

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ОРДЕНА ЛЕНИНА ФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА им. П. Н. ЛЕБЕДЕВА

Том 150

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ

Главный редактор Трудов ФИАН
академик Н. Г. БАСОВ

Ответственный редактор тома
кандидат физико-математических наук
А. И. ГОЛОВАШКИН



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

МОСКВА

1984

УДК 537.312.62—538

Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150).— М.: Наука, 1984.

В сборнике представлены работы, посвященные исследованию переходных процессов, механических свойств и ряда других проблем, возникающих при разработке и создании сверхпроводящих магнитных систем с высокой плотностью тока.

Издание рассчитано на физиков, инженеров и студентов старших курсов, специализирующихся в области создания сверхпроводящих магнитных систем.

Рецензенты: Б. Г. ЖУРКИН, В. Б. ЗЕНКЕВИЧ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Практическое использование сверхпроводимости приобретает в последние годы все больший размах. Создаются сверхпроводящие магнитные системы (СПМС) для термоядерных реакторов, магнитогидродинамических генераторов, электрических машин, ускорителей заряженных частиц и т. д.

В Лаборатории физики полупроводников Физического института АН СССР исследования по сверхпроводимости ведутся более 20 лет. Они посвящены двум проблемам: критическим токам сверхпроводимости и переходным процессам в СПМС, работающих в режиме «замороженного» потока. Такие системы могут использоваться в космосе, для экранирования спутников, в обмотках возбуждения униполярных машин и генераторов, в металлургии, для сепарации руд и очистки воды, в транспорте на магнитном подвесе и других устройствах, где необходимо длительное время поддерживать постоянное магнитное поле большой напряженности.

В 1980 г. вышел в свет первый наш сборник «Вопросы прикладной сверхпроводимости» (Труды ФИАН, т. 121). Настоящий сборник является его продолжением. Включенные в него статьи посвящены защите и устойчивости сверхпроводящих магнитных систем. Речь идет о защите от локальных тепловых перегрузок и электрических перенапряжений при спонтанном разрушении сверхпроводящего состояния и об устойчивости этого состояния по отношению к тепловым возмущениям, возникающим под действием пондеромоторных сил.

Сборник открывается обзорной статьей, посвященной влиянию механических напряжений и деформаций на критические параметры сверхпроводников. С использованием приведенных в обзоре данных выполнен анализ допустимых механических и тепловых нагрузок в сверхпроводящих магнитах с высокой плотностью тока.

Детально анализируются процессы, происходящие при спонтанном и индуцированном переходе СПМС в нормальное состояние, сопровождающемся выделением в обмотке в виде тепла энергии, запасенной в магнитном поле. Проведен расчет скорости движения нормальной зоны в соленоидах, у которых толщина обмотки мала по сравнению с радиусом. Описаны результаты экспериментальной проверки теоретических расчетов.

В ходе экспериментов, выполненных с помощью микронагревателей и термомпар, встроенных в обмотку сверхпроводящих магнитов, измерены тангенциальные и радиальные скорости распространения нормальной зоны в зависимости от тока. Определены влияние секционирования обмотки на скорость ее перехода в нормальное состояние и энергия, необходимая для образования зародыша нормальной фазы.

Обоснован и детально исследован метод защиты сверхпроводящих магнитных систем секционированием. Показано, что разделение обмотки на секции,

замкнутые шунтами, увеличивает скорость движения нормальной зоны в сотни раз, обеспечивает равномерный разогрев обмотки и уменьшает электрические перенапряжения.

Исследованы переходные процессы, происходящие в сверхпроводящих ключах-перемычках при работе сверхпроводящих магнитов.

Отдельные работы носят методический характер. В этот раздел включены: описание стенда для исследования переходных процессов в СПМС и стенда для измерения критических токов бесконтактным методом.

Работы, включенные в сборник, выполнены в Секторе физики сверхпроводящих устройств, руководимом доктором физ.-мат. наук, профессором В. Р. Карасиком. Сборник будет полезен специалистам в области прикладной сверхпроводимости.

Академик Б. М. ВУЛ

М. В. СИДОРОВ

**ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ
НА КРИТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ
НИОБИЙ-ТИТАНОВЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ
И СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ
НА ИХ ОСНОВЕ
(Обзор)****1. ВВЕДЕНИЕ**

Для изготовления соленоидов и других магнитных систем широко применяются сплавы ниобий—титан в виде кабелей и многожильных композитных проводов с различным соотношением компонент и коэффициентов заполнения по сверхпроводнику. Они имеют достаточно высокие значения критических параметров: $T_c \sim 9$ К, $H_{c_2}(4,2) \sim 11$ Т, $j_c(5\text{Т}) \sim 10^5$ А/см² [1, 2] — и обладают высокой пластичностью при комнатной температуре и, следовательно, технологичностью. Скорость протяжки композитной проволоки после окончательной термообработки может достигать ~ 100 м/мин [3]. Технологичность композитного сверхпроводника значительно снижает его стоимость, что является важным фактором при создании сверхпроводящих магнитных систем (СПМС) различного назначения.

Сверхпроводящие сплавы и композитные провода на их основе подвергаются в СПМС значительным механическим напряжениям за счет предварительного натяжения при намотке, охлаждения и действия пондеромоторных сил. Эти напряжения влияют на работу СПМС, вызывая нежелательные явления тренировки [4]. Обнаруженная в начале 70-х годов тренировка сверхпроводящих систем заключается в том, что величина тока перехода СПМС в нормальное состояние после многократного ввода тока в систему приближается к величине критического тока короткого образца. Понятие тренировки не следует смешивать с деградацией, вследствие которой ток в СПМС не может достичь ни при каких условиях рассчитанной и заранее установленной величины.

Анализ большого количества работ, в которых исследуются причины тренировки и деградации, позволяет заключить, что основной причиной преждевременного перехода сверхпроводящей магнитной системы в нормальное состояние являются импульсные тепловыделения механического происхождения [2, 4—7].

Так как в соленоидальных обмотках тангенциальные напряжения пропорциональны радиусу обмотки, то особенно сильная деградация и тренировка наблюдаются в больших системах, не полностью стабилизированных в тепловом отношении. В катушках, намотанных из криостатически стабилизированных проводников, тренировка не наблюдается. Тренировка в коротких образцах возникает только при высоких значениях механических напряжений, которые при эксплуатации магнитов не имеют места. Различные катушки тренируются по-разному, но общей чертой тренировки является необратимость процесса, который во время эксплуатации магнита не повторяется. Борьба с этими явлениями возможна следующими способами: намотка с предварительным натяжением, замоноличивание обмотки (пропитка эпоксидным компаундом), бандажирование обмотки [8].

Предварительное натяжение композитного сверхпроводника при намотке соленоида улучшает прочностные свойства матрицы композита и служит для

более плотной укладки провода, предотвращая шевеление витков под действием пондеромоторных сил при запитке СПМС. Для уменьшения эффекта тренировки практикуется многократное циклическое нагружение провода перед намоткой [9]. Пропитка обмотки эпоксидным компаундом является эффективным средством снижения тренировки и деградации системы, хотя не исключено проявление микротрещин в пропиточном материале при охлаждении и в процессе ввода тока, что может привести к преждевременному переходу СПМС в нормальное состояние. Поэтому для экспериментаторов большой интерес представляет создание компаундов с управляемым коэффициентом теплового расширения. Бандаж улучшает работу СПМС, воспринимая на себя нагрузки, возникающие в обмотке под действием пондеромоторных сил, что значительно снижает деформацию сверхпроводника, а значит, и эффект деградации тока в системе.

Таким образом, нормальная работа СПМС во многом обусловлена механическими свойствами композитного сверхпроводящего провода и обмотки в целом. Изучение этих свойств является необходимым условием создания бездеградационных сверхпроводящих магнитных систем с малым весом и большой конструктивной плотностью тока.

В последние годы появилось много оригинальных и обзорных работ, посвященных методам испытания промышленных образцов сверхпроводящего провода из различных материалов [1, 9—18], среди которых наиболее полным является обзор механических свойств и влияния деформации на критический ток серийно выпускаемых и разрабатываемых жестких сверхпроводников [1]. Там же приведены достаточно полные библиографические сведения по данному вопросу.

Успех экспериментального исследования упругих свойств сверхпроводящих композитов во многом зависит от опыта исследователя. Для организации механических испытаний необходимо использовать общие для таких экспериментов приемы и разработанную универсальную технику. Сюда относятся нагружающие системы, датчики деформаций и напряжений, электронные приборы и средства вычислительной техники. Аппаратура и методы измерения упругих характеристик материалов при низких температурах подробно рассмотрена в [13, 17, 19—22]. Оригинальная установка, созданная для деформации сверхпроводящих катушек при температуре жидкого гелия, представлена в [7]. Широко используются также ультразвуковые измерения механических характеристик СПМС [10, 23, 24].

Растущий поток информации, разобщенность материала и стремление авторов рассмотреть механические свойства как можно большего числа сверхпроводящих сплавов создают трудности для создателей сверхпроводящих магнитных систем при поиске необходимой информации по данному вопросу.

Целью настоящей работы являются обзор механических свойств композитных сверхпроводников на основе сплава ниобий — титан, влияния деформации на его критические параметры как при испытании коротких образцов провода, так и при его работе в сверхпроводящей магнитной системе, а также описание технических устройств и средств для таких испытаний, что, вероятно, будет полезно для научных и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами прикладной сверхпроводимости.

2. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ НА КРИТИЧЕСКИЙ ТОК (Nb — Ti)/Cu-КОМПОЗИТА

Осуществление проектов, включающих крупные сверхпроводящие магнитные системы, связано с трудностями, возникающими из-за эффектов деградации и тренировки. Поскольку не удалось исключить тренировку даже в тщательно намотанных и укрепленных катушках, возникли основания для того, чтобы начать исследования тренировки сверхпроводников и многожильных провод-

ников. В настоящее время сложилось мнение, что эффекты тренировки и деградации прямо или косвенно связаны с механическими напряжениями и деформациями обмотки. Для того чтобы знать механические свойства обмотки, необходимо определить механические характеристики композита, из которого она изготавливается, и изучить влияние деформации на критические параметры провода. Поэтому упругие свойства сверхпроводящих Nb—Ti-сплавов интересуют не только исследователей, занимающихся разработкой технологии изготовления сверхпроводника, но и тех, кого волнуют вопросы создания бездеградационных СПМС.

Промышленный композитный провод на основе сплава Nb—Ti состоит из сверхпроводящих жил диаметром от нескольких до десятков микрометров, твистированных в медной матрице. Число жил может быть более тысячи. Модуль Юнга такого композита можно оценить из правила смесей [11]:

$$E_{\text{комп}} = E_m V_{Fm} + E_f V_{Ff},$$

где $E_{\text{комп}}$, E_m , E_f — модули Юнга композита, матрицы и сверхпроводника, V_{Fm} и V_{Ff} — доля матрицы и сверхпроводника в композите.

Измеренные и вычисленные по правилу смесей значения модулей упругости для различных образцов находятся довольно в хорошем соответствии друг с другом. Небольшое различие объясняется разной технологией изготовления образца. В табл. 1 представлены экспериментальные значения модулей Юнга основных материалов, применяемых при изготовлении промышленных сверхпроводящих проводов [11].

Т а б л и ц а 1

Материал	T, K	$E \cdot 10^{-6}$, кгс/см ²	Материал	T, K	$E \cdot 10^{-6}$, кгс/см ²	Материал	T, K	$E \cdot 10^{-6}$, кгс/см ²
Cu	300	1,1	Cu—30% Ni	300	1,52	Nb—64 ат. % Ti	300	0,83
Cu	77	1,14	Cu—30% Ni	77	1,59	Nb—64 ат. % Ti	77	0,824
Cu	4,2	1,17	Cu—30% Ni	4,2	1,60	Nb—64 ат. % Ti	4,2	0,828

Для композитного сверхпроводника (Nb—Ti)/Cu модуль Юнга колеблется в пределах от $0,8 \cdot 10^6$ до $1,17 \cdot 10^6$ кгс/см² [11].

Композитные материалы в процессе растяжения деформируются сложным образом. На первой стадии приложения нагрузки (в случае упругих жил и более слабой матрицы) матрица и сверхпроводник деформируются одинаково упруго, затем пластическая деформация начинается сначала в матрице, а потом при дальнейшем нагружении и в жилах сверхпроводника. При снятии нагрузки сверхпроводящие жилы начинают сжимать матрицу композита и в верхней части нагрузочной кривой образуется петля гистерезиса, что свидетельствует о деформационных потерях в сверхпроводнике, иногда приводящих его к преждевременному переходу в нормальное состояние.

Для определения эксплуатационных качеств сверхпроводника в условиях длительной работы и его конструктивных возможностей, кроме модуля упругости, важно знать такие механические параметры, как условный предел текучести $\sigma_{0,2}$, предел прочности $\sigma_{вр}$ и величину максимальной однородной пластической деформации $\epsilon_{пл}$. С этой целью в Физико-техническом институте низких температур АН УССР были проведены испытания сверхпроводящих материалов из сплавов НТ-50 и НТ-60 в условиях растяжения с постоянной скоростью 1 мм/мин в интервале температур от 300 до 4,2 К [3]. Эксперименты проводились на образцах, приготовленных из выпускаемых промышленностью материалов. Типичные нагрузочные кривые для сверхпроводящего кабеля из шести скрученных проволок сплава НТ-60 (60 ат. % Ti и 40 ат. % Nb) и кабеля из 24 скрученных проволочек сплава НТ-50 (50 ат. % Ti и 50 ат. % Nb), плаки-

рованных медью, приведены на рис. 1. Температурные зависимости параметров кривых упрочнения показаны на рис. 2. Сравнительные данные о механических свойствах сверхпроводящего кабеля и отдельных жил представлены в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Температура Т, К	Кабель с 24 проволочками, плакированными медью 1,65 мм			Отдельные проволочки 0,12—0,18 мм (средний диаметр)			Поликристал- лы меди
	$\sigma_{0,2}$, кгс/мм ²	$\sigma_{вр}$, кгс/мм ²	$\epsilon_{пл}$, %	$\sigma_{0,2}$, кгс/мм ²	$\sigma_{вр}$, кгс/мм ²	$\epsilon_{пл}$, %	$\epsilon_{пл}$, %
300	40	58	6	65	165	0,3	33
77,3	46	83	11	190	202	0,45	61
4,2	51	89	3,5	190	195	0,3	85

Таблица 3

Температура Т, К	Кабель с 6 проволочками, плакированными медью 0,82 мм			Отдельные проволочки 0,14—0,20 мм (средний диаметр)			Поликристал- лы меди
	$\sigma_{0,2}$, кгс/мм ²	$\sigma_{вр}$, кгс/мм ²	$\epsilon_{пл}$, %	$\sigma_{0,2}$, кгс/мм ²	$\sigma_{вр}$, кгс/мм ²	$\epsilon_{пл}$, %	$\epsilon_{пл}$, %
300	34	41	14	90	100	0,3	22,6
77,3	54	60	25	155	160	0,55	30,5
4,2	69	79,5	1,65	—	170	0,1	47

Анализ полученных результатов показывает, что при температуре жидкого гелия предел текучести и предел прочности возрастают по сравнению с комнатной температурой, а пластичность резко падает, хотя плакирование медью приводит к повышению пластичности кабеля более чем на порядок. Высокая прочность композитного сверхпроводника обеспечивается высокой прочностью волокон, а снижение пластичности связано, по-видимому, с охрупчиванием сверхпроводящей проволоки при переходе в сверхпроводящее состояние. Аналогичные результаты получены в работах [1, 18, 25].

Истон и Кох [11] на образцах меди, Nb—Ti и композита (Cu: (Nb—Ti) ~ ~ 2,8 : 1), подверженных растяжению при различных температурах, показали, что высокие максимальные значения нагрузки и удлинения композита при деформации, большей, чем деформация разрушения Nb—Ti (при комнатной температуре), обусловлены матрицей композитного провода.

При температуре жидкого гелия ситуация противоположна. Здесь ниобий-титановые жилы разрываются при большем удлинении, чем композит, однако это удлинение не является однородной пластической деформацией, а есть результат псевдоупругих свойств материала (мартенситное превращение). На рис. 3 приведены результаты испытаний образцов композитного сверхпроводника и матрицы на растяжение.

Как видно (см. рис. 1, 3), для сплавов Nb—Ti, подвергнутых растяжению при 4,2 К, характерны кривые прерывистой деформации (иначе их называют зазубренными или пилообразными кривыми). Пики на кривых появляются после достижения предела текучести и вызываются механизмами деформации, которые действуют очень быстро и приводят к падению приложенной нагрузки за время ~10⁻⁴ с. Это явление обнаружено на большом числе различных материалов, деформированных при низких температурах [19]. Природа прерывистого течения зависит от металла (тип решетки, наличие и состояние примесей, характер состояния поверхности, размер зерна, предварительная обработка и т. д.) и условий испытания (скорость деформации, жесткость разрывной машины, температура и т. д.). Из различных гипотез объяснения пилообраз-

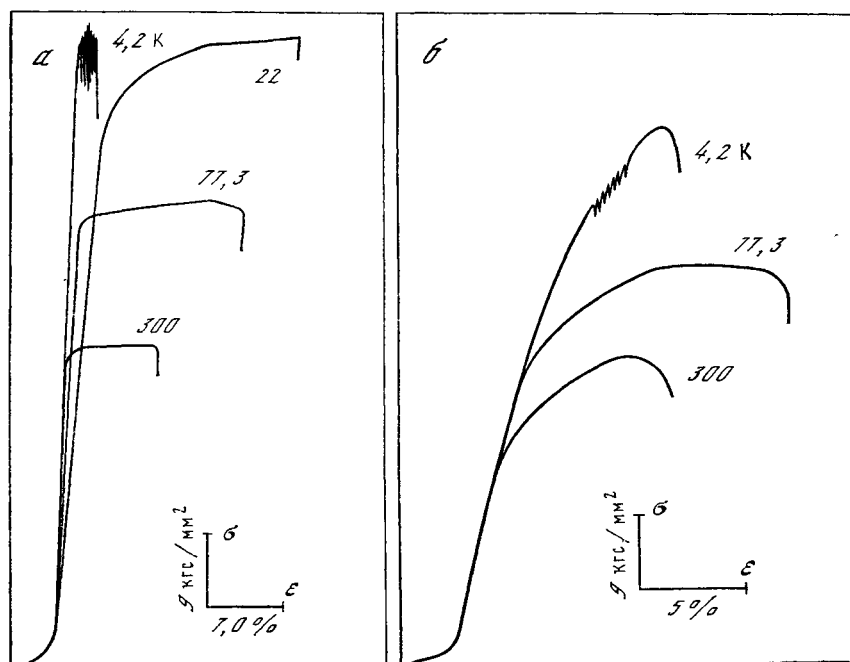


Рис. 1. Кривые растяжения при различных температурах сверхпроводящего кабеля, состоящего из 6 (а) и 24 (б) скрученных проволочек сплава НТ-60, плакированных медью [3]
 а — диаметр кабеля 0,82 мм; б — 1,5 мм

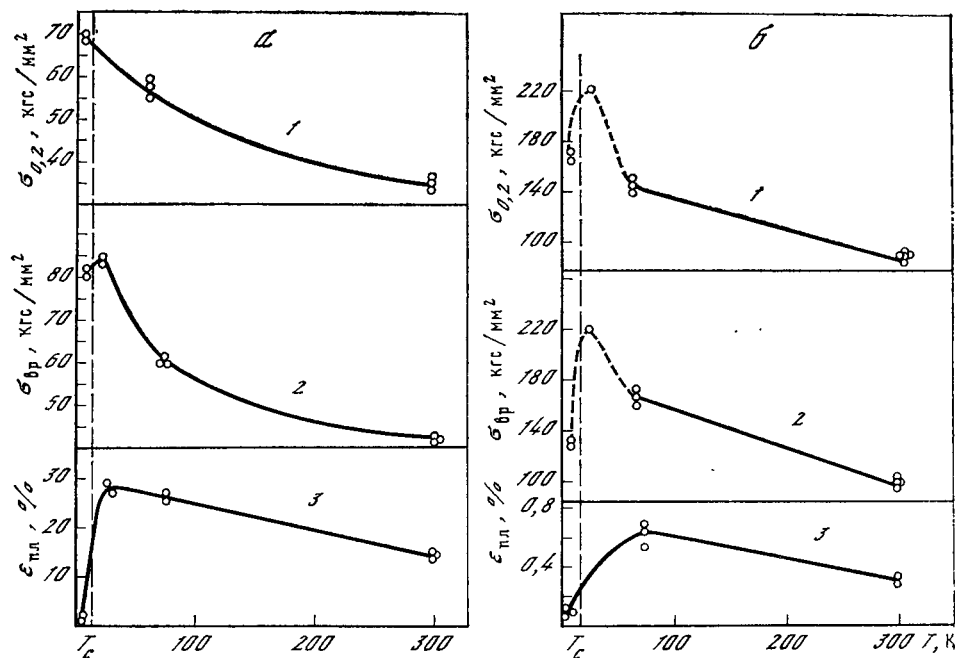


Рис. 2. Температурные зависимости параметров кривых упрочнения сверхпроводящего кабеля из шести скрученных проволочек сплава НТ-60, плакированных медью (а), и отдельных проволочек из сплава НТ-60, входящих в сверхпроводящий кабель (б) [3]
 1 — условный предел текучести $\sigma_{0,2}$; 2 — предел прочности $\sigma_{вр}$; 3 — максимальное однородное удлинение $\epsilon_{пл}$

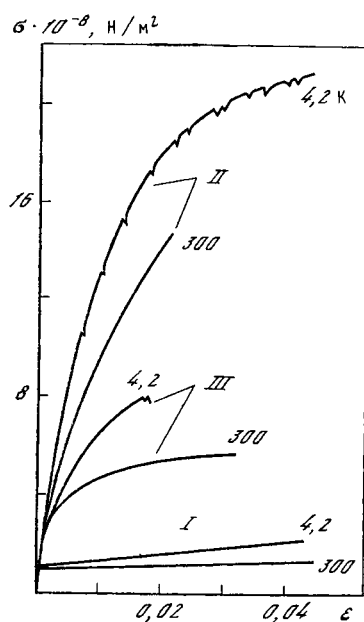
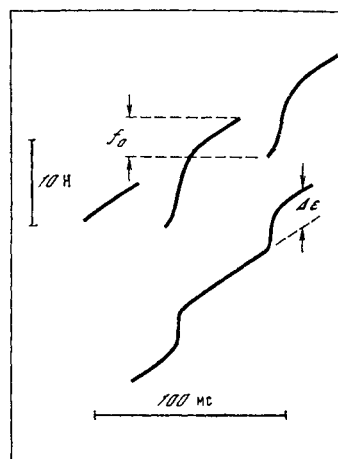
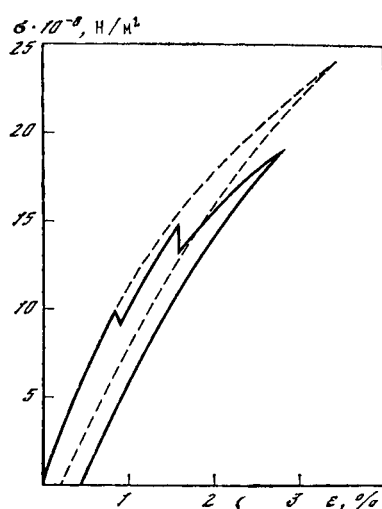


Рис. 3. Кривые напряжение — деформация для меди (I), Nb—Ti (II) и композита Cu : (Nb—Ti) ~ 2,8 : 1 (III) [12]

Рис. 4. Кривая напряжение — деформация Nb—Ti-композиата диаметром 0,25 мм при скорости нагружения 250 Н/с [21]

Рис. 5. Осциллограммы нагрузки и деформации в области скачков напряжения [21]



ных кривых деформации (мартенситное превращение, «взрывное» образование дислокаций, двойникование) наиболее достоверным является механизм «адиабатической деформации Базинского» [26]. Согласно этому механизму вследствие малой удельной теплоемкости металла при температуре жидкого гелия энергия деформации вызывает локальный нагрев образца, в результате которого возможно снижение напряжения течения до некоторого минимального значения, определяемого условиями охлаждения. При достижении минимального напряжения течение прекращается и нагрузка возрастает до первоначальной, после чего может снова начаться течение. До тех пор пока не будет достигнут предел прочности, каждый последующий пик начинается при большем напряжении, чем предыдущий, затем нестабильность локализуется в области шейки и величина пиков резко возрастает.

К. Шмидт [21] получил хорошее соответствие между экспериментальными и расчетными значениями величины скачков нагрузки при испытании сверхпроводящих проводов из Nb—Ti в условиях динамического нагружения при 4,2 К. Кривая напряжение — деформация для образцов $\varnothing 0,25$ мм, длиной

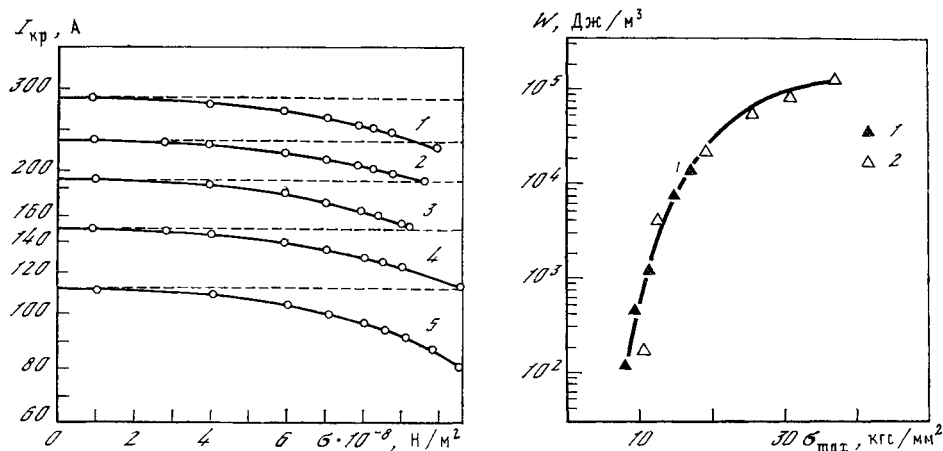


Рис. 6. Зависимость критического тока от напряжения в различных полях (композит (Nb—Ti)/Cu $\sim 1/1,8$, состоящий из 180 жил сплава 45 ат.% Ti и 55 ат.% Nb) [5]

1 — 5: $B = 4T$ (1); 5 (2); 6 (3); 7 (4); 8 (5)

Рис. 7. Тепловыделение в Nb—Ti за один цикл деформации при температуре 4,2 K [31]

1 — энергия, определенная по разности температур; 2 — энергия, определенная из площади деформационной петли при циклической нагрузке

25 мм при скорости нагружения 250 Н/с в атмосфере газообразного гелия показана на рис. 4. На рис. 5 представлены осциллограммы нагрузки и деформации в области скачков напряжения.

Появление пиков на деформационной кривой сопровождается акустической эмиссией [27—29], причем при вторичном цикле нагружения эмиссия начинается при более высокой нагрузке или совсем исчезает, что связано, по-видимому, с деформационным упрочнением композита. Известно также, что сверхпроводящие магнитные системы перед переходом в нормальное состояние излучают ультразвуковые волны [28]. В процессе увеличения тока, протекающего по магниту, акустические сигналы усиливаются и их частота увеличивается до тех пор, пока не наступает переход, сопровождающийся сильным акустическим сигналом. Во время тренировки максимальный акустический сигнал перемещается к более высоким полям

Физические процессы, происходящие в деформируемых сверхпроводниках, не могут не повлиять на их критические параметры. Поэтому очень много внимания уделено исследователями изучению влияния эффектов деформации на критические параметры композитов [1, 4—6, 27, 30]. Экин [5] наблюдал уменьшение критического тока в (Nb—Ti)/Cu $\sim (1 : 1,8)$ композитном сверхпроводнике, состоящем из 180 жил сплава 45 ат.% Ti и 55 ат.% Nb, твистированных в медной матрице. Измерения проводились при температуре жидкого гелия в магнитных полях до 8 Т. Заметная деградация критического тока наблюдалась при механических напряжениях, составляющих одну треть напряжения разрушения (рис. 6). При нагрузке на образце $\sim 75\%$ от разрушающей деградация составила $\sim 15 \div 20\%$. Видна слабая зависимость величины деградации от магнитного поля (при 8 Т деградация на 4% больше, чем при 1 Т). М. Б. Лазарева и др. [30] связывают изменение критического тока при деформации сплава Nb—60 с уменьшением критической температуры сверхпроводящего перехода. Замечено, что при нагрузках, близких к разрушающим, критическая температура Nb резко снижается. Это явление противоположно тому, что наблюдается у таллия, сходного по своим свойствам с ниобием. Причины этого явления еще не имеют удовлетворительного объяснения из-за отсутствия достаточного количества экспериментальных данных.

Специфика работы сверхпроводящих магнитных систем предъявляет жесткие требования к прочностным свойствам композитного сверхпроводника, применяемого для их изготовления. Многократное охлаждение, ввод и вывод тока приводят к возникновению циклических напряжений внутри обмотки СПМС. Под действием этих напряжений в материале развивается усталостное разрушение, которое может происходить при напряжениях, значительно меньших предела прочности или предела текучести [19]. В крупных СПМС типичные максимальные значения напряжения и деформации варьируются от $\sigma \sim (700 \div 2000)$ кгс/см² и $\epsilon \sim (0,1 \div 0,2)\%$ [1]. Для Nb—Ti они незначительны, однако в импульсном магните результатом циклической деформации может быть усталостное разрушение жил сверхпроводника. Крюгер и др. [31] калориметрическим способом исследовали тепловыделение при деформировании образцов провода, состоящего из 18 жил сплава Nb—Ti в медной матрице. Нагрузка производилась циклически, фиксировались температура образца и площадь гистерезисной кривой $\sigma = f(\epsilon)$. Из полученных результатов видно, что количество тепла, выделяемое за один цикл, возрастает с увеличением максимальной нагрузки (рис. 7), что может привести к деградации критического тока в композите. Было показано также, что снижение деформационного тепловыделения в композитном материале может быть осуществлено соответствующим подбором тепловых и механических свойств матрицы композита. Циклическая деформация приводит к изменению критического тока на $\sim 3\%$ после первых 200 циклов нагружения при 4,2 К образцов, состоящих из 18 Nb—Ti-жил в медной матрице с коэффициентом заполнения по сверхпроводнику $\sim 30\%$ [4].

Таким образом, анализ экспериментальных исследований многих авторов показывает, что сплав Nb—Ti и композитный провод на его основе, обладающий высокими критическими параметрами, имеет и высокие механические характеристики. Модуль Юнга композита колеблется в пределах от $0,8 \cdot 10^6$ до $1,17 \cdot 10^6$ кгс/см² в зависимости от количества жил сверхпроводника, материала матрицы и технологии изготовления провода. Высокое значение коэффициента упругости позволяет прикладывать к композиту существенные нагрузки во время намотки СПМС и в процессе его работы в системе. Высокая пластичность по сравнению с другими сверхпроводящими материалами обеспечивает технологичность Nb—Ti-композита. Сложная структура композита, в медной матрице которого находится множество тонких сверхпроводящих жил, приводит к процессу деформации, сопровождающемуся излучением ультразвуковых волн, прерывистой деформацией и деградацией критического тока при больших уровнях деформации.

Тренировка наблюдается как в самом сверхпроводнике без какого-либо стабилизирующего материала, так и в композите. Качественное объяснение возникновения перехода заключается в локальном высвобождении энергии в подвергнутом деформации материале. Механизм, приводящий к тренировке, наоборот (во время последующего нагружения образца не происходит перехода при напряжениях меньших, чем те, которые вызвали предыдущий переход). Это можно было бы объяснить пилообразным характером зависимости удлинения от напряжения, однако тренировка возникает уже при удлинениях $\epsilon \leq 0,1\%$, в то время как пилообразное растяжение появляется при $\epsilon \geq 1\%$.

Если предположить, что источником преждевременных переходов является микропластическая деформация, происходящая статически по длине сверхпроводника, то необходимо ответить на следующие вопросы:

- 1) какова плотность энергии в области микроскопической деформации;
- 2) какова длительность микропластической нестабильности;
- 3) каков критический размер микропластической области, приводящей к переходу.

В настоящее время полных ответов на эти вопросы не существует.

3. НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КАТУШЕК

Величины напряжения, при которых возникает тренировка коротких образцов, примерно на порядок выше реальных напряжений, возникающих в обмотках СПМС. В сравнении с коротким образцом катушка является сложным устройством и ее нельзя рассматривать как однородное тело. Кроме того, распределение энергии деформации в корпусе катушки статистическое и его величину можно определить только приблизительно.

При конструировании сверхпроводящих магнитных систем требуется учитывать механические силы, которые действуют на проводник, соединения и армирующие конструкции. Для изготовления СПМС (соленоиды, накопители, электрические машины и т. д.) применяются материалы, различные как по своим механическим, так и по тепловым свойствам. Каркас для намотки сверхпроводящего провода может изготавливаться из нержавеющей стали различных марок, в качестве изоляционных прокладок между слоями используется стеклолактань, обмотка в некоторых конструкциях пропитывается эпоксидным компаундом с различными наполнителями. Процесс изготовления включает в себя намотку провода на каркас с постоянным натягом, определяемым для каждого конкретного случая. Поэтому силы, действующие на обмотку, можно разделить на три категории [8].

1. Механические силы, вызванные предварительно напряженным состоянием системы.

2. Термомеханические силы, обусловленные неравномерностью сжатия материала при охлаждении.

3. Магнитомеханические силы, которые возникают при запитке обмотки электрическим током.

Расчет механических напряжений внутри СПМС, возникающих под действием этих сил, довольно сложен и требует значительного машинного времени. Наиболее полное описание распределения напряжений и деформаций в обмотке на всех этапах сборки и работы сверхпроводящих соленоидов (намотка, снятие с каркаса, охлаждение, ввод тока) можно найти, например, в работах [8, 33]. В большинстве работ [8, 32—34] при расчете напряжений решается плоская задача теории упругости. Это справедливо только для длинного соленоида или центрального поперечного сечения осесимметричной катушки. Приближенно тангенциальные напряжения, возникающие в обмотке соленоида с прямоугольным осевым сечением под действием пондеромоторных сил, можно вычислить по формуле [34]

$$\sigma_t = \frac{j(B_m + B_r)(a_2 + a_1)(a_2 - a_1)}{4r \ln(a_2/a_1)},$$

где B_m — индукция магнитного поля на внутреннем радиусе, B_r — индукция магнитного поля на внешнем радиусе, a_1 и a_2 — внутренний и внешний радиусы соленоида, r — текущий радиус, j — плотность тока в соленоиде.

Для тонкого соленоида

$$\sigma_t = 0,25j(B_r + B_m)(a_2 + a_1).$$

Оценочный расчет напряжений, вызванных намоткой, термомеханическими силами при охлаждении и действием магнитного поля, приводится в [8].

А. И. Русинов и Н. В. Криволюцкая [33] развили теорию механических напряжений в обмотке соленоида, которая исходит из описания обмотки как дискретной среды, и получили уравнение макроскопической теории упругости для анизотропного тела с известными значениями для модулей Юнга и коэффициента анизотропии. Решена в общем виде задача плосконапряженного состояния обмотки соленоида с учетом предварительного натяжения при намотке, бандажирования обмотки, охлаждения до температуры жидкого гелия и радиальных разрывающих магнитомеханических сил. Найдено распределение

давления и деформации внутри обмотки. Для конкретных параметров различных соленоидов с помощью ЭВМ получены расчетные значения указанных величин, совпадающие с экспериментом с точностью до подгоночного параметра, которым является эффективная толщина каркаса соленоида. Аналогичная постановка задачи рассмотрена в [32].

На рис. 8 показано распределение тангенциальных механических напряжений внутри сверхпроводящей обмотки из Nb—Ti-композитного провода с коэффициентом заполнения по сверхпроводнику 25%, намотанной на стальной каркас толщиной 1,52 см, с учетом бандажа толщиной 2,54 см. Плотность тока в обмотке равнялась 4187 А/см². Значения механических напряжений вычислены по программе «STANSOL». Эта программа предполагает однородность свойств материала, из которого изготовлен соленоид. Из рисунка видно, что напряжение σ_t растет с увеличением радиуса обмотки.

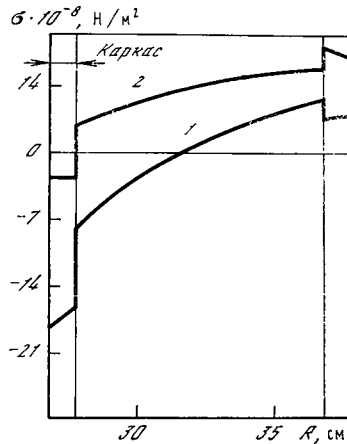


Рис. 8. Распределение тангенциальных механических напряжений внутри сверхпроводящей обмотки из Nb—Ti-композитного провода [32]

1 — распределение напряжений при намотке; 2 — то же, при охлаждении и наличии магнитного поля

Для расчетов поля деформаций внутри сверхпроводящей магнитной системы необходимо знать ее упругие характеристики при низких температурах. Композитные материалы имеют высокую степень анизотропии, и определение их упругих констант (модуль Юнга, модуль сдвига, коэффициент Пуассона) в различных направлениях требует больших усилий, чем для обычных квазиизотропных материалов. Классические методы определения упругих характеристик твердого тела состоят из испытания образцов на растяжение, кручение и изгиб. Все они требуют больших затрат труда и времени, особенно если требуется определить полный набор механических констант анизотропного тела, что практически невозможно без его разрушения. Более точными и удобными являются ультразвуковые измерения.

Вестон [10] посвятил свою работу методике измерения и определения модулей упругости композитных сверхпроводящих катушек в интервале температур от 4,2 до 300 К по скорости распространения ультразвука в различных направлениях. Композитные катушки изготавливались из Nb—Ti-сверхпроводника, стабилизированного медью. Слои обмотки из шины поперечного сечения $0,56 \times 0,72$ мм с отношением $\text{Cu} : (\text{Nb—Ti}) = 1,8 : 1$ изолировались друг от друга прокладками из стеклолакоткани толщиной 0,1 мм, вся обмотка пропитывалась эпоксидной смолой (отношение площади поперечного сечения шины в катушке к площади смолы 3 : 1). Катушки с внутренним диаметром 19 см и наружным 24 см имели плотность 6 г/см³. Измерения упругих модулей производились при различных углах между осью катушки и направлением распространения волн, излучаемых пьезоэлектрическим резонансным осциллятором на частотах 60—100 кГц. Модуль Юнга E и модуль сдвига G вычислялись по формуле

$$E \text{ или } G = 4L^2 f_s \rho,$$

где E — модуль Юнга, G — модуль сдвига, ρ — плотность катушки, f_s — основная частота продольной волны для определения E и поперечной волны для определения G , L — расстояние между датчиком и приемником ультразвука.

На рис. 9 показана зависимость адiabатических модуля Юнга E и модуля сдвига G от температуры при распространении волны в направлении, и поперечном к оси катушки. Полученные результаты хорошо совпадают с измерениями, выполненными классическими методами. Об определении механических характеристик сверхпроводящих соленоидов сообщалось также на 6-й Международной конференции по технологии магнитов в Братиславе. Большинство исследова-

Рис. 9. Кривая зависимости модуля Юнга (а) и модуля сдвига (б) сверхпроводящей катушки от температуры [10]

Распространение волны в направлении, поперечном оси катушки

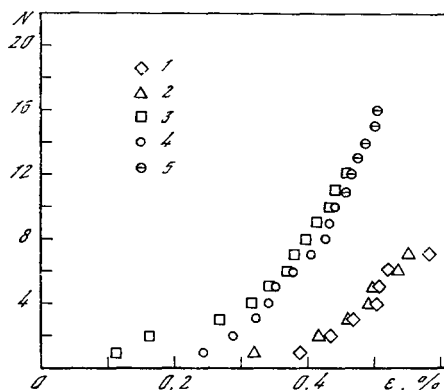
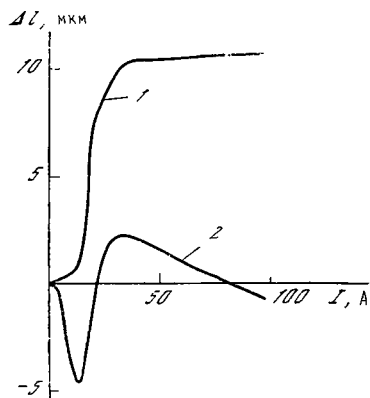
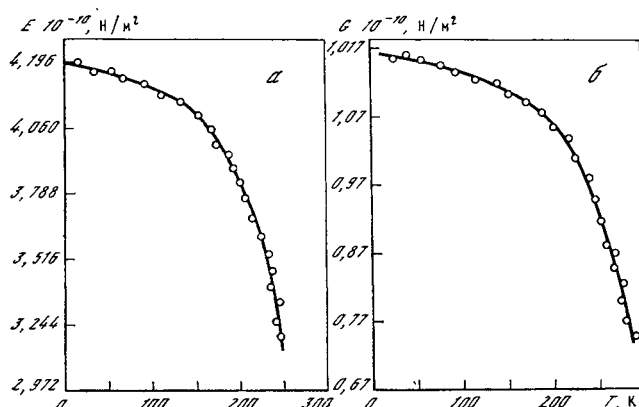


Рис. 10. Изменение диаметров овальной сверхпроводящей катушки во время ее запитки током [46]

1 — поперечное смещение; 2 — продольное

Рис. 11. Зависимость тренировки сверхпроводящих колец от степени деформации [7]
Ток: 1 — 30% I_C ; 2 — 50; 3 — 70; 4 — 90; 5 — 95

дователей приходят к выводу, что упругие модули монолитной обмотки, измеренные вдоль провода и в направлении, перпендикулярном проводу, близки соответственно к упругим модулям самого провода и эпоксидной смолы с наполнителем, применяемой для замоноличивания обмоток.

О. П. Анашкин и др. [36] провели исследования сверхпроводящих экспериментальных катушек из многожильного провода с различным коэффициентом заполнения по сверхпроводнику, имеющих различную форму и технологию изготовления, с целью выяснения влияния механических свойств обмотки и возникающих в ней напряжений на эффекты тренировки и деградации критического тока. Было показано, что овальные катушки гораздо больше тренируются и более подвержены деградации, чем круглые. Наблюдалась зависимость этих явлений от диаметра провода и технологии изготовления катушки.

Однако в данной работе не сообщается об измерении деформации катушек во время их запитки. Это сделано Атертоном и Спонглом [48] при исследовании механических эффектов на овальных сверхпроводящих катушках ((Nb—Ti)/Cu-композит, коэффициент заполнения 1,25, количество Nb—Ti-жил 361, твистированных с шагом 25,4 мм, шина $1,02 \times 1,9$ мм, наружный диаметр катушки 32,6 см, внутренний 14,6 см). Измерение изменения диаметров катушки во время ее запитки током производилось датчиком смещения на основе линейного дифференциального трансформатора [50]. Результаты измерения представлены на рис. 10.

За последнее время появился ряд работ, в которых исследуются причины тренировки и деградации СПМС [43—49]. Большинство авторов считают, что основной причиной преждевременного перехода сверхпроводящего соленоида в нормальное состояние являются импульсные тепловыделения механического происхождения. В связи с этим в работах [43, 44] на небольших модельных сверхпроводящих катушках, помещенных во внешнее магнитное поле, воспроизводились механические напряжения, присущие крупным СПМС. Исследовалось влияние механических свойств обмоток на их тренировку и величины предельных токов. Представлен ряд экспериментальных результатов, подтверждающих, что механические напряжения в обмотках могут явиться причиной их тренировки и деградации. Сделано предположение, что тренировка обуславливается тепловыделениями при скачках деформации и связана с ее необратимой частью. Величина импульсных тепловыделений пропорциональна плотности энергии деформации $\sigma \epsilon$, т. е. зависит от величины деформации. Такой механизм тренировки и деградации сверхпроводящих магнитов позволяет наметить возможные пути уменьшения этих нежелательных явлений за счет уменьшения тепловыделения при деформации с помощью следующих мер: ограничение возможных деформаций обмотки (бандажирование и т. п.); создание обмоток, при упругой деформации которых тепловыделения не превосходят определенной критической величины (подбор материала прокладок и изоляции проводника, подбор компаунда и т. д.); использование самобандажирования, приводящего в круглых и овальных обмотках к увеличению предельного тока магнита.

Влияние деформации на критические параметры соленоида изучалось в [7]. Для этих целей была сконструирована и изготовлена установка, позволяющая прикладывать разрывающие усилия к СПМС. Образцы в форме колец, состоящие из 100 витков шины ($0,685 \times 0,521$ мм) прямоугольного сечения, пропитывались эпоксидной смолой под давлением ~ 7 кгс/см² при температуре $\sim 60^\circ$ С в течение 12 ч. Измерительная система позволяла с высокой степенью точности определять критический ток таких колец в зависимости от радиальной деформации при различных значениях внешнего магнитного поля. Исследовалась степень тренировки как функция технологии изготовления колец и типа их пропитки. Как видно из рис. 11, число переходов сверхпроводящих колец в нормальное состояние монотонно увеличивается с ростом степени деформации и начало тренировки соответствует $\sim 0,2\%$ деформации. При токе, близком к критическому, переход в нормальное состояние происходит при меньшей степени деформации, чем при низких уровнях тока в кольце. Прокладки между слоями в пропитанных катушках уменьшают количество тренировок. Методы борьбы с явлением тренировки в СПМС рассматриваются также в [37—39].

Таким образом, в крупных СПМС механические напряжения могут достигать значительной величины, приводящей к деградации критического тока или к разрушению системы. Не случайно в последние годы при разработке сверхпроводящих

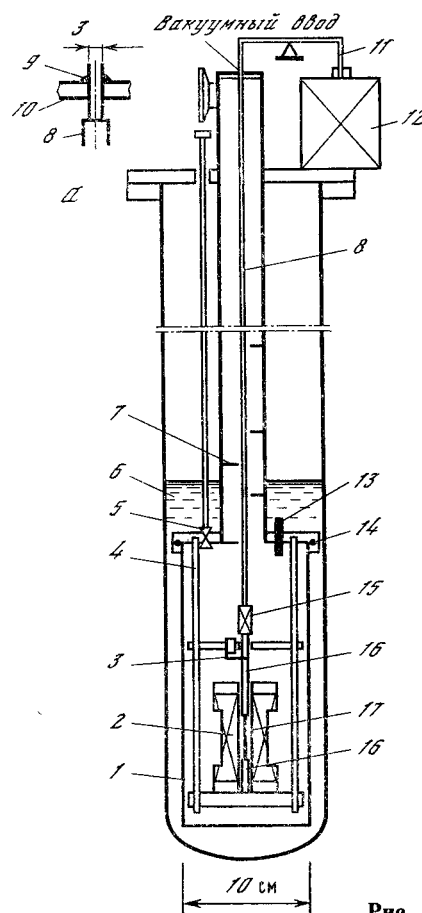


Рис. 12

магнитных систем все большее внимание уделяется теоретическим и экспериментальным исследованиям механических явлений, происходящих внутри обмотки СПМС на всех стадиях ее изготовления и работы. Созданные теоретические модели довольно точно описывают напряженное состояние обмотки сверхпроводящих соленоидов. Одновременно ведется большое число экспериментальных работ по определению механических характеристик СПМС и сил, возникающих внутри обмотки СПМС, что приводит к более ясному и полному пониманию причин, которые вызывают такие нежелательные явления, как тренировка и деградация критического тока в сверхпроводящих магнитных системах.

4. АППАРАТУРА И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ

Установки для определения механических характеристик материалов при низких температурах подробно рассмотрены в [2]. Поэтому остановимся только на основных проблемах создания оборудования для таких испытаний.

Наиболее распространенным методом определения механических свойств композитных сверхпроводников, используемых для изготовления сверхпроводящих магнитных систем, является испытание на одноосное растяжение. Машины для статических измерений можно разделить на две группы: 1) кинематического типа, в которых задается скорость деформации образца; 2) силового типа, в которых регулируется усилие, нагружающее образец. Кроме того, испытательные машины подразделяются на жесткие и податливые. Вопрос о влиянии жесткости машины на результаты механических испытаний подробно рассмотрен в [40].

Условие жесткости удовлетворяет машина [17], рассчитанная на проведение как статических, так и динамических измерений упругих характеристик образца. Если l_m , F_m , E_m — соответственно длина, площадь поперечного сечения и модуль упругости материала труб, используемых для передачи нагрузки, то упругая энергия, запасенная в машине действием силы K , развиваемой приводом, будет

$$P_m = (K^2 l_m) / (F_m E_m).$$

Соответственно $P_s = (K^2 l_s) / (F_s E_s)$ — упругая энергия образца. Условие жесткости $P_m \ll P_s$ выполняется при малой длине и большой площади поперечного сечения нагрузочных трубок.

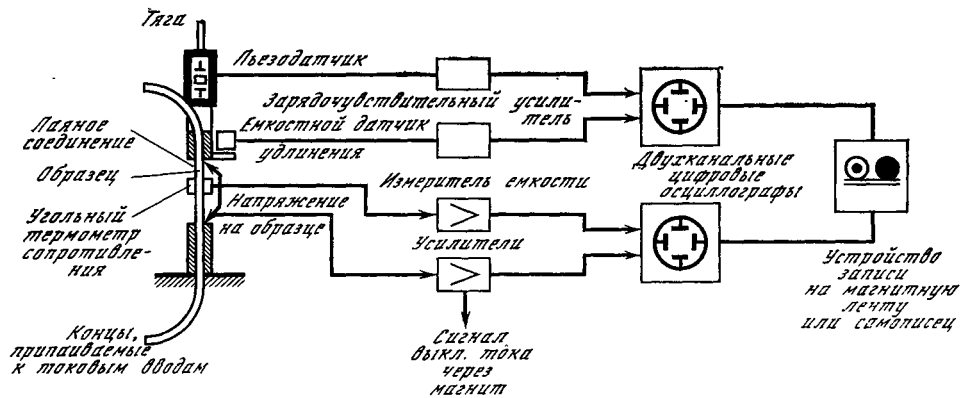


Рис. 12. Схема установки для испытания сверхпроводящих проводов в условиях динамического нагружения при температуре жидкого гелия (а) и блок-схема измерения и регистрации (б) [21]

1 — вакуумный сосуд; 2 — соленоид; 3 — емкостной датчик удлинения; 4 — стойки; 5 — игольчатый вентиль; 6 — ванна с жидким гелием; 7 — тепловые экраны; 8 — тяга; 9 — уплотнение вакуумной смазки; 10 — тefлоновый диск; 11 — регулируемая рычажная передача; 12 — электромагнит; 13 — вакуумный электровод; 14 — индиевое уплотнение; 15 — пьезоэлектрический датчик нагрузки; 16 — держатели образца; 17 — образец

Для охлаждения образцов применяют разнообразные криостаты, основные типы которых рассмотрены в [12, 2]. Обилие систем криостатов обусловлено стремлением экспериментаторов увеличивать жесткость разрывной машины для выявления зазубренности кривой деформации и уменьшать теплоотвод в криогенную жидкость. По конструктивному признаку можно выделить два основных типа криостатов для низкотемпературных испытаний: с двусторонним и односторонним вводом силовых элементов. Криостаты с двусторонним вводом применяются, как правило, в виде приставок к стандартным испытательным машинам с большими нагрузками. В криостатах реверсивного типа (с односторонним вводом) нагружение образца осуществляется с помощью опорной трубы и расположенного внутри нее подвижного штока. Шток связан с верхним захватом образца, опорная труба — с нижним. Криостаты реверсивного типа нашли широкое применение как в специальных низкотемпературных машинах, так и в виде приставок к стандартному оборудованию. В [16] особое внимание уделено уменьшению расхода жидкого гелия при разработке криостата для измерения тепловых свойств металлов в условиях одноосного растяжения. Испаряемость жидкого гелия меньше чем 0,1 л/ч позволяла производить измерения непрерывно в течение 20 ч. Нагрузка на образец может прикладываться с различной скоростью от 0,02 до 5 мм/ч. Наиболее интересной частью установки является внутренняя откачная камера, позволяющая испытывать образцы при температурах до 1,5 К.

Обычно величина нагрузки и удлинение образца измеряются тензорезисторами, наклеенными на образец, или тензометрами, установленными с помощью ножевых призм с прижимной пружиной. Исследование возможности применения серийных тензодатчиков при низких температурах и в сильных магнитных полях проведено в [13, 20, 21], где показано, что тензометры, изготовленные из сплава Cr—Ni, обладают лучшими характеристиками, чем обычные константановые. При измерении быстропотекающих процессов применяются пьезодатчики [19, 21].

К. Шмидт [21] описал установку для испытаний образцов из композитов на основе Nb—Ti в условиях динамического нагружения, позволяющую снимать кривые напряжение — деформация при воздействии на образец магнитного поля и при наличии тока через него. Такие испытания моделируют условия работы сверхпроводящего провода в реальных СПМС. Схема установки и блок-схема измерения и регистрации доказаны на рис. 12. Ниже представлены основные параметры системы

Пределы изменений температуры, К	1,3—9,5
Ток через образец, А	~100
Диаметр образцов, мм	~ (0,4 ÷ 1,0)
Разрешение, мс	лучше чем 1
Развиваемые усилия, кгс	до 100
Постоянная времени силового электромагнита, мс	~80
Относительная точность измерения σ	~2,5 · 10 ⁻⁴
Абсолютная точность измерения ϵ , %	~0,2
Магнитное поле, Т	
параллельное	до 8
поперечное	до 6
Диаметр канала соленоида, см	1

Для создания механической нагрузки используется электромагнит, развиваемое усилие которого линейно зависит от тока через него. Между верхним держателем образца и тягой установлен пьезоэлектрический датчик силы с чувствительностью ~ 45 пКл/Н. При работе в режиме переменного тока датчик позволяет измерять быстрые изменения σ в широком диапазоне значений. При помощи этой установки было промоделировано поведение сверхпроводящих магнитов и выполнены измерения температуры образцов во время деформации. Из кинетики процесса пилообразной деформации определено

возможное влияние установки на наблюдаемое уменьшение нагрузки и на мгновенное значение удлинения. Показано, что на величину спада нагрузки может влиять не жесткость машины, а масса системы нагружения. Если эта масса велика по сравнению с массой образца, то величина спада нагрузки не должна зависеть от характеристик установки.

Криостат в виде приставки к разрывной машине «Instron» марки ТТОСМ-Л, которая позволяет развивать усилия до 10 тс, применен для исследования эффектов циклической деформации меди при температуре 4,2 К [22]. Конструкция криостата в этом случае упрощается за счет отсутствия деталей, создающих нагрузку и связанных непосредственно с криостатом. Для статических измерений деформации хорошо служит емкостной датчик удлинения образца в виде двух коаксиальных цилиндров [14, 21]. Емкость датчика линейно зависит от деформации образца

$$\Delta C = \frac{K \varepsilon_0 l}{I g (D/d)} \quad \text{и} \quad \frac{\Delta C}{C} \approx \frac{\Delta l}{l},$$

где l — длина цилиндрического датчика, D и d — соответственно наружный и внутренний диаметры цилиндров.

Датчик позволяет измерять малые деформации с высокой степенью точности, магнитное поле на него не влияет. В работе [41] представлена установка, разработанная с целью создания одноосных сжимающих нагрузок, в которой для передачи к образцу усилия используется вращающийся кулачок. Она позволяет подвергать образцы сжатию в сильных магнитных полях. Усиление на образец передается поворотом кулачка, который передвигает подвижную каретку держателя образца в горизонтальном направлении.

Экспериментальная аппаратура, позволяющая имитировать явления «тренировки» в сверхпроводящих кольцах, создана Экином [7]. Кольца находятся под действием радиальных растягивающих усилий, которые создаются 24 сегментами, расположенными равномерно внутри кольца, и приводятся в движение от гидравлической системы нагружения. Установка позволяет создавать механические напряжения в сверхпроводящей катушке до $14 \cdot 10^3$ кгс/см². На рис. 13 показано поперечное сечение нагружающей системы и сверхпроводящего магнита, создающего внешнее поле.

Поскольку классические методы изучения механических характеристик композитных сверхпроводников и изделий из них требуют дорогостоящего и сложного оборудования, в последние годы для изучения механических характеристик твердых тел используется ультразвуковая методика [10, 35, 42]. Она может использоваться для исследования напряженного состояния сверхпроводящих магнитных систем при решении проблемы тренировки и деградации критического тока в СПМС.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Механические свойства композитного сверхпроводника на основе сплава Nb—Ti в настоящее время довольно хорошо изучены. Многочисленные эксперименты по определению модуля Юнга, предела упругости, предела прочности, максимальной пластической деформации композита свидетельствуют о высоких их значениях, позволяющих прикладывать к проводу значительные

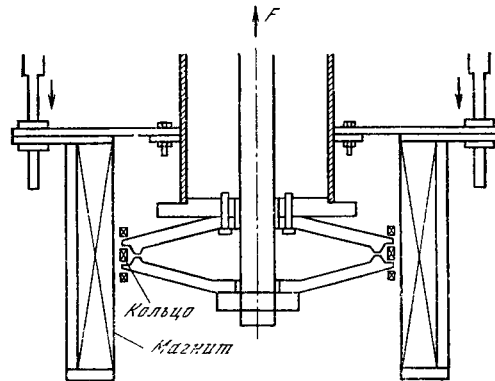


Рис. 13. Поперечное сечение системы нагружения сверхпроводящих колец [7]

усилия в процессе изготовления обмоток сверхпроводящих магнитных систем. Однако прерывистая деформация, возникающая при напряжениях выше предела упругости и являющаяся возможной причиной деградации критического тока в магнитах, требует дальнейшего всестороннего исследования.

Все еще не существует достаточно точной теории, объясняющей деформационные процессы в сверхпроводниках, возникающие под действием механических напряжений.

Расчеты плосконапряженного состояния внутри обмотки СПМС приближенно отражают условия работы реальных систем, поэтому необходима широкая постановка экспериментов по определению давлений, деформаций и напряжений, возникающих внутри обмотки СПМС, на всех стадиях ее изготовления и работы, а также по определению влияния механических напряжений на сверхпроводящие свойства системы.

Анализ теоретических и экспериментальных работ многих авторов позволяет сделать вывод, что качественное объяснение преждевременного перехода СПМС в нормальное состояние заключается в локальном высвобождении энергии в деформированном материале, сопровождающемся акустической эмиссией. Однако, несмотря на большое количество предложенных методов уменьшения тренировки и устранения деградации (перемотка с натягом при комнатной температуре, компаундирование воском, глицерином, «электродинамический» удар и т. д.), до сих пор не существует эффективного и надежного способа полного устранения этих явлений с целью изготовления СПМС с предсказуемыми параметрами при высоком уровне механических напряжений.

Автор считает своим долгом поблагодарить профессора В. Р. Карасика, А. А. Конюхова и В. С. Высоцкого за многочисленные плодотворные обсуждения данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Koch C. C., Easton D. S. A review of mechanical behaviour and stress effects in hard superconductors.— *Cryogenics*, 1977, vol. 17, p. 391—413.
2. Новиков Н. В. Механические испытания конструкционных материалов при низких температурах. Киев: Наук. думка, 1974. 275 с.
3. Беркин Б. И., Пархоменко Т. А., Пустовалов В. В. и др. Низкотемпературная пластичность сверхпроводящих материалов из сплавов ниобий—титан: Препр. Физ.-техн. ин-та низких температур АН УССР. Харьков, 1975. 37 с.
4. Fisher E. S., Kim S. H. Critical current changes and fatigue damage after 4,2 K strain cycling of superconducting composites.— *IEEE Trans. Magn.*, 1977, vol. Mag-13, p. 112—118.
5. Ekin J. W., Fickett F. R., Clark A. F. Effect of stress on the Nb—Ti multifilamentary composite wire.— *Adv. Cryog. Eng.*, 1977, vol. 22, p. 449—452.
6. Ekin J. W. Mechanisms for critical current degradation in Nb—Ti and Nb₃Sn multifilamentary wires.— *IEEE Trans. Magn.*, 1977, vol. Mag-13, N 1, p. 127—130.
7. Ekin J. W., Shramm R. E., Superczynski M. J. Epoxy-impregnated coil structures: Prepr. Inst. Cryog. materials Conf., 1979. Madison (Wis.), 1979. 16 p.
8. Брежна Г. Сверхпроводящие магнитные системы. М.: Мир, 1976, гл. 2.
9. Verfahren zur Verkleinerung von Zahl Schritten training Superleiten: Pat BRD. Kl. HOIB 12/00, N 2720119, 16.11.78.
10. Weston W. F. Low-temperatures elastic constants of a superconducting coil.— *J. Appl. Phys.*, 1975, vol. 46, N 10, p. 4458—4470.
11. Easton D. S., Koch C. C. Mechanical properties of superconducting Nb—Ti composites.— *Adv. Cryog. Eng.*, 1977, vol. 22, p. 453—461.
12. Pasztor G., Schmidt C. Dynamic stress effects in technical superconductors and the «training» problem of superconducting magnets.— *J. Appl. Phys.*, 1978, vol. 49, N 2, p. 886—895.
13. Альтеровиц С., Маномер Д. Применение серийных тензодатчиков при низких температурах.— *Приборы для науч. исслед.*, 1974, т. 45, № 12, с. 34—36.
14. Reed R. P., Durcholz R. L. Cryostat and strain measurement for tensile tests on 1,5 K.— *Adv. Cryog. Eng.*, 1970, vol. 15, p. 109—113.
15. Shafer W. Conductor materials for cryomagnetism.— In: 5th Intern. Conf. Magnet Technology: MT-5. Roma: Lab. Naz. CNEN, 1975, p. 699—703.
16. Эрджан И., Ягода И. Прибор для измерения тепловых свойств металлов при низких температурах.— *Приборы для науч. исслед.*, 1963, т. 34, № 2, с. 37—40.
17. Хардеиг Г., Врохнер Ф. Машина для испытаний при низких температурах.— *Приборы для науч. исслед.*, 1975, т. 46, № 4, с. 144—152.

18. *Fushni K., Fukushima E., Yomitsu H., Okomoto H.* Tensile properties of various materials at cryogenic temperatures.— *Adv. Cryog. Eng.*, 1970, vol. 15, p. 102—107.
19. *Вигли Д. А.* Механические свойства материалов при низких температурах. М.: Мир, 1974. 236 с.
20. *Freynik H. S., Roach D. R., Deis D. W.* Nickel-chromium gages for stress analysis for superconducting structures in high magnetic fields.— In: *Proc. 7th Symp. Magnet Problem. Los Angeles (Calif.): Fusion*, 1977, p. 425—428.
21. *Шмидт К.* Установка для механических испытаний сверхпроводящих проводов в условиях динамического нагружения.— *Приборы для науч. исслед.*, 1977, т. 48, № 6, с. 10—14.
22. *Ficher E. S., Kim S. H., Linz P. J.* et al. Effect of cyclic strain on electrical conductivity and work hardening of copper at 4,2 K.— *Cryogenics*, 1978, vol. 18, N 7, p. 405—409.
23. *Okada T.* Effects on the performance of superconducting wires.— In: *Proc. 6th Intern. Conf. Magnet Technology: MT-6. Br.: ALFA*, 1977, p. 1039—1044.
24. *Letbeteer H. M., Read D. T.* Orthorhombic elastic constants an Nb—Ti/Cu composite superconductor.— *J. Appl. Phys.*, 1977, vol. 48, p. 1874—1877.
25. *Reed R. P., Mikesell R. P., Clark A. F.* Low temperature tensile behaviour of copper-stabilized niobium-titanium superconducting wire.— *Adv. Cryog. Eng.*, 1977, vol. 22, p. 463—475.
26. *Businski Z. S.* The instability of plastic flow of metals at very low temperatures.— *Austral. J. Phys.*, 1960, vol. 13, p. 354—358.
27. *Schmidt K., Pasztor G.* Superconductors under dynamic mechanical stress.— *IEEE Trans. Magn.*, 1977, vol. Mag-13, p. 116—120.
28. *Sinclair M. W., Tsukamoto O., Iwasa Y.* Acoustic emission from superconducting magnets and superconductors.— *IEEE Trans. Magn.*, 1981, vol. Mag-17, N 1, p. 1064—1067.
29. *Homura H., Takahisa K., Sakai T.* Acoustic emission from superconducting magnets.— *Cryogenics*, 1977, vol. 17, p. 471—485.
30. *Лазарева М. Б., Стародуб Я. Д., Старолат М. П.* Особенность зависимости критической температуры сверхпроводимости проводников из сплава 60 ат. % от растягивающей нагрузки.— *Вопр. атом. науки и техники*, Харьков, 1977, вып. 1(5), с. 23—26.
31. *Kroeger D. M., Easton D. S., Moazed A.* Stress-induced heating in commercial conductors and its possible influence on magnet performance.— *IEEE Trans. Magn.*, 1977, vol. Mag-13, N 1, p. 120—125.
32. *Jonson N. E.* Stress analysis of nonhomogeneous solenoids.— *Adv. Cryog. Eng.*, 1977, vol. 22, p. 490—497.
33. *Русинов А. И., Криволицкая Н. В.* Расчет механических напряжений в соленоиде из композиционного материала с учетом предварительного натяжения витков.— *Тр. ФИАН*, 1980, т. 121, с. 14—52.
34. *Зенкевич В. Б., Сычев В. В.* Магнитные системы на сверхпроводниках. М.: Наука, 1972. 260 с.
35. *Clark A. F., Arp V. D., Ekin J. W.* Properties of a superconducting coil composite and its components.— In: *Proc. 6th Intern. Conf. Magnet Technology: MT-6. Br.: ALFA*, 1977, p. 673—681.
36. *Anashkin O. P., Varlachin V. A., Keilin V. E.* et al. Experimental investigation of training magnet systems.— *IEEE Trans. Magn.*, 1977, vol. Mag-13, N 1, p. 673—678.
37. *Schmidt C.* Investigation of the training problem of superconducting magnets.— *Appl. Phys. Lett.*, 1976, vol. 28, p. 463—481.
38. *Smith P. F., Colyer B.* A solution to the training problem in superconducting magnets.— *Cryogenics*, 1975, vol. 15, N 4, p. 201—205.
39. *Schmidt C., Turck B.* A cure against «training» of superconducting magnets.— *Cryogenics*, 1977, vol. 17, N 12, p. 695—699.
40. *Фридман Я. Б.* Механические свойства металлов. М.: Оборонгиз, 1952. 126 с.
41. *Сайлер Е., Эддингтон Ю.* Установка для создания одноосных нагрузок. — *Приборы для науч. исслед.*, 1972, т. 43, № 5, с. 31—38.
42. *Пустовалов В. В.* Методы изучения пластичности и прочности при низких температурах. Киев: Наук. думка, 1971. 256 с.
43. *Анашкин О. П., Варлахин В. А., Кейлин В. Е., Кривых Ю. В.* Изучение тренировки и деградации механического происхождения на модельных сверхпроводящих магнитах: Препр. ИАЭ им. И. В. Курчатова ИАЭ-3971/10. М., 1981. 23 с.
44. *Кейлин В. Е., Ковалев И. А., Круглов С. А.* Тренировка и деградация модельной сверхпроводящей обмотки в зависимости от условий охлаждения: Препр. ИАЭ-3509/10. М., 1981. 8 с.
45. *Арутюнян Р. М.* Расчет деформаций и напряжений в сверхпроводящих многокомпонентных соленоидах: Препр. ФИАН № 117. М., 1981. 27 с.
46. *Brechna G., Turowski P.* Training and degradation phenomena in superconducting magnets.— In: *Proc. 6th Conf. Magnet Technology: MT-6. Br.: ALFA*, 1977, p. 597—611.
47. *Atherton D. L., Sponagl N. S.* Oval test coil for examining mechanical effects in superconducting coils.— *Cryogenics*, 1981, vol. 21, N 1, p. 39—46.
48. *Okada T., Mishijima S.* Study of stress/strain effects of superconducting composites system a coil simulation experiment on potting.— *IEEE Trans. Magn.*, 1981, vol. Mag-17, N 1, p. 1052—1055.

49. *Maksimov I. L., Mints R. G.* Critical state stability and training phenomenon.— IEEE Trans. Magn., 1981, vol. Mag-17, N 1, p. 228—230.
50. *Уильямс Д., Бобров Е. С.* Магнитная система для ЯМР-спектрометра 500 МГц: II. Механические возмущения, переходы в нормальное состояние, тренировка.— Приборы для науч. исслед., 1981, т. 52, № 5, с. 10—14.

УДК 537.312.62+538

В. Р. КАРАСИК, Н. В. КРИВОЛУЦКАЯ

К ВОПРОСУ О ДОСТИЖЕНИИ ПРЕДЕЛА МЕХАНИЧЕСКОЙ И ТЕПЛОВОЙ ПРОЧНОСТИ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СОЛЕНОИДАХ С ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ТОКА

Благодаря успехам сверхпроводящего металловедения критические токи в сверхпроводящих сплавах Nb—Ti, соединениях Nb₃Sn, Nb₃Ge, Nb₃Al удалось приблизить к теоретическому пределу [1]. Одновременно увенчались успехом многолетние усилия по созданию сверхпроводящих соленоидов с высокой плотностью тока. Преодолевается барьер «деградации» и «тренировки» и современный сверхпроводящий магнит превращается из продукта экспериментального искусства в объект промышленного производства [2]. Чтобы очертить сферу возможных применений нового поколения сверхпроводящих магнитов, надо найти области их существования, ограниченные пределом механической и тепловой прочности.

Ранее при вычислении тепловой прочности рассматривали, как правило, предельный случай одного зародыша нормальной фазы или «горячей точки» и вычисляли максимально допустимую температуру в этой точке [3]. Температура максимального нагрева определялась из условия

$$j^2\tau = \int_0^T \frac{c_v(T)}{\rho(T)} dT, \quad (1)$$

где j — начальная плотность тока в медной матрице композитного провода в А/м², τ — время затухания тока в обмотке в секундах, $c_v(T)$ — теплоемкость в Дж/м³·К, $\rho(T)$ — удельное сопротивление в Ом·м, T — температура нагрева «горячей точки» в К.

Из литературных данных известно [3], что для ниобий-титаново-медных композитных проводов при их нагреве не выше 300 К необходимо, чтобы величина $j^2\tau$ не превышала $2 \cdot 10^{17}$. Если j равна 10^9 А/м², то τ должно быть не более 0,2 с. Так как скорость распространения нормальной фазы в адиабатическом режиме при реализуемых на практике плотностях тока в медной матрице композитных проводов $5 \cdot 10^8$ — 10^9 А/м² составляет 10 — 10^2 м/с, а длина провода в обмотке не менее 10^3 — 10^4 м, то это означает, что при наличии одной «горячей точки» магнит может защитить от разрушения только система эвакуации энергии на внешний резистор. Чтобы при запасенной энергии 2 МДж обеспечить эвакуацию энергии за время 0,2 с, необходимо развить мощность 10 МВт. Это значит, что при рабочем токе 250 А на соленоиде возникает напряжение 40 кВ. Следовательно, концепция «горячей точки» требует, чтобы каждый сверхпроводящий магнит конструировался как высоковольтный накопитель энергии, снабженный специальной коммутирующей аппаратурой. Во многих устройствах такие требования трудно осуществить. В первую очередь это касается соленоидов, снабженных сверхпроводящими ключами и работающих в режиме «замороженного потока». Но главное состоит в том, что в их осуществлении нет никакой необходимости. Как будет показано в данной работе, вся энергия, запасенная в магнитном поле, может выделяться внутри обмотки соленоида, не перегревая ее. Для этого требуется, чтобы при разрушении

сверхпроводящего состояния возникала не одна, а множество «горячих точек» — зародышей нормальной фазы. Необходимое число их нетрудно рассчитать, исходя из требования, что время перехода в проводящее состояние должно быть мало по сравнению с временем затухания тока в обмотке. Тогда вся обмотка будет равномерно нагреваться джоулевым теплом и, как показано в разделе 1, в практически важных случаях не нагреется выше комнатной температуры. Множественное зарождение зародышей нормальной фазы реализуют на практике, разбивая магнит на надлежащее число подсекций, каждая из которых снабжена низкоомным шунтом. Одновременно устраняется возможность возникновения электрических перенапряжений. Применяются и другие, более экзотические способы, например разряд конденсатора на обмотку с целью превышения критического тока или разряд на встроенный в обмотку по всей длине провода нагреватель [4]. При таком «энтальпийном» нагреве тепловая прочность становится выше механической в том смысле, что главным ограничивающим фактором, задающим область существования магнитов с высокой плотностью тока, становится не нагрев, а механические напряжения, возникающие под действием пондеромоторных сил (см. разделы 2 и 3).

