

УДК 535-14;530.182;621.373.8

## ВОЛНОВОДНЫЙ РЕЖИМ ГЕНЕРАЦИИ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2018 г. А. Н. Бугай<sup>1</sup>, С. В. Сазонов<sup>2</sup>, \*

<sup>1</sup>Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Московская область, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение Национальный исследовательский центр  
“Курчатовский институт”, Москва, Россия

\*E-mail: sazonov.sergey@gmail.com

Исследован оптический метод генерации широкополосного терагерцевого излучения в градиентном волноводе. Рассмотрены явления захвата в волновод оптического и терагерцевого импульсов. Показано, что данный захват происходит в условиях филаментации и возможен как в случае нормальной, так и аномальной групповой дисперсии оптического сигнала.

DOI: 10.1134/S0367676518080100

### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время все большую популярность обретают исследования по различным способам генерации терагерцевого излучения [1–4]. Связано это с возможными приложениями данного излучения в медицине, системах безопасности, восстановления изображений и других областях. Терагерцевый диапазон является наименее изученным в плане взаимодействия электромагнитных волн с веществом.

Наиболее эффективным является оптический метод генерации в квадратично-нелинейной среде. Суть его заключается в распаде каждого входного оптического фотона на терагерцевый фотон и оптический фотон меньшей частоты. Согласно закону сохранения энергии–импульса для такого элементарного процесса имеем:  $\omega(\vec{k}) = \omega(\vec{k} - \vec{q}) + \Omega(\vec{q})$ . Здесь  $\omega$  и  $\vec{k}$  – частота и волновой вектор оптического фотона,  $\Omega$  и  $\vec{q}$  – частота и волновой вектор терагерцевого фотона. Так как  $\Omega \ll \omega$ , то  $q \ll k$ . Поэтому справедливо разложение в ряд  $\omega(\vec{k} - \vec{q}) = \omega(\vec{k}) - \vec{q} \cdot \partial\omega/\partial\vec{k} = \omega(\vec{k}) - \vec{q} \cdot \vec{v}_g$ , где  $\vec{v}_g$  – групповая скорость, соответствующая несущей частоте оптического импульса. Тогда имеем черенковское условие  $\vec{q} \cdot \vec{v}_g = \Omega$  или  $v_g \cos \theta = v_{ph}$ , где  $v_{ph} = \Omega/q$  – фазовая скорость, соответствующая терагерцевому сигналу,  $\theta$  – угол между направлениями распространения оптического и терагерцевого импульсов. В коллинеарном режиме ( $\theta = 0$ ) условие синхронизма имеет вид резонанса Захарова–Бенни:  $v_g(\omega) = v_{ph}(\Omega)$ , т.е. групповая скорость оптического импульса равна фазовой скорости терагерцевого сигнала. Рассмотренный процесс распада фотона эффективен, если ширина  $\delta\omega$  спектра оптического сигнала достигает терагерцевого диапазона.

Для спектрально ограниченного сигнала длительностью  $\tau_p$  имеем  $\delta\omega \sim 1/\tau_p$ . В то же время  $\delta\omega \sim \Omega$ , поэтому  $\Omega\tau_p \sim 1$ , т.е. генерируемый терагерцевый импульс является широкополосным и содержит порядка одного периода колебаний.

Условию резонанса Захарова–Бенни обычно очень трудно удовлетворить, так как скорости  $v_g$  и  $v_{ph}$  значительно различаются между собой как в случае диэлектриков, так и в случае полупроводников. В неколлинеарном же режиме генерации оптический и терагерцевый импульсы быстро расходятся и эффективность генерации очень незначительна (порядка  $10^{-6}$  по энергии). Большую популярность для повышения эффективности генерации получил метод наклонных волновых фронтов оптического импульса [5, 6]. В этом случае  $\theta$  – это угол между фазовой и лучевой нормальными оптического сигнала. В результате эффективность генерации удалось поднять до  $10^{-4}$ – $10^{-3}$ .

В настоящей работе исследуется коллинеарный режим генерации в градиентном фокусирующем волноводе.

### АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Для огибающей  $\psi$  оптического импульса и электрического поля  $E$  терагерцевого сигнала получена система уравнений

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + \alpha E \psi + \omega g_\omega(\vec{r}_\perp) \psi - ig_\omega(\vec{r}_\perp) \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \frac{c}{2n\omega} \Delta_\perp \psi, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\beta \frac{\partial}{\partial \tau} (|\psi|^2) - g_T(\vec{r}_\perp) \frac{\partial E}{\partial \tau} + \frac{c}{2n_T} \Delta_\perp \int_{-\infty}^{\tau} E d\tau'. \quad (2)$$

Здесь  $c$  – скорость света в вакууме,  $z$  – направление распространения, задаваемое волноводом,  $\Delta_{\perp}$  – поперечный лапласиан,  $\vec{r}_{\perp}$  – поперечный радиус-вектор, берущий начало на оси волновода,  $t = t - z/v_g$ ,  $n$  и  $n_T$  – показатели преломления на оси волновода в оптическом и терагерцевом диапазонах

$$\text{соответственно, } \alpha = \frac{4\pi\chi^{(2)}(\omega, 0)\omega}{cn_T}, \beta = \frac{4\pi\chi^{(2)}(\omega, -\omega)}{cn_T},$$

$\chi^{(2)}$  – нелинейная восприимчивость второго порядка,  $k_2$  – коэффициент групповой дисперсии,  $g_{\omega}(\vec{r}_{\perp}) = \frac{2\pi}{cn} f_{\omega}(\vec{r}_{\perp})$ ,  $g_T(\vec{r}_{\perp}) = \frac{2\pi}{cn_T} f_T(\vec{r}_{\perp})$ ,  $f_{\omega}(\vec{r}_{\perp}) = \frac{n^2(\vec{r}_{\perp}) - n^2}{n^2 - 1}$ ,  $f_T(\vec{r}_{\perp}) = \frac{n_T^2(\vec{r}_{\perp}) - n_T^2}{n_T^2 - 1}$ ,  $n(\vec{r}_{\perp})$  – оптический показатель преломления, зависящий от поперечной координаты,  $n_T(\vec{r}_{\perp})$  – терагерцевый показатель преломления, зависящий от поперечной координаты. При этом на оси волновода, где  $\vec{r}_{\perp} = 0$ , имеем  $g_{\omega}(\vec{r}_{\perp}) = f_{\omega}(\vec{r}_{\perp}) = g_T(\vec{r}_{\perp}) = f_T(\vec{r}_{\perp}) = 0$ .

Проведем аналитическое исследование, используя метод усредненного лагранжиана [7–11].

В одномерном случае, при  $g_{\omega} = g_T = \Delta_{\perp} = 0$ , система (1), (2) имеет односолитонное решение вида

$$\Psi = \frac{|k_2|}{\tau_p} \sqrt{\frac{\Omega}{\alpha\beta}} \times \exp\left\{i\left[\frac{k_2}{2}\left(\frac{1}{\tau_p^2} - \Omega^2\right) - \Omega\tau\right]\right\} \text{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right), \quad (3)$$

$$E = -\frac{k_2}{\alpha\tau_p^2} \text{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right), \quad (4)$$

где

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_g} - k_2\Omega. \quad (5)$$

В общем случае системе (1), (2) соответствует лагранжиан

$$L = L_{\omega} + L_T + L_{int}, \quad (6)$$

где

$$L_{\omega} = \frac{i}{2} \left( \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial z} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial z} \right) - \frac{k_2}{2} \left| \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} \right|^2 + \frac{c}{2n\omega} |\nabla_{\perp} \Psi|^2 - \frac{n^2 - 1}{2cn} \omega f_{\omega} |\Psi|^2 + i \frac{n^2 - 1}{4cn} f_{\omega} \left( \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial \tau} \right), \quad (7)$$

