ЛЕКЦИИ
ДЛЯ МОЛОДЫХ
УЧЕНЫХ

А.А.Гриб

НАРУШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ БЕЛЛА И ПРОБЛЕМА ИЗМЕРЕНИЯ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

ДУБНА

ОИЯИ к-102

ЛЕКЦИИ ДЛЯ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

Выпуск 59

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Р2-92-211

А.А.Гриб*

НАРУШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ БЕЛЛА И ПРОБЛЕМА ИЗМЕРЕНИЯ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

*Санкт-Петербургский университет экономики и финансов.

Дубна 1992

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Сегодня мы являемся свидетелями значительного подъема интереса к основаниям квантовой теории, вызванного недавними экспериментами по обнаружению нарушений неравенства Белла в опытах с фотонами. Этот интерес зачастую принимает форму недоумения, сравнимого с эффектом катастрофы в Чернобыле. Казалось бы,за 60 лет существования квантовой теории к ней давно уже привыкли как к чему-то вполне обыденному. Теоретикам с ее помощью удалось предсказать множество экспериментальных фактов как в теории атомов и молекул, так и в теории атомного ядра и элементарных частиц,и даже в астрофизике и космологии. И вот вдруг выясняется, что сам объект, описываемый квантовой теорией,- микрообъект есть нечто совсем не то, что о нем многие думали. Впрочем,основатели квантовой теории Эйнштейн, Бор, Гейзенберг, Фок, Вигнер с самого начала ее создания высказывали большое удивление и недоумение по поводу того, что же такое микрообъект. Но последующие практически мыслящие поколения, отложив проблему интерпретации квантовой теории как философскую, вполне удовлетворились старым классическим языком, согласно которому микрообъекты - это что-то вроде шариков, которые "налетают"друг на друга в опытах по рассеянию, "обладают" зарядами, спином, массой, координатой, импульсом, энергией. И вот сегодня то, о чем нас предупреждали "отцы квантовой теории", встало перед нами во весь рост.

Экспериментальное подтверждение предсказываемого квантовой механикой нарушения неравенств Белла демонстрирует следующие отличия квантовых объектов от классических.

а) Свойства микрообъектов и,более того,само понятие микрообъекта (например, число частиц) существуют лишь постольку, поскольку они наблюдаются,и не существуют безотносительно прибора (наблюдателя). Это обстоятельство в терминах копенгагенской интерпретации обсуждается в § 3 настоящих лекций.

б) Нелокальность. Для систем двух и более частиц имеется свойство целого, связанное с оператором перестановки, которое сохраняется даже при разлете частиц на большие расстояния. Поэтому для симметризованных состояний нарушение неравенств Белла может быть проинтерпретировано как некоторое нелокальное влияние одной части системы на другую без противоречия с принципом причинности (§ 3).

в) Необходимость использования вместо вероятности в квантовой теории амплитуды вероятности (волновой функции). Эта особенность квантовой теории обусловлена недистрибутивностью решетки свойств квантовой системы - § 3, § 7, § 8, § 9.

г) Невозможность локальной теории скрытых параметров – § 4. В этом же параграфе читателю предлагается обзор сегодняшнего положения в теории скрытых параметров.

Экспериментам по нарушению неравенств Белла не противоречит нелокальная теория скрытых параметров (например, модель Бома, § 4), но другие недостатки этой теории делают ее неконкурентоспособной с квантовой теорией.

В последнем параграфе подробно излагаются принципы квантовой логики и демонстрируется возможность построения классических систем (автоматов), имитирующих квантовые системы и нарушение неравенств Белла, что позволит в будущем создать "квантовые компьютеры".

§ I и § 2 являются вводными и содержат некоторые отсутствующие в учебниках сведения о частотной интерпретации и редукции волнового пакета. § 5 и § 6 посвящены интерпретации квантовой теории на языке ансамблей частиц и интерпретации Эверетта-Уилера-де Витта.

Основным убеждением автора является убеждение в правильности копенгагенской интерпретации, согласно которой наблюдатель играет принципиальную роль. Эта его роль, по мнению автора, связана с булевой логикой сознания и соответствующего прибора, не совпадающей с небулевой логикой мира.

§ I. Основные принципы квантовой теории

В этом параграфе мы кратко перечислим некоторые основные принципы квантовой теории, одни из которых являются постулатами, другие же могут быть доказаны.

I. Состояния квантовой системы описываются нормированными векторами гильбертова пространства. Это пространство предполагается комплекснозначным, хотя возможны формулировки на языке вещественного гильбертова пространства и пространства кватернионов. Справедлив принцип суперпозиции: любой нормированный вектор гильбертова пространства $\Psi = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2$, где Ψ_1, Ψ_2 – векторы, описывающие состояние системы, a_1, a_2 – комплексные числа, также описывает некоторое состояние системы.

Исключение представляют правила суперотбора для дискретного и непрерывного случаев. Например, суперпозиция состояний с разным электрическим зарядом ненаблюдаема и не есть состояние системы.

2. Каждому наблюдаемому физическому свойству A соответствует эрмитов оператор $\hat{A}$, действующий в гильбертовом пространстве состояний. Наблюдаемые A, B совместны, если соответствующие операторы $\hat{A}$, $\hat{B}$ коммутируют.

3. Измерение наблюдаемой A дает одно из собственных значений оператора $\hat{A}$.

4. Эволюция во времени вектора состояния Ψ под действием внешних сил каузальна и линейна, т.е. по $\Psi(t)$ однозначно определяется $\Psi(t')$, так что если

$$\Psi(t) = a_1\Psi_1(t) + a_2\Psi_2(t),$$

то

$$\Psi(t') = a_1\Psi_1(t') + a_2\Psi_2(t').$$

Эта эволюция описывается линейным уравнением Шредингера

$$\hat{H}\Psi(t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(t), \qquad (I.I)$$

т.е. $\Psi(t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Ht\right)\Psi_0$, где $\Psi_0 = \Psi(t)\big|_{t=t_0}$.

При эволюции сохраняется норма вектора $\Psi(t)$, что приводит к унитарности оператора эволюции.

5. Постулат редукции волнового пакета и индетерминизм. При измерении волновая функция $\Psi(t)$ скачком (индетерминированно) превращается в собственную функцию оператора наблюдаемой $\hat{A}$. То есть

если

$$\hat{A}u_n = a_n u_n, \qquad (I.2)$$

то $\Psi(t) \to u_n$.

В случае измерений I рода повторное измерение с вероятностью I дает результат a_n. Вероятность определенного результата измерения a_n и перехода в состояние u_n определяется как

$$W_n = |(u_n, \Psi)|^2. \qquad (I.3)$$

В частности, если наблюдатель "не посмотрел" на показание стрелки своего прибора, которому соответствует одно из чисел a_n, то он скажет, что W_n есть вероятность показания стрелки a_n. Такой обладающий неполной информацией о квантовой системе наблюдатель будет описывать систему уже не вектором в гильбертовом пространстве u_n, а матрицей плотности ρ. Этой матрице сопоставляется статистический оператор $\hat{P}_\rho = \sum_n W_n \hat{P}_{u_n}$,

где $\hat{P}_{u_n}$ – проекторы на состояния u_n. Матрица ρ обладает свойствами:

а) эрмитовость $\rho^+ = \rho$,

б) нормировка $Sp\ \rho = 1$,

в) положительная определенность $(\Psi, \rho\Psi) \geq 0, \forall \Psi \in \mathcal{H}$,

где $\mathcal{H}$ – гильбертово пространство.

В случае измерения, проведенного с помощью прибора, но не зафиксированного наблюдателем, соответствующая матрица плотности ρ такова, что ее собственные числа суть вероятности w_n.

Итак, в случае неполной информации об изолированной квантовой системе возникает матрица плотности, описывающая "смесь состояний": имеется либо состояние u_1 с вероятностью w_1, либо u_2 с вероятностью w_2, либо u_3 с w_3 и т.д.

Матрица плотности встречается еще при описании подсистем квантовой системы, но эта матрица плотности вопреки довольно широко распространенному заблуждению не описывает смесь состояний. Д'Эспанья в /I/ предлагает различать соответствующие ситуации, вводя термин "собственная смесь" (proper mixture) и "несобственная смесь" (см.ниже п.7).

Состояние, описываемое вектором в гильбертовом пространстве Ψ, – чистое состояние – соответствует частному случаю матрицы плотности ρ, такому, что статистический оператор есть $\hat{P}_\Psi$, а $\rho^2 = \rho$. Очевидно, что в этом случае

$$\mathrm{Tr}\,\rho^2 = \mathrm{Tr}\,\rho = 1 .$$

В общем же случае

$$\mathrm{Tr}(\rho^2) \leq 1 .$$

Действительно, если $\hat{P}_\rho = \sum_n W_n \hat{P}_{u_n}$, где $0 \leq w_n \leq 1, \sum_n w_n = 1$,

то $\mathrm{Tr}(\rho^2) = 1 \Rightarrow \sum_n W_n^2 = 1$, откуда $\sum_n w_n(1 - w_n) = 0$, что верно,

когда все $W_n = 0$, кроме одного, равного единице. Иногда в случае вырожденных собственных значений матриц плотности данной матрице плотности сопоставляется не одна, а множество смесей состояний. При этом соответствующие состояния для одной смеси являются линейными комбинациями состояний другой смеси. Примером является ситуация для частицы со спином $1/2$. В этом случае матрица плотности в терминах дираковских бра- и кет-векторов может быть записана как

$$\rho = \sum_{n,r} |n, r\rangle P_n \langle n, r| ,$$

где $|n, r\rangle$ – ортонормированные кеты, либо

$$\rho = \sum_{m,s} |m, s\rangle q_m \langle m, s| ,$$

здесь r, s – индексы вырождения.

Для спина $\frac{1}{2}$ $\quad \rho = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

есть $\quad \rho = \frac{1}{2}[\,|u_+\rangle\langle u_+| + |u_-\rangle\langle u_-|\,]$

или $\quad \rho = \frac{1}{2}[\,|v_+\rangle\langle v_+| + |v_-\rangle\langle v_-|\,]$,

или $\quad \rho = \frac{1}{2}[\,|w_+\rangle\langle w_+| + |w_-\rangle\langle w_-|\,]$,

где $\quad |u_\pm\rangle, |v_\pm\rangle = \frac{1}{2}(|u_+\rangle \pm |u_-\rangle)$,

$|w_\pm\rangle = \frac{1}{2}(|u_+\rangle \pm i\,|u_-\rangle)$ –

собственные векторы проекции спина на три взаимоортогональные оси.

Постулат V редукции волнового пакета иногда формулируют как "превращение чистого состояния в смесь при измерении". Действительно, можно сказать, что то обстоятельство – "посмотрел наблюдатель на стрелку прибора или не посмотрел" – связано с превращением неполной информации наблюдателя в полную, но постулат V предполагает некоторую особую математическую операцию, состоящую в следующем. Разложим волновую функцию $\Psi(\bar{x})$ по ортонормированному базису из собственных функций оператора $\hat{A}$

$$\Psi(\bar{x}) = \sum_n a_n u_n(\bar{x}) .$$

Функции $\Psi(\bar{x})$ соответствует матрица плотности $\rho = \hat{P}_\Psi$.

Постулат V означает превращение

$$\rho = \hat{P}_\Psi \longrightarrow \rho' = \sum_n w_n \hat{P}_{u_n} , \qquad (I.4)$$

где $\quad \rho^2 = \rho, \quad \rho'^2 \neq \rho', \quad w_n = |a_n|^2$.

Операция (I.4) не описывается унитарным оператором эволюции, так что $\rho' = u \rho u^{-1}$, и противоречит постулату 4 линейности эволюции.

Итак, в квантовой механике существуют принципиально два различных способа изменения во времени вектора состояния:

I) детерминированный, согласно уравнению Шредингера (I.I),

2) скачкообразный, согласно постулату редукции волнового пакета (I.4). /I,8/

6. Частотная интерпретация.

Если многократно ставить один и тот же опыт с квантовой системой, то говорят, что условия этого опыта задают некоторую волновую функцию квантовой системы, сам опыт определяет приготовление определенного состояния, а совокупность таких одинаковых опытов определяет ансамбль.

Примером приготовления такого ансамбля частиц с одной и той же волновой функцией Ψ служит, например, электронная пушка, выстреливающая по одному электрону через некоторый промежуток времени.

Частотная интерпретация волновой функции состоит в том, что если у частиц такого ансамбля (этот ансамбль не следует путать с многочастичной волновой функцией) производить измерение наблюдаемой A, которой сопоставляется оператор $\hat{A}$, то частота определенного показания прибора a_n есть

$$W_n = |(\Psi, u_n)|^2.$$

Таким образом, квантовая механика по данной волновой функции позволяет предсказать вполне определенное событие – частоту того или иного показания прибора для неограниченно большого числа частиц, приготовленных одинаковым образом.

Одно время частотная интерпретация казалась отдельным постулатом, однако потом рядом авторов /2, 3/ было дано доказательство этой интерпретации (см. приложение к данному параграфу).

Некоторые из значений a_n встречаются чаще, другие – реже. Среднее арифметическое значение A совпадает с математическим ожиданием $\bar{A}$, вычисляемым в случае волновой функции Ψ по правилу

$$\bar{A} = (\Psi, \hat{A}\Psi),$$

где скобки означают скалярное произведение в гильбертовом пространстве.

Если условия опыта известны неточно и можно приготовлять с разной вероятностью разную волновую функцию, то ансамбль приготовления квантовой системы описывается смесью состояний, представленной некоторой матрицей плотности ρ. В этом случае среднее арифметическое значение A определяется формулой $\bar{A} = \mathrm{Tr}\,\rho\hat{A}$.

7. Целое и части.

Составная квантовая система из двух частей u, v описывается в гильбертовом пространстве, являющемся тензорным произведением гильбертовых пространств $\mathcal{H}^u$, $\mathcal{H}^v$.

Если подсистема u находится в чистом состоянии $u_i(\vec{x}_1)$, подсистема v – в чистом состоянии $v_j(\vec{x}_2)$, то целое описывается волновой функцией $\Psi(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = u_i(\vec{x}_1)v_j(\vec{x}_2)$. Однако, наряду с состояниями u_i, v_j, целое может находиться и в состоянии суперпозиции

$$\tilde{\Psi}(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \sum_{i,j} c_{ij}\, u_i(\vec{x}_1)\, v_j(\vec{x}_2).$$

Возникает вопрос – если система находится в состоянии с волновой функцией $\tilde{\Psi}(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$, то в каком состоянии находится подсистема u (или v)? Если A – некоторая наблюдаемая системы v, то ее среднее значение в состоянии Ψ есть:

$$\bar{A} = \langle \Psi | \hat{A} | \Psi \rangle = \sum_{ijrs} c^*_{ij}\, c_{rs} \langle v_i | \langle u_j | \hat{A} | v_r \rangle | u_s \rangle. \qquad (I.5)$$

С другой стороны, эту величину можно вычислить в терминах матрицы плотности ρ подсистемы v, где ρ определяется следующим образом. Если

$$\rho_1 = \sum_{ijrs} |v_r\rangle |u_s\rangle \rho_{rs,ij} \langle v_i | \langle u_j | \qquad (I.6)$$

$$\rho_{rs,ij} = c_{rs}\, c^*_{ij},$$

то

$$\rho = \mathrm{Tr}^{(u)} \rho_1 = \sum_t \langle u_t | \rho_1 | u_t \rangle, \qquad (I.7)$$

т.е. производится усреднение по системе u.

Тогда

$$\bar{A} = \mathrm{Tr}\,\rho A = \sum_{ijr} c^*_{ij}\, c_{rj} \langle v_i | \hat{A} | v_r \rangle. \qquad (I.8)$$

При этом

$$\mathrm{Tr}\,\rho^2 \leqslant 1,$$

причем равенство имеется в частном случае, когда волновая функция системы есть произведение волновых функций частей.

Можно ли, однако, интерпретировать матрицу плотности ρ подсистемы v как описывающую смесь состояний? Нетрудно видеть, что нельзя.

Действительно, если предположить интерпретацию смеси, то должна существовать некоторая матрица плотности $\rho_{\alpha,m}$ такая, что для наблюдаемой u и наблюдаемой v будет вероятность $\delta_{\alpha\beta}$ обнаружить значение I для наблюдаемой $|\varphi_\beta\rangle\langle\varphi_\beta|$ подсистемы u и вероятность δ_{mn} – значения I для наблюдаемой $|f_n\rangle\langle f_n|$ системы v

$$\rho_{\alpha,m} = |\varphi_\alpha\rangle |f_m\rangle \langle \varphi_\alpha | \langle f_m |. \qquad (I.9)$$

Тогда вся система, состоящая из подсистем u, v, должна описываться матрицей плотности

$$\rho' = \sum_{\alpha,m} p_{\alpha m}\, \rho_{\alpha,m}, \qquad (I.10)$$

где $p_{\alpha m}$ – соответствующие веса.

Но ρ' не описывает чистое состояние Ψ, очевидно, не совпадая с $\rho_1 = |\Psi\rangle\langle\Psi|$. Более просто возникающую ситуацию можно пояснить так. Если подсистема с некоторой вероятностью находится в состоянии u_1, с другой вероятностью в u_2 и т.д., то и целое с некоторой вероятностью будет в одном состоянии, с другой вероятностью – в другом и, следовательно, никак не может быть в чистом состоянии. Собственным числам матрицы плотности ρ можно дать интерпретацию вероятностей перехода в соответствующие состояния при измерении подсистемы. Здесь наряду с проблемой редукции волнового пакета мы еще раз сталкиваемся с принципиальной ролью измерения.

8. Переход к классическому пределу.

Классическая физика и ее законы получатся из квантовой физики в некотором пределе или в некотором приближении. Однако, в отличие от перехода от релятивистской физики к нерелятивистской в пределе $c \to \infty$, в квантовой теории остается ряд нерешенных вопросов.

При этом переходе к классической теории можно выделить три момента.

а) Теорема Эренфеста. Для пространственных средних справедлив II-ой закон Ньютона:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad , \tag{I.II}$$

где

$$\vec{p} = \frac{\hbar}{i} \int \psi^*(\vec{x}) \nabla \psi(\vec{x})\, d^3x ,$$

$$\vec{F} = -\int \psi^*(\vec{x}) \left(\nabla V(\vec{x})\right) \psi(\vec{x})\, d^3x . \tag{I.I2}$$

Здесь $V(\vec{x})$ – потенциал. Очевидно, что движение по классической траектории получается в частном случае, когда функция $\psi(\vec{x})$ мало меняется в области, где ∇V отлично от нуля (или ∇V есть постоянная величина). Такая ситуация имеется, например, в катодных лучах. В общем же случае, однако, сила $\vec{F}$ не совпадает с $\nabla V(\vec{x})$ классической теории.

б) Классическая физика следует из квантовой в пределе $\hbar \to 0$.

Для этого, однако, нужно рассмотреть волновую функцию весьма специфического вида – в квазиклассическом виде $\psi = a e^{iS/\hbar}$, где a – медленно меняющаяся функция. Тогда, подставляя эту функцию в уравнение Шредингера и пренебрегая членом $\frac{\hbar^2}{2ma} \Delta a$ ("квантовым потенциалом" в теории скрытых параметров /4/), получим в случае одной частицы во внешнем поле /5/:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} (\nabla S)^2 + u = 0 ,$$
$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{a}{2m} \nabla S + \frac{1}{m} \nabla S \nabla a = 0 . \tag{I.I3}$$

Первое уравнение – это классическое уравнение Гамильтона-Якоби, второе после умножения на $2a$ есть уравнение непрерывности

$$\frac{\partial a^2}{\partial t} + \operatorname{div}\left(a^2 \frac{\nabla S}{m}\right) = 0 . \tag{I.I4}$$

Здесь $a^2 = |\psi|^2$ – плотность вероятности, $\frac{\nabla S}{m} = \frac{\vec{p}}{m}$ – классическая скорость $\vec{v}$ частицы.

