

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

ФЕДОРУК

Сергей Алексеевич

КЛАССИЧЕСКИЕ И КВАНТОВЫЕ МОДЕЛИ
СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ МЕХАНИКИ
И ЧАСТИЦ ВЫСШИХ СПИНОВ

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна 2017

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова
Объединенного института ядерных исследований

Официальные оппоненты: Белавин Александр Абрамович,
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН, профессор,
Институт теоретической
физики им. Л.Д. Ландау РАН,
главный научный сотрудник

Зиновьев Юрий Михайлович,
доктор физико-математических наук,
Институт физики высоких энергий,
главный научный сотрудник

Лавров Петр Михайлович,
доктор физико-математических наук, профессор,
Томский государственный педагогический
университет,
заведующий кафедрой математического анализа

Ведущая организация: Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

Защита диссертации состоится «_____» _____ 2017 года в «_____» на
заседании диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединенном институте
ядерных исследований (Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголю-
бова) по адресу: 141980, г. Дубна, Московская область, ЛТФ ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте Объеди-
ненного института ядерных исследований
(http://wwwinfo.jinr.ru/announce_disser.htm).

Автореферат разослан «_____» _____ 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 720.001.01, д.ф.-м.н.

Арбузов
Андрей Борисович

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Современное понимание физических основ материи и развитие физики элементарных частиц невозможны без опережающего развития теории фундаментальных взаимодействий. В связи с этим существует интерес к новым подходам в квантовой теории и физике частиц, которые в синтезе с уже имеющимися достижениями позволили бы сформулировать единую унифицированную теорию всех взаимодействий.

Важным атрибутом большинства современных единых теорий является наличие суперсимметрии из-за впечатляющей эффективности ее при решении проблемных задач в физике высоких энергий и благодаря богатому и мощному математическому аппарату теории. Особую значимость приобретает применение суперсимметрии при описании точечных и протяженных объектов – суперчастиц и суперструн.

Модели суперсимметричной квантовой механики, описывающие движение частиц с (изо)спином на искривленном многообразии, являются одним из эффективных инструментов изучения геометрии конфигурационного или фазового пространств рассматриваемых динамических систем, с возможностью получения новых, не изученных ранее, структур дифференциальной геометрии. В настоящее время требуют детального изучения геометрии де Рама и Дольбо с кручениями, в частности, НКТ и би-НКТ пространства, а также квазикомплексные многообразия, что связано с их фундаментальной ролью в современных формулировках суперструнных моделей и М-теории, в анализе квантовых свойств теорий с низкоэнергетической суперсимметрией и в космологических моделях.

Актуальной проблемой является также построение новых моделей суперконформной механики, имеющей большое значение в AdS/CFT соответствии и теории интегрируемых систем. Современные проблемы в суперконформной механике связаны как с получением оригинальных моделей, обладающих \mathcal{N} -расширенной суперконформной симметрией с большими \mathcal{N} , так и с созданием новых $d=1$ суперкон-

формных многочастичных систем. Этот интерес к моделям конформной и суперконформной механик также вызван применением их к описанию движения (супер)частиц в пространствах с AdS-геометриями вблизи горизонта черных дыр и возможностью прямого обобщения к системам с нерелятивистской конформной симметрией Галилея, возникающей как предел $c \rightarrow \infty$ в контракции релятивистской конформной алгебры. При учете связи суперконформной механики с $D=4$ суперсимметричными моделями с помощью редукции, важную роль играют $\mathcal{N}=4$ суперконформные системы, симметрии которых описываются в общем супергруппой $D(2, 1; \alpha)$.

Эффективным способом немассового описания суперсимметричных моделей и их возможных обобщений является суперполевой подход, для получения которого зачастую требуется использовать дополнительные математические инструменты. Среди них особую роль играет метод гармонического суперпространства, впервые использованный в $D=4$ суперсимметричных теориях с расширенной суперсимметрией. В моделях $\mathcal{N}=4$ суперсимметричной механики подход гармонического суперпространства, разработанный Е. Ивановым и О. Лехтенфельдом, позволяет вводить новые инвариантные члены в суперполевое действие и рассматривать нетривиальные взаимодействия различных супермультиплетов. Является актуальным получение новых моделей $\mathcal{N}=4$ суперконформной механики с дополнительными полудинамическими переменными, которые описываются $d=1$ действием Черна-Саймонса и после квантования реализуют (изо)спиновые степени свободы.

Использование дополнительных переменных является необходимым также при изучении моделей с целевой суперсимметрией – суперчастиц или суперструн. Одним из главных примеров таких переменных являются твисторы Р. Пенроуза, имеющих естественное применение для описания безмассовых моделей. Актуальной проблемой является твисторная формулировка массивных (супер)частиц и (супер)струн с натяжением, что особенно важно из-за имеющихся многих открытых вопросов, связанных с построением теории полей высших спинов, обладающих массой, и эффективностью твисторного формализма в описании симметрий из-за осцилляторного вида генераторов симметрий в твисторном подходе.

В случае протяженных объектов связь твисторного и простран-

ственно-временного подходов мало изучена, что требует нахождения формулировки твисторной (супер)струны со стандартными твисторными коммутационными соотношениями, воспроизводящей при этом пространственно-временное (супер)струнное действие посредством подходящей нелинейной замены переменных и последующей фиксации калибровок. Изучение твисторных струнных формулировок стало особенно актуальным после нахождения новых моделей открытых твисторных струн без натяжений в исследованиях Э. Виттена и Н. Берковица, инициировавших применение твисторных методов в калибровочных теориях супер-Янга-Миллса.

Отмеченные обстоятельства оправдывают также использование в моделях спиновых (супер)частиц, частиц высших спинов и протяженных объектов дополнительных бозонных переменных, среди которых выделенную роль играют спинорные лоренцевы гармоники, применение которых позволяет логически последовательно получать новые эквивалентные формулировки физических моделей.

Твисторные и гармонические переменные являются эффективными в суперсимметричных теориях, в которых алгебра суперсимметрии содержит тензорные центральные заряды, коммутирующие с генераторами супертрансляций. Интерес к данным моделям связан, в частности, с возникающими проблемами при построении M -теории, где тензорные центральные заряды в алгебре суперсимметрии соответствуют топологическим вкладам супербранных конфигураций, а также при обобщении симметрии Пуанкаре до симметрии Максвелла. Рассмотрение таких систем актуально при изучении движения частиц фиксированного спина в обобщенном пространстве-времени, геометрия которого генерируется постоянным электромагнитным полем, а также частиц высших спинов – как впервые отмечалось К. Фронсдалом, система безмассовых полей высших спинов обладает обобщенной конформной симметрией $Sp(8)$ и имеет элегантное описание в десятимерном пространстве-времени, расширенном тензорными координатами. Простым и, в то же время, мощным инструментом в анализе геометрической структуры таких пространств является изучение состояний частиц, распространяющихся в них. Динамические реализации этой конструкции воспроизводят развернутую формулировку М.А. Васильева теории полей высших спинов, но ее суперсимметризация не сохраняет

условие $\mathcal{N}=1$ киральности, лежащей в основе геометрического подхода в обычной $\mathcal{N}=1$ супергравитации. Вследствие этого, является актуальным построение моделей частиц и суперчастиц с другими симметриями высших спинов. Среди наиболее важных выделяются такие, которые позволяют рассматривать единообразно произвольные спины как в безмассовом, так и в массивном случаях, в соответствии со струнной концепцией элементарных частиц. Именно этим проблемам посвящены диссертационные исследования.

Цели и задачи исследования

Целью этой работы есть построение и изучение новых моделей суперсимметричной квантовой механики, новых формулировок массивных и безмассовых спиновых частиц и суперчастиц, а также частиц высших спинов и расширенных объектов.

