

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

На правах рукописи
УДК 539.12

С.В. МОЛОДЦОВ

КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ
НЕАБЕЛЕВЫХ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ
И ПРОБЛЕМА ВАКУУМА КХД

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Протвино 2009

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики имени Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
К.Г. Клименко (ГНЦ ИФВЭ, Протвино)

доктор физико-математических наук,
Э.А. Кураев (ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, ОИЯИ, Дубна)

доктор физико-математических наук, профессор
Р.Н. Фаустов (ВЦ им. Дородницына РАН, Москва)

Ведущая организация:

Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (НИИЯФ МГУ).

Защита диссертации состоится “ ____ ” _____ 2010 г. в
— на заседании диссертационного совета Д 201.004.01 Государственного научного центра Российской Федерации Институт физики высоких энергий, г. Протвино, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института физики высоких энергий.

Автореферат разослан “ ____ ” _____ 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Ю.Г. РЯБОВ

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Значительный всплеск интереса к классической теории неабелевых полей связан с открытием инстантонов. Уже тогда стало понятным, что в области низких энергий мог бы реализоваться своеобразный сценарий квазиклассического приближения, в котором классические решения уравнений Янга–Миллса с нетривиальной топологией ((анти-)инстантоны) играют определяющую роль в формировании вакуума квантовой хромодинамики (КХД) (С.Г. Callan, R. Dashen, D.J. Gross). Предполагается, что константа связи в этой области замораживается где-то на масштабе среднего размера инстантонов, а в качестве адекватного насыщающего континуальный интеграл ансамбля принимается жидкость (газ) случайно ориентированных в цветовом пространстве и однородно распределенных по 4-х мерному евклидову пространству (анти-)инстантонов. Поля кварков находятся под воздействием этого фонового поля, которое в конечном итоге и определяет все ”наблюдаемые” величины: глюонный и киральный конденсаты, динамическую массу кварка, константу пионного распада и т.д. Сформулированная на этих принципах модель вакуума, как инстантонная жидкость, оказывается весьма эффективным инструментом в приложениях, и, пожалуй, единственной, в которой рассмотрение прослеживается исходя из основополагающего лагранжиана КХД и доводится до разумного с точки зрения феноменологии ответа.

Помимо общетеоретического интереса, вопросы квазиклассического описания неабелевых полей стали остро востребованными особенно в последнее время, в связи с проведением экспериментов по столкновению ультрарелятивистских тяжелых ионов в лабораториях Berkeley, Дубны, CERN и Brookhaven, которые по существу открыли новую область исследований, лежащую на стыке традиционных наук — физики элементарных частиц и физики ядра, и направленную на изучение сильновзаимодействующей материи в экстремальных условиях высоких плотностей энергии и барионного заряда. Наблюдая материю, сжатую до плотностей, значительно превышающих плотность в нуклонах, эта новая область исследований позволяет изучать и проверять КХД на ее естественном энергетическом масштабе (Λ), затрагивая фундаментальные вопросы конфайнмента, нарушения киральной инвариантности и проблему структуры физического вакуума. Возможность существования сильновзаимодействующей материи в фазе кварк-глюонной плазмы (КГП) остается до сих пор одним из наиболее фундаментальных и интригующих предсказаний квантовой хромодинамики практически с момента ее открытия. На феноменологическом уровне эта фаза понимается как состояние, в котором кварки и глюоны при конечных значениях температуры (T) и (или) кваркового/барионного хи-

мического потенциала (μ) могут относительно свободно распространяться на значительные (естественно, по адронной шкале) расстояния. Даже простейшие качественные оценки физических характеристик этой фазы оказались правдоподобными настолько, что позволили начать активный экспериментальный поиск КПП в столкновениях релятивистских тяжелых ионов. И хотя первые исследования принесли в определенном смысле достаточно обнадеживающие результаты, получение убедительных заключений требует выполнения новой генерации экспериментов, которые, в свою очередь, настоятельно диктуют проведение серьезного количественного анализа фазовой диаграммы КХД.

Казалось бы, решеточная КХД позволит решить эту проблему, исходя из первых принципов теории, однако пока это решение продвинуто все еще до уровня, достаточно далекого от полной уверенности. И тем не менее решеточное приближение КХД показало, что ее фазовая структура является скорее всего достаточно богатой. В частности, сегодня мы твердо знаем, что при температуре ниже некоторого критического значения происходит нарушение киральной симметрии исходного лагранжиана, и кварки оказываются связанными. Более того, решеточные вычисления свидетельствуют, что явления эти имеют место в результате соответствующих фазовых переходов, критические температуры которых близки, а в некоторых расчетах практически совпадают. Это наблюдение указывает, что оба явления, могут быть тесно связаны, и эвристически оно может сыграть важную роль вообще в понимании механизма конфайнмента.

Поведение сильновзаимодействующей материи при конечных кварковых/барионных плотностях остается значительно менее изученным. С теоретической точки зрения причина этого кроется в известных серьезных трудностях, с которыми КХД сталкивается при введении фермионов на решетку и, в особенности, при обобщении на ненулевые значения кварковой/барионной плотности. Что касается феноменологической стороны, то полученные экспериментальные данные оказались малоинформативными для развития теории в этом направлении. Понятно, что и сейчас, и в будущем с ростом энергии сталкивающихся тяжелых ионов мы будем производить сильновзаимодействующую материю все ближе и ближе к температурной оси ($\mu-T$)-плоскости. В этой ситуации феноменологическое развитие исследований вдоль μ -оси будет полагаться в основном на астрофизические наблюдения компактных звезд. В последние годы было понято, что эффект дикваркового спаривания в цветном канале $\bar{3}$ за счет взаимодействия, индуцированного инстантонами, может оказаться существенно более весомым, чем рассмотренное прежде притяжение, вызванное одноглюонным обменом, и привести при высоких кварковых/барионных плотностях, в частности, к фазе цветной сверхпроводимости и вообще далеко

нетривиальной картине в $(\mu-T)$ -плоскости.

Одной из актуальнейших задач является изучение условий, при которых воздействие на физический вакуум может оказаться существенным, поскольку в этом случае можно надеяться обнаружить яркий сигнал, свидетельствующий о сильном изменении физических свойств системы. Знание уравнения состояния, фазовой структуры ядерной (адронной, кварковой) материи при экстремальных плотностях существенно и для астрофизики, для понимания динамики взрыва сверхновых и стабильности нейтронных звезд, а также возможных других экзотических компактных астрофизических объектов.

Цель диссертации. Главной целью работы является развитие модели физического вакуума КХД, основанной на использовании квазиклассических решений с нетривиальной топологией (в частности, модели инстантонной жидкости), а также изучение влияния на вакуумный ансамбль различных физических факторов, которые, как ожидается, могут проявиться в процессе столкновения ультрарелятивистских тяжелых ионов. В частности это могут быть: высокая температура и большая плотность кварковой/барионной материи, сильные поля, в том числе глюонные поля невакуумной природы, генерируемые на ранней стадии столкновения. Фундаментальной задачей является определение фазовой диаграммы КХД и уравнения состояния сильновзаимодействующей материи.

Задачи работы. В диссертации рассматриваются следующие вопросы:

- 1) На примере задачи о двух пробных точечных цветовых зарядах развивается приближение хромостатики. Детально описывается динамика цветовых зарядов и порождаемого ими глюонного поля.
- 2) Дается описание поля цветовых зарядов в условиях цветового сверхпроводника, моделируемого в виде, аналогичном модели Гинзбурга–Ландау. На примере хромомагнитных зарядов проанализирован механизм конфайнмента кварков, основанный на идее дуальной сверхпроводимости.
- 3) Рассмотрены системы типа тяжелых кваркониев, с учетом действия флуктуаций вакуумных полей, моделируемых в виде инстантонной жидкости, с использованием кластерного разложения для стохастического глюонного поля.
- 4) На примере инстантона в сингулярной калибровке изучается устойчивость индивидуальной псевдочастицы при воздействии сильного внешнего глюонного поля. Для этой цели формулируется и решается задача поиска оптимальных деформаций псевдочастицы.
- 5) Изучается поведение точечного источника евклидова неабелева поля в инстантонной жидкости. В рамках суперпозиционного анзаца в приближении среднего поля исследуется экранирование внешнего цветового поля.
- 6) Разрабатывается вариант вариационного принципа, позволяющий в длин-

новолновом приближении описывать влияние сильных глюонных полей на инстантонную жидкость. Изучается задача о поле точечного источника евклидова неабелева поля, как функции константы связи.

7) Построен ансамбль псевдочастиц в самосогласованной форме с оптимальным профилем псевдочастиц. Как следствие, позволяющий количественно сравнивать роль различных факторов, определяющих профиль псевдочастицы, и, одновременно, свойства вакуумного ансамбля.

8) Идея деформаций псевдочастиц позволяет описывать возбуждения инстантонной жидкости. В частности, мода, связанная с изменением равновесного размера псевдочастиц, приводит к массивному скалярному полю с массой порядка 1 ГэВ. По аналогии с физикой конденсированного состояния коллективные возбуждения инстантонной жидкости названы фононоподобными возбуждениями. Исследуется как меняются параметры спонтанного нарушения киральной инвариантности, при учете этих возбуждений. Для этой цели развивается приближение головастиков.

