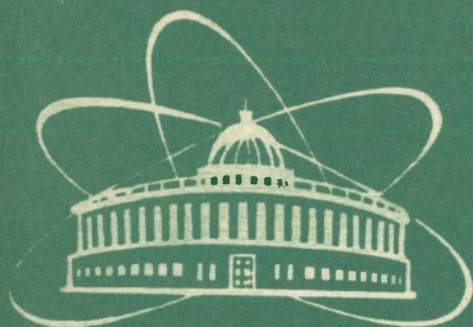




объединенный  
институт  
ядерных  
исследований  
дубна

N 20-86

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ

сборник

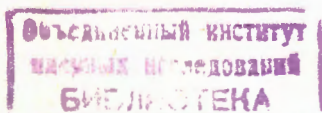
1986

Объединенный институт ядерных исследований  
JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

№ 20-86

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ  
JINR RAPID COMMUNICATIONS

сборник  
COLLECTION



Дубна 1986

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

|               |                    |
|---------------|--------------------|
| Н.Н.Боголюбов | — председатель     |
| А.М.Балдин    | — зам.председателя |
| А.Н.Сисакян   | — зам.председателя |
| Д.В.Ширков    | — зам.председателя |
| В.А.Бирюков   | — ученый секретарь |

|                |   |                |
|----------------|---|----------------|
| Р.А.Асанов     | } | — члены совета |
| А.Я.Астахов    |   |                |
| А.М.Говоров    |   |                |
| А.Д.Коваленко  |   |                |
| А.Б.Кузнецов   |   |                |
| Б.И.Пустыльник |   |                |
| М.Г.Сапожников |   |                |

## EDITORIAL BOARD

|               |                        |
|---------------|------------------------|
| N.N.Bogolubov | — Chairman             |
| A.M.Baldin    | — Vice-Chairman        |
| A.N.Sissakian | — Vice-Chairman        |
| D.V.Shirkov   | — Vice-Chairman        |
| V.A.Biryukov  | — Scientific Secretary |

|                 |   |                        |
|-----------------|---|------------------------|
| R.A.Asanov      | } | — Members of the Board |
| A.Ya.Astakhov   |   |                        |
| A.M.Govorov     |   |                        |
| A.D.Kovalenko   |   |                        |
| A.B.Kuznetsov   |   |                        |
| B.I.Pustyl'nik  |   |                        |
| M.G.Sapozhnikov |   |                        |

# О Г Л А В Л Е Н И Е C O N T E N T S

|                                                                                                                                                                                                                  |   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| Д.А.Мжавия, Г.В.Мицельмахер<br>О распадах $\tau \rightarrow 3\mu$ и $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$<br>D.A.Mzhavia, G.V.Micelmacher<br>On the Decays $\tau \rightarrow 3\mu$ and $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$ ..... | 4 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|

|                                                                                                                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| J.Lánik<br>Low Energy Theorems of Broken Scale Invariance<br>for Light Scalar Mesons<br>Й.Ланик<br>Низкоэнергетические теоремы нарушенной<br>масштабной инвариантности для легких скалярных<br>мезонов ..... | 10 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

|                                                                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| A.Costescu, E.E.Radescu<br>Toroid Polarizability of Hydrogen-Like Atoms<br>А.Костеску, Е.Е.Радеску<br>Тороидная поляризуемость водородоподобных атомов ..... | 16 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

|                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| N.N.Bogolubov, Jr., A.S.Shumovsky, Tran Quang<br>Statistical Properties of Photons in Collective<br>Resonant Raman Scattering<br>Н.Н.Боголюбов /мл./, А.С.Шумовский, Чан Куанг<br>Статистические свойства фотонов в коллективном<br>резонансном рассеянии Рамана..... | 21 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Е.Д.Донец, С.В.Карташов, В.П.Овсянников<br>Получение, идентификация и спектроскопия<br>рентгеновского излучения ионов $Kr^{35+}$ и $Kr^{36+}$<br>на поверхности твердого тела<br>E.D.Donets, S.V.Kartashov, V.P.Ovsyannikov<br>Production, Identification and Ion-at-Surface<br>X-Ray Spectroscopy of $Kr^{35+}$ and $Kr^{36+}$ ..... | 27 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

О РАСПАДАХ  $\tau \rightarrow 3\mu$  И  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$

Д.А.Мжавия\*, Г.В.Мицельмахер

Указано на возможность поиска распада  $\tau \rightarrow 3\mu$  в экспериментах типа "beam-dump" на ускорителях высоких энергий с фиксированной мишенью на уровне относительных вероятностей  $10^{-7}$ – $10^{-9}$ . Рассчитана вероятность фонового процесса  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$ .

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

On the Decays  $\tau \rightarrow 3\mu$  and  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$

D.A.Mzhavia, G.V.Micelmacher

Search for the decay  $\tau \rightarrow 3\mu$  in beam-dump experiments at high-energy accelerators with a fixed target is shown to be possible at the  $10^{-7}$ – $10^{-9}$  relative probability level. The probability of the background process  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$  is calculated.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

К настоящему времени поиски возможного несохранения  $\tau$ -лептонного числа в распадах типа  $\tau \rightarrow \mu\mu$ ,  $\tau \rightarrow \mu\mu\pi$ ,  $\tau \rightarrow \nu\mu$  и т.п. выполнены на уровне относительных вероятностей  $\tau$ -распадов, лишь немного меньшем, чем  $10^{-3/1/}$ . Эти ограничения установлены в экспериментах на встречных  $e^+e^-$ -пучках. Такое ограничение вероятностей распадов не является значимым при проверке сохранения лептонных зарядов. Оно допускает даже максимальное несохранение  $\tau$ -лептонного числа, т.к. вероятности распадов  $\approx 10^{-4}$  могут быть объяснены факторами типа постоянной  $\alpha$ , фазовым объемом и т.п., аналогично тому, как в свое время считалось "естественным" подавление  $\mu \rightarrow \nu\mu$  до уровня  $10^{-4/2/}$  без закона сохранения нового лептонного числа. Дальнейшее существенное продвижение в подобных экспериментах ограничено светимостью ускорителей на встречных пучках. Не вызывает сомнения, что поиски несохраняющих  $\tau$ -лептонное число процессов представляют фундаментальную важность и должны проводиться на мак-

---

\* Институт физики высоких энергий Тбилисского государственного университета.

симально доступном современной технике эксперимента уровне, как это делается, например, при поиске распадов  $\mu \rightarrow e\gamma$  (достигнутый уровень  $W_{\mu \rightarrow e\gamma} / W_{\mu \rightarrow e\nu} < 4,9 \cdot 10^{-11/3/}$  и  $W_{\mu \rightarrow 3e} / W_{\mu \rightarrow e\nu} < 2,4 \cdot 10^{-12/4/}$ ). Заметим, что в принципе, несохранение лептонного заряда в  $\tau \rightarrow \mu$  процессах может быть значительно большим, чем в  $\mu \rightarrow e$  переходе /например, из-за разницы в массах лептонов/.

Мы хотим обратить внимание на возможность экспериментального исследования несохраняющего лептонный заряд распада  $\tau \rightarrow \mu\mu\mu$  на пучках ускорителей с фиксированной мишенью /УНК, Теватрон/\*, на уровне относительной вероятности  $10^{-7}-10^{-9}$ . Эксперимент может быть поставлен на пучках адронов либо гамма-квантов высокой энергии /200 ГэВ - 1 ТэВ/ с использованием толстого,  $\geq 30$  ядерных длин, задерживающего вторичные адроны и гамма-кванты поглотителя из материала с небольшим атомным номером /углерод, бериллий/, с последующей регистрацией импульсов мюонов от распада  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$  и восстановлением эффективной массы трех мюонов\*\*.

Вначале мы оценим интенсивность образования  $\tau$ -лептонов, а затем обсудим возможный фоновый процесс  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$ . Оценка интенсивности образования  $\tau$ -лептонов в пучках различных частиц высоких энергий /~ 500 ГэВ/ дает следующие результаты:

а/ адронный пучок интенсивности /в среднем/  $\sim 10^8$  адронов/с. Полагая, что основным источником  $\tau$ -лептонов являются распады F-мезонов /парциальная вероятность распада  $\sim 3 \cdot 10^{-3}$ , сечение образования F-мезонов  $\approx 10$  мкб<sup>6/</sup> /, получим  $n_\tau \approx 5 \cdot 10^8$  за 100 часов работы ускорителя;

б/ фотонный пучок, взаимодействующий с легкой /дейтериевой/ мишенью. При интенсивности пучка  $\sim 10^8$   $\gamma$ /с и адронном механизме образования  $\tau$ -лептонов  $n_\tau \approx 10^7$  за 100 часов. Фотонный пучок в силу меньшего полного сечения взаимодействия фотонов дает очевидное преимущество с точки зрения возможного подавления фонов;

в/ фотонный /или электронный/ "beam-dump" на тяжелой, например свинцовой, мишени, с образованием  $\tau$ -лептонов за счет электромагнитного рождения пар  $\tau^+ \tau^-$  на ядрах  $\gamma + Z \rightarrow \tau^+ \tau^- + Z$ . Число  $\tau^+ \tau^-$  пар на  $\gamma$ -квант  $N_{\tau^+ \tau^-}$  равно<sup>7/</sup>:

\* Это предложение было высказано одним из авторов /Г.В.М./ на I совещании по экспериментальным исследованиям на встречных пучках УНК /Протвино, 1981 г./ .Возможность поиска распада  $\tau \rightarrow 3\mu$  на ускорителях с фиксированной мишенью упомянута и в работе<sup>6/</sup>, доложенной на том же совещании.

\*\* Подобную постановку эксперимента с полным поглощением пучка вблизи мишени обычно называют экспериментом типа "beam-dump".

$$N_{\tau^+\tau^-} = \frac{[84 \ln(2\omega/M_\tau) - 218] m_e^2}{[84 \ln(2\omega/m_e) - 218] m_\tau^2},$$

где  $\omega$  - энергия  $\gamma$ -кванта,  $m_e$  - масса электрона,  $M_\tau$  - масса  $\tau$ -лептона.

При интенсивности  $\gamma$ -квантов  $10^8 \gamma/\text{с}$   $p_\tau$  /за 100 часов/  $\sim 2 \cdot 10^6$ . При такой постановке опыта число  $p_\tau$ -лептонов существенно меньше, однако сильно подавлены фоны, связанные с образованием мюонов в распадах адронов.

