

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
им. Н.Н. БОГОЛЮБОВА



На правах рукописи

Толкачёв Денис Михайлович

**ОБОБЩЁННЫЕ РЕНОРМГРУППОВЫЕ
УРАВНЕНИЯ В НЕПЕРЕНОРМИРУЕМОЙ
КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ**

Специальность 1.3.3 —
«Теоретическая физика»

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Дубна — 2023

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель: профессор, доктор физико-математических наук
Казаков Дмитрий Игоревич

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке С электронной версией диссертации можно ознакомиться на официальном сайте Объединенного института ядерных исследований в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» по адресу: <https://dissertations.jinr.ru>. С печатной версией диссертации можно ознакомиться в Научно-технической библиотеке ОИЯИ (г. Дубна, Московская область, ул. Жолио-Кюри, д. 6).

Технический секретарь
диссертационного совета
по теоретической физике ЛТФ,
канд. физико-математических наук



Ю.М. Быстрицкий

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Квантовая теория поля (КТП) является одной из самых быстро развивающихся теорий современной теоретической физики. На её основе была сформулирована Стандартная модель элементарных частиц, наиболее эмпирически успешная модель практически всех известных взаимодействий: электрического, слабого и сильного, а также элементарных частиц вещества: кварков и лептонов. Однако в ходе изучения и развития КТП исследования сталкивались с трудностями, некоторые из которых не разрешены до сих пор.

В процессе изучения матрицы рассеяния, центрального объекта исследования КТП, обнаружилась расходимость, которая является отражением математического факта: произведение обобщенных функций является плохо определенной операцией [6; 7]. Это приводит к расходимостям сечений процессов (а именно, ультрафиолетовых (УФ) расходимостей фейнмановских петлевых интегралов) различного вида, поэтому необходимо введение процедуры регуляризации. На этом основании можно утверждать, что классические лагранжианы, которые берутся за основу в КТП, являются неполными на квантовом уровне и нуждаются в доопределении с помощью процедуры перенормировок.

В зависимости от того, повторяют ли перенормированные лагранжианы структуру изначальной модели, теории делятся на два класса: перенормируемые и неперенормируемые [8–10]. Примеры перенормируемых теорий хорошо известны: квантовая электродинамика, квантовая хромодинамика, четвертное скалярное взаимодействие и так далее. Из-за того, что в этих моделях число типов расходящихся интегралов ограничено, все возникающие в ходе перенормировки члены поглощаются в параметры: константу связи, массу и так далее, что делает классическую теорию согласованной с её квантовой “версией”. Дело в том, что изначальные параметры лагранжиана являются ненаблюдаемыми величинами, поэтому можно требовать от констант такого поведения, чтобы конкретные наблюдаемые величины не содержали сингулярностей, получаемых в ходе расчётов.

Было замечено [7; 11], что перенормировки величин обладают групповыми свойствами, в частности, перенормировка является мультипликативной операцией. Это в свою очередь привело к возникновению ренормализацион-

ной группы (РГ). С помощью этой группы можно записать РГ-уравнения, решениями которых являются наблюдаемые эффективные заряды теорий. Например, выражения для бегущих констант связи находятся с помощью таких уравнений, причем они отвечают за характеристические свойства всей модели целиком. Так, кулоновское взаимодействие в квантовой электродинамике растет с энергией до нуля-заряда, а сильное взаимодействие, напротив, обладает асимптотической свободой в пределе больших энергий.

Позже было выяснено, что РГ-симметрия связана с фундаментальными свойствами рассматриваемых фейнмановских интегралов: локальным характером их расходимостей [8; 9; 12; 13]. То есть РГ-уравнения могут быть выведены исходя из условия локальности. В итоге, теорема Боголюбова-Парасюка обеспечивает конечность перенормированных функций Грина и S-матричных элементов [14].

С неперенормируемыми теориями ситуация гораздо сложнее. Так, оказывается, что для неперенормируемых теорий обычная РГ-симметрия не работает. Это ясно по определению, число типов расходящихся диаграмм в таких моделях бесконечно: контрчлены, добавляемые в лагранжиан, порождают новые и новые типы взаимодействий, то есть форма контрчленов не повторяют формы членов изначального лагранжиана. Вследствие размерности констант связи в таких теориях при росте энергии сечения процессов нарушается и унитарность. Наиболее удручающим фактом в этом свете оказывается то, что большинство взаимодействий, которые можно определить в квантовой теории поля являются неперенормируемыми. Более того, по-видимому, условие перенормируемости не является фундаментальным физическим принципом в отличие, например, от калибровочной инвариантности, которая требует своего соблюдения от всех членов действия и допускает существования разного типа вкладов, которые, вообще говоря, могут являться неперенормируемыми. В этом смысле, условие перенормируемости значительно ограничивает выбор возможных форм взаимодействия в лагранжиане [15].

Из-за того, что в неперенормируемых теориях существует масштаб, вклады от таких теорий могут быть подавлены и не наблюдаться эмпирически из-за недоступности всей физической шкалы масштабов энергий. По-видимому, в этом свете успех перенормируемых моделей связан с тем, что

нам на эксперименте доступны лишь малые энергии ¹. Это вызывает необходимость понимания устройства неперенормируемых КТП. Наиболее яркими примерами неперенормируемых моделей являются четырехфермионные взаимодействия, все скалярные взаимодействия в инфляционной космологии, и, конечно же, гравитация.

Как было сказано ранее, контрчлены в лагранжианах неперенормируемого типа растут бесконтрольно, но все-таки некоторая предсказуемость в таких КТП присутствует. Расходимости в неперенормируемых локальных теориях также являются локальными, что является следствием теоремы Боголюбова-Парасюка и её можно использовать для изучения всех последовательностей фейнмановских интегралов. В свою очередь, такой подход приводит к обобщению РГ-симметрии и РГ-уравнений. Изучению того, как именно могут быть обобщены РГ-уравнения и как именно это может помочь пониманию неперенормируемых взаимодействий и посвящена данная работа.

Удобным подспорьем для рассмотрения являются суперсимметричные модели в высших четных измерениях, в которых часть расходящихся диаграмм, как известно, сокращается [16]. Благодаря формализму спиральных спиноров и VCSFW-рекуррентным соотношениям [17; 18], можно рассеяние $2 \rightarrow 2$ записать во всех порядках с помощью диаграмм ограниченного числа топологий. В том числе из-за такого ограничения в суперсимметричных неперенормируемых моделях возможно более простым способом, чем без такого ограничения, получить обобщенные РГ-уравнения и подробно их исследовать.

Ещё одним удобным полем для изучения методов работы с неперенормируемыми теориями является изучение скалярных взаимодействий произвольного типа в четырехмерии методом эффективного потенциала, обобщающее результаты [19]. В них расходящимся подграфом является однопетлевая вакуумная диаграмма, с помощью этого “кирпичика” можно построить все одночастично-неприводимые диаграммы высших порядков. Следствием такого исследования также будет обобщенное РГ-уравнение, которое позволит изучить скалярные неперенормируемые модели, например, из инфляционной космологии.

¹Современные эксперименты достигают масштаба энергий в несколько ТэВ (10^3 ГэВ), в то время как планковская энергия равна 10^{19} ГэВ

Целью данной работы является построения обобщённых ренормгрупповых уравнений в неперенормируемой квантовой теории поля, решением которых является бесконечная сумма полюсных членов, логарифмов, в заданном порядке по теории возмущения, в основном для лидирующего (ведущего) порядка. Обобщённые ренормгрупповые уравнения выводятся для суперсимметричной теорий в высших размерностях пространства-времени и скалярной теории с произвольной формой потенциала. Также целью является анализ следствий, вытекающих из таких уравнений.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Вычисление четырехточечных фейнмановских диаграмм в лидирующем порядке по теории возмущений для суперсимметричной модели Янга-Милса в высших размерностях пространства-времени.
2. Анализ структуры \mathcal{R} -операции в вычислениях диаграмм для построения обобщённых РГ уравнений.
3. Разработка численных методов и аналитическое решение уравнений (когда это возможно) для анализа обобщённых РГ уравнений.
4. Вычисление более высоких порядков расходимостей в фейнмановских диаграммах по ТВ для анализа схемной зависимости.
5. Построение обобщенного РГ уравнения для произвольной скалярной теории.
6. Получение обобщенных РГ уравнений для конкретных потенциалов, степенных и экспоненциальных. Также приложение РГ уравнений к инфляционной космологии.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Получены обобщенные ренормгрупповые уравнения в максимальной SYM теории в высших размерностях пространства-времени для четырехточечной амплитуды. Эти уравнения являются интегродифференциальными и, в частности, для выделенных простых серий диаграмм, получены обобщенные ренормгрупповые уравнения, которые являются обыкновенными дифференциальными уравнениями, которые решены аналитически.
2. На основании полученных рекуррентных соотношений для подподлидирующих и т.д. вкладов, обнаружена универсальная структура

построения не зависящего от t -вклада произвола в неминимальной схеме вычитания сингулярностей, что позволяет выражать полный произвол (не зависящий от t) в любом порядке по ТВ, как сдвиг константы связи.

