



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

N4-84

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ

сборник

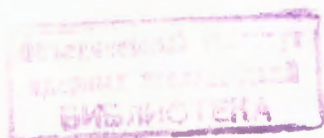
1984

Объединенный институт ядерных исследований
JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

№ 4 - 84

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ ОИЯИ
JINR RAPID COMMUNICATIONS

сборник
COLLECTION



Дубна 1984

Редакционный совет

Н.Н.Боголюбов	- председатель
А.М.Балдин	- зам.председателя
А.Н.Сисакян	- зам.председателя
Д.В.Ширков	- зам.председателя
В.А.Бирюков	- ученый секретарь

Р.А.Асанов	
А.М.Говоров	
А.Д.Коваленко	
А.Б.Кузнецов	
Г.В.Мицельмахер	
Б.И.Пустыльник	
А.Б.Швачка	

} - члены совета

Editorial Board

N.N.Bogolubov	- Chairman
A.M.Baldin	- Vice-Chairman
A.N.Sissakian	- Vice-Chairman
D.V.Shirkov	- Vice Chairman
V.A.Biryukov	- Scientific Secretary

R.A.Asanov	
A.M.Govorov	
A.D.Kovalenko	
A.B.Kuznetsov	
G.N.Micelmacher	
B.I.Pustynnik	
A.B.Shvachka	

} - Members of the Board

О Г Л А В Л Е Н И Е

C O N T E N T S

В.К.Бондарев, П.И.Зарубин, А.Г.Литвиненко,
А.А.Мозелев, Н.С.Мороз, Ю.А.Панебратцев,
С.В.Рихвицкий, В.С.Ставинский, Г.Б.Хоршева,
А.Н.Хренов

А-зависимость сечений кумулятивного рождения

π -мезонов в протон-ядерных взаимодействиях

V.K.Bondarev, P.I.Zarubin, A.G.Litvinenko,

A.A.Mozelev, N.S.Moroz, Yu.A.Panebratsev,

S.V.Rikhvitskij, V.S.Stavinskij, G.B. Khorsheva,

A.N.Khrenov

A-Dependence of π -Meson Cumulative Production

Cross Sections in Proton-Nuclear Collisions 5

И.Вереш, И.А.Голутвин, Н.В.Горбунов, В.Х.Додохов,

С.Н.Доля, В.Е.Жильцов, А.В.Зарубин, А.Г.Карев,

В.Ю.Каржавин, В.Н.Лысяков, Б.А.Морозов,

В.М.Нахратский, В.А.Никитин, В.В.Перельгин,

Ю.П.Петухов, А.А.Повторейко, Д.Позе, А.А.Попов,

В.П.Саранцев, В.А.Свиридов, Д.А.Смолин,

А.Ю.Суханов, В.В.Тихомиров, Л.В.Светов,

В.П.Токарский, А.Г.Федунов, В.С.Хабаров,

Ю.А.Яцуненко

Установка для исследования сечений сильного

взаимодействия фрагментов релятивистских ядер

на синхрофазотроне ОИЯИ

I.Veresh, I.A.Golutvin, N.V.Gorbunov, V.Kh.Dodokhov,

S.N.Dolia, V.E.Zhiltsov, A.V.Zarubin, A.G.Karev,

V.Yu.Karzhavin, V.N.Lysiakov, B.A.Morozov,

V.M.Nakhratsky, V.A.Nikitin, V.V.Perelygin,

Yu.P.Petukhov, A.A.Povtoreiko, D.Pose, A.A.Popov,

V.P.Sarantsev, V.A.Sviridov, D.A.Smolín,

A.Yu.Sukhanov, V.V.Tikhomirov, L.V.Svetov,

V.P.Tokarsky, A.G.Fedunov, V.S.Khabarov,

Yu.A.Yatsunenko

Experimental Set-Up to Study Relativistic

Nuclear Fragment Interactions at the Dubna

Synchrophasotron 10

Х.Зодан, Э.Вилл, С.М.Лукиянов, Ю.Ц.Оганесян, Ю.Э.Пенионжкевич, Г.Г.Чубарян, П.Гиппнер, В.Зайдель, К.Д.Шиллинг Изучение массовых распределений продуктов реакций, приводящих к образованию составной системы с $Z=108$	15
H.Sodan, E.Will, S.M.Lukyanov, Yu.Ts.Oganessian, Yu.E.Penionzhkevich, G.G.Chubarlan, P.Gippner, W.Seidel, K.D.Schilling Study of Decay Product Mass Distributions in Reactions Leading to Composite Systems with $Z = 108$	15
V.I.Inozemtsev, D.V.Meshcheryakov On the Discrete Spectrum of New Exactly Solvable Quantum N-Body Problem on a Line	
В.И.Иноземцев, Д.В.Мещеряков О дискретном спектре новой точно решаемой квантовой проблемы N частиц на прямой	22
Е.П.Жидков, Ю.Ю.Лобанов, О.В.Сидорова Об одной линейной замене переменной интегрирования в континуальном интеграле по условной мере Винера E.P.Zhidkov, Yu.Yu.Lobanov, O.V.Sidorova On Some Linear Substitution of Variables at the Conditional Weiner Integral	28
В.А.Осипов, В.К.Федянин Континуальная модель полиацетилена и двумерные модели релятивистской теории поля V.A.Osipov, V.K.Fedyanin Continuum Polyacetylene Model and Two- Dimensional Quantum Field Theory Models	33
Š.Šujan Existence Theorems for Classical Heterophase Systems Ш.Шуян Теоремы существования для классических гетерофазных систем	39

В.К.Бондарев*, П.И.Зарубин, А.Г.Литвиненко, А.А.Мозелев,
Н.С.Мороз, Ю.А.Панебратцев, С.В.Рихвицкий, В.С.Ставинский,
Г.Б.Хоршева, А.Н.Хренов

**Λ -ЗАВИСИМОСТЬ СЕЧЕНИЙ КУМУЛЯТИВНОГО РОЖДЕНИЯ
 π -МЕЗОНОВ В ПРОТОН-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ**

Приведены результаты исследований образования пионов на ядрах в области, кинематически запрещенной для нуклон-нуклонных столкновений. Результаты получены на магнитном спектрометре "ДИСК", работающем на выведенном пучке синхрофазотрона ЛВЭ ОИЯИ. Изучены Λ -зависимости сечений кумулятивного рождения отрицательных пионов во взаимодействии протонов с импульсом 8,9 ГэВ/с с ядрами. Измерения проведены для значений кумулятивного числа $X = 1,3$ /более двадцати ядер/ и $X = 2,1$ /десять ядер/. Данные могут быть использованы при планировании экспериментов по исследованию Λ -зависимости сечений глубоконеупругого лептон-ядерного рассеяния в кинематически запрещенной области.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

**Λ -Dependence of π -Meson Cumulative Production
Cross Sections in Proton-Nuclear Collisions
Bondarev V.K. et al.**

Some results on the pion production on nuclei in a region kinematically forbidden for nucleon-nucleon collisions are presented. The results have been obtained on the "DISK" magnetic spectrometer operating on the extracted beam of JINR synchrophasotron. Λ -dependences of negative pion production cross sections in 8,9 GeV/c proton interaction with nuclei are presented. Measurements were performed for the cumulative number $X = 1,3$ (more than 20 nuclei) and $X = 2,1$ (10 nuclei). The data obtained can be used for planning experiments on the investigation of

* Научно-исследовательский институт физики Ленинградского государственного университета

A-dependence of deep inelastic lepton-nuclear scattering cross sections in a kinematically forbidden region.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Изучение процессов кумулятивного мезонообразования в адрон-ядерных взаимодействиях ^{1,2/}, т.е. закономерностей рождения частиц в области предельной фрагментации ядер за пределами кинематики одноклонных столкновений, привело к наблюдению A-зависимостей сечений, существенно отличающихся от простой зависимости типа $A^{2/3}$, которой подчиняется подавляющая часть сечений взаимодействия частиц и ядер с ядрами. Нетривиальные зависимости от атомного веса характеризуют также процессы рождения частиц с большими поперечными импульсами в адрон-ядерных взаимодействиях ^{3/}. В последние несколько лет широко обсуждаются результаты Европейской мюонной коллаборации ^{4/} и СЛАК ^{5,6/}, в которых обнаружено отклонение от пропорциональной атомному весу зависимости сечений, которую можно было ожидать в случае глубоконеупругого рассеяния лептонов на квазисвободных нуклонах ядра.

Упомянутые выше результаты свидетельствуют о том, что структурная функция ядра не может быть сведена к простой суперпозиции одноклонных структурных функций. В различных кинематических областях доминирует вклад различных механизмов реакции, однако в кумулятивной области, когда рожденные во взаимодействии адронов с ядрами мезоны несут импульс группы нуклонов фрагментирующего ядра, очевидно, что мы имеем дело с мультикварковыми состояниями, которые существуют в ядрах наряду с нуклонами ^{7/}. Подробные измерения A-зависимости глубоконеупругого электрон-ядерного рассеяния ^{8/} относятся к значениям масштабной переменной, меньшим 0,9. Поэтому единственными в настоящее время данными, отвечающими на вопрос о высокоимпульсной компоненте структурной функции ядра, являются данные по кумулятивному мезонообразованию.

Эксперимент был выполнен на выведенном пучке синхротрона ОИЯИ при помощи установки ДИСК-2, подробное описание которой содержится в ^{8/}. Первичные частицы - протоны с импульсом 8,9 ГэВ/с. Регистрируемые вторичные частицы - π^- -мезоны. Магнитно-оптический канал спектрометра состоял из анализирующего магнита и дублета квадрупольных линз, формирующих пучок вторичных частиц. Импульсное разрешение спектрометра 8% /полная ширина на половине высоты/. Аксептанс установки $4,4 \cdot 10^{-5}$ ср. Идентификация пионов осуществлялась путем независимых измерений времени пролета на двух базах /3,8 м и 1 м/. Среднеквадратичная ошибка

измерений составляет 260 пс. Для повышения надежности идентификации частиц велось измерение интенсивности излучения Вавилова-Черенкова в двух твердых радиаторах.

Было выполнено две группы измерений. Первый набор данных соответствовал импульсу 500 МэВ/с и углу эмиссии 168° . Здесь использовались следующие ядра: ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$, Be, C, Mg, Al, Si, ${}^{54}\text{Fe}$, ${}^{56}\text{Fe}$, ${}^{58}\text{Fe}$, ${}^{58}\text{Ni}$, ${}^{61}\text{Ni}$, ${}^{64}\text{Ni}$, Cu, ${}^{64}\text{Zn}$, ${}^{112}\text{Sn}$, ${}^{118}\text{Sn}$, ${}^{124}\text{Sn}$, ${}^{144}\text{Sm}$, ${}^{154}\text{Sm}$, ${}^{182}\text{W}$, ${}^{186}\text{W}$, Pb, U. Второй набор данных соответствовал импульсу 800 МэВ/с и углу эмиссии 162° . В этом случае измерения были проведены на ядрах ${}^6\text{Li}$, Be, C, Al, Cu, ${}^{114}\text{Sn}$, ${}^{124}\text{Sn}$, Sn, W, Pb. В дальнейшем мы будем обсуждать отношение нормированных на нуклон фрагментирующего ядра выходов пионов в инклюзивной реакции $p + A \rightarrow \pi^- + \dots$ на различных ядрах (σ_A) к этой же величине, полученной для ядра свинца (σ_{Pb}).

Выход пионов вычисляется через экспериментально измеряемые величины следующим образом:

$$\sigma_A = \frac{1}{A \ell_A k_A} \left[\frac{N_\pi(A)}{M_p(A)} - \frac{N_\pi(\Phi)}{M_p(\Phi)} \right], \quad //$$

где $N_\pi(A)$ - число пионов от мишени A толщиной ℓ_A /в мб $^{-1}$ /, $N_\pi(\Phi)$ - число пионов в опыте с фоновым измерением, $M_p(A)$ и $M_p(\Phi)$ - мониторный счет для рабочего и соответствующего ему фонового измерения. Использование отношения $\sigma_A/\sigma_{\text{Pb}}$, полученного в одной группе измерений, позволяет исключить неопределенности, связанные с абсолютной нормировкой мониторного телескопа, а также неопределенности, связанные с расчетом поправок на взаимодействие пионов с веществом спектрометра. Для проверки стабильности работы аппаратуры проведено по несколько измерений для каждой мишени, которые совпадали в пределах статистических точностей и поэтому были усреднены.