9) Изучаются вопросы смешивания скалярного поля фононоподобных возбуждений и сигма мезона, в нормальных условиях, и в условиях высоких температуры и плотности кварков. Выявляются специфические черты фононоподобных возбуждений, способствующие их экспериментальному обнаружению.

10) Разработан эффективный алгоритм поиска равновесных параметров инстантонной (калоронной) жидкости при конечных температуре и кварковом/барионном химическом потенциале. Рассмотрено влияние фононоподобных возбуждений на параметры спонтанного нарушения киральной инвариантности и дикваркового конденсата в этих условиях.

11) Изучено поведение кварков, находящихся под действием сильного стохастического глюонного поля. На модельном примере из квантовой механики, вырабатывается процедура усредненного описания ансамбля, построенная на функционале плотности, и волновом функционале. Полученные результаты оказываются весьма плодотворными при выводе эффективных гамильтонианов. На основе процедуры Боголюбова-Хартри-Фока изучается основное состояние кваркового ансамбля, как функция корреляции стохастического глюонного поля.

12) Анализируются вопросы заполнения сферы Ферми квазичастицами кварков, и находится состояние, минимизирующее среднюю энергию ансамбля. В частности, определяется химический потенциал кварков, и давление кваркового ансамбля. Дается оценка давления физического вакуума.

Научная и практическая ценность работы.

В работе развито детальное описание физического вакуума в виде инстантонной жидкости, в самосогласованной форме в приближении средне-

го поля (функционала плотности инстантонной жидкости). Микроскопическое описание насыщающих континуальный интеграл конфигураций, на основе изучения деформаций соответствующих решений уравнений Янга–Миллса, позволило в деталях исследовать влияние внешних глюонных полей. Кроме того продемонстрирована возможность описывать и возбуждения самого насыщающего ансамбля, в частности, инстантонной жидкости. Развитое описание применяется для детального изучения поведения инстантонной (калоронной) жидкости в условиях горячей и плотной среды сильновзаимодействующей материи. На этой основе исследуется фазовая диаграмма КХД.

Для описания внешнего глюонного поля развито приближение хромо-статистики, которое позволило детально исследовать динамику двух пробных, несущих классический цветовой заряд частиц, и динамику порождаемого ими поля. Исследование соответствующих задач с классическим глюонным полем, выявило нетривиальную специфику неабелева случая. Протестирован механизм конфайнмента кварков, основанный на идее дуальной сверхпроводимости, для соответствующего лагранжиана со скалярным полем, моделирующим цветовой сверхпроводник. Найден неабелев аналог абрикосовского вихря. Продемонстрировано, однако, что в неабелевом случае решение неустойчиво, и возникает настоятельная необходимость поиска механизма стабилизации поля.

Впервые обнаружена сингулярность энергии точечных источников евклидова неабелева поля в инстантонной жидкости. Детальный анализ взаимодействия формирующих физический вакуум полей и внешнего глюонного поля показывает, что в ансамбле, в частности, в инстантонной жидкости, развивается экранирование цветового поля. Показано, что эффект обусловлен корреляциями квантового поля, вызываемого квазиклассическим полем насыщающих конфигураций. Получен соответствующий эффективный лагранжиан, и даны оценки параметров экранирования, вполне согласующиеся с проведенными недавно решеточными измерениями.

Важным результатом проведенного изучения поведения кварков под действием сильного стохастического глюонного поля, является вывод, о том, что плодотворной может оказаться процедура усредненного описания кваркового ансамбля. На основе анализа квантово-механической задачи, продемонстрировано различие в описании, основывающемся на матрице плотности, и с помощью усреднения волнового функционала. В приближении "белого шума" найден соответствующий эффективный гамильтониан, и изучено его основное состояние по методу Боголюбова–Хартри–Фока, как функции коррелятора, описывающего стохастическое глюонное поле. Впервые обнаружена разрывная сингулярность функционала сред-

ней энергии кваркового ансамбля, как функции токовой массы кварка.

Полученный явным образом детерминант Слеттера позволил изучить вопросы заполнения сферы Ферми квазичастицами кварков, и решить задачу поиска заполненного состояния, обладающего наименьшей средней энергией. Как следствие, оказалось возможным: впервые выявить ветви решений уравнений для динамической массы кварка, которые были пропущены в предыдущих исследованиях, предшествующими авторами; определить химический потенциал кварка, а также давление кваркового ансамбля. В случае корреляционной функции, отвечающей модели Намбу–Иона-Лазинио интересным представляется наличие почти вырожденного с вакуумом состояния, при заполнении сферы Ферми до импульсов порядка динамической массы кварка (значение, характерное для импульса кварка в барионе). Плотность этого состояния соответствует нормальной ядерной плотности. В целом, приводимые оценки эффектов заполнения сферы Ферми кварками являются последовательным микроскопическим обоснованием модели мешка, а сами заполненные состояния выглядят при этом как естественный материал из которого могут быть построены барионы.

Развитые в диссертации методы находят свое применение: при описании фазовой диаграммы КХД и уравнения состояния сильновзаимодействующей материи; для оценок изменений характеризующих вакуумное состояние величин под действием генерируемых в процессе столкновений сильных глюонных полей, а также высоких температуры и плотности барионной/кварковой материи, с целью обнаружения эффективного экспериментального сигнала формирования КГП.

Научная новизна работы.

В диссертации развивается картина физического вакуума КХД, основанная на идее существования в нем квазиклассических неабелевых полей с нетривиальной топологией.

В диссертации детально исследовано описание классического глюонного поля в приближении хромостатики; проведено тестирование механизма конфайнмента кварков на основе модели цветового сверхпроводника, и продемонстрирована неустойчивость неабелевого аналога абрикосовского вихря; предложена и реализована конструкция деформируемой псевдо-частицы, позволяющая описывать возбуждения насыщающего континуальный интеграл ансамбля; обнаружена сингулярность энергии точечных источников в инстантонной жидкости; изучено экранирование внешнего цветового поля в инстантонной жидкости; построено самосогласованное описание (анти-)инстантонного ансамбля в приближении среднего поля (функционала плотности инстантонной жидкости); предложена и реализована процедура усредненного описания кварков, находящихся под действием сильного стохастического поля; обнаружена сингулярность сред-

ней энергии кваркового ансамбля, как функции токовой массы кварка; исследованы вопросы заполнения сферы Ферми квазичастицами кварков, и продемонстрировано, что соответствующая картина может служить микроскопическим обоснованием модели мешка.

Автором впервые получены и выносятся на защиту:

1) Решение задачи о двух пробных частицах, несущих цветовой заряд. Развитая картина хромостатики позволила непосредственным образом протестировать механизм дуальной сверхпроводимости конфайнмента кварков, путем явного решения соответствующих полевых уравнений, и продемонстрировать неустойчивость решений с хромомагнитными зарядами.

2) Предложенный эффективный метод, позволяет анализировать континуальный интеграл в окрестности конфигураций, которые его насыщают. Эта задача актуальна при описании влияния внешнего поля на насыщающую конфигурацию, и для построения насыщающего ансамбля в самосогласованной форме. Для этого впервые предложено изучать деформированные решения, которые получаются путем варьирования соответствующих параметров, описывающих его. Конкретная реализация метода в применении к модели инстантонной жидкости использует сингулярный характер решения для (анти-)инстантона в сингулярной калибровке, и заключается в применении мультипольного разложения параметров (размера, и матрицы ориентации в цветовом пространстве), с последующим определением коэффициентов мультипольного разложения из соответствующей вариационной процедуры. На этой основе детально исследована задача об инстантоне в поле точечного источника евклидова неабелева поля.

3) Проведенное впервые детальное описание точечных источников евклидова неабелева поля в (анти-)инстантонном ансамбле показало наличие сингулярности энергии источников, как функции размера области, в которой ансамбль псевдочастиц находится. Полученная оценка соответствующего коэффициента натяжения вполне соответствует коэффициенту натяжения струны.

4) Проведенное впервые изучение задачи взаимного влияния вакуумной компоненты и внешнего поля приводит к идее экранирования цветового заряда инстантонной жидкостью. Построен соответствующий эффективный лагранжиан, и дана оценка параметров экранирования. Независимые решеточные измерения, полученные в самое последнее время, можно интерпретировать как генерацию массы глюона в инфракрасной области импульсов (порядка 200 МэВ), причем шкала масс практически одинакова, и для полученной в диссертации оценки, и для решеточных измерений.

5) Предложенная и реализованная вариационная процедура, позволила описывать в длинноволновом приближении реакцию инстантонной жид-

кости на сильное внешнее глюонное поле. Детально исследована задача о точечном источнике евклидова неабелева поля, как функция константы связи.

6) Впервые, на основе развитого вариационного принципа, построено самосогласованное описание ансамбля (анти-)инстантонов в приближении среднего поля (функционала плотности инстантонной жидкости), с оптимальным профилем псевдочастиц, определяемым самосогласованным образом вместе с ансамблем псевдочастиц.