Целью данной работы является расчет «энтальпийного» нагрева и механических напряжений в сверхпроводящих соленоидах с высокой плотностью тока и анализ ограничений на их размеры, накладываемых указанными эффектами. Попутно оценивался вес соленоидов.

1. РАСЧЕТ РАЗОГРЕВА ОБМОТКИ И ЕЕ ВЕСА

Разогрев обмотки при переходе сверхпроводящего соленоида в нормальное состояние определяется запасенной энергией ε на единицу веса магнита

$$\varepsilon = LI^2/2P. \quad (2)$$

Здесь L — индуктивность соленоида, P — вес обмотки, I — ток, циркулирующий в соленоиде.

Для определения максимального разогрева нужно в формуле (2) положить ток I равным критическому значению тока витка, находящегося в максимальном магнитном поле B_{\max} :

$$I = I_c B_{\max}.$$

Для соленоида прямоугольного сечения магнитное поле достигает максимального значения, как правило, на внутренней стороне обмотки в центральной сечении [5]. В системе СИ:

$$(B_z)_{\max} = \mu_0 \bar{j} dh_{\max}(\alpha, \beta), \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}, \quad (3)$$

где μ_0 в Гн/м,

$$\begin{aligned} h_{\max} = & \frac{1}{2\pi(\alpha-1)} \int_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \beta \ln \frac{\alpha - \cos \varphi + \sqrt{\alpha^2 + 1 - 2\alpha \cos \varphi + \beta^2}}{1 - \cos \varphi + \sqrt{2 - 2 \cos \varphi + \beta^2}} + \right. \\ & + \frac{1}{2} \cos \varphi \ln \frac{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \varphi + \beta^2} - \beta}{\sqrt{2 - 2 \cos \varphi + \beta^2} - \beta} - \\ & - \frac{1}{2} \cos \varphi \ln \frac{\sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \varphi + \beta^2} + \beta}{\sqrt{2 - 2 \cos \varphi + \beta^2} + \beta} - \\ & - \sin \varphi \operatorname{arctg} \frac{(\alpha - \cos \varphi) \beta}{\sin \varphi \sqrt{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos \varphi + \beta^2}} + \\ & \left. + \sin \varphi \operatorname{arctg} \frac{(1 - \cos \varphi) \beta}{\sin \varphi \sqrt{2 - 2 \cos \varphi + \beta^2}} \right\}. \quad (4) \end{aligned}$$

Здесь $\alpha = a_2/a_1$, $\beta = h/2a_1$; h , a_1 , a_2 — высота, внутренний и внешний радиусы соленоида; $d = a_2 - a_1$ — толщина обмотки.

В формуле (3) фигурирует конструктивная плотность тока в обмотке \bar{j} , связанная с плотностью тока в сверхпроводнике $j_s(B)$ соотношением

$$\bar{j} = j_s(B_{\max}) \kappa \lambda, \quad (5)$$

где κ — коэффициент заполнения по сверхпроводнику провода (кабеля), а λ — коэффициент упаковки. Для круглого проводника коэффициент λ составляет $\sim 0,75$. Геометрический коэффициент $h_{\max}(\alpha, \beta)$ представляет собой отношение максимального магнитного поля на обмотке к полю бесконечно длинного соленоида при той же толщине обмотки d .

Зависимость критического тока сверхпроводника в широкой области магнитных полей с хорошей точностью может быть описана линейной зависимостью вида

$$\bar{j}_s(B_{\max}) = j_0(T)(1 - B_{\max}/B_0(T)), \quad (6)$$

где $j_0(T)$ — плотность критического тока при данной температуре в нулевом магнитном поле; $B_0(T)$ — критическое магнитное поле при данной температуре. Для сплава Nb — 50% Ti значения этих параметров при $T = 4,2$ К равны

$$j_0 = 2,22 \cdot 10^9 \text{ А/м}^2, \quad B_0 = 11 \text{ Т.}$$

Из формул (3), (5) и (6) находим выражение для критического значения конструктивной плотности тока

$$\bar{j}_c = \frac{j_0 \kappa \lambda}{1 + (\mu_0 \kappa \lambda j_0 d / B_0) h_{\max}(\alpha, \beta)}. \quad (7)$$

Введем характерную для данного материала длину d^* :

$$d^* = B_0 / (\mu_0 j_0 \kappa \lambda). \quad (8)$$

Длина d^* характеризует глубину проникновения магнитного поля в толщу сверхпроводника, находящегося в критическом состоянии [6]. Для приведенных выше значений параметров (Nb — 50% Ti, $\kappa = 0,3$) $d^* = 1,75$ см. Тогда выражение (7) можно переписать в виде

$$\bar{j}_c = \frac{j_0 \kappa \lambda}{1 + (d/d^*) h_{\max}(\alpha, \beta)}. \quad (9)$$

Для длинного соленоида ($\beta \gg 1$, $h_{\max}(\alpha, \beta) \approx 1$) из формулы (9) следует, что если толщина обмотки соленоида превышает характерную длину, то становится все более существенным уменьшение критического значения конструктивного тока при увеличении толщины: $\bar{j}_c \sim 1/d$ при $d \gg d^*$.

Индуктивность соленоида данной геометрии согласно [7] записывается в виде (система СИ):

$$L = (\mu_0 / 4\pi) N^2 (a_1 + a_2) \Phi(\alpha, \beta), \quad (10)$$

где N — полное число витков соленоида, $\Phi(\alpha, \beta)$ — геометрический фактор, $\Phi(\alpha, \beta) = \Phi_0 - \Phi_\Delta$.

При $2\beta/(\alpha + 1) > 0,75$:

$$\begin{aligned} \Phi_0 = & \frac{\pi^2}{2} \frac{(\alpha + 1)^2}{4\beta^2} \left[\frac{1}{\gamma} - \frac{8}{3\pi} - \frac{1}{8} \gamma^3 + \frac{1}{16} \gamma^5 - \frac{15}{128} \gamma^7 + \frac{21}{128} \gamma^9 - \right. \\ & \left. - \frac{315}{1024} \gamma^{11} + \frac{297}{512} \gamma^{13} \right]; \\ \Phi_\Delta = & \frac{\pi^2}{2} \frac{(\alpha + 1)^2}{4\beta^2} \left\{ \frac{8}{3} \frac{\beta(\alpha - 1)}{(\alpha + 1)^2} - \frac{4}{3} \frac{\beta(\alpha - 1)^2}{(\alpha + 1)^3} - \right. \\ & - \frac{(\alpha - 1)^2}{(\alpha + 1)^2} \left[\frac{2}{3\pi} \left(\ln 4 \frac{\alpha + 1}{\alpha - 1} - \frac{23}{12} \right) + \frac{\gamma}{3} - \frac{5}{12} \gamma^2 + \frac{2}{3} \gamma^5 - \right. \\ & - \frac{95}{64} \gamma^7 + \frac{217}{64} \gamma^9 - \frac{2135}{256} \gamma^{11} + \frac{21571}{1024} \gamma^{13} \left. \right] + \\ & + \frac{(\alpha - 1)^4}{(\alpha + 1)^4} \left[\frac{1}{30\pi} \left(\ln 4 \frac{\alpha + 1}{\alpha - 1} - \frac{1}{20} \right) - \frac{\gamma}{18} + \frac{17}{90} \gamma^3 - \frac{53}{48} \gamma^5 + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1265}{288} \gamma^7 - \frac{38857}{2304} \gamma^9 + \frac{3913}{64} \gamma^{11} + \frac{2206281}{10240} \gamma^{13} \Big] + \\
 & + \frac{(\alpha-1)^6}{(\alpha+1)^6} \left[\frac{1}{336\pi} \left(\frac{23}{20} \ln 4 \frac{\alpha+1}{\alpha-1} - \frac{4547}{5600} \right) + \frac{\gamma^3}{60} - \frac{15}{56} \gamma^5 + \right. \\
 & \left. + \frac{1117}{336} \gamma^7 - \frac{1183}{48} \gamma^9 - \frac{76461}{512} \gamma^{11} - \frac{4043831}{5120} \gamma^{13} \right] \Big\}. \quad (11a)
 \end{aligned}$$

Здесь $\gamma = [1 + 16 \beta^2 / (\alpha + 1)^2]^{-1/2}$.

При $2\beta / (\alpha + 1) < 0,75$ и $2\beta / (\alpha - 1) > 1$:

$$\begin{aligned}
 \Phi_0 & = 2\pi \left[\left(1 + \frac{\beta^2}{2(\alpha+1)^2} - \frac{\beta^4}{4(\alpha+1)^4} \right) \ln \frac{2(\alpha+1)}{\beta} - \frac{1}{2} + \right. \\
 & \left. + \frac{\beta^2}{8(\alpha+1)^2} + \frac{\beta^4}{6(\alpha+1)^4} \right]; \\
 \Phi_\Delta & = 2\pi \left\{ \frac{\pi}{3} \delta - \frac{25}{72} \delta^2 - \frac{1}{8} \frac{(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^2} + \frac{19}{768} \frac{4\beta^2(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^4} - \right. \\
 & - \frac{\delta^4}{180} + \frac{67}{7200} \frac{(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^2} \delta^2 - \frac{17}{3840} \frac{(\alpha-1)^4}{(\alpha+1)^4} - \\
 & - \left[\frac{1}{24} \frac{(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^2} + \frac{7}{384} \frac{4\beta^2(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^4} + \frac{11}{2880} \frac{(\alpha-1)^4}{(\alpha+1)^4} \right] \ln \frac{2(\alpha+1)}{\beta} - \\
 & \left. - \left[\frac{\delta^2}{6} - \frac{\delta^2(\alpha-1)^2}{120(\alpha+1)^2} \right] \ln \frac{1}{\delta} \right\}. \quad (116)
 \end{aligned}$$

Здесь $\delta = (\alpha - 1) / 2\beta$.

При $2\beta / (\alpha - 1) < 1$ и $(\alpha - 1) / (\alpha + 1) < 0,5$:

$$\begin{aligned}
 \Phi_0 & = 2\pi \left[\left(1 + \frac{1}{24} \frac{(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^2} + \frac{11}{2880} \frac{(\alpha-1)^4}{(\alpha+1)^4} \right) \ln 4 \frac{\alpha+1}{\alpha-1} - \frac{1}{2} + \right. \\
 & \left. + \frac{43}{288} \frac{(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^2} + \frac{1}{150} \frac{(\alpha-1)^4}{(\alpha+1)^4} \right]; \\
 \Phi_\Delta & = 2\pi \left\{ \frac{\pi}{3} \frac{1}{\delta} \left[1 + \frac{4}{5} \frac{\beta^2}{(\alpha+1)^2} + \frac{4}{15} \frac{\beta^2(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^4} - \frac{32}{35} \frac{\beta^4}{(\alpha+1)^4} \right] - \right. \\
 & - \left[\frac{\beta^4}{2(\alpha+1)^2} - \frac{\beta^4}{4(\alpha+1)^4} + \frac{28\beta^2(\alpha-1)^2}{384(\alpha+1)^4} \right] \ln 4 \frac{\alpha+1}{\alpha-1} - \\
 & - \frac{1}{6\delta^2} \left[1 + \frac{\beta^2}{(\alpha+1)^2} + \frac{\beta^2(\alpha-1)^2}{(\alpha+1)^4} \right] \ln \delta - \frac{\beta^2}{2(\alpha+1)^2} - \frac{25}{72} \frac{1}{\delta^2} + \\
 & \left. + \frac{4\beta^2(\alpha-1)^2}{2304(\alpha+1)^4} - \frac{1}{180} \cdot \frac{1}{\delta^4} - \frac{23}{288} \frac{4\beta^2}{(\alpha+1)^2\delta^2} - \frac{31}{2304} \frac{16\beta^4}{(\alpha+1)^4} \right\}. \quad (11b)
 \end{aligned}$$

Здесь $\delta = (\alpha - 1) / 2\beta$.

С помощью (10) максимальная запасенная энергия ϵ соленоида записывается в виде

$$\epsilon = \frac{\mu_0}{8\pi^2\rho\lambda} \bar{j}_c^2 dh\Phi(\alpha, \beta), \quad (12)$$

где ρ — удельный вес провода (кабеля).

Вес соленоида выражается формулой

$$P = \rho\lambda ld(2a_1 + d) h. \quad (13)$$

Подставляя выражение для \bar{j}_c из (9) в (12), получаем

$$\epsilon = \frac{\mu_0}{8\pi^2} \frac{j_0^2 dh\Phi(\alpha, \beta) \kappa^2 \lambda}{\rho [1 + (d/d^*) h_{\max}(\alpha, \beta)]^2}. \quad (14)$$

Это выражение удобно записать в виде

$$\epsilon = \frac{\epsilon_0}{4\pi^2\rho\lambda} \frac{dh}{d^*{}^2} \frac{\Phi(\alpha, \beta)}{[1 + (d/d^*) h_{\max}(\alpha, \beta)]^2}, \quad (15)$$

где $\varepsilon_0 = B_0^2/2\mu_0$ представляет собой запасенную энергию в единице объема бесконечно длинного соленоида, создающего поле B_0 .

Разогрев обмотки мы рассчитываем в модели Дебая для теплосодержания (энтальпии) W :

$$W(T) = 3RTD(\Theta_D/T), \quad (16)$$

где $D(\Theta_D/T)$ — функция Дебая, которая дается интегралом

$$D(x) = \frac{3}{x^3} \int_0^x \frac{\xi^3}{e^\xi - 1} d\xi;$$

Θ_D — температура Дебая.

Для газовой постоянной взято значение

$$R = 1,987 \text{ кал/К} \cdot \text{моль}.$$

Функция Дебая протабулирована в справочниках [8].

Теплосодержание на единицу веса кабеля (Nb—Ti)/Cu с коэффициентом заполнения $\kappa = 0,3$ равно

$$\Delta W = 3R \left[(1 - \kappa) \frac{T}{A_{\text{Cu}}} D\left(\frac{\Theta_{D \text{ Cu}}}{T}\right) + \kappa \frac{T}{A_{\text{Nb-Ti}}} D\left(\frac{\Theta_{D \text{ Nb-Ti}}}{T}\right) \right] - W(T_0), \quad (17)$$

где температура Дебая меди $\Theta_{D \text{ Cu}} = 330$ К, а температура Nb—Ti-сплава $\Theta_{D \text{ Nb-Ti}} = 240$ К; A — молекулярный вес: $A_{\text{Nb-Ti}} = 70,5$ г/моль, $A_{\text{Cu}} = 63,5$ г/моль.

Температурная шкала разогрева определяется приравниванием удельной запасенной энергии в обмотке к изменению энтальпии.

Расчеты разогрева обмотки и ее веса выполнялись по формулам (17), (15), (11), (13) и (4). Значения параметров материалов приведены в таблице.

B_0 , Т	$j_c \cdot 10^{-9}$, А/м ²	$\varepsilon_0 \cdot 10^{-7}$, Дж/м ³	d^* , см	B_0 , Т	$j_c \cdot 10^{-9}$, А/м ²	$\varepsilon_0 \cdot 10^{-7}$, Дж/м ³	d^* , см
11	2,22	4,8	1,75	30	5	35,7	2,12
20	5	15,87	1,41		10	35,7	1,06
	10	15,87	0,707		50	35,7	0,212
	50	15,87	0,141				

2. РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОНДЕРОМОТОРНЫХ СИЛ

Теория упругих механических напряжений в соленоиде с учетом предварительного натяга провода при намотке, бандажирования, снятия катушки с каркаса, охлаждения и пондеромоторных сил построена в работе [9]. Однако для соленоида, у которого толщина обмотки мала по сравнению с величиной его внутреннего радиуса ($d \ll a_1 \approx a_2$), решения уравнений теории упругости нам не требуется. В этом случае тангенциальные напряжения в обмотке остаются постоянными по толщине с точностью $\sim d/2a_1$. Эти напряжения можно найти из условия равновесия кругового витка под действием радиальной пондеромоторной силы:

$$\sigma_t = \bar{j}_c \langle B_z \rangle a, \quad (18)$$

где \bar{j}_c — конструктивная плотность тока, $\langle B_z \rangle$ — средняя по сечению аксиальная составляющая поля:

$$\langle B_z \rangle = (B_i + B_e)/2,$$

где B_i, B_e — поле на внутренней и внешней сторонах обмотки, a — средний радиус обмотки:

$$a = (a_1 + a_2)/2.$$

Для центрального сечения поле $B_i = B_{\max}$ было вычислено выше (см. (4)). Поле на внешней стороне обмотки согласно [5] равно

$$(B_z)_e = \mu_0 \int_c d h_{\text{обр}}(\alpha, \beta), \quad (19)$$

где $h_{\text{обр}}(\alpha, \beta)$ получается из $h_{\max}(\alpha, \beta)$ путем замены α на $1/\alpha$ и β на β/α .

Следовательно,

$$\langle B_z \rangle = \mu_0 \int_c d (h_{\max} + h_{\text{обр}})/2. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (18), получаем

$$\sigma_t = \mu_0 d \frac{h_{\max} + h_{\text{обр}}}{2} \frac{a_1 + a_2}{2} \int_c^2,$$

или

$$\sigma_t = \mu_0 d \frac{h_{\max} + h_{\text{обр}}}{2} \frac{a_1 + a_2}{2} \frac{j_0^2 \chi^2 \lambda^2}{[1 + (d/d^*) h_{\max}]^2}. \quad (21)$$

Формулу (21) можно переписать в виде

$$\sigma_t = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \frac{(a_2 + a_1) d}{2(d^*)^2} \frac{h_{\max} + h_{\text{обр}}}{[1 + (d/d^*) h_{\max}]^2}. \quad (22)$$

Введем величину

$$\sigma_0 = B_0^2/2\mu_0,$$

характеризующую магнитное давление на внутренней стороне обмотки бесконечно длинного соленоида, создающего максимальное поле B_0 . Для используемых величин B_0, σ_0 принимает значения, приведенные ниже.

$B_0, \text{ Т}$	11	20	30
$\sigma_0, \text{ кгс/см}^2$	491	1624	3654

Теперь σ_t можно записать в виде, удобном для численных расчетов:

$$\sigma_t = \sigma_0 \frac{(a_2 + a_1) d}{2(d^*)^2} \frac{h_{\max} + h_{\text{обр}}}{[1 + (d/d^*) h_{\max}]^2}. \quad (23)$$

Другой метод, так называемый метод витков, вычисления тангенциальных напряжений для тонкой обмотки состоит в разбиении соленоида на одинаковые модули вдоль оси соленоида, содержащие n витков каждый и с расстояниями между центрами модулей l . Каждый модуль рассматривается как круговая петля. Каждый виток — петля с током I — создает магнитное поле на другом витке, отстоящем от первого вдоль оси соленоида на расстояние l , компоненты которого равны [10]:

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{\mu_0 n I}{2\pi a} \frac{l}{\sqrt{4a^2 + l^2}} \left[\frac{2a^2 + l^2}{l^2} E(k) - K(k) \right], \\ B_z &= \frac{\mu_0 n I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{4a^2 + l^2}} [K(k) - E(k)], \end{aligned} \quad (24)$$

$$k^2 = 4a^2/(4a^2 + l^2),$$

где $K(k)$ и $E(k)$ — полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода соответственно.

Разобьем соленоид на n_0 ($n_0 = h/d \gg 1$) модулей. Тогда ток каждого модуля равен

$$I = \int_c d^2. \quad (25)$$

Здесь \bar{j}_c определяется из линейной зависимости конструктивной плотности тока от поля (так же, как и ранее):

$$\bar{j}_c = \kappa \lambda j_0 (1 - B/B_0), \quad B = \sqrt{B_r^2 + B_z^2}.$$

Расстояния от центрального модуля l составляют $l = md$, где m пробегает значения $1, 2, \dots, n_0/2$. Пондеромоторная сила, действующая на центральный модуль, складывается из растягивающих усилий: 1) за счет собственного поля витка и 2) за счет сил взаимодействия между модулями (витками). Радиальная сила взаимодействия между модулями на единицу длины витка равна

$$f_r^{(2)} = nIB_z = \frac{\mu_0 n^2 I^2}{2\lambda a} \sum_{m=1}^{n_0/2} k(K(k) - E(k)). \quad (26)$$

Из (26) получаем для растягивающих (тангенциальных) напряжений

$$\sigma_t^{(2)} = \frac{af_r^{(2)}}{S} = \frac{\mu_0 n^2 I^2}{2\lambda d^2} \sum_{m=1}^{n_0/2} k(K(k) - E(k)), \quad (27)$$

где S — сечение модуля ($S = d^2$).

К выражению (27) надо добавить силы, возникающие за счет взаимодействия тока модуля с собственным магнитным полем [10]:

$$\sigma_t^{(1)} = \frac{\mu_0 n^2 I^2}{4\pi S} \left(\ln \frac{16a}{d} - \frac{3}{4} \right) \quad (28)$$

для витка кругового сечения с эквивалентным радиусом $\rho = d/2$.

Если в выражении (26) устремить n_0 к бесконечности, то сумму по m можно заменить интегралом по l , т. е. по k . В результате (26) будет представлять собой двойной интеграл. Интеграл по k можно вычислить, оставшийся же интеграл по φ можно свести к уже известным интегралам Брауна и Флакса (см. формулы (4), (20), (21) в пределе тонкой обмотки ($\alpha \rightarrow 1$)).

Второй метод, использующий эллиптические интегралы, требует значительно больше времени, но приводит с точностью до $d/2a_1$ к тем же результатам, что и первый метод. Второй метод более удобен для разреженной обмотки.

Мы всюду считаем, что аксиальные (или осевые) силы в соленоидах с не очень тонкой обмоткой менее существенны, чем тангенциальные силы с точки зрения предела прочности. Кроме того, в соленоидах модульной конструкции аксиальные силы уравниваются в основном реакцией опоры щечек.

Все расчеты механических напряжений были выполнены для тех же значений j_0 , B_0 и d , что и расчеты разогрева обмотки.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ НА ЭВМ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 приведены результаты расчета механических напряжений в соленоидах круглого сечения в зависимости от радиальной толщины обмотки. Приведены кривые для семейства соленоидов одинаковой высоты ($h = 40$ см) и разных внутренних радиусов a_1 (от 20 до 200 см). Кривые имеют слабо выраженный максимум при $d = 2 \div 3$ см, как было указано в разделе 2. В расчет заложено предположение, что плотность критического тока в сверхпроводнике изменяется по закону

$$j(B) = j_0(1 - B/B_0).$$

На рис. 1 $j_0 = 2,22 \cdot 10^9$ А/м², $B_0 = 11$ Т, коэффициент заполнения композита $\kappa = 0,3$, коэффициент упаковки композитного провода в обмотке соленоида $\lambda = 0,75$. Учитывая эти данные, находим, что конструктивная плотность тока

$$j_{c0} = 0,225 j_0.$$

Рис. 1. Зависимость величины механических напряжений от радиальной толщины обмотки для семейства соленоидов одинаковой высоты ($h = 40$ см) и разных внутренних радиусов (от 20 до 200 см)
 $j_0 = 2,22 \cdot 10^9$ А/м² и $B_0 = 11$ Т

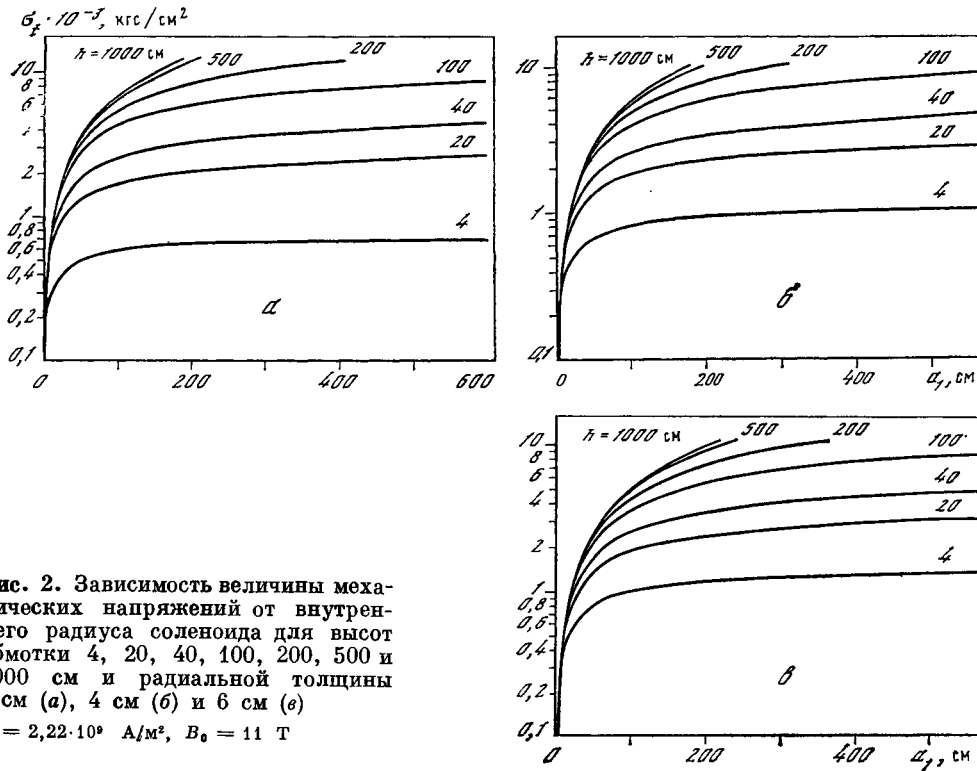
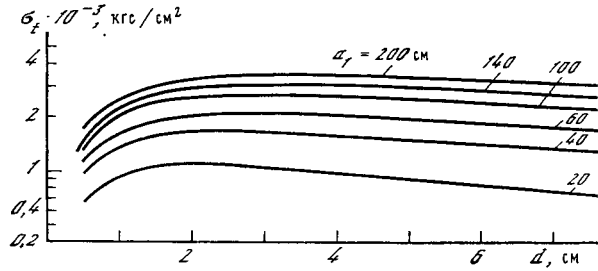


Рис. 2. Зависимость величины механических напряжений от внутреннего радиуса соленоида для высот обмотки 4, 20, 40, 100, 200, 500 и 1000 см и радиальной толщины 2 см (а), 4 см (б) и 6 см (в)
 $j_0 = 2,22 \cdot 10^9$ А/м², $B_0 = 11$ Т

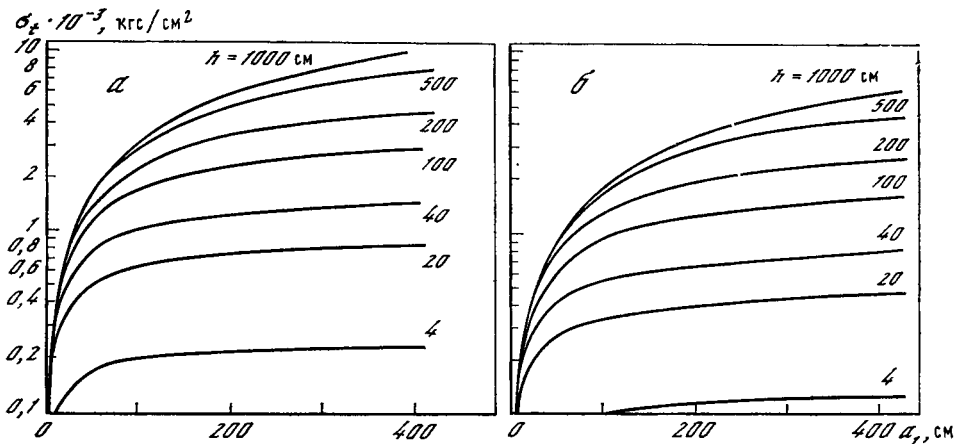


Рис. 3. То же, что на рис. 2, для радиальной толщины 2 см при значениях $j_0 = 1,11 \cdot 10^9$ А/м² (а) и $0,74 \cdot 10^9$ А/м² (б); $B_0 = 11$ Т

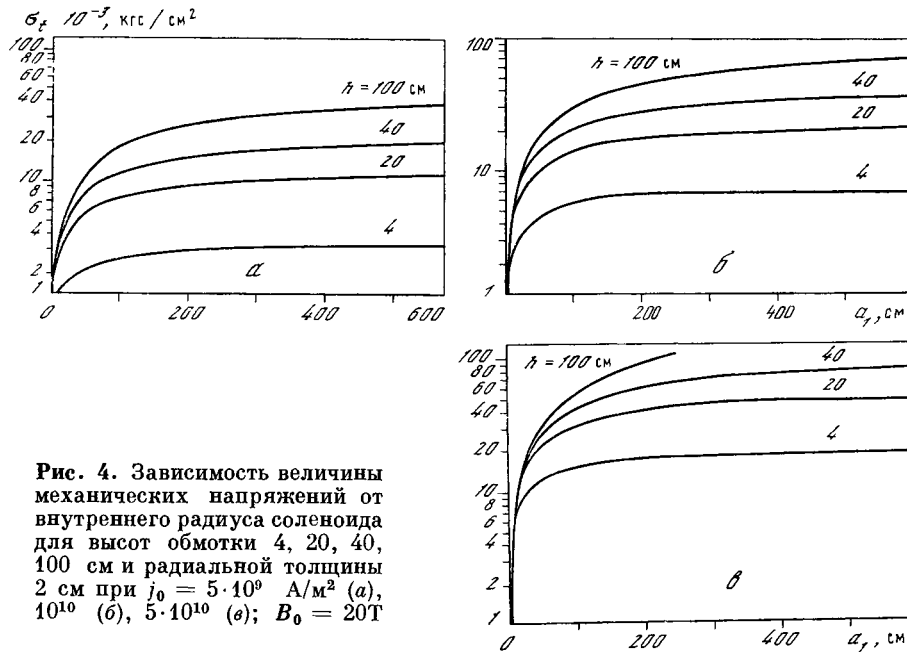


Рис. 4. Зависимость величины механических напряжений от внутреннего радиуса соленоида для высот обмотки 4, 20, 40, 100 см и радиальной толщины 2 см при $j_0 = 5 \cdot 10^9$ А/м² (а), 10^{10} (б), $5 \cdot 10^{10}$ (в); $B_0 = 20$ Т

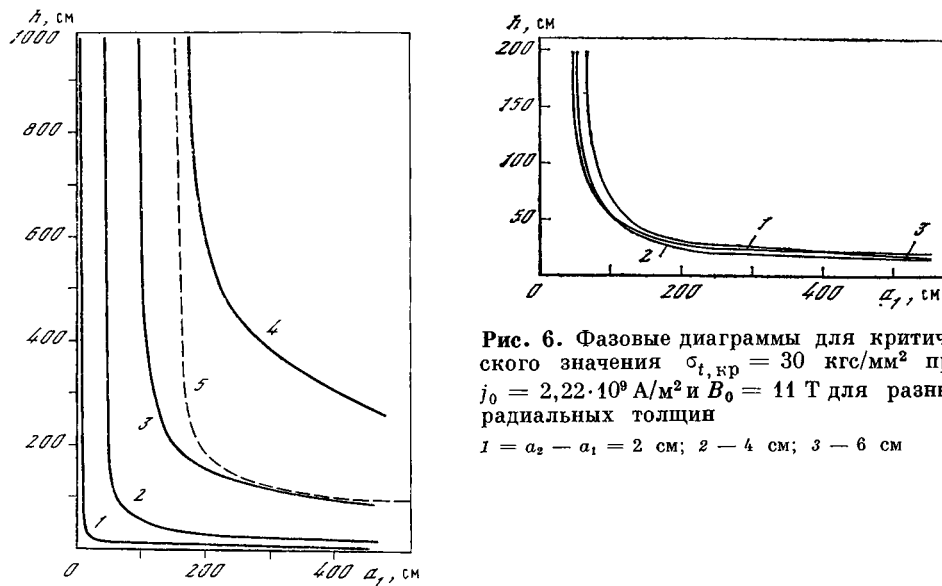


Рис. 6. Фазовые диаграммы для критического значения $\sigma_{t,кр} = 30$ кгс/мм² при $j_0 = 2,22 \cdot 10^9$ А/м² и $B_0 = 11$ Т для разных радиальных толщин 1 — $a_2 - a_1 = 2$ см; 2 — 4 см; 3 — 6 см

Рис. 5. Фазовые диаграммы для критического значения механического напряжения $\sigma_{t,кр} = 30$ кгс/мм² и радиальной толщины $a_2 - a_1 = 2$ см

1 — $j_0 = 5 \cdot 10^9$ А/м², $B_0 = 20$ Т; 2 — $j_0 = 2,22 \cdot 10^9$ А/м², $B_0 = 11$ Т; 3 — $j_0 = 1,11 \cdot 10^9$ А/м², $B_0 = 11$ Т; 4 — $j_0 = 0,74 \cdot 10^9$ А/м², $B_0 = 11$ Т. Кривая 5 соответствует фазовой диаграмме, построенной на основании результатов расчета нагрева обмотки джоулевым теплом при ее переходе в нормальное состояние

Тогда $j_{c0}(0) = 5 \cdot 10^8$ А/м² и $j_{c0}(5 \text{ Т}) \approx 2,54 \cdot 10^8$ А/м². Эти значения типичны для магнитов, изготовленных из композитного провода на основе Nb-Ti.

На рис. 2 даны зависимости σ_t от внутреннего радиуса соленоида a_1 для высот обмотки 4, 20, 40, 100, 200, 500 и 1000 см и радиальных толщин 2, 4 и 6 см. По данным, содержащимся на графиках, легко определить размеры соленоидов, при которых механические напряжения достигают заданной вели-

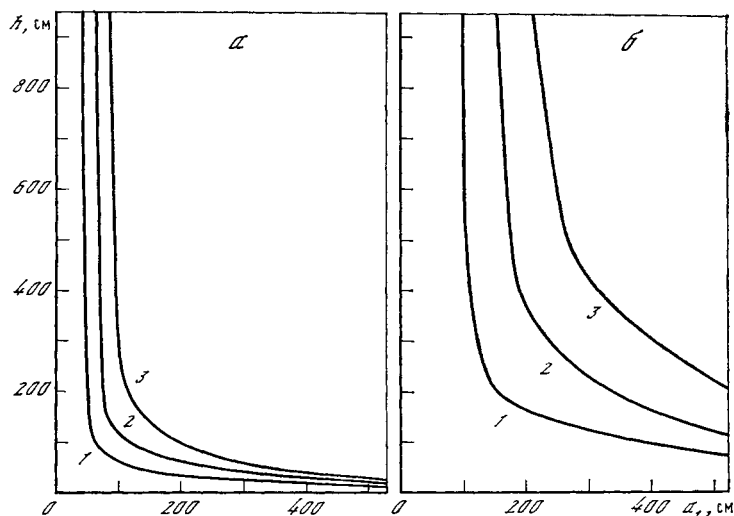


Рис. 7. Фазовые диаграммы при радиальной толщине 2 см для различных критических значений механического напряжения
 а — $j_0 = 2,22 \cdot 10^9$ А/м² и $B_0 = 11$ Т; б — $j_0 = 1,11 \cdot 10^9$ А/м² и $B_0 = 11$ Т. 1—3 — $\sigma_t = 30$ кгс/мм² (1); 45 (2); 60 (3)

чины. Из рис. 2, а, например, следует, что при $d = 2$ см и $h = 20$ см σ_t всегда меньше 30 кгс/мм². Значение напряжения $\sigma_t = 30$ кгс/мм² при $h = 40; 100; 200; 500$ см достигается, когда $a_1 = 150; 55; 52; 46$ см соответственно.

Если обмотка соленоида изготовлена из многожильного кабеля, конструктивная плотность тока снижается примерно вдвое. Учесть это можно, положив при расчете сил

$$j_0 = 1,11 \cdot 10^9 \text{ А/м}^2.$$

Соответствующие кривые для σ_t как функции внутреннего радиуса при разных h приведены на рис. 3, а. На рис. 3, б даны те же кривые для еще более низкой плотности тока

$$j_0 = 0,74 \cdot 10^9 \text{ А/м}^2.$$

Для полноты картины выполнены аналогичные расчеты для гипотетических сверхпроводников, сочетающих высокую конструктивную плотность тока с высокими значениями критического поля ($j_0 = 5; 10; 50 \cdot 10^9$ А/м²; $B_0 = 20; 30$ Т). Полученные результаты приводятся на рис. 4. По точкам пересечения кривых, приведенных на рис. 1—4, с линией критических механических напряжений $\sigma_{t,кр} = 30$ кгс/мм² построены фазовые диаграммы (рис. 5 и 6). Величины $\sigma_{t,кр}$ выбраны на основании результатов исследований зависимости критического тока в композитах (Nb—Ti)/Cu от растягивающих усилий. Согласно [11] при $\sigma_t = 30$ кгс/мм² начинается необратимое уменьшение критического тока при одновременной пластической деформации композита. При использовании стального послойного бандажирования или композита в стальной оболочке $\sigma_{t,кр}$ может возрасти в 1,5—2 раза.

Фазовые диаграммы имеют простой смысл: часть плоскости под данной кривой — это область, где $\sigma_t < \sigma_{t,кр}$. Рассмотрим, например, кривую 2 на рис. 5. Ее вертикальная ветвь ограничивает допустимый внутренний радиус для соленоидов с толщиной обмотки $d = 2$ см, $j_0 = 1,11 \cdot 10^9$ А/м² и $\sigma_{t,кр} = 30$ кгс/мм². Видно, что внутренний радиус для соленоидов высотой $h > 4$ м не должен превышать 1 м. Горизонтальная ветвь кривой ограничивает высоту соленоидов при больших радиусах. Так при $a_1 = 3$ м $h \leq 1,1$ м. Из рис. 5 следует, что при $\sigma_{t,кр} = 30$ кгс/мм² увеличение j_0 более $2 \cdot 10^9$ А/м² имеет смысл

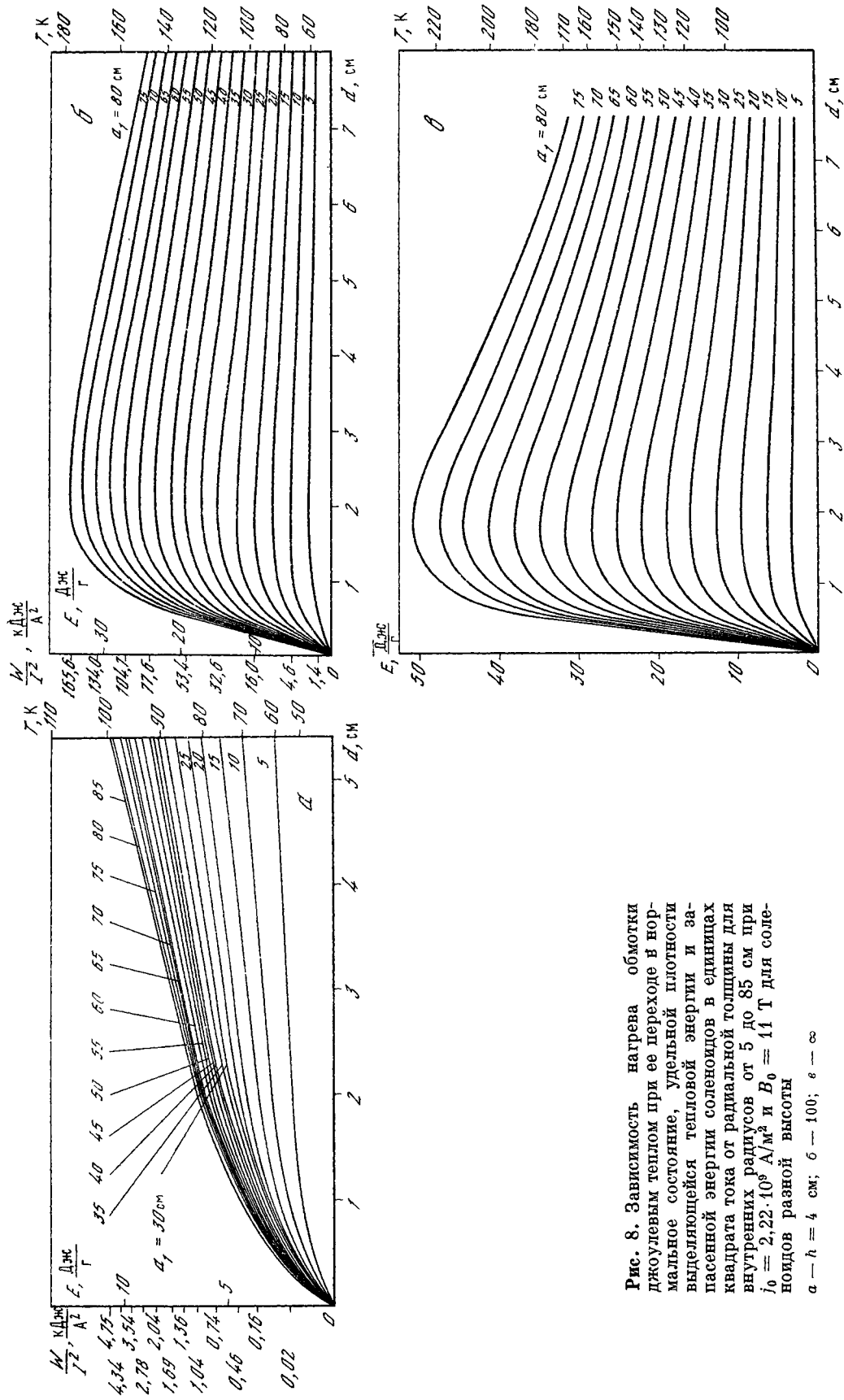


Рис. 8. Зависимость нагрева обмотки джоулевым теплом при ее переходе в нормальное состояние, удельной плотности выделяющейся тепловой энергии и запасенной энергии соленоидов в единицах квадрата тока от радиальной толщины для внутренних радиусов от 5 до 85 см при $i_0 = 2,22 \cdot 10^8 \text{ А/м}^2$ и $B_0 = 11 \text{ Т}$ для соленоидов разной высоты
 а — $h = 4 \text{ см}$; б — 100; в — ∞

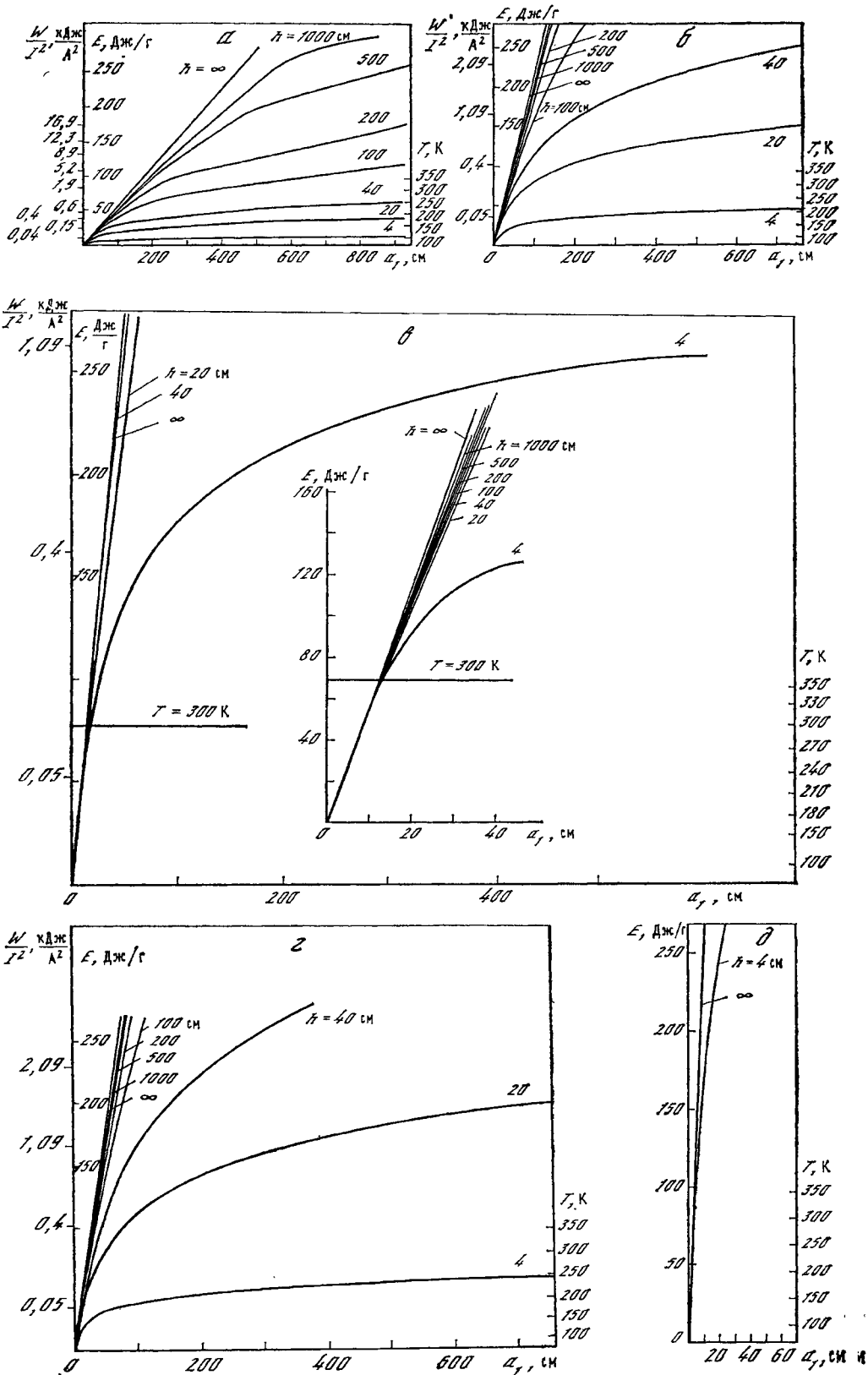


Рис. 9. Зависимость нагрева обмотки джоулевым теплом при ее переходе в нормальное состояние и удельной плотности выделяющейся тепловой энергии, а также запасенной энергии соленоидов в единицах квадрата тока, текущего в соленоиде, для соленоидов разной высоты h при $d = 2$ см от внутреннего радиуса

a — $B_0 = 11$ Т, $j_0 = 2,22 \cdot 10^9$ А/м²; $б, в$ — $B_0 = 20$ Т, $j_0 = 5 \cdot 10^9$ А/м² ($б$); $5 \cdot 10^{10}$ ($в$); $г$ — $B_0 = 30$ Т, $j_0 = 5 \cdot 10^9$ А/м² ($г$); $5 \cdot 10^{10}$ ($д$)

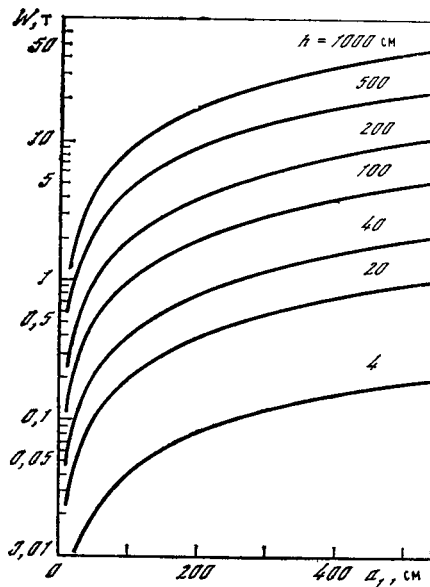


Рис. 10. Зависимость веса обмотки от внутреннего радиуса для радиальной толщины 2 см и разных высот обмотки

Средняя плотность выбрана равной $8,2 \text{ т/м}^3$

соленоида, т. е. с увеличением удельной запасенной энергии (запасенной энергии, приходящейся на единицу веса обмотки). При указанных параметрах максимальная температура T_{max} не превышает 230 К.

На рис. 9 приведены результаты аналогичного расчета для фиксированного значения $d = 2 \text{ см}$, разных высот и внутренних радиусов. Как и ранее, по оси ординат отложена температура разогрева и плотность энергии, по оси абсцисс — внутренний радиус соленоида. В качестве предельно допустимой принята температура разогрева 300 К. Подобные кривые построены для плотностей тока $(5 \text{ и } 50) \cdot 10^9 \text{ А/м}^2$ и $B_0 = 20 \text{ и } 30 \text{ Т}$ при радиальной толщине обмотки $d = 2 \text{ см}$.

Результаты расчета веса обмотки разной геометрии приведены на рис. 10. Здесь также толщина обмотки выбрана равной 2 см, а средняя плотность составляет $8,2 \text{ т/м}^3$.

Анализ полученных диаграмм позволяет сделать следующие выводы.

1. Область существования магнитов с высокой плотностью тока достаточно велика (см., например, рис. 5).

2. Определяющим фактором, ограничивающим эту область, является не перегрев, а предельно допустимые деформации сверхпроводника под действием пондеромоторных сил (см. рис. 8, в, 9, а, б). Известно, например, что сплав ниобий — титан допускает относительную деформацию без снижения критических параметров порядка 0,3%, а соединение ниобий — олово — порядка 0,1% [11]. Соответствующие предельные механические напряжения для Nb—Ti в медной матрице составляют при наличии стальных бандажей 60 кгс/мм^2 , для соединения Nb₃Sn — 20 кгс/мм^2 , а без стальных бандажей в 2—3 раза меньше.

3. Метод фазовых диаграмм позволяет выбрать оптимальные для каждого конкретного применения параметры соленоида: материал обмотки, конструктивную плотность тока, вес, запасную энергию.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что магниты с достаточно высокой конструктивной плотностью тока могут использоваться в крупных

только в соленоидах с малым внутренним радиусом или в катушках, имеющих геометрию тонкого витка.

Данные, приведенные на рис. 6, демонстрируют слабую зависимость фазовой диаграммы от радиальной толщины обмотки при прочих равных условиях.

Семейство фазовых диаграмм для $\sigma_{f, \text{кр}} = 45 \text{ и } 60 \text{ кгс/мм}^2$ приведено на рис. 7.

На последующих рисунках приводятся результаты расчета нагрева обмотки джоулевым теплом при ее переходе в нормальное состояние. Предполагается, что время перехода $\tau \approx 0$ и что вся запасенная в магнитном поле энергия $E = LI^2/2$ превращается в тепло в обмотке соленоида. На рис. 8 приведены результаты расчета нагрева обмоток в зависимости от радиальной толщины для соленоидов высотой 4, 20, 40, 100, 200, 500, 1000 см, а также бесконечной высоты соответственно для внутренних радиусов от 5 до 85 см при $j_0 = 2,22 \cdot 10^9 \text{ А/м}^2$. По оси ординат отложена температура нагрева в кельвинах и удельная плотность выделяющейся тепловой энергии в Дж/г. Видно, что толщина обмотки $d \approx 1,5 \div 2 \text{ см}$ соответствует максимуму кривой. Температура нагрева растет с увеличением длины и диаметра

установках, таких, например, как униполярные и синхронные электрические машины, устройства для регистрации ядерных излучений, отклоняющие и фиксирующие системы и т. д.

В заключение авторы благодарят Б. М. Вула за внимание к работе и А. И. Русинова за ценные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Schwartz B. B., Foner S.* Large-scale applications of superconductivity.— *Phys. Today*, 1977, vol. 30, N 7, p. 34—42.
2. *Keilin V. E., Chernoplekov N. A.* Problems and prospects of high-current superconductivity.— *Sov. Sci. Rev. A*, 1981, vol. 3, N 4, p. 239—274.
3. *Eberhard P. H., Alsfon-Garnjost M., Green M. A.* et al. Quenches in large superconducting magnets.— In: *Proc. 6th Intern. Conf. Magnet Technology: MT-6. Br.: ALFA*, 1977, p. 654—657.
4. *Taylor J. D., Alsfon-Garnjost M., Eberhard P. H.* et al. Quench-protection for a 2MJ magnet.— *IEEE Trans. Magn.*, 1979, vol. Mag-15, p. 855—860.
5. *Brown G. V., Flax L.* Superposition of semi-infinite solenoids for calculating magnetic fields of thick solenoids.— *J. Appl. Phys.*, 1964, vol. 35, p. 1764—1767.
6. *Брезна Г.* Сверхпроводящие магнитные системы. М.: Мир, 1976. 704 с.
7. *Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А.* Расчет индуктивностей. М.: Энергия, 1970, с. 191—207.
8. *Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф.* Специальные функции. М.: Наука, 1964. 250 с.
9. *Кривошуклая Н. В., Русинов А. И.* Расчет механических напряжений в соленоиде из композитного материала с учетом предварительного натяжения витков.— *Тр. ФИАН*, 1980, т. 121, с. 14—52.
10. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1959, с. 150—180.
11. *Clark A. F.* Effects of stress on practical superconductors.— In: *Proc. 6th Intern. Conf. Magnet Technology: MT-6. Br.: ALFA*, 1977, p. 612—616.

УДК 539.2

В. С. ВЫСОЦКИЙ, В. Р. КАРАСИК, А. А. КОНЮХОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ СЕКЦИОНИРОВАННЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ

1. ВВЕДЕНИЕ

Сверхпроводящие магнитные системы необходимо снабжать системой защиты от перегорания и электрического пробоя при переходе в нормальное состояние. В настоящее время наиболее распространенным методом защиты является эвакуация энергии из сверхпроводящей магнитной системы [1, 2]. Сверхпроводящая магнитная система (СПМС) снабжается устройством диагностики зародыша нормальной фазы, при появлении которой срабатывают коммутирующие элементы, отключающие источник питания и подключающие внешнюю нагрузку, в которой происходит диссипация запасенной в СПМС энергии.

Существуют альтернативные методы защиты, когда запасенная магнитная энергия выделяется в виде тепла в самой СПМС. При этом необходимо обеспечить равномерный разогрев обмотки. В работе [3] показано, что имеется обширная область существования крупных СПМС с предельно высокой плотностью тока, разогрев обмоток которых при переходе в нормальное состояние в адиабатических условиях при равномерном нагреве является допустимым и не превышает комнатной температуры.

Равномерное выделение в обмотке энергии, запасенной в СПМС, может быть обеспечено различными способами, например: секционированием обмотки с шунтированием секций низкоомными сопротивлениями [4—6]; использованием проводящего каркаса, имеющего хороший тепловой контакт с обмоткой

[7, 8]; внесением в пропиточный материал специального наполнителя с целью увеличения скорости распространения нормальной зоны [9, 10]. Возможны варианты защиты, когда в момент начала перехода производится либо разряд на СПМС конденсатора [8], либо включение питания нагревателей, расположенных в обмотке магнита [11, 12]. Преимущества и недостатки различных методов защиты СПМС подробно изложены в книге М. Н. Вильсона [13].

Секционирование обмотки с шунтированием секций низкоомными шунтами является одним из перспективных методов защиты СПМС с высокой плотностью тока. Несмотря на то что этот метод известен с 1963 г. [4], исследован он недостаточно [14—19]. Настоящая работа посвящена экспериментальному изучению процесса перехода в нормальное состояние секционированных СПМС. Проанализированы два основных аспекта, определяющих эффективность защиты СПМС, — максимальный разогрев обмотки и распределение электрических напряжений в процессе перехода в нормальное состояние.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Исследования проводились на соленоидах модульной конструкции. Модуль представляет собой короткий соленоид, намотанный композитным проводом на основе сплава Nb—Ti в медной матрице. Характеристики двух типов модулей приведены в таблице. Соленоиды различной длины собирались из однотипных модулей. При увеличении числа модулей в сборке полная запасенная энергия в СПМС возрастала.

Обмотки модулей соединялись последовательно в соответствии с электрической схемой, показанной на рис. 1. Для СПМС серии А каждый модуль являлся единичной секцией соленоида. Обмотка модулей Б имела дополнительное разбиение на четыре или шесть радиальных секций, последовательно соединенных между собой. В СПМС серии Б эти секции выполняли роль единичной секции магнита. Каждая секция СПМС шунтирована сопротивлением $R_{ш}$, величина которого варьировалась в пределах от 0,06 до 1 Ом. Для исследования переходов СПМС с малой индуктивной связью между секциями модули серии А соединялись через один. В такой «разреженной» обмотке промежуточные модули оставались обесточенными.

Были исследованы СПМС с аксиальным (серия А), радиальным и радиально-аксиальным (серия Б) секционированием в диапазоне энергий от десятков до тысячи килоджоулей. Число секций в СПМС изменялось от 1 до 40.

Исследования проводились на стенде, описанном в [20]. Ток в СПМС вводился вплоть до момента перехода, начинавше-

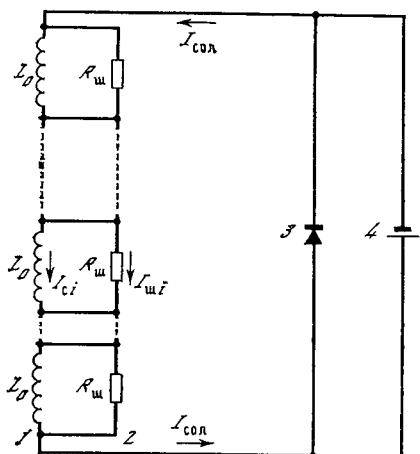


Рис. 1. Электрическая схема секционированного соленоида

1 — секционированный соленоид; 2 — шунты; 3 — защитный диод, ограничивающий напряжение на всем соленоиде; 4 — источник питания

Тип модуля	Количество секций в модуле	$\alpha = a_2/a_1$	$\beta = b/a_1$	$\kappa, \%$
Серия А	1	1,18	0,092	40 30
	4	1,12	0,11	
Серия Б	6	1,12	0,11	30
			0,17	

a_1 и a_2 — внутренний и наружный радиусы обмотки; $2b$ — высота обмотки; κ — коэффициент заполнения по сверхпроводнику обмоточного провода. Обмотка замоноличена эпоксидным компаундом.

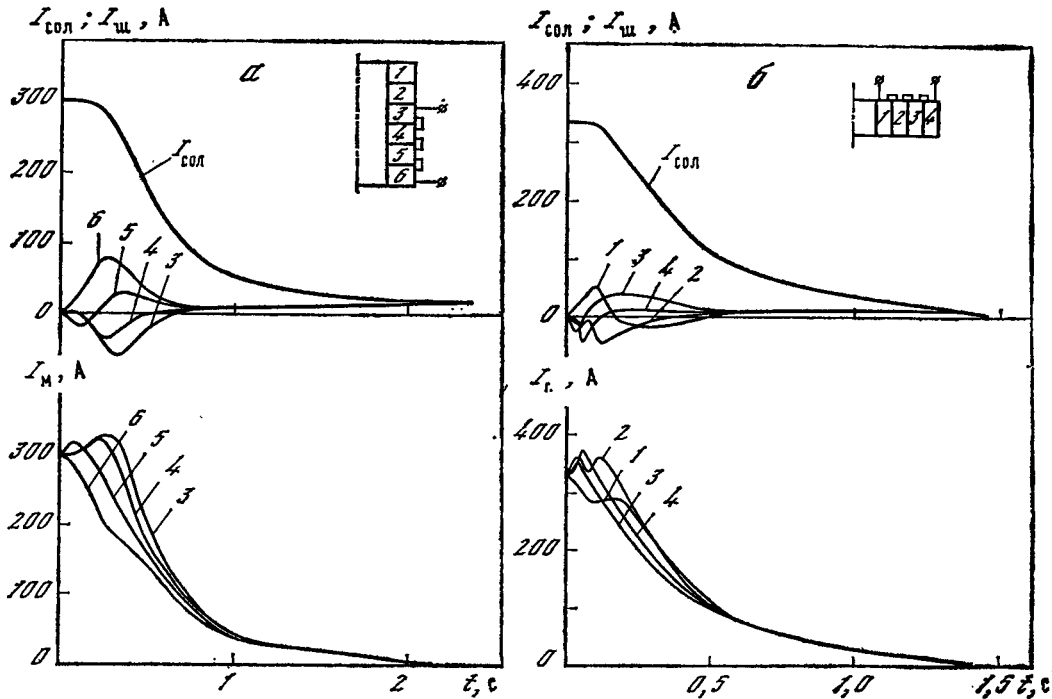
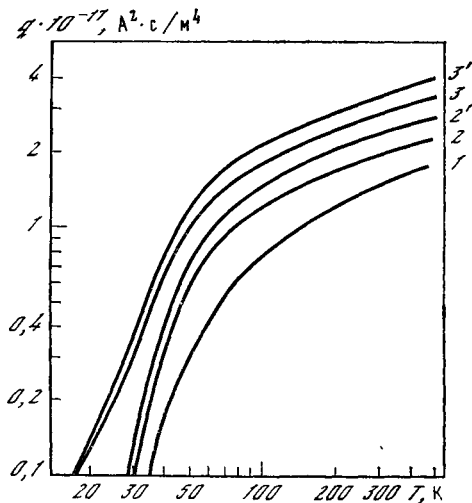


Рис. 2. Графики перехода различных СПМС

а — четыре модуля серии А; начало перехода в модуле № 6; $I_0 = 300$ А; $R_{ш} = 0,25$ Ом; б — четырехсекционный модуль серии Б; начало перехода в секции № 1; $I_0 = 335$ А; $R_{ш} = 0,125$ Ом. Верхние кривые — ток соленоида и токи в шунтах; нижние — токи в секциях

Рис. 3. Зависимость «теплоемкости перехода» от температуры

1 — медь [22]; 2, 2' — композитные провода; 3, 3' — обмотка, пропитанная эпоксидной композицией. Штрихом обозначен провод с коэффициентом заполнения по сверхпроводнику 40%; $\rho_{Cu}(300 K) / \rho_{Cu}(4,2 K) = 80$



гося в одной из секций. Напряжение с каждого шунта $V_{шi}$ через блок дифференциальных усилителей [20] подавалось на многоканальные скоростные самописцы типа Н-338. На один из каналов подавался сигнал, пропорциональный полному току через соленоид. Самописцы синхронизировались с помощью отметчика времени, величина усиления каждого канала калибровалась с точностью не хуже 10%. В процессе перехода СПМС в нормальное состояние регистрировались напряжения на каждом шунте и ток в СПМС в зависимости от времени. С помощью запоминающего вольтметра фиксировался начальный ток перехода. Поскольку при последовательном соединении секций ток соленоида $I_{сол} = I_{шi} + I_{ci}$ (см. рис. 1), где $I_{шi} = V_{шi} / R_{шi}$ — ток через i -й шунт, а I_{ci} — ток i -й секции, то из временных зависимостей тока соленоида и токов в шунтах можно получить зависимости тока в каждой секции от времени. Примеры зависимостей $I_{сол}(t)$, $I_{ш}(t)$ и $I_c(t)$ приведены на рис. 2.

При интегрировании зависимостей $I_{ci}^2(t)$ по времени были получены данные о токовой нагрузке («quench load») в каждой секции, которая определяется выражением [21]:

$$Q_i = \int_0^{\infty} j_i^2 dt = j_{0i}^2 \tau_{Qi}, \quad (1)$$

где j_i — плотность тока, текущего по медной матрице; j_{0i} — начальная плотность тока в матрице; τ_{Qi} — характерное время спада тока в секции. При сравнении токовой нагрузки с «теплоемкостью перехода» («quench capacity» [21]) можно оценить максимальную температуру разогрева обмотки в точке зарождения нормальной зоны при условии отсутствия теплоотвода [21, 22].

Теплоемкости перехода композитного провода $q_{пр}$ и обмотки СПМС $q_{обм}$ определяются как

$$q_{пр}(T) = \frac{1}{1-\kappa} \int_{4,2}^T \frac{c_{пр}}{\rho_{Cu}} dT, \quad q_{обм}(T) = \frac{1}{\lambda(1-\kappa)} \int_{4,2}^T \frac{c_{обм}}{\rho_{Cu}} dT, \quad (2)$$

где $c_{пр}$ и $c_{обм}$ — удельные теплоемкости композитного провода и обмотки СПМС с учетом эпоксидного компаунда; ρ_{Cu} — удельное сопротивление матрицы; κ — коэффициент заполнения провода сверхпроводником; λ — коэффициент заполнения обмотки проводом. Расчетные зависимости $q_{пр}(T)$ и $q_{обм}(T)$ для наших магнитов показаны на рис. 3. Там же приведена зависимость $q_{Cu}(T)$ для меди, взятая из работы [22].

Ошибки при измерении токов соленоида и секций лежали в пределах 10—30%. Погрешность измерения времени не превышала 5%, а относительная ошибка при вычислении токовой нагрузки составляла 30—60%.

3. МАКСИМАЛЬНАЯ ТЕМПЕРАТУРА РАЗОГРЕВА

Одним из наиболее важных параметров, определяющих степень защищенности СПМС от последствий перехода в нормальное состояние, является максимальная температура разогрева обмотки, которую можно связать с величиной токовой нагрузки [21—23].

На рис. 4, а представлены экспериментальные данные о токовых нагрузках единичных секций при переходе в нормальное состояние различных секционированных СПМС на основе модулей серий А и Б. При переходе в нормальное состояние токовые нагрузки разных секций соленоида различались. Для каждого перехода секционированного соленоида вычислялось среднее значение токовых нагрузок единичных секций. Эти значения показаны на рис. 4, а в зависимости от полной запасенной энергии соленоида $E_{сол}$. Максимальные и минимальные значения токовых нагрузок секций, наблюдаемых в данном переходе, показаны вертикальными линиями.

Зависимость максимальной температуры разогрева единичной секции от запасенной в СПМС энергии приведена на рис. 4, б. Показаны средние значения температуры и диапазон ее отклонений для различных секций магнита.

Для определения максимальной температуры разогрева обмотки по токовым нагрузкам по формулам (2) необходимо выбрать одну из трех зависимостей «теплоемкости перехода» от температуры, приведенных на рис. 3. Оценка характерного времени диффузии тепла из меди в эпоксидный компаунд по формулам, приведенным в [1], показала, что при температурах ~ 60 К оно превышает характерное время выделения тепла в обмотке. В этом случае температура провода в начальный момент может быть выше температуры компаунда, окружающего провод. Характерное время диффузии тепла из меди в сверхпроводящие жилы на порядок меньше времени выделения тепла в обмотке. Поэтому для оценок максимальной температуры разогрева по токовой нагрузке мы пользовались «теплоемкостью перехода» композитного провода (кривые 2 и 2' на рис. 3) без учета теплоемкости эпоксидного компаунда.

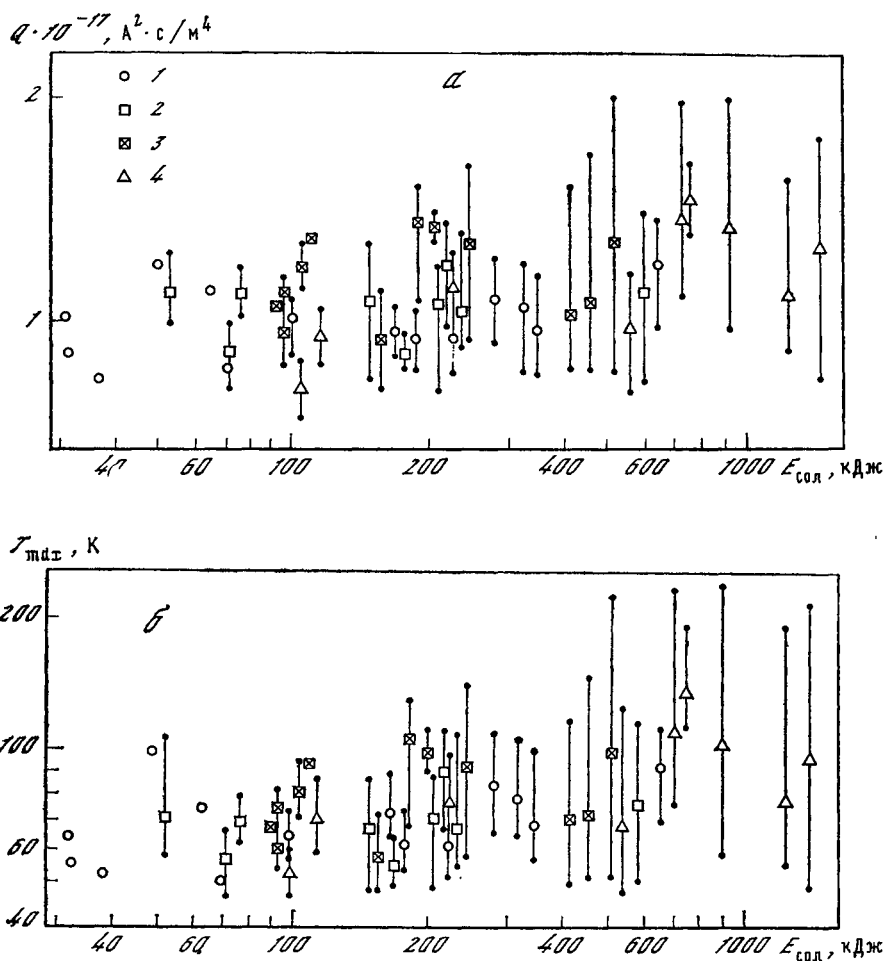
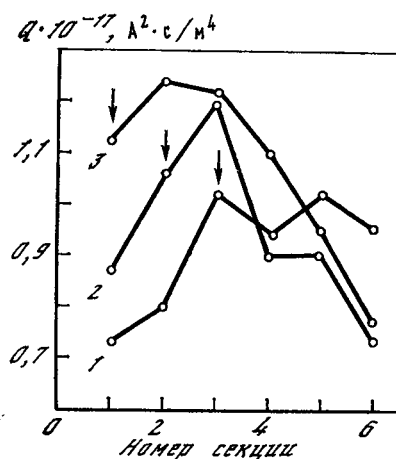


Рис. 4. Токные нагрузки (а) и максимальные температуры разогрева (б) единичных секций в зависимости от полной запасенной энергии соленоида 1, 2 — модули и соленоиды серии А: к. в. 30% (1) и 40% (2); 3 — соленоиды серии А с «разреженной» обмоткой, к. в. 40%; 4 — модули и соленоиды серии В, к. в. 30%

Рис. 5. Распределение токовой нагрузки по обмотке шестимодульных соленоидов серии А

1 — $I_0 = 225$ А, $R_{ш} = 0,5$ Ом; 2 — $I_0 = 280$ А, $R_{ш} = 0,13$ Ом; 3 — $I_0 = 270$ А, $R_{ш} = 0,13$ Ом. Стрелками отмечено начало перехода



На рис. 4 приведены данные о переходах СПМС с коэффициентами индуктивной связи между секциями от 0,6 до 0,96, для различных значений шунтирующих сопротивлений (от 0,06 до 1 Ом). Область малых энергий 30—100 кДж соответствует переходам магнитов, состоящих из одной или двух секций; область энергий от 0,6 до 1,4 МДж — переходам секционированных СПМС с чис

лом секций ≤ 18 для соленоидов серии А и до 30—40 секций для соленоидов серии Б. Видно, что увеличение размеров СПМС и связанное с этим возрастание запасенной энергии в 50 раз не приводит к заметному увеличению токовой нагрузки единичной секции. Среднее значение максимального нагрева обмотки единичной секции лежит в диапазоне от 50 до 110 К и практически не зависит от энергии, запасенной во всем соленоиде.

Неравномерность разогрева секций различна для разных переходов. Примеры распределения токовой нагрузки по секциям в шестимодульных соленоидов серии А показаны на рис. 5. Видно, что распределение максимальной температуры по обмотке секционированного магнита носит сложный характер, наблюдаются даже осцилляции.

Переход в нормальное состояние секционированной СПМС происходит следующим образом. При зарождении нормальной зоны в одной из секций ток из ее обмотки перетекает в шунт. Одновременно происходит нарастание токов в соседних секциях до критического значения. Переход в нормальное состояние этих секций приводит к затуханию в их обмотках и увеличению токов в последующих секциях. Такой процесс развития перехода по секционированной СПМС получил название электромагнитной лавины [14].

Расчет на ЭВМ [14] показал, что при наличии электромагнитной лавины в предположении о «мгновенности» перехода секции в нормальное состояние и для достаточно длинного соленоида в пренебрежении краевыми эффектами происходит равномерный разогрев обмотки секционированного магнита. В исследованных нами соленоидов разные секции разогревались до разных температур (см. рис. 4, б и 5). Такое поведение, возможно, связано с тем, что реальные модули, комплектующие секционированный соленоид, обладают значительным разбросом критических параметров. Поэтому в разных секциях приращение токов до критического значения различны. Перетекание токов в шунты в секционированных СПМС за счет индуктивной связи между секциями приводит к сложному характеру перераспределения магнитной энергии между ними. Отличие начальных токов перехода в разных секциях может привести к неоднородному распределению выделившейся в виде тепла энергии по обмотке соленоида и к различному разогреву секций.