3. Получено обобщенное ренормгрупповое уравнение для скалярной теории поля с произвольным скалярным потенциалом. Также проведен анализ решения ренормгрупповых уравнений для степенных и экспоненциальных потенциалов, в ходе чего обнаружено поведение с конечным разрывом в таких потенциалах при учёте всех лидирующих квантовых поправок.
4. Получено обобщенное ренормгрупповое уравнение для скалярного инфляционного потенциала для альфа аттракторных T-моделей. На основе анализа уравнения для таких потенциалов было обнаружено сохранение классического асимптотического поведения и сохранение спонтанного нарушения симметрии при учете всех лидирующих квантовых поправок, то есть был обнаружен механизм Колемана-Вайнберга в такой скалярной теории.

Научная новизна:

1. Впервые были получены обобщенные РГ уравнения в SYM теориях в высших размерностях пространства-времени.
2. Впервые был проведен анализ схемной зависимости (зависимости от схемы вычитания) в таких теориях.
3. Впервые было получено обобщенное РГ уравнения для скалярной теории с произвольной формой потенциала.
4. Впервые были вычислены все лидирующие квантовые вклады в инфляционной теории с медленным скатыванием.
5. Впервые был продемонстрирован пример скалярной теорией с сохранением спонтанного нарушения симметрии после учёта всех лидирующих квантовых поправок по средствам РГ уравнения.

Достоверность. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

1. Международная конференция по физике элементарных частиц и космологии, посвященная памяти Валерия Рубакова, национальная лабораторией Алиханяна (Ереванский институт физики), Армения в 2023 год (устный доклад: "Effective potential in the inflationary cosmology");
2. Международная конференция по квантовой теории поля, физике высоких энергий и космологии, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия, в 2022 году (устный доклад: "All-loop contribution to effective potential");
3. IV международная научная конференция "Проблемы взаимодействия излучения с веществом", посвященная 90-летию со дня рождения Б.В. Бокутя. Гомель, Беларусь 2016 год (устный доклад: "Divergences in maximal supersymmetric Yang-Mills theories in diverse dimensions")

Также на семинарах в 2023 году в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ (устный доклад "Leading all-loop quantum contribution to the effective potential in general scalar field theory") на семинарах в институте физики имени Б. И. Степанова НАН Беларуси в 2023 (устный доклад "Эффективный потенциал в инфляционной космологии") и в 2018 (устный доклад "Сингулярности в максимальных суперсимметричных теории Янга-Миллса в различных измерениях") .

Личный вклад. Все результаты, приведенные в данной диссертационной работе, получены лично автором, либо при его непосредственном участии.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 5 печатных работах в рецензируемых журналах, включённых в список ВАК и/или международных баз данных Web of Science и/или Scopus [1–5].

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена рассмотрению основных свойств суперпространства на массовой поверхности [20], которые позволяют однозначным образом определить амплитуды в максимальной суперсимметричной теории Янга-Милса (SYM) в различных измерениях (в $D=6,8,10$) [21; 22]. Рассмотренный формализм вместе с техникой спинорной спиральности [22–24] обеспечивает возможность факторизации амплитуд древесного уровня, приводя к многопетлевым мастер-интегралам, по сути дела обобщая результаты, установленные для $N=4$ SYM. Таким образом, удается обобщить наблюдения из $D=4$ $N=4$ SYM [25–27], на другие модели в четных высших измерениях, несмотря на то, что лестничные диаграммы в последних содержат УФ-расходимости, а не ИК-расходимости. Оказывается, что все мастер-интегралы, появляющиеся в разложении по мастер-интегралам, соблюдают дуально-конформную симметрию [28]. Такая симметрия сильно ограничивает набор возможных графов², то есть позволяет построить единообразно и последовательно предсказуемый ряд фейнмановских упорядоченных по цвету амплитуд, который обычно называется универсальным разложением.

Таким образом целью данной главы было описание основных понятий и обзор списка литературы, нужного для вывода универсального разложения амплитуды по мастер-интегралам рис.1. Дальнейшие вычисления четырехточечной амплитуды в различных измерениях основаны на данном разложении. Разница между мастер-интегралами в разложении состоит только в размерности меры интегрирования, в то время как подынтегральные выражения остаются универсальными. Этот факт необходим нам для следующей главы, в которой мы сможем вывести обобщённые РГ уравнения, с помощью \mathcal{R} -операции и обобщенной ренорм-группы (речь о которой пойдет ниже).

Вторая глава посвящена описанию метода выведения обобщённых ренормгрупповых уравнений в неперенормируемой квантовой теории поля на примере максимальной SYM теории в высших размерностях пространства-времени. Высшие размерности пространства-времени приводят к размерной константе связи, что делает теорию неперенормируемой а максимальная суперсимметрия позволяет сильно упростить вычисления, так как сокращает

²В максимально суперсимметричных теориях, которые здесь рассматриваются, количество фермионных степеней свободы и число степеней свободы скалярных полей в точности достаточно что бы сократить все глюонные диаграммы типа бабблов и треугольников, и в итоге остаются только диаграммы типа бокс. Это явно видно из универсального разложения.

$$\begin{aligned}
& \frac{\mathcal{A}_4}{\mathcal{A}_4^{(0)}} = 1 + \sum_L M_4^{(L)}(s,t) = \\
& = 1 - g^2 st \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \\
& + g^4 s^2 t \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + st^2 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\
& - g^6 s^3 t \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + 2s^2 t \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + 2st^2 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + st^3 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \\
& + \dots
\end{aligned}$$

Рис. 1 — Универсальное разложение амплитуды четырехточечного рассеяния в теориях SYM через мастер интегралы. Связанные штрихи на линиях означают квадрат суммарного импульса.

большую часть расходящихся диаграмм, о чем говорилось выше. Более того, дуальная конформная симметрия фиксирует форму универсального разложения, что поможет нам написать обобщённые РГ уравнения. Материалы этой главы были разработаны в ходе работ [1; 29]

Для расчета ведущего полюса, нет необходимости вычислять самую многопетлевую диаграмму. Ведущий полюс следует из низшего порядка, и это обусловлено природой \mathcal{R} -операции. Это справедливо в любой локальной теории поля, независимо от перенормируемости или неперенормируемости, и это гарантируется локальностью расходимостей. Понятия \mathcal{R} -операции сформулировано в [12]). Будучи примененной к любой функции Грина Γ (или любому конкретному графу G , как в нашем случае), \mathcal{R} -операция вычитает все УФ-расходимости, расходящиеся подграфы, и оставшаяся расходимость всегда локальна. [8] Использование \mathcal{R} -операции эквивалентно добавлению контрчленов в исходный Лагранжиан. \mathcal{R} -операцию можно записать в терминах операторов вычитания и факторизованная форма имеет вид

$$\mathcal{R}G = \prod_{\gamma} (1 - K_{\gamma})G, \tag{1}$$

где оператор K_γ вычитает УФ-расходимость данного подграфа γ (для схемы минимального вычитания оператор K синглет по полюсам) и произведение проходит по всем расходящимся подграфам, включая сам граф. Полезно также определить неполную \mathcal{R} -операцию, обозначаемую \mathcal{R}' , которая вычитает только расходящиеся подграфы в G , без самого графа G . Полная \mathcal{R} -операция тогда определяется как

$$\mathcal{R}G = (1 - K)\mathcal{R}'G, \quad (2)$$

\mathcal{R}' -операция приводит к ряду слагаемых (здесь рассматриваем только ведущий полюс)

$$\mathcal{R}'G_n = \frac{A_n^{(n)}(\mu^2)^{n\epsilon}}{\epsilon^n} + \frac{A_{n-1}^{(n)}(\mu^2)^{(n-1)\epsilon}}{\epsilon^n} + \dots + \frac{A_1^{(n)}(\mu^2)^\epsilon}{\epsilon^n}, \quad (3)$$