В случае бозе-частиц уравнение (I.I4) может рассматриваться как реальное уравнение непрерывности для "конденсата", составленного из неограниченного числа частиц в одинаковом состоянии ψ. Тогда a^2 – это реальная плотность сплошной среды – "конденсата".

Итак, видно, что пределом квантовой механики служит не только (и не столько) классическая механика одной частицы, сколько классическая теория сплошной среды.

Предел $\hbar \to 0$, однако, никак не затрагивает принцип суперпозиции. Вопрос о том, что происходит с принципом суперпозиции для макроскопических тел остается до сих пор нерешенным (парадокс "шредингеровского кота").

в) Переход к классической физике как переход к системе с бесконечным числом степеней свободы. В алгебраическом подходе к квантовой теории показывается, что для систем с бесконечным числом степеней свободы появляются особые наблюдаемые, коммутирующие со всеми элементами алгебры локальных наблюдаемых системы. Эти наблюдаемые для неприводимых представлений алгебры являются уже не операторами (q – числами), а обычными C – числами /6/. Классические наблюдаемые, в частности, есть интенсивные величины термодинамики (плотность числа частиц, плотность энергии и т.п.). Стрелка макроприбора содержит порядка числа Авогадро атомов и, казалось бы, вполне может рассматриваться как бесконечная система. Для бесконечных систем возможна эволюция во времени, при которой чистое состояние, являющееся суперпозицией, переходит в состояние, неотличимое от смеси (при появлении так называемых дизъюнктных состояний /7/). Тем самым можно было бы описать редукцию волнового пакета. Однако здесь могут быть сделаны следующие замечания. Логически – чистое состояние не может быть эквивалентно смеси, так как чистое состояние – это одно состояние, а смесь – несколько (I $\neq$ 2). (Автор признателен Ю.М.Максимову за это замечание).

С другой стороны, оказывается, что время эволюции, при котором чистое состояние переходит в смесь, должно быть буквально бесконечным. Если же оно конечно, то всегда можно найти наблюдаемую, для которой различие чистого состояния от смеси оказывается большим.

Все это показывает, что для любых систем, содержащих большое, но конечное число квантовых частиц, проблемы принципа суперпозиции, интерференции, редукции волнового пакета остаются нерешенными.

Приложение к § I

Доказательство частотной интерпретации волновой функции.

Приведем доказательство, следуя /3/.

Пусть имеется квантовая система в состоянии $|S\rangle$, так что $\langle S|S\rangle = 1$. Над системой будут производиться измерения наблюдаемой A, которой сопоставляется оператор $\hat{A}$ с собственными функциями $|i\rangle$, так что

$$\hat{A}|i\rangle = a_i|i\rangle . \qquad \text{(AI)}$$

Рассмотрим множество идентичных систем в состоянии $|S\rangle$ и построим из них ансамбль, различая, однако, каждую из этих систем с помощью индекса α : $\{\ldots|S,\alpha\rangle\ldots\}$, $\alpha = 1,\ldots,N$. Вектор состояния ансамбля N одинаково приготовленных систем будет

$$|S^N\rangle = |S,1\rangle \otimes |S,2\rangle \otimes |S,3\rangle \otimes \ldots \otimes |S,N\rangle . \qquad \text{(A2)}$$

Устремим число N к бесконечности и введем вектор состояния ансамбля с бесконечным числом систем:

$$|S^\infty\rangle = |S,1\rangle \otimes |S,2\rangle \otimes \ldots \qquad \text{(A3)}$$

Основным утверждением является то, что вектор (A3) есть собственная функция некоторого особого оператора, собственное число которого имеет смысл частоты получения результата a_i при измерении A в состоянии Ψ и совпадает с $|\langle k|S\rangle|^2$ для $i = k$.

Оператор $\hat{f}^{(k)}$ частоты, с которой встречается число a_k в бесконечном ансамбле (A3), есть

$$\hat{f}^{(k)}|S^\infty\rangle = |\langle k|S\rangle|^2\,|S^\infty\rangle , \qquad \text{(A4)}$$

где

$$\hat{f}^{(k)} = \lim_{N\to\infty} \hat{f}^{(k)}_N = \lim_{N\to\infty} \sum_{i_1 i_2 \ldots i_N} |i_1,1\rangle|i_2,2\rangle\ldots|i_N,N\rangle \times \left(\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}\delta_{k i_\alpha}\right)\langle i_N,N|\langle i_{N-1},N-1|\ldots\langle i_1,1| . \qquad \text{(A5)}$$

Величина в скобках есть доля состояний $|i_1\rangle\ldots|i_N\rangle$, находящихся в состоянии k. Оператор $\hat{f}^{(k)}_N$ действует на $|S^\infty\rangle$ как

$$\hat{f}^{(k)}_N|S^\infty\rangle = \hat{f}^{(k)}_N|S^N\rangle \otimes |S,N+1\rangle \otimes |S,N+2\rangle \otimes \ldots \qquad \text{(A6)}$$

Докажем в предположении существования предела (A5) (что, впрочем, тоже можно доказать), что

$$\|\hat{f}^{(k)}|S^\infty\rangle - |\langle k|S\rangle|^2|S^\infty\rangle\| = \lim_{N\to\infty}\|\hat{f}^{(k)}_N|S^\infty\rangle - |\langle k|S\rangle|^2|S^\infty\rangle\| = 0 . \qquad \text{(A7)}$$

Из (A6) можно написать (A7) как

$$\|\hat{f}^{(k)}|S^\infty\rangle - |\langle k|S\rangle|^2|S^\infty\rangle\| = \lim_{N\to\infty}\|\hat{f}^{(k)}_N|S^N\rangle - |\langle k|S\rangle|^2|S^N\rangle\|_N , \qquad \text{(A8)}$$

где $\|\ldots\|_N$ – знак нормы в гильбертовом пространстве N систем.

Из определения (A5) и ортонормированности состояний следует для квадрата нормы в (A8)

$$\sum_{i_1\ldots i_N}\Big[\sum_{\alpha,\beta=1}^{N}\Big(N^{-2}\delta_{k i_\alpha}\delta_{k i_\beta} - 2|\langle k|S\rangle|^2\sum_{\alpha=1}^{N}N^{-1}\delta_{k i_\alpha} + - |\langle k|S\rangle|^4\Big]|\langle i_1|S\rangle|^2\ldots|\langle i_N|S\rangle|^2 . \qquad \text{(A9)}$$

Затем проводим суммирование по $i_1,\ldots,i_N$, используя полноту системы $|i\rangle$ и нормировку $|S\rangle$. Рассмотрим отдельно случаи $\alpha=\beta$, $\alpha\neq\beta$ и выпишем соответствующие члены, тогда получим:

$$\|\hat{f}^{(k)}|S^\infty\rangle - |\langle k|S\rangle|^2|S^\infty\rangle\|^2 = \lim_{N\to\infty}\Big[\frac{1}{N^2}N|\langle k|S\rangle|^2 + \frac{1}{N^2}N(N-1)|\langle k|S\rangle|^4 - 2|\langle k|S\rangle|^4 + |\langle k|S\rangle|^4\Big] = 0 . \qquad \text{(AI0)}$$

Таким образом, доказано, что если понимать указанный бесконечный ансамбль как одну индивидуальную систему с бесконечным числом степеней свободы, то ее состояния $|S^\infty\rangle$ есть собственные для оператора частоты наблюдения $A = a_i$.

Но и реально наблюдаемая частота результата a_i есть результат наблюдения над большим числом частиц, приготовленных в одном и том же состоянии, индекс же α, различающий элементы ансамбля, есть индекс момента времени, в который приготовлена индивидуальная система. Например, если электрон приготавливается в электронной пушке, то индекс α соответствует тому, что в момент t_1 приготавливается электрон в том же состоянии Ψ, и теперь у него измеряем A, то же делаем в t_3 и т.д.

§ 2. Невозможность объяснения редукции волнового пакета динамическим процессом

То обстоятельство, что в квантовой механике имеется два принципиально различных способа изменения волновой функции, причем редукция волнового пакета не может быть описана динамическим уравнением Шредингера, многим представляется странным. Не есть ли измерение просто физическое взаимодействие с прибором, а так как взаимодействие квантовой частицы с окружением описывается уравнением Шредингера, то почему же возникает необходимость в особом процессе, не описываемом этим уравнением?

Впервые невозможность сведения процесса редукции к динамической эволюции была показана фон Нейманом в его книге /8/ для случая чистого состояния квантовой системы. Затем в схеме идеальных измерений I рода, таких,что повторное измерение обнаруживает систему в том же собственном состоянии, в которое система перешла при первом измерении, Вигнер показал, что "измерения, оставляющие систему объект плюс прибор в одном из состояний с определенным положением стрелки, не могут быть описаны линейными законами квантовой механики".

Наконец,в общем случае измерений II рода этот результат был доказан Д'Эспанья /9/. В связи с отсутствием перевода этой, на наш взгляд,достаточно важной и ясно написанной работы, здесь мы приведем рассуждение из статьи Д'Эспаньи /9/.

Это доказательство особенно важно, поскольку иногда говорят, что все дело в том, что в отличие от фон Неймана в связи со сложностью прибора как макрообъекта, взаимодействующего с окружающим миром, его предположительно нельзя описывать волновой функцией, но уже до взаимодействия с микрообъектом он описывается некоторой матрицей плотности. Поэтому система объект-прибор-наблюдатель всегда описывается матрицей плотности. Не может ли оказаться, что в результате эволюции этой матрицы плотности, описываемой по правилам квантовой механики, получится нужная матрица плотности, так что с разной вероятностью стрелка прибора будет находиться в определенных положениях, а интерференционные члены исчезнут или будут малы? Отрицательный ответ на этот вопрос дал Д'Эспанья /9/.

Оказалось, что для измерений как I рода (не меняющих состояний объекта), так и II рода матрица плотности, получаемая унитарной эволюцией, отличается от нужной, так что стрелка прибора не может находиться в определенном положении (интерференционные члены велики).

Наконец, иногда пытаются "объяснить" редукцию волнового пакета, применяя к прибору управляющее уравнение квантовой статистической механики /10/ вместо уравнения Шредингера или уравнения фон Неймана (для матрицы плотности). При этом не обращают внимание на то, что само управляющее уравнение получается из уравнения Шредингера с помощью редукции волнового пакета.

Первоначально дадим необходимый для данной работы краткий обзор теории неидеальных измерений, предлагаемой, например, Ландау и Лифшицем /5/.

Пусть g – координата аппарата, используемого при измерении (например, положение стрелки). Считаем $\hat{g}$ обладающей дискретным и невырожденным спектром. Собственные состояния $\hat{g}$ обозначаются g_n. Соответствующие собственные функции, образующие полную систему, обозначаются $F_n(\xi)$, где ξ соответствует координатам прибора. Начальное состояние исследуемой микроскопической системы S есть $\Psi(q)$, где q – координата S. Начальное состояние собственной системы $\Sigma = S +$ прибор (до измерения) есть

$$\Psi(q)\; F_0(\xi)\,. \tag{2.1}$$

Эта волновая функция меняется во времени согласно (причинным) предсказаниям зависящего от времени уравнения Шредингера. После взаимодействия мы можем (рассматривая ее как функцию ξ) разложить ее по $F_n(\xi)$ и написать в виде

$$\sum_n f_n(q)\; F_n(\xi), \tag{2.2}$$

где коэффициенты f_n в разложении – функции q.

Здесь наступает существенный момент в стандартном описании процесса измерения /5/. Согласно этому описанию классическая природа прибора позволяет сказать, что система Σ "не описывается всей суммой, но только одним членом":

$$f_n(q)\; F_n(\xi)\,. \tag{2.3}$$

Написав

$$f_n(q) = a_n \varphi_n(q)\,, \tag{2.4}$$

где $(\varphi_n, \varphi_n) = 1$, находим из (2.3) и (2.4), что $\varphi_n(q)$ есть нормированная волновая функция системы S после того, как произошло измерение.

В стандартном описании неидеальных измерений эти $\varphi_n(q)$, однако, не являются взаимно ортогональными, как в более идеализированных теориях. Более того, (из-за возмущения, вызванного прибором) их нельзя отождествить с состояниями Ψ_n, которые, будучи подвергнуты измерению тем же прибором, дадут с определенностью значение g_n. Эти Ψ_n, тем не менее, также существуют и образуют полную ортогональную систему функций. Тем самым, когда в состоянии Ψ_n сделано измерение величины g, число g_n появится с вероятностью единица и конечное состояние системы Σ есть

$$\varphi_n(q) F_n(\xi). \tag{2.5}$$

Когда то же самое измерение (т.е. взаимодействие между S и прибором) имеет место в состоянии

$$\Psi = \sum_n a_n \Psi_n(q) \tag{2.6}$$

системы S, вероятность, что g примет значение g_n, будет $|a_n|^2$ и система Σ соответственно переходит в состояние

$$\varphi_n(q) F_n(\xi). \tag{2.7}$$

Совместен ли переход от уравнения (2.2) к (2.3) с общими законами квантовой механики? Вместо того, чтобы отвечать прямо на этот вопрос, мы исследуем более общий и более реалистический случай, если в рассмотрении Ландау и Лифшица заменим описание прибора в терминах определенной волновой функции описанием, использующем понятие смеси. Очевидной причиной этому служит факт, что наше знание о начальном состоянии прибора неполно. Поэтому введем ансамбль приборов, описываемый матрицей плотности. Соответствующий ансамбль составной системы Σ описывается матрицей плотности D, изменяющейся во времени по хорошо известному уравнению Шредингера для матриц плотности. Вопрос состоит в следующем: "Может ли смесь, описываемая после взаимодействия D, описываться так же, как смесь состояний с определенными положениями g_n стрелки, и возможно ли это при любом выборе начального состояния $\Psi(q)$ системы?"

Начальное состояние прибора A характеризуется матрицей плотности M. Диагонализуя эту матрицу, получим эквивалентное описание в терминах системы ортонормированных волновых функций $F^{(\rho)}(\xi)$ и множества чисел P_ρ, каждое из которых есть вероятность, что прибор первоначально находится в состоянии $F^{(\rho)}(\xi)$ с данным значением ρ. Тогда, если система S находится первоначально в одном из $\Psi_n(q)$, введенных в предыдущем разделе (одном и том же для всех членов ансамбля), то составная система Σ первоначально находится с вероятностью P_ρ в состоянии

$$\Psi_n(q) F^{(\rho)}(\xi). \tag{2.8}$$

В результате взаимодействия это состояние перейдет с определенностью (в соответствии с предыдущим разделом) в состояние

$$\varphi_n(q) F_n^{(\rho)}(\xi), \tag{2.9}$$

где опять $F_n^{(\rho)}$ – функции, описывающие состояние стрелки, и где, в общем, $\varphi_n \neq \Psi_n$. После взаимодействия доля P_ρ систем Σ в ансамбле поэтому находится в состоянии (2.9). Отметим, что данному значению n соответствует данное положение стрелки, одинаковое для всех $F_n^{(\rho)}(\xi)$ с тем же самым n. Теперь (здесь и в дальнейшем мы почти буквально следуем Вигнеру /II/) $F_n^{(\rho)}(\xi)$ и $F_{n'}^{(\rho')}(\xi)$ ортогональны, если $n \neq n'$, т.к. они соответствуют различным положениям стрелки. С другой стороны, для $\rho \neq \rho'$ функции $\varphi_n(q) F_n^{(\rho)}(\xi)$ и $\varphi_n(q) F_n^{(\rho')}(\xi)$ получаются тем же самым унитарным преобразованием (описывающим изменение во времени) из функций $\Psi_n(q) F^{(\rho)}(\xi)$ и $\Psi_n F^{(\rho')}(\xi)$, которые взаимно ортогональны, т.е. $F_n^{(\rho)}(\xi)$ и $F_{n'}^{(\rho')}(\xi)$ ортогональны для $\rho \neq \rho'$. Тогда мы можем написать

$$\left(F_n^{(\rho)}(\xi), F_{n'}^{(\rho')}(\xi)\right) = \delta_{nn'}\, \delta_{\rho\rho'}, \tag{2.10}$$

хотя система $F_n^{(\rho)}$ не обязательно полна.

Теперь рассмотрим случай, когда прибор взаимодействует не с системой S в данном состоянии Ψ_n, но с системой S в состоянии

$$\Psi(q) = \sum_n a_n \Psi_n(q). \tag{2.11}$$

Ансамбль начальных составных систем может рассматриваться как ансамбль систем, P_ρ – доля которых находится в состоянии

$$F^{(\rho)}(\xi) \sum_n a_n \Psi_n(q) = \Upsilon_0^{(\rho)}, \tag{2.12}$$

и из линейности законов квантовой механики следует, что ансамбль конечных составных систем составлен из систем в состояниях

$$\sum_n a_n F_n^{(\rho)}(\xi)\,\varphi_n(q) = Y^{(\rho)} \qquad (2.13)$$

также с вероятностью P_ρ. Возникает вопрос: можно ли отождествить этот ансамбль с ансамблем состояний типа

$$Z^{(m,k)} = \sum_\rho X_\rho^{(m,k)} F_m^{(\rho)}(\xi)\,\varphi_m(q), \qquad (2.14)$$

т.е. с ансамблем состояний, каждое из которых соответствует определенному значению g_m координаты стрелки и определенному состоянию φ_m электрона? (2.14) – наиболее общее выражение для таких состояний.

Для того чтобы ансамбль, описываемый множеством состояний V_α (с данными вероятностями), был бы ансамблем, описываемым множеством состояний u_i, необходимо (и достаточно), по определению, чтобы значение любой наблюдаемой индивидуальной системы, усредненной по всем системам ансамбля, было бы одно и то же для обоих ансамблей. Необходимым условием для этого является, чтобы u_i были бы линейными функциями V_α /I/. Поэтому ответ на наш вопрос может быть положительным только, если $Z^{(m,n)}$ – линейные функции $Y^{(\rho)}$, т.е. если существуют некоторые коэффициенты $u_\rho^{(m,k)}$, такие, что

$$Z^{(m,k)} = \sum_\rho u_\rho^{(m,k)} Y^{(\rho)}, \qquad (2.15)$$

т.е.

$$\sum_\rho X_\rho^{(m,k)} F_m^{(\rho)}(\xi)\,\varphi_m(q) = \sum_{n\rho} u_\rho^{(m,k)} a_n F_n^{(\rho)}(\xi)\,\varphi_n(q). \qquad (2.16)$$

Так как по (2.10) $F_m^{(\rho)}(\xi)$ линейно независимы, это требует

$$u_\rho^{(m,k)} a_n = \delta_{n,m}\, x_\rho^{(m,k)}, \qquad (2.17)$$

т.е.

$$a_n = \delta_{n,m}\, t_\rho^{(m,k)} \qquad (2.18)$$

с

$$t_\rho^{(m,k)} = x_\rho^{(m,k)} / u_\rho^{(m,k)}, \qquad (2.19)$$

где (2.17 и (2.18) не следует суммировать по m. Очевидно, (2.18)

не может быть выполнено, если более чем одно из a_n отлично от нуля. Это показывает, что ансамбль, описываемый смесью состояний (2.13) (не важно, что это описание не единственно во многих случаях), не может быть описан как смесь состояний (2.14).

Резюмируя, мы видим, что доказательство Вигнера легко обобщается до нашего случая, и при наших предположениях утверждение, что стрелка принимает определенное положение, не совместно с общими законами квантовой механики.

Многие физики до некоторой степени сознают описанную трудность. Вследствие принципа суперпозиции a priori эта трудность вполне возможна. Многие из этих физиков тем не менее придерживаются мнения, что трудность не серьезна и что она исчезнет, если несколько ослабить наши требования. Вместо того, чтобы требовать, чтобы после измерения стрелка занимала "с полной достоверностью" определенное положение g_n (с ошибкой Δg_n, если g имеет непрерывный спектр), они говорят, что она "почти определенно" занимает положение (g_n, $g_n + \Delta g_n$) наряду с очень малыми амплитудами занимать другие положения. Если бы такое описание было возможно, то никакой концептуальной проблемы в действительности бы не возникало. Однако сейчас мы покажем, что это не так.