Кроме того, в реальных магнитах из-за конечности скорости распространения нормальной зоны разные точки обмотки нагреваются неодинаково. Измеряемая нами токовая нагрузка Q определяет максимально возможную температуру в секции. Перетекание токов в секциях вызывает локальные изменения магнитного поля со временем. Связанное с этим выделение тепла в обмотке может ускорить заполнение ее нормальной зоной, что приведет к снижению градиентов температур и уменьшению токовой нагрузки Q .

Характер перераспределения и затухания токов в секциях (см. рис. 2) качественно соответствует теоретическим представлениям [14]. Тем не менее абсолютное приращение токов значительно меньше ожидаемых значений. Такое расхождение, вероятно, связано с наличием потерь в композитных проводах и локальными повышениями температуры обмоток секций. Устойчивое развитие электромагнитной лавины в экспериментальных секционированных СПМС наблюдается при начальных токах перехода, больших или равных $0,6 I_K$. Минимальный уровень образования лавины без учета гистерезисных потерь согласно [14] должен быть выше значения $0,7 I_K$.

В секционированных СПМС возможна ситуация, когда в нормальное состояние переходит только часть секций магнита, т. е. электромагнитная лавина отсутствует. Такие переходы соленоидов серии А и Б были воспроизведены в наших экспериментах. Оказалось, что в этом случае разряд соленоида происходит в основном на сопротивлениях, шунтирующих перешедшие в нормальное состояние секции. Это связано с тем, что эффективное сопротивление секций при переходе в нормальное состояние в наших экспериментах в 5—50 раз превышало сопротивление шунтов. Большая часть запасенной в соленоиде энергии выделяется в этих шунтах, в то время как в перешедших секциях выделяется только та энергия, которая была запасена в них самих. Токовые нагрузки перешед-

ших в нормальное состояние единичных секций при таких переходах представлены на рис. 4, а в общей массе результатов и практически не отличаются от токовых нагрузок в условиях стандартного перехода с полным развитием электромагнитной лавины.

В переходах с развитием лавины в результате перетекания токов в шунтах происходит частичная диссипация энергии. Однако относительная доля выделившейся в шунтах энергии мала и составляет для СПМС из модулей А со слабой индуктивной связью («разреженные» обмотки) 10—20%, а для обычных СПМС из модулей А и Б не превышает 1—5% от полной энергии соленоида. Таким образом, шунты не являются поглотителями энергии, а выполняют роль катализатора образования электромагнитной лавины, при которой обеспечивается относительно равномерное выделение энергии по обмотке секционированной СПМС.

На основании проведенных экспериментов можно сделать вывод о том, что разбиение обмотки СПМС на секции и шунтирование их низкоомными сопротивлениями обеспечивает защиту магнита от перегрева при его переходе в нормальное состояние как при наличии, так и при отсутствии электромагнитной лавины.

4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ОБМОТКЕ СЕКЦИОНИРОВАННЫХ СПМС

При переходе СПМС в нормальное состояние в ее обмотке возникает электрическое напряжение. В определенных условиях это напряжение может быть достаточно высоким и привести к пробое изоляции и выходу из строя магнита [2, 13].

Секционирование обмотки с шунтированием секций низкоомными сопротивлениями принципиально меняет характер перехода СПМС в нормальное состояние. Изменяется профиль распределения электрического напряжения вдоль обмотки по сравнению с распределением при переходе несекционированного магнита.

Переход в нормальное состояние секционированной СПМС с шунтами вызывает перераспределение токов в секциях. В тех секциях, где появляется нормальная зона, происходит перетекание тока из обмотки в шунт, на котором появляется напряжение $V_{ш_i} = I_{ш_i} R_{ш_i}$. Одновременно возникают напряжения на шунтах соседних секций из-за индуктивной связи между последними. Их совокупность определяет распределение напряжений на концах обмоток секций. Кроме этого, внутри обмоток единичных секций возникают напряжения, обусловленные как падением напряжения на активном сопротивлении передшей в нормальное состояние части провода, так и индуктивной компонентой, связанной с затуханием тока.

В наших экспериментах величина электрического напряжения на выходных зажимах соленоидов ограничивалась защитными диодами (см. рис. 1) и варьировалась в диапазоне от 0,5 до 10 В. На рис. 6 показаны распределения напряжений на шунтах в разные моменты времени для секционированных СПМС, собранных из модулей серии А и Б. В представленных на рисунках примерах зарождение нормальной зоны происходило в крайней секции соленоида. Видно, что напряжение появляется на шунтах секций, которые первыми перешли в нормальное состояние. Затем напряжение увеличивается по мере распространения нормальной зоны по секциям, проходит через максимум вблизи середины обмотки СПМС и уменьшается вместе со спадом тока. В случае комбинированного (аксиального и радиального) секционирования обмотки (СПМС из модулей серии Б) график напряжения может иметь более сложный характер из-за того, что не соблюдается последовательность перехода секций в нормальное состояние в соответствии с их электрическим соединением. Например, на рис. 6, в видно, что в момент времени $t = 0,2$ с секция № 3 второго модуля уже перешла в нормальное состояние, в то время как секции № 4 первого модуля и № 1 и 2 второго еще находятся в сверхпроводящем состоянии.

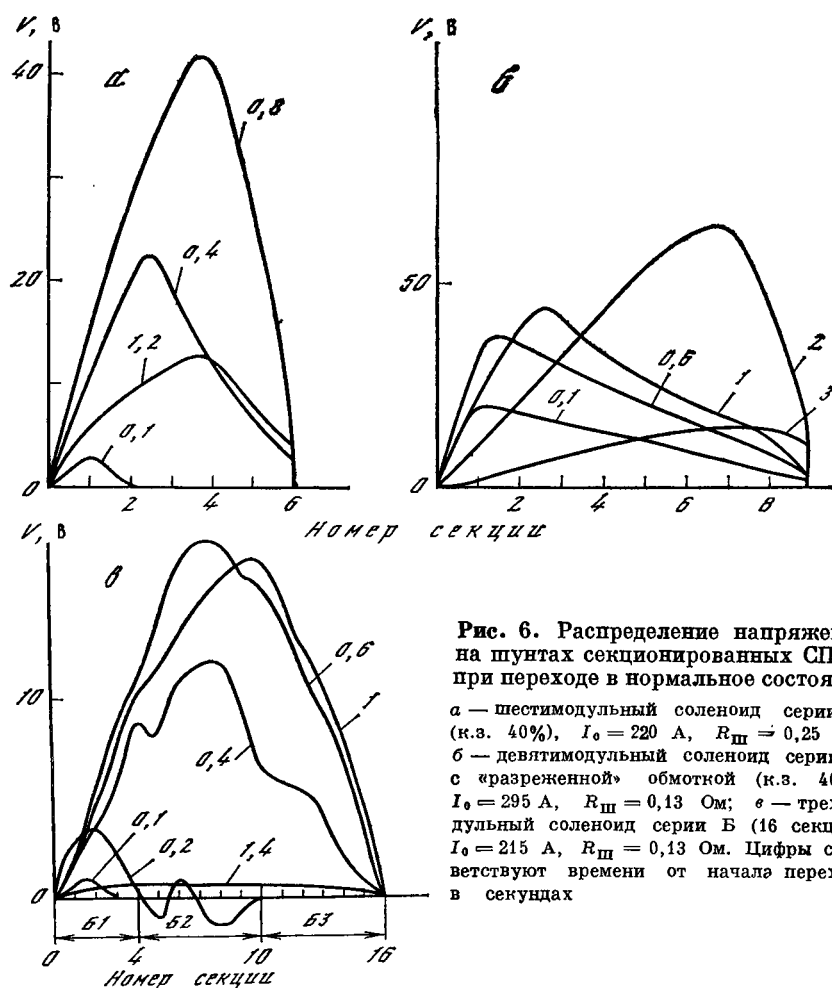


Рис. 6. Распределение напряжения на шунтах секционированных СПМС при переходе в нормальное состояние
 а — шестимодульный соленоид серии А (к.з. 40%), $I_0 = 220$ А, $R_{III} = 0,25$ Ом;
 б — девятимодульный соленоид серии А с «разреженной» обмоткой (к.з. 40%), $I_0 = 295$ А, $R_{III} = 0,13$ Ом;
 в — трехмодульный соленоид серии Б (16 секций), $I_0 = 215$ А, $R_{III} = 0,13$ Ом. Цифры соответствуют времени от начала перехода в секундах

Чтобы выяснить профиль напряжений внутри обмотки единичной секции, были исследованы переходы в нормальное состояние соленоидов серии А при увеличении размеров секции. Для этого одним сопротивлением шунтировались два или более модулей.

На рис. 7, а сплошными линиями показаны распределения напряжений по обмотке, возникающие при переходе в нормальное состояние соленоида из четырех модулей А, зашунтированных попарно. Начало перехода — в модуле № 2. Для этого же перехода на рис. 7, б показаны временные зависимости напряжений на модулях № 2 V_{12} и № 4 V_{34} , а также на шунтах V_{02} и V_{24} .

На рис. 8 продемонстрирован переход в нормальное состояние соленоида из шести модулей А со специальным вариантом шунтирования. Первые три модуля, зашунтированные единым сопротивлением, представляют единичную секцию утроенного размера. Вторая половина соленоида — модули № 4—6 — зашунтированы стандартным способом. Начало перехода — в модуле № 1.

Из рис. 7, а и 8, а видно, что электрические напряжения внутри единичной секции превышают напряжения на ее концах. Истинный профиль напряжений по обмотке секционированной СПМС представляет собой совокупность двух распределений: распределение на шунтах (см. рис. 6) промодулировано внутрисекционным распределением напряжений, аналогичным показанным на рис. 7, а и 8, а.

Влияние шунтирования обмотки на снижение электрических напряжений в местах присоединения шунтов наглядно продемонстрировано на рис. 8, а: величина напряжений на концах модулей левой половины соленоида в 20 раз

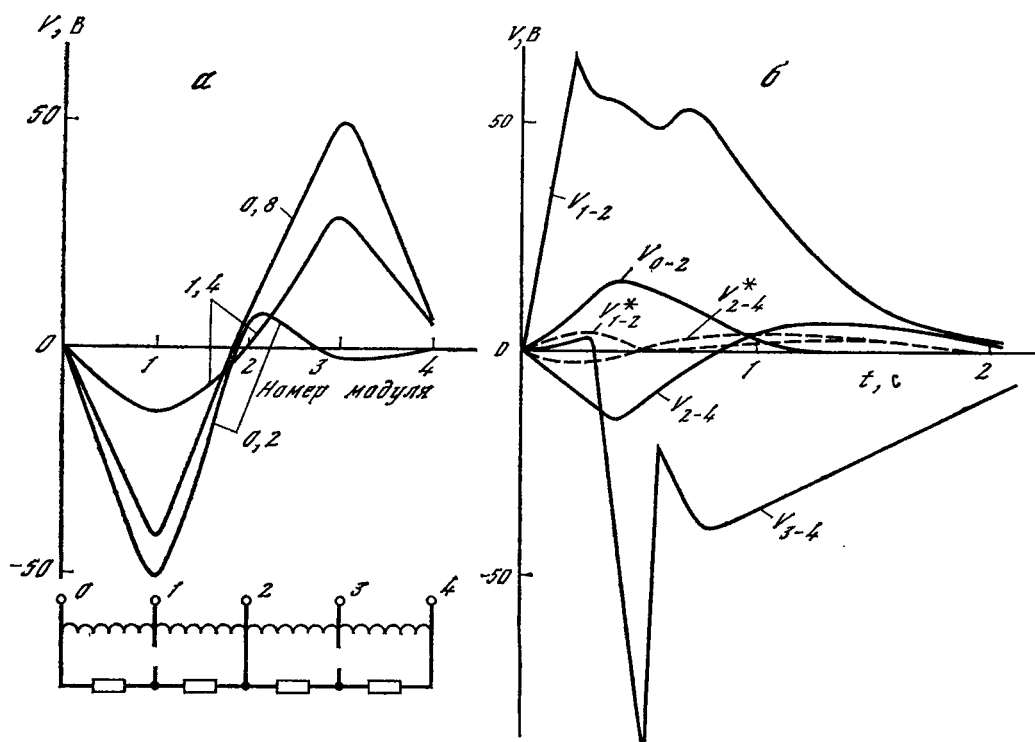


Рис. 7. Электрические напряжения в обмотке секционированного соленоида из четырех модулей А, соединенных попарно

а — распределение напряжений по обмотке. Цифры соответствуют времени от начала перехода в секундах; б — зависимость напряжений в обмотке от времени. V_{1-2} и V_{3-4} — разность потенциалов на концах второго и четвертого модулей; V_{0-2} и V_{2-4} — разность потенциалов на концах первой и второй секций; V_{1-2}^* и V_{3-4}^* — разность потенциалов на концах второго и четвертого модулей при переходе, когда был зашунтирован каждый модуль

превышает напряжения на концах модулей при стандартном варианте шунтирования. Аналогичное уменьшение было зафиксировано для четырехмодульного соленоида. На рис. 7, б штриховой линией показаны зависимости от времени напряжений на втором и четвертом модулях для того же магнита при шунтировании каждого модуля. Видно, что напряжения на втором и четвертом модулях уменьшаются более чем в 10 раз.

Максимальная величина напряжения внутри единичной секции зависит от ее размера. Сравнивая рис. 7, б и 8, б, видно, что увеличение размера секции в 1,5 раза приводит к возрастанию наблюдаемых в обмотке напряжений в 4 раза. На временных зависимостях напряжения внутри обмотки единичной секции следует отметить наличие двух пиков. Амплитуды пиков и их соотношение также зависят от размеров единичной секции.

Для того чтобы объяснить причину возникновения этих пиков, рассмотрим несекционированный соленоид с индуктивностью L_0 и длиной l , замкнутый на нулевое сопротивление. Электрическое напряжение V_x в точке x обмотки соленоида (x — текущая координата, $0 \leq x \leq l$) определяется выражением

$$V_x(t) = L_x dI/dt + R_x(t) I(t), \quad (3)$$

где $I(t)$ — ток через соленоид; $R_x(t)$ — сопротивление части соленоида между координатами 0 и x ; L_x — индуктивность обмотки между точками 0 и x с учетом взаимной индукции с остальной частью соленоида.

Для полного соленоида ($x = l$) можно записать

$$L_0 dI/dt + R_0(t) I(t) = 0, \quad (4)$$

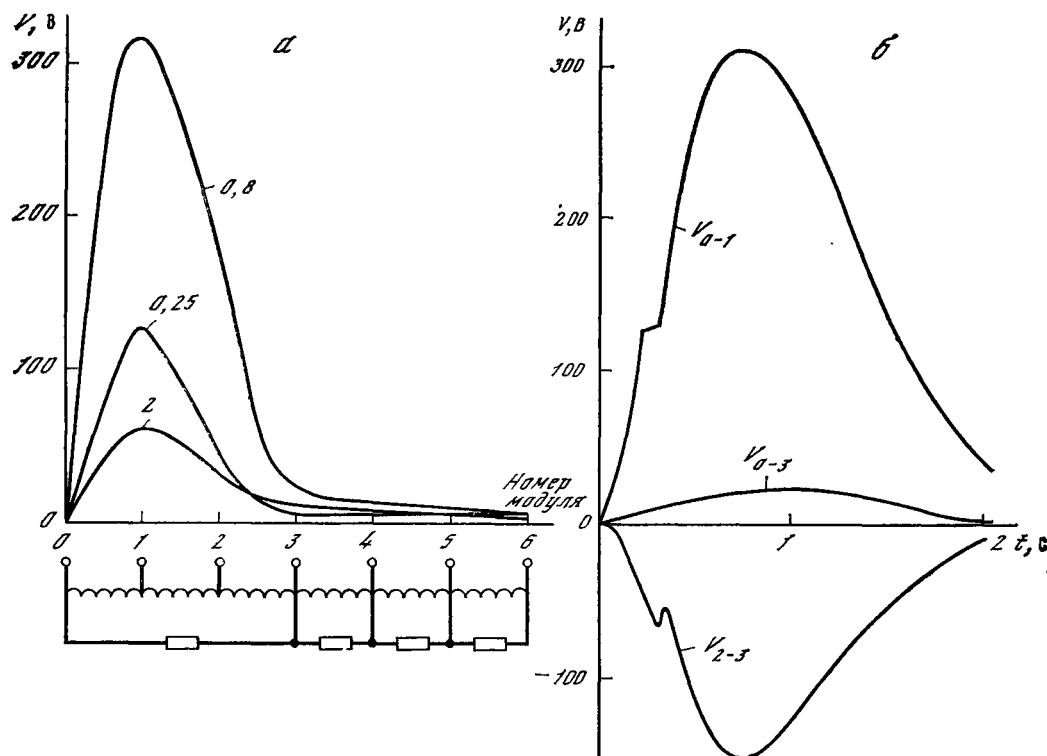


Рис. 8. Электрические напряжения в обмотке секционированного соленоида из шести модулей А со специальным вариантом шунтирования

а — распределение напряжения по обмотке. Цифры соответствуют времени от начала перехода в секундах; б — зависимость напряжений в обмотке от времени. V_{0-1} и V_{2-3} — разность потенциалов на концах первой и третьего модулей; V_{0-3} — разность потенциалов на концах первой секции (трехмодульной)

где $R_0(t)$ — полное сопротивление обмотки соленоида. Из (3) и (4) получаем выражение для $V_x(t)$, справедливое в любой момент времени и для любого закона изменения тока:

$$V_x(t) = I(t) R_0(t) [R_x(t)/R_0(t) - L_x/L_0]. \quad (5)$$

На величину напряжения в точке x существенно влияет выражение, стоящее в квадратных скобках. Отношение L_x/L_0 связано только с геометрией соленоида. Для длинного соленоида, пренебрегая краевыми эффектами, можно считать, что $L_x/L_0 \approx x/l$. Отношение R_x/R_0 зависит от распределения сопротивления по длине соленоида. Если это распределение равномерно, то $R_x/R_0 = x/l$ и $V_x(t) \approx 0$. Такая равномерность может быть получена только в идеальном варианте — мгновенном «включении» сопротивления по всей длине обмотки магнита. Во всех остальных случаях существует неравномерность распределения сопротивления и отличная от нуля величина $V_x(t)$.

Чтобы понять, когда возникает и с чем связана такая неравномерность, рассмотрим идеализированную картину разряда тока при переходе соленоида в нормальное состояние. Переходный процесс можно условно разделить на два этапа. Сначала происходит заполнение обмотки нормальной зоной с характерной скоростью v . На втором этапе происходит затухание тока, разогрев обмотки и связанное с разогревом возрастание $R_0(t)$.

Будем считать, что на первом этапе перехода удельное сопротивление медной матрицы провода не зависит от температуры. Поэтому сопротивления $R_x(t)$ и $R_0(t)$ определяются только объемом перешедшей в нормальное состояние части обмотки. Предполагая, что нормальная зона зародилась в точке $x = 0$, из

(5) получим

$$V_x(t) = I(t) rvt \left(1 - \frac{L_x}{L_0} \right), \quad t \leq t_x = \frac{x}{v};$$

$$V_x(t) = I(t) rvt \left(\frac{x}{vt} - \frac{L_x}{L_0} \right), \quad t_x \leq t \leq t_l = \frac{l}{v},$$
(6)

где r — сопротивление единицы длины обмоточного провода; t_x и t_l — время заполнения нормальной зоной участка x и всего соленоида. В процессе распространения нормальной зоны по обмотке соленоида напряжение в любой точке x возрастает до своего амплитудного значения V_x^* в момент прохождения через эту точку границы раздела сверхпроводящей и нормальной фаз, а затем спадает почти до нуля. Амплитудное значение равно

$$V_x^* = I_0 \exp\left(-\frac{rx^2}{2L_0v}\right) \cdot rx \left(1 - \frac{L_x}{L_0} \right),$$
(7)

где I_0 — начальный ток перехода.

Таким образом, неравномерность распределения сопротивления по длине соленоида, связанная с распространением нормальной зоны по обмотке, приводит к появлению пика электрического напряжения, определяемого выражением (7). Для случая, когда выполняется условие $rl^2/(2L_0v) \ll 1$ (большие скорости v или малые размеры соленоида), абсолютный максимум напряжения будет соответствовать $x \approx l/2$ и составит

$$V_{\max}^* \approx 1/4 I_0 r l = 1/4 I_0 R_0.$$
(8)

Характерное время появления максимума напряжения определяется временем заполнения обмотки нормальной зоной.

Напряжение V_x на втором этапе переходного процесса описывается уравнением (5). Поскольку скорость распространения нормальной зоны конечна, разогрев обмотки к началу второго этапа будет неравномерным. При дальнейшем выделении энергии это приведет к неравномерному распределению R_x по длине соленоида и появлению второго максимума $V_x(t)$, на амплитуду которого влияют не только неравномерность R_x , но и произведение $I(t) R_0(t)$, зависимость которого от времени имеет куполообразный характер [2]. Характерное время появления второго максимума напряжения определяется временем затухания тока в соленоиде.

В реальных СПМС первый и второй этапы перехода тесно переплетены. Соотношение амплитуд первого и второго пиков напряжения зависит от скорости распространения нормальной зоны, размеров магнита, его геометрической формы. Тем не менее рассмотренный выше идеализированный анализ переходного процесса позволяет качественно объяснить наличие двух максимумов на временных зависимостях напряжения внутри секций (см. рис. 7, б и 8, б). Первый максимум связан с прохождением нормальной зоны, второй — с неравномерным разогревом обмотки соленоида.

По мере уменьшения размера секции увеличивается равномерность разогрева обмотки и уменьшается амплитуда второго пика напряжения. Такая тенденция наблюдалась экспериментально, как это видно из рис. 7, б и 8, б. Уменьшение габаритов секции позволяет не только уменьшить абсолютную величину амплитуды второго пика, но и изменить соотношение между амплитудами двух максимумов. Так, в СПМС серии А для единичной секции, соответствующей двум модулям (см. рис. 7, б), амплитуда второго пика напряжения становится меньше амплитуды второго максимума. Такое соотношение должно остаться при дальнейшем уменьшении размера единичной секции, а максимальное напряжение будет определяться первым пиком.

В соответствии с выражением (8) амплитуда первого максимума пропорциональна длине секции. Уменьшение размеров единичной секции приводит к уменьшению электрических напряжений внутри обмотки. В наших СПМС оценка амплитуды первого пика напряжения дает величину 20—50 В.

В экспериментальных соленоидах с запасенной энергией до 1,4 МДж секционирование обмотки с шунтированием секций низкоомными сопротивлениями позволило ограничить электрические напряжения, возникающие при переходе магнита в нормальное состояние, величиной 100—200 В и обеспечить надежную защиту от электрического пробоя.

5. ВЫВОДЫ

Секционирование обмотки СПМС с шунтированием секций низкоомными сопротивлениями служит надежной системой защиты сверхпроводящих магнитов с высокой плотностью тока от чрезмерного разогрева и пробоя изоляции.

Шунтирование создает возможность перераспределения токов между секциями. Шунты не являются поглотителями энергии, а выполняют роль катализатора образования электромагнитной лавины, которая обеспечивает не только ускоренное распространение нормальной зоны, но и относительно равномерное выделение энергии в обмотке магнита. Среднее значение максимального разогрева единичной секции составляет 100 К и практически не зависит от энергии, запасенной во всем соленоиде¹. Существующие отклонения от равномерности невелики, а максимальный разогрев в соленоидах с запасенной энергией до 1,4 МДж не превышает 200 К.

В секционированных СПМС с коэффициентом индуктивной связи между секциями в диапазоне от 0,6 до 0,96 устойчивое развитие электромагнитной лавины наблюдается при начальных токах перехода $\geq 0,6 I_k$. При меньших значениях начального тока перехода электромагнитная лавина отсутствует. В этих условиях разряд тока происходит через низкоомные шунты, подключенные к перешедшим в нормальное состояние секциям. Запасенная в соленоиде энергия выделяется в основном в этих шунтах, а в перешедших секциях выделяется только та энергия, которая была запасена в них самих. Максимальный разогрев перешедших в нормальное состояние секций при таких переходах практически не отличается от разогрева в условиях перехода с полным развитием электромагнитной лавины.

Секционирование меняет характер перехода СПМС в нормальное состояние. Изменяется профиль распределения электрического напряжения в обмотке по сравнению с распределением при переходе несекционированного магнита. Абсолютный максимум напряжения может быть уменьшен в десятки и более раз. Внутри обмотки единичной секции в процессе перехода существует два пика напряжения, первый из которых связан с прохождением границы раздела нормальной и сверхпроводящей фаз, а второй пик определяется неравномерным разогревом обмотки. Уменьшение размеров секции позволяет одновременно уменьшить амплитуду обоих пиков. Максимальные электрические напряжения, возникающие при переходе экспериментальных соленоидов с запасенной энергией до 1,4 МДж, не превышали 200 В.

В работе [8] из соображений допустимого разогрева и безопасного электрического напряжения была обоснована необходимость снижения плотности тока при увеличении в магните запасенной энергии. Надежность работы СПМС гарантировалась при выполнении соотношения $Ej^2 \lesssim 10^{23} \text{ Дж} \cdot \text{А}^2/\text{м}^4$, где E — запасенная энергия, j — плотность тока в медной матрице. Наши экспериментальные соленоиды устойчиво работали и выдерживали многократные переходы в нормальное состояние при значениях параметра Ej^2 вплоть до величины $2,2 \cdot 10^{23} \text{ Дж} \cdot \text{А}^2/\text{м}^4$. Принимая во внимание большой запас по температуре разогрева и электрическим напряжениям, а также учитывая возможность варьирования размерами секций и величиной шунтирующих сопротивлений, можно надеяться, что система защиты с помощью секционирования обмотки и шунтирования секций низкоомными сопротивлениями обеспечит безаварийную рабо-

¹ В наших опытах максимальная плотность запасенной энергии ϵ ($\epsilon = E_{\text{сол}}/V$, где V — объем провода) составил $\sim 100 \text{ Дж}/\text{см}^3$.

ту крупных СПМС с высокой плотностью тока и с запасенной энергией до десятков и сотен МДж.

В заключение авторы считают приятным долгом выразить благодарность Б. М. Вулу за внимание к работе, А. И. Русинову за плодотворные обсуждения результатов работы, О. А. Клешиной и Н. В. Криволицкой за помощь при расчетах на ЭВМ, Г. И. Агапову, В. А. Мальгинову, В. В. Матохину, М. В. Сидорову и В. Н. Цихону за помощь при подготовке и проведении экспериментов.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Брезна Г. Сверхпроводящие магнитные системы. М.: Мир, 1976. 704 с.
2. Зенкевич В. Б., Сычев В. В. Магнитные системы на сверхпроводниках. М.: Наука, 1972. 260 с.
3. Карасик В. Р., Криволицкая Н. В. К вопросу о достижении предела механической и тепловой прочности в сверхпроводящих соленоидах с высокой плотностью тока.— *Наст. сб.*
4. Smith P. F. Protection of superconducting coils.— *Rev. Sci. Instrum.*, 1963, vol. 34, N 4, p. 368—373.
5. Hart H. R. US Pat. N 3466504, 1969.
6. Wilson M. N. Large superconducting magnets for new energy technologies.— *Adv. Cryog. Eng.*, 1978, vol. 24, p. 1—17.
7. Green M. A. Large diameter thin superconducting solenoid magnet.— *Cryogenics*, 1977, vol. 17, N 1, p. 17—23.
8. Eberhard P. H., Alsjon-Garnjost M., Green M. A. et al. Quenches in large superconducting magnets.— In: *Proc. 6th Intern. Conf. Magn. Technology: MT-6. Br.: ALFA*, 1977, p. 654—657.
9. McIntruff A. D., Bleser E., Dahl P. F. et al. BNL superconducting storage ring magnet update.— *IEEE Trans. Magn.*, 1979, vol. Mag-15, N 1, p. 654—657.
10. McIntruff A. D., Bleser E., Brown D. et al. The design, construction and operation update of Isabelle ring magnets.— *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1979, vol. NS-26, p. 3899—3902.
11. Stiening R., Flora R., Lauckner R., Tool G. A superconductor synchrotron power supply and quench protection scheme.— *IEEE Trans. Magn.*, 1979, vol. Mag-15, N 1, p. 670—672.
12. Cox B., Dillemann T., Gabrincius P. H. Design, fabrication and performance of low current superconducting beam line dipole.— *IEEE Trans. Magn.*, 1979, vol. Mag-15, N 1, p. 126—127.
13. Wilson M. N. Superconducting magnets. Oxford: Univ. press, 1982. 325 p.
14. Карасик В. Р., Криволицкая Н. В., Русинов А. И. Анализ электромагнитных процессов в секционированном сверхпроводящем соленоиде.— *Тр. ФИАН*, 1980, т. 121, с. 52—75.
15. Atherton D. L. Theoretical treatment of internal shunt protection for superconducting magnets.— *J. Phys. E.: Sci. Instrum.*, 1974, vol. 4, p. 653—659.
16. Eckert D., Gladun A., Möbius A., Verges P. Numerical treatment of the quenching process in superconducting magnet systems.— *Cryogenics*, 1981, vol. 21, N 6, p. 367—371.
17. Андрианов В. В., Париж М. Б., Копылов С. И. Сверхпроводящие обмотки с параллельно соединенными секциями: Препр. ИВТАН № 4-070. М., 1981. 52 с.
18. Eckert D., Frenzel C., Gladun A. et al. A 12 T 80 mm bore superconductor V₃Ga—Nb—Ti magnet system.— *Cryogenics*, 1982, vol. 22, N 4, p. 184—187.
19. Turowski P. The inductive quench propagation in a Nb—Ti magnet as a dominating effect for the transient current distribution in a Nb—Ti—Nb₃Sn hybrid magnet.— *IEEE Trans. Magn.*, 1979, vol. Mag-15, N 1, p. 864—867.
20. Агапов Г. И., Высоцкий В. С., Гаранов С. А. и др. Стенд для исследований сверхпроводящих устройств.— *Наст. сб.*
21. Flora R. H., Kuchnir M., Tollestrup A. V. Quench development in magnets made with multifilament Nb—Ti cable.— *IEEE Trans. Magn.*, 1977, vol. Mag-13, p. 28—30.
22. Maddock B. J., James G. B. Protection and stabilization of large superconducting coils.— *Proc. Inst. Elec. Eng.*, 1968, vol. 115, p. 543—548.
23. Imenitov A. B., Klimenko E. Yu., Kozitsyn V. E. et al. Measurement of the stability of over-heated superconducting niobium-titanium wires.— *Cryogenics*, 1981, vol. 21, N 1, p. 56—58.

В. А. МАЛЬГИНОВ, В. В. МАТОХИН, В. Р. КАРАСИК,
А. А. КОНЮХОВ

КИНЕТИКА ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ ПРИ ПЕРЕХОДЕ В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Важными задачами, которые приходится решать при создании сверхпроводящих магнитных систем (СПМС) с высокой плотностью тока, являются стабилизация против тепловых возмущений различной природы и защита обмотки от перегрева и электрического пробоя. В настоящей работе исследовалась стабильность магнита по отношению к локальным тепловыделениям при различных уровнях тока и кинетика разрушения сверхпроводящего состояния в обмотке СПМС. С помощью встроенных термопар и методики стимулированных переходов проведено изучение распространения нормальной зоны в радиальном и тангенциальном направлениях, измерены характерные скорости и температурные профили максимального разогрева обмотки для различных уровней запасенной энергии.

2. МЕТОДИКА

На установке для намотки сверхпроводящих магнитов, описанной в [1], был изготовлен соленоид ($\alpha = a_2/a_1 = 1,12$; $\beta = b/a_1 = 0,1$), схематически изображенный на рис. 1. В качестве обмоточного провода использовался многожильный композит на основе сплава Nb—Ti в медной матрице, коэффициент заполнения по сверхпроводнику $\lambda = 0,3$. Обмотка замонтирована эпоксидным компаундом.

Обмотка имела шесть радиальных секций, соединенных последовательно. При проведении экспериментов применялись два варианта шунтирования внешними сопротивлениями: «одномодульный» (все секции шунтированы одним общим защитным диодом, ограничивающим напряжение на магните при его переходе в нормальное состояние величиной 0,5 В) и «секционированный» (дополнительное шунтирование каждой из секций сопротивлением 0,35 Ом).

Для измерения локальных температур и реализации стимулированных переходов в процессе намотки соленоида в его обмотку были внедрены нагреватели и термопары [1], расположение которых показано на рис. 1. Стимулированный перевод соленоида в нормальное состояние с различных уровней тока осуществлялся с помощью подачи импульса напряжения на один из нагревателей. При этом фиксировались амплитуда и длительность импульса, а также регистрировались временные зависимости ЭДС термопар и потенциальных напряжений на шунтах. Описание экспериментальной установки и измерительные схемы представлены в работе [1].

Термопары, расположенные в непосредственном тепловом контакте с проводом, можно использовать не только для измерения абсолютного значения локальной температуры, но и в качестве индикатора прохождения границы раздела нормальной и сверхпроводящей фаз. В момент появления около термопары нормальной зоны мы регистрируем появление сигнала, связанного с джоулевыми тепловыделениями. Этот момент времени определим как время «срабатывания» термопары. Зная времена «срабатывания» и расстояние между термопарами, можно вычислить среднюю скорость распространения нормальной зоны на выбранном участке.

Для определения тангенциальной скорости использовались термопары Т1 и Т2 (см. рис. 1). Распространение нормальной зоны в радиальном направлении изучалось с помощью серии термопар Т3, Т4, Т8, Т9 и Т10.

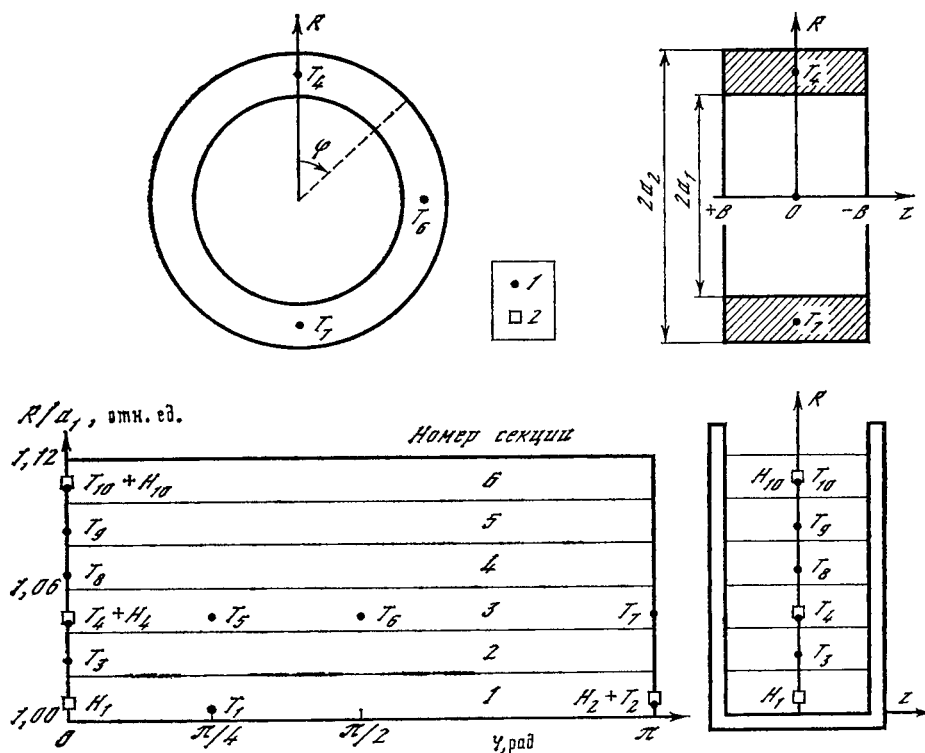


Рис. 1. Экспериментальный соленоид. Схема расположения в обмотке нагревателей и термопар
 1 — термопара T ; 2 — нагреватель H

3. КОЛИЧЕСТВО ЭНЕРГИИ, ПЕРЕВОДЯЩЕЕ МАГНИТ В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

Стабильная работа магнита определяется устойчивостью к локальным флуктуациям температуры обмотки. На это указывает тот факт, что компаундированные системы, изготовленные из многожильного композитного провода с высокоомной (медно-никелевой) матрицей, имеют большую степень деградации, чем аналогичные обмотки из провода с низкоомной (медной) матрицей [2]. Ясно, что сопротивление и теплопроводность матрицы играют существенную роль именно для локальных температурных нарушений.

В ряде работ [3—7] проводилось изучение устойчивости различных СПМС по отношению к локализованным импульсам магнитного поля и тепла. После выделения энергии образуется некоторая разогретая область, имеющая определенный профиль температуры. С одной стороны, в образовавшейся нормальной зоне выделяющееся джоулево тепло стремится увеличить размер зоны, что может привести к ее распространению и переходу всей обмотки СПМС в нормальное состояние. С другой стороны, тепло отводится в окружающую среду, этот процесс может привести к рассасыванию зародыша нормальной зоны и возвращению обмотки магнита в исходное сверхпроводящее состояние.

В работе [8] приведена формула Випфа, по которой можно рассчитать критический размер зародыша для случая изотропной по теплопроводности среды;

$$r_k = [3\kappa (T_c - T_0) / j^2 \rho]^{1/2}, \quad (1)$$

где r_k в м, κ — теплопроводность среды в Вт/м·К; T_0 — температура ванны в К; T_c — критическая температура в К; j — плотность тока в А/м²; ρ — удельное сопротивление в Ом·м.

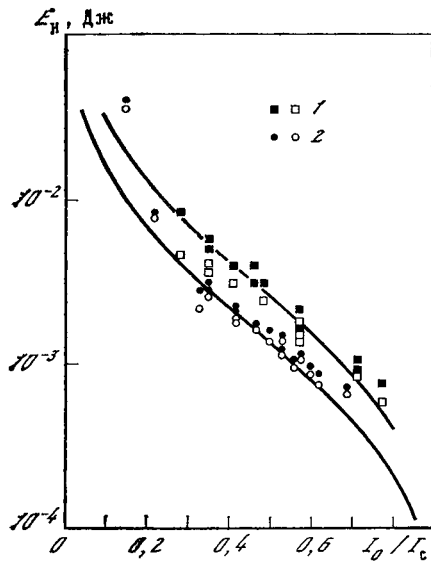


Рис. 2. Зависимость энергии импульса, инициирующего переход, от тока через соленоид

1 — $\tau_{\text{имп}} = 10$ мс; 2 — $\tau_{\text{имп}} = 0,25 \div 4$ мс

Для создания критического профиля температур [7] в области с характерными размерами порядка r_k необходима определенная энергия, которая может быть выделена в нагревателе импульсами, различными по амплитуде и протяженности в пространстве.

Для подачи в обмотку соленоида тепловых импульсов в четырех ее точках на композитный провод бифилярно наматывалась константановая проволока на участке 10 мм, что превышает критический размер r_k для токов, больших 100 А ($r_k \approx 5$ мм). Сопротивление нагревателей составляло $R_H = 18$ Ом при температуре 4,2 К. В ходе эксперимента на нагреватели подавались прямоугольные импульсы напряжения длительностью $\tau = 0,25; 1,0; 4,0; 10,0$ мс и амплитудой от 1 до 50 В.

Данные, полученные для нагревателей Н1, Н4 и Н10 (см. рис. 1), представлены на рис. 2. Значения критического тока I_c корректировались с учетом магнитного поля в точке расположения нагревателя и рассчитывались по формуле

$$\frac{H}{H_{c0}} + I/I_{c0} = 1 - T_0/T_{c0}, \quad (2)$$

где H_{c0}, I_{c0}, T_{c0} — максимальные критические параметры провода; $T_0 = 4,2$ К; H — поле в данной точке обмотки магнита.

Экспериментальные данные, приведенные на рис. 2, разбиваются на две группы, связанные с длительностью переводящего импульса: $\tau = 0,25; 1,0; 4,0$ мс (нижняя группа) и $\tau = 10$ мс (верхняя группа). Видно, что при импульсах длительностью 10 мс требуется больше энергии, чтобы перевести магнит в нормальное состояние.

Для оценки критической энергии перевода в нормальное состояние можно использовать формулу, выведенную в [9] для адиабатического одномерного случая:

$$E_c = k (I/I_c^2(H))^{-1} (1 - I/I_c^2(H))^{1/2} \quad (3)$$

(E_c в мДж). Эта полуэмпирическая формула хорошо работает в области токов $(0,35 \div 0,8) I/I_c$. Значения коэффициентов k , найденные по методу наименьших квадратов, равны: k ($\tau = 10$ мс) = 3,6 мДж; k ($\tau \leq 4$ мс) = 1,9 мДж.

Увеличение стабильности магнита по отношению к низкочастотным локальным возмущениям (увеличение коэффициента k) объясняется тем, что при $\tau \geq 10$ мс начинает эффективно работать теплоотток в окружающую композитный провод среду. Таким образом, одним из путей повышения стабильности магнита по отношению к тепловым возмущениям является повышение эффективной теплопроводности обмотки.

4. РАСПРОСТРАНЕНИЕ НОРМАЛЬНОЙ ЗОНЫ В ОБМОТКЕ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО МАГНИТА

Конструкция магнита с высокой плотностью тока должна обеспечивать максимально быстрое заполнение обмотки нормальной зоной после начала перехода. Чем быстрее идет такой процесс, тем равномернее происходит разогрев и уменьшается опасность локальных перегревов. С точки зрения защиты от высоких напряжений, приводящих к электрическому пробое, такая ситуация также является благоприятной.

Знание величин скоростей распространения нормальной зоны позволяет судить о степени защищенности сверхпроводящего магнита от неравномерного разогрева и электрического пробоя во время его перехода в нормальное состояние.

Тангенциальное направление. Учитывая сильную анизотропию теплопроводности обмотки, процесс распространения границы раздела фаз вдоль провода можно описать одномерным уравнением. В работах [10, 11] была рассчитана скорость движения границы для адиабатического случая. При этом теплоемкость c , теплопроводность κ и удельное сопротивление ρ считались не зависящими от температуры. Выражение для скорости v (в м/с) имеет вид

$$v = \frac{j}{c} \left(\frac{\kappa \rho}{T_c - T_0} \right)^{1/2}, \quad (4)$$

где j — плотность тока в А/м²; T_c — критическая температура в К; T_0 — температура окружающей среды в К.

В работе [12] получено выражение для скорости при произвольной температурной зависимости c , κ и ρ . Решение уравнения теплопроводности для случая $c \sim T^3$, $\kappa \sim T$ приведено в работе [13], в которой показано, что учет температурной зависимости теплоемкости и теплопроводности дает поправку не более 12% к значению скорости, рассчитанной на основе выводов линейной теории (4).

В ходе наших экспериментов измерена скорость движения границы раздела зон вдоль провода на участке между термопарами Т1 и Т2, расположенными в центральной плоскости соленоида на втором слое обмотки. Перевод магнита в нормальное состояние производился нагревателем Н1 (см. рис. 1). Экспериментальные значения скорости в зависимости от начального уровня тока для двух вариантов секционирования приведены на рис. 3. В одномодульном варианте уровень начального тока практически не изменяется за время прохождения нормальной зоны между измерительными термопарами. В случае секционированного варианта к моменту срабатывания второй термопары ток в первой секции уменьшается на величину $\lesssim 8\%$. Учет этого эффекта сделан на рис. 3. Видно, что откорректированные по току значения тангенциальной скорости для обоих вариантов магнита находятся в хорошем соответствии.

Анизотропия обмотки, связанная с высокой теплопроводностью вдоль витка и малым теплоотводом в окружающий провод компаунд, позволяет сравнить полученные результаты с выводами линейной адиабатической одномерной задачи. При сравнении мы учитывали в расчете изменение теплоемкости с температурой введением средней удельной теплоемкости [13]:

$$\bar{c} = \frac{\Delta W}{T_c - T_0} = \frac{W(T_c) - W(T_0)}{T_c - T_0}, \quad (5)$$

где \bar{c} в Дж/кг·К, $\Delta W = \int_{T_0}^{T_c} c(T) dT$ — теплосодержание композитного провода в Дж/кг. Значения c брались из работы [14]. Кроме того, учитывалась в линейном приближении зависимость критической температуры от магнитного поля и транспортного тока:

$$T_c = T_{c0} [1 - (H/H_{c0} + I/I_{c0})]. \quad (6)$$

В силу цилиндрической симметрии магнита поле H , а значит, и T_c вдоль витка остаются постоянными. И, наконец, мы учитывали зависимость сопротивления медной матрицы ρ_m (в Ом·м) [15] от магнитного поля:

$$\rho_m = \rho_0 (1 + H/H_0). \quad (7)$$

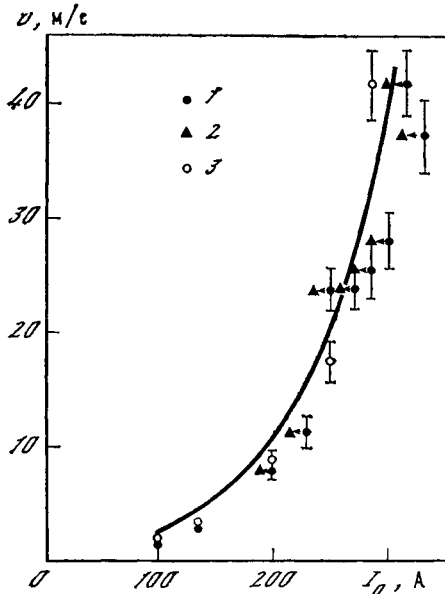
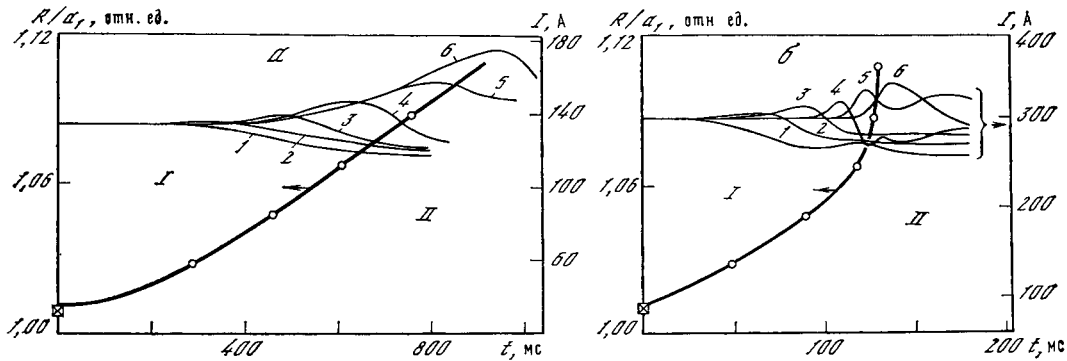


Рис. 3. Зависимость скорости распространения нормальной зоны вдоль провода от начального тока в магните

1 — секционированный вариант подключения шунтов; 2 — откорректированные по току значения скорости для секционированного варианта; 3 — одномодульный вариант. Сплошная линия — теоретическая кривая (8)

Рис. 4. Фазовая диаграмма распространения нормальной зоны в магните при секционированном варианте включения и зависимость тока в секциях от времени α — начальный ток $I_0 = 135$ А; β — $I_0 = 300$ А. I — сверхпроводящая область; II — нормальная. Цифры у кривых — номера секций



С учетом (5) и (6) формула (4) для оценки тангенциальной скорости движения нормальной зоны вдоль витка приобретает вид

$$v_{\varphi} = \frac{I \sqrt{\kappa_{\text{M}}^0 \rho_{\text{M}}}}{s \Delta W} \left\{ (T_{\text{c}0} - T_0) \left[1 - \frac{T_{\text{c}0}}{T_{\text{c}0} - T_0} \left(\frac{H}{H_{\text{c}0}} + \frac{I}{I_{\text{c}0}} \right) \right] \right\}^{1/2}, \quad (8)$$

где s — площадь поперечного сечения провода в м^2 .

Кривая зависимости тангенциальной скорости, рассчитанная по формуле (8), и экспериментальные данные по измерению этой скорости представлены на рис. 3. Незначительные отличия экспериментальных данных от теоретических значений дают основание использовать в дальнейшем формулу (8) для оценки скоростей движения нормальной зоны вдоль витка обмотки в компаундированных сверхпроводящих магнитах с высокой плотностью тока.

Радиальное направление. Трехмерное распространение нормальной зоны в обмотке сверхпроводящего соленоида впервые рассмотрел Стекли [16]. Нормальная область аппроксимировалась эллипсоидом, расширяющимся в пространстве со скоростями v_{φ} , v_R и v_z . При этом предполагалось постоянство отношений v_R/v_{φ} и v_z/v_{φ} . Заполнение обмотки нормальной зоной носит ярко выраженный анизотропный характер, связанный со значительным отличием (в 10^2 и более раз) теплопроводности вдоль провода и перпендикулярно к нему. Выражения для v_R и v_z аналогичны формуле (4) с заменой κ на значение теплопроводности обмотки в соответствующем направлении. Скорость движения нормальной

зоны в радиальном направлении должна определяться выражением

$$v_R = \frac{i}{c} \left(\frac{\kappa_R \rho_M}{T_c - T_0} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

где v_R в м/с, κ_R — теплопроводность обмотки в радиальном направлении в Вт/м·К.

Измерение радиальной скорости проводилось с помощью термопар Т3, Т4, Т8, Т9 и Т10 (см. рис. 1). Стимулированные переводы магнита осуществлялись нагревателем Н1 на разных уровнях тока в диапазоне от 100 до 330 А.

На рис. 4 показан характер продвижения нормальной зоны в радиальном направлении для секционированного варианта включения и уровней тока 135 и 300 А. Точки на графиках соответствуют времени срабатывания различных термопар, а линия, соединяющая эти точки, является линией раздела сверхпроводящей и нормальной фаз обмотки магнита. Область, лежащая ниже фазовой линии, находится в нормальном состоянии, а область выше ее — в сверхпроводящем. Тангенс угла наклона фазовой линии равен скорости движения нормальной зоны в радиальном направлении v_R . Нулевое время на фазовых диаграммах соответствует времени подачи импульса напряжения на нагреватель Н1.

Введенное определение v_R несколько более сложное, чем обычно принятое для скорости. Это связано с тем, что мы определяем по фазовым диаграммам скорость заполнения нормальной зоной участка между двумя термопарами. В случае наличия единственного источника тепла радиальная скорость может рассматриваться как скорость движения границы раздела нормальной и сверхпроводящей фаз. Если же на выбранный участок приходит тепловой фронт от нескольких источников тепла, зародившихся в обмотке (см. далее), то разность времен срабатывания термопар может быть равной нулю или даже отрицательной. Расчет скоростей в этом случае дает бесконечные или отрицательные значения.

Анализ времен срабатывания термопар, расположенных в радиальном направлении, для одномодульного варианта включения при начальных токах перехода, не превышающих 250 А, показывает, что фазовые диаграммы имеют линейный характер. Это означает, что распространение нормальной зоны идет с постоянной скоростью.

Этот факт, однако, находится в противоречии с формулой (9), из которой следует, что при движении по радиальному направлению скорость должна меняться в соответствии с изменением T_c , зависящей от магнитного поля, т. е. по мере продвижения нормальной зоны в глубь обмотки в область малых магнитных полей и, следовательно, более высоких значений T_c радиальная скорость должна уменьшаться. При приближении к наружным слоям обмотки v_R будет возрастать. Фазовая диаграмма должна иметь в таком случае нелинейный характер. Такое расхождение можно объяснить тем, что для исследованного диапазона токов измерительные термопары расположены в области относительно малых (<1 Т) магнитных полей. Поскольку в этом случае изменение T_c по радиусу $\Delta T_c \ll T_c - T_0$, то и изменения v_R малы.

Если предположение о слабом влиянии изменения T_c на радиальную скорость верно, то из (9) следует, что v_R должна быть строго пропорциональна плотности тока. На рис. 5 приведена экспериментальная зависимость скорости движения нормальной зоны в радиальном направлении от начального тока перехода. Возрастание скорости с током по закону, близкому к линейному, происходит до токов 250 А. На уровне начального тока перехода 285 А намечается тенденция к более резкому росту. Одновременно с этим фазовая диаграмма перехода соленоида при токе 285 А имеет небольшое отклонение от линейности, качественно согласующееся с изменением T_c по радиальному направлению. Не исключено, что при дальнейшем увеличении начального тока перехода влияние изменения критической температуры на радиальную скорость будет обнаружено.

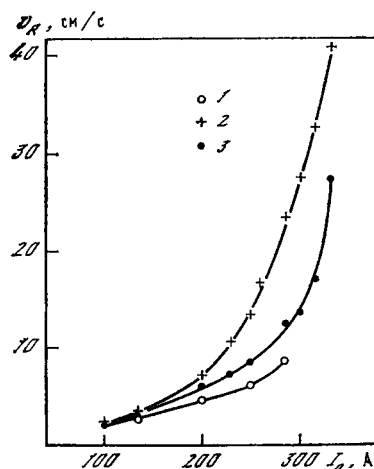


Рис. 5. Зависимость радиальной скорости распространения нормальной зоны от начального тока перехода

- 1 — средняя скорость в одномодульном варианте;
- 2 — средняя скорость в секционированном варианте;
- 3 — средняя скорость между термопарами Т3 и Т4, расположенными во второй и третьей секциях, в секционированном варианте

«взрывной» характер. Промежуточный случай ($I = 300$ А) представлен на рис. 4, б. Фазовая диаграмма нелинейна: существует ускорение распространения нормальной зоны в радиальном направлении. Такое ускорение наблюдается в пятой секции при токах $I \geq 200$ А, а во второй — при $I = 330$ А.

Для секционированного варианта включения магнита зависимости от начального тока перехода скорости заполнения обмотки нормальной зоной в радиальном направлении приведены на рис. 5. Видно, что средняя скорость прохождения нормальной зоны в начальной стадии перехода (термопары Т4 и Т5) меньше, чем средняя скорость прохождения всей обмотки (Т4 и Т10). Такое отличие связано с существованием наведенных токов. Тем не менее нельзя объяснить наблюдаемое увеличение радиальной скорости только за счет абсолютного прироста тока в секциях и связанного с этим увеличения джоулевых тепловыделений $j^2 r$. Для объяснения экспериментальных результатов следует привлечь дополнительный механизм, приводящий к подогреву обмотки магнита [18].

Процесс распространения нормальной зоны в обмотке секционированного варианта магнита можно представить в виде расширяющегося эллипсоида [16] только в первоначальный момент. В дальнейшем благодаря индуктивно наводимым в секциях токам и связанным с ними локальным изменениям магнитного поля происходит подогрев отдельных областей обмотки [18] с последующим переходом их в нормальное состояние. Таким образом, в дополнение к расширяющемуся эллипсоиду существуют и возникают новые зародышевые области нормальной фазы. При этом место зарождения нормальной зоны не обязательно находится в сечении, где установлен инициирующий переход нагревателя. Доказательством этого служит тот факт, что «срабатывание» некоторых термопар происходит позже, чем начинается затухание тока данной секции. Это иллюстрируется на рис. 4, б (см. Т8 и Т9 в секциях 4 и 5).

Секционированное включение магнита вносит принципиальные изменения в характер распространения нормальной зоны. На рис. 4 показаны экспериментальные временные зависимости токов в отдельных секциях для начальной стадии разряда магнита при его переходе в нормальное состояние. Теоретический анализ электромагнитных процессов, происходящих в секционированном соленоиде, проведен в работе [17]. При зарождении нормальной зоны в первой секции ток в ней начинает затухать. Одновременно с этим ток во второй секции возрастает до тех пор, пока распространяющаяся по обмотке магнита нормальная зона не достигнет границы секции. Появление нормальной зоны во второй секции приводит к затуханию тока в ней и нарастанию тока в следующей, третьей. Такой процесс распространения нормальной зоны характерен для малых токов и представлен на рис. 4, а ($I = 135$ А). Здесь фазовая диаграмма близка к линейной. Следует отметить, что сначала «срабатывает» термопара в секции, а затем начинается затухание тока в этой же секции. Распространение нормальной зоны по радиусу определяется движением теплового фронта по радиальному направлению и аналогично процессу в одномодульном варианте магнита.

При токах, близких к критическому, процесс распространения нормальной зоны при шестисекционном варианте шунтирования магнита носит

5. ТЕМПЕРАТУРА РАЗОГРЕВА ОБМОТКИ МАГНИТА ПОСЛЕ ЕГО ПЕРЕХОДА В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

Измерение максимальной температуры нагрева обмотки магнита проводилось после спада тока до нуля. Ошибка в измерениях температуры не превышала 10%.

Распределение температуры по обмотке носит сложный характер и определяется как джоулевыми тепловыделениями, так и отводом тепла в жидкий гелий. Распределение температуры зависит также от места зарождения нормальной зоны и от варианта включения секций магнита.

Зависимость максимальной температуры различных точек обмотки от тока при переводе одномодульного варианта включения магнита нагревателем Н1 приведена на рис. 6, а. Температура в третьей секции достигает 100 К. По мере удаления от центральных секций температура понижается, и максимальный ее перепад вдоль радиуса магнита составляет 50 К.

Секционирование магнита приводит к существенному изменению распределения температуры в обмотке. По мере увеличения начального тока перехода монотонность роста максимальной температуры разогрева в одном и том же месте нарушается. Пример таких осцилляций для трех точек обмотки представлен на рис. 6, б. Для проверки воспроизводимости экспериментальных результатов были проведены дополнительные переводы на двух уровнях тока. При токе 135 А профиль температур в обмотке воспроизводился с точностью до 2 К. При токе 285 А воспроизводилась температура нагрева только в первой секции. В остальных же секциях разброс по температуре доходил до 12 К.

Этот факт можно объяснить тем, что в реальном магните существует сеть «слабых» мест, в которых может происходить зарождение нормальной зоны. По мере увеличения начального тока перехода порядок зарождения нормальной фазы в этих местах меняется. Это может привести к нарушению монотонного

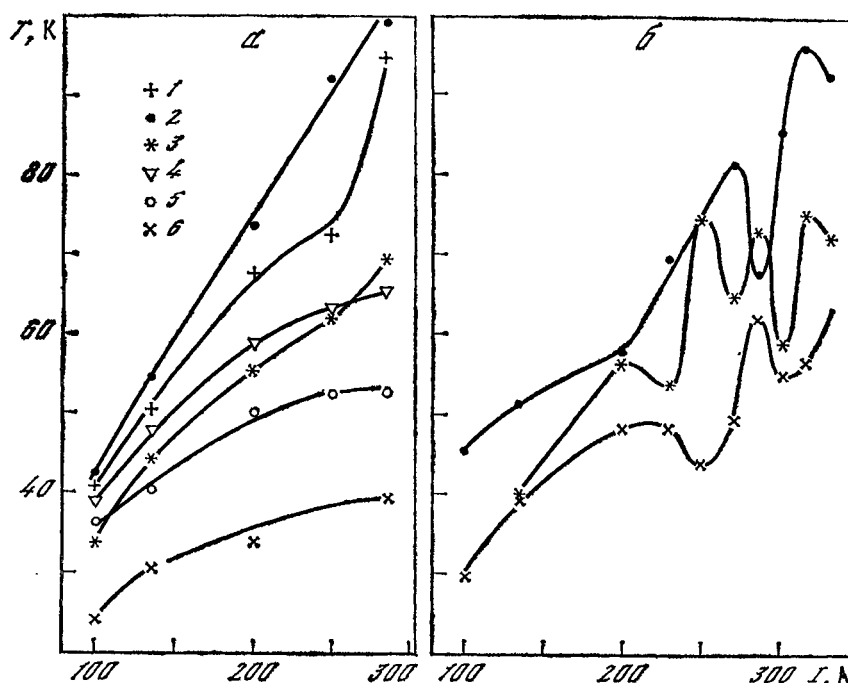


Рис. 6. Температура нагрева различных точек обмотки магнита в одномодульном (а) и секционированном (б) вариантах при разных уровнях тока
1 — Т3; 2 — Т4; 3 — Т7; 4 — Т8; 5 — Т9; 6 — Т10

роста максимального нагрева в данной точке обмотки при увеличении начального тока перехода. Если предположить изменение расположения «слабых» мест после переходов, то становится понятной и невоспроизводимость температуры нагрева при одном и том же начальном токе.

Хотя в шестисекционном варианте включения шунтов распределение температуры по обмотке соленоида неоднозначно, можно сказать, что максимальная температура разогрева обмотки несколько ниже, а перепад температур вдоль радиуса в 2 раза меньше, чем в одномодульном варианте.

В заключение авторы выражают благодарность А. И. Русинову за обсуждение результатов, В. С. Высоцкому, М. В. Сидорову, В. Н. Цихону и В. И. Цебро за помощь при подготовке и проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агапов Г. И., Высоцкий В. С., Гаранов С. А. и др. Стенд для исследований сверхпроводящих устройств.— Наст. сб.
2. Wilson M. N. Some basic problems in superconducting magnet design.— IEEE Trans. Magn., 1981, vol. Mag-17, N 5, p. 1815—1822.
3. Superczynski M. J. Heat pulses required to quench a potted superconducting magnet.— IEEE Trans. Magn., 1979, vol. Mag-15, N 1, p. 325—327.
4. Waltman D. J., Superczynski M. J., McDonald F. E. Energy pulses required to quench potted superconducting magnet at constant field.— IEEE Trans. Magn., 1981, vol. Mag-17, N 1, p. 1056—1059.
5. Goll W., Turowski P. Quenching of technical superconductors by heat and magnetic field pulses.— Cryogenics, 1978, vol. 18, p. 103—107.
6. Keilin V. E., Romanovsky V. R. The dimensionless analysis of the stability of composite superconductors.— Cryogenics, 1982, vol. 22, N 6, p. 313—317.
7. Wilson M. N., Iwasa Y. Stability of superconductors against localized disturbances of limited magnitude.— Cryogenics, 1978, vol. 18, p. 17—25.
8. Wilson M. N. Stabilization of superconductors for use in magnet.— IEEE Trans. Magn., 1977, vol. Mag-13, N 1, p. 440—446.
9. Pasztor G., Schmidt C. Dynamic stress effects in technical superconductors in the «training» problem of superconducting magnets.— J. Appl. Phys., 1978, vol. 49, N 2, p. 886—895.
10. Cherry W. H., Gittleman J. I. Thermal and electrodynamic aspects of superconductive transition process.— Solid-State Electron., 1960, vol. 1, N 1, p. 287—305.
11. Broom R. F., Rhoderick E. H. Thermal propagation of the normal region in thin superconducting film and its application to a new type bistable element.— Brit. J. Appl. Phys., 1960, vol. 11, N 7, p. 292—297.
12. Whetstone C. N., Roos C. E. Thermal phase transitions in superconducting Nb—Zr alloys.— J. Appl. Phys., 1965, vol. 36, N 3, p. 783—791.
13. Русинов А. И. О некоторых особенностях движения нормальной зоны в сверхпроводниках с током в адиабатических условиях.— Наст. сб.
14. Bishoff J., Vassilev P. G., Goncharov I. N. Low temperature heat capacity of Nb—79, 6 wt% Zr, Nb—38 wt% Ti and multifilamentary cables of NT-50.— Cryogenics, 1982, vol. 22, p. 131—134.
15. Nick W., Schmidt C. Thermal magnetoresistance of copper matrix of compound superconductors: A new measuring method.— IEEE Trans. Magn., 1981, vol. Mag-17, N 1, p. 217—219.
16. Стекли З. Теоретическое и экспериментальное исследование перехода незащищенных сверхпроводящих катушек в нормальное состояние.— В кн.: Сверхпроводящие соленоиды. М.: Мир, 1965, с. 188—213.
17. Карасик В. Р., Криволицкая Н. В., Русинов А. И. Анализ электромагнитных процессов в секционированном сверхпроводящем соленоиде.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 52—75.
18. Turowski P. The inductive quench propagation in a NbTi—Nb₃Sn hybrid magnet as the dominating effect for the transient current distribution in a NbTi—Nb₃Sn hybrid magnet.— IEEE Trans. Magn., 1979, vol. Mag-15, N 1, p. 864—867.

В. С. ВЫСОЦКИЙ, А. А. КОНЮХОВ

УДК 539.2

ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА И КРИТИЧЕСКИЕ ТОКИ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КЛЮЧЕЙ-ПЕРЕМЫЧЕК

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все более широкое применение находят сверхпроводящие магнитные системы (СПМС), работающие в режиме «замороженного» потока. Они могут использоваться в космосе, для экранирования спутников; в обмотках возбуждения униполярных машин и генераторов; в металлургии, для сепарации руд и очистки воды; в транспорте на магнитном подвесе и других устройствах, где необходимо длительное время поддерживать постоянное магнитное поле большой напряженности. Для таких устройств необходимы сверхпроводящие ключи-перемычки (СПК), составляющие вместе с магнитной системой замкнутый сверхпроводящий контур.

Существует ряд работ по сверхпроводящим коммутаторам, большинство которых посвящено ключам-размыкателям для индуктивных накопителей энергии [1—6]. Однако условия и цикл работы сверхпроводящих ключей-перемычек и ключей-размыкателей существенно различаются [7].

Ключ-размыкатель может подключаться как параллельно, так и последовательно обмотке СПМС и располагаться в отдельном криостате. Его основная функция — обеспечивать вывод запасенной в СПМС энергии на нагрузку. Поскольку вывод энергии из быстродействующих накопителей происходит за время порядка $\sim 10^{-3}$ с, процесс выделения энергии в ключе, находящемся при разряде накопителя в нормальном состоянии, является адиабатическим. Поэтому масса ключа должна быть достаточной, чтобы его обмотка не разрушилась от перегрева. Ключ-размыкатель должен быть рассчитан на высокое напряжение и срабатывать за время, существенно меньшее времени разряда накопителя на нагрузку. Обзор работ по сверхпроводящим ключам-размыкателям дан в [1].

Основная функция сверхпроводящего ключа-перемычки — обеспечить режим «замороженного» потока. СПК должен находиться в том же криостате, что и СПМС, и подключаться параллельно обмотке магнита [7]. В обмотке СПК энергия выделяется во время ввода и вывода тока. Имеется в виду процесс установления рабочего тока перед «замораживанием» потока и вывода тока после его «размораживания». Так как ввод и вывод тока в СПМС — длительные процессы $\sim 10^3$ с, энергия, выделяющаяся в ключе, успевает отводиться испаряющимся гелием и обмотка ключа в условиях теплового равновесия имеет постоянную температуру, т. е. здесь выделение энергии в СПК — процесс изотермический. Задача разработчика СПК — выбрать такую конструкцию обмотки, чтобы параметры ключа во время ввода тока и последующего остывания в режиме стабилизации тока были оптимальными с точки зрения уменьшения потерь гелия. Ключ-перемычка должен иметь достаточную токонесущую способность в магнитном поле. Необходимо также решить проблему контактных соединений СПМС и СПК, поскольку полное сопротивление сверхпроводящего контура влияет на длительность хранения магнитной энергии в режиме «замороженного» потока [7].

В большинстве работ, посвященных сверхпроводящим ключам-перемычкам, описаны небольшие ключи для лабораторных магнитов. Размеры и мощность ключа при этом невелики, иногда это просто кусок сверхпроводящего композитного провода с удаленным стабилизирующим материалом [8, 9]. В ряде работ [10—12] ключи использовались для вывода энергии на нагрузку с целью защиты СПМС при переходе в нормальное состояние («внешняя» или «активная» защита). В этом случае ключи-перемычки должны одновременно обладать

свойствами ключей-размыкателей. В указанных работах приведены конструкции СПК, но не рассмотрены условия их работы в режимах ввода тока, стабилизации тока и «замороженного» потока. В нашей работе [7] описаны СПК, которые могут быть использованы как прототипы ключей-перемычек для СПМС, и рассмотрены вопросы минимизации потерь гелия при вводе тока с учетом возможного применения тоководов с «форсированным» охлаждением.

Настоящая работа посвящена детальному анализу тепловых процессов в сверхпроводящих ключах-перемычках на основе изучения их вольт-амперных характеристик при разных значениях магнитного поля, определению уровня стабилизации тока и ряду других вопросов. Даны рекомендации по расчету и конструированию сверхпроводящих ключей-перемычек.

2. ЦИКЛ РАБОТЫ СПМС СО СВЕРХПРОВОДЯЩИМ КЛЮЧОМ-ПЕРЕМЫЧКОЙ

Для того чтобы сформулировать требования к ключу-перемычке, рассмотрим цикл работы СПМС с СПК. СПМС 1 (рис. 1), соединенная с СПК 2, помещается в криостат 3. С помощью тоководов 4 СПМС и СПК соединяются с источником питания магнита 5. Источник может быть отключен выключателем S_2 . СПК управляется элементом 7 с соответствующим блоком питания 8 и выключателем S_1 . Назначение элемента управления — переводить и поддерживать ключ в нормальном состоянии. О конкретном выборе элемента управления будет сказано ниже. К магнитной системе с помощью выключателя S_3 может быть подключена нагрузка 6.

Цикл работы сверхпроводящей магнитной системы со сверхпроводящим ключом-перемычкой состоит из следующих этапов.

1. Перевод ключа в нормальное состояние и поддержание его в этом состоянии производится управляющим элементом. Конкретный выбор метода управления ключом зависит от требуемого быстродействия при размыкании. Если

необходима большая скорость отключения (например, в высоковольтных накопителях), можно управлять ключом с помощью магнитного поля [2, 5], или разряда конденсатора на обмотку ключа [2, 4], или другими методами [3]. Если высокого быстродействия не требуется, то наиболее простым и надежным методом управления ключом является тепловой, т. е. использование нагревателя, размещенного в обмотке ключа. В наших исследованиях применялось тепловое управление ключами-перемычками.

2. Ввод тока в СПМС. В процессе ввода тока обмотка ключа находится в нормальном состоянии. Поскольку к ключу приложено напряжение $V_{зап}$, в нем выделяется тепло $P = V_{зап}^2/R_{кл}$, где $R_{кл}$ — сопротивление обмотки. Выделяющееся в ключе тепло отводится кипящим гелием. Оптимальным режимом ввода тока является такой, при котором вся обмотка ключа находится в нормальном состоянии за счет разогрева собственным током (нагреватель отключен). В этом случае потери гелия будут минимальны.

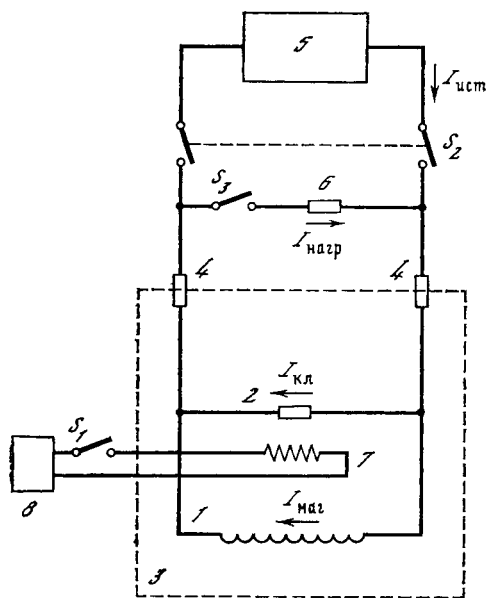


Рис. 1. К описанию цикла работы сверхпроводящей магнитной системы со сверхпроводящим ключом-перемычкой

1 — СПМС; 2 — СПК; 3 — криостат; 4 — тоководы; 5 — источник тока СПМС; 6 — нагрузка; 7 — управляющий элемент (нагреватель); 8 — блок питания нагревателя

3. Стабилизация тока в СПМС необходима для остывания ключа и перехода его в сверхпроводящее состояние. После достижения заданного значения тока через СПМС он должен быть застabilизирован. При этом напряжение на ключе станет равным нулю и тепловыделение в нем прекратится. Нагреватель, если он был включен, выключается (размыкается S_1). Длительность времени остывания ключа зависит от его конструкции и степени его разогрева перед стабилизацией тока. Поскольку в реальных источниках могут быть пульсации тока, то через ключ во время остывания может течь переменный ток, препятствующий полному переходу ключа в сверхпроводящее состояние. Уровень допустимых пульсаций может быть рассчитан или определен экспериментально.