$$L_T = -\frac{\alpha}{2\beta} \frac{\partial Q}{\partial z} \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\alpha}{\beta} \frac{c}{4n_T} (\nabla_{\perp} Q)^2 - \frac{\alpha}{\beta} \frac{n_T^2 - 1}{4cn_T} f_T \left( \frac{\partial Q}{\partial \tau} \right)^2, \quad (8)$$

$$L_{int} = -\alpha |\Psi|^2 \frac{\partial Q}{\partial \tau}. \quad (9)$$

Здесь

$$E = \frac{\partial Q}{\partial \tau}. \quad (10)$$

Отталкиваясь от (3)–(5) и принимая во внимание (10), пробные решения для учета поперечных координат выберем в виде:

$$\Psi = k_2 \sqrt{\frac{\Omega}{\alpha\beta}} \rho \exp\left[-i\left(\frac{n\omega}{c}\varphi + \Omega\tau\right)\right] \times \text{sech}[\rho(\tau + k_2\Omega z)], \quad (11)$$

$$Q = -\frac{k_2}{\alpha} \rho \text{th}[\rho(\tau + k_2\Omega z)], \quad (12)$$

где  $\rho$  и  $\varphi$  – неизвестные функции координат.

Подставляя (11), (12) в (7)–(9), после интегрирования по  $\tau$  будем иметь

$$\int_{-\infty}^{+\infty} L d\tau = 2 \frac{k_2^2 n \omega \Omega}{c \alpha \beta} \Lambda, \quad (13)$$

где “усредненный лагранжиан”

$$\Lambda = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \rho \frac{(\nabla_{\perp} \varphi)^2}{2} + \frac{ck_2}{2n\omega} \left( \frac{\rho^3}{3} - \Omega^2 \rho \right) - \frac{n^2 - 1}{2n^2} \left( 1 - \frac{\Omega}{\omega} \right) f_{\omega} \rho - \frac{n_T^2 - 1}{6nn_T\omega\Omega} f_T \rho^3 + \frac{c^2}{12nn_T\omega\Omega} \left[ \frac{\pi^2}{6} - 1 + 2 \frac{n_T\Omega}{n\omega} \left( \frac{\pi^2}{12} + 1 \right) \right] \frac{(\nabla_{\perp} \rho)^2}{\rho}. \quad (14)$$

При получении дифракционной части “усредненного лагранжиана” в расходящемся слагаемом совершена замена [8]  $\text{th}^2[\rho(\tau + k_2\Omega z)] = 1 - \text{sech}^2[\rho(\tau + k_2\Omega z)] \rightarrow -\text{sech}^2[\rho(\tau + k_2\Omega z)]$ .

Записывая для  $\rho$  и  $\varphi$  уравнения Эйлера–Лагранжа с учетом (22), приходим к системе уравнений для эффективной квантовой бозе-жидкости [10, 11]

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + \nabla_{\perp} (\rho \nabla_{\perp} \varphi) = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{(\nabla_{\perp} \varphi)^2}{2} + \frac{ck_2}{2n\omega} (\rho^2 - \Omega^2) - \frac{n^2 - 1}{2n^2} f_{\omega} - \frac{n_T^2 - 1}{2nn_T\omega\Omega} f_T \rho^2 = \frac{1}{3} \left( \frac{\pi^2}{6} - 1 \right) \frac{c^2}{nn_T\omega\Omega} \frac{\Delta_{\perp} \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}}. \quad (16)$$

Здесь мы учли, что  $\Omega \ll \omega$ . Поэтому дифракционная длина терагерцевой компоненты значительно меньше дифракционной длины оптической составляющей.