В принципе, возможно образование  $\tau$ -лептонных пар  $\mu$ -мезонами, но сечение такого процесса  $\sigma_{\tau^+\tau^-} = 6 \cdot 10^{-38} \text{ см}^2/\text{с}$ . Таким образом, ожидаемая статистика очень мала / $\sim 5 \cdot 10^5$  за 100 часов/.

Приведенные оценки показывают, что на пучках ускорителей высоких энергий с фиксированной мишенью в экспериментах типа "beam-dump" доступна такая статистика  $\tau$ -лептонных событий, что, в принципе, возможны поиски распада  $\tau \rightarrow \mu \mu$  на уровне вероятностей  $10^{-7}$ - $10^{-9}$ . Заметим, что обсуждаемый уровень интенсивности пучков ( $\sim 10^8 \gamma/\text{с}$ ) не является предельным и выбран из тех соображений, чтобы не было серьезных проблем с регистрацией мюонов, триггером и случайными совпадениями.

Конечно, реально достижимый уровень будет определяться не только статистикой, но и уровнем фоновых процессов, среди которых не все поддаются расчету. Мы остановимся на расчете вероятности фоновых процессов  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$ , с которым надо считаться при любой постановке опыта.

Распад  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$  ранее не обсуждался, хотя в экспериментах типа "beam-dump" с регистрацией мюонов доступен изучению. Мы вычислили дифференциальную вероятность распада  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$ , учитывая все диаграммы низшего порядка теории возмущений. Расчет проводился с помощью программы SCHOONSHIP<sup>/9/</sup>. Процесс  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$  аналогичен процессу  $\mu \rightarrow 3e 2\nu$ , рассчитанному в работах<sup>/10, 11/</sup>.

Матричный элемент, соответствующий диаграммам /рис. 1/, имеет вид:

$$M = \frac{e^2 G}{(2\pi)^5 \sqrt{2}} \left( \frac{m_\mu^3 m_\tau}{p_{10} p_{20} p_{30} q_0} \right)^{1/2} \frac{1}{k^2} \times$$

$$\{ \bar{u}(q_2) \gamma_\beta (1 + \gamma_5) \times u(-p_1) \bar{u}(-q) \gamma_\alpha \times \frac{1}{-\hat{q} + \hat{k} - i m_\mu} \times$$

$$\times \gamma_\beta (1 + \gamma_5) u(-q_1) + \bar{u}(-q) \gamma_\beta (1 + \gamma_5),$$

$$u(-q_1)\bar{u}(q_2)\gamma_\beta(1+\gamma_5)\times\frac{1}{-\hat{p}_1-\hat{k}-im_\mu}\gamma_\alpha u(-p_1)\}\times$$

$$\times\bar{u}(p_3)\gamma_\alpha u(-p_2)\delta^4(p_1+p_2+p_3+q_1+q_2-q)-\{p_1\leftrightarrow p_2\};$$

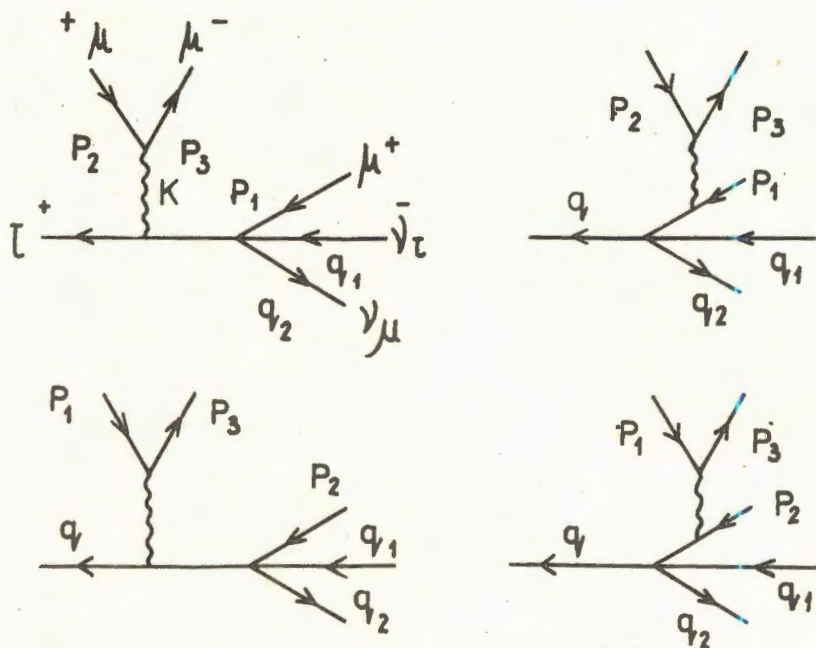


Рис. 1. Диаграммы распада  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$ .

В этом выражении обозначения импульсов соответствуют приведенным на диаграммах,  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$  - постоянная тонкой структуры,  $G = \frac{10^{-5}}{m_\mu^2}$  - константа слабого взаимодействия,  $m_\mu$ ,  $m_\tau$  - массы мюона и  $\tau$ -лептона. Интегральные и полные вероятности процесса были рассчитаны методом Монте-Карло. Полная вероятность распада  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$  составляет  $W(\tau \rightarrow 3\mu 2\nu)/W_{\tau \rightarrow \mu \bar{\nu} \nu} = 1,07 \cdot 10^{-6} *$ .

На рис. 2 приведено значение вероятности распада  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$  при различных обрезаниях по инвариантной массе трех мюонов /инвариантная масса трех мюонов от распада  $\tau \rightarrow 3\mu$

\* Мы нормируем на распад  $\tau \rightarrow \mu \bar{\nu} \nu$ , парциальная вероятность которого составляет  $(17,5 \pm 0,6)\%$  от полной вероятности  $\tau$ -распада /12/.

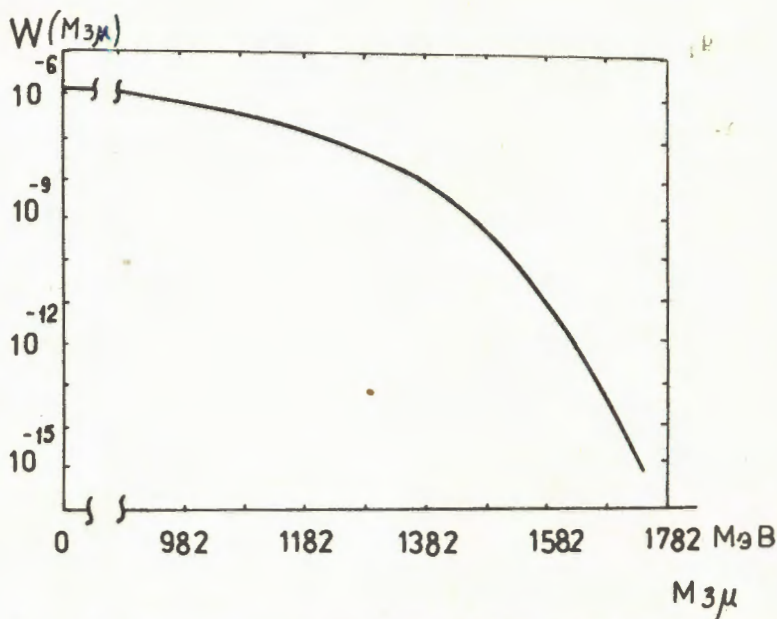


Рис. 2. Значение вероятности распада  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$  при различных обрезаниях инвариантной массы трех мюонов  $M_{3\mu}$ .

$$W(M_{3\mu})/W_{\tau \rightarrow \mu\nu\nu} = \left( \int_{M_{3\mu}}^{M_{3\mu}^{\max}} \frac{dW_{\tau \rightarrow 3\mu 2\nu}}{dm_{3\mu}} \right) / W_{\tau \rightarrow \mu\nu\nu}.$$

отвечает правой границе графика/. Из графика видно, что при определении инвариантной массы с точностью  $< 300$  МэВ, что достижимо в обсуждаемых экспериментах, процессом  $\tau \rightarrow 3\mu 2\nu$ , как физическим фоном к распаду  $\tau \rightarrow 3\mu$ , можно пренебречь при поиске  $\tau \rightarrow 3\mu$  на уровне вероятностей  $10^{-9}$ .

Авторы благодарны Ю.М.Антипову, С.П.Денисову, С.М.Коренченко и Б.М.Понтекорво за полезные обсуждения и Б.Ф.Костину за большую помощь в расчетах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hayes K.G. et al. Phys.Rev., 1982, D25, p.2869.
2. Feinberg G. Phys.Rev., 1958, 110, p.1482.
3. Bolton R.D. et al. Phys.Rev.Lett., 1968, 56, p.2461.
4. Bertl W. Nucl.Phys., 1985, B260, p.1.
5. Зайцев А.М. и др. В сб: Физические исследования на ускорительно-накопительном комплексе ИФВЭ. ИФВЭ, Серпухов, 1982, с.90.

6. Hinchliffe I, Lewellyn Smith G.H. Nucl.Phys., 1976, B14, p.45; Bourguin M., Gaillard J.M. Phys.Lett., 1975, 58B, p.191; S.Mori. Fermilab 2251.0, 1979.
7. Smith J., Soni A., Vermaseren J.A.M. Phys.Rev., 1977, D15, p.648.
8. Ganapathi V., Smith J. Phys.Rev., 1981, D23, p.75.
9. Strubbe H. Com.Phys.Comm., 1974, vol.8, p.1.
10. Бардин Д.Ю., Истатков Ц.Г., Мицельмахер Г.В. ЯФ, 1972, 15, с.284.
11. Fishbane P.M., Gaemers K.J.F. Phys.Rev., 1986, vol.33, No.1, p.159.
12. Review of particle properties. Phys.Lett., 1986, 170B.

