ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
им. Н.Н. БОГОЛЮБОВА

На правах рукописи

Будёхина Александра Сергеевна

Исследование квантовой структуры суперсимметричных калибровочных теорий в четырех и шести измерениях

Специальность 1.3.3 —
«Теоретическая физика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Дубна — 2024

Работа выполнена в Томском Государственном Педагогическом Университете.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник
Бухбиндер Иосиф Львович

С электронной версией диссертации можно ознакомится на официальном сайте Объединенного института ядерных исследований в информационно телекомуникационной сети «Интернет» по адресу: https://dissertations.jinr.ru. С печатной версией диссертации можно ознакомится в Научно-технической библиотеке ОИЯИ (г. Дубна, Московская область, ул. Жолио-Кюри, д. 6).

Технический секретарь
диссертационного совета
по теоретической физике ЛТФ
доктор физико-математических наук Ю. М. Быстрицкий

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Релятивистская квантовая теория поля, в основе которой лежит синтез специальной теории относительности и квантовой механики, является математическим фундаментом современной физики высоких энергий. Базовой симметрией физики высоких энергий является симметрия специальной теории относительности, математически выражаемая в терминах группы Пуанкаре. Суперсимметрия, используемая в релятивистский теории поля, представляет собой расширение симметрии специальной теории относительности, она соединяет специальным образом бозоны и фермионы с одинаковыми массами в единый мультиплет и тем самым обеспечивает объединение бозонов и фермионов. Это достигается нетривиальным расширением генераторов группы Пуанкаре фермионными генераторами, называемыми суперзарядами, перестановочные соотношения между которыми даются в терминах антикоммутаторов. Это позволяет преодолеть утверждение теоремы запрета Колемана-Мандулы, что любое расширение группы Пуанкаре представляет собой прямое произведение [1]. В результате мы приходим к суперсимметричной квантовой теории поля, где в качестве пространственно-временной симметрии используется суперсимметричное расширение стандартной релятивистской симметрии.

Наиболее общее расширение алгебры Пуанкаре фермионными генераторами в четырех измерениях было построено в работе [2]. В частности, было установлено, что различные суперсимметричные расширения алгебры Пуанкаре нумеруются целым положительными числами $\mathcal{N}$. При $\mathcal{N} = 1$ суперсимметрия называется простой или $\mathcal{N} = 1$ суперсимметрией, $\mathcal{N} > 1$, суперсимметрия называется расширенной.

Суперсимметричная теория поля строится как теория бозонных и фермионных полей в различных измерениях, в основе которой лежит суперсимметричное расширение релятивистской симметрии. К настоящему времени суперсимметричная квантовая теория представляет собой интенсивно развивающуюся область теоретической физики, тесно связанную с физикой высоких энергий и математической физикой. В качестве сейчас уже общепринятых достижений суперсимметричной квантовой теории поля отметим $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричное обобщение Стандартной Модели, где за счет суперсимметрии удается преодолеть известные недостатки Стандартной Модели, такие как проблема иерархии, проблема времени жизни протона и проблема строгого пересечения бегущих констант связи при высоких энергиях в суперсимметричной теории великого объединения с калибровочной группой $SU(5)$.

Суперсимметрия является ключевым элементом теории суперструн, которая по сути является объединенной теорией всех фундаментальных взаимодействий, включая описание гравитации на квантовом уровне. Она оказала существенное влияние на развитие современной теоретической и математической физики. Низкоэнергетический предел теории суперструн описывается калибровочными теориями в различных измерениях, которые наследуют суперсимметрию исходной суперструны. Это обстоятельство ведет к возникновению широкого круга проблем изучения квантовой структуры суперсимметричных калибровочных теорий, редуцированных из теории суперструн и к разработке методов исследования низкоэнергетических квантовых эффектов в теории суперструн методами квантовой теории поля.

Степень разработанности темы.

Для формулировки суперсимметричных полевых теорий используются два базовых подхода: компонентный и суперполевой. В компонентном подходе лагранжиан суперсимметричной теории записывается в терминах мультиплета бозонных и фермионных полей, реализующих неприводимое представление соответствующей супергруппы. Такой подход полностью аналогичен использованию обычного полевого лагранжиана с некоторым числом скаляров, спиноров и векторов. Однако суперсимметрия в этом случае не является явной и алгебра суперпреобразований замыкается только on-shell, то есть на уравнениях движения. Для замыкания этой алгебры требуется набор вспомогательных полей, нахождение которых представляет собой отдельную проблему для теорий с расширенной суперсимметрией, в том числе и в высших измерениях. К настоящему времени проблема в целом не решена, несмотря на многочисленные усилия.

Альтернативным является суперполевой подход, в котором основными объектами являются суперполя, то есть функции, определенные на пространствах, содержащих коммутирующие и антикоммутирующие координаты. Суперполе автоматически содержит весь мультиплет бозонных и фермионных компонентных полей вместе с необходимыми вспомогательными полями. В этом случае имеется явная суперсимметрия и алгебра суперпреобразований замкнута off-shell, или вне уравнений движения. Однако в теориях с расширенной суперсимметрией возникает проблема нахождения несвязанных суперполей, которые должны быть независимыми функциональными аргументами действия. При произвольном числе суперсимметрий $\mathcal{N}$ и в произвольных измерениях эта проблема в общем виде не решена. Компонентные и суперполевые формулировки, хотя имеют свои достоинства и недостатки, в целом дополняют друг друга. Компонентный подход тесно связан с обычной не суперсимметричной теорией, что позволяет эффективно использовать хорошо развитые различные специальные методы квантовой теории поля. Суперполевой подход, в том случае, если он корректно реализован, должен обеспечить явную суперсимметрию, что позволяет эффективно контролировать сложные квантово-полевые вычисления.

Суперполевая формулировка четырехмерных $\mathcal{N} = 1$ суперсимметричных теорий к настоящему времени хорошо известна и имеет многочисленные конкретные приложения (см., например, монографии [3—5]). Проблема построения последовательной off-shell суперполевой формулировки для четырехмерных $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричных полевых теорий оказалась исключительно сложной и была решена в пионерских работах [6; 7] в рамках гармонического суперпространства. Явно $\mathcal{N} = 2$ четырехмерная суперсимметричная квантово-полевая теория возмущения была представлена в работах [8—10] в терминах гармонических суперграфов. Полный обзор подхода гармонического суперпространства в четырех измерениях за первые 25 лет его развития представлен в монографии [11]. Обобщение гармонического подхода на суперсимметричные теории в шести измерениях дано в работах [12—14].

При изучении квантовой структуры калибровочных теорий наиболее привлекательной является формулировка теории, сохраняющая как можно большее число симметрий соответствующей классической модели. Для сохранения явной суперсимметрии используется уже упомянутая формулировка гармонического суперпространства. Для сохранения калибровочной симметрии в квантовой теории удобно использовать метод фонового поля. Его основная идея основана на расщеплении исходных калибровочных полей на две части: на фоновые и квантовые поля. Для квантования теории накладываются условия фиксации калибровки только на квантовые поля, согласно стандартной процедуре квантования Фаддева-Попова вводится действие духов и действие фиксации калибровки. Фоновые поля рассматриваются как функциональные аргументы эффективного действия. Действие фиксации калибровки выбирается таким образом, чтобы оно зависело от фоновых полей. В результате в конкретных калибровочных моделях можно найти класс действий фиксации калибровки, которые обеспечивают инвариантность эффективного действия относительно классических калибровочных преобразований.