7) Предложена и развита идея деформаций насыщающих континуальный интеграл конфигураций, которая позволяет описывать возбуждения ансамбля. Результаты конкретного исследования деформации размера (анти-)инстантонов, названные фононоподобными возбуждениями инстантонной жидкости, позволили получить соответствующий эффективный лагранжиан для массивного скалярного поля деформаций.

8) Предложенный механизм смешивания скалярного поля фононоподобных возбуждений инстантонной жидкости и сигма мезона, позволил продемонстрировать, что качественно картина сводится к наличию в скалярном секторе двух мезонов тяжелого и "легкого", существенно разнесенных по массе и большой ширины, отличительной чертой которых является наличие примеси частицы некварковой (глюонной) природы, свойства которой предсказываются.

9) Разработана эффективная процедура поиска равновесных параметров инстантонной (калоронной) жидкости как функции температуры и кваркового/барионного химического потенциала. В приближении головастиков изучены вопросы влияния фононоподобных возбуждений на фазу с нарушенной киральной инвариантностью, и дикварковую фазу. Показано, что учет соответствующего возмущения инстантонной жидкости приводит к существенному увеличению критического химического потенциала кварков μ_c , что в свою очередь вызывает заметное увеличение пороговой плотности кварковой материи, при которой следует ожидать возникновение цветной сверхпроводимости.

10) Изучен механизм генерации динамической массы кварка в стохастическом глюонном поле, и получены оценки поведения инстантонной жидкости при ненулевой температуре и конечном кварковом/барионном химическом потенциале. В частности показано, что одним из проявлений заполнения сферы Ферми массивными кварками может быть увеличение динамической массы кварка, и, как следствие, увеличение критического химического потенциала, при котором происходит восстановление киральной инвариантности, от стандартного значения примерно на $\simeq 100$ МэВ.

11) Исследовано поведение кварков под действием сильного стохастического глюонного поля, которое позволило на основе процедуры усред-

ненного описания системы получить эффективный гамильтониан и найти его основное состояние в приближении Боголюбова–Хартри–Фока. Впервые продемонстрировано различие в описании, основывающемся на матрице плотности ρ , и с помощью усреднения волнового функционала. Показано, что средняя по ансамблю энергия под действием неограниченно долго действующего возмущения, в общем случае, зависит от времени. Однако усредненное по времени описание может привести в асимптотике к описанию в терминах эффективного гамильтониана, и соответствующих собственных значений этого гамильтониана (уже не зависящих от времени), при условии достаточной чистоты соответствующей усредненной по времени матрицы плотности $\zeta = \text{Tr} \overline{\rho^2} \sim 1$. Проведено сравнение различных модельных гамильтонианов как функции соответствующего коррелятора, характеризующего стохастический ансамбль. Подробно исследован переход к киральному пределу и обнаружена разрывная сингулярность функционала средней энергии, как функции токовой массы кварка.

12) Построение явным образом детерминанта Слеттера позволило изучить вопросы заполнения сферы Ферми квазичастицами кварков. Найдено заполненное состояние, минимизирующее среднюю энергию ансамбля кварков. Определены химический потенциал кварка и давление кваркового ансамбля. Дана оценка давления вакуума. Впервые выявлены ветви решений уравнений для динамической массы кварка, пропущенные в предыдущих исследованиях, предшествующими авторами. В случае корреляционной функции, отвечающей модели Намбу–Иона-Лазинио интересным представляется наличие почти вырожденного с вакуумом состояния при заполнении сферы Ферми до импульсов порядка динамической массы кварка (значение, характерное для импульса кварка в барионе). Плотность этого состояния соответствует нормальной ядерной плотности ($n \sim 0.12/\text{фм}^3$). Демонстрируется, что давление обсуждаемого заполненного состояния также почти вырождено с вакуумом. В целом, приводимые оценки эффектов заполнения сферы Ферми кварками, рассматриваемыми как квазичастицы, позволяют рассматривать развитую картину как микроскопическое обоснование модели мешка, а отделенные от зоны неустойчивости ($dP/dP_F < 0$) заполненные состояния выглядят как естественный материал из которого могут быть построены барионы.

Достоверность полученных в диссертации результатов обусловлена использованием хорошо разработанных и проверенных методов квантовой теории поля. Все полученные результаты выдерживают проверку при переходе к известным предельным случаям. Аналогично все вычислительные процедуры проходили проверку при переходе к асимптотическим режимам, допускающим аналитическую проверку. Двумерные расчеты проведены с использованием хорошо зарекомендовавших себя методов конеч-

ных разностей, широко применяемых в мировой научной практике.

Апробация работы. Основные результаты диссертации опубликованы в ведущих зарубежных и российских научных журналах (см. список литературы) и докладывались на российских и международных конференциях. Они апробированы и докладывались на теоретических семинарах в ИТЭФ, ИФВЭ, НИИЯФ МГУ, ОИЯИ; Международной конференции ИТЭФ по адронным взаимодействиям (июнь 1991 г.); XV Семинаре по физике высоких энергий и теории поля (Протвино, 6-10 июля 1992 г.); на Научных конференциях отделения ядерной физики АН России по фундаментальным взаимодействиям элементарных частиц; Всесоюзном симпозиуме "Метод дискретных особенностей в задачах математической физики", (Одесса 1991 г.); конференции LATTICE98 (confine); конференции "Lattice fermions and the structure of the vacuum", 5-9 October, 1999, Дубна; симпозиуме "Lattice 2001", Berlin; Quark Matter2002, Nantes, France, 18-24 July 2002; NATO Workshop "Hadron Physics and Vacuum Structure from Lattice QCD", Protvino, May 28-30 (2003); VIII International Conference on Nucleus-Nucleus Collisions, Moscow, June 17-21 (2003); NATO Advanced Research Workshop "New trends in particle detection of experiments of the future European facilities", Yalta, Crimea, Ukraine, May 16-20 (2005); Физика фундаментальных взаимодействий, ИТЭФ, Москва 5 – 9 декабря 2005 г.; Quark Matter2006, Shanghai, China, 14 – 20 November 2006; New physics and quantum chromodynamics at external conditions, Dnipropetrovsk National University, Ukraine, may 3-6, 2007; "Физика фундаментальных взаимодействий" ИФВЭ, Протвино, 22-25 декабря, 2008; XIII International conference on selected problems of modern physics, Dubna, Russia, June 23-27, 2008; Quark Matter2008, Jaipur, India, 4 – 10 February 2008; New physics and quantum chromodynamics at external conditions, Dnipropetrovsk National University, Ukraine, may 3-6, 2009. Международная Боголюбовская конференция "Современные проблемы теоретической и математической физики", 15-18 сентября, 2009, Украина, Киев.

Публикации и личный вклад автора. Вошедшие в диссертацию результаты опубликованы в работах [1]—[41], в ведущих российских и зарубежных журналах. Все основные результаты, представленные в диссертации, опубликованы в журналах из перечня ВАК.

В диссертацию включены результаты, полученные лично автором, а также результаты, в получение которых автор внес определяющий вклад. Автором осуществлялись формулировка задач, разработка путей и методов их решения, развитие необходимого математического, а также вычислительного аппаратов, подготовка текстов публикаций.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав и шести приложений, заключения и списка литературы. Материал

изложен на 274 страницах, включает 65 рисунков, 9 таблиц, содержит 156 библиографических ссылок.

Краткое содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется цель работы, дается краткий обзор используемых методов и приводится план диссертации.

В **первой главе** разрабатывается нерелятивистское приближение в задаче двух тел, взаимодействующих посредством неабелева калибровочного поля. В нулевом порядке по v/c для $SU(2)$ группы получается система хромостатических уравнений эллиптического типа. Хромозлектрический потенциал берется в виде: $\tilde{\varphi} = \pi_1 \tilde{P} + \pi_2 \tilde{Q}$, где \tilde{P} и \tilde{Q} заряды источников, расположенных в точках \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 соответственно; π_1 и π_2 — функции только координат \mathbf{x} . Векторное поле $\tilde{\mathbf{A}}$ натягивается на векторное произведение зарядов источников: $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{a} \tilde{P} \times \tilde{Q}$, где \mathbf{a} зависит также только от координат. С учетом сделанных подстановок уравнения Янга–Миллса приводятся к виду:

$$DD(\pi - \tilde{\pi}) = \delta, \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{a} = g(\pi - \tilde{\pi})JD(\pi - \tilde{\pi}), \quad (1)$$