Совершив преобразование Маделунга [12], введем комплексную функцию

$$\Phi = \sqrt{\rho} \exp\left[\frac{i}{2a} \left( \varphi + \frac{ck_2\Omega^2}{n\omega} z \right)\right]. \quad (17)$$

Тогда система (15), (16) переходит в нестационарное модифицированное уравнение Гросса–Питаевского для двумерного бозе-конденсата

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -a \Delta_{\perp} \Phi + b |\Phi|^4 \Phi - g \Phi, \quad (18)$$

где  $a = 0.33c / \sqrt{nn_T \omega \Omega}$ ,

$$b = \frac{c}{4an\omega} \left( k_2 - \frac{n_T^2 - 1}{n_T c \Omega} f_T(\vec{r}_{\perp}) \right), \quad (19)$$

$$g = \frac{n^2 - 1}{4an^2} f_{\omega}(\vec{r}_{\perp}). \quad (20)$$

Последнее слагаемое в правой части (18) описывает внешнее поле (ловушку). Как видно из (20), оно соответствует оптическому волноводу. Терагерцевый волновод вносит дополнительный вклад в самодействие конденсата (второе слагаемое в правой части (18)).

Рассмотрим случай планарной дифракции в однородной среде с аномальной групповой дисперсией ( $\Delta_{\perp} = 0$ ,  $k_2 < 0$ ,  $f_T = f_{\omega} = 0$ ). Тогда локализованное решение уравнения (18) имеет вид:

$$\Phi = \left( \frac{3a}{4|b|R_{\perp}^2} \right)^{1/4} \exp\left( i \frac{az}{4R_{\perp}^2} \right) \operatorname{sech}^{1/2} \left( \frac{x}{R_{\perp}} \right). \quad (21)$$

Здесь  $R_{\perp}$  – поперечный размер оптического импульса.

Отсюда и из (17) находим  $R_{\perp} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\pi^2}{6} - 1 \right) \frac{c}{n_T \Omega |k_2|} \tau_p}$ ,

$$\rho = \left( \frac{3a}{|b|} \right)^{1/2} \frac{1}{2R_{\perp}} \operatorname{sech} \left( \frac{x}{R_{\perp}} \right), \quad (22)$$

$$\varphi = \left[ \frac{1}{12} \left( \frac{\pi^2}{6} - 1 \right) \frac{c^2}{nn_T \omega \Omega R_{\perp}^2} + \frac{c|k_2| \Omega^2}{n\omega} \right] z. \quad (23)$$

Так как  $\rho_0 = \frac{1}{2R_{\perp}} \sqrt{\frac{3a}{|b|}} = \frac{1}{\tau_p}$ , где  $\tau_p$  – длительность оптического импульса в центре пули, то

$$R_{\perp} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\pi^2}{6} - 1 \right) \frac{n_{\perp}}{c \Omega |k_2|} R_{\parallel}}. \quad (24)$$

Здесь мы ввели продольный размер импульса  $R_{\parallel} = c \tau_p / n_T$ . Отсюда находим

$$\Omega = 0.32 \frac{n_T}{c |k_2|} \left( \frac{R_{\parallel}}{R_{\perp}} \right)^2. \quad (25)$$

Таким образом, красный сдвиг частоты увеличивается при поперечной фокусировке пули.

Исследуем вопрос устойчивости оптико-терагерцевой пули. Для этого будем искать автомодельное решение системы (16), (17) [13, 9–11]:

$$\rho = \frac{1}{\tau_p} \frac{R_0}{R_{\perp}} F \left( \frac{x}{R_{\perp}} \right), \quad \varphi = f + \frac{x^2}{2} \frac{R'_{\perp}}{R_{\perp}}, \quad (26)$$

где  $R_0$  – входная поперечная апертура солитона.

Теперь  $R_{\perp}$  зависит от  $z$ , а  $F$ , согласно (22), выбираем в виде  $F = \operatorname{sech}(x/R_{\perp})$ .

Учитывая также, что  $f_{\omega} = -x^2/a_{\omega}^2$ ,  $f_T = -x^2/a_T^2$  (где  $a_{\omega}$  и  $a_T$  – характерные масштабы поперечной неоднородности волновода в оптическом и терагерцевом диапазонах соответственно), после подстановки (26) в (16) и (17), найдем в приосевом ( $x^2/R_{\perp}^2 \ll 1$  [13, 11]) приближении

$$f = \frac{ck_2}{2n\omega} \Omega^2 - \left[ \frac{ck_2}{2n\omega} \frac{R_0^2}{\tau_p^2} + \frac{1}{6} \left( \frac{\pi^2}{6} - 1 \right) \frac{c^2}{nn_T \omega \Omega} \right] \frac{1}{R_{\perp}^2}, \quad (27)$$