Метод фонового поля был первоначально предложен Де Виттом [15; 16], и позднее был адаптирован для суперсимметричных теорий. Для расширенных суперсимметричных теорий в гармоническом суперпространстве метод фонового поля был впервые представлен в работе [17]. Изучение петлевых квантовых поправок удобно проводить с помощью метода собственного времени Швингера-ДеВитта [15] или его обобщения [18—20] для суперполевых теорий. Использование описанных выше методов обеспечивает калибровочную инвариантность эффективного действия на каждом этапе вычислений. Подход гармонического суперпространства позволяет формулировать теорию в терминах неограниченных суперполей, что обеспечивает явную суперсимметрию в квантовых вычислениях, и, на ряду с методом фонового поля, является основным методом изучения низкоэнергетического эффективного действия.

Ценой сохранения всех симметрий теории на уровне квантовых вычислений являются трудности, связанные с наличием дополнительных переменных. Гармонические суперграфы содержат пропагаторы, зависящие от этих переменных, гармоник, и интегралы по гармоникам, число которых увеличивается с количеством петель. Явное вычисление таких интегралов требует нахождения и использования различных нетривиальных тождеств для гармонических переменных, которые не очевидны в каждом конкретном случае.

Предлагаемая диссертация посвящена исследованию различных аспектов квантовой структуры четырехмерных и шестимерных суперкалибровочных теорий, в основе которых лежит изучение суперполевого квантового эффективного действия. Эффективное действие строится в подходе гармонического суперпространства с использованием метода фонового поля и суперполевого метода собственного времени. Все это в целом обеспечивает явную суперсимметрию и явную калибровочную инвариантность на всех этапах петлевых вычислений. Решение проблем реализации описанных методов в различных моделях и последовательное рассмотрение квантовой структуры суперсимметричн теорий является общей задачей настоящей работы.

Целью настоящей работы является разработка и применение явно суперсимметричных и калибровочно инвариантных методов изучения квантовой структуры четырехмерных и шестимерных $\mathcal{N}=2$ и $\mathcal{N}=(1{,}0)$ суперсимметричных теорий в соответствующих гармонических суперпространствах.

Конкретные **задачи** диссертационной работы направлены на изучение однопетлевых и двухпетлевых расходимостей в эффективное действие с использованием размерной регуляризации и схемы минимальных вычитаний в следующих моделях суперсимметричной квантовой теории поля:

1. В шестимерной $\mathcal{N}=(1{,}1)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с гипермультиплетом, сформулированной в гармоническом суперпространстве, вычисляется двухпетлевое эффективное действие в секторе гипермультиплета. Проводится анализ двухпетлевых расходимостей эффективного действия в рамках метода фонового поля в гармоническом суперпространстве, в результате которого возникают гармонические интегралы специального вида, для которых разрабатывается процедура их вычисления.
2. В шестимерной $\mathcal{N}=(1{,}0)$ суперкалибровочной теории с высшими производными, сформулированной в $6D, \mathcal{N}=(1{,}0)$ гармоническом суперпространстве, вычисляются однопетлевые расходящиеся вклады в эффективное действие как в секторе суперполей векторного мультиплета, так и в секторе суперполей гипермультиплета.

3. Проводится вычисление однопетлевых расходимостей в бозонном секторе в шестимерных $\mathcal{N} = (1{,}0)$ и $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричных теориях Янга-Миллса с гипермультиплетом, сформулированных в компонентном подходе, где теории заданы в терминах шестимерных скалярных, спинорных и векторных полей. Явно демонстрируется, что расходящийся вклад пропорционален уравнениям движения для фоновых векторных полей в $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, а в $\mathcal{N} = (1{,}1)$ и суперсимметричной теории Янга-Миллса полностью сокращается. С помощью явных вычислений показывается, что вклад в расходящуюся часть эффективного действия, содержащий третью степень по напряженности векторного поля отсутствует.
4. Проводится построение процедуры вычисления гармонических интегралов, возникающих в соответствующих расходящихся вкладах в эффективное действие в шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теория гипермультиплета, взаимодействующего с абелевым векторным мультиплетом.
5. Разрабатывается явно $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричная и репараметризационно-инвариантная процедура нахождения эффективного действия и проводится вычисление расходящейся части эффективного действия в однопетлевом приближении в четырехмерной $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной сигма-модели, сформулированной в $4D, \mathcal{N} = 2$ гармоническом суперпространстве в терминах омега-гипермультиплета.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Рассматривается двухпетлевое эффективное действие в шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с гипермультиплетом, сформулированной в гармоническом суперпространстве. Показано, что анализ двухпетлевых расходимостей эффективного действия в рамках метода фонового поля в гармоническом суперпространстве ведет к гармоническим интегралам специального вида, для которых разработана процедура их явного вычисления.
2. Получены выражения для однопетлевых расходимостей в $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной калибровочной теории с высшими производными в шести измерениях. Теория включает взаимодействующие калибровочный мультиплет и гипермультиплет в произвольном представлении калибровочной группы. Эффективное действие получено в нескольких моделях: в модели с высшими производными только с калибровочным мультиплетом и в модели, в которой калибровочный мультиплет связан с гипермультиплетом в произвольном представлении калибровочной группы, со стандартными кинетическими членами и членами с высшими

производными. Во всех рассматриваемых моделях проведено явно суперсимметричное и калибровочно-инвариантное вычисление однопетлетлвых расходимостей и результаты представлены в терминах $\mathcal{N} = (1{,}0)$ гармонических суперполей.

3. Вычислены однопетлевые расходимости эффективного действия в шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса в компонентной формулировке. Построен метод фонового поля, вычислены однопетлевые контрчлены в бозонном секторе. Явно продемонстрировано, что расходящийся вклад пропорционален уравнениям движения для фоновых векторных полей в $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, а в $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса полностью сокращается. С помощью явных вычислений показано, что вклад в расходящуюся часть эффективного действия, содержащий третью степень по напряженности векторного поля отсутствует.
4. Рассматривается шестимерная $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричная теория гипермультиплтета, взаимодействующего с абелевым векторным мультиплетом. В данной теории построена процедура вычисления гармонических интегралов, возникающих в соответствующих расходящихся вкладах в эффективное действие.
5. Разработан ковариантный подход к исследованию квантовой структуры $D4, \mathcal{N} = 2$ суперсимметричной сигма-модели, сформулированной в гармоническом суперпространстве в терминах омега гипермультиплета. Построена сигма-модельная процедура вычисления эффективного действия, сохраняющая суперполевую репараметризационную симметрию классической теории. Вычислены расходящиеся вклады в однопетлевое эффективное действие.

Научная новизна:Все результаты получены впервые и опубликованы в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus.

