

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

Новиков Александр Николаевич

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ДИНАМИКЕ
МНОГОКОМПОНЕНТНОГО КОНДЕНСАТА
БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНА

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Дубна – 2014

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

Нестеренко Валентин Олегович доктор физико-математических наук
(ведущий научный сотрудник ЛТФ ОИЯИ)

Официальные оппоненты:

Андреев Павел Александрович кандидат физико-математических наук
(ассистент кафедры общей физики Физического факультета МГУ)

Шагинян Василий Робертович доктор физико-математических наук
(ведущий научный сотрудник ФГБУ "Петербургский институт
ядерной физики" НИЦ "Курчатовский институт")

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт спектроскопии Российской академии наук, г. Москва, г. Троицк

Защита диссертации состоится “__” _____ 2014 г. в _____ на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединенном институте ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан “__” _____ 2014 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета

Арбузов Андрей Борисович

Общая характеристика работы

Объект исследования и актуальность темы

Конец двадцатого века ознаменовался прорывом в технологии экспериментального охлаждения и удержания нейтральных атомов. Это достижение позволило впервые экспериментально наблюдать конденсацию Бозе-Эйнштейна в газах щелочных металлов, удерживаемых оптико-магнитной ловушкой. До этого конденсат Бозе-Эйнштейна (КБЭ) был экспериментально получен в сверхтекучем гелии-II. Характерной особенностью КБЭ в ловушке по сравнению с конденсатом в гелии-II является слабое межатомное взаимодействие и сильная пространственная неоднородность. Несмотря на малость взаимодействия, оно играет огромную роль в физике КБЭ, поскольку приводит к появлению характерной нелинейности, являющейся источником многих наблюдаемых эффектов. А возможность контроля взаимодействия посредством резонанса Фешбаха открывает огромные возможности для исследователя.

Современная физика конденсата крайне богата и открывает интересные перспективы для фундаментальных и прикладных исследований. Важным свойством конденсата является возможность контроля (с высокой точностью) его основных параметров, а также многочисленные аналогии с другими системами. Из разнообразия прикладных направлений большой интерес представляют различные вопросы квантового контроля, квантовой интерферометрии и информатики, в частности использование запутанных и сжатых спиновых состояний. Часто данные задачи рассматриваются для КБЭ в двойной потенциальной яме (ДПЯ), что стимулирует интерес к исследованию динамики конденсата в данной системе.

В основе динамики КБЭ в ДПЯ лежит туннелирование атомов через потенциальный барьер. Большая часть исследований в этой области проводилась для случая слабой связи, имеющей место при сильной пространственной разделённости левой и правой компонент конденсата. Данный случай является наиболее простым, поскольку позволяет рассмотреть туннельную динамику в рамках двух-модового приближения, что сильно упрощает задачу. Наиболее часто исследуются два динамических режима, определяемые величиной нелинейности и начальными условиями: осцилляции Джозефсона и макроскопический квантовый самозахват.

Помимо осцилляций Джозефсона и макроскопического квантового самозахвата, возможен принципиально другой динамический режим — транспорт КБЭ между потенциальными ямами (внешний джозефсоновский контакт) или уровнями сверхтонкой структуры (внутренний джозефсоновский контакт). В данной работе под транспортом понимается

контролируемый перенос заселённости из начального состояния в конечное, в котором происходит дальнейшее удержание конденсата. Для реализации транспорта были предложены многочисленные (как адиабатические, так и "быстрые") методы переноса заселённости. Следует отметить, что транспорт конденсата удобен для разработки методов квантового контроля.

Несмотря на долгую историю исследования КБЭ в ДПЯ, до сих пор весьма актуален ряд нерешённых задач, в первую очередь касающихся нелинейных эффектов. В частности, не была должным образом изучена эволюция основных динамических режимов при переходе от слабой к сильной связи, имеющиеся работы лишь частично касаются этого вопроса. Используемое в большинстве работ двух-модовое приближение успешно работает для слабой связи и неприменимо для сильной связи, возникающей при существенном пространственном перекрытии компонент конденсата. В этом случае одним из возможных способов исследования КБЭ является численное решение нелинейного, трёхмерного, зависящего от времени уравнения Гросса-Питаевского (УГП) для единого параметра порядка, описывающего весь конденсат в ДПЯ. Именно такого рода реалистичный подход наряду с более простыми моделями используется в данной диссертации.