где член вида $\frac{A_n^{(k)}(\mu^2)^{k\epsilon}}{\epsilon^n}$ происходит из графа k -петли, который сохраняется после вычитания контрчлена $(n - k)$ -петли и μ^2 -параметр размерной трансмутации. Полное выражение (3) должно быть локальным, т.е. не должно содержать таких членов, как $\log(\mu)^k/\epsilon^m$ для всех $k, m > 0$ при разложении по ϵ . Это требование дает нам $n - 1$ уравнений для коэффициенты A_i . Решив их, получим [1]

$$A_n^{(n)} = (-1)^{n+1} \frac{A_1^{(n)}}{n}. \quad (4)$$

Как простой пример, притом имеющий аналитическое решение, рассмотрим случай $D = 8$, $N = 1$ и выберем бесконечную последовательность горизонтальных боксов и применим \mathcal{R}' -операцию. После выполнения \mathcal{R}' -операции, при поиске выживших однопетлевых диаграмм приходится рассматривать также диаграмму посередине. Это показано на рис.2. Поскольку треугольная диаграмма в $D = 8$ равна $-1/4!\epsilon$, а баббл $-2/5!\epsilon$, то это дает нам рекуррентное соотношение для членов лидирующих полюсов

$$nA_n = -\frac{2}{4!}A_{n-1} + \frac{2}{5!}A_k A_{n-1-k} \quad (5)$$

с $A_1 = 1/3!$. Исходя из этого значения, можно вычислить любое A_n , хотя явно решение не простое. Однако, поскольку нам на самом деле нужна сумма коэффициентов, то применим суммирование, умножив обе части уравнения

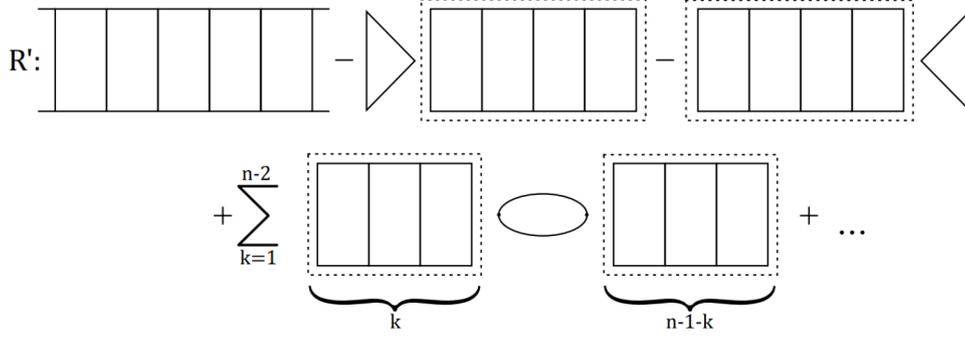


Рис. 2 — \mathcal{R}' -операция для лесничной диаграммы, где показана одна выжавшая петля.

(5) на $(-z)^{n-1}$, где z равен $\frac{g^2 s^2}{\epsilon}$

$$\sum_{n=3}^{\infty} n A_n (-z)^{n-1} = -\frac{2}{4!} \sum_{n=3}^{\infty} A_{n-1} (-z)^{n-1} + \frac{2}{5!} \sum_{n=3}^{n-2} A_k (-z)^k A_{n-1-k} (-z)^{n-1-k} \quad (6)$$

Обозначив сумму $\sum_{n=m}^{\infty} A_n (-z)^n$, и выполняя замену в нелинейном члене, получаем

$$-\frac{d}{dz} \Sigma_3 = -\frac{2}{4!} \Sigma_2 + \frac{2}{5!} \Sigma_1 \Sigma_1. \quad (7)$$

Имея в виду, что

$$\Sigma_3 = \Sigma_1 + A_1 z - A_2 z^2, \quad \Sigma_2 = \Sigma_1 + A_1 z, \quad A_1 = \frac{1}{3!}, \quad A_2 = -\frac{1}{3!4!}, \quad (8)$$

наконец получаем [1] уравнение для $\Sigma = \Sigma_1$

$$\frac{d}{dz} \Sigma = -\frac{1}{3!} + \frac{2}{4!} \Sigma - \frac{2}{5!} \Sigma^2. \quad (9)$$

И аналитическое решение этого уравнения

$$\Sigma(z) = -\sqrt{5/3} \frac{4 \tan[z/(8\sqrt{15})]}{1 - \tan[z/(8\sqrt{15})] \sqrt{5/3}}. \quad (10)$$

Далее можно применить эту процедуру ко всей последовательности универсального разложения.

В общем случае обозначая как $S_n(s, t)$ и $T_n(s, t)$ сумму всех вкладов в n -м порядке ТВ s и t каналах соответственно, так что

$$\frac{\mathcal{A}_4}{\mathcal{A}_4^{(0)}} \Big|_{\text{leading UV div.}} = \sum_{n=0}^{\infty} g^{2n} \frac{S_n(s, t) + T_n(s, t)}{\epsilon^n}, \quad (11)$$

получим следующие рекуррентные уравнения для случаев $D = 6$, 8 и $D = 10$ соответственно [1] :

$$nS_n(s, t) = -2s \int_0^1 dx \int_0^x dy (S_{n-1}(s, t') + T_{n-1}(s, t')), \quad n \geq 4 \quad (12)$$

где $t' = tx + uy$, $u = -t - s$, и $S_3 = -s/3$, $T_3 = -t/3$.

$$\begin{aligned} nS_n(s, t) = & -2s^2 \int_0^1 dx \int_0^x dy y(1-x) (S_{n-1}(s, t') + T_{n-1}(s, t'))|_{t'=tx+uy} \\ & + s^4 \int_0^1 dx x^2(1-x)^2 \sum_{k=1}^{n-2} \sum_{p=0}^{2k-2} \frac{1}{p!(p+2)!} \frac{d^p}{dt^p} (S_k(s, t') + T_k(s, t')) \times \\ & \times \frac{d^p}{dt^p} (S_{n-1-k}(s, t') + T_{n-1-k}(s, t'))|_{t'=-sx} (tsx(1-x))^p, \end{aligned} \quad (13)$$

где $S_1 = \frac{1}{12}$, $T_1 = \frac{1}{12}$.

$$\begin{aligned} nS_n(s, t) = & -s^3 \int_0^1 dx \int_0^x dy y^2(1-x)^2 (S_{n-1}(s, t') + T_{n-1}(s, t'))|_{t'=tx+yu} \\ & + s^5 \int_0^1 dx x^3(1-x)^3 \sum_{k=1}^{n-2} \sum_{p=0}^{3k-2} \frac{1}{p!(p+3)!} \frac{d^p}{dt^p} (S_k(s, t') + T_k(s, t')) \times \\ & \times \frac{d^p}{dt^p} (S_{n-1-k}(s, t') + T_{n-1-k}(s, t'))|_{t'=-sx} (tsx(1-x))^p, \end{aligned} \quad (14)$$

где $S_1 = \frac{s}{5!}$, $T_1 = \frac{t}{5!}$.

С помощью этих рекуррентных соотношений³ лидирующие расходимости, логарифмы⁴, любого порядка по ТВ можно построить в алгебраической форме, исходя из известных значений S_1 и T_1 .

³Первый интеграл соответствует интегрированию по треугольнику, представленному в Фейнмановских параметрах, а второй по баббл в том же самом представлении.

⁴Лидирующие полюсные члены связаны с лидирующими логарифмами как $1/\epsilon \rightarrow \log$.