– В $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса в рамках $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперполевого метода фонового поля построено квантовое эффективное действие и впервые показано, что ведущая двухпетлевая расходимость в секторе векторного мультиплета обусловлена только суперграфом типа $'\infty'$ и впервые явно вычислен соответствующий расходящийся вклад.
– Рассмотрена $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ суперкалибровочная теория, содержащая как стандартный кинетический член так и член с высшими производными, связанная с гипермультиплетом в произвольном представлении калибровочной группы. Развита явно суперсимметричная и калибровочно-инвариантная процедура вычисления расходимостей эффективного действия и вычислены однопетлевые контрчлены.

– Впервые проведено прямое вычисление однопетлевых расходящихся вкладов в эффективное действие в $6D, \mathcal{N} = (1{,}1)$ теории Янга-Миллса в компонентном подходе. Развит метод фонового поля и впервые показано, что однопетлевые расходимости в бозонном секторе сокращаются. Результаты согласованы с соответствующими суперполевыми вычислениями.
– В $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории гипермультиплета, взаимодействующего с абелевым калибровочным суперполем с произвольным суперпотенциалом впервые построена процедура вычисления эффективного действия, зависящего от внешнего поля и впервые найдены расходящиеся вклады в это эффективное действие. Разработанная методика вычислений является универсальной и применима к моделям гипермультиплета в низших размерностях.
– Рассмотрена $4D, \mathcal{N} = 2$ суперсимметричная сигма-модель в гармоническом суперпространстве в терминах омега-гипермультиплета. Впервые построена явно $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричная процедура вычисления суперполевого эффективного действия, сохраняющая репараметризационную инвариантность в $\mathcal{N} = 2$ суперпространстве. Найдены расходящиеся вклады в однопетлевое эффективное действие в терминах $\mathcal{N} = 2$ суперполей.

Достоверность. Достоверность полученных результатов обусловлена корректным использованием суперполевых методов суперсимметричной теории поля, функциональных методов квантовой теории поля, методов теории калибровочных полей. Контроль вычислений осуществлялся на основе развитого подхода с явной суперсимметрией и явной калибровочной инвариантностью на всех этапах вычислений. В частных случаях, процитированных в диссертации, полученные результаты совпадают с известными результатами, имеющимися в литературе.

Публикации [A1—A5], подготовленные по результатам, полученным в настоящей диссертационном исследовании, были опубликованы в международных изданиях, где прошли процедуру рецензирования.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на следующих российских и международных семинарах и конференциях:

1. XXIII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых “Наука и образование”, ТГПУ, Томск. 22–26 апреля 2019 г.
2. XVII DIAS-TH Winter School «Supersymmetry and Integrability», ОИЯИ, Дубна. 31 января–4 февраля 2022 г.
3. Moscow International School of Physics 2022, ОИЯИ, Дубна. 24 июля – 2 августа 2022 г.
4. Quantum Field Theory and Gravity (QFTG’23), ТГПУ, Томск. 10 – 14 июля 2023 г.

5. Летняя школа Фонда “Базис”, МГУ, Мос.обл. 31 июля – 11 августа 2023 г.
6. Seminar of Theme "Modern Mathematical Physics ЛТФ ОИЯИ, Дубна. 17 ноября 2023 г.
7. FIELDS and STRINGS, Moscow Steklov Mathematical Institute, Moscow. 5 – 10 февраля 2024 г.
8. Problems of Modern Mathematical Physics, ОИЯИ ЛТФ, Дубна. 19–23 февраля 2024 г.
9. Intrernational school of subnuclear physics, Erice, Sicily. 14 – 24 июня 2024 г.

Также по материалам диссертации был сделан доклад на научном семинаре в ЛТФ ОИЯИ.

Личный вклад. Основные результаты диссертации получены автором самостоятельно и опубликованы в работах [A1—A5]. Постановка задач и анализ результатов выполнялись совместно научным руководителем д.ф.м.н., профессором И.Л. Бухбиндером и к.ф.м.н. Б.С. Мерзликиным. Результаты работ [A2; A5] получены автором единолично. В остальных работах все сложные аналитические вычисления проводились автором параллельно с соавторами и на всех этапах работы промежуточные результаты сравнивались с результатами соавторов.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 5 печатных работах в рецензируемых журналах, включённых в список ВАК и/или международных баз данных Web of Science и/или Scopus [A1—A5].

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируются цели, задачи и защищаемые положения диссертации.

Первая глава основана на работе [A1]. Разделы 1.1-1.3 носят вводный и вспомогательный характер. В них в краткой форме приводится формулировка шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с гипермультиплетом, сформулированной в $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ гармоническом суперпространстве соответственно. Раздел 1.1 посвящен непосредственно описанию $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ гармонического суперпространства, в нем вводятся основные понятия и обозначения, использующиеся в основной части диссертации. В разделе 1.2 вводится действие $6D, \mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, которое в суперполевой форме имеет вид

$$S_0[V^{++},q^+] \;=\; \frac{1}{f_0^2}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n}\mathrm{tr}\int d^{14}z\,du_1\ldots du_n\frac{V^{++}(z,u_1)\ldots V^{++}(z,u_n)}{(u_1^+u_2^+)\ldots(u_n^+u_1^+)}$$
$$-\frac{1}{2}\mathrm{tr}\int d\zeta^{(-4)}du\,q^{+\mathcal{A}}\nabla^{++}q^+_{\mathcal{A}}. \qquad (1)$$

Здесь q^+, V^{++} это аналитические на гармоническом подпространстве суперполя, $\mathcal{A}$ это индекс, соответствующий группе Паули-Гюрши $SU(2)$, который опускается и поднимается по правилу $q^+_{\mathcal{A}} = \epsilon_{\mathcal{AB}}q^{+\mathcal{B}}$, $\epsilon_{12} = 1$, $\nabla^{++} = D^{++} + iV^{++}$, D^{++} - это гармоническая производная, а f_0 – константа связи обратной массовой размерности. Выражения $d^{14}z = d^6x\,du(D^-)^4(D^+)^4$ и $d\zeta^{(-4)} = d\zeta^{(-4)} = d^6xdu\,(D^-)^4$ означают меры интегрирования по полному и аналитическому суперпространству соответственно. Суперполе V^{++} описывает калибровочный мультиплет и принимает значения в алгебре Ли калибровочной группы G. Суперполя q^+ принадлежат в общем случае произвольному представлению R калибровочной группы G. Действие (1) инвариантно относительно калибровочных преобразований и относительно $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметрии. Если гипермультиплет принадлежит присоединенному представлению $R = Adj$, действие (1) описывает $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричную теорию Янга-Миллса, которая, в добавок к явной $\mathcal{N} = (1{,}0)$ обладает дополнительной $\mathcal{N} = (0{,}1)$ скрытой суперсимметрией.

Затем в обзорном разделе 1.3 дается описание метода фонового поля в гармоническом суперпространстве, который основан на разделении исходных суперполей V^{++} и q^+ на фоновые и квантовые по правилу

$$V^{++} \to \mathbf{V}^{++} + f_0 v^{++}, \qquad q^+_{\mathcal{A}} \to Q^+_{\mathcal{A}} + f_0 q^+_{\mathcal{A}}, \qquad (2)$$

где $\mathbf{V}^{++}, Q^+_{\mathcal{A}}$ называются фоновыми (классическими) суперполями, а v^{++}, $q^+_{\mathcal{A}}$ называются квантовыми суперполями. Разделяя таким образом суперполя, мы получаем классическое действие как функционал от фоновых суперполей и квантовых суперполей. Для получения калибровочно-инвариантного эффективного действия калибровка фиксируется только относительно квантовых суперполей, при этом она не нарушает калибровочную инвариантность фоновых полей.

