

С 341

С-137



**ЛЕКЦИИ
ДЛЯ МОЛОДЫХ
УЧЕНЫХ**

Л.Н.Савушкин, В.Н.Фоменко

**Введение в мезонную теорию
ядерных взаимодействий
и ядерных систем**

ДУБНА

P4-83-369

Л.Н.Савушкин , В.Н.Фоменко

C341

C-137

ВВЕДЕНИЕ В МЕЗОННУЮ ТЕОРИЮ
ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ
И ЯДЕРНЫХ СИСТЕМ

124202

Дубна 1983

Объединенный институт
ядерных исследований
БНБЛ

Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н.

P4-83-369

Введение в мезонную теорию ядерных взаимодействий и ядерных систем

В лекциях изложена теория ядерных систем, построенных на основе потенциалов однобозонного обмена. Подробно рассматривается роль релятивистских эффектов в динамике ядра.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Savushkin L.N., Fomenko V.N.

P4-83-369

Introduction to Meson Theory of Nuclear Interactions and Nuclear Systems

These lectures are devoted to description of nuclear systems on the basis of meson theory.

Mesonic nucleon-nucleon potentials are obtained in Chapter 1, they are given both in coordinate and impulse spaces. Different approximations in deriving one boson exchange potentials (OBE) are described. The behaviour of mesonic potentials at small distances, the role of form-factors, two-pion exchange, relativistic effects, etc. are discussed. The parameters of the OBE - potentials utilized by different groups are presented in Chapter 1 as well.

In Chapter 2 the authors consider the problem of saturation of nuclear forces, the necessary and sufficient saturation conditions are formulated. Results of the usage of mesonic potentials in the framework of Bethe-Goldstone theory of the nuclear matter are presented, consideration of the role of nucleon resonances and three particle forces being of special interest.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Перевод О.С.Виноградовой.

ВВЕДЕНИЕ

Попытка описать взаимодействие между нуклонами и свойства ядер в рамках единого подхода на базе мезонного обмена представляет старую, но привлекательную идею. Интерес к этой проблеме в последние годы возродился в связи с построением моделей нуклон-нуклонного взаимодействия, учитывающих обмен мезонами и резонансами с различными пространственно-временными трансформационными свойствами. Этот интерес вполне понятен, ибо использование мезонных потенциалов ставит теорию структуры ядра на новую ступень, устраняя феноменологию на этапе выбора междуклонного взаимодействия, отнесая ее в область описания элементарных частиц и их взаимодействий. Тем самым теории структуры ядра и элементарных частиц становятся тесно связанными, так что в каждой из них можно получить новые результаты, используя закономерности, установленные в сопредельной области.

По существу, первые попытки построения мезонной теории ядерных сил были предприняты японским физиком Юкавой в 1935 г., когда на опыте не наблюдалось еще ни одного мезона. После открытия π -мезона его долгое время считали ответственным за все междуклонное взаимодействие. Однако с 1961 г. число наблюдаемых мезонов стало быстро расти. Из изучения их взаимодействия с нуклонами стала очевидна существенная роль многих из наблюдаемых мезонов (в первую очередь, векторных ρ - и ω - мезонов) в формировании MM - сил.

Последнее десятилетие развития мезонного подхода в описании ядерных систем протекало особенно интенсивно.

Получены значительные результаты в области мезонной теории ядерных сил, имеются также определенные успехи в описании ядерной материи и конечных ядер с учетом мезонных степеней свободы, Δ (1236) - резонанса, трёхчастичных сил и т.д.

В настоящих лекциях авторы ставят своей целью изложить некоторые достигнутые к настоящему времени результаты по описанию ядерных систем на основе мезонной теории.

Изучение настоящей проблемы должно основываться на монографиях и обзорах /1 - 13/.

ГЛАВА I. ПОТЕНЦИАЛЫ NN - ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МЕЗОННОЙ ТЕОРИИ

В отличие от электродинамики, в ядерной физике существует несколько типов квантов ядерного поля, отличающихся квантовыми числами и массами. Поэтому NN - потенциал представляет собой суперпозицию компонент разных пространственно-временных свойств и разного радиуса действия. В расчетах нуклон-нуклонного потенциала область действия потенциала разбивается на три части: внешняя область $r > 2,14$ ферми; промежуточная область $0,71$ ферми $< r < 2,14$ ферми и внутренняя область $r < 0,71$ ферми. Эти три области выделяются мезонами и резонансами, которые дают реальный вклад в NN -потенциал (из принципа неопределенностей следует, что радиус действия ядерных сил определяется комптоновской длиной волны соответствующего кванта).

В настоящее время можно считать установленным, что в внешней и промежуточной области NN - потенциала в мезонной теории определят одно- и двухнуклонные обмены, а также одномезонные обмены ω -, ρ -, η -, S^* -, ϵ - мезонами и некоторыми другими (см. ниже). Что касается внутренней области, то при межнуклонных расстояниях, меньших $0,71$ ферми, представления одномезонного обмена неприемлемы, и взаимодействие описывается феноменологически^{x)}

В мезонной теории существует два подхода для описания NN -взаимодействия:

а) теоретико-полевой подход, в котором интересующие нас физические величины выражаются непосредственно через массы и константы связи мезонов обмена /3,4,15-46/;

б) подход, связанный с применением дисперсионных соотношений, основанный на использовании аналитичности и унитарности амплитуд процессов /1,8,47-57/.

Оба подхода сыграли важную роль в понимании природы нуклон-нуклонного взаимодействия. Мы обсудим только первый подход (ставя своей основной целью рассмотрение приложений мезонной теории для описания ядерной материи и конечных ядер, проблему NN -взаимодействия мы

x) Следует отметить, однако, что на более микроскопическом уровне в кварковой модели мы сталкиваемся с обратной ситуацией: теория лучше всего действует на малых расстояниях и ухудшается при возрастании r /11/. Однако, по-видимому, кварковые модели нуклон-нуклонного потенциала в ближайшие годы не будут достаточно надежными для количественного понимания NN -потенциала (см. тем не менее работу /14/).

будем рассматривать именно в этом аспекте; имеются прекрасные монографии и обзоры, специально посвященные мезонной теории NN - взаимодействия, см., например, /1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11-13/, в начале этой главы мы рассмотрим теоретико-полевое описание нуклон-нуклонных сил в координатном представлении, а затем обсудим эту проблему в импульсном представлении.

§ I. Потенциалы однобозонного обмена в координатном представлении

Рассмотрим систему двух нуклонов, взаимодействующих с мезонным полем. Пока не будем конкретизировать, поле какого именно мезона мы будем рассматривать (это может быть скалярное, векторное или псевдоскалярное поле).

Пусть состояние рассматриваемой системы описывается волновой функцией

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2; Q, t), \quad (I.1)$$

где \vec{r}_1 и \vec{r}_2 - координаты первого и второго нуклонов;
 $\vec{\zeta}_1$ и $\vec{\zeta}_2$ - их спиновые и изотопспиновые переменные;
 Q - переменная поля мезонов.

Запишем уравнение Шредингера для волновой функции (I.1):

$$[H_0(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1) + H_0(\vec{r}_2, \vec{\zeta}_2) + H_{int}(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1) + H_{int}(\vec{r}_2, \vec{\zeta}_2) + H_{mes}] \Psi(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2; Q, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2; Q, t), \quad (I.2)$$

где

$$H_0(\vec{r}_i, \vec{\zeta}_i) = \vec{\alpha}_i \cdot \vec{p}_i + \beta_i M c^2 \quad (I.3)$$

операторы Дирака для первого и второго нуклонов (при $l = 1$ и 2 соответственно); $H_{int}(\vec{r}_i, \vec{\zeta}_i)$ - оператор взаимодействия l -го нуклона с мезонным полем. Вид $H_{int}(\vec{r}_i, \vec{\zeta}_i)$ зависит от того, с мезонами какого типа рассматривается взаимодействие. При взаимодействии нуклонов со скалярными мезонами оператор взаимодействия имеет вид:

$$H_{int}^S(\vec{r}_i, \vec{\zeta}_i) = -\sqrt{4\pi} g_s \beta_i Q(\vec{r}_i), \quad (I.4)$$

при взаимодействии с векторными мезонами оператор взаимодействия записывается в форме

$$H_{int}^V(\vec{r}_i, \vec{\zeta}_i) = -\sqrt{4\pi} \left\{ g_V \left[\sum_{k=1}^3 \alpha_{ik} Q_k(\vec{r}_i) + i Q_0(\vec{r}_i) \right] \right. \quad (I.5)$$

$$\left. + \frac{m}{4M^2} f_V \sigma_{\mu\nu}^i Q_{\mu\nu}(\vec{r}_i) \right\},$$

где m - масса мезона; M - масса нуклона.

Оператор взаимодействия нуклона с псевдоскалярным мезонным полем имеет следующее представление:^{x)}

$$H_{int}^P(\vec{r}_i, \vec{\zeta}_i) = -\sqrt{4\pi} g_p i \beta_i \gamma_{5,i} Q(\vec{r}_i), \quad (I.6)$$

где $Q(\vec{r}_i)$ - амплитуда скалярного или псевдоскалярного поля в точке нахождения i -го нуклона; $Q_k(\vec{r}_i)$ и $Q_0(\vec{r}_i)$ -

x) Взаимодействие нуклона с псевдоскалярным мезонным полем рассматривается также в виде $-(i/m) \beta \gamma_5 \partial_\mu \partial_\mu Q(\vec{r})$. В настоящее время не ясно, какая из этих двух форм взаимодействия реализуется на самом деле, однако выражение (I.6) нашло более широкое применение, см., однако, работу

Fleischer J., Tjon J.A. Phys.Rev.D, 1980, v.21, p.87.

три пространственные и временная компоненты векторного поля;

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]; \quad Q_{\mu\nu}(\vec{r}) = \partial_\mu Q_\nu - \partial_\nu Q_\mu.$$

Константы g характеризуют интенсивность взаимодействия, в случае векторного поля (I.5) для характеристики взаимодействия необходима еще одна константа f_V .

Отметим, что наряду с приведенными выше возможны и другие виды оператора взаимодействия нуклонов с мезонными полями, но формулы (I.4) - (I.6) дают наиболее простые формы взаимодействия. Оператор H_{mes} в (I.2) описывает свободное мезонное поле. Матрицы α , β , γ_5 , γ_μ - традиционные матрицы релятивистской теории.

Используя метод функционалов Фока, можно показать, что задачу о взаимодействии двух нуклонов через мезонное поле, определяемому уравнениями (I.2) - (I.6), в рамках однобозонного приближения можно свести (см., например, работу^{/3/}) к следующей задаче:

$$\begin{aligned} [H_{\partial}(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1) + H_{\partial}(\vec{r}_2, \vec{\zeta}_2) + V^{\partial}] \Phi_0(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2; t) = \\ = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi_0(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2; t), \end{aligned} \quad (I.7)$$

где $\Phi_0(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2; t)$ - волновая функция системы двух нуклонов; V^{∂} - потенциал однобозонного обмена (OBER).

Если взаимодействие между нуклонами осуществляется через посредство скалярных мезонов, то (см. работу^{/3/}):

$$V_s^{\partial} = V^S(r) \beta_1 \beta_2. \quad (I.8)$$

Для векторных мезонов имеем

$$V_V^{\partial} = V^V(r) (\vec{\alpha}_1 \cdot \vec{\alpha}_2 - 1). \quad (I.9)$$

Наконец, для псевдоскалярных мезонов

$$V_p^\infty = -V^p(r) \beta_1 \gamma_{5,1} \beta_2 \gamma_{5,2}. \quad (I.10)$$

Потенциалы (I.8) - (I.10) выписаны для случая, когда обмен между нуклонами осуществляется изоскалярными, т.е. имеющими нулевой изотоп-спин, мезонами.

Потенциалы взаимодействия, возникающие от обмена изовекторными мезонами, имеют вид:

$$V_{S\tau}^\infty = V^{S\tau}(r) \beta_1 \beta_2 (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2); \quad (I.11)$$

$$V_{V\tau}^\infty = V^{V\tau}(r) (\vec{\alpha}_1 \cdot \vec{\alpha}_2 - 1) (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2); \quad (I.12)$$

$$V_{P\tau}^\infty = -V^{P\tau}(r) \beta_1 \gamma_{5,1} \beta_2 \gamma_{5,2} (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2). \quad (I.13)$$

Взаимодействие V^∞ в уравнении (I.7) содержит сумму взаимодействий по всем учитываемым при описании взаимодействия мезонам.

Отметим, что при получении потенциалов однобозонного обмена (ОВЕР) проводится процедура обрезания и вводятся формфакторы $F(\vec{K}^2)$ (где \vec{K} - импульс мезона обмена) нуклона по отношению к мезонным полям, аналогичные электромагнитным формфакторам нуклона.

Смысл введения этой величины заключается в том, чтобы сделать получающийся из мезонной теории потенциал конечным при нулевых расстояниях между нуклонами. Там самым обходятся трудности, связанные с расходимостями потенциала в нуле. Введение $F(\vec{K}^2)$ соответствует "размазыванию" точечных нуклонов по конечной области пространства и тем самым является феноменологическим способом учета конечных размеров нуклонов.

Мезон-нуклонные формфакторы вводятся в значительной мере произвольно: так, формфактор в виде $[\Lambda^2 / (\vec{K}^2 + \Lambda^2)]^{1/2}$ (где Λ - параметр обрезания) использовался в работе ^{13, 37/} для упругого рассеяния и в работе ^{15/} для неупругого p - p - рассеяния. Формфактор

в виде $\Lambda^2 / (\vec{K}^2 + \Lambda^2)$, соответствующем так называемой дипольной регуляризации, использовался, например, в работе ^{16/}. Проблема формфакторов обсуждается в работах ^{2, 3, 4, 17/}. Отметим, что в приближенных релятивистских расчетах (с точностью до v^2/c^2) с использованием ОВЕ-потенциалов (в качестве межнуклонных взаимодействий) введение формфакторов приводит к устранению сингулярностей ($1/r^3$) тензорных и спин-орбитальных сил.

Выбор формфактора в виде $F(\vec{K}^2) = \Lambda^2 / (\Lambda^2 + \vec{K}^2)$ приводит к функции $V(r)$ в (I.8) - (I.13) следующего вида:

$$V(r) = -g^2 \left[\Lambda^2 / (\Lambda^2 - m^2) \right]^2 \left\{ \exp(-mr) / r - \right. \\ \left. - [\exp(-\Lambda r) / r] \left[1 + (\Lambda^2 - m^2) r / 2\Lambda \right] \right\}. \quad (I.14)$$

Мы уже отмечали, что введение мезонного формфактора является феноменологической процедурой. Другая процедура регуляризации NN -потенциала предложена в работах ^{75, 58/}, в которых обсуждаются возможности подсчета диаграмм с многомезонными обменами в рамках эйковального приближения. По-видимому, эта процедура регуляризации более физична, ее мы рассмотрим в следующем параграфе.^{x)}

Процедура получения ОВЕ-потенциала (I.8) - (I.13) в координатном представлении включает два приближения: используется адиабатическое приближение $\vec{q}^2 \ll M^2$ (где \vec{q} - относительный импульс нуклонов в начальном состоянии) и игнорируются эффекты запаздывания (см., например, работы ^{14, 31/}).

Поскольку в дальнейшем нас будут интересовать энергии в лабораторной системе координат, не превышающие 450 МэВ, уравнение Дирака (I.7) для двух нуклонов 1 и 2 можно редуцировать к уравнению типа Брейта-Паули, учитывающему релятивистские поправки с точностью до (v^2/c^2) .

x) Используются и более простые способы описания NN -сил на очень малых расстояниях: так, в работе ^{41/} взаимодействие во внутренней области (точнее, при $r \leq 0,5$ ферми) описывается с помощью жесткого отталкивательного ядра ("бесконечной стенки"), радиус которого является подгрупповым параметром; используются также нелокальные отталкивательные ядра, в этом случае соотношения кварковых моделей могут быть полезны при определении формы нелокальности, которая должна быть использована на очень малых расстояниях при феноменологическом описании.

Мы не будем останавливаться на этих преобразованиях (они изложены, например, в работе [3]) и приведем только окончательный результат. В приближении ($v^2/c^2 \ll 1$) уравнение (I.7) принимает вид [3]:

$$\left[\frac{\vec{p}_1^2}{2M} + \frac{\vec{p}_2^2}{2M} + \sum_{mesons} V_{tot}(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2) \right] \psi(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2) =$$

$$= i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}_1, \vec{\zeta}_1; \vec{r}_2, \vec{\zeta}_2; t),$$

где взаимодействие V_{tot} между двумя нуклонами массой M имеет вид

$$V_{tot} = V_c(r) + V_G(r) (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) + V_{LS}(r) \vec{l} \cdot \vec{S} +$$

$$+ V_T(r) S_{12} + V_\Delta(r) \nabla^2 + V_\nabla(r) (\vec{r} \cdot \nabla),$$

где $\vec{r} = \vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ - радиус-вектор, соединяющий нуклоны; $\vec{p} = \vec{p}_{12} = (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)/2$ - относительный импульс нуклонов; $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ - угловой момент относительного движения; $\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)$ - оператор полного спина двух нуклонов; $S_{12} = [(\frac{3}{r^2})(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}) - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)]$ - тензорный оператор; вид функций $V_c(r)$, $V_G(r)$, $V_{LS}(r)$, $V_T(r)$, $V_\Delta(r)$, $V_\nabla(r)$ определяется пространственно-временными свойствами мезонов обмена. Приведем вид их в каждую компоненту (I.16) различных мезонов. Скалярные мезоны:

$$V_c(r) = V^s(r) + a^2 \langle \nabla^2 V^s(r) \rangle / 4; \quad (I.17)$$

$$V_G(r) = 0; \quad V_T(r) = 0;$$

$$V_{LS}(r) = -\frac{1}{2} a^2 \frac{1}{r} \frac{dV^s}{dr}; \quad (I.18)$$

$$V_\Delta(r) = a^2 V^s(r); \quad (I.19)$$

$$V_\nabla(r) = a^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} V^s(r). \quad (I.20)$$

Векторные мезоны:

$$V_c(r) = -V^v(r) - \frac{1}{2} a^2 \frac{f}{g} \langle \nabla^2 V^v(r) \rangle;$$

$$V_G(r) = -\frac{1}{6} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right)^2 \langle \nabla^2 V^v(r) \rangle;$$

$$V_{LS}(r) = -\frac{3}{2} a^2 \left(1 + \frac{4}{3} \frac{f}{g}\right) \frac{1}{r} \frac{dV^v(r)}{dr};$$

$$V_T(r) = \frac{1}{2} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right)^2 r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dV^v(r)}{dr} \right); \quad (I.21)$$

$$V_\Delta(r) = a^2 V^v(r);$$

$$V_\nabla(r) = a^2 \frac{1}{r} \frac{dV^v(r)}{dr}.$$

Псевдоскалярные мезоны:

$$V_c(r) = V_{LS}(r) = V_\Delta(r) = V_\nabla(r) = 0; \quad (I.22)$$

$$V_6(r) = -\frac{1}{12} a^2 \langle \nabla^2 V^p(r) \rangle;$$

$$V_T(r) = -\frac{1}{12} a^2 r^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dV^p(r)}{dr} \right),$$

где $a^2 = \frac{\hbar^2}{M^2 c^2}$; $\langle \rangle$ указывают на то, что действие оператора ∇^2 не распространяется на функции, стоящие вне этих скобок; f и g - константы соответственно тензорной и векторной связи векторного мезона с нуклонами (см. (I.5)). Отметим, что отдельные слагаемые в выражении (I.16) не эрмитовы, хотя этот оператор в целом эрмитов. Это следует из того, что для скалярных мезонов оператор (I.16) с учетом (I.17) - (I.20) можно свести к следующему виду:

$$V^s(r) - \frac{1}{2} a^2 [p^2 V^s(r) + V^s(r) p^2] -$$

$$-\frac{1}{4} a^2 \langle \nabla^2 V^s(r) \rangle - \frac{1}{2} a^2 \frac{1}{r} \frac{dV^s(r)}{dr} \vec{l} \cdot \vec{s},$$

все компоненты которого эрмитовы.

Для векторных мезонов (I.16) и (I.21) имеем

$$-V^V(r) - \frac{1}{2} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right) \langle \nabla^2 V^V(r) \rangle -$$

$$-\frac{1}{2} a^2 [p^2 V^V(r) + V^V(r) p^2] -$$

$$-\frac{1}{6} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right)^2 \langle \nabla^2 V^V(r) \rangle \vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2 -$$

$$-\frac{1}{12} a^2 \left(1 + \frac{f}{g}\right)^2 \left(\frac{d^2 V^V}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{dV^V}{dr} \right) S_{12} -$$

$$-\frac{3}{2} a^2 \left(1 + \frac{4}{3} \frac{f}{g}\right) \frac{1}{r} \frac{dV^V}{dr} \vec{l} \cdot \vec{s}$$

(I.23)

Отметим, что потенциалы (I.8) - (I.10) в статическом пределе ($v/c \rightarrow 0$) сводятся к очень простым взаимодействиям:

$$V_s = V^s(r); V_V = -V^V(r); V_p = 0, \quad (I.24)$$

а оператор (I.16) представлен в виде суммы статической части (I.24), не зависящей от скорости, и релятивистских поправок (порядка v^2/c^2), причем структура оператора (I.16) такова, что для каждого типа мезона при заданных g , f , m и Λ все релятивистские поправки (спин-орбитальные и тензорные силы в том числе) однозначно определяются статическим пределом соответствующего ОВЕ-потенциала и не требуют дополнительных подгоночных параметров при использовании этого оператора для описания нуклон-нуклонного рассеяния или в многочастичной задаче.