Подобно лестничному случаю, эти рекуррентные соотношения включают в себя все диаграммы данного порядка ТВ ⁵ и позволяют суммировать все порядки ТВ. Это можно сделать, умножив обе части уравнений (12,13,14) на $(-z)^{n-1}$, где $z = \frac{g^2}{\epsilon}$ и суммируем от $n = 2$ до бесконечности. Обозначая сумму $\Sigma(s,t,z) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n(s,t)(-z)^n$, окончательно получаем [1] следующие интегродифференциальные РГ уравнения в случаях $D = 6,8$ и $D = 10$:

$$\frac{d}{dz}\Sigma(s,t,z) = s - \frac{2}{z}\Sigma(s,t,z) + 2s \int_0^1 dx \int_0^x dy (\Sigma(s,t',z) + \Sigma(t',s,z))|_{t'=xt+yu}. \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}\Sigma(s,t,z) &= -\frac{1}{12} + 2s^2 \int_0^1 dx \int_0^x dy y(1-x) (\Sigma(s,t',z) + \Sigma(t',s,z))|_{t'=tx+uy} \\ &\quad - s^4 \int_0^1 dx x^2(1-x)^2 \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!(p+2)!} \\ &\quad \times \left(\frac{d^p}{dt'^p} (\Sigma(s,t',z) + \Sigma(t',s,z))|_{t'=-sx} \right)^2 (tsx(1-x))^p. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}\Sigma(s,t,z) &= -\frac{s}{5!} + s^3 \int_0^1 dx \int_0^x dy y^2(1-x)^2 (\Sigma(s,t',z) + \Sigma(t',s,z))|_{t'=tx+yu} \\ &\quad - s^5 \int_0^1 dx x^3(1-x)^3 \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{p!(p+3)!} \times \\ &\quad \times \left(\frac{d^p}{dt'^p} (\Sigma(s,t',z) + \Sigma(t',s,z))|_{t'=-sx} \right)^2 (tsx(1-x))^p. \end{aligned} \quad (17)$$

Те же уравнения с заменой $s \leftrightarrow t$ справедливы для $\Sigma(t,s,z) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(s,t)(-z)^n$.

Третья глава посвящена численному исследованию обобщённых РГ уравнений (15, 16, 17).

Численное решение показало [30], что поведение полного решения близко к лестничному, и по видимому, обладает бесконечным набором полюсов. Также было обнаружено, что не существует конечного предела при $\epsilon \rightarrow 0$,

⁵Только теперь эти уравнения воспроизводят все члены полиномов в каждом порядке по ТВ для универсального разложения. Структура этих уравнений точно воспроизводит все $g_{\mu\nu}$ члены, возникающие в вычислении Фейнмановских интегралов.

который соответствовал бы УФ конечному поведению амплитуды, скажем, как в $D = 4$.

Хотя бесспорным является факт, что суперсимметрия значительно упростила вычисления в данной теории. За счет нее были сокращены треугольники и бабблы из основной амплитуды, но по видимому это всё, что даёт суперсимметрия для наших изысканий, потому что боксы имеют УФ сингулярности (в отличии от $D = 4$) которые не "сглаживаются" от полного суммирования всей бесконечной серии лидирующих вкладов.

В четвертой главе рассматриваются подлидирующие, подподлидирующие и т.д. расходимости и соответствующие для них рекуррентные соотношения для анализа схемной зависимости в SYM теории. Материалы этой главы были разработаны в ходе работ [2].

Схемная зависимость является важнейшей проблемой перенормируемой теории. Если возникающие всё новые и новые структуры в ней мы научились описывать обобщенными ренормгрупповыми уравнениями, то вопрос о схемной зависимости остаётся открытым. Но изучение этой проблемы можно начать с изучения вопроса схемной зависимости обобщённых РГ уравнений, либо рекуррентных уравнений, что и будет сделано ниже. Здесь также будет показано, как произвол в схеме вычитания подчинен \mathcal{R} -операции.

Рассмотрим однопетлевой контрчлен в лидирующем и подлидирующем порядке [2]:

$$A'_1 + B'_1 = \frac{1}{3!\epsilon}(1 + c_1\epsilon), \quad (18)$$

очевидно, что $c_1 = 0$, соответствует минимальной схеме вычитания для $D = 8$.

Используя рекуррентные соотношения для подлидирующих расходимостей, можно получить контрчлены во всех порядках теории возмущений [2], полагая $z = g^2 s^2 / \epsilon$:

$$\Delta\Sigma'_{sB} = c_1 z \frac{d\Sigma'_A}{dz}. \quad (19)$$

Таким образом, конечное изменение константы перенормировки имеет вид перенормированной константы связи Z (сдвиг константы связи):

$$Z = z + z c_1 \epsilon. \quad (20)$$

Квадратичная зависимость имеет следующий вид [29]:

$$\Delta\Sigma'_{sB} = -c_1^2 \frac{z}{4!} \left(\frac{d\Sigma'_A}{dz} - 12 \frac{d^2\Sigma'_A}{dz^2} \right). \quad (21)$$

С помощью \mathcal{R}' -операции и подподлидирующих рекуррентных соотношений было найдено следующее выражение для c_1^3 [2] :

$$\Delta\Sigma'_{sC} = c_1^3 \frac{z}{6!} \left(\frac{d\Sigma'_A}{dz} - 30 \frac{d^2\Sigma'_A}{dz^2} + 120 \frac{d^3\Sigma'_A}{dz^3} \right), \quad (22)$$

и аналогичное уравнение для c_1^4 [2] :

$$\Delta\Sigma'_{sC} = -c_1^4 \frac{z}{4!6!2} \left(\frac{d\Sigma'_A}{dz} - 78 \frac{d^2\Sigma'_A}{dz^2} + 720 \frac{d^3\Sigma'_A}{dz^3} - 1440 \frac{d^4\Sigma'_A}{dz^4} \right). \quad (23)$$

Эти формулы показывают нам, как однопетлевая константа c_1 входит в полный ответ как сдвиг, и как можно видеть, он становится все более и более сложным. Тогда переопределение константы связи дается простым способом [2]:

$$z \rightarrow z(1 + c_1\epsilon) + z^2(c_2 - c_1^2/4!)\epsilon^2 + z^3 c_1^3/6!\epsilon^3 - z^4 c_1^4/4!6!2\epsilon^4 + \dots \quad (24)$$

Где c_2 -новая константы для двух петельного контрчлена. Обратим внимание, что из-за сдвига $z \rightarrow z(1 + c_1\epsilon)$ в $\Sigma_A(z)$ c_1^2 -член появляется даже на уровне двойной петли, но мы видим из структуры \mathcal{R} -операции, что таких членов не существует.

Другими словами, подобных вкладов быть не должно, поскольку это не соответствует \mathcal{R} -операции. Вот почему естественно потребовать исключение таких членов посредством сдвига в константе связи члена c_1^2 в лестничной двойной диаграмме. Но после исключения c_1^2 , в тройном боксе также появятся c_1^3 -члены, которые необходимо устранить при очередном сдвиге. Шаг за шагом это подход можно реализовать во всех порядках по ТВ. Это и есть универсальная структура сдвига константы связи подчиненная \mathcal{R} -операции. Требование согласованности сдвига константы связи структуре \mathcal{R} -операции является универсальным и полностью определяет структуру сдвига 24 до бесконечности.

В конце главы рассматривается анализ применения стандартной процедуры перенормировки (разработанной для перенормируемой теории) к перенормируемой теории.

В **пятой главе** сначала выводится обобщенное РГ уравнение для эффективного потенциала [19] для лидирующих логарифмов, справедливое для произвольной 4-мерной скалярной теории поля, а затем рассматриваются некоторые частные случаи, когда это уравнение можно свести к обыкновенному дифференциальному уравнению. Материалы этой главы были разработаны в ходе работ [3; 5].

Для вычисления эффективного потенциала необходимо брать вакуумные 1ЧН диаграммы с пропагатором, содержащие бесконечное число вставок $v_2(\phi) \equiv \frac{d^2 V_0(\phi)}{d\phi^2}$ [19] (V_0 — изначальный потенциал), действующие как массовый член, зависящий от поля ϕ : $m^2(\phi) = gv_2(\phi)$. Вершины также генерируются путем разложения $V_0(\phi + \hat{\phi})$ по $\hat{\phi}$. После этого вычисляем эффективный потенциал в степенном ряду по связи g , так что (V_n — коэффициент ведущего полюса разложения по ТВ)

$$V_{eff} = g \sum_{n=0}^{\infty} (-g)^n V_n. \quad (25)$$

Одно-, двух- и трехпетлевые вакуумные диаграммы, дающие вклад в эффективный потенциал, представлены на рис.3, где классические внешние поля символически показаны пунктирными линиями⁶. Количество внешних линий в каждой вершине не фиксировано и зависит от выбора классического потенциала, а именно задается производными потенциала $v_n \equiv d^n V_0/d\phi^n$. Число производных, в свою очередь, соответствует числу внутренних квантовых линий в каждой вершине, что явно показано на рис.3. Графически, для случая скалярной теории \mathcal{R}' -операция представлена на рис.4.

