

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ИМ. Н.Н.
БОГОЛЮБОВА ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи



Бондаренко Сергей Григорьевич

**Малонуклонные системы в формализме
Бете-Солпитера**

Специальность 1.3.15 —
«Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких
энергий»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Дубна — 2024

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

С электронной версией диссертации можно ознакомиться на официальном сайте Объединенного института ядерных исследований в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» по адресу: <https://dissertations.jinr.ru/>. Там же будет указана дата защиты.

С печатной версией диссертации можно ознакомиться в Научно-технической библиотеке ОИЯИ (г. Дубна, Московская область, ул. Жолио-Кюри, д. 6).

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук

Ю. М. Быстрицкий

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Изучение свойств ядерных систем и реакций с ними остается актуальной и в большой степени нерешенной проблемой. Огромный массив уже полученных экспериментальных, а также планируемых к измерению данных, равно как и не меньшее количество подходов к описанию таких систем, подтверждают современность и необходимость дальнейшей разработки их теоретического описания.

Подходы, основанные на фундаментальных принципах Стандартной модели, в частности, квантовой хромодинамике (КХД), при всех успехах ее применения к мезонным, барионным, а также малонуклонным системам (см., например обзор [1]), не дают какого-либо приемлемого описания ядерного взаимодействия. Основой описания ядерных систем остаются многочисленные потенциальные нуклон-нуклонные и эффективные мезон-нуклонные модели.

Новые ядерные эксперименты планируются на установке NICA в ОИЯИ (Дубна, Россия):

- BM@N [2–4] по изучению барионной материи;
- MPD [5–7] с предполагаемой большой множественностью и высокими энергиями столкновений тяжелых ядер;
- SPD [8; 9] с поляризованными пучками легких ядер.

Также создаются установки по электрон-ионному рассеянию EIC (США) [10] и EicC (Китай) [11].

Отдельной интересной задачей выделяется изучение малонуклонных систем в упругих реакциях рассеяния электронов с большой энергией или передачей импульса. Примерами таких экспериментов являются, например, измерения JLab Hall A Collaboration упругого электрон-дейтронного рассеяния при квадрате импульса передачи $Q^2 = -q^2 = 0.7-6.0$ (ГэВ/с)² [12]; предложения по измерению электрорасщепления дейтрона в JLab Hall C E12-10-003 [13]; глубоконеупругое рассеяние электронов на трехчастичных ядрах (Jefferson Lab MARATHON Coll.) E12-10-103 [14] и другие. Особенностью этих экспериментов является то, что измерения проводятся при больших квадратах импульса передачи, а значит параметр преобразования Лоренца значительно отличен от нуля, например, для упругого ed рассеяния при $Q^2 = 6.0$ (ГэВ/с)² параметр $\eta_{LOR} = Q^2/4M_d^2 \sim 0.43$, $\sqrt{1 + \eta_{LOR}} \sim 1.20$; для эксперимента E12-10-003: $\eta_{LOR} = Q^2/4s_{np} \sim 0.30$, $\sqrt{1 + \eta_{LOR}} \sim 1.14$, а для E12-10-103 при $Q^2 = 30$ (ГэВ/с)²: $\eta_{LOR} = Q^2/4M_{3N}^2 \sim 0.95$, $\sqrt{1 + \eta_{LOR}} \sim 1.40$ и т.д. Таким образом становится очевидным, что для описания таких реакций необходимо применять релятивистские методы описания с Лоренц-ковариантными уравнениями, а также корректно учитывать преобразования Лоренца как аргументов, так и формы волновых функций ядерных систем.

Другой активно обсуждаемой в последнее время проблемой, представляющей несомненно огромный интерес, является извлечение из экспериментов с легкими ядрами информации о структуре и физических характеристиках связанных внутри ядер нуклонов. Такого рода задачи требуют последовательного и максимально точного исследования побочных искажающих эффектов, не связанных с нуклонной структурой, учитывающих релятивистскую кинематику реакции и динамику взаимодействия. Именно поэтому построение самосогласованного ковариантного подхода и подробный анализ релятивистских эффектов в электромагнитных (ЭМ) реакциях с легкими ядрами представляет собой актуальную и интересную задачу.

Уравнение Бете-Солпитера (БС), возникшее в результате применения квантово-полевых методов к двухчастичной задаче [15], а также разработанная техника вычисления наблюдаемых [16], составляют основу ковариантного самосогласованного подхода. Однако, исследование малочастичных ядерных систем (включая простейшую ядерную систему – дейтрон) тормозилось многочисленными трудностями, в том числе техническими.

Чтобы решить уравнение БС, необходимо знать входящее в него ядро, которое представляет собой сумму всех неприводимых диаграмм Фейнмана, описывающих процесс взаимодействия. Однако найти его не проще, чем решить уравнение квантового поля в случае сильного взаимодействия. Решение может быть получено в рамках приближения основанного на разложении в ряд теории возмущений по константе связи. Поскольку мы имеем дело с сильными взаимодействиями, полученный ряд не может быть оборван в любом порядке, то необходимо провести суммирование всех членов ряда. Это можно сделать только в лестничном приближении. В то же время в работе [17], показана большая роль перекрестных диаграмм, учет которых возможен только в частных случаях обмена некоторыми мезонами в первом порядке теории возмущений.

Существует класс подходов называемых квазипотенциальными [18–23], в которых нулевая компонента относительного 4-импульса фиксируется каким-либо образом, что позволяет избежать интегрирования по ней. В основе таких подходов лежит квазипотенциальная редукция уравнения БС, где зависимость ядра взаимодействия от нулевой компоненты фиксируется на основе различных физических предположений, а пропагаторы нуклонов выводятся на массовую поверхность. Другой способ фиксации нулевой компоненты предложен в [24]. Здесь развивается так называемое приближение равного времени, в котором нулевая компонента импульса избавляется от $p_0 = 0$ путем приравнивания друг к другу времен нуклонов.

Развиваемый в последние годы подход ковариантной спектаторной теории предполагает, что один из нуклонов находится на массовой поверхности, а другой остается виртуальным (полумассовое приближение [25]). В таком подходе рассмотрены расчеты двухнуклонных наблюдаемых в рассеянии, а также для связанного состояния (дейтрона) [26–31].

Существует также отдельная группа подходов называемая релятивистской квантовой механикой [32–36]. Они основаны на гамильтоновом формализме, который учитывает требования специальной теории относительности. Динамика системы описывается набором операторов, для которых строится алгебра. Фоковские векторы состояния системы рассматриваются на некоторой поверхности в 4-мерном пространстве-времени. Последняя позволяет зафиксировать нулевую компоненту относительного импульса и упростить вычисления, как и в случае квазипотенциальных подходов. Взаимодействие между нуклонами моделируется, как правило, реалистичным нерелятивистским потенциалом. Одной из наиболее развитых моделей такого рода является динамика на световом фронте [37–40]. Стоит также отметить подход [36], который отличается от вышеупомянутых и основан на решении уравнения Гросса [17]. Для учета взаимодействия в конечном состоянии между нуклонами используется функциональное аппроксимация фаз рассеяния протонов на нейтронах [41], вследствие чего, рассматриваемые взаимодействующие нуклоны действительно находятся на массовой поверхности. Еще один подход основан на так называемом представлении одетых частиц (clothed-particle representation), развиваемом в [42–44].

Представление Наканиши для ядра уравнения БС [45] представляет собой очень перспективную ветвь методов решения, которая активно развивается. В этом случае находятся решения двух и трехчастных уравнений БС [46–48]. Также развиваются методы прямого решения уравнений БС для двух и трех частиц [49–54]. В обоих случаях рассмотрение проводится не только в псевдо-евклидовом пространстве, но также и в пространстве Минковского.

В данной диссертационной работе исследуются системы, состоящие из двух (дейтрон, ${}^2\text{H}$, d и системы np -рассеяния) и трех нуклонов гелия-3 (гелион, ${}^3\text{He}$), трития (тритон, ${}^3\text{H}$).

Для релятивистского описания трехнуклонных систем, в частности ядер тритона и гелиона, в мировой научной литературе используется ряд теоретических подходов. К ним относятся следующие: “стандартный подход” [55; 56], использующий феноменологические реалистичные модели для ядерного взаимодействия и токов; подход киральной эффективной теории поля [57; 58], в рамках которого ядерное взаимодействие и токи строятся с использованием квантовой теории поля; подход использующий уравнение Гросса [59–64] и подход [65] использующий релятивистскую

гамильтонову динамику на световом фронте для построения операторов тока.

В данной работе для описания систем трех нуклонов применяется релятивистское обобщение уравнения Фаддеева в формализме БС. Это уравнение является прямым обобщением обычного (квантовомеханического) уравнения Фаддеева. При этом в качестве двухчастичной t -матрицы входящей в релятивистское уравнение используется решение двухчастичного квантово-полевого уравнения БС, что позволяет говорить уже об уравнении Бете-Солпитера-Фаддеева (БСФ).

К особенностям этого уравнения относится то, что оно изначально является релятивистски ковариантным, в отличие от некоторых других подходов, использующих в качестве основного нерелятивистское уравнение и учитывающих релятивистские эффекты как поправки к решению этого уравнения. Вторая особенность фаддеевского подхода заключается в том, что соответствующее уравнение является модельно-независимым, справедливым для любого парного потенциала взаимодействия между частицами, а также легко обобщаемым на любые системы из трех частиц и даже трехкластерные системы. К особенностям уравнения БСФ можно также отнести то, что оно справедливо лишь для парного взаимодействия частиц в трехчастичной системе. Это не позволяет напрямую использовать его для изучения вклада трехчастичных сил в характеристики трехнуклонных ядер, но закладывает для этого базис.