В качестве мезонной координаты Q в (I.1) были рассмотрены псевдоскалярное, векторное и скалярное поля, соответствующие бозонам со спином J , равным 0 и 1. В настоящее время обнаружены также мезоны с $J \geq 2$ (аксиально-векторные, тензорные), однако их массы настолько велики, что обмен такими мезонами представляется несущественным для нуклон-нуклонных взаимодействий низких энергий. Поэтому, как правило, рассматриваются так называемые PVS - модели NV -потенциала, включающие в рассмотрение псевдоскалярные ($J^P = 0^-$), векторные ($J^P = 1^-$) и скалярные ($J^P = 0^+$) мезоны и резонансы.

В настоящее время открыто ¹⁵⁹ четырнадцать мезонов и резонансов с $J \leq 1$. Однако не все они имеют однозначно установленные квантовые числа. Основной набор мезонов и резонансов с $J \leq 1$, наблюдающихся экспериментально, приведен в табл. I.

В схему ОВЕР-моделей из основного набора включается обмен скалярными мезонами, π , η , ρ , ω и ϕ -мезонами (некоторые авторы не рассматривают обмен ϕ -мезонами, учитывая вклад этого мезона косвенно через эффективную константу ωN - связи).

π - мезоны определяют дальнююдействующую часть NN -потенциала, эта компонента NN - взаимодействия (ОВЕР) очень хорошо изучена и включалась ранее в качестве одной из компонент феноменологических моделей NN - потенциала.

Многие ОВЕР-модели включают обмен скалярными мезонами, который вводится для объяснения притяжения в NN - потенциале на промежуточных расстояниях. Однако рядом авторов^{/5, 8, 47, 53, 54, 58, 60-64, 20-23/} было дано более физическое объяснение этого притяжения, связанное с включением двуионного обмена, трехмезонный обмен в некоторых моделях имитируется скалярным-изовекторным ρ -мезоном.

Таблица I
Мезоны и резонансы с $J \leq 1$ (I - изотопспин)^{/59/}

I \ J ^P	0 ⁻	0 ⁺	1 ⁻
0	η (549 МэВ)	S^* (980 МэВ) ϵ (1300 МэВ)	ω (783 МэВ) ϕ (1020 МэВ)
1	π (140 МэВ)	δ (980 МэВ)	ρ (770 МэВ)

По мере дальнейшего уменьшения межнуклонного расстояния включается отталкивание, создаваемое векторным-изоскалярным ω -мезоном. Фазовый анализ упругого NN - рассеяния (в частности, ход S -фаз в зависимости от энергий сталкивающихся частиц) показывает, что NN -потенциал во внутренней области является отталкивательным.

Мы уже отметили выше некоторые особенности описания NN - взаимодействия во внутренней области. Для исследования параметров, определяющих внутреннюю область, из-за отсутствия центробежного барьера (который экранирует поведение потенциала на малых расстояниях) наиболее подходящей является синглетная 1S_0 - фаза. В работе^{/10/} для исследования S - фазовой кривой используется метод фазовых функций^{/65-68/}, при этом получается ряд полезных ограничений на характерные параметры отталкивательного ядра (высоту, радиус), если известно поведение потенциала в промежуточной и внешней областях.

Для описания поведения NN - потенциала на очень малых межнуклонных расстояниях необходимо рассмотрение данных при более высоких энергиях, когда релятивистские эффекты становятся еще более

существенными^{/69, 70/}. Необходимо подчеркнуть^{/10/}, что теоретическое и экспериментальное исследование NN - взаимодействия при высоких энергиях для выяснения свойств этого взаимодействия на малых расстояниях должно сопровождаться изучением свойств NN -, NN^* - и других взаимодействий^{/71-75/}. Отметим также, что в работах^{/28, 76, 77/} обсуждается релятивистское происхождение отталкивательного ядра и показывается, что одноионный обмен также дает вклад в отталкивание на малых межнуклонных расстояниях.

Все PVS - модели содержат такую комбинацию скалярных и векторных потенциалов, что имеет место частичная компенсация сильных притягивательного, создаваемого скалярными мезонами, и отталкивательного, создаваемого векторными мезонами, статических членов (идея такого типа модели была высказана впервые Гринном^{/78/}), так что результирующий (притягивательный) статический потенциал относительно мал. Эта комбинация приводит также к резкому увеличению роли релятивистских эффектов в нуклон-нуклонном взаимодействии даже при низких энергиях (релятивистские поправки порядка v^2/c^2 , связанные с обменом скалярными и векторными мезонами, определяются очень сильными статическими частями соответствующих ОВЕ-потенциалов и, в отличие от статических частей, имеют одинаковые знаки), такое проявление релятивистских эффектов принято характеризовать как "максимальный релятивизм".

Отметим, что в работах^{/18, 20-23/} построены модели ОВЕР в координатном представлении с реалистическим учетом ρ - мезонного обмена и скалярного - изоскалярного 2π - мезонного обмена, при этом вклады в потенциал получены на основе экспериментальных фазовых сдвигов $\pi\pi$ - рассеяния, эффекты "максимального релятивизма" также присущи и этим моделям.

Существуют релятивистские эффекты другой категории, определяемые термином "минимальный релятивизм", эти релятивистские эффекты связаны с учетом релятивистского соотношения между энергией и импульсом, условия лоренцевой ковариантности и т.п. Наконец, релятивистские эффекты включают учет запаздывания (конечности времени распространения мезона обмена), которое, по-видимому, весьма существенно при использовании этих потенциалов в схеме Хартри-Фока при решении многочастичной задачи; в частности, в настоящее время предполагается, что именно пренебрежение запаздыванием в потенциале одноимезонного обмена в форме (I, I3) приводит к коллапсу ядра при проведении релятивистской процедуры самосогласования (см. ниже). Тем не менее многие модели ОВЕ-потенциалов в координатном представлении, предложенные в настоящее время^{/16, 25, 37, 38/}, запаздывания не учитывали, более

того, считалось, что учет эффектов запаздывания в координатном представлении в принципе невозможен. Однако в работе^{43/} было показано, что учет запаздывания можно осуществить и в координатном представлении, а в работе^{46/} построен ОВЕР-потенциал в координатном представлении с учетом запаздывания, тем не менее использование импульсного представления для этих целей обладает некоторыми преимуществами^{47/} (в последней работе рассмотрен ОВЕР в импульсном представлении, учитывающий запаздывание). К настоящему времени построен ряд ОВЕР-потенциалов в импульсном и координатном представлении; различные модели ОВЕР-потенциалов кроме представления (координатное или импульсное), отличаются также массами и константами связи некоторых мезонов обмена, процедурой регуляризации и качеством воспроизведения экспериментальных данных по NN - рассеянию и свойств ядерной материи.

Потенциалы однобозонного обмена содержат небольшое по сравнению с феноменологическими потенциалами число подгоночных параметров (5 + 10), имеющих четкий физический смысл (подгоночными параметрами являются: параметры обрезания, константы связи скалярных, ρ -, ω - и ϕ - мезонов и массы скалярных мезонов), и описывают большую совокупность экспериментальных данных; сводка мезонов и параметров некоторых моделей ОВЕР в координатном представлении, которые мы будем использовать в дальнейшем, приведена в таблице 2 (см. работы^{3,16,18/}. В этой таблице приведены в качестве примера параметры моделей ОВЕР, развитых Гринем с сотрудниками; более современные модели этой группы и их параметры рассмотрены, например, в работах^{22,23/}. Подгоночные параметры, как правило, определяются из описания NN - рассеяния в широком диапазоне энергий (0 - 450 МэВ) и свойств дейтона (энергии связи, квадрупольного момента и т.д.^{14,79/}), при этом качество описания^{27/} не уступает качеству описания, полученному с одним из лучших феноменологических потенциалов - потенциалом Рейда с мягким кором^{80/} (причем последний не определен для $J \geq 3$). Здесь мы не будем подробно останавливаться на описании свойств NN - системы в моделях однобозонного обмена (полный обзор см. в работе^{4/}). Отметим, что удобным аппаратом для решения этой задачи является квазипотенциальный подход, развитый А.А. Логуновым и А.Н. Тавкелидзе^{81/}, который позволяет единым образом рассмотреть двухнуклонную задачу при низких и высоких энергиях. Особенность этого подхода заключается в том, что его уравнения записываются в виде, который позволяет включить релятивистские кинематические эффекты в двухнуклонное уравнение и NN - потенциалы, т.е. с самого начала формулировать задачу с полным учетом релятивизма. Следует отметить также вариант квазипотенциальной теории рассеяния, развитый В.Г. Кадниер-

124802

Таблица 2

Параметры ОВЕР - потенциалов

Мезон	Тип потенциала	π	η	ρ	ω	σ_1	$\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5$	σ_c	σ_o	ϵ	λ_0, λ_1
Константа связи ρ (бег-размерная)	а /3/	14,7	-	-	25	-	-	-	-	14,7	-
	б /16, МэВ/	14,37	-	0,81; 4,70	7,83	-	4,47	1,97	-	-	3,98
	в /16, МэВ/	14,61	-	0,65; 5,06	9,68	1,01	-	1,52	7,32	-	-
	г /18/	14,26	2,53	0,583; 5,18	10,00	-	1,39	-	-	13,9	-
Масса мезона ρ , МэВ	а /3/	138,7	-	-	783	-	-	-	-	600	-
	б /16, МэВ/	138,7	-	763	782,8	-	1016	416,1	-	-	1070
	в /16, МэВ/	138,7	-	763	782,8	763	-	416,1	782,8	-	-
	г /18/	138,7	548,7	763	782,8	-	963	-	-	782,8	-
Параметр обрезания λ , МэВ	а /3/	600	-	-	1880	-	-	-	-	1880	-
	б /16, МэВ/	2293	-	1200	1200	-	1200	1200	-	-	1200
	в /16, МэВ/	1299	-	1299	1299	1299	-	1299	1299	-	-
	г /18/	1879,1	1879,1	1879,1	1879,1	-	1879,1	-	-	-	416,1

ским с сотр. /82,83/ (обзор основных идей квазипотенциального подхода дан в работе /84/). Плодотворность применения квазипотенциального подхода к проблеме межнуклонных сил отмечается В.В. Бабиковым и Пак Бен Гиrom в работе /85/ (см. также работу /86/). Партови и Ломон /62/ в рамках такого подхода /81,87/ вычислили NN - потенциал, учитывающий двухпиконный обмен. В работе /88/ (см. также работу /89/) уравнение Каджешевского-Матвеева /82,83/ используется в рамках схемы однобозонного обмена для описания нуклон-нуклонного рассеяния (см. также работы /24,39/). Интересные результаты в рамках квазипотенциального подхода получены также в работах /90/.

В работе /69/ для решения релятивистской задачи двух тел в формулировке Каджешевского применен метод Бейтмана, развитый ранее для решения уравнения Липпмана-Швингера, при этом показана важная роль релятивистских эффектов в двухчастичных системах даже при низких энергиях (как при решении задач рассеяния, так и на связанное состояние). Важность релятивистских эффектов в этом случае можно понять из следующих качественных соображений. Сильное короткодействующее отталкивание, присущее всем реалистическим нуклон-нуклонным потенциалам, приводит к тому, что волновая функция двух нуклонов в S - состоянии должна быстро исчезать в отталкивающей области, что эквивалентно возникновению в функции компонент с большими импульсами относительного движения частиц.

В заключение отметим формулировку релятивистской квантовой задачи двух тел, альтернативную уравнению Бете-Солпитера. Эта формулировка была развита в работах /91,39,92/. В рамках этого подхода задача нуклон-нуклонного рассеяния может быть поставлена (в системе центра масс) аналогично нерелятивистской формальной теории рассеяния. Эта формулировка основана на возможности введения релятивистского аналога оператора Мёллера.

Основываясь на результатах работы /91/, Ширхольц /39/ доказал существование обобщенных операторов Мёллера при допущении, что потенциал удовлетворяет определенным интегральным условиям, и получил немассовое трехмерное релятивистское уравнение типа Липпмана-Швингера. В этой формулировке на взаимодействие двух частиц (кроме требования достаточно быстрого убывания при увеличении аргумента) никаких ограничений не накладывалось (Ширхольц /39,40/ выбрал потенциал на основе ОВЕ-модели). Различные аспекты такого подхода были развиты С.Н. Соколовым и обсуждались им, в частности, в работах /93,94/.

Релятивистское описание двухнуклонной системы детально рассмотрено в работах /4,5,9/, поэтому мы не будем здесь останавливаться на этой проблеме подробнее.

Отметим, что ОВЕ-потенциалы допускают непосредственный переход в NN - канал (нуклон-антинуклон), при этом связь между NN - и $N\bar{N}$ - потенциалами определяется G - четностью (G - четность тех компонент потенциала, которые связаны с обменом несколькими мезонами, определяется как произведение G - четностей отдельных мезонов). Оказывается, что потенциал, связанный с обменом векторными-изоскалярными мезонами при переходе в NN - канал меняет знак, а потенциал, связанный с обменом скалярными-изоскалярными мезонами, сохраняет знак, что приводит к резкому увеличению потенциальной энергии взаимодействия в NN - системе, поэтому следует ожидать, что спектр связанных NN - состояний должен быть гораздо богаче, чем спектр в $N\bar{N}$ - системе. Спектр состояний в NN - системе с маленьким дефектом массы обсуждался в обзоре /95/, расчеты (проводившиеся с потенциалами Брайена и Филлипса /96/) привели к появлению в этой системе большого числа резонансов и связанных состояний с неравным нулю орбитальным моментом, причем резонансы характеризуются сравнительно большими значениями отношения $\Gamma_{N\bar{N}}/\Gamma$ ($\Gamma_{N\bar{N}}$ - ширина распада состояния по упругому каналу, Γ - аннигиляционная ширина). В работе /97/ была сделана попытка (для различных вариантов ОВЕР) получить в качестве связанных NN - состояний те мезоны, которые передают взаимодействия в NN - канале (модель Ферми-Янга). Все эти вопросы подробно обсуждаются в обзорах /95,98/.

§ 2. Потенциалы однобозонного обмена в импульсном представлении и приближение айконала

Потенциал взаимодействия нуклонов в импульсном представлении в однобозонном приближении может быть получен как сумма амплитуд диаграммы Фейнмана (см. рис. I), описывающих процесс обмена скалярным, векторным и псевдоскалярным мезонами между двумя нуклонами

$$\langle \lambda'_1 \lambda'_2 \vec{q}' | V | \lambda_1 \lambda_2 \vec{q} \rangle = \sum_{\alpha} V_{\alpha}(\vec{q}', \vec{q}), \quad (2.1)$$

где \vec{q} и \vec{q}' - относительный импульс нуклонов до и после взаимодействия. Амплитуда для мезона α имеет вид:

$$V_{\alpha}(\lambda'_1 \lambda'_2 \vec{q}'; \lambda_1 \lambda_2 \vec{q}) =$$

$$= \bar{u}_{\lambda_2}(-\vec{q}') \Gamma_{\alpha}^{(2)} u_{\lambda_2}(-\vec{q}) P_{\alpha} \bar{u}_{\lambda_1}(\vec{q}') \Gamma_{\alpha}^{(1)} u_{\lambda_1}(\vec{q}),$$

где $u(\vec{q})$ - спинор Дирака, описывающий свободный нуклон с импульсом \vec{q} ; Γ_{α} - вершинный оператор нуклон-мезонного взаимодействия, P_{α} - мезонный пропагатор.

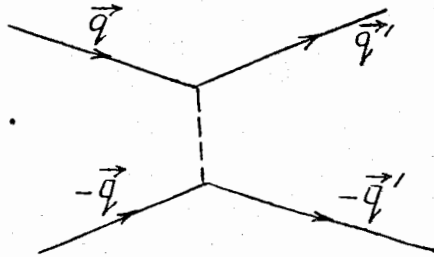


Рис. 1. Диаграмма однобозонного обмена.

Сплошные линии отвечают нуклону, пунктирные - мезону.

Для скалярных мезонов величины Γ_{α} и P_{α} имеют вид:

$$\Gamma_S = \sqrt{4\pi} g_S; \quad P_S = \frac{1}{\Delta^2 - m_S^2} \quad (2.2 \text{ а})$$

Для псевдоскалярных мезонов

$$\Gamma_P = \sqrt{4\pi} g_P \gamma_5; \quad P_P = \frac{1}{\Delta^2 - m_P^2} \quad (2.2 \text{ б})$$

Для векторных мезонов

$$\Gamma_V = \sqrt{4\pi} g_V \gamma_{\mu}; \quad P_T = -\sqrt{4\pi} \frac{f_V}{2M} (\vec{q}' + \vec{q})_{\mu},$$

$$P_V = -\frac{g_{\mu\nu}}{\Delta^2 - m_V^2}, \quad (2.2 \text{ в})$$

где Γ_V относится к векторной части взаимодействия, а Γ_T - к тензорной части (см. формулу (1.5)), $\Delta^2 = (q'_0 - q_0)^2 - (\vec{q}' - \vec{q})^2$, $g_{\mu\nu}$ - метрический тензор ($g_{00} = 1, g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$).

Удобно описывать спиновое состояние нуклонов квантовым числом спиральности. В этом случае дираковский спинор приобретает вид

$$u_{\lambda}(\vec{q}) = \left(\frac{E_q + M}{2M}\right)^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2\lambda q}{E_q + M} \end{pmatrix} |\lambda\rangle, \quad (2.3)$$

где λ - собственное состояние оператора спиральности. Подставляя выражения (2.2) и (2.3) в (2.1), можно получить для ОБЕ-потенциалов явные выражения через относительные импульсы \vec{q} и \vec{q}' и спиральности $\lambda_1, \lambda_2, \lambda'_1, \lambda'_2$.

Однако для многих приложений более удобно перейти к представлению угловых моментов. Это можно делать, исходя из соотношения

$$\langle \lambda'_1, \lambda'_2, \vec{q}' | V | \lambda_1, \lambda_2, \vec{q} \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_J (2J+1) d_{\lambda\lambda'}^J(\vartheta) \langle \lambda'_1, \lambda'_2 | V^J(\vec{q}', \vec{q}) | \lambda_1, \lambda_2 \rangle, \quad (2.4)$$

где $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2, \lambda' = \lambda'_1 - \lambda'_2, \vartheta$ - угол рассеяния (угол между векторами \vec{q}' и \vec{q}), $d_{\lambda\lambda'}^J(\vartheta)$ - матрица вращения, $\langle \lambda'_1, \lambda'_2 | V^J(\vec{q}', \vec{q}) | \lambda_1, \lambda_2 \rangle$ - ОБЕ-потенциал в J -представлении.

Используя свойство ортогональности d -функций, нетрудно записать соотношение, обратное (2.4):

$$\langle \lambda_1, \lambda_2' | V^J(q; q) | \lambda_1, \lambda_2 \rangle =$$

$$= 2\pi \int_0^\pi \sin \nu d\nu d_{\lambda\lambda'}^\nu(\nu) \langle \lambda_1, \lambda_2' \vec{q}' | V | \lambda_1, \lambda_2 \vec{q} \rangle \quad (2.5)$$

Подставляя в это соотношение явные выражения для $\langle \lambda_1, \lambda_2' \vec{q}' | V | \lambda_1, \lambda_2 \vec{q} \rangle$, после довольно громоздких выкладок можно получить выражение для потенциалов в J -представлении. Эти выражения даны в работе /4/.

Однако ОВЕ-потенциалы, полученные указанным путем, не могут быть непосредственно применены к задаче рассеяния нуклонов и к расчетам многонуклонных систем из-за наличия расходимостей, полученных для ОВЕ-потенциалов выражений в пределе больших относительных импульсов \vec{q}, \vec{q}' . Физической причиной указанных расходимостей является предположение о точечности нуклона, принятое при вычислении ОВЕ-потенциалов. Входящее в формулу (2.1) нуклон-мезонное взаимодействие получается при учете лишь простейшей вершинной диаграммы Фейнмана (см. рис. 2 а). Учет диаграмм более высокого порядка (см. рис. 2 б) приводит к появлению в вершинной части дополнительного множителя $F_\alpha(\vec{q}, \vec{q}')$, который достаточно быстро стремится к нулю при росте относительных импульсов нуклонов и, таким образом, компенсирует расходимость ОВЕ-потенциала при больших импульсах. К сожалению, включение в ОВЕ-амплитуду вершинных диаграмм высшего порядка является сложной задачей, решенной только приближенно (см. ниже).

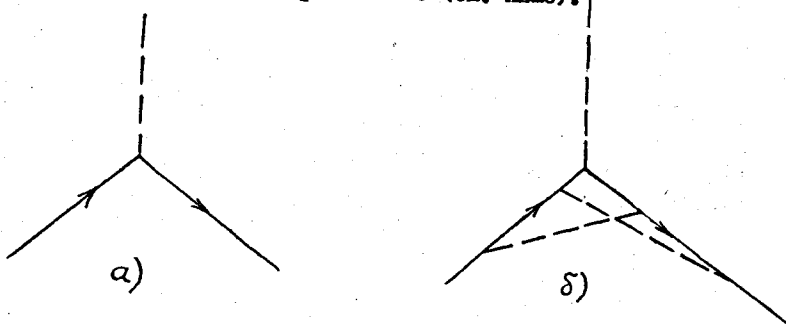


Рис. 2. Вершинные части диаграмм Фейнмана

До последнего времени мезон-нуклонные формфакторы определялись чисто феноменологически.

При рассмотрении ОВЕ-потенциалов в импульсном представлении использовались два основных вида формфакторов: монополярные

$$F_\alpha(\vec{q}; \vec{q}') = \left[\frac{\Lambda_\alpha^2 - m_\alpha^2}{\Lambda_\alpha^2 - \Delta^2} \right]^n \quad (2.6 а)$$

и дипольные

$$F_\alpha(\vec{q}; \vec{q}') = \frac{\Lambda_\alpha^2}{\Lambda_\alpha^2 - \Delta^2} \left(\frac{\Lambda_{\alpha, \nu}^2 - m_\alpha^2}{\Lambda_{\alpha, \nu}^2 - \Delta^2} \right)^{1/2}, \quad (2.6 б)$$

где $\Lambda_\alpha, \Lambda_{\alpha, \nu}$ - свободные параметры, определяемые из опыта: процессов испускания мезонов нуклонами, рассеяния нуклонов на нуклонах, электромагнитных процессов с участием нуклонов и т.п. Даже если формфакторы достаточно хорошо определены на опыте (что сейчас можно сказать только о \mathcal{P} -мезонах), то этого все равно недостаточно для полного определения ОВЕ-взаимодействия, так как для этого формфакторы необходимо знать вне энергетической поверхности (в случае многонуклонных систем).