Для достижения поставленной цели решались следующие основные задачи:

- Построение моделей \mathcal{N} -расширенной суперсимметричной механики со взаимодействием динамических, полудинамических и нединамических калибровочных супермультиплетов, включая суперрасширения многочастичных конформных систем, и динамических систем с суперконформной симметрией Галилея.
- Исследование комплексов де Рама и Дольбо с кручениями, а также гиперкелеровой, би-гиперкелеровой и октонионно-келеровой геометрий с кручениями, с помощью \mathcal{N} -расширенной суперсимметричной механики.
- Развитие твисторных и пространственно-временных формулировок безмассовых и массивных спиновых частиц с установлением координатных и полевых преобразований Пенроуза, а также моделей с тензорными центральными зарядами, включая системы с симметрией Максвелла.
- Построение моделей частиц и суперчастиц высших спинов, в том числе безмассовых систем с бозонным аналогом суперсимметрии

и битвисторных моделей массивных частиц высших спинов, с нахождением квантового спектра и полевых твисторных преобразований.

- Развитие твисторных методов в описании динамики расширенных объектов, включая построение твисторной формулировки струны с натяжением, производящей канонические правила квантования твисторного струнного поля.

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту

1. Построены составные сигма-модели суперсимметричной квантовой механики, основанные на взаимодействии динамических, спиновых и калибровочных мультиплетов и обладающие расширенной суперсимметрией, включая $\mathcal{N}=4$ суперконформное расширение многочастичной спиновой модели Калоджеро с $D(2, 1; \alpha)$ -симметрией. Найдены квантовые операторы симметрий моделей и определен их физический спектр. Установлено взаимно-однозначное соответствие между наличием $\mathcal{N}=4$ суперсимметрии в системе с полудинамическим $(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{1})$ мультиплетом и уравнениями Нама для спиновых переменных, как на классическом уровне, так и в квантовом случае.
2. Исследованы модели $\mathcal{N}=2$ суперсимметричной квантовой механики, определяющие комплексы де Рама и Дальбо с кручениями, а также общие $\mathcal{N}=4$ модели с НКТ и би-НКТ геометриями, описывающие взаимодействие обычных и зеркальных $(\mathbf{4}, \mathbf{4}, \mathbf{0})$ мультиплетов и порождающие, в результате гамильтоновой редукции, твистованные келеровы модели с дополнительными голоморфными членами в суперполевым действии. Определена структура суперзарядов, приводящая к новому геометрическому определению би-НКТ и ОКТ геометрий.
3. Изучены новые динамические системы с конформной симметрией Галилея, построенные с использованием метода нелинейных реализаций и обратного эффекта Хиггса. С помощью редукции Иноню-Вигнера релятивистских суперконформных алгебр найдены \mathcal{N} -расширенные суперконформные алгебры Галилея в $1 \leq d \leq 5$ пространственных измерениях.

4. Построена модель релятивистской частицы, спиновые степени свободы которой описываются коммутирующим вейлевским спинором. Выполнено каноническое квантование и квантование с помощью функционального интеграла. Найден физический спектр модели, в котором вейлевский спинор играет роль индексного спинора.
5. Построены битвисторные модели массивных релятивистских частиц с произвольным фиксированным спином, твисторные волновые функции которых определены на фактор-пространстве $SL(2, \mathbb{C})/SU(2)$. Найденны координатные и полевые твисторные преобразования, связывающие пространственно-временное и твисторное описания, и проведено обобщение на случай массивной частицы высшего спина.
6. Изучены модели $D=4$ $\mathcal{N}=1$ суперчастицы с тензорными центральными зарядами, включая их твисторные формулировки, и установлена связь этих моделей с псевдоклассическим описанием спиновой частицы в массивном случае. Построена модель релятивистской частицы с дополнительными тензорными переменными, обладающая симметрией Максвелла и описывающая взаимодействие с постоянным внешним электромагнитным полем.
7. Построены и изучены новые модели безмассовых частиц и суперчастиц высших спинов, инвариантные относительно бозонного аналога суперсимметрии с сохранением условия киральности в суперсимметричном случае. Найдена (супер)твисторная формулировка, определены симметрии высших спинов в модели с бозонной суперсимметрией и построено ее суперсимметричное $SU(3, 2|1)$ -обобщение.
8. Представлена новая модель частицы высших спинов, в которой модель с “развернутой” формулировкой и модель частицы с бозонной суперсимметрией возникают как результат двух разных частичных фиксаций калибровок. Построена твисторная формулировка и представлено решение уравнений полей высших спинов через твисторный препотенциал.

9. Построено битвисторное действие бозонной струны с натяжением, генерирующее после частичных фиксаций калибровок билинейное твисторное действие. Найдены связи первого рода твисторной струнной модели, включающие две связи Вирасоро и две $U(1) \otimes U(1)$ связи Каца-Мури фазовых преобразований струнных твисторов.

Степень достоверности

Для решения поставленных задач использованы хорошо апробированные методы теоретической и математической физики. Результаты диссертации опубликованы в рецензируемых журналах и прошли апробацию в виде докладов на научных конференциях. Следствия из полученных результатов для различных частных случаев совпадают с результатами, полученными другими авторами.

Научная новизна

В диссертации развиты новые направления, связанные с созданием новых подходов к решению важной задачи современной теоретической физики – построению самосогласованных моделей физических объектов, а именно, элементарных частиц и струн, как неотъемлемых частей будущей единой физической теории. В частности,

- предложен подход, использующий составные системы с полудинамическими степенями свободы, для построения новых моделей суперсимметричной квантовой механики, включая системы с расширенной суперконформной симметрией;
- разработаны оригинальные методы описания безмассовых и массивных частиц и суперчастиц высших спинов на основе обобщенного твисторного подхода и с использованием новых симметрий динамических систем.

Все основные результаты, выносимые на защиту, являются новыми, среди которых отметим:

1. Введено взаимодействие динамических и полудинамических $\mathcal{N}=4$ супермультиплетов в гармоническом $\mathcal{N}=4$ суперпростран-

стве и на ее основе впервые получены методом суперполевого калибрования новые матричные модели расширенной суперконформной механики, включая $\mathcal{N}=4$ суперконформное расширение многочастичной спиновой модели Калоджеро с $D(2, 1; \alpha)$ -симметрией.

2. Построена новая модель, описывающая взаимодействие динамического $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{3})$ и спинового $(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{1})$ $\mathcal{N}=4$ супермультиплетов, и доказано, что наличие уравнений Нама для полудинамических переменных обеспечивает $d=1$ суперсимметрию Пуанкаре в модели.
3. Рассмотрено описание общих би-НКТ многообразий с помощью обычных и зеркальных $(\mathbf{4}, \mathbf{4}, \mathbf{0})$ $\mathcal{N}=4$ супермультиплетов и на его основе впервые определена структура суперзарядов в би-НКТ суперсимметричной механике.
4. Предложен новый подход в теории частиц произвольного спина, который основан на использовании координат коммутирующего индексного спинора в качестве спиновых переменных и позволяет формулировать теории как массивных, так и безмассовых спиновых частиц, а также частиц и суперчастиц высших спинов.
5. Впервые построена битвисторная модель массивной спиновой частицы, твисторные спиноры которой описывают пространство группы Лоренца.
6. Введены твисторные и гармонические переменные в модель суперчастицы с тензорными центральными зарядами и впервые проведена полная классификация возможных нарушений суперсимметрии в данной теории.
7. Построены новые модели частиц и суперчастиц высших спинов, обладающие бозонной суперсимметрией и позволяющие сохранить условие $\mathcal{N}=1$ киральности в суперсимметричном случае, предложена универсальная модель частицы высшего спина, объединяющая на классическом уровне модели с четной суперсимметрией и с развернутой формулировкой.

8. Построена битвисторная модель струны Намбу-Гото и впервые найден полный набор твисторных связей для струны с натяжением.