В формуле // величина k_A - расчетная поправка на изменение импульса частицы в мишени из-за ионизационных потерь. В измерениях на импульсе 500 МэВ/с были использованы мишени из фольг, их толщина не превышала 0,5 г/см 2 . Величины поправок в этом случае были меньше 1%. В случае измерения на 800 МэВ/с использовались мишени толщиной от 1,5 до 4 г/см 2 . Величины поправок на толщину мишени менялись от 3 до 6%.

В табл. 1 и 2 приведены измеренные величины отношений $\sigma_A/\sigma_{\text{Pb}}$.

Зная четырехимпульс налетающего протона и четырехимпульс вторичного пиона, можно, исходя из законов сохранения энергии импульса и квантовых чисел, определить минимальную массу покоящейся мишени, которая необходима для

Таблица 1

Величина отношения σ_A/σ_{Pb} для импульса π^- -мезонов
500 МэВ/с и угла эмиссии 168°

A	⁶ Li	⁷ Li	Be	C	Mg	Al	Si	⁵⁶ Fe	⁵⁶ Fe	⁵⁸ Fe	⁵⁸ Fe	⁶¹ Ni	⁶¹ Ni	⁶⁴ Ni	⁶⁴ Ni	Cu	⁶⁴ Zn	¹¹² Sn	¹¹² Sn	¹¹⁴ Sn	¹¹⁴ Sn	¹¹⁶ Sn	¹¹⁶ Sn	¹¹⁸ Sn	¹¹⁸ Sn	¹²⁴ Sn	¹²⁴ Sn	W	W	Pb	U
G(A)	0,65	0,65	0,62	0,61	0,65	0,69	0,97	0,99	1,07	0,90	0,97	0,96	1,04	1,04	0,98	1,06	1,07	1,09	1,01	1,09	1,12	1,09	1,00	0,95	0,95	1,09	1,12	1,09	1,00	0,95	0,95
G(Pb)	0,04	0,02	0,02	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,02	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,04	0,02	0,03	0,03

Таблица 2

Величина отношения σ_A/σ_{Pb} для импульса π^- -мезонов
800 МэВ/с и угла эмиссии 162°

A	⁶ Li	Be	C	Al	Cu	¹¹² Sn	¹¹⁴ Sn	¹¹⁶ Sn	W	Pb
$\sigma(A)/\sigma(Pb)$	$0,6 \pm 0,18$	$0,7 \pm 0,19$	$0,69 \pm 0,16$	$1,07 \pm 0,19$	$1,29 \pm 0,22$	$1,09 \pm 0,18$	$1,29 \pm 0,35$	$1,26 \pm 0,36$	$1,04 \pm 0,22$	$1,00 \pm 0,21$

рождения вторичной частицы с этими кинематическими характеристиками. В нашем эксперименте в первом случае минимальная масса мишени X /выраженная в числе нуклонных масс/ равна 1,3, во втором - 2,1.

Зависимость отношения сечений на нуклон от атомного веса ядра при $X=1,3$ /рис.1/, а именно рост сечения с ростом A при $A < 30$, отличается от зависимости, полученной в СЛАК для значений масштабной переменной меньше 1, где с ростом A отношение сечений /структурных функций/ уменьшается. Это говорит о смене механизма в кумулятивной области. Качественно такое поведение указывает на то, что во всех легких ядрах вплоть до $A \approx 20$ мультикварковые конфигурации отличаются друг от друга и сильно - от мультикварковых конфигураций тяжелых ядер.

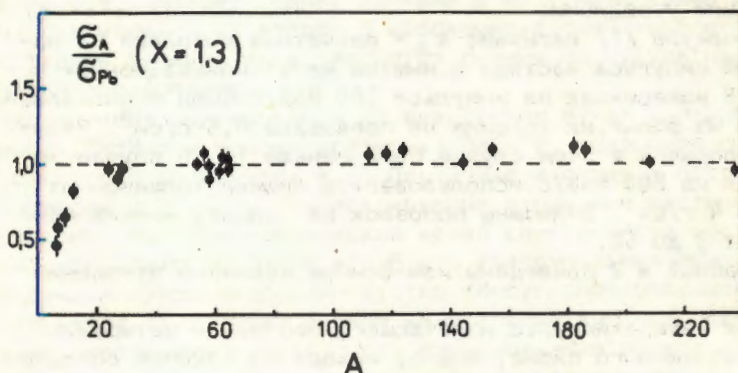


Рис. 1

На рис.2 представлена зависимость отношения сечений от атомного веса фрагментирующего ядра при $X = 2,1$. Из результатов измерений видно, что поведение исследуемого отношения в том и другом случаях подобно. Отметим, что абсолютное значение нормированного на нуклон инвариантного дифференциального сечения рождения π^- -мезонов при 500 МэВ/с и 168° равно $/2,97 \pm 0,11/ \cdot 10^{-2}$, а при 800 МэВ/с и 168° - $/6,1 \pm 0,45/ \cdot 10^{-2}$, т.е. отличаются примерно в 500 раз.

Таким образом, в работе получена A -зависимость сечений кумулятивного рождения пионов. В настоящее время эти данные являются единственными и могут быть рассмотрены как экспериментальное предсказание для исследования A -зависимости сечений глубоконеупругого лептон-ядерного рассеяния в кинематически запрещенной области.

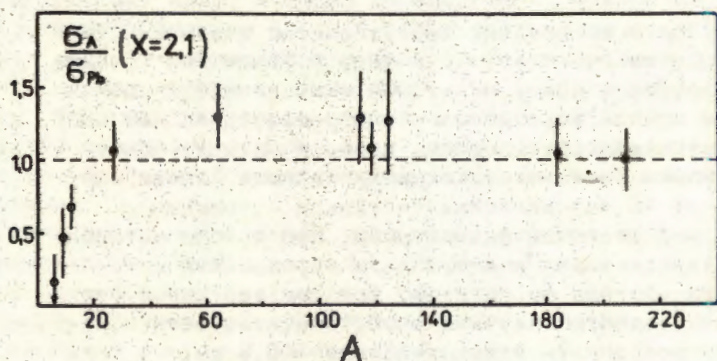


Рис. 2

Литература

1. Балдин А.М. и др. ЯФ, 1974, т. 20, с. 1201; Baldin A.M. et al. JINR, E1-82-472, Dubna, 1982.
2. Schroeder L.S. et al. Phys.Rev.Lett., 1979, vol. 43, p. 1787.
3. Cronin J.W. et al. Phys.Rev.D., 1975, vol.11, p. 3105.
4. Aubert J.J. et al. Phys.Lett., 1983, vol. 123B, p.275.
5. Bodek A. et al. Phys.Rev.Lett., 1983, vol.50, p. 1431.
6. Arnold R.G. et al. Phys.Rev.Lett., 1984, vol. 52, p. 727.
7. Балдин А.М. и др. ОИЯИ, 1-84-185, Дубна, 1984.
8. Аверичева Т.В. и др. ОИЯИ, 1-11317, Дубна, 1978.

УСТАНОВКА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СЕЧЕНИЙ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФРАГМЕНТОВ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР НА СИНХРОФАЗОТРОНЕ ОИЯИ

И.Вереш, И.А.Голутвин, Н.В.Горбунов, В.Х.Додохов,
С.Н.Доля, В.Е.Жильцов, А.В.Зарубин, А.Г.Карев,
В.Ю.Каржавин, В.Н.Лысяков, Б.А.Морозов, В.М.Нахратский,
В.А.Никитин, В.В.Перелыгин, Ю.П.Петухов, А.А.Повторейко,
Д.Позе, А.А.Попов, В.П.Саранцев, В.А.Свиридов, Д.А.Смолин,
А.Ю.Суханов, В.В.Тихомиров, Л.В.Светов, В.П.Токарский,
А.Г.Федунов, В.С.Хабаров, Ю.А.Яценунко

Для исследования характеристик взаимодействия фрагментов релятивистских ядер с веществом создана установка, с помощью которой выполнены эксперименты на пучках ускоренных в синхрофазотроне ЛВЗ ОИЯИ ядер углерода, кислорода, неона и магния. Основу установки составляет секционированная "живая" мишень из 40 черенковских счетчиков с тонкими /0,5 см/ твердыми радиаторами, при помощи которой измеряются заряд и координаты образования и взаимодействия фрагментов. Среднее зарядовое разрешение одного счетчика $\sigma = 0,25$ е, точность измерения координаты взаимодействия $\sim 0,3$ см.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Experimental Set-Up to Study Relativistic Nuclear
Fragment Interactions at the Dubna Synchrophasotron
Veres I. et al.

The paper describes an experimental set-up for measuring the mean free path for charge changing interactions of relativistic heavy nuclear fragments. The principal part of the apparatus is a stack of 40 Cerenkov counters with 0.52 cm thick plexiglass radiators. The measurements were made with beams of 4.5 GeV/cA nuclei of ^{12}C , ^{16}O , ^{22}Ne and ^{24}Mg at the Dubna synchrophasotron. Proportional chambers were used to reconstruct particle trajectories. The mean charge resolution of a counter is equal to 0.25 e; the accuracy in measuring the interaction coordinate is ~ 0.3 cm.

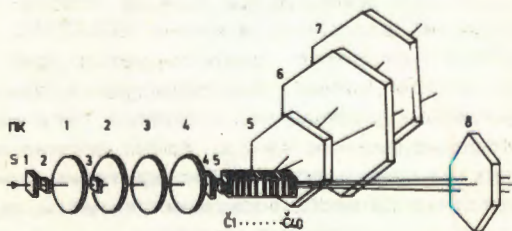
The investigation has been performed at the
Department of New Methods of Accelerations, JINR.

Выполненные в 1980-1982 гг. фотоэмульсионные эксперименты^{/1/}, в которых получено указание на необычно большое сечение взаимодействия ядерных фрагментов высокой энергии с веществом, инициировали интерес к проблеме аномалона. В ОИЯИ предложен^{/2/} электронный метод исследования этой проблемы, обеспечивающий высокую статистическую точность и возможность изучения зависимости явления от многих параметров /энергия пучка, заряд фрагментов и пр./. Для исследования проблемы аномалонов на синхрофазотроне ЛВЗ, где получены рекордные энергии ускоренных ядер, создана на основе этого метода установка и проведены эксперименты на пучках ядер кислорода, фтора, неона и магния. Одновременно аналогичные эксперименты проведены и другими группами^{/3,4/}.

Выбор метода исследования определяется свойствами взаимодействия ядер, которые до энергий 4 ГэВ/нуклон хорошо изучены^{/5/}: большая часть быстрых фрагментов образуется как частицы-наблюдатели в периферических взаимодействиях, они излучаются в узком конусе вперед и имеют скорости, близкие к скорости первичного ядра. Эти обстоятельства позволяют использовать для исследования взаимодействия фрагментов релятивистских ядер их черенковское излучение^{/2/}.

Схема экспериментальной установки показана на рис.1. Принципиальной частью ее является "живая" мишень-детектор из 40 черенковских счетчиков с радиаторами из плексигласа толщиной по пучку 5,2 мм и фотоумножителями типа ФЭУ-84. По оси пучка счетчики расположены с шагом 6 мм, в перпендикулярной плоскости они развернуты веером с шагом $25,7^\circ$ и периодом 180° , образуя чувствительную область диаметром 20 мм. Интенсивность черенковского света релятивистского фрагмента пропорциональна квадрату заряда фрагмента. Свет испытывает полное внутреннее отражение в радиаторе, если отклонение фрагмента с импульсом 4,2 ГэВ/с от оси пучка не превышает $\pm 2,5^\circ$ ^{/6/}. Полное внутреннее отражение света создает условия для полного сбора фотонов черенковского излучения фрагментов на фотокатод ФЭУ, обеспечивая оптимальное зарядовое разрешение счетчиков. Первый счетчик

Рис.1. Схема экспериментальной установки. ПК1-8 - модули пропорциональных камер; С1-5 и С1-40 сцинтилляционные и черенковские счетчики.



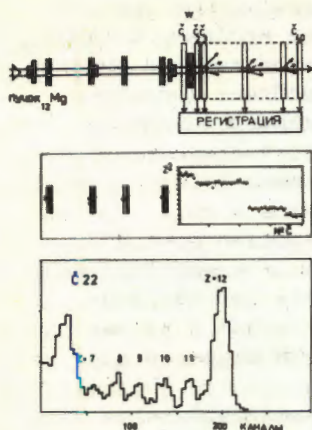


Рис. 2. Схема черенковского детектора-мишени; дисплей-картина, иллюстрирующая принцип его работы; типичное амплитудное разрешение черенковского счетчика.