Другой нерешённой проблемой является построение универсальной транспортной схемы для взаимодействующего КБЭ. Очевидно, что транспорт должен удовлетворять определённым критериям, таким как возможность экспериментальной реализации, быстрота и качество перехода и т.д. При этом адиабатические методы обеспечивают качественный, но медленный переход. Быстрый переход приводит к появлению нежелательных дипольных осцилляций. Данная проблема может быть частично решена применением подходов "быстрой адиабатики". Эта группа методов успешно применяется в случае внутреннего контакта Джозефсона, но не всегда подходит для построения транспортных схем для внешнего контакта, что связано с различием механизмов транспорта. Также, некоторые "быстрые" методы содержат в своей основе принципы, сформулированные для идеальной системы, в связи с чем их применимость для взаимодействующего КБЭ не вполне очевидна.

Таким образом, несмотря на уже имеющиеся транспортные методики для КБЭ в ДПЯ, до сих пор является актуальным прямое численное моделирование транспортного процесса. Естественный путь построения транспортных схем — исследование переноса заселённости на основе упрощённых моделей с дальнейшим более точным моделированием процесса. Наиболее просто инициировать транспорт адиабатическим движением барьера. В литературе имеется информация о возможности получения джозеф-

соновского тока конденсата в ДПЯ при адиабатическом смещении барьера. Таким образом, возникает естественный вопрос о возможности интерпретации транспорта в терминах эффекта Джозефсона.

Для некоторых транспортных схем даже незначительное межатомное взаимодействие является критическим фактором, приводящим к разрушению переноса. В отличие от ДПЯ, где транспорт может быть реализован разными методиками, перенос заселённости в тройной потенциальной яме чаще всего осуществляется методом стимулированного рамановского адиабатического перехода (СТИРАП). По имеющимся данным, СТИРАП успешно реализуется только в близком к идеальному КБЭ, уже незначительная нелинейность приводит к разрушению транспортного процесса. При этом в литературе отсутствует систематическое исследование пределов нелинейности, позволяющих реализовать транспорт.

Цели диссертационной работы:

1. Рассмотреть эволюцию основных динамических режимов КБЭ в ДПЯ при переходе от слабой к сильной связи между компонентами конденсата в условиях нелинейности.
2. Для взаимодействующего КБЭ разработать эффективные протоколы переноса заселённости в ДПЯ. Сравнить нелинейный транспорт в КБЭ с эффектом Джозефсона.
3. Исследовать влияние нелинейности и асимметрии ловушки на перенос КБЭ в тройной потенциальной яме посредством метода СТИРАП.

Научная новизна работы

Впервые систематически исследованы трансформация основных динамических режимов КБЭ в ДПЯ при переходе от слабой к сильной связи, а также возможности нелинейного транспорта. Помимо двух-модовой модели, был использован метод моделирования динамики конденсата, основанный на численном решении нелинейного, трёхмерного, зависящего от времени УГП для единого параметра порядка. Данный метод обеспечивает более реалистичное описание, близкое к условиям эксперимента. Двух-модовая модель оперирует рядом приближений, позволяющих существенно упростить задачу, но при этом накладывает ограничения на параметры исследуемой системы.

Конкретно, были получены следующие новые результаты:

1. Проведено систематическое исследование эволюции основных динамических режимов при переходе от слабой к сильной связи. Установлено, что данный переход приводит к трансформации осцилляций

Джозефсона и макроскопического квантового самозахвата в режим высокочастотных осцилляций.