Практическое значение результатов

Полученные результаты и разработанные методы могут найти применение в исследованиях по теоретической физике высоких энергий, квантовой теории поля, суперсимметрии и теории струн, проводимых в Объединенном институте ядерных исследований (Дубна), Физическом институте РАН (Москва), Институте физики высоких энергий (Протвино), Институте теоретической и экспериментальной физики (Москва), Институте ядерных исследований РАН (Москва), Математическом институте РАН (Москва), Петербургском институте ядерной физики РАН (Гатчина), Институте математики СО РАН (Новосибирск), Московском государственном университете, Томском государственном университете, Томском государственном педагогическом университете, а также в других вузах и организациях, где ведутся работы по теоретической физике высоких энергий.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на научных семинарах в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ, Дубна; в Отделении теоретической физики им. И.Е. Тамма, ФИАН, Москва; в Институте теоретической физики университета г. Ганновер, Германия; в Харьковском национальном университете, Украина; в Институте теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Киев, Украина; в КЕК, Цукуба и в Юкавском институте теоретической физики университета г. Киото, Япония.

Результаты исследований были представлены на многих международных конференциях и симпозиумах, в том числе на международной конференции “Supersymmetry and Quantum Field Theory”, 25-29 июля 2000, Харьков, Украина; 9-й международной конференции “Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions”, 11-17 июня 2001, Дубна; международной конференции “Quantum Electrodynamics and Statistical Physics”, 30 октября - 3 нояб-

ря 2001, Харьков, Украина; международном рабочем совещании “Supersymmetries and Quantum Symmetries (SQS’03)”, 24-29 июля 2003, Дубна; 19-м симпозиуме Макса Борна “Fundamental Interactions and Twistor-like Methods”, 28 сентября - 1 октября 2004, Вроцлав, Польша; международном рабочем совещании “Supersymmetries and Quantum Symmetries (SQS’05)”, 27-31 июля 2005, Дубна; 22-м симпозиуме Макса Борна “Quantum, Super and Twistors”, 27-29 сентября 2006, Вроцлав, Польша; 12-й международной конференции “Symmetry Methods in Physics”, 3-8 июля 2006, Ереван, Армения; 18-й международной конференции “Integrable Systems and Quantum symmetries”, 18-20 июня 2009, Прага, Чехия; 13-й международной конференции “Symmetry Methods in Physics”, 6-9 июля 2009, Дубна; международной конференции “Supersymmetry in Integrable Systems”, 1-4 августа 2011, Ганновер, Германия; XXIX международный симпозиум “Group-Theoretical Methods in Physics”, 20-26 августа 2012, Тяньцзинь, Китай; 21-й международной конференции “Integrable Systems and Quantum symmetries”, 12-16 июня 2013, Прага, Чехия; международной конференции “Supersymmetry in Integrable Systems”, 28-30 декабря 2013, Ганновер, Германия; международной конференции “Higher Spin Theory and Holography”, 02-04 июня 2015, Москва; международной конференции “Supersymmetry in Integrable Systems”, 9-13 сентября 2015, Ереван, Армения; 24-й международной конференции “Integrable Systems and Quantum symmetries”, 14-18 июня 2016, Прага, Чехия; международной конференции “Quantum Field Theory and Gravity”, 1-7 августа 2016, Томск; международной конференции “Supersymmetry in Integrable Systems”, 28-30 декабря 2016, Ганновер, Германия.

Исследования по теме диссертационной работы поддерживались грантами РФФИ (проекты №№ 06-02-16684, 08-02-90490, 09-01-93107, 09-02-01209, 11-02-90445, 12-02-00517, 13-02-91330, 13-02-90430, 16-52-12012), грантом РНФ № 16-12-10306 и грантом Минобрнауки РФ по проекту № 3.1386.2017 в рамках госзадания.

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 29 научных статьях [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29] в ведущих российских и зарубежных журналах,

входящих в перечень ВАК РФ, в 13 сборниках трудов международных конференций [30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42], а также в научной статье [43] в журнале, который не входит в перечень ВАК РФ.

Личный вклад

Вклад автора во всех полученных результатах в работах с соавторами является определяющим как при формулировке задач, рассмотренных в диссертации, так и определении методов их решения. Все конкретные вычисления проведены автором самостоятельно и независимо.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, разбитых на разделы, и заключения. Список литературы включает в себя 268 наименований. Общий объем диссертации составляет 328 страниц.

Содержание работы

Во введении представлено современное состояние исследований по теме диссертации, обоснована необходимость проведения дальнейших исследований, сформулированы цели и задачи диссертации и кратко изложено ее содержание.

В первой главе исследуются сигма-модели суперсимметричной квантовой механики¹ с расширенной суперсимметрией, являющиеся качественными примерами высокоразмерных теорий и дающие дополнительные возможности в изучении известных геометрий и получении новых геометрических структур. Целью первой главы настоящей диссертационной работы является построение суперполевых реализаций сигма-моделей с $\mathcal{N}=1$, $\mathcal{N}=2$ и $\mathcal{N}=4$ суперсимметриями с различным мультиплетным составом, квантование их с нахождением квантовой алгебры расширенной суперсимметрии и установление свойств геометрических комплексов, описываемых рассматриваемыми системами. В

¹ Witten E. Dynamical Breaking of Supersymmetry // Nuclear Physics B. 1981. Vol. 188. P. 513.

последующей главе показано, что некоторые из этих конструкций являются чрезвычайно полезными при построении и изучении квантово-механических моделей с суперконформной симметрией.

В разделе 1.1 изучаются сигма-модели $\mathcal{N}=2$ суперсимметричной квантовой механики, построенные с помощью супермультиплетов $(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{1})$ и $(\mathbf{2}, \mathbf{2}, \mathbf{0})$ и содержащие в действии дополнительные суперполевые члены, которые генерируют внешние кручения. Во всех рассмотренных случаях строится соответствующая квантовая $\mathcal{N}=2$ супералгебра с использованием упорядочения Вейля. Проведен анализ суперзарядов, который показывает, что рассматриваемые модели описывают комплексы де Рама (в $(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{1})$ случае) и Дольбо (в $(\mathbf{2}, \mathbf{2}, \mathbf{0})$ случае) с кручением. Найдены в явном виде вакуумные состояния в рамках теории возмущений по кручению и получена инвариантность числа вакуумных состояний после включения кручения, что обеспечивает доказательство теоремы об индексе в рассматриваемых случаях.

В разделе 1.2 рассматривается квантование $\mathcal{N}=4$ системы, образованной двумя взаимодействующими $(\mathbf{4}, \mathbf{4}, \mathbf{0})$ супермультиплетами и доказывается, что когда оба супермультиплета одного типа, система описывает комплекс Дольбо с гиперкелеровой геометрией с кручением (НКТ геометрией)^{2,3}, тогда как система, образованная двумя взаимодействующими взаимно-зеркальными мультиплетами, описывает би-келеровую (или Клиффорд-келеровую) геометрию с кручением (би-НКТ геометрию). Показано с использованием $\mathcal{N}=2$ суперполевого описания, что би-НКТ модели являются примерами $\mathcal{N}=2$ суперполевых систем с внешними (анти)голоморфными кручениями. Представлены примеры многообразий с октонионно-келеровой геометрией с кручением (ОКТ геометрией) и найдены явные выражения для классических и квантовых суперзарядов, что позволило дать новое геометрическое определение би-НКТ и ОКТ многообразий.

В разделе 1.3 проводится детальный анализ общих би-НКТ моделей с тремя комплексными структурами I^p , $p = 1, 2, 3$, которые не удовлетворяют кватернионной алгебре, а подчиняются алгебре Клиф-

² Howe P.S., Papadopoulos G. Twistor spaces for НКТ manifolds // Physics Letters B. 1996. Vol. 379. P. 80.

³ Gibbons G., Papadopoulos G., Stelle K. НКТ and ОКТ geometries on soliton black hole moduli spaces // Nuclear Physics B. 1997. Vol. 508. P. 623.