В импульсном представлении в ОВЕ-моделях с феноменологическими формфакторами для скалярных и псевдоскалярных мезонов используются обычно монополярные (2.6 а), для векторных мезонов - дипольные (2.6 б) формфакторы. С учетом формфакторов выражение для ОВЕ-потенциала приобретает вид

$$\langle \lambda_1, \lambda_2' \vec{q}' | \tilde{V} | \lambda_1, \lambda_2 \vec{q} \rangle = \sum_\alpha F_\alpha^2(\vec{q}; \vec{q}') V_\alpha(\vec{q}; \vec{q}')$$

Введение формфакторов делает, вообще говоря, невозможной запись явного выражения для ОВЕ-потенциала в представлении спиральности и углового момента $\langle \lambda_1, \lambda_2' | V^J(q; q) | \lambda_1, \lambda_2 \rangle$. Однако для формфакторов вида (2.6 а) и (2.6 б) это возможно /31/.

Рассмотренные выше формфакторы введены в теорию ОВЕР феноменологически и довольно произвольно. В последнее время наряду с ними нашли применение формфакторы, вытекающие из учета мезонного

обмена между нуклонами и получающиеся в результате суммирования определенного класса диаграмм ^{33/} и ^{34/}. Эти формфакторы, вычисляемые в приближении эйконала, известного из квантовой электродинамики, позволяют получить амплитуду процесса, в котором некое взаимодействие, которое мы будем условно называть "жестким", сопровождается обменом произвольным количеством "мягких" мезонов (в собственно квантовоэлектродинамической задаче рассматривается, конечно, только обмен фотонами).

Введение эйкональных формфакторов в теорию ядерных сил следует, по-видимому, считать существенным развитием теории, так как это значительно улучшило результаты расчетов мало- и многонуклонных систем, и при этом в значительной мере устранило произвол в выборе ОБЕ-потенциалов.

Рассмотрим суть приближения эйконала, при этом будем в основном следовать работам ^{99,58/}. Изложение будет значительно проще, если использовать импульсное представление ОБЕ-потенциалов. Пусть два нуклона с 4-импульсами P_a и P_b взаимодействуют посредством некоего "жесткого" взаимодействия M^h , которое пока не будем конкретизировать, и, кроме того, обменивается некоторым количеством мезонов. Само "жесткое" взаимодействие тоже, конечно, связано с обменом бозе-частицами; однако мы рассматриваем его пока чисто феноменологически.

На рис. 3 приведена диаграмма Фейнмана, описывающая такой процесс. Волнистая линия соответствует "жесткому" взаимодействию, пунктирные линии - мезонам. Как видно из диаграммы, мезоны участвуют в процессах трех видов: обмене 4-импульсом между нуклонами (рис. 4 а) (лестничная диаграмма), собственно-энергетических процессах (мезон излучается и поглощается одним и тем же нуклоном до и после "жесткого" взаимодействия, см. рис. 4 б) и вершинных процессах (акты излучения и поглощения мезона одним и тем же нуклоном разделены "жестким" взаимодействием, см. рис. 4 в).

Хотя мезоны, "сопровождающие" "жесткое" взаимодействие, могут, вообще говоря, иметь произвольные спины и изоспины, мы будем вначале считать их скалярными, нейтральными мезонами, так как для них проще математические выкладки. После получения результатов для скалярных мезонов будут пояснены те модификации, которые необходимы для векторных мезонов. В рассматриваемом нами эйкональном приближении псевдоскалярные мезоны не дают вклада. Изложенный ниже формализм применим лишь к нейтральным мезонам и не может быть обобщен на случай заряженных мезонов, что является, по-видимому, существенным недостатком. Так как скалярные мезоны вводятся в теорию ОБЕ-потенциала

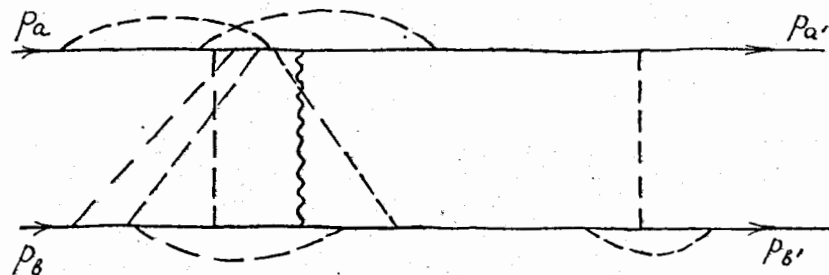


Рис. 3. Пример диаграммы Фейнмана, учитываемой в приближении эйконала. Сплошные линии относятся к нуклонам, пунктирные - к мягким мезонам, волнистая линия обозначает "жесткое" взаимодействие.

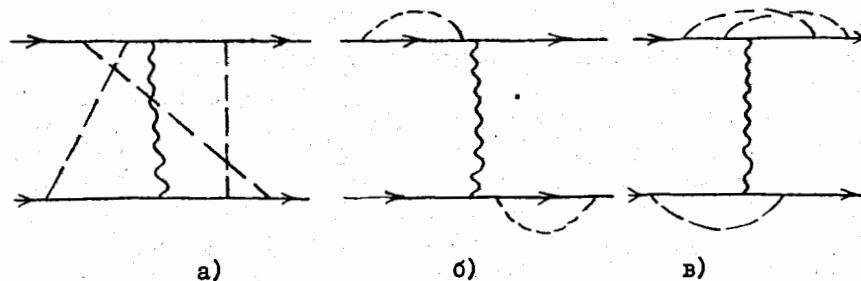


Рис. 4. Лестничная, собственно-энергетическая и вершинная диаграммы.

лов формально для эффективного учета 2π - обмена, то вывод для них эйконального формфактора следует считать только приемом, упрощающим изложение.

Не будем вначале учитывать спин нуклона. Рассмотрим отдельно три упомянутые вида мезонных процессов. Обратимся сперва к классу диаграмм обмена (см. рис. 4 а). Фейнмановская амплитуда этого процесса равна

$$\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \int \prod_{i=1}^{n+1} \frac{d^4 k_i}{k_i^2 - m^2 + i\epsilon} d^4 k_r M^h(k_r) \delta(q - \sum_{i=1}^{n+1} k_i) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1}{(p_a - k_1)^2 - M^2 + i\varepsilon} \cdot \frac{1}{(p_a - k_1 - k_2)^2 - M^2 + i\varepsilon} \cdots \frac{1}{(p_a - k_1 - \dots - k_{r-1})^2 - M^2 + i\varepsilon} \times \\ & \times \frac{1}{(p_a' + k_{n+1} + \dots + k_{n+1})^2 - M^2 + i\varepsilon} \cdots \frac{1}{(p_a' + k_{n+1})^2 - M^2 + i\varepsilon} \times \\ & \times \frac{1}{(p_b + k_1')^2 - M^2 + i\varepsilon} \cdots \frac{1}{(p_b + k_1' + \dots + k_{\ell-1}')^2 - M^2 + i\varepsilon} \times \\ & \times \frac{1}{(p_b' - k_{n+1}' - \dots - k_{\ell+1}')^2 - M^2 + i\varepsilon} \cdots \frac{1}{(p_b' - k_{n+1}')^2 - M^2 + i\varepsilon} \end{aligned}$$

где p_a и p_b - начальные 4-импульсы нуклонов, p_a' и p_b' - их 4-импульсы после взаимодействия ($q = p_a - p_a' = p_b' - p_b$)
 n - число мезонов, участвующих в процессе, $(r-1)$ - число мезонов, излучаемых нуклонной линией p_a (до "жесткого" взаимодействия), $(\ell-1)$ - число мезонов, поглощаемых линией p_b (до "жесткого" взаимодействия), следовательно, линией p_a' излучается $(n-r+1)$ мезон, а линией p_b' поглощается $(n-\ell+1)$ мезон.

K_i ($i=1, n+1; i \neq r$) - 4 импульсы поглощаемых мезонов, причем K_i' образуют тот же набор чисел, что и K_i , $K_r = K_{\ell}'$ - импульс, передаваемый при "жестком" взаимодействии, g - константа взаимодействия мезонов с нуклонами, m - масса мезонов, M - нуклонная масса, $M^h(K_r)$ - амплитуда "жесткого" взаимодействия.

Согласно основному предположению приближения эйконала, импульсы всех мезонов, кроме участвующих в "жестком" взаимодействии, считаются малыми по сравнению с импульсом нуклонов. Термин "жесткое" взаимодействие предполагает, что переданный в нем импульс может (но не обязательно должен) быть большим. Тогда для нуклонных пропагаторов на энергетической поверхности ($p_a^2 = p_b^2 = p_a'^2 = p_b'^2 = M^2$) имеем

$$\frac{1}{(p - \sum_i K_i)^2 - M^2 + i\varepsilon} \approx \frac{1}{\sum_i (K_i^2 - 2pK_i) + i\varepsilon}$$

пренебрегая $K_i K_j$ при $i \neq j$. Величины K_i^2 имеют тот же порядок, что и $K_i K_j$, однако они оставлены в пропагаторе, так как

это, не усложняя дальнейшие выкладки, автоматически обеспечивает необходимое для сходимости амплитуд обрезание по энергии.

Используя тождество

$$\sum_p \frac{1}{a_{i_1}} \frac{1}{a_{i_1} + a_{i_2}} \cdots \frac{1}{a_{i_1} + a_{i_2} + \dots + a_{i_j}} = \frac{1}{a_1} \cdots \frac{1}{a_j}, \quad (2.7)$$

где (i_1, i_2, \dots, i_j) есть перестановка $(1, 2, \dots, j)$ и \sum_p означает сумму по всевозможным перестановкам, получим для суммы амплитуд по всевозможным перестановкам импульсов внутри каждой из четырех групп (K_1, \dots, K_{r-1}) , $(K_{r+1}, \dots, K_{n+1})$, $(K_1', \dots, K_{\ell-1}')$, $(K_{\ell+1}', \dots, K_{n+1}')$.

$$\left[\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \right]^n \int \prod_{\substack{i=1 \\ (i \neq r)}}^{n+1} \frac{d^4 K_i}{K_i^2 - m^2 + i\varepsilon} M^h \left(q - \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq r)}}^{n+1} K_i \right) \times \frac{1}{m_1! (r-m_1-1)! m_2! (n+1-r-m_2)!} \quad (2.8)$$

$$\prod_{i=1}^{r-1} \frac{1}{K_i^2 - 2p_a K_i + i\varepsilon} \prod_{i=r+1}^{n+1} \frac{1}{K_i^2 + 2p_a K_i + i\varepsilon} \times \prod_{i=1}^{\ell-1} \frac{1}{K_i'^2 + 2p_b K_i' + i\varepsilon} \prod_{i=\ell+1}^{n+1} \frac{1}{K_i'^2 - 2p_b K_i' + i\varepsilon}$$

где m_1 - число импульсов из группы $(K_1', \dots, K_{\ell-1}')$, равных импульсам, входящим в группу (K_1, \dots, K_{r-1}) , и m_2 - число импульсов из группы $(K_{\ell+1}', \dots, K_{n+1}')$, равных импульсам из группы $(K_{r+1}, \dots, K_{n+1})$. Это означает, что линии p_a и p_b связаны m_1 мезонными линиями, а линии p_a' и p_b' - m_2 мезонными линиями.

Фактор $1/[m_1! (r-m_1-1)! m_2! (n+1-r-m_2)!]$

учитывает, что диаграммы, отличающиеся перестановкой мезонных линий, должны учитываться один раз.

Введем функцию

$$U(p, p', x) = \int \frac{d^4 k e^{-ikx}}{(k^2 - m^2 + i\epsilon)(k^2 - 2pk + i\epsilon)(k^2 + 2p'k + i\epsilon)}$$

и обозначим

$$U_1 = U(p_a, p_b, x); \quad U_2 = U(p_a, -p_b', x);$$

$$U_3 = U(-p_a', p_b, x); \quad U_4 = U(-p_a', -p_b', x).$$

Тогда сумма амплитуд (2.8) принимает вид

$$\left[\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \right]^n \frac{1}{m_1!(r-m_1-1)!m_2!(n+1-r-m_2)!} \times \\ \times \int d^4 x M^h(x) e^{iqx} U_1^{m_1} U_2^{r-m_1-1} U_3^{n-r-m_2+1} U_4^{m_2}, \quad (2.9)$$

где

$$M^h(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 q e^{-iqx} M^h(q)$$

- амплитуда "жесткого" взаимодействия в координатном представлении.

После суммирования (2.9) по m_1 , m_2 и r

$$\left(\sum_{r=1}^{n+1} \sum_{m_1=1}^{n-r} \sum_{m_2=1}^{n+1-r} \right) \text{ получаем}$$

$$\sum_{r=1}^n \left[\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \right]^n \int d^4 x M^h(x) e^{iqx} (U_1 + U_2)^{r-1} \frac{1}{(r-1)!} (U_3 + U_4) \\ \sum_{r=1}^n \left[\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \right]^n \int d^4 x M^h(x) e^{iqx} \frac{(U_1 + U_2)^{r-1}}{(r-1)!} \frac{(U_3 + U_4)^{n+1-r}}{(n+1-r)!} = (2.10)$$

$$= \left[\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \right]^n \int d^4 x M^h(x) e^{iqx} \frac{(U_1 + U_2 + U_3 + U_4)^n}{n!}$$

До сих пор неявно предполагалось, что "жесткое" взаимодействие отлично от взаимодействия, обусловленного обменом мягкими мезонами. Именно поэтому диаграммы с разными r (т.е. с разным числом мезонных линий, выходящих из нуклонной линии p_a до "жесткого" взаимодействия) считались отличными друг от друга. Если само "жесткое" взаимодействие возникает от обмена теми же самыми мезонами, то сумму диаграмм (2.10) следует разделить на $(n+1)$. В соответствии с этим после суммирования по n ($\sum_{n=0}^{\infty}$) получаем два результата

$$\int d^4 x M^h(x) e^{iqx} e^{i\chi(x)}; \quad (2.11 a)$$

$$\int d^4 x M^h(x) \frac{1}{i\chi(x)} (e^{i\chi(x)} - 1); \quad (2.11 б)$$

где

$$\chi(x) = \frac{g^2}{(2\pi)^4} [U_1(x) + U_2(x) + U_3(x) + U_4(x)], \quad (2.12 a)$$

и (2.11 a) справедливо для "жесткого" взаимодействия, имеющего природу, отличную от обмена нейтральными скалярными мезонами (с той же массой); (2.11 б) предполагает, что "жесткое" взаимодействие тождественно с "мягким" взаимодействием. Следует подчеркнуть, что в последнем случае ситуация все же не столь однозначна. В самом деле, если переданный импульс за счет "жесткого" взаимодействия действительно велик (напомним, что это, вообще говоря, необязательно), то в силу основного сделанного предположения о малой величине импульсов мезонов, дающих поправки к "жесткому" взаимодействию, учитываемые в рамках этого приближения диаграммы будут все-таки различны при изменении "места вставки" жесткого взаимодействия, что предполагает использование результата (2.11 a), а не (2.11 б). При малых же импульсах

"жесткого" мезона следует пользоваться формулой (2.11б).

Совершенно аналогично рассмотренным чисто обменным диаграммам (рис. 4 а) может быть вычислен вклад от диаграмм общего вида (рис. 3), включающих собственно-энергетические (рис. 4 б) и вершинные (рис. 4 в) процессы.

Итоговый результат записывается в виде

$$T = \int d^4x M^h(x) e^{iqx} e^{i(\chi(x) + \mathcal{U} + \mathcal{Q})}; \quad (2.13 а)$$

$$T = \int d^4x M^h(x) e^{iqx} \frac{1}{i[\chi(x) + \mathcal{U} + \mathcal{Q}]} \left\{ e^{i[\chi(x) + \mathcal{U} + \mathcal{Q}]} - 1 \right\}; \quad (2.13 б)$$

где

$$\mathcal{U} = \frac{g^2}{2(2\pi)^4} [U(p_a, p_a, 0) + U(p_b, p_b, 0) + U(p_{a'}, p_{a'}, 0) + U(p_{b'}, p_{b'}, 0)] \quad (2.12 а)$$

дает поправку для собственно-энергетических процессов,

$$\mathcal{Q} = \frac{g^2}{(2\pi)^4} [U(p_a, -p_a, 0) + U(p_b, -p_b, 0)] \quad (2.12 в)$$

- для вершинных процессов.

Отметим, что собственно-энергетическая и вершинная поправки не зависят от координат в отличие от обменной поправки. Это связано с тем, что передаваемый в этих процессах импульс равен нулю, так как каждая мезонная линия начинается и кончается на одной и той же нуклонной линии.

Если считать, как это часто делается, что "жесткое" взаимодействие является короткодействующим, то эйкональные амплитуды принимают вид

$$T = M^h(q) e^{i\Phi}; \quad (2.14 а)$$

$$T = M^h(q) \frac{1}{i\Phi} (e^{i\Phi} - 1), \quad (2.14 б)$$

$$\Phi = \frac{g^2}{(2\pi)^4} \left\{ U(p_a, p_b, 0) + U(p_a, -p_{b'}, 0) + U(-p_{a'}, p_b, 0) + U(-p_{a'}, -p_{b'}, 0) + \frac{1}{2} [U(p_a, p_a, 0) + U(p_b, p_b, 0) + U(p_{a'}, p_{a'}, 0) + U(p_{b'}, p_{b'}, 0)] + U(p_a, -p_{a'}, 0) + U(p_b, -p_{b'}, 0) \right\} \quad (2.15)$$

Таким образом, в приближении короткодействия поправка от обмена нейтральным скалярным мезоном сводится к умножению амплитуды "жесткого" взаимодействия на величину, зависящую от импульсов нуклонов.

Для приложений в области физики ядерных взаимодействий значительно больший интерес представляют не поправки высших порядков от обмена скалярными нейтральными мезонами, которые были предметом нашего рассмотрения, а аналогичные поправки от обмена векторными мезонами. Это объясняется тем, что реальные скалярные мезоны, существование которых установлено на опыте (δ^- , S^* и ξ^- мезоны), видимо, не играют принципиальной роли в формировании ядерных сил. Лишь дополнительно вводимые в теорию фиктивные σ -мезоны важно учитывать при вычислении ОВЕ-потенциалов, но эти мезоны являются только эрзацем двухмезонного, в частности, 2π -мезонного обмена. В то же время обмен мягкими π -мезонами дает нулевой вклад на энергетической поверхности.

К счастью, учет диаграмм Фейнмана (рис.3) для векторных мезонов может быть проведен таким же путем, как и для скалярных; учет спина нуклона также не представляет трудностей.