где $D = \nabla \delta + g\mathbf{a}C$, C и J обозначают 2×2 матрицы, построенные из скалярного произведения (изо)векторов зарядов, $\pi_1^* = \pi_1(\mathbf{x}_2)$, $\pi_2^* = \pi_2(\mathbf{x}_1)$ — значения потенциалов в месте расположения заряда. Условие совместности системы уравнений Янга–Миллса: $D^\mu J_\mu^a = 0$, описывает прецессию изотопических векторов \tilde{P} и \tilde{Q} вокруг постоянного вектора $\tilde{\Omega} = \pi_1^* \tilde{P} + \pi_2^* \tilde{Q}$, с частотой $|\tilde{\Omega}|$. Изучаются регулярные решения системы (1) для векторного поля без источников и стоков, и для столбца потенциалов в виде суперпозиции кулоновского (сингулярного) и регулярного решений. В целом, векторное поле выглядит как поле постоянного магнита с полюсами на концах отрезка $[\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]$. В частности, на отрезке, где расположены точки $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$, поле \mathbf{a} коллинеарно соединяющему их вектору, и одинаково по величине. Решение для зарядов, находящихся на расстоянии d , выражается через решение для зарядов, расположенных на расстоянии 1: $\pi(\mathbf{x}; d) = d^{-1}\pi\left(\frac{\mathbf{x}}{d}; 1\right)$, $\mathbf{a}(\mathbf{x}; d) = d^{-1}\mathbf{a}\left(\frac{\mathbf{x}}{d}; 1\right)$, (в случае D пространственных измерений d^{-1} заменяется на d^{-D+2}). Если векторное поле на заряде не равно нулю, то в потенциале обнаруживается особенность — предельное значение потенциала зависит от пути по которому осуществляется переход в точку расположения заряда (например, $\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_1} \pi_2(\mathbf{x})$). В разделах 1.1.2 и 1.1.3, на модельной задаче, проведено подробное исследование постановки краевого условия, с помощью которого можно было бы аппроксимировать точечный источник в этом случае. В том случае, когда векторное

поле на заряде строго равно нулю, регулярные решения возможны только при выполнении условия (для заряда \tilde{P} , например) $(g/4\pi)^2 (\tilde{P}\tilde{P}) \leq l(l+1)$, параметр пробегает значения $l = 0, 1, \dots$, и отвечает полиному Лежандра, на который натягивается регулярное решение. Помимо этого ограничения, оказывается возможным извлечь условие вещественности решений $(g/4\pi)^2 (\tilde{P}\tilde{P}) \leq (l + 1/2)^2$, которое совпадает с неравенствами, полученными в работах других авторов. Нарушение этого условия интерпретировалось как падение цветозаряженных безмассовых глюонов на источник заряда, и полная экранировка заряда, аналогично явлению рождения из вакуума, электрон-позитронных пар. Понятно, что первое значение критического заряда достигается раньше, чем вступает в силу второе ограничение, и поэтому прежде чем разовьется полная экранировка заряда, произойдет перестройка поля.

Далее задача решается численно методом конечных разностей на неравномерной сетке. В работе приводятся результаты вычислений в области констант связи, характерной для физики тяжелых кваркониев. Получена оценка константы связи, где начинает сказываться сильная нелинейность.

На основе полученных данных в разделе 1.2 подробно описывается движение двух частиц, а также исследуются вопросы излучения глюонов цветовыми зарядами. В разделе также рассмотрены некоторые аспекты самосогласованного описания полей материи в создаваемом двумя цветовыми источниками глюонном поле, и обсуждается применение приближения хромостатики для описания свойств структурных функций ядер в области малых поперечных импульсов. Было показано, что напряженности поля ориентированных по направлению движения дипольных конфигураций, регуляризованные усреднением E_{reg}, H_{reg} , допускают прямой предельный переход $v \rightarrow 1$ для физически наблюдаемых величин и приводят к функциям распределения с разумными асимптотиками. Такое описание может дать ключ к пониманию структуры классических глюонных полей, порождаемых при столкновении ультрарелятивистских ядер и находится в соответствии с представлениями о ядерных структурных функциях, развиваемыми в модели конденсата цветового стекла.

В разделе 1.3 протестирован механизм конфайнмента кварков, основанный на идее дуальной сверхпроводимости. Для этого изучена задача о неабелевых зарядах в среде (вакууме), со свойствами глюонного сверхпроводника, в приближении среднего поля. Для этого наряду с полями Янга–Миллса вводится дополнительный параметр — скалярное поле $\tilde{\chi}$ (с цветом), призванное описывать реакцию цветового сверхпроводника на глюонное поле. Эффективный лагранжиан задается посредством двух феноменологических констант λ, F , характеризующих сверхпроводящие свойства. Подробно, численно и аналитически, исследована система уравнений

хромостатики для скалярного поля и глюонного поля с источниками

$$D^\mu \tilde{G}_{\mu\nu} + g D_\nu \tilde{\chi} \times \tilde{\chi} = \tilde{j}_\nu, \quad D^\mu D_\mu \tilde{\chi} - \lambda (\tilde{\chi}^2 - F^2) \tilde{\chi} = 0. \quad (2)$$

Проанализированы асимптотические режимы с выраженными сверхпроводящими свойствами ($\lambda \gg 1$). На основе информации о тяжелых кваркониях приводится оценка констант модельного лагранжиана.

Уравнения хромостатики можно приспособить и для описания хромомагнитных зарядов. Показано, что несмотря на наличие неабелева аналога абрикосовского вихря, механизм конфайнмента, основанный на идее дуальной сверхпроводимости, по-видимому, не полон, поскольку в неабелевом случае эти решения носят метастабильный характер.

В разделе 1.4 рассматриваются системы тяжелых кваркониев в более реалистическом приближении с моделью вакуума в виде инстантонной жидкости. Дается оценка сдвига уровней, вызванного флуктуациями вакуумных глюонных полей. Использование соответствующей вакуумной корреляционной функции позволяет существенно выйти за рамки дипольного приближения, в рамках которого строилось описание в основополагающих работах. Приводится ширина e^+e^- -распада резонансов. Показано, что, как в случае боттомония, так и чармония, инстантонная среда может обеспечить диктуемый экспериментом масштаб сдвигов и ширин уровней.

Содержание главы опубликовано в работах [1]—[11].

Вторая глава диссертации посвящена описанию (анти-)инстантона в поле точечного источника евклидового неабелевого поля. Эта частная задача появляется как необходимый элемент при изучении проблемы взаимного влияния формирующих физический вакуум полей, в качестве которых рассматривается (анти-)инстантонный ансамбль, и сильных глюонных полей невакуумной природы, которые могут возникать при столкновении ультрарелятивистских тяжелых ионов. В работе исследуется устойчивость индивидуальной псевдочастицы —(анти-)инстантона в сингулярной калибровке:

$$A_\mu^a(x; \gamma) = \frac{2}{g} \omega^{ab} \bar{\eta}_{b\mu\nu} \frac{\rho^2}{y^2 + \rho^2} \frac{y_\nu}{y^2}, \quad y = x - z, \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4, \quad (3)$$

по отношению к воздействию сильного внешнего глюонного поля. Здесь ρ — размер, ω — матрица цветовой ориентации, и z — координата центра псевдочастицы (для антиинстантона следует произвести замену символов 'т Хоофта $\bar{\eta} \rightarrow \eta$). Только при выполнении этого условия будет все еще справедливо говорить об ансамбле псевдочастиц. Не углубляясь в детали формирования воздействующего на ансамбль внешнего поля, ограничиваемся оценкой, которую можно извлечь из некоторых общих соображений.

Положим, что это классическое глюонное поле, сосредоточенное в малой области с характерным размером порядка размера ядра. Применим поэтому хорошо известное из электродинамики приближение в виде мультипольного разложения. Как известно, самым старшим выступает поле эффективного точечного заряда. Ограничимся, для определенности, этим членом, и исследуем задачу о псевдочастице в поле точечного источника евклидового неабелевого поля (понятно, что более слабые вклады могут быть проанализированы аналогичным образом). Для этого рассмотрим конфигурации вида (3), в которых размер (анти-)инстантона и его ориентация в "изотопическом" пространстве могут варьироваться, как функции центра псевдочастицы, т.е. $\rho \rightarrow R(x, z)$, $\omega^{ab} \rightarrow \Omega^{ab}(x, z)$. Такие конфигурации, с одной стороны, обладают нетривиальными топологическими свойствами, и, вместе с тем, чувствительны к наличию возмущающих факторов. В итоге можно прийти к некоторой сложной системе дифференциальных уравнений, которую, вообще говоря, можно исследовать численными методами. Принципиальной трудностью в реализации этой схемы является то, что, из-за почти сингулярного поведения (анти-)инстантонного решения, коэффициенты при старших производных для полей деформации $R(x, z)$ и $\Omega(x, z)$ будут сильно подавлены вне псевдочастицы. Это, как известно, не только заметно усложняет процесс поиска решений системы дифференциальных уравнений, но иногда делает его практически невозможным. Однако эта же особенность решения для псевдочастицы в сингулярной калибровке подсказывает и естественный способ обхода указанной трудности — использовать простую процедуру Рунге вместо метода сеток. Конкретно она реализуется в виде мультипольного разложения, например, для размера (анти-)инстантона:

$$\begin{aligned} R_{in}(x, z) &= \rho + c_\mu y_\mu + c_{\mu\nu} y_\mu y_\nu + \dots, & |y| \leq L \\ R_{out}(x, z) &= \rho + d_\mu \frac{y_\mu}{y^2} + d_{\mu\nu} \frac{y_\mu}{y^2} \frac{y_\nu}{y^2} + \dots, & |y| > L, \end{aligned} \quad (4)$$

(аналогично для ориентации инстантона в "изотопическом" пространстве $\Omega(x, z)$), где L — некоторый параметр, определяющий радиус сферы, на котором растущее с расстоянием мультипольное разложение заменяется на падающее, исходя из требования регулярности деформаций. Если интересоваться теорией возмущений не старше второго порядка малости, то коэффициенты $c_\mu, c_{\mu\nu}, \dots$ и $d_\mu, d_{\mu\nu}, \dots$, а также параметр L , определяются: минимизацией соответствующей квадратичной формы — $\delta S = 0$ (S — действие глюонного поля); граничными условиями на бесконечности; а также условиями сшивки "in" и "out" параметров на сфере $|y| = L$. Оказывается поле инстантона (в сингулярной калибровке) служит настолько сильным регуляризатором, что, при исследовании членов второго порядка малости

по отклонениям от ρ и ω , правомочно пользоваться только полями, R_{in} и Ω_{in} , пренебрегая уточнениями, вносимыми R_{out} и Ω_{out} , то есть формально, можно рассматривать предел $L \gg \rho$, ($L \rightarrow \infty$).