2. Предложено обобщение перехода Ландау-Зинера (ОПЛЗ), позволяющее устранить его характерные недостатки (постоянство связи между энергетическими состояниями и бесконечность адиабатических энергий при $t \rightarrow \infty$). Установлено, что оригинальный и обобщённый переходы различаются в адиабатическом пределе, но становятся близки при увеличении скорости процесса. Полный перенос заселённости для взаимодействующего конденсата наблюдается в широком диапазоне скоростей. Увеличение нелинейности приводит к расширению данного диапазона, с формированием соответствующего плато. Таким образом, нелинейность становится фактором, способствующим транспорту.
3. Результаты, полученные в рамках двух-модового приближения, подтверждены на примере инверсии заселённости КБЭ в ДПЯ как частного случая транспорта. Показано, что отталкивающее взаимодействие позволяет ускорить инверсию на 3 порядка. Процесс инверсии со скоростями ниже критической с хорошей точностью может рассматриваться как стационарный джозефсоновский ток. Прекращение процесса при критической скорости фактически означает переход к нестационарному (осциллирующему) джозефсоновскому току.
4. Систематически исследован транспорт КБЭ в тройной потенциальной яме, осуществляемый методом СТИРАП. Детально изучена зависимость транспорта от нелинейности и асимметрии потенциала для циклической эволюции. Продемонстрирована устойчивость процесса для малых значений нелинейности.

Практическая ценность работы

В связи с тем, что режим сильной связи часто встречается в различных областях исследования КБЭ в ДПЯ (транспорт, интерференционные эффекты, создание запутанных состояний), обнаруженный эффект трансформации динамических режимов может быть интересен для широкого круга специалистов. Актуальность исследования транспортных процессов связана с возможностью генерирования различных геометрических фаз и перспективой их дальнейшего использования в построении алгоритмов квантовых вычислений. Обнаруженный эффект влияния нелинейности на перенос заселённости может быть актуален для дальнейшей разработки эффективных и универсальных транспортных методик. Аналогия транспорта с эффектом Джозефсона может быть использована для создания атомных квантовых интерферометров.

Основные результаты, выдвигаемые для защиты:

1. Показано, что переход от слабой к сильной связи между левой и правой фракциями конденсата в двойной потенциальной яме характеризуется трансформацией осцилляций Джозефсона и макроскопического квантового самозахвата в режим высокочастотных осцилляций.
2. На основе переходов Ландау-Зинера (ПЛЗ) и Розена-Зинера разработана новая схема транспорта для КБЭ в ДПЯ — обобщённый переход Ландау-Зинера (ОПЛЗ). Показано, что предсказания ПЛЗ и ОПЛЗ различаются в адиабатическом пределе, но становятся близки при увеличении скорости процесса. Универсальность предложенных схем дает возможность прямого и обратного нелинейного транспорта для конденсатов с притягивающим и отталкивающим взаимодействием.
3. Установлено, что нелинейность способствует транспорту, реализуемому методами ПЛЗ и ОПЛЗ. А именно, в обоих методах увеличение нелинейности приводит к расширению диапазона скоростей процесса, формируя соответствующее плато. Свойства транспорта интерпретированы в приближении стационарных состояний.
4. Предложен метод, позволяющий осуществить инверсию заселённости КБЭ в ДПЯ (как частный вид транспорта) путем сдвига потенциального барьера. Анализ процесса основан на решении нелинейного УГП для единого параметра порядка. Показано, что взаимодействие в КБЭ ускоряет транспорт на 3 порядка и формирует плато скоростей, предсказанное в ОПЛЗ. Продемонстрировано, что данный вид транспорта можно рассматривать как проявление эффекта Джозефсона. Наблюдаемое плато соответствует диапазону возможного стационарного тока. При критической скорости, ограничивающей плато, происходит переход к осциллирующему джозефсоновскому току.
5. В рамках метода СТИРАП проведено сравнение транспорта конденсата в тройной потенциальной яме для различных значений нелинейности и асимметрии потенциала. Показано, что транспорт успешно реализуется при малых значениях нелинейности.