Действительно, амплитуда процесса, изображенного на рис. 4 а,

в предположении, что пунктирные линии относятся к векторным мезонам и с учетом спина нуклона, равна

$$\left[\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \right]^n \bar{u}_a \bar{u}_b \int \prod_{i=1(\neq r)}^{n+1} \frac{d^4 k_i}{k_i^2 - m^2 + i\epsilon} \delta(q - \sum_{i=1}^{n+1} k_i) \times$$

$$\times \gamma^{M_1} \frac{(p_a - k_1) \gamma + M}{(p_a - k_1)^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma^{M_2} \frac{(p_a - k_1 - k_2) \gamma + M}{(p_a - k_1 - k_2)^2 - M^2 + i\epsilon} \dots$$

$$\times \gamma^{M_{r-1}} \frac{(p_a - k_1 - k_2 - \dots - k_{r-1}) \gamma + M}{(p_a - k_1 - k_2 - \dots - k_{r-1})^2 - M^2 + i\epsilon} \times$$

$$\times \gamma_{M'_1} \frac{(p_b + k'_1) \gamma + M}{(p_b + k'_1)^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma_{M'_2} \frac{(p_b + k'_1 + k'_2) \gamma + M}{(p_b + k'_1 + k'_2)^2 - M^2 + i\epsilon} \dots$$

$$\times \gamma_{M'_{\ell-1}} \frac{(p_b + k'_1 + \dots + k'_{\ell-1}) \gamma + M}{(p_b + k'_1 + \dots + k'_{\ell-1})^2 - M^2 + i\epsilon} d^4 k_r M^h(k_r) \times \quad (2.16)$$

$$\times \frac{(p_{a'} + k_{n+1} + \dots + k_{r+1}) \gamma + M}{(p_{a'} + k_{n+1} + \dots + k_{r+1})^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma^{M_{r+1}} \dots$$

$$\dots \frac{(p_{a'} + k_{n+1}) \gamma + M}{(p_{a'} + k_{n+1})^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma^{M_{n+1}} \times$$

$$\times \frac{(p_{b'} - k'_{n+1} - \dots - k'_{\ell+1}) \gamma + M}{(p_{b'} - k'_{n+1} - \dots - k'_{\ell+1})^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma_{M'_{\ell+1}} \dots$$

$$\dots \frac{(p_{b'} - k'_{n+1}) \gamma + M}{(p_{b'} - k'_{n+1})^2 - M^2 + i\epsilon} \gamma_{M'_{n+1}} u_{a'} u_{b'}$$

Так же, как и в случае скалярных мезонов, предположим, что импульсы векторных мезонов малы, и пренебрежем в знаменателях второй степень импульса мезонов по сравнению с (p_k) . Сохраним, однако, квадраты мезонных импульсов для обеспечения сходимости интегралов. В числителях, в том же приближении, пренебрежем членами, содержащими импульсы мезонов. Тогда, предполагая, что амплитуда вычисляется на энергетической поверхности, приходим к следующему выражению:

$$\left[\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \right]^n \bar{u}_a \bar{u}_b \int \prod_{i=1(\neq r)}^{n+1} \frac{d^4 k_i}{k_i^2 - m^2 + i\epsilon} \delta(q - \sum_{i=1}^{n+1} k_i) \times$$

$$\times \gamma^{M_1} \frac{p_a \gamma + M}{k_1^2 - 2p_a k_1 + i\epsilon} \dots \gamma^{M_{r-1}} \frac{p_a \gamma + M}{\sum_{i=1}^{r-1} k_i^2 - 2 \sum_{i=1}^{r-1} p_a k_i + i\epsilon} \times$$

$$\times \gamma_{M'_1} \frac{p_b \gamma + M}{k_1'^2 + 2p_b k_1' + i\epsilon} \dots$$

$$\dots \gamma_{M'_{\ell-1}} \frac{p_b \gamma + M}{\sum_{i=1}^{\ell-1} k_i^2 - 2 \sum_{i=1}^{\ell-1} p_b k_i + i\epsilon} d^4 k_r M^h(k_r) \times \quad (2.17)$$

$$\times \frac{p_{a'} \gamma + M}{\sum_{i=r+1}^{n+1} k_i^2 + 2 \sum_{i=r+1}^{n+1} p_{a'} k_i + i\epsilon} \gamma^{M_{r+1}} \dots \frac{p_{a'} \gamma + M}{k_{n+1}^2 + 2p_{a'} k_{n+1} + i\epsilon} \gamma^{M_{n+1}}$$

$$\times \frac{p_{b'} \gamma + M}{\sum_{i=\ell+1}^{n+1} k_i^2 - 2 \sum_{i=\ell+1}^{n+1} p_{b'} k_i + i\epsilon} \gamma_{M'_{\ell+1}} \dots$$

$$\dots \frac{p_{b'} \gamma + M}{k_{n+1}^2 - 2p_{b'} k_{n+1} + i\epsilon} \gamma_{M'_{n+1}} u_{a'} u_{b'}$$

В силу того, что нуклоны по предположению находятся на энергетической поверхности, для спиноров справедливо уравнение Дирака

$$(p\gamma - M)u = 0.$$

Используя коммутационные соотношения для матриц Дирака γ , получаем

$$(p\gamma + M)\gamma_\mu u = 2p_\mu u.$$

Путем использования этого соотношения можно преобразовать выражение (2.17) для амплитуды к виду

$$\begin{aligned} & \left[\frac{ig^2}{(2\pi)^4} \right]^n \int \prod_{i=1}^{n+1} \frac{d^4 k_i}{k_i^2 - m^2 + i\varepsilon} \delta\left(q - \sum_{i=1}^{n+1} k_i\right) \times \\ & \times \frac{2p_a^{\mu_1}}{k_1^2 - 2p_a k_1 + i\varepsilon} \dots \frac{2p_a^{\mu_{r-1}}}{\sum_{i=1}^{r-1} k_i^2 - 2\sum_{i=1}^{r-1} p_a k_i + i\varepsilon} \times \\ & \times \frac{2p_b^{\mu_r}}{k_1'^2 + 2p_b k_1' + i\varepsilon} \dots \\ & \dots \frac{2p_b^{\mu_{r-1}'}}{\sum_{i=1}^{r-1} k_i^2 - 2\sum_{i=1}^{r-1} p_b k_i + i\varepsilon} \bar{u}_a \bar{u}_b M^h(k_r) u_a u_b d^{(2.18)} \\ & \times \frac{2p_a^{\mu_{r+1}}}{\sum_{i=r+1}^{n+1} k_i^2 + 2\sum_{i=r+1}^{n+1} p_a k_i + i\varepsilon} \dots \frac{2p_a^{\mu_{n+1}}}{k_{n+1}^2 + 2p_a k_{n+1} + i\varepsilon} \times \\ & \times \frac{2p_b^{\mu_{\ell+1}'}}{\sum_{i=\ell+1}^{n+1} k_i'^2 - 2\sum_{i=\ell+1}^{n+1} p_b k_i' + i\varepsilon} \dots \frac{2p_b^{\mu_{n+1}'}}{k_{n+1}'^2 - 2p_b k_{n+1}' + i\varepsilon}. \end{aligned}$$

Совершенно так же, как это было сделано выше для скалярных мезонов, данное выражение может быть просуммировано по всем диаграммам вида (рис. 4а), единственное отличие состоит в появлении импульсов нуклонов в числителях. Аналогично могут быть получены вклады от суммирования по классу диаграмм (рис. 4б) и (рис. 4в). Окончательный результат запишется в виде

$$T = \int d^4 x \bar{u}_a \bar{u}_b M^h(x) e^{iqx} u_a u_b e^{i[\tilde{\chi}(x) + \tilde{\psi} + \tilde{\varrho}]} \quad (2.19a)$$

$$T = \int d^4 x \bar{u}_a \bar{u}_b M^h(x) e^{iqx} u_a u_b \frac{1}{i[\tilde{\chi}(x) + \tilde{\psi} + \tilde{\varrho}]} \times \left\{ e^{i[\tilde{\chi}(x) + \tilde{\psi} + \tilde{\varrho}]} - 1 \right\} \quad (2.19b)$$

Имеет ли место соотношение (2.19a) или (2.19b), зависит от того, является ли "жесткое" взаимодействие обменом векторными мезонами (соотношение (2.19b)) или мезонами другого вида (соотношение (2.19a)). В формулах (2.19)

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}(x) = & \frac{g^2}{(2\pi)^4} \left[\tilde{U}(p_a, p_b, x) + \tilde{U}(p_a, -p_b, x) + \right. \\ & \left. + \tilde{U}(-p_a, p_b, x) + \tilde{U}(-p_a, -p_b, x) \right], \\ \tilde{\psi} = & \frac{g^2}{(2\pi)^4} \left[\tilde{U}(p_a, p_a, 0) + \tilde{U}(p_b, p_b, 0) + \right. \\ & \left. + \tilde{U}(p_a, p_a, 0) + \tilde{U}(p_b, p_b, 0) \right], \quad (2.20) \end{aligned}$$

$$\tilde{\varrho} = \frac{g^2}{(2\pi)^4} \left[\tilde{U}(p_a, -p_a, 0) + \tilde{U}(p_b, -p_b, 0) \right],$$

$$M^h(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 q e^{-iqx} M^h(q),$$

$$\tilde{U}(p, p'; x) = 4pp' \int d^4k \frac{e^{-ikx}}{(k^2 - m^2 + i\epsilon)(k^2 - 2pk + i\epsilon)(k^2 + 2p'k + i\epsilon)}$$

В предположении короткодействия для "жесткого" взаимодействия амплитуда принимает вид

$$T = M^h(q) e^{i\tilde{\Phi}}, \quad (2.21a)$$

$$T = M^h(q) \frac{1}{i\tilde{\Phi}} (e^{i\tilde{\Phi}} - 1), \quad (2.21б)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi} = \frac{g^2}{(2\pi)^4} & \left\{ \tilde{U}(p_a, p_b, 0) + \tilde{U}(p_a, -p_b', 0) + \tilde{U}(-p_a', p_b, 0) + \right. \\ & \left. + \tilde{U}(-p_a', -p_b', 0) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} [\tilde{U}(p_a, p_a, 0) + \tilde{U}(p_b, p_b, 0) + \tilde{U}(p_a', p_a', 0) + \right. \\ & \left. + \tilde{U}(p_b', p_b', 0)] + \tilde{U}(p_a, -p_a', 0) + \tilde{U}(p_b, -p_b', 0) \right\}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Так же, как и для скалярных мезонов, вклад от обмена векторными мезонами сводится к домножению "жесткой" амплитуды на функцию от импульсов нуклонов. Функция $\tilde{U}(p, p'; 0)$ может быть приведена к виду

$$i\tilde{U}(p, p'; 0) = V(z) = \frac{z - 2M^2}{2\pi} \int_{4M^2}^{\infty} \frac{dz'}{z' - z} \times \quad (2.23)$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{z'(z' - 4M^2)}} \ln \left[\frac{z' - 4M^2 + m^2}{m^2} \right], \quad \text{где } z = (p + p')^2$$

Часто используется более простое выражение для функции $V(z)$, получающееся экспоненциальным обрезанием интеграла (2.23) (см. работу [100]):

$$V(z) = -\gamma(2M^2 + z) \int_{4M^2}^{\infty} \frac{dz'}{z' - z} \frac{1}{\sqrt{z'(z' - 4M^2)}}, \quad (2.24)$$

где γ - параметр, зависящий от обрезашей функции.

Параметр γ_{101} может быть определен из электромагнитного фактора нуклона [101], причем получается значение в интервале 1,25 + i, 50.

Из (2.23) следует, что на энергетической поверхности члены в $\tilde{\Phi}$, возникающие от собственно-энергетических диаграмм, являются константами

$$\tilde{U}(p, p, 0) = const$$

и, следовательно, их влияние сводится к умножению "жесткой" амплитуды на постоянный множитель, что автоматически учитывается в константе взаимодействия мезонов с нуклонами g . Поэтому регуляризация амплитуды возникает только от членов, соответствующих лестничной (рис. 4а) и вершинной (рис. 4в) диаграммам.

Формулы (2.21а) и (2.21б) для амплитуд рассеяния нуклона на нуклоне обычно подвергаются дальнейшей модификации.

Необходимость ее возникает из того, что получающаяся в этих формулах амплитуда T есть сумма не только неприводимых, но также и приводимых диаграмм. Действительно, приводимые диаграммы, изображенные на рис. 5, входят в класс лестничных диаграмм, включенных в амплитуду. Имея в виду использование полученных амплитуд в релятивистских уравнениях типа Липпмана-Швингера, следует считать некорректным включение в них членов от приводимых диаграмм. С другой стороны, простое исключение приводимых диаграмм не представляется возможным, так как техника суммирования диаграмм в приближении эйконала существенно опирается на формулу (2.7), приводящую к факторизации многомерного интеграла; а эта формула как раз и предполагает полный перебор различных вариантов вставок "мягких" мезонных линий, что автоматически ведет к появлению приводимых диаграмм вида, изображенного на рис. 5.



Рис. 5. Пример приводимой диаграммы Фейнмана.

Для устранения указанного противоречия поступают следующим образом: среди лестничных диаграмм рассматривается только подкласс неприводимых перекрестных диаграмм, изображенных на рис. 6. Такое сужение множества рассматриваемых диаграмм математически означает, что в формуле (2.8) $m_1 = m_2 = 0$. В этом случае техника суммирования остается прежней. А priori нельзя сказать, что такой подход является более точным, чем суммирование по полному классу лестничных диаграмм вида (рис. 4а), так как хотя в последнем случае в сумму включаются некоторые приводимые диаграммы, зато учитываются и все неприводимые. Однако ограничение перекрестными диаграммами дает более простой результат. Действительно, величина $\tilde{\varphi}$, входящая в амплитуду (2.21), зависит, согласно (2.22) и (2.23), от трех релятивистских инвариантов: $t = (p_\alpha - p_{\alpha'})^2$, $u = (p_\alpha - p_{\beta'})^2$ и $s = (p_\alpha + p_\beta)^2$. Исключение же прямых лестничных диаграмм устраняет зависимость $\tilde{\varphi}$ от s .

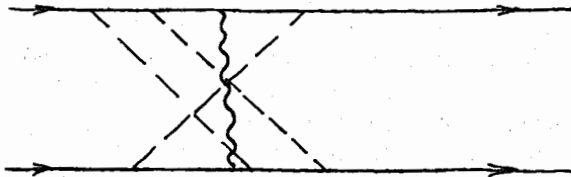


Рис. 6. Пример перекрестной лестничной диаграммы.

В ядерных приложениях из двух вариантов (2.21а) и (2.21б) эйкональных формфакторов используют вариант (2.21а), соответствующий "жесткому" взаимодействию иной природы, нежели обмен векторными мезонами. Это можно обосновать большим разнообразием мезонов, формирующих "жесткую" амплитуду, так что "большинство" диаграмм Фейнмана

будет содержать в "жесткой" вставке иные мезонные линии, чем те, которые присутствуют в радиационной части диаграммы.

Выражение для амплитуды, в котором находят отражение сделанные выше замечания о собственно-энергетических и приводимых диаграммах, а также о предположенной нетождественности "жесткого" взаимодействия с обменом векторными мезонами, имеет вид

$$T = e^{2i \left\{ [\chi(t) - \chi(m_\alpha^2)] + [\chi(u) - \chi(-4q_0^2 - m_\alpha^2)] \right\}} M_\alpha^h(q), \quad (2.25)$$

где

$$t = (p_\alpha - p_{\alpha'})^2, \quad u = (p_\alpha - p_{\beta'})^2, \quad \chi(t) = \frac{q^2}{(2\pi)^4} V(t),$$

$$e^{-2i \left[\chi(m_\alpha^2) + \chi(-4q_0^2 - m_\alpha^2) \right]}$$

q_0 - абсолютная величина импульса нуклона в системе центра масс,
 m_α - масса "жесткого" мезона. Множитель

в амплитуде обеспечивает равенство единице полного эйконального фактора в мезонном поле на энергетической поверхности.

Для изучения многонуклонных систем двухнуклонный потенциал необходимо знать как на энергетической поверхности, так и вне ее. Чтобы получить потенциал во всей интересующей нас области, обычно предполагают, что он имеет вид (2.25) также и вне энергетической поверхности.

Отметим, что до сих пор рассматривались лишь нейтральные мезоны. Для заряженных мезонов не удастся провести суммирования диаграмм таким же путем, как для изоскалярных.

Полная амплитуда NN - рассеяния получается суммированием (2.25) по мезонам, формирующим "жесткую" вставку,

$$\tilde{V}_{0BE}(\vec{q}', \vec{q}) = \sum_\alpha F_\alpha(t, u, q_0) V_\alpha(\vec{q}', \vec{q}), \quad (2.26)$$

где

$$F_{\alpha}^{\pm}(t, u, q_0) = e^{2i\{[\chi(t) - \chi(m_{\alpha}^2)] + [\chi(u) - \chi(-4q_0^2 - m_{\alpha}^2)]\}} \quad (2.27)$$

- эйконоальный формфактор, $V_{\alpha}(q', q)$ - "жесткая" амплитуда в од-
нобозонном приближении, т.е. нерегулированный ОВЕ-потенциал мезона
 α .

К каким следствиям приводит введение эйконоальных формфакторов
при расчете нуклон-нуклонного рассеяния и двухнуклонных систем (рас-
четы многонуклонных систем будут рассмотрены в гл. II), можно
увидеть, обратившись к результатам, полученным в работе /33/. В таб-
лице 3 приведены параметры для двух ОВЕ-потенциалов в импульсном
представлении: НМ1 обозначает ОВЕ-потенциал, введенный в работе /31/,
в котором используются феноменологические формфакторы вида (2.6),
НМ2 - ОВЕ-потенциал с эйконоальным формфактором (2.27) для того же
набора мезонов.

Мезонные параметры работы /33/ (НМ2) и
работы /31/ (НМ1)

Таблица 3

Мезоны	НМ2			НМ1			Λ_{α}	Λ_V
	g_{α}^2	f_{α}/g_{α}	m_{α}	g_{α}^2	f_{α}/g_{α}	m_{α}		
π	14,2		138	14,1		138	2500	
η	2		548,5	2,2		548,5	2500	
σ	5,6596		520	5,9		500	2000	
δ	0,8175		960	8,7		960	2500	
ρ	0,5	6,2	711	1,4	4,5	763	1400	2500
ω	10		782,8	25		782,8	1300	2500
ϕ	0		1020	33,6		1020	1300	2500
	$\gamma = 1,25$							

Приведенные параметры были выбраны из наилучшего согласия с
экспериментом фаз NN - рассеяния и параметров дейтона. Параметр
 γ в эйконоальном формфакторе рассматривался как свободный, при
этом для него получилось значение 1,25, согласующееся с эксперимен-
тальным значением электромагнитного формфактора нуклона.

Сравнение мезонных параметров для обоих вариантов показывает,
что влияние на них вида использованного формфактора значительно. Су-
щественно, что параметры, полученные для потенциала НМ2, находятся в
существенно лучшем согласии со значениями, извлеченными из других,
независимых источников. Действительно, константы связи для ρ - ме-
зона g_{ρ} и f_{ρ} , полученные из данных по πN -рассеянию и
электромагнитных формфакторов /102/, довольно близки к значениям, по-
лученным для НМ2-потенциала, и заметно расходятся с константами свя-
зи НМ1-потенциала. Далее, константа связи ω - мезонов ближе к
значению, полученному из $SU(3)$ - модели ($g_{\omega}^2 = 9g_{\rho}^2$), в
схеме НМ2, чем в схеме НМ1.

Главное отличие эйконоального формфактора (2.27) от феноменоло-
гических формфакторов (2.6) состоит в том, что он приводит к обрези-
анию потенциала только при сравнительно больших значениях импульса,
причем затухание потенциала происходит на довольно малом отрезке в
импульсном пространстве. Следствием этого является значительно мень-
шая примесь \mathcal{D} - состояния в дейтоне в варианте с НМ2-потенциалом
за счет большего подавления формфактором компонент в \mathcal{D} - состоянии,
имеющих большой импульс. Тем не менее, квадрупольный момент дейтона,
вклад в который дают главным образом компоненты, соответствующие
большому расстоянию между нуклонами, имеет даже большую величину,
чем в случае НМ1-потенциала, и хорошо согласуется с уточненным экс-
периментальным значением, данным в работе /103/.

В таблице 4 приведены результаты расчетов с НМ1 и НМ2-потенци-
алами характеристик дейтона и соответствующие экспериментальные вели-
чины.

Таблица 4

Дейтонные данные и эффективные радиусы, предсказанные в
работе /33/ (НМ2) и в работе /31/ (НМ1), и эксперимен-
тальные данные

	: Эксперимент	НМ2	НМ1
E (МэВ)	$2,22462 \pm 0,00006$	2,2246	2,224
Q (ферми ²)	$0,2875 \pm 0,0020$	0,2864	0,284
P_0 (%)	5 ± 2	4,32	5,75
a_s (ферми)	$-23,715 \pm 0,015$	-23,71	-23,69
r_s (ферми)	$2,73 \pm 0,03$	2,68	2,68
a_t (ферми)	$5,423 \pm 0,005$	5,45	5,50
r_t (ферми)	$1,748 \pm 0,014$	1,79	1,86

В таблице приведены: энергия связи E , квадрупольный момент Q , вероятность \mathcal{D} - состояния P_{20} , синглетная и триплетная длины рассеяния a_s и a_t , эффективные радиусы r_s и r_t .

Как следует из формулы (2.26), ОВЕ-потенциал в приближении эйконала через величину q_0 зависит явно от энергии взаимодействующих нуклонов.

Исследования, проведенные в работе /33/, показывают, что эта зависимость играет принципиальную роль в описании фаз NN - рассеяния. Хорошее согласие, полученное для фаз рассеяния и дейтоновых данных с потенциалом (2.26), не может быть достигнуто, если пренебречь зависимостью потенциала от q_0 , положив в формуле (2.27) q_0 равным некоторому среднему значению.

Согласие рассчитанных фаз рассеяния с экспериментом лучше для НМ2-потенциала, чем для НМ1-потенциала. Будем считать критерием согласия величину

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{\delta_i^{th} - \delta_i^{exp}}{\Delta \delta_i^{exp}} \right)^2$$

где δ_i^{th} - вычисленная фаза рассеяния для определенной парциальной волны и энергии нуклонов, δ_i^{exp} - соответствующее экспериментальное значение, $\Delta \delta_i^{exp}$ - экспериментальная погрешность. Индекс i пробегает по всем рассмотренным парциальным волнам ($J \leq 4$) и 7 значениям энергии от 25 до 425 МэВ в лабораторной системе. Для потенциала НМ1 $\chi^2 = 3,10$, а для потенциала НМ2 $\chi^2 = 2,77$. Согласие с экспериментом данных по дейтону примерно одинаково для НМ1- и НМ2-потенциалов.

Таким образом, введение эйкональных формфакторов вместо феноменологических дипольных формфакторов приводит к довольно существенному исправлению ситуации в мезонной теории нуклон-нуклонного взаимодействия: лучшее согласие с экспериментом теперь достигается при более разумных значениях констант связи мезонов g^2 . С другой стороны, вывод амплитуды (2.26) не является строгим даже в рамках приближения эйконала и содержит довольно много дополнительных предположений, в частности, в том, что касается исключения приводимых диаграмм, ухода с энергетической поверхности, учета заряженных мезонов. Поэтому эйкональные формфакторы следует, по-видимому, рассматривать как феноменологические, вид которых довольно удачно подсказан теорией.

§ 3. Свойство насыщения ядерных сил

Одним из основных свойств ядерных систем, давно замеченным и надежно установленным, является насыщение, проявляющееся в постоянстве величины энергии связи, отнесенной к одной частице. Проявлением насыщения считается также постоянство плотности ядерных систем, однако в данном параграфе мы будем рассматривать свойство насыщения только в энергетическом аспекте.

Экспериментально свойство насыщения обнаружено у реальных ядер, следовательно, для массовых чисел вплоть до $A \sim 250$. Довольно естественно предположить, что наблюдаемое насыщение можно рассматривать как асимптотическое свойство при $A \rightarrow \infty$, т.е. считать, что насыщение остается при сколь угодно больших массовых числах. Как правило, именно так и поступают, хотя, в принципе, не следует исключать возможности локального по A характера насыщения, в этом случае требование наличия насыщения у ядерной материи ($A \rightarrow \infty$) теряет физический смысл. Все-таки общепринятой является точка зрения, предполагающая асимптотический характер насыщения. В пользу нее говорит то обстоятельство, что потенциалы, не дающие конечной энергии связи для ядерной материи, приводят, как правило, к слишком большой энергии связи и для тяжелых, но конечных ядер. В дальнейшем изложении мы будем исходить именно из асимптотического представления о насыщении. Практическая польза от такого предположения заключается в том, что исследовать асимптотический случай $A \rightarrow \infty$ математически существенно проще, чем конечные ядерные системы.