Даже в рамках такой постановки задачи обнаруживается неожиданно богатый спектр взаимодействий, и псевдочастицу можно рассматривать в качестве "поставщика" полей самой различной природы: скалярного поля, и поля, несущего цветовые индексы, похожего по своим свойствам на калибровочное поле, и других тензорных полей. Можно предположить, что скалярную компоненту следует считать естественным претендентом на роль переносчика взаимодействий в области мягких импульсов, а поле с цветовыми индексами, по-видимому, имеет непосредственное отношение к описанию экранирования цветового источника в инстантонной среде.

Описанная программа реализована в разделах 2.1 – 2.4 на примере дипольных членов разложения (4):

$$\delta\rho = \delta_{\mu\rho} y_{\mu}, \quad \delta\omega = \delta_{\mu\omega} y_{\mu}, \quad R = \rho + \delta\rho, \quad \Omega = \omega + \delta\omega. \quad (5)$$

Построена квадратичная форма, описывающая оптимальные деформации псевдочастицы, включающая 52 тензорных коэффициента, которые могут быть найдены аналитически, а также 8 тензоров, не интегрируемых в элементарных функциях, которые находятся численно. Подробно изучена алгебраическая задача поиска дипольных членов деформаций для констант связи g , характерных для физики тяжелых кваркониев. Заряд источника варьировался также в этом диапазоне $e \sim g$. Предложен приближенный способ определения деформаций, позволяющий анализировать деформации псевдочастицы явным образом. Формальным критерием применимости описания вакуумной конфигурации в виде псевдочастицы, является малость деформаций на характерной шкале порядка ее размера. Показано, что на расстояниях до источника в несколько инстантонных размеров, а также на малых расстояниях теория возмущений вполне применима. В тоже время, отклонения от асимптотического размера сильно зависят от взаимного расположения псевдочастицы и источника в "изотопическом" пространстве, и можно выделить режимы, в которых вклад дилатонных деформаций превалирует над вкладом вращательных деформаций.

В рамках суперпозиционного анзаца для ансамбля псевдочастиц в разделе 2.5 получена оценка средней энергии источника в инстантонной жидкости, которая линейно увеличивается с расстоянием. В случае диполя в синглетном по цвету состоянии энергия оказывается линейной функцией расстояния между источниками, с коэффициентом "натяжения", вполне согласующимся с имеющимися модельными и решеточными оценками.

Содержание главы опубликовано в работах [12], [13].

В **третьей главе** исследуются фононоподобные возбуждения инстантонной жидкости. При этом в качестве насыщающих континуальный интеграл конфигураций выбираются, рассмотренные во второй главе деформируемые псевдочастицы. Претендуя только на вычисление экспоненты производящего функционала, вклад таких конфигураций оценивается в квазиклассическом приближении также, как и для недеформированных псевдочастиц

$$Z = \sum_N \frac{1}{N!} \prod_{i=1}^N \int \frac{d\gamma_i}{\rho_i^5} C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} e^{-S}, \quad d\gamma_i = dz_i d\rho_i d\omega_i. \quad (6)$$

В модели инстантонной жидкости интеграл насыщается конфигурациями характерного размера $\bar{\rho}$. В нашем случае под действием S в этой формуле подразумевается действие, с учетом вклада деформаций. В результате для дилатонной составляющей ($\rho(z) = \bar{\rho} + \delta\rho(z)$) можно получить эффективное действие

$$\langle S \rangle \simeq \int dz \int d\rho n(\rho) \left\{ \frac{\kappa}{2} \left(\frac{\partial\rho}{\partial z} \right)^2 + s(\rho) \right\}, \quad (7)$$

где κ — кинетический коэффициент, вычисленный во второй главе, который характеризует способность инстантона менять размер; $s(\rho)$ — действие невозмущенной жидкости. Для малых отклонений от среднего по ансамблю значения размера псевдочастицы поле деформаций $\varphi = \delta\rho(z)$ описывается лагранжевой плотностью вида

$$\mathcal{L} = \frac{n\kappa}{2} \left\{ \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)^2 + M^2\varphi^2 \right\}, \quad (8)$$

с массовой целью фононоподобных возмущений

$$M^2 = \frac{s^{(2)}(\bar{\rho})}{\kappa} = \frac{2(11N_c - 2N_f - 12)}{3\kappa\bar{\rho}^2},$$

n — равновесная плотность инстантонной жидкости. Для чистой глюодинамики, например, с параметрами $N_c = 3$, N_f — число ароматов кварков, $\beta \simeq 17.5$, $\bar{\rho}\Lambda \simeq 0.37$, с характерной для инстантонной жидкости Λ порядка 280 МэВ, с кинетическим коэффициентом $\kappa = 0.9\beta$ (значение, найденное во второй главе диссертации) получается шкала масс возбуждений порядка 1 ГэВ. По квантовым числам рассмотренное возбуждение инстантонной жидкости отвечает глюболу.

В разделах 3.1 – 3.3 формулируется головастичное приближение при описании взаимодействий с легкими кварками, и даются оценки влияния фононоподобных возбуждений на описывающие состояние инстантонной

жидкости параметры. Влияние кварков на инстантонную жидкость незначительно. Не велико и изменение параметров теории спонтанного нарушения киральной инвариантности, в частности, масштаб поправок к кварковому конденсату составляет несколько МэВ. Распространение возмущений кваркового конденсата по инстантонной жидкости в развитой картине сродни проблеме полярона, когда при описании элементарных возбуждений требуется учитывать реакцию среды. В разделе 3.4 рассматривается случай кварков многих ароматов. Отличительной чертой лагранжиана фононоподобных возбуждений инстантонной жидкости, в сравнении с обсуждаемыми в литературе дилатонными лагранжианами, является их сильное взаимодействие с полями кварков, не вырождающееся в киральном пределе.

Вполне естественно ассоциировать полученные фононоподобные возбуждения с некоторым типом легких адронов, отличных по своей природе от (псевдо) голдстоуновских мезонов, появляющихся благодаря механизму спонтанного нарушения киральной инвариантности. В разделе 3.5 исследованы вопросы смешивания фононоподобных возбуждений и сигма мезона. Показано, что изменения в скалярном секторе, вызываемые возбуждениями инстантонной жидкости, могут оказаться весьма существенными. Качественно картина сводится к наличию двух скалярных частиц большой ширины далеко разнесенных по массе, причем более тяжелая компонента имеет меньшую ширину. Это вполне отвечает складывающейся экспериментальной ситуации последнего десятилетия со скалярными мезонами в области низких и умеренно-низких энергий, где имеется указание на существование в этом секторе двух "лишних", с точки зрения кварк-антикварковой классификации, экзотических состояний: широкого резонанса $f_0(1200-1600)$ и легкого σ -мезона ($f_0(400-1200)$).

Содержание главы опубликовано в работах [14]—[19].

В **четвертой главе** рассматриваются некоторые аспекты поведения сильновзаимодействующей материи при конечных температуре и кварковом/барионном химическом потенциале. Фоновое поле, насыщающее функциональный интеграл, выбирается в виде суперпозиции (анти-)калононов — периодических по евклидовому "времени", с периодом T^{-1} , решений уравнений Янга-Миллса

$$A_\mu^a(x, \gamma) = -\frac{1}{g} \omega^{ab} \bar{\eta}_{b\mu\nu} \partial_\nu \ln \Pi, \quad (9)$$

$$\Pi = 1 + \frac{\pi \rho^2 T}{r} \frac{\text{sh}(2\pi r T)}{\text{ch}(2\pi r T) - \cos(2\pi \tau T)},$$

Здесь $r = |\mathbf{x} - \mathbf{z}|$ расстояние в трехмерном пространстве до центра калорона z , $\tau = x_4 - z_4$ —аналогичное расстояние по "времени". При стремлении

температуры к нулю решение переходит в (анти-)инстантон в сингулярной калибровке. Находится функция распределения псевдочастиц по размерам

$$d(\rho; \mu, T) = d(\rho; 0, 0) e^{-\eta^2(\mu, T) \rho^2}, \quad \eta^2 = 2 \pi^2 \left[T^2 \frac{N_c}{3} + \sum_{f=1}^{N_f} \Pi^f(0, 0) \right], \quad (10)$$

где Π^f — соответствующий тензор поляризуемости, описывающий экранирование глюонных полей, вызываемое термализованным и плотным ансамблем кварков. Соответственно первое слагаемое в формуле для η описывает экранирование, вызываемое глюонами. В разделе 4.1 разрабатывается эффективный алгоритм поиска равновесного размера $\bar{\rho}(\mu, T)$ и плотности ансамбля калоронов $n(\mu, T)$. Получена оценка параметров инстантонной (калоронной) жидкости в приближении безмассовых кварков, которое отвечает режиму с наилучшим экранирующим эффектом, производимым кварками.

