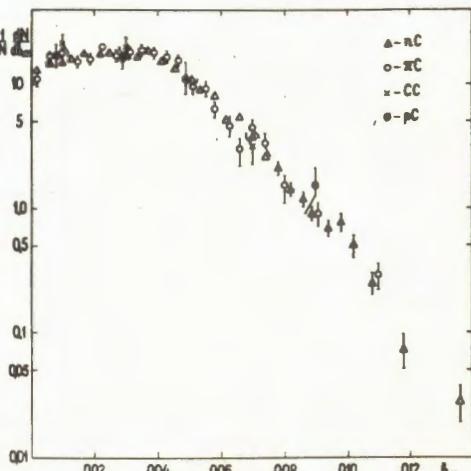


Fig.2. b_{ak} distribution of the protons from the region (4).

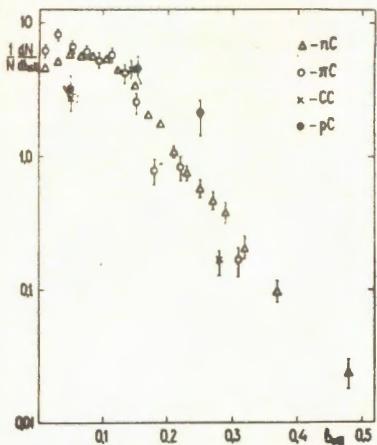


Fig.3. b_{all} distribution for protons from the region (5).

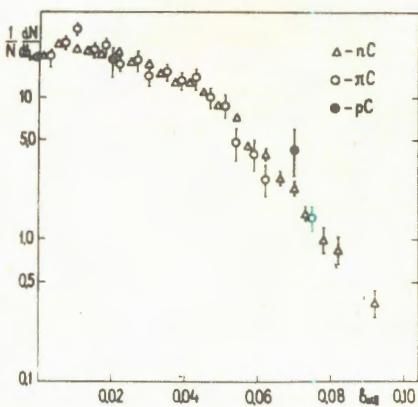


Fig.4. b_{all} distribution for protons from the region (4).

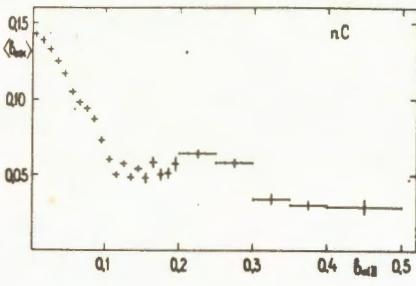


Fig.5. $\langle b_{ak} \rangle$ dependence on b_{all} for protons from the nC collisions.

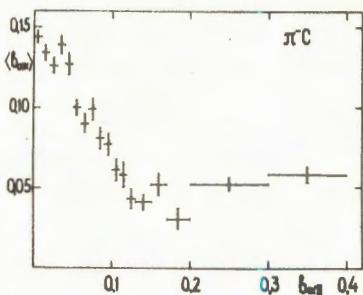


Fig.6. $\langle b_{ak} \rangle$ dependence on b_{all} for protons from the π^-C collisions.

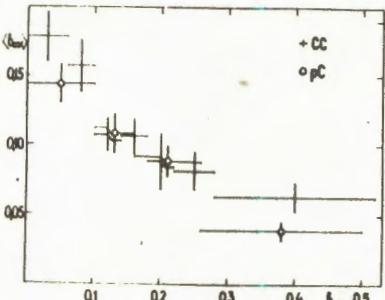


Fig.7. $\langle b_{ak} \rangle$ dependence on b_{all} for protons from the CC and pC collisions.

Table
Average values b_{ak} and b_{all} for the protons from the regions (4) and (5)

Type of collision	P_{lab} GeV/c	Statistics	$0.1 > b_{ik} > 0.03$		$0.03 > b_{ik} > 0.1$	
			$\langle b_{ak}^0 \rangle$	$\langle b_{all}^0 \rangle$	$\langle b_{ak} \rangle$	$\langle b_{all} \rangle$
nC	7	11940	0.033 ± 0.001	0.026 ± 0.001	0.087 ± 0.001	0.101 ± 0.001
$\pi^- C$	4	1870	0.032 ± 0.001	0.025 ± 0.001	0.094 ± 0.002	0.082 ± 0.003
CC	4.2	114	0.027 ± 0.003	0.037 ± 0.004	0.116 ± 0.006	0.151 ± 0.009
pC	10	103	0.031 ± 0.003	0.031 ± 0.004	0.107 ± 0.007	0.135 ± 0.010

of $b_{all} = -(V_a - u_{II})^2$ for the protons from the region (5). The average b_{ak} value is seen to decrease with increasing b_{all} and $\langle b_{ak} \rangle \approx \approx 0.05$ at $b_{all} > 0.15$ which is close to the value of $\langle b_{ak}^0 \rangle$ for slow protons. It is important to note that the distance between the points V_a and u_{II} is much larger than the average distances inside each of the clusters. So, we have got the main result of this work: the intermediate asymptotics of relativistic nuclear collisions in the region $0.01 < b_{ik} < 1.00$ does exist and the clusterization is observed.

Further investigations are required. A direct proof of the correlation depletion principle in the region of the first intermediate asymptotics, a detailed study of the universal properties of the cross sections and the verification of the universality of the correlation length in this region are of particular importance.

REFERENCES

1. Bayukov Yu.D., Vorobyev L.S., Leksin G.A. et al.-Yad. Fiz., 1973, v.18, No. 6, p. 1246-1250.
Bayukov Yu.D. et al.-ITEPH preprint N 86-69, Moscow, 1986.
2. Adyasevich B.P. et al.-Phys.Lett., 1985, 161B, p.55.
3. Baldin A.M.-Doklady Akad. Nauk 1975, v.222, p.1064; ECHAYA, 1977, v.8, N 3, p.429; Nucl.Phys., 1985, A434, p.695c; Nucl.Phys., 1985, A447, p.203.
4. Sedov L.I.-"Mechanics of Continuous Media", v.I,II, Moscow, Nauka, 1983, p.380 and p. 424-438.
5. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N.-JINR Preprint P2-4572, Dubna, 1969;
Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N.-Nuovo Cim.Lett., 1972, 5, p.907.

6. Baldin A.M., Baldin A.A. — In: JINR Rapid Comm., N 17-86, Dubna, 1986, p.19.
7. Baldin A.M., Didenko L.A. — In: JINR Rapid Comm., N 3-84, Dubna, p.85; N 8-85, Dubna, 1985, p.5.

Received on March 23, 1987.

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ОТНОСИТЕЛЬНОЙ
4-СКОРОСТИ π° - И η° -МЕЗОНОВ, ОБРАЗОВАННЫХ
В π^- Xe -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ ИМПУЛЬСЕ 3,5 ГэВ/с

Л.С.Охрименко, Б.Словински, А.Н.Ильина*

Выполнен анализ π^- Xe-взаимодействий при 3,5 ГэВ/с, в которых образуются π° - и η° -мезоны. Получены распределения этих частиц по продольной быстроте, а также по относительной 4-скорости $b_{ik} = -(p_i/m_i - p_k/m_k)^2$ в области фрагментации ядерной мишени (p_i и p_k - 4-импульсы частиц, m_i и m_k - их массы покоя). Спектры по b_{ik} удовлетворительно описываются экспоненциальной функцией $\sim \exp(-b_{ik}/B)$, причем параметр наклона B для π° -мезонов в интервале значений $b_{ik} \gtrsim 5$ совпадает с аналогичным значением, определенным для заряженных пионов из π^- C -взаимодействий при 40 ГэВ/с. Источником экспериментальных данных являются снимки со 180-литровой ксеноновой пузырьковой камеры ИТЭФ (Москва).

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий и Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Relative Four-Velocity Distributions of π° and
 η° Mesons Produced in the Reaction π^- Xe at
3.5 GeV/c

L.S.Okrimenko, B.Słowiński, A.N.Ilyina*

The analysis of the π^- Xe interactions at 3.5 GeV/c in which single π° and η° mesons are produced has been made. Distributions of these particles in the longitudinal rapidity as well as the relative four velocity $b_{ik} = -(p_i/m_i - p_k/m_k)^2$ within the target-nucleus fragmentation region are obtained (here p is the four momentum and m - the particle mass). b_{ik} spectra are described good enough by the exponential function, $\sim \exp(-b_{ik}/B)$, when the slope parameter B for π° mesons at $b_{ik} \gtrsim 5$ coincides with the analogical value estimated for charged pions from the reactions πp and πC at 40 GeV/c. Pictures from the 180 l. xenon bubble chamber of ITEP (Moscow) have been used as a source of experimental data.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies and the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

* Филиал Научно-исследовательского института ядерной физики, МГУ,
Дубна

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время все большее распространение получает подход к исследованию ядерных взаимодействий в релятивистской области, состоящий в использовании пространства относительных скоростей b_{jk} частиц (j, k), участвующих в реакции^{1, 2/}. Этот подход, обладающий очевидным методологическим удобством (величина b_{jk} релятивистски-инвариантна), находит все более глубокое теоретическое обоснование в рамках КХД и традиционной ядерной физики^{2/}. Он имеет также практическое значение. В частности, указывается на возможность прояснить с его помощью весьма существенный вопрос о границах применимости описания ядерных процессов на структурном уровне адронов^{2/}, предложены методика исследования процессов множественного образования частиц^{3/} и релятивистски-инвариантный метод анализа струйного поведения вторичных частиц, рожденных при релятивистских энергиях. Поэтому экспериментальные данные по множественному образованию частиц в адрон (ядро)-ядерных взаимодействиях (см., например,^{4/}) и даже по бинарным процессам в пион-протонных столкновениях стали представлять в виде распределений по b_{jk} и обнаруживать интересные закономерности^{4, 5/}. Однако большинство этих данных относится к заряженным частицам, рожденным главным образом в области предельной фрагментации, в которой прямые процессы играют основную роль (то есть влияние вторичных внутриядерных взаимодействий пренебрежимо мало).

В настоящей работе приведены результаты анализа экспериментальных данных, касающихся π^- -Хе -взаимодействий при 3,5 ГэВ/с, в которых образуются одиночные π^0 - и η^0 -мезоны и произвольное число N_3 заряженных частиц. Были изучены взаимодействия, которые можно представить в виде двух классов по N_3 :

$$\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \pi^0 + (N_3 < 2), \quad (1')$$

$$\pi^- + \text{Xe} \rightarrow (\eta^0 \rightarrow 2\gamma) + (N_3 < 2) \quad (1'')$$

и

$$\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \pi^0 + (N_3 > 2), \quad (2')$$

$$\pi^- + \text{Xe} \rightarrow (\eta^0 \rightarrow 2\gamma) + (N_3 > 2), \quad (2'')$$

первый из которых, (1') и (1''), состоит преимущественно из столкновений квазисвободного типа, в которых влияние ядерной мишени невелико^{6/}. Изучены спектры по относительной 4-ско-

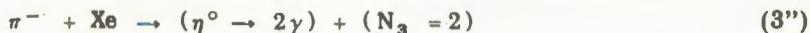
ности π^0 - и η^0 -мезонов из этих взаимодействий. В качестве исходного экспериментального материала использованы снимки со 180-литровой ксеноновой пузырьковой камеры (КПК) ИТЭФ (Москва), облученной в пучке π^- -мезонов с импульсом 3,5 ГэВ/с.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Было проанализировано 2134 события типа $(1') + (2'')$, отобранных из 10278 ранее измеренных случаев π^- -Xe-взаимодействий, сопровождавшихся произвольным числом гамма-квантов и $N_3 \approx 7,8$. В табл.1 приведены числа этих событий и эффективные сечения σ для каждого рассматриваемого канала реакции $(1') - (2')$, а также для взаимодействий



и



при этом же импульсе первичных π^- -мезонов.