В следующем разделе 1.4 проводится вычисление расходимостей теории с действием (1) в секторе гипермультиплета, что означает $\mathbf{V}^{++} = 0$ в (2). В таком случае выражение для квадратичного по квантовым полям полного действия $S_{\rm total}$, которое определяет суперполевые пропагаторы, используемые далее в петлевых квантовых вычислениях, существенно упрощается. Полное действие $S_{\rm total}$ в такой теории строится как сумма классического действия (1) со сдвинутыми полями, действия фиксации калибровки и действия духов.

Используя суперполевой индекс расходимости, соображения калибровочной инвариантности и размерный анализ, устанавливается возможный вид расходящегося двухпетлевого вклада в эффективное действие. Он имеет следующую структуру [21]

$$\Gamma^{(2)}_{div}[Q^+] = c_3 \mathrm{tr} \int d\zeta^{(-4)}\, du\, [Q^{+\mathcal{A}}, Q^+_{\mathcal{A}}]\partial^2[Q^{+\mathcal{A}}, Q^+_{\mathcal{A}}]. \quad (3)$$

где c_3 – размерная константа, пропорциональная квадрату константы связи f_0 и содержащая параметр размерной регуляризации ε.

Выражение (3) выводится с использованием явной калибровочной инвариантности и явной $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметрии, что обусловлено использованием суперполевого метода фонового поля и размерностями основных величин, входящих в исходное классическое действие. Также предполагается, что используется регуляризация, сохраняющая калибровочную инвариантность и суперсимметрию.

В разделе 1.5 описана процедура вычисления расходящегося расходящейся части суперграфа типа '∞'.

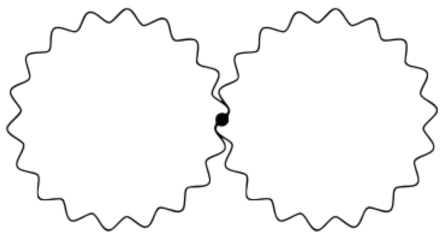

Рис. 1 — Расходящаяся диаграмма типа '∞'.

Явное выражения для расходящейся части, соответсвующей этой диаграмме, имеет вид [21]

$$\begin{aligned}\Gamma^{(2)}_{div}[Q^+] &= -2\mathrm{f_0}^2\, \mathrm{t}r(T^I T^J T^K T^L) \\ &\times \int d^{14}z \int \prod_{a=1}^{4} du_a \frac{G^{(2,2)}_{IJ}(z,u_1; z, u_2)\, G^{(2,2)}_{KL}(z, u_3; z, u_4)}{(u_1^+ u_2^+)(u_2^+ u_3^+)(u_3^+ u_4^+)(u_4^+ u_1^+)}, \quad (4)\end{aligned}$$

где T^I – генераторы представления R калибровочной группы, в которой лежит суперполе гипермультиплета. В рамках процедуры нахождения расходящихся вкладов развивается метод вычисления гармонических интегралов, присутствующих в двухпетлевых суперграфах. Результат вычислений имеет вид

$$\Gamma^{(2)}_{div}[Q^+] = \frac{f_0^2}{(4\pi)^6\varepsilon^2} \mathrm{tr} \int d^{14}z du\, [Q^{+\mathcal{A}}, Q^+_{\mathcal{A}}]\partial^2[Q^{+\mathcal{A}}, Q^+_{\mathcal{A}}]. \quad (5)$$

Выражение (5) полностью совпадает по структуре с расходящейся частью двухпетлевого эффективного действия (3), полученной из качественных соображений.

В разделе 1.6 подведены итоги первой главы.

Вторая глава диссертации основана на работе [A2]. В ней исследуется структура однопетлевых расходимостей в шестимерных калибровочных теориях с высшими производными. В разделе 2.1 рассматривается $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричная теория Янга-Миллса с добавочным членом с высшими производными в гармоническом суперпространстве [22]

$$\begin{aligned} S_0[V^{++}] &= \frac{1}{2g_0^2}\mathrm{tr}\int d\zeta^{(-4)}(F^{++})^2 \\ &+ \frac{1}{f_0^2}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-i)^n}{n}\mathrm{tr}\int\frac{d^{14}z\,du_1\ldots du_n}{(u_1^+u_2^+)\ldots(u_n^+u_1^+)}V^{++}(z,u_1)\ldots V^{++}(z,u_n)\,, \end{aligned} \quad (6)$$

где g_0 - безразмерная константа связи. Для изучения теории используется явно суперсимметричный и ковариантный подход, основанный на методе фонового поля, методе собственного времени и схеме минимальных вычитаний в $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ гармоническом суперпространстве.

Проводится вычисление однопетлевых расходимостей эффективного действия в секторе калибровочного мультиплета, его результат представлен выражением

$$\Gamma^{(1)}_{div} = \sum_{i=1}^{4}\Gamma_{i,\infty} = -\frac{11}{3}\frac{C_2}{(4\pi)^3\varepsilon}\mathrm{tr}\int d\zeta^{(-4)}du\,(\boldsymbol{F}^{++})^2\,. \quad (7)$$

Таким образом показывается, какой вклад в расходимости в $6D$, $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с высшими производными могут давать стандартные кинетические члены $6D$, $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса. Как видно из выражения (7), для полного действия $6D$, $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с высшими производными (6) расходимости определяются только слагаемыми со старшими производными. Иными словами, вклады старших производных подавляют расходимости стандартных кинетических членов суперсимметричных полей Янга-Миллса. Отметим также, что данный вывод касается только расходящихся вкладов в эффективное действие, однако конечные ведущие вклады в теории (6) будут иметь более сложную, вообще говоря, нелокальную форму по сравнению с теорией, описываемой действием $6D$, $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса только с высшими производными, и нет оснований считать, что высшие производные могут подавлять вклады остальных членов исходного действия.

Далее в разделе 2.2 рассматривается суперполевое действие суперсимметричной $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ теории Янга-Миллса с четырьмя пространственно-временными производными как для калибровочных, так и для гипермультиплетных суперполей

$$S[V^{++},q^{+}] \;\; = \;\; S_0 - \int d\zeta^{(-4)} \widetilde{q}^{+} \nabla^{++} (1 + f_0^2 \,\widehat{\Box}) q^{+} \,, \tag{8}$$

где действие S_0 представлено выражением (6).

В такой модели проводится вычисление однопетлевых расходимостей эффективного действия в секторе калибровочного мультиплета с помощью метода фонового поля, метода собственного времени и схемы минимальных вычитаний в $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ гармоническом суперпространстве, его результат представлен выражением

$$\bar{\Gamma}^{(1)}_{\mathrm{d}iv} = \sum_{i=1}^{5} \Gamma_{i,\,\infty} = - \frac{11 C_2 + T_R}{3(4\pi)^3 \varepsilon} \mathrm{tr} \int d\zeta^{(-4)} du \, (\boldsymbol{F}^{++})^2 \,. \tag{9}$$

Таким образом показано, что по сравнению со вкладами квантового калибровочного мультиплета расходящийся вклад в однопетлевое эффективное действие квантового гипермультиплета вносит член без старших производных.