В разделах 4.2 и 4.3 изучается изменение фазовой диаграммы, связанное с фононоподобными возбуждениями инстантонной жидкости. При этом развивается приближение головастиков, аналогичное рассмотренному в третьей главе. Рассматривается фаза с нарушенной киральной инвариантностью, и фаза с ненулевым дикварковым конденсатом. Показано, что при учете фононоподобных возбуждений переход в фазу цветового сверхпроводника может существенно затягиваться в сторону увеличения кваркового химического потенциала. Стандартная оценка перехода в фазу цветовой сверхпроводимости, основанная на приближении нулевых мод, как известно, отвечает очень низким значениям химического потенциала кварков, таким, что фазовый переход можно было бы ожидать уже при плотностях нормальной ядерной материи. Существенно различной оказывается реакция инстантонной жидкости на увеличение плотности для обсуждаемых двух кварковых фаз (киральной и дикварковой). При ненулевом киральном конденсате плотность инстантонной жидкости почти не изменяется. В случае дикварковой конденсации, напротив, изменения параметров инстантонной жидкости могут оказаться весьма существенными.

В разделе 4.4 предпринята попытка оценить эффекты экранирования в инстантонной жидкости, которое оказывают уже массивные кварки. Изучается механизм генерации динамической массы кварка в стохастическом глюонном поле, и на основе синтеза с моделью Намбу–Иона-Лазинио получены оценки поведения инстантонной жидкости при ненулевой температуре и конечном кварковом химическом потенциале. В частности показано, что одним из проявлений заполнения сферы Ферми массивными кварками может быть увеличение динамической массы кварка, и, как следствие, пороговая величина химического потенциала, при котором происходит восстановление киральной инвариантности, увеличивается от стандартного

значения примерно на $\simeq 100$ МэВ. Стандартное приближение нулевых мод, как известно, приводит к нефизическому поведению динамической массы кварка при химических потенциалах порядка (превосходящих) динамическую массу кварка (в нормальных условиях).

Содержание главы опубликовано в работах [20]–[29].

В **пятой главе** изучается эффект экранирования внешнего цветового поля в инстантонной жидкости. Для слабого внешнего поля B в разделе 5.1 в рамках суперпозиционного анзаца, с использованием кластерного разложения стохастической экспоненты производящего функционала, выведен эффективный лагранжиан вида

$$\langle\langle S \rangle\rangle_{\omega z} = \int d^4x \left(\frac{G(B) G(B)}{4} + \frac{m^2}{2} B^2 \right) + N \beta + N \left(\frac{11}{12} N_c - \frac{1}{6} N_f - 1 \right), \quad (11)$$

$$m^2 = 9\pi^2 n \rho^2 \frac{N_c}{N_c^2 - 1}, \quad (12)$$

где N — полное число псевдочастиц в объеме V , $n = N/V$, а $\beta = 8\pi^2/g^2$ — действие одной псевдочастицы. Для характерных параметров инстантонной жидкости ($N_c = 3$, $N_f = 2$) $n/\Lambda^4 = 1.2$, $\bar{\rho}\Lambda = 0.27$, $\beta = 18$, для массы имеем $m \sim 440$ МэВ, при $\bar{\rho} \sim 1$ ГэВ, для Λ — порядка 200 – 300 МэВ. Полученная оценка эффектов экранирования отвечает вкладу старшей корреляционной функции вида $\langle A^2 \rangle$. Изучен вклад следующих членов кластерного разложения, приводящих к эффекту нетривиальной нелокальной диэлектрической проницаемости вакуума, и дающих также нелокальную поправку массового члена экранирования m . Эти эффекты, однако, оказываются пренебрежимо малыми на фоне вклада старшей корреляционной функции. Проведенные недавно решеточные измерения (E.-M. Ilgenfritz, M. Müller-Preussker, A. Sternbeck, A. Schiller, I. L. Bogolubsky, V.G. Bornyakov, G. Burgio, V.K. Mitrjushkin) можно интерпретировать как генерацию массы глюона в инфракрасной области импульсов (порядка 200 МэВ), причем шкала масс практически одинакова, и для полученной нами оценки, и для решеточных измерений.

В случае сильного поля в разделе 5.2 предложен вариант вариационного принципа, позволяющий учитывать изменение состояния инстантонной жидкости под действием внешнего поля. Дана соответствующая оценка производящего функционала в длинноволновом приближении, когда каждый элемент инстантонной жидкости самосогласованным образом экранирует внешнее поле, пропорционально приложенному полю:

$$Y \geq \int D[B] e^{-S(B)} e^{-F}, \quad (13)$$

$$F = \int d^4x n \left\{ \ln \frac{n}{\Lambda^4} - 1 - \frac{\nu}{2} + \frac{\zeta \overline{\rho^2} B^2}{2} - \ln[\Gamma(\nu) C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c}] - \nu \ln \frac{\overline{\rho^2}}{\nu} \right\} ,$$

ζ и ν — некоторые константы, точное значение которых приведено в диссертации. Зная связь плотности инстантонной жидкости и среднего размера псевдочастицы

$$(n \beta \xi^2 \overline{\rho^2} + \zeta B^2) \overline{\rho^2} \simeq \nu , \quad (14)$$

находится максимум функционала (13) по описывающим инстантонную жидкость параметрам, при фиксированном поле B , для каждого элемента инстантонной жидкости, путем решения соответствующего трансцендентного уравнения численно ($\frac{dF}{d\bar{\rho}} = 0$). Эффективное действие для поля B представляется в виде нелинейного функционала

$$S_{\text{eff}} = \int d^4x \left(\frac{G_{\mu\nu}^a(B) G_{\mu\nu}^a(B)}{4} + f[B] \right) , \quad (15)$$

в котором состояние инстантонной жидкости описывается решениями $\bar{\rho}[B]$ и $n[B]$. На примере модельной задачи о заряженном евклидовом цветовом источнике в разделе 5.3 дана оценка влияния поля на инстантонную жидкость как функции константы связи. Получена оценка дебаевского радиуса экранирования.

Развитие сформулированного вариационного принципа позволяет построить в разделе 5.4 самосогласованное описание инстантонной жидкости, когда конфигурации псевдочастиц выбираются оптимальным образом, вместе с описывающими состояния инстантонной жидкости параметрами: $\bar{\rho}(x)$, $n(x)$, $B(x)$. Предложена интерпретация экранирования внешнего глюонного поля как эффект корреляций квантового поля, вызванный стохастическим квазиклассическим полем. Проводится сравнение различных ансамблей псевдочастиц. Основной вывод, который можно сделать из полученных данных сводится к тому, что в рамках однопетлевого вычисления (в котором проведено моделирование Π L) можно подбором параметра Λ добиться удовлетворительного описания глюонного конденсата, с предписываемыми феноменологией средним размером псевдочастиц и расстоянием между ними, причем вполне можно обходиться ансамблем, построенным из псевдочастиц стандартного профиля. В рамках рассматриваемой аппроксимации вакуумных конфигураций коэффициент ослабления взаимодействия оказывается порядка $\lambda^2 \sim 0.3 - 0.5$, и учет этого эффекта приводит к увеличению размера псевдочастиц. Тот факт, что можно использовать аппроксимацию, основанную на псевдочастице стандартного профиля оказывается очень существенным для практики, поскольку использование для оценок других конфигураций крайне затруднено, из

за большого объема необходимых в этом случае вычислений. Фактически можно сказать, что инстантоны в сингулярной калибровке являются на сегодня единственным пригодным для практического использования инструментом.

Содержание главы опубликовано в работах [30]–[33].