Следующий шаг — определение рекуррентной структуры ведущих расходимостей. Согласно рис. 4, рекуррентное соотношение имеет вид [3]

$$n\Delta V_n = \frac{1}{2}v_2 D_2 \Delta V_{n-1} + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n-2} D_2 \Delta V_k D_2 \Delta V_{n-1-k}, \quad n \geq 2 \quad (26)$$

⁶Тут рассматривается вклад квантовых поправок в само поле а не некоторая система во внешнем поле.

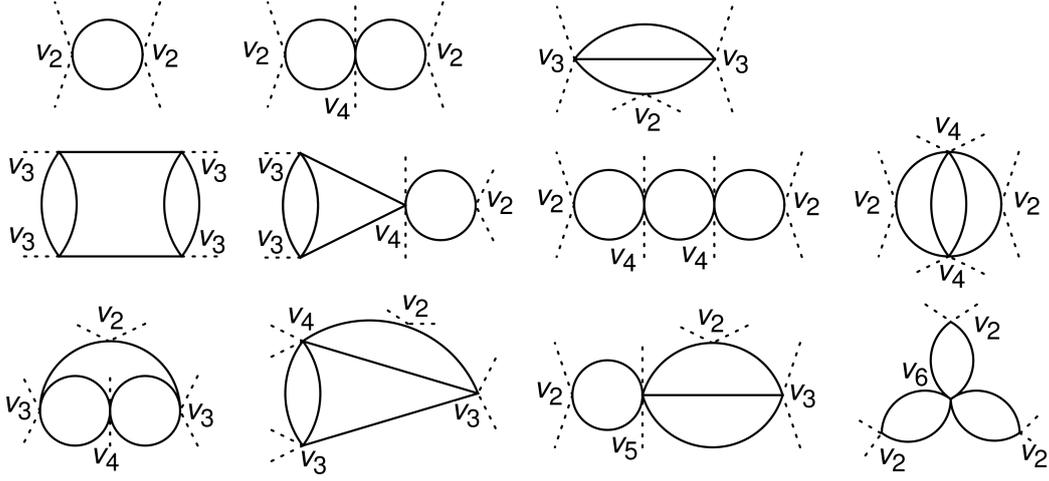


Рис. 3 — Одно-, двух- и трехпетлевые вакуумные диаграммы, дающие вклад в эффективный потенциал

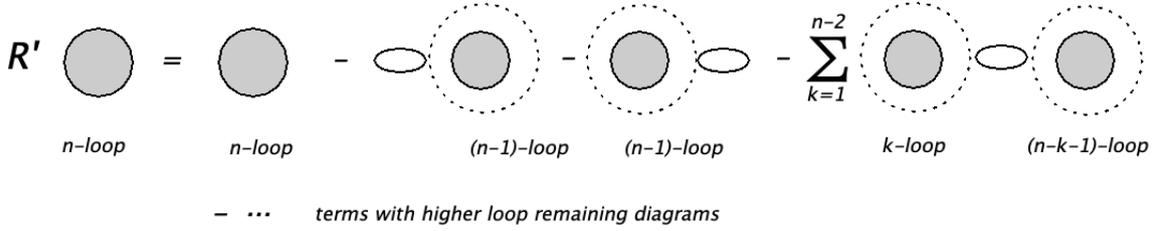


Рис. 4 — \mathcal{R}' -операция для ведущих расходимостей

где $D_2\Delta V_{n-1} \equiv d^2\Delta V_{n-1}/d\phi^2$ и с граничным значением $\Delta V_1 = 1/4v_2^2$. Этот член фактически можно включить в последний член уравнения (26), определяющего $\Delta V_0 = V_0$, тогда получим

$$n\Delta V_n = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{n-1} D_2\Delta V_k D_2\Delta V_{n-1-k}, \quad n \geq 1, \quad \Delta V_0 = V_0. \quad (27)$$

Можно проверить, что двух- и трехпетлевые выражения могут быть воспроизведены из рекуррентного соотношения (27) путем явного дифференцирования.

Напомним, что ΔV_n — коэффициент ведущего полюса разложения по ТВ; следовательно, параметр разложения на самом деле равен $z = \frac{g}{\epsilon}$. Используя рекуррентное соотношение (27), можно чисто алгебраически сгенерировать ведущую расходимость в каждом порядке по ТВ. Тогда можно опреде-

лить сумму

$$\Sigma(z, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} (-z)^n \Delta V_n(\phi), \quad (28)$$

подчиняющееся уравнению, которое можно получить из (27), умножив его на $(-z)^{n-1}$ и суммируя от $n = 1$ до бесконечности. Получаем основное уравнение, справедливое для произвольного потенциала

$$\boxed{\frac{d\Sigma}{dz} = -\frac{1}{4}(D_2\Sigma)^2, \quad \Sigma(0, \phi) = V_0(\phi)}. \quad (29)$$

Это и есть искомое обобщенное РГ уравнение. Чтобы получить эффективный потенциал нужно только что сделать замену

$$V_{eff}(g, \phi) = g\Sigma(z, \phi)|_{z \rightarrow -\frac{g}{16\pi^2} \log gv_2/\mu^2}. \quad (30)$$

Вспомним, что $v_2(\phi) \equiv \frac{d^2 V_0(\phi)}{d\phi^2}$.

Обратим внимание, что уравнение (29) на самом деле является уравнением в частных производных, поскольку функция $\Sigma(z, \phi)$ зависит от двух переменных: z и ϕ . Однако в некоторых случаях его можно свести к обыкновенному дифференциальному уравнению, которое можно решить хотя бы численно. Эти примеры мы рассмотрим ниже.

Рассмотрим степенной потенциал. Основное уравнение можно свести к обыкновенному дифференциальному [3] при помощи следующей замены $\Sigma(z, \phi) = \frac{\phi^p}{p!} f(z\phi^{p-4})$, тогда

$$f'(y) = -\frac{1}{4p!} [p(p-1)f(y) + (p-4)(3p-5)yf'(y) + (p-4)^2 y^2 f''(y)]^2 \quad (31)$$

с начальными условиями

$$f(0) = 1, f'(0) = -\frac{1}{4} \frac{p(p-1)}{(p-2)!}. \quad (32)$$

Тогда можно построить эффективный потенциал. Результат для $p = 6$ показаны на рис.5. Видно, что поведение эффективного потенциала характеризуется наличием конечного разрыва [3], в отличие от полюса в случае теории ϕ^4 .

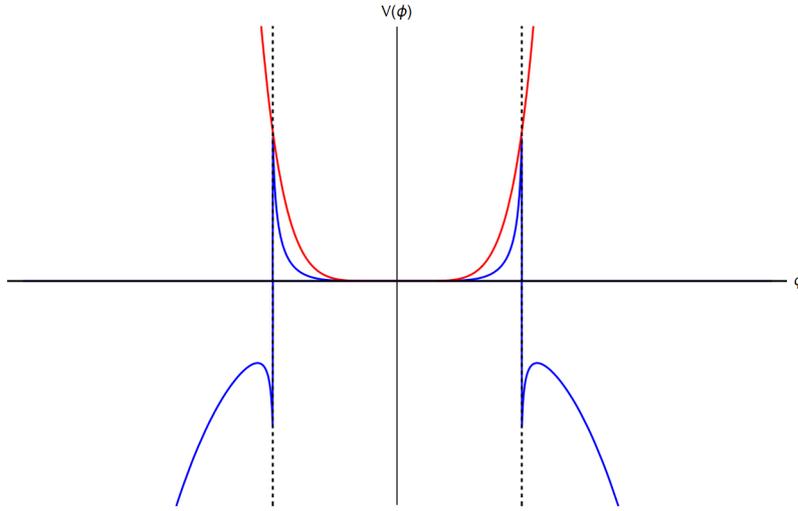


Рис. 5 — Эффективный потенциал LL для теории ϕ^6 (слева). Синяя линия — численное решение ЛЛ, красная пунктирная линия — классический потенциал.

Другим примером, когда основное уравнение можно свести к обыкновенному дифференциальному уравнению, является экспоненциальный потенциал.

$$gV_0 = ge^{|\phi/m|}. \quad (33)$$

Подстановка $\Sigma(z, \phi) = e^{|\phi/m|} f(y)$, приводит к следующему уравнению для функции $f(y)$

$$f'(y) = -\frac{1}{4} (y^2 f''(y) + 3yf'(y) + f(y))^2 \quad (34)$$

с начальным условием $f(0) = 0$, $f'(0) = -1/4$. Это уравнение похоже на уравнение для степенного потенциала с $p = 6$ (31) и имеет аналогичное решение с разрывом см. рис 6.