4. Отключение источника тока производится после того, как ключ полностью перешел в сверхпроводящее состояние. В реальных условиях отключение источника (размыкание S_2) происходит не мгновенно, а за какое-то время $t_{откл}$. За это же время ток в ключе возрастает от нуля до рабочей величины. Скорость нарастания тока в ключе не должна превышать некоторое предельное значение.

5. Режим «замороженного» потока наступает после отключения источника, когда ток замыкается в сверхпроводящем контуре, состоящем из СПМС и СПК.

6. Вывод энергии из СПМС производится на подключенную (выключателем S_3) к тоководам нагрузку (S_2 разомкнут) путем перевода ключа в нормальное состояние.

3. МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КЛЮЧЕЙ-ПЕРЕМЫЧЕК И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

Конструкция и технология изготовления моделей СПК аналогичны описанным в [7]. Модели № 1 и 5 имели каркас из пенопласта, № 2—4 и 6 — из текстолита. Все СПК, кроме № 5, имели бифилярную обмотку. Обмотки ключей № 2—6 пропитывались эпоксидным компаундом. Параметры СПК даны в табл. 1.

Блок-схема испытаний ключей-перемычек в режимах ввода тока и остывания ключа показана на рис. 2. Сверхпроводящий ключ 1 с нагревателем 2 и термомпарой 3 помещался в криостат 4. Ключ запитывался от источника тока 5

Таблица 1

Конструктивные параметры моделей сверхпроводящих ключей-перемычек

Номер модели	Материал	Площадь охлаждаемой поверхности, см ²	Каркас	Теплоизоляция по образующей	Удельное сопротивление в нормальном состоянии (при 4,2 К), Ом·см	Примечание
1	Композитный провод в медно-никелевой матрице (три провода параллельно) $\varnothing 0,5$ мм	82	Пенопласт	Пенопласт без проклейки	$1,35 \cdot 10^{-5}$	Четыре термодпары
2	Композитный провод в медной матрице $\varnothing 1$ мм	88	То же	Стекло-ткань	10^{-8}	
3	Композитный провод в медной матрице $\varnothing 1$ мм	107	Текстолит	То же	10^{-8}	
4	Композитный провод в медно-никелевой матрице $\varnothing 1$ мм	107	То же	То же	$1,3 \cdot 10^{-5}$	Индуктивная намотка $L = 7 \cdot 10^{-3}$ Гн, $B_{max}/I = 34$ Э/А
5	Композитный провод в медно-никелевой матрице $\varnothing 1,5$ мм	126	Пенопласт	То же	$1,3 \cdot 10^{-5}$	
6	Композитный провод в медно-никелевой матрице $\varnothing 1$ мм	69	Текстолит	То же	$1,3 \cdot 10^{-5}$	

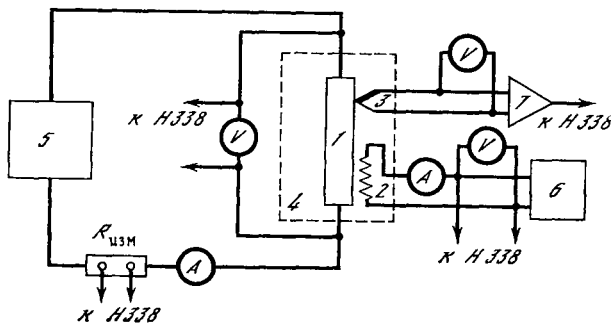


Рис. 2. Блок-схема испытаний сверхпроводящих ключей-перемычек

- 1 — СПК;
2 — нагреватель;
3 — термопара;
4 — криостат;
5 — источник тока СПК;
6 — блок питания нагревателя;
7 — усилитель постоянного тока

(типа Б-5-43), нагреватель управлялся блоком 6 (типа Б5-7). Во время измерений контролировались: ток и напряжение в обмотке ключа, мощность в нагревателе и температура обмотки. Зависимости этих величин от времени записывались на самописцы типа Н-338. При исследовании критических токов СПК использовались источник постоянного тока типа ВАКГ и устройство, описанное в [13], позволяющее изменять скорость ввода тока в ключ от долей А/с до 10^5 А/с.

При снятии вольт-амперных характеристик на переменном токе в качестве источника 5 использовался генератор типа ГЗ-34. Чтобы определить влияние переменной составляющей на критический ток ключа, параллельно с мощным источником тока со сглаженными пульсациями через развязывающую емкость подключался генератор переменного тока. При исследованиях влияния магнитного поля СПК помещался внутрь сверхпроводящего соленоида.

Электрические и тепловые параметры ключей, полученные в результате испытаний, суммированы в табл. 2.

Таблица 2
Тепловые и электрические параметры ключей-перемычек

Номер модели	Сопротивление обмотки, Ом		Критический ток в нулевом поле, А	Рабочая мощность, Вт	Время остывания, с ($I \ll I_M$)		Минимальный ток существования нормальной зоны, А	$V_{\text{раб}}$, В	h_0 , Вт/см ² К
	≈ 10 К (рабочее)	300 К			от 10 К	от 20 К			
1	22	~ 28	750	4,9	75	220	0,47	10,5	0,012
2	0,048	~ 4	940	2,5	30	90	7,6	0,34	0,006
3	0,08	$\sim 6,1$	940	4,9	15	40	7,8	0,62	0,009
4	20	$\sim 26,6$	750	4,6	24	65	0,48	9,6	0,009
5	6,25	$\sim 9,9$	1240	4,0	35	100	0,8	5	0,006
6	6	$\sim 8,5$	750	3,8	8	22	0,8	4,8	0,011

4. ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА КЛЮЧЕЙ-ПЕРЕМЫЧЕК

Тепловые свойства ключа могут быть охарактеризованы вольт-амперной характеристикой (ВАХ) и временем остывания.

Вольт-амперные характеристики сверхпроводящих ключей-перемычек. На рис. 3 показаны ВАХ некоторых ключей-перемычек. Видно, что все они имеют подобный вид и могут быть разделены на две области.

При напряжении, большем некоторого $V_{\text{раб}}$, характерного для данного ключа, ВАХ линейна, что соответствует постоянному сопротивлению обмотки ключа. В этой области обмотка находится в нормальном состоянии.

В области напряжений, меньших $V_{\text{раб}}$, ВАХ имеет вертикальный участок, а затем отклоняется в сторону увеличения токов. Если вертикальный участок ВАХ продолжить до пересечения с осью абсцисс, то полученное значение тока I_M по аналогии с работой [14] можно назвать минимальным током существова-

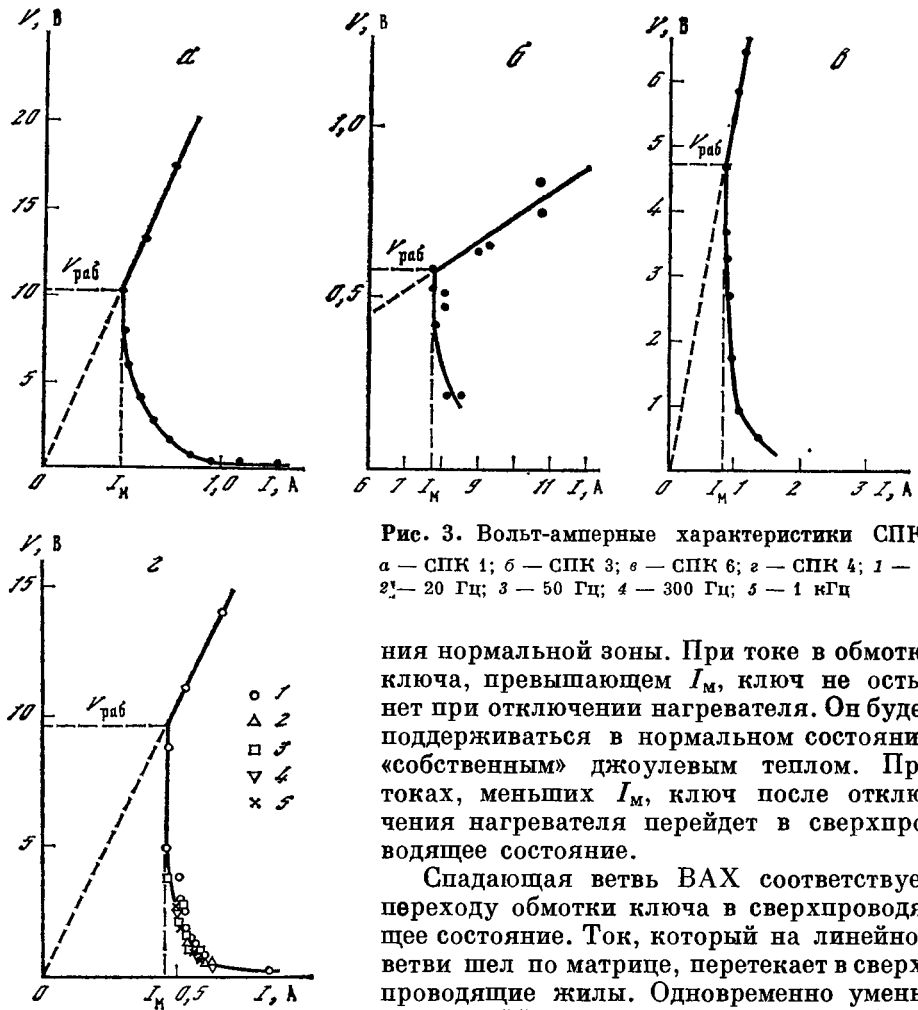


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики СПМС
 а — СПМС 1; б — СПМС 3; в — СПМС 6; г — СПМС 4; 1 — 0;
 2 — 20 Гц; 3 — 50 Гц; 4 — 300 Гц; 5 — 1 кГц

ния нормальной зоны. При токе в обмотке ключа, превышающем I_M , ключ не остынет при отключении нагревателя. Он будет поддерживаться в нормальном состоянии «собственным» джоулевым теплом. При токах, меньших I_M , ключ после отключения нагревателя перейдет в сверхпроводящее состояние.

Спадающая ветвь ВАХ соответствует переходу обмотки ключа в сверхпроводящее состояние. Ток, который на линейной ветви шел по матрице, перетекает в сверхпроводящие жилы. Одновременно уменьшается эффективное сопротивление обмотки.

ки. Постепенно обмотка охлаждается, и сопротивление ключа становится равным нулю. Точка $V_{раб}$ разграничивает области нормального и переходного состояния ключа.

Напряжение $V_{раб}$, ток I_M и соответствующая им мощность $P_{раб} = V_{раб}I_M$ являются параметрами, задающими оптимальный режим ввода тока. Полные потери гелия за время ввода энергии в СПМС равны

$$E_{пот} = V_{зап} I_{кл} t_{зап}, \tag{1}$$

где $V_{зап}$ и $I_{кл}$ — напряжение и ток ключа во время ввода. Время запитки $t_{зап}$ при постоянном напряжении равно [15]

$$t_{зап} = LI_0 / V_{зап}, \tag{2}$$

где L и I_0 — индуктивность и рабочий ток СПМС. Отсюда

$$E_{пот} = I_{кл} LI_0 \sim I_{кл}, \tag{3}$$

т. е. полная величина потерь гелия при запитке пропорциональна току, текущему через ключ во время ввода тока. Из ВАХ ключей (см. рис. 3) видно, что ток I_M является минимальным током, при котором ключ находится в нормальном состоянии без включения нагревателя. Следовательно, режим ввода тока в СПМС, при котором ток через ключ равен I_M , будет осуществляться с наименьшими потерями гелия и с этой точки зрения является оптимальным. При

меньших токах через ключ необходимо включение нагревателя, увеличивающее потери гелия. При напряжении $V_{\text{раб}}$ температура ключа, измеренная с помощью терморпар на СПК 1, 2, во всей обмотке одинакова и составляла ~ 10 К, что лишь немного превышает критическую температуру провода ($\sim 9,7$ К). На рис. 4 показана температура обмотки в зависимости от мощности, выделяющейся в ключе, для СПК 4, 6. Видно, что при напряжении запитки, большем $V_{\text{раб}}$, обмотка разогревается до температур, больших 10 К. Это приводит к увеличению времени остывания (см. ниже).

Параметры СПК ($V_{\text{раб}}$, $I_{\text{м}}$, $R_{\text{раб}}$, $P_{\text{раб}}$), приведенные в табл. 2, зависят от конструкции ключа и материала, из которого он изготовлен.

В оптимальной рабочей точке режима ввода тока уравнение теплового баланса имеет вид

$$P_{\text{раб}} = I_{\text{м}}^2 R_{\text{раб}} = h_0 A \Delta T_0, \quad (4)$$

где A — площадь охлаждаемой поверхности, ΔT_0 — разность критической температуры ключа и температуры жидкого гелия, h_0 — коэффициент теплоотдачи в жидкий гелий. Величина h_0 для исследованных СПК приведена в табл. 2. Она слабо различается у ключей разных конструкций. При проектировании СПК на начальной стадии величину тока $I_{\text{м}}$ и другие параметры ключа можно оценить из (4), используя приведенные в табл. 2 значения h_0 . В дальнейшем параметры оптимальной рабочей точки ключа должны быть уточнены в процессе экспериментов на моделях.

Влияние магнитного поля на ток $I_{\text{м}}$ можно оценить, используя (4). Принимая [16], что

$$\Delta T(B) = \Delta T_0 (1 - B/B_0), \quad (5)$$

где $\Delta T(B)$ — разность между критической температурой Nb—Ti в поле B и температурой жидкого гелия, $B_0 \approx 12$ Т — верхнее критическое поле при 4,2 К, получаем

$$I_{\text{м}} = \left[\frac{h_0 A \Delta T_0}{R_{\text{раб}}} \left(1 - \frac{B}{B_0}\right) \right]^{1/2} \sim \left(1 - \frac{B}{B_0}\right). \quad (6)$$

Зависимость (6) согласуется с нашими измерениями. На рис. 5 показана величина тока $I_{\text{м}}$ для СПК 1,4 в зависимости от величины внешнего магнитного поля. Видно, что $I_{\text{м}}$ в поле 4 Т уменьшается примерно на 10%, как это следует из выражения (6).

Время остывания ключей-перемычек. Время остывания сверхпроводящего ключа-перемычки $t_{\text{ост}}$ является характеристикой, определяющей длительность режима стабилизации тока. В момент стабилизации тока с наибольшей нагрузкой работают источник, питающий СПМС, и токовые вводы. Излишнее большое время остывания ключа может привести к дополнительным потерям гелия [17, 7].

Время остывания зависит от начальной температуры, до которой была разогрета обмотка, и от тока, текущего через ключ. На рис. 6 показана зависимость времени остывания СПК 6 (от 17 К) и СПК 4 (от 10 К) от величины текущего по ключу тока. Видно, что при малых токах $t_{\text{ост}}$ остается практически постоянным. При приближении к минимальному току существования нормальной фазы $t_{\text{ост}}$ увеличивается, устремляясь в бесконечность при $I_{\text{кл}} = I_{\text{м}}$. В табл. 2 приведены времена остывания исследованных ключей-перемычек для двух температур при токах через ключ, много меньших $I_{\text{м}}$. На рис. 7 показаны зависимости времени остывания СПК 2 и 1 от начальной температуры обмотки. Эта зависимость линейна вплоть до температур ~ 50 К и имеет вид $t_{\text{ост}} \sim (T - 4,2 \text{ К})$.

Таким образом, разогрев ключа до 20 К вместо 10 К приводит к увеличению времени остывания в 2,7 раза.

На рис. 8 показана зависимость времени остывания СПК 4 от магнитного поля при различных токах, текущих через ключ. Видно, что при $I \ll I_{\text{м}}$ маг-

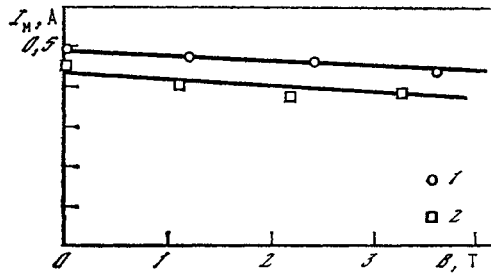
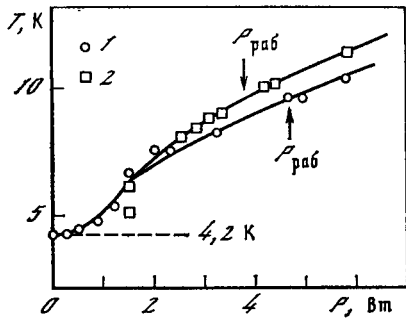


Рис. 4. Температура обмотки СПК в зависимости от мощности, выделяемой в обмотке 1 — СПК 4; 2 — СПК 6

Рис. 5. Зависимость минимального тока существования нормальной зоны от магнитного поля 1 — СПК 4; 2 — СПК 1

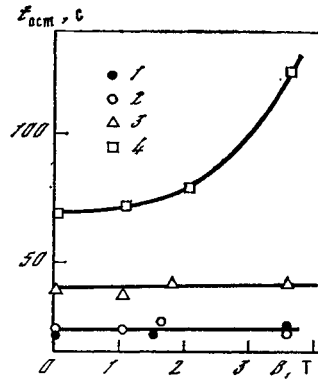
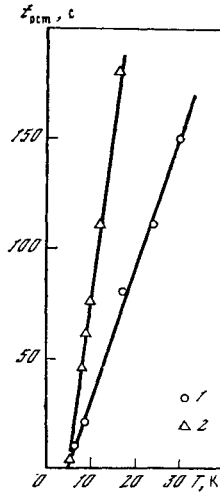
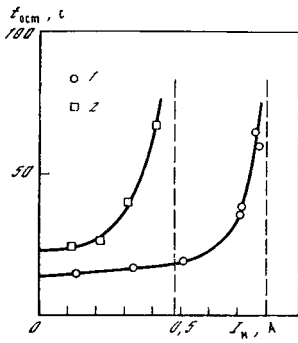


Рис. 6. Время остывания ключа в зависимости от протекающего по нему тока 1 — СПК 6 (от 17 К); 2 — СПК 4 (от 10 К)

Рис. 7. Время остывания ключа в зависимости от начальной температуры обмотки 1 — СПК 2; 2 — СПК 1

Рис. 8. Время остывания СПК 4 при различных токах, текущих через ключ, в зависимости от внешнего магнитного поля 1 — 0,1 А; 2 — 0,2 А; 3 — 0,3 А; 4 — 0,4 А

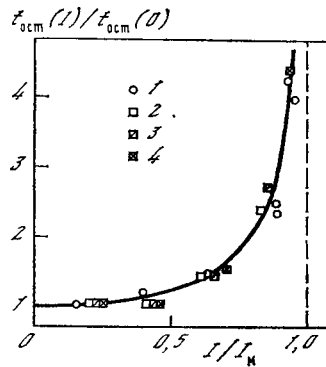


Рис. 9. Относительное изменение времени остывания в зависимости от относительного тока через ключ 1 — СПК 6 (от 17 К); 2—4 — СПК 4 (от 10 К): 2 — 0; 3 — 2 Т; 4 — 3,6 Т

нитное поле практически не влияет на время остывания. При токе, близком к I_M , время остывания увеличивается при увеличении поля. Это связано с уменьшением тока I_M в магнитном поле (рис. 5). На рис. 9 представлены зависимости времени остывания от тока в относительных единицах для СПК 6 в нулевом поле и для СПК 4 в полях 0; 2 и 3,6 Т. Видно, что все зависимости $t_{ост}(I)/t_{ост}(I=0)$ ложатся на одну кривую и время остывания обуславливается только степенью близости тока в ключе к току I_M .

5. КРИТИЧЕСКИЕ ТОКИ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КЛЮЧЕЙ-ПЕРЕМЫЧЕК

Выбор величины критического тока сверхпроводящего ключа-перемычки определяется рабочим током СПМС, для которой он предназначен: ключ должен пропускать рабочий ток СПМС, работая в магнитном поле в составе замкнутого сверхпроводящего контура и не переходить в нормальное состояние при быстром нарастании тока в процессе отключения источника.

Как показали оценки по формулам, приведенным в [16], в композитном проводе с матрицей из медно-никелевого сплава, использованном для изготовления наших моделей, выполняется критерий адиабатической и не выполняется критерий динамической стабильности. В этом случае возможно уменьшение критического тока СПК по сравнению с критическим током короткого образца провода, особенно при быстрых вводах тока в ключ. О недостаточности только адиабатической стабилизации для ключей из провода в высокоомной матрице сообщалось, например, в работе [1].

Для выяснения степени стабильности ключей-перемычек из композитного провода в медно-никелевой матрице нами были проведены исследования критических токов при водах тока в ключ с разной скоростью во внешнем магнитном поле.

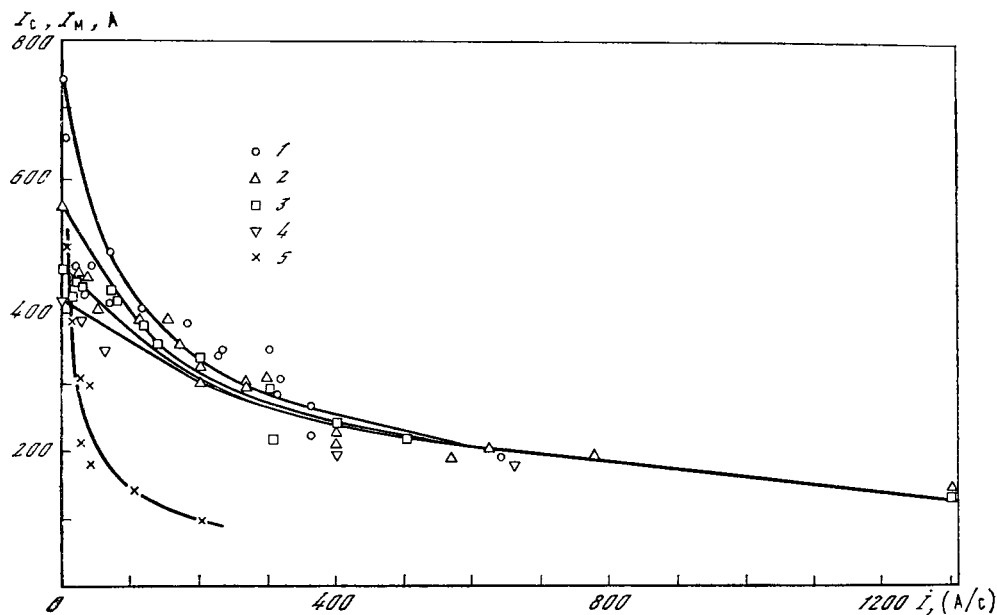


Рис. 10. Зависимость критического тока СПК 4 и СПК 5 от скорости нарастания тока при разных магнитных полях

1—4 — СПК 4: 1 — $B = 0$; 2 — 1,2 Т; 3 — 2,4 Т; 4 — 3,6 Т; 5 — СПК 5, $B = 0$. Сплошная линия — расчет по формуле (15)

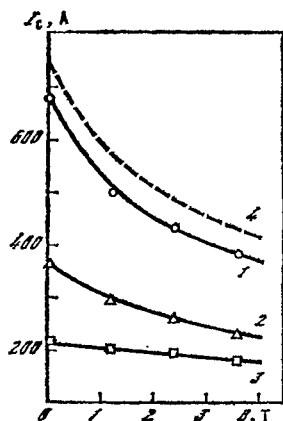


Рис. 11. Зависимость критического тока СПК 4 от внешнего магнитного поля при постоянной скорости нарастания тока

1 — 50 А/с; 2 — 300 А/с; 3 — 500 А/с; 4 — критический ток короткого образца

На рис. 10 представлены зависимости критического тока СПК 4, 5 от скорости нарастания тока в них во внешнем магнитном поле. Видно, что с увеличением скорости нарастания величина критического тока вначале падает в несколько раз, а затем выходит практически на постоянную величину. Степень спада и уровень выхода на постоянное значение зависят от величины внешнего магнитного поля и различаются у СПК разных конструкций.

У СПК 4 спад тока сравнительно плавный и выход на постоянное значение соответствует скорости нарастания $I \approx 600$ А/с. Уровень тока при скоростях ввода, больших 600 А/с, слабо различается в разных полях и составляет $\sim 150 \div 190$ А. На рис. 11 показана зависимость критического тока СПК 4 от магнитного поля при разных скоростях ввода тока. Штриховой линией показан критический ток короткого образца провода.

Особенно сильно с увеличением скорости ввода спадает ток у СПК 5, имеющего индуктивную намотку. На рис. 10 показана зависимость $I_c(I)$ СПК 5 в нулевом внешнем поле. Собственное поле СПК 5 пропорционально току с коэффициентом 0,0034 Т/А. Видно, что при скоростях ввода ~ 5 А/с критический ток составил 500 А. Это примерно вдвое меньше критического тока СПК 5 в собственном поле (~ 1240 А в поле 4,2 Т).

Нами было также исследовано влияние переменной составляющей тока на критический ток ключа. Для этого одновременно с постоянным током через разделительную емкость на СПК 4 подавался синусоидальный переменный ток. Оказалось, что при эффективном значении пульсаций тока в 1 А в диапазоне частот 20 Гц — 15 кГц критический ток ключа в нулевом поле превышает 675 А. При увеличении пульсаций до 3—4 А (частота 300 Гц) критический ток упал до 300—400 А. Эти данные также свидетельствуют о недостаточной динамической стабильности провода в высокоомной матрице, так как величина потерь в проводе при данных условиях не может быть причиной столь сильного уменьшения критического тока.

Наблюдавшееся уменьшение критического тока СПК при увеличении скорости ввода тока накладывает определенные требования к источнику тока. Отключение источника после режима стабилизации и остывания ключа должно быть растянуто по времени так, чтобы обеспечить скорость ввода тока в ключ, соответствующую рабочему току СПМС и критическому току ключа.

6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Вольт-амперные характеристики. Впервые вольт-амперные характеристики, подобные наблюдавшимся в наших экспериментах, рассчитал Стекли в работе [14]. Используя те же представления, можно рассчитать ВАХ ключа-перемычки. Критерий стабильности Стекли в нашем случае имеет вид

$$\alpha_c = \frac{I_0^2 R_{\text{раб}}}{h_0 A \Delta T_0} = \frac{I_0^2 R_{\text{раб}}}{P_{\text{раб}}} = \frac{I_0^2}{I_M^2}, \quad (7)$$

где I_0 — критический ток ключа. Величина α_c для исследованных СПК составляет $\sim 10^4 \div 10^6$. Безразмерная вольт-амперная характеристика вблизи I_M имеет вид

$$v = i_0 \left(\frac{i_0 - i}{\alpha_c i - i_0} \right), \quad (8)$$

где безразмерное напряжение $v = V/(I_M R_{\text{раб}}) = V/V_{\text{раб}}$, а безразмерные токи $i = I/I_M$, $i_0 = I_0/I_M$.

Так как $i_0 \gg i$, а $\alpha_c i \gg i_0$, имеем

$$v \simeq 1/i, \quad (9)$$

т. е. вольт-амперная характеристика ключа по Стекли должна быть гиперболической. На рис. 12 в относительных единицах показаны точки ВАХ СПК 1,

3, 4, 6. Там же штриховой линией показана ВАХ вида (9). Видно, что ВАХ по Стекли плохо соответствует области спада тока на экспериментальных характеристиках. Более вероятно, что модель, подобная модели Стекли, применима для «хвостов» ВАХ при малых напряжениях на ключе. На рис. 12 штрихпунктирной линией показана соответствующая расчетная характеристика.

Можно предположить, что отличием реального процесса от модели Стекли являются зависимость коэффициента теплоотдачи в гелий и, следовательно, мощность охлаждения ключа от его сопротивления. В модели Стекли коэффициент теплоотдачи считается постоянным. На рис. 13 в безразмерных единицах представлена зависимость тепловой мощности, выделяемой в ключе, которая равна мощности охлаждения, от безразмерного сопротивления ключа для СПК 1, 3, 4, 6. Эта зависимость имеет вид

$$p = r(1 - p_0) + p_0, \quad p = P/P_{\text{раб}}, \quad r = R/R_{\text{раб}}. \quad (10)$$

Такая зависимость мощности охлаждения от сопротивления ключа может иметь место либо из-за изменения охлаждаемой поверхности с уменьшением объема, в котором выделяется тепло, либо из-за изменения с температурой теплопроводности обмотки, которая должна входить в обобщенный коэффициент теплопередачи в гелий. Адекватная теоретическая модель, описывающая ВАХ ключа, должна учитывать перечисленные факторы.

Из выражения (10) можно получить вольт-амперную характеристику ключа в безразмерном виде

$$v = \frac{ip_0}{i^2 - (1 - p_0)}. \quad (11)$$

На рис. 12 сплошными линиями нанесены расчетные ВАХ при разных значениях параметра p_0 . Видно, что большинство экспериментальных точек хорошо ложатся на расчетные кривые для значения $p_0 = 0,05 \div 0,1$.

Время остывания ключа. В работе [7] было высказано предположение, что время остывания ключа должно быть прямо пропорционально его массе и обратно пропорционально оптимальной рабочей мощности, т. е.

$$t_{\text{ост}} = k \frac{m}{P_{\text{раб}}} = \frac{k\delta l S}{P_{\text{раб}}} = \frac{k\delta}{\rho_n} S^2 \frac{R_{\text{раб}}}{P_{\text{раб}}} = k_0 S^2 \frac{R_{\text{раб}}}{P_{\text{раб}}}, \quad (12)$$

где δ — плотность материала ключа, S — сечение, а l — длина провода, из которого изготовлен ключ, ρ_n — удельное сопротивление материала ключа, k_0 (в Дж/Ом·см⁴) — коэффициент, физический смысл которого — энергия, необходимая для нагрева ключа с единичным сопротивлением и единичным сечением до температуры 10 К. Этот коэффициент должен быть примерно одинаков и не зависеть от конструкции у ключей, изготовленных из материала с одинаковым удельным сопротивлением и плотностью. Учитывая, что $P_{\text{раб}} = I_m^2 R_{\text{раб}}$, получаем

$$t_{\text{ост}} = k_0 S^2 / I_m^2 \sim j_m^{-2}, \quad (13)$$

где j_m — плотность минимального тока существования нормальной фазы.

На рис. 14 представлены зависимости времени остывания ключа от плотности тока j_m для ключей из композитных проводов в медно-никелевой матрице, исследованных в настоящей работе (СПК 4—6), и в латунной матрице, описанных в [7]. Зависимости $t_{\text{ост}}(j_m)$ даны в логарифмическом масштабе. Видно, что у ключей, имеющих одинаковую матрицу, точки хорошо ложатся на кривую вида (13). Таким образом, предположение о постоянстве и независимости коэффициента k_0 в выражениях (12) и (13) от конструкции ключа оправдано. При проектировании СПК время остывания можно определить заранее, зная ток I_m и коэффициент k_0 для соответствующего материала. У исследованных нами ключей коэффициент $k_0 \approx 8 \cdot 10^4$ Дж/Ом·см⁴ для медно-никелевой и $k_0 \approx 2 \cdot 10^5$ Дж/Ом·см⁴ для латунной матрицы.

Критические токи ключей-перемычек. В работах [18, 19] был проведен учет нелинейности вольт-амперных характеристик жестких сверхпроводников

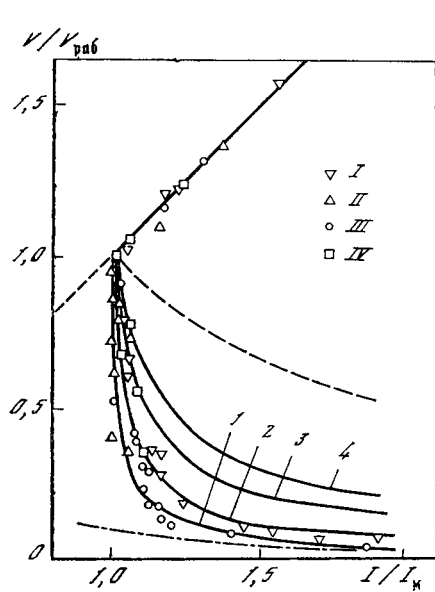


Рис. 12. Безразмерные вольт-амперные характеристики СПК

Расчет: сплошные линии — по формуле (11): 1 — $p_0 = 0,05$; 2 — $p_0 = 0,1$; 3 — $p_0 = 0,2$; 4 — $p_0 = 0,3$; штриховые и штрихпунктирная — по формуле (9). Эксперимент: I — СПК 1; II — СПК 3; III — СПК 4; IV — СПК 6

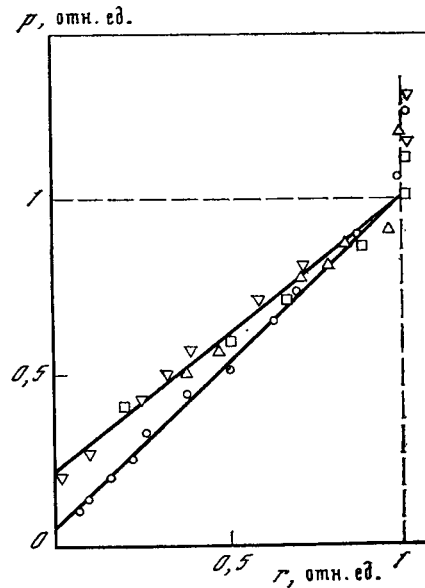
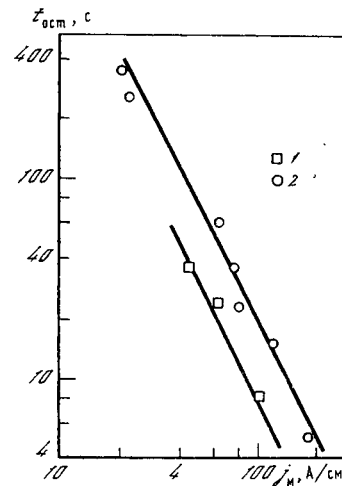


Рис. 13. Зависимость мощности, выделяемой в ключе, от его эффективного сопротивления

Сопротивление отнесено к $R_{раб}$, мощность — к $P_{раб}$

Рис. 14. Зависимость времен остывания ключей от плотности минимального тока существования нормальной зоны

1 — медно-никелевая матрица; 2 — латунная [7]



и рассчитано влияние этой нелинейности на стабильность композитных сверхпроводников при изменении транспортного тока и внешнего магнитного поля. Приведенное в [19] выражение для максимальной величины транспортного тока I_M выглядит следующим образом:

$$i_m + \ln(1 - i_m) + A \frac{16\pi W_0 (T_c - T_0) j_1}{\mu_0 \dot{I}_{эф} D \kappa_s^2 j_c^2} = 0, \quad (14)$$

где $i_m = I_M/I_s$, а I_s — ток короткого образца. Здесь $j_c(B)$ — критическая плотность тока в A/cm^2 ; κ_s — коэффициент заполнения по сверхпроводнику; D — диаметр провода в см; $T_c - T_0$ — разность критической температуры и температуры ванны; j_1 — параметр вольт-амперной характеристики провода [19]. Для Nb—Ti-проводов $j \approx 10^3 A/cm^2$; W_0 — эффективный коэффициент теплоотвода в $Вт/см^2 \cdot К$. Эффективная скорость изменения тока $\dot{I}_{эф}$ определяется из выражения

$$\dot{I}_{эф} = \dot{I} + \frac{\pi D}{\mu_0} \dot{B}_a(t), \quad (15)$$

где $B_a(t)$ — внешнее магнитное поле; $A \approx 1$ — подгоночный параметр, позволяющий скорректировать неточности в расчете электрического поля в образце, а также неопределенность в выборе величины W_0 .

Нами были проведены расчеты зависимостей $I_m(I)$ по формуле (14) для СПК 4 и СПК 5. Величина W_0 была принята порядка 0,1 от величины h_0 . Результаты расчета показаны на рис. 10 сплошными линиями. Видно хорошее согласие теоретических и экспериментальных данных для обоих ключей. Таким образом выражение (14) можно использовать для оценки зависимостей $I_m(I)$ при проектировании ключей и источников тока для СПМС с СПК.

7. МЕТОД РАСЧЕТА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КЛЮЧЕЙ-ПЕРЕМЫЧЕК

При проектировании сверхпроводящих магнитных систем со сверхпроводящими ключами-перемычками исходными данными для расчета СПК должны быть: рабочий ток $I_{\text{раб}}$ и индуктивность СПМС L ; величина магнитного поля на ключе $B_{\text{раб}}$; напряжение запитки СПМС $V_{\text{раб}}$ и скорость отключения источника тока I ; максимальная допустимая величина потерь гелия или соответствующая им величина энергии, выделяющейся в ключе во время запитки $E_{\text{пот}}$. Необходимо определить параметры ключа, обеспечивающие ввод тока в СПМС в оптимальном режиме, время остывания и минимальный ток существования нормальной зоны, сечение и коэффициент заполнения провода, из которого должен изготавливаться ключ.

Параметры провода ключа определяются требуемым рабочим током $I_{\text{раб}}$ и величиной магнитного поля на ключе $B_{\text{раб}}$. При этом необходимо учитывать уменьшение критического тока ключа при быстром изменении тока в нем. Оценку токонесущей способности провода ключа при заданной скорости отключения источника тока I можно сделать по графикам, приведенным на рис. 10 и 11, или по формуле (14).

Работа ключа в оптимальном режиме при вводе тока в СПМС будет обеспечена при правильном выборе сопротивления ключа $R_{\text{кл}}$ и степени его охлаждения, т. е. площади охлаждаемой поверхности A . Из (3) и (4) легко получить, что сопротивление ключа должно быть

$$R_{\text{кл}} = LI_{\text{раб}}V_{\text{раб}}/E_{\text{пот}}, \quad (16)$$

а охлаждаемая поверхность

$$A = \frac{E_{\text{пот}}V_{\text{раб}}}{LI_{\text{раб}}h_0\Delta T_0}, \quad (17)$$

где $\Delta T_0 \approx 5$ К, а $h_0 \approx 0,005 \div 0,01$ Вт/см²·К.

Величина минимального тока существования нормальной зоны I_m , задающая предельную допустимую величину пульсаций источника тока СПМС в режиме стабилизации, определяется из (3) и (6):

$$I_m = \frac{E_{\text{пот}}}{LI_{\text{раб}}} \left(1 - \frac{B_{\text{раб}}}{B_0} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

Время остывания, задающее длительность режима стабилизации тока, определяется из (13) и (3):

$$t_{\text{ост}} = k_0 L^2 I_{\text{раб}}^2 S^2 / E_{\text{пот}}, \quad (19)$$

где k_0 определяется из графиков на рис. 14.

8. ВЫВОДЫ

Исследование тепловых свойств СПК показало, что они могут быть описаны вольт-амперной характеристикой ключа и временем его остывания. ВАХ ключа определяет величину минимального тока существования нормальной зоны I_m . Величина тока I_m накладывает ограничения на амплитуду пульсаций источника тока в режиме стабилизации. Минимальный ток существования нормальной зоны слабо зависит от магнитного поля.

Время остывания СПК обратно пропорционально I_m . Зависимость времени остывания от магнитного поля определяется близостью тока, текущего через ключ, к току $I_m(B)$.

Критические токи СПК во внешних полях меньше критических токов коротких образцов провода и зависят от скорости ввода тока. При недостаточной динамической стабильности композитного провода в высокоомной матрице величина критического тока определяется нелинейностью вольт-амперной характеристики короткого образца провода вблизи критического тока [18—21] и может быть рассчитана по формуле (14). Уменьшение критического тока при увеличении скорости изменения тока накладывает ограничения на скорость отключения источника тока при «замораживании» магнитного потока. Для исключения влияния собственного поля на критический ток ключи должны иметь бифилярную обмотку.

В заключение авторы выражают благодарность академику Б. М. Вулу за внимание к работе, профессору В. Р. Карасику, В. Н. Цихону, С. А. Гаранову за участие в обсуждении результатов, М. В. Сидорову, В. В. Матохину, В. А. Мальгинову за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ulbricht A.* A resistive superconductor power switch with a switching power of 40 mW at 47 kV.— *Cryogenics*, 1979, vol. 19, N 10, p. 591—602.
2. *Глуших В. А., Костенко А. И., Моносзон Н. А.* и др. Результаты исследований сверхпроводящих ключей с высокой удельной разрывной мощностью.— В кн.: Докл. Всесоюз. конф. по инженерным проблемам термоядерных реакторов. Л.: НИИЭФА, 1977, с. 136—144.
3. *Schmider R. W.* Ultrafast high power superconducting switches.— *IEEE Trans. Magn.*, 1975, vol. Mag-11, N 2, p. 590—593.
4. *Lindsey J. D. G., Blevins D. J., Laquer H. L.* et al. Development of a superconducting switch for magnetic energy storage systems.— *IEEE Trans. Magn.*, 1975, vol. Mag-11, N 2, p. 594—597.
5. *Grawatsch K., Köfler H., Komarek P.* et al. Investigation for the development of superconducting power switch.— *IEEE Trans. Magn.*, 1975, vol. Mag-11, N 2, p. 586—589.
6. *Krebs J. P., Santamaria E., Maldy J.* Superconducting device for energy storage and switching.— In: Proc. ISEC-4. Eindhoven, 1972, p. 172—176.
7. *Высоцкий В. С., Карасик В. Р., Колюхов А. А., Мальгинов В. А.* Исследование сверхпроводящих ключей-перемычек.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 76—82.
8. *Isaak R. D., Schwarz R. B.* A simple shunting switch for superconducting solenoids.— *Rev. Sci. Instrum.*, 1975, vol. 4, N 5, p. 638—639.
9. *Cruz-Urbe A., Trefney J.* Compact heat switch for persistent current loops.— *Cryogenics*, 1980, vol. 20, N 11, p. 665—666.
10. *Biltcliffe M., Hamley P.* A method for safely discharging a superconducting magnet in persistent mode when the helium supply becomes exhausted.— *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 1971, vol. 4, N 8, p. 622—623.
11. *Hagerdorn D., Dullenkopf P.* A fast-acting superconducting switch for protection of superconducting coils in the persistent current mode.— *Cryogenics*, 1974, vol. 14, N 8, p. 429—431.
12. *Kabat D., Ludemann R., Menke H., Shishov Yu. A.* Protection device for superconducting magnets with a superconducting switch.— *Cryogenics*, 1979, vol. 19, N 7, p. 382—384.
13. *Цихон В. Н., Пржеватский С. С.* Система питания сверхпроводящих магнитов с широким диапазоном регулирования режимов запитки.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 101—108.
14. *Steckly Z. J. J., Zar J. L.* Stable superconducting coils.— *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 1965, vol. NS-12, p. 367—372.
15. *Карасик В. Р., Криволицкая Н. В., Русинов А. И.* Анализ электромагнитных процессов в секционированном сверхпроводящем соленоиде с внутренней защитой.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 52—75.
16. *Брежна Г.* Сверхпроводящие магнитные системы. М.: Мир, 1976. 704 с.

17. *Высоцкий В. С., Карасик В. Р., Конюзов А. А.* Токовводы с форсированным охлаждением для сверхпроводящих магнитов, работающих в режиме «замороженного» потока.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 83—88.
18. *Мицу Р. Г., Рахманов А. Л.* Магнитные неустойчивости в жестких сверхпроводниках.— УФН, 1977, т. 121, вып. 3, с. 499—524.
19. *Andrianov V. V., Baev V. P., Ivanov S. S.* et al. Superconducting current stability in composite superconductors.— Cryogenics, 1982, vol. 22, N 2, p. 81—87.
20. *Klimenko E. Yu., Martovetsky N. N., Novikov S. I.* Computations of voltage-current characteristics.— Cryogenics, 1982, vol. 22, N 7, p. 367—372.
21. *Dorofeev G. L., Imenitov A. B., Klimenko E. Yu.* Voltage current characteristics of type II superconductors.— Cryogenics, 1980, vol. 20, N 6, p. 307—312.

УДК 537.312.62+538

А. И. РУСИНОВ, Н. В. КРИВОЛУЦКАЯ

РАСЧЕТ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ НОРМАЛЬНОЙ ЗОНЫ И КИНЕТИКА РАЗРУШЕНИЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ В СОЛЕНОИДЕ С ТОНКОЙ ОБМОТКОЙ

1. ВВЕДЕНИЕ

Кинетика разрушения сверхпроводимости током в соленоидах является одной из важных и до конца не понятых проблем прикладной сверхпроводимости. Актуальность проблемы связана с имеющейся тенденцией создания больших сверхпроводящих магнитных систем с высокими значениями плотности тока порядка $j_c \sim 10^4 \div 10^5$ А/см² и соответственно с большой удельной запасенной энергией. В таких системах первоочередным является вопрос о максимальной температуре разогрева обмотки в процессе неконтролируемого перехода ее в нормальное состояние. Исследование кинетики этого перехода, кроме того, позволяет в принципе оценить максимальное значение электрических напряжений в обмотке, что также играет важную роль при определении надежности работы магнита.

С другой стороны, теоретический анализ процессов, происходящих в обмотке соленоида при его переходе в нормальное состояние, представляет собой весьма сложную задачу, как ввиду большого разнообразия физических явлений, участвующих в переходе, так и в силу их существенной нелинейности. Решение задачи о разряде сверхпроводящего магнита условно можно разбить на два этапа: 1) зарождение и распространение нормальной (n) зоны по всей обмотке при заданном токе $I(t)$ магнита; 2) затухание тока $I(t)$ вследствие появления сопротивления $R(t)$ нормальной зоны и омический разогрев нормальной обмотки. В общем случае эти два процесса связаны между собой и полное решение задачи возможно лишь на ЭВМ.

Эволюция нормальной зоны внутри сверхпроводящей области с током описывается уравнением теплопроводности с объемными источниками тепла в n -фазе:

$$c(T)\partial T/\partial t = \nabla(\hat{\chi}(T)\nabla T) + \rho(T)j^2(t)g(t), \quad (1)$$

где

$$g(t) = \begin{cases} 1 & \text{в } n\text{-области при } |r| < |s(t)|, \\ 0 & \text{в } s\text{-области.} \end{cases}$$

В форме записи (1) предполагается, что теплоемкость $c(T)$ и коэффициент теплопроводности $\hat{\chi}(T)$ одинаковы в обеих фазах. Это соответствует действительности, если сверхпроводник находится в сильном магнитном поле (внешнем или собственном поле соленоида). Коэффициент теплопроводности $\hat{\chi}(T)$ обычно обладает сильной анизотропией, поскольку обмотка представляет собой набор чередующихся слоев или волокон хорошо проводящего материала

(медь или алюминий), погруженных в материал с плохой теплопроводностью (эпоксидная смола или изолирующие прокладки). Для плоской обмотки (в пренебрежении искривлением ее витков) коэффициент теплопроводности $\hat{\kappa}(T)$ описывается тензором 2-го ранга с главными значениями: κ_{\parallel} (вдоль витков), κ_{\perp} (в перпендикулярном направлении).

В качестве граничных условий к уравнению (1) ставятся условие на движущейся границе раздела фаз и условие для теплоотода на внешней поверхности сверхпроводника (условие омывания жидким гелием). Обычно предполагается, что граница раздела сверхпроводник — нормальный металл является резкой, т. е. во все моменты времени температура границы равна критической температуре сверхпроводника (при заданных значениях j и магнитного поля H):

$$T(\mathbf{r}, t)|_{|\mathbf{r}|=|s(t)|} = T_c(j, H). \quad (2)$$

Задача 1) состоит в определении закона движения границы $s(t)$ и распределения температуры в n -области. Вследствие резкой температурной зависимости коэффициентов $c(T)$, $\kappa(T)$ и $\rho(T)$ при низких температурах поставленную задачу удастся аналитически решить лишь в небольшом числе специальных случаев.

В работах [1, 2] впервые была решена задача об установившемся движении ns -границы вдоль одномерного сверхпроводника, несущего постоянный ток I , в предположении, что параметры материала c , κ_{\parallel} и ρ от температуры не зависят. Выражение для скорости ns -границы v_{\parallel} вдоль сверхпроводящего провода имеет хорошо известный вид

$$v_{\parallel} = \frac{1 - 2\alpha_s}{\sqrt{1 - \alpha_s}} \left[\frac{\kappa_{\parallel} \rho j^2}{c^2 (T_c - T_0)} \right]^{1/2}, \quad (3)$$

$$0 \leq \alpha_s \leq 1/2,$$

где T_0 — начальная температура сверхпроводника, которая обычно равна температуре жидкого гелия ($T_0 = 4,2$ К). Безразмерный параметр α_s представляет собой отношение мощности теплоотода с поверхности сверхпроводника в жидкий гелий (вблизи нормальной границы) к мощности джоулевых потерь:

$$\alpha_s = \frac{qP(T_c - T_0)}{S\rho j^2}, \quad (4)$$

где q — коэффициент теплоотдачи в жидкий гелий, P — периметр проводника, а S — площадь его сечения. Отметим, что в литературе параметром Стекли [3] обычно принято называть обратную величину $1/\alpha_s$, которую также обозначают с помощью α_s .

В адиабатических условиях, при которых теплоотводом в жидкий гелий можно пренебречь, в формуле (3) для скорости v_{\parallel} нужно положить $\alpha_s = 0$.

Применимость формулы (3) к реальным системам связана с возможностью пренебрежения температурной зависимостью коэффициентов $c(T)$, $\kappa(T)$ и $\rho(T)$ вблизи ns -границы. Этот вопрос проанализирован в работе одного из авторов [4], в которой показано, что указанное условие заведомо выполнено при больших скоростях v_{\parallel} ($T_c(H) - T_0 \ll T_0$), когда разогрев нормального металла вблизи границы не успевает произойти и для определения v_{\parallel} можно пользоваться линейной теорией. Там же решена нелинейная задача для реалистических зависимостей $c(T) \sim T^3$ и $\kappa(T)\rho(T) \sim T$ (закон Видемана — Франца — Лоренца; например, $\kappa(T) \sim T$, $\rho(T) = \text{const}$) и показано, что точное выражение для v_{\parallel} отличается от формулы (3) несущественным численным множителем, близким к единице. Этим обстоятельством, довольно случайным с математической точки зрения, можно объяснить тот факт, что наблюдаемые на опыте зависимости $v_{\parallel}(j)$ находятся в хорошем (иногда количественном) согласии с опытом.

Целью данной работы является учет влияния поперечной (межвитковой) теплопроводности обмотки на скорость распространения нормальной зоны.

В такой общей постановке задача становится значительно сложнее, поскольку она, очевидно, теряет одномерный характер.

Для геометрии в двух и трех измерениях в литературе используется (см., например, [5, 6]) картина расширения нормальной зоны соответственно в форме эллипса и эллипсоида, главные полуоси которых линейно возрастают со временем. Предположение о постоянстве скорости расширения эллипсоида, видимо, оправдано для достаточно больших времен с момента образования нормальной зоны (и при $j = \text{const}$), когда каждый участок поверхности эллипсоида можно считать приближенно плоским. В этом случае скорость движения границы в произвольном направлении \mathbf{n} дается формулой (3), в которой необходимо положить $\alpha_s = 0$ и пользоваться значением коэффициента теплопроводности $\kappa(\mathbf{n})$ в этом же направлении:

$$v(\mathbf{n}) \approx \left[\frac{\kappa(\mathbf{n}) \rho j^2}{c^2 (T_c - T_0)} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Вводя угол θ между направлениями \mathbf{n} и \mathbf{j} , величину $\kappa(\mathbf{n})$ можно представить в виде

$$\kappa(\mathbf{n}) = \kappa_{\parallel} \cos^2 \theta + \kappa_{\perp} \sin^2 \theta. \quad (6)$$

Объем нормальной зоны в момент времени t составляет: $V_1 \sim \sqrt{\kappa_{\parallel}} t$, $V_2 \sim \sqrt{\kappa_{\parallel} \kappa_{\perp}} t^2$, $V_3 \sim \kappa_{\perp} \sqrt{\kappa_{\parallel}} t^3$ для случаев одного, двух и трех измерений соответственно. Сказанное выше справедливо до тех пор, пока витки в объеме нормальной зоны можно считать прямолинейными, т. е. в пренебрежении кривизной обмотки. Например, для длинного соленоида с тонкой обмоткой двумерная картина распространения нормальной зоны приближенно верна до времен, при которых размер большой оси эллипса $2v_{\parallel} t$ мал по сравнению с диаметром соленоида. Для еще больших времен «нормальное» пятно на поверхности соленоида сомкнется по окружности обмотки и в дальнейшем движение нормальной зоны вдоль оси соленоида станет чисто одномерным. Наша задача состоит в вычислении скорости этого движения и соответствующего распределения температуры в нормальной области.

2. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Чтобы упростить решение поставленной задачи, рассмотрим модель соленоида в форме бесконечной простой спирали, навитой на цилиндр радиуса R с шагом d . Для плотной обмотки шаг спирали приблизительно совпадает с диаметром круглого сверхпроводящего кабеля, по которому течет ток I . Сделаем дополнительно следующие предположения.

а. Соленоид является теплоизолированным от гелиевой ванны. Условие адиабатичности ($\alpha_s = 0$) реализуется на опыте, хотя полученное ниже решение легко обобщается на случай постоянного коэффициента теплоотвода q в жидкий гелий.

б. Коэффициенты c , κ и ρ будем считать не зависящими от температуры (линейная задача). Как уже упоминалось ранее, это условие, по-видимому, можно считать выполненным, если скорость ns -границы достаточно велика. С другой стороны, в пользу этого предположения может служить также тот факт, что линейная и нелинейная ($c \sim T^3$, $\kappa \sim T$, $\rho = \text{const}$) задачи дают почти совпадающие результаты для скорости v_{\parallel} в чисто одномерном случае. Разумеется результат для температуры разогрева в точке зарождения нормальной зоны будет отличаться, но этот вопрос требует отдельного исследования.

в. Границу раздела сверхпроводник — нормальный металл будем предполагать резкой. Ее положение в соленоиде определяется из условия, что на границе раздела температура равна критической температуре сверхпроводника: $T_{ns} = T_c(I, H)$. Задача о движении нормальной зоны допускает также точное решение с учетом размытия границы перехода для композитного про-

водника за счет частичного перетекания тока из сверхпроводника в нормальную матрицу. Таким образом, сделанное выше предположение должно выполняться для композитов с небольшим содержанием нормального металла.

г. Коэффициенты c и κ в уравнении теплопроводности мы будем считать одинаковыми в нормальной и сверхпроводящей фазах. Это условие достаточно хорошо выполняется в жестких сверхпроводниках в сильном магнитном поле.

Прежде чем переходить к точному решению сформулированной модельной задачи, мы попытаемся составить качественную картину явления. В отсутствие передачи тепла между витками движение нормального фронта по проводу имеет строго одномерный и адиабатический характер. В этом случае продольная (вдоль провода) скорость v_{\parallel} дается выражением (3) при $\alpha_s = 0$. Скорость разрушения сверхпроводимости в соленоиде определяется проекцией скорости v_{\parallel} на ось соленоида, которая равна

$$v_z^{(0)} = v_{\parallel} d/l, \quad (7)$$

где d — шаг спирали, $l = 2\pi R$ — длина одного витка. Отношение d/l на практике обычно является очень малым. Так, для соленоида радиусом $R = 15$ см, намотанного проводом диаметром $d = 1$ мм, продольная вдоль оси соленоида скорость $v_z^{(0)}$ оказывается примерно в 1000 раз меньше скорости v_{\parallel} . Очевидно, что при этом условии становится существенным учет поперечной теплопроводности обмотки κ_{\perp} , несмотря на то что коэффициент теплопроводности изоляции может быть на несколько порядков меньше соответствующей величины для металлического проводника.

На трехмерный характер распространения нормальной фазы в обмотке соленоида указывал еще Стекли [5]. Скорость движения n -фазы вдоль оси соленоида за счет одной лишь поперечной теплопроводности дается выражениями (5) и (6) при $\theta = \pi/2$:

$$v_{\perp} = \left[\frac{\kappa_{\perp} \rho_j^2}{c^2 (T_c - T_0)} \right]^{1/2}. \quad (8)$$

Критерий того, какой механизм теплопроводности более существен, определяется отношением $v_{\perp}/v_z^{(0)}$. Согласно (7) и (8) это отношение можно представить в виде ¹

$$\eta = (v_{\perp}/v_z^{(0)})^2 = (\kappa_{\perp}/\kappa_{\parallel}) (l/d)^2. \quad (9)$$

В зависимости от параметров магнита безразмерная величина η может изменяться в очень широких пределах. Отношение $\kappa_{\perp}/\kappa_{\parallel}$ может лежать в пределах от 0,1 до 10^{-4} . Геометрический фактор l/d составляет 10^3 или выше. Таким образом, для этих значений параметр η лежит в интервале $\eta \sim 10^2 \div 10^5$. Отсюда можно сделать вывод, что в реальных магнитах скорость перехода в нормальное состояние в основном определяется межвитковой теплопередачей.

Здесь необходимо сделать одно уточнение. При выводе формулы (8) предполагалось, что распределение температуры в любом из витков по его длине является равномерным. Это соответствует чисто одномерному распространению тепла в системе колец, наизнанную на цилиндр равномерно по его длине, с равномерным распределением температуры вдоль каждого из колец. Это приближение применимо в том случае, если в процессе джоулева разогрева каждого витка (кольца) тепло за счет продольной теплопроводности успевает равномерно распределяться по длине витка, т. е. коэффициент κ_{\parallel} должен быть достаточно большим. Таким образом, в задаче возникает второй безразмерный

¹ Физически параметр η представляет собой отношение продольного τ_f^{\parallel} и поперечного τ_f^{\perp} времени диффузии тепла. Действительно, $\tau_f^{\parallel} = c^2/\kappa_{\parallel}$ и $\tau_f^{\perp} = cd^2/\kappa_{\perp}$. Беря отношение этих времен, находим, что $\eta = \tau_f^{\parallel}/\tau_f^{\perp}$.

параметр. Определим его как отношение времени продольной тепловой диффузии τ_t^{\parallel} к времени омического разогрева кольца τ_R :

$$\beta^2 = \tau_t^{\parallel} / \tau_R, \quad (10)$$

где $\tau_t^{\parallel} = cl^2/\kappa_{\parallel}$. Время τ_R по определению равно

$$\tau_R = c (T_c - T_0) / (\rho j^2), \quad (11)$$

т. е.

$$\beta = \left[\frac{\rho j^2}{(T_c - T_0)} \frac{l^2}{\kappa_{\parallel}} \right]^{1/2}. \quad (12)$$

Формула (7) для $v_z^{(0)}$ соответствует значениям $\beta \ll 1$. Для реальных магнитов выполняется обратное условие $\beta \gg 1$. Действительно, для композитного проводника NbTi/Cu коэффициент температуропроводности составляет $\chi_{\parallel} \sim 10^3 \text{ см}^2/\text{с}$. Для витка длиной $l = 1 \text{ м}$ время τ_t^{\parallel} равно $\approx 10 \text{ с}$. Время разогрева τ_R оценим по формуле (11), используя значения параметров: $c \sim 10^{-3} \text{ Дж/см}^3 \cdot \text{К}$, $\sigma \sim 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{см}$, $\Delta T = 1 \text{ К}$, $j \sim 10^5 \text{ А/см}^2$. Отсюда находим $\tau_R \approx 10^{-5} \text{ с}$. Таким образом, для рассмотренного соленоида из NbTi/Cu параметр β составляет порядка 10^3 . Для плотности тока $j = 10^4 \text{ А/см}^2$ имеем $\beta \approx 100$. Следовательно, в реальной обмотке температура витков в процессе их перехода в нормальное состояние не успевает выравниваться и нужно решать задачу более точно.

3. РАСЧЕТ СКОРОСТИ n_s -ГРАНИЦЫ В ОДНОСЛОЙНОЙ КАТУШКЕ

Для однослойной дискретной обмотки рассмотрение теплового баланса приводит к следующему уравнению теплопроводности (ср. с (1)):

$$c \frac{\partial T(s, t)}{\partial t} = \kappa_{\parallel} \frac{\partial^2 T(s, t)}{\partial s^2} + h \{T(s+l, t) + T(s-l, t) - 2T(s, t)\} + \rho j^2 g(t), \quad (13)$$

где s — координата точки, отсчитанная от точки зарождения нормальной зоны вдоль провода; $h = \kappa_{\perp}/d^2$ — коэффициент теплопередачи между ближайшими витками. Член, заключенный в фигурные скобки, описывает теплопередачу из данного витка в два ближайших соседних.

При стационарном движении границы нормальной зоны ($T = T_c$) со скоростью v_s в уравнении (13) можно положить

$$T(s, t) = T(\xi), \quad \xi = s - v_s t. \quad (14)$$

Тогда мы приходим к линейному дифференциально-разностному уравнению вида

$$-v_s c \frac{\partial T}{\partial \xi} = \kappa_{\parallel} \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + h \{T(\xi+l) + T(\xi-l) - 2T(\xi)\} + \rho j^2 g(t) \quad (15)$$

с граничными условиями

$$T(0) = T_c, \quad T(+\infty) = T_0. \quad (16)$$

Решение этого уравнения дано в Приложении. Согласно (П. 11) и (П. 9) выражение для скорости v_s можно представить в виде

$$v_s/v_{\parallel} = 2u(\beta, \eta)/\beta_0 \quad (17a)$$

$$u^2 = \frac{\beta^2}{4} \left\{ 1 + \eta - \frac{u^3 \eta}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(1-f^2)[2+\eta(1+f^2)] dx}{[x^2(1+\eta)^2+u^2][x^2(1+\eta f^2)^2+u^2]} \right\}, \quad (17b)$$

$f = \sin x/x$. Эта формула справедлива при произвольных значениях параметров η и β . В отсутствие передачи тепла между витками ($\kappa_{\perp} = 0$, $\eta = 0$) формула (17a) переходит в выражение для скорости чисто одномерного движе-

ния n -границы вдоль прямолинейного провода ($v_s = v_{\parallel}$), как и следовало ожидать. Этот случай практически не реализуется, поскольку, как отмечалось ранее, выполняется неравенство $\eta \gg 1$.

Поведение решения u (β , η) уравнения (17б) удастся исследовать в двух предельных случаях.

а. Случай $u \ll 1 + \eta$. В интеграле в (17б) основную роль играют малые значения $x \sim u$ ($1 + \eta \ll 1$). Полагая $f(x) \approx 1 - x^2/6$, находим, что

$$u^2 = \frac{\beta^2}{4} \left[1 + \eta - \frac{1}{6} \eta \left(\frac{u}{1 + \eta} \right)^2 \right], \quad u \ll 1 + \eta.$$

Отсюда следует, что при выполнении неравенства $u \ll 1 + \eta$ вкладом интеграла в (17б) можно пренебречь. Неравенство $u \ll 1 + \eta$ соответствует значениям $\beta \ll \sqrt{1 + \eta}$. Таким образом, мы приходим к следующему результату:

$$v_s \approx v_{\parallel} \sqrt{1 + \eta}, \quad \beta \ll \sqrt{1 + \eta}. \quad (18)$$

В практическом интересном случае $\eta \gg 1$ скорость движения n -зоны вдоль соленоида $v_z = v_s d/l$ совпадает с выражением (8), $v_z \approx v_{\perp}$, т. е. определяется передачей тепла между витками. Согласно (9), (11) и (12) неравенство $1 \ll \beta \ll \sqrt{\eta}$ можно записать в виде $d \ll \sqrt{\tau_R \chi_{\perp}}$. Физически это условие означает, что расстояние d между витками должно быть много меньше длины диффузии тепла вдоль соленоида за время τ_R разогрева витка от гелиевой до критической температуры. В этом случае, очевидно, однослойную катушку можно рассматривать как сплошную цилиндрическую оболочку, характеризующуюся продольным (вдоль оси) коэффициентом теплопроводности κ_{\perp} . Разрушение сверхпроводимости носит одномерный характер и определяется скоростью v_{\perp} (см. (8)). При выводе этого результата мы не требовали выполнения условия $\kappa_{\perp} \ll \kappa_{\parallel}$; напротив, неравенство $\eta \gg 1$ выполняется тем лучше, чем больше коэффициент поперечной теплопроводности κ_{\perp} .

Для очень малых значений коэффициента κ_{\perp} , для которых выполняется условие $\eta \ll 1$, формула (18) дает $v_s \approx v_{\parallel}$, т. е. $v_z \approx v_z^{(0)}$ при $\beta \ll 1$, о чем уже упоминалось выше.

Для типичных значений $\rho \sim 10^{-8}$ Ом·см, $j = 10^4 \div 10^5$ А/см², $c \sim 10^{-3}$ Дж/см³·К, $\Delta T \sim 1$ К и $\kappa_{\perp} \sim 10^{-2} \kappa_{\parallel}$ условие $\beta \ll \sqrt{\eta}$ дает для зазора между витками $d \lesssim 1 \div 0,1$ мм. В этом примере мы неявно предположили, что диаметр металлического проводника, обладающего большой теплопроводностью κ_{\parallel} , много меньше толщины теплоизолирующих прослоек так, что коэффициент поперечной теплопроводности κ_{\perp} в основном определяется тепловыми свойствами этих прослоек. Для реальной обмотки, состоящей из проводников круглого сечения и пропиточного вещества в зазорах между ними, эффективный коэффициент поперечной теплопроводности κ_{\perp} может быть в принципе вычислен (см., например, [14, гл. 5]), если известен коэффициент теплопередачи на границе металл — изолятор, но мы не будем здесь заниматься этим вопросом.

б. Случай $u \gg 1 + \eta$. В интеграле в (17б) главную роль играют большие $x \sim u/(1 + \eta) \gg 1$. В этом случае функцию $f^2 = \sin^2 x/x^2$ можно положить равной нулю и интеграл легко вычисляется. Тогда находим

$$u^2 \approx \frac{\beta^2}{4} \left(1 + \frac{\eta}{2} \right), \quad u \gg 1 + \eta. \quad (19)$$

Для $\eta \gg 1$ найденное решение имеет вид

$$v_s \approx \sqrt{\eta/2} v_{\parallel}, \quad \beta \gg \sqrt{\eta}. \quad (20)$$

Из неравенства $\beta \gg \sqrt{\eta}$ следует, что решение (20) применимо, если $d \gg \sqrt{\tau_R \chi_{\perp}}$, т. е. расстояние между витками значительно больше длины поперечной диффузии тепла. В этом предельном случае скорость n -фазы v_s вдоль провода по-прежнему остается много больше скорости v_{\parallel} для движения тепла

вдоль прямолинейного проводника. Причина этого лежит в том, что при больших d возникает существенно неравномерное распределение температуры вдоль витков ($\beta \gg 1$), иными словами, тепловой поток между соседними витками остается достаточно большим. Скорость движения нормальной фазы v_z вдоль оси соленоида и в этом случае определяется исключительно межвитковой теплопроводностью, и согласно (20) она равна

$$v_z \approx v_{\perp} / \sqrt{2}, \quad d \gg \sqrt{\tau_R \chi_{\perp}}. \quad (21)$$

Таким образом, по сравнению с предыдущим случаем $d \ll \sqrt{\tau_R \chi_{\perp}}$ найденная скорость оказывается меньше всего лишь на $\approx 30\%$.

Применимость формул (20) или (21) ограничена также со стороны больших $d \lesssim l \sqrt{\kappa_{\perp} / \kappa_{\parallel}}$. Для реальных обмоток это неравенство, как отмечалось ранее, видимо, выполняется с большим запасом. Наконец, при выполнении обратного неравенства $d \gg l \sqrt{\kappa_{\perp} / \kappa_{\parallel}}$, т. е. лишь при $\eta \ll 1$, из формулы (19) следует, что

$$v_s \approx v_{\parallel}, \quad v_z \approx v_z^{(0)} \ll v_{\perp}, \quad \sqrt{\tau_R \chi_{\parallel}} \ll l \ll d \sqrt{\kappa_{\parallel} / \kappa_{\perp}}.$$

Из приведенного выше аналитического рассмотрения можно сделать вывод: скорость v_z установившегося движения нормальной зоны вдоль соленоида в форме однослойной спирали в адиабатических условиях в основном определяется межвитковой теплопроводностью; при физически разумных параметрах соленоида, т. е. при выполнении неравенства $l \gg d \sqrt{\kappa_{\parallel} / \kappa_{\perp}}$, эта скорость с точностью до численного множителя порядка единицы совпадает со скоростью v_{\perp} , даваемой выражением (8). При шаге намотки $d \ll \sqrt{\tau_R \chi_{\perp}}$ указанный множитель равен строго единице ($v_z = v_{\perp}$); этот результат соответствует одномерному движению нормальной зоны вдоль сплошной сверхпроводящей трубы. При $d \gg \sqrt{\tau_R \chi_{\perp}}$ скорость v_z оказывается в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем в предыдущем случае.

В общем случае отношение скоростей v_z / v_{\perp} в однослойной катушке зависит от двух параметров β и η :

$$v_z = v_{\perp} [2u(\beta, \eta) / \beta \sqrt{\eta}], \quad (21a)$$

где величина $u(\beta, \eta)$ является решением трансцендентного уравнения (176). Это уравнение было решено на ЭВМ РДР 11/70 в широкой области значений параметров β и η методом последовательных приближений. В качестве нулевого приближения выбиралось значение $u_0 = (\beta/2) \sqrt{1 + \eta}$; для получения корня уравнения с разумной точностью оказалось достаточным небольшое число итераций. Результаты численных расчетов отношения v_z / v_{\perp} в зависимости от η или β при фиксированных значениях β или η соответственно приведены на рис. 1. В принципе эти кривые полностью решают поставленную задачу о вычислении скорости движения нормальной зоны вдоль соленоида. Из графиков видно, что полученные выше аналитические выражения для предельных случаев согласуются с поведением кривых $v_z(\beta, \eta)$.

Распределение температуры вдоль соленоида можно вычислить по формуле (П.10), если известна зависимость $v_z(\beta, \eta)$. Рассмотрим разогрев в нормальной зоне при $\xi < 0$.

а. Случай $u \ll 1 + \eta$. В подынтегральных функциях в (П.10) можно положить $f = 1$, после чего интегралы легко вычисляются. Приведем результат:

$$\begin{aligned} \frac{T(\xi) - T_0}{T_c - T_0} \approx \frac{\beta^2}{4u^2} \left\{ 1 + \eta + 2u \frac{|\xi|}{l} + \right. \\ \left. + \frac{1}{6} \frac{u^2 \eta}{(\eta + 1)^2} \left[\frac{2u}{\eta + 1} \frac{|\xi|}{l} - 1 \right] \exp \left(- \frac{2u}{\eta + 1} \frac{|\xi|}{l} \right) \right\}, \quad (22) \end{aligned}$$

$$u \ll \eta + 1.$$

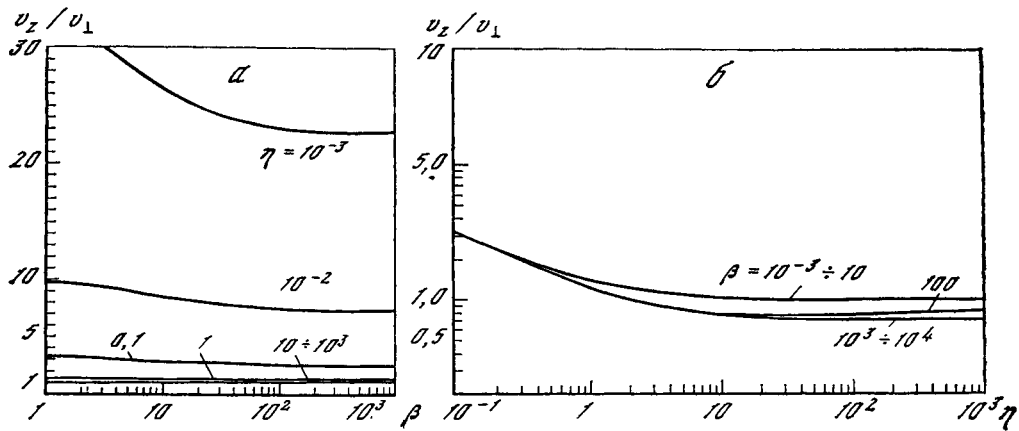
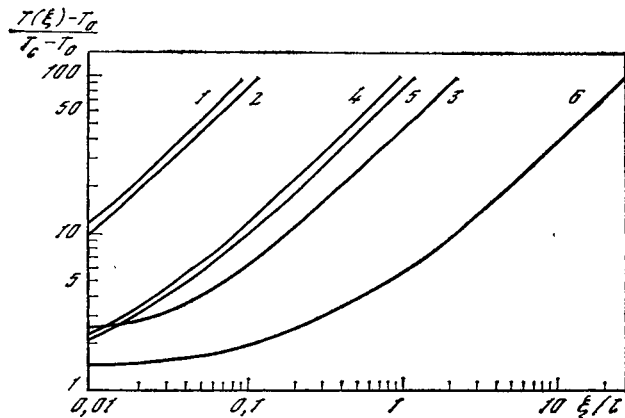


Рис. 1. Установившееся движение нормальной зоны со скоростью v_z вдоль однослойного соленоида

а — зависимость $v_z(\beta)$ при $\eta = \text{const}$; б — $v_z(\eta)$ при $\beta = \text{const}$

Рис. 2. Распределение температуры в нормальной зоне при различных значениях параметров β и η

1—3: $\beta = 10^3$, $\eta = 10^{-1}$ (1), 10^2 (2), 10^3 (3); 4—6: $\beta = 10^3$, $\eta = 10^{-3}$ (4), 10^{-2} (5), 10^{-1} (6); ξ — расстояние до границы нормальной зоны, l — длина витка соленоида



Легко видеть, что последний член в фигурных скобках, описывающий вклад интегралов в (II.10), является малым и им можно пренебречь. Таким образом, распределение температуры вдоль соленоида в движущейся системе координат $\xi = x - v_s t$ характеризуется постоянным градиентом. Приращение температуры на одном витке ($\Delta \xi = l$) составляет

$$\frac{\Delta T}{T_c - T_0} \approx \frac{\beta}{\sqrt{\eta}} \ll 1, \quad 1 \ll \beta \ll \sqrt{\eta}. \quad (23)$$

Температура T^* в точке зарождения нормальной зоны (при $x = 0$) линейно растет со временем:

$$T^*(t) = (T_c - T_0) \frac{\beta v_s}{l \sqrt{\eta}} t = \frac{\rho l^2}{c} t. \quad (24)$$

Этот результат является следствием предположения о независимости коэффициентов c и ρ от температуры.