Необходимость, в том числе релятивистского исследования, трехчастичных, в частности, трехнуклонных систем обусловлена рядом причин, среди которых можно выделить следующие:

- появление в трехчастичных системах эффектов несвойственных системам с меньшим количеством частиц (например, эффект Ефимова, эффект Томаса);
- результаты изучения этих систем могут быть использованы для решения обратной задачи нахождения потенциала из наблюдаемых так как знания характеристик одних лишь двухчастичных систем для этого недостаточно;
- трехчастичные системы являются простейшими объектами на которых возможно изучение трехчастичных сил. При этом, чтобы правильно оценить влияние трехчастичных сил в трехнуклонных системах, необходимо полностью учесть вклад парных взаимодействий, в том числе и релятивистский вклад;
- связанные трехнуклонные состояния (${}^3\text{He}(ppn)$, ${}^3\text{H}(pnn)$) являются промежуточным звеном в цепочке (p , d , ${}^3\text{He}$, ${}^4\text{He}$), изучение которой может дать ответ на вопрос об изменении структуры связанного нуклона;
- постоянный рост энергии сталкивающихся в ускорителях частиц требует описания трехнуклонных систем, в частности процессов

столкновения электронов с трехчастичными ядрами и нуклонов с дейтронами ($N + d \rightarrow N + d$, $N + d \rightarrow N + (np)$), в рамках релятивистского подхода.

В данной работе развивается подход, основанный на использовании уравнения БС с ядром взаимодействия, которое представляется в сепарабельном виде. Это позволяет преобразовать рассматриваемую систему интегральных уравнений в систему линейных уравнений, которая разрешима аналитически. Таким образом, для описания дейтрона в таком подходе необходимо знать параметры функций, составляющих используемое сепарабельное ядро. Параметры находятся из анализа экспериментальных данных по фазам, низкоэнергетическим характеристикам (длина рассеяния, эффективный радиус) упругого рассеяния протонов на нейтронах и дейтрона (энергия связи, примесь D -волны и т.д.). Причем, так как в этом случае нулевая компонента 4-импульса нуклонов в дейтроне не исключается из рассмотрения, удается сохранить ковариантность описания системы связанных нуклонов, что важно для моделей, претендующих на последовательное релятивистское описание.

В случае же трехнуклонных систем, сепарабельность ядра позволяет отделить зависимость по одному из 4-импульсов Якоби, уменьшить функциональную зависимость амплитуды и тем самым упростить систему интегральных уравнений.

Целью работы является подробное исследование статических и динамических свойств дейтрона в реакции упругого ed -рассеяния, построение интегрируемых ковариантных сепарабельных ядер нуклон-нуклонного взаимодействия в каналах с угловым моментом $J = 0, 1$, а также рассмотрение релятивистских трехнуклонных систем и расчет формфакторов в реакциях упругого $e^3\text{H}$, $e^3\text{He}$ рассеяния.

В рамках исследования были поставлены и решены следующие **задачи**:

- решено уравнение БС с сепарабельным ядром, полученные амплитуды использовались для расчета формфакторов в реакции упругого ed -рассеяния;
- получены аналитические формулы для расчета магнитного и квадрупольного моментов дейтрона в терминах радиальных частей амплитуды БС, проведен численный расчет вкладов в моменты с учетом мезонного обменного ядра;
- построено интегрируемое релятивистское сепарабельное ядро нуклон-нуклонных взаимодействий с угловым моментом $J = 0, 1$;
- проведено обобщение уравнения БСФ на случай с ненулевыми орбитальными моментами частиц трехнуклонной связанной системы, найдено решение и исследованы вклады S , P и D состояний в энергию связи;

- проведен расчет ЭМ формфакторов трехнуклонных ядер с релятивистскими поправками, связанными с преобразованиями Лоренца аргументов подынтегрального выражения.

Научная новизна.

Результаты, представленные в диссертации являются новыми и оригинальными:

- в работе впервые получены аналитические формулы для расчета магнитного и квадрупольного моментов дейтрона в терминах радиальных частей амплитуды БС, с учетом релятивистских эффектов Лоренц-преобразования формы и аргументов амплитуды БС. Также проведен численный расчет вкладов в моменты с учетом мезонного обменного ядра;
- впервые предлагаются новые сепарабельные ядра для описания парциальных состояний np -системы с полным моментом $J = 0,1$, которые не приводят в вычислениях к неинтегрируемым сингулярностям, даже при условии учета нулевой компоненты импульса интегрирования, в отличие от своих предшественников (типа релятивистского ядра Graz II [66]). Построенные ядра позволяют описывать экспериментальные данные одинаково хорошо как в области низких, так и в области высоких энергий единым сепарабельным ядром;
- впервые в рамках релятивистского ковариантного формализма Бете-Солпитера был построен релятивистский аналог квантово-механического уравнения Фаддеева для описания системы трех частиц с учетом ненулевого углового момента между ними;
- также в рамках релятивистского формализма были найдены численные значения энергии связи трехнуклонного ядра и амплитуды его 1S_0 , 3S_1 , 3D_1 , 1P_1 , 3P_0 , 3P_1 парциальных состояний;
- найдены ЭМ формфакторы тритона и гелиона как функции квадрата переданного импульса вплоть до 50 Фм^{-2} в статическом приближении. Впервые были проведены расчеты релятивистских поправок к ЭМ формфакторам трехнуклонных систем в реакциях упругого $e^3\text{H}$, $e^3\text{He}$ рассеяния.

Теоретическая и практическая значимость.

- Полученные аналитические выражения для магнитного и квадрупольного моментов, а также формфакторов дейтрона в терминах амплитуд БС закладывают основу для дальнейшего изучения влияния других моделей для дейтрона, а также учета вклада двухчастичного тока.
- Найденные ядра для интегрируемых нуклон-нуклонных ядер могут использоваться для изучения вкладов взаимодействия в конечном состоянии в реакциях расщепления дейтрона при высоких энергиях, продолжая уже начатые работы, например [67; 68].

- Изученные релятивистские поправки к формфакторам упругого рассеяния трехнуклонных систем дают основу для расширения формализма и учета многочастичных (двух и трехнуклонных) токов.
- Методы решения однородного трехчастичного уравнения могут быть распространены на неоднородные уравнения Nd рассеяния или расщепления.

Основные положения, выносимые на защиту:

- впервые рассчитаны ЭМ формфакторы дейтрона с релятивистским сепарабельным ядром Graz-II при больших значениях квадрата импульса передачи (до 6 (ГэВ/с)^2) с учетом дополнительных вкладов, учитывающих полюса функций ядра;
- впервые получены аналитические выражения для магнитного и квадрупольного моментов дейтрона в терминах амплитуд Бете-Солпитера в релятивистском импульсном приближении, а также проведен численный анализ релятивистских эффектов в лестничном приближении;
- предложен новый класс функций (модифицированные функции Ямагучи) для релятивистского сепарабельного ядра нуклон-нуклонных взаимодействий, которые позволяют сделать выражения интегрируемыми; разработан метод вычисления наблюдаемых в различных реакциях с подобными функциями;
- впервые получены параметры для релятивистского сепарабельного ядра нуклон-нуклонных взаимодействий в парциальных каналах с полным угловым моментом $J = 0,1$ с учетом экспериментальных данных по упругому nr -рассеянию (фазы рассеяния, неупругость, длина рассеяния, энергия связи дейтрона) в широкой области энергий;
- впервые решено релятивистское уравнение Фаддеева (Бете-Солпитера-Фаддеева) с учетом P и D парциальных волн, суммарный вклад которых в энергию связи составил $0.5\text{--}1\%$ в зависимости от вероятности 3D_1 волны в дейтроне;
- впервые ЭМ формфакторы трехнуклонных систем рассчитаны с учетом дополнительных релятивистских вкладов: а) учет преобразований Лоренца аргументов пропагатора, б) учет простого полюса в пропагаторе, в) учет преобразований Лоренца аргументов волновой функции конечного ядра. Рассмотренные релятивистские поправки частично восстанавливают релятивистскую ковариантность ЭМ тока и существенно улучшают согласие расчетов с экспериментальными;
- показано сильное влияние различных моделей ЭМ формфакторов нуклонов на ЭМ формфакторы дейтрона и трехнуклонных систем,

которое достигает фактора 1.5-2 при значениях квадрата переданного импульса $Q^2 = 50 \text{ Фм}^{-2}$.