форда

$$\{I^p, I^q\} = -2\delta^{pq}. \quad (1)$$

Такие модели содержат как минимум два сектора, каждый из которых характеризуется НКТ геометрией. Получены явные выражения для двух пар эрмитово-сопряженных суперзарядов: первая пара представляет суперзаряды Дольбо, деформированные голоморфными кручениями, тогда как вторая пара связана с первой дискретными преобразованиями, являющимися автоморфизмами алгебры $\mathcal{N}=4$ суперсимметрии. Показано, что би-НКТ модели содержат две различные гиперкомплексные структуры. Проведена гамильтонова редукция би-НКТ моделей, когда метрика и кручения не зависят от половины комплексных координат. Показано, что полученные модели, описанные в терминах обычных и зеркальных киральных $\mathcal{N}=4$ **(2, 4, 2)** мультиплетов, являются твистованными би-келеровыми системами ⁴, обобщенными за счет добавления голоморфных членов в суперполево лагранжиане. Показано, что данная конструкция в терминах вещественных $\mathcal{N}=2$ **(1, 2, 1)** суперполей принадлежит классу квазикомплексных моделей де Рама ⁵ с эрмитовой (не просто вещественной) суперполево метрикой и с голоморфными кручениями.

В разделе 1.4 представлена новая версия $\mathcal{N}=4$ механики, которая использует взаимодействие **(1, 4, 3)** и **(3, 4, 1)** мультиплетов, в котором **(1, 4, 3)** мультиплет является динамическим, тогда как **(3, 4, 1)** мультиплет – полудинамический и описывается членом Весса-Зумино (ВЗ) в полном суперполево действии. Член ВЗ, используемый в описании **(3, 4, 1)** супермультиплета рассматриваемой модели, имеет последовательное суперполево описание только в гармоническом суперпространстве. По этой причине, приведено гармоническое суперполево описание $\mathcal{N}=4$ супермультиплетов⁶, которое используется также в следующей главе. Представлен суперполево лагранжиан взаимодействия динамического **(1, 4, 3)** и полудинамического **(3, 4, 1)** супермуль-

⁴ Gates S.J., Jr., Hull C. M., Rocek M. Twisted Multiplets and New Supersymmetric Nonlinear Sigma Models // Nuclear Physics B. 1984. Vol. 248. P. 157.

⁵ Ivanov E.A., Smilga A.V. Quasicomplex $N=2$, $d=1$ Supersymmetric Sigma Models // Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications (SIGMA). 2013. Vol. 9. P. 069.

⁶ Ivanov E., Lechtenfeld O. $N=4$ supersymmetric mechanics in harmonic superspace // Journal of High Energy Physics. 2003. Vol. 0309. P. 073.

триплетов и получено соответствующее компонентное действие. Остающиеся после исключения вспомогательных полей бозонные векторные переменные v_r , $r = 1, 2, 3$ мультиплета $(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{1})$ образуют $SU(2)$ -триплет и описываются действием первого порядка механики Черна-Саймонса, который определяется скалярным $\mathcal{U}(v)$ и векторным $\mathcal{A}_r(v)$ потенциалами, связанными уравнениями $\text{rot } \vec{\mathcal{A}} = \text{grad } \mathcal{U}$ самодуального поля в четырех измерениях. Скалярный потенциал \mathcal{U} является гармонической функцией в трехмерном плоском пространстве $\mathbb{R}^3 = \{v_r\}$ и связан с динамической бозонной переменной x из $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{3})$ супермультиплета связью, возникающей благодаря суперполевому взаимодействию супермультиплетов. Как результат этого, одна степень свободы в триплетном бозонном поле $(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{1})$ супермультиплета совпадает с единственной динамической степенью свободы $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{3})$ супермультиплета. Две других бозонных степени свободы в $(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{1})$ супермультиплете являются полудинамическими, описывают спиновые переменные и заключены в три-векторе ℓ_r , $r = 1, 2, 3$, который в одномонопольном случае для \mathcal{U} описывают размытую сферу S^2 . Такое разделение динамических степеней свободы в три-векторе $v_r = v_r(x, \ell_s)$ приводит к очень сильному и одновременно красивому утверждению: множество связей рассматриваемой системы, описывающей взаимодействие динамического $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{3})$ и спинового $(\mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{1})$ супермультиплетов, требует выполнения известных уравнений Нама для вектора v_r .

$$v'_r = -\frac{1}{2} \epsilon_{rst} [v_s, v_t]_D, \quad (2)$$

в котором роль параметра эволюции играет динамическая часть $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{3})$ мультиплета, $v'_r = \frac{\partial}{\partial x} v_r$, и правая часть определяется скобками Дирака переменных v_r . Кроме того, наличие уравнений Нама обеспечивает суперсимметрию Пуанкаре в модели. Такой же вывод справедлив и в квантовой теории: операторы супертрансляций и оператор гамильтониана образуют алгебру $\mathcal{N}=4$ суперсимметрии только тогда, когда операторы \hat{v}_r удовлетворяют операторным уравнениям Нама. Найден явный вид суперзарядов и проверена замкнутость супералгебры при вейлевском упорядочении операторов и использовании формализма скобок Мойала.

В заключительном разделе резюмируются результаты первой главы, опубликованные в работах [19, 20, 23, 27, 28].

Во второй главе рассматриваются новые квантово-механические модели, обладающие конформной и расширенной суперконформной симметрией ^{7,8,9}. Рассмотрены как одночастичные, так и многочастичные системы, обладающие (супер)конформной симметрией, а также системы с конформной и суперконформной симметрией Галилея, являющиеся определенным обобщением первых. При получении новых систем используются как динамические, так и полудинамические супермультиплеты, использование которых позволяет получать дополнительные конформно-инвариантные взаимодействия. В качестве дополнительного инструмента в построении моделей используется метод калибрования изометрий ¹⁰.

В разделе 2.1 рассмотрены системы, обладающие динамической одномерной конформной симметрией $SL(2, \mathbb{R})$, среди которых – одночастичная квантово-механическая система, полученная методом нелинейных реализаций и калиброванием фазовых симметрий и описываемая дилатонным полем. Дополнительные спиновые переменные данной одномерной квантово-механической системы описываются координатами двухмерной размытой сферы. Также получена n -частичная модель Калоджеро¹¹ посредством калибрования нединамическими $d=1$ калибровочными полями специальной матричной модели, описываемой действием

$$S_C = \int dt \left[\text{tr} (\nabla X \nabla X) + \frac{i}{2} (\bar{Z} \nabla Z - \nabla \bar{Z} Z) + c \text{tr} A \right], \quad (3)$$

где $X_a^b(t)$ – эрмитовое $(n \times n)$ -матричное поле, $Z_a(t)$ – комплексное $U(n)$ -спинорное поле, $A_a^b(t)$ – n^2 калибровочных полей и ковариантные производные суть $\nabla X = \dot{X} + i[A, X]$, $\nabla Z = \dot{Z} + iAZ$. Данное взаимодействие матричного поля X_a^b и полудинамических полей Z_a обеспе-

⁷ de Alfaro V., Fubini S., Furlan G. Conformal Invariance in Quantum Mechanics // Nuovo Cimento A. 1976. Vol. 34. P. 569.

⁸ Fubini S., Rabinovici E. Superconformal quantum mechanics // Nuclear Physics B. 1984. Vol. 245. P. 17.

⁹ Ivanov E., Krivonos S., Leviant V. Geometric superfield approach to superconformal mechanics // Journal of Physics A. 1989. Vol. 22. P. 4201.

¹⁰ Delduc F., Ivanov E. Gauging $\mathcal{N}=4$ Supersymmetric Mechanics // Nuclear Physics B. 2006. Vol. 753. P. 211.

¹¹ Calogero F. Ground state of one-dimensional N body system // Journal of Mathematical Physics. 1969. Vol. 10. P. 2197.

чивает нетривиальный механизм генерации конформного потенциала динамических степеней свободы.