Свойство насыщения можно рассматривать как один из критериев, которым должно удовлетворять NN - взаимодействие. С этой точки зрения мы и будем его рассматривать в этой главе.

Выяснение связи между параметрами NN - взаимодействия и свойством насыщения началось еще на ранней стадии развития ядерной физики в работах /104-108/. В дальнейшем, вплоть до современных работ /109-112/, развитие шло в основном в направлении обобщения вида нуклон-нуклонных сил, исследуемых с точки зрения насыщения. В приведенных работах формулируются необходимые условия, которым должно удовлетворять NN - взаимодействие принятого в работе вида, чтобы оно приводило к насыщению. Конкретно эта цель достигалась путем удовлетворения условий, достаточных для нарушения насыщения, при этом использовался вариационный принцип Ритца, дающий оценку сверху для

энергии системы. Пусть $E(A)$ - энергия системы, $\overline{E(A)}$ - оценка, полученная по методу Ритца. Тогда для энергии связи $-E(A)$ системы имеем

$$-E(A) \geq -\overline{E(A)}. \quad (3.1)$$

Если выражение $-\overline{E(A)}$ при $A \rightarrow \infty$ растет быстрее, чем $\text{const} \cdot A$ ($\text{const} > 0$), то насыщение отсутствует. Следовательно, необходимыми условиями насыщения являются условия, при которых ведущий возрастающий при $A \rightarrow \infty$ член в оценке Ритца $-\overline{E(A)}$ есть $\text{const} \cdot A$.

Наиболее полные результаты относительно необходимых условий насыщения получены в работе [111], эти результаты подробно изложены в работе [112]. NN - взаимодействие в этих работах имеет вид

$$V = U + \Phi + W, \quad (3.2)$$

где

$$U = \sum_{\tau} \rho^{\tau} [U_{LS}^{\tau}(r) \vec{L} \cdot \vec{S} + U_T^{\tau}(r) S_{12} + \sum_{\sigma} \rho^{\sigma} U_C^{\sigma\tau}(r)] \quad (3.3a)$$

содержит локальные спин-орбитальные, тензорные и центральные силы,

$$\Phi = \sum_{\sigma\tau} \rho^{\sigma} \rho^{\tau} \sum_{\ell=0}^{\ell_{max}} \Phi_{\ell}^{\sigma\tau}(r) r^{-2} \delta(r-r') (2\ell+1) P_{\ell}(\vec{r} \cdot \vec{r}' / r r') \quad (3.3b)$$

- локальные силы, действующие только для парциальных волн с $\ell = 0, 1, 2, \dots, \ell_{max}$

$$W = \sum_{\sigma\tau} \rho^{\sigma} \rho^{\tau} W^{\sigma\tau}(r, r') \quad (3.3b)$$

нелокальный потенциал. ρ^{σ} и ρ^{τ} в формулах (3.3a, б, в) - операторы проектирования на состояния с данным спином и данным изоспином.

Относительно радиальной зависимости потенциала (3.2) предполагается, что он достаточно быстро стремится к нулю при больших межнуклонных расстояниях и конечен при всех $r > 0$. В точке $r=0$ сингулярность не должна быть очень сильной, так, чтобы для некоторого $t > 0$ были конечны выражения

$$r^{3-t} U(r); \quad r^{3-t} \Phi(r); \quad r^{\frac{3}{2}-t} r'^{\frac{3}{2}-t} W(r, r')$$

Для взаимодействия (3.2) в случае выполнения указанных выше условий на основе метода Ритца с использованием в качестве пробных волновых функций детерминантов, построенных из одночастичных волновых функций, получается следующая верхняя оценка энергии системы из A нуклонов

$$E(A) \leq E_{KE} A^{5/3} + (E_C + E_T) A^2 + Z E_{LS} A^{7/3} + E_{\Phi} A^{4/3} + E_W A, \quad (3.4)$$

где E_{KE} возникает от кинетического члена, остальные константы имеют индексы, совпадающие с индексами соответствующих компонент во взаимодействии. Величина Z в (3.4) может быть выбрана равной $-1, 0, 1$, так что знак вклада в энергию от спин-орбитальных сил может быть произвольным (в зависимости от используемой при применении принципа Ритца пробной волновой функции).

Из (3.4) сразу же следует, что наличие локальных спин-орбитальных сил нарушает условие насыщения. В их отсутствие критическими для насыщения являются лишь члены, соответствующие центральным и тензорным силам, остальные компоненты в (3.4) подавляются вкладом от кинетической энергии. Необходимым условием насыщения является, таким образом, неотрицательность констант E_C и E_T . В терминах потенциалов это условие может быть записано в виде:

$$\tilde{U}_C^{33} + \tilde{U}_T^3 \geq 0,$$

$$3\tilde{U}_c^{33} + \tilde{U}_c^{13} \geq 0,$$

$$3\tilde{U}_c^{33} + \tilde{U}_c^{31} + 3\tilde{U}_T^3 + \tilde{U}_T^1 \geq 0,$$

(3.5)

$$5\tilde{U}_c^{33} + \tilde{U}_c^{31} + \tilde{U}_c^{13} + \tilde{U}_c^{11} + 2\tilde{U}_T^3 - 2\tilde{U}_T^1 \geq 0,$$

$$9\tilde{U}_c^{33} + 3\tilde{U}_c^{31} + 3\tilde{U}_c^{13} + \tilde{U}_c^{11} \geq 0,$$

где

$$\tilde{U}_c^{6\tau} = \iint \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') U_c^{6\tau}(|\vec{r} - \vec{r}'|) d^3r d^3r',$$

(3.6)

$$\tilde{U}_T^{\tau} = \iint \rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}') U_T^{\tau}(|\vec{r} - \vec{r}'|) (3n_z^2 - 1) d^3r d^3r',$$

n_z - проекция на ось квантования вектора $(\vec{r} - \vec{r}')/|\vec{r} - \vec{r}'|$,
 $\rho(\vec{r})$ - плотность распределения нуклонов, которая может выбираться по-разному. Последнюю желательно выбрать таким образом, чтобы по возможности получить меньшую величину констант E_c и E_T , в этом случае необходимые условия становятся более сильными. В работе /112/ приводятся условия (3.5), выписанные в явной форме для разных типов распределения плотности.

Пять необходимых условий насыщения (3.5) соответствуют пяти предположенным в пробной волновой функции спин-изоспиновым конфигурациям: спины и изоспины для всех нуклонов выстроены; спины выстроены, а изоспины взаимно компенсируются; изоспины выстроены, а спины взаимно компенсируются; у половины нуклонов спины и изоспины выстроены, у другой половины они выстроены в противоположном направлении;

система распадается на четыре части, в каждой из которых спины и изоспины выстроены, причем в каждой части направление выстроенности спинов, или изоспинов, или тех и других, отличается от соответствующего направления в других частях.

Интересно, что появление во взаимодействии зависящего от скорости члена вида

$$\rho^2 V(r) + V(r) \rho^2 \quad (3.7a)$$

и

$$V(r) (\vec{L} \cdot \vec{S})^2 \quad (3.7b)$$

дало бы в (3.4) член $EA^{2/3}$, причем $E > 0$, если "радиальные потенциалы" $V(r)$ положительно определены. С другой стороны, положительная определенность $V(r)$ является необходимым условием того, что гамильтониан со взаимодействиями (3.7a) и (3.7b) обладает даже при конечном, но достаточно большом A , ограниченным снизу спектром, т.е. имеет физический смысл. Следовательно, наличие в NN -взаимодействии членов вида (3.7a) и (3.7b) обеспечивает насыщение, даже при нарушении условий (3.5), т.е. эти условия перестают быть необходимыми для насыщения.

Конечно, наличие в потенциале твердой отталкивательной сердцевин конечного радиуса также обеспечивает насыщение независимо от выполнения условий (3.5). Следует, однако, иметь в виду, что насыщение снова зависит от этих условий, как только силы вида (3.7a) и (3.7b) подвергаются обрезанию по импульсу и, таким образом, заменяются на нелокальный потенциал, в качестве аппроксимации которого они обычно рассматриваются. Аналогично, замена твердой отталкивательной сердцевины на потенциал конечной (хотя бы и очень большой) величины делает свойство насыщения зависимым от условий (3.5). Это означает, что соотношения (3.5) по существу являются необходимыми условиями насыщения даже при наличии сил вида (3.7a, б) и твердого ядра.

Важно отметить, что помимо условий насыщения NN -взаимодействие должно удовлетворять условиям, обеспечивающим ограниченность снизу спектра собственных значений гамильтониана для системы A нуклонов (этот вопрос рассмотрен в работе /110/). Это требование по существу касается лишь членов NN -сил, зависящих от скорости, и сводится к положительной определенности координатных частей

для сил, содержащих импульс в степени, не меньшей, чем два. Многие потенциалы, в частности, широко используемые потенциал Камалди-Джонстона и Йельский потенциал, не удовлетворяют этому требованию. Выходом из этой трудности может быть обрезание членов, зависящих от скорости, по импульсу.

Можно показать /II2/, что из условий насыщения (3.5), записанных для некоторых распределений плотности в пробной волновой функции, следует, что потенциал, который равен нулю внутри некоторой сферы, удовлетворяет условиям насыщения только, если он вне сферы всюду отталкивательный. Добавление мягких отталкивательных коров в виде нелокальных потенциалов не меняет положения дел. π - мезонная компонента ОРЕР в потенциале также нарушает условия насыщения, однако они восстанавливаются, если вводится обрезание потенциала при больших относительных импульсах.

Исходя из приведенных соображений, можно заключить, что потенциал, удовлетворяющий необходимым условиям насыщения, должен содержать центральную и тензорную компоненты, удовлетворяющие условиям (3.5), а спин-орбитальные силы и иные силы, зависящие от скорости, должны подвергаться обрезанию по импульсу, т.е. быть сделаны нелокальными.

Для оценки "качества" NN - взаимодействий в отношении свойства насыщения важную роль следует отнести достаточным условиям насыщения. Первый результат в этом направлении был получен в 1936 г. Вигнером в работе /II3/. Результат Вигнера значительно обобщен благодаря теоретико-групповому подходу в работе Калоджеро, Симонова и Суркова /II4/. В этой работе наряду с развитием подхода Вигнера применен также метод Рулля-Фишера, развитый при исследовании проблемы устойчивости в статистической физике и изложенный в книге /II5/. Оба метода дают взаимно дополняющие достаточные условия: теоретико-групповой метод в лучшей степени выявляет роль обменных сил, подход Рулля-Фишера - роль отталкивания.

Взаимодействие, для которого получены достаточные для насыщения условия, имеет вид

$$V = \sum_{\sigma\tau} \rho^\tau \left[\rho^\sigma U_c^{\sigma\tau}(r) + U_T^\tau(r) S_{12} \right], \quad (3.8)$$

т.е. в NN - взаимодействие включаются лишь статические члены. Конечно, рассмотрение статического предела является определенным ограничением. Авторы работы /II4/ показывают, что полученные ими ре-

зультаты являются достаточно информативными, если релятивистские эффекты в ядре не играют принципиальной роли. В этом случае насыщение, скорей всего, должно обеспечиваться основными, т.е. статическими, компонентами NN - сил.

При получении достаточных условий насыщения в работе /II4/ используется соображение, заключающееся в том, что если потенциал является насыщающим только при учете потенциальной энергии в гамильтониане, то эти силы остаются насыщающими и для полного гамильтониана, так как кинетический член лишь уменьшает энергию связи. В работе /II4/ не учитывается принцип неопределенности Гейзенберга (т.е. рассмотрение строится не на квантовой, а на классической основе) и, в случае метода Рулля-Фишера, принцип Паули также не принимается во внимание. Как то, так и другое допустимо, так как учет этих эффектов уменьшает энергию связи.

Отметим, что несмотря на наличие ряда приближений, при которых выводятся достаточные условия, последние в некоторых случаях, т.е. для некоторых конкретных форм NN - взаимодействий, совпадают с необходимыми условиями насыщения, рассмотренными выше, т.е. являются критерием насыщения.

Из-за довольно громоздкого вида достаточных условий насыщения мы не будем их здесь приводить, они даны в работе /II4/.

§ 4. Использование ОВЕ-потенциалов в формализме Бракнера-Бета-Голдстоуна

Наряду с задачами о рассеянии свободных нуклонов, дейтоне и тритоне, расчеты свойств бесконечной ядерной материи дают значительную (и дополнительную к двухнуклонной задаче) информацию о межнуклонных силах, так как можно сказать, что существует теория ядерной материи, в которой, исходя из взаимодействия свободных нуклонов, можно приближенно вычислить плотность и энергию связи на нуклон ядерной материи, допуская при этом сравнительно небольшие погрешности, поддающиеся оценке. Такая сравнительно благоприятная ситуация в теории ядерной материи возникла после того, как была установлена сходимость разложений Бракнера-Голдстоуна по числу независимых дырочных состояний^{x)}, участвующих в процессе /II6/. Иначе говоря, оказалось, что при определении свойств ядерной материи достаточно ограничиться рас-

x) Под независимыми дырочными состояниями будем понимать такие состояния, импульс которых может произвольно выбираться внутри сферы Ферми без нарушения закона сохранения импульса в целом для процесса.

смотрением лишь диаграмм первого порядка по эффективному взаимодействию между нуклонами, которое вычисляется в теории. Это следует из того, что процессы более высокого порядка содержат не менее трех независимых дырочных состояний и, следовательно, дают сравнительно небольшой вклад (процессы второго порядка по эффективному взаимодействию отсутствуют в теории Бракнера-Голдстоуна).

Отметим, что критерий сходимости по числу независимых дырочных состояний совпадает с критерием сходимости по степени плотности ядерной материи. Действительно, n независимых дырок может образовываться в результате взаимодействия не менее чем n частиц, что возможно при сближении частиц одновременно до достаточно малого расстояния. Мерой этого расстояния служит не радиус действия ядерных сил, а, скорее, радиус отталкивательного (в случае ОВЕ-потенциалов - мягкого) кора, так как именно большое коровое взаимодействие ведет в основном к сильным корреляционным эффектам в ядерной материи. Но вероятность для n частиц оказаться в области, размеры которой порядка радиуса кора, пропорциональна ρ^n , где ρ - плотность ядерной материи.

Обсудим вкратце природу эффективного взаимодействия. Физический смысл его введения в теорию заключается в учете так называемых "лестничных" диаграмм, отвечающих процессу рассеяния пары частиц вне границы Ферми^{х)}, взаимодействующих через исходный двухнуклонный потенциал. На рис. 7 приведена лестничная диаграмма, которая может являться составной частью различных диаграмм. Последовательности диаграмм двух типов, содержащие в себе лестничные диаграммы, приведены на рис. 8 и 9. Диаграммы, являющиеся суммой последовательностей диаграмм, изображенных на рис. 8 и 9, соответственно приведены на рис. 10. Эти две диаграммы являются единственными диаграммами первого порядка по эффективному взаимодействию. Нетрудно видеть, что они представляют собой не что иное, как хартри-фоковские прямую и обменную диаграммы, в которых в качестве взаимодействия берется эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие.

х) Под рассеянием в ядерной материи будем понимать любое изменение состояния частиц, при котором не происходит сдвига фаз при удалении частиц на бесконечное расстояние друг от друга. Из-за запрета Паули сдвиг фаз в результате акта взаимодействия невозможен в ядерной материи /116/.

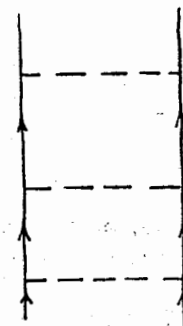


Рис. 7. Лестничная диаграмма

Запишем энергию ядерной материи в виде

$$E = \sum_{m < k_F} \{ \langle m | \hat{T} | m \rangle + \frac{1}{2} \sum_{n < k_F} [\langle mn | G | mn \rangle - \langle mn | G | nm \rangle] \} \quad (4.1)$$

где m и n - состояния нуклона (его импульс, проекции спина и изоспина), суммирования ограничены лишь состояниями внутри поверхности Ферми, импульс Ферми k_F связан с плотностью ядерной материи ρ соотношением $\rho = 2k_F^3/3\pi^2$. * G в (4.1) обозначает эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие, матричные элементы от него удовлетворяют уравнению Бете-Голдстоуна:

$$\langle \vec{q}' | G(\vec{P}) | \vec{q} \rangle = \langle \vec{q}' | V | \vec{q} \rangle - \int \frac{Q(\vec{k}, \vec{P}) \langle \vec{q}' | V | \vec{k} \rangle \langle \vec{k} | G(\vec{P}) | \vec{q} \rangle}{E(\vec{P} + \vec{k}) + E(\vec{P} - \vec{k}) - W(\vec{q}, \vec{P})} d^3k. \quad (4.2)$$

Здесь V - исходный межунолонный потенциал; \vec{q} - относительный импульс взаимодействующих нуклонов; $\vec{P} = \frac{1}{2}(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)$ - их средний импульс; $E(\vec{P} \pm \vec{k})$ - энергия обоих нуклонов рассматриваемой пары с импульсами вне сферы Ферми:

$$E(\vec{k}_m) = \frac{k_m^2}{2M}, \quad (4.3)$$

$Q(\vec{k}, \vec{P})$ - оператор Паули, он равен 1, если оба импульса $\vec{k} + \vec{P}$ и $\vec{k} - \vec{P}$ лежат вне сферы Ферми, и 0 - в противном случае; $W(\vec{q}, \vec{P})$ - так называемая начальная энергия.

Для процессов, изображенных на рис. 8 и 9

$$W(\vec{q}, \vec{P}) = \tilde{E}(\vec{P} + \vec{q}) + \tilde{E}(\vec{P} - \vec{q}), \quad (4.4)$$

где $\tilde{E}(\vec{P} \pm \vec{q})$ - хартри-фоковские энергии нуклонов ниже границы Ферми:

$$\tilde{E}(\vec{k}_m) = \frac{k_m^2}{2M} +$$

$$+ \sum_{n < k_F} [\langle mn | G(\vec{P}) | mn \rangle - \langle mn | G(\vec{P}) | nm \rangle] \quad (4.5)$$

Как видно из (4.2), эффективное взаимодействие зависит от среднего импульса \vec{P} пары нуклонов и, следовательно, не является галилеев-инвариантным, каковым является в нерелятивистском пределе ($\psi_c \rightarrow 0$) исходное взаимодействие нуклонов. Это объясняется наличием среды, которая выделяет систему, покоящуюся относительно среды, в которой суммарный импульс всех частиц среды равен нулю. Зависимость от суммарного импульса частиц приводит к тому, что эффективное взаимодействие зависит также от угла между относительным импульсом и вектором \vec{P} . Это означает нарушение изотропности в пространстве относительного импульса, что приводит к несохранению относительного углового момента пары нуклонов, взаимодействующих эффективными силами. Однако зависимость G от \vec{P} довольно слабая, поэтому упомянутое нарушение симметрии незначительно, и им обычно пренебрегают (см. ниже).

Заметим, что соотношения (4.2), (4.4), (4.5) образуют систему связанных уравнений - одночастичные энергии $\tilde{E}(\vec{k}_m)$ зависят, согласно (4.5), от эффективного взаимодействия G , которое, в свою очередь, зависит от одночастичных энергий через начальную энергию

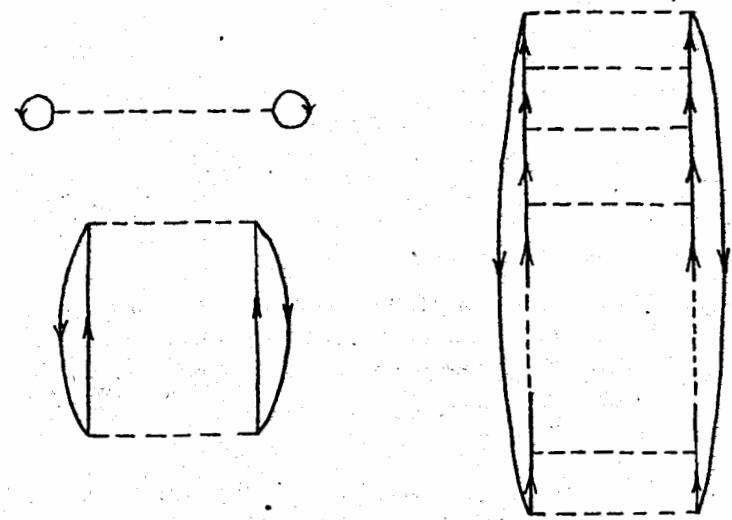


Рис. 8. Двухдырочные необменные диаграммы: сплошная линия обозначает частицы, если стрелки направлены вверх, и дырки, если стрелки направлены вниз; пунктирная линия - взаимодействие посредством исходных двухнуклонных сил.

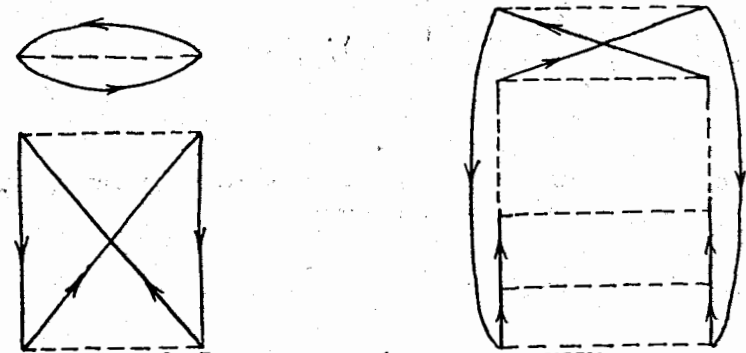


Рис. 9. Двухдырочные обменные диаграммы: обозначения те же, что на рис. 8.

(4.4). Следовательно, для нахождения эффективного взаимодействия должна решаться задача на самосоглашение. Отметим, что в данном случае нет необходимости в нахождении одночастичных волновых функций, так как из симметрии задачи (трансляционная инвариантность) ими могут быть только плоские волны. Тем не менее, задача на самосоглашение возникла из-за того, что в качестве взаимодействия рассматрива-



Рис. 10. Прямая и обменная диаграммы первого порядка по эффективному взаимодействию:
волнистая линия - взаимодействие через эффективные нуклон-нуклонные силы, которые включают и соответствующие лестничные процессы.