В **шестой главе** получены квантовые эффективные потенциалы, которые применены для изучения инфляционной космологии медленного скатывания. Выведены [4] обобщенные РГ уравнения для эффективного потенциала в главном логарифмическом приближении и применим его для анализа потенциалов T^2 и T^4 -моделей, которые часто используются в современных моделях инфляции с медленным скатыванием. Материалы этой главы были разработаны в ходе работы [4].

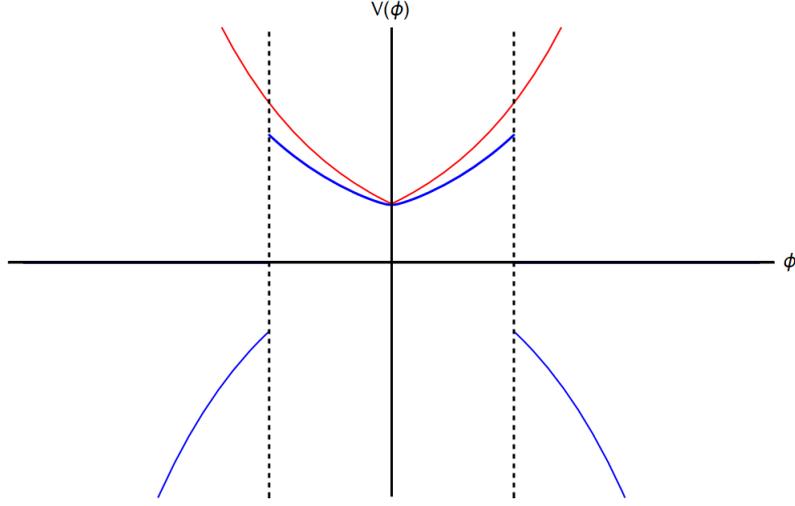


Рис. 6 — Эффективный потенциал для экспоненциального случая. Синяя линия — численное решение ЛЛ, красная пунктирная линия — классический потенциал.

Мы рассматриваем потенциал Γ -модели, который можно переписать следующим образом:[31; 32]

$$V(\phi) = g \tanh^{2n} \left(\phi\omega/\sqrt{6\alpha} \right), \quad (35)$$

где $\omega = M_{Pl}^{-1}$, g — соответствующий масштаб инфляции, а α полагаем равным единице. В дальнейшем мы ограничимся двумя случаями Γ -модели: $n = 1$ (для удобства будем называть ее T^2 -моделью) и $n = 2$ (T^4 -модель)

Рассмотрим теорию с потенциалом (35) при $n = 1$, что соответствует T^2 -модели:

$$V = g \tanh^2 \left(\frac{\phi\omega}{\sqrt{6}} \right). \quad (36)$$

Далее, для упрощения уравнения (29), функцию Σ удобно представить в терминах безразмерных переменных $x = z\omega^4$ и $y = \tanh^2(\phi\omega/\sqrt{6})$, поскольку петлевое разложение этой функции можно представить в виде полиномов по тангенсам. Затем $\Sigma(z\omega^4, \tanh^2(\phi\omega/\sqrt{6})) \equiv S(x, y)$ и обобщенное РГ-уравнение для такого потенциала можно записать в виде [4]:

$$\frac{1}{36}(y-1)^2 \left((1-3y)S_y - 2(y-1)yS_{yy} \right)^2 = -S_x. \quad (37)$$

Начальные и граничные условия для такого уравнения можно определить как:

$$S(0,y) = y, \quad S(x,1) = 1, \quad S_x(x,1) = 0, \quad (38)$$

Численное решение представлено на рис.7. Соответствующие потенциалы при

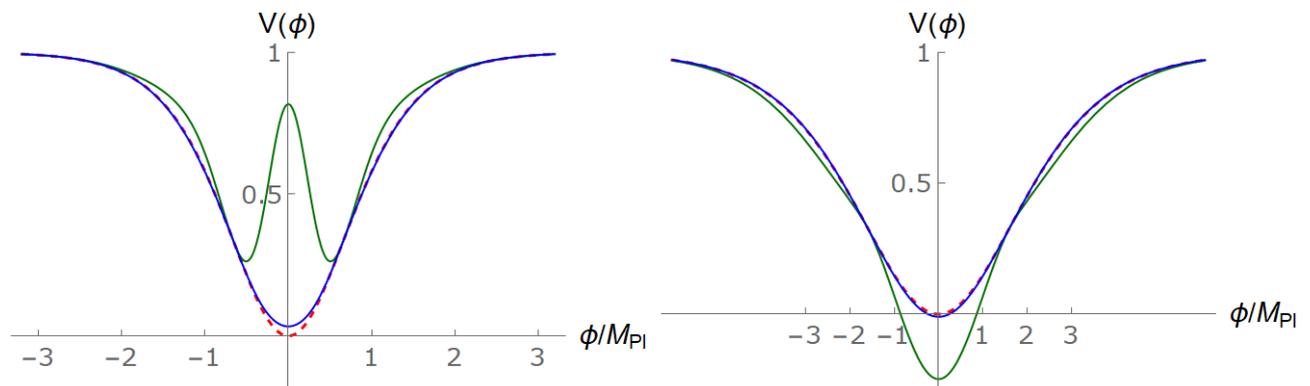


Рис. 7 — Сравнение классического потенциала (красная пунктирная линия), однопетлевой поправки (зеленая сплошная линия) и эффективного потенциала РГ (синяя сплошная линия) при $g \sim 1$, $\mu^2 \sim 10^{-2}$ (верхний график) и $g \sim 1$, $\mu^2 \sim 10$ (нижний график)

различных μ показаны на рис.8. Наблюдается спонтанное нарушение симметрии [4] с максимумом вблизи нуля и, начиная с некоторых предельно малых $\mu^2 \sim 10^{-80}$, могут возникать дополнительные минимумы, соответствующие ложному вакууму. Аналогично случаю T^2 -модели, можно рассмотреть T^4 -модель с потенциалом

$$V = g \tanh^4\left(\frac{\phi\omega}{\sqrt{6}}\right). \quad (39)$$

Обобщенное РГ-уравнение после перехода от производной ϕ к производной по y , будет иметь следующий вид:

$$\frac{1}{9} \left(y^{1/2} - 1\right)^2 y \left(\left(5y^{1/2} - 3\right) S_y + 4y \left(y^{1/2} - 1\right) S_{yy} \right)^2 = -S_x, \quad (40)$$

с граничными и начальными условиями того же вида, что и для T^2 -модели:

$$S(0,y) = y, \quad S(x,1) = 1, \quad S_x(x,1) = 0. \quad (41)$$

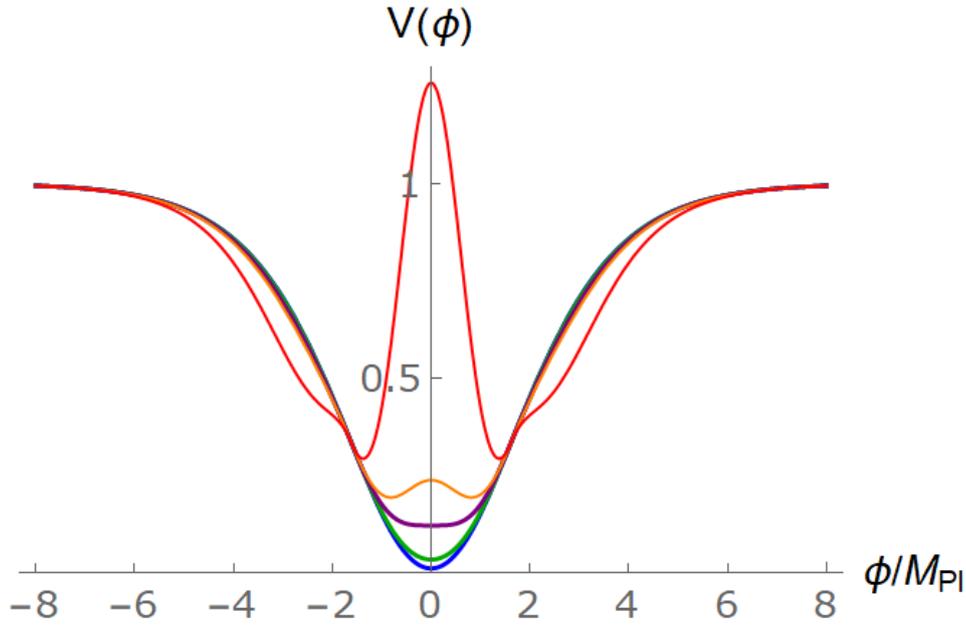


Рис. 8 — Сравнение поведения различных потенциалов со всеми петлевыми поправками при $g \sim 1$. Синяя линия — $\mu^2 \sim 0.6$, зеленая $\mu^2 \sim 10^{-2}$, фиолетовая $\mu^2 \sim 10^{-10}$, оранжевая $\mu^2 \sim 10^{-16}$, красный $\mu^2 \sim 10^{-36}$

Здесь также имеет место спонтанное нарушение симметрии и сохранение асимптотики, но эффективный потенциал для T^4 -модели характеризуется более плавным поведением в сравнении с T^2 .

