

Методика расчёта положения магнитной оси квадрупольных магнитов при измерениях методом вибрирующей струны

Николайчук Илья Юрьевич

Объединённый институт ядерных исследований

Костромин Сергей Александрович, д.ф.-м.н.

nikolajchuk@jinr.ru

Одной из основных систем ускорительного комплекса является магнитная система. Качество магнитного поля в каждом структурном элементе должно удовлетворять жёстким требованиям. Основой магнитной системы синхротрона являются дипольные и квадрупольные магниты, предназначенные для управления орбитой пучка и фокусировки пучка. Положение магнитной оси является важным параметром квадрупольного магнита. В случае отклонения траектории пучка от магнитной оси квадрупольного магнита возникают эффекты, негативно влияющие на параметры пучка. Для их минимизации необходима точная юстировка квадрупольных магнитов относительно орбиты.

Задача определения положения магнитной оси заключается в измерении взаиморасположения реперных точек магнита, задающих систему координат магнита, и магнитной оси. Для нахождения положения магнитной оси используется методика вибрирующей струны. Она заключается в регистрации механических колебаний натянутой струны, вызываемых силой Лоренца, создаваемой переменным током в струне и постоянным магнитным полем измеряемого магнита. Радиально-азимутальное положение струны изменяется системой перемещения. Критерием приближения струны к магнитной оси служит уменьшение амплитуды колебаний.

После выставления струны в магнитную ось необходимо определить её положение в системе координат магнита. Данная процедура проводится с использованием координатно-измерительной машины. Положение струны определяется по реперным точкам, расположенным с двух концов на узлах поддержки струны. Расстояния между реперными точками и струной (оффсеты) фиксированы и определены заранее.

В горизонтальной плоскости струна представляет собой прямую и для определения её пространственного положения достаточно двух имеющихся реперных точек. Однако, в вертикальной плоскости струна провисает под действием гравитации (рис. 1). Её форма аналитически описывается уравнением цепной линии:

$$y(x) = a \cdot \cosh\left(\frac{x+c_1}{a}\right) + c_2, \quad (1)$$

где $a = \frac{T}{q \cdot g}$, c_1 и c_2 – свободные параметры, T – проекция силы натяжения на продольную ось, q – вес единицы длины струны, g – ускорение свободного падения. Поскольку величина провисания струны много меньше её длины, проекцию силы натяжения на ось x можно принять равной общей силе натяжения, что позволяет численно рассчитать параметр a .

Натяжение струны можно поддерживать различными способами, в том числе без непосредственного измерения его величины. В таком случае, при расчёте коэффициента a можно выразить силу натяжения как $T = 4 \cdot f^2 \cdot L^2 \cdot q$. Тогда $a = \frac{4 \cdot f^2 \cdot L^2}{g}$, где f – резонансная частота на первой гармонике, L – длина струны. Длину струны можно определить в линейном приближении, исходя из координат крайних точек.

Аналитическое описание формы провисающей струны также можно вывести из дифференциального уравнения движения струны:

$$q \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \alpha \cdot \frac{\partial y}{\partial t} - T \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -qg. \quad (2)$$

Исключив члены, не зависящие от времени и дважды проинтегрировав по x получим уравнение формы провисающей струны в параболическом виде:

$$y(x) = c_0 \cdot x^2 + c_1 \cdot x + c_2, \quad (3)$$

где $c_0 = \frac{q \cdot g}{2 \cdot T} = \frac{g}{8 \cdot f^2 \cdot L^2}$, c_1 и c_2 – свободные параметры.

Типичные величины провисания струны при измерениях положения магнитной оси лежат в пределах 0,1-0,2 мм. В данном пределе параболическая модель сходится с цепной линией с точностью лучше 10^{-9} мм (см. рис. 1). Таким образом, оба метода определения формы струны в вертикальной плоскости являются применимыми для вибрационной струнной методики.

После составления уравнения, необходимо определить свободные параметры. Для этого решается система уравнений, составленная по координатам двух измеренных точек с учётом оффсетов. Зная длину магнита и получив уравнение, описывающее положение струны в вертикальной плоскости, определяются

координаты струны в центре магнита и на его краях. После этого в линейном приближении рассчитываются угловые положения струны в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

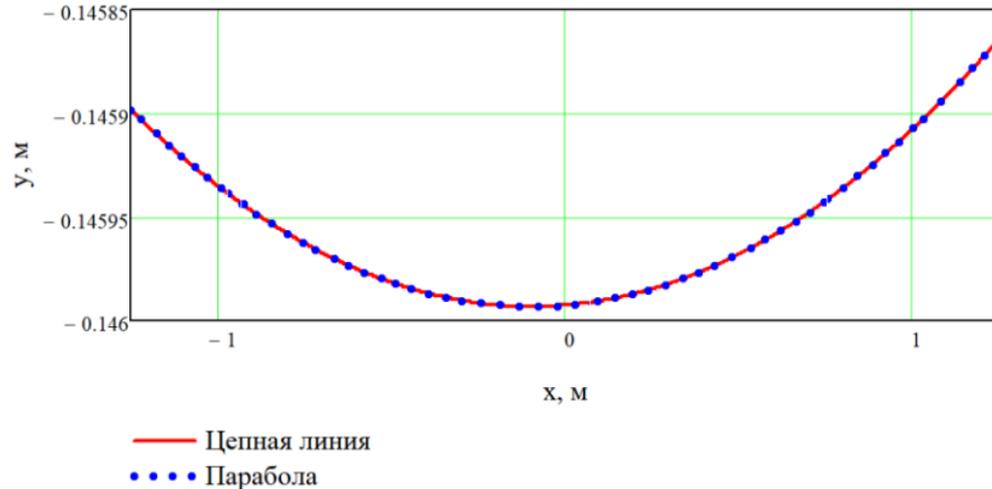


рис. 1. Результат сравнения моделей цепной линии и параболы для экспериментальных данных

Координаты магнитной оси в центре магнита и два угловых положения дают исчерпывающую информацию о пространственном положении магнитной оси. Полученные данные используются для юстировки квадрупольных магнитов в тоннеле ускорителя.