# LOW ENERGY THEOREMS OF BROKEN SCALE INVARIANCE FOR LIGHT SCALAR MESONS

J. Lanik

Low energy theorems of broken scale invariance are discussed from the point of view of  $1/N_c$  expansion. A simple effective Lagrangian model realizing these theorems and predicting scalar gluonium as well as quarkonium masses is presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Низкоэнергетические теоремы нарушенной масштабной инвариантности для легких скалярных мезонов

Й.Ланик

С точки зрения  $1/N_c$  разложения обсуждаются низкоэнергетические теоремы нарушенной масштабной инвариантности. Предлагается простая модель эффективного лагранжиана, выполняющего эти теоремы, и предсказываются массы скалярных глюония и кваркония.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

While at the classical level QCD possesses invariance when quark masses are neglected, this symmetry is broken by quantum effects<sup>/1/</sup> expressed in the anomalous trace  $(\theta_\mu^\mu)_{an}$  of the energy-momentum tensor  $\theta_{\mu\nu}$  generating non-conservation of the dilatation current  $T_\mu$ , i.e.,

$$\partial_\mu T^\mu = (\theta_\mu^\mu)_{an} = -\frac{b}{8} \frac{a_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \quad (1)$$

where  $G_{\mu\nu}^a$  are the gluonic field strength tensors,  $b = (11/3)N_c - (2/3)N_F$  with  $N_c$  and  $N_F$  being the numbers of colours and flavours, respectively. As a consequence, one can derive the following low energy theorem<sup>/2/</sup>

$$F(0) = \frac{b}{2} G_0 \quad (2)$$

for the two-point function

$$F(q^2) = i \int d^4x e^{iqx} \langle 0 | T(H(x) H(0)) | 0 \rangle \quad (3)$$

of the scalar gluonic current  $H \equiv -(\theta_\mu^\mu)_{an}$ ,  $G_0 = -\langle 0 | (a_s/\pi) G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} | 0 \rangle$  is the gluon condensate.

In gluodynamics with  $N_c = 3$  and  $N_F = 0$  eq. (2) combined with the assumption that (3) is dominated by a single scalar gluonium  $\sigma$  gives a clear prediction concerning the gluonium mass  $m_\sigma$  as follows:

$$f_\sigma^2 m_\sigma^2 = \frac{11}{2} G_0, \quad (4)$$

where  $f_\sigma$  is an analogue of the pion decay constant  $f_\pi$ :

$$\langle 0 | H | \sigma \rangle = m_\sigma^2 f_\sigma. \quad (5)$$

Unfortunately we do not know  $f_\sigma$  reliably to predict  $m_\sigma$  from (4). Instead one can use (4) to determine the important parameter  $f_\sigma$  as a function<sup>/3/</sup> of  $G_0$  and  $m_\sigma$  with  $m_\sigma$  estimated, e.g., by lattice calculations and/or by experiments. However, when massless quarks are included, i.e.  $N_F \neq 0$ , then also quarkonium states are created and one can ask whether (and in what sense) eqs.(2) and/or (4) could still be reliably used to predict masses (or other parameters) of the scalar particles (including quarkonia). We shall answer this question affirmatively within the framework of the  $1/N_c$  expansion<sup>/4/</sup>.

To do this, let us remember that from the point of view of the  $1/N_c$  expansion<sup>/4/</sup> eq.(3) can be decomposed as follows

$$F(q^2) = F_0(q^2) + F_1(q^2), \quad (6)$$

where  $F_0(q^2)$  is a sum of all planar diagrams without quark loops while  $F_1(q^2)$  is the sum of all such diagrams with quark loop included. Thus,  $F_0(q^2)$  is of the leading order  $O(N_c^2)$  in  $1/N_c$  while  $F_1(q^2)$  is  $O(N_c)$  since each quark loop is suppressed by a factor  $1/N_c$ .  $F_0(q^2)$  knows nothing about quarks and the only singularities of  $F_0(q^2)$  are one-gluonium poles, so it contains dominant information on glue states. Comparing the lowest order in  $1/N_c$  terms on both sides of eq.(2) for a large- $N_c$  limit we get

$$F_0(0) = \frac{11N_c}{6} G_0. \quad (7)$$

This is the exact result of the  $N_c \rightarrow \infty$  limit and for the real world with  $N_c = 3$  eq.(7) must be taken only as a prediction of large  $N_c$  dynamics. We shall see later that this prediction, in fact, leads to the pure gluodynamics result (4) as expected on general grounds of  $1/N_c$  expansion<sup>/4/</sup>. Having this in mind we can combine prediction (7) with (2) and (6) and obtain

$$F_1(0) = -\frac{N_F}{3} G_0. \quad (8)$$

Since on the planar diagram level  $F_1(q^2)$  includes quark loop contributions, then on a phenomenological level eq.(8) should be understood as a prediction concerning properties of scalar quarkonia (their masses, mixings with gluonia, etc.) while (7) concerns only gluonia.

We shall illustrate all this more explicitly within a simple effective Lagrangian model<sup>/5/</sup> containing a scalar gluonium field  $\sigma(x)$ , pion fields  $\pi_i(x)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) and a flavour (u, d) singlet scalar quarkonium field  $S(x)$ , i.e.,  $N_F = 2$ . The quark matter fields  $S$  and  $\pi_i$  are assumed to form the genuine linear sigma model for chiral  $SU(2) \times SU(2)$  symmetry while the flavourless gluonium field  $\sigma$  is invariant under the chiral  $SU(2) \times SU(2)$  transformations. The Lagrangian is of the form<sup>/5/</sup>

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 + \frac{1}{2}[(\partial_\mu S)^2 + (\partial_\mu \pi_i)^2] - V(\sigma, S, \pi_i), \quad (9)$$

where the potential  $V$  is chiral invariant and obeys the trace anomaly equation

$$(\partial_\mu^\mu)_{an} = -H_0 \left(\frac{\sigma}{f_\sigma}\right)^4 = 4V - \sigma \frac{\partial V}{\partial \sigma} - S \frac{\partial V}{\partial S} - \pi_i \frac{\partial V}{\partial \pi_i}, \quad (10)$$

where  $H_0 = (b/8)Q_0$ . Eq.(10) guarantees<sup>/3/</sup> that the Ward identity (2) is realized in the present model. We neglect the quark mass term and assume that  $SU(2) \times SU(2)$  symmetry is spontaneously broken. So, we shall use the following reparametrization of the fields  $\sigma$  and  $S$ <sup>/8/</sup>:

$$\sigma(x) = f_\sigma \exp\left(\frac{\tilde{\sigma}(x)}{f_\sigma}\right), \quad (11)$$

$$S(x) = f_s + \tilde{S}(x),$$

where  $f_\sigma = \langle 0 | \sigma | 0 \rangle$ ,  $f_s = \langle 0 | S | 0 \rangle$  and  $\tilde{\sigma}, \tilde{S}$  and  $\pi_i$  are the correct fields with the VEV's equal to zeros. The potential  $V$  is assumed not to contain derivatives of fields and it can only be a function of the two  $SU(2) \times SU(2)$  invariants  $\sigma$  and  $(S^2 + \pi_i^2)^{1/2}$ .

Solving eq.(10) we find

$$V(\sigma, S, \pi_i) = H_0 \left(\frac{\sigma}{f_\sigma}\right)^4 \ln \frac{\sigma}{C} + \sigma^4 f\left(\frac{\sqrt{S^2 + \pi_i^2}}{\sigma}\right), \quad (12)$$

where  $C$  is an arbitrary constant of the mass dimension and  $f$  is an arbitrary dimensionless function of the argument  $(S^2 + \pi_i^2)^{1/2} / \sigma$ . Since the gluonium field  $\sigma$  is an  $SU(2) \times SU(2)$  singlet, it does not change the form of the  $SU(2)$  axial current  $A_\mu^1 = S \partial_\mu \pi_1 - \pi_1 \partial_\mu S$ , so we can use  $\langle 0 | A_\mu^1 | \pi^1 \rangle = i f_\pi p_\mu \delta^{1j}$  to deduce that<sup>/8/</sup>

$$f_s = -f_\pi, \quad (13)$$

where the pion decay constant  $f_\pi = 93$  MeV. Eliminating terms linear in  $\tilde{\sigma}$  and  $\tilde{S}$  from potential (12) by requiring

$$\langle 0 | \frac{\partial V}{\partial \tilde{\sigma}} | 0 \rangle = \langle 0 | \frac{\partial V}{\partial \tilde{S}} | 0 \rangle = 0 \text{ we find the following mass}$$

relations from (12) and (13) <sup>5,6/</sup>:

$$m_\pi^2 = 0,$$

$$f_\sigma^2 m_{\sigma\sigma}^2 = 2f_\pi^2 m_{ss}^2, \quad (14)$$

$$f_\sigma^2 m_{\sigma\sigma}^2 - f_\pi^2 m_{ss}^2 = \frac{b}{2} G_0,$$

where the  $m_{ij}^2$  are entries in the squared mass matrix for the  $\tilde{\sigma}$  and  $\tilde{S}$  fields. For the two-point function (3) we get (in tree approximation):

$$F(q^2) = \frac{(f_\sigma^2 m_{\sigma\sigma}^2 - \frac{1}{2} f_\pi^2 m_{ss}^2)(m_{ss}^2 - q^2)}{(m_{\sigma\sigma}^2 - q^2)(m_{ss}^2 - q^2) - \frac{1}{4} m_{\sigma s}^4}. \quad (15)$$

We see from (14) and (15) that the present model realizes the Ward identity (2). Having in mind that <sup>4/</sup>  $m_{\sigma\sigma}^2$  and  $m_{ss}^2$  are  $O(N_c^0)$ ,  $m_{\sigma s}^2 \sim O(1/\sqrt{N_c})$ ,  $f_\sigma \sim O(N_c)$  and  $f_\pi \sim O(\sqrt{N_c})$  we easily extract the leading order in  $1/N_c$  term  $F_0 \sim O(N_c^2)$  from (15) as follows

$$F_0(q^2) = \frac{f_\sigma^2 m_{\sigma\sigma}^4}{m_{\sigma\sigma}^2 - q^2}. \quad (16)$$

The term  $F_1(q^2) \sim O(N_c)$  is then given simply as a difference of eqs. (15) and (16) (see (6)). Thus, for  $N_c = 3$  and  $N_f = 2$  eqs. (6)-(8) and (14)-(16) give the following formulae

$$f_\sigma^2 m_{\sigma\sigma}^2 = \frac{11}{2} G_0 \quad (17)$$

and

$$f_\pi^2 m_{ss}^2 = \frac{2}{3} G_0. \quad (18)$$

We see that prediction (17) coincides with (4) found in gluodynamics as one expects on general grounds <sup>4/</sup>. On the other hand, it is amusing to use (18) with  $G_0 = 0.012 \text{ GeV}^{4/7}$  to predict  $m_{ss} = 960$  MeV. This can be compared with the mass  $m_\delta = 980$  MeV of a possible isovector scalar quarkonium  $\delta(980)$  and we notice good agreement.