измеряет зарядовый состав пучка. Сменная мишень W позволяет получать информацию о зависимости явления от вещества мишени. Остальные счетчики измеряют заряд ядер и фрагментов, что и позволяет определять вершину взаимодействия по изменению их заряда. Амплитуды черенковских

импульсов измеряются 256-канальными зарядо-цифровыми преобразователями. В паузах между сбросами пучка работа всех счетчиков контролируется световыми сигналами, которые подводятся к каждому радиатору с помощью волоконного световода от одного светодиода. Дисплей события с тремя взаимодействиями ($Mg \rightarrow Na \rightarrow C \rightarrow V$) в мишени-детекторе показан на рис. 2. Здесь же приведено типичное распределение по амплитуде сигналов черенковского счетчика (С22), образуемых пучковыми ядрами и его фрагментами.

Пакеты пропорциональных камер ПК1-ПК4 /рис. 1/ измеряют координаты и углы пучкового ядра. Счетчики S1-S5 вырабатывают триггерный сигнал. Пакеты пропорциональных камер ПК5-ПК8 предназначены для уточнения координат взаимодействия первичного ядра и вторичных фрагментов. Каждый из пакетов ПК1-ПК8 состоит из трех однокоординатных пропорциональных камер, повернутых друг относительно друга на 60° . Катоды камер изготовлены из алюминиевой фольги толщиной 14 мкм, шаг сигнальных проволок 2 мм, зазор между электродами 7 мм. Размер чувствительной области камер ПК1-ПК4 - 128 мм, ПК5 и ПК8 - 384 мм, ПК6 - 640 мм, ПК7 - 896 мм. Газовая смесь состояла из аргона, изобутана /28%/, изопропилового спирта /30%/ и фреона 13B1 /0,2%/ [7].

Для контроля набора данных используется ЭВМ СМ-3 и программа реального времени MULTI/ЕС. Как правило, между циклами ускорителя анализируется одно событие с приоритетом набора данных. Контролируются значения амплитуд черенковских счетчиков, строятся типичные распределения с пропорциональных камер. Можно формировать и вычислять количественные и логические критерии при гистограммировании и анализе данных. Возможна геометрическая реконструкция треков в камерах и счетчиках.

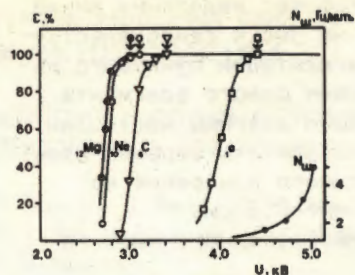
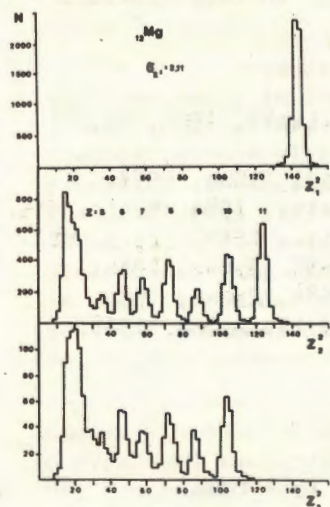


Рис. 3. Зависимость эффективности пучковых камер от высокого напряжения для различных ядер.

с $\sigma_y = 13$ мм, по "x" координате — расходимость не превышает 10 мрад, а размер на входе в мишень $\sigma_x = 9$ мм. Длительность сброса пучка составляет 480 мс. Зарядовый состав пучка существенно зависит от режима работы синхрофазотрона, при ускорении ядер с $Z/A = 1/2$ примесь ядер ^{12}C составляет 10%.

На рис. 3 показана эффективность регистрации различных ядер пучковыми камерами в зависимости от высокого напряжения. Стрелками указано начало плато для соответствующего заряда Z . Средняя множественность числа сработавших групп проволок для одноканальных событий определяется электронами и не превышает 2 в области начала плато эффективности регистрации от напряжения. Точность измерения координаты входа в мишень составляет $\pm 0,4$ мм, а угловая точность $\pm 0,3$ мрад.

Амплитудное разрешение черенковских счетчиков одинаково для сигналов от ядер и светодиода и составляет 5,0% для заряда $Z = 8$.



Эффективность разделения нормальных фрагментов с пробегом более 3,5 см иллюстрируется рис. 4, где показаны зарядовые спектры ядер ^{24}Mg (Z_1^2) и его фрагментов второго (Z_2^2) и третьего (Z_3^2) поколений. Видно, что выделяются фрагменты до бора включительно. Зарядовое разрешение по семи счетчи-

Рис. 4. Зарядовые спектры ядра ^{24}Mg (Z_1^2) и его фрагментов второго (Z_2^2) и третьего (Z_3^2) поколения при отборе событий с пробегом более 3,5 см.

кам для $Z = 11$ составляет 0,1 е. Хорошее выделение линий /максимумов/ отдельных фрагментов на рис.4 свидетельствует о нетривиальной особенности фрагментации пучкового ядра: доминируют события с образованием одного фрагмента при довольно стабильном сопровождении другими частицами.

Точность измерения продольной координаты вершины взаимодействия, оцениваемая из независимого измерения ее в мишени и камерами плеча, составляет 0,3 см.

Точность измерения средней длины свободного пробега ядра составляет 2,0% для ^{24}Mg .

Заклучение

Предложена и реализована методика исследования взаимодействий фрагментов с ядерными мишенями на основе секционированного черенковского детектора /СЧД/.

Замечательной особенностью СЧД является почти полная нечувствительность к медленным и сильно ионизирующим вторичным продуктам, а также пониженная чувствительность к релятивистским частицам, которые отклонились от оси пучка на угол более 5° .

Установка эффективно разделяет фрагменты, измеряет вероятность их рождения, подавляет частицы сопровождения, измеряет средние длины свободного пробега ядер и релятивистских фрагментов.

Установка позволила провести исследования взаимодействия ядер углерода, кислорода, неона, магния и их фрагментов с легкими /углерод, кислород/ и тяжелыми /вольфрам/ ядрами мишени. Выполнен поиск аномальных фрагментов.

Литература

1. Friedlander E.M. et al. Phys.Rev.Lett., 1980, 45, p. 1084.
2. Голутвин И.А. и др. ОИЯИ, Р1-83-53, Дубна, 1983.
3. Stevenson J.D. et al. Phys.Rev.Lett., 1984, 52, p. 515.
4. Symons T.J.M. et al. Phys.Rev.Lett., 1984, 52, p. 982.
5. Агакишиев Г.Н. и др. ОИЯИ, Р1-84-35, Дубна, 1984.
6. Волков В.И. и др. ОИЯИ, Б1-1-83-584, Дубна, 1983.
7. Вишневский А.В. и др. ОИЯИ, 13-83-15, Дубна, 1983.

Рукопись поступила 22 ноября 1984 года.

ИЗУЧЕНИЕ МАССОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПРОДУКТОВ РЕАКЦИЙ,
ПРИВОДЯЩИХ К ОБРАЗОВАНИЮ СОСТАВНОЙ СИСТЕМЫ С $Z=108$

Х.Зодан, Э.Вилл, С.М.Лукиянов, Ю.Ц.Оганесян,
Ю.Э.Пенионжкевич, Г.Г.Чубарян*, П.Гиппнер**, В.Зайдель**,
К.Д.Шиллинг**

Приведены результаты экспериментального исследования массовых распределений продуктов реакций $^{22}\text{Ne} + ^{249}\text{Cf}$, $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$, приводящие к образованию составной системы с $Z=108$. Опыты проведены на двухплечевом время-пролетном спектрометре установки "ДЭМАС". Показано, что в изученных реакциях преобладающий вклад в общее число регистрируемых совпадений составляют двухтельные процессы, а форма массовых распределений сильно зависит от параметра асимметрии входного канала. При энергии налетающего иона вблизи барьера взаимодействия в комбинации $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ наблюдаются структурные особенности в массовых распределениях в виде повышенного выхода продуктов в области масс $A=210$.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Study of Decay Product Mass Distributions in
Reactions Leading to Composite Systems with $Z=108$
Sodan H. et al.

The decay product mass distributions studied experimentally in the heavy-ion reactions $^{22}\text{Ne} + ^{249}\text{Cf}$, $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ and $^{56}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$ leading to composite systems with $Z=108$ are presented. The experiments were carried out with the double-arm time-of-flight spectrometer "DEMAS". In the reactions investigated here, the predominant part of coincident events observed is shown to be due to two-body processes. The shape of the mass distributions strongly depends on the mass asymmetry parameter in the entrance

* Ереванский физический институт

** Центральный институт ядерных исследований
АН ГДР, Россендорф

channel. At bombarding energies close to the interaction barrier the mass distributions for the $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ reaction exhibit enhanced yields in the region of $A = 210$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Реакции "холодного" слияния ядер, приводящие к образованию составных ядер с энергией возбуждения $E^* \approx 20\div 40$ МэВ, широко используются для синтеза трансфермиевых элементов. В этих реакциях при облучении мишеней из свинца и висмута ионами титана, хрома и железа синтезированы изотопы элементов с $Z=106\div 109$ ^{/1,2/}. Сечения образования таких ядер в основном состоянии составляют величину $10^{-33} + 10^{-35}$ см² и сильно зависят от энергии кулоновского взаимодействия ядер-партнеров^{/3/}. Поскольку тяжелые составные ядра испытывают в значительной доле случаев деление, исследование механизма реакции слияния может быть проведено путем измерения совпадения осколков вынужденного деления. Однако известно, что образование двух фрагментов в выходном канале реакции обусловлено различными механизмами /реакциями слияния-деления, быстрого- и квазиделения, глубоко-неупругих передач и т.д./, вклад которых зависит от характеристик входного канала, например, от массовой асимметрии, от энергии налетающего иона и орбитального углового момента. Поэтому для определения вклада различных механизмов необходимо исследование массовых, энергетических и угловых распределений двух коррелированных фрагментов процесса распада составной системы. Такой возможностью обладает двухплечевой времяпролетный спектрометр установки ДЗМАС^{/4/}.

В настоящей работе представлены результаты исследований массовых распределений продуктов реакции $^{22}\text{Ne} + ^{249}\text{Cf}$, $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$. Эти комбинации выбирались с целью получения одной и той же системы $Z_N + Z_M = 108$ в диапазоне энергий $E_N/V_{\text{кул.}} = 1,03\div 1,5$, что соответствует диапазону массовой асимметрии $\eta = (A_M - A_N)/(A_M + A_N) = 0,58\div 0,84$ и энергии возбуждения $E^* \approx 45\div 100$ МэВ.

Энергии и координаты двух коррелированных продуктов измерялись с помощью газонаполненных позиционно-чувствительных ионизационных камер^{/5/}, а их скорости - детекторами вторичной эмиссии электронов на основе микроканальных пластин, и плоскопараллельными лавинными счетчиками^{/4/}. Интервал углов, в котором регистрировались продукты реакции, составлял величину $\Delta\theta = 15^\circ$ в плоскости реакции. Кинематические расчеты показывают, что для регистрации двух кор-

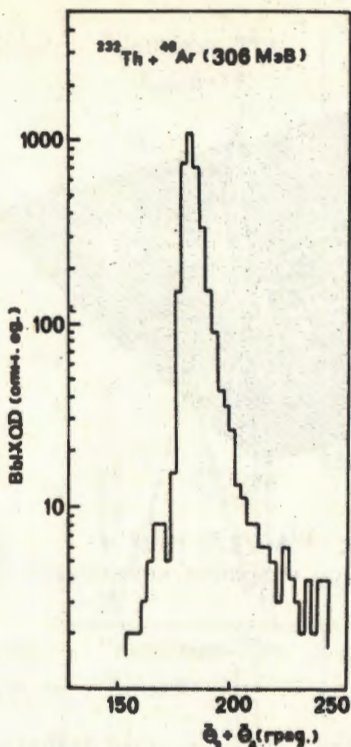


Рис.1. Выход продуктов реакции $^{40}\text{Ar} / 302 \text{ МэВ} / + ^{232}\text{Th}$ в зависимости от суммы углов разлета в системе центра масс.