В разделе 2.3 подведены итоги второй главы.

Третья глава основана на работе [A3] и посвящена исследованиям квантовых аспектов $\mathcal{N} = (1{,}0)$ и $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричных теорий Янга-Миллса в компонентном подходе. В ней проводятся вычисления вкладов в однопетлевое эффективное действие в $\mathcal{N} = (1{,}0)$ и $\mathcal{N} = (1{,}1)$ калибровочных теориях в бозонном секторе. Одна из целей данной главы состоит в согласовании суперполевых и компонентных однопетлевых вычислений в рассматриваемой теории.

В разделе 3.1 представлено действие шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}0)$ теории в компонентной формулировке. Оно определяется как сумма действий для $6D$ векторного мультиплета и скалярного поля гипермультиплета со взаимодействием Юкавы

$$\begin{aligned} S^{(1,0)}_{\mathrm{SYM}} \;\; &= \;\; \frac{1}{2 f_0^2} \mathrm{tr} \int d^6 x \Big(- F_{MN} F^{MN} + i \lambda^{ia} (\gamma^M)_{ab} \nabla_M \lambda^b_i \Big) \\ &+ \;\; \frac{1}{2 f_0^2} \int d^6 x \Big(- \varphi^{\mathcal{A} i} \, \nabla^2 \varphi_{\mathcal{A} i} + i \psi^{\mathcal{A}}_a (\tilde{\gamma}^M)^{ab} \nabla_M \psi_{\mathcal{A} b} \\ &\qquad - \frac{1}{4} (\varphi^{\mathcal{A} i} \varphi^{j}_{\mathcal{A}})^2 - 2 \psi^{\mathcal{A}}_a \lambda^{ia} \varphi_{\mathcal{A} i} \Big), \end{aligned} \tag{10}$$

где скалярные поля из компонентного разложения гипермультиплета взяты в некотором представлении калибровочной группы, а ∇_M - ковариантная производная $\nabla_M = \partial_M - i A_M$; $i,j = 1{,}2; a = 1, \ldots 4$. Константа связи f_0, как и в суперполевом случае, имеет размерность обратной массы, $[f_0] \; = \; -1$.

Далее в разделах 3.2 и 3.3 на основе метода фонового поля и метода собственного времени в компонентном подходе проведено точное вычисление расходящихся вкладов в однопетлевое эффективное действие в $\mathcal{N}=(1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса при взаимодействии с гипермультиплетом. Полное выражение для расходящихся вкладов в схеме минимальных вычитаний имеет вид

$$
\begin{aligned}
\frac{i}{2}\mathrm{Tr}\ln\Big(-\eta_{MN}(\boldsymbol{\nabla}^2)^{\mathrm{I}J}-2f^{\mathrm{I}KJ}\boldsymbol{F}^{\mathrm{K}}_{MN}\Big)\Big|_{div} &= -\frac{C_2}{(4\pi)^3\varepsilon}\Big(\frac{3}{90}F_3+\frac{17}{60}I_3\Big), && (11)\\
\frac{i}{2}\mathrm{Tr}\ln\Big(-\delta_i{}^j\delta_{\mathcal{A}}{}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{\nabla}^2\Big)\Big|_{div} &= -\frac{\mathrm{T}_R}{(4\pi)^3\varepsilon}\Big(\frac{2}{90}F_3-\frac{2}{60}I_3\Big)\\
&\quad-\frac{\mathrm{A}_R}{(4\pi)^3\varepsilon}\frac{2}{90}\bar{F}_3, && (12)\\
-\frac{i}{4}\mathrm{Tr}\ln\Big(i\delta_i{}^j(\gamma^M)_{ab}(\boldsymbol{\nabla}_M\Big)^2\Big|_{div} &= \frac{C_2}{(4\pi)^3\varepsilon}\Big(\frac{2}{90}F_3+\frac{2}{15}I_3\Big), && (13)\\
-\frac{i}{4}\mathrm{Tr}\ln\Big(i\delta_{\mathcal{A}}{}^{\mathcal{B}}(\tilde{\gamma}^M)^{ab}(\boldsymbol{\nabla}_M)^{\mathrm{I}J}\Big)^2\Big|_{div} &= \frac{\mathrm{T}_R}{(4\pi)^3\varepsilon}\Big(\frac{2}{90}F_3+\frac{2}{15}I_3\Big)\\
&\quad+\frac{\mathrm{A}_R}{(4\pi)^3\varepsilon}\frac{2}{90}\bar{F}_3, && (14)\\
-i\mathrm{Tr}\ln\Big(-(\boldsymbol{\nabla}^2)^{\mathrm{I}J}\Big)\Big|_{div} &= \frac{C_2}{(4\pi)^3\varepsilon}\Big(\frac{1}{90}F_3-\frac{1}{60}I_3\Big), && (15)
\end{aligned}
$$

где A_R, T_R определяются соотношением $\mathrm{tr}(t^It^Jt^K)=\frac{1}{2}T_Rf^{IJK}+\frac{1}{2}A_Rd^{IJK}$, C_2 - второй оператор Казимира присоединенного представления калибровочной группы, и введены величины

$$
\begin{aligned}
F_3 &= \int d^6x f^{\mathrm{I}JK}\big(\boldsymbol{F}_M{}^N\big)^{\mathrm{I}}\big(\boldsymbol{F}_N{}^L\big)^{\mathrm{J}}\big(\boldsymbol{F}_L{}^M\big)^{\mathrm{K}},\\
I_3 &= \int d^6x\big(\boldsymbol{\nabla}_M\boldsymbol{F}^{ML}\big)^{\mathrm{I}}\big(\boldsymbol{\nabla}^N\boldsymbol{F}_{NL}\big)^{\mathrm{I}},\\
\bar{F}_3 &= \int d^6x d^{\mathrm{I}JK}\big(\boldsymbol{F}_M{}^N\big)^{\mathrm{I}}\big(\boldsymbol{F}_N{}^L\big)^{\mathrm{J}}\big(\boldsymbol{F}_L{}^M\big)^{\mathrm{K}}. && (16)
\end{aligned}
$$

Просуммировав все расходящиеся вклады (11) - (15) в однопетлевое эффективное действие можно увидеть, что все вклады с F_3 и $\bar{F}_3$ сокращают друг друга и расходящаяся часть эффективного действия пропорциональна уравнениям движения для фоновых векторных полей

$$
\Gamma^{(1)}_{div}[\boldsymbol{A}]=\frac{\mathrm{T}_R-C_2}{3(4\pi)^3\,\varepsilon}\mathrm{tr}\int d^6x\boldsymbol{\nabla}_M\boldsymbol{F}^{ML}\boldsymbol{\nabla}^N\boldsymbol{F}_{NL}, \qquad (17)
$$

и в случае $\mathcal{N}=(1{,}1)$ теории расходящийся вклад отсутствует, что согласуется с суперполевыми вычислениями [23; 24].

В разделе 3.4 подведены итоги третьей главы.