Апробация работы. Результаты, представленные в диссертации, неоднократно докладывались и обсуждались на научных семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований (г.Дубна), Лаборатории теоретической и ядерной физики Дальневосточного федерального университета (г.Владивосток), физических факультетов университетов г.Росток, г.Гиссен, г.Бонн (ФРГ), г.Токио, г.Хиросима, г.Осака, г.Кобе, Токийского Института Ядерной Физики (Япония), а также более чем на 30 конференциях и рабочих совещаниях:

- Baldin ISHEPP, JINR, Dubna (XVI - 2002, XIX - 2008, XX - 2010, XXI - 2012; XXII - 2014; XXIII - 2016; XXV - 2023)
- XVI PANIC02, Osaka, Japan, 2002
- RNP (Modra-Harmonia, Slovakia - 2006; Stara Lesna, Slovakia - 2012; Stara Lesna, Slovakia - 2014; Stara Lesna, Slovakia - 2019)
- Hadron Structure (11th, Bratislava, Slovakia - 2011; 13th, Tatranske Matliare, Slovakia - 2013)
- BLTP JINR-APCTP Joint Workshop (7th, Bolshie Koty, Russia - 2013; 8th, Jeju Island, Korea - 2014; 9th, Almaty, Kazakhstan - 2015; 10th, Wako, Japan - 2016; 11th, Petergof, Russia - 2017; 12th, Busan, Korea - 2018; 14th, Pohang, Korea - 2023)
- Small Triangle Meeting on Theoretical Physics (15th, Stara Lesna, Slovakia - 2013; 16th, Pticie, Slovakia - 2014; 17th, Sveta Nedelja, Croatia - 2015; 18th, Pticie, Slovakia - 2016; 21st, Spisske Tomasovice, Slovakia - 2019)
- XXIV Annual Seminar "Nonlinear phenomena in complex systems Minsk, Belarus, 2017
- XXIV Seminar "Nonlinear phenomena in complex systems Minsk, Belarus, 2017
- Hadron Structure and QCD, Gatchina, Russia - 2018
- The International Workshop on Nuclear and Particles Physics, Almaty, Kazakhstan, 2022
- International Conference "Models in Quantum Field Theory", Saint Petersburg, Russia (VI - 2018, VII - 2022)
- LXVII International Conference on Nuclear Physics "Nucleus-2017 Almaty, Kazakhstan, 2017
- MMCP, Stara Lesna, Slovakia - 2019.

Личный вклад. Автор принимал непосредственное участие в формировании цели и постановке задач данной работы. Все аналитические и

численные вычисления были проведены автором лично. Интерпретация результатов вычислений и подготовка публикаций осуществлялась автором с соавторами.

Публикации.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова Объединенного института ядерных исследований (г.Дубна).

Основные результаты по теме диссертации изложены в 16 печатных изданиях, 15 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК и входящих в список журналов Web of Science, 1 – в докладах конференции: Ядерная физика – 2, Письма в ЖЭТФ – 2, Письма в ЭЧАЯ – 1, Nucl. Phys. B Proc. Suppl. – 2, Nonlin. Phenom. Complex Syst. – 1, Phys. Rev. C – 1, Phys. Lett. B – 1, Nucl. Phys. A. – 4, EPJ Web Conf. – 1, Proc. of the XXVIIIth ISHEPP – 1.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и 2 приложений. Полный объем диссертации **189** страниц текста с **71** рисунком и **27** таблицами. Список литературы содержит **202** наименования.

Содержание работы

Во **введении** обсуждается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **первой главе** рассматриваются терминология и основные понятия ковариантного двухчастичного формализма Бете-Солпитера (БС): определяется уравнение БС для T -матрицы и амплитуды, вводится парциальное разложение в различных представлениях – представлении прямого произведения и матричном представлении, вычисляются спин-угловые функции для различных каналов, а также обсуждаются решения уравнения БС для сепарабельного ядра взаимодействия и в лестничном приближении.

Уравнение БС для T -матрицы нуклон-нуклонного рассеяния имеет следующий вид:

$$T_{\alpha\beta;\delta\gamma}(p',p;P) = V_{\alpha\beta;\delta\gamma}(p',p;P) + \\ i \int \frac{dk}{(2\pi)^4} V_{\alpha\beta;\epsilon\lambda}(p',k;P) S_{\epsilon\eta}^{(1)}(P/2+k) S_{\lambda\rho}^{(2)}(P/2-k) T_{\eta\rho;\delta\gamma}(k,p;P),$$

здесь P – полный 4-импульс двухнуклонной системы, p',p,q – относительные 4-импульсы, а греческие индексы обозначают биспинорные индексы.

Для связанного состояния удобно записать уравнение БС для вершинной функции, которое имеет следующий вид

$$\Gamma_{\alpha\beta}(P; p') = i \int \frac{dk}{(2\pi)^4} V_{\alpha\beta; \epsilon\lambda}(p'; k; P) S_{\epsilon\eta}^{(1)}(P/2 + k) S_{\lambda\rho}^{(2)}(P/2 - k) \Gamma_{\eta\rho}(P, k).$$

При решении уравнения БС и проведении расчетов реакций с участием двухнуклонных систем используется парциальное разложение T -матрицы рассеяния и амплитуды БС, которое позволяет отделить радиальные части от спин-угловых. Для этого используется свойство ортогональности спин-угловых функций в двухчастичном спиновом базисе.

В результате уравнение для радиальных частей T -матрицы принимает следующий вид:

$$T_{\alpha\beta}(p'_0, |\mathbf{p}'|, p_0, |\mathbf{p}|; s) = V_{\alpha\beta}(p'_0, |\mathbf{p}'|, p_0, |\mathbf{p}|; s) + \frac{i}{2\pi^2} \int d q_0 \mathbf{q}^2 d|\mathbf{q}| \sum_{\gamma\delta} V_{\alpha\gamma}(p'_0, |\mathbf{p}'|, q_0, |\mathbf{q}|; s) S_{\gamma\delta}(q_0, |\mathbf{q}|; s) T_{\delta\beta}(q'_0, |\mathbf{q}|, p_0, |\mathbf{p}|; s),$$

здесь греческие индексы нумеруют двухнуклонные парциальные состояния характеризующиеся полным угловым моментом J , полным спином S , относительным угловым моментом L и знаком энергии двух нуклонов $\rho: 2S+1 L_J^\rho$.

Для решения системы интегральных уравнений в данной работе используется сепарабельная форма для парциального ядра взаимодействия:

$$V_{\alpha\beta}(p'_0, |\mathbf{p}'|, p_0, |\mathbf{p}|; s) = \sum_{i,j=1}^N \lambda_{ij} g_i^{(\alpha)}(p'_0, |\mathbf{p}'|) g_j^{(\beta)}(p_0, |\mathbf{p}|), \quad \lambda_{ij} = \lambda_{ji},$$

где N – ранг сепарабельности, λ_{ij} – параметры ядра, а $g_i^{(\alpha)}(p_0, |\mathbf{p}|)$ – функции ядра. В этом случае T -матрица также представляется в сепарабельном виде:

$$T_{\alpha\beta}(p'_0, |\mathbf{p}'|, p_0, |\mathbf{p}|; s) = \sum_{i,j=1}^N \tau_{ij}(s) g_i^{(\alpha)}(p'_0, |\mathbf{p}'|) g_j^{(\beta)}(p_0, |\mathbf{p}|),$$

где

$$(\tau^{-1}(s))_{ij} = (\lambda^{-1})_{ij} - H_{ij}(s),$$

и

$$H_{ik}(s) = \frac{i}{2\pi^2} \sum_{\alpha\beta} \int d q_0 \mathbf{q}^2 d|\mathbf{q}| S_{\alpha\beta}(q_0, |\mathbf{q}|; s) g_i^{(\alpha)}(q_0, |\mathbf{q}|) g_k^{(\beta)}(p_0, |\mathbf{q}|).$$

Решение же для радиальной части амплитуды БС может быть записано в следующем виде:

$$\phi_\alpha(p_0, |\mathbf{p}|) = \sum_{\beta} \sum_{i,j=1}^N S_{\alpha\beta}(p_0, |\mathbf{p}|; s) \lambda_{ij} g_i^{(\beta)}(p_0, |\mathbf{p}|) c_j(s),$$

где коэффициенты $c_j(s)$ удовлетворяют однородной системе линейных уравнений:

$$c_i(s) - \sum_{k,j=1}^N H_{ik}(s) \lambda_{kj} c_j(s) = 0.$$

Таким образом систему интегральных уравнений удалось свести к системе линейных алгебраических уравнений. В практических расчетах ЭМ формфакторов дейтрона использовалось сепарабельное ядро взаимодействия III ранга Graz II, в котором учитываются только волны с положительной энергией (${}^3S_1^+$, ${}^3D_1^+$).

Кроме того, в расчетах ЭМ моментов дейтрона использовалось решение уравнения для амплитуды БС в лестничном приближении с учетом обменных мезонов (π , ω , ρ , σ , η , δ), см. [69; 70; A1; 71].

Вторая глава посвящена рассмотрению упругого электрон-дейтронного рассеяния в релятивистском импульсном приближении. Изложение следует работам [A1–A5].

В первом разделе главы дан вывод формул для матричного элемента ЭМ тока дейтрона в терминах амплитуды БС дейтрона, используя процедуру Мандельштама. Также проведено парциальное разложение тока дейтрона.

Во втором разделе главы приведены результаты расчетов структурных функций $A(q^2), B(q^2)$, зарядового F_C , магнитного F_M , квадрупольного F_Q формфакторов дейтрона, а также компонент тензора поляризации дейтрона T_{20}, T_{21}, T_{22} . Обсуждаются вклады так называемых “движущихся сингулярностей”, которые возникают в результате пересечения мнимой оси полюсами одноклонного пропагатора и вершинной функции конечного дейтрона.

Вклад вычетов полюсов пропагаторов для структурных функций $A(q^2)$ и $B(q^2)$ показан на рис. 1. Как видно, вклад “движущихся сингулярностей” достаточно велик как для функции $A(q^2)$, так и для функции $B(q^2)$ (для функции $B(q^2)$ этот вклад устраняет минимум, который не соответствует экспериментальным данным). Этот результат можно рассматривать как специфический релятивистский эффект, вызываемый Лоренц-преобразованием аргументов амплитуды БС (вершинной функции БС и пропагаторов).