Таблица 1

Информация об экспериментальном материале:
 N — число проанализированных π^- -Xe-взаимодействий при 3,5 ГэВ/с и σ — соответствующие им эффективные сечения

Реакция	N	σ (мб)
$(1')$	1114	$30,2 \pm 0,9$
$(1'')$	124	$5,0 \pm 0,4$
$(2')$	864	$338,2 \pm 11,5$
$(2'')$	32	$15,6 \pm 2,8$
$(3')^*$	-	$53,7 \pm 3,3$
$(3'')^*$	-	$4,5 \pm 1,0$

* Эти взаимодействия в данной работе не исследуются.

КПК ИТЭФ ^{/9/}, размеры которой равны $10 \times 11 \times 25,7$ рад.ед³, позволяет регистрировать гамма-кванты с энергией более нескольких МэВ с вероятностью, практически достигающей 100%, в пределах полного телесного угла их эмиссии. Методика восстановления характеристик π^0 - и η^0 -мезонов по создаваемым ими в результате распада гамма-квантам описана в ^{/10/}. Метод определения энергии гамма-квантов по наблюдаемым электронно-фотонным ливням, вызванным этими гамма-квантами, изложен в ^{/11,12/}.

Ко вторичным заряженным частицам, причисляемым к N_3 , относятся в основном протоны с энергией более 20 МэВ в случае реакций (2') и (2''), а в реакциях (1') и (1'') — такие же протоны и заряженные пионы с энергией не менее 10 МэВ ^{/7/}.

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ПРОДОЛЬНОЙ БЫСТРОТЕ

На рис.1 приведено распределение по продольной быстроте π^0 -мезонов из взаимодействий (1') и (2'). Там же стрелками

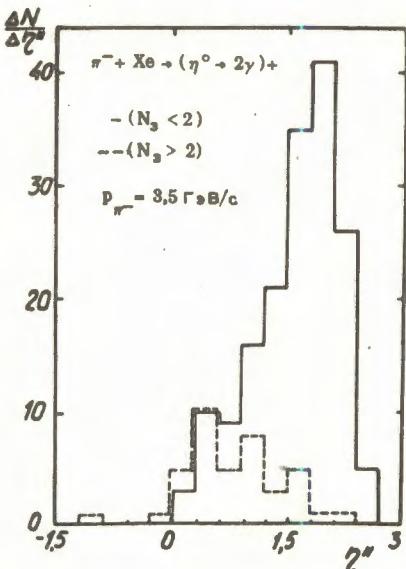
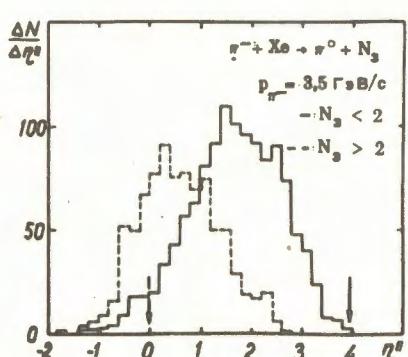


Рис. 1. Распределения по продольной быстроте η'' π^0 -мезонов из взаимодействий $\pi^- + Xe \rightarrow \pi^0 + N_3$ при энергии 3,5 ГэВ/с. Стрелками указаны значения η'' , соответствующие ядру-мишени ($\eta''=0$) и пучку первичных π^- -мезонов ($\eta'' \approx 4$).

Рис. 2. То же, что и на рис.1, но для η^0 -мезонов из взаимодействий $\pi^- + Xe \rightarrow \eta^0 + N_3$ при 3,5 ГэВ/с.

указанны значения η'' , соответствующие ядру-мишени ($\eta''_M = 0$) и падающим на нее π^- -мезонам ($\eta''_{\pi} = 4$). Можно отметить, что в столкновениях (2') нейтральные пионы рождаются преимущественно в области фрагментации ядра-мишени, в то время как π^0 -мезоны из реакции (1') занимают всю центральную по η'' область, причем положение максимума этого распределения $\eta''_{\max} (\pi^0)$ совпадает приблизительно со средним значением $\bar{\eta}'' = (\eta''_{\pi} - \eta''_M)/2$.

Аналогичные, как для π^0 -мезонов, спектры для η^0 -мезонов из реакций (1'') и (2'') показаны на рис.2. И здесь наблюдается та же тенденция, однако η'' -распределение η^0 -мезонов из реакции (2'') в большей степени смещено в сторону больших значений η'' , чем в случае π^0 -мезонов из взаимодействий (2').

4. ПРИЧИННАЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ ЧАСТИЦАМИ

Для того чтобы распределение по относительной 4-скорости b_{jk} частиц (j, k) не носило только формальный характер, необходимо установить причинную связь между рассматриваемыми частицами. Этот вопрос можно решить путем введения ограничений для j -й вторичной частицы с помощью релятивистско-инвариантных переменных x_i и $x_t^{1/4}$,^{18/} (индекс i относится к налетающей частице, индекс t — к ядерной мишени):

$$x_i^j = \frac{m_j}{m_i} \cdot \frac{(u_j u_t)}{(u_i u_t)}, \quad (4)$$

$$x_t^j = \frac{m_j}{m_t} \cdot \frac{(u_j u_t)}{(u_i u_t)}. \quad (5)$$

Здесь u и m — 4-скорость и масса покоя частиц. Установлено, в частности, что критерии отбора

$$x_t > 0,2 \text{ и } x_i < 0,2, \quad (6')$$

$$x_t < 0,2 \text{ и } x_i > 0,2 \quad (6'')$$

достаточно хорошо выделяют области фрагментации мишени и пучка^{14/}. Диаграммы рассеяния событий (1'), (2') и (1''), (2'') в переменных (x_i , x_t) показаны на рис.3÷4. Из этих распределений, а также из рис.1 и 2 вытекает, что критерии отбора по (x_i , x_t) целесообразно применить главным образом к событиям (2'). Спектр продольных быстрот π^0 -мезонов из взаимодействий

(2') в случае, когда выполнены условия (6'), представлен на рис.5. Можно видеть, что критерий (6') действительно выделяет выборку π^0 -мезонов, рожденных в области фрагментации мицели (область перекрытия составляет $\sim 4\%$). Следует при этом

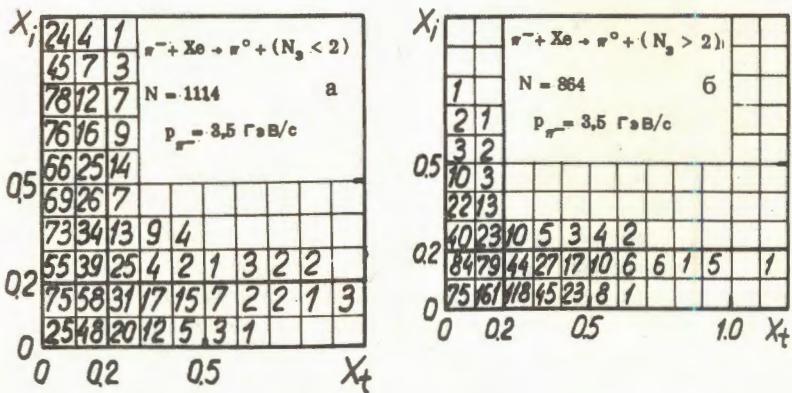


Рис.3. Диаграмма рассеяния π^0 -мезонов из реакций а) $\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \pi^0 + (N_3 < 2)$ и б) $\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \pi^0 + (N_3 > 2)$ при $3,5 \text{ ГэВ/с}$ по переменным X_i (4) и X_t (5).

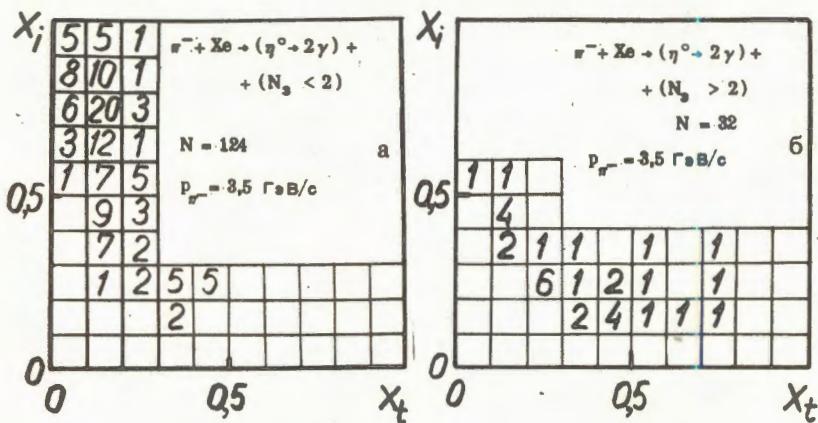
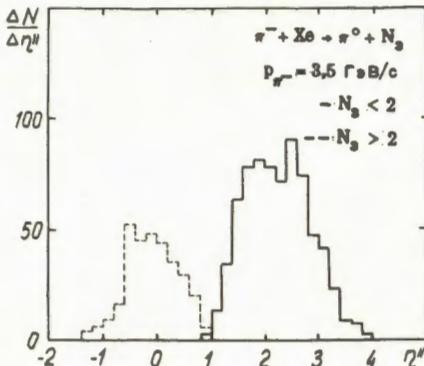


Рис.4. Диаграмма рассеяния для η^0 -мезонов из реакций а) $\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \eta^0 + (N_3 < 2)$ и б) $\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \eta^0 + (N_3 > 2)$ при $3,5 \text{ ГэВ/с}$.

Рис.5. Распределения по продольной быстроте η'' π^0 -мезонов из взаимодействий $\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \pi^0 + N_3$ при $3,5 \text{ ГэВ/с}$, но с учетом условий (6') и (6'') для $\pi^- + \text{Xe}$ -взаимодействий с $N_3 > 2$ и $N_3 < 2$ соответственно.



отметить, что среднеквадратичное рассеяние продольных быстрых этих π^0 -мезонов удовлетворительно согласуется с ожидаемой шириной η'' -спектра, обусловленной Фермиевским движением внутриядерных нуклонов ядра ксенона¹⁴. На этом же рис.5 нанесено распределение по η'' π^0 -мезонов из взаимодействий (1'), к которым применялись критерии (6'). Видно, что хотя и исключена область фрагментации мишени в этом случае, однако полученный спектр нельзя отнести к области фрагментации падающего пучка частиц, так как эта область представлена в исходном распределении (см.рис.1) лишь незначительной долей случаев. Отсюда вытекает, что одних только условий типа (6') и (6'') может оказаться недостаточно для установления однозначной причинной связи между частицами, участвующими в данной реакции.

Пре́дставляет интерес более подробное рассмотрение вопроса о достоверности выделения области фрагментации ядра-мишени с помощью двумерной диаграммы рассеяния событий (2') в переменных (x_t, η'') . Такая диаграмма показана на рис.6. Можно заметить, что при увеличении x_t диаграмма становится симметричной относительно значения $\eta'' = 0$ уже при $x_t \approx 0,2$ и при дальнейшем росте x_t эта симметрия сохраняется в пределах

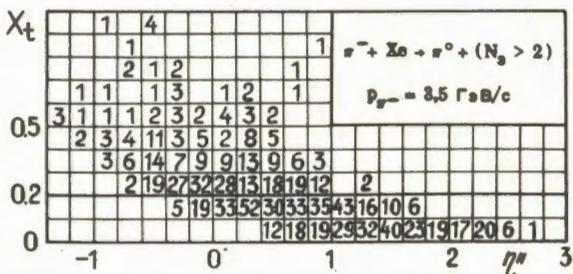


Рис.6. Диаграмма рассеяния событий $\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \pi^0 + (N_3 > 2)$ при $3,5 \text{ ГэВ/с}$ по переменным (x_t, η'') .