Апробация работы

Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на научных семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, представлялись в виде постерных докладов на 36-ой и 38-ой сессиях ППК

ОИЯИ по физике конденсированных сред. Также результаты представлялись на следующих конференциях:

1. XXII Международная конференция по лазерной физике, Семинар по физике холодных атомов в ловушке, 15-19 июля 2013 г., Прага, Чехия.
2. Конференция молодых специалистов по атомной оптике, 8-12 апреля 2013 г., Бирмингем, Великобритания.
3. XXI Международная конференция по лазерной физике, Семинар по физике холодных атомов в ловушке, 23-27 июля 2012 г., Калгари, Канада.
4. XX Международная конференция по лазерной физике, Семинар по физике холодных атомов в ловушке, 11-15 июля 2011 г., Сараево, Босния и Герцеговина.
5. XIX Международная конференция по лазерной физике, Семинар по физике холодных атомов в ловушке, 5-9 июля 2011 г., Фош де Игуасу, Бразилия.
6. Конференция молодых специалистов по атомной оптике, 22-27 марта 2010г., Амстердам, Нидерланды.
7. XVIII Международная конференция по лазерной физике, Семинар по физике холодных атомов в ловушке, 13-17 июля 2009 г., Барселона, Испания.

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 6 работ, входящих в систему цитирования Web of Science.

Объем и структура диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 96 страницах, включая 26 рисунков и список литературы из 106 наименований.

Содержание работы

Во введении изложена постановка физической задачи и обоснована актуальность исследуемых проблем.

Первая глава является вводной и даёт общее представление о явлении конденсации Бозе-Эйнштейна.

В разделе 1.1 приводится теоретическое обоснование конденсации невзаимодействующего газа, следующее из распределения Бозе-Эйнштейна для макроскопического числа частиц в пределе сверхнизких температур. Далее в *разделе 1.2* характеризуется природа и значимость межатомного взаимодействия в физике КБЭ. *В разделе 1.3* строится теоретический аппарат для описания нелинейной динамики КБЭ в ловушке. Анализируются свойства и пределы применимости УГП.

В разделе 1.4 представлен способ описания КБЭ в ловушке, состоящей из нескольких потенциальных ям (многокомпонентный конденсат). Разложение единого параметра порядка в квазиортогональном базисе параметров порядка для хорошо разделённых стационарных потенциальных ям (много-модовое приближение) позволяет получить систему УГП для параметра порядка КБЭ в каждой потенциальной яме. Координатная зависимость полученной системы уравнений исключается пространственным интегрированием. Используя свойства параметра порядка, полученная система УГП преобразована в систему уравнений для заселённости и фазы КБЭ в каждой потенциальной яме.

Данная глава служит основой для дальнейших построений, приведённых в диссертации. Оригинальные результаты исследований представлены в главах II, III и IV.

Вторая глава посвящена описанию нелинейной динамики КБЭ в ДПЯ.

В разделе 2.1 представлены основы туннельной динамики конденсата в ДПЯ. Исследование выполнено в рамках двух-модового приближения. Введением новых переменных (разность заселённостей z и разности фаз θ левой и правой компонент КБЭ) проводится упрощение полученной в разделе 1.4 системы уравнений. Решение системы уравнений для z и θ позволяет описать основные динамические режимы: осцилляции Джозефсона (осцилляции около $\langle z \rangle = 0$ и $\langle \theta \rangle = 0$) и макроскопический квантовый самозахват (осцилляции около ненулевого $\langle z \rangle$, линейный рост разности фаз). Показано, что реализация того или иного режима зависит от величины обобщённого параметра, определяемого как отношение межатомного взаимодействия к проницаемости барьера.