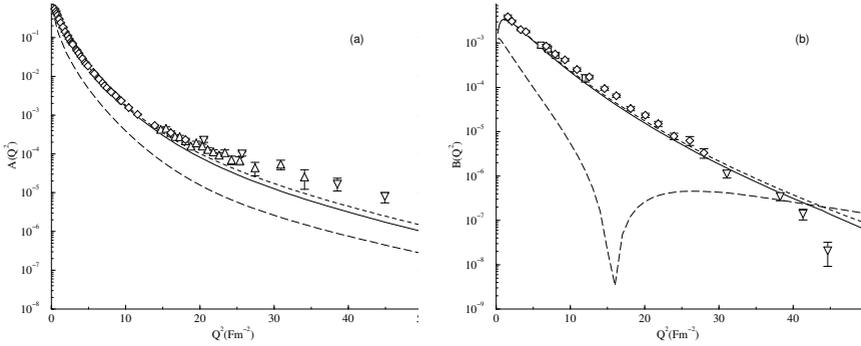


Рис. 1 — (а) Структурная функция $A(q^2)$. Длинной пунктирной линией показан расчет без учета вклада “движущихся сингулярностей”, сплошной линией – полный расчет (с учетом), а короткой пунктирной линией – расчет с нерелятивистским потенциалом Graz II. (б) Структурная функция $B(q^2)$. Обозначения как на рис. 1(а)

На рис. 2 показано влияние различных моделей электромагнитных форм-факторов нуклонов в упругом электрон-дейтронном рассеянии при больших импульсах передачи.

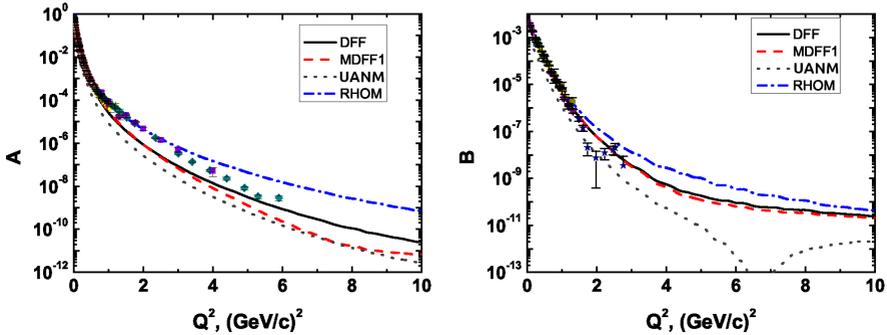


Рис. 2 — (а) Структурная функция дейтрона $A(q^2)$ как функция квадрата переданного импульса. Показаны расчеты с использованием DFF (dipole fit, черная сплошная линия), MDFF1 (modified dipole fit 1, пунктирная красная линия), UANM (unitary and analytic nucleon model, серая пунктирная линия) и RHOM (relativistic harmonic oscillator model, синяя пунктирная линия) форм-факторы нуклонов. (б) То же, что и на рис. 2(а), но для структурной функции $B(q^2)$

В третьем разделе главы приведены аналитические выражения для магнитного и квадрупольного ЭМ моментов дейтрона как предела соответствующих комбинаций матричных элементов тока при $Q^2 \rightarrow 0$ в терминах радиальных частей амплитуды БС дейтрона. Также проведен численный анализ их вкладов с использованием решения уравнения БС в лестничном приближении.

В результате аналитических расчетов были получены следующие релятивистские выражения для магнитного момента:

$$\mu_d = \mu_{NR} + \Delta\mu,$$

$$\Delta\mu = R_+ + \Delta\mu_- + \mu_{3-}.$$

Здесь

$$\mu_{NR} = (\mu_p + \mu_n) - \frac{3}{2}(\mu_p + \mu_n - \frac{1}{2})p_D,$$

нерелятивистское выражение для магнитного момента дейтрона, μ_p, μ_n – магнитные моменты протона и нейтрона, p_D – псевдовероятность релятивистской ${}^3D_1^+$ -волны в дейтроне, R_+ – релятивистские поправки к вкладу волн с положительной энергией, обусловленные исключительно релятивистской кинематикой (Лоренц-преобразованиями), $\Delta\mu_-$ – вклад переходов между волнами с отрицательной энергией и другими волнами, а также переходы между P -волнами, μ_{3-} – вклад переходов между волнами с положительной энергией и P -состояниями.

Проведенные численные расчеты магнитного момента дейтрона показали, что:

- полное релятивистское значение магнитного момента дейтрона составило $\mu_d = 0.856140$ ($e/2m_N$), что на 0.15% меньше экспериментального $\mu_{exp} = 0.857406 \pm 10^{-6}$ ($e/2m_N$);

- наибольшую поправку к нерелятивистскому значению в полный момент дает вклад $\mu_{3-} = 6.099 \cdot 10^{-3}$, который положителен и составляет около 0.71% от полного значения;

- поправка $R_+ = -9.75 \cdot 10^{-4}$ – отрицательна и составляет 0.11% от μ_D ;

- поправка $\Delta\mu_- = 2.99 \cdot 10^{-4}$ – положительна и составляет всего около 0.04% от μ_d .

Из расчетов квадрупольного момента дейтрона следует, что основной вклад ($Q_p^{++} = 0.2690$ Фм²) в момент дает член содержащий переходы между волнами с положительной энергией, который при некоторых предположениях может быть соотнесен с нерелятивистским выражением для квадрупольного момента дейтрона. Остальные переходы суммарно дают отрицательную поправку -0.0012 Фм². Окончательное значение рассчитанного квадрупольного момента составляет 0.2678 Фм², что на 6% меньше экспериментального $Q_d^{exp} = 0.2859 \pm 0.003$ Фм².

В третьей главе рассматриваются способы построения новых (модифицированных) ковариантных радиальных функций для непрерывного спектра np -пары в области низких и высоких (около $T_{lab} = 1$ ГэВ) энергий. Такие функции позволяют проводить расчеты без неинтегрируемых сингулярностей для реакций с np -парами в начальном или конечном состояниях. Изложение основывается на работах [A6–A11].

В первых двух разделах главы проведена классификация релятивистских парциальных состояний np -пары. Также найдена связь решения сепарабельного уравнения БС на массовой поверхности с наблюдаемыми упругого np -рассеяния: низкоэнергетическими характеристиками (длина рассеяния, эффективный радиус), фазами и параметром неупругости, а также свойствами дейтрона (энергия связи, асимптотическое отношение и т.д.).

Для описания параметра неупругости к стандартному виду сепарабельного ядра взаимодействия с вещественными параметрами λ были добавлены мнимые параметры λ^i :

$$V = V^r \rightarrow V = V_r + iV_i.$$

В таком случае ядро NN взаимодействия ранга N записывается в виде (первый ранг для краткости):

$$V_i(p'_0, |\mathbf{p}'|; p_0, |\mathbf{p}|; s) = \left[\lambda^r(s) + i\lambda^i(s) \right] g^{[l']}(p'_0, |\mathbf{p}'|) g^{[l]}(p_0, |\mathbf{p}|).$$

Проведенный анализ формы функций g показал, что при энергии $T_{Lab} \sim 0.7$ ГэВ (при характерном значении параметра $\beta = 0.2$ ГэВ) в интегралах с функциями типа Ямагучи

$$g(p_0, p) \sim 1/(p_0^2 - p^2 - \beta^2 + i0)$$

возникают неинтегрируемые сингулярности. Для того чтобы от них избавиться, была предложена модификация функций в виде

$$g(p_0, p) \sim 1/((p_0^2 - p^2 - \beta^2)^2 + \alpha^4).$$

Используя модифицированные функции Ямагучи, а также связь с наблюдаемыми упругого np -рассеяния, был проведен анализ парциальных состояний с полным угловым моментом $J = 0, 1$ и получены параметры ядра в каждом парциальном канале. Для этого использовалась процедура минимизации функционала типа

$$\chi^2 \sim \sum_v (v - v^{\text{exp}})^2 / (\Delta v^{\text{exp}})^2,$$

где ведется сумма по всем интересующим наблюдаемым величинам v (v^{exp} – ее экспериментальное значение).

В третьем разделе главы приведены детали расчетов наблюдаемых величин, таблицы и графики с их значениями, а также таблицы с полученными параметрами ядер для парциальных каналов np -рассеяния и дейтрона:

$$\begin{aligned}
 J = 0 : & \quad {}^1S_0^{++}, \quad {}^3P_0^{++}, \\
 J = 1 : & \quad {}^3S_1^{++} - {}^3D_1^{++}, \quad {}^1P_1^{++}, \quad {}^3P_1^{++}.
 \end{aligned}$$

На рис. 3-5 приведены расчеты фаз рассеяния и параметра неупругости для описанных выше парциальных состояний с $J = 0,1$ (MYN – расчет с сепарабельным ядром ранга N с вещественной λ , MYIN – расчет с сепарабельным ядром ранга N с комплексной λ , SP07 – параметризация из парциального анализа SAID).