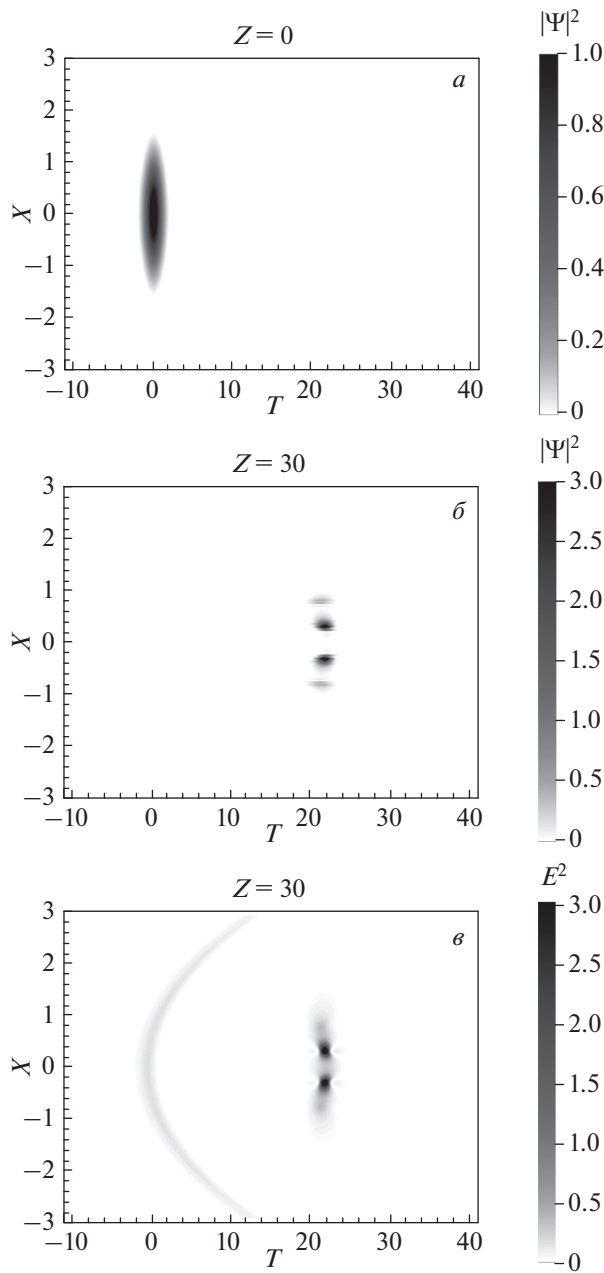
$$R_{\perp}'' = -\frac{\partial U}{\partial R_{\perp}}, \quad (28)$$

$$U = \frac{n^2 - 1}{2n^2 a_{\omega}^2} R_{\perp}^2 + \frac{n_T^2 - 1}{nn_T \omega \Omega a_T^2} \frac{R_0^2}{\tau_p^2} \ln \left( \frac{R_{\perp}}{R_0} \right) + \frac{c}{n\omega} \left[ \frac{k_2 R_0^2}{\tau_p^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi^2}{6} - 1 \right) \frac{c}{n_T \Omega} \right] \frac{1}{R_{\perp}^2}. \quad (29)$$