статистической точности экспериментальных данных. Следовательно, подтверждается вывод о том, что условие $x_t \geq 0,2$ практически обеспечивает выделение области фрагментации ядерной мишени в рассматриваемой реакции.

5. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ОТНОСИТЕЛЬНОЙ 4-СКОРОСТИ

На рис.7 приведена зависимость от $b_{t\pi^0}$ релятивистски-инвариантного сечения $1/\sigma_{in} F(b_{t\pi^0})^{1/18}$ образования π^0 -мезонов, рожденных во взаимодействиях (2') и удовлетворяющих условиям (6'). Там же дано аналогичное распределение, относящееся ко всем нейтральным пionам из этой реакции. Прямыми линиями представлены простейшие функции, аппроксимирующие все экспериментальные данные:

$$\frac{1}{\sigma_{in}} F(b_{t\pi^0}) \sim \exp(-b_{t\pi^0}/B), \quad (7)$$

где B — параметр наклона, определяемый при статическом описании исходных данных. Однако если иметь в виду изменение режима взаимодействия в районе $b_{t\pi^0} = 5$ (см., например, $^{1+4,13'}$), чему не противоречат наши экспериментальные результаты, то в случае взаимодействий (2') прямую линию можно провести лишь по двум последним точкам (штриховая линия на рис.6). Видно, что при этом наклоны экспонент (7) для событий (2') без критериев (6') и с этими критериями практически совпадают в области значений $b_{t\pi^0} \geq 5$.

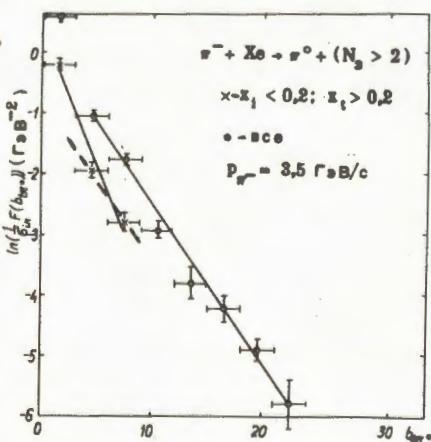


Рис.7. Зависимость от относительной 4-скорости $b_{t\pi^0}$ релятивистски-инвариантного эффективного сечения образования π^0 -мезонов во взаимодействиях $\pi^- + Xe \rightarrow \pi^0 + (N_3 > 2)$ при $3,5 \text{ ГэВ/с}$. Крестиками обозначено распределение π^0 -мезонов, удовлетворяющих условиям (6'), прямыми линиями — функции вида (7), описывающие экспериментальные данные. Штриховая линия проведена по двум точкам в интервале $b_{t\pi^0} \geq 5$. t обозначает ядерную мишень. Черные кружки соответствуют всем взаимодействиям.

Рис.8. То же, что на рис.7, но для π^0 -мезонов из взаимодействий $\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \pi^0 + (\text{N}_3 < 2)$ при 3,5 ГэВ/с. i обозначает π^- -мезон, t — мишень.

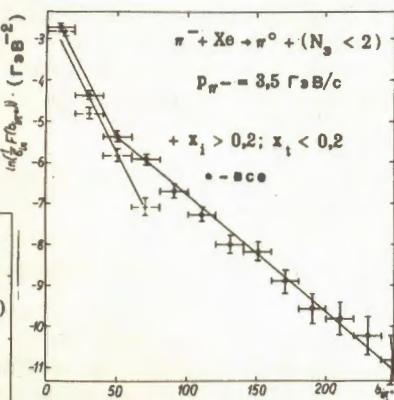
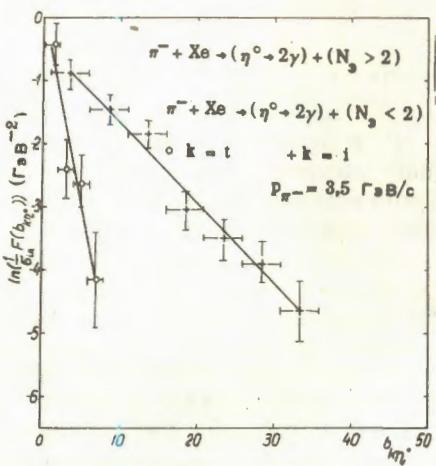


Рис.9. То же, что на рис.7, но для η^0 -мезонов из взаимодействий $\pi^- + \text{Xe} \rightarrow \eta^0 + \text{N}_3$. i и t обозначают пучок первичных π^- -мезонов и ядерную мишень соответственно.

Распределения по относительной 4-скорости π^0 -мезонов из взаимодействий (1'), а также η^0 -мезонов из взаимодействий (1'') и (2''), приведенные на рис.8 и 9, носят главным образом качественный характер, так как из-за малости статистики к соответствующим выборкам событий нельзя применить критерий отбора (6') и (6''). Численные значения параметров наклона всех рассматриваемых спектров и интервалы значений относительной 4-скорости, по которым проводилось статистическое оценивание, даны в табл.2.

Следует отметить, что параметр наклона в распределения (7) по относительной 4-скорости $b_{\pi^0 \text{Xe}}$ π^0 -мезонов, рожденных в области фрагментации ядра в $\pi^- \text{Xe}$ -взаимодействиях при 3,5 ГэВ/с, удовлетворительно согласуется с аналогичными данными, полученными для $\pi^- \text{p}$ - и $\pi^- \text{C}$ -взаимодействий при 40 ГэВ/с^{4,18}, если эти распределения сравнивать в интервале $b_{jk} \geq 5^{1/4}$. Этот факт можно считать дополнительным подтверждением концепции универсальности, в данном представлении — процесса фрагментации на кварковом структурном уровне. Вместе с тем кажется преждевременным вывод о том, что в адрон-ядерных взаимодействиях при импульсах первичных частиц ≤ 10 ГэВ/с, вероятно, сказывается значительный вклад

Таблица 2

Численные значения параметров наклона В функций (7), аппроксимирующих релятивистски-инвариантные эффективные сечения образования π^0 - и η^0 -мезонов $1/\sigma_{in} F(b_{jk})$ во взаимодействиях (1'), (1''), (2'), (2''). Указаны интервалы значений b_{jk} , по которым проводилось статистическое оценивание экспериментальных данных, и информация о применяемых критериях отбора событий. p — вероятность фитирования

Реакция	Критерии	j, k	B	Интервал	$p (\%)$
(2')	-	π^0, Xe	$4,0 \pm 0,1$	5-22	5
(2')	(6')	π^0, Xe	$2,3 \pm 0,2$	2-22	< 0,01
(2')	(6')	π^0, Xe	$3,9 \pm 0,2$	5-22	100
(1')	-	π^0, π^-	$34,5 \pm 1,5$	50-250	< 0,01
(1')	(6'')	π^0, π^-	$15,6 \pm 0,8$	30-60	5
(1'')	-	η^0, π^-	$8,3 \pm 0,7$	3-33	67
(2'')	-	η^0, Xe	$1,6 \pm 0,3$	1-8	25

вторичных внутриядерных процессов^{1/4}. В этой области энергий существенное значение имеет надежное установление причинной связи между рассматриваемыми частицами, участвующими в реакции.

В заключение можно сделать вывод, что релятивистски-инвариантные спектры π^0 - и η^0 -мезонов из $\pi^- \text{Xe}$ -взаимодействий при 3,5 ГэВ/с в переменных относительной 4-скорости b_{jk} удовлетворительно описываются экспоненциальной функцией (7). При этом если надежно выделить область фрагментации ядра-мишени, то в интервале $b_{jk} \geq 5$ распределение π^0 -мезонов совпадает с распределениями заряженных пionов, рожденных в аналогичных условиях в других реакциях и при других значениях энергии. Это может свидетельствовать о проявлении универсальных свойств процесса фрагментации адронов на кварковом уровне^{1/2}.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балдин А.М. — ДАН СССР, 1975, т.222, с.1064.
2. Балдин А.М., Ставинский В.С. — В кн.: Научное сотрудничество социалистических стран в ядерной физике. М.: Энергоиздат, 1986, с.138.
3. Балдин А.М., Балдин А.А. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, № 17-86, Дубна: ОИЯИ, 1986, с.19.
4. Балдин А.М. и др. ОИЯИ, Р1-85-820, Дубна, 1985.
5. Малахов А.И., Мелкумов Г.Л. — В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, № 19-86, Дубна: ОИЯИ, 1986, с.32.
6. Словинский Б. — ЯФ, 1974, т.19, с.595.
7. Охрименко Л.С. и др. — ЯФ, 1974, т.19, с.1262.
8. Охрименко Л.С. и др. ОИЯИ, Р1-10389, Дубна, 1977.
9. Кузнецов Е.В. и др. — ПТЭ, 1970, № 2, с.56.
10. Словинский Б. ОИЯИ, 1-10932, Дубна, 1977.
11. Коновалова Л.П. и др. — ПТЭ, 1961, № 6, с.261.
12. Словинский Б. и др. ОИЯИ, Р1-86-809, Р1-86-810, Р1-86-811, Дубна, 1986.
13. Балдин А.М., Диценко Л.А. В сб.: Краткие сообщения ОИЯИ, № 3-84, Дубна: ОИЯИ, 1986, с.5.
14. Словинский Б., Томашевич А. — ЯФ, 1978, 27, с.1572.

Рукопись поступила 12 февраля 1987 года.

ФАЗОВЫЕ АНАЛИЗЫ НК -РАССЕЯНИЯ И МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ Λ -ГИПЕРОНА

Ф.Никитиу, В.А.Романов*, С.В.Трубников*

Предполагается, что S-матрица НК -рассеяния имеет в P_{01} -канале полюс, соответствующий Λ-гиперону. Определен магнитный момент Λ-гиперона μ_Λ . Его величина "набирается" только за счет магнитных моментов нуклонов и нетривиальной релятивистской связи N и \bar{K} в P_{01} -канале. Данный метод вычисления μ_Λ дополняет методы кварковых моделей. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии с экспериментальным значением μ_Λ .

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

NK -Scattering Phase Analysis and Λ-Hyperon Magnetic Moment

F.Nichitiu, V.A.Romanov, S.V.Trubnikov

The NK -scattering S-matrix is suggested to have the P_{01} -channel pole which corresponds to Λ-hyperon. The Λ-hyperon magnetic moment is calculated. Its value "arises" only due to nucleon magnetic moments and N and \bar{K} nontrivial relativistic coupling in the P_{01} -channel. This is one more method to the quark model methods. Our calculations are in agreement with the experimental value of μ_Λ .

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Экспериментальное значение магнитного момента Λ-гиперона известно весьма точно^{/1/}:

$$\mu_\Lambda^{\text{exp}} = -0,6138 \pm 0,0047 \text{ я.м.} \quad (1)$$

К настоящему времени появилось значительное число работ (см., например, статьи^{/2-15/}), посвященных теоретическому осмыслению величины (1). В большинстве работ по определению магнитных моментов октета барионов величина μ_Λ не вычисляется, а является входным параметром теории (наряду с магнитными

* Харьковский государственный университет

моментами протона и нейтрона μ_p , μ_n). При этом экспериментальные значения магнитных моментов остальных гиперонов воспроизводятся с точностью $\sim 20\%$ [3, 15]. В тех случаях, когда величина μ_Λ вычисляется в рамках того или иного динамического подхода (например, в работах [7, 9, 14]), полученные результаты отстоят довольно далеко от экспериментального значения (1). Если же теоретическое значение μ_Λ близко к экспериментальному [13], то, как правило, возникают трудности с описанием μ_p и μ_n .