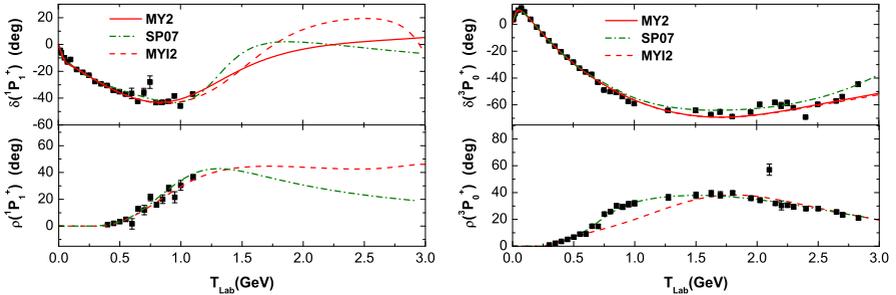


Рис. 3 — (а) Фазы рассеяния и параметр неупругости парциального состояния ${}^1P_1^+$. (б) То же, что и на рис. 3(а), но для парциального состояния ${}^3P_0^+$

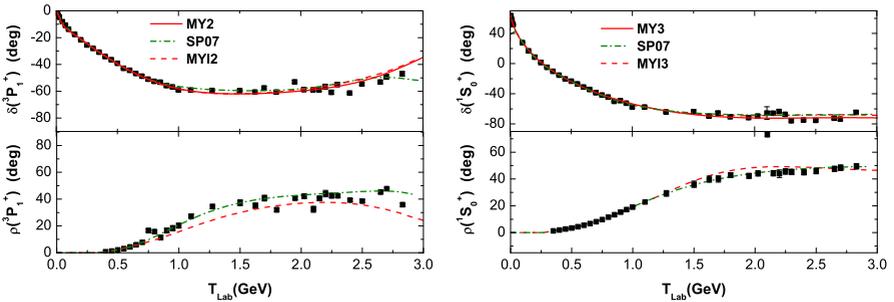


Рис. 4 — (а) То же, что и на рис. 3(а), но для парциального состояния ${}^3P_1^+$. (б) То же, что и на рис. 3(а), но для парциального состояния ${}^1S_0^+$

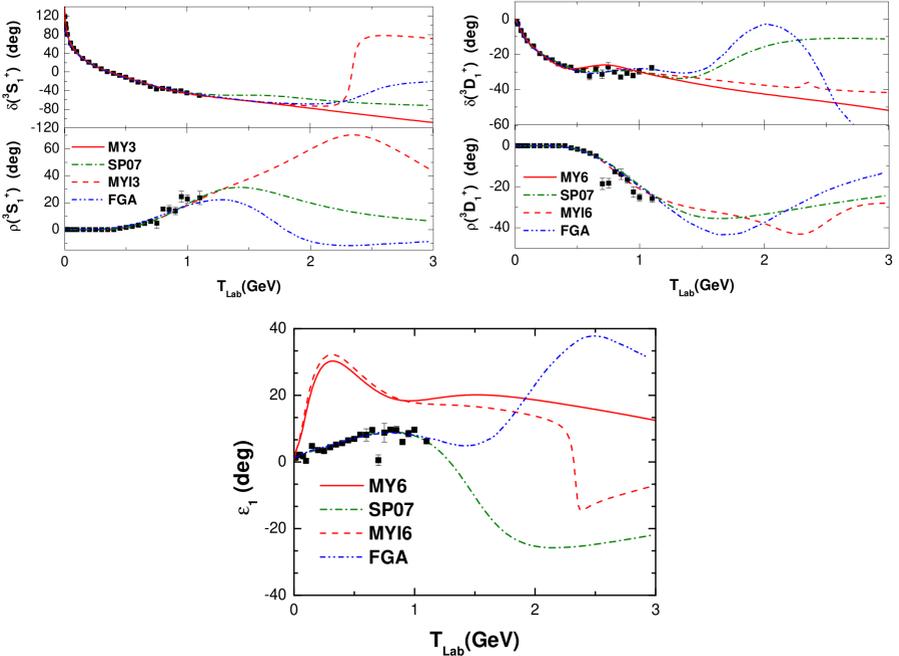


Рис. 5 — (а) Фазы рассеяния и параметр неупругости для парциального состояния ${}^3S_1^+$. (б) То же, что и на рис. 5(а), но для парциального состояния ${}^3D_1^+$. (с) То же, что и на рис. 5(а), но для параметра смешивания ε_1

В **четвертой главе** проводится рассмотрение трехнуклонных систем на основе релятивистского аналога уравнений Фаддеева. Изложение следует материалу работ [A12–A14].

В первых четырех разделах главы рассматривается релятивистское обобщение уравнения Фаддеева, на основе решения для t -матрицы двухчастичного уравнения БС. Если трехчастичную T -матрицу представить в виде разложения на три члена, каждый из которых действует в двухчастичном подпространстве

$$T = T^{(1)} + T^{(2)} + T^{(3)}, \quad (1)$$

то релятивистское уравнение Фаддеева в матричном виде записывается в виде

$$\begin{bmatrix} T^{(1)} \\ T^{(2)} \\ T^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} - i \begin{bmatrix} 0 & T_1 G_1 & T_1 G_1 \\ T_2 G_2 & 0 & T_2 G_2 \\ T_3 G_3 & T_3 G_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^{(1)} \\ T^{(2)} \\ T^{(3)} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где G_i – функция Грина двух свободных частиц (j и n) (индексы ijn представляют собой циклическую перестановку тройки (1,2,3)), а компоненты T_i представляют собой решения уравнения БС для двухчастичных t -матриц. В случае скалярных частиц G_i имеет вид:

$$G_i(k_j, k_n) = S(k_j)S(k_n) = (k_j^2 - m_N^2 + i\epsilon)^{-1}(k_n^2 - m_N^2 + i\epsilon)^{-1}. \quad (3)$$

Если ядро нуклон-нуклонного взаимодействия представляется в сепарабельном виде, то после введения импульсов Якоби и выделения угловых частей, амплитуда трехнуклонной системы может быть записана в следующем виде (для простоты учитываются только нижайшие S -состояния – $(a)=^1S_0, ^3S_1$):

$$\psi^a(p_0, p, q_0, q; s) = g^a(p_0, p)\tau^a\left(\left(\frac{2}{3}K - q_0\right)^2 - q^2\right)\Phi^a(q_0, q),$$

где функция Φ удовлетворяет следующей системе интегральных уравнений БСФ:

$$\begin{aligned} \Phi^a(q_0, q) = \frac{i}{4\pi^3} \sum_b \int_{-\infty}^{\infty} dq'_0 \int_0^{\infty} q'^2 dq' Z^{ab}(q_0, q; q'_0, q'; s) \times \\ \times \frac{\tau^b\left[\left(\frac{2}{3}\sqrt{s} - q'_0\right)^2 - q'^2\right]}{\left(\frac{1}{3}\sqrt{s} - q'_0\right)^2 - q'^2 - m_N^2 + i0} \Phi^b(q'_0, q'), \end{aligned}$$

$$Z^{ab}(q_0, q; q'_0, q'; s) =$$

$$C^{ab} \int_{-1}^1 dx \frac{g_{jl}^a\left(-\frac{1}{2}q_0 - q'_0, \sqrt{\frac{1}{4}q^2 + q'^2 + qq'x}\right)g_{kl}^b\left(q_0 + \frac{1}{2}q'_0, \sqrt{q^2 + \frac{1}{4}q'^2 + qq'x}\right)}{\left(\frac{1}{3}\sqrt{s} + q_0 + q'_0\right)^2 - \left(q^2 + q'^2 + 2qq'x\right) - m_N^2 + i0},$$

с $x = \cos \vartheta_{qq'}$. Коэффициенты C^{ab} описывают спиновую и изоспиновую структуру системы.

Полученное уравнение имеет множество сингулярностей в комплексной плоскости q_0 , которые, однако, можно обойти для задачи связанного состояния $\sqrt{s} < 3m_N$. В этом случае проводится поворот Вика $q_0 \rightarrow iq_4$ и система интегральных уравнений может быть решена численно.

В пятом разделе главы рассмотрены одно- (Ямагучи/Табакин) и мультиранговые (Graz-II, Paris-1,2) сепарабельные ядра нуклон-нуклонного взаимодействия со скалярными пропагаторами нуклонов. В шестом разделе описываются методика и технические детали расчетов, а в седьмом разделе главы приводятся результаты расчетов энергии связи тритона и даны графики полученных амплитуд.

В **пятой главе** обсуждаются ЭМ формфакторы упругого рассеяния электронов на гелии-3 и тритии. Изложение следует материалу работ [A15; A16].

В начале главы дан обзор экспериментальных данных для формфакторов, а также теоретических подходов для их описания.

В первом разделе главы описывается полная волновая функция трехнуклонной системы с учетом спин-изоспиновых переменных и принципа Паули для трех фермионов (нуклонов).

Во втором разделе даны релятивистские выражения для ЭМ формфакторов гелия-3 и трития, рассмотрены преобразования Лоренца для переходов между системами отсчета. Также введено статическое приближение, которое предполагает, что все члены преобразования Лоренца, пропорциональные $\sqrt{\eta}$ ($\eta = Q^2/4M_{3N}^2$) не учитываются. Затем рассматриваются релятивистские поправки к формфакторам, а именно: учет преобразований Лоренца аргументов пропагатора; учет простого полюса в пропагаторе; учет преобразований Лоренца аргументов волновой функции конечного ядра.