В разделе 2.2 предлагается моделирование динамики КБЭ, основанное на численном решении нелинейного, трёхмерного, зависящего от времени

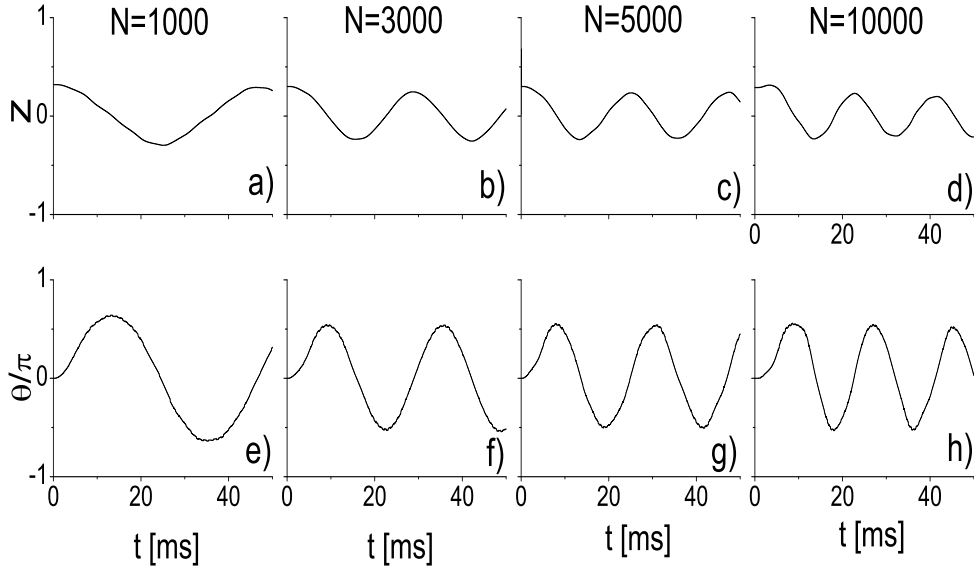


Рис. 1: Эволюция осцилляций Джозефсона: разность заселённостей z (верхний ряд) и соответствующая разность фаз θ (нижний ряд) для $N=1000, 3000, 5000, 10000$.

УГП для единого параметра порядка. Данный подход свободен от широко используемых приближений (двух-модовое, пространственно-временная сепарабельзация, постоянство проницаемости барьера и др.) и, следовательно, позволяет проводить более реалистичное описание динамических и статических свойств КБЭ.

В разделе 2.3 представлены оригинальные результаты по систематическому исследованию эволюции основных динамических режимов взаимодействующего КБЭ при переходе от слабой к сильной связи между левой и правой фракциями конденсата. Параметры системы и методика формирования начальных условий соответствуют гайдельбергскому эксперименту. Случай сильной связи достигается увеличением полного числа частиц N и соответствующим ростом химического потенциала, исследование выполнено на основе решения нелинейного УГП. В случае слабой связи результаты согласуются с экспериментом. Переход к сильной связи характеризуется трансформацией осцилляций Джозефсона и макроскопического квантового самозахвата в режим высокочастотных осцилляций, см. рис. 1 и 2.

В третьей главе представлены оригинальные результаты по исследованию нелинейного транспорта КБЭ в ДПЯ.

В разделе 3.1 дана общая характеристика транспортных процессов в квантовых системах, обсуждаются возможности транспорта КБЭ в ДПЯ.