Цель настоящей работы — показать, что величину магнитного момента Λ -гиперона можно вычислить в рамках релятивистского подхода [16, 17] к описанию определенного класса составных адронных систем. В этом подходе электромагнитные формфакторы двухчастичного связанного состояния выражаются через электромагнитные формфакторы составляющих частиц, каждая из которых находится на массовой поверхности, и через фазы взаимного рассеяния составляющих в канале с квантовыми числами связанного состояния.

Для вычисления μ_Λ необходимо предположить, что S -матрица NK -рассеяния в P_{01} -канале имеет полюс, отвечающий Λ -гиперону. Разумеется, подобная модель Λ -гиперона ни в коей мере не является обязательной, однако она, как нам представляется, удачно дополняет существующие кварковые модели (в смысле вычисления μ_Λ). В соответствии с формализмом, развитым в работах [16–18], выражение для релятивистского (r) магнитного момента Λ -гиперона имеет следующий вид:

$$\mu_\Lambda^r = (1 + \epsilon) \mu_\Lambda^{p.r.}, \quad (2)$$

$$\epsilon = \int_0^\infty \left[\frac{2m_2 \sqrt{2m_1}}{(m_1 + m_2)^2} - \frac{1}{\sqrt{2m_1 + \sqrt{E + 2m_1}}} \right] \frac{\sqrt{E} \Delta^2(E)}{\sqrt{E + 2m_1}} dE / \int_0^\infty \frac{\Delta^2(E')}{\sqrt{E'}} dE', \quad (3)$$

$$\Delta(E) = \frac{\sin \delta(E)}{E} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{\frac{\delta(E)}{\pi}} \exp \left\{ \frac{E + E_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\delta(E) - \delta(E')}{(E' - E)(E' + E_0)} dE' \right\}, \quad (4)$$

* По экспериментальному значению (1) фитируется магнитный момент странного кварка μ_s .

где m_1 — масса \bar{K} , m_2 — масса протона, $\delta(E)$ — P_{01} -фаза $N\bar{K}$ -рассеяния, $E_0 > 0$ — постоянная. Входящее в (2) "наивное" нерелятивистское (н. р.) значение $\mu_{\Lambda}^{n.r.}$ вычисляется по стандартным квантовомеханическим формулам и равно

$$\mu_{\Lambda}^{n.r.} = \frac{1}{6} \left[2 - \mu_n - \mu_p - 2 \frac{m_2}{m_1} \right] = -0,45 \text{ я.м.} \quad (5)$$

Таким образом, для вычисления магнитного момента Λ -гиперона необходимо конкретизовать лишь вид $N\bar{K}$ -фазовых сдвигов. Экспериментальный материал по $N\bar{K}$ -рассеянию в P_{01} -канале содержится, например, в [19, 20]. Анализ соответствующих данных показывает, что допустимыми являются наборы P_{01} -фазовых сдвигов, приведенные на рисунке. Эти наборы использовались в расчетах μ_{Λ} по формулам (2)-(5).

Вычисления дают для релятивистского фактора ϵ значение $\epsilon = 0,29 \div 0,70$, (6)

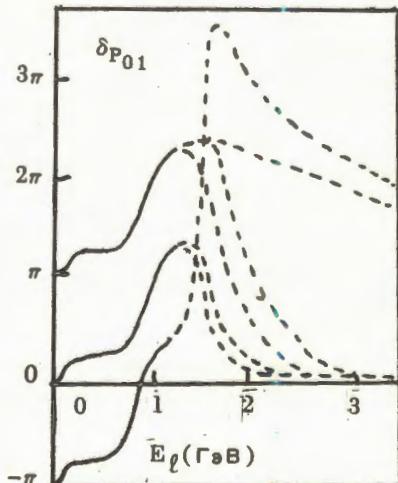
приводящее к величине магнитного момента

$$\mu_{\Lambda}^r = -(0,58 \div 0,76) \text{ я.м.} \quad (7)$$

Таким образом, P_{01} -фаза $N\bar{K}$ -рассеяния содержит информацию о весьма значительном релятивистском усилении магнитного момента Λ -гиперона по сравнению с нерелятивистским квантовомеханическим значением (5).

Из (7) видно, что интервал теоретических значений μ_{Λ}^r , допустимых с точки зрения современного экспериментального статуса $N\bar{K}$ -рассеяния, является весьма широким. Для сравнения укажем, что в модели составляющих夸克ов получено значение $\mu_{\Lambda} = -0,522$ я.м. [14]; в модели киральных мешков — значения $\mu_{\Lambda} = -0,51$ я.м. [9] и $\mu_{\Lambda} = -0,58$ я.м. [5]; а метод правил сумм КХД (приближенные формулы [6]) дает $\mu_{\Lambda} = -0,7$ я.м. Видно, что разброс "夸克овых" значений μ_{Λ} превышает даже интервал (7). Для сужения (7) необходимо существенное улучшение фазовых анализов $N\bar{K}$ -рассеяния, особенно в об-

различные допустимые экспериментальные P_{01} -фазовые сдвиги $N\bar{K}$ -рассеяния.



ласти промежуточных и высоких энергий. Такие анализы могут проводиться попутно с изучением неупругих каналов $N\bar{K}$ -взаимодействия, которые интенсивно исследуются в настоящее время.

Сравнение (5) и (7) с результатами других подходов демонстрирует своеобразную кварк-адронную дуальность: численно нерелятивистское "адронное" значение (5) близко к значению $\mu_A = -0,43$ я.м., полученному в модели нерелятивистских составляющих夸arkов в^{8/}, а наибольшее из релятивистских значений (7) совпадает с результатом вычислений в модели киральных мешков^{5/}. Интересно, что эта дуальность проявляется и в одинаковой роли релятивистских эффектов. В литературе уже отмечалось^{10/}, что как в модели киральных мешков, так и в модели составляющих夸arkов релятивистские эффекты улучшают согласие с экспериментальными значениями вычисляемых магнитных моментов октета барионов. Таким образом, наши расчеты μ_A являются дополнительными к существующим кварковым расчетам.

Отдельная интересная проблема — вычисление величины среднеквадратичного зарядового радиуса A -гиперона $\langle r_A^2 \rangle$. В литературе имеются работы, где $\langle r_A^2 \rangle$ вычислен в рамках модели составляющих夸arkов с использованием вариационного принципа^{12/} и специфического выбора потенциала qq -взаимодействия^{14/}. В обоих случаях получено значение $\langle r_A^2 \rangle = 0,04$ фм². Было бы весьма желательно вычислить величину $\langle r_A^2 \rangle$ всеми возможными способами и сравнить результаты. Оценки в рамках нашего подхода показывают, что распределение заряда в A -гипероне воспроизводит "нейтронный феномен": как и в нейтроне, квадрат зарядового радиуса отрицателен: $-0,5$ фм² $< \langle r_A^2 \rangle < 0$ фм²; более детальные вычисления требуют существенного улучшения фазовых анализов $N\bar{K}$ -рассеяния.

Подведем итог. Релятивистский подход^{16-18/} в проблеме определения μ_A приводит к достаточно хорошему результату: μ_A впервые вычисляется без подгоночных параметров и какой-либо аппеляции к кварковым моделям и концепции странности. Величина релятивистского магнитного момента A -гиперона "набирается" только за счет магнитных моментов нуклонов и нетривиальной релятивистской связи N и \bar{K} в P_{01} -канале.

Авторы признательны С.Б.Герасимову, Ю.А.Щербакову и Б.З.Копелиовичу за внимание к работе и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schachinger L. et al. — Phys.Rev.Lett., 1978, v.41, p.607.
2. Gerasimov S.B. JINR Preprint E2-81-268, Dubna, 1981.
3. Bohm A., Teese R.B. — Lett.Nuovo Cim., 1981, v.32, p.122.
4. Мусаханов М.М. — ЯФ, 1981, т.34, с.1123.
5. Thomas A.V. Preprint TRI-PP-82-29, 1982.
6. Mignani R., Prosperi D. — Nuovo Cim., 1983, v.75A, p.221.
7. Ioffe B.L., Smilga A.V. — In: Int.W. on Spin Phenomena in High Energy Phys., Serpuchov, 1984, p.239.
8. Азнаурян И.Г., Багдасарян А.С., Тер-Исаакян Н.Л. — ЯФ, 1984, т.39, с.108.
9. Ефросинин В.П., Заикин Д.А. — ЯФ, 1984, т.39, с.115.
10. Криворученко М.И. — ЯФ, 1984, т.40, с.801.
11. Cohen J., Weber H.T. — Phys. Lett., 1985, v.165B, p.229.
12. Sogami I.S., Oh'yamaguchi N. — Phys.Rev.Lett., 1985, v.54, p.2295.
13. Dziembowski Z., Mankiewicz L. — Phys.Rev.Lett., 1985, v.55, p.1839.
14. Silverstre-Brac B., Gignoux C. — Phys.Rev., 1985, v.D32, p.743.
15. Кобзарев И.Ю. и др. — ЯФ, 1986, т.43, с.1252.
16. Кириллов А.И. и др. — ЭЧАЯ, 1975, т.6, с.3.
17. Музафаров В.М., Троицкий В.Е., Трубников С.В. — ЭЧАЯ, 1983, т.14, с.1112.
18. Романов В.А., Трубников С.В. — В сб.: Проблемы ядерной физики и космических лучей. Харьков: Віща школа, 1986, в.25, с.3; в.26, с.37.
19. Gopal G.P. et al. — Nucl.Phys., 1977, v.B119, p.362.
20. Particle Data Group. Rev.Mod.Phys., 1984, v.56.

Рукопись поступила 25 февраля 1987 года.

ON THE TWO-MODE LASER MASTER EQUATION

Fam Le Kien, A.S.Shumovsky

We use the two-mode laser master equation previously derived by us to investigate the photon dynamics and statistics of the laser. Closed sets of equations for the mean photon numbers and a Fokker-Plank-type equation for the mode-intensity distribution function are obtained. Approximate solutions of the steady-state master equation are examined.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

О кинетическом уравнении для двухмодового лазера

Фам Ле Киен, А.С.Шумовский

Исследованы динамика и статистика фотонов в двухмодовом лазере на основе ранее полученного кинетического уравнения. Построены замкнутые системы уравнений для средних чисел фотонов и уравнение типа Фоккера — Планка для функции распределения интенсивностей мод. Получены приближенные решения для равновесного случая и некоторые предсказания о статистических свойствах фотонов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

In the recent paper^{/1/}, to be referred hereafter as I we derived the master equation for the photon distribution in a two-mode multiphoton laser. This equation was obtained from the exactly soluble model of a three-level plus two-mode system with multiphoton transitions^{/2/}, using the Scully procedures^{/3/} and the one-atom approximation^{/4/}. In general, we have proposed in I that pumping occurs for all three levels of the system.

In this paper we explore the above-mentioned equation in some particular cases and limits. We use the same symbols as in I, and therefore we do not repeat the two-mode multiphoton laser model. This model is described in detail in I.