На рис. 6-9 показаны результаты расчетов в статическом приближении и релятивистские поправки для зарядового и магнитного формфакторов гелия-3 и тритона с различными ядрами нуклон-нуклонного взаимодействия.

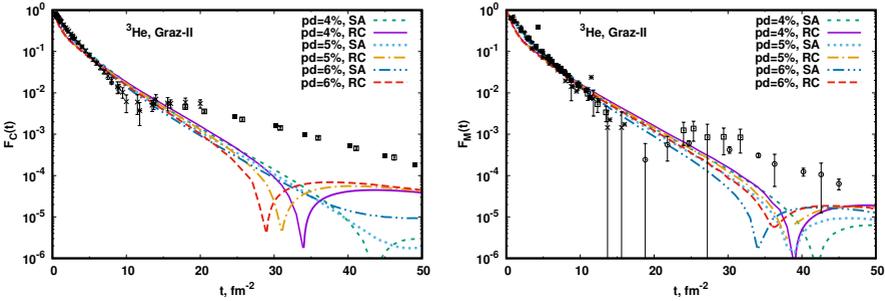


Рис. 6 — (а) Статическое приближение и релятивистские поправки к зарядовому формфактору ${}^3\text{He}$ как функции t для мультирангового сепарабельного потенциала Graz-II при различных значениях вероятности D -состояния $p_d = 4, 5, 6\%$. Штриховая линия – SA для $p_d=4\%$, пунктирная линия – SA для $p_d=5\%$, линия штрих-пунктир-пунктир – SA для $p_d=6\%$, непрерывная линия – RC для $p_d=4\%$, штрихпунктирная линия – RC для $p_d=5\%$ и линия с длинным пунктиром – RC для $p_d=6\%$. (б) То же, что и на рис. 6(а) только для магнитного формфактора ${}^3\text{He}$

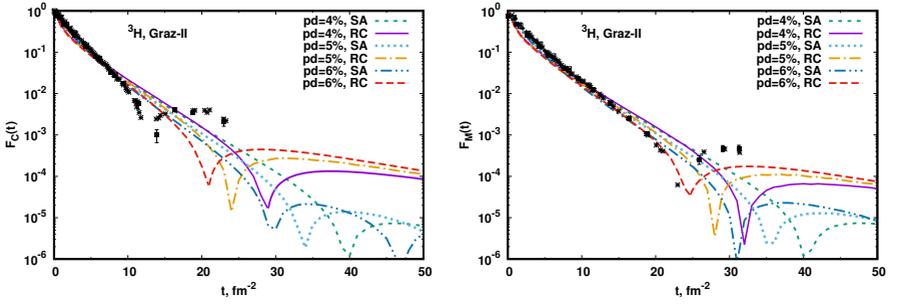


Рис. 7 — (а) То же, что и на рис. 6(a), но для зарядового формфактора ${}^3\text{H}$.
 (б) То же, что и на рис. 6(a), но для магнитного формфактора ${}^3\text{H}$

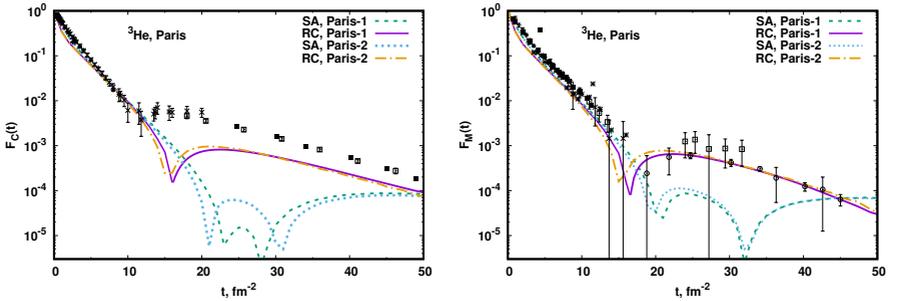


Рис. 8 — (а) Статическое приближение и релятивистские поправки для зарядового формфактора ${}^3\text{He}$ как функция t для мультирангового сепарабельного потенциала Paris. Штриховая линия – SA для Paris-1, пунктирная линия – SA для Paris-2, непрерывная линия – RC для Paris-1, и штрихпунктирная линия – RC для Paris-2. (б) То же, что и на рис. 8(a), но для магнитного формфактора ${}^3\text{He}$

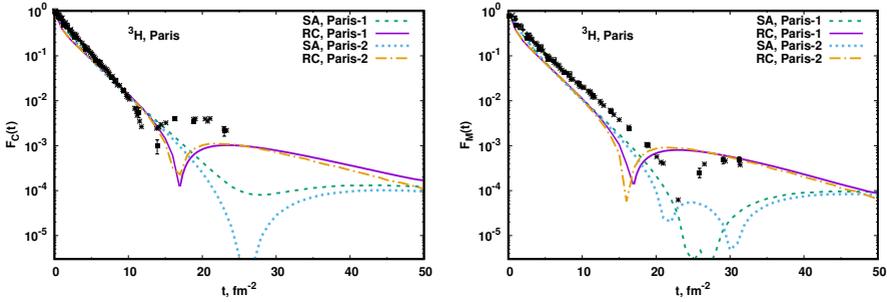


Рис. 9 — (а) То же, что и на рис. 8(а), но для зарядового формфактора ${}^3\text{H}$.
 (б) То же, что и на рис. 8(а), но для магнитного формфактора ${}^3\text{H}$

В **заключении** приведены основные результаты работы, представляемые к защите.

Публикации автора по теме диссертации

- A1. Bethe-Salpeter amplitudes and static properties of the deuteron / L. P. Kaptari [и др.] // Phys. Rev. C. — 1996. — Т. 54. — С. 986–1005. — arXiv: [nucl-th/9603022](https://arxiv.org/abs/nuc1-th/9603022).
- A2. *Bondarenko, S. G.* Sensitivity of polarization observables in elastic e d scattering to the neutron form-factors / S. G. Bondarenko, V. V. Burov, S. M. Dorkin // Phys. Atom. Nucl. — 2000. — Т. 63. — С. 774–781.
- A3. *Bekzhanov, A.* Elastic electron-deuteron scattering with modified dipole fit / A. Bekzhanov, S. Bondarenko, V. Burov // Nucl. Phys. B Proc. Suppl. / под ред. S. Dubnivcka, A. Z. Dubnivcková, E. Bartovs. — 2013. — Т. 245. — С. 65–68.
- A4. *Bekzhanov, A. V.* Nucleon form factors for the elastic electron-deuteron scattering at high momentum transfer / A. V. Bekzhanov, S. G. Bondarenko, V. V. Burov // JETP Lett. — 2014. — Т. 99. — С. 613–618. — arXiv: [1403.4422](https://arxiv.org/abs/1403.4422) [[nucl-th](https://arxiv.org/abs/nuc1-th)].
- A5. *Bekzhanov, A. V.* On the Analytical Structure of Relativistic Two-body Interaction Current / A. V. Bekzhanov, S. G. Bondarenko, V. V. Burov // Nonlin. Phenom. Complex Syst. — 2017. — Т. 20, № 3. — С. 301–306.
- A6. One-rank interaction kernel of the two-nucleon system for medium and high energies / S. G. Bondarenko [и др.] // JETP Lett. — 2008. — Т. 87. — С. 653–658. — arXiv: [0804.3525](https://arxiv.org/abs/0804.3525) [[nucl-th](https://arxiv.org/abs/nuc1-th)].

- A7. On the covariant relativistic separable kernel / S. G. Bondarenko [и др.] // 18th International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems: Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics. — 06.2008. — arXiv: [0806.4866 \[nucl-th\]](#).
- A8. Relativistic multirank interaction kernels of the neutron-proton system / S. G. Bondarenko [и др.] // Nucl. Phys. A. — 2010. — T. 832. — C. 233–248. — arXiv: [0810.4470 \[nucl-th\]](#).
- A9. Covariant separable interaction for the neutron-proton system in 3S_1 - 3D_1 partial-wave state / S. G. Bondarenko [и др.] // Nucl. Phys. A. — 2010. — T. 848. — C. 75–91. — arXiv: [1002.0487 \[nucl-th\]](#).
- A10. *Bondarenko, S. G.* Relativistic complex separable potential of the neutron-proton system / S. G. Bondarenko, V. V. Burov, E. P. Rogochaya // Phys. Lett. B. — 2011. — T. 705. — C. 264–268.
- A11. *Bondarenko, S. G.* Relativistic complex separable potential for describing the neutron-proton system in 3S_1 - 3D_1 partial-wave state / S. G. Bondarenko, V. V. Burov, E. P. Rogochaya // Nucl. Phys. B Proc. Suppl. / под ред. S. Dubnicka, A. Z. Dubnickova, E. Bartos. — 2011. — T. 219/220. — C. 126–129. — arXiv: [1108.4170 \[nucl-th\]](#).
- A12. *Bondarenko, S.* On the relativistic 3D1 partial-wave contribution to the bound three-nucleon system / S. Bondarenko, V. Burov, S. Yurev // EPJ Web Conf. / под ред. S. Bondarenko, V. Burov, A. Malakhov. — 2017. — T. 138. — C. 06003.
- A13. *Bondarenko, S. G.* The Rank-One Separable Interaction Kernel for Nucleons with Scalar Propagator / S. G. Bondarenko, V. V. Burov, S. A. Yurev // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2018. — T. 15, № 4. — C. 417–421. — arXiv: [1711.03781 \[nucl-th\]](#).
- A14. *Bondarenko, S. G.* On the contribution of the P and D partial-wave states to the binding energy of the triton in the Bethe-Salpeter-Faddeev approach / S. G. Bondarenko, V. V. Burov, S. A. Yurev // Phys. Atom. Nucl. — 2019. — T. 82, № 1. — C. 44–49. — arXiv: [1809.03271 \[nucl-th\]](#).
- A15. *Bondarenko, S.* Relativistic rank-one separable kernel for helium-3 charge form factor / S. Bondarenko, V. Burov, S. Yurev // Nucl. Phys. A. — 2020. — T. 1004. — C. 122065. — arXiv: [2010.15540 \[nucl-th\]](#).
- A16. *Bondarenko, S.* Trinucleon form factors with relativistic multirank separable kernels / S. Bondarenko, V. Burov, S. Yurev // Nucl. Phys. A. — 2021. — T. 1014. — C. 122251. — arXiv: [2102.06061 \[nucl-th\]](#).