В разделе 2.2 подробно изучены $\mathcal{N}=1$ and $\mathcal{N}=2$ суперрасширения конформной группы и описаны модели соответствующей суперконформной механики, как на суперполевым, так и на компонентном уровнях. Описан квантовый спектр систем. С помощью суперсимметричной версии процедуры калибрования построены новые $\mathcal{N}=1$ and $\mathcal{N}=2$ суперконформные расширения бозонной модели Калоджеро, отличные от ранее известных моделей. В частности, построенная $\mathcal{N}=2$ суперконформная модель совпадает в бозонном секторе с системой Калоджеро, но отличается от многочастичной системы Фридмана-Менде¹² расширенным фермионным сектором.

В разделе 2.3 представлены новые модели $\mathcal{N}=4$ суперконформной механики в гармоническом $\mathcal{N}=4, d=1$ суперпространстве, как в одночастичном, так и в многочастичном случаях, инвариантные относительно супергруппы $D(2, 1; \alpha)$. Данные модели, включающие $\mathcal{N}=4$ суперсимметризацию модели Калоджеро, являются составными $\mathcal{N}=4$ квантово-механическими моделями, в которых немассовое взаимодействие динамического $(\mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{3})$ и спинового $(\mathbf{4}, \mathbf{4}, \mathbf{0})$ мультиплетов осуществляется посредством чисто калибровочных топологических $(\mathbf{0}, \mathbf{4}, \mathbf{4})$ мультиплетов. В одночастичном случае бозонные переменные спинового $(\mathbf{4}, \mathbf{4}, \mathbf{0})$ мультиплета образуют $SU(2)$ дублет и после квантования по Дираку описывают размытую сферу как результат имеющей место квантовой версии расслоения Хопфа $S^3 \rightarrow S^2$. Построена новая $D(2, 1; \alpha)$ -инвариантная n -частичная модель суперКалоджеро, которая при $\alpha = -1/2$ в бозонном пределе описывается лагранжианом $U(n)$ -спиновой модели Калоджеро

$$L_b = \sum_a \dot{x}_a \dot{x}_a + \frac{i}{2} \sum_a (\bar{Z}_k^a \dot{Z}_a^k - \dot{\bar{Z}}_k^a Z_a^k) + \sum_{a \neq b} \frac{\text{tr}(S_a S_b)}{4(x_a - x_b)^2} - \frac{n \text{Tr}(\hat{S}\hat{S})}{2(X_0)^2}, \quad (4)$$

где поля Z_a^k подчиняются связям $\bar{Z}_i^a Z_a^i = c$.

В разделе 2.4 исследованы новые динамические системы в произвольной таргетной пространственно-временной размерности, которые

¹² Freedman D.Z., Mende P.F. An exactly solvable N-particle system in supersymmetric quantum mechanics // Nuclear Physics B. 1990. Vol. 344. P. 317.

обладают симметриями относительно конформной группы Галилея¹³, являющейся обобщением одномерной конформной группы. С использованием метода нелинейных реализаций и посредством наложения подходящих условий обратного эффекта Хиггса и динамических ковариантных связей найдено множество динамических уравнений, ковариантных относительно конформной группы Галилея и описывающих, помимо дилатонной степени свободы, дополнительные нерелятивистские векторные переменные. Построены два типа действий, воспроизводящие данные уравнения как уравнения движения.

В разделе 2.5 получены \mathcal{N} -расширенные суперконформные алгебры Галилея в $1 \leq d \leq 5$ пространственных измерениях с помощью редукции Иноню-Вигнера релятивистских суперконформных алгебр и изучена их структура. Показано, что \mathcal{N} -расширенные суперконформные алгебры Галилея являются расширением полупростых супералгебр, в качестве которых выступают \mathcal{N} -расширенные суперсимметрии моделей суперконформной механики.

В последнем разделе второй главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 25, 29] и трудах конференций [39, 40, 41].

В третьей главе изучаются твисторные формулировки¹⁴ массивной и безмассовой частиц фиксированного спина. В таких формулировках при описании $D=4$ релятивистских систем используются вместо переменных фазового пространства, векторов x^μ и p_μ , четырехкомпонентные комплексные величины

$$Z_a = (\lambda_\alpha, \mu^{\dot{\alpha}}), \quad (5)$$

где λ_α и $\mu^{\dot{\alpha}}$ – вейлевские $D=4$ спиноры противоположной киральности ($\alpha = 1, 2, \dot{\alpha} = 1, 2, a = 1, 2, 3, 4$), которые в безмассовом случае образуют $SU(2,2)$ -спинор $D=4$ конформной группы. Определяющим соотношением твисторного подхода является разрешение импульса частицы через твисторы, например в безмассовом случае

$$p_{\alpha\dot{\alpha}} = \lambda_\alpha \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}}. \quad (6)$$

¹³ Havas P., Plebański J. Conformal extensions of the Galilei group and their relation to the Schrödinger group. // Journal of Mathematical Physics. 1978. Vol. 19. P. 482.

¹⁴ Penrose R., MacCallum M.A. Twistor theory: An Approach to the quantization of fields and space-time // Physics Reports. 1972. Vol. 6. P. 241.

Целью третьей главы является твисторная формулировка безмассовой частицы ненулевой спиральности и ее связь с соответствующей пространственно-временной формулировкой, а также твисторная формулировка массивной частицы ненулевого спина.

В разделе 3.1 обсуждаются основные проблемы, возникающие в построении твисторных формулировок релятивистских спиновых частиц.

В разделе 3.2 рассматривается безмассовая частица ненулевой спиральности j . Находится обобщенная твисторная формулировка безмассовой спиновой частицы, которая эквивалентная стандартной твисторной формулировке Пенроуза¹⁵, но содержит дополнительную скалярную переменную. Это обстоятельство позволяет получить твисторные преобразования Пенроуза, связывающие твисторное пространство с фазовым четырехвекторным пространством при вещественной пространственно-временной координате. Получаемая в результате этого пространственно-временная формулировка, имеющая прямое обобщение на массивный случай, описывается действием (здесь использованы безиндексные свертки)

$$S = \int d\tau [p\omega - e(p^2 - m^2) - \ell(\zeta\hat{p}\bar{\zeta} - j)] , \quad (7)$$

где кинетический член определяется бозонной “суперформой” $\omega = \dot{x} - i\dot{\zeta}\sigma\bar{\zeta} + i\zeta\sigma\dot{\bar{\zeta}}$, тогда как коммутирующий вейлевский спинор ζ^α (индексный спинор) описывает спиновые степени свободы частицы. Установлены интегральные преобразования, связывающие твисторные поля с тензорными полями, описывающими безмассовую спиновую частицу в обычном вещественном пространстве-времени.

В разделе 3.3 получена твисторная формулировка массивной частицы с произвольным фиксированным спином из массивной спиновой частицы в формулировке с индексным спинором посредством введения чисто калибровочных гармонических переменных^{16,17} и последующей

¹⁵ Penrose R. Twistor algebra // Journal of Mathematical Physics. 1967. Vol. 8. P. 345.

¹⁶ Galperin A., Ivanov E., Ogievetsky V., Sokatchev E. Harmonic Superspace. UK: Cambridge University Press, 2001. P. 306.

¹⁷ Sokatchev E. Harmonic superparticle // Classical and Quantum Gravity. 1987. Vol. 4. P. 237.