б. Случай $u \gg 1 + \eta$. В интегралах (II.10) полагаем $f = 0$. В пренебрежении малыми осциллирующими членами при $|\xi| \gg l$ находим

$$\frac{T(\xi) - T_0}{T_c - T_0} = \frac{\beta^2}{4u^2} \left(1 + \frac{\eta}{2} + 2u \frac{|\xi|}{l} \right),$$

$$\beta \gg \sqrt{\eta}.$$

Перепад температуры на одном витке составляет по-прежнему $\Delta T / (T_c - T_0) \sim \beta / \sqrt{\eta}$, т. е. $\Delta T \gg T_c - T_0$ при $\beta \gg \sqrt{\eta}$. Разогрев в «горячей точке» дается формулой (24), как и в предыдущем случае. Причина такого совпадения заклю-

чается в том, что, хотя приращение температуры на длине одного витка растет с увеличением $\beta^2/u \gg 1$, $\Delta T = (\beta^2/2u)(T_c - T_0)$, температура T^* в горячей точке, равная $T^* = \Delta T (v_s t/l)$, не зависит от u , поскольку $v_s \equiv (2/\beta) uv_{\parallel}$. Результаты численного расчета $T(\xi) - T_0$ при различных значениях η и β показаны на рис. 2.

4. УЧЕТ ЗАВИСИМОСТИ ТОКА ОТ ВРЕМЕНИ

Приведенный выше анализ скорости установившегося движения границы раздела нормальный металл — сверхпроводник существенно опирался на два предположения: а) распространение тепла по обмотке описывается линейным уравнением диффузии; б) ток в катушке не зависит от времени. Учет нелинейных тепловых свойств обмотки приводит к значительному усложнению задачи, которую удается решить аналитически только для некоторых частных моделей. В обсуждавшемся выше случае $d \ll \sqrt{\tau_R \chi_{\perp}}$, когда обмотку можно считать непрерывной средой, движение нормальной границы вдоль оси соленоида является строго одномерным. В этом случае выражение для скорости v_{\perp} остается практически без изменений для зависимостей $c(T)$ и $\kappa_{\perp}(T)$ вида $c(T) \sim T^3$, $\kappa(T) \sim T$ и $\rho = \text{const}$ [4]. В общем случае нелинейными свойствами можно пренебречь, если скорость v_z является достаточно большой, так что в процессе перехода разогрев обмотки является малым. Это условие выполнено, если разность энтальпий нормальной и сверхпроводящей фаз стремится к нулю, т. е. при $T_c(j) \rightarrow T_0$. Предположение б) о постоянстве тока в катушке оправдано в тех случаях, когда за время нормального перехода ток в системе не успевает заметно измениться либо специально поддерживается постоянным. Еще в первых своих работах по переходам незащищенных соленоидов в нормальное состояние Стекли [5] предположил, что скорость движения нормальной зоны определяется значением тока и магнитного поля в соленоиде в данный момент времени, т. е. скорость v_s адиабатически следует за изменением тока в соленоиде.

Ниже мы докажем справедливость этого утверждения для одномерного движения нормальной границы в среде с постоянными коэффициентами c , κ и ρ . Исходя из определения (П.4) легко написать выражение для функции единичного источника тепла уравнения (13) при $h = 0$ [7]:

$$G(x - x', t - t') = \frac{1}{2\sqrt{\pi\chi}(t - t')} \exp\left[-\frac{(x - x')^2}{4\chi(t - t')}\right], \quad t > t'. \quad (25)$$

С помощью (25) общее решение одномерной задачи можно представить в виде

$$T(\bar{x}, \bar{t}) = T_0 + (T_c - T_0) \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\bar{t}} d\tau e^{-\alpha\tau\bar{t}^2} (\bar{t} - \tau) \left[\Phi\left(\frac{\bar{x} + \bar{x}_0(\bar{t} - \tau)}{2\sqrt{\tau}}\right) - \Phi\left(\frac{\bar{x} - \bar{x}_0(\bar{t} - \tau)}{2\sqrt{\tau}}\right) \right] \right\} + \frac{1}{\sqrt{4\pi\chi\bar{t}}} \int_{-\infty}^{+\infty} T_0(x') \exp\left[-\frac{(x - x')^2}{4\chi\bar{t}}\right] dx', \quad (26)$$

где $\Phi(x)$ — интеграл ошибок,

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-s^2} ds.$$

Тильдой помечены безразмерные переменные:

$$\bar{x} = \frac{x}{\sqrt{\tau_R \chi}}, \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau_R}, \quad \tau_R = \frac{c(T_c - T_0)}{\rho j_0^2}, \quad \bar{j}(t) = \frac{j(t)}{j_0}, \quad (27)$$

j_0 и $T_0(x)$ — значение тока и распределение температуры в системе в начальный момент времени $t = 0$; α — параметр Стекли (4) при $t = 0$. При выводе (26) мы для простоты записи не учитывали зависимость $T_c(t)$, т. е. положили $T_c \equiv T_c(j_0)$. Вводя в (26) граничное условие $T(x_0(t), t) \equiv T_c$ при $x = x_0(t)$,

мы приходим к интегральному уравнению для нахождения закона движения нормальной границы $x_0(t)$:

$$1 = \frac{1}{2} \int_0^t d\tau e^{-\alpha\tau j^2} (t-\tau) \left\{ \Phi \left[\frac{x_0(t) + x_0(t-\tau)}{2\sqrt{\tau}} \right] - \Phi \left[\frac{x_0(t) - x_0(t-\tau)}{2\sqrt{\tau}} \right] \right\} + \frac{1}{2\sqrt{\pi\chi t}} \int_{-\infty}^{+\infty} T_0(x') \exp \left[-\frac{(x_0(t) - x')^2}{4\chi t} \right] dx'. \quad (28)$$

Для упрощения записи в первом интеграле мы опустили знак тильды у всех величин. Поведение решения $x_0(t)$ при малых временах $t \lesssim 1$ очень чувствительно к характеру начального распределения температуры $T_0(x)$. В этой области уравнение может быть решено лишь численными методами, которые позволяют в зависимости от вида начального возмущения температуры $T_0(x)$ найти минимальное количество подведенного тепла к системе, при котором размер нормальной области $2x_0(t)$ неограниченно растет со временем, т. е. сверхпроводящая система испытывает переход в нормальное состояние [6].

С другой стороны, при больших временах $t \gg 1$ джоулево тепло, выделяющееся в нормальной области, значительно превышает первоначально подведенное тепло, так что последним членом в уравнении (28) можно пренебречь. В этом случае вид решения $x_0(t)$ при заданном законе изменения тока $j(t)$ зависит только от величины параметра Стекли α , а в теплоизолированных условиях ($\alpha = 0$) и при $j(t) = 1$ функция $x_0(t)$ не содержит вообще параметров вещества, т. е. является универсальной числовой функцией.

При $t \gg 1$ и $x_0(t) \gg 1$ основной вклад в первый интеграл в (28) вносят значения подынтегральной функции при $\tau \ll 1$. В этой области функцию $j(t)$, описывающую изменение тока в цепи, можно вынести за знак интеграла, поскольку ток заведомо изменяется за времена, много большие τ_R . Кроме того, полагая $x_0(t-\tau) \approx x_0(t) - \dot{x}_0(t)\tau$, приходим к уравнению

$$1 = \frac{j^2(t)}{\sqrt{\pi}} \int_0^t d\tau e^{-\alpha\tau} \left\{ - \int_{x_0(t)/\sqrt{\tau}}^{\infty} e^{-s^2} ds + \int_{x_0\sqrt{\tau}/2}^{\infty} e^{-s^2} ds \right\}. \quad (29)$$

Выполняя в этом уравнении интегрирование по частям, имеем

$$1 = \frac{j^2(t)}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} - \frac{\dot{x}_0}{4\alpha} \int_0^t e^{-(\alpha + \dot{x}_0^2/4)\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} - \frac{x_0}{2\alpha} \int_0^t \frac{d\tau}{\tau^{3/2}} e^{-\alpha\tau - x_0^2/\tau} - \frac{1}{\alpha} e^{-\alpha t} \left[\int_{x_0\sqrt{t}/2}^{\infty} e^{-s^2} ds - \int_{x_0/\sqrt{t}}^{\infty} e^{-s^2} ds \right] \right\}. \quad (30)$$

Дадим оценку фигурирующих здесь интегралов:

1. $\int_0^t e^{-(\alpha + \dot{x}_0^2/4)\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \approx \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\alpha + \dot{x}_0^2/4}},$
 $(\alpha + \dot{x}_0^2/4)t \gg 1;$
2. $\int_0^t \frac{d\tau}{\tau^{3/2}} e^{-\alpha\tau} e^{-x_0^2/\tau} \approx \frac{\sqrt{t}}{x_0^2} \frac{e^{-x_0^2/t} e^{-\alpha t}}{(1 - \alpha t^2/x_0^2)},$ $x_0(t) \gg \sqrt{t};$
3. $\int_{x_0\sqrt{t}/2}^{\infty} e^{-s^2} ds \approx \frac{1}{x_0\sqrt{t}} e^{-x_0^2 t/4},$ $x_0\sqrt{t}/2 \gg 1;$
4. $\int_{x_0/\sqrt{t}}^{\infty} e^{-s^2} ds \approx \frac{\sqrt{t}}{2x_0(t)} e^{-x_0^2(t)/t},$ $x_0(t) \gg \sqrt{t}.$

Таким образом, в пределе $x_0(t) \gg \sqrt{t}$ и $\dot{x}_0 \sqrt{t} \gg 1$ уравнение (30) принимает следующий простой вид:

$$1 = \frac{j^2(t)}{2\alpha} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 4\alpha/\dot{x}_0^2}} \right]. \quad (31)$$

Оно применимо с точностью до отброшенных экспоненциальных малых членов типа $e^{-x_0^2/4t}$ и $e^{-\dot{x}_0^2 t/4}$. Отсюда находим окончательную связь скорости $\dot{x}_0(t)$ с током $j(t)$:

$$\dot{x}_0(t) = \frac{j^2(t) - 2\alpha}{\sqrt{j^2(t) - \alpha}}. \quad (32)$$

Это выражение применимо, если параметр Стекли α удовлетворяет неравенству $0 \leq \alpha \leq j^2(t)/2$, что соответствует процессу разрушения сверхпроводимости ($\dot{x}_0 > 0$).

Таким образом, мы доказали сформулированное выше утверждение о том, что в *основном приближении* скорость \dot{x}_0 границы раздела сверхпроводник — нормальный металл следит без запаздывания за изменением тока в системе. Приведенные рассуждения без изменений переносятся на случай движения нормальной зоны вдоль окружности тонкого сверхпроводящего кольца или вдоль длинного соленоида с тонкой обмоткой. Они допускают также обобщение на случай двух- и трехмерного движения тепла.

5. КИНЕТИКА ПЕРЕХОДА ДЛИННОГО СОЛЕНОИДА В НОРМАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

Полное решение задачи о кинетике перехода сверхпроводящего магнита в нормальное состояние должно содержать закон затухания тока в магните с учетом омического разогрева и соответствующего увеличения электросопротивления нормальной зоны. Кроме того, при быстрых изменениях тока и магнитного поля в соленоиде в обмотке происходит дополнительное выделение тепла в сверхпроводящих областях вследствие гистерезисных и вихревых потерь в композитном проводнике. Это вызывает дополнительный «подогрев» сверхпроводника еще до прихода нормальной зоны (возрастание T_0 в формуле (3)), что эквивалентно увеличению скорости v_s вплоть до $v_s \rightarrow \infty$ при $T_0 \rightarrow T_c$. Другими словами, можно сказать, что в результате зарождения нормальной зоны в криостатически нестабилизированной обмотке ($\alpha \ll 1$) последняя может скачком перейти в нормальное состояние. Ускорение процесса перехода сверхпроводящих магнитов в нормальное состояние наблюдалось экспериментально [8, 9], однако количественный анализ кривых перехода в каждом конкретном случае является довольно трудным из-за совместного действия нескольких различных механизмов разрушения сверхпроводимости (выделение джоулева тепла, гистерезисные потери и вихревые потери).

Ниже мы рассмотрим процесс разрушения сверхпроводимости в «одномерной» катушке в адиабатических условиях за счет одних лишь джоулевых потерь. Катушку будем считать не защищенной внешними шунтами так, что вся запасенная (магнитная) энергия выделяется в виде тепла в образующейся нормальной зоне. Здесь уместно сформулировать задачи, которые в принципе должна решить теория: 1) найти закон затухания тока в катушке со временем; 2) найти предельный размер нормальной области при $t \rightarrow \infty$ и $i \rightarrow 0$ и распределение температуры в ней; 3) найти критическую длину катушки, ниже которой нормальный переход можно считать безопасным с точки зрения допустимых значений электрического напряжения и температуры разогрева в нормальной зоне. Начиная с пионерской работы Стекли [5] этой проблеме посвящено значительное число теоретических и экспериментальных работ. Однако в большинстве экспериментальных работ единственными измеренными параметрами являются ток и напряжение на катушке, а теории разряда основаны на до-

вольно грубых, зачастую далеких от реальной действительности моделях. Ниже мы постараемся осветить некоторые из поставленных вопросов в более реалистической модели².

Разогрев материала в нормальной зоне магнита описывается нестационарным уравнением теплопроводности (1) с граничным условием (2). Фигурирующая здесь плотность тока $j(t)$ в момент времени t определяется уравнением разряда катушки на омическое сопротивление $R(t)$ цепи,

$$LdI(t)/dt + R(t)I(t) = 0. \quad (33)$$

В отсутствие внешней нагрузки сопротивление нормальной зоны $R(t)$ является функционалом от распределения температуры $T(x, t)$ в этой зоне. Для одномерного распространения нормальной зоны вдоль длинного соленоида с тонкой обмоткой эта связь имеет вид

$$R(t) = \frac{Dl}{s^2} \int_{-x_0(t)}^{x_0(t)} \rho[T(x, t)] dx, \quad (34)$$

где D — толщина обмотки, l — длина витка ($D \ll l$), s — сечение проводника.

Чтобы получить замкнутое уравнение для измерения сопротивления цепи $R(t)$, проинтегрируем уравнение (1) по объему, занимаемому нормальной зоной в текущий момент времени t . В одномерном случае мы приходим к соотношению

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-x_0(t)}^{x_0(t)} [w(T) - w(T_0)] dx = j^2(t) \int_{-x_0(t)}^{x_0(t)} \rho(T) dx, \quad (35)$$

где w — удельная энтальпия материала обмотки,

$$w(T) = \int_0^T c(T) dT.$$

Соотношение (35), очевидно, представляет собой уравнение баланса тепла в нормальной зоне в адиабатических условиях. Из (34) и (35) следует, что замкнутое уравнение для $R(t)$ возникает в том случае, когда температурные зависимости $\rho(T)$ и $w(T)$ имеют подобный характер,

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha w(T)/w(T_0)], \quad (36)$$

где ρ_0 — остаточное удельное сопротивление. Для реальных материалов подобное поведение величин $\rho(T)$ и $w(T)$ приближенно имеет место в области низких или высоких температур (по сравнению с дебаевской температурой Θ_D). В качестве типичного примера рассмотрим композитный проводник $(\text{Nb} - 50\% \text{Ti})_{0,3}\text{Cu}_{0,7}$. В области низких температур (вплоть до 200 К) удельное сопротивление меди хорошо аппроксимируется зависимостью [10]

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T/T_0)^4],$$

$$T_0 = 4,2 \text{ К}, \quad \rho_0 \approx 8 \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{см}, \quad \alpha \approx 2,25 \cdot 10^{-4}.$$

С другой стороны, в пренебрежении малым электронным вкладом энтальпия композитного проводника приближенно описывается зависимостью

$$w(T) \approx w(T_0)(T/T_0)^4, \quad T \ll \Theta_D,$$

т. е. подобие вида (36) действительно выполняется. Для композита $(\text{Nb} - 50\% \text{Ti})_{0,3}\text{Cu}_{0,7}$ численные параметры равны

$$w(T_0) \approx 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж/см}^3, \quad \Theta_D \approx 300 \text{ К}.$$

² В книге Вильсона [6] приведено приближенное аналитическое решение рассматриваемой задачи в предположении, что при высоких температурах $\rho(T) \sim T$ и $w(t) \sim T^{3/2}$. Используемое нами соотношение подобия $\rho(T) \sim w(T)$ лучше отражает физическую ситуацию и позволяет строго решить задачу о разряде сверхпроводящего магнита.

Очевидно, что при высоких температурах соотношение (36) также выполняется, поскольку $\rho(T) \sim T$ и $w(T) \sim T$ при $T \gg \Theta_D$.

Ниже для получения количественных оценок мы сделаем допущение, что связь (36) приближенно выполняется также в области температур порядка дебаевской. С помощью (34) и (36) можно написать замкнутое уравнение для изменения сопротивления $R(t)$ магнита со временем

$$\frac{\partial R(t)}{\partial t} = \rho_0 \frac{Dl}{s^2} 2\dot{x}_0(t) + \frac{\alpha j^2(t)}{w(T_0)} R(t). \quad (37)$$

Первый член в правой части этого уравнения описывает увеличение сопротивления катушки в процессе перемещения нормальной границы. Этот член пропадает, как только соленоид полностью переходит в нормальное состояние. В работе [4] показано, что скорость нормальной границы $\dot{x}_0(t)$ в основном адиабатически следует за изменением тока $j(t)$ в цепи, т. е. $\dot{x}_0(t) \sim j(t)$. При этом более слабой зависимостью $\dot{x}_0(t) \sim [T_c(j, H) - T_0]^{-1/2}$ (см. (3)) можно пренебречь, поскольку она носит корневой характер.

Перейдем в уравнении (37) к безразмерным переменным:

$$r = R(t)/R_0, \quad \tilde{t} = t/t_\xi, \quad i(t) = j(t)/j_0, \quad (38)$$

где j_0 — первоначальная плотность тока в соленоиде, $R_0 = \rho_0 D l \xi_0 / s^2$ — остаточное сопротивление соленоида при $T \approx T_c \approx T_0$, ξ_0 — его длина. В качестве масштаба времени t_ξ мы взяли время, за которое нормальная зона при неизменном начальном токе j_0 полностью заполнит соленоид,

$$t_\xi = \xi_0 / 2v_0^\perp. \quad (39)$$

При этом мы считаем, что зарождение нормальной зоны произошло в центральном сечении соленоида.

В безразмерных переменных уравнение (37) принимает вид

$$dr/d\tilde{t} = f(x_0)i(\tilde{t}) + \delta i^2(\tilde{t})r(\tilde{t}), \quad (40)$$

где $f(x_0)$ — ступенчатая функция:

$$f(x_0) = \begin{cases} 1, & 2x_0(\tilde{t}) < \xi_0; \\ 0, & 2x_0(\tilde{t}) \geq \xi_0. \end{cases} \quad (41)$$

Здесь введен безразмерный параметр задачи

$$\delta = \frac{\rho_0 l^2 \alpha}{w(T_0)} \frac{\xi_0}{2v_0^\perp}. \quad (42)$$

Как было отмечено выше, движение нормальной границы описывается уравнением

$$d\tilde{x}_0/d\tilde{t} = i(\tilde{t}), \quad \tilde{x}_0 = 2x_0/\xi_0, \quad \tilde{x}_0(0) = 0. \quad (43)$$

Затухание тока в цепи (в отсутствие внешней нагрузки) согласно (33) и (38) подчиняется уравнению

$$di/d\tilde{t} = -\varepsilon r(\tilde{t})i(\tilde{t}), \quad (44)$$

где

$$\varepsilon = R_0 \xi_0 / (L \cdot 2v_0^\perp) \quad (45)$$

представляет собой второй безразмерный параметр задачи. Воспользуемся выражением для индуктивности соленоида L с тонкой обмоткой [11]:

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi^2} \frac{D^2 \xi_0^2 l}{s^2} \Phi(\zeta), \quad (46a)$$

$$\Phi(\zeta) = \frac{4\pi}{3\xi} \{ \sqrt{\zeta^2 + 1} [K(k) + (\zeta^2 - 1)E(k)] - \zeta^3 \}, \quad (46b)$$

$$\zeta = \frac{l}{\pi \xi_0}, \quad k = \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 + 1}}. \quad (46b)$$

Таким образом, выражение для параметра ε можно представить в виде

$$\varepsilon = \frac{4\pi^2 \rho_0}{2v_0^\perp D \Phi(\zeta)}. \quad (47)$$

Для длинного соленоида $\xi_0 \gg l/\pi$, т. е. $\zeta \ll 1$, $\Phi(\zeta) \approx \pi^2 \zeta = \pi l/\xi_0$. Следовательно,

$$\varepsilon \approx \frac{4\pi \rho_0 \xi_0}{\mu_0 D l \cdot 2v_0^\perp}, \quad \xi_0 \gg l/\pi. \quad (48)$$

Приведем оценку характерных значений параметров δ и ε для обмотки из композитного проводника Nb—Ti/Cu. Для длинного соленоида диаметром $l/\pi = 1$ м и толщиной обмотки $D = 2,5$ см создаваемому магнитному полю $B = 6$ Т соответствует средняя плотность тока $j_0 = 2 \cdot 10^4$ А/см² и $T_c \approx 5,2$ К. Скорость v_0^\perp определяется аксиальной (межвитковой) теплопроводностью κ_\perp . Для обмотки из Nb—Ti/Cu, пропитанной эпоксидной смолой, измеренное значение κ_\perp составляет [12] $\kappa_\perp \approx 10^{-3}$ Вт/см·К. Тогда оценка по формулам (5) и (6) дает $v_0^\perp \approx 0,2$ м/с, что близко к измеренным значениям [12, 13]. Подставляя эти значения в (48), находим, что $\varepsilon \approx 0,025 \xi_0$, где длина соленоида ξ_0 измеряется в метрах. Соответствующие значения параметра δ составляют $\delta \approx 2,4 \xi_0$, т. е. $\delta \gg \varepsilon$.

Легко видеть, что отношение $\delta/2\varepsilon$ характеризует степень разогрева обмотки в предположении, что вся запасенная энергия превращается в тепло равномерно по ее длине. Действительно, из баланса энергии

$$LI_0^2/2 = [w(T_\infty) - w(T_0)] D \xi_0 l$$

с помощью приведенных выше соотношений легко находим, что

$$\frac{w(T_\infty)}{w(T_0)} \approx \frac{1}{\alpha} \frac{\delta}{2\varepsilon}, \quad T_\infty \gg T_0, \quad (49)$$

где T_∞ — конечная температура разогрева обмотки. Подставляя сюда значения параметров, получим $T_\infty \approx 150$ К.

Для рассмотренного магнита сравнительно небольшой (равномерный) разогрев обмотки связан с быстрым возрастанием энтальпии $w(T) \sim T^4$ при $T \ll \Theta_D$. Заметим, что в этих условиях температура T_∞ почти не зависит от длины магнита и растет с увеличением его диаметра как $l^{1/4}$. При больших значениях l растет удельная запасенная энергия и разогрев обмотки, так что становится существенным учитывать более медленный характер зависимости $w(T_\infty)$. Это вызывает более быстрый рост T_∞ в зависимости от l . Ограничения, налагаемые на размеры больших сверхпроводящих систем со стороны предельно допустимых температур разогрева в отсутствие вывода энергии вне магнита, были детально проанализированы в работе [15] для различных конфигураций и значений критического тока.

Предположение о постоянстве температуры по длине соленоида, очевидно, подразумевает, что последняя не должна превышать некоторого критического размера, т. е. до тех пор, пока можно пренебречь временем перехода соленоида в нормальное состояние.

Для более строгого решения задачи о разогреве и разряде соленоида с учетом конечной величины скорости распространения нормальной зоны обратимся к системе уравнений (40), (43) и (44):

$$dr/d\tilde{t} = f(x_0)i(\tilde{t}) + \delta i^2(\tilde{t})r(\tilde{t}), \quad r(0) = 0; \quad (50a)$$

$$di/d\tilde{t} = -\varepsilon r(\tilde{t})i(\tilde{t}), \quad i(0) = 1; \quad (50б)$$

$$d\tilde{x}_0/d\tilde{t} = i(\tilde{t}), \quad \tilde{x}_0(0) = 0. \quad (50в)$$

Эта система уравнений замкнута. Величина неоднородности температуры по длине соленоида является следствием конечной скорости движения границы нормальной зоны. В строгой постановке для ее определения нужно было бы

решить нестационарное уравнение теплопроводности, описывающее выравнивание температурных градиентов, создаваемых нестационарными источниками тепла. Вообще говоря, это очень сложная задача, поскольку уравнение является нелинейным. Однако для оценок в этом уравнении можно опустить член, пропорциональный теплопроводности, учитывая, что значения $\kappa_{\perp}(T)$ очень малы и, кроме того, функция $\kappa_{\perp}(T)$ убывает при высоких температурах. Соответствующие времена выравнивания температуры обычно составляют несколько десятков секунд и даже минуты, т. е. значительно превышают постоянную времени разряда катушки. В отсутствие теплоотвода локальный разогрев описывается уравнением

$$dw(T)/dt = \rho(T) j^2(t), \quad T = T(x, t), \quad (51)$$

в котором источник тепла в данной точке x начинает действовать с того момента времени, когда нормальная зона достигнет этой точки. Если зарождение нормальной зоны произошло в центре соленоида, то температура в этой точке возрастает с момента времени $t = 0$, а на концах соленоида — начиная с момента времени $t = t^*$, для которого $x_0(t^*) = 1$. Этим задаются начальные условия к уравнению (51).

В приведенных единицах написанное уравнение разогрева (51) имеет структуру уравнения (50а), в котором $f(x_0) = 0$:

$$\frac{dy}{dt} = \delta i^2(\tilde{t}) y(\tilde{t}),$$

$$y = 1 + \alpha \Theta^4, \quad \Theta = \frac{T}{T_0}. \quad (50г)$$

Зависимость температуры разогрева от местоположения в соленоиде задается начальными условиями:

$$T_{\max}(0) \approx T_0, \quad y_{\max}(0) \approx 1 \text{ при } x = 0;$$

$$T_{\min}(t^*) \approx T_0, \quad y_{\min}(t^*) \approx 1 \text{ при } x = \pm \xi_0/2,$$

где T_{\max} и T_{\min} — максимальное и минимальное значения температуры в соленоиде. При сделанных предположениях уравнение (50г) совместно с (50а) — (50в) позволяет найти зависимость температуры от времени в произвольной точке соленоида.

Физически ясно, что в зависимости от длины соленоида ξ_0 должны существовать два типа поведения решений уравнений (50). В первом режиме длина соленоида меньше некоторого критического значения, которое мы обозначим с помощью ξ_c . При $\xi_0 < \xi_c$ нормальная зона за конечное время t^* достигнет концов соленоида, т. е. $x_0(t^*) = 1$. Значения тока и сопротивления при $t = t^*$ мы обозначим с помощью i^* и r^* . В зависимости от соотношения между параметрами δ и ε температура $T_{\max}(t^*)$ может стать довольно большой, в то время как $T_{\min}(t^*) \approx T_0$ (по определению). В дальнейшем при $t > t^*$ будет происходить неоднородный разогрев обычного нормального металла, ток будет затухать до нуля, а температуры T_{\max} и T_{\min} несколько выравниваются. Соответствующие значения величин при $t \rightarrow \infty$ будем обозначать индексом ∞ , например $r(t \rightarrow \infty) = r_{\infty}$.

Во втором режиме: $\xi_0 > \xi_c$. В этом случае, поскольку ток затухает со временем, а следовательно, уменьшается скорость \dot{x}_0 , нормальная зона за бесконечное время не сможет достичь концов соленоида. При $\xi_0 \gg \xi_c$ перепад температур между центром и краями «горячей зоны» может достигать больших значений; кроме того, в системе могут развиваться значительные электрические напряжения, которые могут привести к пробое изоляции.

Чтобы оценить величину ξ_c , рассмотрим решение системы (50) в пределе $\varepsilon \ll 1$. Это соответствует значениям $\xi_0 \ll 40$ м. Согласно (50б) параметр ε характеризует затухание тока в соленоиде, поэтому при $\varepsilon \rightarrow 0$ ток $i(t)$ успевает мало измениться:

$$i(t) \approx 1 - \varepsilon \int_0^t r(t') dt'. \quad (52)$$

Полагая в уравнениях (50а) $i = 1$, находим что сопротивление $r(t)$ экспоненциально возрастает со временем

$$r(t) = \frac{1}{\delta} (e^{\delta t} - 1), \quad i \approx 1, \quad (53)$$

а размер нормальной зоны согласно (50в) растет линейно

$$x_0(t) \sim t, \quad i \approx 1. \quad (54)$$

В момент времени $t^* = 1$ $x_0(t^*) = 1$, сопротивление соленоида и ток равны

$$r^* \approx \frac{1}{\delta} (e^{\delta} - 1), \quad (55a) \quad i^* \approx 1 - \frac{\varepsilon}{\delta^2} (e^{\delta} - 1 - \delta). \quad (55b)$$

Критическому размеру соленоида ξ_c отвечает ситуация, когда ток в момент достижения нормальной зоной концов соленоида ($t = t^*$) сильно затухает, т. е. второй член в формуле (55б) становится порядка единицы. Это происходит при $\delta_c \approx \ln [\delta_c (\delta/\varepsilon + 1)]$. Отношение δ/ε не зависит от длины соленоида и для диаметра $l/\pi \approx 1$ м равно 96. Отсюда находим, что $\delta_c \approx 6,4$, т. е. $\xi_c \approx 2,7$ м. Реальное значение ξ_c лежит где-то между 2 и 3 м и может быть найдено путем численного интегрирования (см. ниже). С уменьшением диаметра соленоида параметр ε растет как $1/l$ и критическая длина медленно убывает.

Длина соленоида меньше критической: $\xi_0 < \xi_c$. В этом случае к моменту перехода соленоида в нормальное состояние сопротивление и ток даются формулами (55). Для очень коротких катушек ($\xi_0 \ll \xi_c$) параметр δ также мал и в (55) можно по нему разложить в ряд

$$r^* \approx 1, \quad i^* \approx 1 - \varepsilon/2, \quad \varepsilon \ll \delta \ll 1. \quad (56)$$

Максимальная температура разогрева катушки невелика и составляет $T_{\max}^* \approx T_{\min}^* \approx T_0$. В дальнейшем при $t > t^*$ происходит затухание тока и равномерный разогрев обмотки.

При $t > t^*$ первый член в правой части (50а) обращается в нуль ($f(x_0) \equiv 0$) и система уравнений (50) точно интегрируется. Приведем результат:

$$r = r^* \frac{1 + \delta (i^*)^2 / 2\varepsilon r^*}{1 + [\delta (i^*)^2 / 2\varepsilon r^*] \exp \{-[\delta (i^*)^2 + 2\varepsilon r^*] (t - t^*)\}}, \quad (57a)$$

$$i^2(t) = (i^*)^2 \frac{1 + \delta (i^*)^2 / 2\varepsilon r^*}{\delta (i^*)^2 / 2\varepsilon r^* + \exp \{-[\delta (i^*)^2 + 2\varepsilon r^*] (t - t^*)\}}, \quad (57b)$$

$$\frac{y(x, t)}{y^*(x)} = \frac{1 + \delta (i^*)^2 / 2\varepsilon r^*}{1 + [\delta (i^*)^2 / 2\varepsilon r^*] \exp \{-[\delta (i^*)^2 + 2\varepsilon r^*] (t - t^*)\}}, \quad (57b)$$

где $y^*(x) = y(x, t^*)$. Напомним, что $T^*(0) = T_{\max}^*$, $T^*(t^*) = T_{\min}^* \approx 1$. При $t \rightarrow \infty$ сопротивление и температура выходят на насыщение ($r \rightarrow r_{\infty}$, $T \rightarrow T_{\infty}$), а ток i обращается в нуль:

$$r_{\infty} = r^* + \frac{\delta}{2\varepsilon} (i^*)^2, \quad \frac{y(x, t)}{y^*(x)} = 1 + \frac{\delta (i^*)^2}{2\varepsilon r^*}. \quad (58)$$

Согласно (57) зависимости $r(t)$, $i(t)$ и $y(t)$ имеют сложный вид и лишь при временах, больших по сравнению с некоторым характерным временем τ , «выход» на насыщение $r \rightarrow r_{\infty}$, $i \rightarrow 0$, $T \rightarrow T_{\infty}$ носит экспоненциальный характер. Характерное время разряда τ определяется значениями величин r^* и i^* в момент заполнения обмотки нормальной зоной ($t = t^*$), которые в общем случае удаётся найти лишь численным образом.

Для короткой катушки ($\xi_0 \ll \xi_c$) согласно (56) $r^* \approx 1$, $i^* \approx 1$, $t^* \approx 1$ и из (57) следует, что характерное время разряда равно

$$\tau \approx \ln (\delta/2\varepsilon)/\delta, \quad \varepsilon \ll \delta \lesssim 1. \quad (59a)$$

В обычных единицах

$$\tau \approx \frac{w(T_0)}{\rho_0 i_0^2 \alpha} \ln \left(\frac{i_0^2 \alpha}{w(T_0)} \frac{\mu_0 D l}{8\pi} \right). \quad (59b)$$

Таким образом, время τ в этом предельном случае не зависит от длины катушки, слабо (логарифмически) растет при увеличении ее диаметра или толщины обмотки и убывает как $\tau \sim 1/j_0^2$ при увеличении плотности тока. Такое поведение имеет мало общего с обычной задачей о разряде катушки, в которой не учитываются нелинейные тепловые эффекты,

$$\tau_{\text{лин}} \approx \frac{L}{R_0} \approx \frac{\mu_0 D l}{4\pi \rho_0}.$$

Для катушек с промежуточной длиной $1 \ll \xi_0 \ll \xi_c$ согласно (55) $r^* \approx e^{\delta/\delta} \gg 1$, поскольку $\delta \gg 1$ и $i^* \approx 1$ в силу условия $\xi_0 \ll \xi_c$.

Характерное время разряда в единицах $\xi_0/2v_{\perp}$ равно

$$\tau \approx \ln(\delta^2/2\varepsilon)/\delta, \quad 1 \lesssim \delta \lesssim \delta_c, \quad (60)$$

где δ_c — решение уравнения $\delta_c \approx \ln \delta_c + \ln(\delta/\varepsilon)$. Поскольку $\delta \sim \xi_0$ и $\varepsilon \sim \xi_0$, время разряда растет при увеличении длины по логарифмическому закону $\tau \sim \ln \xi_0$. Конечное значение сопротивления r_{∞} при полном разряде соленоида ($t \gg \tau$) равно

$$r_{\infty} \approx r^* + \delta/2\varepsilon, \quad r^* \approx e^{\delta/\delta}, \quad \delta \gg 1. \quad (61)$$

В силу условия $\delta \ll \delta_c$ основной вклад в r_{∞} вносит второй член, который, как и в предыдущем случае короткой катушки, описывается уравнениями для равномерного разогрева. Отсюда можно сделать вывод, что для промежуточных длин $\xi_0 \ll \xi_c$ в процессе разряда должно происходить выравнивание температуры по длине катушки, которое является существенно неоднородным в момент, когда заканчивается ее переход в нормальное состояние при $t \approx t^* \approx 1$. Из уравнения (50) следует, что

$$\Theta_{\text{max}}^* \approx (\alpha)^{-1/4} e^{\delta/4}, \quad 1 \lesssim \delta \lesssim \delta_c.$$

Для $\delta = 4$, т. е. $\xi_0 \approx 1,7$ м, $T_{\text{max}}^* \approx 93$ К. При полном разряде температуры $\Theta_{\text{max}}^{\infty}$ и $\Theta_{\text{min}}^{\infty}$ равны

$$\Theta_{\text{max}}^{\infty} \approx \alpha^{-1/4} (\delta^2/2\varepsilon)^{1/4}, \quad \Theta_{\text{min}}^{\infty} \approx \alpha^{-1/4} (\delta^2/2\varepsilon e^{\delta})^{1/4}.$$

При $\delta = 4$ $T_{\text{max}}^{\infty} \approx 145$ К, $T_{\text{min}}^{\infty} \approx 113$ К, что находится в допустимых пределах. Учитывая невысокую степень разогрева, здесь мы воспользовались зависимостью $w(T)/w(T_0) \approx \Theta^4$, где $\Theta = T/T_0$.

Длинная катушка: $\xi_0 > \xi_c$. В такой системе процесс разряда заканчивается прежде, чем катушка успевает полностью перейти в нормальное состояние. В этом случае ($i^* = 0$, $t^* = \infty$) выражения (57) становятся неприменимыми и необходимо обратиться к системе уравнений (50), в которой $f(x_0) = 1^3$.

Численное интегрирование системы уравнений (50) проводилось стандартным методом Рунге — Кутты на ЭВМ PDP 11/70. Температура обмотки $T(t)$ исходя из значений $y(t)$ определялась по формуле Дебая для энthalпии, проинтегрированной в [16]; для Nb — 50% Ti/Cu взято $\Theta_D \approx 300$ К. Результаты для временных зависимостей безразмерных величин $i(t)$, $r(t)$, $T_{\text{max}}(t)$, $T_{\text{min}}(t)$ и $x_0(t)$ для соленоидов с различной длиной $\xi_0 = 0,5; 2; 3$ и 10 м

³ Для длинного соленоида ($\xi_0 > \xi_c$) общее решение системы (50) удается выразить через функции Эйри. При выполнении неравенства $\delta^2 \gg 4\varepsilon$ затухание тока в соленоиде описывается формулой

$$i(\bar{x}_0) = \left(1 + \frac{4\varepsilon}{\delta^2}\right) \frac{1 - (2\varepsilon/\delta^2) \exp(\delta\bar{x}_0)}{1 + (2\varepsilon/\delta^2) \exp(\delta\bar{x}_0)}.$$

Максимальный размер нормальной зоны $2\bar{x}_0(\infty)$, соответствующий полному затуханию тока, равен $(2/\delta) \ln(2\delta^2/\varepsilon)$, при этом $r_{\infty} = \delta/2\varepsilon$. Максимальная температура «горячей» точки определяется соотношением $\rho(T_{\text{max}})/\rho_0 = \delta^2/2\varepsilon$. Затухание тока в 2 раза происходит за время $t_d = (1/\delta) \ln(3\delta^2/2\varepsilon)$.

представлены на рис. 3. Напомним, что масштаб времени дается величиной $\xi_0/2v_{\perp}$, где межвитковая скорость v_{\perp} выбрана равной $v_{\perp} \approx 0,2$ м/с. Из рис. 3, ϵ видно, что длина $\xi_0 \approx 3$ м является критической ($x_0 = 1$ при $i = 0$). Длина $\xi_0 = 3$ м при выбранных параметрах односекционного магнита является критической также с точки зрения максимальной температуры разогрева в «горячей» точке ($T_{\max}^{\infty} \approx 420$ К). Действительно, разогрев выше комнатной температуры, по-видимому, недопустим, поскольку это может привести к необратимому ухудшению сверхпроводящих свойств обмотки. Для соленоида длиной 5 м предельный размер нормальной зоны $2x_0^{\infty}$ при $t = \infty$ составляет 3,3 м, а максимальная температура разогрева $T_{\max}^{\infty} \approx 700$ К, т. е. недопустимо велика. Результаты для длин $\xi_0 \leq 3$ м согласуются с картиной, описанной выше, исходя из аналитического рассмотрения системы уравнений (50). Зависимость максимальной температуры разогрева T_{\max}^{∞} от длины ξ_0 соленоида с $l/\pi = 1$ м и $D = 2,5$ см приведена на рис. 4; там же штриховой линией показаны значения $T_{\infty}(\xi_0)$ при равномерном выделении тепла в обмотке, которые оказываются намного ниже для длин $\xi_0 \geq 1$ м.

Полученные выше результаты применимы к случаю, когда зарождение нормальной зоны произошло на одном из концов соленоида. В этом случае во всех формулах нужно произвести замену $\xi_0/2 \rightarrow \xi_0$. Результаты без существенных изменений переносятся для магнита в форме витка большого диаметра. Для этого в выражениях (42) и (45) для параметров δ и ϵ нужно подставить значение продольной скорости движения нормальной зоны вдоль проводника, а в качестве ξ_0 взять длину витка. Продольная скорость v_{\parallel} составляет [13]: $v_{\parallel} \approx 10$ м/с, т. е. в 50 раз выше, чем v_{\perp} . С другой стороны, критическая плотность тока для витка из-за малости магнитного поля может быть значительно выше, чем в соленоиде. При плотности тока $j_0 = 1,4 \cdot 10^5$ А/см² мы возвращаемся к прежним значениям для параметра $\delta \approx 2,4\xi_0$. Параметр ϵ в основном имеет геометрическое происхождение. Индуктивность кругового витка равна

$$L = (\mu_0/2\pi) \xi_0 N^2 [\ln(4\xi_0/\pi D) - 7/4],$$

где D — диаметр поперечного (кругового) сечения витка, N — общее число проводников в сечении. Отсюда по формуле (45) находим

$$\epsilon = \frac{2\rho_0}{\mu_0 D^2 [\ln(8\xi_0/2\pi D) - 7/4]} \frac{\xi_0}{2v_0^{\parallel}}. \quad (62)$$

Из сравнения с формулой (46) мы видим, что коэффициент при $\xi_0/2v_0^{\parallel}$ в данном случае примерно в $l/2\pi D$ раз больше, чем для соленоида. Для $l/2\pi \approx 0,5$ м и $D = 2,5$ см это отношение равно 20, скорость же v_0^{\parallel} в 50 раз больше, чем v_0^{\perp} , поэтому для витка значение

$$\epsilon \approx 0,01\xi_0 \frac{\pi}{[\ln(8\xi_0/2\pi D) - 7/4]}$$

примерно в 2,5 раза меньше, чем в случае соленоида (для $\xi_0 \approx 2$ м). Следовательно, критическое значение $\delta_c \approx \ln[\delta_c(\delta/\epsilon + 1)]$ составляет $\delta_c \approx 7,5$, а критическая длина витка равна $\xi_0 \approx 3$ м, т. е. того же порядка, что и критическая длина соленоида.

В данной работе мы ставили задачу — с учетом тепловых свойств сверхпроводящей обмотки оценить область размеров незащищенной магнитной системы, в которой ее переход в нормальное состояние является безопасным с точки зрения локальных перегревов. Как видно из рис. 4, такой подход дает более сильное ограничение сверху на размеры системы, чем при рассмотрении максимальных разогревов магнита при равномерном выделении в виде тепла его запасенной магнитной энергии. Это указывает на важную роль секционирования магнита для обеспечения безопасной работы магнита с точки зрения перегревов при его переходе в нормальное состояние. Тем не менее эта область «безопасных» размеров оказывается довольно широкой и составляет порядка

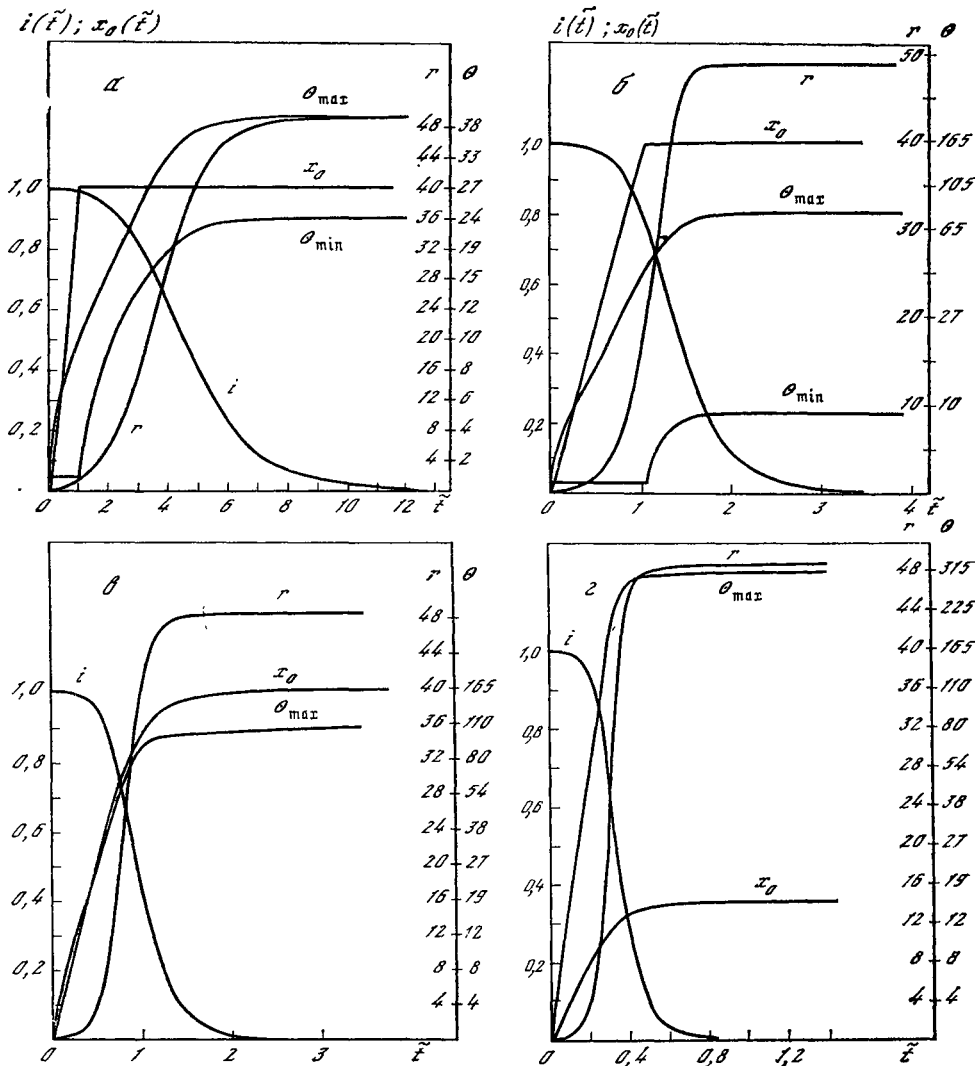


Рис. 3. Временные зависимости $x_0(\tilde{t})$, $i(\tilde{t})$, $\theta_{max}(\tilde{t})$, $\theta_{min}(\tilde{t})$ и $r(\tilde{t})$ при разряде незащищенного сверхпроводящего соленоида на активное сопротивление нормальной зоны для различных значений длины соленоида при диаметре 1 м

a — $\xi_0 = 0,5$ м, $\tau_0 = 1,25$ с; *б* — $\xi_0 = 2$ м, $\tau_0 = 5$ с; *в* — $\xi_0 = 3$ м, $\tau_0 = 7,5$ с; *г* — $\xi_0 = 10$ м, $\tau_0 = 25$ с; $\theta = T/T_0$, $T_0 = 4,2$ К

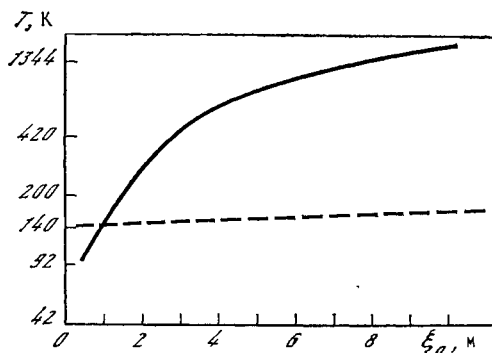


Рис. 4. Зависимость максимальной температуры разогрева незащищенного соленоида в горячей точке от длины соленоида ξ_0 при полном затухании тока в адиабатических условиях

Диаметр соленоида 1 м; толщина обмотки $D = 2,5$ см. Начальное значение средней плотности тока $j_0 = 2 \cdot 10^4$ А/м². Штриховая линия — максимальная температура разогрева в том же соленоиде при равномерном выделении джоулева тепла в обмотке соленоида (по данным [15])

нескольких метров. Увеличение скорости движения нормальной зоны за счет дополнительного выделения тепла вследствие гистерезисных и вихревых потерь в сверхпроводящем композите может привести к более равномерному выделению тепла в обмотке. Однако для больших систем, по-видимому, главное ограничение на размеры магнита возникает со стороны локальных электрических напряжений в обмотке за счет локального появления нормальных областей. Развитый выше подход позволяет решить эту задачу, и мы надеемся вернуться к затронутым вопросам в будущем.

В заключение авторы выражают благодарность В. Р. Карасику, В. С. Высоккому за ряд существенных замечаний, А. А. Конюхову за обсуждение результатов работы, В. М. Закосаренко за помощь при проведении численных расчетов скорости движения нормальной зоны, В. В. Матохину и В. А. Мальгинову за сообщение результатов измерений скорости v_{\parallel} и v_{\perp} , приведенных в статье [13], до опубликования.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь мы приведем вывод решения (17) уравнения (15) с граничными условиями (16). Запишем это уравнение в символическом виде

$$\hat{L}\bar{T}(\xi) = \rho j^2 g(\xi), \quad \bar{T} = T - T_0, \quad (\text{П.1})$$

где

$$\hat{L}f(\xi) = \left(-cv_s \frac{\partial}{\partial \xi} - \kappa_{\parallel} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \gamma \right) f(\xi) + h[2f(\xi) - f(\xi + l) - f(\xi - l)]. \quad (\text{П.2})$$

В оператор \hat{L} мы включили член $\gamma > 0$, описывающий теплоотдачу с поверхности проводника ($\gamma = qP$). Для адиабатического режима в окончательных формулах мы положим $\gamma = 0$.

Вследствие линейности оператора \hat{L} решение уравнения (П.1) имеет вид

$$T(\xi) - T_0 = \rho j^2 \int_{-\infty}^{+\infty} G(\xi, \xi_0) g(\xi_0) d\xi_0. \quad (\text{П.3})$$

Функция Грина $G(\xi, \xi_0)$ описывает распределение температуры от источника тепла единичной мощности, расположенного в точке ξ_0 :

$$\hat{L}G(\xi, \xi_0) = \delta(\xi - \xi_0). \quad (\text{П.4})$$

Для достаточно длинного проводника все точки ξ_0 можно считать эквивалентными, т. е. G -функция будет зависеть от разности аргументов

$$G(\xi, \xi_0) = G(\xi - \xi_0).$$

В представлении Фурье решение уравнений (П.2) и (П.4) запишем в виде

$$G(\xi - \xi_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{\omega} e^{i\omega(\xi - \xi_0)} \frac{d\omega}{2\pi}, \quad (\text{П.5})$$

$$G_{\omega} = [\kappa_{\parallel} \omega^2 - icv_s \omega + 4h \sin^2(\omega l/2) + \gamma]^{-1}. \quad (\text{П.6})$$

Выполняя интегрирование по ξ_0 в (П.3), с помощью (П.5) и (П.6) находим

$$T(\xi) - T_0 = -\rho j^2 \int_C \frac{d\omega}{2\pi i} \frac{e^{i\omega \xi}}{\omega [\kappa_{\parallel} \omega^2 - icv_s \omega + 4h \sin^2(\omega l/2) + \gamma]}, \quad (\text{П.7})$$

где контур C лежит вблизи вещественной оси в верхней полуплоскости ω . Эта формула в принципе решает задачу о распределении температуры во всех точках длинного соленоида, если известна скорость v_s .

Сделаем в интеграле (П.7) замену $\omega = (cv_s/\kappa_{\parallel}) x$ и введем безразмерные параметры η и β согласно (9) и (12). В качестве масштаба скорости естественно

взять величину v_{\parallel} , даваемую выражением (3), а в качестве расстояния ξ длину витка l . Тогда уравнение (П.7) при $\gamma = 0$ можно записать в следующем безразмерном виде:

$$\frac{T(\xi) - T_0}{T_c - T_0} = - \left(\frac{v_{\parallel}}{v_s} \right)^2 \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\exp[2iux(\xi/l)]}{[1 + \eta f^2] x - i} \frac{dx}{x^2}, \quad (\text{П.8})$$

где

$$f = \frac{\sin(ux)}{ux}, \quad u = \frac{v_s}{v_{\parallel}} \frac{\beta}{2}. \quad (\text{П.9})$$

Выделим из подынтегральной функции члены, расходящиеся при $x = 0$, следующим образом:

$$\frac{1}{x^2 [x(1 + \eta f^2) - i]} = -\frac{1}{ix^2} + \frac{1 + \eta}{x [x^2(1 + \eta)^2 + 1]} + \frac{(1 + \eta f^2)^2}{i [x^2(1 + \eta f^2)^2 + 1]} + \\ + \frac{\eta(1 - f^2)}{x} \frac{x^2(1 + \eta)(1 + \eta f^2) - 1}{[x^2(1 + \eta)^2 + 1][x^2(1 + \eta f^2)^2 + 1]}.$$

Интегрирование первых двух членов выполняется с помощью вычетов, а в третьем и четвертом членах в качестве контура C можно взять вещественную ось. Таким образом, уравнение (П.8) окончательно примет вид

$$\frac{T(\xi) - T_0}{T_c - T_0} = \left(\frac{v_{\parallel}}{v_s} \right)^2 \left\{ -u \frac{\xi}{l} \left(1 - \frac{\xi}{|\xi|} \right) + \frac{1 + \eta}{2} \left[1 - \frac{\xi}{|\xi|} \left(1 - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \exp\left(-\frac{2u\xi}{l(1 + \eta)}\right) \right) \right] + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{2u\xi}{l} x\right) \frac{(1 + \eta f^2)^2}{x^2(1 + \eta f^2)^2 + 1} dx - \right. \\ \left. - \frac{\eta}{\pi} \int_0^{\infty} \sin\left(\frac{2u\xi}{l} x\right) \frac{(1 - f^2)[x^2(1 + \eta)(1 + \eta f^2) - 1]}{[x^2(1 + \eta)^2 + 1][x^2(1 + \eta f^2)^2 + 1]} dx \right\}. \quad (\text{П.10})$$

Легко видеть, что условие на бесконечности перед фронтом тепловой волны выполнено автоматически: $T(\xi = +\infty) = T_0$. Условие на границе раздела нормальной и сверхпроводящей фаз $T(\xi = 0) = T_c$ дает уравнение для определения v_s :

$$\left(\frac{v_s}{v_{\parallel}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(1 + \eta f^2)^2}{(1 + \eta f^2)^2 x^2 + 1} dx + \frac{1 + \eta}{2}. \quad (\text{П.11})$$

Выделяя в фигурирующем здесь интеграле значение подынтегральной функции при $f = 1$, мы приходим к выражениям (17) для скорости v_s , используемым при проведении численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cherry W. H., Gittleman J. J. Thermal and electrodynamic aspects of superconductive transition process.— Solid-State Electron., 1960, vol. 1, N 1, p. 287—305.
2. Broom R. F., Rhoderick E. H. Thermal propagation of the normal region in a thin superconducting film and its application to a new type bistable element.— Brit. J. Appl. Phys., 1960, vol. 11, N 7, p. 292—297.
3. Steckly Z. J. J., Zar J. L. Stable superconducting coils.— IEEE Trans. Nucl. Sci., 1965, vol. NS-12, N 3, p. 367—372.
4. Русинов А. И. О некоторых особенностях движения нормальной зоны в сверхпроводниках с током в адиабатических условиях.— Наст. сб.
5. Стеклёв З. Теоретическое и экспериментальное исследование перехода незащищенных сверхпроводящих катушек в нормальное состояние.— В кн.: Сверхпроводящие соленоиды. М.: Мир, 1965, с. 183—213.
6. Wilson M. N. Superconducting magnets. Oxford: Univ. press., 1982.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1954, с. 236—247.
8. Turowski P. The inductive quench propagation in Nb—Ti-magnet as the dominating effect for the transient current distribution in a NbTi—Nb₃Sn hybrid magnet.— IEEE Trans. Magn., 1979, vol. Mag-15, N 1, p. 864—867.

9. *Luppov V. G., Kabat D., Shishov Y. A., Datskov V. I.* Influence of losses on the stability of a high current density superconducting magnet winding during the energy removal process.— *Cryogenics*, 1980, vol. 20, N 10, p. 571—574.
10. *Карасик В. Р., Криволицкая Н. В., Русинов А. И.* Анализ электромагнитных процессов в секционированном сверхпроводящем соленоиде.— *Тр. ФИАН*, т. 121, 1980, с. 52—75.
11. *Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А.* Расчет индуктивностей. М.: Энергия, 1970, с. 181—187.
12. *Hassenzahl W. V.* Quenches in the superconducting magnet CELLO.— *Adv. Cryog. Eng.*, 1980, vol. 25, p. 185—189.
13. *Мальшинов В. А., Матозин В. В., Карасик В. Р., Конюзов А. А.* Кинетика тепловых процессов в СПМС при переходе в нормальное состояние.— *Наст. сб.*
14. *Брежна Г.* Сверхпроводящие магнитные системы. М.: Мир, 1976, с. 424—564.
15. *Карасик В. Р., Криволицкая Н. В.* К вопросу о достижении предела механической и тепловой прочности в сверхпроводящих соленоидах с высокой плотностью тока.— *Наст. сб.*
16. *Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф.* Специальные функции. М.: Наука, 1964. 250 с.
17. *Wilson M. N.* Some basic problems in superconducting magnet design.— *IEEE Trans. Magn.*, 1981, vol. Mag-17, N 5, p. 1815—1822.

УДК 537.312.62+538

А. И. РУСИНОВ

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ НОРМАЛЬНОЙ ЗОНЫ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ С ТОКОМ В АДИАБАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

1. При анализе процесса перехода сверхпроводящего магнита в нормальное состояние в литературе обычно пользуются математической моделью одномерного установившегося движения границы раздела сверхпроводник — нормальный металл, находящейся при критической температуре сверхпроводника $T_c(B, j)$. В адиабатических условиях движение нормальной зоны определяется балансом между мощностью джоулева тепловыделения в этой зоне ρj^2 , мощностью поглощения тепла материалом с $\partial T/\partial t$ с тепловым потоком $\kappa \partial T/\partial x$, обеспечивающим разогрев соседних сверхпроводящих областей до критической температуры:

$$c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \rho(T) j^2(t) g(x^2 - x_0^2(t)), \quad (1)$$

где

$$g(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi \leq 0; \\ 0, & \xi > 0. \end{cases}$$

Для установившегося движения границы при $T = T_c$ распределение температуры $T(x, t)$ зависит от одной переменной,

$$T(x, t) = T(\xi), \quad \xi = x - vt,$$

где $v = dx_0/dt = \text{const}$. В этом случае уравнение (1) становится обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\frac{1}{v} \frac{d}{d\xi} \left[\kappa(T) \frac{dT}{d\xi} \right] + v c(T) \frac{dT}{d\xi} + \rho(T) j^2(t) g(\xi) = 0 \quad (1')$$

с граничным условием $T(0) = T_c(B, j)$ и условием на бесконечности

$$T(\xi) \rightarrow T_0 \text{ при } \xi \rightarrow +\infty.$$

Описание перехода с помощью установившегося движения $v = \text{const}$, строго говоря, требует выполнения условия постоянства тока $j(t) = \text{const}$ и магнитного поля $B(t) = \text{const}$. В работе [1] показано, что такой подход применим

также в тех случаях, когда ток в магните достаточно медленно затухает со временем.

Если предположить, что параметры материала κ , c и ρ не зависят от температуры и $j(t) = \text{const}$, уравнение (1) является линейным. Сформулированная линейная задача впервые была решена в 1960 г. в работах [2, 3]. Эти авторы нашли следующее выражение для продольной скорости v_{\parallel} :

$$v_{\parallel} = \frac{j}{c} \left(\frac{\kappa_{\parallel} \rho}{T_c - T_0} \right)^{1/2}. \quad (2)$$

Формула (2) имеет простой физический смысл. В адиабатических условиях изменение энтальпии $W(T_c) - W(T_0)$ при переходе сверхпроводника в нормальное состояние вызвано джоулевым теплом, $W(T_c) - W(T_0) \approx \rho j^2 \tau_h$, где τ_h — характерное тепловое время разогрева, которое определяется основным соотношением диффузии $(v_{\parallel} \tau_h)^2 = \chi \tau_h$, где $\chi = \kappa/c$ — коэффициент температуропроводности, который является коэффициентом диффузии тепла, т. е. $\tau_h = \chi/v_{\parallel}^2$. Отсюда следует формула (2), которую удобно записать в виде

$$v_{\parallel} = j \left[\frac{\kappa_{\parallel} \rho}{c(W_c - W_0)} \right]^{1/2} \quad (2')$$

Для учета скрытой теплоты перехода Q_0 на границе из сверхпроводящего в нормальное состояние ($Q_0 > 0$) в формуле (2) необходимо, очевидно, заменить $W_c - W_0$ на $W_c - W_0 + Q_0$. В технических сверхпроводниках 2-го рода этот вклад, однако, обычно мал. Формула (2) находится в разумном согласии с измеренными на опыте значениями v_{\parallel} [4]. Например, для кабеля Nb—Ti в медной матрице скорость v_{\parallel} составляет несколько десятков метров в секунду при плотности тока $j \sim 10^4 \div 10^5$ А/см².

2. Как было упомянуто, при выводе (2) в работах [2, 3] предполагалось, что параметры материала не зависят от температуры. Очевидно, что такая модель является слишком идеализированной, далекой от поведения металла в условиях жидкого гелия, которое характеризуется резкими степенными зависимостями ($c, \kappa, \rho \sim T^n$) от температуры. Для реальных зависимостей $c(T), \kappa(T), \rho(T)$ задача вычисления скорости v_{\parallel} требует применения численных методов интегрирования уравнения (1). Дрезнер [5] указал, что эту задачу можно значительно упростить, если в уравнении (1) в качестве независимой переменной (вместо ξ) использовать температуру T , а в качестве искомой функции — тепловой поток $q = \kappa(T) dT/d\xi$. В этих переменных порядок уравнения (1) понижается на единицу:

$$q dq/dT + v c(T) q + \kappa(T) \rho(T) j^2 = 0, \quad T > T_c; \quad (3a)$$

$$dq/dT + v c(T) = 0, \quad T < T_c. \quad (3б)$$

Заметим, что при этом уравнение становится нелинейным даже при постоянных коэффициентах c, κ и ρ . Граничными условиями к уравнениям (3) являются непрерывность q при $T = T_c$ ($\xi = 0$) и $q \rightarrow 0$ при $T \rightarrow T_0$ ($\xi \rightarrow \infty$). В окончательном виде уравнение (3) можно выразить через единственную известную функцию температуры, если взять в качестве независимой переменной энтальпию W :

$$q dq/dW + v q + \phi(W) = 0, \quad W \geq W_c; \quad (4a)$$

$$dq/dW + v = 0, \quad W \leq W_c, \quad (4б)$$

где

$$W(T) = \int_0^T c(T') dT',$$

$$\phi(W) = \frac{\kappa(T) \rho(T)}{c(T)} j^2. \quad (4в)$$

В сверхпроводящей области ($\xi \geq 0$, $W \leq W_c$) решение уравнения (4б), удовлетворяющее условию на бесконечности ($W = W_0$ при $\xi = \infty$) имеет вид

$$q = -v(W - W_0), \quad W \leq W_c. \quad (5)$$

Таким образом, на границе раздела при $W = W_c$ тепловой поток равен $q_c = -v(W_c - W_0)$. Это значение q_c представляет собой граничное условие при $W = W_c$ для уравнения (4б) в нормальной области ($\xi \leq 0$, $W \geq W_c$).

Поставленную задачу об определении скорости v удается решить в асимптотическом пределе $W_c \rightarrow W_0$ (точнее, $W_c - W_0 \ll W_0$) для функции $\varphi(W)$ произвольного вида. Естественно ожидать, что при малой разности энергий сверхпроводящей и нормальной фаз ($W_c - W_0 \rightarrow 0$) скорость будет неограниченно возрастать $v \rightarrow \infty$. Ограничение сверху на величину скорости возникает при учете скрытой теплоты перехода Q_0 на границе раздела или вследствие эффектов перетекания токов из сверхпроводящих жил в нормальную матрицу в композитных проводниках (см. ниже).

Разлагая решение уравнения (4а) по обратным степеням v , находим

$$q(W) \approx -\frac{\varphi(W)}{v} - \frac{1}{v^3} \varphi(W) \frac{d\varphi(W)}{dW} - \dots \quad (6)$$

Это разложение должно быть справедливо при всех значениях W вплоть до $W = \infty$. Отсюда следует, что второй член в (6) представляет собой малую поправку $\sim 1/v^2$, если производная $d\varphi/dW$ ограничена при $W \rightarrow \infty$. Таким образом, скорость v имеет конечное значение (при $W_c - W_0 > 0$) при условии, что функция $\varphi(W)$ при больших W растет не быстрее чем W , т. е.

$$\varphi(W) < CW \quad \text{при } W \rightarrow \infty.$$

Первый член разложения (6) для функции $q(W)$ дает

$$v = \left(\frac{\varphi(W_c)}{W_c - W_0} \right)^{1/2}, \quad W_c - W_0 \ll W_0. \quad (7)$$

Подставляя сюда значение функции $\varphi(W_c)$ из (4в), мы видим, что в этом пределе скорость v дается выражением (2') для линейной теории. Это следовало ожидать, поскольку при больших скоростях движения границы эффектами разогрева вблизи нее можно пренебрегать. Не представляет труда вычислить малую поправку к выражению (7):

$$v \approx \left(\frac{\varphi(W_c)}{W_c - W_0} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{1}{2} (W_c - W_0) \frac{d \ln \varphi(W_c)}{dW_c} \right]. \quad (8)$$

Рассмотрим некоторые зависимости $\varphi(W)$, для которых уравнение (4а) допускает точное решение.

а. $\varphi(W) \equiv \varphi_c$. Решение уравнения (4а) имеет вид $q = -\varphi_c/v$. Отсюда сразу приходим к выражению (7) или (2') для скорости v при произвольных значениях $W_c > W_0$. Этот случай описывает, в частности, ситуацию, когда коэффициенты κ , ρ и c от температуры не зависят. Для металлов, подчиняющихся закону Видемана—Франца—Лоренца, имеем

$$\kappa(T) \rho(T) = LT, \quad L = 2,45 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{Ом}/\text{К}^2,$$

из требования $\varphi(W) = \text{const}$ находим, что $c(T) \sim T$, т. е. найденное решение соответствует низкотемпературной области.

б. $\varphi(W) = \varphi_c (W_c/W)^{1/2}$. Перейдем к безразмерным переменным

$$y = q/q_c, \quad x = W/W_c,$$

в которых уравнение (4а) принимает вид

$$\left(1 - \frac{W_0}{W_c} \right) y \frac{dy}{dx} - y + \left(\frac{v_c}{v} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{x}} = 0, \quad v_c = \left(\frac{\varphi_c}{W_c - W_0} \right)^{1/2} \quad (9)$$

с граничным условием $y(1) = 1$. Введем новую независимую переменную η

с помощью соотношения $y = d\sqrt{x}/d\eta$. Тогда

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{W_0}{W_c}\right) \frac{d^2 \sqrt{x}}{d\eta^2} - \frac{1}{2} \frac{dx}{d\eta} + \left(\frac{v_c}{v}\right)^2 = 0. \quad (10)$$

Отсюда находим первый интеграл

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{W_0}{W_c}\right) \frac{d\sqrt{x}}{d\eta} - \frac{1}{2} x + \left(\frac{v_c}{v}\right)^2 \eta = 0, \quad (11)$$

где постоянная интегрирования сводится к переопределению величины η . Путем замены

$$\sqrt{x} = \left(1 - \frac{W_0}{W_c}\right) \frac{f}{f}$$

легко видеть, что функция f удовлетворяет уравнению Эйри:

$$\frac{d^2 f}{d\eta^2} + 2 \left(\frac{v_c}{v}\right)^2 \frac{1}{(1 - W_0/W_c)^2} (\eta + \eta_0) f = 0, \quad (12)$$

т. е.

$$f(\eta) = \text{Ai} \left\{ - \left(2 \frac{v_c^2}{v^2} \left[\frac{1}{(1 - W_0/W_c)^2} \right] \right)^{1/2} \eta \right\}. \quad (13)$$

Таким образом,

$$\sqrt{x} = - \left[2 \frac{v_c^2}{v^2} \frac{1}{(1 - W_0/W_c)^2} \right]^{1/2} \frac{\text{Ai}'(-\tilde{\eta})}{\text{Ai}(-\tilde{\eta})} \left(1 - \frac{W_0}{W_c}\right), \quad (14)$$

где

$$\tilde{\eta} = - \left(2 \frac{v_c^2}{v^2} \frac{1}{(1 - W_0/W_c)^2} \right)^{1/2} \eta.$$

Приведенный тепловой поток равен

$$y = \left(1 - \frac{W_0}{W_c}\right) \left[2 \frac{v_c^2}{v^2} \frac{1}{(1 - W_0/W_c)^2} \right]^{1/2} \left[\tilde{\eta} + \left(\frac{\text{Ai}'(-\tilde{\eta})}{\text{Ai}(-\tilde{\eta})} \right)^2 \right]. \quad (15)$$

Из граничного условия $y(\eta_0) = 1$ при $x(\eta_0) = 1$ находим

$$\tilde{\eta}_0 = - \frac{W_0}{W_c} \left[\frac{v^2}{2v_c^2 (1 - W_0/W_c)} \right]^{1/2} < 0. \quad (16)$$

Соотношения (14) и (16) в параметрической форме определяют зависимость скорости v от отношения W_0/W_c :

$$v = v_c F(W_0/W_c), \quad (17a)$$

$$F\left(\frac{W_0}{W_c}\right) = 2^{1/2} \left(\frac{W_c}{W_0} \tilde{\eta}_0\right)^{1/4} \left(1 - \frac{W_0}{W_c}\right)^{1/4}, \quad (17b)$$

$$\tilde{\eta}_0 W_c/W_0 = - [\text{Ai}'(-\tilde{\eta}_0)/\text{Ai}(-\tilde{\eta}_0)]^2. \quad (17b)$$

Функция $F(W_0/W_c)$ характеризует отличие скорости от значений, даваемых линейной теорией.

При больших значениях $|\eta_0|$ имеем [6]

$$\text{Ai}'(-\tilde{\eta}_0)/\text{Ai}(-\tilde{\eta}_0) \approx -\tilde{\eta}_0^{1/2} [1 + 1/4 \tilde{\eta}_0^{-2/3}].$$

Отсюда согласно (17b)

$$\tilde{\eta}_0^{3/2} \approx \frac{1}{2(W_c/W_0 - 1)},$$

что соответствует пределу $W_c \rightarrow W_0$. Подставляя это значение $\tilde{\eta}_0$ в (17b), мы видим, что функция $F(W_0/W_c)$ стремится к единице при $W_c \rightarrow W_0$, как и следовало ожидать.

В этом пределе $v \approx v_c$, т. е. мы приходим к результату для линейной теории, в которой пренебрегается нелинейными свойствами среды.