Чтобы подобное описание было возможно, необходимо, чтобы смесь, описываемая $Y^{(\rho)}$ с вероятностями P_ρ, описывалась бы так же, как смесь состояний, соответствующих функциям

$$Z'^{(m,k)} = \sum_\rho X_\rho^{(m,k)} F_m^{(\rho)}(\xi)\,\varphi_m(q) + \sum_{\rho,\nu\neq m} Y_\rho^{(m,\nu,k)} F_\nu^{(\rho)}(\xi)\,\varphi_\nu(q) \qquad (2.20)$$

с

$$Y_\rho^{(m,\nu,k)} \ll X_\rho^{(m,k)}. \qquad (2.21)$$

Опять необходимым условием, чтобы это было возможно, является требование, чтобы $Z'^{(m,k)}$ были линейными комбинациями $Y^{(\rho)}$:

$$Z'^{(m,k)} = \sum_\rho u_\rho^{(m,k)} Y^{(\rho)}, \qquad (2.22)$$

т.е., так как $F_m^{(\rho)}$ линейно независимы:

$$u_\rho^{(m,k)} a_m = x_\rho^{(m,k)} \qquad (2.23)$$

$$u_\rho^{(m,k)} a_n = y_\rho^{(m,n,k)} \qquad (2.24)$$

для $n \neq m$.

Эти соотношения приводят тем не менее к тому, что для $n \neq m$

$$y_\rho^{(m,n,k)} \Big/ x_\rho^{(m,k)} = a_n / a_m \,, \qquad (2.25)$$

так что неравенство (2.2I) не может быть удовлетворено, если одно из a не намного больше всех остальных, что не является общим случаем. Это доказывает, что картина процесса измерения, описанного здесь, не более совместна с линейными законами квантовой механики, чем описанная в предыдущем разделе;измерение не описывается квантовой механикой.

§ 3. Нарушение неравенств Белла и копенгагенская интерпретация квантовой теории

В связи с недавним столетием со дня рождения Нильса Бора и 50-летием выхода в свет статьи Эйнштейна-Подольского-Розена особенно актуальным стал вопрос о том, что представляет собой копенгагенская интерпретация квантовой теории, созидателями которой были Эйнштейн и Бор и в понимании которой они сильно разошлись, как согласно этой интерпретации надо объяснять такое недавно открытое явление,как нарушение неравенств Белла в опытах по обнаружению квантовых корреляций на макроскопических расстояниях?

Здесь мы попытаемся дать изложение этой интерпретации, специально выделив из полемических соображений некоторые необычные и потому не очень известные для многих физиков ее черты.

I. Нарушение неравенств Белла и операционалистическая интерпретация "копенгагенской интерпретации".

Нарушение неравенств Белла для характеристик, описываемых некоммутирующими операторами (для них верны соотношения неопределенностей Гейзенберга), ведет к следующему фундаментальному следствию.

Свойства микрообъектов, соответствующие этим характеристикам, а таковыми являются координата, импульс, энергия, проекции спина на разные оси, число частиц и локальная плотность тока (в квантовой теории поля), не существуют "сами по себе". Они существуют (или

"возникают") лишь постольку, поскольку они измеряются. Лишь относительно прибора, измеряющего число частиц, можно сказать: "Существует один электрон". Относительно прибора,измеряющего плотность электрон-позитронного тока (см. рассуждения в /12/ о схеме такого опыта), нет электрона, а есть электрон-позитронное поле.

Если имеется прибор, измеряющий у фотона проекцию спина на определенное направление, то при взаимодействии с этим прибором у фотона возникает определенное значение проекции спина. Но,может быть,у фотона "самого по себе" существует какое-то неопределенное значение проекции спина "до измерения"? Нет, и этого сказать нельзя, так как сам фотон "есть" только потому, что он "приготовлен" в определенном опыте, относительно которого можно говорить об определенности или неопределенности той или иной его характеристики. Без этого опыта нет "того", у которого могла бы быть неопределенная проекция спина.

То, что свойства, описываемые некоммутирующими операторами, суть отношения к приборам и не "существуют" сами по себе, доказывается следующим выводом неравенств Белла /13/, справедливым при "существовании" этих свойств.

Пусть имеется объект, характеризуемый тремя величинами A, B, C, принимающими значения $\mp$I и описываемыми в квантовой теории некоммутирующими операторами $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$. Так как согласно квантовой теории не существует функции Ψ, собственной сразу для $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, и если считать, что состояние микрочастицы описывается функцией Ψ, ясно, что одновременно величины A, B, C существовать в этом состоянии не могут.

Однако предположим, что частица обладает одновременно A, B, C. Тогда,рассмотрев ансамбль одинаковых частиц, обозначая A^+ случай, когда A принимает значение I (аналогично для B, C), A^- – если A принимает значение –I,и предполагая справедливость обычной булевой логики для конъюнкции "и" и дизъюнкции "или", получим:

$$N\left(A^+B^-\right) = N\left(A^+B^-C^+\right) + N\left(A^+B^-C^-\right), \qquad (3.1)$$

где N – число частиц с соответствующими свойствами. Из равенств

$$N\left(B^-C^+\right) = N\left(A^+B^-C^+\right) + N\left(A^-B^-C^+\right), \qquad (3.2)$$

$$N\left(A^+C^-\right) = N\left(A^+B^+C^-\right) + N\left(A^+B^-C^-\right) \qquad (3.3)$$

очевидно следует

$$N(A^+B^-) \le N(B^-C^+) + N(A^+C^-). \quad (3.4)$$

Эксперимент опровергает это неравенство: значит, либо свойства A, B, C не существуют одновременно – копенгагенская интерпретация, либо "и", "или" таковы, что

$$A \wedge (B \vee C) \neq (A \wedge B) \vee (A \wedge C),$$

т.е. нарушена дистрибутивность, что соответствует квантовологической интерпретации.

Что такое микрочастицы и волновая функция, их описывающая, с точки зрения копенгагенской интерпретации?

Нильс Бор неоднократно подчеркивал, что для непротиворечивого толкования аппарата квантовой механики существенно исходить из отсчетов, делаемых на приборах при вполне определенных условиях опыта /14, с. 531/. В другом месте /14, с. 406/ он писал: "Как бы далеко ни выходили явления за рамки физического объяснения, все опытные данные должны описываться при помощи классических понятий". Действительно, что такое физика с этой точки зрения, как не установление корреляций между нашими наблюдениями над окружающим миром, корреляций, позволяющих предсказать результаты будущих наблюдений и связать между собой старые? Наши наблюдения всегда классические и допускают выражения на естественном языке, использующем понятия классической физики.

Доводя это рассуждение до конца /15/, мы скажем (хотя сам Бор никогда так не говорил), что существуют (есть!) только классические объекты, микрочастиц же нет: микрочастицы или квантовые объекты – это способ разговора о корреляциях между классическими макрообъектами. В настоящее время эта "операционалистическая" точка зрения выражена в монографии немецкого теоретика Людвига /15/.

Близкой к излагаемой интерпретации является концепция американского теоретика Крамера /16/, согласно которой микрочастицы – это связь между приготовляющим и измеряющим приборами, обусловленная влиянием будущего на прошлое. Используя идею Уилера-Фейнмана в электродинамике о возможном существовании волн, идущих из будущего в прошлое (подробнее об этом см. статью автора /17/), Крамер вводит понятие микрочастицы как "трансакции", обусловленной комплексной (а потому ненаблюдаемой) волной, сопоставляемой Ψ – функции. Индетерминизм квантовой механики при этом может быть связан

с нашим незнанием будущего, которое наряду с настоящим влияет на результат наблюдения.

Волновая функция при таком подходе описывает не микрообъект , которого нет, а "ансамбль измерений". Например, если мы много раз одинаковым образом включаем электронную пушку, так что при этом теряются заряд e и импульс $\bar{p}$, то задан ансамбль, которому сопоставляется волновая функция "электрона" с импульсом $\bar{p}$. Наблюдению также сопоставляется "ансамбль наблюдений", который будет разным в зависимости от того, что наблюдается. При этом мы имеем ситуацию, как если бы некто много раз кидал монету (что в теории вероятностей называется "испытанием"), но потом интересовался бы не монетой, о которой он высказал бы утверждение, что ее нет, а ощущением в пальцах. Тогда испытаниям, сопровождающимся одним и тем же ощущением, он бы мог сопоставить определенную волновую функцию. Так как в этой интерпретации волновая функция не описывает отдельный объект, то здесь нет редукции волнового пакета, индетерминизм же как непредсказуемость будущего отдельного ощущения (наблюдения) есть.

Корреляции между макрообъектами бывают трех типов:

а) Корреляции, допускающие "носителя", движущегося по определенной траектории в пространстве-времени, например, рука бросает камень, камень падает в воду – между этими наблюдениями есть или, во всяком случае, возможно наблюдение летящего камня. Эти корреляции строго детерминированы – отсутствие детерминизма для них связано с нашим незнанием либо начальных условий, либо законов движения. Они описываются классической механикой и статистической физикой.

б) Корреляции, не имеющие носителя, движущегося по определенной траектории, но допускающие возможность обнаружения в области пространства-времени между наблюдаемыми явлениями сил, предсказываемых заранее, действующих на пробные тела (заряды) – для их описания используется язык поля – электромагнитного и гравитационного. Эти корреляции также строго детерминированы.

в) Корреляции между макропроявлениями, не имеющие носителя, движущегося по определенной траектории, и не объяснимые полем. Если в пространстве-времени между наблюдаемыми явлениями поместить пробные тела, то никаких сил, действующих на них, за исключением одного, причем, вообще говоря, заранее неизвестно какого, мы не обнаружим. Однако для их характеристики возможно ввести некоторые очень малые, но вполне определенные параметры – массу, заряд и спин (определяемый, например, при помощи магнитного поля) и постоянную Планка. Эти корреляции будем называть микрочастицами. Электрон с этой точки зрения есть корреляция между сложными макрообъектами – электронной пушкой и некоторыми манипуляциями над этим объектом - и другим объектом - фотоэмульсией, где появляется пятно. Связь (или отношения) между пятном и пушкой и есть электрон. Макрособытие, состоящее в определенных манипуляциях над электронной пушкой, мы назовем приготовлением волновой функции электрона. Макрособытие - наблюдение пятна - назовем измерением. Появление отдельного пятна, сопоставляемого отдельной частице, есть событие полностью случайное и непредсказуемое. Можно было бы спросить, при чем тут электронная пушка, если бы только не тот факт, что это событие, в силу справедливости теории относительности, не может наступить раньше, чем через некоторое время после включения пушки, полученное делением расстояния между фотоэмульсией и пушкой на скорость света. Однако, зная макрохарактеристики пушки, можно строго предсказать другое событие - частоту расположения пятен после достаточно долгой работы пушки в одних и тех же условиях. Итак, где появится одно пятно на фотопленке, неизвестно, но где их будет больше, а где меньше - можно предсказать.

Протоны, мезоны и т.п. - это корреляции между более сложными техническими объектами и манипуляциями с ними: ускорителями, реакторами, искровыми и пузырьковыми камерами. Однако подобная концепция, что есть только макротела и необычные корреляции в их поведении, называемые микрочастицами, может встретить возражение, что электрон - это корреляция не только между электронной пушкой и фотоэмульсией, но, например, и между освещаемой электромагнитным излучением поверхностью твердого тела и фотоэмульсией и т.п.

Поэтому если мы хотим определить электрон в терминах того, что мы "видим", когда употребляем это слово, мы должны выделить некоторый макроскопический инвариант, общий для всех этих электронных пушек, ускорителей и т.п. Если бы это удалось однозначно сделать, нам бы удалось полностью "демистифицировать" как электрон, так и всякую микрочастицу, определив их как: надо сделать то-то и то-то с макротелами, чтобы увидеть с другими макротелами такое вот следствие.

Подобная "демистификация" физики напоминает попытку "демистификации" математики в конструктивном анализе, где, следуя идее Кронекера, предлагается отказаться от употребления слов, не допускающих непосредственной конструктивной проверки. Очевидно, что общими для всех этих установок должны быть такие условия, обычно связанные с сильными или высокочастотными электромагнитными полями или высокими температурами, когда становится наблюдаемой величина, в которую входят такие "классические характеристики" микрочастиц, как масса, заряд, спин (но не его проекция на ту или иную ось) и, конечно, постоянная Планка. Возникновение корреляции в этих условиях может быть названо

"рождением микрочастиц" классическими телами и полями из вакуума. Недостатком такого рассуждения, однако, очевидно, будет то, что заряд уменьшится при рождении этой частицы на e, а масса на m_e. Способы же получения информации макронаблюдателем об этом уменьшении могут быть самыми разными. Поэтому возникает впечатление, что все же удобнее говорить о некотором особом "объекте" - электроне, а не об уменьшении заряда в одном месте и его увеличении в другом.

Измерение электрона может быть понято также как увеличение заряда, массы или то или иное наблюдение аномалии в поведении электромагнитного поля, объясняемое известными параметрами электрона.

Возникает вопрос: чем отличается такое понимание микрочастицы от точки зрения суеверного человека, утверждающего, что он регулярно наблюдает корреляции между перебеганием черной кошкой дороги и неприятными событиями его жизни. Он также не видит "носителя", связывающего кошку с этими событиями. События тоже, как он говорит, являются статистическими. Отличие, однако, будет в том, что для другого, "несуеверного" наблюдателя детерминированной статистики не будет. Поэтому "объективной корреляции", наблюдаемой, в принципе, всеми, для электрона здесь не будет. Но можно задать вопрос: существовали ли все эти электроны, протоны, мезоны и т.п. до XX века, когда не было "приготовления" их изощренными техническими установками? Ответ: да. Они существовали в космосе, где осуществляли корреляции между веществом Земли и ее атмосферы с другими макротелами - Солнцем, звездами, пульсарами и т.п. и называются солнечным ветром, космическими лучами и т.п.

Предлагаемому толкованию "копенгагенской" интерпретации как будто противоречат два утверждения физики: I) макротела "состоят из микрочастиц", а не наоборот, микрочастицы - описание свойств совокупности макротел; 2) из квантовой физики можно получить в классическом пределе (например, уравнение Эренфеста и т.п.) классическую физику.

Однако на первый вопрос можно ответить, что слово "состоит" надо заменить, как и в физике элементарных частиц, на "превращаются" или "возникают". При определенном воздействии на макрообъект, например, на стол, возникают корреляции между макрообъектами, например, между все той же электронной пушкой, столом и фотопленкой, называемые электронами.

Против наивного употребления слова "состоит" говорит уже то обстоятельство, что даже молекулы не имеют формы, так как согласно квантовой механике операторы координаты для молекулы не коммутируют с гамильтонианом молекулы и, следовательно, только разрушив молекулу, мы можем говорить о ее координатах, стол же имеет пространственную форму. То же верно и для атомов, и для элементарных частиц. Координаты x, y, z волновой функции микрочастицы, как подчеркивается во многих учебниках по физике элементарных частиц, есть координаты макроприбора, с чем и связано использование группы Пуанкаре.

Но что в таком случае представляют собой функция Ψ для сверхпроводника, когерентное состояние электромагнитного поля и т.п., если отказаться от обычного понимания слова "состоит"?

Согласно копенгагенской интерпретации это значит, что при определенных экспериментах со сверхпроводниками (возбуждении электромагнитным полем), исследовании магнитного потока будет появляться величина $2e$, интерпретируемая как куперовская пара.

Более нетривиален второй вопрос - почему из квантовой теории, как теории весьма редко встречающихся в наших земных условиях корреляций между макробъектами, вытекают корреляции классической физики? В принципе, мыслимы ситуации, когда между этими корреляциями вообще нет никаких связей (как в случае примет суеверного человека) или, наоборот, из классической физики следуют квантовые корреляции (теория скрытых параметров). Ответ, по-видимому, связан с тем, что в прошлом мир (Вселенная) родился в экстремальных условиях высоких температур и сильных электромагнитных и гравитационных полей. Определяя "прошлое" как набор корреляций между наблюдаемыми сегодня макрообъектами, мы вынуждены будем пользоваться большим количеством квантовых корреляций, называя их квантовой планковской эрой, эпохой инфляции и т.п., так что только при определенных значениях времени остаются, в основном, (причем только для Земли с ее особенностями типа слоя озона, слоя Ван Аллена и т.п.) классические корреляции.

Наконец, точке зрения "отсутствия носителя" возможно возражение, что на квантовую частицу между приготавливающим и измеряющим приборами можно подействовать внешним классическим полем - электромагнитным или гравитационным, и при этом изменятся результаты измерения. В частности, можно поставить преграду на пути "пучка квантовых частиц", и опять мы увидим изменение, как если бы частицы существовали.

Однако с копенгагенской точки зрения можно на это ответить, что корреляции между макротелами, называемые квантовыми частицами, меняются, если в пространстве между макротелами приборов помещать другие макротела или классические поля. Квантовая же частица описывается только волновой функцией, но волновой функции (см. ниже) не соответствует какое-либо событие или набор событий в пространстве Минковского.

Теперь попытаемся объяснить с точки зрения этой интерпретации

нарушение неравенств Белла в опытах с фотонами и в других аналогичных опытах. Фотон - это отношение между двумя, тремя, четырьмя и пятью макрообъектами:

I) установкой, "испускающей пары фотонов",

2) двумя анализаторами,

3) двумя счетчиками.

Будучи "отношением", фотон меняет свои свойства при измерении того или иного макрообъекта, например, при повороте анализатора. Математически это выражается в редукции волнового пакета: если один из анализаторов повернули, то волновая функция, характеризующая корреляцию с другим анализатором, меняется. Наблюдатель скажет: если я повернул анализатор, то и другой анализатор и счетчик, даже если они отделены от меня пространственноподобным интервалом, изменят свое поведение. Однако другой наблюдатель этого моего "влияния" не заметит, и вся "нелокальность" обнаружится лишь после "сравнения" показания обоих разделенных счетчиков в будущем.

Редукция волнового пакета как превращение волновой функции в собственную функцию наблюдаемой величины при измерении в отличие от детерминированного изменения этой функции по уравнению Шредингера, когда измерения нет, есть просто правило установления квантовых корреляций между макротелами. Говоря о микрочастицах как корреляциях макротел, надо к макротелам добавить еще один "объект" - вакуум. Разное "отношение" к пустоте может породить разные наблюдаемые явления, например, счетчик, ускоренно движущийся в вакууме, начнет считать частицы - эффект Унру. Кванты реликтового излучения, не имеющего источника, тоже надо понимать как отношение к вакууму. С этой точки зрения понятно, почему Бор возражал против употребления терминологии "измерение создает свойство объекта". Действительно, так как объекта - микрочастицы - нет, то и нет "создания" при измерении свойств, сопоставляемых некоммутирующим операторам, есть только изменение корреляций при изменении внешних условий, определяемых макротелами.

Прежде чем перейти к критике этой концепции, укажем на то, в каком смысле эти корреляции могут быть нелокальными без нарушения принципа теории относительности о невозможности передачи сигнала со скоростью больше скорости света.

Действительно, рассмотрим следующий вывод неравенств Белла.