частичной фиксации калибровок. Полученная твисторная модель спиновой частицы массы m описывается двумя твисторами (битвистором) Z_{α}^i , $i = 1, 2$ и двумя комплексными скалярами ξ^i . В результате канонического преобразования получены выражения твисторных преобразований

$$p_{\alpha\dot{\alpha}} = \lambda_{\alpha}^i \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}i}, \quad (8)$$

$$\mu^{\dot{\alpha}i} = x^{\dot{\alpha}\alpha} \lambda_{\alpha}^i - i \xi^i \bar{\zeta}^{\dot{\alpha}}, \quad \bar{\mu}_i^{\alpha} = \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}i} x^{\dot{\alpha}\alpha} + i \bar{\xi}_i \zeta^{\alpha}, \quad (9)$$

$$\xi^i = \zeta^{\alpha} \lambda_{\alpha}^i, \quad \bar{\xi}_i = \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}i} \bar{\zeta}^{\dot{\alpha}}, \quad (10)$$

где спиноры битвистора удовлетворяют массовым условиям

$$\lambda^{\alpha i} \lambda_{\alpha i} = \sqrt{2} m, \quad \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}i} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}i} = \sqrt{2} m. \quad (11)$$

Проведено квантование твисторной спиновой частицы и показано, что на физических состояниях операторы Казимира группы Пуанкаре принимают значения, соответствующие массивной частице фиксированного ненулевого спина. Волновая функция твисторной массивной частицы определена на однородном пространстве $SL(2, \mathbb{C})/SU(2)$ и имеет гармоническое разложение по представлениям группы Лоренца основной серии с одним фиксированным весом. Построенные интегральные преобразования, связывающие массивные твисторные поля $\Psi_{i_1 \dots i_{2J}}(\lambda, \bar{\lambda})$ с обычными пространственно-временными полями $\Phi_{\alpha_1 \dots \alpha_{2J}}(x)$, имеют вид интеграла

$$\Phi_{\alpha_1 \dots \alpha_{2J}}(x) = \int d^3 \lambda e^{i x^{\mu} \lambda^k \sigma_{\mu} \bar{\lambda}^k} \lambda_{\alpha_1}^{i_1} \dots \lambda_{\alpha_{2J}}^{i_{2J}} \Psi_{i_1 \dots i_{2J}}(\lambda, \bar{\lambda}) \quad (12)$$

с инвариантной мерой $d^3 \lambda$ на $SL(2, \mathbb{C})/SU(2)$.

В разделе 3.4 построена модель Ширафуджи¹⁸ для массивных частиц со спином и электрическим зарядом. Основными переменными в модели являются пространственно-временной четыре-вектор, четыре скаляры, описывающие спиновые и зарядовые степени свободы, а также пара вейлевских спиноров. Геометрическое описание, предложенное в этом разделе, представляет промежуточный шаг между свободной чисто твисторной моделью в битвисторном пространстве,

¹⁸ Shirafuji T. Lagrangian Mechanics of Massless Particles With Spin // Progress of Theoretical Physics. 1983. Vol. 70. P. 18.

в котором пространственно-временные векторы координаты и четырехимпульса составные, и стандартной моделью частицы, где эти вектора элементарные. Проведено квантование модели и найдены первично-квантованные волновые функции, описывающие релятивистские частицы с массой, спином и электрическим зарядом.

В разделе 3.4 обсуждаются полученные в третьей главе результаты. Материал этой главы опубликован в работах [1, 2, 4, 43, 5, 6, 24] и трудах конференций [33, 34, 36].

Четвертая глава посвящается исследованию моделей частицы и суперчастицы, конфигурационное пространство которых содержит, помимо четырех-вектора координаты $x^{\alpha\beta}$, тензорные координаты $z^{\alpha\beta}$, $\bar{z}^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$, соответствующие изометриям, генерируемым дополнительными тензорными центральными зарядами обобщенной релятивистской алгебры. В частности, рассматриваются модели массивной и безмассовой суперчастицы, в которых тензорные импульсы описываются единым образом с помощью твисторных и гармонических переменных, а также модель $\mathcal{N}=1$, $D=4$ массивной суперчастицы с тензорными центральными зарядами, которая, в случае одной κ -симметрии, эквивалентна массивной спиновой частице в псевдоклассическом подходе. Этот результат продолжает последовательность эквивалентностей систем с таргетной суперсимметрией и систем с локальной суперсимметрией на мировой линии, инициированных исследованиями ¹⁹, в которых была предложена одна из первых твисторных моделей безмассовой суперчастицы и установлена эквивалентность на классическом уровне между безмассовыми спиновой частицей и суперчастицей без центральных зарядов. Идея отождествления κ -симметрии суперчастицы с локальной суперсимметрией на мировой линии спиновой частицы была также основополагающей при описании супербран с помощью метода супервложений ²⁰.

В разделе 4.1 рассматривается модель $\mathcal{N}=1$, $D=4$ массивной суперчастицы с тензорными центральными зарядами, связанную с псевдоклассической моделью частицы спина $1/2$. Последняя модель, по-

¹⁹ Sorokin D. P., Tkach V., Volkov D., Zheltukhin A. From the Superparticle Siegel Symmetry to the Spinning Particle Proper Time Supersymmetry // Physics Letters B. 1989. Vol. 216. P. 302.

²⁰ Sorokin D. P. Superbranes and superembeddings // Physics Reports. 2000. Vol. 329. P. 1.

сле введения вспомогательных коммутирующих спинорных переменных, выполнения соответствующего канонического преобразования и исключения части вспомогательных переменных, производит массивную суперчастицу, инвариантную относительно обобщенной суперсимметрии с тензорными центральными зарядами и обладающую одной или двумя κ -симметриями. На языке супербранных теорий эти модели соответствуют БПС-бранным конфигурациям, сохраняющим 1/4 или 1/2 часть суперсимметрии. Показано соответствие полученной системы с моделью массивной суперчастицы ²¹, в которой сохраняется 1/4 таргетных суперсимметрий.

В разделе 4.2 предложена твистороподобная формулировка суперчастицы с тензорными центральными зарядами, в которой массивный и безмассовый случаи описаны единообразно. Модель использует одновременно как координаты центральных зарядов, так и вспомогательные бозонные спинорные переменные. Использование спиноров, играющих роль спинорных лоренцевых гармоник, позволяет значительно упростить анализ при сохранении его ковариантности. При нулевой массе модель сводится к твисторной формулировке безмассовой суперчастицы с тензорными центральными зарядами ²², в которой одна или две таргетные суперсимметрии нарушены. В массивном случае получена битвисторная формулировка массивной суперчастицы с тензорными центральными зарядами и с сохранением 1/4 или 1/2 таргетных суперсимметрий.

В предыдущих разделах этой главы генераторы тензорных центральных зарядов присутствовали в антикоммутаторе суперзарядов. В разделе 4.3 рассмотрены системы, инвариантные относительно группы Максвелла, в которой пространственно-временные трансляции P_μ не коммутируют: их коммутатор

$$[P_\mu, P_\nu] = i e Z_{\mu\nu} \tag{13}$$

выражается через тензорные центральные заряды $Z_{\mu\nu}$, $[Z_{\mu\nu}, Z_{\lambda\rho}] = [Z_{\mu\nu}, P_\lambda] = 0$. Данная алгебра имеет естественное приложение для опи-

²¹ Delduc F., Ivanov E., Krivonos S. D=4 Partial breaking of global supersymmetry and new superparticle actions // Nuclear Physics B. 2000. Vol. 576. P. 196.

²² Bandos I. A., Lukierski J., Sorokin D. P. Superparticle models with tensorial central charges // Physical Review D. 2000. Vol. 61. P. 045002.

сания квантово-механических состояний частицы с электрическим зарядом e , взаимодействующей с постоянным электромагнитным полем, в частности, при рассмотрении проблемы Ландау. В данном разделе найдены ковариантные формы Картана и построено действие частицы, инвариантное относительно симметрии Максвелла, а также проведено квантование и изучен квантово-механический спектр модели.

В последнем разделе четвертой главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [3, 21, 22] и трудах конференций [30, 31, 32].

В пятой главе рассматриваются новые формулировки суперчастиц высших спинов (ВС) ^{23,24} и расширенных объектов, построенные с использованием твисторных методов. В частности, построены новые модели частицы и суперчастицы ВС с использованием бозонной суперсимметрии, модели, генерирующие развернутую формулировку полей ВС, а также твисторные формулировки струны Намбу-Гото.

В разделе 5.1 описываются симметрии ВС, основанные на бесконечномерных расширениях обобщенной конформной группы $Sp(8, \mathbb{R})$ и $SU(3, 2)$ -обобщении конформной симметрии.