В противоположном предельном случае невозмущенная температура T_0 перед фронтом тепловой волны значительно ниже температуры перехода сверхпроводника $T_c(j, B)$, т. е. $W_0 \ll W_c$. Это соответствует пределу $\eta_0 \rightarrow 0$. Используя разложение функции Эйри в степенной ряд [6], находим

$$\frac{\text{Ai}'(-\eta_0)}{\text{Ai}(-\eta_0)} = \frac{\text{Ai}'(0)}{\text{Ai}(0)} \left[1 + \eta_0 \frac{\text{Ai}'(0)}{\text{Ai}(0)} \right],$$

где $\text{Ai}(0) \approx 0,355$, $\text{Ai}'(0) \approx -0,259$. Согласно (17)

$$\tilde{\eta}_0 \frac{W_c}{W_0} \approx - \left(\frac{\text{Ai}'(0)}{\text{Ai}(0)} \right)^2 \left[1 - 2 \frac{W_0}{W_c} \left(\frac{\text{Ai}'(0)}{\text{Ai}(0)} \right)^3 \right].$$

При низких значениях энтальпии сверхпроводника $W_0 \rightarrow 0$ реализуется случай $\tilde{\eta}_0 \rightarrow 0$. Используя значения $\text{Ai}(0) = 0,355$ и $\text{Ai}'(0) = -0,259$, находим, что $\tilde{\eta}_0 W_c / W_0 = -0,53$, т. е.

$$v \approx 0,88v_c [1 + 0,08W_0/W_c],$$

$$F(W_c/W_0) \approx 0,88 \quad \text{при} \quad W_0 \ll W_c. \quad (18)$$

При уменьшении W_0 от значения W_c до 0 функция $F(W_c/W_0)$ монотонно уменьшается от 1 до 0,88. Таким образом, в рассмотренном случае $\varphi(W) \sim 1/\sqrt{W}$ скорость v отличается от результата (2) линейной теории в сторону уменьшения самое большее на 12%.

Случай, когда $\varphi(W) \sim 1/\sqrt{W}$, представляет практический интерес, поскольку он соответствует закону $s(T) \sim T^3$. Действительно, полагая $\kappa(T)\rho(T) \sim T$, имеем $\varphi(W) \sim 1/T^2 \sim 1/\sqrt{W}$.

Таким образом, линейная теория дает несколько завышенные значения для скорости при $W_0 < W_c$ по сравнению с точным результатом (18), однако величина этого отличия даже при абсолютном нуле ($W_0 = 0$) не превышает 12%. Формула (18) описывает зависимость $v(W_0/W_c)$ во всем диапазоне $0 \leq W_0 < W_c$ с точностью $\approx 5\%$.

С помощью уравнения (9) нетрудно оценить максимальную температуру разогрева T^* провода в точке зарождения n -фазы, т. е. при $\xi = -vt$. При $W^* \gg W_c$ из (9) следует, что тепловой поток мал,

$$q \approx q_c (v_c/v)^2 \sqrt{W_c/W^*},$$

$$W^* \gg W_c, \quad q_c = -v(W_c - W_0).$$

По определению

$$q = \kappa(T) \frac{dT^*}{d\xi} = - \frac{\kappa(T)}{v} \frac{dT^*}{dt} = - \frac{q_c}{v\rho(T)} \frac{dW^*}{dt}.$$

Отсюда находим, что

$$dW^*/dt \approx \rho(T^*) j^2(t),$$

т. е. обычный джоулев разогрев в отсутствие отвода тепла. В области остаточного сопротивления ($\rho(T^*) \approx \text{const}$) температура T^* возрастает очень медленно $T^* \approx T_0 (t/\tau_0)^{1/4}$, где $\tau_0 = W_0/\rho j^2$, $j = \text{const}$. В области более высоких температур порядка температуры кипения азота сопротивление быстро возрастает с температурой. Для меди $\rho(T^*) \sim (T^*)^4$ и рост температуры T^* от времени

носит экспоненциальный характер, $T^* \sim \exp \int j^2(t) dt$, но в этом случае становится существенным учет затухания тока в цепи за счет быстрого роста сопротивления нормальной зоны. В задаче о разогреве нормальной зоны, помимо учета затухания тока в соленоиде также необходимо учитывать реальные зависимости $s(T)$ и $\rho(T)$, поскольку при разогреве до комнатной температуры

зависимость $c(T) \sim T^3$ дает заниженные значения T^* . Решение этой задачи на ЭВМ содержится в работе [1]. Подчеркнем, однако, что величина скорости границы нормальной зоны определяется распределением температуры непосредственно вблизи этой границы при $T \approx T_c$, поэтому использование зависимостей $c(T) \sim T^3$, $\kappa(T) \sim T$ и $\rho = \text{const}$ вполне оправдано.

3. Предыдущее рассмотрение относилось к случаю, когда проводник с током мог находиться только в двух состояниях: сверхпроводящем ($\rho = 0$, $T < T_c(j, B)$) или нормальном ($\rho = \rho_n(T)$, $T > T_c(j, B)$). Однако при достижении током критического значения за счет повышения температуры сверхпроводник переходит в резистивное состояние, в котором вольт-амперная характеристика имеет сложный нелинейный характер. Вблизи критического тока ее приближенно можно записать в виде

$$E(j) = \begin{cases} 0, & j < j_c(B, T); \\ \rho_f(j - j_c), & j > j_c(B, T), \end{cases} \quad (19)$$

где ρ_f — резистивное сопротивление сверхпроводника. Если ток j значительно превышает j_c , то вольт-амперная характеристика снова становится линейной ($E \approx \rho_f j$) с наклоном, равным удельному сопротивлению сверхпроводника в нормальном состоянии. Наличие резистивного состояния сверхпроводника при $j > j_c$ необходимо учитывать при разрушении сверхпроводимости током, как в рассмотренном выше случае распространения нормальной зоны. Специфической особенностью этого случая является отсутствие резкой границы при $T = T_c(j, B)$ между сверхпроводником и нормальным металлом.

Интересным проявлением резистивного состояния для композитных проводников является перетекание определенной доли тока из сверхпроводящих жил в нормальную матрицу. На это явление впервые было указано в работе [7]; последующие численные расчеты [8] показали, что такое деление тока между сверхпроводником и нормальным металлом приводит к конечной величине скорости распространения v даже при $j = j_c(B, T_0)$. Недавно Дрезнер [9] нашел аналитическое решение задачи о вычислении скорости распространения нормальной зоны в сверхпроводящем композитном проводнике с учетом эффектов перетекания тока в нормальную матрицу. В обзоре [10] проведено сопоставление теоретических зависимостей $v(j)$, полученных различными авторами с учетом упомянутого эффекта перетекания тока.

Ниже с помощью метода работы [9] проведен анализ скорости нормальной границы $v(j)$ в одномерном случае и показано, что возможность перетекания тока в нормальный металл приводит к появлению дискретного спектра значений v_n при заданном значении тока j . Эта неоднозначность решений для движущихся границ является следствием наличия конечной толщины переходного резистивного слоя между сверхпроводящим и нормальным состояниями.

При наличии резистивной зоны доля тока j_s , текущего по сверхпроводнику, определяется из соотношения

$$E = \rho_f(j_s - j_c) = \rho_n(j - j_s)(S_s/S_n), \quad (20a)$$

т. е.

$$j_s = \frac{R_n j + R_s j_c}{R_n + R_s}, \quad j \geq j_c, \quad (20b)$$

где $R_n = \rho_n/S_n$, $R_s = \rho_f/S_s$. Джоулевы потери на единицу длины композитного проводника составляют

$$Q_I = E[S_s j_s + S_n(j - j_s)]. \quad (21)$$

Отсюда с помощью (20) находим

$$Q_I = S_s^2 j(j - j_c) \frac{R_s R_n}{R_s + R_n}, \quad j > j_c(B, T). \quad (22)$$

Если дифференциальное сопротивление сверхпроводника R_s в резистивном состоянии, как обычно имеет место на практике, значительно больше сопротивления нормальной матрицы R_n , то выражение для джоулевых потерь в единице объема можно представить в виде

$$q_I \approx \frac{S_s^2 \rho_n}{S_n (S_s + S_n)} j (j - j_c). \quad (23)$$

Это выражение справедливо до тех пор, пока плотность тока j в сверхпроводящих жилах не превышает критическую плотность тока $j_c(B, T_0)$ жил при нормальной температуре жидкого гелия. При $j > j_c(B, T_0)$ ток в композитном проводнике по всей длине (в пренебрежении пространственными изменениями магнитного поля B) практически мгновенно вытесняется в нормальную матрицу, что формально эквивалентно обращению скорости нормальной зоны в бесконечность.

В предположении, что критический ток $j_c(B, T)$ линейно уменьшается с температурой

$$j_c(B, T) = j_c(B, T_0) \left[1 - \frac{T - T_0}{T_c(B) - T_0} \right], \quad (24)$$

выражение для мощности потерь можно представить в виде [7]

$$q_I = \frac{\rho_n(T) S_s^2 j^2}{S_n (S_n + S_s)} g(\Theta), \quad (25)$$

$$g(\Theta) = \begin{cases} 0, & \Theta < 1 - i; \\ 1 + (\Theta - 1)/i, & 1 - i < \Theta < 1; \\ 1, & \Theta > 1, \end{cases} \quad (26)$$

где $\Theta = (T - T_0)/(T_c(B) - T_0)$, $i = j/j_c(B, T_0)$.

Уравнение (1') для определения скорости распространения нормальной зоны имеет вид

$$\frac{d}{d\xi} \left(\kappa(\Theta) \frac{d\Theta}{d\xi} \right) + v c(\Theta) \frac{d\Theta}{d\xi} + \frac{\rho_n(\Theta) S_s^2 j^2 g(\Theta)}{S_n (S_n + S_s) (T_c(B) - T_0)} = 0. \quad (27)$$

Это уравнение удается проинтегрировать в аналитической форме только в том случае, когда его коэффициенты не зависят от температуры (линейная теория). Введем в уравнение (27) безразмерную координату

$$z = (v/\chi) \xi, \quad \frac{d^2\Theta}{dz^2} + \frac{d\Theta}{dz} + \left(\frac{v_{c0}}{v} \right)^2 g(\Theta) = 0, \quad (28)$$

где

$$v_{c0} = \left[\frac{\rho_n \kappa S_s^2 j^2}{S_n (S_n + S_s) c^2 (T_c(B) - T_0)} \right]^{1/2}. \quad (29)$$

Скорость v_{c0} совпадает с выражением (2) в пределе слабых токов ($j \rightarrow 0$).

В соответствии с (26) разобьем ось интегрирования по z на три области.

1. Сверхпроводящая область ($g = 0$) при $z \geq 0$. В этой области

$$d\Theta/dz = -\Theta, \quad z \geq 0. \quad (30)$$

На границе области тепловой поток равен

$$d\Theta/dz = -(1 - i), \quad \Theta = 1 - i, \quad z = 0. \quad (31)$$

2. Нормальный металл ($g = 1$) занимает область $z \geq s$, где $s < 0$. В этой области тепловой поток постоянен и равен (включая границу)

$$d\Theta/dz = -(v_{c0}/v)^2, \quad \Theta \geq 1, \quad z \leq s. \quad (32)$$

3. В резистивной области

$$g(\Theta) = (i + \Theta - 1)/i \text{ при } s \leq z \leq 0$$

решение уравнения (28), удовлетворяющее граничному условию (31) при $z = 0$, имеет вид

$$\Theta = (1 - i) \left(1 - e^{-z/2} \frac{si \gamma z}{\gamma} \right), \quad (33)$$

где

$$\gamma^2 = \frac{1}{i} \left(\frac{v_{c0}}{v} \right)^2 - \frac{1}{4} > 0. \quad (34)$$

Из условия непрерывности температуры и теплового потока на границе $z = s$ (см. (32)) сразу получаем выражения для определения длины резистивной области и скорости ее перемещения вдоль оси ξ . Приведем результат:

$$e^{-s/2} \sin \gamma s = - \frac{i}{1-i} \gamma < 0, \quad (35a)$$

$$e^{-s/2} \cos \gamma s = \frac{i}{1-i} (\gamma^2 - 1/4). \quad (35b)$$

Без ограничения общности параметр γ можно считать положительным ($0 \leq \gamma \leq \infty$). Отсюда

$$e^{-s} = \left(\frac{i}{1-i} \right)^2 \left(\gamma^2 + \frac{1}{4} \right)^2, \quad (35в)$$

$$\operatorname{tg} \gamma s = - \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1/4}, \quad s < 0. \quad (35г)$$

Исключая из этих уравнений величину s , мы приходим к уравнению для определения скорости v :

$$\ln \left[(1 - i) \left(\frac{v}{v_{c0}} \right)^2 \right] = - \frac{1}{2\gamma} \operatorname{arctg} \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1/4}, \quad (36a)$$

$$\ln \left(\frac{1}{i} - 1 \right) = \ln \left(\gamma^2 + \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{2\gamma} \operatorname{arctg} \frac{\gamma}{\gamma^2 - 1/4}. \quad (36б)$$

Уравнение (36a) было получено Дрезнером [9, 11] путем интегрирования уравнения (28) в переменных q и Θ , как описано в п. 2 при анализе уравнения (3). При таком «сокращенном» способе описания длина s резистивной зоны явно не фигурирует в окончательном выражении (36) для v и для нахождения s необходимо дополнительно проинтегрировать уравнение

$d\Theta/dz = q(\Theta)$ (в резистивной области) с соответствующими граничными условиями. Эта задача нетривиальна, поскольку зависимость $q(\Theta)$ носит неявный характер $F(q, \Theta) = \text{const}$. С другой стороны, в работе [10] была предпринята попытка найти выражения для v и s исходя из уравнения (28), однако ввиду громоздкости вычислений окончательные формулы не были получены и автор ограничился анализом предельного случая $i \rightarrow 1$. Следует заметить, что авторов [7, 8, 10] в основном интересовала зависимость скорости v распространения нормальной зоны от условий охлаждения проводника в жидком гелии, которые характеризуются безразмерным параметром Стекли $\alpha = \rho_n I_c^2 / k (S_n + S_s) Ph (T_c(B) - T_0)$, где $I_c = j_c S_s$, $k = S_n / (S_n + S_s)$ — объемная доля нормального металла в композите, P — периметр проводника, h — коэффициент теплопередачи в гелий. Для скорости $v(i, \alpha)$ были проведены численные расчеты и получены различные аппроксимирующие зависимости. Мы на этом вопросе останавливаться не будем, поскольку наша задача ограничена рассмотрением адиабатического случая ($\alpha = \infty$).

Обратимся теперь к анализу системы уравнений (34), (35). Вследствие периодичности тангенса можно ожидать, что при заданном токе i скорость v и длина s могут принимать набор дискретных значений v_n и s_n , целое число, которое,

вообще говоря, может пробегать значения от 1 до ∞ . Возникает своеобразное «квантование» скорости нормальной зоны, причем «уровни» скорости определяются размером резистивной области s_n , которая сама принимает дискретный набор значений. Результаты, приводимые в литературе, для зависимости $v(i)$ (при $\alpha = \infty$) соответствуют в некотором смысле выбору главного значения арктангенса в уравнении (36а), т. е. $n = 1$. Ниже мы увидим, что этот корень отвечает движению с наибольшей возможной скоростью.

Рассмотрим сначала предельный случай $i \rightarrow 1$. Согласно (36б) это соответствует малым значениям $\gamma \ll 1$. Из (35а) и (35б) следует, что аргумент тангенса γs в (35г) лежит в третьем квадранте. Решение (35в) и (35г) имеет приближенный вид

$$\begin{aligned} s &= -2 \ln \frac{1}{4(1-i)} \gg 1, \quad 1-i \ll 1, \\ \gamma s &= -\pi(2n+1) + 4\gamma, \quad \gamma \ll 1, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (37)$$

Следовательно,

$$\gamma = \frac{\pi(2n+1)}{2 \ln [e^2/4(1-i)]} \ll 1, \quad 1-i \ll 1.$$

Подставляя это значение γ в (34), находим скорость

$$v_n \approx 2v_{co} \left\{ 1 - \frac{\pi^2(2n+1)^2}{2 \ln^2 [e^2/4(1-i)]} \right\}, \quad 1-i \ll 1. \quad (38)$$

Отсюда видно, что вблизи критического тока $i = 1$ наибольшее значение тока осуществляется для $n = 1$. Скорость v_n убывает с ростом n , что соответствует увеличению длины резистивной зоны (см. (39)).

Для всех значений n по мере приближения тока к критическому ($i \rightarrow 1$) скорость нормальной зоны стремится к конечному предельному значению $2v_{co}$, а длина резистивной зоны логарифмически расходится как $\ln [1/4(1-i)]$. В обычных единицах

$$\xi_n = \frac{\kappa}{cv_n} |s_n| = \frac{\chi}{v_n} |s_n| \approx \frac{\chi}{v_{co}} \ln \left[\frac{1}{4(1-i)} \right] \left\{ 1 + \frac{\pi^2(2n+1)^2}{2 \ln^2 [e^2/4(1-i)]} \right\}. \quad (39)$$

Следовательно, в пределе $i \rightarrow 1$ квантование приводит к малым поправкам и является несущественным. Следует, однако, подчеркнуть, что этот предельный случай соответствует очень близкой окрестности критического тока, поскольку разложение ведется по обратным степеням $\ln [e/4(1-i)]$, который очень медленно растет при $i \rightarrow 1$. Возможно, что в реальных системах столь узкая окрестность точки $i = 1$ не реализуется по причине естественного разброса значений j по длине проводника.

Предел слабых токов: $i \ll 1$. В этом случае согласно (36б) $\gamma \gg 1$. Из (35в) следует, что

$$s \approx -2 [\ln(\gamma^2 i) + i + 1/4\gamma^2], \quad i \ll 1, \quad \gamma \gg 1.$$

Согласно (35а) и (35б) решение (35г) при $\gamma > 1/2$ лежит в четвертом квадранте $3\pi/2 < \gamma s < 2\pi$:

$$s_n \approx -2\pi n/\gamma - 1/\gamma^2, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad \gamma \gg 1.$$

Отсюда находим

$$\gamma^2 i \approx 1 + \pi n \sqrt{i} - 3i/4, \quad s_n \approx -2(\pi n \sqrt{i} + i/2), \quad i \ll 1. \quad (40)$$

Соотношение (34) дает

$$v_n^2 \approx \frac{v_{co}^2}{1 - i/2 + \pi n \sqrt{i}}. \quad (41)$$

Длина резистивной зоны в пределе слабых токов составляет

$$\xi_n^{(0)}(i) = \frac{\chi}{v_n} |s_n| \approx \frac{\chi}{v_{co}(i)} (2\pi n \sqrt{i} + i), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (42)$$

Для основного состояния резистивной зоны ($n = 0$)

$$v_0 \approx v_{c0} / \sqrt{1 - i/2}, \quad i \ll 1, \quad (43a)$$

$$\xi_0(i) \approx \chi i / v_{c0}(i). \quad (43b)$$

Выражение (43a) для v_0 совпадает с приближенной зависимостью $v(i)$, предложенной в ряде работ (см. [10]), для адиабатического случая ($\alpha = \infty$). Что касается размера резистивной области ξ_0 , то при малых токах она выходит на постоянное значение, не зависящее от тока, поскольку $v_{c0}(i) \sim i$ (см. (29)).

Возбужденные состояния (с $n \neq 0$), как и при $i = 1$, характеризуются меньшими значениями скорости

$$v_n \approx v_{c0}(i) \left(1 - \frac{\pi n}{2} \sqrt{i}\right), \quad i \ll 1, \quad n = 1, 2, \dots$$

и соответственно большими размерами резистивной зоны

$$\xi_n^{(0)} \approx 2\pi n \chi \sqrt{i} / v_{c0}(i), \quad n = 1, 2, \dots$$

Отсюда следует, что при малых токах длина резистивной зоны состояний с $n \neq 0$ растет как $\xi_n^{(0)} \sim 1/\sqrt{i}$.

Расчет зависимости $v_n(i)$ во всем интервале токов $0 < i < 1$ требует проведения численных расчетов.

В заключение автор благодарит В. Р. Карасика, А. А. Конюхова и В. С. Высоцкого за интерес к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кривошуклая Н. В., Русинов А. И. Расчет скорости движения нормальной зоны и кинетика разрушения сверхпроводимости в соленоиде с тонкой обмоткой.— Наст. сб.
2. Cherry W. H., Gittleman J. Thermal and electrodynamic aspects of superconductive transition process.— Solid-State Electron., 1960, vol. 1, N 1, p. 287—305.
3. Broom R. F., Rhoderick E. H. Thermal propagation of the normal region in a thin superconducting film and its application to a new type bistable element.— Brit. J. Appl. Phys., 1960, vol. 11, N 7, p. 292—297.
4. Wilson M. N. Some basic problems in superconducting magnet design.— IEEE Trans. Magn., 1981, vol. Mag-17, N 5, p. 1815—1822.
5. Dresner L. Propagation of normal zone in composite superconductors.— Cryogenics, 1976, vol. 16, N 11, p. 675—681.
6. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М.: Наука, 1979, с. 264.
7. Keilin V. B., Klimenko E. Yu., Kremlev M. G., Samoilov N. B. Stability criteria for current in combined (normal-superconducting) conductors.— In: Les champs magnetiques intenses. P.: CNRS, p. 231.
8. Альтов В. А., Зенкевич В. Б., Кремлев М. Г., Сычев В. В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергия, 1975. 209 с.
9. Dresner L. Analytic solution for the propagation velocity in superconducting composites.— IEEE Trans. Magn., 1981, vol. Mag-17, N 5, p. 328—330.
10. Turck B. About the propagation velocity in superconducting composites.— Cryogenics, 1980, vol. 20, N 3, p. 146—150.
11. Dresner L. Propagation of normal zones in thermally insulated superconductors.— Adv. Cryog. Eng., 1980, vol. 26, p. 647—653.



Н. В. КРИВОЛУЦКАЯ

**ПРОГРАММА ДЛЯ РЕШЕНИЯ НА ЭВМ ЗАДАЧИ
О НАТЯГЕ ПРОВОДА ПРИ НАМОТКЕ,
ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕМ ЗАДАННОЕ ПОЛЕ
МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В СОЛЕНОИДЕ
ПРИ ВВЕДЕНИИ В СИСТЕМУ ТОКА**

В литературе [1—6] описан ряд подходов к решению задачи о программируемом предварительном натяжении провода $\sigma_0(\xi)$ при намотке сверхпроводящих соленоидов. В работе [7] наряду с силами поверхностного давления учтены объемные силы. При этом предполагается, что трение обеспечивает отсутствие проскальзывания витков и изменение $\sigma_0(\xi)$ плавное (здесь ξ — приведенная текущая координата, $\xi = r/r_0$, где r — текущая координата, r_0 — внутренний радиус катушки). В [7] найдено решение интегрального уравнения, определяющего закон изменения $\sigma_0(\xi)$ в обмотке. Решение имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_0(\xi) = & \sigma_t \left[1 + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\xi_0}{\xi} - 1 \right) \frac{\tilde{\lambda}_0 \xi^{2\beta} - 1}{\tilde{\lambda}_0 \xi^{2\beta} + 1} \right] - \Psi_\sigma(\xi) - \\ & - \beta \frac{\tilde{\lambda}_0 \xi^{2\beta} - 1}{\tilde{\lambda}_0 \xi^{2\beta} + 1} \left\{ \left[\Psi_P(\xi) - \frac{\xi_0}{\xi} \Psi_P(\xi_0) \right] + \frac{1}{\xi} \int_{\xi}^{\xi_0} \tilde{f}(\xi_1) \xi_1 d\xi_1 \right\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$$\Psi_\sigma(\xi) = -(\xi \Psi_P)' + \xi \tilde{f}(\xi);$$

$$\begin{aligned} \Psi_P(\xi) = & -(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0) \frac{\tilde{\lambda}_0 + 1}{\beta - \tilde{\nu}} I(1) \frac{\lambda_3 \xi^{2\beta} + \xi_0^{2\beta}}{\tilde{\lambda} \xi_0^{2\beta} - \lambda_3} \frac{1}{\xi^{\beta+1}} + \\ & + P_0 \frac{\tilde{\lambda}_0 \xi_0^{2\beta} - \lambda_3}{\tilde{\lambda}_0 \xi_0^{2\beta} + 1} \frac{\tilde{\lambda} \xi^{2\beta} + 1}{\tilde{\lambda} \xi_0^{2\beta} - \lambda_3} \left(\frac{\xi_0}{\xi} \right)^{\beta+1} - \frac{\beta - \nu}{2\beta} \frac{\lambda \xi^{2\beta} F_1(\xi) + F_2(\xi)}{\xi^{\beta+1}} - \\ & - \frac{\beta - \nu}{2\beta} \frac{\lambda_3 \xi^{2\beta} + \xi_0^{2\beta}}{\tilde{\lambda} \xi_0^{2\beta} - \lambda_3} \frac{\lambda F_1(1) - \tilde{\lambda} F_2(1)}{\xi^{\beta+1}} + \frac{E_t}{\tilde{\lambda} \xi_0^{2\beta} - \lambda_3} \left[(\tilde{\lambda} \xi^{2\beta} + 1) \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{\xi_0}{\xi} \right)^{\beta+1} \left[\frac{\alpha_t - \alpha_3}{\beta - \tilde{\nu}} + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{\beta^2 - 1} \frac{1 - \tilde{\nu}}{\beta - \tilde{\nu}} \right] \right] - \frac{\alpha_t - \alpha_r}{\beta^2 - 1} E_t; \end{aligned} \quad (2)$$

$$F_1(\xi) = \int_{\xi}^{\xi_0} \frac{\tilde{f}(\xi_1)}{\xi_1^{\beta-1}} d\xi_1;$$

$$F_2(\xi) = \int_{\xi}^{\xi_0} \tilde{f}(\xi_1) \xi_1^{\beta+1} d\xi_1;$$

$$I(1) = \int_1^{\xi_0} \frac{\sigma_0(\xi) \xi^\beta d\xi}{\tilde{\lambda}_0 \xi^{2\beta} + 1}.$$

Рассмотрим соленоид, поперечное сечение которого схематически показано на рис. 1. Каркас катушки (с учетом щечек) рассчитывается как полый цилиндр с эффективной толщиной стенки D_c , а его внутренний радиус равен $r_c = r_0 - D_c$. (Эффективная толщина каркаса в первом приближении может быть вычислена по формуле $D_c = d'(1 + h/l)$, где l — длина корпуса, h — высота щечек.) В формулах (1) и (2) приняты следующие обозначения: коэффициент анизотропии обмотки $\beta = \sqrt{E_t/E_r}$. Тангенциальный модуль Юнга E_t принят равным $1,3 \cdot 10^6$ кгс/см², а радиальный $E_r = 0,6 \cdot 10^6$ кгс/см², $\beta = 1,472$; $E_c =$

модуль Юнга нержавеющей стали ($E_c = 2 \cdot 10^8$ кгс/см²), коэффициент Пуассона $\nu = 0,33$; интегральные коэффициенты теплового расширения от температуры жидкого гелия до комнатной имеют следующие значения:

$\alpha_c = -3 \cdot 10^{-3}$ (каркас), $\alpha_s = -3 \cdot 10^{-3}$ (бандаж), $\alpha_t = -2,5 \cdot 10^{-3}$ (кабель (Nb — Ti)/Cu), $\alpha_t - \alpha_r = 0,17 \cdot 10^{-3}$ (расчетное значение для обмотки);

$$\bar{\nu}_0 = \nu + \frac{E_t}{E_c} (1 - \nu), \quad \bar{\lambda}_0 = \frac{\beta + \bar{\nu}_0}{\beta - \bar{\nu}_0};$$

$$\bar{\nu} = \bar{\nu}_0 + \frac{2r_c^2}{r_0^2 - r_c^2} \frac{E_t}{E_c}, \quad \bar{\lambda} = \frac{\beta + \bar{\nu}}{\beta - \bar{\nu}};$$

$$\nu_3 = \nu - \frac{E_t}{E_c} \frac{R}{n_3 d_3}, \quad \lambda_3 = \frac{\beta + \nu_3}{\beta - \nu_3};$$

$$\lambda = (\beta + \nu)/(\beta - \nu).$$

Цифрой 3 обозначены величины, относящиеся к корпусу: σ_3 — натяжение стального провода при намотке бандажа (при численных расчетах считаем $\sigma_3 = \text{const} = 20$ кгс/мм²), n_3 — число витков бандажа (считаем $n_3 = 2$), d_3 — диаметр бандажа (считаем $d_3 = 1$ мм). Давление, создаваемое бандажом на витки обмотки $P_0 = \sigma_3 n_3 d_3 / R$.

Объемная плотность магнитных сил f_r , усредненная по сечению композита, в системе СИ равна

$$\bar{f}(r) = \bar{j}(r) B_z(r),$$

где $B_z(r)$ — осевая составляющая магнитного поля B . В приведенных коэффициентах плотность магнитных сил запишется

$$\bar{f}(\xi) = r_0 \bar{f}(r).$$

Для цилиндрической обмотки с однородным распределением тока по сечению Браун и Флэкс [9] выразили составляющие магнитного поля в виде однократных интегралов. Зная значения $B_z(r)$ в определенных точках обмотки, можно с помощью подпрограммы POLINOM аппроксимировать $B_z(r)$ степенным многочленом.

Если предположить, что магнитное поле в обмотке линейно меняется с радиусом, что справедливо для случаев $\xi_0 \rightarrow 1$, или $L/2r_0 \gg 1$, где L — длина соленоида при любой толщине обмотки, то сила Лоренца $\bar{f}(\xi)$ записывается в виде

$$\begin{aligned} \bar{f}(\xi) &= 10^6 \frac{B_0^2}{F(\bar{\alpha}, \bar{\beta})} \left[\eta_i + \frac{\xi - 1}{\xi_0 - 1} (\eta_e - \eta_i) \right] = \\ &= 0,8\pi\sigma_0' \frac{(\xi_0 - 1) G}{F(\bar{\alpha}, \bar{\beta})} \left[\eta_i + \frac{\xi - 1}{\xi_0 - 1} (\eta_e - \eta_i) \right], \end{aligned}$$

где параметр $G = 10^{-12} \frac{[\bar{j} r_0 F(\bar{\alpha}, \bar{\beta})]^2}{2\mu_0 \sigma_0' (\xi_0 - 1)}$ ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м). Здесь \bar{j} — средняя (конструктивная) плотность тока в обмотке, которая принимается постоянной, а

$$F(\bar{\alpha}, \bar{\beta}) = 0,4\pi\bar{\beta} \ln \frac{\bar{\alpha} + \sqrt{\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2}}{1 + \sqrt{1 + \bar{\beta}^2}};$$

$$\bar{\alpha} = \xi_0 = R/r_0; \quad \bar{\beta} = L/2r_0;$$

R — внешний радиус соленоида, $\eta_i = B_i/B_0$ — отношение поля на внутренней стороне обмотки к полю в центре соленоида, $\eta_e = B_e/B_0$ — отношение поля на внешней стороне обмотки к полю B_0 .

В работе [7] приведено приближенное решение задачи определения $\sigma_0(\xi)$.

Целью данной работы было построение программы для ЭВМ на языке FORTRAN-4, позволяющей находить закон изменения $\sigma_0(\xi)$ в обмотке с заданной точностью. Ниже представлена блок-схема программы.

Рис. 1. Конструкция соленоида (схематически)

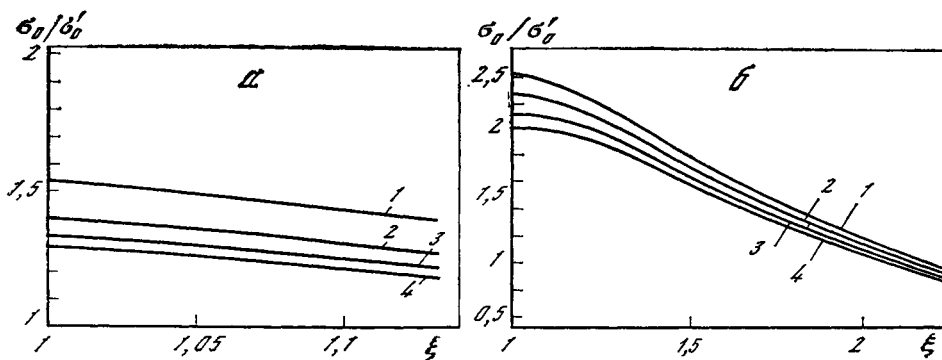
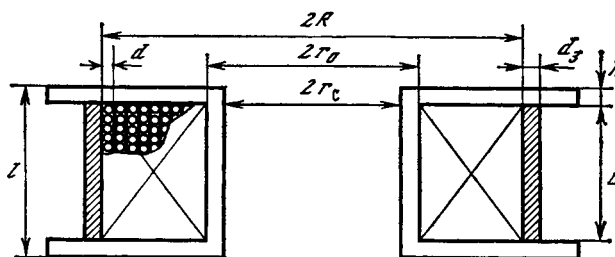


Рис. 2. Программируемое предварительное натяжение провода $\sigma_0(\xi)$, обеспечивающее постоянство $\sigma_t(\xi)$ ($\sigma_t(\xi) = 10 \text{ кгс/мм}^2$)

$\alpha - \tilde{\alpha} = 1,13$; $\beta - \tilde{\beta} = 2,26$. Параметры соленоида: $\beta = 1,472$; $\tilde{\beta} = 12,6$; $E_t/E_c = 0,65$; $G = 0,4$. Толщины каркаса: $D_c = 0,1 \text{ см}$ (1); 1 (2); 2(3); 3 (4)

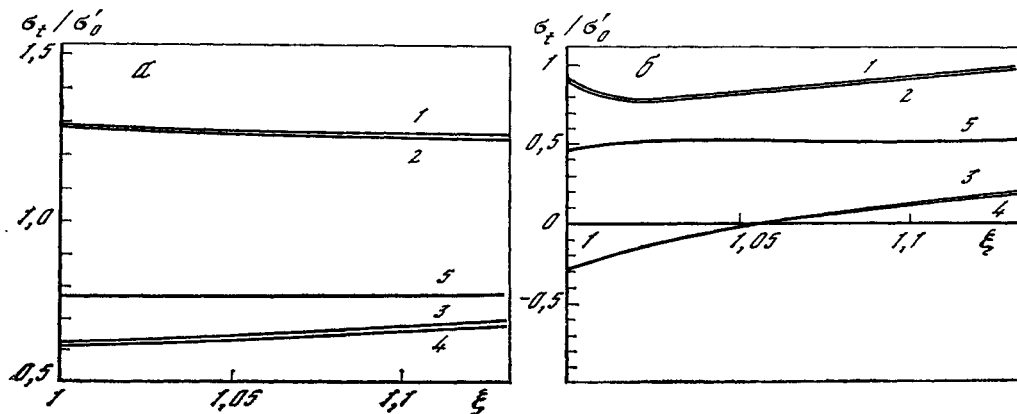


Рис. 3. Распределение деформаций σ_t соленоида для зависимости $\sigma_0(\xi)$, представленной на рис. 2 (кривая 2)

$\alpha - \tilde{\alpha} = 1,13$; $\beta - \tilde{\beta} = 2,26$. Цифрами обозначены этапы изготовления и работы соленоида: 1 — намотка соленоида; 2 — наложение бандаж; 3 — снятие с жесткого барабана; 4 — охлаждение от комнатной до гелиевой температуры; 5 — введение в систему тона. Параметры те же, что на рис. 2

Программа позволяет определять натяжение провода при намотке соленоида, обеспечивающее любой заданный закон изменения $\sigma_t(\xi)$. Можно расширить программу, введя в нее блок аппроксимации полученных значений предварительного натяжения в заданных точках (разбиение обмотки можно произвести на любое число точек через малый интервал) степенным многочленом вида $\sigma_0(\xi) = a_1\xi^n + a_2\xi^{n-1} + \dots + a_{n-1}\xi + a_n$, где n — заданное число, а коэффициенты a_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — постоянные. Используя найденный закон изменения $\sigma_0(\xi)$, можно найти распределения давления $P(\xi)$, тангенциальных натяжений $\sigma_t(\xi)$ и смещений $U(\xi)$.

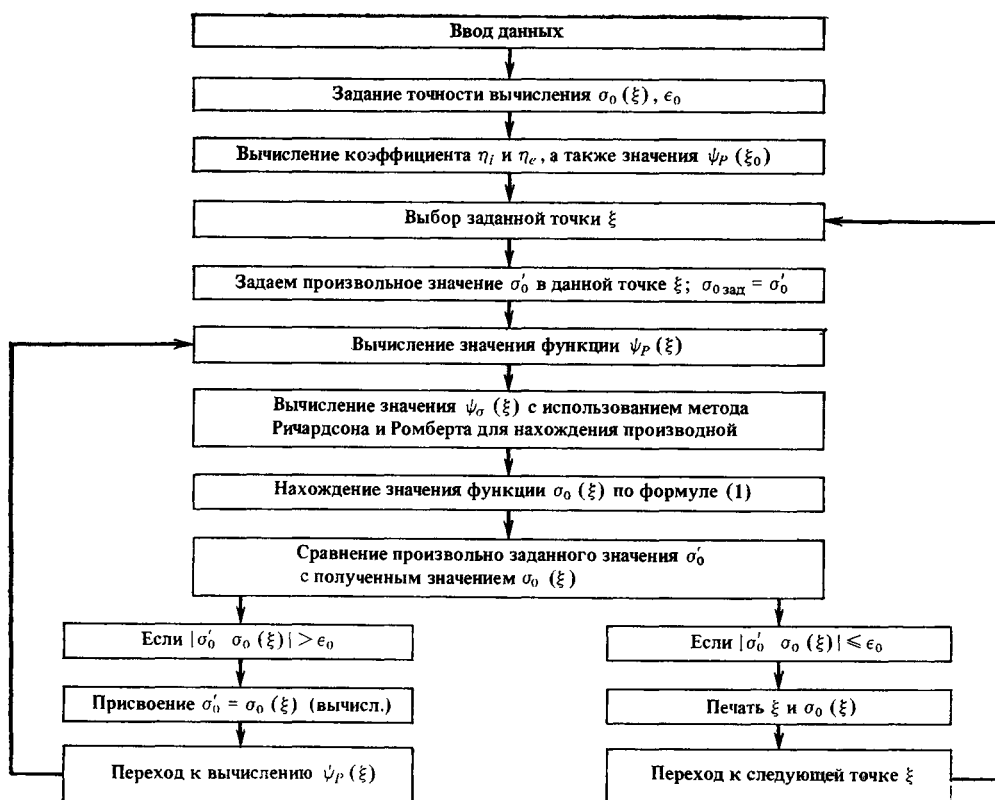


Рис. 4. Блок-схема программы «RULE»

Для отработки программы рассматривался случай, когда все витки обмотки при наличии пондеромоторных сил имеют заданное тангенциальное натяжение σ_t .

Расчеты проводились для длинного соленоида ($L/2r_0 = 12,6$) с тонкой обмоткой ($R/r_0 = 1,13$) при значениях параметра анизотропии $\beta = 1,472$, $E_t/E_c = 0,65$ и $G = 0,4$, при толщинах каркаса $D_c = 0,1; 1; 2$ и 3 см (рис. 2, а), а также для длинного соленоида ($L/2r_0 = 12,6$) с толстой обмоткой ($R/r_0 = 2,26$) (рис. 2, б). Как видно из рис. 2, а, характер зависимости $\sigma_0(\xi)$ для тонкой обмотки почти линейный, при этом отклонение величины результирующего тангенциального натяжения $\sigma_t(\xi)$ от постоянного значения ($\sigma_t(\xi) = 0,5\sigma'_0$, где $\sigma'_0 = 20$ кгс/мм²) около 0,5% (рис. 3, а). Погрешность связана с точностью аппроксимации полученного набора значений $\sigma_0(\xi_i)$ в точках непрерывной зависимости $\sigma_0(\xi)$ в виде многочлена 5-й степени. Для длинного соленоида с толстой обмоткой результирующее натяжение $\sigma_t(\xi)$ отклоняется от постоянного значения на величину $\sim 7\%$ (рис. 3, б). Такая значительная ошибка связана с тем, что, как видно из рис. 2, б, зависимость $\sigma_0(\xi)$ имеет сложный характер и ее аппроксимация затруднена. Для увеличения точности получения постоянного значения $\sigma_t(\xi)$ по обмотке нужно увеличить точность аппроксимации зависимости $\sigma_0(\xi)$. Так, увеличение степени аппроксимирующего многочлена до 10 уменьшает отклонения от линейности до 5%. Можно также использовать аппроксимацию полиномами Чебышева, что значительно увеличивает точность.

Итак, построена программа «RULE» (рис. 4), позволяющая точно решить задачу о программируемом натяжении провода при намотке, при котором тангенциальное натяжение всех витков является постоянным. Программа позволяет получить закон изменения предварительного натяжения в виде полинома n -й степени, что в свою очередь можно использовать для получения распределения величин давления $P(\xi)$, тангенциального натяжения $\sigma_t(\xi)$ и смещения $U(\xi)$. Вторая часть программы используется для проверки основной программы «RULE».

ЛИТЕРАТУРА

1. Bobrov E. S., Williams J. E. C. Direct optimization of the winding process for superconducting solenoid magnets: Linear programming approach.— IEEE Trans. Magn., 1981, vol. Mag-17, N 1, p. 447—449.
2. Bobrov E. S., Williams J. E. C., Sinclair M. W., Iwasa Y. Mechanical training of impregnated superconducting solenoids.— IEEE Trans. Magn., 1981, vol. Mag-17, N 1, p. 736—737.
3. Очан М. Ю. Исследование оптимального натяжения при намотке ленты на барабан.— Машиноведение, 1972, № 2, с. 21—27.
4. Очан М. Ю. Об одной минимаксной задаче нахождения натяжения ленты при намотке на податливую оправку.— Механика полимеров, 1975, № 6, с. 1011—1020.
5. Тернопольский Ю. М., Розе А. В. Основы расчета деталей из армированных пластиков.— Рига: Зинатне, 1969. 342 с.
6. Venkatesan P. S. Design and construction of multiring apparatus for use at high pressure.— Rev. Sci. Instrum., 1971, vol. 42, N 3, p. 337—380.
7. Криволицкая Н. В., Русинов А. И. Расчет механических напряжений в соленоиде из композитного материала с учетом предварительного натяжения витков.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 14—52.
8. Arr V. Stress in superconducting solenoids.— J. Appl. Phys., 1977, vol. 48, p. 2026—2036.
9. Brown G. V., Flax L. Superposition of semi-infinite solenoids for calculating magnetic fields of thick solenoids.— J. Appl. Phys., 1964, vol. 35, p. 1764—1767.

УДК 537.312.62+538

Н. В. КРИВОЛИЦКАЯ, А. И. РУСИНОВ

ОБ ОДНОМ ИЗ ВОЗМОЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ РАЗРУШЕНИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО СОСТОЯНИЯ В МАГНИТАХ

В электрических машинах, транспорте на магнитной подвеске, магнитных системах ускорителей и других устройствах применяются сверхпроводящие магниты с высокой плотностью тока и обмотками, пропитанными эпоксидным компаундом [1—3]. Компаундированные соленоиды изготавливают с предварительным натяжением провода при намотке [4]. При снятии с намоточного станка обмотка сжимается, деформируя каркас. Возникшее поле деформаций изменяется при охлаждении магнита от комнатной до гелиевой температуры. При вводе в обмотку тока возникают действующие на нее поперечные силы [5, 6]. Радиально направленные силы деформируют обмотку, увеличивая ее внутренний диаметр и уменьшая давление на каркас. При некоторой величине тока $I_{кр}$ давление на каркас обращается в нуль, а при $I > I_{кр}$ обмотка отрывается от каркаса и начинает проскальзывать в нем. При этом за счет трения и растрескивания компаунда выделяется тепло. Как известно, для перевода обмотки в нормальное состояние достаточно переместить ее при наличии трения на несколько мкм [7]. Чтобы исключить это нежелательное явление, необходимо найти условия, при которых происходит отрыв обмотки от каркаса. Этому и посвящена настоящая работа.

Исследуем отрыв обмотки от каркаса, происходящий под действием радиальных магнитомеханических сил, величина которых пропорциональна напряжению магнитного поля и усредненному значению плотности тока.

Рассмотрим соленоид, сечение которого схематически показано на рис. 1 (см. предыдущую статью). Наличие щечек у каркаса учтем, введя эффективную толщину цилиндрической стенки D_c ; тогда внутренний радиус каркаса равен $r_c = r_0 - D_c$. Эффективная толщина каркаса в первом приближении может быть вычислена по формуле $D_c = d'(1 + h/l)$, где l — аксиальная длина каркаса, h — высота щечек, d' — толщина каркаса. Распределение упругих напряжений и деформаций в обмотке на основных этапах сборки и работы соленоида приведено в работе [6]. Из условия непрерывности обмотки следует, что давление P (ξ) внутри и на границах обмотки положительно (здесь ξ — приведенная

координата, $\xi = r/r_0$, где r — текущая координата, а r_0 — внутренний радиус соленоида). Для значений магнитного поля, превышающих некоторый порог, это условие будет нарушаться, т. е. произойдет отрыв обмотки от каркаса. Отрыв соответствует граничному условию $P(1) \leq 0$ для всех значений поля B , превышающих $B_{кр}$, для которых $P(1)|_{B_{кр}} = 0$.

Предположим, что внутри обмотки магнитное поле $B_z(r)$ линейно меняется с радиусом, что справедливо для случая тонкой обмотки ($\xi_0 \rightarrow 1$, или $(R - r_0)/R \ll 1$, здесь R — внешний радиус соленоида) и для длинного соленоида ($L/2r_0 \gg 1$, где L — длина соленоида) при любой толщине обмотки. Тогда сила Лоренца $\vec{f}(\xi)$ записывается в виде

$$\begin{aligned} \vec{f}(\xi) &= r_0 \vec{j}(r) B_z(r) = 10^6 \frac{B_0^2}{F(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})} \left[\eta_i + \frac{\xi - 1}{\xi_0 - 1} (\eta_e - \eta_i) \right] = \\ &= 0,8\pi\sigma_0 \frac{(\xi_0 - 1) G}{F(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})} \left[\eta_i + \frac{\xi - 1}{\xi_0 - 1} (\eta_e - \eta_i) \right], \quad \xi_0 = \frac{R}{r_0}, \end{aligned}$$

где $G = 10^{-12} \frac{[\vec{j} r_0 F(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})]^2}{2\mu_0\sigma_0(\xi_0 - 1)}$ ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м) — безразмерный параметр, равный отношению «магнитного давления» $B_0^2/2\mu_0$ в бесконечно длинном цилиндре к величине давления на корпус $\sigma_0(\xi_0 - 1)$, создаваемого натяжением провода при намотке соленоида. Здесь \vec{j} — средняя (конструктивная) плотность тока в обмотке, которая принимается постоянной, а

$$\begin{aligned} F(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}) &= 0,4\pi\tilde{\beta} \ln \frac{\tilde{\alpha} + \sqrt{\tilde{\alpha}^2 + \tilde{\beta}^2}}{1 + \sqrt{1 + \tilde{\beta}^2}}, \\ \tilde{\alpha} &= R/r_0, \quad \tilde{\beta} = L/2r_0, \end{aligned}$$

$\eta_i = B_{\max}/B_0$ — отношение поля на внутренней стороне обмотки к полю в центре соленоида; $\eta_e = B_{\text{обр}}/B_0$ — отношение поля на внешней стороне обмотки к полю B_0 .

Распределение давления $P(\xi)$ по обмотке имеет вид [6]

$$\begin{aligned} P(\xi) &= \frac{\tilde{\lambda}_0 \xi^{2\beta} + 1}{\xi^{\beta+1}} \int_{\xi}^{\xi_0} \frac{\xi_1^{\beta} \sigma_0(\xi_1) d\xi_1}{\tilde{\lambda}_0 \xi_1^{2\beta} + 1} + P_0 \frac{\tilde{\lambda}_0 \xi_0^{2\beta} - \lambda_3}{\tilde{\lambda}_0 \xi_0^{2\beta} - \lambda_3} \frac{\tilde{\lambda}_0 \xi^{2\beta} + 1}{\tilde{\lambda}_0 \xi_0^{2\beta} + 1} \left(\frac{\xi_0}{\xi} \right)^{\beta+1} - \\ &- 2\beta \frac{\tilde{v} - \tilde{v}_0}{(\beta - \tilde{v})(\beta - \tilde{v}_0)} \frac{I(1)(\lambda_3 \xi^{2\beta} + \xi_0^{2\beta})}{(\tilde{\lambda}_0 \xi_0^{2\beta} - \lambda_3) \xi^{\beta+1}} + \\ &+ \frac{E_t}{\tilde{\lambda}_0 \xi_0^{2\beta} - \lambda_3} \left[(\tilde{\lambda}_0 \xi^{2\beta} + 1) \left(\frac{\xi_0}{\xi} \right)^{\beta+1} \left(\frac{\alpha_t - \alpha_s}{\beta - \tilde{v}} + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{\beta^2 - 1} \frac{1 - \nu_s}{\beta - \nu_s} \right) - \right. \\ &- \left. \frac{\lambda_3 \xi^{2\beta} + \xi_0^{2\beta}}{\xi^{\beta+1}} \left(\frac{\alpha_t - \alpha_c}{\beta - \tilde{v}} + \frac{\alpha_t - \alpha_r}{\beta^2 - 1} \frac{1 - \tilde{\nu}}{\beta - \tilde{\nu}} \right) \right] - \\ &- \frac{\alpha_t - \alpha_r}{\beta^2 - 1} E_t - \frac{\beta - \nu}{2\beta} \left[\frac{\lambda_3 \xi^{2\beta} F_1(\xi) + F_2(\xi)}{\xi^{\beta+1}} + \right. \\ &+ \left. \frac{\lambda F_1(1) - \tilde{\lambda} F_2(1)}{\tilde{\lambda}_0 \xi_0^{2\beta} - \lambda_3} \frac{\lambda_3 \xi^{2\beta} + \xi_0^{2\beta}}{\xi^{\beta+1}} \right], \end{aligned}$$

где

$$F_1(\xi) = \int_{\xi}^{\xi_0} \frac{\vec{f}(\xi_1)}{\xi_1^{\beta-1}} d\xi_1, \quad F_2(\xi) = \int_{\xi}^{\xi_0} \vec{f}(\xi_1) \xi_1^{\beta+1} d\xi_1, \quad I(1) = \int_1^{\xi_0} \frac{\xi_1^{\beta} \sigma_0(\xi_1) d\xi_1}{\tilde{\lambda}_0 \xi_1^{2\beta} + 1}.$$

Здесь приняты обозначения: коэффициент анизотропии обмотки $\beta = \sqrt{E_t/E_r}$ (E_t — тангенциальный модуль Юнга, E_r — радиальный модуль Юнга); E_c — модуль Юнга материала каркаса (для нержавеющей стали $E_c = 2 \cdot 10^6$ кгс/см²); ν — коэффициент Пуассона ($\nu = 0,33$); интегральные коэффициенты теплового

расширения от температуры жидкого гелия до комнатной имеют следующие значения: $\alpha_c = -3 \cdot 10^{-3}$ (каркас из нержавеющей стали), $\alpha_s = -3 \cdot 10^{-3}$ (бандаж из нержавеющей стали), $\alpha_t = -2,5 \cdot 10^{-3}$ (композитный провод на основе сплава Nb—Ti), $\alpha_t - \alpha_r = 0,17 \cdot 10^{-3}$ (расчетное значение для обмотки);

$$\begin{aligned}\bar{v}_0 &= v + \frac{E_t}{E_c} (1 - v), & \bar{\lambda}_0 &= \frac{\beta + \bar{v}_0}{\beta - \bar{v}_0}; \\ \bar{v} &= \bar{v}_0 + \frac{2r_c^2}{r_0^2 - r_c^2} \frac{E_t}{E_c}, & \bar{\lambda} &= \frac{\beta + \bar{v}}{\beta - \bar{v}}; \\ v_3 &= v - \frac{E_t}{E_c} \frac{R}{n_3 d_3}, & \lambda_3 &= \frac{\beta + v_3}{\beta - v_3}; \\ \lambda &= (\beta + v)/(\beta - v).\end{aligned}$$

Цифрой 3 обозначены величины, относящиеся к бандажу: σ_3 — натяжение при намотке бандажа (при численных расчетах считаем $\sigma_3 = \text{const} = 20$ кгс/мм²); n_3 — число слоев в бандаже (считаем $n_3 = 2$); d_3 — диаметр стального провода бандажа (считаем $d_3 = 1$ мм). Давление, создаваемое бандажом, на витки обмотки $P_0 = \sigma_3 n_3 d_3 / R$.

Если не учитывать наличие бандажа ($P_0 = 0$; $\lambda_3 = -1$), формулу (1) в отсутствие охлаждения можно записать в виде

$$\begin{aligned}P(\xi)|_{\xi=1} &= (\bar{\lambda}_0 + 1) I(1) - \frac{\beta - v}{2\beta} \left\{ \lambda F_1(1) + F_2(1) + [\lambda F_1(1) - \bar{\lambda} F_2(1)] \times \right. \\ &\times \left. \frac{\xi_0 - 1}{\bar{\lambda} \xi_0^{2\beta} - 1} \right\} - 2\beta \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{(\beta - \bar{v})(\beta - \bar{v}_0)} I(1) \frac{\xi_0^{2\beta} - 1}{(\bar{\lambda} \xi_0^{2\beta} + 1)}.\end{aligned}\quad (2)$$

В случае тонкой обмотки ($\xi_0 = 1 + h$, где $h \ll 1$) в формуле (2) можно провести разложение по h ; в результате получаем

$$\frac{P(1)}{\sigma_0} = h \left(1 - \frac{1}{2} \beta h \frac{\bar{\lambda}_0 - 1}{\bar{\lambda}_0 + 1} \right) - (\bar{v} - \bar{v}_0) h^2 - Gh (\eta_i + \eta_e) \frac{\sqrt{1 + \bar{\beta}^2}}{\bar{\beta}}.\quad (3)$$

Таким образом, для тонкой обмотки критическое значение параметра G , т. е. то его значение, при котором $P(1)$ обращается в нуль, равно

$$G_{\text{кр}} = \left[1 - \frac{1}{2} \bar{v}_0 h - (\bar{v} - \bar{v}_0) h \right] \frac{\bar{\beta}}{\sqrt{1 + \bar{\beta}^2} (\eta_i + \eta_e)}.\quad (4)$$

Из анализа формулы (4) видно, что в случае тонкой обмотки величина критического значения параметра G не зависит от параметра анизотропии. В случае длинного соленоида ($\bar{\beta} \gg 1$, противопололя нет) с жестким каркасом ($E_t/E_c = 0$)

$$G_{\text{кр}} = 1 - \frac{1}{2} v h.\quad (5)$$

Например, для соленоида с параметрами $D_c = 5$ см; $\tilde{\alpha} = 1,125$; $\tilde{\beta} = 10$; $E_t/E_c = 0$; $H_{\text{обр}}/H_{\text{max}} = 0$ из выражения (5) следует, что $G_{\text{кр}} = 0,9998$. Точный расчет по формуле (1) дает значение $G_{\text{кр}} = 0,997$. График зависимости давления на корпусе от параметра G для двух значений параметра β ($\beta = 1,472$ и $\beta = 2$) представлен на рис. 1. Характер зависимости, как и следовало ожидать, линейный. Значения $P(1)$ в зависимости от G для обоих параметров β совпадают с точностью до 10^{-7} (расчет проводился по формуле (1)).

Таким образом, в случае тонких обмоток имеет смысл пользоваться формулой (4) для нахождения критических значений параметра G .

На рис. 2, а представлены зависимости критических значений параметра G от эффективной толщины каркаса для различных значений параметра анизотропии обмотки β в случае соленоида с параметрами $\tilde{\alpha} = 1,125$, $\tilde{\beta} = 10$ и $E_t/E_c = 0,3$ в отсутствие бандажа и охлаждения. Используя определение пара-

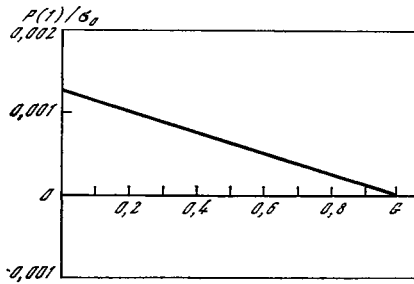


Рис. 1. Зависимость давления на корпусе от параметра G в ед. σ_0 для двух значений параметра анизотропии $\beta = 1,472$ и $\beta = 2$ (кривые совпадают) в случае соленоида с тонкой обмоткой ($\tilde{\alpha} = 1,00125$) и жестким корпусом ($E_1/E_c = 0$)

Бандажирование (и охлаждение) отсутствуют

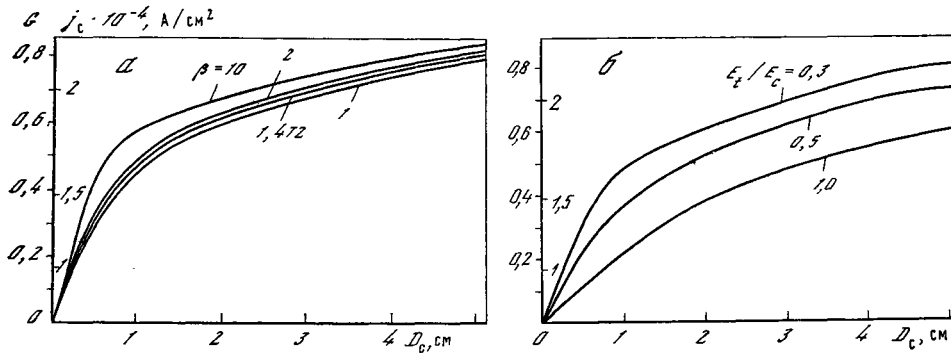


Рис. 2. Зависимость критических значений параметра G (критических значений конструктивной плотности тока j_c) от эффективной толщины каркаса

а — для разных β при $E_1/E_c = 0,3$; б — для разных E_1/E_c при $\beta = 1,472$. Параметры соленоида: $\tilde{\alpha} = 1,125$; $\tilde{\beta} = 10$; $P(1) = 0$; $j_{c\text{кр}} = j_s \kappa \lambda$, $\kappa = 0,3$ — коэффициент заполнения, $\lambda = 0,75$ — коэффициент упаковки. Бандажирование и охлаждение отсутствуют

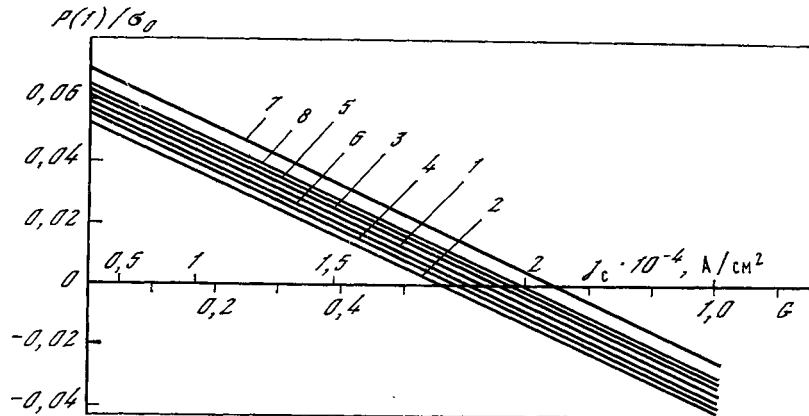


Рис. 3. Зависимость давления на корпусе в единицах σ_0 от конструктивной плотности тока для разных значений коэффициента анизотропии обмотки β как в отсутствие бандажа и охлаждения (1, 3, 5, 7), так и в случае бандажирования и охлаждения (2, 4, 6, 8)

1, 2 — $\beta = 1$; 3, 4 — $\beta = 1,472$; 5, 6 — $\beta = 2$; 7, 8 — $\beta = 5$; $H_{\text{обр}}/H_{\text{max}} = -0,25$

метра G , при натяжении провода при намотке $\sigma_0 = 20$ кгс/мм² получаем, что $j_{c\text{кр}} = 2,394 \sqrt{G_{\text{кр}}} \cdot 10^4$ А/см². Справа (см. рис. 2, а) на оси ординат отложены значения критической конструктивной плотности тока, при введении в систему которой имеет место равенство $P(1) = 0$. Как видно из графиков, величина $j_{c\text{кр}}$ возрастает с увеличением толщины каркаса, причем чем выше параметр

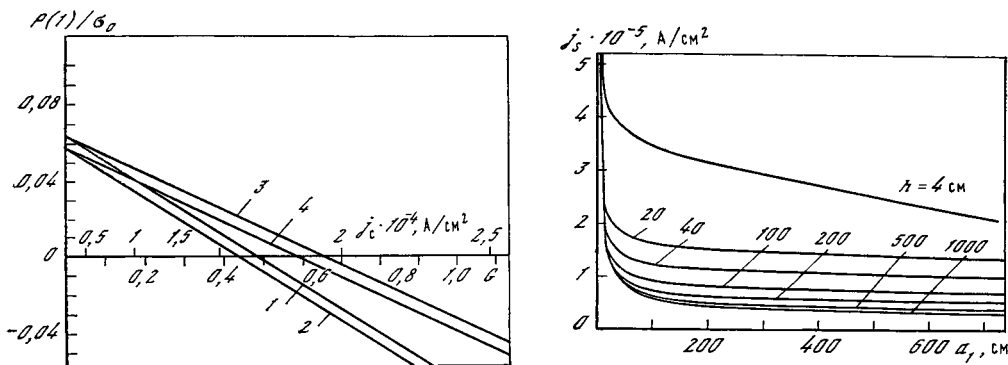


Рис. 4. Зависимость давления на корпусе P (1) в единицах σ_0 от конструктивной плотности тока

1, 2 — для длинного соленоида ($H_{обр}/H_{max} = 0$); 3, 4 — для соленоида с параметрами: $\tilde{\alpha} = 1,125$; $\tilde{\beta} = 1$ ($H_{обр}/H_{max} = -0,25$). Для обоих соленоидов $\beta = 1,472$, $E_t/E_c = 0,3$ и $D_c = 1$ см. Графики 1 и 3 — в отсутствие бандажирования и охлаждения, 2 и 4 — в случае бандажирования и охлаждения

Рис. 5. Зависимость критической плотности тока по сверхпроводнику от внутреннего радиуса обмотки для разных высот обмотки h при толщине обмотки 2 см

$\beta = 1,472$, $D_c = 1$ см и $E_t/E_c = 0,3$. При изготовлении соленоидов использовались бандажирование и охлаждение до гелиевой температуры

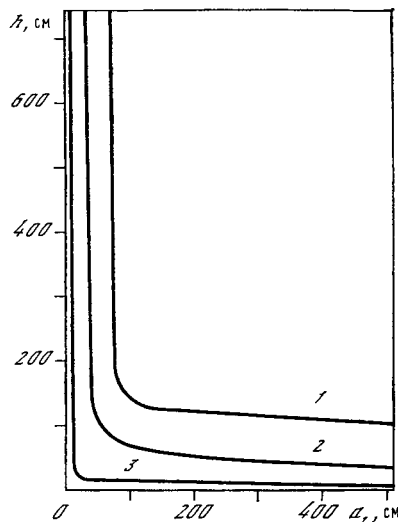
Рис. 6. Фазовые диаграммы, соответствующие трем значениям плотности тока по сверхпроводнику по данным рис. 5

1 — $j_s = 0,74 \cdot 10^5$ А/см²; 2 — $1,11 \cdot 10^5$; 3 — $2,22 \cdot 10^5$

анизотропии β , тем выше значение $j_{скр}$. На рис. 2, б представлены зависимости критического значения конструктивной плотности тока $j_{скр}$ от толщины каркаса D_c для соленоида с $\tilde{\alpha} = 1,125$, $\tilde{\beta} = 10$ и $\beta = 1,472$ для различных значений параметра E_t/E_c . Чем меньше E_t/E_c , тем выше плотность тока, при которой происходит отрыв обмотки от каркаса.

На рис. 3 представлены графики зависимости давления P (1) от конструктивной плотности тока для различных значений коэффициента анизотропии обмотки как в отсутствие бандажа и охлаждения, так и для случая бандажирования и охлаждения. Геометрические параметры соленоида: $\tilde{\alpha} = 1,125$; $\tilde{\beta} = 1$; $D_c = 1$ см. Отношение модулей Юнга обмотки и каркаса $E_t/E_c = 0,3$. Предполагается, что бандаж представляет собой два слоя стального провода диаметром 0,1 см, намотанных с натяжением $\sigma_3 = 20$ кгс/мм². Как следует из графиков, введение в процесс изготовления соленоида бандажирования и охлаждения до гелиевых температур приводит к уменьшению критического значения параметра G (допустимой конструктивной плотности тока) без изменения наклона линий $P(j)$.

На рис. 4 для сравнения приведены графики зависимости давления P (1) от конструктивной плотности тока для длинного соленоида и соленоида с параметрами, указанными выше. Видно, что наличие на наружной стороне обмотки магнитного поля противоположного знака (случай конечной длины) приводит к уменьшению наклона линий $P(G)|_{\xi=1}$ и увеличению допустимой конструктивной плотности тока, хотя, как уже указывалось, бандажирование и охлаждение несколько снижают это значение. Так, в случае соленоида с параметрами $\tilde{\alpha} =$



$= 1,125$ и $\tilde{\beta} = 10$ в отсутствие бандажирования и охлаждения критическая конструктивная плотность тока $j_{с\text{кр}}^1 = 1,62 \cdot 10^4$ А/см²; учет бандажирования и охлаждения до гелиевой температуры понижает эту величину до $1,58 \cdot 10^4$ А/см²; для соленоида с тем же значением $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta} = 1$ (отношение полей на внешней и внутренней сторонах $H_{\text{обр}}/H_{\text{max}} = -0,25$) значение допустимой плотности тока составляет $1,945 \cdot 10^4$ А/см² в случае отсутствия бандажирования и охлаждения и $1,83 \cdot 10^4$ А/см² при их наличии.

На рис. 5 приведены зависимости критической плотности тока по сверхпроводнику $j_{с\text{кр}}$ в соленоиде от внутреннего радиуса обмотки $a_1 = r_0$ для высот обмотки 4, 20, 40, 100, 200, 500 и 1000 см и радиальной толщины 2 см. По данным, содержащимся на графиках, легко определить размеры соленоида, при которых давление на корпусе $P(1)$ обращается в нуль. Например, при плотности тока $j_{с\text{кр}} = 10^5$ А/см² давление на корпусе, равное нулю, не достигается в случае высоты 4, 20, 40 см ни при одном из внутренних радиусов. В случае высоты $L = 100; 200; 500$ и 1000 см $P(1) = 0$ при $a_1 = 76; 46; 42$ и 40 см соответственно. По точкам пересечения кривых, приведенных на рис. 5, с линией заданной плотности тока можно построить фазовые диаграммы (рис. 6), подобные диаграммам работы [8], смысл которых заключается в следующем: часть плоскости под данной кривой — это область, где $P(1) > 0$. Над кривой $P(1) < 0$. Точки на кривой соответствуют случаю, когда $P(1) = 0$.

На рис. 6 представлены фазовые диаграммы, соответствующие трем значениям плотности тока по сверхпроводнику: $0,74 \cdot 10^5$, $1,11 \cdot 10^5$ и $2,22 \cdot 10^5$ А/см². Пользуясь этими диаграммами, можно определить параметры соленоида, в котором не происходит отрыв обмотки от каркаса. Рассмотрим, например, случай плотности тока $j_s = 1,11 \cdot 10^5$ А/см². Видно, что для соленоидов высотой более 2 м внутренний радиус не должен превышать 36 см. Аналогично для соленоидов с внутренним радиусом более 3 м высота не должна превышать 40 см.

Обратим внимание на то, что в качестве критического значения давления в точке $\xi = 1$ рассматривается величина $P(1) = 0$. На практике обмотка обычно замонтирована, и так как условие $P(1) = 0$ соответствует случаю свободной обмотки (обмотка не давит на каркас), реальное условие отрыва выглядит следующим образом: $P(1) = P_{\text{кр}} < 0$, где величина $P_{\text{кр}}$ определяется свойствами пропитывающего компаунда. В работе [9] приводятся свойства эпоксидных компаундов при гелиевых температурах. Если учесть, что предел прочности этих веществ порядка $150\text{--}200$ МН/м² (в зависимости от марки), тогда значение критического давления в точке $\xi = 1$ будет порядка $-0,2 \div -0,8$ (в единицах σ_0 ; в нашем случае $\sigma_0 = 20$ кгс/мм²). Таким образом, ограничивающие факторы несколько ослабляются и область геометрических размеров, позволяющих вводить в систему ток заданной величины, расширяется.

Из изложенного выше следует, что для каждой конкретной сверхпроводящей системы существует зависящая от геометрических и упругих постоянных, а также от конструкции критическая плотность тока, такая, что при $j > j_c$ обмотка отрывается от каркаса. При этом на границе раздела обмотки и каркаса возможно образование микротрещин, сопровождающееся выделением тепла. Дополнительным источником тепла, способным так же, как и образование микротрещин, перевести соленоид в нормальное состояние, является работа сил трения при перемещении обмотки относительно каркаса.

В заключение авторы благодарят В. Р. Карасика за внимание к работе и помощь при написании статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brechna G., Turowski P. Training and degradation phenomena in superconducting magnets.— In: Proc. 6th Intern. Conf. Magnet Technology: MT-6. Br.: ALFA, 1977, p. 597—611.
2. Брезна Г. Сверхпроводящие магнитные системы. М.: Мир, 1976, с. 41—184.
3. Ekin J. W., Schramin R. E., Superczynski M. J. Epoxy-impregnated coil structures: Prepr. Inst. Cryog. materials Conf., Madison (Wis.), 1979. 16 p.
4. Fisher E. S., Kim S. H. Critical current changes and fatigue damage after 4,2 K strain cycling of superconducting composites.— IEEE Trans. Magn., 1977, vol. Mag-13, N 1, p. 112—118.

5. *Weston W. F.* Low-temperatures elastic constants of superconducting coil. — *J. Appl. Phys.*, 1975, vol. 46, N 10, p. 4458—4470.
6. *Криволицкая Н. В., Русинов А. И.* Расчет механических напряжений в соленоиде из композитного материала с учетом предварительного натяжения витков. — *Тр. ФИАН*, 1980, т. 121, с. 14—52.
7. *Уильямс Д., Бобров Е. С.* Магнитная система для ЯМР-спектрометра 500 МГц: II. Механические возмущения и переходы в нормальное состояние, тренировка. — *Приборы для науч. исслед.*, 1981, т. 52, № 5, с. 10—14.
8. *Карасик В. Р., Криволицкая Н. В.* К вопросу о достижении предела механической и тепловой прочности в сверхпроводящих соленоидах с высокой плотностью тока. — *Наст. сб.*
9. *Hartwig G.* Low-temperature properties of epoxy resins and composites. — *Adv. Cryog. Eng.*, 1979, vol. 24, p. 17—36.

УДК 539.2+681.128.6

Г. И. АГАПОВ, В. С. ВЫСОЦКИЙ, С. А. ГАРАНОВ, В. М. ЗАКОСАРЕНКО,
В. Е. ИВАНОВ, В. Р. КАРАСИК, О. А. КЛЕШНИНА, А. А. КОНЮХОВ,
Г. С. КУРЛЯНДЦЕВ, В. И. ЛЕОНОВ, В. А. МАЛЬГИНОВ, В. В. МАТОХИН,
М. В. СИДОРОВ, В. И. ЦЕБРО, В. Н. ЦИХОН

СТЕНД ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ УСТРОЙСТВ

ВВЕДЕНИЕ

Испытательный стенд, описание которого приводится ниже, предназначен для проведения исследований сверхпроводящих магнитных систем (СПМС) и их отдельных элементов.

Испытательный стенд состоит из следующих основных агрегатов и установок: испытательных криостатов; системы криогенного обеспечения; источников электропитания сверхпроводящих магнитных систем; комплекса аппаратуры для измерений и записи информации; установки для намотки сверхпроводящих устройств.

На испытательном стенде исследуются: сверхпроводящие модули (секции сверхпроводящих систем), сборки из модулей (соленоиды) и сверхпроводящие магнитные системы в сборе; сверхпроводящие ключи-перемычки; источники питания сверхпроводящих магнитных систем; образцы сверхпроводящих проводов и кабелей; сверхпроводящие датчики уровня жидкого гелия; токовые вводы с форсированным охлаждением.