релированных частиц в диапазоне отношения масс $A_3/A_4 = 0,22 \pm 4,5$ /от продуктов упругого рассеяния до фрагментов равной массы/ необходим интервал углов $30^\circ + \pm 40^\circ$ в одном детекторе, если другой охватывает интервал 15° в плоскости реакции. Поэтому регистрация совпадающих продуктов проводилась в серии последовательных измерений. При этом положение одного временно-пролетного "плеча" оставалось неизменным, а другое перемещалось по углу, соответствующему условиям регистрации совпадающих с первым плечом событий. В этих

условиях преобладающий вклад в общее число регистрируемых совпадений составляют события, идущие с полной передачей импульса налетающей частицей /рис.1/. На рисунке представлен выход продуктов в зависимости от суммы их углов разлета в системе центра масс.

Проверка разрешающей способности спектрометра по массам осуществлялась по упругому рассеянию ионов аргона с энергией 220 МэВ на ядрах мишени из ^{232}Th . Из измерений следует, что абсолютное массовое разрешение в данном случае составляет величину $+1,5$ а.е.м. и практически не зависит от массы регистрируемого иона.

На основе времени пролета и углов разлета продуктов двухтельной реакции извлекалась информация об их массах и энергиях. В процессе обработки данных, которые накапливались на магнитном диске ЭВМ СМ-3, при наличии совпадения всех измеренных параметров, проверялось условие коллинеарности в системе центра масс $\theta_3 + \theta_4 = \pi$ /см. рис.1/ для каждого корреляционного события. При выполнении этого условия решение системы уравнений

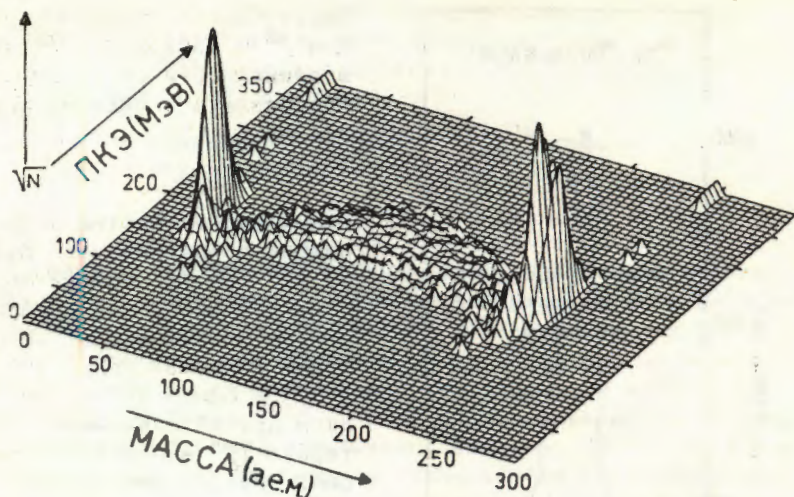


Рис.2. Выход продуктов реакции $^{40}\text{Ar} / 220 \text{ МэВ} / + ^{232}\text{Th}$ в зависимости от их массы и полной кинетической энергии.

$$A_1 + A_2 = A = A_3 + A_4, \quad //1/$$

$$A_3 v_3 \sin \theta_3 = A_4 v_4 \sin \theta_4, \quad //2/$$

$/A_i$ - массы ядер, $v_{3,4}$ - скорости, $\theta_{3,4}$ - углы разлета продуктов в лабораторной системе координат/ дает массы продуктов A_3 и A_4 . Учитывались также поправки на потери энергии в пленках детектирующей системы. Следует отметить, что корреляционная методика, основанная на определении масс продуктов из измеренных скоростей и углов разлета, позволяет получить значение полной кинетической энергии /ПКЭ/ и масс "первичных" продуктов реакции до испарения нейтронов. В качестве примера на рис.2 представлены выходы продуктов реакции $^{40}\text{Ar} / 220 \text{ МэВ} / + ^{232}\text{Th}$ в зависимости от их масс и ПКЭ.

Массовые распределения продуктов реакций $^{22}\text{Ne} + ^{249}\text{Cf}$, $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$ представлены на рис.3 и 4. Из рис.3 видно, что для ионов Ne и Ar с энергией $E_{\text{цм}}/B=1,5$ максимальный выход продуктов в области масс $A_n < A < A_m$ наблюдается при значении $A = (A_n + A_m)/2$. Массовое распределение имеет форму гауссиана, полуширина которого увеличивается при переходе от Ne к Ar. В случае комбинации $^{56}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$ выход симметричных продуктов реакции сильно уменьшается по сравнению с выходом асимметричных продуктов, расположенных на "хвостах" пиков, соответствующих упругому рассеянию. Сильное изменение формы массового распределения можно объяснить уменьшением параметра асимметрии входного

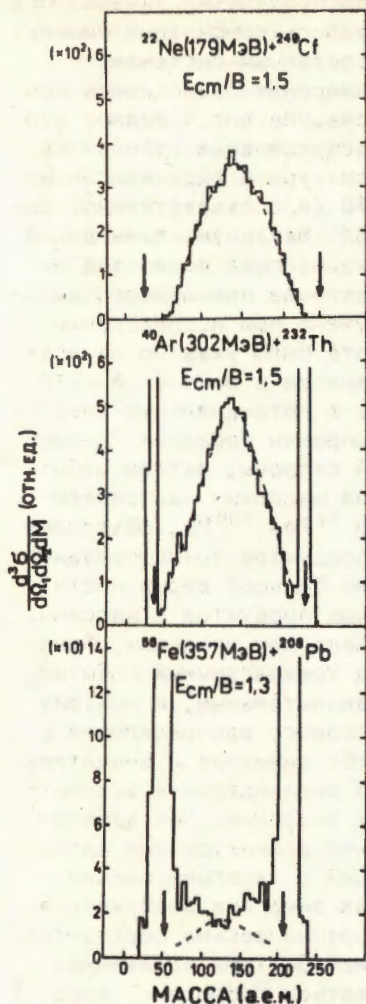


Рис.3. Массовые распределения продуктов реакций при различных параметрах массовой асимметрии входного канала / E_{cm}/B - кинетическая энергия в системе центра масс, B - кулоновский барьер/.

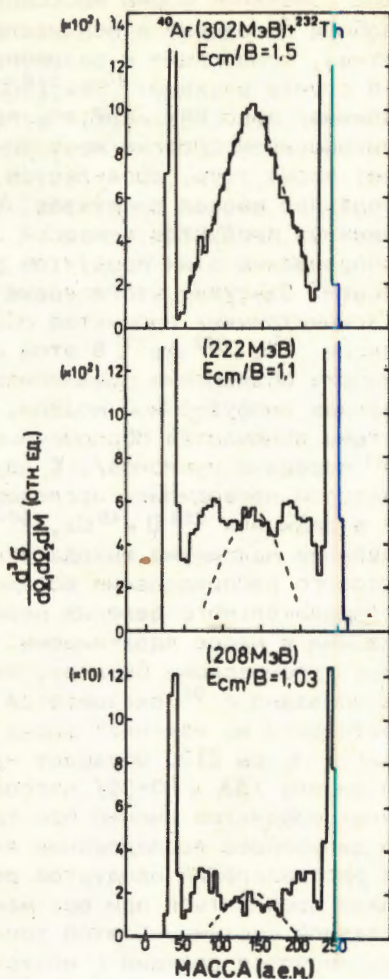


Рис.4. Массовые распределения продуктов реакции $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ при различных энергиях возбуждения составной системы ядер.

канала, хотя значение E_{cm}/B для этой реакции несколько меньше, чем для комбинаций $^{22}\text{Ne} + ^{249}\text{Cf}$ и $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$. На

такое изменение формы массового распределения указывалось в работе ^{1/8/}, однако в ней исследовались комбинации мишень-частица, приводящие к различным составным системам.

В случае реакции $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ измерения проводились при различных энергиях налетающего иона. На рис.4 видно, что с уменьшением энергии массовое распределение становится шире; кроме того, проявляется структура в виде максимума выхода при массах продуктов $A \approx 210$ /и, соответственно, сопряженных продуктов с массой ≈ 60 /. Механизм, приводящий к образованию этих продуктов реакции, пока полностью не выяснен. Отметим, что впервые появление повышенного выхода асимметричных продуктов обнаружено при исследовании реакции $^{40}\text{Ar} + ^{243}\text{Am}$ ^{7/}. В этой работе было указано на возможность объяснения повышенного выхода в районе $A = 210$ в рамках диффузионной модели, где в потенциальную энергию системы включаются оболочечные поправки /реакция "холодной" передачи нуклонов/. С другой стороны, авторы работы ^{8/}, в которой проводились исследования массовых распределений в реакциях $^{238}\text{U} + ^{48}\text{Ca}$, ^{50}Ti и $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$, объясняют появление максимума выхода этих продуктов трансформацией массового распределения вследствие большой вероятности последовательного деления первичных продуктов с массами, близкими к массе ядра-мишени. Однако при энергиях, близких к кулоновскому барьеру, вклад трехчастичных событий, как показано в ^{9/}, оказывается незначительным, и поэтому практически не изменяет форму массового распределения в области массы 210. Обращает на себя внимание и значительная ширина $\Delta A \approx 40-50$ массового распределения асимметричных продуктов именно при таких энергиях. Нам кажется, что дальнейшее исследование явления асимметричных массовых распределений продуктов реакций с тяжелыми ионами должно проводиться при еще меньших энергиях возбуждения составной системы. С этой точки зрения весьма перспективными являются реакции с испусканием быстрых заряженных частиц, при которых могут образоваться "холодные" ядра ^{10/}.

В заключение авторы выражают благодарность академику Г.Н.Флерову за постоянное внимание к работе, В.Саламатину, И.Хайдель, К.Хайделю и В.Носокину - за помощь при проведении экспериментов и обработке данных.

Литература

1. Оганесян Ю.Ц. ОИЯИ, Д7-83-644, Дубна, 1983, с. 55; Oganessian Yu.Ts. et al. JINR, E2-84-651, Dubna, 1984.
2. Münzenberg G. et al. Z.Physik, 1984, A315, p. 145; Münzenberg G. et al. Z.Physik, 1984, A317, p. 235.
3. Swiatecki W.J. Phys.Scripta, 1981, 24, p. 113.

4. Гиппнер П. и др. Совещание по экспериментам на пучках тяжелых ионов, Варна, 1984.
5. Зайдель В. и др. ПТЭ, 1983, №4, с. 52.
6. Bock R. et al. Nucl.Phys., 1982, A388, p. 334.
7. Kalpakchieva R. et al. Nukleonika, 1979, 24, p. 417.
8. Guarino G. et al. Nucl.Phys., 1984, A424, p. 157.
9. Töke J. et al. GSI 84-1, Scientific Report, 1983, Darmstadt, p. 11; Dai G.X. et al. GSI 84-1, Scientific Report, 1983, Darmstadt, p. 12.
10. Borcea C. et al. Nucl.Phys., 1984, A415, p. 169.

ON THE DISCRETE SPECTRUM OF NEW EXACTLY SOLVABLE QUANTUM N-BODY PROBLEM ON A LINE

V.I.Inozemtsev, D.V.Meshcheryakov

It is shown that the discrete spectrum of a quantum N-body problem with the Hamiltonian

$$H = \sum_{j=1}^N \left(\frac{p_j^2}{2} + 2A^2(e^{4x_j} - 2e^{2x_j}) \right) + \sum_{j>k}^N \alpha(\alpha-1)sh^{-2}(x_j - x_k)$$

(the Sutherland system in the Morse potential) is determined by an algebraic equation. The eigenvalues and eigenfunctions, corresponding to simple excitations of the systems, are found explicitly.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

О дискретном спектре новой точно решаемой квантовой проблемы N частиц на прямой
В.И.Иноземцев, Д.В.Мещеряков

Показано, что задача о нахождении дискретного спектра квантовой N-частичной проблемы с гамильтонианом

$$H = \sum_{j=1}^N \left(\frac{p_j^2}{2} + 2A^2(e^{4x_j} - 2e^{2x_j}) \right) + \sum_{j>k}^N \alpha(\alpha-1)sinh^{-2}(x_j - x_k)$$

/система Сазерленда в потенциале Морса/ сводится к решению алгебраического уравнения. Найдены собственные значения гамильтониана и волновые функции, соответствующие простейшим возбуждениям рассматриваемой N-частичной системы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Till now only one exact solution was found for the problem of quantum particles on a line interacting with an external field^{/1-3/}. This solution was obtained by Calogero^{/1/} for the system described by the Schrödinger equation

$$\left\{ \sum_{j=1}^N \left(\frac{p_j^2}{2} + W(x_j) \right) + \sum_{j>k}^N V(x_j - x_k) \right\} \psi = E\psi \quad (1)$$

at

$$V(\xi) = a(a+1)\xi^{-2}, \quad W(\xi) = \beta\xi^2. \quad (2)$$

Here p_j and x_j are momenta and coordinates of particles (bosons or fermions). The spectrum of this problem is completely discrete and equidistant, i.e., differs from the spectrum of trivial N noninteracting harmonic oscillators only by an additive constant and multiplicity of the energy levels.