Пусть имеются четыре величины A, B, A', B', измеряемых макроприборами, из которых каждая независимо принимает значение ± 1. Легко видеть, что тогда

$$AB + AB' + A'B - A'B' = \pm 2\,. \qquad (3.5)$$

Тогда, считая эти величины случайными,

$$\frac{1}{N}\sum_{r=1}^{N}\left|\left(A_r B_r + A_r B_r' + A_r' B_r - A_r' B_r'\right)\right| \leq 2 \quad , \tag{3.6}$$

$$|P(A,B)+P(A,B')+P(A',B)-P(A',B')| \leq 2 \,, \tag{3.7}$$

где $$P(A,B)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}A_n B_n \,.$$

Экспериментальное нарушение этих неравенств даже для случая, когда приборы, измеряющие A, B, A', B', отделены пространственноподобным интервалом, означает отсутствие независимости A, B, так как надо считать, что если A = I при B = I, то при повороте прибора B, когда он стал B', величина A не могла остаться I, а должна измениться на A = -I. Узнать об этом, однако, можно, лишь сравнив B, A в некоторый будущий момент времени. Без такого сравнения обнаружить "влияние" одного прибора на другой нельзя, поэтому перенос информации за счет нелокальности невозможен. Именно поэтому причинная структура пространства-времени предполагается неизменной. Квантовая механика предсказывает нарушение этих неравенств. Так, для двухфотонного состояния Ψ с полным спином J = I роль A, B, A', B' могут играть проекции спина фотона на некоторую ось под углом a к оси x в плоскости xy. Соответствующий оператор есть

$$A_a=\begin{pmatrix}\cos 2a & \sin 2a & 0\\ \sin 2a & \cos 2a & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Аналогично для B_b. Его собственные векторы есть

$$\chi_+ = \cos a\,\chi_x + \sin a\,\chi_y \quad ,$$
$$\chi_- = -\sin a\,\chi_x + \cos a\,\chi_y \quad ,$$
$$\chi_x=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ \chi_y=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}.$$

Тогда корреляционная функция

$Q\,(A_a B_b) = \langle \Psi | A_a B_b | \Psi \rangle = \cos 2(a-b)$. Тогда выбирая

2(a – в), как углы $2a = 0^\circ$, $2b = 135^\circ$, $2c = 45^\circ$, $2d = 90^\circ$, получим нарушение неравенств, так как

$$1+\sqrt{2}/2 \;+\; \sqrt{2}/2 \;>\; 2.$$

Экспериментальное нарушение неравенств Белла иногда также интерпретируют как существование в квантовой теории корреляций для частиц и макрособытий, ими вызываемых, не объяснимым общим прошлым частиц.

Действительно, пусть $p\,(a\wedge b)$ – вероятность регистрации пары частиц, так что один прибор в положении a регистрирует одну частицу, а другой (на пространственноподобном расстоянии от a), находясь в положении b, регистрирует другую частицу.

Предположим, что имеются статистические корреляции между a и b, так что $p(a\wedge b)\neq p(a)\,p(b)$, и эти корреляции обусловлены только общим прошлым – условиями создания пар частиц. Если исключить эффект этих условий, события в областях, где измеряются a и b, полностью независимы. Если мы обозначим эти условия параметром λ, то согласно теории вероятности условная статистическая независимость ("локальность") требует

$$p\,(a\wedge b\,|\,\lambda)=p\,(a\,|\,\lambda)\,p(b\,|\,\lambda)\quad ,\quad p(a\wedge b)=\int d\lambda\, p(a|\lambda)\,p(b|\lambda)\,\rho(\lambda),$$

где $p(a\wedge b\,|\,\lambda)$ – условная вероятность совместного события a и b при условиях λ.

Обозначая $p\,(a\,|\,\lambda)=A$, $p(b\,|\,\lambda)=B$, $p(a'/\lambda)=A'$, $p(b'/\lambda)=B'$, получим для $k(\lambda)=A\,[A'(1-B)+(1-A')(1-B')]+(1-A)[A'B'+(1-A')B]$ из неравенств $0\leq A\leq 1$, $0\leq A'\leq 1$, $0\leq B\leq 1$, $0\leq B'\leq 1$ неравенство $0\leq k(\lambda)\leq 1$, так что из условной статистической независимости получим неравенство Клаузера-Хорна (одну из разновидностей неравенств Белла).

Теперь после изложения возможностей нашей "интерпретации" копенгагенской интерпретации перейдем к ее критике.

Несомненно, можно указать область, где приходится говорить о микрочастицах как объектах без упоминания о классических телах. Это теория взаимодействия элементарных частиц. Если в S – матричной постановке сами частицы как свободные частицы могут пониматься на изложенном выше языке, то взаимодействие, описываемое диаграммами Фейнмана, предполагает, например, обмен фотоном между двумя электронами, пребывание частиц в некотором промежуточном состоянии и т.п. Фотон, которым обмениваются электроны, уже не есть корреляция между какими-либо макротелами. Пришлось бы сказать, что это корреляция между корреляциями, которые мы назвали микрочастицами. Удивительно, однако, что эта корреляция во многих случаях ведет себя в точности, как определенная с помощью макротел микрочастица. Здесь мы говорим не о виртуальных частицах, которые потому виртуальны, что они невыразимы как корреляции между макротелами, мы говорим о промежуточных состояниях – не наблюдаемых в том или ином конкретном опыте, но предположение о которых позволяет правильно предсказать результат наблюдения. Впрочем, виртуальные частицы тоже по ряду своих свойств (спин, заряд, масса, хотя $p^2\neq m^2$) настолько похожи на обычные частицы, что естественно считать их теми же микрочастицами, но с некоторыми измененными свойствами. С другой стороны, что такое классические тела? В ряде случаев, например, в катодных лучах, электроны могут рассматриваться как классические частицы, описываемые классической физикой. В опыте Штерна-Герлаха классическим прибором является ион серебра. Итак, классическое тело – не обязательно макротело, важно лишь, что в определенных экспериментальных ситуациях оно описывается только коммутирующими операторами. Спрашивается, а само макротело – описывается ли оно только коммутирующими операторами? Успехи так называемой макроскопической квантовой механики указывают на то, что это, по-видимому, не так. То же обстоятельство, что мы не замечаем квантовых свойств окружающих нас тел, тогда надо связать с устройством нашего тела, органов чувств, играющих роль приборов, позволяющих измерять только особый тип коммутирующих наблюдаемых по фон Нейману /8/. На "самом же деле" есть другая, "теневая" часть макрореальности, для наблюдения которой нужны другие органы чувств. Возможна другая точка зрения, согласно которой истинно классические тела описываются всегда только коммутирующими величинами. Электроны и ионы серебра таковыми не являются. Описание этих истинно классических величин должно проводиться с квантовой точки зрения на языке неэквивалентных представлений алгебры наблюдаемых и неинвариантного вакуума /6/. Эта программа, однако, находится в еще начальной стадии своего развития.

Итак, вышесказанное позволяет утверждать, что микрочастицы – это объекты, существующие и без классических тел. Короче говоря, наряду с макромиром нужно предполагать особый, полностью к нему не сводящийся микромир. Слово "существующие", однако, не обязательно означающее "суще"ствующие в пространстве-времени. Свойства этих микрообъектов, описываемые некоммутирующими операторами, нужно понимать как отношения между этими объектами и макрообъектами – приборами или, скажем более определенно, как отношение между классическими объектами.

Итак, мы теперь подходим к некоторому синтезу между классическим и микроонтологизмом, который, по-видимому, наиболее близок к боровской идее цельности микрообъекта и прибора в квантовой теории.

Микрочастица – это особый объект, свойства которого характеризуют отношения между классическими объектами. При этом, однако, вопреки Бору, нам придется употреблять слова "измерение создает свойство микрообъекта". Интерпретация же квантовой теории становится интерпретацией фон Неймана /8/, Вигнера /11/.

Поскольку теперь существует объект-микрочастица, то, как мы уже сказали выше, можно говорить и о свойствах самого этого объекта как

о свойствах его самого по себе (заряд, масса, спин), так и о свойствах – отношениях к прибору (проекции спина на разные оси, координата, импульс, энергия и т.п.).

2. Роль сознания наблюдателя.

Волновая функция описывает микрочастицу и ее отношение к прибору (приготовление и измерение).

Эта волновая функция, однако, меняется, как мы говорим, двумя принципиально разными способами:

1) детерминированно, по уравнению Шредингера;

2) скачком при измерении, когда она с некоторой вероятностью становится собственной функцией наблюдаемой.

Если считать, что измерение – это взаимодействие объекта-микрочастицы с другими объектами – тоже микрочастицами, из которых теперь уже "состоит" макротело, классические свойства которого могут быть получены из свойств микрочастиц по правилам квантовой теории многих тел, то все описывается уравнением Шредингера. Ответственность за редукцию волнового пакета (в частности, превращение волновой функции объект-прибор в матрицу плотности при неполном измерении) несет согласно фон Нейману /8/, Лондону и Бауэру /18/, Вигнеру /62/ сознание наблюдателя. Именно свойство сознания: отдавать самому себе отчет в своем сознании – со-знавать (способность интроспекции) – ответственно за редукцию. Так, Лондон и Бауэр /18/ в своем анализе опыта Штерна и Герлаха предлагают применять квантовую механику к сложной системе "объект x, прибор y, наблюдатель z", описывая эту систему волновой функцией $\Psi(x,y,z)=\sum_k a_k u_k(x) v_k(y) w_k(z)$, где $w_k(z)$ представляют различные состояния наблюдателя. Далее эти авторы говорят: "Функция $\Psi(x,y,z)$ представляет максимально полное описание сложного объекта, состоящего из собственно объекта x, прибора y и наблюдателя z: однако при этом неизвестно, в каком состоянии находится объект x. Наблюдатель имеет совсем другую точку зрения: для него только объект x и прибор y принадлежат объективному внешнему миру. Напротив, с самим собой он имеет отношения совсем особые: он располагает характерной и хорошо знакомой способностью, которую мы можем назвать способностью самонаблюдения (интроспекцией): он может непосредственно отдавать себе отчет в своем собственном состоянии. Именно в силу этого "непосредственного знания" он присваивает себе право разрезать цепь статистических связей, выраженных функцией $\sum_k a_k u_k(x) v_k(y) w_k(z)$, констатируя: "Я нахожусь в состоянии w_k" или "Я вижу $g = g_k$" (g – положение стрелки прибора), или даже прямо "$f = f_k$" (f – характеристика объекта)".

С такой точки зрения между прибором и объектом не существует взаимодействия, которое производило бы во время измерения волновую функцию Ψ' системы. Только сознание наблюдателя может выделить себя из старой функции $\Psi(x, y, z)$, приписывая объекту новую функцию $\Psi'(x) = u(x)$. Таким образом, согласно Лондону и Бауэру, свойство наблюдателя отдавать отчет о своем состоянии, являющееся основной характеристикой сознания, вызывает редукцию волнового пакета для квантовых систем.

Иногда задают вопрос: не сводится ли эта особая роль сознания всего лишь к фиксации из многих возможных ситуаций одной, имеющей место в действительности? Очевидно, что на этот вопрос приходится ответить отрицательно. Если наблюдатель не посмотрит на стрелку прибора (фиксация не произошла), то рассуждая о квантовой системе, приборе и о себе, он не получит волновой функции $\Psi = \sum_k a_k u_k(x) v_k(y) w_k(z)$, а скажет, что с вероятностью $|a_1|^2$ реализуется некоторая функция $u_1(x) v_1(y) w_1(z))$, состояние $u_2(x) v_2(y) w_2(z)$ с $|a_2|^2$ и т.д. Чистое состояние Ψ "с точки зрения наблюдателя" уже до регистрации превратилось в смесь состояний, описываемую матрицей плотности. Уже сама "возможность" осознания в результате некоторого эксперимента той или иной характеристики квантовой системы оказывается небезразличной для этой системы. Вся система объект + прибор + наблюдатель меняется по схеме: волновая функция Ψ переходит в смесь со статистическим оператором $\hat{\rho} = \sum_k |a_k|^2 \hat{P}_{u_k v_k w_k}$, и затем при фиксации в некоторую $\Psi_k = u_k(x) v_k(y) w_k(z)$.

Наблюдателя можно заменить прибором, однако прибор как объект, несущий возможную информацию для наблюдателя, с точки зрения наблюдателя "превращает" чистое состояние в смесь.

Таким образом, физика неполна без психологии и теории сознания. Приборы – это материализованные вопросы сознания. Свойства микрочастиц – отношения к приборам – это отношения к разным вопросам сознания.

На какие физические вопросы не может достаточно ясно ответить эта интерпретация?

Без классических приборов, согласно Бору – без приготовления и измерения, нет Ψ – функции. Но если во Вселенной в прошлом была квантовая эра, когда макротел не было вообще, то что такое микрочастицы?

Интерпретация фон Неймана отвечает: если бы мы попробовали задать вопрос природе в то время, то мы бы при этом "примыслили" некоторого "виртуального наблюдателя", по отношению к которому и определены частицы. Классический прибор – не обязательно "макро"прибор; главное, чтобы он описывался коммутирующими операторами. При этом

обращается внимание на то, что в опыте Штерна-Герлаха "прибором" является ион серебра, по которому мы судим о спине электрона.

Сознание задает объективному миру вопрос, на который может быть получен ответ: да или нет. Вопрос, на который ответ получен быть не может, например, вопрос о свойствах π – мезона в этой комнате без прибора, с помощью которого можно получить ответ "да" или "нет" о свойствах π – мезона, является бессмысленным. Свойства микрочастиц есть отношения к осмысленным вопросам сознания и корреляции между ответами на эти вопросы. Существуют ли микрочастицы не как отношение между этими вопросами? Да. Но в каком смысле? Например, число частиц оказывается тем или иным (в частности нулевым) в зависимости от вопроса. Оператор числа частиц $\hat{N}$ не коммутирует с плотностью тока для заряженных частиц, с оператором напряженности поля для фотонов и т.п. и, согласно доказанному выше, число частиц не есть характеристика частиц самих по себе, но характеристика отношения к прибору, т.е. к вопросу.

Можно ли сказать, что вопрос, заданный природе, рождает определенное число частиц?

Да, если вопрос соответствует приготовлению волновой функции. В частности, вопрос, оператор которого коммутирует с числом частиц, а также вопрос о числе частиц в результате ответа на них дают функцию, собственную для оператора числа частиц.

Спрашивается, "до" задавания вопроса природе, когда волновая функция не была приготовлена, "частица" была или нет, и из чего она рождается при приготовлении? Копенгагенская интерпретация в любой ее форме, конечно, ответит: нет, не была. В формулировке фон Неймана, Вигнера, а также Уилера вопросы сознания, на которые оно может получить ответ и которые описываются некоммутирующими операторами, порождают объекты – микрочастицы, свойства которых определяют корреляции между ответами на эти вопросы. Во избежание упрека в полном субъективизме подчеркнем, однако, что эти вопросы обращены к некоторому "нечто", которое во всяком случае не является нашим сознанием и потому является объективной реальностью. Именно это "нечто" делает необходимым материализовать наши вопросы в столь громоздкие установки, т.к. только с их помощью можно получить ответы "да", "нет" на вопросы, связанные с квантовыми объектами. В реальных физических опытах это "нечто" предстает как классические макротела либо вакуум и поле в нем.

Новый аспект роли сознания в квантовой теории возникает в экспериментах типа Эйнштейна-Подольского-Розена, которые ставятся с целью проверки неравенств Белла /22/.

Пусть имеются две частицы со спином $\frac{1}{2}$ в синглетном состоянии. Частицы разлетаются на пространственноподобное расстояние друг от друга (см. рис.1). Теперь пусть в точке I производится измерение проекции S_z и она оказалась равной $1/2$. Согласно принципам квантовой механики одновременно в точке 2 с точки зрения наблюдателя в I волновая функция частицы 2 превращается в собственную функцию S_z, соответствующую проекции $(-1/2)$. Наблюдатель I скажет, что если другой наблюдатель измерит проекцию спина S_z у частицы 2 в любой поздний момент времени, то он обнаружит $S_z = -1/2$, о чем можно узнать, встретившись в будущем с этим другим наблюдателем.

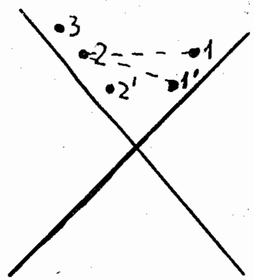


Рис.1

Можно, однако, задать вопрос: приобретение частицей 2 значения $S_z = -1/2$ в один момент времени с I в некоторой системе координат, связанной с I, является ли объективным событием? Предположим, что это действительно объективное событие в пространстве Минковского. Тогда всегда можно найти такую систему отсчета, в которой одновременным с событием 2 будет некоторое I', более раннее, чем I, и если $S_z = -1/2$ для 2, то для I' можно будет сказать, что $S_z = 1/2$. Считая I' объективным событием, мы найдем такую систему отсчета, что одновременно с I' было 2', когда $S_z = -1/2$ более раннее, чем 2, и т.д. Рассуждение такого рода приведет нас с неизбежностью к утверждению, что уже до измерения частицы обладали определенными значениями S_z, что противоречит квантовой механике. Итак, событие 2, о котором говорит наблюдатель I, не есть объективное событие. Но что же тогда оно такое? Это событие, существующее в далекой от наблюдателя точке 2 относительно сознания этого наблюдателя.

Если использовать аналогию, то можно сказать, что это нечто типа "сновидческой реальности". Например, тигр, которого видит человек во сне, существует относительно сознания этого человека и не существует для других.

Необычность обсуждаемого случая состоит, однако, в том, что "квантовый тигр" выпрыгивает из "сна" наблюдателя I при измерении в точке 3 другим наблюдателем.

Кроме того, если считать 2 психологическим событием, то тогда это пример психологического, заданного в точке, расположенной далеко от мозга наблюдателя I. Это психическое не следует путать с информацией наблюдателя I о ситуации, объективно случившейся в точке 2, так как только что мы доказали, что в 2 "объективного события" не произошло. Таким образом, назвав событие 2 психическим, мы приходим к следующим выводам:

а) существует психическое вне мозга человека, связанное со свойствами квантовых объектов;

б) связь между психическими свойствами в точке I и точке 2 не локальна.

3. Парадокс "друга Вигнера".

Если сознание наблюдателя ответственно за редукцию волнового пакета, то возникает парадокс, сформулированный Вигнером, получивший название парадокса "друга Вигнера".

Пусть имеется квантовая система, которую наблюдают два наблюдателя, например, Вигнер и его друг. Оба они смотрят на стрелку прибора. Согласно только что изложенной точке зрения, переход в собственное состояние наблюдаемой происходит не "сам по себе" (объективно), а за счет того, что сознание через интроспекцию сознает себя в определенном состоянии, описываемом волновой функцией, а не матрицей плотности подсистемы, связанной с наблюдателем. Но тогда разные наблюдатели с разным сознанием могут осознавать себя в разных собственных состояниях оператора наблюдаемой, и неясно, почему же разные наблюдатели видят одно и то же положение стрелки прибора?

Возможны разные решения этого парадокса. Одно, к которому, по-видимому, был близок фон Нейман, состоит в том, что за редукцию ответственен абсолютный субъект или "абсолютное Я наблюдателя". Следуя идеям Веданты или философии Шопенгауэра, следует сказать, что Я только один, понятие множественности неприменимо к субъекту познания. Для Я все внешнее есть объект. Это Я – вне объективной Вселенной и никак не является ее частью. Поэтому его нельзя отождествить со мной как с Иоганном, Марией, Петром и т.д., так как Иоганн – это уже Я как объект, рассматриваемый субъектом. Я произвожу редукцию так, что все другие объекты увидят то же самое, так как "они" редукцию не производят. Но это Я не есть Я как конкретный человек с определенным именем, отождествление же Я с конкретным человеком есть недозволенное обожествление личности.