It is worth to mention here that although a decomposition like (6) takes place<sup>/8/</sup> also for analogous two-point function of the pseudoscalar gluonic current  $a_s G_{\mu\nu}^a \bar{G}^{\mu\nu}_a$ , one cannot go further in the analogy since unlikely to  $O^+$  channel the inclusion of massless quarks in  $O^-$  channel requires<sup>/8/</sup> the  $(\text{mass})^2 \sim O(1/N_c)$  for the pseudoscalar flavour singlet quarkonium  $\eta'$  in order to have cancellation of the contributions from  $F_0$  and  $F_1$  - like pieces. Such a behaviour of the pseudoscalar channel is needed<sup>/8/</sup> to remove the vacuum angle  $\theta$  - dependence of the theory in the chiral limit. However, in  $O^+$  channel no such a behaviour of  $F(0)$  is demanded because the r.h.s. of eq.(2) is not zero for any value of  $N_c$ , large or small, and so scalar particle masses have expected<sup>/4/</sup> behaviour  $O(N_c^0)$ .

The results (17) and (18) can be nicely presented in terms of a special form  $V_s$  of potential (12) if one makes a choice

$$f\left(\frac{\sqrt{S^2 + \pi_1^2}}{\sigma}\right) = -\frac{1}{6} \frac{G_0}{f_\sigma^4} \ln \frac{C}{f_\pi} \frac{\sqrt{S^2 + \pi_1^2}}{\sigma} + \frac{1}{24} \frac{G_0}{f_\pi^4} \left(\frac{\sqrt{S^2 + \pi_1^2}}{\sigma}\right)^4. \quad (19)$$

This translates (12) into

$$V_s(\sigma, S, \pi_1) = \frac{G_0}{24} \left(\frac{\sigma}{f_\sigma}\right)^4 \left[ 11N_c \ln \frac{\sigma}{C} - 4 \ln \frac{\sqrt{S^2 + \pi_1^2}}{f_\pi} \right] + \frac{1}{24} \frac{G_0}{f_\pi^4} (S^2 + \pi_1^2)^2, \quad (20)$$

where  $N_c = 3$ . We have, however, written here the general dependence on  $N_c$  explicitly in order to do evident that (20) is a sum of terms of increasing order in  $1/N_c$ . The logarithmic term in (19) is required in order to extract the pure gluodynamics potential from the rest of eq.(12). This potential is the first (leading order in  $1/N_c$ ) term in (20) and gives (17) if  $4 \ln(f_\sigma/C) = -1$  to eliminate the linear  $\bar{\sigma}$  - dependence of  $V_s$ . On the other hand, to eliminate the linear  $\bar{S}$  - dependence from  $V_s$ , the second term in (19) is demanded unambiguously. Thus, potential (20) is a minimal one dictated by the large- $N_c$  limit of QCD giving (17) and (18) (see also ref. <sup>/9/</sup>). If we neglect fluctuations of the gluonium field, i.e., we put  $\sigma = f_\sigma$  in (20), we obtain just a potential  $V_{\text{LSM}}$  for the linear sigma model in the chiral limit as follows

$$V_{\text{LSM}}(S, \pi_1) = -\frac{G_0}{6} \ln \frac{\sqrt{S^2 + \pi_1^2}}{f_\pi} + \frac{1}{24} \frac{G_0}{f_\pi^4} (S^2 + \pi_1^2)^2, \quad (21)$$

where we neglect unimportant constant term. The potential (21) together with corresponding mass relation (18) have recently been derived by Andrianov et al.<sup>/10/</sup> directly from QCD in their procedure of bosonization.

We conclude that the bosonization of ref.<sup>/10/</sup> does not yet include gluonia, and the only remnant of gluonic degrees of freedom that remains in the approach of<sup>/10/</sup> is the appearance of gluonic condensate  $G_0$  giving a non-zero mass to an isosinglet scalar (u,d) quarkonium  $S$ . Inclusion of gluonia should lead to more general potential (20) (or even (12)) realizing the total QCD Ward identity (2) while (21) realizes only a piece of (2), namely (8). Thus, it seems to us that the result of ref.<sup>/10/</sup> could encourage efforts to derive an effective Lagrangian realizing (2) by including gluonia as well as quarkonia directly from QCD by integrating over the quark and gluon fields<sup>/11/</sup>.

We are grateful to Dr.D.Ebert for discussions and to Prof.V.A.Meshcheryakov for interest and support in this work.

### References

1. Collins J., Duncan A., Joglekar S.D. - Phys.Rev., 1977, D16, p.438. Nielsen N.K. - Nucl.Phys., 1977, B120, p.212.
2. Novikov V.A. et al. - Nucl.Phys., 1981, B191, p.301.
3. Lnik J. - Phys.Lett., 1984, 144B, p.439.  
Ellis J., Lnik J. - Phys.Lett., 1985, 150B, p.289.
4. 't Hooft G. - Nucl.Phys., 1974, B72, p.461.  
Witten E. - Nucl.Phys., 1979, B160, p.57.
5. Gomm H., Schechter J. - Phys.Lett., 1985, 158B, p.448.
6. Ellis J., Lnik J. - Phys.Lett., 1986, 175B, p.83.
7. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. - Nucl.Phys., 1979, B147, pp.385, 448.
8. Witten E. - Nucl.Phys., 1979, B156, p.269.
9. Salomone A., Schechter J., Tudron T. - Phys.Rev., 1981, D23, p.1143.
10. Andrianov A.A. et al. - Pisma ZhETF, 1986, 43, p.557.
11. For a recent review and further references, see D.Ebert and H.Reinhardt. JINR Preprint E2-86-274, Dubna, 1986. Invited talk presented at the Seminar "Quarks-86", Tbilisi, April, 1986.

Received on October 17, 1986.

# TOROID POLARIZABILITY OF HYDROGEN-LIKE ATOMS

A.Costescu\*, E.E.Radescu

A closed formula is obtained for the frequency-dependent toroid dipole polarizability  $\gamma(\omega)$  of a (nonrelativistic, spinless, ground-state) hydrogen-like atom. The static result reads  $\gamma(\omega = 0) = (23/60) \times \alpha^2 Z^{-4} a_0^5$  ( $\alpha$  - fine structure constant,  $Z$  - nucleus charge number,  $a_0$  - Bohr radius). This is the toroid analog of the well-known static electric dipole polarizability  $\alpha(\omega = 0) = (9/2) Z^{-4} a_0^3$ .

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Тороидная поляризуемость водородоподобных атомов

А.Костеску, Е.Е.Радеску

Получена замкнутая формула для динамической тороидной дипольной поляризуемости  $\gamma(\omega)$  /нерелятивистского, бесспинового/ водородоподобного атома в основном состоянии. Статический результат имеет вид  $\gamma(\omega = 0) = (23/60) \alpha^2 Z^{-4} a_0^5$  / $\alpha$  - константа тонкой структуры,  $Z$  - зарядовое число ядра,  $a_0$  - боровский радиус/ и является аналогом известной статической электрической дипольной поляризуемости  $\alpha(\omega = 0) = (9/2) Z^{-4} a_0^3$ .

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

As is shown in refs.1, an external magnetic field  $\vec{H}^{\text{ext}}$  (time-dependent, in general) of nonvanishing  $\nabla \times \vec{H}^{\text{ext}}$  (i.e., an external conduction ( $\vec{j}^{\text{ext}}$ ) or displacement ( $(4\pi)^{-1} d\vec{D}^{\text{ext}}/dt$ ) current) induces in a system a toroid dipole moment of Fourier components  $T_i^{\text{ind}}(\omega) = \sum_j \gamma_{ij}(\omega) \cdot [\nabla \times \vec{H}^{\text{ext}}(\omega)]_j$ , ( $i, j = 1, 2, 3$ ), where, in the quantum case, the dynamic (i.e., frequency ( $\omega$ ) dependent) toroid (dipole) polarizability  $\gamma_{ij}(\omega)$  is given by the following formula:

$$\gamma_{ij}(\omega) = \sum_n \left[ \frac{\langle 0 | T_i | n \rangle \langle n | T_j | 0 \rangle}{E_n - E_0 - \hbar\omega - i\epsilon} + \frac{\langle 0 | T_j | n \rangle \langle n | T_i | 0 \rangle}{E_n - E_0 + \hbar\omega + i\epsilon} \right]. \quad (1)$$

\* Department of Physics, University of Bucharest, P.O.Box MG-11, Romania.

$E_0, E_n$  denote the energies of the ground and excited states of the unperturbed Hamiltonian, the sum extends over all excited states (in the discrete and continuous spectrum), while  $T_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) stands for the operator of the toroid dipole moment. The toroid dipole moment of a current distribution  $\vec{j}(\vec{x}, t)$  is defined as<sup>2/</sup>

$$T_i(t) = \frac{1}{10c} \int \{x_i [\vec{x} \cdot \vec{j}(\vec{x}, t)] - 2\vec{x}^2 j_i(\vec{x}, t)\} d^3x. \quad (2)$$

$\gamma_{ij}(\omega)$  characterizes the response of the system to the perturbation<sup>2,3/</sup>  $H_{T.D.}(t) = -\vec{T}(t) \cdot [\nabla \times \vec{H}^{ext}]_{\vec{x}=0, t} = -\vec{T}(t) \cdot [(4\pi/c) \vec{j}^{ext} + (1/c) d\vec{D}^{ext}/dt]_{\vec{x}=0, t}$ , which appears in the multipole decomposition of the Hamiltonian.

In connection with the current interest in toroid moments<sup>1-5/</sup> we present here the main technical points of a method which enabled us to calculate analytically  $\gamma_{ij}(\omega)$  for a (nonrelativistic, spinless) hydrogen-like atom in its ground state.