N -particle systems with the Hamiltonian (1) are limiting cases of more general quantum systems with N degrees of freedom related to semisimple Lie algebras. These systems were studied by Olshatensky and Perelomov^{/3/}. In a series of particular cases they found the connection between these Hamiltonians and Laplace-Beltrami operators on the symmetric spaces. In particular, it has been shown that the ground-state wave function has a factorization property and can be constructed in an explicit form^{/4/}.

In this paper we study the discrete spectrum of the quantum problem with Hamiltonian (1) at

$$V(\xi) = a(a-1) \sinh^{-2}(\xi), \quad W(\xi) = 2A^2 (e^{4\xi} - 2e^{2\xi}). \quad (3)$$

This is the so-called Sutherland system^{/5/} in a Morse oscillator. For the Hamiltonian (1) to be self-adjoint it is necessary to constrain constants a and A in (3): $\text{Im}A = \text{Im}a = 0$, $\text{Re}a \geq 3/2$ ^{/6/}.

The system (3), evidently, has also the states with continuous spectrum corresponding to the scattering of M particles in bound states of $(N-M)$ ones, $N > M$. These processes are not discussed here; we are interested only in the non-trivial discrete spectrum of system (3).

The ground-state wave function for the Schrödinger equation (1,3) was found by us earlier in paper^{/4/}. Note that variables in that equation are not separable even in the simplest case $N = 2$. One can also construct non-trivial quantum integrals of motion, the operators containing higher degrees of momenta commuting with each other and with the Hamiltonian.

Performing in (1,3) the change of variables $z_j = e^{2x_j}$ ($0 \leq z_j < \infty$), we transform this equation as follows

$$\left\{ \sum_{j=1}^N \left[-2(z_j^2 \frac{\partial^2}{\partial z_j^2} + z_j \frac{\partial}{\partial z_j}) + 2A^2 (z_j^2 - 2z_j) \right] + \sum_{j>k}^N \frac{4a(a-1)z_j z_k}{(z_j - z_k)^2} \right\} \psi = E\psi.$$

Further, for brevity we suppose the particles to obey Bose statistics. For the reduction of powers of singularities in (4) let us use a standard trick and introduce a function $\phi(z_1, \dots, z_N)$ by the relation

$$\psi(z_1, \dots, z_N) = \left(\prod_{j>k}^N |z_j - z_k|^\gamma \prod_{s=1}^N z_s^\beta \exp(-r z_s) \right) \phi(z_1, \dots, z_N). \quad (5)$$

Let us choose the constants γ and r equal to α and A ($A > 0$), respectively. The leading singularities in (4) are cancelled out and the equation for function $\phi(z_1, \dots, z_N)$ can be represented in the form

$$\begin{aligned} & -2 \sum_{j=1}^N \left[z_j^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z_j^2} + (z_j(1+2\beta) - 2A z_j^2 + 2\alpha \sum_{j \neq k} \frac{z_j^2}{z_j - z_k}) \frac{\partial \phi}{\partial z_j} \right] + \\ & + [p \sum_{j=1}^N z_j - (E - \mathcal{E}(p))] \phi = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

where

$$\begin{aligned} p(\beta) &= 2A(2\alpha(N-1) + 1 + 2\beta - 2A), \\ \mathcal{E}(\beta) &= -N[2\beta^2 + 2\alpha\beta(N-1) + \frac{\alpha^2}{3}(N-1)(2N-1)]. \end{aligned} \quad (7)$$

According to Bose statistics $\phi(z_1, \dots, z_N)$ must be symmetric under the interchange of each two arguments. Let us represent it as a function of N symmetric polynomials $a_1, \dots, a_N$.

$$\phi(z_1, \dots, z_N) = \phi(a_1, \dots, a_N).$$

$$a_1 = \prod_{j=1}^N z_j, \quad a_\ell = \frac{\hat{B}^{\ell-1}}{(\ell-1)!} a_1, \quad \ell = 1, \dots, N, \quad \hat{B} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial}{\partial z_j}. \quad (8)$$

In what follows, where the indices of quantities $\{a_\ell\}$ exceed N or are less than 1, one must put $a_{N+1} = 1$, $a_0 = a_{N+2} = a_{N+3} = \dots = 0$.

By simple calculations taking into account the properties of polynomial a_1 and operator $\hat{B}$, we obtain the following relations

$$\sum_{j=1}^N z_j \frac{\partial a_\ell}{\partial z_j} = (N - \ell + 1) a_\ell, \quad (9a)$$

$$\sum_{j=1}^N z_j^2 \frac{\partial a_\ell}{\partial z_j} = a_N a_\ell + a_{\ell-1} (\ell - N - 2), \quad (9b)$$

$$\sum_{j>k}^N \frac{z_j^2}{z_j - z_k} \frac{\partial a_\ell}{\partial z_j} = \frac{(N - \ell + 1)(N + \ell - 2)}{2} a_\ell. \quad (9c)$$

$$\sum_{j=1}^N z_j^2 \frac{\partial a_\ell}{\partial z_j} \frac{\partial a_m}{\partial z_j} = (N - \ell + 1) a_\ell a_m - \sum_{r=1}^{\ell} (\ell + m - 2r) a_r a_{\ell+m-r}. \quad (9d)$$

By (9a-d) it is easy to find the equation for function $\phi(a_1, \dots, a_N)$ (8):

$$(\hat{H}_1 + \hat{H}_2) \phi(a_1, \dots, a_N) = (E - \mathcal{E}(\beta)) \phi(a_1, \dots, a_N), \quad (10)$$

where

$$\hat{H}_1 = -2 \left\{ \sum_{\ell, m=1}^N [(N - \ell + 1) a_\ell a_m - \sum_{r=1}^{\ell} (\ell + m - 2r) a_r a_{\ell+m-r}] \frac{\partial^2}{\partial a_\ell \partial a_m} + \right. \quad (11)$$

$$\left. + \sum_{\ell=1}^N [(N - \ell + 1)(1 + 2\beta + \alpha(N + \ell - 2)) a_\ell \frac{\partial}{\partial a_\ell} + 2\alpha(N - \ell + 2) a_{\ell-1} \frac{\partial}{\partial a_\ell}] \right\},$$

$$\hat{H}_2 = a_N (4\alpha \sum_{\ell=1}^N a_\ell \frac{\partial}{\partial a_\ell} + p(\beta)). \quad (12)$$

Let us choose the solutions of eq.(10) as polynomials in variables $\{a_\ell\}$ of the form

$$\phi^{(n)}(a_1, \dots, a_N) = \sum_{\nu=0}^n \sum_{\substack{j_1 + \dots + j_N = \nu \\ 0 \leq j \leq \nu}} c_{j_1 \dots j_N}^{(\nu)} a_1^{j_1} \dots a_N^{j_N}. \quad (13)$$

Evidently the operator $\hat{H}_1$ does not raise the maximal degree of these polynomials. As for $\hat{H}_2$, it adds 1 to this degree if the condition

$$p(\beta) + 4\alpha n = 0 \quad (14)$$

is not satisfied.

If $p(\beta)$ obeys (14), the sum $\hat{H}_1 + \hat{H}_2$ is a linear operator acting in the space of polynomials in N variables with degree not exceeding n . The dimensionality of this space is $\frac{(N+n)!}{n!N!}$. The eigenvalues of this operator represent (at given n) the spectrum of the considered problem up to a constant $\mathcal{E}(\beta)$. In this case the parameter β and constant $\mathcal{E}(\beta)$ are completely determined by the integer n . The normalizability condition for the wave function (5) has the form

$$\int dz_1 \dots dz_N \prod_{j>k}^N |z_j - z_k|^{2\alpha} \prod_{s=1}^N z_s^{2\beta-1} \exp(-2\Lambda z_s) |\phi(z_1, \dots, z_N)|^2 < \infty. \quad (15)$$

From (13) and (15) it follows that $\beta(n)$ must obey the condition $\beta > 0$, i.e., the integer n is restricted:

$$A - \alpha(N-1) > n + 1/2. \quad (16)$$

So, we formulate the way for constructing the discrete spectrum of the Hamiltonian (1,3): for the integers n which obey the condition (16) one must find the matrix of the operator $\hat{H}_1 + \hat{H}_2$ according to (10-12) in the basis $\{a_1^{j_1} \dots a_N^{j_N}\}$, $j_1 + \dots + j_N < n$. The eigenvalues of this matrix, up to constant $\bar{E}(\beta_n)$, represent the spectrum to be found. So, the problem is reduced to an algebraic equation. This problem is apparently simple in the case $n=1$, where $\phi(a_1, \dots, a_N)$ has the form

$$\phi(a_1, \dots, a_N) = \sum_{\ell=1}^N c_{\ell} a_{\ell} + c_{\ell+1}. \quad (17)$$

The operator $\partial^2 / \partial a_{\ell} \partial a_m$ acting on the function (17) reduces it to zero. The matrix of the operator $\hat{H}_1 + \hat{H}_2$ is the upper triangular one and its spectrum is determined by the diagonal elements:

$$-E_{\ell}^{(1)} = \frac{N}{2} [(2A - \alpha(N-1) - 3)^2 + \frac{\alpha^2(N^2 - 1)}{3}] + 2(N - \ell + 1)(2A - 2 - \alpha(N - \ell)), \\ \ell = 2, \dots, N+1. \quad (18)$$

Note that at $3/2 < A - \alpha(N-1) < 5/2$ the values $E_{\ell}^{(1)}$ (18) and the ground-state energy $E_0^{(1)}$ represent the whole discrete spectrum of the problem we are interested in. One can also (up to normalization constants) determine the wave functions corresponding to eigenvalues $E_{\ell}^{(1)}$:

$$\phi_{\ell}^{(1)}(a_1, \dots, a_N) = a_{\ell}^{(1)} \sum_{j=1}^{\ell} (-1)^{\ell-j} \left(\frac{2A}{\alpha}\right)^{\ell-j} \frac{(N-j+1)!}{(\ell-j)!(N-\ell+1)!} \times \\ \times \frac{I\left(\frac{2A-2}{\alpha} - 2N + j + \ell - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{2A-2}{\alpha} - 2(N-\ell) - 1\right)} a_j.$$

When $n > 1$ it is easy to see that the matrix of the operator $\hat{H}_1$ in the basis $\{a_1^{j_1} \dots a_N^{j_N}\}$ is no longer upper triangular, and the determination of eigenvalues represents a much more complicated problem. Possibly, for the

solution of this problem one can apply algebraic methods as it is made in papers ^{/2/}.

We can, however, immediately find one of these eigenvalues. Really, note that $\hat{H}_1 + \hat{H}_2$ transforms (under the condition (14)) the linear space of polynomials of the form (13) to a space of a lower dimensionality: its action on $a_1^{j_1} \dots a_N^{j_N}$ does not contain the polynomial of zero degree. So, there exists a subspace corresponding to the zero eigenvalue of this operator and $E^{(n)} = \mathcal{E}(\beta_n) =$

$= -\frac{N}{2} \left[\frac{a^2}{3} (N^2 - 1) + (2A - a(N-1) - 2n-1)^2 \right]$ are eigenvalues of the

Hamiltonian. It is evident that the set $\{E^{(n)}\}$, up to

a constant $-\frac{Na^2}{6}(N^2-1)$, coincides with that set of the le-

vels of unperturbed system of N particles in the Morse oscillator, for which each particle is on an n -th level and the constant A is "renormalized" by the interaction:

$$A \rightarrow A - \frac{a}{2}(N-1).$$

Detailed calculations and investigation of the whole discrete spectrum for the case $n \geq 2$ will be published elsewhere.

One of the authors (V.I.) is very grateful to Dr. A.M.Perelomov for useful discussions.

References

1. Calogero F. J.Math.Phys., 1971, 12, p.419.
2. Perelomov A.M. Theor.Math.Fiz., 1971, 6, p.364;
Gambardella P.J. J.Math.Phys., 1975, 16, p.1172.
3. Olshanetsky M.A., Perelomov A.M. Phys.Rep., 1983, 94, p.312.
4. Inozemtsev V.I., Meshcheryakov D.V. JINR, P5-84-511, Dubna, 1984; submitted to Phys.Lett.A.
5. Sutherland B. Phys.Rev., 1971, A4, p.2019.
6. Dittrich J., Exner P. JINR, E2-84-353, Dubna, 1984.