Четвертая глава основана на работе [A4] и посвящена исследованию квантовой структуры шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной модели гипермультиплета, минимально взаимодействующего с абелевым классическим калибровочным мультиплетом.

В разделе 4.1 рассматривается $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричная модель q-гипермультиплета, взаимодействующего с абелевым калибровочным мультиплетом V^{++} в $\mathcal{N} = (1{,}0)$ шестимерном гармоническом суперпространстве. Действие для модели имеет вид

$$
\begin{aligned}
S_0[q^+,V^{++}] \quad &= \quad \frac{1}{4f_0^2}\int d^{14}z\frac{du_1du_2}{(u_1^+u_2^+)^2}V^{++}(z,u_1)V^{++}(z,u_2) \\
&\quad - \int d\zeta^{(-4)}\Big(\tilde{q}^+D^{++}q^+ + i\tilde{q}^+V^{++}q^+ + L^{(+4)}\Big). \qquad (18)
\end{aligned}
$$

Предполагается, что потенциал взаимодействия $L^{(+4)}$, зависящий от суперполя q^+ калибровочно-инвариантен.

Далее в разделе 4.2 для изучения расходящихся вкладов в однопетлевое эффективное действие используется суперсимметричный метод фонового поля, суперполевой метод собственного времени и схема минимальных вычитаний в $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ гармоническом суперпространстве. Для исследования однопетлевого эффективного действия в модели (18) используется процедура квантования Фаддеева-Попова в однопетлевом порядке.

Результат вычисления расходимостей имеет вид

$$
\Gamma^{(1)}_{div} = \frac{1}{6(4\pi)^3\varepsilon}\int d\zeta^{(-4)}(\mathcal{F}^{++}_V + \mathcal{F}^{++}_Q)(\mathcal{F}^{++}_V + \mathcal{F}^{++}_Q + 12if^2\widetilde{Q}^+Q^+), \qquad (19)
$$

где супернапряженность $\mathcal{F}^{++}$ является суммой зависимого от калибровочного мультиплета суперполя $\mathcal{F}^{++}_V$ и зависящего от гипермультиплета $\mathcal{F}^{++}_Q$ вклада. Супернапряженность $\mathcal{F}^{++}$ введена на основе связности $\mathcal{V}^{++} = V^{++} + \Psi^{++}$ через тождество нулевой кривизны (см., например, [14]). Связность Ψ^{++} при этом определяется выражением

$$
\Psi^{++} = -i\frac{\partial L^{+4}(\tilde{Q}^+Q^+)}{\partial(\tilde{Q}^+Q^+)}. \qquad (20)
$$

В выражении (19) наличие вкладов с $\mathcal{F}^{++}_Q$ обусловлено присутствием потенциала гипермультиплета в классическом действии (18). Если в действии (18) положить $L^{+4} = 0$, суперполе $\mathcal{F}^{++}_Q$ исчезает, что согласуется с результатом работы [25].

Далее обсуждаются возможные ограничения на фоновые суперполя и рассматривается частный случай потенциала, $L^{(+4)} = \frac{1}{2}(\tilde{Q}^+Q^+)^2$. Показано, что в этом случае расходящийся вклад в однопетлевое эффективное действие также не обращается в ноль даже в случае медленно меняющихся фоновых полей.

Пятая глава основана на работе [A5] посвящена исследованиям квантовых аспектов четырехмерной $\mathcal{N}=2$ суперсимметричной сигма-модели, сформулированной в гармоническом суперпространстве, заданной в терминах аналитического ω-гипермультиплета.

В разделе 5.1 вводятся основные обозначения, а также рассматривается четырехмерная $\mathcal{N}=2$ суперсимметричная сигма-модель в аналитическом гармоническом суперпространстве. Модель описывается в терминах аналитических гармонических суперполей $\omega^\alpha(\zeta,u)$, которые параметризуют n-мерное таргет-пространство; $\alpha=1,..,n$. Классическое действие для модели записывается в виде

$$\begin{aligned} S[\omega] &= \int d\zeta^{(-4)}\Big(-\frac{1}{2}g_{\alpha\beta}(\omega)D^{++}\omega^\alpha D^{++}\omega^\beta \\ &+ L^{++}_\alpha(\omega)D^{++}\omega^\alpha + L^{(+4)}(\omega)\Big), \end{aligned} \tag{21}$$

где метрика пространства суперполей есть $g_{\alpha\beta}$, а L^{++}_α и $L^{(+4)}$ — произвольные аналитические функции от ω^α-суперполей. Поскольку омега-гипермультиплет не заряжен, функции L^{++}_α и $L^{(+4)}$ должны обязательно включать явную зависимость от гармоник. Данное действие обладает репараметризационной инвариантностью.

В разделе 5.2 развивается ковариантный метод фонового поля для изучения эффективного действия модели (21) в гармоническом $\mathcal{N}=2$ суперпространстве. Известно, что использование линейного расщепления суперполей на фоновое и квантовое для построения петлевого разложения квантового эффективного действия для нелинейных сигма-моделей приводит к нарушению репараметризационной инвариантности. Для ее сохранения в квантовой теории для нелинейных сигма-моделей был развит явно ковариантный формализм фонового поля (см., например, [26; 27]).

Его обобщение на случай ω-гипермультиплета в гармоническом суперпространстве приведено в этом разделе. Оно основано на квантово-фоновом расщеплении полей вдоль геодезических в гармоническом суперпространстве

$$\frac{d^2\rho^\alpha(s)}{ds^2} + \Gamma^\alpha{}_{\beta\gamma}(\rho)\frac{d\rho^\beta(s)}{ds}\frac{d\rho^\gamma(s)}{ds} = 0, \tag{22}$$

где

$$\rho^\alpha(0) = \Omega^\alpha, \quad \rho^\alpha(1) = \Omega^\alpha + \pi^\alpha, \quad \frac{d\rho^\alpha}{ds}\Big|_{s=0} = \xi^\alpha\,. \tag{23}$$

Аналитическое суперполе $\xi^\alpha = \xi^\alpha(\zeta,u)$ является касательным вектором к геодезической в точке $s=0$ и играет роль квантового поля в фоново-квантовом расщеплении. Вывод однопетлевого эффективного действия осуществляется на основе разложения

$$\rho^{\alpha}(s)=\Omega^{\alpha}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{s^n}{n!}\rho^{\alpha}_{(n)}\,, \tag{24}$$

где функции $\rho^{s}_{(n)}$ зависят от фоновых полей Ω^{α} и квантовых ξ^{α} и получаются непосредственно из уравнения (22). Разложение классического действия (21) при (24)

$$S[\rho]=S[\Omega]+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\frac{d^n S[\rho]}{ds^n}\Big|_{s=0}=S[\Omega]+S_1+S_2+\ldots. \tag{25}$$