Denoting  $\Omega_1 = E_0 + \hbar\omega + i\epsilon$ ,  $\Omega_2 = E_0 - \hbar\omega$ , one may write

$$\gamma_{ij}(\omega) = \mathcal{T}_{ij}(\Omega_1) + \mathcal{T}_{ji}(\Omega_2), \quad (3)$$

where

$$\mathcal{T}_{ij}(\Omega) = \sum_n \int \frac{d\vec{x}_1 d\vec{x}_2}{E_n - \Omega} u_0^*(\vec{x}_1) T_i(\vec{x}_1) u_n(\vec{x}_1) u_n^*(\vec{x}_2) T_j(\vec{x}_2) u_0(\vec{x}_2). \quad (4)$$

$u_n(\vec{x})$  are the wave functions of the H-like atom,

$$u_0(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\lambda}{\hbar}\right)^{3/2} e^{-\lambda r/\hbar}, \quad r = |\vec{x}|, \quad \lambda = aZmc, \quad a = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137....},$$

and the one particle toroid dipole operator, by Eq.(2), is<sup>2/</sup>

$$T_i(\vec{x}) = \frac{e}{10mc} \sum_k (-2\vec{x}^2 \delta_{ik} P_k + x_i x_k P_k), \quad P_k = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_k}, \quad (5)$$

( $e$  and  $m$  are the charge and mass of the electron,  $Z|e|$  is the nucleus charge). The sum in Eq.(4) extends over the whole spectrum (the ground-state does not contribute). Using relations like

$$P_j u_0(\vec{x}) = i\lambda \left(\frac{x_j}{r}\right) u_0(\vec{x}), \quad x_i r u_0(\vec{x}) = \frac{(\lambda/\hbar)^{3/2}}{\sqrt{\pi}} i\hbar^2 \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial \kappa_i} e^{-(\lambda r - i\vec{\kappa} \cdot \vec{x})/\hbar} \Big|_{\vec{\kappa}=0} \quad (6)$$

one may bring  $\mathcal{T}_{ij}(\Omega)$  to the form

$$\mathcal{T}_{ij}(\Omega) = -\frac{1}{100} \left(\frac{e}{mc}\right)^2 \frac{\lambda^5 \hbar}{\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial \lambda''} \frac{\partial}{\partial \lambda'} \frac{\partial^2}{\partial \kappa_{11} \partial \kappa_{2j}} \right] \times \quad (7)$$

$$\times \left\{ \int d\vec{x}_1 d\vec{x}_2 e^{-(\lambda' r_1 - i\vec{\kappa}_1 \cdot \vec{x}_1)/\hbar} e^{-(\lambda'' r_2 - i\vec{\kappa}_2 \cdot \vec{x}_2)/\hbar} \right\}_x$$

$$\times \sum_n \frac{u_n(\vec{x}_1) u_n^*(\vec{x}_2)}{E_n - \Omega} \Big|_{\substack{\lambda'' = \lambda' = \lambda \\ \vec{\kappa}_2 = \vec{\kappa}_1 = 0}} \quad (7)$$

The curl bracket in Eq. (7), by Fourier transforming, may be written as

$$\{...\} = \int d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 \Phi(\vec{p}_1, \lambda', \vec{\kappa}_1) \Phi(-\vec{p}_2, \lambda'', \vec{\kappa}_2) G(\vec{p}_2, \vec{p}_1; \Omega), \quad (8)$$

with

$$\Phi(\vec{p}, \lambda, \vec{\kappa}) = -\frac{2\hbar^2}{\sqrt{2\pi\hbar}} \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{1}{(\vec{p} - \vec{\kappa})^2 + \lambda^2}, \quad (9)$$

and

$$\sum_n \frac{u_n(\vec{x}_1) u_n^*(\vec{x}_2)}{E_n - \Omega} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 G(\vec{p}_2, \vec{p}_1; \Omega) e^{i(\vec{p}_2 \vec{x}_2 - \vec{p}_1 \vec{x}_1)/\hbar}. \quad (10)$$

Using now the integral representation of the nonrelativistic Coulomb Green's function in the form found by Schwinger<sup>6/</sup>

$$G(\vec{p}, \vec{p}'; \Omega) = \frac{mX^3}{2\pi^2} \cdot \frac{ie^{i\pi r}}{2 \sin \pi r} \int_1^{(\infty+)} d\rho \rho^{-r} \times \quad (11)$$

$$\times \frac{d}{d\rho} \left\{ \frac{1-\rho^2}{\rho} \frac{1}{[X^2(\vec{p} - \vec{p}')^2 + (\vec{p}^2 + X^2)(\vec{p}'^2 + X^2) \frac{(1-\rho)^2}{4\rho}]^2} \right\}$$

(where  $X^2 = -2m\Omega$ ,  $\text{Re} X > 0$ ,  $r \equiv \lambda/X$  and the integration contour starts at 1, encircles the origin in the counterclockwise sense and returns to 1), Eq. (7) becomes

$$\mathcal{J}_{ij}(\Omega) = C \frac{mX^3}{2\pi^2} \frac{ie^{i\pi r}}{2 \sin \pi r} \left[ \frac{\partial^2}{\partial \lambda''^2} \frac{\partial^2}{\partial \lambda'^2} \frac{\partial^2}{\partial \vec{\kappa}_{11} \partial \vec{\kappa}_{2j}} \right] \times \quad (12)$$

$$\times \left\{ \int_1^{(\infty+)} d\rho \rho^{-r} \frac{d}{d\rho} \left[ \frac{1-\rho^2}{\rho} J(\lambda', \lambda'', \vec{\kappa}_1, \vec{\kappa}_2; X^2) \right] \right\} \Big|_{\substack{\lambda'' = \lambda' = \lambda \\ \vec{\kappa}_2 = \vec{\kappa}_1 = 0}};$$

$C = (\lambda^5 \hbar^4 / 50 \pi^2) (e/mc)^2$  and  $J(\lambda', \lambda'', \vec{\kappa}_1, \vec{\kappa}_2; X^2)$  denotes the "basic integral"

$$\int \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2}{[(\vec{p}_1 - \vec{\kappa}_1)^2 + \lambda'^2][X^2(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)^2 + (\vec{p}_1^2 + X^2)(\vec{p}_2^2 + X^2) \frac{(1-\rho)^2}{4\rho}][(\vec{p}_2 - \vec{\kappa}_2)^2 + \lambda''^2]}. \quad (13)$$

introduced and calculated in refs.7. There it has been found that

$$\frac{d}{d\rho} \left[ \frac{1-\rho^2}{\rho} J(\lambda', \lambda'', \vec{\kappa}_1, \vec{\kappa}_2; X^2) \right] =$$

$$= \frac{16\pi^4}{X^2} \frac{(1-s\rho + p\rho^2)^{-1}}{[(X+\lambda')^2 + \kappa_1^2][ (X+\lambda'')^2 + \kappa_2^2 ]}, \quad (14)$$

where

$$s = 2 \frac{(\lambda''^2 - X^2)(\lambda'^2 - X^2) + 4X^2 \vec{\kappa}_1 \vec{\kappa}_2}{(X+\lambda')^2 (X+\lambda'')^2}, \quad p = \frac{(X-\lambda'')^2 (X-\lambda')^2}{(X+\lambda'')^2 (X+\lambda')^2}. \quad (15)$$

Taking then the derivatives with respect to  $\vec{\kappa}_{1i}, \vec{\kappa}_{2j}, \lambda''$  and using formulas for the Gauss hypergeometric functions of the type

$$F(a, b, a+1; z) = -ia \left( \frac{e^{-i\pi a}}{2 \sin \pi a} \right) \int_1^{\infty} \rho^{a-1} (1-z\rho)^{-b} d\rho, \quad (16)$$

one arrives at

$$\mathcal{F}_{ij}(\Omega) = \delta_{ij} D \frac{\partial^2}{\partial \lambda'^2} \left[ \frac{Q(\lambda')}{(\lambda' + X)^4} \right]_{\lambda' = \lambda}; \quad D = C \cdot \frac{1280 \pi^2 X^3}{(\lambda + X)^6};$$

$$Q(\lambda') = \frac{F(2-r, 6, 3-r; \zeta(\lambda'))}{2-r} - \frac{2\zeta_1(\lambda') F(3-r, 6, 4-r; \zeta(\lambda'))}{3-r} + (17)$$

$$+ \frac{\zeta_1^2(\lambda') F(4-r, 6, 5-r; \zeta(\lambda'))}{4-r}; \quad \zeta_1(\lambda') = \frac{\lambda' - X}{\lambda' + X}, \quad \zeta(\lambda') = \frac{\lambda - X}{\lambda + X} \zeta_1(\lambda').$$

Next, the machinery of hypergeometric functions is put at work to take economically the last two derivatives with respect to  $\lambda'$ . The final result is  $\gamma_{ij}(\omega) = \gamma(\omega) \delta_{ij}$  with

$$\gamma(\omega) = \frac{a^2}{20} \frac{a_0^5}{Z^4} \sum_{i=1,2} \frac{r_i^2}{(r_i + 1)^4} \frac{1}{2-r_i} \frac{1}{3-r_i}.$$

$$\cdot \left[ \frac{8r_i^2(r_i^2 + 1)^2}{(r_i + 1)^2(4-r_i)} F(1, -1-r_i, 5-r_i; \zeta_1) - 15r_i^4 + 7r_i^3 + 53r_i^2 + 57r_i + 18 \right]. \quad (18)$$

$F(a, b, c; z)$  is the Gauss hypergeometric function with the series expansion

$$F(a, b, c; z) = 1 + \frac{ab}{c} \frac{z}{1!} + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)} \frac{z^2}{2!} + \dots$$

and

$$r_1 = (1 - \omega_0)^{-1/2}, \quad r_2 = (1 + \omega_0)^{-1/2}, \quad \zeta_i = \left( \frac{r_i - 1}{r_i + 1} \right)^2, \quad (i = 1, 2), \quad (19)$$

$$\omega_0 = \frac{\hbar \omega}{|E_0|} = \frac{2\hbar \omega}{\alpha^2 Z^2 m c^2} = \frac{2}{\alpha Z} \cdot \frac{a_0}{Z} \cdot \frac{\omega}{c}; \quad (19)$$

$$a_0 = \frac{\hbar}{\alpha m c} = 0.53 \times 10^{-8} \text{ cm}; \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}.$$

$\gamma(\omega)$  is an even analytic function of  $\omega$  in the complex  $\omega$  - plane with simple poles at  $\omega = (E_n - E_0)/\hbar$ ,  $n = 2, 3, 4, \dots$  ( $E_n = E_0/n^2$  is the discrete spectrum of the H-like atom), and a branch cut along the real  $\omega$  -axis for  $\omega > |E_0|$ , i.e., above the ionization threshold  $|E_0|$ . The static result (which is the toroid analog of the static electric dipole polarizability  $\alpha(\omega = 0) = (9/2)a_0^3 Z^{-4}$  found in 1926 by Epstein and by Waller<sup>/8/</sup>) looks very simple

$$\gamma(\omega = 0) = \frac{23}{60} \alpha^2 \frac{a_0^5}{Z^4} = Z^{-4} \times 0.86 \times 10^{-46} \text{ cm}^5. \quad (20)$$

Some applications<sup>/9/</sup> as well as a more detailed presentation of this research will be published elsewhere.