Другим, близким к изложенному решением является следующее. Осознание не есть свойство только мозга, а есть характеристика Вселенной типа времени. Поэтому осознание того или иного свойства объекта происходит не только в мозгу наблюдателя, но есть нечто, затрагивающее сам объект. Наряду с локальными физическими процессами от объекта к мозгу наблюдателя существует нелокальный мировой процесс "осознания". Говоря словами русского философа - интуитивиста Н.О.Лосского, "объект знания имманентен знанию". Редукция волнового пакета при наблюдении имеет две стороны. Будучи интроспекцией она есть субъективный процесс, связанный с телом наблюдателя. Но в то же время она есть объективный скачок волновой функции квантовой системы, заданной вне тела, и согласно обсуждаемой интерпретации есть изменение объективного психического свойства этой системы. Именно существование "объективно психического", не связанного с мозгом, ведет к разрешению парадокса вигнеровского друга. Человек как наблюдатель осознает нечто вне себя, потому что это нечто "осознается" в нем. Личное сознание есть приобщение к процессу мирового сознания. Мировое сознание меняет свою волновую функцию так, чтобы наблюдатель был в чистом состоянии, а не смеси и тем самым был "в сознании", как и оно, если отождествить слова "быть в сознании" и находиться в чистом состоянии. Разные наблюдатели видят одно и то же потому, что это не они как разные субъекты производят редукцию, но мировое сознание как единство субъекта и объекта осознает себя не только в субъекте, но и в объекте, сделав его состояние чистым. Некоторым образом для мирового сознания нет разницы между наблюдателем и объектом, так как психическим обладает всё. Наблюдатель не может сразу находиться в разных состояниях, так как тогда он был бы бессознательным. То же относится к объекту. Теперь изменение в объекте, вызванное редукцией, хотя и не является физическим процессом, есть происходящее "само по себе" с точки зрения наблюдателя изменение объективно психического. Так как не наблюдатель -"причина" этого изменения, то разные наблюдатели увидят одно и то же.

Д'Эспанья в своей книге /1/ в связи с изложенной интерпретацией высказывает следующую интересную мысль. Вселенная является не физическим объектом, а психофизическим. Однако, в отличие от точки зрения Маха, называвшего психофизические элементы Вселенной ощущениями и склонявшегося к субъективному идеализму, д'Эспанья говорит о дополнительности физических и психических свойств Вселенной. Физические и психические свойства объектов разделяются так, что психическое физического объекта воспринимается как "субъективное" другого объекта, взаимодействующего с данным и приписывающего ему только "физические" характеристики. Дополнительность состоит в том, что никогда нельзя, например, наблюдать у камня его физические и психические свойства. Лишь в единстве человека и камня, в "человекокамне", проявляются и физические, и психические свойства камня.

Эта точка зрения приводит к новому взгляду на роль мозга. Сознание не есть функция мозга, как, например, ферромагнетизм есть следствие определенной ориентации спинов атомов железа. Сознание определяется отношением мозга и окружающих тел. Если выкинуть все внешние объекты Вселенной и оставить один мозг, у него не будет сознания (ферромагнетизм же у железа останется). Сознание всегда есть сознание чего-то внешнего и, следовательно, не может быть понято без этого внешнего. Благодаря мозгу возможно отождествление психического с физическим как переживания внешнего объекта. Достоинством данной интерпретации является то, что она помогает понять, зачем во Вселенной нужны наблюдатели, зачем нужен мозг. Здесь, однако, возникает вопрос: что можно сказать о психофизической Вселенной в эпоху до появления жизни?

Возможны различные ответы. Либо понятие времени, а значит, и понятие "до" являются формами познания мира наблюдателем и, значит, не имеют смысла вне него, либо нужно говорить о возможности наблюдателя без мозга. Наконец, возможно отождествить "мировое сознание", описываемое волновой функцией Вселенной, с этим наблюдателем. При этом складывается впечатление, что до появления жизни во Вселенной не происходило редукции волнового пакета. Вселенная стала другой после появления наблюдателя. В частности, если необратимость времени обусловлена редукцией волнового пакета, то время было обратимо до появления жизни (наблюдателей). Имеем ли мы подтверждение чему-либо подобному в физике? Если говорить о жизни на Земле, то нет.

В схеме "мирового сознания" редукция может происходить до "осознания" результата наблюдения конкретным наблюдателем. Как мы говорили выше, уже сама возможность осознания свойства квантового объекта наблюдателем, который это сделает в будущем, ведет к редукции. Тогда следует говорить, что распады частиц шли, как и сегодня, "ориентируясь на будущего наблюдателя", который с неизбежностью появится во Вселенной. При этом момент возникновения жизни никакой заметной космической катастрофой не выделяется.

Наконец, рассмотрим наиболее экстравагантное решение проблемы вигнеровского друга на основе варианта многомировой интерпретации квантовой теории Эверетта-Уилера-де Витта (подробно о ней в § 6). В этой интерпретации в отличие от копенгагенской интерпретации считается, что в разложении $\Psi = \sum_n c_n u_n$ реализуется не одна возможность с вероятностью $|c_n|^2$. Все возможное действительно, но в различных невзаимодействующих мирах. Имеется множество Вселенных, в которых эти разные возможности реализуются. При измерении каждая квантовая частица и наблюдатель расщепляются на множество копий, так что если в одном мире наблюдатель видит реализованной возможность спина электрона "вверх" по оси Z, то в другом мире его копия видит спин "вниз". Д'Эспанья в своей книге /1/ в отличие от обычной интерпретации Эверетта-Уилера-де Витта предлагает говорить не о расщеплении миров и размножении частиц и наблюдателей, а о возможности множества психологических состояний наблюдателя, из которых он сознает только одно. Предлагается следующее решение парадокса "вигнеровского друга". Разные наблюдатели действительно могут видеть разное положение стрелки прибора и по-разному "объективизировать" мир. Однако коммуникация возможна лишь между теми наблюдателями, которые видят одно и то же. В самом деле, если два наблюдателя производят редукцию полной волновой функции в разные состояния, то каждый из них про другого должен сказать, что он (другой) находится в таком состоянии, что видит не то положение стрелки, которое он видит, а совсем другое. Это противоречие может быть решено в случае, когда волновая функция есть единственное описание наблюдателя и системы, утверждением, что эти наблюдатели принадлежат разным "мирам", между которыми нет коммуникации. Итак, эти наблюдатели не могут "встретиться" так, чтобы при этом произошел обмен противоречивой информацией. Встречаются друг с другом только наблюдатели, выбирающие при интроспекции свое психологическое состояние так, что они видят одно и то же состояние объекта. Эти, "находящиеся в согласии" наблюдатели образуют научное сообщество. "Согласие" специально поддерживается за счет многократного повторения экспериментов, из которых отбираются только те, которые поддерживают "согласие". Доводя эту интерпретацию до уровня первоапрельской шутки, мы можем сказать, что встречи и контакты людей как наблюдателей регулируются некоторым принципом отбора, так что если кто-то из знакомых какого-либо наблюдателя не так совершил интроспекцию, он больше с ним уже не встретится.

Наконец, есть возможность связать роль сознания при редукции с различием между логикой наблюдателя (аристотелевой, булевой) и квантовой логикой мира (небулевой, недистрибутивной).

Микрообъекты при этом "есть", но в необычном смысле. Им нельзя сопоставить без вмешательства наблюдателя события в пространстве-времени. Логика, применимая к микрообъектам,- не человеческая. Она обладает свойством недистрибутивности, что значит, что "И", "ИЛИ" обладают необычными свойствами: а и (в или с) ≠ (а и в) или (а и с). Сознание же работает согласно дистрибутивной (булевой) логике, в которой а и (в или с) = (а и в) или (а и с). То, что мы, люди, называем приборами, дает информацию нашему булеву сознанию о небулевом мире и устроено согласно булевой логике. Редукция волнового пакета связана как бы с переводом с одного языка на другой (небулевой логики на булеву). Этот перевод, однако, таков, что меняет смысл переводимого текста, что и есть активная роль сознания. Свойство же интроспекции по Лондону и Бауэру эквивалентно булевости логики наблюдателя.

Многие физики, однако, думают, что приборы показывали бы то, что они показывают, и без всякого наблюдателя и все дело в макроскопичности этих приборов. Микрообъекты же существуют относительно макротел. В то же время они не отрицают, что макроприборы состоят из атомов и молекул, а значит, имеют квантовые свойства. Эта промежуточная точка зрения при всей ее естественности, однако, не имеет четкого математического выражения. Возможно, у макротел существуют какие-то характеристики, в принципе не описываемые квантовой теорией, так что интерференционные эффекты для знаменитого "кота Шредингера" в принципе невозможны. Тогда характеристики "есть" и без наблюдателя. В то же время существование квантовых свойств макротел наряду с этими характеристиками сохраняет в силе некоторые аргументы копенгагенской интерпретации. По мнению автора, такие определенные свойства макротел, возможно, связаны с гравитацией, так как масса макротел больше так называемой планковской массы, поэтому некоторые характеристики макротела, типа координаты и импульса центра масс и т.п., возможно, описываются чисто классически /61/.

Но окончательного ответа сегодня нет! Итак, что же такое микромир? Ответ на этот вопрос, как теперь видится, позволит понять не только тайны вещества, но, возможно, нечто гораздо большее - тайну сознания и духа.

§ 4. Проблема скрытых параметров в микромире

Как известно, стандартная формулировка квантовой механики, предполагающая, что волновая функция полностью описывает состояние отдельной квантовой системы, приводит к индетерминизму. В общем случае предсказывается лишь вероятность того или иного события с квантовым объектом. Вероятность в эксперименте проявляет себя как частота события при многократном повторении опыта с квантовым объектом, приготовленным в состоянии с одной и той же волновой функцией. Итак, аппарат квантовой механики в принципе не может предсказать отдельные события, предсказывая лишь только определенное "событие", состоящее в том, что "частота того или иного события определяется через волновую функцию". Если имеется набор одинаковых атомных ядер и через некоторое время какие-то из них распались, а какие-то нет, то в отличие от физика XIX века, сказавшего бы, что имеется "причина", по которой именно эти ядра распались, а не другие, физик XX века скажет, что никакой "причины" для этого нет, распад происходит "спонтанно".

Неудовлетворенность этой ситуацией привела некоторых физиков, в первую очередь А.Эйнштейна и Де Бройля, к поиску теории, которая могла бы предсказывать не только частоты событий, но и сами события. Теории такого рода получили название теорий скрытых параметров. Наиболее развитыми моделями скрытых параметров являются сегодня модели, предложенные Д.Бомом и его сотрудниками.

Основной идеей этих теорий является то, что волновая функция дает лишь некоторое эффективное описание квантовой системы, как, например, термодинамическая функция системы многих частиц. Но подобно тому, как термодинамика есть лишь некоторое усредненное описание поведения частиц, описываемых более глубокой теорией – статистической механикой, так и квантовая механика согласно идее скрытых параметров есть следствие более глубокой теории, не использующей понятие волновой функции. Будет ли эта более глубокая теория детерминированной теорией, подобной классической механике? Ряд точных теорем – теорема фон Неймана, теорема Глисона и теорема Кохена-Шпекера, а также неравенства Белла приводят к появлению сильных ограничений на модели скрытых параметров. Хотя некоторые из этих моделей и не могут быть исключены, они обладают столь причудливыми свойствами – нелокальностью, зависимостью результата наблюдения от того, какая другая совместная с данной величиной измеряется (контекстуальная зависимость), существованием "пустой волны", что сегодня вряд ли их можно рассматривать серьезными конкурентами квантовой теории. Интерес этих моделей, однако, с нашей точки зрения, состоит в том, что если мы хотим промоделировать квантовую систему макроскопической имитационной моделью ("квантовой ЭВМ"), то они дают алгоритм построения таких моделей.

I. Теорема фон Неймана о невозможности скрытых параметров

И.фон Нейман доказал теорему о невозможности скрытых параметров, при справедливости некоторых аксиом. Эти аксиомы следующие:

а) Имеется взаимнооднозначное соответствие между наблюдаемыми и эрмитовыми операторами.

б) Если наблюдаемой R соответствует оператор $\hat{R}$, то наблюдаемой $f(R)$, где f – некоторая функция, соответствует $\hat{f}(\hat{R})$.

в) Если R и S – произвольные наблюдаемые, a, b – вещественные числа, то имеет место следующее свойство линейности для математических ожиданий:

$$\langle aR + bS \rangle = a\langle R\rangle + b\langle S\rangle,$$

где $\langle\ \rangle$ – знак математического ожидания.

Из этих аксиом фон Нейман доказывает невозможность существования ансамблей с нулевой дисперсией, т.е. полностью детерминированного описания. Докажем теорему фон Неймана в простейшем случае для системы со спином $1/2$.

Предположим, что существует скрытый параметр λ, определяющий результаты всех наблюдений спиновых свойств. Далее проведем серию измерений у одинаково приготовленных частиц и назовем эту серию ансамблем.

Пусть для всего этого ансамбля λ имеет значение λ_0 и предположим, что этот ансамбль с нулевой дисперсией. Если имеются три наблюдаемых R, S и T, то им соответствуют 2 x 2 матрицы $\hat{R}$, $\hat{S}$, $\hat{T}$. Измерения этих наблюдаемых в ансамбле с нулевой дисперсией ведут к тому же λ_0.

R имеет фиксированное значение $r(\lambda_0)$, являющееся собственным значением $\hat{R}$, S равно $s(\lambda_0)$ – собственному значению $\hat{S}$, $T = t(\lambda_0)$ – собственному значению $\hat{T}$.

Так как любая 2 x 2 матрица есть

$$\hat{X} = \alpha I + \vec{\beta}\cdot\vec{\sigma}, \qquad (4.1)$$

где α, β_1, β_2, β_3 – произвольные вещественные числа, I – единичная 2 x 2 матрица, σ_1, σ_2, σ_3 – матрицы Паули, то собственные числа есть

$$\alpha \pm |\vec{\beta}|. \qquad (4.2)$$

Пусть $\hat{R} = \sigma_1$, $\hat{S} = \sigma_2$, $\hat{T} = \vec{\sigma}\cdot\vec{n}$, где $\vec{n} = (1, 1, 0)$, т.е. $|\vec{n}| = \sqrt{2}$. Тогда $\hat{T} = \hat{R} + \hat{S}$. Из аксиомы в) должно быть $\langle T\rangle = \langle R\rangle + \langle S\rangle$, что должно приводить к

$$t(\lambda_0) = r(\lambda_0) + s(\lambda_0). \qquad (4.3)$$

Но (4.3) не может быть справедливо, так как собственные значения $\hat{T} = \vec{\sigma}\cdot\vec{n}$ есть $\pm\sqrt{2}$ и невозможно, чтобы

$$\pm\sqrt{2} = \pm 1 \pm 1. \qquad (4.4)$$

2. Модель Бома скрытых параметров, нарушающих условия теоремы фон Неймана

Бомом, а также де Бройлем /19/ были предложены модели скрытых параметров, нарушающих условия теоремы фон Неймана. Нарушенным оказывается условие линейности – аксиома в).

Пусть системе со спином $1/2$ сопоставляется следующая модель.

а) Частицы со спином $\frac{1}{2}$ имитируются вращающимися сферами, движущимися вдоль оси X. Спин – это внутренний угловой момент λ каждой сферы. Предположим, что он лежит во всех случаях в плоскости (YZ).

б) Чтобы имитировать вероятностные свойства квантового состояния $\binom{I}{0}$, предположим, что статистический ансамбль таких сфер, описываемый как $\binom{I}{0}$, имеет статистическое распределение векторов $\vec{\lambda}$, такое, что плотность вероятностного распределения, что $\vec{\lambda}$ образует угол θ с направлением z, есть

$$\rho(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2}\cos\theta, & \text{если } -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2 \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \qquad (4.5)$$

в) Прибор, измеряющий наблюдаемую X, соответствующую оператору $\hat{X}$ в (4.I), устроен следующим образом: он измеряет знак проекции $\vec{\lambda}$ на вектор $\vec{\beta}$, умножает получаемый результат на $|\vec{\beta}|$ и складывает с α.

Такое измерение всегда даст результат $\alpha \pm |\vec{\beta}|$, как и в квантовой механике. Кроме того, вследствие (4.5), если измерять σ_3 (т.е. $\alpha = 0$, $\vec{\beta} = \vec{k}$ - орт вдоль z), угол между $\vec{\lambda}$ и $\vec{\beta}$ будет между $-\frac{\pi}{2}$ и $\pi/2$, так что проекция на β не отрицательна. Но тогда все измерения дадут σ_3 = +I, что соответствует тому, что $\binom{I}{0}$ - собственное состояние σ_3 с собственным значением +I.

Найдем вероятности p_1 и p_2 получения результатов $\alpha + |\vec{\beta}|$ и $\alpha - |\vec{\beta}|$ при измерении $X = \alpha I + \vec{\beta}\cdot\vec{\sigma}$. Отметим, что собственно измерением здесь является определение знака $(\vec{\lambda}\cdot\vec{\beta})$, так что p_1 и p_2 совпадают с априорными вероятностями определения знака $(\vec{\lambda}\cdot\vec{\beta})$, равного ±I соответственно. Для определения $p_1(\beta)$ нужно сосчитать интеграл $\rho(\theta)$ по заштрихованной области (рис. 2) S_0, так как векторы $\vec{\lambda}$ могут лежать только в верхнем полукруге:

$$p_1 = \int_{S_0} \frac{\cos\theta}{2}\, d\theta = \frac{1+\cos\theta_\beta}{2}.$$

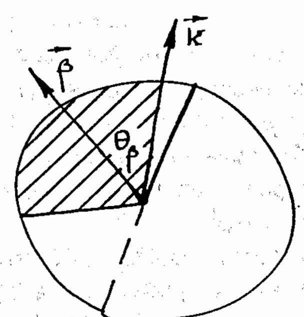


Рис. 2

Так как $p_1 + p_2 = I$, то $p_2 = \frac{1-\cos\theta_\beta}{2}$. Эти результаты для p_1 и p_2 в точности совпадают с результатами квантовой механики. Скрытым параметром здесь является $\vec{\lambda}$. Результат любого измерения $\alpha I + \vec{\sigma}\vec{\beta}$ на сфере определяется $\vec{\lambda}$ на этой сфере.

Легко видеть, что нарушенной здесь является аксиома фон Неймана В).

Действительно, рассмотрим ансамбль с нулевой дисперсией частиц с $\vec{\lambda}$ вдоль биссектрисы yz квадранта и измерим на одной части этого ансамбля σ_2, на другой - σ_3, а на третьей - $\vec{\sigma}\vec{m}$, где $\vec{m}$ = (0,I,I), так что

$$\sigma_2 + \sigma_3 = \vec{\sigma}\vec{m}.$$

Так как $\vec{\lambda}$ образует острые углы с осями y, z, m, то всегда будет результат $\alpha + |\vec{\beta}|$, т.е. измерение σ_2 всегда даст +I $\Rightarrow \langle\sigma_2\rangle$ = +I, измерение σ_3 - тоже +I $\Rightarrow \langle\sigma_3\rangle$ = ±I, измерение $\vec{\sigma}\vec{m}$ дает $\sqrt{2} \Rightarrow \langle\vec{\sigma}\vec{m}\rangle = +\sqrt{2}$. Но тогда очевидно, что $\langle\vec{\sigma}\vec{m}\rangle \neq \langle\sigma_2\rangle + \langle\sigma_3\rangle$, что и означает нарушение аксиомы фон Неймана В).

3. Теорема Глисона. Парадокс Кохена-Шпекера

В случаях квантовых систем в пространствах с размерностью $n \geq 3$ возникают новые по сравнению с двумерной системой (спин $1/2$) трудности. Оказывается, что в отличие от обычной квантовой механики возникает зависимость от того, какая другая наблюдаемая, оператор которой коммутирует с оператором измеряемой величины, измеряется одновременно с данной.

Значение скрытого параметра, позволяющего предсказать результат определенного измерения, меняется, если одновременно с этим измерением делать различные совместные с ним измерения. Тем самым возникает принципиальная неоднозначность скрытого параметра, называемая его "контекстуальной зависимостью".

В некотором смысле теория скрытых параметров, претендующая на бо́льшую точность, чем квантовая механика, оказывается хуже квантовой механики, предсказывая новую зависимость от измерения. Сначала мы приведем некоторый результат Глисона, приводящий к упомянутым следствиям, а затем пример Кохена и Шпекера [20].