ОБ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ЗАМЕНЕ ПЕРЕМЕННОЙ ИНТЕГРИРОВАНИЯ
В КONTИНУАЛЬНОМ ИНТЕГРАЛЕ ПО УСЛОВНОЙ МЕРЕ ВИНЕРА

Е.П. Жидков, Ю.Ю. Лобанов, О.В. Сидорова

Рассмотрено линейное преобразование, взаимно однозначно отображающее пространство функций $C = \{x(t) \in C[0,1]; x(0) = x(1) = 0\}$ само на себя. С помощью замены переменных, задаваемой этим преобразованием, интеграл по условной мере Винера $\int_C P[x] F[x] d_{W^*} x$ с весом $P[x] = \exp\left\{\int_0^1 [\lambda p(t) x^2(t) + g(t)x(t)] dt\right\} / \lambda$ — вещественный параметр, $p(t), g(t) \in C[0,1]$ — выражен через интеграл без веса от $F[\phi(x) + a]$, где ϕ и $a(t)$ зависят от $p(t), g(t), \lambda$. На основании этого результата построено семейство приближенных формул с весом для вычисления континуальных интегралов по условной мере Винера. Формулы точны для функциональных многочленов степени $\leq 2m + 1 (m = 1, 2, \dots)$.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

On Some Linear Substitution of Variables
at the Conditional Weiner Integral
Zhidkov E.P., Lobanov Yu.Yu., Sidorova O.V.

The linear transformation that performs one to one correspondence of the functional space $C = \{x(t) \in C[0,1]; x(0) = x(1) = 0\}$ by itself is treated. By substitution of the variables set by this transformation the conditional Wiener integral $\int_C P[x] F[x] d_{W^*} x$ with the weight $P[x] = \exp\left\{\int_0^1 [\lambda p(t) x^2(t) + g(t)x(t)] dt\right\} / \lambda$ (λ is a real parameter; $p(t), g(t) \in C[0,1]$) is reduced to the integral of $F[\phi(x) + a]$, without weight (ϕ and $a(t)$ depend on $p(t), g(t), \lambda$). Based on this result the family of the formulas with a weight for the approximate evaluation of a conditional Wiener integral is derived; the formulas are exact when $F[x]$ is a functional polynomial of degree at most $2m + 1 (m = 1, 2, \dots)$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Условная мера Винера^{/1/} является частным случаем гауссовых мер /см., напр.,^{/2/} / и представляет собой вероятностную меру в пространстве функций $x(t) \in C = \{C[0,1]; x(0) = x(1) = 0\}$. Интеграл от функционала $F[x]$, заданного на C , по условной мере Винера обозначается следующим образом:

$$\int_C F[x] d_w x.$$

Первые работы по приближенному вычислению интегралов по гауссовой мере связаны с именем Р.Х.Камерона^{/3/}. Им было положено начало целому направлению в развитии методов приближенного вычисления континуальных интегралов, заключающемуся в построении приближенных формул, точных на классе функциональных многочленов заданной степени. Составные^{/2/} приближенные формулы такого типа произвольного порядка точности построены в^{/4/}. Обзор существующих методов приближенного вычисления континуальных интегралов и некоторые вопросы теории содержатся в^{/2/} и^{/5/}.

Интегрирование по гауссовой мере широко используется в современной квантовой физике^{/6/}. В частности, в квантовой механике решение уравнения Шредингера выражается в евклидовой метрике через интеграл по условной мере Винера с помощью формулы Фейнмана-Каца /см.^{/7/}, а также^{/8/}. Построение квантовой механики на основе аппарата континуального интегрирования изложено в^{/8/}. В ряде случаев целесообразно использовать приближенные формулы с весом, поскольку функционалы могут содержать множитель, который удобно выделить в качестве весового функционала. Тем самым будет расширен класс функционалов, на котором формула точна.

В данной работе мы рассматриваем линейную замену переменных в интеграле по условной мере Винера, позволяющую получить приближенные формулы с весом.

Рассмотрим линейное преобразование $x(t) \rightarrow y(t)$:

$$y(t) = x(t) + (1-t) \int_0^t K(s)x(s)ds - \int_0^t L(s)ds, \quad /1/$$

где

$$K(s), L(s) \in C[0,1]; \quad \int_0^1 L(s)ds = 0. \quad /2/$$

Преобразование /1/ взаимно однозначно отображает пространство C само на себя. Обратное преобразование имеет вид:

$$x(t) = y(t) - (1-t) \cdot \exp \left\{ - \int_0^t (1-s) K(s)ds \right\} \cdot \int_0^t \exp \left\{ \int_0^s (1-v) K(v)dv \right\} x$$

$$\times \{ y(s) + \int_0^s L(v) dv \} K(s) ds + \int_0^t L(s) ds. \quad /3/$$

Вспользуемся заменой переменных /3/ для интеграла

$$I = \int_C P[x] F[x] d_{W^*} x \quad /4/$$

с весом

$$P[x] = \exp \left\{ \int_0^1 [\lambda p(t)x^2(t) + g(t)x(t)] dt \right\}, \quad /5/$$

где λ - вещественный параметр, $p(t), g(t) \in C[0,1]$. После соответствующих преобразований получаем следующий результат:

Теорема. Интеграл /4/ с весом /5/ может быть записан в виде:

$$I = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^1 (1-s)K(s) ds \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{1}{2} \int_0^1 L^2(t) dt \right\} \cdot \int_C F[\phi(x)+a] d_{W^*} x, \quad /6/$$

где

$$\phi(x(t)) = x(t) - \frac{1-t}{v(t)} \cdot \int_0^t K(s)v(s)x(s) ds, \quad v(t) = \exp \left\{ \int_0^t (1-s)K(s) ds \right\},$$

$K(s)$ - решение дифференциального уравнения

$$(1-s)K'(s) - (1-s)^2 K^2(s) - 3K(s) - 2\lambda p(s) = 0; \quad s \in [0,1],$$

$$K(1) = \frac{2\lambda}{3};$$

$$a(t) = \int_0^t L(s) ds - \frac{1-t}{v(t)} \cdot \int_0^t K(s)v(s) \left[\int_0^s L(v) dv \right] ds;$$

$$L(t) = \int_0^t [K(s)v(s)B(s) - g(s)] ds + C, \quad B(t) = \int_t^1 g(s) \frac{1-s}{v(s)} ds;$$

константа C выбирается из условия /2/.

Данная теорема, в частности, позволяет точно вычислить континуальный интеграл

$$\int_C \exp \left\{ \int_0^1 [\lambda x^2(t) + g x(t)] dt \right\} d_{W^*} x =$$

$$= \frac{\sqrt[4]{2\lambda}}{\sqrt{\sin \sqrt{2\lambda}}} \cdot \exp \left\{ -\frac{g^2}{2\lambda \sqrt{2\lambda}} \left[\operatorname{tg} \sqrt{\frac{\lambda}{2}} - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \right] \right\}; \quad (\lambda < \frac{\pi^2}{2}).$$

Этот результат получается путем подстановки в /6/ $F[x] \equiv 1$, $p(t) \equiv 1$, $g(t) \equiv g = \text{const}$.

Найденное преобразование /1/ служит основой для построения приближенных формул с весом /5/. С помощью приведенной выше теоремы может быть получено семейство формул, зависящих от натурального параметра m . Действительно, воспользовавшись для вычисления континуального интеграла в правой части /6/ приближенной формулой /9/, точной для функциональных многочленов степени $\leq 2m+1$ ($m=1, 2, \dots$), получаем

$$I = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^1 (1-s) K(s) ds \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{1}{2} \int_0^1 L^2(t) dt \right\} \times \\ \times \frac{1}{2^m} \int_{-1}^1 \dots \int_{-1}^1 F[\theta_m(\vec{u}, \cdot) + a(\cdot)] du_1 \dots du_m; \quad /7/$$

где

$$\theta(\vec{u}, t) = \sum_{k=1}^m c_k^{(m)} \theta(u_k, t); \quad \theta(w, t) = f(w, t) - \rho(w, t);$$

$$[c_k^{(m)}]^2 - \text{корни многочлена } Q_m(z) = \sum_{k=0}^m (-1)^k \frac{z^{m-k}}{k!};$$

$$\rho(w, t) = \begin{cases} \text{sign } w, & t \leq |w| \\ 0, & t > |w| \end{cases}$$

$$f(w, t) = \frac{(1-t) \text{sign } w}{v(t)} \left[1 + \int_0^{\min\{|w|, t\}} K(s) v(s) ds \right].$$

В случае $p(t) \equiv 1$, $g(t) \equiv g = \text{const}$, $\lambda < \frac{\pi^2}{2}$ формула /7/ приобретает вид:

$$\int_C \exp \left\{ \int_0^1 [\lambda x^2(t) + g x(t)] dt \right\} F[x] d_w x = \\ = \frac{1}{2^m} \sqrt{\frac{\sqrt{2\lambda}}{\sin \sqrt{2\lambda}}} \cdot \exp \left\{ \frac{g^2}{2\lambda \sqrt{2\lambda}} \left[\text{tg} \sqrt{\frac{\lambda}{2}} - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \right] \right\} \times \\ \times \int_{-1}^1 \dots \int_{-1}^1 F[\theta_m(\vec{u}, \cdot) + a(\cdot)] du_1 \dots du_m, \\ \text{где} \\ a(t) = \int_0^t L(s) ds - \\ - \sin \sqrt{2\lambda} (1-t) \int_0^t \frac{\sqrt{2\lambda} (1-s) \cdot \cos \sqrt{2\lambda} (1-s) - \sin \sqrt{2\lambda} (1-s)}{(1-s) \cdot \sin^2 \sqrt{2\lambda} (1-s)} \left[\int_0^s L(v) dv \right] ds. \quad /8/$$

Приближенные формулы /7/, /8/ точны для функциональных многочленов степени $\leq 2m+1$.

Литература

1. Wiener N. Journ.Math. and Phys., 1923, 2, p.131; Proc. London Math.Soc., 1924, vol.22, No.6, p.454.
2. Янович Л.А. Приближенное вычисление континуальных интегралов по гауссовым мерам. "Наука и техника", Минск, 1976.
3. Cameron R.H. Duke Math.Journ., 1951, vol.18, No.1, p.111.
4. Жидков Е.П., Лобанов Ю.Ю., Сидорова О.В. ОИЯИ, Р11-83-867, Дубна, 1983.
5. Далецкий Ю.Л., Фомин С.В. Меры и дифференциальные уравнения в бесконечномерных пространствах. "Наука", М., 1983.
6. Глим Дж., Джаффе А. Математические методы квантовой физики. Подход с использованием функциональных интегралов. "Мир", М., 1984.
7. Кац М. Вероятность и смежные вопросы в физике. "Мир", М., 1965.
8. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. "Мир", М., 1968.
9. Fosdick L.D., Jordan H.F. Journ.Cmput.Phys., 1968, vol.3, No.1, p.1.

Рукопись поступила 3 декабря 1984 года.

КОНТИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ПОЛИАЦЕТИЛЕНА И ДВУМЕРНЫЕ МОДЕЛИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

В.А.Осипов, В.К.Федянин

Исследована связь между континуальной моделью полиацетилена и двумерными моделями квантовой теории поля при конечной температуре и плотности фермионов. В приближении среднего поля показано, что эффекты, обусловленные конечной температурой T и плотностью фермионов n , приводят к восстановлению симметрии, нарушенной при $T = n = 0$. Получены аналитические выражения для критических значений T_c и n_c . Учет тепловых флуктуаций бозе-поля понижает критическую температуру. Подавление димеризационной щели при изменении плотности n электронов позволяет объяснить переход диэлектрик - металл в цепочках транс-полиацетилена.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Continuum Polyacetylene Model and Two-Dimensional Quantum Field Theory Models
V.A.Osipov, V.K.Fedyanin

The connection between the continuum polyacetylene model and a two-dimensional quantum field theory models at finite temperature and fermion density is investigated. It is shown in the mean field approximation that the effects due to a finite temperature T and fermion density n may restore the symmetry broken at $T = n = 0$. The critical temperature and fermion density are evaluated. The quantum fluctuations of the Bose field decrease the critical temperature. The distortion of the dimerization gap at n_c may explain the semiconductor metal transition in the trans-polyacetylene chains.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Имеется^{/1,2/} ряд общих свойств, присущих континуальному варианту модели транс-полиацетилена, $(CH)_x$ ^{/3/}, и двумерным^{/1+1/} моделям релятивистской теории поля /РТП/: модели Гросса-Невье^{/4/} и ϕ^4 с фермионами^{/5/}. В приближении

среднего поля статические уравнения моделей^{/3,4/} после переопределения параметров гамильтонианов совпадают. Это позволило найденные в^{/4/} локализованные решения /кинк, полярон/ переписать для $(CH)_x$ ^{/2/}. Динамические свойства моделей^{/3-5/} существенно различны, поэтому указанной аналогией пользоваться нельзя. В^{/6/} получены динамические уравнения для модели^{/3/} и найдено решение в виде движущегося кинка, переходящее в статическом пределе в соответствующее решение^{/4/}.