Шестая глава посвящена изучению поведения кварков под действием сильного стохастического глюонного поля. В шредингеровском представлении эволюция кваркового поля определяется с помощью уравнения на волновую функцию состояния Ψ

$$\dot{\Psi} = -H\Psi . \quad (16)$$

Плотность гамильтониана взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{V}_S = \bar{q}(\mathbf{x}) t^a \gamma_\mu A_\mu^a(t, \mathbf{x}) q(\mathbf{x}) . \quad (17)$$

где $A_\mu^a(x)$ — стохастическое глюонное поле. Применяется процедура усредненного описания системы, с интегрированием соответствующей высокочастотной составляющей. Отмечается, что для рассматриваемой квантово-полевой системы рассмотрение следует проводить на основе соответствующей матрицы плотности. Показано, что средняя по ансамблю энергия под действием неограниченно долго действующего возмущения, в общем случае, зависит от времени. Однако усредненное по времени описание может привести в асимптотике к описанию в терминах эффективного гамильтониана, и соответствующих собственных значений этого гамильтониана (уже не зависящих от времени), при условии достаточной чистоты соответствующей усредненной по времени матрицы плотности $\zeta = \text{Tr} \bar{\rho}^2 \sim 1$. Приводятся аргументы, что в случае ”белого шума”, с дельта-образной корреляционной функцией по времени, описание можно строить с усредненным по времени волновым (производящим) функционалом $\langle \Psi \rangle$. Выводится эффективный гамильтониан

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= -H_{ind} \chi , \\ \mathcal{H}_{ind} &= -\bar{q} (i\boldsymbol{\gamma}\nabla + im) q - \bar{q} t^a \gamma_\mu q \int d\mathbf{y} \bar{q}' t^b \gamma_\nu q' \int_0^\infty d\tau g^2 \langle A_\mu^a A_\nu^b \rangle , \end{aligned} \quad (18)$$

где $q = q(\mathbf{x})$, $\bar{q} = \bar{q}(\mathbf{x})$, $q' = q(\mathbf{y})$, $\bar{q}' = \bar{q}(\mathbf{y})$, с корреляционной функцией, построенной из соответствующих глюонных полей: $A_\mu^a = A_\mu^a(t, \mathbf{x})$, $A_\nu^b = A_\nu^b(t - \tau, \mathbf{y})$. Находится основное состояние усредненного гамильтониана в приближении Хартри–Фока–Боголюбова

$$\begin{aligned} |\sigma\rangle &= T |0\rangle , \\ T &= \prod_{p,s,c} \exp\{ \varphi [a^+(\mathbf{p}, s, c) b^+(-\mathbf{p}, s, c) + a(\mathbf{p}, s, c) b(-\mathbf{p}, s, c)] \} , \end{aligned} \quad (19)$$

которое определяется из условия минимума средней энергии

$$E = \langle \sigma | H | \sigma \rangle , \quad (20)$$

здесь $\varphi = \varphi(\mathbf{p})$, $|0\rangle$ —вакуум свободного гамильтониана $a(\mathbf{p}, s, c) |0\rangle = 0$, $b(\mathbf{p}, s, c) |0\rangle = 0$. Кварки при этом описываются как квазичастицы модельного гамильтониана $A = T a T^{-1}$, $B^+ = T b^+ T^{-1}$. Преобразование Боголюбова рассматривается как функция различных формфакторов, описывающих взаимодействие кварков. Дана оценка размера квазичастицы. На примере модели Келдыша подробно обсуждается переход к киральному пределу. Продемонстрирована разрывная сингулярность функционала средней энергии как функции токовой массы кварка. Несмотря на сингулярность функционала, а также сингулярность кирального конденсата, мезонные наблюдаемые оказываются конечными.

В разделе 6.2 изучаются вопросы заполнения сферы Ферми квазичастицами кварков, причем соответствующий детерминант Слеттера строится явным образом. Решается задача поиска такого заполненного состояния

$$|N\rangle = \prod_{|\mathbf{P}| < P_F, S} A^+(\mathbf{P}; S) |\sigma\rangle , \quad (21)$$

чтобы средняя энергия по состоянию $|N\rangle$ была минимальной. Находится химический потенциал кварка, который определяется как энергия необходимая для добавления (удаления) одной квазичастицы $\mu = \frac{\partial E}{\partial N}$, где $N/V = |\langle N | \bar{q} i \gamma_4 q | N \rangle| = \frac{N_c}{3\pi^2} P_F^3$ — плотность частиц в объеме V . В случае формфактора, отвечающего модели Намбу–Иона-Лазинио интересным представляется наличие почти вырожденного с вакуумом состояния при заполнении сферы Ферми до импульсов порядка динамической массы кварка (значение, характерное для импульса кварка в барионе). Плотность этого состояния, с учетом фактора 3, характеризующего связь барионных и кварковых степеней свободы, соответствует нормальной ядерной плотности ($n \sim 0.12/\text{фм}^3$). Находится давление ансамбля кварков. В рамках модели НИЛ дается оценка давления вакуума. Демонстрируется, что давление обсуждаемого заполненного состояния также почти вырождено с вакуумом. В целом, приводимые оценки эффектов заполнения сферы Ферми кварками, рассматриваемыми как квазичастицы, сильно напоминают картину модели мешка, а отделенные от зоны неустойчивости ($dP/dP_F < 0$) заполненные состояния выглядят как естественный материал из которого могут быть построены барионы.

Содержание главы опубликовано в работах [34]–[41].

В **заключении** кратко суммируются основные научные результаты, представленные в диссертационной работе, которые также выносятся на

защиту. Приводится неполный список семинаров и научных конференций, где докладывались и обсуждались основные результаты диссертации. Выражаются благодарности коллегам по совместной работе.

Приложения. Диссертация содержит шесть приложений. В приложении А выводятся вспомогательные уравнения, описывающие линии тока, генерируемые двумя точечными цветовыми зарядами. В приложении Б приводится соответствующее векторное глюонное поле, возникающее в первой итерации по константе связи. Приложение Г дано выражение для тензора энергии-импульса глюонного поля в приближении хромостатики для двух точечных цветовых зарядов. В приложении Г дано описание динамики цветовых зарядов, как функция траектории движения точечных источников в метрическом пространстве. В приложении Д приводятся компоненты тензоров, необходимые для описания деформаций (анти-)инстантона в поле точечного источника евклидова неабелева поля. В приложении Е дано описание поведения инстантонной жидкости при учете влияния, оказываемого фононоподобными возбуждениями инстантонной жидкости, в приближении головастиков.

Основные результаты и выводы работы

1. Впервые детально исследована задача двух тел в классической глюодинамике. Выведены уравнения хромостатики, изучена и реализована постановка граничных и краевых условий. Рассмотрена задача о неабелевых зарядах в модели физического вакуума со свойствами цветового сверхпроводника. Показано, что имеется прямая аналогия с абелевой теорией сверхпроводимости, и приведен соответствующий аналог неабелева абрикосовского вихря, и показано, что такое решение неустойчиво. Рассмотрена задача о тяжелом кваркони с кулоновским взаимодействием кварков доминирующем на малых расстояниях и дополненная вкладом флуктуационных полей физического вакуума, в виде инстантонной жидкости. Показано, что для боттомония и чармония такое инстантонное представление о физическом вакууме может обеспечить диктуемый экспериментом масштаб сдвигов и ширин уровней.
2. На примере модельной задачи исследуется устойчивость инстантона относительно воздействия внешнего неабелева поля. Впервые предложено рассмотреть вариации параметров, описывающих (анти-)инстантон, что позволило ввести представление о деформированных псевдочастицах. Сформулирована вариационная задача поиска соответствующих деформируемых топологических конфигураций, которая решается затем алгебраически с помощью метода Ритца. Проведено подробное исследование инстантона в поле точечного источника

евклидова поля. Обнаружена инфракрасная сингулярность во взаимодействии инстантонного ансамбля с полем точечного источника.

3. На основе конструкции деформируемой псевдочастицы описываются в длинноволновом приближении возбуждения инстантонной жидкости. Выведен соответствующий эффективный лагранжиан со скалярным массивным полем с массой порядка 1 ГэВ. Произведен учет влияния соответствующих возбуждений на параметры спонтанного нарушения киральной инвариантности, и изучено их смешивание с σ -мезоном. Качественно картина сводится к наличию двух скалярных частиц большой ширины далеко разнесенных по массе.
4. Построено описание инстантонной (калоронной) жидкости при конечных температуре и кварковом/барионном химическом потенциале. Учтено влияние фононоподобных возбуждений в этих условиях на киральный и дикварковый конденсаты. Показано, что учет соответствующего возмущения инстантонной жидкости приводит к существенному увеличению критического химического потенциала кварков μ_c , что в свою очередь вызывает заметное увеличение пороговой плотности кварковой материи, при которой следует ожидать возникновение цветной сверхпроводимости. Исследовано влияние заполнения сферы Ферми кварками с динамически генерируемой массой на инстантонную жидкость в нагретой и плотной сильновзаимодействующей среде. В частности показано, что граница фазового перехода восстановления киральной инвариантности сдвигается в сторону большего химического потенциала кварков примерно на 100 МэВ по сравнению со значением, характерным для модели Намбу–Иона-Лазинио.
5. Изучен эффект экранирования внешнего цветового поля в инстантонной жидкости. Для слабого поля и сильного поля в длинноволновом приближении выведены соответствующие эффективные лагранжианы. На примере модельной задачи о заряженном евклидовом цветовом источнике дана оценка влияния поля на инстантонную жидкость как функции константы связи. Найдено, что шкала экранирования является "мягкой", порядка среднего размера между (анти-)инстантонами $\sim \Lambda$. Впервые построено самосогласованное определение параметров инстантонной жидкости.
6. Исследовано поведение кварков под действием сильного стохастического глюонного поля. На основе процедуры усредненного описания получен эффективный гамильтониан и найдено его основное состояние в приближении Боголюбова–Хартри–Фока. Проведено сравнение

различных модельных гамильтонианов. Подробно исследован переход к киральному пределу и обнаружена ультрафиолетовая сингулярность функционала средней энергии, как функции токовой массы кварка. Изучены вопросы заполнения сферы Ферми квазичастицами кварков, путем явного построения соответствующего детерминанта Слеттера. Находится такое заполненное состояние, чтобы средняя энергия ансамбля кварков была минимальной. Вычислен химический потенциал кварка, как энергия необходимая для добавления (удаления) одной квазичастицы. В случае формфактора, отвечающего модели Намбу–Иона-Лазинио интересным представляется наличие почти вырожденного с вакуумом состояния при заполнении сферы Ферми до импульсов порядка динамической массы кварка (значение, характерное для импульса кварка в барионе). Плотность этого состояния, с учетом фактора 3, характеризующего связь барионных и кварковых степеней свободы, соответствует нормальной ядерной плотности ($n \sim 0.12/\text{фм}^3$). Находится давление ансамбля кварков. В рамках модели НИЛ дается оценка давления вакуума. Демонстрируется, что давление обсуждаемого заполненного состояния также почти вырождено с вакуумом. В целом, приводимые оценки эффектов заполнения сферы Ферми кварками, рассматриваемыми как квазичастицы, сильно напоминают картину модели мешка, а отделенные от зоны неустойчивости ($dP/dP_F < 0$) заполненные состояния выглядят как естественный материал из которого могут быть построены барионы.