будет явно репараметризационно-инвариантным. Квадратичная по квантовым полям ξ^{α} часть действия S_2, выведенная из такого разложения, имеет вид

$$\begin{aligned}S_2 \;=\; & \frac{1}{2}\int d\zeta^{-4}\,\xi^{\alpha}\Big(g_{\gamma\delta}(\nabla^{++})^{\gamma}_{\alpha}(\nabla^{++})^{\delta}_{\beta}-R^{\delta}{}_{\alpha\beta\gamma}\,D^{++}\Omega^{\gamma}D^{++}\Omega_{\delta}\\ & +\nabla_{(\alpha}L^{++}_{\gamma}(\nabla^{++})^{\gamma}_{\beta)}+\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}L^{++}_{\gamma}D^{++}\Omega^{\gamma}\\ & +L^{++}_{\delta}R^{\delta}{}_{\alpha\beta\gamma}D^{++}\Omega^{\gamma}+\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}L^{(+4)}\Big)\xi^{\beta}.\end{aligned} \tag{26}$$

В данном выражении естественным образом возникает новая гармоническая ковариантная производная

$$(\nabla^{++}\xi)^{\alpha}=(\nabla^{++})^{\alpha}{}_{\beta}\xi^{\beta}=D^{++}\xi^{\alpha}+\Gamma^{\alpha}{}_{\beta\gamma}(\Omega)D^{++}\Omega^{\gamma}\xi^{\beta}, \tag{27}$$

а ∇_{α} — ковариантная производная вдоль кривой $\rho^{\alpha}(s)$ в таргет-пространстве.

Далее в разделе 5.3 на основе разложения (24) и аналогии между алгеброй новых ковариантных производных данной теории и алгеброй $\mathcal{N}=2$ суперсимметричной калибровочной теории в четырёх измерениях [11], выводится выражение для репараметризационно-инвариантного однопетлевого эффективного действия

$$\Gamma^{(1)}[\Omega]=i\mathrm{Tr}_{(2,2)}\ln\mathcal{D}^{++}+\tfrac{i}{2}\mathrm{Tr}_{(4,0)}\ln\Big(\mathbf{1}+G^{(0,0)}\tilde{X}^{+4}\Big), \tag{28}$$

где суперполе $\tilde{X}^{(+4)}$ имеет вид

$$\begin{aligned}\tilde{X}^{(+4)}_{\alpha\beta} \;=\; & -R^{\delta}{}_{\alpha\beta\gamma}D^{++}\Omega^{\gamma}D^{++}\Omega_{\delta}+L^{++}_{\delta}R^{\delta}{}_{\alpha\beta\gamma}D^{++}\Omega^{\gamma}\\ & -\nabla^{\gamma}L^{++}_{\alpha}\nabla_{\gamma}L^{++}_{\beta}-(\nabla^{++})^{\gamma}_{\alpha}\nabla_{\gamma}L^{++}_{b}\\ & +\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}L^{++}_{\gamma}D^{++}\Omega^{\gamma}+\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}L^{(+4)}.\end{aligned} \tag{29}$$

В разделе 5.4 описаны подробности вычисления расходящихся вкладов такого действия (28). Результат вычислений имеет вид

$$\Gamma^{(1)}_{div} = \frac{1}{2(4\pi)^2\varepsilon}\mathrm{tr}\int d^8z\,\mathcal{W}^2 - \frac{1}{4(4\pi)^2\varepsilon}\int d^{12}z\,du_1du_2\frac{(u_1^-u_2^-)^2}{(u_1^+u_2^+)^2}\,\tilde{X}^{(+4)\alpha\beta}(1)\,\tilde{X}^{(+4)}_{\beta\alpha}(2), \quad (30)$$

где напряженность $\mathcal{W}$ введена на основе аналитической связности $\mathcal{V}^{++} = \Gamma^{++}+\tilde{\Gamma}^{++}$ через аналог тождества нулевой кривизны [11]. Здесь $(\Gamma^{++})^{\alpha}{}_{\beta} = \Gamma^{\alpha}{}_{\beta\gamma}(\Omega)D^{++}\Omega^{\gamma}$ и $(\tilde{\Gamma}^{++})^{\alpha}{}_{\beta} = g^{\alpha\gamma}\nabla_\gamma L^{++}_{\beta}$. Выражение (30) инвариантно относительно преобразований репараметризации по построению. Можно увидеть, что расходящаяся часть эффективного действия нелокальна по гармоникам, однако соответствующее компонентное действие полностью локально, что показано в разделе 5.6.

Поскольку суперполе $\tilde{X}^{(+4)}$, введенное в выражении (29) включает два типа вкладов, то и расходимость (30) также имеет два типа вкладов. Первый зависит от тензора Римана, построенного по фоновому метрическому тензору $g_{\alpha\beta}(\Omega)$. Такие вклады исчезают в случае постоянной метрики $g_{\alpha\beta}[\Omega] = h_{\alpha\beta}$. Второй тип вкладов содержит как метрику на пространстве фоновых полей, так и потенциальные функции L^{++}_{α} и $L^{(+4)}$. Вклады такого типа исчезнут, если предположить $L^{++}_{\alpha} = 0$ и $L^{(+4)} = 0$. Используя выражение (30), их можно извлечь независимо, это проделано в разделе 5.5.

В разделе 5.7 подведены итоги пятой главы.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Рассмотрено двухпетлевое эффективное действие в шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с гипермультиплетом, сформулированной в гармоническом суперпространстве. Показано, что анализ двухпетлевых расходимостей эффективного действия в рамках метода фонового поля в гармоническом суперпространстве ведет к гармоническим интегралам специального вида, для которых разработана процедура их явного вычисления.
2. В шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперкалибровочной теории с высшими производными, сформулированной в $6D, \mathcal{N} = (1{,}0)$ гармоническом суперпространстве, вычислены однопетлевые расходящиеся вклады в эффективное действие как в секторе суперполей векторного мультиплета, так и в секторе суперполей гипермультиплета.
3. Проведено вычисление однопетлевых расходимостей в бозонном секторе в шестимерных $\mathcal{N} = (1{,}0)$ и $\mathcal{N} = (1{,}1)$ суперсимметричных теориях Янга-Миллса с гипермультиплетом, сформулированных в компонентном подходе, где теории заданы в терминах шестимерных скалярных, спинорных и векторных полей. Явно продемонстрировано, что расходящийся вклад пропорционален уравнениям

движения для фоновых векторных полей в $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, а в $\mathcal{N} = (1{,}1)$ и суперсимметричной теории Янга-Миллса полностью сокращается. С помощью явных вычислений показано, что вклад в расходящуюся часть эффективного действия, содержащий третью степень по напряженности векторного поля отсутствует.

4. Построена процедура вычисления гармонических интегралов, возникающих в соответствующих расходящихся вкладах в эффективное действие в шестимерной $\mathcal{N} = (1{,}0)$ суперсимметричной теория гипермультиплета, взаимодействующего с абелевым векторным мультиплетом.
5. Разработана явно $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричная и репараметризационно-инвариантная процедура нахождения эффективного действия и проведено вычисление расходящейся части эффективного действия в однопетлевом приближении в четырехмерной $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной сигма-модели, сформулированной в $4D, \mathcal{N} = 2$ гармоническом суперпространстве в терминах омега-гипермультиплета.

Публикации автора по теме диссертации

A1. On Two-Loop Divergences in 6 D, Supergauge Theory [Текст] / I. L. Buchbinder [и др.] // Physics of Particles and Nuclei Letters. — 2022. — Т. 19, № 6. — С. 666—671.