Нарушение симметрии в^{/3-5/} приводит к двукратному вырождению основного состояния, что обуславливает появление топологических солитонов. Это, в свою очередь, модифицирует фермионный энергетический спектр: возникает дискретный уровень в центре энергетической щели. Отметим, что вырождение основного состояния в $(CH)_x$ связано с пайерлсовской димеризацией в результате альтернирования химических связей, обусловленного электрон-фононным взаимодействием. При этом появляется диэлектрическая щель $2\Delta_0 / \Delta_0 = 0,7 - 0,9$ эВ/ в электронном спектре. В^{/4/} имеет место динамическое нарушение киральной симметрии и возникает бозонное поле как составное двухфермионное состояние с отличным от нуля вакуумным средним. В^{/5,10/} симметрия нарушена спонтанно. В^{/4,5/} фермионы приобретают массу за счет взаимодействия с нарушающим симметрию бозе-полем.

В настоящей работе мы проанализируем некоторые следствия аналогии "димеризационная щель - масса". Нам представляется, что данная аналогия имеет глубокую физическую основу: как отмечено выше, статические версии моделей^{/3/} и^{/4/} идентичны, а нарушение симметрии в моделях^{/3-5/} приводит к сходным модификациям электронного спектра в "поле" топологического солитона $(CH)_x$ /щели/, альтернативно, при возникновении массы в^{/4,5/}. Показано, что эффекты, обусловленные конечной температурой T и плотностью фермионов n , приводят к восстановлению симметрии, нарушенной при $T = n = 0$, причем аналитические выражения для критических значений T_c и n_c , полученные в^{/3,4/}, совпадают. Учет тепловых флуктуаций бозе-поля в моделях^{/5,10/} понижает критическую температуру до величины $T_c^* = T_c / 4$. Подавление димеризационной щели при изменении плотности π -электронов позволяет объяснить переход диэлектрик - металл, экспериментально наблюдаемый при легировании цепочек $(CH)_x$.

1. В приближении среднего поля в случае однородной димеризации $\Delta \neq \Delta(x)$ свободная энергия /на один атом углерода/ электронов и решетки в модели^{/3/} имеет вид

$$F(\Delta, T, \mu) = -\frac{2T}{N} \sum_{\ell=1,2} \sum_q \ln(1 + e^{\frac{\mu - \epsilon_{\ell}}{T}}) + \frac{\Delta^2}{4\pi t_0 g^2}, \quad /1/$$

где $\epsilon_{1,2} = \pm \sqrt{\Delta^2 + (2t_0 \cos qa_0)^2}$, отсчет энергии производится от уровня Ферми в чистом $(CH)_x$, μ - химический потенциал, обусловленный наличием примесных электронов, N -

число атомов в цепочке, $g^2 = \frac{2a^2}{\pi \kappa t_0}$; a, κ, t - параметры га-

мильтониана ^{/8/}, a_0 - постоянная решетки. Линеаризуя спектр вблизи поверхности Ферми и переходя к континуальному пределу ($N \rightarrow \infty$), условие экстремума /1/ запишем в виде

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta} = \Delta \left(1 - 2g^2 \int_0^{KV_F} \frac{dq}{\epsilon} \frac{\text{sh} \frac{\epsilon}{T}}{\text{ch} \frac{\epsilon}{T} + \text{ch} \frac{\mu}{T}} \right) = 0, \quad /2/$$

где $\epsilon = \sqrt{q^2 + \Delta^2}$, $V_F = 2t_0 a_0$ и введен граничный импульс интегрирования K . Полная ширина зоны $W = 2\sqrt{K^2 V_F^2 + \Delta^2} = 2KV_F$. В чистом $(CH)_x$ $\mu = 0$, и условие /2/ принимает вид

$$\int_0^{KV_F} \frac{dq}{\epsilon} \tanh \frac{\epsilon}{2T} = \frac{1}{2g^2}. \quad /3/$$

Отметим, что при нулевой температуре уравнение /3/ имеет отличное от нуля решение $\Delta(T=0) = \Delta_0 = W \exp(-1/2g^2)$, минимизирующее свободную энергию $F(\Delta_0) < F(0)$, что согласуется с предположением о димеризованной структуре цепочек $(CH)_x$. Из /3/ несложно получить критическую температуру, при которой исчезает щель в электронном спектре $T_p = \frac{\gamma \Delta_0}{\pi}$, где $\ln \gamma = C$ - постоянная Эйлера. Приведенный резуль-

тат хорошо известен ^{/7/}, но для $(CH)_x$ является формальным, поскольку численная оценка имеет величину $T_p = 4600$ К.

Рассмотрим /2/ при конечном значении μ . Численный и аналитический расчеты приводят к критическому значению

$\mu_c = \frac{\Delta_0}{\sqrt{2}}$. Причем при $\mu < \mu_c$ щель Δ в электронном спектре постоянна и равна $2\Delta_0$, а при $\mu \geq \mu_c$ $\Delta = 0$. Учитывая, что при $\mu \gg T$ плотность электронов связана с μ посредством $n = \frac{2\mu}{\pi V_F}$, окончательно получаем

$$n_c = \sqrt{2} \Delta_0 / \pi V_F. \quad /4/$$

При $n > n_c$ исходная симметрия системы восстановлена, топологических солитонов нет.

2. Аналогом свободной энергии в РТП является эффективный потенциал при конечной температуре и плотности фермионов, для построения которого используем технику температурных функций Грина. В приближении среднего поля при $\sigma \neq \sigma(x)$ с учетом однопетлевого вклада эффективный потенциал в модели ^{/4/} имеет вид ^{/8/}

$$P_{\text{эфф}}(\sigma, T, \mu) = \frac{1}{2} \sigma^2 - 2NT \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{dk}{2\pi} \ln \frac{k^2 + \omega_n^2 + \frac{\lambda}{N} \sigma^2}{k^2 + \omega_n^2}, \quad /5/$$

где σ - скалярное поле, $\omega_n = (2n+1)\pi T - i\mu$, $\lambda = Ng_{\text{GN}}^2$, N - число типов фермионов, g_{GN} - константа. Условие экстремума ^{/5/} имеет вид

$$\frac{\partial P_{\text{эфф}}}{\partial \sigma} = \sigma \left(1 - \frac{\lambda}{\pi} \int \frac{dk}{\epsilon} \frac{\text{sh} \frac{\epsilon}{T}}{\text{ch} \frac{\epsilon}{T} + \text{ch} \frac{\mu}{T}} \right) = 0. \quad /6/$$

При $T = \mu = 0$ имеется нетривиальное решение уравнения ^{/6/}, определяющее массу фермиона $m_\psi = g_{\text{GN}} \sigma = 2\Lambda \exp(-\pi/\lambda)$, где введен импульс обрезания Λ . Очевидно, что при $N = 2$ и $g_{\text{GN}}^2 \rightarrow \pi g^2$ выражения для m_ψ и Δ_0 совпадают. При $\mu = 0$ и $T \gg m_\psi(T)$ критическая температура из ^{/6/} $T_c = \gamma m_\psi / \pi$, что аналогично выражению для T_p в (CH)_x.

При конечном μ получим из ^{/6/} выражение для критической плотности

$$n_c = Nm_\psi / \sqrt{2\pi}, \quad /7/$$

совпадающее с ^{/4/} при $N = 2$. Отметим, что ^{/7/} несколько отличается от аналогичного результата работы ^{/8/}, что связано с более тщательным анализом минимума $P_{\text{эфф}}(\sigma, T, \mu)$.

3. В модели ^{/5/} при построении эффективного потенциала удается учесть дополнительный вклад, обусловленный тепловыми флуктуациями бозе-поля. Согласно ^{/8/}, при $\mu = 0$ поправки от учета фермионных петель являются малыми, и критическая температура имеет значение $T_c^* = 0,385 E_k^0$, где E_k^0 - энергия покоящегося кинка. Если, используя отмеченную аналогию, перенести этот результат на полиацетилен, где, согласно ^{/10/}, $E_k^0 = 4\Delta_0/3\pi$, то $T_p^* = 0,16 \Delta_0$ что приблизительно в четыре раза ниже $T_p = 0,5\Delta_0$. Таким образом, и предположение ^{/7/} о понижении критической температуры до величины $T_p^* = T_p/4$ при учете флуктуаций фононов в рамках статического приближения Гинзбурга-Ландау, с использованием вышеуказанной аналогии находит хорошее подтверждение. От-

метим, что в модели ^{/5/} это точный результат, полученный при помощи диаграммной техники с использованием температурных функций Грина.

4. Известно, что при концентрации примеси $y = n/n_0 = \approx 0,01$, где $n_0 = 1/a_0$ - плотность π -электронов в чистом $(\text{CH})_x$, имеет место резкое возрастание проводимости цепочек $(\text{CH})_x$, и насыщение достигается при $y \lesssim 0,07$ ^{/11/}. Предполагается, что носителями тока в $(\text{CH})_x$ являются заряженные солитоны с нулевым спином, формирующие солитонную решетку.

Отметим, что, согласно ^{/4/}, $y_c = \frac{n_0}{n_0} = \frac{2\sqrt{2}\Delta_0}{\pi W}$. Для $(\text{CH})_x$ при $0,7 \text{ эВ} < \Delta_0 < 0,9 \text{ эВ}$ и $W = 10 \text{ эВ}$, имеем следующую оценку: $0,063 < y_c < 0,09$.

Таким образом, если при малых y справедлив солитонный механизм проводимости, то при $y \rightarrow y_c$ /приблизительно 7% примеси/ происходит подавление димеризационной щели. При этом симметрия системы восстанавливается, солитонов нет. Наиболее вероятным является механизм перехода диэлектрик-металл, предложенный в ^{/12/} и связанный с тенденцией примесных атомов к формированию "металлических" кластеров. Результат ^{/4/} справедлив для однородной примеси и может описывать физическую ситуацию внутри достаточно протяженного кластера. Согласно ^{/12/}, переход диэлектрик - металл в $(\text{CH})_x$ осуществляется при режиме, в котором "металлические" области собираются в континуум. Мы полагаем, что при этом π -связь "разорвана", и все π -электроны являются носителями тока. Таким образом, подвижность носителей в $(\text{CH})_x$ при комнатной температуре имеет величину $\mu' = 0,4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, что на два порядка ниже, чем в ^{/18/}, где в качестве свободных носителей рассматривались только примесные электроны /дырки/. Отметим, что, согласно ^{/4/}, металлическая проводимость в цепочках $(\text{CH})_x$ может быть достигнута при изменении постоянной решетки на величину порядка 7%. Таким образом, экспериментальное исследование образцов транс - $(\text{CH})_x$ под воздействием внешнего давления является важной экспериментальной задачей.

Литература

1. Jackiw R., Schrieffer J.R. Nucl.Phys., 1981, B190(FS3), p. 253.
2. Campbell D.K., Bishop A.R. Nucl.Phys., 1982, B200(FS4), p. 297.
3. Takayama H., Lin-Liu Y.R., Maki K. Phys.Rev., 1980, B21, p. 2388.
4. Gross D.J., Neveu A. Phys.Rev., 1974, D10, p. 3235.

5. Jackiw R., Rebbi C. Phys.Rev., 1976, D13, p. 3398.
6. Осипов В.А., Федянин В.К. ОИЯИ, P17-84-138, Дубна, 1984.
7. Булаевский Л.Н. УФН, 1975, 115, с. 263.
8. Dashen R.F., Ma S., Rajaraman R. Phys.Rev., 1975, D11, p. 1499.
9. Осипов В.А., Федянин В.К. III Международный симпозиум по избранным проблемам статистической механики. Сборник аннотаций. ОИЯИ, Д17-84-407, Дубна, 1984, с. 95.
10. Rice M.J. Phys.Lett., 1979, A71, p. 152.
11. Ikehata S. et al. Phys.Rev.Lett., 1980, 45, p. 1123.
12. Tomkiewicz Y. et al. Phys.Rev., 1981, B24, p. 4348.
13. Chiang C.K. et al. Phys.Rev.Lett., 1977, 39, p. 1098.