Назовем "предложением" для квантовой системы утверждение, что система находится в состоянии Ψ_n, так что при измерении обнаружится определенное значение физической величины, соответствующее этому состоянию. В обычной квантовой механике, если сначала система была в состоянии Ψ, то в общем случае можно предсказать лишь вероятность обнаружения Ψ_n. Предположим, однако, что существует скрытый параметр $\vec{\lambda}$, такой, что можно ввести "значение истинности".

$$V = V(\varphi_n ; \Psi, \lambda), \tag{4.6}$$

так что $V = 1$, если при данных Ψ и значении λ реализуется φ_n и $V = 0$, если это не так.

Тем самым гипотеза скрытых параметров позволяет по данному значению λ точно предсказать, будет или не будет обнаружено φ_n.

Функция φ_n предполагается принадлежащей ортонормированной системе $\{\varphi_i\}$. Однако таких систем (базисов) может быть много. В частности, φ_n может принадлежать другому базису.

Так вот, неожиданной особенностью теории скрытых параметров для квантовых систем в пространстве $n \geq 3$ явилось то, что функция V оказалась зависящей от базиса $\{\varphi_i\}$, т.е.

$$V = V(\varphi_n ; \Psi, \lambda, \{\varphi_i\}). \tag{4.7}$$

Доказательство Глисона состоит в следующем. Введем понятие неотрицательной функции базиса $f(\varphi_n)$ веса W как вещественной функции $f(\Phi)$ нормированных векторов $\Phi \in \mathcal{H}$, такой, что если $\{\Phi_k\}$ – любой ортонормированный базис в $\mathcal{H}$, то $\sum_k f(\Phi_k) = W$.

В гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$ трех и более измерений тогда справедливо следующее утверждение.

Пусть $\mathcal{H}_3$ – любое трехмерное подпространство гильбертова пространства $\mathcal{H}$, т.е. пусть $\mathcal{H}_3$ будет пространством, образованным функциями

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i \Phi_i(x), \tag{4.8}$$

где Φ_1, Φ_2, Φ_3 – любые три ортонормированные функции в $\mathcal{H}$, α_i – комплексные числа. Пусть R_3 – любое "вещественное" подпространство $\mathcal{H}_3$, т.е. пространство, образованное функциями

$$\Phi^r(x) = \sum_{i=1}^{3} x_i \Phi_i^r(x), \tag{4.9}$$

где x_i – вещественные коэффициенты, $\Phi_i^r(x)$ – три ортонормированные функции в R_3. Тогда, используя независимость функции $f(\Phi_k)$ от других Φ_i, входящих в базис, доказывается теорема, что любая неотрицательная функция базиса $W(\Phi^r)$ в R_3 должна быть непрерывной функцией коэффициентов x_i, определяющих $\Phi^r(x)$.

Примером такой базисной функции является квантовомеханическая вероятность $W_k = W(\Phi_k)$ – вероятность обнаружения состояния Φ_k, удовлетворяющая

а) $\sum_i W(\Phi_i) = 1$ для любого базиса $\{\Phi_k\}$

б) $0 \leq W(\Phi_k) \leq 1$.

Из теоремы (у Глисона она названа леммой) Глисона вытекает следующее следствие для теории скрытых параметров.

Если предположить, что значение истинности $V_n = V(\Phi_n) = V(\Psi, \lambda, \Phi_n)$ не зависит от выбора базиса, к которому принадлежит Φ_n, то эта функция должна быть непрерывной. Тогда между Φ_n, для которой $V(\Phi_n) = 1$, и Φ_n', для которой $V(\Phi_n') = 0$, должна существовать Φ, для которой $V(\Phi)$ принимает значения между 0 и 1, что противоречит её смыслу как значению истинности, всегда принимающему только два значения 0 и 1.

Итак, невозможно существование функции $V(\Phi_n)$, не зависимой от базиса, к которому принадлежит Φ_n. При изменении базиса функция V, принимавшая значение 1, может принять значение 0 и наоборот. Конкретным примером такой ситуации является пример Кохена-Шпекера.

Парадокс Кохена-Шпекера.

Пусть имеется система с угловым моментом $j = 1$.

Рассмотрим

$$J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2 \tag{4.10}$$

и состояние Φ_m, такое что

$$J_z \Phi_m = \hbar m \Phi_m, \tag{4.11}$$

$$J^2 \Phi_m = j(j+1)\hbar^2 \Phi_m \quad \text{для } |m| < j$$

и $\Phi_m = 0$ для $|m| > j$.

Тогда

$$(J_x^2 J_y^2 - J_y^2 J_x^2)\Phi_m = \hbar^4 [(1+m)\sqrt{(j+m+2)(j+m+1)\cdot(j-m)(j-m-1)}\,\Phi_{m+2} + (1-m)\sqrt{(j+m)(j+m-1)(j-m+2)(j-m+1)}\,\Phi_{m-2}. \tag{4.12}$$

Для $j = 1$ $\Phi_{m\pm2}$ отлично от нуля только, если $m = \pm 1$, но тогда $(1 \pm m)$ равен нулю.

Итак, для $j = 1$ J_x^2 коммутирует с J_y^2 и в силу симметрии с J_z^2, а также с J^2.

Тем самым J_x^2, J_y^2, J_z^2 имеют одновременно одни и те же собственные функции.

Оператор $\mathcal{J}^2$, действуя на такую собственную функцию, умножает её на $2\hbar^2$, операторы же $\mathcal{J}_x^2$, $\mathcal{J}_y^2$, $\mathcal{J}_z^2$ обладают: один из них собственным числом, равным нулю, а два других - собственным числом $\hbar^2$ каждый. Кохеном и Шпекером был предложен эксперимент с ортогелием, помещенным в электрическое поле ромбической симметрии, так что энергия возмущения есть

$$H_s = a S_x^2 + b S_y^2 + c S_z^2 ,$$

т.е. $\mathcal{J} = S$, где S - спин.

Если существуют скрытые параметры, то с их помощью для любой ориентации системы координат x, y, z можно предсказать, какое из трех ортогональных направлений есть направление $\vec{n}$, для которого $\mathcal{J}_n^2 = 0$ и $V_n = I$, где V_n - значения истинности. Кохен и Шпекер сделали предложение, что можно говорить о предсказанном значении $\mathcal{J}_n^2(\lambda)$ или $V_n(\lambda)$ без упоминания о двух других перпендикулярных направлениях, которые вместе с $\vec{n}$ образуют систему ортогональных векторов.

Пусть T и T' - две триады с одинаковым единичным вектором $\vec{n}$, так что T' получена из T вращением вокруг $\vec{n}$. Предположим, что $\mathcal{J}_n^2(\lambda)$ в этом случае имеет одно и то же значение независимо от того, является ли $\vec{n}$ частью T или T'.

Кохен и Шпекер доказали, что это предположение ведет к противоречию. Следовательно, скрытые параметры не могут предсказать определенное, однозначное значение $\mathcal{J}_n^2$, но лишь для заданной триады $\vec{e}$, $\vec{m}$, $\vec{n}$ они могут сказать, какое из $\mathcal{J}_e^2$, $\mathcal{J}_m^2$, $\mathcal{J}_n^2$ равно нулю.

При доказательстве противоречия Кохен и Шпекер рассмотрели II7 различных направлений $\vec{n}$, из которых некоторые были перпендикулярны друг другу (более простое доказательство было дано в /20/).

Пример Кохена-Шпекера является иллюстрацией следствия к теореме Глисона, о котором мы говорили выше.

Скрытые параметры оказываются контекстуально зависимыми - появляется неоднозначность, связанная с выбором базиса.

В частности, наиболее проблематичной оказывается ситуация в случае вырожденного спектра, так как здесь возможно строить различные комбинации функций, образуя разные базисы. Сколь угодно слабое снятие вырождения уже приводит к выбору определенного базиса и, тем самым, определенного значения скрытого параметра.

4. Теорема Белла о локальных скрытых параметрах

Приведем доказательство неравенств Белла, непосредственно использующее концепцию локальных скрытых параметров, показывающее,

что квантовую теорию нельзя понимать как теорию релятивистского вероятностного процесса /21, 22/. Пусть в некоторой точке I измеряется величина A_a, а в точке II, отделенной пространственноподобным интервалом от I, - некоторая B_b. Обе величины могут принимать значения $\pm I$, индексы a, b означают зависимость этих величин от направления. Например, если измеряется проекция спина на некоторую ось, то a (или b) - азимутальный угол. Далее предположим, что определенный результат (+I) измерения A, кроме направления "a", зависит от значения некоторого скрытого параметра λ, результат измерения B - соответственно от направления "b" и того же λ, локализованного в Ω - пересечении световых конусов прошлого точек I и II. Локальность скрытых параметров означает, что A не зависит от b, а B не зависит от a. Поэтому любые корреляции между A и B могут быть обусловлены только общим прошлым, в котором заданы λ.

Математическое ожидание произведения A_a и B_b запишем как

$$P(A_a B_b) = \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, \bar{A}(a,\lambda)\, \bar{B}(b,\lambda),$$

где $\rho(\lambda)$ - вероятностное распределение параметров в Ω. $\bar{A}(a,\lambda)$, $\bar{B}(b,\lambda)$ - усредненные по возможным значениям скрытых параметров приборов (рассматриваются контекстуально зависимые теории скрытых параметров!) величины A_a, B_b, так что $|\bar{A}| \leq I$, $|\bar{B}| \leq I$. Обозначим a', b' - альтернативные к a, b положения приборов, измеряющих A, B. Тогда, следуя Беллу /21/,

$$P(A_a B_b) - P(A_a B_{b'}) = \int d\lambda\, \rho(\lambda)\,[\bar{A}(a,\lambda)\,\bar{B}(b,\lambda) -$$
$$- \bar{A}(a,\lambda)\,\bar{B}(b',\lambda)] = \int d\lambda\, \rho(\lambda)\,\{\bar{A}(a,\lambda)\,\bar{B}(b,\lambda)[1 \pm \bar{A}(a',\lambda)\,\bar{B}(b',\lambda)]\} -$$
$$- \int d\lambda\, \rho(\lambda)\,\{\bar{A}(a,\lambda)\,\bar{B}(b',\lambda)[1 \pm \bar{A}(a',\lambda)\,\bar{B}(b,\lambda)]\}.$$

Из $|\bar{A}| \leq I$, $|\bar{B}| \leq I$ следует, что

$$|P(A_a B_b) - P(A_a B_{b'})| \leq \int d\lambda\, \rho(\lambda)\,[1 \pm \bar{A}(a',\lambda)\,\bar{B}(b',\lambda)] +$$
$$+ \int d\lambda\, \rho(\lambda)\,[1 \pm \bar{A}(a',\lambda)\,\bar{B}(b,\lambda)],$$

или $\quad |P(A_a B_b) - P(A_a B_{b'})| \le 2 + P(A_{a'} B_{b'}) + P(A_{a'} B_b),$

$$|P(A_a B_b) - P(A_a B_{b'})| + |P(A_{a'} B_{b'}) + P(A_{a'} B_b)| \le 2.$$

5. Оптические эксперименты по проверке неравенств Белла

Теперь перейдем к описанию оптических ЭПР (Эйнштейна-Подольского-Розена) – экспериментов. Схема оптического эксперимента следующая (рис.3)

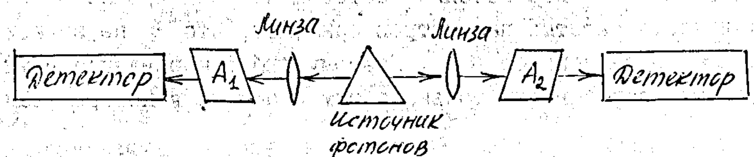


Рис.3

Имеется источник низкоэнергетических фотонов (атомы кальция[23,27], ртути-198[25], ртути-202[27], ртути-200[26]), рождающихся в каскадном переходе в атоме. В одном переходе $J = 0 \to J = 1 \to J = 0$ рождается фотонная пара в состоянии с волновой функцией, описывающей суперпозицию состояний с полным угловым моментом $J = 1$. Фотоны летят в противоположные стороны и проходят через анализаторы 1 и 2. Если фотон поляризован по оси анализатора, то анализатор пропускает этот фотон; если его поляризация перпендикулярна оси, то фотон не проходит через него. Наблюдаемая A_a имеет величину +1, если фотон проходит через анализатор A_1, и –1, если он не проходит; B_b аналогично связана с анализатором A_2. Тогда квантовомеханический расчет дает для среднего значения:

$$P(A_a B_b) = \langle \psi | \hat{A}_a \hat{B}_b | \psi \rangle = \cos 2\alpha ,$$

где $\alpha = a - b$ – угол между оптическими анализаторами A_1 и A_2. После прохождения анализаторов фотоны ловятся детекторами фотонов. Экспериментально измеряется скорость совпадений, когда оба фотона проходят через анализаторы, оба не проходят, один проходит, а другой нет. Неравенство Белла записывается в форме

$$|P(A_a B_b) - P(A_a B_c)| + |P(A_d B_b) + P(A_d B_c)| \le 2.$$

Выбрав углы $2a = 0^\circ$, $2b = 135^\circ$, $2c = 45^\circ$, $2d = 90^\circ$, для $\cos 2\alpha$ получим левую часть равной $2\sqrt{2}$, что очевидно противоречит неравенствам Белла. В настоящее время поставлено 6 оптических экспериментов

(Калифорнийский университет, 1972 г.[22]; Техасский университет, 1976 г.[25]; Гарвардский университет, 1973 г.[24]; Институт теоретической и прикладной оптики Орсэ, 1981 и 1982 гг.[26,]). Из них пять подтвердили квантовую механику, один подтвердил неравенства Белла (Гарвард). Отметим, однако, что неравенства Белла в некоторых случаях (когда имеется произведение одночастичных волновых функций) могут выполняться и в квантовой механике (см. в этой связи попытку объяснения результатов двух экспериментов с оптическими фотонами и γ-квантами, совместных с неравенствами Белла, из квантовой механики в[29,30]), но их нарушение всегда означает невозможность локальных скрытых параметров (классической картины).

Кроме оптических экспериментов, ставились опыты с γ-квантами. Эти опыты во многом аналогичны опыту Ву, Шакнова[31] по определению четности позитрония. Пара квантов рождается при аннигиляции электрона и позитрона в состоянии с нулевым полным моментом при распаде на γ-кванты атома позитрония. Затем γ-кванты проходят через анализаторы (их роль выполняет комптоновское рассеяние) и ловятся счетчиками. Принципиальная схема остается той же, что и в описанном выше случае оптических фотонов. В оптических экспериментах имеется преимущество в анализаторах, плохими же являются счетчики фотонов; в опытах с γ-квантами счетчики лучше, но хуже анализаторы. С γ-квантами поставлено 6 опытов (университет Катания, 1974 г.[32]; Колумбийский университет, 1975 г.[33]; Лондонский университет, 1976 г.[34]; Институт физики университета, Болонья, 1977 г.[35], 1981 г.[36]; Фрейбургский университет, 1979 г.[37]). Первый опыт не противоречит неравенствам Белла, но во всех остальных было обнаружено их нарушение. Расстояние между фотонами во втором опыте было 25 см. Таким образом, корреляции наблюдаются действительно на макрорасстояниях. Шредингер в свое время[38] высказывал гипотезу о том, что квантовомеханические корреляции должны исчезнуть, когда расстояние между подсистемами системы, описываемой волновой функцией, становится явно макроскопическим (см.также[39,40]). Эксперимент показывает, что эта гипотеза должна быть отвергнута. Итак,(вместе с недавним французским опытом в Орсэ) одиннадцать экспериментов явно противоречат неравенству Белла, два с ними совместны.

Однако из этих двух экспериментов нельзя сделать заключение, что в каких-то случаях теория скрытых параметров возможна. Имеются серьезные основания[41] считать, что причиной противоречия явилась систематическая ошибка при проведении опытов. Дело в том, что квантовая механика предсказывает наличие сильной корреляции, которую можно не заметить из-за систематической ошибки. Обратное же обнаружение сильной корреляции, согласующейся с большой точностью с квантовой механикой, вследствие систематической ошибки – невероятно.

В настоящее время поставлен наиболее чистый эксперимент [28, 42], позволяющий подтвердить корреляцию на макроскопических пространственноподобных расстояниях.

В этом опыте предлагается эффективно поворачивать один анализатор относительно другого. В отличие от остальных опытов, в которых анализаторы жестко закреплены, в опыте [28] как бы происходит поворот одного анализатора относительно другого столь быстро, что никакой сигнал не успеет "предупредить" второй анализатор, что первый повернут, при прохождении фотонов через оба анализатора. Следовательно, при этом исключается всякая имитация возникновения корреляций за счет сигнала, связывающего оба анализатора [21]. Необходимость постановки такого опыта вытекает из замечания Белла [21] о том, что в случае жестко закрепленных анализаторов между ними возможна связь за счет обмена сигналами со скоростью, меньшей или равной скорости света, нарушающая неравенства Белла. Исключить связь можно, лишь если очень

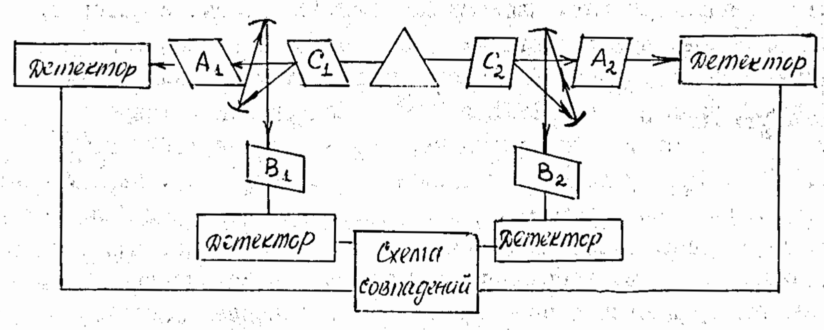


Рис. 4

быстро поворачивать анализаторы во время полета частиц. В эксперименте [28] эффект поворота достигается поворотом фотона, за счет акустико-оптического взаимодействия фотона со стоячей ультразвуковой волной в воде. Для этого (рис. 4), прежде чем попасть на анализаторы, фотоны проходят через поворачивающее устройство C_I слева и C_2 справа, где они взаимодействуют с ультразвуковой волной. При этом свет проходит через $C_I(C_2)$ без преломления, если амплитуда стоячей ультразвуковой волны нулевая, и полностью преломляется на угол $2\theta_B$, где θ_B – угол Брэгга, если амплитуда максимальна. Если свет не преломляется, он попадает на анализатор $A_I(A_2)$, если преломляется –

на анализатор $B_I(B_2)$. Подбирая соответствующим образом частоту ультразвуковой волны, добиваются того, чтобы время пролета фотонами расстояния от источника до поворачивающего устройства $t = L/c$ (в [28] время t – порядка 40 нс) было больше времени "поворота" (в [28] порядка 10 нс). Тем самым события прохождения фотонами левого и правого анализаторов оказываются разделенными пространственноподобным интервалом. Устройства C_I и C_2 слева и справа связаны с генераторами ультразвука, работающими на разной частоте, так что можно считать, что они работают некоррелированно друг с другом. Результаты опыта [28] противоречат неравенствам Белла и подтверждают квантовую механику. Опыт [28] представляет значительный интерес как демонстрация того обстоятельства, что постулат редукции волнового пакета, введенный фон Нейманом [8] в нерелятивистской квантовой механике, верен и в релятивистской области (рис. 4). Что непосредственно измеряет экспериментатор в опытах с фотонами по проверке неравенств Белла?