Список литературы

- [1] В.В. Головизнин, С.В. Молодцов, А.М. Снигирев, "Классические решения уравнений Янга-Миллса для двух источников", ЯФ, **55** (1992) 2012.
- [2] В.В. Головизнин, С.В. Молодцов, А.М. Снигирев, "Нерелятивистское приближение в задаче двух тел, взаимодействующих посредством неабелевого калибровочного поля", ЯФ, **56** (1992) 139.
- [3] V.V. Goloviznin, S.V. Molodtsov, A.M. Snigirev, "The Classical Approach to the Problem of Two-Body Interacting through a Non-Abelian field", Nuov. Cim. **A107** (1993) 2535.
- [4] А.Ф. Матвеев, С.В. Молодцов, "Об одной краевой задаче математической физики, возникающей при анализе задачи двух тел в неабелевом калибровочном поле", Дифференциальные уравнения, **29** (1993) 1533.

- [5] V.V. Goloviznin, S.V. Molodtsov, A.M. Snigirev, "On the problem of two bodies interacting through non-Abelian gauge field", Proceedings of the XV Workshop, ИТЕР, Protvino, (1995) 147.
- [6] С.В. Молодцов, "О возможности конфайнмента для некоторого класса решений уравнений Янга-Миллса-Хиггса", ЯФ, **59** (1996) 940.
- [7] С.В. Молодцов, "Потенциал взаимодействия неабелевых зарядов в хиггсовском вакууме", ЯФ, **60** (1997) 753.
- [8] S.V. Molodtsov, A.M. Snigirev, G.M. Zinovjev, "Simple Mechanism of Softening Structure Functions at Low Transverse Momentum Region", Phys. Lett. **B443** (1998) 387.
- [9] S.V. Molodtsov, A.M. Snigirev, G.M. Zinovjev, "Structure Functions as Resulted from Classical Bremsstrahlung in the Field of Ultrarelativistic Dipoles", Phys. Rev. **C59** (1999) 955.
- [10] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, А.М. Снигирев, "Простой механизм смягчения структурных функций в области малых поперечных импульсов", ЯФ, **62** (1999) 1754.
- [11] А.Е. Дорохов, Г.М. Зиновьев, Н.И. Кочелев, С.В. Молодцов, "О спектре тяжелых кваркониев в инстантонной среде", ЯФ, **70** (2007) 971.
- [12] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Точечные источники евклидового неабелевого поля в инстантонной жидкости", Письма ЭЧАЯ, **2** (2005) 111.
- [13] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Инстантон в поле точечного источника евклидового неабелевого поля", ТМФ, **146** (2006) 267.
- [14] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, А.М. Снигирев, "Фононоподобные возбуждения инстантонной жидкости", ЯФ, **63** (1999) 975.
- [15] S.V. Molodtsov, A.M. Snigirev, G.M. Zinovjev, "Phonon-Like Excitations of the Instanton Liquid", Phys. Rev. **D60** (1999) 056006.
- [16] S. V. Molodtsov, A. M. Snigirev, G. M. Zinovjev, "Phononlike excitations of instanton liquid and new scale of non-perturbative QCD", "Lattice Fermions and Structure of the Vacuum", edited by V. Mitrjushkin and G. Schierholtz, 2000 Kluwer Academic Publisher, p. 307, Netherland.
- [17] S.V. Molodtsov, A.M. Snigirev, G.M. Zinovjev, "Quark induced excitations of the instanton liquid", Nucl. Phys. Proc. Suppl. **106-107** (2002) 281.

- [18] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, Т. Семярчук, А.Н. Сисакян, А.С. Сорин, "Сигма мезон и фононоподобные возбуждения инстантонного вакуума", ЯФ Т. 71 (2008) 334.
- [19] S.V. Molodtsov, T. Siemiarczuk, A.N. Sissakian, A.S. Sorin, G.M. Zinovjev, "Towards light scalar meson structure", Eur. Phys. J, **C61** (2009) 61.
- [20] S.V. Molodtsov, G.M. Zinovjev, "Instanton vacuum at finite density of quark matter", Nucl. Phys. Proc. Suppl. **106-107** (2002) 471.
- [21] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, А.М. Снигирев, "Взаимодействие кварков и инстантонной жидкости", ЯФ, **65** (2002) 961.
- [22] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Инстантонная жидкость при конечной плотности кварковой материи", ЯФ, **66** (2003) 1000.
- [23] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Дикварковый конденсат и взаимодействие кварков с инстантонной жидкостью", ЯФ, **66** (2003) 1389.
- [24] S.V. Molodtsov, G.M. Zinovjev, "Role of quark-instanton liquid interactions in colour superconductivity phase", Mod. Phys. Lett. **A18** (2003) 817.
- [25] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Состояние инстантонной жидкости при конечных кварковой температуре и химическом потенциале", Письма ЭЧАЯ, **4** (2007) 25.
- [26] А.Е. Дорохов Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Поведение глюонного конденсата при заполнении сферы Ферми", ЯФ Т. 71 (2008) 785.
- [27] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, А.Н. Сисакян, А.С. Сорин, "Свойства легчайших мезонов в модели инстантонного вакуума при ненулевых температуре и кварковом/барионном химическом потенциале", Письма ЭЧАЯ Т. 5 (2008) 7.
- [28] А.Е. Dorokhov, S.V. Molodtsov, G.M. Zinovjev, "Gluon condensate behaviour at filling the Fermi sphere up", International school-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at external conditions", p. 157, May 3–6, 2007, Dnipropetrovsk, Ukraine.
- [29] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Свойства тяжелых кваркониев при высоких температурах", Письма ЭЧАЯ, **7 №2(158)** (2010) 142.

- [30] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Об экранировании цветового поля инстантонной жидкостью", ЯФ, **70** (2007) 1172.
- [31] S.V. Molodtsov, G.M. Zinovjev, "Towards self-consistent definition of instanton liquid parameters", JHEP 2008 P12 (2008) 112.
- [32] S.V. Molodtsov, G.M. Zinovjev, "Towards screening of color field in instanton liquid", International school-seminar "New Physics and Quantum Chromodynamics at external conditions", p. 168, May 3–6, 2007, Dnipropetrovsk, Ukraine.
- [33] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Об одном способе самосогласованного определения параметров инстантонной жидкости", Письма ЭЧАЯ, **6** №5(153) (2009) 620.
- [34] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Моделирование основного состояния КХД в приближении Хартри–Фока–Боголюбова", ТМФ, **160** (2009) 444.
- [35] S.V. Molodtsov, G.M. Zinovjev, "New arrangement of common approach to calculating the QCD ground state", XIII International conference on selected problems of modern physics. Dubna, Russia, June 23-27, 2008, Proceedings of the Conference, Edited by B.M. Barbashov and S.M. Eliseev, Dubna – 2009, E1, 2-2009-36, p. 337.
- [36] S.V. Molodtsov, G.M. Zinovjev, "Bogolyubov-Hartree-Fock approach to studying the QCD ground state", Phys. Rev. **D80** (2009) 076001.
- [37] S.V. Molodtsov, A.N. Sissakian, G.M. Zinovjev, "Some peculiarities in response to filling up the Fermi sphere with quarks", Europhys. Lett. **87** (2009) 61001.
- [38] Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Вариационный принцип и упорядочение квантовых операторов", Письма ЭЧАЯ, **7** №1(157) (2010) 5.
- [39] S.V. Molodtsov, A.N. Sissakian, G.M. Zinovjev, "Filling up the Fermi sphere with quasi-particles of quarks", Ukr. J. Phys. **D80** (2009) 076001.
- [40] М.К. Волков, Г.М. Зиновьев, С.В. Молодцов, "Мезонные корреляционные функции для модели с нелокальным четырех-фермионным взаимодействием.", ТМФ, **161** (2009) 408.
- [41] Б.В. Мартемьянов, С.В. Молодцов, "Закон площадей Вильсона в газе абелевых монополей", Письма ЖЭТФ, **65** (1997) 133.