Мы так же можем вычислить наклон реликтового излучения скалярных возмущений [33; 34]

$$n_s = 1 - 2\epsilon_1 + \epsilon_2, \quad (42)$$

Отношение тензора СМВ к скаляру равно [34]:

$$r = 16\epsilon_1. \quad (43)$$

По данным реликтового излучения, полученным от BICEP/PLANCK [35; 36], наблюдаемые значения этих величин следующие:

$$r < 0.036, \quad n_s = 0.9649 \pm 0.0042. \quad (44)$$

График n_s - r [4] в целом позволяет различать модели и сравнивать их с данными наблюдений.

На рис.9 объединены данные индексов n_s и r_s для эффективных потенциалов обеих моделей в фиолетовой области. На диаграмме видно, что

все эффективные потенциалы согласуются с данными наблюдений [36]. Фиолетовая область на графике соответствует всем разрешенным значениям параметра μ^2 для потенциала. Видно, что эффективные потенциалы на основе T^2 или T^4 существенно не отличаются, но все же различимы.

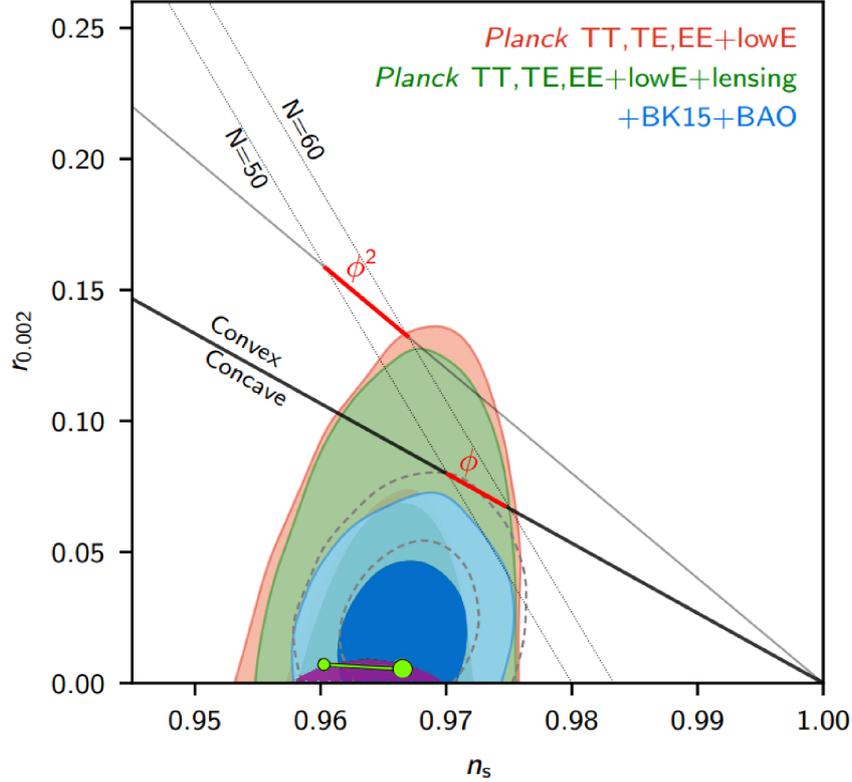


Рис. 9 — Сравнение на графике n_s и r . Темно-фиолетовая область соответствует полным эффективным потенциалам для T^2 в пределах $10^2 < \mu^2 < 10^{-3}$ и T^4 в пределах $10^{10} < \mu^2 < 10^{-14}$ в интервале от 50 до 60 e -сладков. Яркая зеленая линия соответствует классической T^2 -модели.

Источник данных взят из [36]

В **заклучении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем: Диссертация является попыткой развития последовательного подхода к квантовой теории поля для неперенормируемого случая на примерах отдельных моделей и формализмов. Мы затронули вопросы о эффективном "вакуумном" действии, а также функций Грина на фундаменте обобщенного понимания ренормгрупповой операции. Одна часть направления работы касалась изучения максимальной суперсимметричной теории в высших размерностях пространства-времен и построения обобщенной ренормгруппы для такой теории. А именно, на основании теоремы Боголю-

бова-Парасюка были получены обобщённые РГ уравнения в SYM теории в высших размерностях пространства-времени для $D = 6, 8, 10$ для всей бесконечной серии лидирующих полюсных вкладов, лидирующих логарифмов. Эти уравнения для полных серий диаграмм являются сложными интегродифференциальными уравнениями. Для выделенных простых серий эти уравнения сводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям и могут быть решены аналитически. При анализе этих уравнений было обнаружено, что хотя суперсимметрия в действительности и сокращает значительную часть УФ расходящихся вкладов в четырехточечных амплитудах SYM теории в высших размерностях, но всё же УФ-сингулярности присутствуют в отличие от случая $D = 4, \mathcal{N} = 4$ SYM. Таким образом, полного сокращения сингулярностей в общем решении наших уравнений не наблюдается.

Далее был проанализирован подлидирующий порядок. В отличие от лидирующего порядка, он является схемно-зависимым. Данная схемная зависимость и анализируется на основании полученных уравнений. В результате исследования было обнаружено, что неминимальная схема вычитания — схема, с добавлением произвольной константы c — в неперенормируемом случае не сводится к простому сдвигу константы связи, а описывается более сложной операцией, структура которой подчинена \mathcal{R} -операции, то есть структуре обобщенного РГ уравнения.

Далее было получено обобщенное РГ уравнение для произвольной скалярной теории поля. Полученное уравнение имеет значительно более простую структуру, в сравнении с обобщенными РГ уравнениями в теории Янга-Миллса. Что способствует более простому анализу, хотя бы численному. Были рассмотрены конкретные примеры приложения такого уравнения, такие как степенной и экспоненциальной потенциалы, и было показано, что механизм Коулмана-Вайнберга в смысле спонтанного нарушения симметрии для таких простых потенциалов так же не работает, как и в обычной перенормируемой ϕ^4 теории. Хотя обнаружилась интересная особенность таких потенциалов-конечный разрыв функции потенциала. Вследствие такого необычного поведения потенциала, мы обнаружили метастабильность вакуума для обобщенно-ресуммированных квантовых поправок в эффективном потенциале.

И в последней части диссертации был рассмотрен инфляционный потенциал для альфа аттракторных T -моделей, играющих важную роль в совре-

менных космологических построениях. В таких моделях механизм Коулмана-Вайнберга уже работает, что является явным примером нового качественного поведения таких теорий. И были продемонстрированы разные особенности поведения такого модифицированного потенциала. Главной наблюдаемой особенностью полученных решений является плоскостность потенциала на бесконечности, иными словами на базе прямых вычислений была показана устойчивость поведения альфа-аттракторов при больших значениях скалярных полей в инфляционной космологии с медленным скатыванием.

Интересным также тут является то, что в такой теории можно построить конкретные эмпирически наблюдаемые космологические параметры, при помощи которых можно измерить вклад квантовых поправок от перенормируемой теории. Так как космологические параметры в инфляционной теории чувствительны к форме потенциала скалярного поля, они выражают соотношения скалярных и тензорных возмущений метрики. Сравнение этих соотношений с наблюдательными данными позволяют дискриминировать модели скалярных потенциалов. В данной работе в пределах заданной точности было показано, что альфа-аттракторные модели достаточно легко проходят проверку наблюдениями. Если бы наблюдения были бы не косвенными, а прямыми — то есть если бы можно было наблюдать первичные гравитационные волны — то можно было бы проверить не только инфляционную модель с медленным скатыванием в ранней вселенной, но и перенормируемую квантовую теорию поля.