Исследования, проводимые на стенде, направлены на изучение переходных процессов, происходящих в сверхпроводящих магнитных системах и устройствах при различных режимах работы: запитке электроэнергией, переводе в режим «замороженного» магнитного потока, выводе электроэнергии из системы и переходе системы из сверхпроводящего состояния в нормальное. Изучаются токовые нагрузки, образование электромагнитных лавин, поля механических напряжений и деформаций, исследуется кинетика тепловых процессов в различных точках системы.

Изучение каждого процесса проводится по самостоятельной методике. Каждая из методик предусматривает размещение на испытуемой аппаратуре своих датчиков, потенциальных выводов и соответствующих измерительных приборов, в результате чего из криостата от испытываемых сверхпроводящих объектов к измерительной и записывающей аппаратуре одновременно выводится до 100 каналов информации.

ОБЩАЯ КОМПОНОВКА ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СТЕНДА

Общая компоновка испытательного стенда представлена на схеме рис. 1. В помещении № 1 испытательного стенда размещены: испытательные криостаты 1, источники тока сверхпроводящих магнитных систем 2, измерительная и записывающая аппаратура 3, щит с шунтами 4, сосуды 6 и 14 для дозирования

криостата криогенными жидкостями. В помещении № 2 гелиевой станции размещены: гелиевый ожижитель 5, емкости и сосуды 6, 13 и 14 для хранения жидкого гелия и жидкого азота, щит управления рампой высокого давления 7. В помещении № 3 компрессорной размещены: три компрессора 8, входящие в комплект гелиевого ожижителя, и один компрессор 9 для закачки газообразного гелия в баллоны 10 и ресиверы 11. В помещении № 4 газгольдерной размещен мягкий газгольдер 12 для сбора газообразного гелия. Все элементы криогенного оборудования составляют единую систему криогенного обеспечения.

СИСТЕМА КРИОГЕННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ

Основой системы криогенного обеспечения испытаний на стенде является гелиевый ожижитель типа НЛ-1400 с максимальной производительностью 29 л/ч (при работе трех компрессоров).

Для хранения жидкого гелия используется 500-литровая емкость, входящая в комплект ожижителя, одна-две 500-литровых цистерны типа ЦТГ-0,5/0,9 и 20—25 гелиевых сосудов типа СТГ-40 емкостью по 40 л каждый.

Испытательные криостаты, емкости и сосуды для хранения жидкого гелия подключены к единой системе сбора газообразного гелия с мягким газгольдером емкостью 10 м³, откуда газ с помощью закачного компрессора производительностью 16 м³/ч закачивается в баллоны и реципиенты для хранения под давлением до 150 ати и последующего повторного ожижения.

Для хранения газообразного гелия используются 48 штук 40-литровых баллонов и 12 реципиентов емкостью 0,5 м³ каждый.

Жидкий азот, необходимый для обеспечения работы гелиевого ожижителя, для предварительного захлаживания испытательного криостата с испытываемым устройством, а также для заливки в азотные экраны испытательных криостатов и сосудов СТГ-40, хранится в емкости типа ТРЖК-3М и в азотных сосудах типа АСД-25 и СДС-50.

ИСПЫТАТЕЛЬНЫЕ КРИОСТАТЫ

В комплект испытательного стенда включены три гелиевых криостата, основные характеристики которых приведены ниже. Все криостаты разработаны и изготовлены в ФИАНе. В зависимости от габаритов исследуемого объекта используется один из трех указанных криостатов.

Характеристики гелиевых криостатов

	Большой	Средний	Малый
Тип криостата	С азотной ванной, с медным экраном, вмонтированным в вакуумный объем	С наружной азотной ванной, вакуумной рубашкой и пенопластовой термоизоляцией	С наружной азотной ванной, вакуумной рубашкой и пенопластовой термоизоляцией
Габариты:			
высота до	1816	1600	1350
капки, мм	1275	800	500
диаметр, мм			
Габариты гелиевой камеры:			
высота, мм	1725	1475	1110
диаметр, мм	940	650	300
Объем азотной ванны, л	350	150	50
Масса, кг	750	300	80

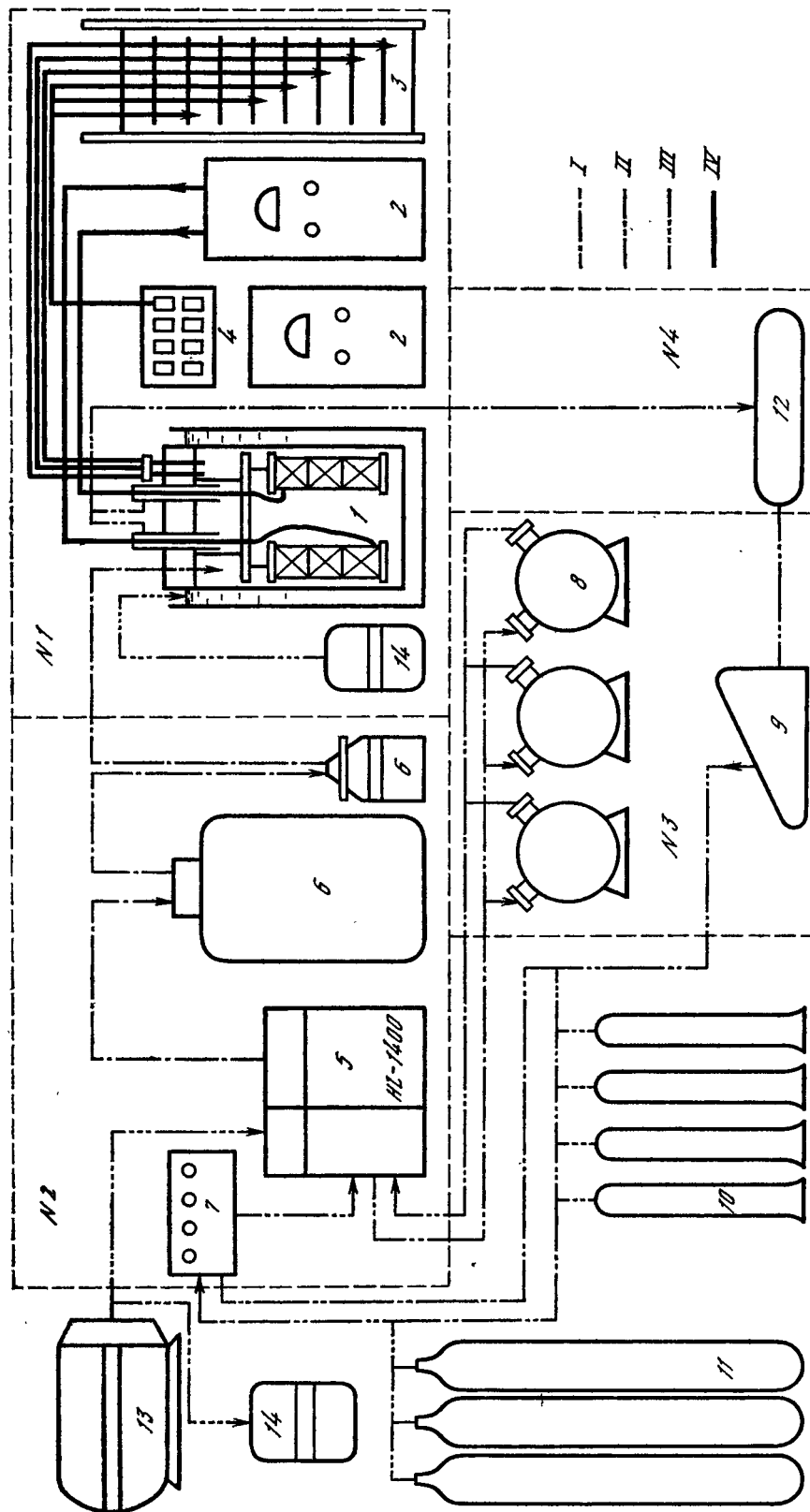


Рис. 1. Общая компоновка стенда

I — гелий жидкий; II — гелий газообразный; III — азот жидкий; IV — электроцепи

Криостат большой предназначен для исследований сверхпроводящих магнитных систем и отдельных модулей диаметром до 940 мм; средний криостат — для исследований сверхпроводящих соленоидов и модулей диаметром до 650 мм; малый — для испытаний сверхпроводящих ключей-перемычек, токовых вводов с форсированным охлаждением, коротких образцов сверхпроводящего провода и т. п. Большой и средний криостаты используются с единой сменной крышкой (крышкой), снабженной переходным фланцем.

Конструкция большого и среднего криостатов схематически представлена на рис. 2. Гелиевый криостат большой (см. рис. 2, а) состоит из следующих основных узлов: внутренней гелиевой камеры 1, наружного кожуха 2, азотной ванны 3, медного экрана 4, фланцев 5 и 6.

Все детали криостата, кроме медного экрана, изготовлены из нержавеющей стали. Внутренняя гелиевая камера состоит из цилиндрической обечайки толщиной 1 мм и приваренного к ней полусферического доньшка толщиной 2 мм. К верхней части обечайки приварен фланец 5 толщиной 25 мм. Наружный кожух состоит из гофрированной цилиндрической обечайки толщиной 2 мм и приваренного к ней полусферического доньшка толщиной 4 мм. К верхней части обечайки кожуха приварен фланец 6 толщиной 15 мм.

С помощью фланцев 5 и 6 и болтов гелиевая камера соединена с наружным кожухом, образуя полость, в которой создается вакуум.

В отверстие на фланце 5 с верхней стороны вварен вентиль 10 для откачки воздуха из вакуумной полости. Контроль за вакуумом осуществляется с помощью ламп типа ПМТ и МИ-10, которые впаяны во фланец 5. «Вакуумный» разъем между фланцами уплотнен с помощью резинового жгута, вложенного в кольцевой паз на фланце кожуха. К нижней части доньшка гелиевой камеры прикреплен карман с активированным углем 7.

Азотная ванна состоит из двух гофрированных цилиндрических обечаек — наружной и внутренней толщиной 2 мм и двух кольцевых доньшек — верхнего и нижнего, толщиной 10 мм каждое. Азотная ванна размещена в вакуумной полости криостата и прикреплена к фланцу 5 с помощью трех трубок 8 диаметром 20 мм и толщиной 1 мм, которые одновременно являются заливочными горловинами ванны.

Медный экран 4 состоит из двух отдельных частей — цилиндрической, которая размещена в азотной ванне, и сфероцилиндрической части, которая размещена в нижней части вакуумной полости криостата и имеет надежный тепловой контакт с азотной ванной.

Кроме того, азотная ванна соединена с гелиевой камерой с помощью медного кольца 9, образующего тепловой мост между этими узлами, что позволяет значительно снизить теплоприток по обечайке внутреннего сосуда к жидкому гелию и уменьшить его испаряемость. В результате эксплуатации большого криостата установлено, что скорость испарения жидкого гелия не превышает 1 л/ч.

Испытательный криостат средний (рис. 2, в) состоит из следующих основных узлов: гелиевого сосуда с внутренним 1 и наружным 2 кожухами, вакуумной рубашки 3, азотного сосуда 4 и несущей стойки 5.

Гелиевая камера представляет собой цилиндрический сосуд из нержавеющей стали, сваренный из цилиндрической обечайки толщиной 1 мм, и плоского доньшка толщиной 20 мм. К верхней части гелиевого сосуда приварен фланец 6 толщиной 200 мм. Наружный кожух сварен из листа нержавеющей стали толщиной 1,5 мм. Внутри вакуумной полости размещен карман с активированным углем 9. В верхней части рубашки имеется патрубок 7 для откачки воздуха из вакуумной полости. Гелиевая камера вложена в азотный сосуд.

Азотный сосуд сделан из пенопласта. Внутри его запрессован тонкостенный (0,5 мм) стальной стакан 8. Наружная поверхность пенопласта покрыта стеклотканью и облицована листовым пластиком.

Криостат в сборе размещен на стойке, состоящей из четырех вертикальных штанг, соединенных между собой с помощью двух стальных обручей и основания. Внизу каждой штанги имеется ролик 10 для перемещения криостата.

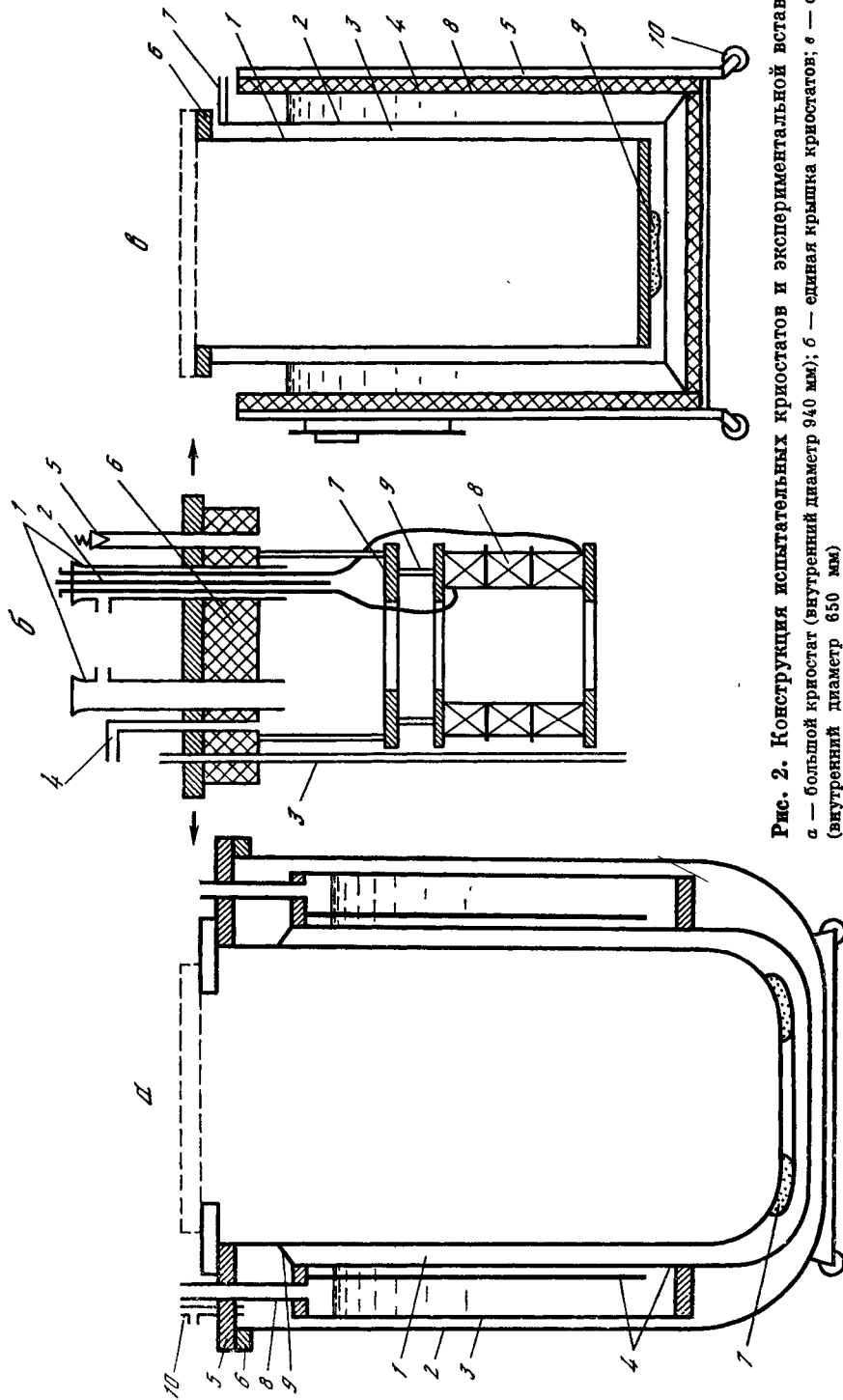


Рис. 2. Конструкция испытательных криостатов и экспериментальной вставки
 а — большой криостат (внутренний диаметр 940 мм); б — единая крышка криостатов; в — средний криостат (внутренний диаметр 650 мм)

Рядом с криостатом размещен щит контроля и управления, на котором находятся манометры, показывающие давление внутри гелиевой камеры и давление над пневматическим клапаном, а также вентили от трубопроводов сетей газообразного гелия высокого и низкого давления. Щит контроля и управления обеспечивает работу одного из криостатов, на котором проводится эксперимент и который для этого подключается к щиту.

Крышка криостатов (рис. 2, б) представляет собой диск из нержавеющей стали толщиной 20 мм. Уплотнение крышки с фланцем криостата производится с помощью прокладок из вакуумной резины. Крышка крепится к фланцу криостата с помощью резьбовых шпилек, расположенных по окружности фланца и гаек. При использовании крышки с большим криостатом она крепится к переходному фланцу.

На крышке размещены следующие детали и устройства: две дьюаровских трубы 1, содержащие по восемь тоководов 2 каждая, рассчитанных на ток до 450 А; трубка 3 для заливки криостата жидким гелием; коллектор (труба) обратного потока с пневматическим клапаном и фланцем для подсоединения к трубопроводу системы сбора газообразного гелия 4; предохранительный мембранный клапан 5, срабатывающий при давлении внутри криостата, превышающем 0,7 ати; пять герморазъемов на 150 контактов.

С внутренней стороны к крышке прикреплены пенопластовые диски теплоизоляции 6 общей толщиной до 400 мм, и, кроме того, на четырех стальных трубах диаметром 20 мм и толщиной 1 мм закреплено опорное кольцо 7 из дюраля толщиной 25 мм, на котором подвешивается испытываемый объект, например сверхпроводящий соленоид в сборе 8. Испытываемый объект крепится к опорному кольцу с помощью стержней 9, толщина и длина которых выбирается в зависимости от габаритов и массы объекта.

Все трубопроводы, проходящие через крышку, уплотнены тефлоновыми втулками и обжимающими их резиновыми кольцами-прокладками. Каждый из 16 тоководов представляет собой медную трубку, оканчивающуюся латунной клеммой. Медные трубки по восемь штук с помощью текстолитовых колец равномерно распределены по окружности двух дьюаровских труб с внутренним диаметром 49 мм.

Место вывода медных трубок из верхнего текстолитового фланца замоноличено эпоксидной смолой, а текстолитовый фланец уплотнен с фланцем дьюаровской трубы с помощью резиновой прокладки.

На выступающей над капкой части дьюаровской трубы имеется патрубок, соединяющий посредством резинового шланга внутреннюю полость дьюаровской трубы с трубопроводом обратного потока, благодаря чему холодные пары гелия, испарившегося в криостате, проходя внутри трубы, охлаждают медные тоководы. Охлаждение парами гелия снижает теплоприток в гелиевую камеру по тоководам извне и обеспечивает их устойчивую работу при токе до 450 А.

Испытательный криостат малый имеет конструкцию, аналогичную описанному криостату среднего размера, и отличается от него в основном габаритами (см. данные выше).

ИСТОЧНИКИ ЭЛЕКТРОПИТАНИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ УСТРОЙСТВ

Для проведения исследований различных по назначению сверхпроводящих устройств под нагрузкой, в том числе для запитки сверхпроводящих магнитных систем, испытательный стенд располагает несколькими источниками тока, отличающимися конструкцией, принципиальной схемой, рабочими параметрами тока и напряжения, уровнем пульсаций и диапазоном регулирования параметров.

Для питания сверхпроводящих магнитных систем в сборе, соленоидов и отдельных модулей (секций) используются два стабилизированных источника тока с устройством автоматического ввода и вывода электроэнергии: стабили-

заток тока сверхпроводящих магнитов СТСМ-4 разработки СКБ физического приборостроения АН СССР с максимальным рабочим током до 250 А и лабораторный источник тока ЛИТ, разработанный и изготовленный силами ФИАН и обеспечивающий максимальный рабочий ток до 600 А. Основные характеристики источников тока для запитки сверхпроводящих магнитных систем приведены ниже.

Основные характеристики источников тока для запитки СПМС

	СТСМ-4	ЛИТ
Максимальный рабочий ток, А	250	600
Напряжение, В	5—20	3—12
Частота пульсаций, Гц	600	300
Уровень пульсаций	10^{-4}	$3 \cdot 10^{-4}$
Система охлаждения	Водяная	Водяная
Электропитание, В	220/127	380/220
Выпрямительное устройство	12-фазный выпрямитель, вмонтированный в источник	6-фазный выпрямительный агрегат ВАКТ 12/6-3200

Каждый из включенных в состав испытательного стенда стабилизированных источников тока позволяет обеспечить заданную величину тока запитки, автоматическую стабилизацию напряжения во время ввода электроэнергии в соленоид, поддерживая тем самым постоянную скорость ввода тока, а также стабилизацию тока на время, необходимое для охлаждения ключа-перемычки и перевода сверхпроводящего соленоида в режим «замороженного» потока. Принципиальные схемы и конструктивные особенности лабораторного источника тока описаны в работе [1].

Для питания сверхпроводящих устройств, которые допускают высокий уровень пульсаций тока (до 6%), используется источник тока, представляющий комбинацию двух серийных приборов — выпрямительного агрегата ВАКТ 12/6-3200 и регулятора трехфазного тока РТТ, обеспечивающих рабочий ток до 3 кА при напряжении до 12 В.

Для питания слаботочных устройств и элементов, таких, как испарители жидкого гелия, нагреватели сверхпроводящих ключей, измерители уровня жидкого гелия, датчики магнитного поля и т. п., используются источники постоянного тока типа Б5-43 или Б5-48.

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС

Электрическая блок-схема измерительного комплекса испытательного стенда с системой измерений и записи информации, применяемая при проведении исследований переходных процессов в сверхпроводящей магнитной системе, представлена на рис. 3. Штриховой линией на схеме обведены устройства и датчики, размещенные в гелиевом объеме испытательного криостата.

Запитка сверхпроводящей магнитной системы или сверхпроводящего ключа обеспечивается источниками тока ЛИТ и СТСМ. Рабочий ток фиксируется вольтметром по напряжению на калиброванном измерительном шунте R_0 и может регистрироваться самописцами ПДС (координата «Х») и Н-338. Для определения критических токов используется вольтметр Ц-1513, работающий в режиме запоминания максимального значения. Погрешность измерения критического тока не превышает 1%.

Контроль за магнитным полем осуществляется датчиком Холла или магниторезистивными датчиками, представляющими собой бифилярные обмотки из медных проводов диаметром 50—60 мкм. ЭДС Холла или магнитосопротивление измеряются вольтметрами РV или потенциометром Р-363. Аналогично измеряется сопротивление тензодатчиков.

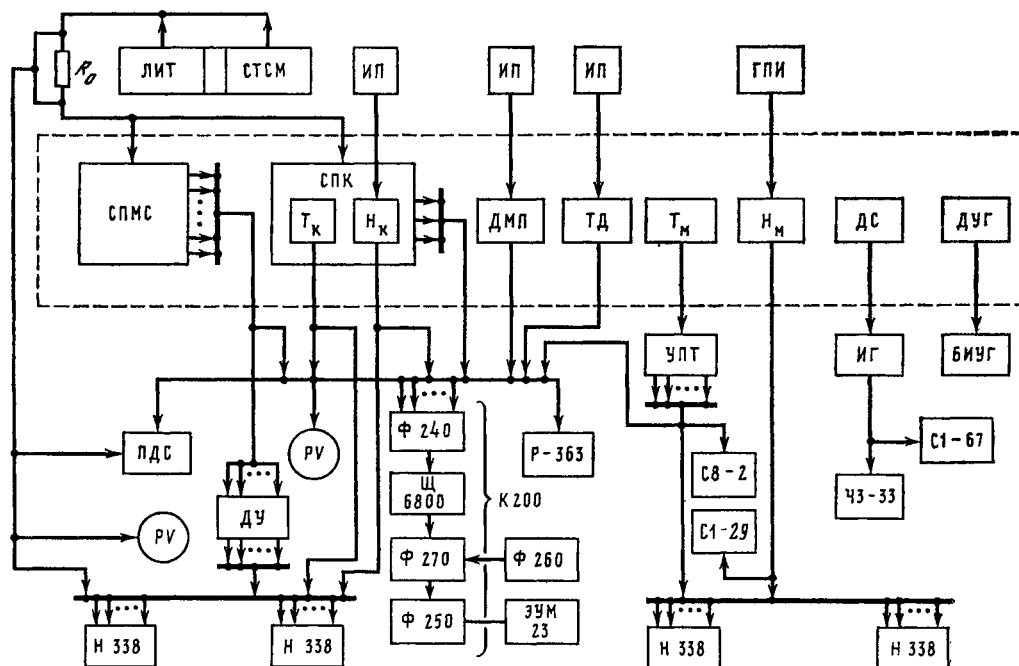


Рис. 3. Электрическая блок-схема измерительного комплекса

СПМС — сверхпроводящая магнитная система; СПК — сверхпроводящий ключ-перемычка; ДМП — датчики магнитного поля; ДУГ — датчики уровня жидкого гелия; ДС — датчики смещения; ТД — тензодатчики; Т_М — термопары, вмонтированные в обмотку модулей соленоида; Т_К — термопары сверхпроводящего ключа-перемычки; Н_М — нагреватели модулей; Н_К — нагреватель ключа-перемычки; ЛИТ — лабораторный источник тока; СТСМ — стабилизатор тока сверхпроводящих магнитов СТСМ-4; R₀ — измерительный шунт; ИП — источник питания типа Б-5-43, Б5-48 и т. п.; БИУГ — блок измерения уровня жидкого гелия; УЛТ — блок усилителей постоянного тока; ДУ — блок дифференциальных усилителей; ГПИ — генератор прямоугольных импульсов; ИГ — измерительный генератор; РВ — вольтметры типа Ф-30; В7-23 и т. п.; ПДС — двухкоординатные самописцы типа ПДС-021; Н-338 — быстродействующие самописцы; К-200 — система автоматического сбора данных; Р-363 — потенциометр постоянного тока; ЧЗ-33 — частотомер; С1-67 — осциллограф; С1-29, С8-2 — запоминающие осциллографы

Питание ДМП и ТД осуществляется с помощью источников постоянного тока типа Б5-43. Показания датчиков могут записываться на самописец ПДС (координата «У») или регистрироваться системой К-200.

Контроль за уровнем жидкого гелия в криостате осуществляется с помощью датчиков уровня жидкого гелия, представляющих собой вертикально расположенную в защитном кожухе нить из сплава Nb—Ti диаметром 50 мкм и длиной 50—80 см. Питание ДУГ и измерение его сопротивления, которое линейно зависит от уровня жидкого гелия, производится блоком БИУГ, в который вмонтирован вольтметр; его показания проградуированы в сантиметрах и соответствуют уровню гелия. Описание конструкции ДУГ и принципиальная схема БИУГ приведены в работе [2].

Для изучения распространения электромагнитной лавины в секционированных СПМС, а также для исследования системы внутренней защиты выводы токовводов от секций СПМС подключены к распределительному щиту, на котором располагаются шунты R_ш. Шунты выполнены из листовой нержавеющей стали. Применяя последовательное или параллельное включение элементов, представляется возможным изменять величину шунтирующих сопротивлений в пределах от 0,06 до 1 Ом.

Напряжение с каждой секции СПМС поступает на соответствующий канал дифференциального усилителя ДУ и затем на определенный канал самописцев Н-338 (рис. 4). Возможна одновременная запись потенциальных сигналов с 42 секций сверхпроводящей магнитной системы.

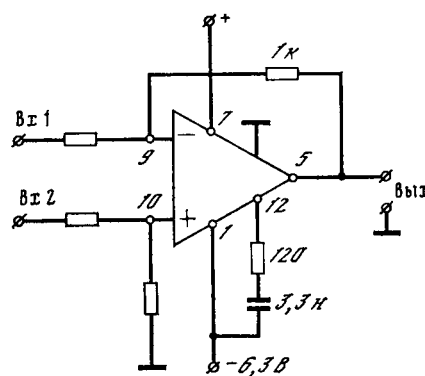
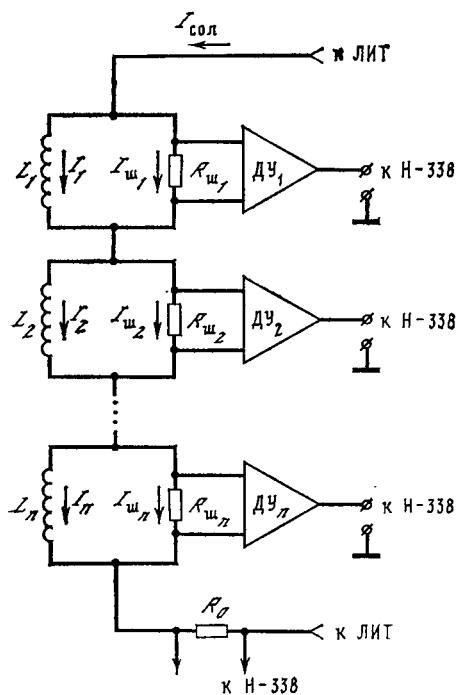


Рис. 5. Принципиальная схема дифференциального усилителя

Рис. 4. Схема регистрации электрических напряжений в секционированном сверхпроводящем соленоиде

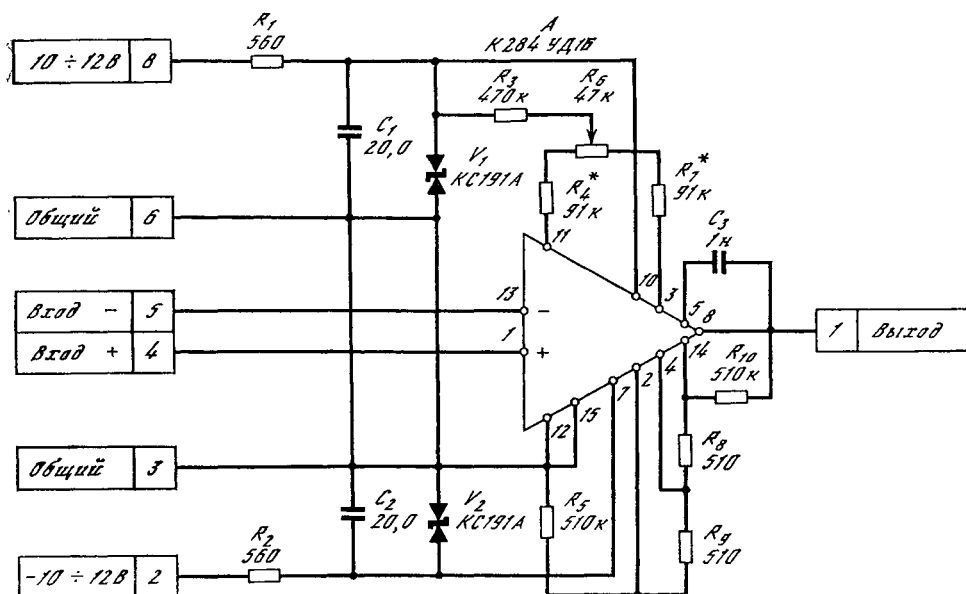


Рис. 6. Принципиальная схема усилителя постоянного тока

Применение дифференциальных усилителей в схеме измерений вызвано необходимостью развязать потенциальные выводы СПМС и входы самошпцев, поскольку последние имеют в каждом канале единый заземленный ввод. Величина усиления каждого канала ДУ предварительно калибруется. Относительная точность измерений напряжений на секциях не хуже 5%. Принципиальная схема дифференциального усилителя приведена на рис. 5.

Все самошпцующие приборы Н-338 синхронизируются во времени с помощью отметчиков времени или калибровочного сигнала, подаваемого на все каналы одновременно. Разрешающая способность по времени составляет ± 2 мс.

Имея зависимость изменения во времени тока и напряжений на шунтах каждой секции СПМС, представляется возможным получить необходимую информацию о переходных процессах в секционированной СПМС при переходе ее из сверхпроводящего состояния в нормальное.

Информация о тепловых процессах, происходящих в сверхпроводящей магнитной системе при переходе в нормальное состояние, обеспечивается с помощью медно-золотых термопарных зондов T_m , вмонтированных в различные точки обмотки при изготовлении (намотке) модулей. Вторые концы термопар располагаются в защитных пенопластовых стаканах, что позволяет поддерживать температуру 4,2 К около 1 мин после испарения окружающего гелия, вызванного переходом магнита в нормальное состояние.

Сигнал с каждой термопары поступает на один из 20 каналов усилителя постоянного тока УПТ, принципиальная схема которого представлена на рис. 6, а затем на соответствующий канал быстродействующего самописца Н-338. Для ликвидации паразитных термо-ЭДС сигнальные провода от термопарных зондов подводятся к УПТ без промежуточных разъемов. Усилитель постоянного тока располагается в пенопластовом термоизоляционном кожухе на минимально допустимом расстоянии от криостата. Влияния внешних магнитных полей на коэффициент усиления УПТ не обнаружено. Относительная точность измерений температуры нагрева 10%. Предельная чувствительность составляет 0,3 К.

Для создания стимулированных переходов СПМС в нормальное состояние в обмотке вмонтированы бифилярно намотанные константановые нагреватели, позволяющие выделить внутри обмотки локальную мощность до 5 Вт. Питание нагревателей осуществляется с помощью генератора прямоугольных импульсов ГПИ. Длительность импульсов может варьироваться от 10 мкс до 200 мс при амплитуде от 1 до 50 В. Предусмотрена возможность и непрерывного выделения энергии в нагревателе. Контроль за импульсом производится запоминающим осциллографом или скоростным самописцем Н-338.

Для изучения механических деформаций СПМС, возникающих под действием пондеромоторных сил, используются емкостные датчики смещения ДС, представляющие собой цилиндрический конденсатор, подвижные обкладки которого жестко соединены с теми или иными точками сверхпроводящего соленоида.

Изменение емкости датчика прямо пропорционально смещению. Измеряемая емкость включена в резонансный контур автогенератора, изменение частоты которого зависит только от изменения емкости датчика смещения. Рабочая частота составляет 1,5 МГц, чувствительность 15 Гц/мкм. Конструктивные особенности датчика и принципиальная схема измерений описаны в работе [3].

Методика исследования тоководов с форсированным охлаждением приведена в работе [4].

УСТАНОВКА ДЛЯ НАМОТКИ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ УСТРОЙСТВ

Установка для намотки сверхпроводящих магнитных систем предназначена для изготовления сверхпроводящих соленоидов, к качеству обмоток которых предъявляются высокие требования. Натяжение обмоточного провода может варьироваться в пределах от 3 до 50 кгс. Установка позволяет поддерживать величину натяжения с точностью $\pm 0,25$ кгс.

Кинематическая и электрическая схемы установки представлены на рис. 7 и 8. Базовым элементом установки является намоточный станок типа ТТ-20. С целью обеспечения плавного пуска станка в нем удаляется фрикцион и производится замена силового асинхронного двигателя на двигатель постоянного тока. Напряжение питания на силовой двигатель МЗ (типа ПО-42) подается с автотрансформатора Т5 типа АОСН 20-220 через выпрямительный блок на диодах V11 ÷ 14 и контролируется вольтметром P2.

Обмоточный провод, предварительно намотанный на подающую катушку А, имеющую регулируемый фрикционный механизм, через промежуточный блок В поступает на полиспаст (блоки В и Г), а затем, обогнув измерительный блок И, через промежуточный блок К и блок проводоукладчика Л поступает на приемную катушку М, закрепленную на валу намоточного станка.

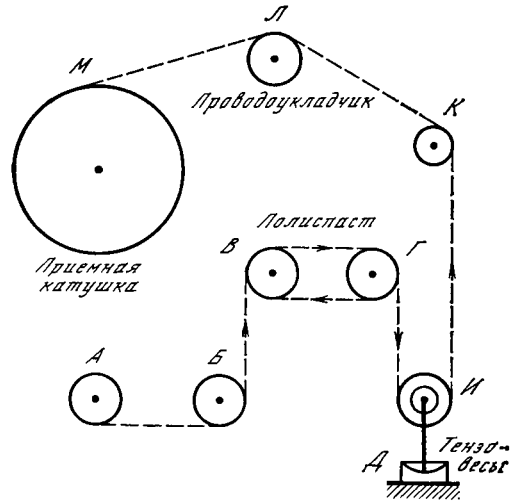


Рис. 7. Кинематическая схема установки для намотки сверхпроводящих устройств

Натяжение обмоточного провода создается тормозящим блоком Г, ось которого через редуктор связана с валом тормозящего двигателя М2, работающего в режиме противовключения. В качестве тормозящего двигателя используется трехфазный мотор типа АОЛ, ротор которого заменяется на стальной вал диаметром 25 мм, а статорные обмотки питаются от трех автотрансформаторов типа РНО-250: Т2, Т3, Т4. Такой асинхронный двигатель при реальных скоростях намотки и постоянном напряжении на статорных обмотках создает практически постоянный тормозящий момент, действующий на блок Г. Для лучшего сцепления обмоточного провода с тормозящим блоком Г все направляющие пазы этого блока снабжены плотно насаженными резиновыми кольцами, а сам провод огибает систему блоков полиспаста от 5 до 10 раз.

Для автоматического поддержания натяжения обмоточного провода в процессе намотки существует система стабилизации, в состав которой входят датчик натяжения Д (тензовесы марки 1778 ДСТ-05) и электронный блок контроля (ЭБК), схема которого приведена на рис. 9. Сигнал, пропорциональный силе натяжения, с датчика Д поступает на усилитель ПА-1 и фиксируется вольтметром Ф-210, смонтированным в ЭБК. Одновременно выходной сигнал подается на схему сравнения СС, где сравнивается с опорным напряжением на потенциометре R24, с помощью которого можно устанавливать необходимое натяжение провода. При отклонении натяжения провода от заданной величины схема

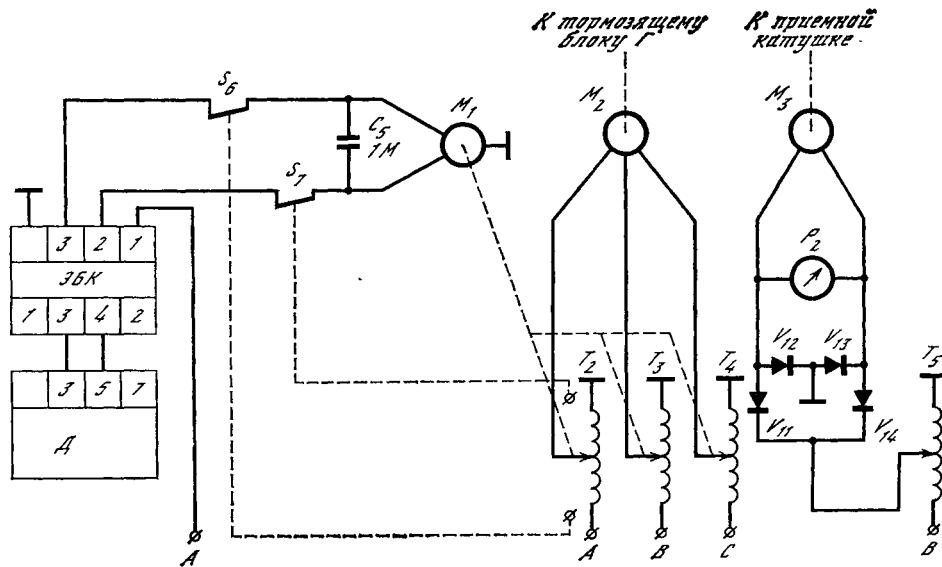


Рис. 8. Электрическая схема установки для намотки сверхпроводящих устройств

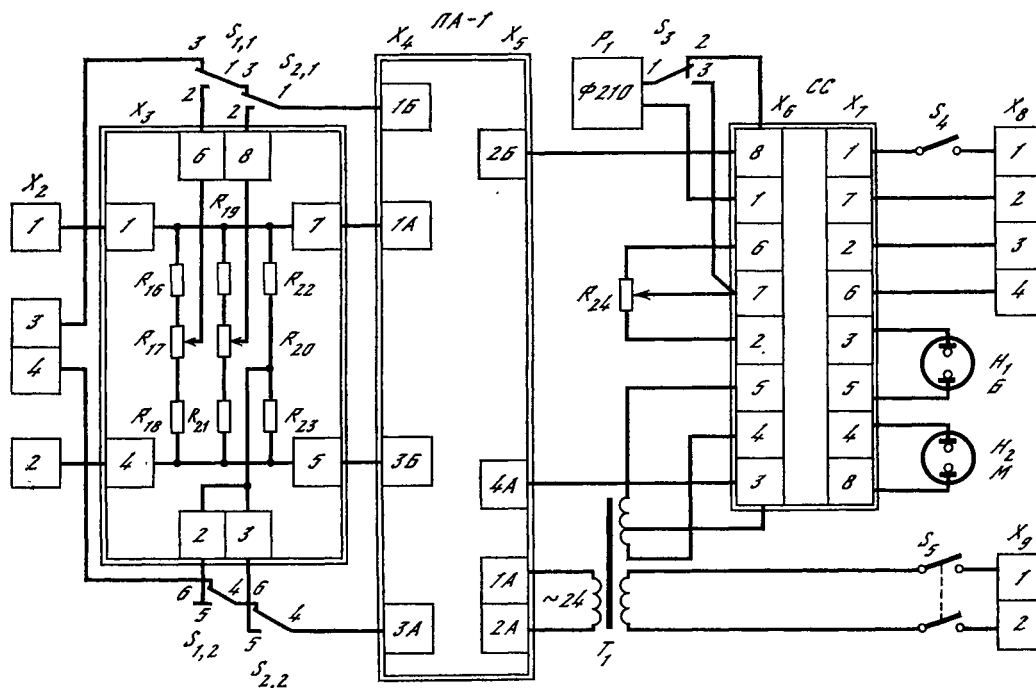


Рис. 9. Электрическая схема электронного блока контроля

сравнения с помощью контактов двух реле РЭС-10 задает режим работы управляющего двигателя М1 типа РД-09 таким образом, чтобы изменение тормозящего момента на блоке Г полиспаста возвращало натяжение в исходное состояние. Такое управление достигается с помощью включенных в трехфазную сеть автотрансформаторов Т2, Т3 и Т4, синхронное вращение осей которых задается мотором М1.

Электрическая схема электронного блока контроля представлена на рис. 9. В состав ЭБК входят: эквивалент тензовесов, тензоусилитель типа ПА-1, схема сравнения СС и цифровой измерительный прибор типа Ф-210.

Через нормально замкнутые контакты кнопок S1 («ПРОВЕРКА 0») и S2 («ПРОВЕРКА КАЛИБР») сигнал с тензовесов через контакты 3 и 4 разъема X2 подается на сигнальные входы 1Б и 3А разъема X4 тензоусилителя. Питание тензовесов и его эквивалента поступает с контактов 1А и 3Б разъема X4.

Выходной сигнал тензоусилителя с контакта 2Б разъема X5 подается на контакт 8 разъема X6 схемы сравнения. На второй вход СС (контакт 7 разъема X6) подается опорный сигнал с потенциометра R24 («УСТАНОВКА НАТЯЖЕНИЯ»).

При равенстве сигналов опорного и с выхода тензоусилителя обмотки управляющих реле в СС обесточены и двигатель М1 отключен от питающей сети. При увеличении натяжения обмоточного провода сигнал с выхода тензоусилителя увеличивается, усиленный сигнал дебаланса приводит к срабатыванию одного из управляющих реле и подключению мотора М1 к сетевому напряжению таким образом, что М1 вращает оси автотрансформаторов Т2, Т3 и Т4, уменьшая напряжение на статорных обмотках двигателя М2 до тех пор, пока сигнал с тензовесов, пропорциональный величине натяжения обмоточного провода, не сравняется с опорным сигналом. После этого реле обесточивается и двигатель М1 останавливается. При уменьшении натяжения обмоточного провода срабатывает другое реле, что приводит к противоположному вращению М1 и увеличению напряжения на статорных обмотках двигателя М2.

В процессе работы установки для намотки СПМС в режиме автоматической стабилизации натяжения обмоточного провода тумблер S4 замкнут и находится

в положении «АВТОМАТ». При переключении тумблера S4 в положение «ВЫКЛ» цепь питания мотора M1 разрывается и тормозящий момент на блоке Г полиспаста остается постоянным.

Контроль за натяжением обмоточного провода осуществляется вольтметром Ф-210, вынесенным на лицевую панель ЭБК, при этом тумблер S3 установлен в положение «ИЗМЕРЕНИЕ» и вход прибора подключен к выходу тензоусилителя. При переключении тумблера S3 в положение «УСТАНОВКА» вход вольтметра подключается к потенциометру R24, при этом осуществляется контроль за величиной опорного сигнала. Сетевое питание через разъем X9 и тумблер S5 («СЕТЬ») подается на силовой трансформатор Т1.

Для контроля за параметрами тензоусилителя в процессе работы установки в ЭБК вмонтирован эквивалент тензовесов, помещенный в пассивный термостат. С помощью тумблеров S1 («ПРОВЕРКА 0») и S2 («ПРОВЕРКА КАЛИБРА») вход тензоусилителя переключается с выхода тензовесов на соответствующие выходы эквивалента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На стенде, описанном в настоящей работе, были проведены исследования: влияния конструктивных и технологических особенностей на критические параметры как отдельных сверхпроводящих катушек (модулей), так и собранных на их основе секционированных соленоидов;

электромагнитных лавин в секционированных СПМС при переходе из сверхпроводящего состояния в нормальное с целью создания системы защиты соленоидов от разрушения;

распространения границы раздела сверхпроводящей и нормальной фаз в модулях СПМС при различных уровнях запасенной энергии. С помощью методики стимулированных переходов в нормальное состояние измерены локальные значения и градиенты температуры в обмотке СПМС, определена скорость движения нормальной зоны и ее пространственная анизотропия;

критических токов и тепловых характеристик сверхпроводящих ключей с целью разработки и оптимизации их конструкции. Измерены вольт-амперные характеристики и характерные времена перехода сверхпроводящих ключей из нормального состояния в сверхпроводящее. Выбраны оптимальный вариант и оптимальные рабочие характеристики;

токовводов с форсированным охлаждением. Изучены температурные профили по длине токовводов при различных режимах обдува газообразным гелием, что позволило оптимизировать конструкцию токовводов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пржевацкий С. С., Цихон В. Н. Система питания сверхпроводящих магнитов с широким диапазоном регулирования режимов запитки.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 101—108.
2. Закозаренко В. М., Клешина О. А., Цихон В. Н. Измеритель уровня жидкого гелия.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 109—113.
3. Сидоров М. В. Метод измерения механических деформаций сверхпроводящих магнитных систем.— Наст. сб.
4. Высоцкий В. С., Карасик В. Р., Конюхов А. А. Токовводы с форсированным охлаждением для сверхпроводящих магнитов, работающих в режиме «замороженного» потока.— Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 83—88.

М. В. СИДОРОВ

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ

В настоящей работе описана методика, обеспечивающая регистрацию малых изменений размеров сверхпроводящего соленоида под действием пондеромоторных сил.

1. ВЫБОР ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Для измерения деформации сверхпроводящих магнитных систем (СПМС) в сильных магнитных полях требуется простой и надежный метод измерения малых перемещений. Из существующих датчиков тензометрические самые простые, но их удобно использовать в слабых магнитных полях, так как сопротивление тензометра зависит от напряженности магнитного поля. Возможность использования высокочастотных индуктивных датчиков ограничена скин-эффектом, поэтому этот метод хорош только для измерения смещений, сравнимых с глубиной проникновения [1]. Для измерения давлений, ускорений, вибраций применяются пьезоэлектрические преобразователи [2]. Достоинством этих датчиков являются малые габариты, простота конструкции, надежность в работе. Но они непригодны для измерения медленных процессов, время действия которых во много раз превышает время релаксации заряда на поверхности преобразователя.

Наиболее удобным и надежным методом измерения малых изменений размеров сверхпроводящих соленоидов является емкостной метод. Емкостные датчики обладают рядом существенных достоинств [3]: линейностью, высокой чувствительностью, стабильностью характеристик во времени, малой инерционностью, независимостью показаний от магнитного поля, простотой конструкции, монтажа и эксплуатации.

Емкостные датчики классифицируются по способу изменения емкости конденсатора. При измерениях смещения можно изменять площадь части диэлектрика, охваченной электродами, расстояния между электродами, диэлектрическую проницаемость или величину потерь. Питание емкостных датчиков осуществляется, как правило, от источника напряжения высокой частоты, так как на

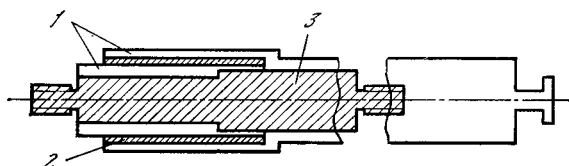


Рис. 1. Конструкция датчика смещения

1 — обкладки конденсатора;
2 — фторопластовая изоляция;
3 — текстолитовый сердечник

высоких частотах реализуется их максимальная чувствительность и обеспечивается стабильная работа измерительных схем.

Для измерения смещения обмотки сверхпроводящего соленоида мы использовали емкостной датчик в виде двух коаксиальных цилиндров длиной 20 мм, диаметр наружного цилиндра 12 мм, диаметр внутреннего цилиндра 11,8 мм. Цилиндры изготовлены из латуни, а диэлектриком служит фторопласт толщиной 0,1 мм (рис. 1).

Емкость такого датчика, как известно [3], можно вычислить по формуле.

$$C = 2\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{l}{\ln(R/r)} \approx 24,2 \cdot 10^{-12} \epsilon \frac{l}{\ln(R/r)},$$

где C — емкость в пФ, l — длина перекрываемой части обкладок конденсатора в см, R и r — соответственно радиусы наружный и внутренний обкладок кон-

денсатора в см, ε — диэлектрическая проницаемость среды. Чувствительность $\xi = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 (\ln(R/r))^{-1}$ (в пФ/см) датчика по перемещению вдоль оси его цилиндров постоянна.

2. СХЕМА ИЗМЕРЕНИЙ.

КАЛИБРОВКА ДАТЧИКА И ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Наиболее чувствительным методом измерения емкости конденсатора является метод LC -генератора. Сущность его состоит в том, что измеряемая емкость включается в резонансный контур автогенератора и измеряется изменение частоты, которое зависит только от изменения емкости датчика. Выбор рабочей частоты определяется требованиями максимальной добротности и стабильности системы, достаточной чувствительности датчика и удобства передачи частотной информации по линии связи.

В нашем случае датчик C вместе с индуктивностью L образует колебательный контур генератора, принципиальная схема которого представлена на рис. 2 [4]. Генератор работал на частоте 2,5 МГц. Частота измерялась цифровым частотомером ЧЗ-33 с относительной погрешностью $\sim 6 \cdot 10^{-6}$. Информация с частотомера автоматически записывалась с помощью ЦПУ. Блок-схема измерения смещения показана на рис. 3.

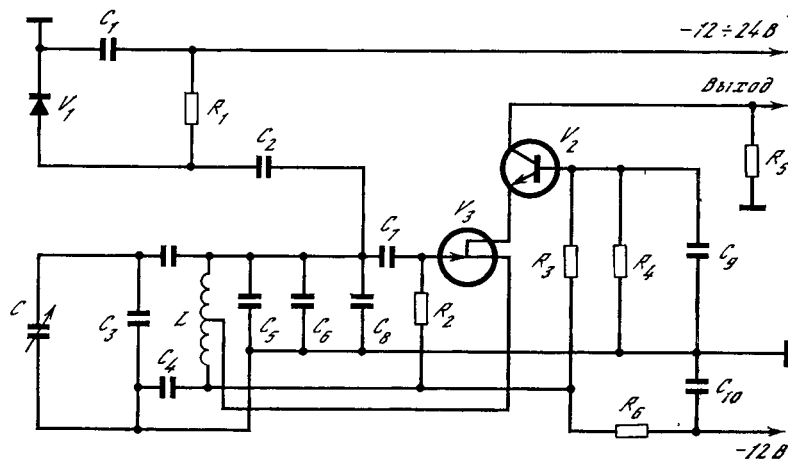


Рис. 2. Принципиальная схема измерительного генератора

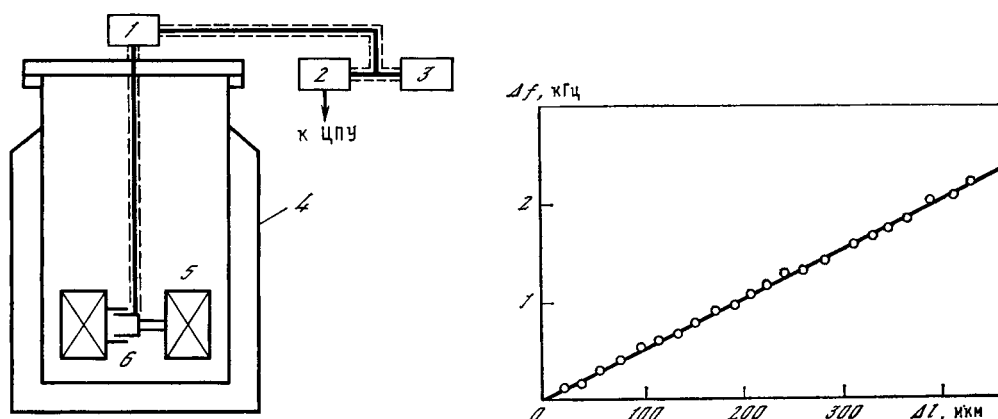


Рис. 3. Блок-схема измерения смещения

1 — генератор; 2 — частотомер ЧЗ-33; 3 — осциллограф; 4 — криостат; 5 — сверхпроводящий соленоид; 6 — датчик смещения

Рис. 4. Калибровочная характеристика датчика смещения

Для калибровки датчиков смещения при температуре жидкого гелия было создано устройство с микрометрическим винтом, позволяющее смещать обкладки конденсатора в аксиальном направлении с точностью до 1 мкм. Уход частоты измерительной схемы от резонансной за рабочий цикл, длившийся ~ 1 ч, не превышал ~ 150 Гц, что соответствует долговременной стабильности не хуже чем $8 \cdot 10^5$.

Характеристика датчика, применявшегося для измерения смещения сверхпроводящего соленоида, линейна в диапазоне 0—500 мкм (рис. 4). Средняя суммарная погрешность измерения определялась экспериментально при многократном вводе тока в соленоид и выводе из него и составила $\sim 10\%$. Зависимости показаний от величины магнитного поля не наблюдалось.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Измерение смещения производилось на трех соленоидах модульного типа. Так как из-за добавочных емкостей соединительных проводов измерение смещения проводилось на частоте, отличной от калибровочной, то истинное смещение обмотки соленоида определялось по формуле

$$\Delta l = \Delta f \left(\frac{f}{f_k} \right)^3 \frac{1}{K},$$

где Δl — смещение в мкм, Δf — изменение частоты в Гц, f — начальная частота при измерении в МГц, f_k — начальная частота при калибровке в МГц, K — чувствительность датчика в Гц/мкм.

На рис. 5 показано относительное изменение диаметра обмотки соленоида в зависимости от квадрата транспортного тока через него. Видно, что изменение размеров соленоидов во время их запитки пропорционально квадрату тока. Это говорит о том, что наблюдаемое смещение происходит под действием ponderomotorных сил.

Расчет смещения производился на ЭВМ по программе, составленной на основе теоретических исследований, представленных в работе [5]. Наблюдается хорошее соответствие расчетных и экспериментальных значений (см. рис. 5). Аналогично по этой же программе рассчитана деформационная характеристика соленоидов (рис. 6). Видно, что первый переход соленоида № 3 в нормальное состояние происходил при среднем тангенциальном напряжении ~ 3 кгс/мм². Поскольку это напряжение много меньше напряжений, вызывающих микропла-

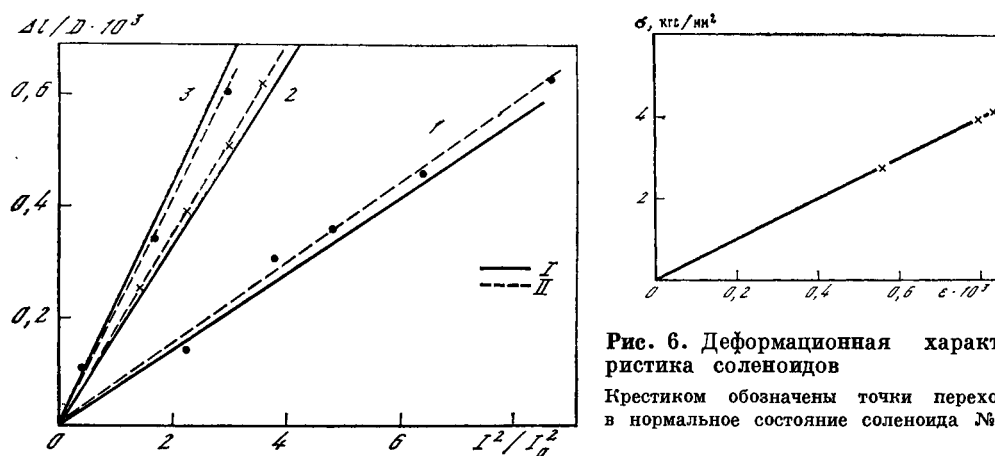


Рис. 6. Деформационная характеристика соленоидов

Крестиком обозначены точки перехода в нормальное состояние соленоида № 3

Рис. 5. Относительное изменение диаметров соленоидов при запитке их током
I — теория; II — эксперимент; 1 — соленоид № 1; 2 — соленоид № 2; 3 — соленоид № 3

стическую деформацию сверхпроводника, следует предположить, что микропластические эффекты в композитном сверхпроводнике не являются первичной причиной возникновения тренировочных переходов соленоида в нормальное состояние.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен ряд экспериментальных результатов и описан метод измерения механических деформаций сверхпроводящих магнитных систем. Полученные экспериментальные зависимости хорошо согласуются с теоретическими значениями деформации, рассчитанными на основе приближения бесконечно длинного соленоида.

Автор благодарен В. Р. Карасику, А. А. Конюхову, Н. В. Криволицкой и В. С. Высоцкому за большую помощь при разработке данной методики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Турчин А. М. Электрические измерения неэлектрических величин. М.; Л.: Энергия, 1966. 690 с.
2. Новицкий П. В., Кнорринг В. Г., Гутликов В. С. Цифровые приборы с частотными датчиками. М.; Л.: Энергия, 1970. 423 с.
3. Форейт И. Емкостные датчики неэлектрических величин. М.; Л.: Энергия, 1966. 160 с.
4. Лукашов В. Стабильный генератор плавного диапазона. — Радио, 1979, № 10, с. 13—14.
5. Русинов А. И., Криволицкая Н. В. Расчет механических напряжений в соленоиде из композитного материала с учетом предварительного натяжения витков. — Тр. ФИАН, 1980, т. 121, с. 14—52.

УДК 537.312.62

В. М. ЗАКОСАРЕНКО, Е. В. КАРЯЕВ, В. И. ЦЕБРО

МОДУЛЯЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ ТОКОВ В ЖЕСТКИХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ II РОДА

1. ВВЕДЕНИЕ

Плотность критического тока является одной из наиболее важных характеристик сверхпроводящего материала, определяющих его прикладное значение. Как известно, бездиссипативный ток в сверхпроводниках II рода обусловлен процессами пиннинга, т. е. взаимодействием квантованных вихревых нитей с локальными флуктуациями свойств материала. Величина тока определяется двумя факторами: во-первых, силой элементарного взаимодействия вихрей с отдельно взятым центром пиннинга и плотностью этих центров; во-вторых, упругими свойствами самой вихревой решетки. В настоящей работе рассмотрена техника модуляционных измерений, которая наряду с плотностью критического тока позволяет определить ряд важных параметров, характеризующих упругие свойства вихревой решетки при наличии в образце системы центров пиннинга.

Поведение жесткого сверхпроводника II рода, находящегося в магнитном поле, описывается моделью критического состояния, впервые сформулированной Бином [1] и получившей дальнейшее развитие в работах [2, 3]. Уравнение критического состояния представляет собой макроскопически усредненное уравнение баланса сил и может быть записано в виде

$$F_p = |n\Phi_0 \times \text{rot } \mathbf{H}(\mathbf{B})| = |\mathbf{B} \times \mathbf{J}_c|. \quad (1)$$

Вихревые нити находятся в состоянии равновесия при всех значениях транспортного тока $\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{H}$ вплоть до критического, определяемого макси-

мально возможной силой взаимодействия вихрей с неоднородностями кристаллической структуры сверхпроводника — силой пиннинга F_p . В уравнении (1) $H(B)$ определяется как величина магнитного поля, находящегося в равновесии с плотностью магнитного потока $B \equiv n\Phi_0$ (n — плотность вихревых нитей, $\Phi_0 = hc/2e$ — квант потока, усреднение B производится на расстояниях, превышающих характерный размер микроструктуры образца). Обычно индукция на поверхности образца совпадает со своим равновесным значением, определяемым из обратимой кривой $B(H)$, хотя в некоторых случаях, в частности при наличии поверхностного барьера, препятствующего проникновению вихрей в глубь сверхпроводника и выходу из него, наблюдаются отклонения от этого правила.

Выражение для плотности критического тока J_c имеет особенно простой вид, когда уравнение (1) применяется для описания сверхпроводников II рода с большим значением κ (параметра Гинзбурга — Ландау) в продольном магнитном поле, значительно превышающем H_{c1} . При этом влияние обратимой кривой намагничивания становится несущественным и соотношение $dB/dH = \mu_0$ с хорошей степенью точности можно считать справедливым. Тогда плотность критического тока определяется согласно (1) градиентом индукции в образце:

$$J_c = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dx}.$$

При экспериментальном изучении явлений пиннинга основная проблема состоит в определении градиента плотности вихревых нитей $dB(x)/dx$ и соответствующей этому градиенту плотности критического тока $J_c(x)$. Традиционные резистивные измерения или измерения магнитного момента в постоянном поле дают информацию только о величинах J_c ; dB/dx , усредненных по всему сечению образца, что может приводить к значительным ошибкам в тех случаях, когда в образце распределение $J_c(x)$ неоднородно.

Модуляционные или индуктивные методы исследования критического состояния [4—6] обладают рядом преимуществ. Во-первых, применение этих методов позволяет определить характер распределения индукции $B(x)$ и, следовательно, плотности критического тока $J_c(x)$ по сечению образца. Во-вторых, на основе полученной зависимости $J_c(x)$ удается разделить вклады, вносимые в гистерезисное поведение сверхпроводника поверхностными и объемными токами. В-третьих, с помощью техники индуктивных измерений можно успешно исследовать нестационарные эффекты, связанные с вязким течением вихревых нитей (см., например, [7]). И, наконец, метод, развитый Кэмпбэллом в работах [5, 8, 9], обладая всеми перечисленными выше достоинствами, присутствующими большинству модуляционных методик, дает благодаря своей высокой чувствительности дополнительную информацию о характеристиках пиннинг-центров и упругих свойствах вихревой решетки в жестких сверхпроводниках II рода.

Общий принцип индуктивных методов исследования критического состояния заключен в следующем. Образец, имеющий, как правило, форму длинного цилиндра, помещается в области однородного постоянного магнитного поля, на которое накладывается переменное поле малой амплитуды. Возникающее при этом изменение плотности магнитного потока внутри сверхпроводящего образца регистрируется приемной катушкой, охватывающей образец.

Использование модуляции магнитного поля для измерения критических токов впервые было предложено Бином в работе [10]. В рамках модели критического состояния и в пренебрежении эффектами поверхностного барьера и неоднородного распределения плотности критического тока по сечению образца Бин получил соотношение, связывающее величину J_c с амплитудой третьей гармоники индуцируемого в приемной катушке сигнала. Этот вид измерений обычно называют гармоническим анализом. Ограниченность метода гармонического анализа, связанная с необходимостью дополнительных упрощающих предположений, была в дальнейшем преодолена рядом авторов [4—6].

Основное различие между существующими типами индуктивных измерений состоит в способе регистрации и обработки сигнала, индуцируемого в витках приемной катушки. Так, если в методе Кэмпбэлла измеряется величина сигнала-отклика, усредненная по времени за период синусоидального модулирующего поля, то в способе, предложенном Ульмайером и развитом впоследствии в работах [11, 12], анализируется форма импульсов индуцируемого напряжения. Причем в последнем случае применение модуляции, изменяющейся во времени по синусоидальному закону, не является обязательным. Обработка результатов эксперимента значительно упрощается, если для модуляции используются импульсы треугольной или трапециевидальной формы, имеющие участки линейной развертки переменного магнитного поля.

В данной работе на примере исследования явлений пиннинга в массивных образцах тройных халькогенидов молибдена (формула $PbMo_6S_8$) проанализированы основные принципы и предложены варианты технического исполнения двух типов модуляционных методик: метода Кэмпбэлла, или метода измерения «полного потока», и метода, основанного на использовании трапециевидальной модуляции внешнего магнитного поля.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Рассмотрим цилиндрический образец, помещенный в постоянное продольное магнитное поле H_0 . Пусть коллинеарно постоянному полю наложено переменное поле $h(t) = h_0 q(t)$, где $q(t)$ — некоторая периодическая функция единичной амплитуды. Основное требование, предъявляемое к амплитуде модулирующего поля h_0 , состоит в том, чтобы соответствующие этой амплитуде изменения индукции внутри сверхпроводника оставляли бы неизменной плотность критического типа J_c , т. е. $J_c(B_0, x, t) = J_c(B_0 + b_0, x, t)$.

Изменение плотности магнитного потока в цилиндрическом образце, вызываемое переменным магнитным полем $h(t)$, изображено на рис. 1. Здесь распределение $dB/dx = f(x)$ предполагается неоднородным: сила пиннинга в области, прилегающей к поверхности образца, больше, чем в его глубине. Профиль $B(x)$ показан на этом рисунке как для моментов времени, кратных $T/2$ (T — период $q(t)$), когда величина индукции на поверхности образца достигает своих экстремальных значений ($B_0 \pm b_0$), а соответствующая глубина проникновения переменного поля равна $x_{max}(b_0)$, так и для двух промежуточных моментов времени t и $(t + \Delta t)$ на участке возрастания $h(t)$. Кривая $B(x, t)$ в точности подобна кривой $B(x, t + \Delta t)$ и может быть получена из последней путем простого вертикального смещения на величину Δb . Указанное подобие кривых распределения плотности магнитного потока, значительно упрощающее дальнейшие вычисления, обусловлено предположением о независимости J_c от B в области $B_0 - b_0 \leq B \leq B_0 + b_0$.

Изменение индукции на поверхности образца от $b(t)$ до $b(t) + \delta b(t)$ вызывает приращение магнитного потока

$$\delta\Phi(t) = \pi[R^2 - (R - x(t))^2] \delta b(t),$$

где R — радиус образца; $x(t)$ — глубина проникновения переменного магнитного поля $b(t)$. Поскольку $\delta b(t) = \mu_s \mu_0 h_0 \frac{dq}{dt} \delta t$, то в приемной катушке,

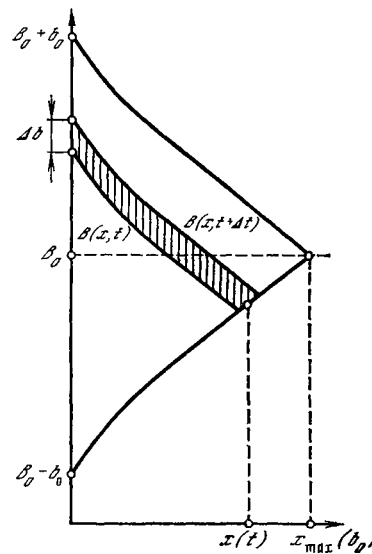


Рис. 1. Профиль магнитного потока $B(x)$ в цилиндрическом образце при модуляции магнитного поля

охватывающей образец, индуцируется напряжение

$$V_s(t) = \frac{\delta\Phi(t)}{\delta t} = N\mu_s\mu_0h_0 \frac{dq}{dt} \pi [R^2 - (R - x(t))^2], \quad (2)$$

где N — число витков приемной катушки, $\mu_s = \frac{dB}{dH} \frac{1}{\mu_0}$ — магнитная проницаемость образца в сверхпроводящем состоянии, определяемая из обратимой кривой $B(H)$. Если образец находится в нормальном состоянии и глубина скин-слоя на частоте модулирующего поля значительно превышает радиус образца, то в приемной катушке индуцируется напряжение

$$V_N = N\mu_0h_0 \frac{dq}{dt} \pi R^2. \quad (3)$$

Из соотношений (2), (3) получаем выражение для глубины проникновения $x(t)$:

$$x(t) = R \left[1 - \left(1 - \frac{V_s(t)}{\mu_s V_N(t)} \right)^{1/2} \right]. \quad (4)$$

Для сверхпроводников II рода с большими значениями κ (именно такие сверхпроводники исследовались в настоящей работе) в магнитных полях $H \gg \gg H_{c1}$, величина $\mu_s = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH} \simeq 1$. Уравнение (4) является общим для большинства модуляционных методик. Различие между ними состоит в способе регистрации и обработки индуцируемого в приемной катушке сигнала $V_s(t)$.

2.1. Метод трапецидальной модуляции

В этом случае временная зависимость модулирующего поля $h(t)$ на участках линейной развертки имеет вид $h(t) = at$. Когда глубина проникновения $x(t)$ мала по сравнению с радиусом образца $x(t) \ll R$, выражение (4) упрощается и принимает вид

$$x(t) = \frac{R}{2} \frac{V_s(t)}{V_N(t)}. \quad (5)$$

Индуцируемое напряжение $V_s(t)$ согласно (5) прямо пропорционально глубине проникновения переменного поля $x(t)$. С другой стороны, переменное магнитное поле линейно изменяется во времени, следовательно, зависимость $V_s(t)$ представляет собой картину распределения магнитной индукции внутри образца; при этом ось V_s соответствует глубине проникновения x , а ось t — величине магнитной индукции. Градиент этого распределения непосредственно дает значение J_c на соответствующем расстоянии от поверхности образца. Как видно из рис. 1,

$$\mu_0 J_c = dB/dx = 1/2 db/dx. \quad (6)$$

Выражение для плотности критического тока в некоторой точке с учетом (5), (6) и соотношения $db = \mu_0 dh$ принимает вид

$$J_c(x) = \frac{1}{R} V_N \frac{dh}{dV_s} = \frac{2h_0}{R} \frac{V_N}{V_{st}}, \quad (7)$$

где h_0 — амплитуда модулирующего поля, $V_{st} = 2h_0 dV_s/dh$ — величина, которая определяется из касательной к кривой $V_s(t)$, как показано на рис. 2, а, где в качестве примера представлена запись зависимости модулирующего поля $h(t)$ и отклика сверхпроводящего образца $V_s(t)$.

При больших $x(t)$ согласно (4) нарушается прямая пропорциональная зависимость между $x(t)$ и $V_s(t)$. При этом соотношение (7) для J_c сохраняется в прежнем виде, если понимать под $V_s(t)$ величину

$$V'_s(t) = 2V_N [1 - (1 - V_s(t)/V_N)^{1/2}].$$

Соответственно вместо V_{st} нужно подставить

$$V'_{st} = 2V_N [1 - (1 - V_{st}/V_N)^{1/2}].$$

Таким образом, соотношение между градиентом плотности потока и формой индуцируемого в приемной катушке напряжения имеют в случае трапецевидальной модуляции особенно простой вид. Характер радиального распределения индукции в образце определяется в ходе эксперимента без дополнительной обработки получаемых данных.

Существенное достоинство данного метода состоит также в том, что он позволяет контролировать выполнение исходных предположений, сделанных в рамках модели критического состояния. Так, асимметрия формы сигнала $V_s(t)$ на возрастающем и убывающем участках периода изменения $h(t)$ (см. рис. 2, б) свидетельствует о том, что соотношение $dB/dH = \mu_0$ не выполняется, т. е. о значительном влиянии обратимой кривой на форму индуцируемого напряжения $V_s(t)$. Вид зависимости $V_s(t)$ также может быть искажен вязким течением потока в образце. На рис. 2, б показана зависимость $V_s(t)$ с искажениями, внесенными вязким течением вихревых нитей. Профиль плотности потока, как видно из этого рисунка, значительно отличается от квазистатического. Наиболее отчетливо явления, связанные с «вязким» поведением вихревой решетки, обнаруживаются на участке периода переменного поля, где $h(t) = \text{const}$. Характер экспоненциально спадающей части $V_s(t)$ на участке постоянного значения $h(t)$ определяется величиной так называемой проводимости образца в режиме течения потока σ_{ff} .