At the beginning of our analysis we assume for simplicity that all atoms of the laser active medium are pumped only to the upper level 3. Then, the master equation obtained in I reads

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} p(n_1, n_2) = & -p(n_1, n_2) \frac{\frac{A_1 G_1(n_1 + m_1)}{1 + \frac{B_1}{A_1} G_1(n_1 + m_1)} + \frac{A_2 G_2(n_2 + m_2)}{1 + \frac{B_2}{A_2} G_2(n_2 + m_2)}}{+} \\
 & + p(n_1 - m_1, n_2) \frac{\frac{A_1 G_1(n_1)}{1 + \frac{B_1}{A_1} G_1(n_1)} + \frac{B_2}{A_2} G_2(n_2 + m_2)}{+} \\
 & + p(n_1, n_2 - m_2) \frac{\frac{A_2 G_2(n_2)}{1 + \frac{B_2}{A_2} G_2(n_2)} + \frac{B_1}{A_1} G_1(n_1 + m_1)}{+} \\
 & + C_1(n_1 + 1)p(n_1 + 1, n_2) + C_2(n_2 + 1)p(n_1, n_2 + 1) - \\
 & - C_1 n_1 p(n_1, n_2) - C_2 n_2 p(n_1, n_2).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Here $p(n_1, n_2)$ is the distribution function of photons in the modes, A_α 's and B_α 's are gain and nonlinear coefficients, respectively, C_α 's are loss parameters. The numbers m_α are the multiples of the transitions $3 \rightarrow \alpha$ sharing the common upper level 3. The functions $G_\alpha(n_\alpha)$ are

$$G_\alpha(n_\alpha) = \frac{n_\alpha!}{(n_\alpha - m_\alpha)!}, \quad \alpha = 1, 2. \tag{2}$$

First of all we derive from eq.(1) the equations for the mean numbers of photons in the modes

$$\langle n_\alpha \rangle = \sum n_\alpha p(n_1, n_2), \quad \alpha = 1, 2. \tag{3}$$

They are

$$\frac{d\langle n_\alpha \rangle}{dt} = m_\alpha \sum \left(\frac{\frac{A_\alpha G_\alpha(n_\alpha + m_\alpha)}{1 + \frac{B_\alpha}{A_\alpha} G_\alpha(n_\alpha + m_\alpha)} - C_\alpha n_\alpha}{\frac{B_\alpha}{A_\alpha} G_\alpha(n_\alpha + m_\alpha)} \right) p(n_1, n_2). \tag{4}$$

If the quantum correlations are small:

$$\langle n_1^k n_2^\ell \rangle = \langle n_1 \rangle^k \langle n_2 \rangle^\ell, \quad (5)$$

equations (4) reduce to the following closed set of equations for the mean photon numbers:

$$\frac{d\langle n_\alpha \rangle}{dt} = m_\alpha \frac{\frac{A_\alpha G_\alpha}{A_1 + \frac{B_1}{A_1} G_1 (\langle n_1 \rangle + m_1)} (\langle n_\alpha \rangle + m_\alpha) - C_\alpha \langle n_\alpha \rangle}{\frac{B_2}{A_2} G_2 (\langle n_2 \rangle + m_2)} \quad (6)$$

In order to describe the macroscopic behaviour of the laser we assume that $\langle n_\alpha \rangle \gg m_\alpha$. In this case equations (6) can be simplified as

$$\frac{d\langle n_\alpha \rangle}{dt} = m_\alpha \frac{A_\alpha \langle n_\alpha \rangle^{m_\alpha}}{1 + \frac{B_1}{A_1} \langle n_1 \rangle^{m_1} + \frac{B_2}{A_2} \langle n_2 \rangle^{m_2}} - C_\alpha \langle n_\alpha \rangle. \quad (7)$$

If we assume $(B_\alpha/A_\alpha) \langle n_\alpha \rangle^{m_\alpha} \ll 1$ we can get from eq. (7)

$$\begin{aligned} \frac{d\langle n_1 \rangle}{dt} &= m_1 \left(A_1 \langle n_1 \rangle^{m_1} - B_1 \langle n_1 \rangle^{2m_1} - A_1 \frac{B_2}{A_2} \langle n_1 \rangle^{m_1} \langle n_2 \rangle^{m_2} \right) - C_1 \langle n_1 \rangle, \\ \frac{d\langle n_2 \rangle}{dt} &= m_2 \left(A_2 \langle n_2 \rangle^{m_2} - B_2 \langle n_2 \rangle^{2m_2} - A_2 \frac{B_1}{A_1} \langle n_1 \rangle^{m_1} \langle n_2 \rangle^{m_2} \right) - C_2 \langle n_2 \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

These equations have been obtained by expanding the denominator in eq. (7) and taking the terms up to $(B_\alpha/A_\alpha) \langle n_\alpha \rangle^{m_\alpha}$. They describe light amplification in a three-level medium with multiphoton transitions provided that correlations are neglected and the saturation effect does not begin to act, i.e.

$$m_\alpha \ll \langle n_\alpha(t) \rangle \ll (A_\alpha/B_\alpha)^{1/m_\alpha}. \quad (9)$$

In the case $m_1 = m_2 = 1$, $A_1 = A_2$ and $B_1 = B_2$ eqs. (8) are in strict agreement with the results of [5,6]. We now examine the steady-state photon statistics. For simplicity we consider the case of one-photon transitions $m_1 = m_2 = 1$. In the steady state the photon distribution function $p(n_1, n_2)$ is independent of time. The corresponding equation for this function is found from eq. (1) to be

$$\begin{aligned}
& \frac{\frac{A_1 n_1}{1 + \frac{B_1}{A_1} n_1 + \frac{B_2}{A_2} (n_2 + 1)}}{p(n_1 - 1, n_2) - C_1 n_1 p(n_1, n_2) -} \\
& \frac{\frac{A_1 (n_1 + 1)}{1 + \frac{B_1}{A_1} (n_1 + 1) + \frac{B_2}{A_2} (n_2 + 1)}}{p(n_1, n_2) + C_1 (n_1 + 1) p(n_1 + 1, n_2) +} \\
& + \frac{\frac{A_2 n_2}{1 + \frac{B_1}{A_1} (n_1 + 1) + \frac{B_2}{A_2} n_2}}{p(n_1, n_2 - 1) - C_2 n_2 p(n_1, n_2) -} \\
& \frac{\frac{A_2 (n_2 + 1)}{1 + \frac{B_1}{A_1} (n_1 + 1) + \frac{B_2}{A_2} (n_2 + 1)}}{p(n_1, n_2) + C_2 (n_2 + 1) p(n_1, n_2 + 1) = 0.} \tag{10}
\end{aligned}$$

It is difficult to obtain the exact and explicit expression of the steady-state photon distribution from eq. (10). However, in the particular case of equal coupling parameters, i.e., when $A_1 = A_2 \equiv A$, $B_1 = B_2 \equiv B$ eq. (10) reduces to that derived by Singh and Zubairy in /6/. The steady-state photon distribution in this case has been found to be

$$p(n_1, n_2) = Z^{-1} \left(\frac{A^2}{BC_1} \right)^{n_1} \left(\frac{A^2}{BC_2} \right)^{n_2} / \Gamma \left(\frac{A}{B} + n_1 + n_2 + 2 \right). \tag{11}$$

Here Z is the normalization constant. The dependence of the gamma function in the denominator of (11) on $(n_1 + n_2)$ is an evidence of the mode competition.

We proceed to approximating the solution of eq. (10) in some limit cases.

Let the terms $(B_a/A_a)n_a$, $(B_a/A_a)(n_a + 1)$ in the denominators in eq. (10) be negligibly small compared with unity. Then, we can easily get the approximate solution

$$p(n_1, n_2) \approx Z^{-1} \left(\frac{A_1}{C_1} \right)^{n_1} \left(\frac{A_2}{C_2} \right)^{n_2}, \quad (12)$$

which is a product of two Bose-Einstein distributions. The condition for validity of (12) is

$$A_a < C_a, \quad \frac{C_a - A_a}{B_a} \gg 1. \quad (13)$$

Thus, when the laser action in each mode is much below threshold, the modes are statistically independent and chaotic. No mode competition is seen in this case.

We consider another case. Let us assume that $p(n_1, n_2)$ peaks at (\hat{n}_1, \hat{n}_2) which are such that the terms $1 + (B_2/A_2)n_2, 1 + (B_2/A_2) \times (n_2 + 1)$ in the denominators in (10) can be neglected. Then, eq. (10) can be simplified to read

$$\begin{aligned} & \frac{A_1^2}{B_1} p(n_1 - 1, n_2) - C_1 n_1 p(n_1, n_2) - \frac{A_1^2}{B_1} p(n_1, n_2) + \\ & + C_1 (n_1 + 1) p(n_1 + 1, n_2) + \frac{A_1 A_2}{B_1 \hat{n}_1} n_2 p(n_1, n_2 - 1) - C_2 n_2 p(n_1, n_2) - \\ & - \frac{A_1 A_2}{B_1 \hat{n}_1} (n_2 + 1) p(n_1, n_2) + C_2 (n_2 + 1) p(n_1, n_2 + 1) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

The solution of eq. (14) is easily found to be

$$p(n_1, n_2) = Z^{-1} \left[(A_1^2 / B_1 C_1)^{n_1} / n_1! \right] \left(\frac{A_2 / C_2}{A_1 / C_1} \right)^{n_2}. \quad (15)$$

The conditions for validity of (15) are

$$A_1 / C_1 \gg 1,$$

$$(A_1 / C_1 - A_2 / C_2) A_1 / C_1 \gg B_2 / C_2. \quad (16)$$

Three conclusions, as seen from (15), can be made, if the parameters of the laser satisfy the conditions (16). The first conclusion is that the two modes tend to become statistically independent in spite of

the occurrence of mode competition in the laser action. The second conclusion is that the distribution of photons in mode 1 is poissonian and independent of the action of the laser in mode 2. The last conclusion is that the distribution of photons in mode 2 is chaotic and strongly effected by mode 1 even at gain that is much above threshold. This fact is clearly a result of mode competition.

From (15) the mean numbers of photons in the modes are found to be

$$\langle n_1 \rangle_0 = A_1^2 / B_1 C_1, \quad \langle n_2 \rangle_0 = \frac{A_2 / C_2}{A_1 / C_1 - A_2 / C_2}. \quad (17)$$

According to I, the gain parameters A_1, A_2 and the nonlinear parameters B_1, B_2 are given by

$$A_a = 2R(g_a/\gamma)^2, \quad B_a = 8R(g_a/\gamma)^4, \quad a = 1, 2. \quad (18)$$

Here R is the pump rate, γ is the decay constant and $g_a (a=1, 2)$ are the atom-mode coupling parameters. From eqs. (17) and (18) we can see that if the pump rate is increased, the steady-state mean photon number of the mode 1 grows whereas the one of the modes 2 remains unchanged. We also note the interesting fact that if $g_1 > g_2$, the conditions (16) for validity of eq. (15) can be satisfied so that $\langle n_1 \rangle_0 < \langle n_2 \rangle_0$. This means that in the laser with unequal coupling parameters the pump rate and the loss parameters can be chosen so that the steady state photon statistics of the mode with the larger mean photon number is chaotic whereas that of the mode with the smaller mean photon number is coherent.

Finally, in order to compare with earlier treatments, we convert eq. (10) into an equation which corresponds to the Fokker-Plank equation for the intensity distribution function. This can be done by using the representation of

$$p(n_1, n_2) = \int P(I_1, I_2) e^{-I_1-I_2} \frac{I_1^{n_1} I_2^{n_2}}{n_1! n_2!} dI_1 dI_2, \quad (19)$$

where I_1 and I_2 are the intensities, and $P(I_1, I_2)$ corresponds to the intensity distribution function. We can easily find that eq. (10) is equivalent to the following "Fokker-Plank-type" equation:

$$\left\{ -A_1 \partial_{I_1} I_1 (1 - \partial_{I_1}) - A_2 \partial_{I_2} I_2 (1 - \partial_{I_2}) + \right.$$

$$+ \left(C_1 \partial_{I_1} I_1 + C_2 \partial_{I_2} I_2 \right) \left[1 + \frac{B_1}{A_1} I_1 (1 - \partial_{I_1}) + \frac{B_2}{A_2} I_2 (1 - \partial_{I_2}) \right] \} W = 0. \quad (20)$$

Here, the auxiliary function $W(I_1, I_2)$ has been introduced by

$$P(I_1, I_2) = \left[1 + \frac{B_1}{A_1} I_1 (1 - \partial_{I_1}) + \frac{B_2}{A_2} I_2 (1 - \partial_{I_2}) \right] W(I_1, I_2). \quad (21)$$

In the case when $A_1 = A_2$ and $B_1 = B_2$, equations (20) and (21) coincide with those obtained in [6].