ется не фиксированное межнуклонное пустотное взаимодействие, а эффективное, которое само зависит от состояния нуклонов.

Уравнение Бете-Голдстоуна обычно решается приближенно с использованием следующих двух упрощающих предположений:

1) оператор Паули $Q(\vec{k}, \vec{p})$ усредняется по углу между векторами \vec{k} и \vec{p} :

$$Q(\vec{k}, \vec{p}) = \frac{1}{2} \int_0^\pi Q(\vec{k}, \vec{p}) \sin \nu d\nu,$$

где ν - угол между \vec{k} и \vec{p} . Учитывая, что в интеграл дает вклад только углы ν , для которых

$$|\cos \nu| < (p^2 + k^2 - k_F^2) / 2kp,$$

получаем

$$\bar{Q}(\vec{k}, \vec{p}) = \begin{cases} 0, & \text{если } p^2 + k^2 \leq k_F^2 \\ 1, & \text{если } k - p \geq k_F \\ (p^2 + k^2 - k_F^2) / 2kp & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (4.6)$$

причем мы приняли во внимание, что средний импульс $P \leq k_F$ в силу сохранения импульса пары нуклонов в однородной ядерной материи;

2) хартри-фоковские энергии принимаются в виде

$$\tilde{E}(\vec{k}_m) = \frac{k_m^2}{2M^*} + A, \quad (4.7)$$

где M^* и A - подгочные параметры, причем M^* играет роль эффективной массы. M^* и A выбираются из условия самосогласования: по начальному приближению для M^* и A вычисляется G , затем по (4.5) вычисляются $\tilde{E}(k_m)$ ($k_m < k_F$) и находятся новые значения M^* и A , наилучшим образом аппроксимирующие $\tilde{E}(\vec{k}_m)$; такие итерации повторяются до сходимости процесса.

Оба приближения приводят лишь к незначительным погрешностям при вычислении энергии ядерной материи: в отношении первого приближения на это указывается в работе [4], второе приближение обсуждается в статье [117].

Уравнение Бете-Голдстоуна (4.2) при сделанных приближениях решается в представлении парциальных волн. В этом представлении можно записать матрицу взаимодействия V и эффективного взаимодействия G в виде (см., например, работу [118]):

$$\langle \vec{q}' | G(\vec{p}) | \vec{q} \rangle = \frac{2}{\pi} \sum_{\alpha \ell \ell' M} i^{\ell - \ell'} G_{\ell \ell'}^\alpha(p, q; q) Y_{\ell s}^{JM}(\hat{q}') Y_{\ell' s}^{JM+}(\hat{q}); \quad (4.8)$$

$$\langle \vec{q}' | V | \vec{q} \rangle = \frac{2}{\pi} \times \sum_{\alpha \ell \ell' M} i^{\ell - \ell'} V_{\ell \ell'}^\alpha(q', q) Y_{\ell s}^{JM}(\hat{q}') Y_{\ell' s}^{JM+}(\hat{q}), \quad (4.9)$$

где α обозначает набор квантовых чисел: J, S, T - угловой момент, спиновый момент и изотопический спин пары нуклонов в данной парциальной волне; $Y_{\ell s}^{JM}(\hat{q})$ - сферические спиноры:

$$Y_{\ell s}^{JM}(\hat{q}) = \sum_{m_e, m_s} \langle \ell S m_e m_s | JM \rangle Y_{\ell m_e}(\hat{q}) | S m_s \rangle. \quad (4.10)$$

Подставляя выражения (4.8) и (4.9) в уравнение (4.2), получаем следующее интегральное уравнение для матрицы эффективного взаимодействия в представлении парциальных волн:

$$G_{ee'}^\alpha(P, q', q) = V_{ee'}^\alpha(q', q) - \frac{2}{\pi} \sum_{e''} \int_0^\infty \frac{V_{ee''}^\alpha(q', \kappa) \bar{Q}(\kappa, P) G_{e''e'}^\alpha(P, \kappa, q)}{P/2M + \kappa/2M - W(q, P)} \kappa^2 d\kappa, \quad (4.11)$$

где учтено, что согласно (4.4) и при приближении (4.7) начальная энергия $W(q, P)$ не зависит от угла между векторами $\vec{\kappa}$ и \vec{P} .

Рассмотрим результаты численных расчетов на основе уравнения (4.11) при использовании в нем ОВЕ-потенциалов, приведенных в работе [117]. В этой работе уравнение (4.11) еще несколько упрощено заменой в нем среднего импульса P , который может изменяться в интервале $[0, \kappa_F]$ некоторым средним значением P_{av} . Это не сильно искажает решение уравнения, так как относительный импульс κ пары нуклонов в среднем значительно превосходит граничный импульс κ_F , а следовательно, и P . Последнее связано с тем, что короткодействующий отталкивательный кор приводит к выбрасыванию пар нуклонов высоко над сферой Ферми (среднее значение относительного импульса $\sim 1/(\text{радиус ядра})$, что соответствует энергии ≈ 300 МэВ, которая значительно больше энергии Ферми ≈ 50 МэВ).

С учетом сделанного замечания уравнение (4.11) решается методом обращения матрицы, который заключается в замене интеграла суммой по конечному числу значений импульса κ , что превращает интегральное уравнение в систему линейных алгебраических уравнений относительно $G_{ee'}^\alpha(P, q', q)$, где q' входит во множество значений импульса, по которым проводится суммирование.

Потенциал, использованный в уравнении Бете-Голдстоуна, в импульсном представлении имеет следующий вид:

$$V(\vec{p}, \vec{q}) = \sqrt{M/E_p} V_{OBE}(\vec{p}, \vec{q}) \sqrt{M/E_q}, \quad (4.12)$$

где $V_{OBE}(\vec{p}, \vec{q})$ - потенциал однобозонного обмена; факторы $(M/E_{p,q})^{1/2}$ поправки на "минимальный релятивизм". Обсудим смысл этой поправки, будем при этом следовать работе [119]. Амплитуда рассеяния $\tilde{R}(\vec{\kappa}, \vec{\kappa}')$ свободных релятивистских нуклонов подчиняется уравнению [81, 87/

$$\tilde{R}(\vec{\kappa}, \vec{\kappa}') = V_{OBE}(\vec{\kappa}, \vec{\kappa}') - \frac{2M^2}{(2\pi)^3} \int \frac{V_{OBE}(\vec{\kappa}, \vec{q}) \tilde{R}(\vec{q}, \vec{\kappa}')}{(q^2 - \kappa'^2 + i\epsilon)(M^2 + q^2)^{1/2}} d^3q. \quad (4.13)$$

Нерелятивистское же уравнение Липмана-Швингера для амплитуды рассеяния имеет вид

$$R(\vec{\kappa}, \vec{\kappa}') = V_{OBE}(\vec{\kappa}, \vec{\kappa}') - \frac{2M}{(2\pi)^3} \int \frac{V_{OBE}(\vec{\kappa}, \vec{q}) \cdot R(\vec{q}, \vec{\kappa}')}{q^2 - \kappa'^2 + i\epsilon} d^3q. \quad (4.14)$$

Амплитуда $R(\vec{\kappa}, \vec{\kappa}')$, получающаяся из уравнения (4.14), не удовлетворяет релятивистскому условию унитарности, что означает нарушение общего релятивистского соотношения между амплитудой рассеяния вперед и полным сечением рассеяния. Однако, если в уравнении (4.14) вместо V_{OBE} использовать потенциал (4.12) и считать релятивистской амплитудой величину

$$\tilde{R}(\vec{p}, \vec{q}) = \sqrt{M/E_p} R(\vec{p}, \vec{q}) \sqrt{M/E_q},$$

то уравнение (4.13) для $\tilde{R}(\vec{p}, \vec{q})$ будет удовлетворено и релятивистская унитарность восстановлена. Следовательно, можно считать, что если использовать нерелятивистское уравнение, то в нем нужно брать не сам ОВЕ-потенциал, а потенциал вида (4.12). Это только что было продемонстрировано для уравнения Липмана-Швингера, описывающего две свободные частицы. Этот вывод экстраполируется и на

уравнение Бете-Гольдстоуна (4.2), которое описывает пару частиц в ядерной среде.

Отметим, что наряду с учетом релятивизма за счет изменения потенциала, согласно соотношению (4.12), существует и другой способ, который заключается в замене нерелятивистского оператора кинетической энергии (4.3) в знаменателе уравнения (4.2) его релятивистской формой

$$E(\vec{k}_m) = (M^2 + k_m^2)^{1/2} - M.$$

Такой учет релятивизма был предложен Ли и Табакиным^{/118/}.

В работе^{/119/} влияние поправки на минимальный релятивизм, согласно (4.12), выяснялось с помощью численных расчетов, причем оказалось, что энергия связи при отбрасывании этой поправки изменяется на 0,5 МэВ, т.е. не очень значительно. Причина столь слабого влияния минимального релятивизма, однако, может объясняться не малой его существенностью, а тем, что параметры использованного в работе^{/119/} потенциала с поправкой на этот релятивизм и без нее подгонялись независимо из данных для N/N - систем, и, следовательно, в одном случае поправка на минимальный релятивизм учитывалась эффективно в выборе параметров потенциала.

В пользу важности релятивистских поправок и, в частности, поправок на минимальный релятивизм, можно привести следующее качественное соображение: нуклон-нуклонные корреляции, обусловленные кулом, приводят к состояниям с относительным импульсом, отвечающим энергии 300 МэВ, при которых проявление релятивистских эффектов вполне естественно (см. также^{/120/}).

Калоджеро и Леви^{/121/} приводят следующий аргумент, говорящий в пользу учета релятивизма при использовании релятивистских уравнений в исходной, а не редуцированной форме. В работе^{/121/} проведено вычисление энергии связи ядерной материи в нерелятивистском одночастичном приближении для ОВЕ-потенциала в координатном представлении, параметры которого подбирались Миллером и Грином^{/122/} так, чтобы получить правильное значение энергии связи дважды магических ядер. Миллер и Грин тоже работали в одночастичном приближении, но применяли релятивистское уравнение Дирака. Энергия связи, полученная Калоджеро и Леви, оказалась очень большой (-38,9 МэВ на нуклон). Вряд ли это различие в энергиях связи можно приписать конечности ядер или эффектам обмена, которые не были учтены Миллером и Грином. Скорее всего, разница возникла из-за недостаточно полного учета релятивист-

ского характера движения нуклонов в расчетах Калоджеро и Леви.

Однако обоснованность этого вывода сильно снижается тем, что в обоих случаях вычисления проводились в одночастичном приближении.

§ 5. Расчеты свойств ядерной материи. Учет нуклонного резонанса Δ (I236) и трехчастичных сил

Результаты расчета энергии связи ядерной материи на нуклон по изложенной выше схеме для ОВЕ-потенциалов NM1 и NM2 в импульсном представлении, рассмотренных в гл. I, приведены в таблице 5. Эти данные заимствованы из работы^{/34/}. В потенциале NM1 используются феноменологические монополюсные и дипольные формфакторы (2.6), в потенциале NM2 - эйкональный формфактор (2.27). Из таблицы 5 видно, что вклады обоих потенциалов в энергию связи для различных парциальных волн примерно одинаковы за исключением волны 3S_1 , для которой потенциал NM2 дает существенно большее притяжение. Анализ, проведенный в работе^{/31/}, показал, что различная величина энергии связи ядерной материи, вычисленная с разными реалистическими ОВЕ-потенциалами в импульсном пространстве, существенно коррелирует с величиной примеси Δ - состояния в дейтоне, причем чем меньше последняя, тем больше энергия связи. Эта закономерность проявляется и в таблице 5. Действительно, примесь Δ - состояния чувствительна к выбору вида формфактора и заметно меньше для эйконального формфактора (см. главу I).

Насыщение для потенциала NM1 достигается в точке (-11,8 МэВ; 1,48 ферми⁻¹), для потенциала NM2 точка насыщения (-23,5 МэВ; 1,77 ферми⁻¹). Эмпирические значения этих величин - 15,7 МэВ и 1,4 ферми⁻¹. Эмпирическое значение плотности ядерной материи берется равным значению плотности нуклонов в центре тяжелых ядер. Энергия связи на нуклон извлекается из формулы Вайцзекера ее экстраполяцией при $A = 2N = 2Z \rightarrow \infty$ и при пренебрежении в ней кулоновским взаимодействием протонов.

Важно отметить, что сравнение вычисленных величин с эмпирическими нужно проводить с учетом эффектов, не учтенных в ОВЕ-потенциалах NM1 и NM2. На сегодняшний день представляется наиболее важным учесть два эффекта: вклад от нуклонной изобары Δ (I236) и многочастичные (в первую очередь, трехчастичные) силы. Подробнее эти эффекты будут рассмотрены ниже, сейчас лишь отметим, что добавка к энергии связи от Δ - резонанса, вычисленная в работе^{/123/}, приводит к точке насыщения для NM1 (-8,4 МэВ; 1,24 ферми⁻¹) и для NM2 (-14 МэВ; 1,36 ферми⁻¹). Результат, полученный с эйкональным NM2-потенциалом, следует, видимо, считать достаточно хорошим, учитывая,

Энергия связи для ядерной материи (в МэВ) для $NM1/31/$ и $NM2/33/$ для нескольких значений импульса Ферми K_F (в ферми $^{-1}$)

Таблица 5

K_F	NM2				NM1			
	0,6	1,1	1,5	1,8	0,6	1,1	1,5	1,8
1S_0	-2,77	-11,23	-20,41	-25,93	-2,68	-10,84	-20,48	-28,02
3P_0	-0,23	-2,09	-4,97	-7,02	-0,22	-1,96	-4,55	-6,32
1P_1	-0,21	1,95	5,63	10,53	0,21	1,90	5,51	10,33
3P_1	0,45	4,72	14,49	27,72	0,44	4,81	15,14	29,47
3S_1	-4,89	-15,66	-25,88	-31,45	-4,45	-12,81	-18,03	-17,89
3D_1	0,03	0,57	1,94	3,54	0,03	0,58	2,11	4,16
1D_2	-0,05	-0,97	-3,75	-8,08	-0,05	-0,97	-3,66	-7,63
3D_2	-0,09	-1,68	-6,22	-12,70	-0,09	-1,68	-6,17	-12,48
3P_2	-0,19	-3,06	-10,92	-21,82	-0,21	-3,11	-10,75	-21,10
3F_2	-0,01	-0,19	-0,94	-2,16	-0,01	-0,19	-0,92	-2,05
$J=3$	0,03	0,97	4,08	8,02	-0,03	0,92	3,92	8,42
$J=4$	-0,01	-0,47	-2,65	-6,75	-0,01	-0,47	-2,69	-6,89
$5 \leq J \leq 12$	0,00	0,13	0,75	1,85	0,00	0,12	0,72	1,79
полн. пот.	-7,52	-27,01	-48,85	-63,65	-7,01	-23,70	-39,84	-48,22
кин. эн.	4,48	15,05	27,99	40,31	4,48	15,05	27,99	40,31
эн. св.	-3,04	-11,96	-20,86	-23,34	-2,53	-8,65	-11,85	-7,91

что вполне разумно ожидать недостающие 2 МэВ в энергии связи от вклада трехчастичных сил.

Рассмотрим учет вклада Δ - резонанса в ядерное взаимодействие. Этот вопрос интенсивно исследовался в последние годы. Отметим, в частности, работы /13,123,124,125,126/. На рис. II изображены диаграммы учитываемых в излагаемой ниже схеме процессов с участием

Δ - резонанса (1236 МэВ). Вместе с диаграммой, данной на рис. I2, эти диаграммы охватывают все неприводимые процессы двухмезонного обмена между двумя нуклонами при учете только одного нуклонного резонанса Δ . Набор возможных мезонов ограничен π и ρ в силу изотопической инвариантности сильного взаимодействия (изотоспин

Δ - резонанса равен 3/2). Ограничение лишь одним резонансом может быть обосновано наиболее сильным возбуждением именно Δ (1236) - резонанса в процессах рассеяния мезонов на нуклонах /6,7/. Таким образом, включение в ядерное взаимодействие вклада от процессов рис. II означает частичный учет 2π -мезонного обмена. С другой стороны, фиктивные σ - мезоны вводятся в теорию OBE-потенциалов как раз

для эффективного учета 2π - мезонного обмена. Отсюда следует, что часть σ - взаимодействия теперь явно учитывается. Однако остается еще не учтенная его часть, отвечающая процессам рис. I2. Расчеты показывают, что от 1/3 до 1/2 σ - взаимодействие учитывается диаграммами рис. II.

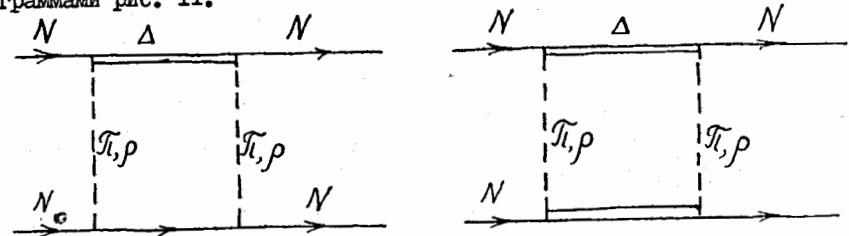


Рис. II. Прямые диаграммы двухмезонного обмена.

Для получения взаимодействия с учетом двухмезонных процессов поступим следующим образом /124/. Запишем уравнение для R - матрицы

$$R_{\alpha}^{\beta} = V_{\alpha}^{\beta} + \sum_{\gamma} V_{\gamma}^{\beta} \left(\frac{P}{E - H_0} \right)_{\gamma} R_{\alpha}^{\gamma}, \quad (5.1)$$

где α, β, γ обозначают каналы, причем номера 1,2,3 соответствуют каналам $NN, N\Delta$ и $\Delta\Delta$, V_{α}^{β} - взаимодействие между каналами α и β , H_0 - гамильтониан, описывающий свободное движение нуклонов и нуклонных резонансов (кинетическая энергия плюс энергия возбуждения Δ - резонанса), P обозначает главное значение, E - энергия во входном и выходном каналах.

Программа полного учета процессов рис. II и I2 чрезвычайно сложна и не выполнена до настоящего времени. Положение сильно упрощается, если пренебречь перекрестной двухмезонной диаграммой рис. I2a и взаимодействием между каналами 2 и 3 и внутри них, положив $V_3^2 = V_2^3 = V_2^2 = V_3^3 = 0$. Это означает, что рассматриваются только переходы $NN \rightleftharpoons (NN)'$, $NN \rightleftharpoons N\Delta$ и $NN \rightleftharpoons \Delta\Delta$ и не учитываются вершина $\Delta\Delta$ и процессы $N\Delta \rightleftharpoons \Delta N$. На языке диаграммы Фейнмана это выражается в пренебрежении диаграммами рис. I2 и учете только диаграмм рис. II. Отметим, что вклад в вершинную часть $\Delta\Delta$ помимо π и ρ - мезонов дают также ω - мезоны. Вклад вершинной части $\Delta\Delta$ плохо известен, однако, во всяком случае, он приводит к отталкиванию и, таким образом, может быть учтен эффективно энергетическим обрезанием вершины $N\Delta$.

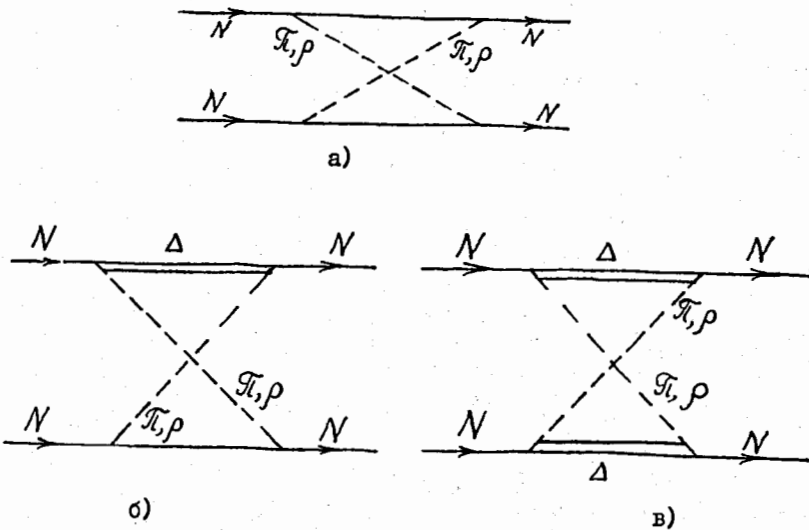


Рис. 12. Перекрестные диаграммы двухмезонного обмена.

В указанном приближении, как легко проверить, из уравнения (5.1) вытекает следующее соотношение для проекции R - матрицы в канал NN

$$R'_1 = V_{eff} + V_{eff} \left(\frac{P}{E - H_0} \right)_1^1 R'_1,$$

где

$$V_{eff} = V'_1 + V'_2 \left(\frac{P}{E - H_0} \right)_2^2 V_1^2 + V'_3 \left(\frac{P}{E - H_0} \right)_3^3 V_1^3 \quad (5.2)$$

играет роль эффективного взаимодействия в канале NN , которое учитывает (в указанном приближении) процессы рождения виртуальных Δ - резонансов. V'_1 - взаимодействие в NN - канале, т.е. обычное ОВЕ-взаимодействие, V'_2 и V'_3 - потенциалы перехода во второй и третий каналы.