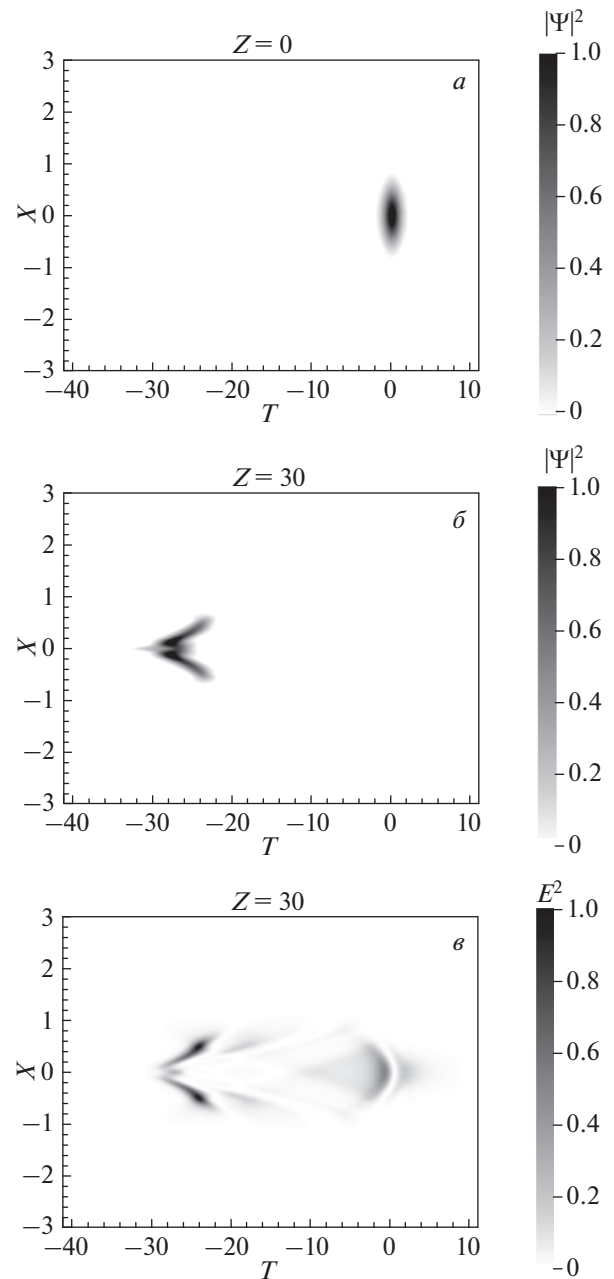
Уравнение (28) аналогично второму закону Ньютона для частицы единичной массы, движущейся во внешнем поле, характеризуемом потенциальной энергией  $U(R_{\perp})$ .

Пусть среда является однородной ( $a_{\omega} = a_T \rightarrow \infty$ ). Учитывая также (24), имеем  $U = 0$ . Следовательно,

$R_{\perp}'' = 0$  и  $R_{\perp} = R(0) + R'(0)z$ . Малые входные искривления волнового фронта оптического импульса приводят к тому, что в этих местах  $R'(0) \neq 0$ . Тогда одни участки фокусируются ( $R'(0) < 0$ ), другие дефокусируются ( $R'(0) > 0$ ). За счет этой мелкомасштабной самофокусировки происходит филаментация. Поэтому, вообще говоря, рассмотренная выше пуля неустойчива. В то же время при нормальной групповой дисперсии выражение в квадратных скобках (29) положительно, что эквивалентно дефокусировке в однородной среде. Фокусирующий волновод описывается первыми двумя слагаемыми в правой части (29). Видно, что оптический фокусирующий волновод формирует минимум в зависимости  $U(R_{\perp})$ . Это эквивалентно эффективному захвату генерируемого терагерцевого излучения. Что касается терагерцевого волновода, то проведенное выше теоретическое рассмотрение не позволяет сделать аналогичный вывод.



**Рис. 1.** Генерация терагерцевого импульса в фокусирующем оптико-терагерцевом волноводе при аномальной оптической групповой дисперсии. Филаментация оптического импульса сопровождается поперечным раздвоением терагерцевого сигнала. Амплитуды полей нормированы на входное пиковое значение для оптической компоненты.



**Рис. 2.** Генерация терагерцевого импульса в фокусирующем терагерцевом волноводе в режиме нормальной оптической групповой дисперсии. Фокусировка оптической компоненты сопровождается ярко выраженной продольно-поперечной филаментацией терагерцевого сигнала. Амплитуды полей нормированы на входное пиковое значение для оптической компоненты.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Теоретический анализ, проведенный в предыдущем разделе, является усредненным, а поэтому достаточно грубым и не способным описать достаточно тонкие, в том числе мелкомасштабные эффекты. К тому же данный теоретический ана-

лиз не способен описать процесс генерации терагерцевого импульса при его отсутствии на входе в нелинейный кристалл.