Thus, in this paper the two-mode laser master equation previously derived in [1] has been used to investigate the photon dynamics and statistics in the laser. The closed sets of equations for the mean photon numbers, the "Fokker-Plank-type" equation for the mode intensity distribution and a number of predictions about the photon statistics in the steady-state have been obtained.

REFERENCES

1. Fam Le Kien, A.S.Shumovsky. — JINR Commun. E17-85-852, Dubna, 1985.
2. E.I.Aliskenderov, Fam Le Kien, A.S.Shumovsky. — J. Phys., 1985, A18, L.1031; J. Phys., 1986, A19, 3607.
3. M.O.Scully, W.E.Lamb. — Phys. Rev., 1967, 159, 208.
4. L.A.Lugiato, F.Casagrande, L.Pizzuto. — Phys. Rev., 1982, A26, 3438.
5. F.Najmabady, M.Sargent III, F.A.Hoft. — Phys. Rev., 1975, A12, 1553.
6. S.Singh, M.S.Zubairy. — Phys. Rev., 1980, A21, 281.

Received on February 12, 1987.

СУПЕРКОМПЬЮТЕР ОИЯИ МОДУЛЬНОГО ТИПА ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АНАЛИЗА СОБЫТИЙ

И.Ф.Колпаков, А.Е.Сеннер, В.А.Смирнов

Предлагается модель суперкомпьютера с производительностью 50 Моп/с, реализация которого позволит решить первоначальные задачи ОИЯИ по обработке информации с больших спектрометров типа DELPHY, а также удовлетворить потребности по обработке данных со спектрометров, применяемых в области физики элементарных частиц Института. Предлагаемый модульный суперкомпьютер основан на множестве промышленных 32-разрядных процессоров с производительностью около 1 Моп/с каждый. Объединение процессоров в единый комплекс осуществляется с помощью промышленных шин VME. Работа суперкомпьютера организуется под управлением компьютера microVAX-11.. Ввод и вывод данных осуществляется через разветвленную периферию компьютера microVAX-11. Матобеспечение системы основывается на Фортране-77. Суперкомпьютер может быть подключен к центральному вычислительному комплексу ОИЯИ через порт сети Института. Таким образом обеспечивается доступ всех пользователей ОИЯИ к суперкомпьютеру.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

JINR Supercomputer of the Module Type for the Event Parallel Analysis

I.F.Kolpakov, A.E.Senner, V.A.Smirnov

A model of a supercomputer with 50 million of operations per second is suggested. Its realization allows one to solve JINR data analysis problems for large spectrometers (in particular DELPHY collaboration). The suggested module supercomputer is based on 32-bit commercial available microprocessor with a processing rate of about 1 MFLOPS. The processors are combined by means of VME standard busbars. MicroVAX-11 is a host computer organizing the operation of the system. Data input and output is realized via microVAX-11 computer periphery. Users' software is based on the FORTRAN-77. The supercomputer is connected with a JINR net port and all JINR users can get an access to the suggested system.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

1. ВВЕДЕНИЕ

Драматический разрыв, который существует в настоящее время между возможностями спектрометров в области физики элементарных частиц по скорости регистрации событий в реальном времени и малой скоростью их обработки, является прекрасным стимулом для решения этой проблемы.

Обработка событий, полученных в экспериментальной физике элементарных частиц, при использовании традиционных компьютеров производится последовательно. Физические и технологические параметры элементной базы не позволяют, чтобы в обозримом будущем быстродействие ЭВМ превысило значение 10 Моп/с, и, следовательно, ограничивают скорость обработки событий.

Предлагается модель суперкомпьютера с производительностью 50 Моп/с, реализация которого позволит решить первоочередные задачи ОИЯИ по обработке информации с больших спектрометров типа DELPHI, а также удовлетворить потребности Института по обработке данных со спектрометров в области физики элементарных частиц.

Суперкомпьютер позволяет решить такие основные задачи физики элементарных частиц и физики ускорителей, которые допускают достаточно простой и осуществимый алгоритм их разбиения на параллельные однотипные подзадачи, в частности, задачи моделирования экспериментов методом Монте-Карло и моделирования ускорителей заряженных частиц.

Анализ, проведенный методом экспертных оценок при подготовке проекта развития ЦВК ОИЯИ на 1986-90 гг., показал, что основными потребителями вычислительной мощности в ОИЯИ являются физические группы, работающие на спектрометрах. Эта потребность на 12 пятилетку может быть удовлетворена при суммарной производительности компьютеров около 50 Моп/с.

Предлагаемый модульный суперкомпьютер основан на множестве промышленных 32-разрядных процессоров с производительностью около 1 Моп/с каждый. Объединение процессоров в единый комплекс осуществляется с помощью промышленных шин VME. Работа суперкомпьютера организуется под управлением компьютера microVAX-11. Ввод и вывод данных осуществляется через разветвленную периферию компьютера microVAX-11, матобеспечение системы основывается на Фортране-77. Суперкомпьютер может быть подключен к центральному вычислительному комплексу ОИЯИ через порт сети Института. Таким образом обеспечивается доступ всех пользователей ОИЯИ к суперкомпьютеру.

2. ПРИНЦИП ОРГАНИЗАЦИИ СУПЕРКОМПЬЮТЕРА

Идея предложения заключается в переходе от последовательного принципа обработки событий, зарегистрированных в спектрометрах, к параллельному. События в спектрометрах являются статистически независимыми, поэтому возможен параллельный принцип их обработки во множестве независимых процессоров. В традиционных компьютерах (см.рис.1а) события обрабатываются по очереди и скорость их обработки ограничивается производительностью процессора. В предлагаемом суперкомпьютере данные о событиях распределяются коммутатором по множеству процессоров, каждый из которых ведет независимый анализ, работая при этом с одинаковым для всех процессоров пакетом программ (см. рис.1б). Относительно небольшой объем передаваемых данных по сравнению с временем, требуемым для их обработки, позволяет включить в суперкомпьютер десятки и даже сотни процессоров, увеличивая в соответствующее, пропорциональное их количеству, число раз его производительность.

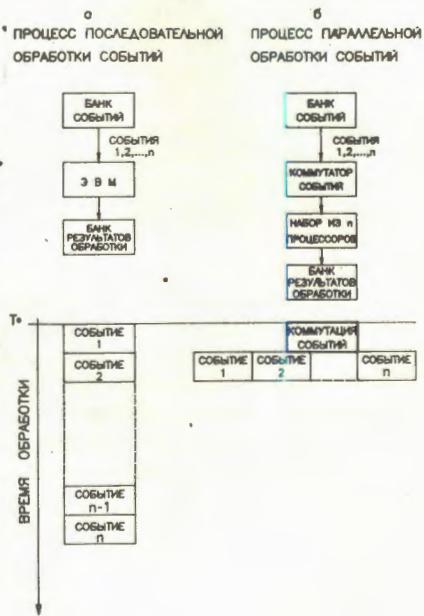


Рис.1. Принцип организации обработки: а) в традиционном компьютере, б) в предлагаемом суперкомпьютере.

3. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА

Вычислительная система модульного суперкомпьютера состоит из трех основных частей: набора модульных процессоров, компьютера microVAX-11 с развитой периферией и устройств связи с ЦВК ОИЯИ. Создание суперкомпьютера, интегрированного в систему с компьютером microVAX-11, позволит обеспечить совместимость обработки в рамках коллаборации DELPHY и предоставит необходимые вычислительные мощности для обработки данных с этой установки в ОИЯИ. Компьютер microVAX-11 выполняет функции подготовки счетных заданий для модульных процессоров, организует чтение экспери-

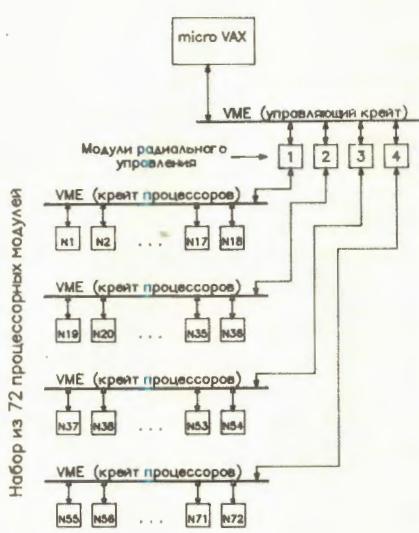


Рис.2. Структурная схема аппаратной части суперкомпьютера ($N^o 1-N^o 72$ – процессорные модули).

предлагается в данном проекте в качестве первого этапа. В каждом из крейтов VME размещается 18 процессоров. Процессорные крейты связаны радиально с управляющим крейтом VME.

Основной процессорный модуль, входящий в состав суперкомпьютера, включает в себя 32-разрядный микропроцессор типа МС 68020, процессор операций с плавающей запятой типа МС 68881, схему управления оперативным запоминающим устройством типа МС 68851, ОЗУ емкостью 8 Мбайт, программируемое ЗУ и схемы интерфейса с шиной VME. Процессор с плавающей запятой выполняет полный набор операций с плавающей запятой над словами, в которых 64 разряда отводятся под мантиссу, один разряд – под знак и 15 разрядов – под экспоненту со знаком. Для достижения оптимальной производительности модуля процессора схема управления оперативным запоминающим устройством обеспечивает связь микропроцессора с процессором операций с плавающей запятой посредством вспомогательной магистрали. Скорость обмена данными по двум каналам связи прямого доступа компьютера microVAX-11 с управляющим крейтом составляет 0,5 Мбайт/с. Первый канал прямого доступа в память компьютера microVAX-11 предполагается использовать, во-первых, для загрузки программ в модульные процессоры; во-вторых, для передачи блоков экспериментальной информации в процессоры. Второй канал отводится для передачи результатов счета из набора процессоров в microVAX-11.

ментальной информации, вводимой с магнитофонов или из сети ОИЯИ, и последующее распределение ее среди процессоров, принимает и суммирует результаты обработки данных в наборе процессоров. На рис.2 приведена структурная схема суперкомпьютера, основанная на использовании 72 модульных процессоров, расположенных в четырех крейтах VME; схема

4. ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ СУПЕРКОМПЬЮТЕРА

Производительность суперкомпьютера зависит в основном от следующих факторов:

- количества основных процессорных модулей;
- производительности одного процессора;
- пропускной способности каналов связи управляющей ЭВМ с набором процессоров.

Существующая оценка производительности^{/1/} основана на проведении обработки экспериментальных данных набором из 53 модульных процессоров. Было получено, что производительность одного процессора составляет 0,7 от производительности ЭВМ VAX-11/780. Таким образом, с большой степенью достоверности производительность модуля на основе микропроцессора МС 68020 и процессора МС 68881, взятого в качестве основного процессорного модуля суперкомпьютера, при решении задач обработки экспериментальных данных, полученных со спектрометров, составляет 0,6÷0,7 от производительности ЭВМ VAX-11/780, имеющей 2 Моп/с.

Пропускная способность каналов связи компьютера VAX-11 с набором модульных процессоров не оказывает влияния на производительность суперкомпьютера при обработке экспериментальной информации, планируемой в ОИЯИ для обработки в течение 1986-1990 годов.