В разделе 5.2 построены новые модели релятивистской частицы, инвариантные относительно бозонного аналога суперсимметрии, и выполнено их квантование. Генераторы бозонной суперсимметрии R_a образуют четырехкомпонентный $D=4$ майорановский спинор, $a = 1, \dots, 4$, и удовлетворяют алгебре коммутаторов

$$[R_a, R_b] = 2(\gamma^\mu \gamma_5 C)_{ab} P_\mu + 2C_{ab} Z^{(1)} + 2(\gamma_5 C)_{ab} Z^{(2)}, \quad (14)$$

содержащей уже в $\mathcal{N}=1$ случае скалярный $Z^{(1)}$ и псевдоскалярный $Z^{(2)}$ центральные заряды, которые являются массовыми параметрами в соответствующих системах. Выполнено квантования модели и найден физический спектр в случае $\mathcal{N}=2$ бозонной суперсимметрии. Получено, что при определенном выборе внутренней симметрии спектр состоит из $D=4$ массивных спиновых полей, подчиненных уравнениям Баргмана-Вигнера.

²³ Fradkin E., Vasiliev M. A. Candidate to the Role of Higher Spin Symmetry // Annals of Physics. 1987. Vol. 177. P. 63.

²⁴ Vasiliev M.A. Consistent equations for interacting massless fields of all spins in the first order in curvatures // Annals of Physics. 1989. Vol. 190. P. 59.

В разделе 5.3 построена новая мастер-модель частиц ВС, объединяющая в своем описании частицы ВС развернутой формулировки²⁵ и частицы ВС с четной суперсимметрией и воспроизводящая обе эти модели при соответствующих выборах калибровки. Мастер-частица ВС эволюционирует в пространстве, параметризованном спинорными переменными обеих систем и дополнительным комплексным скаляром, и описывается только связями первого рода. Они включают в себя развернутые связи, обобщенные спинорные связи и скалярную связь, генерирующую локальные $U(1)$ -преобразования твистороподобных переменных и комплексной скалярной координаты. Проведено каноническое квантование мастер-системы и получен соответствующий набор уравнений ВС для волновой функции. При этом, развернутые уравнения оказываются следствием квантовых спинорных связей. Вследствие скалярной $U(1)$ -связи поля ВС характеризуются внешним $U(1)$ -зарядом q , который полностью определяет соответствующий бесконечномерный мультиплет спинов. Поля мультиплета ВС со всеми спиральностями развернутой формулировки получаются из полученного мультиплета ВС и его сопряженного с $U(1)$ -зарядами $q=0$. Кроме того, возникают новые мультиплеты ВС с $q \neq 0$. При $q > 0$ они образованы самодуальными полевыми напряженностями с растущими положительными спиральностями, начиная с $\frac{q}{2}$. Мультиплеты с $q < 0$ проявляют интересное свойство “переворота спина”: они включают в себя самодуальные поля всех неотрицательных спиральностей, а также конечное число анти-самодуальных полей с отрицательными спиральностями. Дано эквивалентное описание этих мультиплетов ВС в терминах киральных и антикиральных полей бозонной суперсимметрии с внешними индексами. В этом разделе построена также твисторная формулировка мастер-системы и получены полевые твисторные преобразования, которые позволяют реконструировать пространственно-временное поле ВС по твисторному препотенциалу, который является решением уравнений ВС.

В разделе 5.4 предложена новая модель безмассовой суперчастицы высших спинов, распространяющейся в $\mathcal{N}=1$, $D=4$ суперпространстве с дополнительным коммутирующим вейлевским спинором и обла-

²⁵ Vasiliev M. Conformal higher spin symmetries of 4-d massless supermultiplets and $\text{osp}(L, 2M)$ invariant equations in generalized (super)space // Physical Review D. 2002. Vol. 66. P. 066006.

дающая $SU(3, 2|1)$ -симметрией. Рассмотрение суперконформной симметрии высших спинов $SU(3, 2|1)$ позволило сохранить условие $\mathcal{N}=1$ киральности, лежащей в основе геометрического подхода в обычной $\mathcal{N}=1$ супергравитации ²⁶ – существование кирального предела имеет решающее значение для любой удовлетворительной суперполевой теории ВС, включающей ВС обобщения $\mathcal{N}=1$ супергравитации ²⁷. Проведено квантование методом Гупта-Блейлера с детальным анализом суперконформной инвариантности динамических уравнений. В результате квантования получена волновая функция, которая описывает бесконечную башню киральных $\mathcal{N}=1$ супермультиплетов с растущим числом внешних спиновых индексов.

В разделе 5.5 развиты твисторные методы в применении к описанию динамики расширенных объектов. Получено твисторное действие бозонной струны с натяжением, генерируемое канонической 2-формой в битвисторном пространстве, и доказана эквивалентность твисторной модели и двух импульсных формулировок $D=4$ бозонной струны: с векторными и с тензорными струнными импульсами.

В разделе 5.6 построено альтернативное битвисторное действие бозонной $D=4$ струны Намбу-Гото. Показано, что такая формулировка с помощью соответствующей фиксации калибровки локального масштабного преобразования приводит к билинейному твисторному действию и каноническим правилам квантования для двумерного твисторного струнного поля. Получен набор связей первого рода, описывающий твисторную струнную модель и содержащий две связи Вирасоро и две $U(1) \otimes U(1)$ -связи Каца-Мууди для локальных фазовых преобразований струнных твисторов.

В последнем разделе пятой главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [5, 7, 8, 9, 10, 11, 22, 26] и трудах конференций [42, 35, 37, 38].

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту.

²⁶ Ogievetsky V., Sokatchev E. Structure of Supergravity Group // Physics Letters B. 1978. Vol. 79. P. 222.

²⁷ Ivanov E., Lukierski J. Higher spins from nonlinear realizations of $OSp(1|8)$ // Physics Letters B. 2005. Vol. 624. P. 304.

Список публикаций

1. Зима В. Г., Федорук С. Спиновая (супер)частица с коммутирующим индексным спинором // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1995. Т. 61. С. 241–246.
2. Fedoruk S., Zima V. Weinberg propagator of free massive arbitrary spin particle from BFV - BRST path integral // Classical and Quantum Gravity. 1999. Vol. 16. P. 3653–3671.
3. Fedoruk S., Zima V. Massive superparticle with tensorial central charges // Modern Physics Letters A. 2000. Vol. 15. P. 2281–2296.
4. Зима В. Г., Федорук С. А. Пропагатор массивной спиновой частицы как BFV-BRST-континуальный интеграл // Ядерная физика. 2000. Т. 63. С. 683–688.
5. Fedoruk S., Lukierski J. Massive relativistic particle models with bosonic counterpart of supersymmetry // Physics Letters B. 2006. Vol. 632, no. 2-3. P. 371–378.
6. Fedoruk S., Frydryszak A., Lukierski J., Miquel-Espanya C. Extension of the Shirafuji model for massive particles with spin // International Journal of Modern Physics A. 2006. Vol. 21, no. 19-20. P. 4137–4160.
7. Fedoruk S., Ivanov E. Master Higher-spin particle // Classical and Quantum Gravity. 2006. Vol. 23, no. 17. P. 5195–5214.
8. Fedoruk S., Ivanov E., Lukierski J. Massless higher spin $D=4$ superparticle with both $N=1$ supersymmetry and its bosonic counterpart // Physics Letters B. 2006. Vol. 641, no. 2. P. 226–236.
9. Fedoruk S., Lukierski J. Twistorial versus space-time formulations: Unification of various string models // Physical Review D. 2007. Vol. 75, no. 2. P. 026004(1–5).
10. Fedoruk S., Lukierski J. Two-twistor description of membrane // Physical Review D. 2007. Vol. 76, no. 6. P. 066005(1–7).
11. Fedoruk S., Lukierski J. Purely twistorial string with canonical twistor field quantization // Physical Review D. 2009. Vol. 79, no. 6. P. 066006(1–6).
12. Fedoruk S., Ivanov E., Lechtenfeld O. Supersymmetric Calogero models by gauging // Physical Review D. 2009. Vol. 79, no. 10. P. 105015(1–6).
13. Fedoruk S., Ivanov E., Lechtenfeld O. $OSp(4|2)$ Superconformal Mechanics // Journal of High Energy Physics. 2009. Vol. 0908.