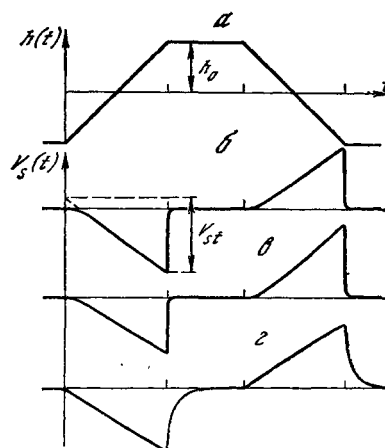


Рис. 2. Пример записи временной зависимости модуляционного поля $h(t)$ (а) и напряжения $V_s(t)$ (б—г) б — $V_s(t)$, индуцируемое в приемной катушке; в — асимметрия формы сигнала $V_s(t)$ на возрастающем и убывающем участках периода измерения $h(t)$; г — искажение формы $V_s(t)$, вызванное «вязким» течением потока

2.2. Метод измерения полного потока

В методе измерения полного потока в качестве модулирующего поля используется синусоидальное переменное магнитное поле. Индуцируемое в приемной катушке напряжение $V_s(t)$ измеряется методом синхронного детектирования. Для широкополосного синхронного детектора опорным является сигнал, находящийся либо в фазе с переменным полем $h(t)$, либо сдвинутый относительно последнего на 90° . В первом случае регистрируется сигнал, возникающий при синфазном с переменным полем изменении магнитного потока, а во втором — сигнал, обусловленный процессами диссипации. Постоянное напряжение S на выходе синхронного детектора, как известно, пропорционально интегралу от входного сигнала $V_s(t)$ за время, равное половине периода синусоидального переменного поля $h(t) = h_0 \sin \omega t$:

$$S = A \int_0^{T/2} V_s(t) dt,$$

где A — константа, зависящая от чувствительности аппаратуры. В то же время величина S соответствует полному изменению потока внутри образца при изменении переменного поля от своего минимального ($-h_0$) до максимального

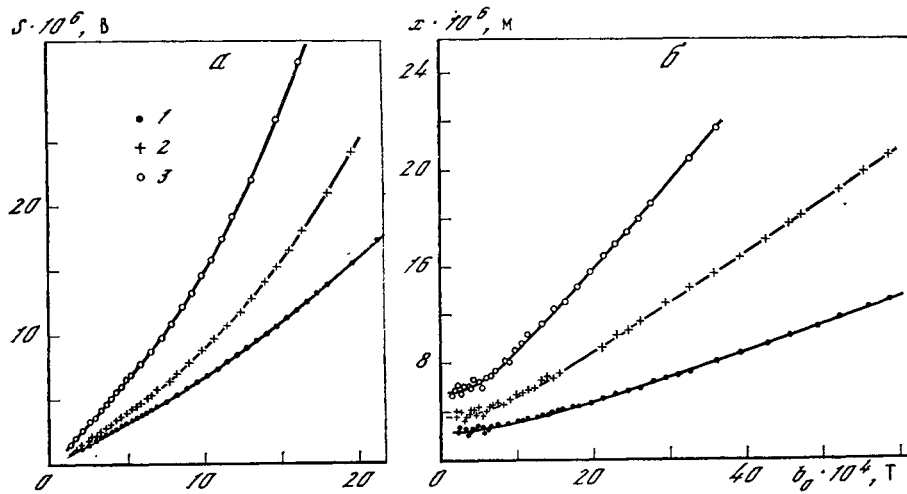


Рис. 3. Зависимости S сигнала с синхронного детектора (а) и глубины проникновения переменного поля x (б) от амплитуды этого поля для образца PbMo_8S_8 в разных магнитных полях 1 — 58,5 кЭ; 2 — 101,5; 3 — 139,5

(h_0) значений, так как, учитывая (2),

$$S = A \int_0^{T/2} \frac{\delta\Phi}{\delta t} dt = A [\Phi(h_0) - \Phi(-h_0)].$$

Процедура измерения заключается, таким образом, в определении величины S при различных значениях амплитуды модулирующего поля h_0 .

Глубина проникновения переменного магнитного поля в этом случае может быть определена по формуле (4), в которой сделаны соответствующие тождественные преобразования, а именно:

$$V_s(t) = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dh_0} \dot{h}_0,$$

$$V_N(t) = \left(\frac{dS}{dh_0} \right)_N \dot{h}_0 = C \dot{h}_0,$$

где $C = 2A\pi R^2$. Соотношение (4) в применении к методу измерения полного потока принимает вид

$$x = R \left[1 - \left(1 - \frac{dS}{dh_0} \frac{1}{C} \right)^{1/2} \right]. \quad (8)$$

Для малых глубин проникновения $x(h_0) \ll R$:

$$x(h_0) = \frac{R}{2} \frac{dS}{dh_0} \frac{1}{C}.$$

Следовательно, если построить зависимость сигнала с синхронного детектора от амплитуды модулирующего поля $S(h_0)$, то глубина проникновения $x(h_0)$ переменного поля амплитудой h_0 может быть вычислена из производной dS/dh_0 . Полученная таким образом кривая $x(h_0)$ представляет собой профиль пространственного распределения плотности магнитного потока внутри образца. На рис. 3 представлены зависимости $S(h_0)$ и $x(h_0)$, полученные экспериментально. Дифференцирование зависимости $S(h_0)$, заданной таблицей значений S_0 и h_0 , производилось на ЭВМ.

Как видно из рис. 3, б, распределение индукции в образце $x(h_0)$ в области малых значений h_0 существенно отличается от линейного, предсказываемого моделью критического состояния: глубина проникновения слабого перемен-

ного магнитного поля λ_0^* не зависит от амплитуды этого поля h_0 . Соответственно величина сигнала S (см. рис. 3, а) прямо пропорциональна h_0 . Линейный отклик вихревой решетки на малые возмущающие поля, как было показано в работе [5], обусловлен обратимым движением вихрей в области минимума эффективного потенциала, сформированного собственно центрами пиннинга и упругими взаимодействиями вихрей между собой. В этом случае при изменении внешнего магнитного поля и появлении градиента индукции в образце сила, действующая на вихревые нити, не приводит к значительным смещениям и срыву вихрей с центров пиннинга. Сила, противодействующая смещению вихрей, описывается эффективным потенциалом пиннинга, который при достаточно малых отклонениях вихрей из положения равновесия можно считать гармоническим. Таким образом, при малых амплитудах переменного поля на вихри действует возвращающая сила, пропорциональная смещению от положения равновесия, $F(u) = ku$. По мере приближения $F(u)$ к уровню BJ_c (максимально возможной возвращающей силе) все большее количество вихревых нитей срывается с центров пиннинга, т. е. закон $F(u) = ku$ перестает выполняться и $F(u)$ асимптотически приближается к предельному значению.

В области обратимого поведения вихревой решетки любое изменение индукции на поверхности образца экспоненциально затухает на глубине λ_0^* , так что на расстояниях, больших λ_0^* , решетка является недеформированной по сравнению со своим первоначальным состоянием. Это обстоятельство, как показал Кэмпбэлл [8], непосредственно следует из совместного решения двух уравнений:

$$du/dx = -b/B, \tag{9}$$

$$(B/\mu_0)(dB/dx) = -ku = F(u), \tag{10}$$

где $B = B_0 + b$, $b \ll B_0$, B_0 — начальное значение, а b — изменение индукции в образце. Первое из этих уравнений представляет собой условие непрерывности магнитного потока при деформации вихревой решетки. Второе является уравнением баланса сил. Если пренебречь b по сравнению с B_0 , система (9), (10) может быть преобразована к виду

$$\frac{d^2b}{dx^2} = \frac{\mu_0 k}{B_0^2} b, \quad \frac{d^2u}{dx^2} = \frac{\mu_0 k}{B_0^2} u.$$

Ее решением являются

$$b = b_0 \exp(-x/\lambda_0^*), \quad u = u_0 \exp(-x/\lambda_0^*), \tag{11}, \tag{12}$$

где

$$\lambda_0^* = (B_0^2/\mu_0 k)^{1/2}, \tag{13}$$

$u_0 = b_0 \lambda_0^*/B_0$ — расстояние, на которое смещаются вихри у поверхности образца.

Как следует из соотношения (11), изменение магнитной индукции b затухает в режиме обратимого движения вихревой решетки на глубине λ_0^* от поверхности независимо от величины b_0 . Поток, связанный с этой глубиной, $b_0 \lambda_0^*$ дает линейный сигнал, наблюдаемый на эксперименте.

Величина λ_0^* характеризует также расстояние от точки приложения внешней силы, на которое распространяются деформации в вихревой решетке при обратимом смещении ее как целого относительно неподвижной системы центров пиннинга. Глубина проникновения слабого переменного поля λ_0^* определяется согласно (13) коэффициентом жесткости средней возвращающей силы, уравновешивающей смещение вихрей из положения равновесия и распределенной по всему объему образца. С другой стороны, как было показано Лабушем [13], деформации в вихревой решетке при наличии сил пиннинга могут быть охарактеризованы параметром α , который представляет собой среднее (по всей вихре-

вой решетке) значение пространственной производной локальной энергии взаимодействия вихря с эффективным потенциалом пиннинга U_{pf} , т. е. $\alpha = \frac{d^2 U_{pf}}{dx^2}$. Коэффициент жесткости k в уравнении (10) и параметр α связаны соотношением $k = n\alpha$, где $n = B_0/\Phi_0$ — плотность вихревых нитей.

Таким образом, измерение $\lambda_0^* = (B_0\Phi_0/\mu_0\alpha)^{1/2}$ дает возможность непосредственного определения параметра α теории Лабуша. Как известно, сравнение величины α со значениями упругих модулей самой вихревой решетки позволяет сделать вывод о структурном состоянии системы вихрей в данном образце. Так, например, если выполняется неравенство $\alpha \gg 4\pi C_{66}$, то деформации в вихревой решетке не зависят от величины ее сдвигового модуля C_{66} , а вихревая решетка должна рассматриваться в так называемом жидкостном приближении.

Исследование зависимости $S(h_0)$ на ее начальном участке позволяет также получить полезную информацию о характере изменения средней возвращающей силы $F(u)$ как функции смещения вихрей от положения равновесия. Переменное магнитное поле амплитудой $h_0 = b_0/\mu_0$ вызывает отклонение вихревых нитей у поверхности образца (см. (13)) на расстояние $u_0 = b_0\lambda_0^*/B_0$. Соответствующее глубине проникновения λ_0^* изменение магнитного потока $\Delta\Phi = b_0\lambda_0^* \cdot 2\pi R = B_0 u_0 \cdot 2\pi R$ приводит, как указывалось ранее, к появлению сигнала на выходе синхронного детектора $S = A\Delta\Phi$. Следовательно, величина смещения вихрей на поверхности образца связана с величиной сигнала $S(b_0)$ соотношением

$$u_0 = \frac{S(b_0)}{A \cdot 2\pi R B_0}. \quad (14)$$

Как следует из уравнений (9), (10), при смещении вихрей на расстояние u_0 возникает возвращающая сила

$$F(u_0) = \frac{1}{\mu_0} b_0 \frac{db_0}{du_0},$$

или, используя (14),

$$F(u_0) = \frac{1}{\mu_0} \frac{b_0 db_0}{dS} B_0 \cdot 2\pi R A = \mu_0 \left(\frac{h_0 dh_0}{dS} \right) B_0 \cdot 2\pi R A. \quad (15)$$

График зависимости возвращающей силы $F(u_0)$ от смещения вихрей на поверхности образца будет получен, если построить зависимость $h_0 dh_0/dS$ от величины сигнала S . Следует отметить, что описанная экспериментальная процедура определения зависимости $F(u_0)$ применима для однородных образцов с пренебрежимо малым поверхностным барьером. Если это условие не выполняется, необходимо различать эффекты, связанные с изменением возвращающей силы при смещении вихревых нитей, и эффекты, вызванные неоднородностью образца, так как и в том и в другом случае будет наблюдаться отклонение зависимости $dS(b_0)/db_0$ от прямолинейной. Отличительная черта однородного образца состоит в том, что вид функции $F(u_0)$ не зависит от координаты x . При этом зависимость $dS(b_0)/db_0$ при больших b_0 должна представлять собой прямую, продолжение которой пересекает начало координат (см., например, рис. 3, б).

Выражения (14), (15) описывают изменение возвращающей силы в зависимости от смещения вихревых нитей в образце, начальное состояние вихревой решетки в котором предполагается равновесным, возникающим при охлаждении образца в магнитном поле. Форма кривой $F(u_0)$ не изменится, если первоначально образец находился в критическом состоянии. При этом, как было показано в работе [8], величина смещения вихрей отсчитывается от своего значения в критическом состоянии, а насыщение возвращающей силы $F(u_0)$ достигается на уровне $F(u_0) = 2BJ_c$.

Рис. 4. Зависимость возвращающей силы от смещения вихрей из положения равновесия для образца PbMo_6S_8 при $H = 101,5$ кЭ

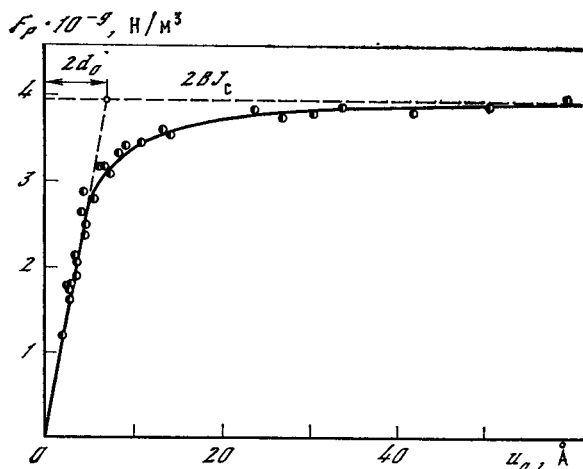
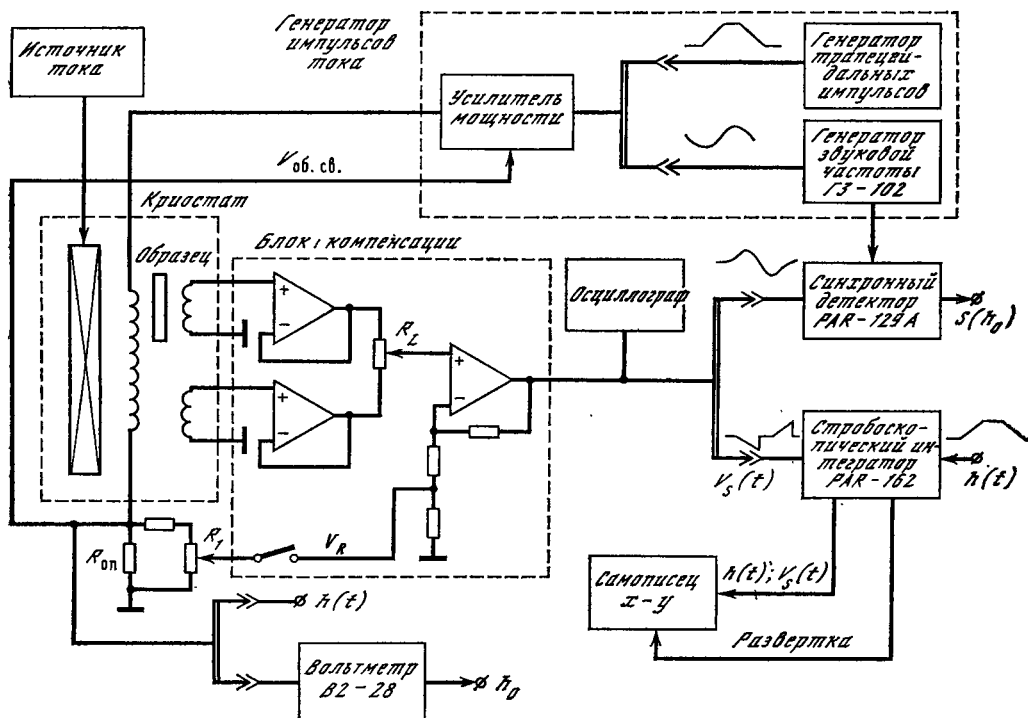


Рис. 5. Блок-схема экспериментальной установки



В качестве примера, на рис. 4 показана зависимость $F(u_0)$, полученная экспериментально. Движение вихрей носит обратимый характер, если их смещение от положения равновесия не превышает ≈ 4 Å. Область обратимого смещения вихревых нитей характеризуется параметром d_0 , называемым обычно «длиной взаимодействия».

Таким образом, метод измерения полного потока является эффективным средством исследования упругих свойств вихревой решетки в жестких сверхпроводниках 2-го рода. Данный метод представляет возможность экспериментального определения параметров пиннинга в образце λ_0^* и d_0 . Величина λ_0^* характеризует максимальное расстояние, на которое распространяются крупномасштабные упругие взаимодействия в запиннированной вихревой решетке, а величина d_0 описывает локальные взаимодействия вихрей с центрами пиннинга.

3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Блок-схема экспериментальной установки, работа которой основана на принципах модуляционных измерений, описанных в предыдущем разделе, представлена на рис. 5. Данная установка применялась для измерения плотности критического тока в зависимости от величины внешнего магнитного поля в широком интервале температур, а также для определения параметров λ_0^* и d_0 , характеризующих упругие свойства вихревой решетки в исследуемом образце. Постоянное магнитное поле до 16,5 Т создавалось сверхпроводящим соленоидом 165NS40Н. В качестве модулирующего использовалось переменное магнитное поле, изменяющееся во времени по синусоидальному или по трапецеидальному закону. По функциональному назначению можно выделить следующие основные части установки: 1) модуляционная система; 2) блок компенсации; 3) регистрирующая часть; 4) система стабилизации температуры.

3.1. Модуляционная система

Эта часть установки предназначена для создания переменного магнитного поля. Она состоит из генератора импульсов тока и модуляционной катушки, которая размещалась внутри сверхпроводящего соленоида. Модуляционная катушка (длина 100 мм, внутренний диаметр 12 мм, внешний диаметр 24 мм) была изготовлена из сверхчистой алюминиевой проволоки с отношением сопротивлений $R_{300\text{K}}/R_{4,2\text{K}} > 10^4$, что позволило свести к минимуму разогрев катушки при пропускании переменного тока амплитудой до 20 А ($h_0 \approx 509 \text{ Э}$).

Трапецеидальные импульсы напряжения формируются с помощью специального блока, состоящего из мультивибратора, интегратора и прецизионного ограничителя. Общий диапазон частот (от 5 до 500 Гц) мультивибратора разделен на четыре поддиапазона. Прямоугольные импульсы от мультивибратора подаются на вход интегратора, преобразующего подаваемый сигнал в пилообразное напряжение. Применение прецизионного ограничителя, который задерживает формирование импульса, существенно уменьшает переходную область между участком линейной развертки и участком постоянного уровня сигнала трапецеидального импульса напряжения.

Усилитель мощности собран на базе операционного усилителя и мощных транзисторов. Задающий сигнал подается на неинвертирующий вход операционного усилителя. На инвертирующий вход подается сигнал $V_{\text{об. св}}$ с опорного сопротивления $R_{\text{оп}}$, пропорциональный току в модуляционной катушке. Таким образом, усилитель охвачен глубокой отрицательной обратной связью по току, благодаря чему нелинейности транзисторов, а также реактивный характер нагрузки не вносят искажений в форму импульсов тока, протекающего через модуляционную катушку.

3.2. Блок компенсации

Общее требование, которое предъявляется ко всем типам модуляционных методик, состоит в необходимости компенсации паразитного сигнала, который возникает в результате изменения магнитного поля в пространстве между поверхностью образца и витками приемной катушки. Для этих целей, как правило, используется часть сигнала, индуцируемого в компенсационной катушке, расположенной в переменном магнитном поле вдали от образца. Процедура компенсации проводится при малых уровнях модуляции ($h_0 < H_{c1}$) и состоит в получении нулевого результирующего сигнала от образца, находящегося в мейснеровском состоянии. Степень компенсации ограничивается чувствительностью аппаратуры и уровнем шума в измерительных цепях.

Блок компенсации, который использовался в данной установке (см. рис. 5) выполнен на трех операционных усилителях, два из которых работают по схеме неинвертирующих повторителей с высоким входным сопротивлением, а третий используется в качестве дифференциального усилителя с регулируемым коэффициентом усиления.

Рассмотрим процедуру компенсации в случае синусоидальной модуляции магнитного поля. Паразитный сигнал, индуцируемый в приемной катушке, в общем случае оказывается сдвинутым по фазе на некоторый угол относительно сигнала в компенсационной катушке. В связи с этим в качестве компенсирующего использовалась сумма двух сигналов, разность фаз между которыми составляла 90° . Это, во-первых, часть сигнала с компенсационной катушки, амплитуда которого регулируется десятиоборотным потенциометром R_L , и, во-вторых, напряжение V_R , синфазное с током, протекающим в модуляционной катушке, и переменным полем $h(t)$. (Сдвиг фаз между током и полем $h(t)$ отсутствует, что было установлено экспериментально.)

В наших экспериментах использование способа компенсации, основанного на получении нулевого сигнала от образца, находящегося в мейснеровском состоянии, затруднено двумя обстоятельствами. Первое из них связано с особенностями работы на сверхпроводящем соленоиде 165NS40H, который изготовлен из ленты Nb_3Sn . В этом соленоиде при полном выводе тока остается значительное «замороженное» поле $\approx 5 \div 7$ кЭ, которое практически трудно скомпенсировать до нуля даже путем ввода в соленоид тока обратной полярности. Отметим, что величина нижнего критического поля исследуемых образцов составляет ≈ 100 Э. Второе обстоятельство обусловлено формой исследованных образцов, которые представляли собой цилиндры диаметром 5 мм и высотой 12—15 мм. Для образцов данной геометрии в области малых магнитных полей, когда размагничивающее действие токов, циркулирующих в приповерхностном слое образца, проявляется особенно сильно, становятся существенными эффекты неоднородного распределения внешнего магнитного поля. Так, области вблизи концов цилиндрического образца не находятся в бездиссипативном мейснеровском состоянии даже при $H \ll H_{c1}$. Подтверждением может служить следующий экспериментально наблюдаемый факт: паразитный сигнал, возникающий в приемной катушке при модуляции магнитного поля, невозможно в этом случае скомпенсировать только с помощью сигнала в компенсационной катушке. Это свидетельствует о наличии в образце диссипации¹.

Проведение компенсации в полях 1—10 кЭ для наших образцов было также некорректным. Критическое состояние охватывает в малых полях сравнительно узкую приповерхностную область образца. Так, например, если в поле $H = 5$ кЭ плотность критического тока $J_c \simeq 10^5$ А/см² (характерная величина для исследуемых образцов), то критическое состояние распространяется в среднем сечении образца на глубину порядка $\sim 0,05$ см, что значительно меньше радиуса образца $R = 0,25$ см. Вследствие краевых эффектов распределение магнитного поля в непосредственной близости от образца будет неоднородным. Следовательно, доля сигнала с компенсационной катушки, подбираемая с помощью потенциометра R_L для компенсации паразитного сигнала в приемной катушке, будет отличаться от доли этого сигнала, необходимой для правильной компенсации в случае однородного распределения магнитного поля. Таким образом, проведение компенсации в малых полях приведет к появлению сигнала раскомпенсации при измерениях в области больших магнитных полей, в которых распределение магнитного поля у поверхности образца будет слабо отличаться от однородного. По этим причинам в данной работе компенсация проводилась в полях 15—20 кЭ. При этом ошибка в определении глубины проникновения переменного поля при исследовании процессов пиннинга в больших полях ($H \gtrsim 50 \div 60$ кЭ) была несущественной.

Процедура компенсации в случае трапецеидальной модуляции магнитного поля значительно упрощается. О наличии сигнала раскомпенсации можно судить по скачку напряжения на осциллограмме сигнала с приемной катушки $V_S(t)$ в момент времени, соответствующий началу линейной развертки модулирующего поля.

¹ Как указывалось в работе [14], наличие потерь в переменном магнитном поле наблюдалось также и в том случае, когда образец находился во внешнем магнитном поле, значительно меньшем, чем поле первого проникновения магнитного потока. Этот эффект приписывается проникновению потока в местах неоднородностей на поверхности образца.

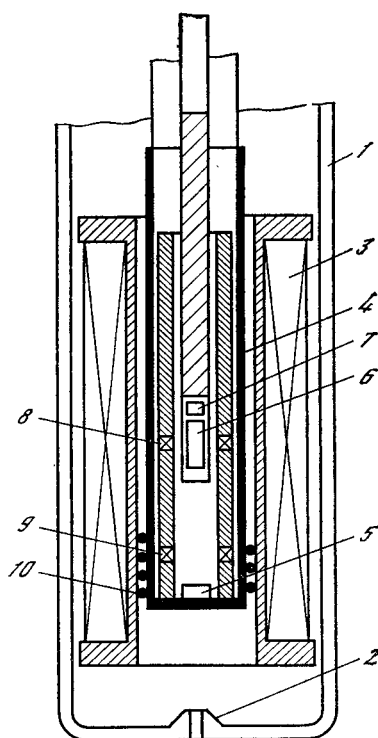


Рис. 6. Устройство нижней части низкотемпературной вставки измерительной установки

использовалась для измерения плотности критического тока в зависимости от величины магнитного поля и температуры с помощью метода трапецидальной модуляции магнитного поля. Для работы в области промежуточных температур (от 4,2 К и выше) использовался внутренний дьюар «теплого поля» 1, имеющий в нижней части управляемый вентиль с нагревателем 2, при помощи которого можно регулировать поток и температуру газа, поступающего из гелиевой ванны. Образец 6, приемная 8 и компенсационная 9 катушки располагались внутри медного стакана 4, на котором был укреплен емкостной термометр 5 и нагреватель 10. Снаружи экрана размещалась модуляционная катушка 3. Стабилизация температуры по сигналу с емкостного термометра (из SrTiO_3), показания которого не зависят от магнитного поля, осуществлялась температурным контролером СТ-201, регулирующим ток через нагреватель 10. Для уменьшения искажения магнитного поля и влияния индукционных токов на температурное равновесие внутреннего объема стенки медного стакана 4 имели продольные разрезы. Температура образца измерялась расположенным вблизи от него дополнительным угольным термометром «Allen—Bradley» 7. Точность определения температуры образца была не хуже 0,05 К.

В данной установке была предусмотрена также возможность прямой откачки паров жидкого гелия, что позволило проводить измерения в области более низких температур вплоть до 2,0 К. Дополнительная стабилизация температуры осуществлялась при этом с помощью регулятора скорости откачки. В случае синусоидальной модуляции магнитного поля измерения проводились без медного стакана 4 только при температуре жидкого гелия.

3.3. Регистрирующая часть

В методе измерения полного потока величина сигнала $S(h_0)$ определялась с помощью синхронного детектора PAR129A. Первоначально фаза опорного сигнала устанавливалась таким образом, чтобы при измерении сигнала с компенсационной катушки постоянное напряжение на выходе синхронного детектора равнялось нулю. Затем с помощью калиброванного фазовращателя, встроенного в прибор, фаза опорного сигнала сдвигалась на 90° . После этого синхронный детектор настроен на измерение той части сигнала приемной катушки, которая индуцируется в ней при синфазном с модулирующим полем изменении магнитного потока в образце. Достигнутая в данной установке чувствительность составляла несколько десятых долей микровольта на частоте модулирующего поля ≈ 70 Гц.

В методе трапецидальной модуляции импульсы напряжения, индуцируемые в приемной катушке, а также импульсы $h(t)$ переменного магнитного поля записывались с помощью стробоскопического интегратора PAR162 на двухкоординатном самописце.

3.4. Система стабилизации температуры

Устройство нижней части низкотемпературной вставки измерительной установки показано на рис. 6. В таком исполнении эта часть установ-

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В этом разделе на примере экспериментальных результатов, полученных для поликристаллического образца состава PbMo_6S_8 будут продемонстрированы возможности описанной выше измерительной установки.

На рис. 7 в логарифмическом масштабе представлены зависимости плотности критического тока от величины магнитного поля при различных температурах. Основная часть экспериментальных данных на этом графике получена путем измерений с использованием трапецеидальной модуляции магнитного поля. Для сравнения показаны также несколько значений $J_c(B)$ при $T = 4,2 \text{ K}$, определение которых проводилось методом измерения полного потока. Видно, что величины плотности критического тока, полученные разными методами, очень близки между собой.

Зависимости $J_c(B, T)$, полученные в магнитных полях до 16 Т и в широком интервале температур, позволили проанализировать характер зависимости силы пиннинга $P_V(B, T) = J_c(B, T) B$ от приведенной индукции $b = B/B_{c2}$ и температуры. Эти результаты представлены на рис. 8 в координатах $P_V(B, T)/P_{V\text{max}}(T)$ от b , где $P_{V\text{max}}(T)$ — максимальное значение силы пиннинга при данной температуре. Видно, что экспериментальные точки, относящиеся к различным температурам, описываются универсальной кривой $f(b) = b^{1/2}(1-b)^2$ с максимумом при $b = 0,2$.

На рис. 9 показаны зависимости глубины проникновения слабого переменного поля в режиме обратимого движения вихревой решетки λ_0^* и длины взаимодействия d_0 от приведенной индукции. Как уже отмечалось в разделе 2, величина λ_0^* непосредственно связана с параметром α теории Лабуша. Для дан-

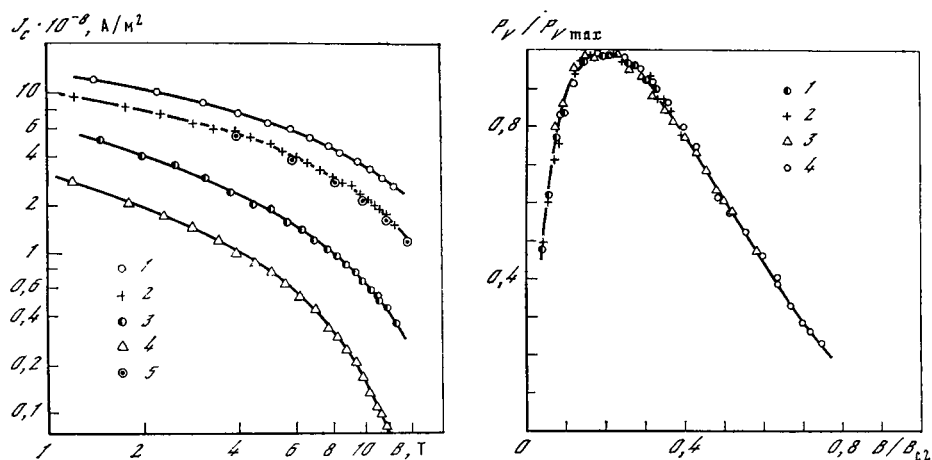


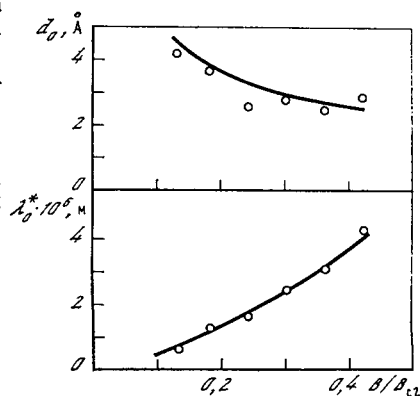
Рис. 7. Зависимости плотности критического тока от величины магнитного поля для образца состава PbMo_6S_8 при различных температурах

1 — 2,4 К; 2 — 4,2; 3 — 7,0; 4 — 8,5; 5 — данные, полученные методом измерения полного потока

Рис. 8. Зависимости нормированной силы пиннинга от приведенной индукции для образца PbMo_6S_8 при различных температурах

1 — 2,4 К; 2 — 4,2; 3 — 7,0; 4 — 8,5

Рис. 9. Зависимость λ_0^* и d_0 от приведенной индукции для образца PbMo_6S_8



ного образца в поле 14 Т величина α составляет $7 \cdot 10^3$ Н/м², а значение модуля сдвига вихревой решетки C_{66} в этом поле, вычисленное по формуле $C_{66} = \frac{0,13}{\kappa^2} \mu_0 H_{c2}^2 (1 - b)^2$, равно $6 \cdot 10^3$ Н/м². Таким образом, критерий $\alpha/4\pi C_{66} \ll 1$, полученный Лабушем, выполняется в нашем случае с хорошей точностью. Следовательно, систему вихревых нитей в данном образце можно рассматривать как решетку с малыми искажениями, вносимыми центрами пиннинга.

Экспериментальные значения λ_0^* , d_0 используются также для определения ряда других параметров, характеризующих упругое поведение вихревой решетки при наличии центров пиннинга (например, для оценки средней плотности центров пиннинга в образце, для определения эффективного упругого модуля вихревой решетки и т. д. [15, 16]). Данная информация в сочетании с измерениями «макроскопических» характеристик (средней плотности силы пиннинга $P_V(b, T)$ и ее зависимости от приведенной индукции и температуры) позволяет получить более полное представление о природе пиннинга в исследуемых образцах.

В заключение авторы выражают благодарность А. И. Русинову за обсуждение полученных результатов и принципов работы установки, а также В. Н. Цихону за ценные замечания по устройству электронной аппаратуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bean C. P.* Magnetization of hard superconductors.— *Phys. Rev. Lett.*, 1962, vol. 8, p. 250—253.
2. *Silcox J., Rollins R. W.* Hysteresis in hard superconductors.— *Appl. Phys. Lett.*, 1963, vol. 2, p. 231—233.
3. *Friedel J., Gennes P. G. de, Matricon J.* Nature of the driving force in flux creep phenomena.— *Appl. Phys. Lett.*, 1963, vol. 2, p. 119—121.
4. *Ullmaier H. A.* AC measurement on hard superconductors.— *Phys. status solidi*, 1966, vol. 17, p. 631—643.
5. *Campbell A. M.* The response of pinned flux fortices to low-frequency fields.— *J. Phys. C: Solid State Phys.*, 1969, vol. 2, p. 1492—1501.
6. *Rollins R. W., K pfer H., Gey W.* Magnetic field profiles in type-II superconductors with pinning using a new ac-technique.— *J. Appl. Phys.*, 1974, vol. 45, p. 5392—5398.
7. *Kerchner H. R.* The influence of thermally activated flux creep on the ac-response of hard superconductors.— *J. Low Temp. Phys.*, 1978, vol. 34, p. 33—52.
8. *Campbell A. M.* The interaction distance between flux lines and pinning centres.— *J. Phys. C: Solid State Phys.*, 1971, vol. 4, p. 3186—3198.
9. *Campbell A. M.* Pinning effects in very reversible superconductors.— *Philos. Mag.*, 1975, vol. 31, p. 1191—1199.
10. *Bean C. P.* Magnetization of high-field superconductors.— *Rev. Mod. Phys.*, 1964, vol. 36, p. 31—43.
11. *Eckert D., Handstein A.* Experimental investigation of the flux density profile in hard superconductors.— *Phys. status solidi (a)*, 1976, vol. 37, p. 171—178.
12. *van de Klundert L. J. M., Gijsberts E. A., van de Braak H. P.* The response of type-II superconductors to trapezoidal magnetic fields.— *Physica*, 1978, vol. 94B, p. 41—52.
13. *Labusch R.* Calculation of the critical field gradient in type-II superconductors.— *Cryst. Lattice Defects*, 1969, vol. 1, p. 1—18.
14. *Gijsberts E. A., Caspari M., van de Klundert L. J. M.* Trapezoidal ac-magnetic fields: A powerful technique for the investigation of type-II superconductors.— *Cryogenics*, 1981, vol. 21, p. 209—301.
15. *Campbell A. M.* The pinning of flux lines in superconductors by randomly-spaced pinning centres.— *Philos. Mag. B*, 1978, vol. 37, p. 149—167.
16. *Matsushita T., Tanaka T., Yamafuji K.* Critical current densities in the surface pinning region of a superconducting Pb—20% Tl rod.— *J. Phys. Soc. Jap.*, 1979, vol. 46, p. 756—763.

Ю. Ф. ЕЛЬЦЕВ, В. М. ЗАКОСАРЕНКО, В. И. ЦЕБРО

СТРУННЫЙ МАГНИТОМЕТР

1. ВВЕДЕНИЕ

Один из наиболее распространенных и чувствительных методов определения магнитной восприимчивости веществ основан на измерении силы F , действующей на образец, помещенный в неоднородное магнитное поле:

$$F = M \nabla H, \quad (1)$$

где M — магнитный момент образца, ∇H — градиент магнитного поля на образце.

Для регистрации этой силы, как правило, используются микровесы, работающие в компенсационном режиме. Магнитные весы обладают чувствительностью по силе $\sim 10^{-1} \div 10^{-2}$ дин, что позволяет измерять магнитную восприимчивость на уровне $10^{-11} - 10^{-12}$ см³/г для образцов с массой около 1 г. Вместе с тем магнитные весы представляют собой довольно сложную конструкцию, работа с которой связана с определенными неудобствами.

В 1971 г. Н. Е. Алексеевским с сотрудниками была предложена и реализована идея использовать для измерения силы, действующей на образец в неоднородном магнитном поле, струнный генератор, частота колебаний которого зависит от силы натяжения струны [1]. Основными достоинствами описанного в работе [1] струнного магнитометра являются простота конструкции, компактность, удобство разборки прибора для замены образцов, что дает большое преимущество перед магнитными весами. Кроме того, струнный магнитометр обладает довольно высокой чувствительностью по силе (~ 1 дин).

Наша практика работы со струнным магнитометром, основы конструкции которого описаны в работе [1], подтвердила все перечисленные выше достоинства такого прибора. В то же время оказалось, что при работе струнного магнитометра в магнитных полях, создаваемых соленоидами, намотанными из сверхпроводящей ленты, возникают определенные неудобства. Эти неудобства связаны с необходимостью точного определения величины магнитного поля и его градиента на образце после каждого изменения величины тока через соленоид, так как в ленточных соленоидах топология магнитного поля не является однозначной функцией тока и зависит от предыстории ввода тока¹.

Чтобы избавиться от этих неудобств, конструкция струнного магнитометра была нами усовершенствована. Для контроля величины магнитного поля и его градиента на образце в конструкцию струнного магнитометра были введены датчик Холла и компенсационная катушка. Введение охватывающей образец компенсационной катушки с известным числом витков позволило проводить калибровку магнитометра по абсолютной величине магнитного момента. Кроме того, с помощью компенсационной катушки можно компенсировать магнитный момент образца и тем самым, используя струнный магнитометр как нуль-прибор, осуществить его работу в автокомпенсационном режиме.

В данной статье описаны принцип работы и конструкция усовершенствованного варианта струнного магнитометра, изложена методика измерения магнитного момента и проиллюстрированы возможности этого прибора на примере исследования магнитных свойств некоторых веществ.

¹ Следует отметить, что это свойство присуще всем сверхпроводящим соленоидам. Однако в ленточных соленоидах неоднозначность зависимости величины магнитного поля от тока выражена гораздо сильнее, чем в проволочных.

2. ПРИНЦИП РАБОТЫ СТРУННОГО МАГНИТОМЕТРА

Чувствительным элементом струнного магнитометра является тонкая струна с током, колеблющаяся в зазоре постоянного магнита. Струна включена в цепь положительной обратной связи операционного усилителя и вместе с ним образует собственно струнный генератор. Уравнение движения струны длиной l , закрепленной на двух концах и помещенной в однородное магнитное поле напряженностью H , может быть записано следующим образом:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{F}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{HI}{c\rho} - \nu \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (2)$$

где x — координата вдоль находящейся в положении равновесия струны, $u(x, t)$ — поперечное смещение струны ($u(0, t) = u(l, t) = 0$), F — сила натяжения струны, ρ — масса единицы длины струны, ν — коэффициент затухания колебаний струны, I — ток, протекающий по струне, c — скорость света.

При движении струны в постоянном магнитном поле на ее концах возникает ЭДС индукции \mathcal{E} , пропорциональная скорости поперечного движения струны du/dt . Из уравнения (2) следует, что если по струне пропустить переменный ток, с амплитудой, пропорциональной \mathcal{E} (а следовательно, и du/dt), $I = \alpha du/dt$, то при некотором коэффициенте α второй и третий члены в правой части этого уравнения взаимно скомпенсируют друг друга. В этом случае уравнение (2) приобретет вид обычного волнового уравнения в среде без затухания:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{F}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (3)$$

Таким образом, при правильно выбранном коэффициенте положительной обратной связи струнный генератор будет генерировать синусоидальные колебания с собственной частотой f , величина которой определяется из решения уравнения (3) и зависит только от механических параметров струны и силы ее натяжения:

$$f = 1/2 \sqrt{F/\rho l^2}. \quad (4)$$

Наличие компенсационной катушки в струнном магнитометре позволяет производить измерение магнитного момента двумя способами, либо измеряя отклонение частоты колебаний струнного генератора от начальной частоты f_0 ² и используя компенсационную катушку для непрерывной калибровки прибора, либо поддерживая с помощью системы автокомпенсации частоту колебаний струны постоянной $f = f_0$ и измеряя необходимый для этого ток компенсации, протекающий через компенсационную катушку.

При первом способе измерения со стороны магнитного поля на струну действует дополнительная сила натяжения, пропорциональная магнитному моменту образца. Эта сила вызывает изменение частоты колебаний струны:

$$\Delta f^2 \equiv f^2 - f_0^2 = \frac{1}{\rho l^2} M \nabla H. \quad (5)$$

Из сравнения изменения частоты Δf^2 с изменением $\Delta f_{\text{калибр}}^2$, происходящим при пропускании через компенсационную катушку калибровочного тока $I_{\text{калибр}}$,

$$\Delta f_{\text{калибр}}^2 \equiv f_{\text{калибр}}^2 - f^2 = \frac{1}{\rho l^2} I_{\text{калибр}} N S \nabla H, \quad (6)$$

где N — число витков в компенсационной катушке, S — охватываемая витками площадь, можно определить магнитный момент образца

$$M = I_{\text{калибр}} N S \Delta f^2 / \Delta f_{\text{калибр}}^2. \quad (7)$$

² Начальная частота колебаний струнного генератора f_0 определяется начальным натяжением струны, которое, как будет видно из описания конструкции струнного магнитометра, возникает под действием суммарной силы тяжести кварцевого подвеса, корзинки с компенсационной катушкой и образца.

При втором способе от системы автокомпенсации в компенсационную катушку вводится ток $I_{\text{комп}}$, необходимый для поддержания частоты колебаний струнного генератора неизменной. При этом суммарная магнитная сила, действующая на образец и компенсационную катушку, равна нулю, т. е. магнитный момент образца

$$M = -I_{\text{комп}}NS. \quad (8)$$

Выходной сигнал системы автокомпенсации пропорционален току компенсации и, следовательно, магнитному моменту образца. Таким образом, ток компенсации определяется только магнитным моментом образца и не зависит от градиента магнитного поля в рабочей точке соленоида.

3. КОНСТРУКЦИЯ МАГНИТОМЕТРА

Конструкция струнного магнитометра изображена на рис. 1 и 2. В верхней части прибора (измерительной головке), показанной на рис. 1, находится тонкая ($\phi = 30$ мкм) вольфрамовая струна 5, колеблющаяся в зазоре постоянного магнита 3. Верхний конец струны закреплен в зажиме 2, контакт от которого выведен наружу через герметичный разъем в корпусе измерительной головки. Нижний конец струны прикреплен к тонкому кварцевому подвесу 13 и центрирован в выходном отверстии измерительной головки плоской спиральной

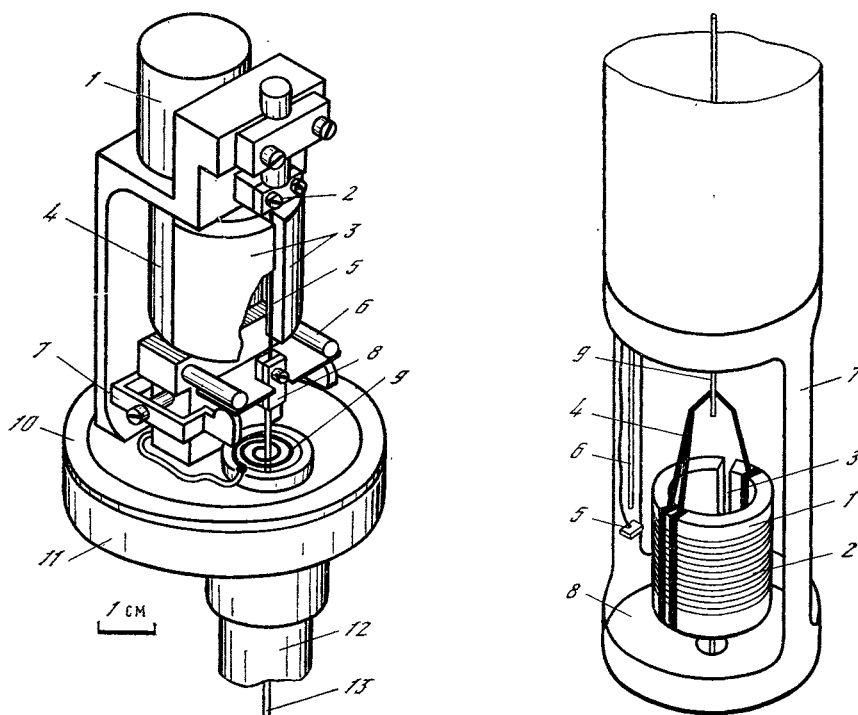


Рис. 1. Конструкция измерительной головки струнного магнитометра

1 — электромагнит арретира; 2 — верхний зажим струны; 3 — полюсные наконечники постоянного магнита; 4 — постоянный магнит; 5 — струна; 6 — упоры электромагнитного арретира; 7 — электромагнитный арретир; 8 — нижний зажим струны; 9 — центрирующая пружина; 10 — уплотнительная прокладка; 11 — основание измерительной головки; 12 — опорная кварцевая труба; 13 — кварцевый подвес

Рис. 2. Конструкция нижней части струнного магнитометра

1 — корзина; 2 — компенсационная катушка; 3 — продольный разрез; 4 — токоподводы компенсационной катушки; 5 — полупроводниковый датчик Холла; 6 — термопара; 7 — немагнитный каркас; 8 — центрирующая шайба; 9 — кварцевый подвес

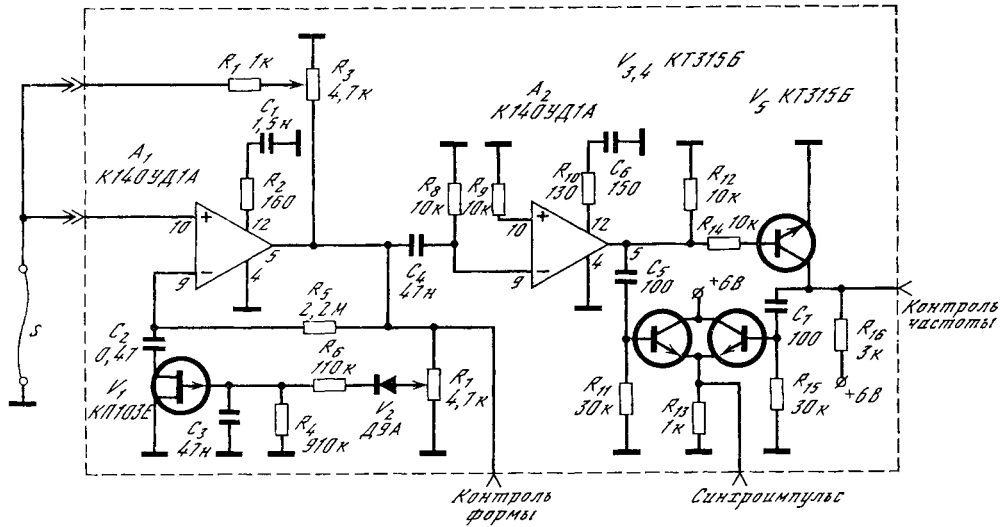


Рис. 3. Электрическая схема струнного генератора

пружиной 9, через которую осуществляется электрический контакт со вторым концом струны. Чтобы исключить возможность обрыва струны в нерабочем состоянии во время переноски прибора или смены образца, в конструкции измерительной головки предусмотрен электромагнитный арретир 7, который разгружает струну, слегка приподнимая кварцевый подвес.

Измерительная головка прикреплена к опорной кварцевой трубке 12 диаметром 20 мм, внутри которой проходит кварцевый подвес. К нижнему концу кварцевого подвеса (см. рис. 2) прикреплена корзинка 1, в которую помещается исследуемый образец. Кварцевый подвес представляет собой капилляр диаметром 1 мм, внутри которого проведены два провода для подключения компенсационной катушки 2. Компенсационная катушка намотана по наружной поверхности корзинки, охватывая объем, заполняемый исследуемым образцом. Для уменьшения магнитного момента пустой корзинки корзинка и компенсационная катушка изготовлены из слабомагнитных материалов. Корзинка представляет собой полый цилиндр, выточенный из эвтектического сплава Sn—Zn, магнитная восприимчивость которого составляет $\sim 10^{-8}$ см³/г. Цилиндр имеет продольный разрез 3 для уменьшения магнитного момента от токов Фуко, наводящихся при изменении внешнего магнитного поля. Компенсационная катушка намотана из бескислородной медной проволоки марки ПВТЛ диаметром 60 мкм (восприимчивость $\sim 8 \cdot 10^{-8}$ см³/г) и имеет постоянную $NS = 200$ см². Токоподводы и крепеж корзинки к кварцевому подвесу 4 выполнены из сверхчистого алюминия (восприимчивость $\sim 6 \cdot 10^{-7}$ см³/г). Таким образом, магнитный момент пустой корзинки в сборе с компенсационной катушкой не превышает $3 \cdot 10^{-3}$ ед. СГСМ в магнитном поле 50 кЭ.

Для контроля величины магнитного поля на образце и температуры образца вблизи корзинки на немагнитном каркасе 7 размещены полупроводниковый датчик Холла и один из спаев терпары Au (Fe) — хромель 6. Механизм магнитометра закрывается снизу съемным чехлом из стальной нержавеющей трубки, а сверху — крышкой измерительной головки. Для откачки внутреннего объема магнитометра и напуска туда теплообменного газа (гелия) в корпусе прибора имеется откачная трубка.

Принципиальная электрическая схема струнного генератора приведена на рис. 3. Собственно струнный генератор образован операционным усилителем A1 и струной S (см. рис. 3). Грубая установка коэффициента положительный

обратной связи осуществляется подстроечным резистором R5, а более точно этот коэффициент устанавливается автоматически системой АРУ, использующей нелинейность вольт-амперной характеристики полевого транзистора V1. Операционный усилитель A2 используется для формирования прямоугольных импульсов, которые через буферный каскад (транзистор V5) поступают на регистрирующий частотомер. В момент прохождения фронтов прямоугольных импульсов дифференцирующие цепочки C6R10 и C7R14 формируют импульсы синхронизации, которые с сумматора (V3, V4, R13) поступают на систему автокомпенсации.

Принцип работы системы автокомпенсации основан на сравнении периода колебаний струнного генератора с длительностью импульса одновибратора. Для достижения необходимой точности компенсации ухода измеряемой частоты $\Delta f \sim 0,1$ Гц при $f \sim 1$ кГц длительность импульса одновибратора τ должна выдерживаться с точностью не хуже $\delta\tau/\tau \leq 10^{-4}$. Поэтому для формирования импульса одновибратора используется генератор, частота колебаний которого стабилизируется кварцевым резонатором. Одновибратор запускается импульсом синхронизации и формирует импульс длительностью $T_{оп} = 205$ мкс. В результате на выходе одновибратора образуются импульсы длительностью $T_{оп}$ с периодом, определяемым периодом колебаний струнного генератора T_r . Преобразование отношения периода к длительности импульса одновибратора производится при помощи интегратора. В течение времени $T_{оп}$ интегратор заряжается от напряжения $U_{оп}$, а оставшееся время $T_r - T_{оп}$ разряжается от напряжения U . Если $U_{оп}T_{оп} = U_1(T_r - T_{оп})$, то напряжение на выходе интегратора в конце периода останется прежним. Если же период T_r изменился, то на выходе интегратора будет накапливаться напряжение, которое сглаживается, усиливается и подается на катушку компенсации. Ток, протекающий в компенсационной катушке, вызывая изменение суммарного магнитного момента образца и компенсационной катушки, компенсирует изменение периода колебаний струнного генератора T_r . Таким образом, установкой напряжения U_1 можно регулировать период колебаний струнного генератора, который будет стабилизироваться системой автокомпенсации:

$$T_r = 2T_{оп}(U_{оп}/U_1 + 1). \quad (9)$$

4. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ С ПОМОЩЬЮ СТРУННОГО МАГНИТОМЕТРА

Измерение температурных и полевых зависимостей магнитного момента $M(T)$ и $M(H)$ может осуществляться в двух режимах.

1. **Прямой метод.** В этом случае для определения магнитного момента образца в соответствии с формулой (7) необходимо знать величины изменения частот Δf^2 и $\Delta f_{калибр}^2$, а также величину калибровочного тока $I_{калибр}$. При измерениях зависимостей $M(H)$ и $M(T)$ значения частоты колебаний струны, калибровочного тока и напряжения с датчиков магнитного поля или температуры измеряются через определенные интервалы времени (1—10 с) и через систему модулей в стандарте КАМАК вводятся в ЭВМ «Электроника-60». Из полученных данных вычисляются величины магнитного момента образца и магнитного поля или температуры. Весь диапазон изменения поля или температуры разбивается на интервалы, и величины момента, соответствующие заданному интервалу, суммируются, а затем усредняются и выводятся в виде таблицы зависимости $M(H)$ или $M(T)$. Регулируя скорость изменения H или T , можно производить нужное количество измерений в заданном интервале H или T и тем самым повышать точность определения момента за счет накопления и последующего усреднения по заданному интервалу. С целью калибровки прибора в компенсационную катушку регулярно вводится калибровочный ток. При этом производится одинаковое количество отсчетов частоты как при наличии кали-

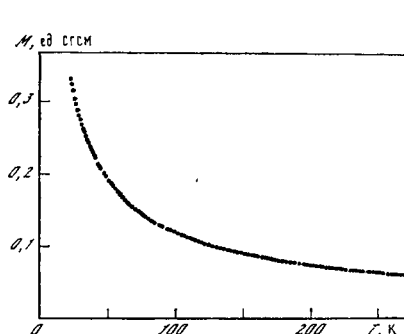


Рис. 4. Температурная зависимость магнитного момента образца $\text{PbFe}_{0,05}\text{Mo}_6\text{S}_8$, полученная в режиме прямого измерения момента

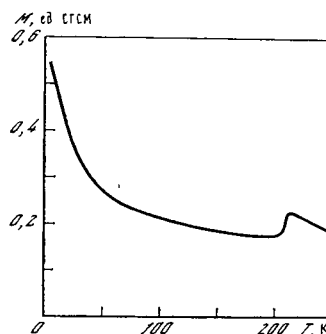


Рис. 5. Температурная зависимость магнитного момента образца $\text{Co}_{1,6}\text{Mo}_6\text{S}_8$, полученная в режиме автокомпенсации

бровочного тока, так и в его отсутствие. Периодическое воздействие на корзину с образцом дополнительной силы за счет введения тока в компенсационную катушку позволяет наряду с калибровкой магнитометра устранять влияние сил трения, которые могут возникать в местах соприкосновения подвижных и неподвижных частей магнитометра.

В этом режиме работы магнитометр обладает чувствительностью по моменту $\sim 10^{-3}$ ед. СГСМ в магнитном поле $H = 50$ кЭ в естественном градиенте соленоида 165NS40H³, составляющем в этом поле 2 кЭ/см. Для иллюстрации на рис. 4 приведена температурная зависимость магнитного момента образца $\text{PbFe}_{0,05}\text{Mo}_6\text{S}_8$ в поле $H = 80$ кЭ. Каждая точка на графике получена усреднением 8—10 значений момента, попавших в интервал 1 К.

2. Автокомпенсационный метод. В этом режиме результаты измерений $M(H)$ или $M(T)$ регистрируются с помощью двухкоординатного самописца, на X-координату которого подается сигнал, пропорциональный H или T , а на Y-координату — сигнал, пропорциональный току компенсации и, следовательно, магнитному моменту образца. Чувствительность прибора по магнитному моменту в этом режиме составляет $\sim 10^{-2}$ ед. СГСМ в магнитном поле $H = 50$ кЭ в естественном градиенте соленоида 165NS40H. В качестве иллюстрации на рис. 5 приведена зависимость магнитного момента от температуры образца $\text{Co}_{1,6}\text{Mo}_6\text{S}_8$ в поле $H = 60$ кЭ.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей статье описаны принцип работы и конструкция усовершенствованного варианта струнного магнитометра; показано, что введение компенсационной катушки в струнный магнитометр позволяет осуществить его работу в двух режимах: режиме прямого измерения магнитного момента по отклонению частоты колебаний струнного генератора от начальной и режиме автокомпенсации.

В режиме прямого измерения магнитного момента с накоплением отсчетов и последующим усреднением струнный магнитометр обладает чувствительностью по моменту $\sim 10^{-3}$ ед. СГСМ в поле напряженностью 50 кЭ (при градиенте поля 2 кЭ/см). В режиме автокомпенсации струнный магнитометр обладает

³ Соленоид изготовлен фирмой «Intermagnetic» (США) из ниобий-оловянной ленты. Максимальное поле при $T = 4,2$ К 165 кЭ.

чувствительностью по моменту $\sim 10^{-2}$ ед. СГСМ в магнитном поле $H = 50$ кЭ (градиент поля 2 кЭ/см).

Как и в других приборах, основанных на измерении силы, действующей на образец со стороны неоднородного магнитного поля, чувствительность струнного магнитометра уменьшается пропорционально квадрату величины магнитного поля (при работе в естественном градиенте соленоида). Из-за этого обстоятельства измерения в полях менее 1 кЭ затруднены. Заметим, что дополнительную ошибку в результаты измерений может вносить неконтролируемый в процессе длительного эксперимента дрейф начальной частоты колебаний струны f_0 , который может достигать величины 0,5 Гц, что соответствует в нашем случае неопределенности в величине момента 10^{-3} ед. СГСМ в магнитном поле 50 кЭ.

В заключение авторы выражают благодарность Н. Е. Алексеевскому за обсуждение и ценные замечания по данной работе, В. Р. Карасику за содействие в проведении работы, В. И. Нижанковскому за помощь в изготовлении магнитометра.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Алексеевский Н. Е., Красноперов Е. П., Назин В. Г. Струнный магнитометр. — ДАН СССР, 1971, т. 197, с. 814—815.



СОДЕРЖАНИЕ

Б. М. Вул. Предисловие	3
М. В. Сидоров. Влияние механических деформаций на критические параметры ниобий-титановых сверхпроводников и сверхпроводящих магнитных систем на их основе (Обзор)	5
В. Р. Карасик, Н. В. Криволицкая. К вопросу о достижении предела механической и тепловой прочности в сверхпроводящих соленоидах с высокой плотностью тока	22
В. С. Высоцкий, В. Р. Карасик, А. А. Конюхов. Исследование системы защиты секционированных сверхпроводящих магнитных систем	35
В. А. Мальгинов, В. В. Матехин, В. Р. Карасик, А. А. Конюхов. Кинетика тепловых процессов в сверхпроводящих магнитных системах при переходе в нормальное состояние	48
В. С. Высоцкий, А. А. Конюхов. Тепловые свойства и критические токи сверхпроводящих ключей-перемычек	57
А. И. Русинов, Н. В. Криволицкая. Расчет скорости движения нормальной зоны и кинетика разрушения сверхпроводимости в соленоиде с тонкой обмоткой	70
А. И. Русинов. О некоторых особенностях движения нормальной зоны в сверхпроводниках с током в адиабатических условиях	91
Н. В. Криволицкая. Программа для решения на ЭВМ задачи о натяге провода при намотке, обеспечивающем заданное поле механических напряжений, в соленоиде при введении в систему тока	101
Н. В. Криволицкая, А. И. Русинов. Об одном из возможных механизмов разрушения сверхпроводящего состояния в магнитах	105
Г. И. Агапов, В. С. Высоцкий, С. А. Гаранов, В. М. Закосаренко, В. Е. Иванов, В. Р. Карасик, О. А. Клешина, А. А. Конюхов, Г. С. Курляндцев, В. И. Леонов, В. А. Мальгинов, В. В. Матехин, М. В. Сидоров, В. И. Цебро, В. Н. Цихон. Стенд для исследования сверхпроводящих устройств	111
М. В. Сидоров. Метод измерения механических деформаций сверхпроводящих магнитных систем	124
В. М. Закосаренко, Е. В. Каряев, В. И. Цебро. Модуляционные методы измерения критических токов в жестких сверхпроводниках II рода	127
Ю. Ф. Ельцев, В. М. Закосаренко, В. И. Цебро. Струнный магнитометр	141

УДК 539.2

Сидоров М. В. Влияние механических деформаций на критические параметры ниобий-титановых сверхпроводников и сверхпроводящих магнитных систем на их основе (Обзор). — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Дан обзор механических свойств, проанализировано влияние деформации на критические параметры ниобий-титановых сверхпроводников и сверхпроводящих магнитных систем на их основе. Проведен анализ методов механических испытаний при низких температурах. Возможной причиной тренировки и деградации критического тока в СПМС является импульсное тепловыделение при деформации сверхпроводников.

Ил. 13, табл. 3, библиогр. 50 назв.

УДК 537.312.62 + 538

Карасик В. Р., Кривошуккая Н. В. К вопросу о достижении предела механической и тепловой прочности в сверхпроводящих соленоидах с высокой плотностью тока. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Проведен расчет равномерного разогрева джоулевым теплом, механических напряжений в сверхпроводящих соленоидах с высокой плотностью тока и анализ ограничений на их размеры, накладываемых указанными эффектами. Показано, что область существования магнитов с высокой плотностью тока достаточно велика. Определяющим фактором, ограничивающим эту область, является не перегрев, а предельно допустимые деформации сверхпроводника под действием поперечных сил. Метод фазовых диаграмм позволяет выбрать оптимальные для каждого конкретного применения параметры соленоида: материал обмотки, конструктивную плотность тока, вес, запасенную энергию.

Ил. 10, табл. 1, библиогр. 11 назв.

УДК 539.2

Весоцкий В. С., Карасик В. Р., Конюхов А. А. Исследование системы защиты секционированных сверхпроводящих магнитных систем. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М., Наука, 1984.

Проведено экспериментальное исследование системы защиты секционированных сверхпроводящих магнитных систем при переходе в нормальное состояние. Проанализированы распределение электрических напряжений и максимальный разогрев обмотки. Показано, что секционирование обмотки с шунтированием секций низкоомными сопротивлениями является надежным и перспективным методом защиты сверхпроводящих магнитов с высокой плотностью тока.

Ил. 8, табл. 1, библиогр. 23 назв.

УДК 539.2

Мальгин В. А., Матюхин В. В., Карасик В. Р., Конюхов А. А. Кинетика тепловых процессов в сверхпроводящих магнитных системах при переходе в нормальное состояние. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

С помощью точечных нагревателей и термопар, встроенных в обмотку сверхпроводящего магнита, измерены скорости распространения нормальной зоны вдоль витка и по радиусу обмотки в зависимости от начального тока. Определено влияние секционирования обмотки на скорость ее перехода в нормальное состояние и энергия, необходимая для образования зародыша нормальной фазы. Определены максимальная температура и неравномерность разогрева обмотки.

Ил. 6, библиогр. 18 назв.

УДК 539.2

Весоцкий В. С., Конюхов А. А. Тепловые свойства и критические токи сверхпроводящих ключей-перемычек. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Рассмотрен цикл работы сверхпроводящих ключей-перемычек, предназначенных для сверхпроводящих магнитных систем, работающих в режиме «замороженного» потока. Приведены результаты экспериментальных исследований ключей-перемычек, изготовленных из провода в медно-никелевой матрице. Показано, что тепловые свойства ключа описываются вольт-амперной характеристикой и временем его остывания. Исследовано влияние внешнего магнитного поля на параметры ВАХ и время остывания, а также на критический ток ключа. Даны рекомендации по расчету и конструированию сверхпроводящих ключей-перемычек.

Ил. 14, табл. 2, библиогр. 24 назв.

УДК 537.312.62 + 538

Русинов А. И., Кривошуккая Н. В. Расчет скорости движения нормальной зоны и кинетика разрушения сверхпроводимости в соленоиде с тонкой обмоткой. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Вычислена скорость v_z установившегося движения нормальной границы вдоль сверхпроводящей однослойной катушки с током в адиабатических условиях. В практически интересных случаях скорость v_z в основном определяется теплопроводностью изолирующего материала, заполняющего зазоры между витками катушки. Показано, что скорость $v_z(t)$ следит за током $I(t)$ практически без запаздывания. Решена задача о разряде незащищенного сверхпроводящего тонкого соленоида на активное сопротивление нормальной зоны с учетом реальных температурных зависимостей теплоемкости и удельного сопротивления материала обмотки. Детально проанализирован случай обмотки на NbTi диаметром ~ 1 м и толщиной $\sim 2,5$ см с плотностью тока $\sim 2 \cdot 10^4$ А/см². Для соленоидов с длиной меньше критической разумным является приближение «равномерного разогрева» обмотки.

Ил. 4, библиогр. 17 назв.

УДК 537.312.62 + 538

Русинов А. И. О некоторых особенностях движения нормальной зоны в сверхпроводниках с током в адиабатических условиях. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Тепловой механизм разрушения сверхпроводимости током анализируется с точки зрения влияния температурной зависимости параметров проводника (теплоемкости $c(T)$, удельного сопротивления $\rho(T)$ и коэффициента теплопроводности $\kappa(T)$) на скорость v движения границы нормальной зоны. Рассмотрены случаи, когда нелинейное уравнение теплопроводности для движущейся грани-

цы допускает точное решение. В частности, для зависимостей вида $\epsilon(T) \sim T^3$, $\rho(T) \sim T$ и $\kappa(T) = \text{const}$, представляющих интерес при изучении реальных материалов, показано, что величина скорости v незначительно отличается от соответствующего выражения в линейной теории (постоянство ϵ , ρ и κ) во всей области температур. Учет перетекания тока из сверхпроводника в нормальную матрицу в композитных проводниках допускает возможность движения границы нормальной зоны с различными скоростями. При заданном токе j скорость v принимает дискретный набор значений $v_n(j)$ в зависимости от толщины переходного резистивного слоя между сверхпроводящей и нормальной областями.

Библиогр. 11 назв.

УДК 537.312.62 + 538

Криволюцкая Н. В. Программа для решения на ЭВМ задачи о натяге провода при намотке, обеспечивающем заданное поле механических напряжений в соленоиде при введении в систему тока. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Построена программа расчета на ЭВМ, позволяющая точно решать задачу о натяжении провода при намотке соленоида, при котором тангенциальные натяжения всех витков являются постоянными. Программа позволяет получить закон изменения предварительного натяжения в виде полинома n -й степени, что в свою очередь можно использовать для получения распределения величин давления тангенциального натяжения и смещения по обмотке. Вторая часть программы используется для проверки основной программы.

Ил. 4, библиогр. 9 назв.

УДК 537.312.62 + 538.1

Криволюцкая Н. В., Русинов А. И. Об одном из возможных механизмов разрушения сверхпроводящего состояния в магнитах. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Исследованы условия, при которых происходит отрыв обмотки от карнаса соленоида, происходящий под действием радиальных магнитомеханических сил, величина которых пропорциональна напряженности магнитного поля и усредненному значению плотности тока. Показано, что для каждой конкретной сверхпроводящей системы существует зависящая от геометрических и упругих постоянных, а также от конструкции критическая плотность тока, такая, что при превышении ее обмотка отрывается от карнаса.

Ил. 6, библиогр. 9 назв.

УДК 539.2 + 681.128.6

Агапов Г. И., Высоцкий В. С.,[†] Гаранов С. А., Закосаренко В. М., Иванов В. Е., Карасик В. Р., Клешина О. А., Конюхов А. А., Курляндцев Г. С., Леонов В. И., Мальгинов В. А., Матохин В. В., Сидоров М. В., Цебро В. И., Цихон В. Н. Стенд для исследования сверхпроводящих устройств. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Описан стенд для исследования сверхпроводящих магнитных систем и их отдельных элементов. Приведена общая компоновка стенда и дано описание отдельных элементов стенда — испытательных криостатов, системы криогенного обеспечения, источников электропитания сверхпроводящих магнитных систем, комплекса измерительной и записывающей аппаратуры, а также установки для намотки сверхпроводящих устройств.

Ил. 9, библиогр. 4 назв.

УДК 539.2

Сидоров М. В. Метод измерения механических деформаций сверхпроводящих магнитных систем. — В кн.: Переходные процессы [в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Описан метод измерения механических деформаций сверхпроводящих магнитных систем. Представлен ряд экспериментальных результатов по измерению смещения обмотки соленоида под действием пондеромоторных сил. Полученные экспериментальные зависимости хорошо согласуются с теоретическими значениями, рассчитанными на основе приближения бесконечно длинного соленоида.

Ил. 6, библиогр. 5 назв.

УДК 537.312.62

Закосаренко В. М., Каряев Е. В., Цебро В. И. Модуляционные методы измерения критических токов в жестких сверхпроводниках II рода. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

В работе описана установка для бесконтактных измерений плотности критического тока в жестких сверхпроводниках II рода в сильных (до 165 кЭ) магнитных полях и широком интервале температур (от 2 К вплоть до T_c) и подробно проанализированы физические принципы, лежащие в основе данной методики. Возможности описанной в работе методики проиллюстрированы на примере исследований явлений пиннинга в массивных образцах тройных сульфидов молибдена (PbMo_3S_6).

Ил. 9, библиогр. 16 назв.

УДК 537.312.62

Ельцев Ю. Ф., Закосаренко В. М., Цебро В. И. Струнный магнитометр. — В кн.: Переходные процессы в сверхпроводящих магнитных системах (Труды ФИАН, т. 150). — М.: Наука, 1984.

Описаны принцип работы и конструкция усовершенствованного варианта струнного магнитометра, методика измерения магнитного момента. Показано, что введение компенсационной катушки в струнный магнитометр позволяет осуществить его работу в двух режимах: прямого измерения магнитного момента по отклонению частоты колебаний струнного генератора от начальной и автокомпенсации. Чувствительность струнного магнитометра по моменту составляет в режиме прямого измерения $\sim 10^{-3}$ ед. СГСМ, в режиме автокомпенсации $\sim 10^{-1}$ ед. СГСМ ($H = 50$ кЭ, $dH/dz = 2$ кЭ/см).

Ил. 5, библиогр. 1 назв.

**Переходные процессы
в сверхпроводящих магнитных системах**

**Труды ордена Ленина Физического института им. П. Н. Лебедева
Том 150**

*Утверждено к печати
ордена Ленина Физическим институтом им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР*

Редактор издательства *Н. Н. Лезнова*. Художественный редактор *Т. П. Поленова*
Технический редактор *Н. Н. Плохова*. Корректор *И. А. Талалай*

ИБ № 27969

Сдано в набор 15.02.84. Подписано к печати 25.06.84. Т-09679. Формат 70×108^{1/16}
Бумага типографская № 2. Гарнитура обыкновенная. Печать высокая
Усл. печ. л. 13,3. Уч.-изд. л. 14,1. Усл. кр. отт. 13,65. Тираж 1000 экз. Тип. зак. 54.
Цена 2 р. 20 к.

Издательство «Наука» 117864 ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90
2-я типография издательства «Наука» 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

В ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «НАУКА»
ГОТОВИТСЯ К ПЕЧАТИ:

**СВЕРХПРОВОДНИКИ С РЕШЕТКОЙ ТИПА A15
И МОСТИКОВЫЕ КОНТАКТЫ НА ИХ ОСНОВЕ**

(Труды Физ. ин-та им. П. Н. Лебедева. Т. 151).

20 л. 3 р. 10 к.

В сборнике рассматриваются физические характеристики ряда высокотемпературных сверхпроводников; анализируется связь критической температуры сверхпроводников с их электронными, фотонными, атомными и структурными свойствами; приводятся новые данные по росту пленок из сверхпроводящих соединений.

Издание рассчитано на специалистов в области физики твердого тела.

Книги можно предварительно заказать в магазинах Центральной конторы «Академкнига», в местных магазинах книоторгов или потребительской кооперации без ограничения.

Для получения книг почтой заказы просим направлять по адресу:

117192 Москва, Мичуринский проспект, 12, магазин «Книга — почтой» Центральной конторы «Академкнига»;

**197345 Ленинград, Петроваводская ул. 7, магазин «Книга — почтой» Северо-Западной конторы «Академкнига»
или в ближайший магазин «Академкнига»**