Если φ – угол между оптическими осями двух поляризаторов, $R(\varphi)$ – скорость совпадений в показаниях счетчиков фотонов при наличии обоих поляризаторов, R_1 – скорость совпадений, когда убран второй поляризатор, R_2 – когда убран первый, а второй оставлен, R – когда убраны оба поляризатора, то экспериментально измеряется

$$S_{exp} = \frac{4\,[R(\beta)+R(\gamma)+R(\alpha+\beta)-R(\alpha+\gamma)-R_1-R_2]}{R}.$$

Если верны неравенства Белла (см. [43, 44]), то должно быть $-1 \leq S_{exp} \leq 0$; экспериментально же, например в опыте [23], $S_{exp} = 0{,}05 \pm 0{,}008$, в опыте [27] $S_{exp} = 0{,}126 \pm 0{,}014$, в опыте [28] $S_{exp} = 0{,}101 \pm 0{,}020$. В опытах с γ-квантами измеряется величина (см. [33])

$$R(a,b) = \frac{\{N/N_{ss}\}}{\{n_1/N_{ss}\}\{n_2/N_{ss}\}},$$

где N_{ss} – число случаев, когда фотоны претерпевают комптоновское рассеяние, N – число случаев, когда оба фотона комптоновски рассеяны и оба фотона детектируются, n_1 – число случаев, когда оба фотона комптоновски рассеиваются и только фотон I детектируется, n_2 –то же число для фотонов 2, a, b – азимутальные углы, характеризующие комптоновские анализаторы.

Квантовая механика дает

$$R(a,b) = 1 - M_1 M_2 P(A_a B_b) = 1 - M_1 M_2 \cos 2(a-b),$$

где M_I, M_2 – некоторые инструментальные факторы комптоновских анализаторов. В любой локальной теории скрытых параметров вместо $M_I M_2$ должен стоять некоторый коэффициент $B \leq M_I M_2/\sqrt{2}$ /33/, так как для согласия с неравенствами Белла вместо $\cos 2(a-b)$ должна стоять величина $c\cos 2(a-b)$, где $c \leq 1/\sqrt{2}$, в теории Бома-Ааронова /40/ $B \leq M_I M_2/2, c = 1/2$.

6. Эволюция во времени квантовой системы со скрытыми параметрами. Модель Бома

В связи с теорией скрытых параметров рядом авторов на протяжении многих лет развивалась теория скрытых параметров, по аналогии с гидродинамической теорией /4/. Согласно идеям этих работ существуют траектории микрочастиц, движение частиц описывается классической теорией, волновая же функция "управляет" этим движением через особый квантовый потенциал, зависящий от этой функции. Возникает концепция "волны-пилота". Волна управляет движением частицы, указывая ей, куда двигаться.

Вначале пишется обычное уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi . \qquad (4.13)$$

Ищется решение в виде

$$\psi = R e^{iS/\hbar} , \qquad (4.14)$$

тогда

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V + Q = 0 , \qquad (4.15)$$

где $Q = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\nabla^2 R}{R}$ – квантовый потенциал. Очевидно, что $R = |\psi|$. Для функции $\rho = R^2$, тогда получается

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \frac{(\rho \nabla S)}{m} = 0 , \qquad (4.16)$$

что соответствует уравнению движения жидкости плотности ρ со скоростью $\nabla S/m$ в каждой точке. Квантовый потенциал Q устроен так, что он зависит от формы волновой функции и не меняется при умножении ψ на произвольную постоянную. Этому обстоятельству придается важное значение, в частности говорится, что квантовый потенциал описывается как "информация", содержащаяся в волновой функции, направляющая движение частицы (энергии). Подобное "управление" можно сравнить

с тем, как меняется движение автомобиля под действием зеленого или красного сигнала светофора. Само физическое воздействие сигнала очень мало, но информация, содержащаяся в нем, приводит к изменению движения автомобиля.

Скрытым параметром $\vec{\lambda}$ является реальное положение частицы, так что скорость частицы

$$\frac{d\vec{\lambda}}{dt} = \frac{\vec{j}_\psi(\vec{\lambda},t)}{\rho(\vec{\lambda},t)} , \qquad (4.17)$$

где $\vec{j}_\psi(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\,\mathrm{Im}\,\psi^*(\vec{r},t)\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\psi(\vec{r},t)$ –

– ток вероятности.

Предполагается, что квантовомеханическое состояние ψ соответствует ансамблю состояний $(\vec{\lambda}, \psi)$, в которых $\vec{\lambda}$ встречается с плотностью вероятности $\rho(\vec{\lambda},t)$. Всякое измерение есть, согласно излагаемой модели, измерение координаты.

Отличие от квантовой механики состоит в вычислении средних значений. Например, среднее значение квадрата импульса:

$$\langle p^2 \rangle_c = \int \rho (\nabla S)^2 d^3x , \qquad (4.18)$$

но согласно квантовой механике это среднее вычисляется иначе:

$$\langle p^2 \rangle_q = -\hbar^2 \int \psi^* \nabla^2 \psi \, d^3x = \int \rho (\nabla S)^2 d^3x + \hbar^2 \int (\nabla R)^2 d^3x . \qquad (4.19)$$

Таким образом, предсказания такой теории скрытых параметров не совпадают с хорошо проверенными экспериментальными предсказаниями квантовой механики. Другим недостатком такой теории является выделение одного базиса – координатного базиса, в квантовой же механике возможно вычисление для различных базисов в гильбертовом пространстве.

Тем не менее обсудим ряд особенностей излагаемой теории.

1. Волновая функция, определяющая вероятность значения координат микрочастиц, зависит от макрообстановки и, как и в копенгагенской интерпретации, характеризует приготовляющий и измеряющий приборы. В частности, сама вероятность предполагается обусловленной неопределенностями, возникающими за счет взаимодействия частиц с макротелом. Поэтому волновая функция зависит от термодинамического состояния макротела. Существует некоторое время релаксации, за которое ансамбль частиц от первоначального хаотического распределения переходит к распределению, описываемому волновой функцией. Была предпринята экспери-

ментальная попытка обнаружить такое время релаксации /47/. Результат эксперимента отрицательный.

2. В случае систем двух частиц квантовый потенциал нелокален. Действительно, из уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\nabla_1^2+\nabla_2^2\right)+V\right]\psi \tag{4.20}$$

для $\psi=Re^{iS/\hbar}$ следует

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{(\nabla_1 S)^2}{2m}+\frac{(\nabla_2 S)^2}{2m}+V+Q=0\ , \tag{4.21}$$

где

$$Q=-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\left(\nabla_1^2+\nabla_2^2\right)R}{R} \tag{4.22}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\mathrm{div}_1\left(\rho\frac{\nabla_1 S}{m}\right)+\mathrm{div}_2\left(\rho\frac{\nabla_2 S}{m}\right)=0\ . \tag{4.23}$$

Функция R есть функция координат двух частиц $R(\vec r_1,\vec r_2,t)$, что приводит к тому, что потенциал R нелокален.

Если функция $R(\vec r_1,\vec r_2,t)$ не имеет вида произведения волновых функций $R_1(\vec r_1,t)R_2(\vec r_2,t)$, то "целое" определяет поведение "частей" или, как говорит об этом Бом, части ведут себя специальным образом: "совершая некоторый согласованный балетный танец", чтобы имело место целое.

3. Возможно явление "пустой волны". Уравнение Шредингера описывает изменение ψ - функции, частицы движутся по классическим траекториям. Что описывает в этой схеме ψ - функция? Она не переносит энергию (энергию переносят частицы), но она переносит информацию.

Поэтому предлагался эксперимент, когда наряду с частицей, которой управляет ψ - функция, в другом месте, в котором ψ тоже отлична от нуля, предлагается увидеть изменение вероятности процесса перехода некоторой другой частицы из возбужденного состояния в основное /46/. Поставленный эксперимент, однако, дал отрицательный результат.

4. В отличие от классической физики, где движение системы многих частиц можно представить как движение этих частиц в пространстве трех измерений, в квантовой механике волновая функция эволюционирует в конфигурационном пространстве. Имеется волна в многомерном (например 6 - мерном для двух частиц) пространстве, и эту волну нельзя представить как волну в трехмерном пространстве.

§ 5. О невозможности ансамблевой интерпретации волновой функции

В настоящем параграфе мы рассмотрим альтернативу копенгагенской интерпретации, отказывающуюся от представления, что волновая функция описывает индивидуальную квантовую систему. Согласно этой интерпретации, восходящей к Эйнштейну, волновая функция описывает всегда коллектив, ансамбль частиц. Действительно, эксперимент с квантовой системой предполагает приготовление системы - набор макроусловий, при которых появляется эта система, и измерение, состоящее в том, что много раз у системы измеряется одна и та же характеристика. При этом предсказывается частота определенного результата. Частота эта, очевидно, характеризует множество частиц - например, при измерении координаты в одни точки попадает больше частиц, в другие меньше.

Если волновая функция есть характеристика ансамбля и описывает лишь макроусловия, общие для всех элементов ансамбля, то чем же описываются отдельные элементы ансамбля? Во всяком случае, не волновой функцией. Тем самым квантовая теория неполна. В частности, возможны скрытые параметры, характеризующие отдельную частицу. При этом, однако, эти скрытые параметры не обязательно позволят вернуться к детерминистской схеме классической теории. Важно лишь, что есть "более глубокое" описание квантовых объектов, чем волновая функция.

Возражая против этой точки зрения, В.А.Фок указывал /47/, что так как в экспериментах с квантовым ансамблем частицы, вылетающие из приготавливающего устройства, летят одна за другой, не взаимодействуя друг с другом, то для такого ансамбля невзаимодействующих частиц в одинаковых условиях нет ничего, что бы отличало описание одной частицы от описания ансамбля.

Другое возражение состоит в том, что в квантовой механике представление о том, что волновая функция описывает отдельную систему, оказывается очень плодотворным. Например, любые предсказания свойств частиц, исходя из наличия некоторой внутренней симметрии, например, группы $SU(3)$, основаны на представлении, что каждая такая частица описывается волновой функцией. Примером является предсказание свойств Ω^- - частицы.

В настоящем параграфе мы подробно рассмотрим невозможность ансамблевой интерпретации, в которой отрицается редукция волнового пакета и считается, что частица "обладает" одновременно характеристиками, описываемыми в аппарате квантовой механики некоммутирующими операторами. При измерении, согласно этой интерпретации, из ансамбля частиц, обладающих этими характеристиками, отбирается подансамбль, в котором экспериментатор наблюдает какую-то из них.

Итак, пусть $|\Psi\rangle$ определяет статистический ансамбль одинаково приготовленных систем, каждая из которых одновременно имеет точные значения для всех динамических переменных. Значения этих переменных распределены между элементами ансамбля так, что вероятность случайного обнаружения $A=a_i$ для некоторого элемента определяется правилом квантовой механики

$$w_i = |\langle u_i|\Psi\rangle|^2, \quad \hat{A}u_i = a_i u_i .$$

Если измеряются две дополнительные величины A, B, то для дисперсий ΔA, ΔB на ансамбле получатся соотношения неопределенностей Гейзенберга.

Здесь мы рассмотрим пример, подробно изученный в /49/, на котором легко видеть, для каких случаев ансамблевая интерпретация возможна, а для каких нет.

Собственно, уже в § 3 мы приводили неравенства Белла – Д'Эспанья для трех величин A, B, C, принимающих значения $\pm$I, операторы которых не коммутируют между собой в случае, если эти величины "существуют" одновременно:

$$N(A^+B^-) \leq N(B^-C^+) + N(A^+C^-).$$

Нарушение этих неравенств в квантовой механике, где есть редукция волнового пакета, и экспериментальное обнаружение этого нарушения собственно и являются опровержением "ансамблевой интерпретации".

Однако рассмотрим подробнее на простейшем примере квантовой механики в двумерном вещественном векторном пространстве /48/ типа системы со спином $1/2$, что конкретно запрещает ансамблевую интерпретацию.

Сначала предположим, что у системы в состоянии Ψ измеряются только две величины A, B, операторы которых $\hat{A}$ и $\hat{B}$ не коммутируют. Собственные функции этих операторов соответствуют двум ортогональным векторам на плоскости

$$\hat{A}|a_i\rangle = a_i|a_i\rangle, \qquad (5.I)$$
$$\hat{B}|b_i\rangle = b_i|b_i\rangle .$$

Между векторами a_+, b_+ имеется угол $\phi = \theta_a - \theta_b$ (см.рис.5),

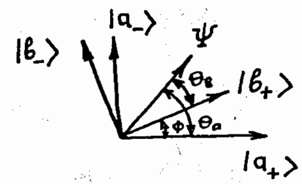


Рис. 5

где θ_a – угол, образованный направлением вектора $|\Psi\rangle$ с вектором $|a_+\rangle$, θ_b – угол между $|\Psi\rangle$ и $|b_+\rangle$. Далее предположим, что $0<\phi<\pi/2$, $0\leq\theta\leq\pi$, так как противоположные направления отличаются фактором (–I) перед вектором, что не влияет на его абсолютную величину.

Напишем разложения векторов по различным базисам

$$|\Psi\rangle = \cos\theta_a|a_+\rangle + \sin\theta_a|a_-\rangle \qquad (5.2)$$

$$|\Psi\rangle = \cos\theta_b|b_+\rangle + \sin\theta_b|b_-\rangle \qquad (5.3)$$

$$|b_+\rangle = \cos\phi|a_+\rangle + \sin\phi|a_-\rangle \qquad (5.4)$$

$$|b_-\rangle = -\sin\phi|b_+\rangle + \cos\phi|b_-\rangle \qquad (5.5)$$

$$|a_+\rangle = \cos\phi|b_+\rangle - \sin\phi|b_-\rangle \qquad (5.6)$$

$$|a_-\rangle = -\sin\phi|b_+\rangle + \cos\phi|b_-\rangle \qquad (5.7)$$

Тогда для вероятностей определенного результата при измерении A, B получаем

$$P(A=a_+) = \cos^2\theta_a \qquad (5.8)$$

$$P(A=a_-) = \sin^2\theta_a \qquad (5.9)$$

$$P(B=b_+) = \cos^2\theta_b \qquad (5.10)$$

$$P(B=b_-) = \sin^2\theta_b . \qquad (5.11)$$

Если после измерения A измерить B или наоборот, то вероятности определенного результата в такой серии измерений, если первоначально система была в Ψ, определятся как

$$P(A=a_+,\ \text{затем}\ B=b_-)=\cos^2\theta_a\sin^2\phi \tag{5.12}$$

$$P(B=b_-,\ \text{затем}\ A=a_+)=\sin^2\theta_b\sin^2\phi\ . \tag{5.13}$$

Согласно ансамблевой интерпретации вектор $|\Psi\rangle$ характеризует ансамбль систем, каждая из которых обладает точным значением A (a_+ или a_-) и B (b_+ или b_-). Введем $f_{AB}(a_i,b_i)$ – долю систем в $|\Psi\rangle$ ансамбле, каждая из которых имеет $A=a_i$, $B=b_j$; $i,j=\pm$.
Очевидно, что

$$f_{AB}(a_i,b_j)\geq 0\quad (i,j=\pm) \tag{5.14}$$

$$f_{AB}(a_+,b_+)+f(a_+,b_-)=P(A=a_+), \tag{5.15}$$

тогда из (5.8) – (5.11)

$$f_{AB}(a_+b_+)+f_{AB}(a_+b_-)=P(A=a_+)=\cos^2\theta_a \tag{5.16}$$

$$f_{AB}(a_-b_+)+f_{AB}(a_-b_-)=P(A=a_-)=\sin^2\theta_a \tag{5.17}$$

$$f_{AB}(a_+b_+)+f_{AB}(a_-b_+)=P(B=b_+)=\cos^2\theta_b \tag{5.18}$$

$$f_{AB}(a_+b_-)+f_{AB}(a_-b_-)=P(B=b_-)=\sin^2\theta_b\ . \tag{5.19}$$

Неизвестными являются четыре величины $f_{AB}(a_i,b_j)$, однако так как уравнение (5.19) получается как сумма первых двух минус третье, то в действительности имеются лишь три уравнения для четырех неизвестных. В качестве решения (5.16) – (5.19) можно взять, например,

$$\begin{aligned}
f_{AB}(a_+b_+)&=\cos^2\theta_a\cos^2\theta_b\\
f_{AB}(a_+b_-)&=\cos^2\theta_a\sin^2\theta_b\\
f_{AB}(a_-b_+)&=\sin^2\theta_a\cos^2\theta_b\\
f_{AB}(a_-b_-)&=\sin^2\theta_a\sin^2\theta_b\ .
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Имеются, однако, другие решения. Можно было попытаться проинтерпретировать $f_{AB}(a_i,b_i)$ как вероятность того, что измерение A, а затем B даст результаты a_i, b_j. Однако из определения $f_{AB}(a_i,b_j)$ как доли систем в ансамбле, обладающих a_i, b_j, следует, что $f_{AB}(a_i,b_j)=f_{BA}(b_j,a_i)$, в то время как квантовая механика этому противоречит, что видно из (5.12), (5.13).

Итак, для соответствия с квантовой механикой при измерении "существующих" одновременно A, B, описываемых некоммутирующими операторами, необходима принципиальная многозначность описания – разный набор $f_{AB}(a_i,b_j)$ должен использоваться при разном порядке наблюдения A, B. Фактически это уже зависимость от наблюдателя, которой мы хотели избежать. Однако при выбранном порядке наблюдения A, B все же можно пользоваться ансамблевой интерпретацией, предполагая A, B существующими одновременно, расплатившись за это не существующей в классической физике неоднозначностью вероятностной меры. Система "сама по себе" должна описываться одновременно несколькими вероятностными мерами и соответствующими частотами. Иллюстрацией подобной ситуации могли бы служить некоторые многозначные картины Сальвадора Дали, когда из одних и тех же элементов складывается то картина человеческого черепа, то монахи перед алтарем в храме.

Однако и столь хитроумная модель становится невозможной, когда измеряются три некоммутирующие величины.

Рассмотрим составную систему S, состоящую из подсистем S_1, S_2 в двумерном пространстве. Обозначим O_μ, $\mu=1,2$ – наблюдаемые подсистемы S_μ, операторы которых $\hat{O}_\mu$ имеют собственные числа $O_{\mu+}$, $O_{\mu-}$. Вектор системы $|\Psi\rangle$ лежит в четырехмерном тензорном произведении

$$\begin{aligned}
|\Psi\rangle&=K_1|O_{1+}\rangle_1|O_{2+}\rangle_2+K_2|O_{1+}\rangle_1|O_{2-}\rangle_2+\\
&+K_3|O_{1-}\rangle_1|O_{2+}\rangle_2+K_4|O_{1-}\rangle_1|O_{2-}\rangle_2\ .
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Тогда для вероятностей из квантовой механики получаем

$$P(O_1=O_{1+},\ O_2=O_{2+})=K_1^2 \tag{5.22}$$

$$P(O_1=O_{1+},\ O_2=O_{2-})=K_2^2 \tag{5.23}$$

$$P(O_1=O_{1-},\ O_2=O_{2+})=K_3^2 \tag{5.24}$$

$$P(O_1=O_{1-},\ O_2=O_{2-})=K_4^2 \tag{5.25}$$

В качестве наблюдаемых O_μ возьмем A_1, B_1, C_1 для S_1 и A_2, B_2, C_2 для S_2. Базисы B_μ, C_μ будем считать повернутыми относительно базиса A_μ на углы ϕ, 2ϕ, где

$$0 \le \phi < \pi/4 . \tag{5.26}$$

Тогда

$$|a_+\rangle_\mu = \cos\phi\, |b_+\rangle_\mu - \sin\phi\, |b_-\rangle_\mu \tag{5.27}$$

$$|a_-\rangle_\mu = \sin\phi\, |b_+\rangle_\mu + \cos\phi\, |b_-\rangle_\mu \tag{5.28}$$

$$|a_+\rangle_\mu = \cos 2\phi\, |c_+\rangle_\mu - \sin 2\phi\, |c_-\rangle_\mu \tag{5.29}$$

$$|a_-\rangle_\mu = \sin 2\phi\, |c_+\rangle_\mu + \cos 2\phi\, |c_-\rangle_\mu . \tag{5.30}$$

Каждый вектор $|\Psi\rangle$ может быть записан в виде (5.2I), где в качестве O_1 базиса можно взять любой из базисов A_1, B_1, C_1, а в качестве O_2 базиса любой из A_2, B_2, C_2 – базисов. Итак, имеется 9 способов записи (5.2I).