С учетом того, что предлагается иметь набор из 72 модульных процессоров, производительность суперкомпьютера будет находиться на уровне производительности 40 ЭВМ VAX-11/780 и, по самым заниженным оценкам, будет не ниже 50 Моп/с.

Модульные процессоры располагаются в крейтах VME, количество которых зависит от выбранной конфигурации суперкомпьютера. В максимальном варианте в состав суперкомпьютера может входить 255 модульных процессоров, каждому из которых может быть выделено ОЗУ емкостью 16 Мбайт, что примерно эквивалентно производительности 200 Моп/с.

5. КОМПОНЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

С точки зрения математического обеспечения эффективность предлагаемой системы основывается на следующих необходимых характеристиках используемых алгоритмов обработки данных:

- отсутствие корреляции между обрабатываемыми фрагментами данных,
- возможность функционального разбиения решаемой задачи,

- наличие алгоритма, требующего значительного ресурса вычислительной мощности центрального процессора,
- относительно небольшой объем передаваемых данных по сравнению с временем их обработки.

Перечисленным условиям, как уже указывалось выше, в области физических исследований, проводимых в ОИЯИ, удовлетворяют следующие классы задач:

- обработка экспериментальной физической информации,
- моделирование процессов регистрации элементарных частиц и ядер физическими установками,
- моделирование прохождения заряженных частиц и ядер в камерах ускорителя и магнитно-оптических каналах транспортировки частиц,
- расчеты задач на решетках.

Приведенная последовательность классов задач ранжирована по их интенсивности использования в условиях ОИЯИ. В предлагаемой системе представляется оптимальной их поэтапная реализация в указанном порядке. К числу основных компонентов математического обеспечения относятся пакеты взаимодействия процессоров, технологическое обеспечение, включающее, в частности, транслайтор Фортран-77, пакеты прикладных программ общего назначения (CERNLIB, HBOOK, ZBOOK, HPLOT, GEANT и т.д.), имитатор суперкомпьютера на ЕС ЭВМ.

Большинство из перечисленных компонентов существуют, и их разработка не требуется. Для функционирования суперкомпьютера необходимо создать коммуникационный пакет. Эффективным средством параллельной и независимой подготовки программ пользователей для выполнения на суперкомпьютере является имитатор системы. Требуются также создание программ для постановки и тестирования вышеперечисленных существующих компонентов системы и организация работы с пользователями. Общий требуемый ресурс разработчиков математического обеспечения оценивается в семь человеко-лет.

6. ОПЕРАЦИОННАЯ СРЕДА И ПРИКЛАДНАЯ ПРОГРАММА

Компьютер microVAX-11 оснащается мультипрограммной многопользовательской операционной системой (VMS или UNIX) и всеми необходимыми программными технологическими средствами разработки математического обеспечения. Альтернативный подход, связанный с постановкой какой-либо простой операционной системы с целью повышения быстродействия межпроцессорных обменов, не представляется целесообразным. Этот вывод основан на том, что существенного улучшения реальной скорости

Рис.3. Структурная схема матобеспечения: а) в традиционном компьютере, б) в предлагаемом суперкомпьютере.

передачи данных достичь не удастся. Компьютер, работающий в мультипрограммном режиме, способен обеспечить в фоновом режиме параллельное решение других задач.

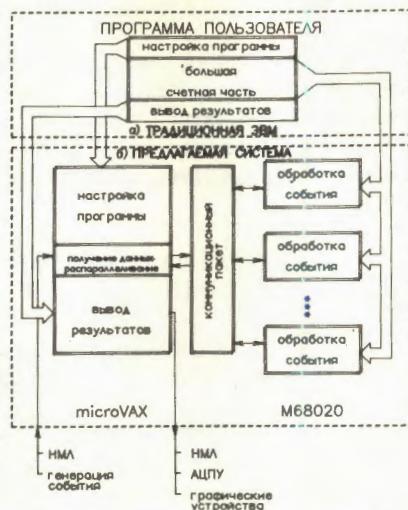
Для процессорных модулей достаточно простейшей мониторной операционной системы TMS, обеспечивающей ограниченный набор функций, к которым относятся обмен данными с microVAX-11, распознавание ряда программных ошибок (арифметических, адресации и т.д.) и средства отладки. Такой подход является принципиальным для минимизации затрат труда на разработку программного обеспечения в случае введения в состав системы новых типов микропроцессоров.

В отличие от традиционного компьютера (см.рис.3а), в предлагаемом суперкомпьютере математическое обеспечение какой-либо существующей или вновь создаваемой прикладной программы разбивается на две части (см.рис.3б).

Первая из них выполняется на microVAX-11. Ее функциями являются обеспечение всех операций ввода-вывода (обмен с магнитными лентами, устройствами представления информации в графическом виде, печатающими устройствами и т.д.), подготовка данных для работы процессорных модулей, пересылка данных в них, получение из них результатов обработки.

Вторая часть прикладной программы помещается в процессорных модулях. Каждый процессор, получая данные, обеспечивает их обработку и накопление результатов в собственной оперативной памяти. Характерной особенностью этой части математического обеспечения является отсутствие в прикладной программе каких-либо операций ввода-вывода. По завершении обработки полученного массива данных математическое обеспечение процессорного модуля отправляет, если это необходимо (например, в случае создания DST), результаты в microVAX-11 и переводит процессор в состояние готовности получения новой порции обрабатываемой информации.

Параметрическая настройка прикладной программы на текущую итерацию обработки обеспечивается на стадии инициализации



загрузкой в процессоры конкретных значений параметров и констант.

По завершении входного потока обрабатываемых данных прикладная программа в компьютере microVAX собирает все полученные результаты, хранимые в памяти процессоров, производит их суммирование и выводит данные на печать или устройства графического представления информации.

7. ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТА DELPHY

Обработка зарегистрированной экспериментальной информации, фильтрация событий, моделирование, калибровка и DST-анализ данных установок LEP требует 32000 часов центрального процессора IBM-168^{2/} в первый год работы.

Использование суперкомпьютера позволит проводить массовую обработку первичной информации, генерацию DST, обеспечит возможность моделирования изучаемых процессов с помощью метода Монте-Карло. Решение указанного подмножества задач составляет, по оценкам^{2/}, 93% требуемого времени ЭВМ. Таким образом физики ОИЯИ получат реальную возможность эффективного полноправного участия в работах по развитию и эксплуатации математического обеспечения анализа данных с установки DELPHY. С точки зрения количества информации эксперимент характеризуется большим объемом данных в одном событии (верхняя оценка 1 Мбайт). Проведенный анализ показывает, что в этом случае микропроцессоры должны иметь оперативную память порядка 8 Мбайт. Использование памяти большей емкости в настоящий момент реально не требуется и нецелесообразно по экономическим соображениям. Модульный принцип организации системы позволяет в случае возникновения необходимости увеличить объем ОЗУ микропроцессора.

8. ВКЛЮЧЕНИЕ СУПЕРКОМПЬЮТЕРА В ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС ОИЯИ И ОРГАНИЗАЦИЯ ДОСТУПА ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ

Организация связи суперкомпьютера с ЦВК ОИЯИ может быть реализована через локальную терминальную сеть ОИЯИ (см.рис.4). Для этого в состав управляющего компьютера micro-VAX-11 предусматривается ввести интерфейс последовательной асинхронной линии связи, работающей по стандарту RS-232C. Максимальная скорость обмена суперкомпьютера с локальной терминальной сетью составит 9600 бод.

Рис.4. Включение суперкомпьютера в существующую сеть ОИЯИ для обеспечения доступа пользователей.

В силу того, что суперкомпьютер будет находиться на близком расстоянии (~ 20 м) от комплекса ЕС ЭВМ ЛВЭ, имеется возможность организовать высокоскоростное (до 0,2 Мбайт/с) сопряжение канала ЕС ЭВМ непосредственно с магистралью microVAX-11. Это сопряжение обеспечит эффективное использование ресурсов комплекса ЕС ЭВМ для суперкомпьютера и в значительной степени ускорит прохождение задач, запускаемых с терминальной сети ЛВЭ.

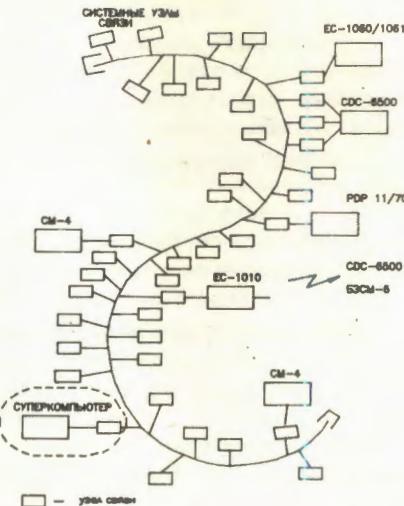
Доступность суперкомпьютера для широкого круга пользователей ОИЯИ обеспечивается благодаря включению компьютера microVAX в сеть ОИЯИ и постановке используемого в настоящее время коммуникационного пакета KERMIT. Организация доступа пользователей к предлагаемой системе с терминалов microVAX-11 не требует ни разработки, ни постановки каких-либо дополнительных программных средств, так как полностью обеспечивается его операционной средой.

Создание связи между microVAX-11 и EC-1055M обеспечит доступ к суперкомпьютеру в рамках локальной сети ЛВЭ. Реализация данного подхода требует постановки на ЭВМ любого из существующих пакетов, обеспечивающих межмашинные передачи данных.

Необходимо отметить, что сеть ОИЯИ допускает эффективную работу предлагаемой системы, поскольку реальная скорость межмашинных обменов не ниже реальной скорости обмена с магнитной лентой.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализация суперкомпьютера решает одну из главных проблем ОИЯИ — получение требуемой для обработки экспериментальных данных производительности вычислительного комплекса, открывает также долговременные перспективы для удовлетворения дальнейших потребностей ОИЯИ в необходимой вычислитель-



ной мощности. Модульный принцип организации позволит в случае необходимости расширить в дальнейшем компьютер, добавляя новые, в том числе более современные, процессорные модули, увеличивая таким образом его производительность в соответствии с потребностями Института.

Создание суперкомпьютера позволит поддержать в ОИЯИ мировой уровень в области обработки данных физических экспериментов [1], использовать готовый программный продукт в рамках международного сотрудничества и обеспечить перспективу на следующее пятилетие по увеличению производительности центрально-го вычислительного комплекса до 200 Моп/с.

Принцип организации суперкомпьютера, доступность отдельных его элементов — модульные процессоры, microVAX-11, шина VME, созданное при осуществлении проекта матобеспечение — позволяет создать в физических институтах стран-участниц ОИЯИ мощные центры по обработке данных электронных экспериментов, подобно тому, как были организованы центры по обработке фильковой информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nash T. et al. The ACP Multiprocessor system at Fermilab. Fermilab-Conf-86/32, FNAL, Batavia, 1986.
2. DELPHY.TECHNICAL PROPOSAL. CERN/LEPS/83-3, LEPS/P 2, 17 May 1983.

Рукопись поступила 17 февраля 1987 года.