The authors are indebted to V.M.Dubovik, S.B.Gerasimov and B.N.Valuev for discussions.

### References

1. Radescu E.E. JINR Preprints E4-85-165, P4-85-154, P4-85-155, P4-85-156, Dubna, 1985; Rev.Roumaine de Physique, 1986, 31, p.139, ibid. 1986, 31, p.143, ibid. 1986, 31, p.145.
2. Dubovik V.M., Tcheshkov A.A. Fiz.Elem.Chastits. At. Yadra, 1974, 5, p.791, Sov.J.Part Nucl., 1974, 6, p.318; Dubovik V.M., Tosunian L.A. ibid. 1974, 14, p.1193, ibid. 1983, 14, p.504.
3. Zeldovich Ya.B. Zh.Exp.Teor.Fiz., 1957, 33, p.1531, Sov.Phys. JETP, 1958, 6, p.1184.
4. Ginzburg V.L., Tsytoich V.N. Zh.Exp.Teor.Fiz., 1985, 88, p.84, Sov.Phys.JETP, 1985, 61, p.48.
5. Radescu E.E. Phys.Rev., 1985, D32, p.1266.
6. Schwinger J. Journ.Math.Phys., 1964, 5, p.1606.
7. Gavrilă M. Phys.Rev., 1967, 163, p.147; Gavrilă M., Costescu A. Phys.Rev., 1970, A2, p.1752; Costescu A., Gavrilă M. Rev.Roumaine de Phys., 1973, 18, p.493; Costescu A. ibid. 1976, 21, p.3.
8. Epstein E. Phys.Rev., 1926, 28, p.695; Waller I. Zeits.Phys., 1926, 38, p.635.
9. Costescu A., Radescu E.E. JINR Preprint E4-86-700, Dubna, 1986.

Received on November 3, 1986.

## STATISTICAL PROPERTIES OF PHOTONS IN COLLECTIVE RESONANT RAMAN SCATTERING

N.N.Bogolubov, Jr., A.S.Shumovsky, Tran Quang

Statistical properties of the photons in collective resonant Raman scattering are investigated. The anticorrelation between Stokes and Rayleigh lines is observed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Статистические свойства фотонов  
в коллективном резонансном рассеянии Рамана

Н.Н.Боголюбов /мл./, А.С.Шумовский, Чан Куанг

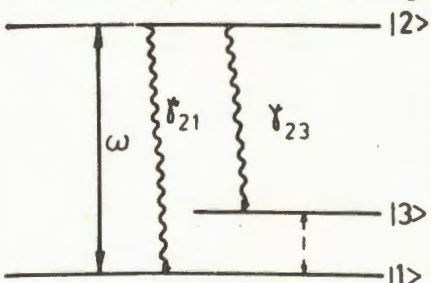
Исследованы статистические свойства фотонов в коллективном резонансном рассеянии Рамана. Наблюдена антикорреляция между стоксовой и рэлеевской линиями.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

The photon statistics of various nonlinear optical processes has been a subject of increasing interest in recent years <sup>/2-17/</sup>. In particular, the photon statistics for stimulated Raman scattering has been analysed in works <sup>/8,13/</sup>.

In the present paper we consider the photon statistics for collective resonant Raman scattering (Fig.1). It will be shown that under a suitable condition the anticorrelation between Stokes and Rayleigh lines is observed.

We consider a small system (the Dicke model, 1954) of  $N$  three-level atoms interacting with a resonant driving field



of the frequency  $\omega$  and with a field of radiation (Fig.1). Let us label the ground state by  $|1\rangle$ ; the real excited state by  $|3\rangle$

Fig.1. Three-level system of atoms interacting with the monochromatic applied field.

and the resonant intermediate state by  $|2\rangle$  with energies  $\omega_1, \omega_3$  and  $\omega_2$ , respectively (the system of  $\hbar = 1$ ). The real excited state  $|3\rangle$  may be a low-lying vibrational or rotational excitation from the ground state. To keep the discussion general, we will not specify these states besides saying that the intermediate state  $|2\rangle$  can be connected via the electromagnetic interaction Hamiltonian with both states  $|1\rangle$  and  $|3\rangle$  (in the dipole approximation) but the states  $|3\rangle$  and  $|1\rangle$  are not connected by the dipole Hamiltonian because of parity consideration. The transition  $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$  is caused by an atomic reservoir and assumed to be nonradiative<sup>18</sup>. For simplicity the external driving field is assumed to be in resonance with the level separation  $\omega_2 - \omega_1 = \omega_{21} = \omega$ .

In treating the external field classically and using the Born and Markov approximation, one can obtain a master equation for the reduced density matrix  $\rho$  for the system alone in the form<sup>1,8</sup>,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} = & -i[H_{\text{coh}}, \rho] \\ & -\gamma_{21} (J_{21} J_{12} \rho - J_{12} \rho J_{21} + \text{h.c.}) \\ & -\gamma_{23} (J_{23} J_{32} \rho - J_{32} \rho J_{23} + \text{h.c.}) \\ & -\gamma_{31} (J_{31} J_{13} \rho - J_{13} \rho J_{31} + \text{h.c.}) \equiv L\rho, \end{aligned} \quad (1)$$

where  $2\gamma_{21}$  and  $2\gamma_{23}$  are radiative spontaneous transition probabilities per unit time for a single atom to change from the level  $|2\rangle$  to  $|1\rangle$  and from  $|2\rangle$  to  $|3\rangle$ , respectively.  $2\gamma_{31}$  is nonradiative rate for transition  $|3\rangle$  to  $|1\rangle$ . The coherence part of Hamiltonian  $H_{\text{coh}}$  in the interaction picture has the form

$$H_{\text{coh}} = \Omega_3 J_{33} + \Omega (J_{21} + J_{12}),$$

where  $\Omega_3 = \frac{\omega_{21}}{2} - \omega_{23}$ ;  $\omega$  is the Rabi frequency for the

atomic transition from the level  $|2\rangle$  to  $|1\rangle$ . And  $J_{ij} =$

$$= \sum_{k=1}^N |i\rangle \langle j|_k \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad \text{are the collective angular momenta of the atoms. They satisfy the commutation relation}$$

$$[J_{ij}, J_{i'j'}] = J_{ij'} \delta_{ji'} - J_{i'j} \delta_{ij'}.$$

As in Refs. /6, 19/, we shall use the Schwinger representation for the angular momentum

$$J_{ij} = C_i^+ C_j \quad (i, j = 1, 2, 3),$$

where  $C_j$  obey the boson commutation relation

$$[C_i, C_i^+] = \delta_{ij}.$$

Further, we investigate only the case of an intense external field so that

$$\Omega \gg N\gamma_{21}, N\gamma_{23} \quad \text{and} \quad N\nu_{31}. \quad (2)$$

After performing the canonical transformation

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} Q_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} Q_2 \\ C_2 &= -\frac{1}{\sqrt{2}} Q_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} Q_2 \\ C_3 &= Q_3 \end{aligned} \quad (3)$$

one can find that the Liouville operator  $L$  appearing in equation (1) splits into two components  $L_0$  and  $L_1$ . The component  $L_0$  is slowly varying in time whereas  $L_1$  contains rapidly oscillating terms at frequencies  $2\Omega$  and  $4\Omega$ . For the case, when relation (2) is fulfilled, one can make the secular approximation, i.e., retain only a slowly varying part /11,8/. Correction to the results obtained in this fashion will be of an order of  $(\gamma_{21} N/\Omega)^2; (\gamma_{23} N/\Omega)^2$  or  $(\nu_{31} N/\Omega)^2$ .

Making the secular approximation one can find the stationary solution of the master equation

$$\bar{\rho} = U \rho U^+ = Z^{-1} \sum_{R=0}^N X^R \sum_{N_1=0}^R |R, N_1\rangle \langle N_1, R|, \quad (4)$$

where  $U$  is a unitary operator representing the canonical transformation (3);  $X = \nu_{31}/\gamma_{23}$

$$Z = \frac{(N+1)X^{N+2} - (N+2)X^{N+1} + 1}{(X-1)^2},$$

$|R, N_1\rangle$  is an eigenstate of the operator  $R = R_{22} + R_{11}$ ,  $R_{11}$  and  $\hat{N} = R_{11} + R_{22} + R_{33}$ . Here  $R_{ij} = Q_i^+ Q_j$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ). The operators  $Q_i$  satisfy the boson commutation relation  $[Q_i, Q_j^+] = \delta_{ij}$

so that

$$[R_{ij}, R_{i'j'}] = R_{ij'} \delta_{i'j} - R_{i'j} \delta_{ij'}. \quad (5)$$

From solution (4) it is easy to see that the stationary characteristics of the system depend only on the number of atoms  $N$  and the relation of spontaneous transition probability  $\gamma_{23}$  and nonradiative rate  $\nu_{31}$ .

By using solution (4) one can define the characteristic function<sup>/20/</sup>

$$\chi_R(\xi) = \langle e^{i\xi R} \rangle_s = Z^{-1} \frac{(N+1)Y^{N+2} - (N+2)Y^{N+1} + 1}{(Y-1)^2},$$

where  $Y = xe^{i\xi}$ . Here  $\langle A \rangle_s$  denotes the expectation value of an operator  $A$  in the steady state (4).

Once the characteristic function is known, it is easy to calculate the statistical moments

$$\langle R^n \rangle_s = \frac{\partial^n}{\partial (i\xi)^n} \chi_R(\xi) \big|_{i\xi=0}. \quad (6)$$

Now, we discuss the influence of collective effects and relation  $X = \frac{\nu_{31}}{\gamma_{23}}$  on the photon statistics of the

Stokes line and the cross-correlation between Stokes and Rayleigh lines.