- P. 081(1–23).
14. Fedoruk S., Ivanov E., Lechtenfeld O. New $D(2, 1, \alpha)$ Mechanics with Spin Variables // Journal of High Energy Physics. 2010. Vol. 1004. P. 129(1–31).
 15. Fedoruk S., Kosinski P., Lukierski J., Maslanka P. Nonrelativistic counterparts of twistors and the realizations of Galilean conformal algebra // Physics Letters B. 2011. Vol. 699, no. 1-2. P. 129–134.
 16. Fedoruk S., Ivanov E., Lukierski J. Galilean Conformal Mechanics from Nonlinear Realizations // Physical Review D. 2011. Vol. 83, no. 8. P. 085013(1–12).
 17. Fedoruk S., Lukierski J. Algebraic structure of Galilean superconformal symmetries // Physical Review D. 2011. Vol. 84. P. 065002(1–12).
 18. Fedoruk S., Ivanov E., Lechtenfeld O. Superconformal Mechanics // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. 2012. Vol. 45. P. 173001(1–59).
 19. Fedoruk S. A., Ivanov E. A., Smilga A. V. Real and complex supersymmetric $d = 1$ sigma models with torsions // International Journal of Modern Physics A. 2012. Vol. 27. P. 1250146(1–25).
 20. Fedoruk S., Ivanov E., Lechtenfeld O. Nahm equations in supersymmetric mechanics // Journal of High Energy Physics. 2012. Vol. 1206. P. 147(1–33).
 21. Fedoruk S., Lukierski J. New particle model in extended space-time and covariantization of planar Landau dynamics // Physics Letters B. 2012. Vol. 718. P. 646–652.
 22. Fedoruk S., Lukierski J. New spinorial particle model in tensorial space-time and interacting higher spin fields // Journal of High Energy Physics. 2013. Vol. 1302. P. 128(1–20).
 23. Fedoruk S., Ivanov E., Smilga A. $\mathcal{N} = 4$ mechanics with diverse $(4, 4, 0)$ multiplets: Explicit examples of hyper-Kähler with torsion, Clifford Kähler with torsion, and octonionic Kähler with torsion geometries // Journal of Mathematical Physics. 2014. Vol. 55. P. 052302(1–29).
 24. Fedoruk S., Lukierski J. Massive twistor particle with spin generated by Souriau-Wess-Zumino term and its quantization // Physics Letters B. 2014. Vol. 733. P. 309–315.
 25. Fedoruk S., Ivanov E. New realizations of the supergroup $D(2, 1, \alpha)$ in $\mathcal{N}=4$ superconformal mechanics // Journal of High Energy Physics.

2015. Vol. 10. P. 087(1–33).
26. de Azcarraga J., Fedoruk S., Izquierdo J., Lukierski J. Two-twistor particle models and free massive higher spin fields // *Journal of High Energy Physics*. 2015. Vol. 1504. P. 010(1–38).
 27. Fedoruk S., Smilga A. Comments on HKT supersymmetric sigma models and their Hamiltonian reduction // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2015. Vol. 48. P. 215401(1–24).
 28. Fedoruk S., Smilga A. Bi-HKT and bi-Kähler supersymmetric sigma models // *Journal of Mathematical Physics*. 2016. Vol. 57. P. 042103(1–24).
 29. Fedoruk S., Ivanov E. Gauged spinning models with deformed supersymmetry // *Journal of High Energy Physics*. 2016. Vol. 11. P. 103(1–23).
 30. Fedoruk S., Zima V. Uniform twistor - like formulation of massive and massless superparticles with tensorial central charges // *Proceedings of the International Conference “Supersymmetry and Quantum Field Theory”, 25-29 Jul 2000, Kharkov, Ukraine.* // *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements*, 2001. Vol. 102. P. 233–239.
 31. Fedoruk S., Zima V. Superparticle with tensorial central charges preserved any number of supersymmetries // *Proceedings of the 9th International Conference on Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions, Dubna, Russia, June 11-17, 2001.* P. 398–401.
 32. Fedoruk S., Zima V. Twistorial superparticle with tensorial central charges // *Proceedings of the International Conference “Quantum Electrodynamics and Statistical Physics”, 30 Oct - 3 Nov 2001. Kharkov, Ukraine.* // *Вопросы атомной науки и техники*, 2001. N. 6(2). С. 60–64.
 33. Fedoruk S., Zima V. Bitwistor formulation of the spinning particle // *Proceedings of the International Workshop “Supersymmetries and Quantum Symmetries” (SQS’03), 24-29 July 2003, Dubna, Moscow region, Russia.* P. 391–396.
 34. Fedoruk S. Twistor transform for spinning particle // *Proceedings of the 19th Max Born Symposium “Fundamental Interactions and Twistor-like Methods”, Wroclaw, Poland, September 28 - October 1, 2004 / AIP Conference Proceedings.* 2005. Vol. 767. P. 106–126.
 35. Fedoruk S., Lukierski J. Higher spin particles with bosonic counterpart

- of supersymmetry // Proceedings of the International Workshop “Supersymmetries and Quantum Symmetries” (SQS’05), 27-31 Jul 2005, Dubna, Moscow region, Russia. P. 58–64.
36. Fedoruk S., Frydryszak A., Lukierski J., Miquel-Espanya C. Massive Particle Model with Spin from a Hybrid (spacetime-twistorial) Phase Space Geometry and Its Quantization // Proceedings of the 22nd Max Born Symposium “Quantum, Super and Twistors”, Wroclaw, Poland, 27-29 September, 2006. P. 47–58.
 37. Fedoruk S., Lukierski J. Twistorial and space-time descriptions of D=4 string models // Proceedings of the 22nd Max Born Symposium “Quantum, Super and Twistors”, Wroclaw, Poland, 27-29 September, 2006. P. 59–68.
 38. Fedoruk S., Ivanov E. New model of higher-spin particle // Proceedings of the 12th International Conference on Symmetry Methods in Physics, 3-8 Jul 2006, Yerevan, Armenia. // Ядерная физика, 2008. Т.74. С. 868–875.
 39. Fedoruk S. Superconformal Calogero Models as a Gauged Matrix Mechanics // Proceedings of the 18th International Colloquium on Integrable Systems and Quantum Symmetries, 18-20 Jun 2009. Prague, Czech Republic // Acta Polytechnica. 2010. Vol. 50, no. 3. P. 23–28.
 40. Fedoruk S., Ivanov E., Lechtenfeld O. New Super Calogero Models and $OSp(4|2)$ Superconformal Mechanics // Proceedings of the 13th International Conference on Symmetry Methods in Physics, 6-9 Jul 2009, Dubna, Russia. // Ядерная физика, 2011. Т.74. С. 870–875.
 41. Fedoruk S., Ivanov E., Lechtenfeld O. Calogero Models and Superconformal Mechanics // Proceedings of the XXIX International Colloquium on Group-Theoretical Methods in Physics, 20-26 Aug 2012, Tianjin, China. // Nankai Series in Pure, Applied Mathematics and Theoretical Physics, 2013. Vol.11. P. 467–472.
 42. Fedoruk S., Lukierski J. Maxwell group and HS field theory // Proceedings of the 21st International Conference on Integrable Systems and Quantum symmetries, 12-16 Jun 2013, Prague, Czech Republic. // Journal of Physics: Conference Series, 2013. Vol. 474. P. 012016(1–17).
 43. Fedoruk S., Zima V. Bitwistor formulation of massive spinning particle // Journal of Kharkiv University. 2003. Vol. 585. P. 39–48 (arXiv:hep-th/0308154).