В ходе моделирования в кристалл подавался оптический сигнал, огибающая которого имела вид  $\psi = \psi_0 \operatorname{sech} T \operatorname{sech} X$ , а координаты обезразмерива-

лись следующим образом:  $T = \tau/\tau_p$ ,  $X = x/R_0$ ,  $Z = z\tau_p^2/k_2$ .

На рис. 1 проиллюстрирована генерация терагерцевого излучения в оптико-терагерцевом фокусирующем волноводе при аномальной групповой дисперсии в оптическом диапазоне. Налицо филаментация оптического импульса, сопровождаемая отчетливым поперечным разбиением на две части терагерцевого сигнала. Данный процесс филаментации находится в согласии с выводом предыдущего раздела о неустойчивости оптико-терагерцевой пули.

На рис. 2 изображен процесс генерации в терагерцевом ( $a_\omega \rightarrow \infty$ ) фокусирующем волноводе при нормальной оптической групповой дисперсии. В этом случае филаментация оптического импульса уже не так явно выражена. Генерируемый терагерцевый сигнал захватывает его в волновод, сам при этом испытывая как поперечную, так и продольную филаментацию в рамках волновода.

Численные эксперименты показывают, что при нормальной оптической групповой дисперсии локализация излучения в фокусирующем волноводе происходит значительно слабее, чем при аномальной групповой дисперсии. Это и понятно, так как в отсутствие волновода при  $k_2 > 0$  локализация не происходит вообще.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведенное исследование показывает, что уже в планарном случае волноводная динамика оптико-терагерцевого сигнала происходит в режимах мелкомасштабной филаментации. Поэтому теоретический анализ, основанный на методе усредненного лагранжиана, может лишь качественно описать динамику. Особенно это касается процесса генерации, когда на входе в среду присутствует только оптическая компонента. Согласие теории с численными экспериментами может оказаться лучше, если более удачно выбрать пробные решения, отталкиваясь от результатов численного моделирования. В этом

вопросе аналитические и численные подходы могут взаимно дополнять друг друга.

При дальнейшем исследовании немалый интерес представляет отход от планарного приближения. Не исключено, что учет еще одной поперечной координаты способен кардинально изменить волноводную динамику оптико-терагерцевых импульсов, подобно тому, как это имеет место при самофокусировке оптических пучков в средах с керровской нелинейностью [14].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-02-00453а).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kitaeva G.Kh.* // Laser Phys. Lett. 2008. V. 5. P. 559.
2. *Сазонов С.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2012. Т. 141. № 4. С. 281.
3. *Hirori H., Tanaka K.* // J. Phys. Soc. Japan. 2016. V. 85. P. 082001-1.
4. *Бугай А.Н., Сазонов С.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 7. С. 850.
5. *Hebling J., Almasi G., Cosma I.Z.* // Optics Express. 2002. V. 10. P. 1161.
6. *Степанов А.Г., Мельников А.А., Компанец В.О., Чекалин С.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 85. № 5. С. 279.
7. *Жданов С.К., Трубников Б.А.* // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 1612.
8. *Сазонов С.В.* // ЖЭТФ. 2004. Т. 125. № 6. С. 1409.
9. *Сазонов С.В.* // ЖЭТФ. 2006. Т. 130. № 1(7). С. 145.
10. *Sazonov S.V., Mamaikin M.S., Komissarova M.V., Zakharova I.G.* // Phys. Rev. E. 2017. V. 96. № 2. 022208-1.
11. *Sazonov S.V.* // Phys. of Wave Phenomena. 2016. V. 24. № 1. P. 31.
12. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны. От световодов к фотонным кристаллам. Москва: Физматлит, 2005. 648 с.
13. *Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В.* // УФН. 1967. Т. 93. № 1. С. 19.
14. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 8: электродинамика сплошных сред. Москва: Наука, 1982.