By using the canonical transformation (3), stationary solution (4) and commutation relation (5) one can find the steady-state normalized intensity correlation function of Stokes line  $g_{s,s}^{(2)}$  and the cross-correlation function between Stokes and Rayleigh lines  $C_{s,R}^{(2)}$  in the form

$$g_{s,s}^{(2)} = \langle J_{23} J_{23} J_{32} J_{32} \rangle_s / \langle J_{23} J_{32} \rangle_s^2 \quad (7)$$

$$= \frac{4 \langle R^4 \rangle_s - 2(N+2) \langle R^3 \rangle_s + (N^2 + 5N + 5) \langle R^2 \rangle_s + (N+1)(N+2) \langle R \rangle_s}{3 (\langle R^2 \rangle_s - (N+1) \langle R \rangle_s)^2}$$

$$C_{s,R}^{(2)} = \langle J_{23} J_{21} J_{12} J_{32} \rangle_s / \langle J_{23} J_{32} \rangle_s \langle J_{21} J_{12} \rangle_s = C_{R,s}^{(2)} \quad (8)$$

$$= \frac{-\langle R^4 \rangle_s + N \langle R^3 \rangle_s + (N+3) \langle R^2 \rangle_s - 2(N+1) \langle R \rangle_s}{\langle R^2 + 2R \rangle_s \cdot \langle (N+1)R - R^2 \rangle_s}$$

The statistical moments  $\langle R^n \rangle_s$  in relations (7,8) can be found in equation (6).

The dependence of the normalized intensity correlation function  $g_{s,s}^{(2)}$  and cross-correlation function  $C_{s,R}^{(2)}$  on the

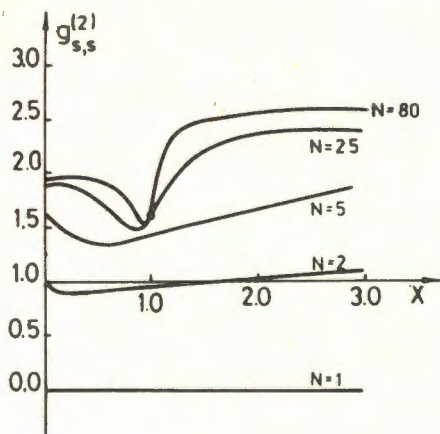


Fig. 2. Normalized intensity correlation function  $g_{s,s}^{(2)}$  graphed against the parameter  $X$ .

parameter  $X$  is plotted in Figs. 2 and 3, respectively. From these Figures one can see that:

i) For the one-atom case  $g_{s,s}^{(2)} = 0$  and  $C_{s,R}^{(2)} = 0$ , thus the Stokes line has subpoissonian statistics and the anticorrelation between Stokes and Ray-

leigh lines comes into existence for all values of the parameters  $X$ .

ii) The collective effects reduce the antibunching of Stokes line. For the case of several atoms, the Stokes line has subpoissonian statistics ( $g_{s,s}^{(2)} < 1$ ) only for a suitable region of the parameter  $X$  and for the case of  $N \geq 5$  Stokes line has superpoissonian statistics ( $g_{s,s}^{(2)} > 1$ ) for all values of the parameter  $X$ .

iii) For a suitable region of the parameter  $X$  (Fig. 3) the anticorrelation between Stokes and Rayleigh lines ( $C_{s,R}^{(2)} < 1$ ) comes into existence for the various number of atoms  $N$ . For the collective limit  $N \rightarrow \infty$  the anticorrelation between Stokes and Rayleigh lines is presented only for the case of  $X = 1$  ( $C_{s,R}^{(2)} = 0.8$ ).

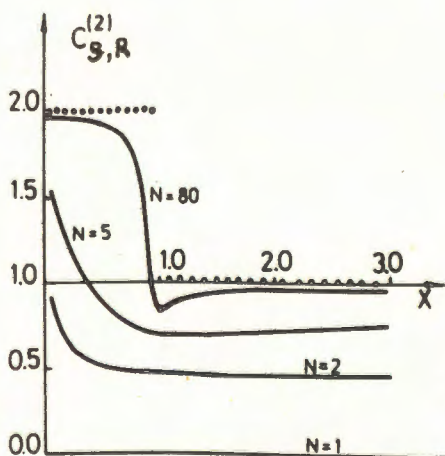


Fig. 3. Cross-correlation function  $C_{s,R}^{(2)}$  graphed against the parameter  $X$ . The dotted curve indicates the case of  $N \rightarrow \infty$ .

## References

1. Agarwal G.S.-In: Quantum Optics. Springer Verlag, Berlin, 1974.
2. Agarwal G.S., Narducci L.M., Da Hsuan Feong, Gilmore R. - Phys.Rev.Lett., 1978, 42, p.1260.
3. Apanasevich P.A., Kilin J.Ja.-J.Phys.B., 1979, 12, p.183.
4. Aspect A., Roger G., Reynaud S., Dalibar J., Cohen-Tannoudji C. - Phys.Rev.Lett., 1980, 45, p.617.
5. Cohen-Tannoudji C., Reynaud S. Philos.-Trans.R.Soc. Loudon,ser.A, 1979, 293, p.223.
6. Bogolubov N.N., Jr., Shumovsky A.S., Tran Quang. - Phys.Lett., 1985, 112A, p.323.
7. Bogolubov N.N., Jr., Fam Le Kien, Shumovsky A.S., - J. Physique, 1986, 47, p.427.
8. Bogolubov N.N., Jr., Shumovsky A.S., Tran Quang. JINR Preprint E17-85-679, Dubna, 1985.
9. Ficek Z., Tanas R., Kielich S. - Phys.Rev., 1984, A29, p.2004.
10. Kimble, Dagenai S.M., Mandel L. - Phys.Rev.Lett., 1977, 39, p.691 and Phys.Rev., 1978, A18, p.201.
11. Narducci L.M., Feng A.H., Gilmore R., Agarwal G.S. - Phys.Rev., 1978, A18, p.1571.
12. Wiegand M. - J.Phys.B., 1983, 12, p.3369.
13. Simaan H.D. - J.Phys.A., 1975, 8, p.1620.
14. Sainz L. de los Terreros, M. Santos, P.F. Gonzalez-Diaz. - Phys.Rev., 1985, A31, p.1598.
15. Mavroyannis C. - Phys.Rev., 1983, A27, p.1414 and J.Chem.Phys., 1985, 82, p.3563.
16. Raymer M.G., Walmsley I.A., Mostowski J., Sobolevska B. - Phys.Rev., 1985, A32, p.332.
17. Kimble H.J., Mezzacappa A., Milonni P.W. - Phys.Rev., 1985, A31, p.3686.
18. Agarwal G.S., Sudhashu S.Jha. - J. of Phys.B., 1979, 12, p.2655.
19. Schwinger J.V.-In: Quantum Theory of Angular Momentum (ed. by L.C.Biedenharn and H. Van Dam). Academic Press, New-York, 1985.
20. Louisell W.H. Radiation and Noise in Quantum Electronics. Mc Graw-Hill Book Company, New-York, 1964.

Received on September 22, 1986.

ПОЛУЧЕНИЕ, ИДЕНТИФИКАЦИЯ И СПЕКТРОСКОПИЯ  
РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИОНОВ  $Kr^{35+}$  и  $Kr^{36+}$   
НА ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Е.Д.Донец, С.В.Карташов, В.П.Овсянников

При помощи электронно-лучевого метода ионизации впервые в условиях физической лаборатории получены медленные водородоподобные ионы криптона ( $Kr^{35+}$ ) и ядра криптона, полностью лишенные электронной оболочки ( $Kr^{36+}$ ). Идентификация зарядности ионов произведена по характеристическому рентгеновскому излучению, возникающему при их рекомбинации на поверхности твердого тела. Получены предварительные экспериментальные данные об энергиях и вероятностях переходов в К-серии рентгеновского излучения для указанных случаев.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Production, Identification and Ion-at-Surface  
x-Ray Spectroscopy of  $Kr^{35+}$  and  $Kr^{36+}$

E.D. Donets, S.V. Kartashov, V.P. Ovsyannikov

Slow hydrogenlike krypton ions and bare krypton nuclei have been produced for the first time under physical laboratory conditions by the electron-beam ionization method. The ion charge states have been identified using characteristic x-ray emission arising from their recombination on a solid state surface. Preliminary data on the transition energy and transition probability in the K-band x-ray emission have been obtained for these cases.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

*Введение*

Разработка методов получения и исследование физики высокозарядных ионов в последние годы стали весьма актуальными задачами экспериментальной физики. Это связано в первую очередь с развитием техники ускорения многозарядных ионов, получением и исследованием высокотемпературной плазмы, а также с тем, что развитие методов получения высо-

козарядных ионов достигло такого уровня, когда стала возможной постановка экспериментальных исследований в области квантовой электродинамики сильных полей.

Из существующих источников ионов высокой зарядности наивысшую степень ионизации в настоящее время обеспечивают криогенные электронно-лучевые ионизаторы, в частности, "КРИОН-2"/1/, с помощью которого ранее были получены пучки ядер аргона  $/\text{Ar}^{18+}/$  и гелиеподобных ионов криптона и ксенона/2/.

Ниже приведены описание и результаты экспериментов по получению водородоподобных ионов и ядер криптона на ионизаторе "КРИОН-2" и предварительному исследованию спектров жесткого рентгеновского излучения, возникающего при попадании медленных ионов  $\text{Kr}^{35+}$  и  $\text{Kr}^{36+}$  на поверхность твердого тела.

### 1. Постановка эксперимента

Схема эксперимента изображена на рис.1. Высокозарядные ионы криптона, в частности  $\text{Kr}^{35+}$  и  $\text{Kr}^{36+}$ , генерировались в электронном пучке ионизатора "КРИОН-2". Поскольку энергия связи электронов в К-оболочке водородоподобного криптона около 17 кэВ, в ионизаторе использовался электронный пучок с энергией  $\sim 35$  кэВ. Ток электронного пучка достигал 0,15 А, а плотность тока в нем  $600 \text{ А/см}^2$ . Ионизатор работал в импульсном режиме со следующими параметрами:

- 1/ ток электронного пучка - непрерывный;
- 2/ инжекция низкозарядных ионов криптона в электронный пучок в течение  $\sim 3$  мс;
- 3/ удержание ионов в пучке в течение 1 с и более для достижения ими зарядности  $+35$  и  $+36$  за счет электронного удара пучковых электронов;
- 4/ вывод ионов из электронного пучка в продольном направлении и высадка их на мишень в течение  $0,1 \div 3$  мс.