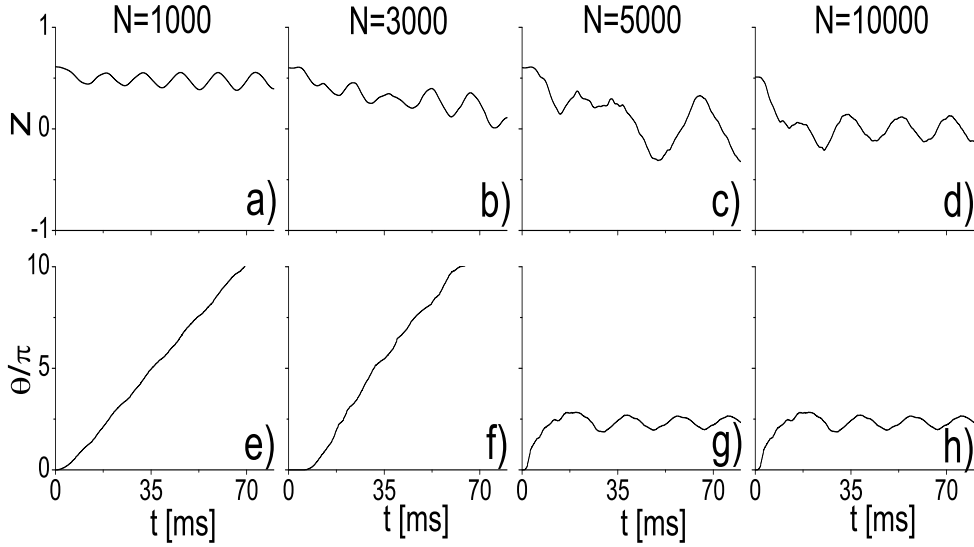


Рис. 2: То же, что на Рис. 1, но для макроскопического квантового самозахвата.

В *разделе 3.2* анализируется возможность применения известных переходов Ландау-Зинера (ПЛЗ) и Розена-Зинера для транспорта КБЭ между потенциальными ямами. Как известно, переход Ландау-Зинера имеет характерные недостатки, такие как постоянство связи между энергетическими состояниями и бесконечность диабатических энергий при $t \rightarrow \infty$. Для устранения данных проблем в *разделе 3.3* предлагается обобщение данного перехода введением дополнительной зависящей от времени связи между компонентами системы. Фактически предложенный метод (ОПЛЗ) является обобщением переходов Ландау-Зинера и Розена-Зинера.

Раздел 3.4.1 посвящён исследованию транспорта КБЭ, реализуемого оригинальным и обобщённым переходами Ландау-Зинера. Моделирование процесса сводится к решению УГП в рамках двух-модового приближения с линейно зависящей от времени разностью энергий основных состояний потенциальных ям и постоянной (ПЛЗ) или зависящей от времени (ОПЛЗ) проницаемостью барьера. Сравниваются результаты обеих транспортных методик. В идеальном КБЭ полный перенос заселённости осуществляется только при строгом соблюдении условия адиабатичности $\alpha \rightarrow 0$, где α — скорость процесса. Включение и дальнейшее увеличение нелинейности приводит к расширению диапазона скоростей, формируя плато, таким образом нелинейность способствует транспорту. При этом отмечается различие ПЛЗ и ОПЛЗ в адиабатическом пределе, которое исчезает при увеличении скорости процесса. Характерные особенности обеих мето-

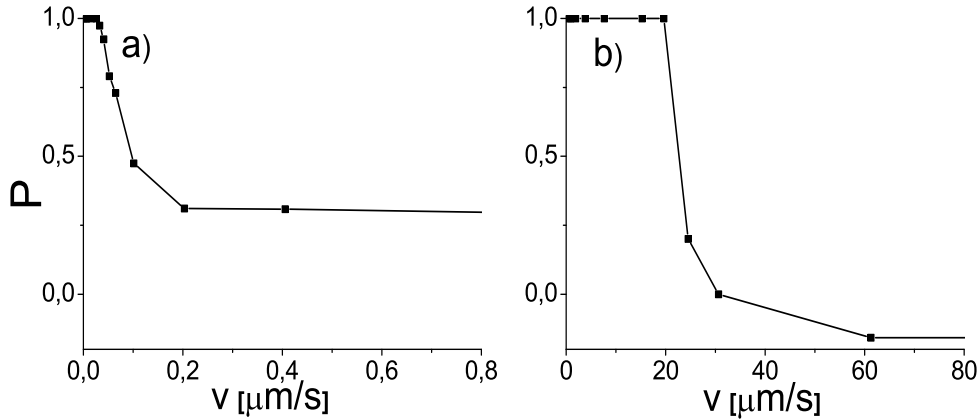


Рис. 3: Полнота инверсии $P = -z(0)/z(T)$ (T — полное время инверсного перехода) в зависимости от максимальной амплитуды переменной скорости v для идеального (a) и отталкивающего (b) конденсата.