Соотношение (5.2) справедливо для двухканальных систем (отметим,

что для дейтона переход в канал $N\Delta$ запрещен по изотопспину). В случае взаимодействия двух нуклонов, погруженных в нуклонную среду, формула для эффективного взаимодействия приобретает вид

$$V'_{eff} = V'_1 + V'_2 \left(\frac{PQ}{E - H_0} \right)_2^2 V_1^2 + V'_3 \left(\frac{P}{E - H_0} \right)_3^3 V_1^3, \quad (5.3)$$

где Q - оператор проектирования нуклонных состояний на гильбертово пространство выше границ Ферми. Наличие Q приводит к сильной зависимости V'_{eff} от плотности. Забегая вперед, отметим, что второй и третий члены в формулах (5.2) и (5.3) приводят к дополнительному притяжению, равному примерно половине σ - взаимодействия. С увеличением плотности оператор Q все в большей степени обрезает второй член и уменьшает тем самым притяжение. В ту же сторону действует и другой фактор - начальная энергия E пары нуклонов становится меньше при увеличении ядерной плотности.

Так как вследствие процедуры подгонки под экспериментальные фазы рассеяния суммарное притяжение свободных нуклонов остается примерно одним и тем же как в подходе с учетом Δ - резонанса, так и без его учета (оно перераспределяется лишь между σ - взаимодействием и Δ - резонансным членом), то уменьшение притяжения проявляется как некоторое отталкивательное взаимодействие, возникающее в нуклонной среде. Это - важное свойство ядерного взаимодействия с учетом вклада от Δ - резонанса, отличающее его от обычных ОВЕ-потенциалов.

Потенциалы переходов между каналами 1,2 и 1,3 могут быть получены исходя из лагранжиана взаимодействия нуклонного поля и поля Δ - резонанса и π - или ρ - мезонного полей. Для π - мезонов лагранжиан взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{L}_{NN\pi} = \sqrt{4\pi} g_\pi i \bar{\psi} \vec{\tau} \gamma^5 \psi \vec{\Phi}, \quad (5.4)$$

$$\mathcal{L}_{N\Delta\pi} = \sqrt{4\pi} \frac{f_\pi^*}{m_\pi} \bar{\psi} \vec{T} \psi^M \partial^M \vec{\Phi} + \text{э.с.},$$

где ψ , ψ^* , $\bar{\phi}$ - соответственно амплитуды нуклонного поля, поля Δ - резонанса, π - мезонного поля; $\bar{\tau}$ и $\bar{\tau}^*$ - операторы изоспина; g_π и f_π^* - константы связи.

Расчеты, проведенные в работе ^{/124/}, результаты которых приведены ниже, содержат два варианта: с включением вершины $N\Delta\rho$ и без ее включения. Так как вклад $N\Delta\rho$ противоположен по знаку вкладу от $N\Delta\pi$, то во втором варианте для $N\Delta\pi$ вводится обрезанный дипольный формфактор вида

$$\frac{\Lambda^2 - m_\pi^2}{\Lambda^2 - \Delta^2}, \quad (5.5)$$

где Λ - масса обрезания, Δ^2 - квадрат переданного импульса. Этот формфактор для потенциала перехода был введен в работе ^{/127/}. Использование эйконального формфактора в переходном потенциале не приемлемо из-за того, что его радиус значительно короче радиуса ρ - мезонного обмена, так что с ним невозможно получить достаточного обрезания.

В работе ^{/124/} приводятся результаты подгонки фаз рассеяния NN для эффективного взаимодействия V_{eff} (5.2), V_1' бралось в виде NM1- и NM2-потенциалов, обсуждавшихся выше. В качестве подгоночных параметров использовались константы связи мезонов, масса фиктивного σ - мезона, массы обрезания мезонов (в случае использования NM1-потенциала для V_1'), параметр γ эйконального формфактора (для NM2-потенциала) и масса обрезания Λ в формфакторе (5.5) для вершины $N\Delta\pi$.

В отношении мезонных параметров изменения касаются главным образом σ - мезона. Они сводятся к уменьшению вклада от σ - мезона, что естественно объясняется появлением дополнительного притяжения от 2π - обмена через Δ - резонанс в канале со спином $J=0$. Происходит также небольшое уменьшение вклада от ρ - мезонов, что объясняется наличием взаимодействия от обмена 2π в канале $J=1$. Из расчетов делается вывод о том, что параметр обрезания $N\Delta\pi$ - вершины $\Lambda \leq 5m_\pi$, а значение $\Lambda > 1$ ГэВ приводит к явной переоценке вклада Δ - резонанса.

Согласие вычисленных с потенциалами NM1 + Δ и NM2 + Δ фаз рассеяния в общем почти такое же, как и для ОБЕ-потенциалов без учета Δ - резонанса. Несколько лучше описываются фазы с изоспином $I=0$. Это связано с тем, что для $I=0$ вклад дает только $\Delta\Delta$ - канал, во взаимодействие с которым дважды входит обрезанный фактор

(5.5). Поэтому для больших L это взаимодействие является слабым, так что происходит уменьшение фаз рассеяния, что в целом улучшает согласие с опытом. С другой стороны, по той же причине происходит ухудшение согласия для волны 3D_2 . Можно надеяться, что это расхождение удастся устранить введением эйконального формфактора для π - мезонного обмена ^{/154/}.

Отметим, что явный учет вершины $N\Delta\rho$ приводит к значительно меньшей чувствительности взаимодействия к обрезанию вершины $N\Delta\pi$. При этом вершина $N\Delta\rho$ действует примерно так же, как потенциал, только с вершиной $N\Delta\pi$ при $f_{N\Delta\pi}^{*2} = 0,36$ и параметром обрезания 800 МэВ. Как показывают расчеты, это - недостаточное обрезание, наилучшее согласие имеет место при $\Lambda \approx 650$ МэВ.

Авторы работ ^{/124/} видят выход из указанного затруднения в более корректном полевом описании переходного потенциала. По предварительным данным, учет определенных диаграмм, отвечающих процессам связи каналов, увеличит силу обрезания $N\Delta\pi$ - вершины за счет $N\Delta\rho$ - вершины в нужной степени (обрезание становится таким же, как при $\Lambda \approx 550$ МэВ).

Если в области нуклон-нуклонного рассеяния введение Δ - резонанса не приводит к значительному улучшению описания экспериментальных данных (хотя и это представляет собой прогресс, ибо описание NN - взаимодействия становится более корректным в теоретическом плане), то при расчете многонуклонных систем введение Δ - резонанса весьма существенно улучшает результаты расчетов. В этой главе мы рассмотрим расчеты ядерной материи с учетом Δ - резонанса, в следующей главе будут обсуждены результаты для конечных ядер.

Главное проявление Δ - резонанса при расчете многонуклонных систем заключается в появлении отталкивания при увеличении плотности ядерной среды. Причиной возникновения отталкивания является зависимость от плотности эффективного взаимодействия V_{eff} , описываемого формулой (5.3). Зависимость от плотности V_{eff} проистекает как от присутствия оператора проектирования Q на подпространство свободных (расположенных выше границы Ферми) нуклонных состояний (поправка Паули), так и от зависимости начальной энергии E , которая для каждой пары нуклонов должна быть определена самосогласованно (дисперсионная поправка). Расчеты, результаты которых приведены в ^{/124/}, показывают, что обе поправки сравнимы по величине.

Очевидно, что появление растущего с увеличением плотности отталкивания приводит к сдвигу точки насыщения для ядерной материи в сторону меньших плотностей и энергий связи.

В таблице 6 приведены результаты расчетов энергии связи на нуклон и равновесной плотности ядерной материи с потенциалами NM1 и NM2 с учетом и без учета Δ - резонанса.

В таблице даются также использованные в расчетах значения параметра обрезания Λ вершины $N\Delta\pi$.

Таблица 6

Энергия связи на нуклон (в МэВ) и равновесное значение импульса Ферми K_F (в ферми⁻¹), рассчитанные в работе /124/

Потенциал	HM1	HM2	$HM1 + \Delta$ $\Lambda = 650$ МэВ	$HM2 + \Delta$ $\Lambda = 450$ МэВ	$HM2 + \Delta$ $\Lambda = 550$ МэВ	$HM2 + \Delta$ $\Lambda = 650$ МэВ
E/A	11,8	23,5	6,3	15,9	10,5	8,2
K_F	1,48	1,77	1,15	1,56	1,37	1,26

Если допустить, что многочастичные силы приведут к дополнительному притяжению величиной несколько МэВ, то следует заключить, что потенциал $HM2 + \Delta$ с $\Lambda = 550$ МэВ дает неплохие результаты при сравнении с экспериментом. В то же время результаты для потенциалов $HM1$, $HM2$ и $HM1 + \Delta$ значительно хуже.

Трехчастичные силы учитывались при расчетах ядерной материи в ряде работ (обзор достигнутых к 1978 г. результатов см. в /6,7/). Как правило, вычисления вклада трехчастичных сил проводились путем свертывания амплитуды πNN - рассеяния с скорректированными нуклонными функциями. Если расчеты проводятся для многонуклонной системы, в частности для ядерной материи, то необходимо знание πNN - амплитуды и вне энергетической поверхности. Проводимые для этого экстраполяции приводят к разнящимся результатам. Это - одна из причин значительной неопределенности в оценках вклада трехчастичных сил в энергию связи ядерной материи. Другой причиной является большая чувствительность результатов к корреляционным эффектам, проявляющимся на малых расстояниях. По оценкам, полученным в работах /128/ и /129/, вклад трехчастичных сил в энергию связи ядерной материи значительно меньше 1 МэВ, т.е. пренебрежимо мал. В то же время эта величина получается равной примерно 3 МэВ в работах /130/ и /131/ (см. также монографию /13/).

В отличие от упомянутого подхода с использованием амплитуды πNN - рассеяния, в работе /132/ Δ -резонанс учитывается явным образом. Соотношение двух подходов иллюстрируется на рис. 13, изображающем трехчастичную диаграмму. В первом подходе (рис. 13а) исходными являются амплитуда πNN - рассеяния и вершина πNN , во втором подходе (рис. 13б) вычисления основываются на переходных потенциалах $NN \rightleftharpoons N\Delta$. Соответствующие части диаграмм обведены овальным контуром. Таким образом, во втором подходе Δ -резонанс трактуется явно.

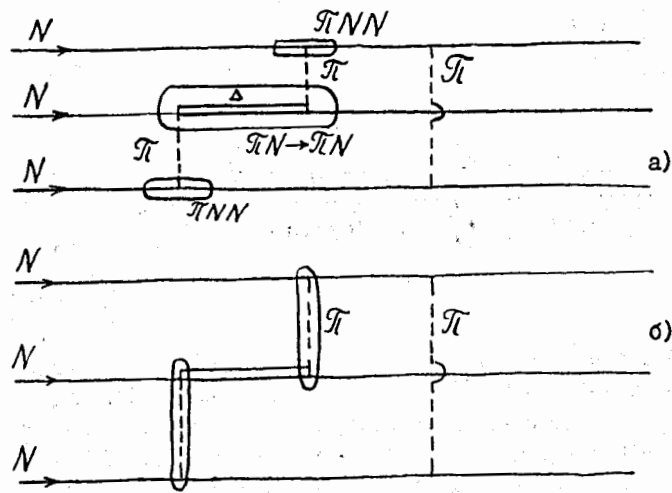


Рис. 13. Диаграммы, иллюстрирующие два подхода в описании трехчастичных процессов с участием Δ - резонанса и π - мезона.

На рис. 14 изображены учитываемые в работе /132/ трехчастичные диаграммы, включающие один Δ - резонанс. Наряду с приведенными диаграммами третьего порядка по двухчастичному взаимодействию вкладают и трехчастичные диаграммы более высокого порядка. Однако авторы работы /132/ ограничиваются учетом лишь диаграмм третьего порядка. Согласно работе /133/, если первое и последнее двухчастичное взаимодействие в трехчастичном процессе является тензорным, то диаграммы третьего порядка дают доминирующий вклад. Опираясь на этот вывод, в работе /132/ ограничиваются рассмотрением лишь тензорного взаимодействия во входной и выходной частях диаграммы. Более корректно было бы использовать формализм Бете-Фаддеева, позволяющий учесть вклад от всех трехчастичных диаграмм. Авторы работы /132/ идут более простым путем, так как считают своей целью получить лишь оценку влияния трехчастичных процессов на свойства ядерной материи.

Вклад в энергию связи ядерной материи на нуклон для диаграммы, изображенной на рис. 14а, дается формулой

$$E = (-)^P (\rho / d^3 r)^{-1} x$$

$$x \sum_{\substack{abc < F \\ a'b'c' > F}} \frac{\langle \tilde{a}\tilde{c} / V^I / a'c' \rangle \langle \tilde{b}c' / V^{II} / b'c \rangle \langle a'b' / V^{II} / ab \rangle}{[\varepsilon(\tilde{a}) + \varepsilon(\tilde{c}) - \varepsilon(a') - \varepsilon(c')] [\varepsilon(a) + \varepsilon(b) - \varepsilon(a') - \varepsilon(b')]} \quad (5.6)$$

где ε - одночастичные энергии; a, b, c - наборы квантовых чисел одночастичных состояний; $|\tilde{a}\tilde{b}\tilde{c}\rangle$ - состояния, получающиеся из состояния $|abc\rangle$ произвольной одновременной перестановкой спиновых и изотопспиновых квантовых чисел и импульсов, причем P - четность перестановки, ρ - плотность ядерной материи, V^I - обычный двухчастичный ядерный потенциал, V^{II} - переходный потенциал, связывающий каналы NN и $N\Delta$.

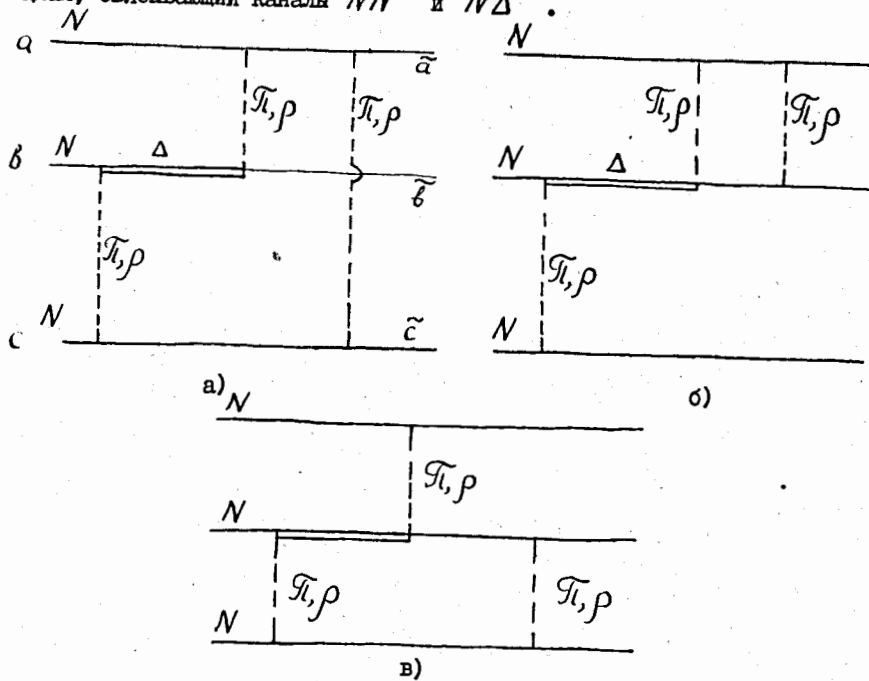


Рис. 14. Простейшие диаграммы, описывающие трехчастичные процессы с участием Δ - резонанса

Аналогичные (5.6) формулы легко записать и для двух оставшихся диаграмм на рис. 14б и 14в.

В качестве переходного потенциала V^{II} выбирается нерелятивистский предел амплитуды обмена π и ρ - мезоном. В V^I включается только тензорная компонента нерелятивистской амплитуды π и ρ - мезонного обмена.

При вычислении матричных элементов в (5.6) двухчастичные волновые функции должны учитывать двухчастичные бракетировские корреляции. В работе /132/ эти корреляции учитываются домножением потенциалов V^I и V^{II} на корреляционные функции, равные отношению G - матрицы к двухчастичному взаимодействию. Корреляционные функции были получены в работе /134/ путем решения уравнения Бете-Голдстоуна.

В таблице 7 приведена величина вклада трехчастичных диаграмм в энергию связи ядерной материи для четырех значений плотности. При всех рассмотренных плотностях от трехчастичных сил получено дополнительное притяжение. Исследования показали, что результаты вычислений стабильны относительно вариаций корреляционных функций и одночастичного спектра.

Таблица 7

Вклад в энергию связи ядерной материи от трехчастичных процессов с участием Δ - резонанса (в МэВ на нуклон) для разных значений граничного импульса K_F (в ферми⁻¹)

K_F	1,0	1,2	1,4	1,7
$\Delta E/A$	-0,25	-0,65	-1,41	-3,92

Результаты, представленные в таблице 7, с хорошей точностью описываются зависимостью $K_F^{3,6}$. В то же время вклад в энергию связи ядерной материи от Δ - резонанса в двухчастичных процессах, рассчитанный в работе /124/ (см. выше), может быть представлен зависимостью $K_F^{4,5}$. Как отмечалось выше, учет двухчастичных диаграмм с Δ - резонансом приводит к слишком малым энергиям связи /124/.

Получить одновременно правильные значения как энергии связи, так и плотности возможно добавлением контрчлена, дающего притяжение и обладающего слабой зависимостью от плотности. Полученный в работе /132/ вклад от трехчастичных процессов с участием одного Δ - резонанса является в этом отношении вполне удовлетворительным. К сожалению, оценки для процессов с тремя Δ - резонансами, которые могут быть проведены по аналогии с расчетами для одного Δ - резонанса, обнаружили сильную зависимость от плотности вклада в энергию связи, сводящую на нет улучшение от учета одного Δ - резонанса.

Выход из возникающего несоответствия с опытом, возможно, будет найден после того, как будут детально исследованы $\Sigma \Delta$ - трехчастичные процессы.

Как показано, вклад Δ - резонанса в ядерное взаимодействие весьма важен. Большой теоретический и экспериментальный интерес представляет исследование проблемы связанных состояний и резонансов в системе $N\Delta$. Существует несколько теоретических подходов для исследования этой системы /135, 6, 7/; в работе /136/ такое исследование было выполнено в рамках уравнения Фаддеева на основе новой развитой /137/ численной процедуры решения уравнений Фаддеева.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Весьма важный вопрос в многочастичной задаче состоит в том, как взаимодействуют мезоны с нуклонами в ядерной среде. Ответ на этот вопрос, как мы уже отмечали, существенно зависит от плотности среды, при этом при некоторых критических плотностях в среде оказываются возможными фазовые переходы.

Особенный интерес представляет перестройка пионного поля в достаточно плотной нуклонной среде - "пионная конденсация". Теория "пионной конденсации" была предложена А.Б. Мигдалом в работе /138/ (см. также работу /139/ и монографию /140/, где приведен полный список литературы). Наиболее важным следствием этого фазового перехода является возможность существования сверхплотных ядер; о поиске и возможности синтеза сверхплотных ядер см. работы /141, 142/.

Другая возможность фазового перехода при больших плотностях предсказана Ли и Виком в рамках так называемой G - модели /13, 145, 146, 147/, в этом случае допустимо существование аномальных состояний ядер с эффективной массой нуклонов, близкой или равной нулю.

В последнее десятилетие имел место значительный интерес к релятивистскому описанию ядерной материи и конечных ядер, развитие такого подхода неразрывно связано с успехами мезонной теории, в частности, мезонной теории NN - взаимодействия /148/.

В работах /149-156/ была дана релятивистская трактовка спин-орбитального взаимодействия в ядре, введено одночастичное релятивистское уравнение для описания поведения нуклонов, обсуждались кинематические и динамические причины раннего проявления релятивизма в ядре.

Формирование основного состояния ядра в рамках релятивистской самосогласованной теории было выполнено в работах /157-160/ на основе релятивистских потенциалов однобозонного обмена, действующих между свободными нуклонами. В этих работах проводились расчеты пол-

ных энергий связи, среднеквадратических радиусов и энергий отделения для дважды магических ядер, результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными значениями. В этом заключается еще одно из преимуществ релятивистского подхода по сравнению с нерелятивистскими феноменологическими расчетами, которые для получения тех же величин требуют включения сил, зависящих от плотности, или феноменологических трехчастичных сил.

В работах /161-163/ была предложена релятивистская теоретико-полевая модель, и были воспроизведены "эмпирические" свойства бесконечной ядерной материи.

В рамках этой модели в /164, 165/ в приближении Томаса-Ферми, а в /166-167/ в рамках самосогласованного метода Хартри были выполнены исследования свойств основных состояний конечных ядер, при этом было показано /168/, что такое фундаментальное свойство ядер как насыщение является релятивистским кинематическим эффектом.

После того как основное состояние релятивистского ядра было сформировано, необходимо было исследовать вопрос об устойчивости полученного решения во внешних полях; наибольший интерес представляют поля, симметрия которых отличается от симметрии основного состояния. В работе /169/ была рассмотрена проблема устойчивости релятивистской ядерной материи относительно пионной конденсации, при этом показано, что интерференция между псевдовекторным и псевдоскалярным пион-нуклонным взаимодействиями может обеспечивать устойчивость ядерной материи относительно пионной конденсации в довольно широком интервале плотностей.

Еще одна проблема, которую надо было решить, - это задача учета двухчастичных корреляций. Эта проблема исследовалась в /170, 171/. В работах /172/ рассматривается релятивистский вариант теории ядерной материи Бете-Бракнера.

В работах /173, 174/ в рамках изложенной выше релятивистской теоретико-полевой модели исследовался оптический нуклон-ядерный потенциал при низких и промежуточных энергиях. В области между 170 и 400 МэВ рассчитанный потенциал оказывается отталкивательным внутри ядра, но остается притягивательным на его поверхности; такое поведение оптического потенциала есть одно из проявлений релятивистских кинематических эффектов.

Релятивистское рассмотрение необходимо также при описании характерных явлений в области средних энергий, таких, как реакции (p, π^+) /175-178/.