REGULARIZATION OF INTEGRODIFFERENTIAL FADDEEV EQUATIONS OVER ANGULAR VARIABLES

V.V.Pupyshев

A system of integrodifferential Faddeev equations is explored. A spectral representation of its nonlocal operators and an angular asymptotics of partial components of the wave function are found. A regularization of the initial equations at singular points of the angular part of a free three-particle Hamiltonian is performed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Регуляризация интегродифференциальных уравнений
Фаддеева по угловым переменным

В.В.Пупышев

Исследуется система интегродифференциальных уравнений Фаддеева. Найдено спектральное представление ее интегральных операторов и асимптотик парциальных компонент волновой функции по угловой переменной. Осуществлена регуляризация исходных уравнений в особых точках угловой части свободного трехчастичного гамильтонiana.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

1. INTRODUCTION

Differential equations ^{/1/}

$$(H_0 - E + V_i) \Psi_i = -V_i (\Psi_j + \Psi_k), \quad (ijk) = (123), (231), (312) \quad (1)$$

for Faddeev components Ψ_i of the wave function $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3$ are intensively utilized now for studying different properties of three-particle nuclear systems. Equations (1), by decomposing the wave-function-components

$$\Psi_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i) = \sum_{\alpha L} \Phi_i^{\alpha L}(x_i, y_i) (x_i y_i)^{-1} y_i^{LM}(\hat{y}_i, \hat{x}_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (2)$$

over the bispherical basis /2/

$$y_{\alpha}^{LM}(\hat{y}, \hat{x}) = \sum_m C_{\lambda m l n}^{LM} Y_{\lambda m}(\hat{y}) Y_{l n}(\hat{x})$$

are reduced^{/3/} to a system of integrodifferential equations. Its solution, i.e. partial components $\Phi_i^{\alpha L}(x_i, y_i)$, are functions only of two variables, in contrast to components $\Psi_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i)$ depending on six variables. In the polar coordinates $\rho = (\vec{x}_i^2 + \vec{y}_i^2)^{1/2}$, $\phi_i = \arctg(y_i/x_i)$ the system of integrodifferential equations has the following form

$$[\partial_{\rho}^2 + \rho^{-1} \partial_{\rho} + \rho^{-2} \hat{\Delta}_{\phi_i}^{\alpha} + E - V_i(\rho \cos \phi_i)] \Phi_i^{\alpha L}(\rho, \phi_i) = \\ = V_i(\rho \cos \phi_i) \sum_{k \neq i} \sum_{\alpha'} \langle \phi_i | \hat{h}_{\alpha \alpha'}^L | \Phi_k^{\alpha' L}(\rho, \phi_k) \rangle, \quad (3)$$

$$i = 1, 2, 3, \alpha = (\lambda, l), \alpha' = (\lambda', l'), \vec{\lambda} + \vec{l} = \vec{L} = \vec{\lambda}' + \vec{l}',$$

$$(\rho, \phi_i) \in R_+^2 = \{(\rho, \phi) : 0 \leq \rho \leq \infty, 0 \leq \phi \leq \pi/2\}.$$

Here we assume that the two-body potentials are central, i.e. $V_i(\vec{x}_i) = V_i(x_i)$ and take for the angular part of the two-dimensional Laplacian the following notation

$$\hat{\Delta}_{\phi}^{\alpha} = \partial_{\phi}^2 - \lambda(\lambda + 1)/\sin^2 \phi - l(l + 1)/\cos^2 \phi. \quad (4)$$

The requirement^{/3/} $\Psi_i \in C_{R^6}^2$ and representation (2) provide the boundary conditions

$$\Phi_i^{\alpha L}(\rho, \phi_i) = 0, \rho \in [0, \infty], \phi_i = 0, \pi/2; \rho = 0, \phi_i \in [0, \pi/2]. \quad (5)$$

The boundary conditions at points $(\rho = \infty, \phi_i)$ are determined by the total energy E of a three-particle system under consideration^{/4/}. In the framework of equations (3) a numerical investigation of three-charge particle systems (for example $d\mu, dT\mu, \dots$) is a very complicated problem. One difficulty is due to the Coulomb potentials. They act in all the waves, and therefore the number of partial components $\Phi_i^{\alpha L}$ taken into account, or the rank of the truncated system (3), must be sufficiently large. Another is the necessity of knowing an exact form at the asymptotic behavior of partial components near all the boundaries of the R_+^2 region. The latter is important to guarantee the required accuracy of calculations of properties of three-charge particle systems.

For this reason, a regularization of equations (3) is an urgent problem. The first step along this line is made in the present work. It consists in finding leading asymptotic terms of the functions Φ_i^{aL} on the axis $\phi = 0, \pi/2$ and in regularizing equations (3) at singular points $\phi = 0, \pi/2$ of operators (4).

2. HYPERHARMONIC APPROACH AND INTEGRODIFFERENTIAL EQUATIONS

If $\Phi_i^{aL} \in C_{R_+^2}^2$ and the two-body potentials are nonsingular, i.e. $V_i \in C_{(0,\infty)}^2$, $\lim_{x_1 \rightarrow 0} x_1^2 V_i(x_1) = 0$, then the leading asymptotic terms of partial components at the boundaries are determined by singularities of operators (4). Therefore, the following representations

$$\Phi_i^{aL}(\rho, \phi_i) = (\sin \phi_i)^{\lambda+1} (\cos \phi_i)^{\ell+1} S_i^{aL}(\rho, \phi_i), \quad i=1, 2, 3, \quad (6)$$

take place, and regular solutions /5/

$$W_{aK}(\phi) = N_{aK}(\sin \phi)^{\lambda+1} (\cos \phi)^{\ell+1} P_n^{(\lambda+\frac{1}{2}, \ell+\frac{1}{2})}(\cos 2\phi), \quad (7)$$

$$n = 0, 1, \dots, K = 2n + \lambda + \ell$$

of the boundary value problem

$$[\hat{\Delta}_\phi^a + (K+2)^2] W_{aK}(\phi) = 0, \quad \phi \in [0, \pi/2], \quad (8)$$

$$W_{aK}(\phi) = 0, \quad \phi = 0, \pi/2,$$

compose an orthogonal angular basis of the problem (3), (5). Equations (3), by decomposing the partial components

$$\Phi_i^{aL}(\rho, \phi_i) = \sum_{n=0}^{\infty} f_{in}^{aL}(\rho) W_{aK}(\phi_i), \quad i=1, 2, 3, \quad K=2n+\lambda+\ell, \quad (9)$$

over basis (1), reduce to the system of ordinary second-order differential equations

$$\sum_{m=0}^{\infty} [\frac{\partial^2}{\rho^2} + \rho^{-1} \frac{\partial}{\rho} + E - \rho^{-2}(K+2)^2] \delta_{nm} - V_{inm}^a(\rho) f_{im}^{aL}(\rho) =$$

$$= \sum_{m,p=0}^{\infty} V_{inm}^{\alpha}(\rho) \sum_{K} \sum_{\alpha' \neq i} \langle W_{\alpha K} | \hat{h}_{\alpha \alpha'}^L | W_{\alpha' K'} \rangle f_{kp}^{\alpha' L}(\rho),$$

$$K = 2n + \lambda + \ell, \quad K' = 2m + \lambda + \ell', \quad K'' = 2p + \lambda' + \ell', \quad (10)$$

$$V_{inm}^{\alpha} = \langle W_{\alpha K} | V_i | W_{\alpha K'} \rangle,$$

for unknown radial functions $f_{in}^{\alpha L}(\rho)$, $n = 0, 1, \dots$

Notice that the sequence of series (2), (9) is equivalent to the expansion of components

$$\Psi_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i) = \sum_{\alpha L K} f_{in}^{\alpha L}(\rho) \rho^{-2} U_K^{\alpha L}(\phi_i, \hat{y}_i, \hat{x}_i), \quad i = 1, 2, 3, \quad (11)$$

over polyspherical hyperharmonics

$$U_K^{\alpha L}(\phi, \hat{y}, \hat{x}) = 2 \operatorname{cosec} 2\phi W_{\alpha K}(\phi) Y_a^{LM}(\hat{y}, \hat{x}).$$

Let us apply the hyperharmonic approach not to the Schrödinger three-particle equation, as it is usually done, but to its Faddeev splitting (1), i.e. substitute the components (11) into the system (1). As a result, we obtain a set of equations whose left-hand side is identical with the one of set (10) and the right part contains, instead of the matrix elements of $\hat{h}_{\alpha \alpha'}^L$ -operators, the well-known Rejnal-Revai^{/6/} coefficients $\langle \alpha | \alpha' \rangle_{KL}$. The equalities

$$\langle W_{\alpha K} | \hat{h}_{\alpha \alpha'}^L | W_{\alpha' K'} \rangle = \delta_{KK'} \langle \alpha | \alpha' \rangle_{KL},$$

thus proved and the completeness of the function set (7) provide us with the spectral representations of the nonlocal operators

$$\hat{h}_{\alpha \alpha'}^L = \sum_K |W_{\alpha K}\rangle \langle \alpha | \alpha' \rangle_{KL} \langle W_{\alpha' K}|. \quad (12)$$

Formulae (10) (12) generalise the results of works^{/7/} and the previous author's work^{/8/} to the case of arbitrary indices α, α', L and particle masses.

3. REGULAR OVER ANGULAR VARIABLES

Now we substitute the partial components (6) into the system (3) and introduce new angular variables $v_i = \cos 2\phi_i$. As a result, we ob-

tain the set of equations

$$\begin{aligned} & \{\partial_\rho^2 + \rho^{-1}\partial_\rho + \rho^{-2} [4(1 - v_i^2) \partial_{v_i}^2 - 4(\lambda - \ell + (3 + \lambda + \ell)v_i) \partial_{v_i} - \\ & - (\lambda + \ell + 2)^2] + E - V_i(\rho, v_i)\} S_i^{aL}(\rho, v_i) = \\ & = V_i(\rho, v_i) \sum_{k \neq i} \sum_{\alpha'} \langle v_i | \hat{h}_{aa'}^L | S_k^{a'L}(\rho, v_k) \rangle, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (13)$$

for new unknown functions $S_i^{aL}(\rho, \pm 1) \neq 0$. They have no zeros of order λ and ℓ of the boundaries $v_i = +1, -1$, respectively, in contrast to the partial components Φ_i^{aL} . The kernels of the new operators

$$\begin{aligned} \hat{h}_{aa'}^L = & -\frac{1}{4} [(\sin \phi_i)^{\lambda+1} (\cos \phi_i)^{\ell+1}]^{-1} \times \\ & \times h_{aa'}^L [(\sin \phi_k)^{\lambda'} (\cos \phi_k)^{\ell'}], \end{aligned}$$

owing to equalities (7) and (12) are regular functions. The angular part of the new Laplacian does not contain singular operators, in contrast to the old (4). Thus, we perform a regularization (13) over angular variables of equations (3).

A next, more complicated step is a regularization of equation (3) over the radial variable. Investigation of the set (10) in a vicinity of its singular point $\rho = 0$ is one possible way for solving this important problem.

4. CONCLUSION

In conclusion we briefly summarize main results of the present work. The spectral representation of the nonlocal operators $\hat{h}_{aa'}^L$ is found for arbitrary indices a, a' and L . The connection (9-12) between the integrodifferential three-particle approach and the hyperharmonic one is established in a most general case. Equations (13) regular over angular variables are constructed.

REFERENCES

1. Noyes H.P. — In: "Three-Body Problem in Nuclear and Particle Physics", North Holland, Amsterdam, 1970, p.2.

2. Варшалович Д.А., Москалев Н.А., Херсонский В.К. — "Квантовая теория углового момента", "Наука", Л., 1975.
3. Merkyriev S.P., Gignoux C., Laverne A. — Ann.Phys., 1976, 99, p.30.
4. Меркульев С.П., Фаддеев Л.Д. — "Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц", "Наука", М., 1985.
5. Абрамович М., Стиган И. — "Справочник по специальным функциям", "Наука", М., 1979.
6. Rejnal J., Revai J. — Nuovo Cimento, 1970, 68A, p.612.
7. Mandelzweig V.B. — Ann.Phys., 1977, 104, p.1.
M.Fabre de la Ripelle. — Few-Body System, 1986, 1, p.181.
8. Пупышев В.В — ЯФ, 1986, 43, с.420, Препринт ОИЯИ,
Е4-84-808, Дубна, 1984.

Received on February 24, 1987.