дик интерпретируются на основе анализа стационарных состояний. Универсальность предложенных схем даёт возможность прямого и обратного нелинейного транспорта для конденсата с притягивающим и отталкивающим взаимодействием.

В *разделе 3.4.2*, путём решения нелинейного УГП для единого параметра порядка исследовано создание инверсной заселённости КБЭ в ДПЯ как частного случая транспорта. Параметры системы и процедура формирования начальных условий соответствуют гайдельбергскому эксперименту. Также в соответствии с методикой данного эксперимента транспортный процесс обеспечивается сдвигом барьера, меняющим первоначальную асимметрию ДПЯ на противоположную. В идеальном КБЭ полный перенос заселённости имеет место только при адиабатически медленном движении барьера. Наличие отталкивающего взаимодействия позволяет ускорить транспорт на 3 порядка, а также приводит к формированию плато скоростей, см. рисунок 3. Таким образом, подтверждаются предсказания для нелинейного транспорта, полученные в рамках двух-модовой модели, в частности благоприятное влияние нелинейности. Помимо постоянной скорости движения барьера, рассматривается переменная скорость $v(t) \sim \cos^2 t$, позволяющая уменьшить негативное влияние дипольных осцилляций, что делает транспорт более устойчивым.

В *разделе 3.5* приводится аналогия между транспортом КБЭ в ДПЯ и эффектом Джозефсона. Показано, что перенос заселённости при малых скоростях приближённо может рассматриваться как стационарный джозефсоновский ток. Плато скоростей фактически характеризует диа-

пазон возможных значений данного стационарного джозефсоновского тока. Определяется величина критического тока при которой происходит переход от стационарного к нестационарному осциллирующему джозефсоновскому току. При соответствующей критической скорости также происходит разрушение (квази)адиабатического транспорта.

Четвёртая глава посвящена исследованию транспорта КБЭ в тройной потенциальной яме, реализуемого методом СТИРАП.

В разделе 4.1 представлена схема метода СТИРАП, анализируются возможности применения СТИРАП для транспорта КБЭ в тройной потенциальной яме. В разделе 4.2 рассмотрено численное моделирование СТИРАП транспорта в рамках трёх-модового приближения. Оригинальным результатом является исследование влияния нелинейности на процесс переноса. Показано, что в рамках метода СТИРАП транспорт реализуется только при умеренном значении нелинейности и асимметрии потенциала.

В заключении суммируются основные результаты работы.

Список работ, опубликованных по теме диссертации:

1. Nesterenko V.O., Novikov A.N., de Souza Cruz F.F., Lapolli E.L. *STIRAP transport of Bose-Einstein condensate in triple-well trap* // **Laser Physics** -2008. -v. 19. -p. 616 (9 pages).
2. Nesterenko V.O., Novikov A.N., Cherny A.Yu., de Souza Cruz F.F., Suraud E. *An adiabatic transport of Bose-Einstein condensates in double-well traps* // **Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics** -2009. -v. 42. -p. 235303 (8 pages).
3. Nesterenko V.O., Novikov A.N., Suraud E. *Adiabatic transport of Bose-Einstein condensates in a double-well trap: Case of weak nonlinearity* // **Laser Physics** -2010. -v. 20. -p. 1149 (7 pages).
4. Nesterenko V.O., Novikov A.N., Suraud E., Kvasil J. *Tunneling and transport dynamics of trapped Bose-Einstein condensates* // **Journal of Physics: Conference Series** -2010. -v. 248. -p. 012033 (8 pages).
5. Nesterenko V.O., Novikov A.N., Suraud E. *Strong-coupling dynamics of Bose-Einstein condensate in a double-well trap* // **Journal of Physics B: Atomic Molecular and Optical Physics** -2012. -v. 45. -p. 225303 (6 pages).
6. Nesterenko V.O., Novikov A.N., Suraud E. *Transport of the repulsive Bose-Einstein condensate in a double-well trap: interaction impact and relation to Josephson effect* // **arXiv** : 1409.0649 [cond-mat.quant-gas] -2014 (10 pages). Принято к публикации в Laser Physics.