Рукопись поступила 30 ноября 1984 года.

EXISTENCE THEOREMS FOR CLASSICAL HETEROPHASE SYSTEMS

Š.Šujan

A rigorous definition of a classical heterophase system is proposed, and formulations of basic theorems on existence of heterophase systems, their ergodic properties, and the possibility of gibbsian description of such systems are given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Теоремы существования для классических
гетерофазных систем

Ш.Шуян

Предлагается строгое определение классической гетерофазной системы и приводятся формулировки основных теорем о существовании гетерофазных систем, их эргодических свойствах и возможности гиббсовского описания таких систем.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Let us recollect physical conclusions on the nature of heterophase systems

- (a) A heterophase system describes a certain "mixture" of pure thermodynamical phases.
- (b) The mixture in (a) is to be understood in the sense that configurations typical of the heterophase system consist of pieces of configurations typical of the pure phases forming that system.
- (c) Though local fluctuations are possible, there exist definite concentrations with which the pieces of configurations in (b) are met in the infinite volume limit.
- (d) A heterophase system itself should be macroscopically observable, in the usual sense of equilibrium statistical mechanics.

In this note we propose a rigorous definition of a heterophase system and announce a number of existence theorems for such systems. We suppose reader's familiarity with basic concepts of ergodic theory^{/3/} and the standard

frame of equilibrium statistical mechanics of classical (as opposed to quantum) infinite systems /4/.

Let T be a countable set. An S -valued random field $X = (X_t; t \in T)$ on T is a family of random variables defined on a common probability space $(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$, say) and taking values in S , which we assume to be a countable discrete set. If $T = Z^d$ (the d -dimensional integer lattice; $d \geq 1$), we let $\mathcal{P}(S)$ ($\mathcal{M}(S)$, $\mathcal{E}(S)$) denote the set of all Borel probability measures on S^T , which serve as distributions of all (of all translationally invariant, of all translationally ergodic) random fields on T .

Given a set $\{\phi^{(i)} : i \in I\} \subset S^T$ (I is a countable set interpreted as the set indexing possible pure phases), we say that the configuration $\phi^{(i)}$ meets a configuration $\phi \in S^T$ with concentration γ_i ($0 \leq \gamma_i \leq 1$) if for any sequence of finite volumes V_n with $V_n \uparrow T$ we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |V_n|^{-1} |\{t \in V_n : \phi(t) = \phi^{(i)}(t)\}| = \gamma_i.$$

Let $\mathcal{P} = \{P^{(i)} : i \in I\} \subset \mathcal{P}(S)$, and let $\gamma = (\gamma_i)_{i \in I}$ be a probability vector with at least two non-zero entries (in symbols, $\gamma \in \Gamma$). Let $\text{supp } P^{(i)}$ denote the support of the measure $P^{(i)}$, $i \in I$. A measure $P \in \mathcal{P}(S)$ is said to be a heterophase system composed of the set $\mathcal{P}$ of pure phases with concentrations γ , in symbols, $P \in \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma)$, if

$$P\left(\bigcap_{i \in I} \phi^{(i)} \in \bigcup_{\text{supp } P^{(i)}} R(\phi^{(i)}, \gamma_i)\right) = 1,$$

where $R(\phi^{(i)}, \gamma_i)$ is the set of all configurations $\phi \in S^T$ described above.

Theorem 1. Let $\mathcal{P} = \{P^{(i)} : i \in I\}$ be the set of distributions of a jointly stationary class $\{X^{(i)} : i \in I\}$ of random fields on $T = Z^d$. Then $\mathcal{M}(S) \cap \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma) \neq \emptyset$ for any $\gamma \in \Gamma$. The proof uses the following construction of the heterophase random field $X = (X_t; t \in T)$:

$$X_t(\omega) = X_t^{(Z_t(\omega))}(\omega), \quad \omega \in \Omega, \quad t \in T, \quad (1)$$

where $Z = (Z_t; t \in T)$ is an I -valued random field on T , independent of the family $\{X^{(i)} : i \in I\}$. In order to guarantee given concentrations $\gamma \in \Gamma$, it is necessary to impose the additional condition that $Z \in \mathcal{E}(I)$. Of course, this result does not say anything about property (d) which is, as is well known, related to ergodic properties of the random field X . If we strengthen requirements on the fields $X^{(i)}$, we shall get a stronger conclusion as well:

Theorem 2. Let $\mathcal{P} = \{P^{(i)} : i \in I\}$ be the set of distributions of a jointly weak mixing set $\{X^{(i)} : i \in I\}$ of random fields on $T = \mathbb{Z}^d$. Then $\mathcal{G}(S) \cap \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma) \neq \emptyset$ for any $\gamma \in \Gamma$. Suppose $P \in \mathcal{M}(S) \cap \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma)$ (see Theorem 1). Then Theorem 2 can be obtained also without imposing the weak mixing condition with the aid of the ergodic decomposition ^{/3,5/} $\langle f \rangle_P = \int \langle f \rangle_P P(d\phi)$.

Indeed, if $P \in \mathcal{M}(S) \cap \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma)$, then

$$P\{\phi \in S^T : P_\phi \in \mathcal{G}(S) \cap \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma)\} = 1. \quad (2)$$

Using the decomposition at infinity ^{/5/} we can guarantee even existence of random fields with trivial tails (of course, they will not longer be translationally invariant):

Theorem 3. If $\mathcal{M}(S) \cap \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma) \neq \emptyset$ then there exists a $P \in \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma)$ having trivial tail σ -field. Hence, hetero-phase systems with broken symmetry but possessing short-range correlations ^{/8/} exist.

In our subsequent considerations we shall suppose that $S = \{0, 1\}$. All concepts used without special comments are to be found in ^{/8/}.

Theorem 4. Let $\mathcal{P} = \{P^{(i)} : i \in I\}$ be the set of distributions of a set of Markov fields $\{X^{(i)} : i \in I\}$ on $T = \mathbb{Z}^d$. Let Z be an I -valued random field on T , independent of the family $\{X^{(i)} : i \in I\}$ such that its distribution is strictly positive on all finite cylinders in S^T . Then the random field X (cf. (1)) is Markov. More generally, if $X^{(i)}$ is $\mathbb{R}^{(i)}$ -Markov and if $\sup R^{(i)} \leq R < \infty$, then X is $\mathbb{R}$ -Markov. Using the well-known correspondence between Markov field and Gibbs fields we get from this the following result. Here, $\mathcal{G}(U)$ stands for the set of all Gibbs measures to a potential U ^{/8/}.

Theorem 5. Let $\mathcal{P} = \{P^{(i)} : i \in I\}$, where $P^{(i)} \in \mathcal{G}(U^{(i)})$, and $U^{(i)}$ is a nearest neighbour potential for each $i \in I$. If the remaining hypotheses of Thm.4 are satisfied, then there exists a nearest neighbour potential U such that $P = \text{dist}(X)$ (cf. (1); $\text{dist}(X)$ will denote the distribution of X) is in $\mathcal{G}(U)$.

Let $\text{Ext}\mathcal{G}(U)$ denote the set of all extreme points of the convex set $\mathcal{G}(U)$. It is commonly accepted (on the base of correlation properties) that $P \in \text{Ext}\mathcal{G}(U)$ may serve as a completely satisfactory description of "macroscopic observability". Consequently, it is of interest to have the following result:

Theorem 6. Let $\{P^{(i)} : i \in I\}$, $\{X^{(i)} : i \in I\}$, Z , and X be as in Theorems 4 and 5. Furthermore, suppose that Z is mixing and $P^{(i)} \in \text{Ext } \mathcal{G}(U^{(i)})$ for each $i \in I$. Then there exists a nearest neighbour potential U such that $P = \text{dist}(X) \in \text{Ext } \mathcal{G}(U)$. In particular, for any $\gamma \in \Gamma$ there is a potential U such that $\text{Ext } \mathcal{G}(U) \cap \mathcal{H}(\mathcal{P}, \gamma) \neq \emptyset$. Theorems 1 through 6 show there exist heterophase systems which correspond to

- (1) a symmetry preserving phase transition (i.e., non-uniqueness of the infinite-volume Gibbs measure for a given potential such that all these measures obey the same symmetry group), as well as to
- (b) phase transition as a spontaneous symmetry breaking (i.e., existence of Gibbs measures with a given symmetry group as well as ones having lower (broken) symmetry).

On the other hand, they are merely existence results, and an explicit calculation of the corresponding "heterophase" potentials is not possible using these theorems.

Let us consider the model of Gibbs fields on infinite trees^{/6,7/}. Its advantage is that one can calculate a phase transition directly by giving the distributions of different pure phases. We consider again $S = \{0, 1\}$ and $T = T_3$, where T_3 is the infinite tree such that each of its sites coincides with exactly three branches. If t is a given site, we let t_1, t_2, t_3 generically denote its neighbouring sites. A Markov random field (MRF) on T_3 has its conditional probabilities uniquely determined by the vector $a = (a_0, a_1, a_2, a_3)$, where

$$\alpha_k = P[X_t = 1 \mid \{|j : X_{t_j} = 1\}| = k], \quad 0 \leq k \leq 3. \quad (3)$$

If U is a homogeneous nearest neighbour potential, i.e., if $U(s, t) = v_0$ for $s = t$, $U(s, t) = v_1$ if s, t are neighbours, and $U(s, t) = 0$ otherwise, then any $P \in \mathcal{G}(U)$ will possess conditional probabilities

$$\alpha_k = [1 + \exp(-\frac{v_0}{2} + kv_1)]^{-1}, \quad 0 \leq k \leq 3.$$

As is shown in^{/6,7/}, conversely, knowing (3) we can reconstruct the potential U as well as find explicit expressions for finite-dimensional distributions of the corresponding random fields.

If $v_0 = 0$, $v_1 > 0$ then $|\mathcal{G}(U)| > 1$, i.e., a phase transition occurs. Let $\mathcal{P} = \{P^{(1)}, P^{(2)}\}$, where $P^{(1)}, P^{(2)} \in \text{Ext } \mathcal{G}(U)$, let $X^{(1)}, X^{(2)}$ denote the corresponding random fields. We consider the random field X defined by the construc-

tion (1), where $Z = (Z_t; t \in T_3)$ is a family of i.i.d. random variables such that $P[Z_t = 0] = \gamma_1 = 1 - P[Z_t = 1]$, $t \in T_3$. Then $P = \text{dist}(X) \in \mathcal{K}(\mathcal{P}, \gamma)$. It is easy to see that X is again a MRF on T_3 and it is possible (although rather cumbersome) to calculate its parameters $\tilde{\alpha}$ (see (3)) as functions of the "old" parameters α and of $\gamma = (\gamma_1, 1 - \gamma_1)$. Consequently, we can calculate the "heterophase" potential as well: $\tilde{U} = \tilde{U}(v_1, \gamma_1)$. We have the following surprising result:

Theorem 7. There exists a constant $v^* > 0$ such that for any $0 < v_1 < v^*$ there is a $\gamma = (\gamma_1, 1 - \gamma_1) \in \Gamma$ for which $|\mathcal{G}(\tilde{U})| = 1$, where $\tilde{U} = \tilde{U}(v_1, \gamma_1)$. In other words, the heterophase potential does not admit a phase transition.

The complete proofs of all these results together with an analysis of more realistic model systems will appear elsewhere.

In conclusion, the author expresses his sincere thanks to A.S. Shumovsky for suggesting the problem and for many stimulating discussions. Useful conversations with H.-O. Georgii and E. Presutti are also gratefully acknowledged.

References

1. Asumovsky A.S., Yukalov V.I. Physica A, 1982, 110, p.518.
2. Shumovsky A.S., Yukalov V.I. JINR, D2,4-83-179, Dubna, 1983, p.223.
3. Kornfel'd I.V., Sinai Ya.G., Fomiv S.V. Ergodic Theory. "Nauka", M., 1980.
4. Ruelle D. Statistical Mechanics: Rigorous Results. Benjamin, New York, 1969.
5. Bratelli O., Robinson D.W. Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics 1. Springer, New York-Heidelberg-Berlin, 1979.
6. Preston C. Gibbs States on Countable Sets. Cambr. Univ.Press, Cambridge, 1974.
7. Spitzer F. Ann.Probab., 1975, 3, p.387.