Список литературы

1. 50 Years of Quantum Chromodynamics / F. Gross [и др.] // Eur. Phys. J. C. — 2023. — Т. 83. — С. 1125. — arXiv: [2212.11107 \[hep-ph\]](#).
2. *Kapishin, M.* The fixed target experiment for studies of baryonic matter at the Nuclotron (BM@N) / M. Kapishin // Eur. Phys. J. A. — 2016. — Т. 52, № 8. — С. 213.
3. *Kapishin, M.* Studies of baryonic matter at the BM@N experiment (JINR) / M. Kapishin // Nucl. Phys. A / под ред. F. Antinori [и др.]. — 2019. — Т. 982. — С. 967–970.
4. The BM@N spectrometer at the NICA accelerator complex / S. Afanasiev [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. A. — 2024. — Т. 1065. — С. 169532. — arXiv: [2312.17573 \[hep-ex\]](#).
5. The MPD detector at the NICA heavy-ion collider at JINR / K. U. Abraamyan [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. A / под ред. T. Bergauer [и др.]. — 2011. — Т. 628. — С. 99–102.
6. The Multi-Purpose Detector (MPD) of the collider experiment / V. Golovatyuk [и др.] // Eur. Phys. J. A. — 2016. — Т. 52, № 8. — С. 212.
7. Status and initial physics performance studies of the MPD experiment at NICA / V. Abugaryan [и др.] // Eur. Phys. J. A. — 2022. — Т. 58, № 7. — С. 140. — arXiv: [2202.08970 \[physics.ins-det\]](#).
8. Spin Physics Experiments at NICA-SPD with polarized proton and deuteron beams / I. A. Savin [и др.] // EPJ Web Conf. / под ред. U. D’Alesio, F. Murgia. — 2015. — Т. 85. — С. 02039. — arXiv: [1408.3959 \[hep-ex\]](#).
9. On the physics potential to study the gluon content of proton and deuteron at NICA SPD / A. Arbuzov [и др.] // Prog. Part. Nucl. Phys. — 2021. — Т. 119. — С. 103858. — arXiv: [2011.15005 \[hep-ex\]](#).
10. Electron Ion Collider: The Next QCD Frontier: Understanding the glue that binds us all / A. Accardi [и др.] // Eur. Phys. J. A / под ред. A. Deshpande, Z. E. Meziani, J. W. Qiu. — 2016. — Т. 52, № 9. — С. 268. — arXiv: [1212.1701 \[nucl-ex\]](#).
11. Electron-ion collider in China / D. P. Anderle [и др.] // Front. Phys. (Beijing). — 2021. — Т. 16, № 6. — С. 64701. — arXiv: [2102.09222 \[nucl-ex\]](#).
12. Large momentum transfer measurements of the deuteron elastic structure function $A(Q^{*2})$ at Jefferson Laboratory / L. C. Alexa [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Т. 82. — С. 1374–1378. — arXiv: [nucl-ex/9812002](#).

13. Deuteron Electro-Disintegration at Very High Missing Momenta / W. U. Boeglin [и др.]. — 2014. — Окт. — arXiv: [1410.6770 \[nucl-ex\]](#).
14. Measurement of the Nucleon F_2^n/F_2^p Structure Function Ratio by the Jefferson Lab MARATHON Tritium/Helium-3 Deep Inelastic Scattering Experiment / D. Abrams [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2022. — Т. 128, № 13. — С. 132003. — arXiv: [2104.05850 \[hep-ex\]](#).
15. *Salpeter, E. E.* A Relativistic equation for bound state problems / E. E. Salpeter, H. A. Bethe // Phys. Rev. — 1951. — Т. 84. — С. 1232—1242.
16. *Mandelstam, S.* Dynamical variables in the Bethe-Salpeter formalism / S. Mandelstam // Proc. Roy. Soc. Lond. A. — 1955. — Т. 233. — С. 248.
17. *Gross, F.* Relativistic quantum mechanics and field theory / F. Gross. — 1993.
18. *Logunov, A. A.* Quasioptical approach in quantum field theory / A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze // Nuovo Cim. — 1963. — Т. 29. — С. 380—399.
19. *Blankenbecler, R.* Linear integral equations for relativistic multichannel scattering / R. Blankenbecler, R. Sugar // Phys. Rev. — 1966. — Т. 142. — С. 1051—1059.
20. *Kadyshevsky, V. G.* Quasipotential approach and the expansion in relativistic spherical functions / V. G. Kadyshevsky, R. M. Mir-Kasimov, N. B. Skatchkov // Nuovo Cim. A. — 1968. — Т. 55. — С. 233—257.
21. *Thompson, R. H.* Three-dimensional bethe-salpeter equation applied to the nucleon-nucleon interaction / R. H. Thompson // Phys. Rev. D. — 1970. — Т. 1. — С. 110—117.
22. *Fabian, W.* Electrodisintegration of deuterium including nucleon detection in coincidence / W. Fabian, H. Arenhovel // Nucl. Phys. A. — 1979. — Т. 314. — С. 253—286.
23. *Holinde, K.* Relativistic one-boson-exchange potential and two-nucleon data / K. Holinde, K. Erkelenz, R. Alzetta // Nucl. Phys. A. — 1972. — Т. 194. — С. 161—176.
24. *Pascalutsa, V.* Pion nucleon interaction in a covariant hadron exchange model / V. Pascalutsa, J. A. Tjon // Phys. Rev. C. — 2000. — Т. 61. — С. 054003. — arXiv: [nucl-th/0003050](#).
25. Covariant description of inelastic electron deuteron scattering: Predictions of the relativistic impulse approximation / J. Adam Jr. [и др.] // Phys. Rev. C. — 2002. — Т. 66. — С. 044003. — arXiv: [nucl-th/0204068](#).

26. *Gross, F.* Covariant spectator theory of np scattering: Phase shifts obtained from precision fits to data below 350-MeV / F. Gross, A. Stadler // Phys. Rev. C. — 2008. — T. 78. — C. 014005. — arXiv: [0802.1552 \[nucl-th\]](#).
27. *Gross, F.* Covariant spectator theory of np scattering: Effective range expansions and relativistic deuteron wave functions / F. Gross, A. Stadler // Phys. Rev. C. — 2010. — T. 82. — C. 034004. — arXiv: [1007.0778 \[nucl-th\]](#).
28. *Gross, F.* Covariant nucleon wave function with S, D, and P-state components / F. Gross, G. Ramalho, M. T. Pena // Phys. Rev. D. — 2012. — T. 85. — C. 093005. — arXiv: [1201.6336 \[hep-ph\]](#).
29. *Gross, F.* Covariant Spectator Theory of np scattering: Deuteron Quadrupole Moment / F. Gross // Phys. Rev. C. — 2015. — T. 91, № 1. — C. 014005. — arXiv: [1411.7076 \[nucl-th\]](#).
30. *Gross, F.* Covariant spectator theory of np scattering: Deuteron magnetic moment / F. Gross // Phys. Rev. C. — 2014. — T. 89, № 6. — C. 064002. — arXiv: [1404.1584 \[nucl-th\]](#). — [Erratum: Phys.Rev.C 101, 029901 (2020)].
31. *Gross, F.* Covariant Spectator Theory of np scattering: Deuteron form factors / F. Gross // Phys. Rev. C. — 2020. — T. 101, № 2. — C. 024001. — arXiv: [1908.09421 \[nucl-th\]](#).
32. *Azhgirey, L.* / L. Azhgirey, N. Yudin // Phys. Part. Nucl. — 2006. — T. 37. — C. 1011.
33. *Akulinichev, S. V.* Light front dynamics and the binding correction / S. V. Akulinichev. — 1993. — Mapт. — arXiv: [nucl-th/9303024](#).
34. *Mangin-Brinet, M.* Two fermion relativistic bound states in light front dynamics / M. Mangin-Brinet, J. Carbonell, V. A. Karmanov // Phys. Rev. C. — 2003. — T. 68. — C. 055203. — arXiv: [hep-th/0308179](#).
35. *Krutov, A. F.* Instant form of Poincare-invariant quantum mechanics and description of the structure of composite systems / A. F. Krutov, V. E. Troitsky // Phys. Part. Nucl. — 2009. — T. 40. — C. 136–161.
36. *Jeschonnek, S.* A New calculation for D(e, e-prime p)n at GeV energies / S. Jeschonnek, J. W. Van Orden // Phys. Rev. C. — 2008. — T. 78. — C. 014007. — arXiv: [0805.3115 \[nucl-th\]](#).
37. Explicitly covariant light front dynamics and relativistic few body systems / J. Carbonell [и др.] // Phys. Rept. — 1998. — T. 300. — C. 215–347. — arXiv: [nucl-th/9804029](#).