A2. *Budekhina, A. S.* One-loop divergences of effective action in 6D, N=(1,0) supersymmetric four-derivative gauge theory [Текст] / A. S. Budekhina, B. S. Merzlikin // Nuclear Physics B. — 2024. — С. 116566.

A3. *Buchbinder, I. L.* On the component structure of one-loop effective actions in 6D, N=(1, 0) and N=(1, 1) supersymmetric gauge theories [Текст] / I. L. Buchbinder, A. S. Budekhina, B. S. Merzlikin // Modern Physics Letters A. — 2020. — Т. 35, № 09. — С. 2050060.

A4. *Budekhina, A. S.* One-loop divergences in the six-dimensional N=(1, 0) hypermultiplet self-coupling model [Текст] / A. S. Budekhina, B. S. Merzlikin // Physical Review D. — 2021. — Т. 104, № 10. — С. 106010.

A5. *Buchbinder, I. L.* On a structure of the one-loop divergences in 4 D harmonic superspace sigma-model [Текст] / I. L. Buchbinder, A. S. Budekhina, B. S. Merzlikin // The European Physical Journal C. — 2022. — Т. 82, № 1. — С. 19.

Список литературы

1. *Coleman, S.* All possible symmetries of the S matrix [Текст] / S. Coleman, J. Mandula // Physical Review. — 1967. — Т. 159, № 5. — С. 1251.
2. *Haag, R.* All possible generators of supersymmetries of the S-matrix [Текст] / R. Haag, J. T. Łopuszański, M. Sohnius // Nuclear Physics B. — 1975. — Т. 88, № 2. — С. 257—274.
3. Superspace Or One Thousand and One Lessons in Supersymmetry [Текст]. Т. 58 / S. J. Gates [и др.]. — 1983. — С. 1—548. — (Frontiers in Physics).
4. *Buchbinder, I. L.* Ideas and Methods of Supersymmetry and Supergravity Or a Walk Through Superspace [Текст] / I. L. Buchbinder, S. M. Kuzenko // IOP Publishing, Bristol and Philadelphia. — 1998. — С. 656.
5. *Terning, J.* Modern Supersymmetry [Текст] / J. Terning // Clarendon Press, Oxford. — 2006. — С. 324.
6. Harmonic Superspace: Key To N=2 Supersymmetry Theories [Текст] / A. S. Galperin [и др.] // JETP Letters. — 1984. — Т. 40. — С. 912.
7. Unconstrained off-shell N=3 supersymmetric Yang-Mills theory [Текст] / A. S. Galperin [и др.] // Class. Quantum Grav. — 1985. — Т. 2. — С. 155.
8. Unconstrained $N = 2$ Matter, Yang-Mills and Supergravity Theories in Harmonic Superspace [Текст] / A. S. Galperin [и др.] // Classical and Quantum Gravity. — 1984. — Т. 1. — С. 469.
9. Harmonic supergraphs: Green functions [Текст] / A. S. Galperin [и др.] // Classical and Quantum Gravity. — 1985. — Т. 2, № 5. — С. 601.
10. Harmonic supergraphs: Feynman rules and examples [Текст] / A. S. Galperin [и др.] // Classical and Quantum Gravity. — 1985. — Т. 2, № 5. — С. 617.
11. Harmonic superspace [Текст] / A. S. Galperin [и др.] // Cambridge University Press. — 2001. — С. 303.
12. *Howe, P. S.* N=1 d=6 harmonic superspace [Текст] / P. S. Howe, K. S. Stelle, P. C. West // Class. Quant. Grav. — 1985. — Т. 2. — С. 815.
13. *Zupnik, B. M.* Six-dimensional supergauge theories in harmonic superspace [Текст] / B. M. Zupnik // Sov. J. Nucl. Phys.(Engl. Transl.);(United States). — 1986. — Т. 44, № 3.
14. *Bossard, G.* Ultraviolet behaviour of $6D$ supersymmetric Yang-Mills theories and harmonic superspace [Текст] / G. Bossard, E. A. Ivanov, A. V. Smilga // JHEP. — 2015. — Т. 1512. — С. 085.

15. *DeWitt, B. S.* Dynamical theory of groups and fields [Текст] / B. S. DeWitt // Conf. Proc. C / под ред. C. DeWitt, B. DeWitt. — 1964. — Т. 630701. — С. 585—820.

16. *DeWitt, B. S.* Quantum Theory of Gravity. II. The Manifestly Covariant Theory [Текст] / B. S. DeWitt // Phys. Rev. — 1967. — Окт. — Т. 162, вып. 5. — С. 1195—1239.

17. Effective action of the N= 2 Maxwell multiplet in harmonic superspace [Текст] / I. Buchbinder [и др.] // Physics Letters B. — 1997. — Т. 412, № 3/4. — С. 309—319.

18. *Barvinsky, A. O.* The generalized Schwinger-Dewitt technique in gauge theories and quantum gravity [Текст] / A. O. Barvinsky, G. A. Vilkovisky // Physics Reports. — 1985. — Т. 119, № 1. — С. 1—74.

19. *Barvinsky, A. O.* Beyond the Schwinger-Dewitt technique: converting loops into trees and in-in currents [Текст] / A. O. Barvinsky, G. A. Vilkovisky // Nuclear Physics B. — 1987. — Т. 282. — С. 163—188.

20. *Barvinsky, A. O.* Covariant perturbation theory (II). Second order in the curvature. General algorithms [Текст] / A. O. Barvinsky, G. A. Vilkovisky // Nuclear Physics B. — 1990. — Т. 333, № 2. — С. 471—511.

21. On the two-loop divergences in 6D, N=(1, 1) SYM theory [Текст] / I. L. Buchbinder [и др.] // Physics Letters B. — 2021. — Т. 820. — С. 136516.

22. *Ivanov, E. A.* Renormalizable supersymmetric gauge theory in six dimensions [Текст] / E. A. Ivanov, A. V. Smilga, B. M. Zupnik // Nucl. Phys. B. — 2005. — Т. 726. — С. 131.

23. One-loop divergences in 6D, N=(1, 0) SYM theory [Текст] / I. L. Buchbinder [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2017. — Т. 2017, № 1. — С. 1—19.

24. Supergraph analysis of the one-loop divergences in 6D, N=(1, 0) and N=(1, 1) gauge theories [Текст] / I. L. Buchbinder [и др.] // Nuclear Physics B. — 2017. — Т. 921. — С. 127—158.

25. One-loop divergences in the 6D, N=(1, 0) abelian gauge theory [Текст] / I. L. Buchbinder [и др.] // Physics Letters B. — 2016. — Т. 763. — С. 375—381.

26. *Mukhi, S.* The geometric background-field method, renormalization and the Wess-Zumino term in non-linear σ-models [Текст] / S. Mukhi // Nuclear Physics B. — 1986. — Т. 264. — С. 640—652.

27. *Howe, P. S.* The background field method and the non-linear σ-model [Текст] / P. S. Howe, G. Papadopoulos, K. S. Stelle // Nuclear Physics B. — 1988. — Т. 296, № 1. — С. 26—48.

Будёхина Александра Сергеевна

Исследование квантовой структуры суперсимметричных калибровочных теорий
в четырех и шести измерениях

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать ___.___._____. Заказ № ____________
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.
Типография ______________________________________