Ионы высаживались на мишень из меди или тонкой алюминиевой фольги. При этом энергия ионов могла изменяться в пределах  $0,1 \div 20/q$  кэВ, где  $q$  - зарядность иона. В результате деионизации высо-

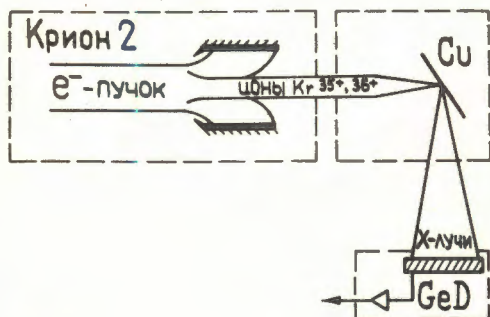


Рис.1. Схема эксперимента.

козарядных ионов криптона возникало рентгеновское излучение, которое лишь в случае попадания на мишень ионов с зарядностью  $+35$  или  $+36$  могло содержать компоненты высокой энергии  $E_x \geq 12,6$  кэВ/, являющиеся результатом заполнения К-вакансии в электронной оболочке ионов криптона. К-серия этого излучения измерялась с помощью полупроводникового спектрометра с детектором на основе сверхчистого германия /GeD/, расположенного под углом  $\sim 90^\circ$  к направлению ионного пучка. При регистрации спектра излучения разрешалась запись только тех событий, которые происходили в течение времени вывода ионов из электронного пучка, что существенно улучшало отношение сигнал/фон.

Аналогичная методика применялась ранее при изучении процесса деионизации ионов  $Ar^{17+}/3/$ , получаемых на ионизаторе "КРИОН-2".

Калибровка энергетической шкалы спектрометра выполнялась по линиям К-серий характеристического рентгеновского излучения Cu, Rb и Sr, возбуждаемого электронами.

## 2. Экспериментальные результаты

Жесткое рентгеновское излучение с энергией  $E_x \geq 12,6$  кэВ начинало регистрироваться детектором лишь при времени удержания ионов криптона в электронном пучке  $/\tau_i/$  более 1 с, что удовлетворительно соответствует величине эффективного поперечного сечения образования ионов  $Kr^{35+}$  из ионов  $Kr^{34+}$  под действием электронного удара, около

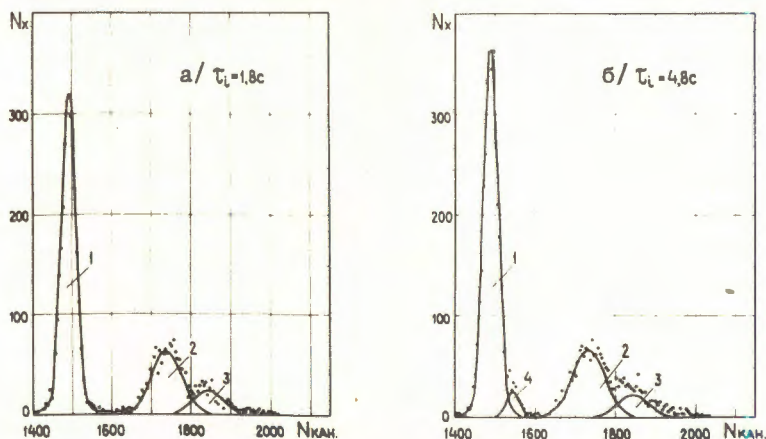


Рис. 2. Спектры К-серий рентгеновского излучения, полученные при высадке на мишень а/ ионов  $Kr^{35+}$  и б/ смеси ионов  $Kr^{35+}$  и  $Kr^{36+}$ .

$10^{-22}$  см<sup>2</sup> при энергии электронов  $\sim 35$  кэВ. При увеличении времени удержания интенсивность указанного излучения нарастала и при  $\tau_i \approx 2$  с достигала  $10^6$  1/цикл в полный телесный угол. На рис. 2а представлен спектр этого излучения, полученный при  $\tau_i = 1,8$  с. При дальнейшем увеличении времени удержания начиналось изменение формы спектра. В частности, начинало появляться излучение с энергией, примерно на 0,5 кэВ выше энергии основного компонента. На рис. 2б представлен спектр рентгеновского излучения, полученный при удержании ионов в пучке в течение 4,8 с.

Полученные спектры излучения разложены в первом случае на 3, а во втором - на 4 компонента, для которых определены следующие наиболее вероятные значения энергии:

- 1 -  $(12934,7 \pm 3,1)$  эВ,
- 2 - 15090 эВ,
- 3 - 15980 эВ,
- 4 -  $(13438,2 \pm 34,8)$  эВ.

Определены также дисперсии и относительные интенсивности компонентов.

### 3. Качественная интерпретация результатов

Наблюдаемую картину жестких спектров излучения ионов  $Kr^{35+}$ ,  $Kr^{36+}$ , как и в случае  $Ar^{17+}/3,4,5/$ , можно объяснить, предположив, что переходы электронов, вызывающие излучение, происходят при различных заселенностях оболочек электронами, захваченными ионом с поверхности твердого тела. Иными словами, эти переходы совершаются на различных этапах превращения соответствующего высокозарядного иона в атом криптона.

Действительно, в таком случае первый компонент с энергией 12934 эВ представляет собой  $K_{\alpha}$ -излучение, возникающее при заселении единственной имеющейся К-вакансии электроном из заполняющейся L-оболочки, т.е. для случая  $Kr^{35+}$ . Сравнение с энергиями диаграммных линий криптона  $K_{\alpha 1}$  и  $K_{\alpha 2}$ , равными соответственно 12650,7 эВ и 12599,0 эВ/5/, показывает, что в среднем энергия  $K_{\alpha}$ -излучения в нашем случае смещена в сторону больших значений на 300 эВ. С другой стороны, сравнение с энергиями переходов между состояниями 2P и 1S в гелиеподобном криптоне<sup>16/</sup> показывает, что она смещена в сторону меньших значений в среднем на величину  $\sim 150$  эВ.

Разница энергий между излучением гелиеподобного криптона и диаграммными линиями, которая составляет  $\sim 450$  эВ, обусловлена эффектом экранирования кулоновского поля ядра, в основном 7 электронами L-оболочки и заполненной M-оболочкой. Причем можно предположить, что эффект экранирова-

ния за счет всей М-оболочки примерно равен эффекту от одного L-электрона. В таком случае указанное смещение в 150 эВ можно рассматривать как свидетельство того, что в случае деионизации  $Kr^{35+}$  в момент испускания  $K_{\alpha}$ -излучения среднее число L-электронов равно  $\sim 2,7$ , включая электрон, совершающий переход в К-оболочку, и при этом М-оболочка в основном заполнена. В настоящее время у нас нет оснований для постулирования какой-либо определенной формы функции распределения числа L-электронов при среднем 2,7, ясно лишь, что это распределение не может быть  $\delta$ -функцией. В таком случае дисперсия первого компонента К-излучения должна быть выше, чем аппаратная дисперсия ближайшей по энергии калибровочной линии  $K_{\alpha}$ -излучения Rb, что и наблюдалось в эксперименте.

Естественно считать, что 2-й и 3-й компоненты представляют собой  $K_{\beta}$ -излучение, причем за 2-й компонент /рис.2а/, выделенный достаточно определенно, ответственно заселение К-вакансии электронами из М-оболочки, а за 3-й - из более высоколежащих оболочек. Значительное смещение линий  $K_{\beta}$ -излучения в сторону высоких энергий относительно диаграммных свидетельствует о малой заселенности оболочек в момент испускания  $K_{\beta}$ -излучения, а их большая дисперсия - о широком наборе различных заселенностей.

4-й компонент с энергией 13438 эВ представляет собой  $K_{\alpha}$ -излучение, возникающее при заселении одной из двух имеющихся К-вакансий электроном из заполняющейся L-оболочки, т.е. для случая  $Kr^{36+}$ . Сравнение с энергией линии  $K_{\alpha 1}$  водородоподобного криптона, равной 13509 эВ<sup>8/</sup>, показывает, что энергия этого компонента смещена в область меньших значений на величину  $(71 \pm 35)$  эВ, т.е., значительно меньше, чем в случае  $Kr^{35+}$  по сравнению с энергией излучения гелие-подобного криптона, где это смещение составляло 150 эВ. Это означает, что переход, сопровождающий  $K_{\alpha}$ -излучение в случае  $Kr^{36+}$ , совершается при меньшей в среднем заселенности L- и М-оболочек, что легко объясняется наличием двух К-вакансий и, следовательно, примерно в 2 раза большей вероятностью указанного перехода.

Особенностью наблюдаемых спектров К-излучения в сравнении с диаграммными является также существенно большее отношение интенсивности  $K_{\beta}$ -излучения к интенсивности  $K_{\alpha}$ -излучения, что подтверждает сделанное ранее предположение<sup>3/</sup> о том, что при деионизации медленных высокозарядных ионов на поверхности твердого тела заполнение электронных оболочек идет в основном сверху через захват электронов на высоколежащие электронные орбиты ионов.

## Заключение

Исследования превращения в атомы медленных высокозарядных ионов при их соприкосновении с поверхностью твердого тела, начатые ранее<sup>2,3/</sup> и продолженные в данной работе, представляются весьма перспективным направлением в атомной физике. В таких процессах образуются и распадаются неисследованные ранее состояния атомов, в первую очередь многократно возбужденные, которые на ранних стадиях можно, по удачному определению академика А.М.Балдина, охарактеризовать как сверхвозбужденные.

Таким образом, в сочетании с классической спектроскопией атомов при их возбуждении заряженными частицами и фотонами и beam-foil-спектроскопией спектроскопия ионов на поверхности твердого тела /ion-at-surface spectroscopy/ может обеспечить существенно более полное описание возможных энергетических состояний атомов и ионов, а также способов и вероятностей их распада.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность академику А.М.Балдину за всестороннюю поддержку данного направления исследований. Авторы также признательны В.В.Сальникову за участие в подготовке экспериментов.

## Литература

1. Донец Е.Д., Овсянников В.П. ОИЯИ, Р7-9799, Дубна, 1976.
2. Donets E.D. Physica Scripta, 1983, v.T3, p.11.
3. Донец Е.Д. и др. ОИЯИ, Р7-83-627, Дубна, 1983.
4. Donets E.D. Nucl.Instr. and Meth. in Phys.Res., 1985, B9, p.522.
5. Datz S. Physica Scripta, 1983, v.T3, p.79.
6. Bearden J.A. Rev. of Mod.Phys., 1967, 39,78, p.87.
7. Briand J.P. et al. Z.Phys.A., 1984, 318, p.1.
8. Mohr P. Atomic Data and Nuclear Data Tables. 1983, 29, p.453.

Рукопись поступила 11 сентября 1986 года.