38. *Karmanov, V. A.* Recent developments in light-front dynamics / V. A. Karmanov // AIP Conf. Proc. / под ред. N. Kalantar-Nayestanaki, R. G. E. Timmermans, B. L. G. Bakker. — 2005. — Т. 768, № 1. — С. 360–364. — arXiv: [nucl-th/0410033](#).
39. *Tsirova, N. A.* Chiral effective field theory on the light front in the nucleon sector / N. A. Tsirova, V. A. Karmanov, J. F. Mathiot // Phys. Atom. Nucl. — 2010. — Т. 73. — С. 1952–1955.
40. *Karmanov, V. A.* Ab initio nonperturbative calculation of physical observables in light-front dynamics. Application to the Yukawa model / V. A. Karmanov, J. F. Mathiot, A. V. Smirnov // Phys. Rev. D. — 2012. — Т. 86. — С. 085006. — arXiv: [1204.3257 \[hep-th\]](#).
41. *Arndt, R. A.* An Updated analysis of N N elastic scattering data to 1.6-GeV / R. A. Arndt, I. I. Strakovsky, R. L. Workman // Phys. Rev. C. — 1994. — Т. 50. — С. 2731–2741. — arXiv: [nucl-th/9407035](#).
42. *Shebeko, A.* The Method of Unitary Clothing Transformations in Relativistic Quantum Field Theory: Recent Applications for the Description of Nucleon–Nucleon Scattering and Deuteron Properties / A. Shebeko // Few Body Syst. — 2013. — Т. 54, № 12. — С. 2271.
43. *Kostylenko, Y.* A Field Theoretical Description of the Electron-Deuteron Scattering / Y. Kostylenko, A. Shebeko // Few Body Syst. — 2021. — Т. 62, № 3. — С. 41.
44. *Kostylenko, Y.* Meson Exchange Currents in the Clothed-Particle Representation: Calculation of the Deuteron Magnetic Form Factor / Y. Kostylenko, O. Shebeko // Few Body Syst. — 2024. — Т. 65, № 2. — С. 55.
45. *Nakanishi, N.* A General survey of the theory of the Bethe-Salpeter equation / N. Nakanishi // Prog. Theor. Phys. Suppl. — 1969. — Т. 43. — С. 1–81.
46. *Carbonell, J.* Solving Bethe-Salpeter equation for two fermions in Minkowski space / J. Carbonell, V. A. Karmanov // Eur. Phys. J. A. — 2010. — Т. 46. — С. 387–397. — arXiv: [1010.4640 \[hep-ph\]](#).
47. Bound state structure and electromagnetic form factor beyond the ladder approximation / V. Gigante [и др.] // Phys. Rev. D. — 2017. — Т. 95, № 5. — С. 056012. — arXiv: [1611.03773 \[hep-ph\]](#).
48. *Carbonell, J.* Euclidean to Minkowski Bethe–Salpeter amplitude and observables / J. Carbonell, T. Frederico, V. A. Karmanov // Eur. Phys. J. C. — 2017. — Т. 77, № 1. — С. 58. — arXiv: [1701.02479 \[hep-ph\]](#).
49. *Carbonell, J.* Bethe-Salpeter scattering amplitude in Minkowski space / J. Carbonell, V. A. Karmanov // Phys. Lett. B. — 2013. — Т. 727. — С. 319–324. — arXiv: [1310.4091 \[hep-ph\]](#).

50. *Carbonell, J.* Solving Bethe-Salpeter scattering state equation in Minkowski space / J. Carbonell, V. A. Karmanov // Phys. Rev. D. — 2014. — T. 90, № 5. — C. 056002. — arXiv: [1408.3761 \[hep-ph\]](#).
51. Three-body bound states with zero-range interaction in the Bethe-Salpeter approach / E. Ydrefors [и др.] // Phys. Lett. B. — 2017. — T. 770. — C. 131–137. — arXiv: [1703.07981 \[nucl-th\]](#).
52. Solving the three-body bound-state Bethe-Salpeter equation in Minkowski space / E. Ydrefors [и др.] // Phys. Lett. B. — 2019. — T. 791. — C. 276–280. — arXiv: [1903.01741 \[hep-ph\]](#).
53. Three-boson bound states in Minkowski space with contact interactions / E. Ydrefors [и др.] // Phys. Rev. D. — 2020. — T. 101, № 9. — C. 096018. — arXiv: [2005.07943 \[hep-ph\]](#).
54. *Karmanov, V. A.* Abnormal states with unequal constituent masses / V. A. Karmanov // Eur. Phys. J. C. — 2024. — T. 84, № 1. — C. 58. — arXiv: [2401.09743 \[hep-ph\]](#).
55. Electromagnetic structure of A=2 and 3 nuclei and the nuclear current operator / L. E. Marcucci [и др.] // Phys. Rev. C. — 2005. — T. 72. — C. 014001. — arXiv: [nucl-th/0502048](#).
56. Electromagnetic Structure of Few-Nucleon Ground States / L. E. Marcucci [и др.] // J. Phys. G. — 2016. — T. 43. — C. 023002. — arXiv: [1504.05063 \[nucl-th\]](#).
57. *Entem, D. R.* Accurate charge dependent nucleon nucleon potential at fourth order of chiral perturbation theory / D. R. Entem, R. Machleidt // Phys. Rev. C. — 2003. — T. 68. — C. 041001. — arXiv: [nucl-th/0304018](#).
58. *Machleidt, R.* Chiral effective field theory and nuclear forces / R. Machleidt, D. R. Entem // Phys. Rept. — 2011. — T. 503. — C. 1–75. — arXiv: [1105.2919 \[nucl-th\]](#).
59. *Stadler, A.* Relativistic equations for the three-nucleon bound state / A. Stadler, F. Gross // AIP Conf. Proc. / под ред. F. Gross. — 1995. — T. 334. — C. 867–870.
60. *Stadler, A.* Relativistic calculation of the triton binding energy and its implications / A. Stadler, F. Gross // Phys. Rev. Lett. — 1997. — T. 78. — C. 26–29. — arXiv: [nucl-th/9607012](#).
61. *Stadler, A.* Covariant equations for the three-body bound state / A. Stadler, F. Gross, M. Frank // Phys. Rev. C. — 1997. — T. 56. — C. 2396. — arXiv: [nucl-th/9703043](#).
62. *Gross, F.* Electromagnetic interactions of three body systems in the covariant spectator theory / F. Gross, A. Stadler, M. T. Pena // Phys. Rev. C. — 2004. — T. 69. — C. 034007. — arXiv: [nucl-th/0311095](#).

63. *Pinto, S. A.* Covariant spectator theory for the electromagnetic three-nucleon form factors: Complete impulse approximation / S. A. Pinto, A. Stadler, F. Gross // Phys. Rev. C. — 2009. — Т. 79. — С. 054006. — arXiv: [0901.4313 \[nucl-th\]](#).
64. *Pinto, S. A.* First results for electromagnetic three-nucleon form factors from high-precision two-nucleon interactions / S. A. Pinto, A. Stadler, F. Gross // Phys. Rev. C. — 2010. — Т. 81. — С. 014007. — arXiv: [0911.1473 \[nucl-th\]](#).
65. Trinucleon Electromagnetic Form Factors and the Light-Front Hamiltonian Dynamics / F. Baroncini [и др.] // AIP Conf. Proc. / под ред. S. Boffi [и др.]. — 2008. — Т. 1056, № 1. — С. 272–279. — arXiv: [0807.4809 \[nucl-th\]](#).
66. *Rupp, G.* Relativistic Contributions to the Deuteron Electromagnetic Form-factors / G. Rupp, J. A. Tjon // Phys. Rev. C. — 1990. — Т. 41. — С. 472.
67. *Bondarenko, S. G.* Final state interaction effects in electrodisintegration of the deuteron within the Bethe-Salpeter approach / S. G. Bondarenko, V. V. Burov, E. P. Rogochaya // JETP Lett. — 2012. — Т. 94. — С. 738–743. — arXiv: [1110.5775 \[nucl-th\]](#).
68. *Bondarenko, S. G.* Final state interaction effects in exclusive electrodisintegration of the deuteron / S. G. Bondarenko, V. V. Burov, E. P. Rogochaya // PoS. — 2012. — Т. Baldin-ISHEPP—XXI. — С. 026. — arXiv: [1212.3363 \[nucl-th\]](#).
69. *Umnikov, A. Y.* Deep inelastic scattering on the deuteron in the Bethe-Salpeter formalism: Scalar meson exchange / A. Y. Umnikov, F. C. Khanna // Phys. Rev. C. — 1994. — Т. 49. — С. 2311–2330.
70. A Relativistic approach to deep inelastic scattering on the deuteron / A. Y. Umnikov [и др.] // Phys. Lett. B. — 1994. — Т. 334. — С. 163–168. — arXiv: [nucl-th/9407006](#).
71. *Umnikov, A. Y.* Deep inelastic scattering on the deuteron in the Bethe-Salpeter formalism. 2: Realistic N N interaction / A. Y. Umnikov, F. C. Khanna, L. P. Kaptari // Phys. Rev. C. — 1997. — Т. 56. — С. 1700–1719. — arXiv: [hep-ph/9608459](#).