В дальнейшей разработке в рамках данной теме являются вопросы широкого спектра. Так, например, из-за простоты общей структуры \mathcal{R} -операции для произвольного скалярного поля можно было бы проследить за подлидирующими полюсными вкладами. Открытым остается вопрос о формулировке уравнения для теории со скалярным потенциалом типа $O(N)$ или $SU(N)$ и так далее. В некоторой степени проблемой, требующей решения является необходимость изучения связи модели типа скалярной электродинамики с произвольным потенциалом: это могло бы открыть возможности для изучения перенормируемых моделей Янг-Миллса, связанных со скалярными потенциалами произвольной формы. Для сравнения с экспериментальными данными любопытной является перспектива изучения четырехфермионного взаимодействия с безмассовыми фермионами: с помощью построения обобщенных ре-

норм-групповых уравнений удалось бы связать теории типа Ферми (лёгкими фермионами и кварками) или Намбу-Йона-Лазинио (легкими кварками) с их перенормируемыми версиями, включенных в Стандартную модель. Эти исследования могли бы дать рост идее о том, как именно можно дополнить современную картину физики элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий. Также открыто стоит вопрос о поведении нелинейной системы уравнений Фридмана в космологии: интересно было бы изучить нарушение симметрии с точки зрения численных решений в динамике для уже изученных моделей.

И ещё раз можно обратить внимание на тот факт, что утверждения о локальности сингулярных членов после вычитания всех сингулярных подграфов, в некотором сингулярном графе, полностью достаточно, чтобы просуммировать все очень сложные логарифмы, примеры которых были даны в диссертации, весьма не тривиально и заслуживает должного внимания.

Публикации автора по теме диссертации

1. Divergences in maximal supersymmetric Yang-Mills theories in diverse dimensions / L. V. Bork [и др.] // JHEP. — 2015. — т. 11. — с. 059.
2. Structure of UV divergences in maximally supersymmetric gauge theories / D. I. Kazakov [и др.] // Phys. Rev. D. — 2018. — т. 97, № 12. — с. 125008.
3. *Kazakov D. I., Iakhibbaev R. M., Tolkachev D. M.* Leading all-loop quantum contribution to the effective potential in general scalar field theory // JHEP. — 2023. — т. 04. — с. 128.
4. *Kazakov D. I., Iakhibbaev R. M., Tolkachev D. M.* Leading all-loop quantum contribution to the effective potential in the inflationary cosmology // JCAP. — 2023. — т. 09. — с. 049.
5. *Tolkachev D. M., Kazakov D. I., Yakhibbaev R. M.* Quantum Corrections to the Effective Potential in Generalized Models with a Scalar Field // Письма в журнал “Физика элементарных частиц и атомного ядра”. — 2023. — т. 20, № 3. — с. 292—295.

Список литературы

6. *Боголюбов Н. Н.* Уравнения в вариациях квантовой теории поля. — 1952.
7. *Shirkov D. V., Kovalev V. F.* Bogolyubov renormalization group and symmetry of solution in mathematical physics // *Phys. Rept.* — 2001. — т. 352. — с. 219–249.
8. *Bogoliubov N. N., Shirkov D.* Introduction To The Theory Of Quantized Fields. — Moscow : Nauka, 1957. — English transl.: *Introduction to the Theory of Quantized Fields, 3rd ed.*, New York, Wiley, 1980.
9. *Zav'yalov O. I.* Bogolyubov's R-operation and the Bogolyubov-Parasyuk theorem // *Russian Mathematical Surveys.* — 1994. — окт. — т. 49, № 5. — с. 67.
10. *Kazakov D. I.* Radiative corrections, divergences, regularization, renormalization, renormalization group and all that in examples in quantum field theory. — JINR, 2008.
11. *Stueckelberg E. C. G., Petermann A.* The normalization group in quantum theory // *Helv. Phys. Acta.* — 1951. — т. 24. — с. 317–319.
12. *Bogoliubow N. N., Parasiuk O. S.* Über die Multiplikation der Kausalfunktionen in der Quantentheorie der Felder // *Acta Mathematica.* — 1957. — т. 97. — с. 227–266.
13. *Zimmermann W.* Convergence of Bogolyubov's method of renormalization in momentum space // *Commun. Math. Phys.* — 1969. — т. 15. — с. 208–234.
14. *Shirkov D. V.* The Bogolyubov renormalization group. — 1996. — февр.
15. *Weinberg S.* The Quantum theory of fields. Vol. 1: Foundations. — Cambridge University Press, 06.2005. — ISBN 978-0-521-67053-1, 978-0-511-25204-4.
16. *West P. C.* Introduction to supersymmetry and supergravity. Extended second edition. — Second. — Singapore : World Scientific, 1990.
17. *Dixon L. J.* A brief introduction to modern amplitude methods // *Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: Particle Physics: The Higgs Boson and Beyond.* — 2014. — с. 31–67.

18. Direct proof of tree-level recursion relation in Yang-Mills theory / R. Britto [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2005. — т. 94. — с. 181602.
19. *Coleman S. R., Weinberg E. J.* Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking // Phys. Rev. D. — 1973. — т. 7. — с. 1888—1910.
20. *Bern Z., Dixon L. J., Kosower D. A.* Progress in one loop QCD computations // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 1996. — т. 46. — с. 109—148.
21. *Dennen T., Huang Y.-t.* Dual Conformal Properties of Six-Dimensional Maximal Super Yang-Mills Amplitudes // JHEP. — 2011. — т. 01. — с. 140.
22. *Caron-Huot S., O’Connell D.* Spinor Helicity and Dual Conformal Symmetry in Ten Dimensions // JHEP. — 2011. — т. 08. — с. 014.
23. *Boels R. H., O’Connell D.* Simple superamplitudes in higher dimensions // JHEP. — 2012. — т. 06. — с. 163.
24. *Cheung C., O’Connell D.* Amplitudes and Spinor-Helicity in Six Dimensions // JHEP. — 2009. — т. 07. — с. 075.
25. *Beisert N.* On Yangian Symmetry in Planar N=4 SYM // Gribov-80 Memorial Workshop on Quantum Chromodynamics and Beyond. — 04.2010. — с. 413—438.
26. Exacting N=4 Superconformal Symmetry / T. Bargheer [и др.] // JHEP. — 2009. — т. 11. — с. 056.
27. Bethe Ansatz for Yangian Invariants: Towards Super Yang-Mills Scattering Amplitudes / R. Frassek [и др.] // Nucl. Phys. B. — 2014. — т. 883. — с. 373—424.
28. *Drummond J. M., Henn J. M., Plefka J.* Yangian symmetry of scattering amplitudes in N=4 super Yang-Mills theory // JHEP / под ред. F. Liu, Z. Xiao, P. Zhuang. — 2009. — т. 05. — с. 046.
29. High Energy Behavior in Maximally Supersymmetric Gauge Theories in Various Dimensions / D. Kazakov [и др.] // Symmetry. — 2019. — т. 11, № 1. — с. 104.

30. Summation of all-loop UV Divergences in Maximally Supersymmetric Gauge Theories / A. T. Borlakov [и др.] // JHEP. — 2016. — т. 12. — с. 154.
31. *Frolovsky D., Ketov S. V.* Fitting Power Spectrum of Scalar Perturbations for Primordial Black Hole Production during Inflation // Astronomy. — 2023. — т. 2, № 1. — с. 47—57.
32. Unity of Cosmological Inflation Attractors / M. Galante [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2015. — т. 114, № 14. — с. 141302.
33. *Kallosh R., Linde A., Roest D.* Superconformal Inflationary α -Attractors // JHEP. — 2013. — т. 11. — с. 198.
34. *Martin J., Ringeval C., Vennin V.* Encyclopædia Inflationaris // Phys. Dark Univ. — 2014. — т. 5/6. — с. 75—235.
35. Improved Constraints on Primordial Gravitational Waves using Planck, WMAP, and BICEP/Keck Observations through the 2018 Observing Season / P. A. R. Ade [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2021. — т. 127, № 15. — с. 151301.
36. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation / Y. Akrami [и др.] // Astron. Astrophys. — 2020. — т. 641. — A10.