В ядерной физике давно был поставлен вопрос о том, имеют ли нуклоны в ядрах такие же свойства, как и свободные нуклоны. Выше мы

отмечали, что эффективная масса нуклона в среде может быть значительно меньше массы свободного нуклона, а в работах /179/ было показано также, что квазиупругое электрон-ядерное рассеяние с большими передачами импульса можно описать, предполагая, что нуклонный зарядовый радиус в ядерной среде увеличивается примерно на 30%, в то время как аномальные моменты нуклонов в среде оказываются равными

$$K_p^* \approx 0,91, \quad K_n^* \approx -1,34.$$

Пока речь в основном шла об описании основного состояния атомного ядра. Теперь на повестку дня поставлен вопрос об исследовании коллективных возбуждений ядер в рамках релятивистской теории. Первые результаты в этом направлении уже получены /180, 181, 182/.

Изложенный подход интенсивно разрабатывался последние десять лет. Этот подход приводит к описанию ядерной материи и конечных ядер, по крайней мере, не уступающему самым изощренным феноменологическим моделям. Оценивая перспективы, можно сказать, что дальнейшее развитие этого подхода требует учета роли мезонного обмена, эффектов запаздывания, многочастичных корреляций; детальное знание мезон-нуклонных формфакторов и вклада нуклонных изобар также важно для построения последовательной релятивистской теории атомного ядра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М., "Наука", 1976.
2. Бабиков В.В. Изв. АН СССР, сер. физич., 1968, т. 32, с. 299; Изв. АН СССР, сер. физич., 1970, т. 34, с. 2034.
3. Green A.E.S., Sawada T. Rev. Mod. Phys., 1967, v. 39, p. 594.
4. Erkelenz K. Phys. Reports C, 1974, v. 13, p. 191.
Holinde K. Phys. Reports C, 1981, v. 68, p. 121.
5. Brown G.E., Jackson A.D. The Nucleon - Nucleon Interaction (North-Holland, 1976).
6. Green A.M. Reports on Progress in Phys., 1976, v. 39, No. 12.
7. Weber H.J., Arenhovel H. Phys. Repts. C, 1978, v. 36, No. 4.
8. Cottingham W.N. Rep. Progr. in Phys., 1978, v. 41, p. 1509.
9. Карманов В.А., Шапиро И.С. ЭЧАЯ, 1978, т. 9, с. 327.
10. Комаров В.В., Попова А.М., Попов Ю.В. ЭЧАЯ, 1978, т. 9, с. 1213.
11. Green A.M. Nukleonika, 1978, v. 23, p. 1063.
12. Few Body Systems and Nuclear Forces. Proceedings, Graz, 1978, Lecture Notes in Physics, v. 82.
13. Mesons in Nuclei, v. 1, 11, 111, Edts. Rho M., Wilkinson D., N.-H. Publ., 1979.
14. Kislinger M.B. Phys. Lett. B, 1978, v. 79, p. 474.
15. Ueda T. Progr. Theor. Phys., 1963, v. 29, p. 829.
16. Ueda T., Green A.E.S. Phys. Rev., 1968, v. 174, p. 1304.
17. Ueda T., Green A.E.S. Nucl. Phys. B, 1969, v. 10, p. 289.
18. Stagat r., Riewe F.E., Green A.E.S. Phys. Rev. C, 1971, v. 3, p. 552.
19. Ueda T., Nack M., Green A.E.S. Phys. Rev. C, 1973, v. 8, p. 2061.
20. Nack M.L., Ueda T., Green A.E.S. Phys. Rev. D, 1974, v. 10, p. 3617.
21. Riewe F.E., Nack M.L., Green A.E.S. Phys. Rev. C, 1974, v. 10, p. 2210.
22. Ueda T., Riewe F.E., Green A.E.S. Phys. Rev. C, 1978, v. 17, p. 1763.
23. Ueda T., Green A.E.S. Phys. Rev. C, 1978, v. 18, p. 337.
24. Gersten A., Thompson R., Green A.E.S. Phys. Rev. D, 1971, v. 3, pp. 2069, 2076.
25. Erkelenz K., Holinde K., Bleuler K. Nucl. Phys. A, 1969, v. 139, p. 308.
26. Holinde K., Erkelenz K., Alzetta R. Nucl. Phys. A, 1971, v. 176, p. 413.
27. Holinde K., Erkelenz K., Alzetta R. Nucl. Phys. A, 1972, v. 194, p. 161.

28. Erkelenz K., Holinde K. Z. Naturforsch., 1973, Bd. 28, S. 353.
29. Erkelenz K., Holinde K., Machleidt R. Phys. Lett. B, 1974, v. 49, p. 209.
30. Machleidt R., Erkelenz K., Holinde K. Nucl. Phys. A, 1974, v. 232, p. 398.
31. Holinde K., Machleidt R. Nucl. Phys. A, 1975, v. 247, p. 495.
32. Kotthoff K., Holinde K., Machleidt R., Schutte D. Nucl. Phys. A, 1975, v. 242, p. 429.
33. Holinde K., Machleidt R. Nucl. Phys. A, 1976, v. 256, p. 479.
34. Holinde K., Machleidt R. Nucl. Phys. A, 1976, v. 256, p. 497.
35. Bryan R.A., Scott B.L. Phys. Rev., 1964, v. 135, p. 434.
36. Bryan R.A., Scott B.L. Phys. Rev., 1967, v. 164, p. 1215.
37. Bryan R.A., Scott B.L. Phys. Rev., 1969, v. 177, p. 1435.
38. Ingber L. Phys. Rev., 1968, v. 174, p. 1250.
39. Schierholz G. Nucl. Phys. B, 1968, v. 7, pp. 432, 483.
40. Schierholz G. Nucl. Phys. B, 1972, v. 40, p. 335.
41. Nagels M.M., Rijken T.A., de Swart J.J. Phys. Rev. D, 1975, v. 12, p. 744; *ibid*, 1977, v. 15, p. 2547; *ibid*, 1979, v. 20, p. 1633.
42. Wada M. Progr. Theoret. Phys., 1972, v. 47, p. 535.
43. Obinata T., Wada M. Progr. Theoret. Phys., 1975, v. 53, p. 732.
44. Obinata T., Wada M., Kasahara T. *Ibid*, p. 1406.
45. Obinata T., Wada M. *Ibid*, 1976, v. 56, p. 677.
46. Obinata T., Wada M. *Ibid*, 1977, v. 57, p. 1984.
47. Chemtob M., Durso J.W., Riska D.O. Nucl. Phys. B, 1972, v. 38, p. 141.
48. Cottingham W.N., Lacombe M., Loiseau B., Richard J.M., Vinh Mau R. Phys. Rev. D, 1973, v. 8, p. 800.
49. Lacombe M., Loiseau B., Richard J.M., Vinh Mau R., Pires P., de Tourreil R. Phys. Rev. D, 1975, v. 12, p. 1495.
Lacombe M. et al. Phys. Rev. C, 1980, v. 21, p. 861.
50. Epstein G.N., McKellar B.H.J. Lett. Nuovo Cim., 1972, v. 5, p. 807.
51. Chemtob M., Riska D.O. Phys. Lett. B, 1971, v. 35, p. 115.
52. Brown G.E., Durso J.W. *Ibid*, p. 120.
53. Epstein G.N., McKellar B.H.J. Phys. Rev. D, 1974, v. 10, p. 1005.
54. Jackson A.D., Riska D.O., Verwest B. Nucl. Phys. A, 1975, v. 249, p. 397.
55. Chemtob M., Desplanques B. Nucl. Phys. B, 1974, v. 78, p. 139.
56. Nutt W.T. Ann. Phys. (N.Y.), 1976, v. 100, p. 490.
57. Nagels M.M., Rijken T.A., de Swart J.J. Phys. Rev. D, 1978, v. 17, p. 768.
58. Woloshyn R.M., Jackson A.D. Nucl. Phys. A, 1972, v. 185, p. 131.
59. Particle Data Group. Phys. Lett. B, 1978, v. 75.
60. Riska D.O., Brown G.E. Nucl. Phys. A, 1970, v. 153, p. 8.
61. Lomon E.L., Feshbach H. Rev. Mod. Phys., 1976, v. 39, p. 611; *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1968, v. 48, p. 94.
62. Partovi M., Lomon E. Phys. Rev. D, 1970, v. 2, p. 1999.
63. Cottingham W., Vinh Mau R. Phys. Rev., 1963, v. 130, p. 735.
64. Binstock J., Bryan R. Phys. Rev. D, 1971, v. 4, p. 1341; Bryan R., Binstock J. Phys. Rev. D, 1974, v. 10, p. 72.
65. Друкарев Г.Ф. ЖЭТФ, 1949, т. 19, с. 247.
66. Марченко В.А. Доклады АН СССР, сер. физ., 1955, т. 104, с. 695.
67. Бабиков В.В. Метод фазовых функций в квантовой механике. М., "Наука", 1976.
68. Калоджеро Ф. Метод фазовых функций в теории потенциального рассеяния. Пер. с англ. М., "Мир", 1976.
69. Беляев В.Б., Иргазиев Б.Ф. ЯФ, 1977, т. 25, с. 450.
70. Амирханов И.В., Гречко В.Е., Дементьев Р.К. Препринт ОИЯИ, Р4-7105, 1973.
71. Колесников Н.Н., Чернов С.М. ЯФ, 1976, т. 23, с. 960.
72. Nagels M.M., Rijken T.A., de Swart J.J. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1973, v. 79, p. 338; *Phys. Rev. D*, 1975, v. 12, p. 744; *ibid*, 1977, v. 15, p. 2547.
73. Durso J.W., Saare a M., Brown G.E., Jackson A.D. Nucl. Phys. A, 1977, v. 278, p. 445.
74. Agrawal B.B., Schick L.H. Phys. Rev. D, 1973, v. 8, p. 875.
75. Dillig M. Phys. Rev. D, 1976, v. 13, p. 179.
76. Gross F. Phys. Rev. D, 1974, v. 10, p. 223.
77. Buck W., Gross F. Phys. Lett. B, 1976, v. 63, p. 286.
78. Green A.E.S. Phys. Rev., 1949, v. 76, p. A460 and p. L870.
79. Gersten A., Green A.E.S. Phys. Rev., 1968, v. 176, p. 1199.
80. Reid R.V. *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1968, v. 50, p. 411.
81. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo cimento, 1963, v. 29, p. 380.
82. Kadyshesky V.G. Nucl. Phys. B, 1968, v. 6, p. 125.
83. Kadyshesky V.G., Mateev M.D. Nuovo cimento A, 1968, v. 55, p. 275.
84. Кадьшевский В.Г., Тавхелидзе А.Н. - В кн.: Проблемы теоретической физики. М., "Наука", 1969, с. 261; Кадьшевский В.Г., Мир-Касимов Р.М., Скачков Н.Б. ЭЧАЯ, т. 2, вып. 3. М., Атомиздат, 1971.

85. Бабиков В.В., Пак Бен Гир. Препринт ИТФ 71-77Р. Киев, 1971.
86. Бабиков В.В. Вопросы теории ядерных взаимодействий. ОИЯИ, Р4-7698, Дубна, 1974.
87. Blankenbecler R., Sugar R. Phys. Rev., 1966, v. 142, p. 1051.
88. Kotthoff K. e.a. Nucl. Phys. A, 1975, v. 242, p. 429.
89. Schutte D. Nucl. Phys. A, 1974, v. 221, p. 450.
90. Скачков Н.Б., Соловцов И.Л. ЯФ, 1977, т. 26, вып. 4; ЭЧАЯ, 1978, т. 9, с. 5.
91. Coester F. Helv. Phys. Acta, 1965, v. 38, p. 7.
92. Соколов С.Н. ДАН СССР, 1975, т. 221, с. 809.
93. Соколов С.Н. Материалы IV Международного совещания по нелокальным теориям поля. (Алушта, 1976). ОИЯИ, Р2-97-88, Дубна, 1980, с.77.
94. Соколов С.Н. Труды Международного симпозиума по проблеме нескольких тел в ядерной физике. ОИЯИ, Д4-80-271, Дубна, 1980.
95. Шапиро И.С. УФН, 1973, т. 109, с. 431.
96. Bryan R.A., Phillips R.J.M. Nucl. Phys. B, 1968, v. 5, p. 201.
97. Schierholz G., Wagner S. Nucl. Phys. B, 1971, v. 32, p. 306.
98. Шапиро И.С. УФН, 1978, т. 125, с. 577.
99. Islam M.M. Nuovo cimento A, 1971, v. 5, p. 315.
100. Fried H.M., Gaisser T.K. Phys. Rev., 1969, v. 179, p. 1491.
101. Iachello F., Jackson A.D., Lande A. Phys. Lett. B, 1973, v. 43, p. 191.
102. Hohler G., Pietarinen E. Nucl. Phys. B, 1975, v. 95, p. 210.
103. Reid R.V., Vaida M.L. Phys. Rev. Lett., 1972, v. 29, p. 494.
104. Feenberg E. Phys. Rev., 1937, v. 42, p. 667.
105. Kemmer N. Nature, 1937, v. 140, p. 192.
106. Breit G., Wigner E.P. Phys. Rev., 1938, v. 53, p. 998.
107. Volkoff G.M. Phys. Rev., 1942, v. 62, p. 134.
108. Feenberg E., Primakoff H. Phys. Rev., 1946, v. 70, p. 980.
109. Calogero F., Simonov Yu.A. Nuovo Cimento B, 1969, v. 64, p. 337.
110. Calogero F., Simonov Yu.A. Phys. Rev. Lett., 1970, v. 25, p. 881.
111. Calogero F., Simonov Yu.A. Lett. Nuovo Cimento, 1970, v. 4, p. 219.
112. Calogero F. - В сб.: Проблемы современной ядерной физики. М., "Наука", 1971, с.102.
113. Wigner E.P. Proc. Nat. Acad. Sci. US, 1936, v. 22, p. 662.
114. Calogero F., Simonov Yu.A., Surkov E.L. Phys. Rev. C, 1972, v. 5, p. 1493.
115. Ruelle D. Statistical Mechanics. N.Y., 1969, Chap. 3.
116. Day B. Rev. Mod. Phys., 1967, v. 39, p. 719; Rev. Mod. Phys., 1978, v. 50, p. 495; Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 226.
117. Holinde K., Erkelenz K., Alzetta R. Nucl. Phys. A, 1972, v. 198, p. 598.

118. Lee T.S.H., Tabakin F. Nucl. Phys. A, 1972, v. 191, p. 332.
119. Brown G.E., Jackson A.D., Kuo T.T.S. Nucl. Phys. A, 1969, v. 133, p. 481.
120. Obinata T., Wada M. Progr. Theor. Phys., 1979, v. 61, p. 1697.
121. Calogero F., Levi D. Phys. Rev., 1973, v. 8, p. 83.
122. Miller L.D., Green A.E.S. Phys. Rev. C, 1972, v. 5, p. 241.
123. Green A.M., Niskanen J.A. Nucl. Phys. A, 1975, v. 249, p. 493.
124. Holinde K., Machleidt R. Nucl. Phys. A, 1977, v. 280, p. 429.
125. Holinde K., Machleidt R., Faessler A., Mlther H. Phys. Rev. C, 1977, v. 15, p. 1432.
126. Anastasio M.R., Faessler A., Mlther H., Holinde K., Machleidt R. Phys. Rev. C, 1978, v. 18, p. 2416.
127. Pandharipande V.R., Smith R.A. Nucl. Phys. A, 1975, v. 237, p. 507.
128. Coon S.A., Scadron M.A., Barrett B.R. Nucl. Phys. A, 1975, v. 242, p. 467.
129. Grange P., Martzloff M., Nogami Y., Sprung D.W.L., Ross C.K. Phys. Lett. B, 1976, p. 237.
130. Green A.M., Dahlblom T.K., Kouki T. Nucl. Phys. A, 1973, v. 209, p. 52.
131. Blatt D.W., McKellar B.H.J. Phys. Rev. C, 1975, v. 11, p. 614.
132. Kouki T., Smulter L.E.W., Green A.M. Nucl. Phys. A, 1977, v. 290, p. 381.
133. Dahlblom T.K., Nordita publication, No. 315.
134. Dahlblom T.K., Smulter L.E.W. Nucl. Phys. A, 1976, v. 268, p. 445.
135. Simonov Yu.A. 1977, Proc. European Symp. on the Few-Body Problem, Potsdam. Народецкий И.М., Симонов Ю.А. ЯФ, 1978, т. 28, с. 1357.
136. Belyaev V.B., Mlller K., Simonov Yu.A. J. Phys. G, 1979, v. 5, p. 1057.
137. Belyaev V.B., Mlller K. J. Phys., 1976, v. 279, p. 47.
138. Мигдал А.Б. ЖЭТФ, 1971, с. 61, с. 2209.
139. Мигдал А.Б. УФН, 1977, т. 123, с. 369.
140. Мигдал А.Б. Фермионы и бозоны в сильных полях. М., "Наука", 1978.
141. Карнаузов В.А. Изв. АН СССР, сер. физ., 1977, т. 41, с. 1538.
142. Николенко В.Г., Попов А.В., Самосват Г.С., Хван Чер Гу. Изв. АН СССР, сер. физ., 1978, т. 42, с. 1902.
143. Lee T.D., Wick G. C. Phys. Rev. D, 1974, v. 9, p. 2291.

144. Lee T.D. Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 267.
145. Lee T.D., Margulies M. Phys. Rev. D, 1975, v. 11, p. 1591.
146. Gell-Mann M., Levy M. Nuovo Cimento, 1960, v. 16, p. 705.
147. Barshay S., Brown G.E. Phys. Rev. Letts., 1975, v. 34, p. 1106.
148. Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. ЭЧАЯ, 1977, т. 8, вып. 4, с. 911.
149. Krutov V.A., Savushkin L.N. J. Phys. A, 1973, v. 6, p. 93.
150. Krutov V.A., Фоменко В.Н., Savushkin L.N. J. Phys. A, 1974, v. 7, pp. 372, 2093.
151. Савушкин Л.Н. Изв. АН СССР, сер. физ., 1975, т. 39, с. 167.
152. Савушкин Л.Н. Вестник ЛГУ, 1971, № 22, 57; 1975, № 16, с. 41.
153. Райков А.Т., Савушкин Л.Н. Вестник ЛГУ, 1976, № 4, с. 148.
154. Савушкин Л.Н. Программа и тезисы докладов 25 Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., "Наука", 1975, с. 233.
155. Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. ЯФ, 1978, т. 28, с. 58; Изв. АН СССР, сер. физ., 1977, т. 41, с. 2044.
156. Фоменко В.Н. ЯФ, 1981, т. 34, с. 886.
157. Miller L.D., Green A.E.S. Phys. Rev. C, 1972, v. 5, p. 241.
158. Miller L.D. Phys. Rev. C, 1974, v. 9, p. 537.
159. Miller L.D. Ann. Phys. (N.Y.), 1975, v. 91, p. 1.
160. Brockmann R., Weise W. Phys. Rev. C, 1977, v. 16, p. 1282.
Brockmann R. Phys. Rev. C, 1978, v. 18, p. 1510.
161. Walecka J.D. Ann. Phys. (N.Y.), 1974, v. 83, p. 491.
162. Chin S.A., Walecka J.D. Phys. Letts. B, 1974, v. 52, p. 24.
163. Boguta J., Bodmer A.R. Nucl. Phys. A, 1977, v. 292, p. 413.
164. Serr F.E., Walecka J.D. Phys. Letts. B, 1978, v. 79, p. 10.
165. Serot B.D., Walecka J.D. Phys. Letts. B, 1979, v. 87, p. 172.
166. Савушкин Л.Н. ЯФ, 1979, т. 30, с. 660.
167. Horowitz C.J., Serot B.D. Nucl. Phys. A, 1981, v. 368, p. 503.
168. Бирбраир Б.Л., Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. ЯФ, 1982, т. 35, с. 1134.
169. Birbrair B.L., Фоменко В.Н., Savushkin L.N. Preprint LINP, No. 615, November, 1980; in Proceedings: Some Frontiers in Nuclear Physics, ed. by E.F. Hefter, Hannover, 1982.
170. Brittan M. Phys. Letts. B, 1978, v. 79, p. 27.
171. Liu L.C., Shakin C.M. Phys. Rev. C, 1973, v. 20, p. 1195.
172. Anastasio M.R., Celenza L.S., Shakin C.M. Phys. Rev. C, 1981, v. 23, pp. 569, 2273.
173. Mercer R.L., Arnold L.G., Clark B.C. Phys. Letts. B, 1978, v. 73, p. 9.
Arnold L.G., Clark B.C., Mercer R.L. Phys. Rev. C, 1979, v. 19, p. 917.

- Arnold L.G., Clark B.C., Mercer R.L., Schwandt P. Phys. Rev. C, 1981, v. 23, p. 1949.
174. Jaminon M., Mahaux C., Rochus P. Phys. Rev. Letts., 1979, v. 43, p. 1097; Phys. Rev. C, 1980, v. 22, p. 2027; Nucl. Phys. A, 1981, v. 365, p. 371.
175. Miller L.D., Weber H.J. Phys. Letts. B, 1976, v. 64, p. 279; Phys. Rev. C, 1978, v. 17, p. 219.
176. Brockmann R., Dillig M. Phys. Rev. C, 1977, v. 15, p. 361; Hecking P., Brockmann R., Weise W. Phys. Letts. B, 1978, v. 72, p. 432.
177. Noble J.V. Phys. Rev. Letts., 1979, v. 43, p. 100.
178. Cooper E.D., Sherif H.S. Phys. Rev. Letts., 1981, v. 47, p. 818.
179. Noble J.V. Phys. Rev. C, 1979, v. 20, p. 1188; Phys. Rev. Letts., 1981, v. 46, p. 412; Nucl. Phys. A, 1979, v. 329, p. 354; Nucl. Phys. A, 1981, v. 368, p. 477.
180. Chin S.A. Ann. Phys. (N.Y.), 1977, v. 108, p. 301.
181. Walecka J.D. Phys. Letts. B, 1980, v. 94, p. 293.
182. Horowitz C.J., Walecka J.D. Nucl. Phys. A, 1981, v. 364, p. 429.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 июня 1983 года.