Будем считать согласно ансамблевой интерпретации, что имеется Ψ – ансамбль систем с точными значениями для 6 величин A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2. Введем $f(a_i b_j c_k; a_\ell b_m c_n)$ – долю систем Ψ ансамбля, имеющих $A_1 = a_i$, $B_1 = b_j$, $C_1 = c_k$, $A_2 = a_\ell$, $B_2 = b_m$, $C_2 = c_n$; $i, j, k, \ell, m, n = \pm$.
Предположим

$$f(a_i b_j c_k; a_\ell b_m c_n) \ge 0 . \tag{5.3I}$$

Естественно потребовать для вероятностей

$$P(A_1 = a_i,\ A_2 = a_j) = \sum_{k\ell mn} f(a_i b_k c_\ell; a_j b_m c_n) \tag{5.32}$$

$$P(A_1 = a_i,\ B_2 = b_j) = \sum_{k\ell mn} f(a_i b_k c_\ell; a_m b_j c_n) \tag{5.33}$$

$$P(C_1 = c_i,\ C_2 = c_j) = \sum_{k\ell mn} f(a_k b_\ell c_i; a_m b_n c_j) \tag{5.34}$$

и аналогично для $P(B_1 = b_i, A_2 = a_j)$, $P(A_2 = a_j, C_2 = c_j)$, $P(C_1 = c_i, B_2 = b_i)$, $P(C_1 = c_i, A_2 = a_j)$.

Неизвестных функций (5.3I) имеется $2^6 = 64$, уравнений типа (5.32)-(5.34) будет $9 \cdot 4 = 36$. Однако нужно еще учесть, что все функции f должны быть неотрицательны. Покажем, что существуют $|\Psi\rangle$, для которых решений f не существует.

Рассмотрим аналог синглетного состояния составной системы двух частиц со спином $1/2$:

$$|\Psi\rangle = 2^{-1/2}\left(|a_+\rangle_1 |a_-\rangle_2 - |a_-\rangle_1 |a_+\rangle_2\right) \tag{5.35}$$

$$|\Psi\rangle = 2^{-1/2}\left(|b_+\rangle_1 |b_-\rangle_2 - |b_-\rangle_1 |b_+\rangle_2\right) \tag{5.36}$$

$$|\Psi\rangle = 2^{-1/2}\left(|c_+\rangle_1 |c_-\rangle_2 - |c_-\rangle_1 |c_+\rangle_2\right). \tag{5.37}$$

Тогда для вероятностей имеем

$$P(A_1 = a_i,\ A_2 = a_i) = 0 \tag{5.38}$$

$$P(B_1 = b_i,\ B_2 = b_i) = 0 \tag{5.39}$$

$$P(C_1 = c_i,\ C_2 = c_i) = 0 . \tag{5.40}$$

Уравнение (5.38) ведет к тому, что I6 переменных в правой части (5.32) будучи неотрицательными все обращаются в нуль, когда $i = j$. Аналогично получаем из двух уравнений (5.32), (5.33), что уже 32 из 64 f – нули и т.п. Ненулевыми будут только 8 переменных, когда все значения различны для подсистем

$$f(a_+ b_+ c_+; a_- b_- c_-) = f_1 \tag{5.4I}$$

$$f(a_+ b_+ c_-; a_- b_- c_+) = f_2 \tag{5.42}$$

$$f(a_+ b_- c_+; a_- b_+ c_-) = f_3 \tag{5.43}$$

$$f(a_+ b_- c_-; a_- b_+ c_+) = f_4 \tag{5.44}$$

$$f(a_- b_+ c_+; a_+ b_- c_-) = f_5 \tag{5.45}$$

$$f(a_- \; b_+ \; c_- ; a_+ \; b_- \; c_+) = f_6 \tag{5.46}$$

$$f(a_- \; b_- \; c_+ ; a_+ \; b_+ \; c_-) = f_7 \tag{5.47}$$

$$f(a_- \; b_- \; c_- ; a_+ \; b_+ \; c_+) = f_8 . \tag{5.48}$$

Могут ли эти 8 функций удовлетворить оставшимся ненулевым уравнениям вида (5.32)-(5.34)? Нетрудно видеть, что, вообще говоря, нет!

Действительно, напишем очевидные неравенства

$$f_3 + f_6 \geq 0 \tag{5.49}$$

$$(f_3 + f_4) + (f_2 + f_6) \geq f_2 + f_4 \tag{5.50}$$

и обозначим, учитывая нули,

$$f_3 + f_4 = P(A_1 = a_+, B_2 = b_+) \tag{5.51}$$

$$f_2 + f_6 = P(B_1 = b_+, C_2 = c_+) \tag{5.52}$$

$$f_2 + f_4 = P(A_1 = a_+, C_2 = c_+) . \tag{5.53}$$

Тогда (5.50) ведет к неравенству Белла-Д'Эспанья:

$$P(A_1 = a_+, B_2 = b_+) + P(B_1 = b_+, C_2 = c_+) \geq \geq P(A_1 = a_+, C_2 = c_+) . \tag{5.54}$$

Сосчитаем эти вероятности для состояния $|\Psi\rangle$ в (5.35), представив его в несколько другом виде

$$|\Psi\rangle = 2^{-1/2}(\sin\Phi |a_+\rangle_1 |b_+\rangle_2 + \cos\Phi |a_+\rangle_1 |b_-\rangle_2 - - \cos\Phi |a_-\rangle_1 |b_+\rangle_2 + \sin\Phi |a_-\rangle_1 |b_-\rangle_2 . \tag{5.55}$$

Тогда

$$P(A_1 = a_+, B_2 = b_+) = \tfrac{1}{2}\sin^2\phi . \tag{5.56}$$

Точно также, записав

$$|\Psi\rangle = 2^{-1/2}(\sin\Phi |b_+\rangle_1 |c_+\rangle_2 + \cos\Phi |b_+\rangle_1 |c_-\rangle_2 - - \cos\Phi |b_-\rangle_1 |c_+\rangle_2 + \sin\Phi |b_-\rangle_1 |c_-\rangle_2 , \tag{5.57}$$

получим:

$$P(B_1 = b_+, C_2 = c_+) = \tfrac{1}{2}\sin^2\phi . \tag{5.58}$$

Наконец, записав

$$|\Psi\rangle = 2^{-1/2}(\sin 2\phi |a_+\rangle_1 |c_+\rangle_2 + \cos 2\phi |a_+\rangle_1 |c_-\rangle_2 - - \cos 2\phi |a_-\rangle_1 |c_+\rangle_2 + \sin 2\phi |a_-\rangle_1 |c_-\rangle_2 , \tag{5.59}$$

получаем:

$$P(A_1 = a_+, C_2 = c_+) = \tfrac{1}{2}\sin^2 2\phi . \tag{5.60}$$

Итак, из (5.54) должно быть

$$\tfrac{1}{2}\sin^2\phi + \tfrac{1}{2}\sin^2\phi \geq \tfrac{1}{2}\sin^2 2\phi , \tag{5.61}$$

т.е.

$$\cos^2\phi \leq 1/2 \tag{5.62}$$

для $0 < \phi \leq \pi/4$, что, вообще говоря, неверно.

В качестве выхода сторонники ансамблевой интерпретации могли бы:

а) либо разрешить f быть отрицательной;

б) либо считать, что $A_1 = a_+$, если A_1 измеряется одновременно с A_2 или C_2, но $A_1 = a_-$, если A измеряется одновременно с B_2, то есть допустить нелокальное воздействие измерения B_2 на A.

§ 6. Интерпретация Эверетта-Уилера-де Витта

Особенностью этой интерпретации является то, что в отличие от копенгагенской точки зрения, где волновая функция описывает "потенциальные возможности", из которых реализуется только одна, здесь предполагается, что все, что возможно, - реализуется, но только в разных "мирах" - разных Вселенных /2/. Так, если волновая функция есть суперпозиция двух функций u_1, u_2 – собственных для некоторого оператора наблюдаемой A, так что

$$\Psi = c_1 u_1 + c_2 u_2 ,$$

то эта функция описывает ситуацию в двух мирах, в одном из которых реализуется u_1, в другом u_2. При измерении происходит расщепление миров. Здесь нет перехода возможного в действительное и, как считают авторы этой интерпретации, нет редукции волнового пакета.

Необычной (и для многих отталкивающей) особенностью этой интерпретации является то, что так как в ней все возможное действительно, то необходимо считать, что в различных мирах имеются "копии" наблюдателя, так что если в одном мире наблюдатель измеряет спин электрона "вверх" по оси z, то в другом мире его "копия" (с такими же внешними чертами и памятью) видит электрон со спином "вниз" и т.п.

"Реализм" этой интерпретации состоит в том, что здесь характеристики частицы "существуют" сами по себе в разных "мирах". Тем не менее и здесь сознание наблюдателя играет весьма принципиальную роль. Сознание (или субъективное Я) не может одновременно отождествлять себя со всеми копиями во множестве невзаимодействующих "миров", поэтому оно "случайно" выбирает какой-то один из них, называя его "реальным", а остальные "воображаемыми". Кроме того, в зависимости от того, какую из некоммутирующих наблюдаемых "захочет" измерить наблюдатель, он расщепит мир (и сам "расщепится" на копии) на разные наборы миров, в которых может себя обнаружить.

Некоторые авторы, например де Витт, считают, что наблюдатели ничем не отличаются от машины, тогда слово "захочет", по-видимому, не имеет смысла. Просто иногда Вселенная расщепляется по одному базису, иногда по другому, и это её разное расщепление наблюдатель воспринимает как то, что сначала он "захотел" измерить одну наблюдаемую, потом другую. Никакой "свободой воли" наблюдатель не обладает.

Как интерпретируется с точки зрения этой концепции эксперимент Эйнштейна-Подольского-Розена, в котором нарушаются неравенства Белла? Соответствующее рассуждение приведено в /50/.

Пусть имеется система двух частиц фотонов, приготовленная в S – состоянии Ψ – системы

$$|\psi^S\rangle = 2^{-1/2}\left(|+-\rangle + |-+\rangle\right) = |\phi_{+-}\rangle + |\phi_{-+}\rangle , \qquad (6.1)$$

так что у одной частицы проекция спина на некоторую ось есть +1, у другой она равна −1. Имеются два наблюдателя A, B, описываемые до измерения функциями $|\psi^A[\,\vdots\vdots\,]\rangle$, $|\psi^B[\,\vdots\vdots\,]\rangle$,

где верхняя строчка содержит информацию о прошлом состоянии части системы, нижняя – о состоянии другого наблюдателя. До взаимодействия (измерения) волновая функция системы и наблюдателей была:

$$|\psi^{S+A+B}\rangle = |\psi^S\rangle |\psi^A[\,\vdots\vdots\,]\rangle |\psi^B[\,\vdots\vdots\,]\rangle . \qquad (6.2)$$

Пусть измерение устроено так, что сначала наблюдение проводит A, так что возникает новая волновая функция:

$$|\psi^{S+A'+B}\rangle = \left(|\phi_{+-}\rangle |\psi^A[\,\vdots\vdots^{+1}\,]\rangle + |\phi_{-+}\rangle |\psi^A[\,\vdots\vdots^{-1}\,]\rangle\right) |\psi^B[\,\vdots\vdots\,]\rangle . \qquad (6.3)$$

Из написанной формулы видно, что хотя произошло измерение, наблюдатель B по-прежнему с одинаковой вероятностью может видеть +1, −1 – никакого "влияния" измерения A на B здесь нет, нет и редукции волнового пакета. Однако наблюдатель A уже "расщеплен" на двух, из которых один видит +1, другой – −1. После измерения S наблюдателем B мы получим

$$|\psi^{S+A'+B'}\rangle = |\phi_{+-}\rangle |\psi^A[\,\vdots\vdots^{+1}\,]\rangle |\psi^B[\,\vdots\vdots^{-1}\,]\rangle + |\phi_{-+}\rangle |\psi^A[\,\vdots\vdots^{-1}\,]\rangle |\psi^B[\,\vdots\vdots^{+1}\,]\rangle . \qquad (6.4)$$

Теперь наблюдатель B "расщепился" на два – имеются четыре наблюдателя, для которых реализованы все возможности, содержащиеся в волновой функции. Решающим моментом для всего рассуждения является момент встречи каких-то двух наблюдателей A, B. После измерения друг друга (сравнения информации о S) получится новая волновая функция

$$|\psi^{S+A''+B''}\rangle = |\phi_{+-}\rangle |\psi^A[\,\vdots\,\substack{+1\\-1}\,]\rangle |\psi^B[\,\vdots\,\substack{-1\\+1}\,]\rangle + |\phi_{-+}\rangle |\psi^A[\,\vdots\,\substack{-1\\+1}\,]\rangle |\psi^B[\,\vdots\,\substack{+1\\-1}\,]\rangle , \qquad (6.5)$$

т.е. оказывается, что если наблюдатель A измерил +1, то для него невозможно встретиться с наблюдателем (копией), который измерил не (−1). С другой стороны, наблюдатель B, измеривший +1, никогда "не встретится" с наблюдателем A, который тоже измерил +1, но встретится лишь с наблюдателем A, живущим в "другом мире", чем упомянутый ранее, измерившим −1. Сравним с парадоксом "друга Вигнера" в § 3. Прошлое при этом оказывается в отличие от обычной точки зрения не единственным. При встрече A и B выбирают свое прошлое, хотя, зная об эверетт-уилеровской интерпретации, они догадываются, что прошлое не однозначно.

Интерпретация Эверетта-Уилера-де Витта, несмотря на ее странности, в последнее время начинает привлекать внимание космологов.

Действительно, все больше данных появляется в пользу того, что Вселенная в прошлом прошла через квантовую стадию. Тогда естественно поставить вопрос о волновой функции Вселенной.

Но что такое волновая функция Вселенной? Что значит приготовление и измерение такой функции? Что значит "испытание" при вероятностной интерпретации этой функции? Наконец, можно ли наблюдателя (хотя при фоннеймановской интерпретации, по-видимому, можно) считать существующим "вне" Вселенной? Этот вопрос особенно актуален для закрытой Вселенной, у которой нет пространственного "вне".

ЭУВ-интерпретация дает свой ответ на эти вопросы. Вместо вероятности нужно говорить о частоте реально существующих миров с определенным свойством.

Само существование разных миров естественно связать с различием их геометрии, в частности с различием метрик. Эти миры существуют в разных классических пространствах и потому не взаимодействуют друг с другом. Существуют ли предсказания, которые могли бы отличить ЭУВ-интерпретацию от копенгагенской? По нашему мнению, существуют.

Возможное не может взаимодействовать с действительным. Реально же существующие не взаимодействующие сегодня миры могли взаимодействовать в прошлом вблизи начала Вселенной и могут взаимодействовать в будущем вблизи ее конца (в закрытой модели Фридмана). Это взаимодействие может иметь место в ситуации, когда нужно квантовать гравитацию – нелинейность в эйнштейновском лагранжиане описывает переход от одной метрики к другой. Ненулевую амплитуду вероятности перехода естественно интерпретировать как возможность взаимодействия.

Но если миры взаимодействовали, то при этом не могло быть "расщепления" – следовательно, никаких измерений, имитирующих редукцию волнового пакета. Квантовая механика была другой: все описывалось только волновой функцией, подчиняющейся некоторому уравнению (возможно, уравнению Уилера-де Витта /50/).

Расщепление миров на невзаимодействующие естественно связать с инфляцией /50/, как способом перехода к классическому пределу в квантовой гравитации, при котором выделяется не одно, а много классических решений, соответствующих многим раздувшимся Вселенным.

Каковы возражения против ЭУВ-интерпретации? Основных возражений два.

I. Понимая расщепление буквально, мы получим "размножение" частиц и наблюдателей. Такое "размножение" не совместно с сохранением электрического заряда, если речь идет о заряженной частице, и с сохранением массы. Не совместно это и с уравнением Шредингера. Выход из этой ситуации предлагается в концепции существования изначально бесконечного числа миров с одинаковой волновой функцией и одинаковыми копиями наблюдателей. При измерении миры расщепляются – размножаются, при этом заряд, масса как были бесконечными изначально, так и остаются таковыми после расщепления. Относительная частота миров, где имеется результат, соответствующий u_1, если $\Psi = c_1 u_1 + c_2 u_2$, будет $|c_1|^2$, частота миров, где реализуется u_2, будет $|c_2|^2$. При этом используется аргумент, рассмотренный нами в § I, о существовании оператора частоты на бесконечном количестве экземпляров квантовой частицы.

Однако эволюция во времени и вид уравнения Шредингера для такой бесконечной системы сторонниками этой интерпретации подробно не рассматриваются.

2. Проблема предпочтительного базиса.

В отличие от копенгагенской интерпретации, где выбор базиса определяется наблюдателем, производящим измерение соответствующей величины, в ЭУВ-интерпретации неясно, почему Вселенная предпочитает расщепляться по одному базису, но не по другому.

Например, если имеется система двух частиц со спином $1/2$ в состоянии с полным нулевым спином, то ее волновую функцию можно записать как

$$|\Psi\rangle = |u_+\rangle|v_-\rangle - |u_-\rangle|v_+\rangle ,$$

где $|u_\pm\rangle, |v_\pm\rangle$ – собственные состояния S_z. Но эту же функцию можно записать как

$$|\Psi\rangle = |u'_+\rangle|v'_-\rangle - |u'_-\rangle|v'_+\rangle ,$$

где $|u'_\pm\rangle|v'_\pm\rangle$ – собственные функции S_x. Из какого принципа исходит Вселенная, расщепляясь по одному базису, а не по другому, непонятно, и математический аппарат квантовой механики без учета роли наблюдателя такого принципа не содержит. В более сложном виде этот аргумент, использующий существование многих базисов, по которым можно разложить волновую функцию двух частиц, а тем более трех и т.д., выдвигается для системы из частицы, прибора и наблюдателя.

Квантовая система взаимодействует с прибором и наблюдателем, так что если исходное состояние система + наблюдатель описывалось факторизованной волновой функцией $\Psi = u_0 \chi_0$, то в результате эволюции по уравнению Шредингера она становится

$$\Psi' = c_1 u_1 \chi_1 + c_2 u_2 \chi_2 ,$$

где χ_1, χ_2 – состояния наблюдателей.

Основной идеей интерпретации Эверетта-Уилера-де Витта является утверждение, что состоянию u_1 соответствует состояние наблюдателя χ_1, который тогда "видит" u_1, состоянию u_2 – состояние χ_2, который "видит" u_2. И если предположить, что Вселенная при измерении "расщепляется" на множество миров, в которых есть много (например, два) наблюдателей, то один наблюдатель оказывается в одном мире, а другой в другом. Не замечающий своего расщепления наблюдатель "видит" превращение исходной функции u_0 в u_1, как бы не описываемой уравнением Шредингера, так как он не знает о своей копии в другом мире. Возражений I и 2 можно избежать, сохранив, однако, существование различных миров в квантовологической интерпретации. Разные миры можно понимать как разные состояния объекта с определенной массой и зарядом, так что "размножения" частиц не происходит, происходит только размножение состояний частицы. Вместо множества копий наблюдателя можно говорить о множестве психических состояний одного и того же наблюдателя, из которых он сознает только одно, что связано с различием логики сознания и логики мира и подсознания.

Наконец, иногда приводят третье возражение против интерпретации Эверетта-Уилера-де Витта, основанное на возможности существования различных "вероятностей" в этой интерпретации. В качестве примера рассмотрим опыт Штерна-Герлаха, в котором пучок частиц расщепляется на два, соответствующих значению проекции спина $S^1_z = \frac{1}{2}$ или $S^1_z = -\frac{1}{2}$. Пусть волновая функция частиц исходного пучка была такой, что вероятность $S^1_z = \frac{1}{2}$ равна $\frac{1}{3}$. Но если происходит расщепление мира на два, то один мир ничем заранее не лучше и не хуже другого. Казалось бы, естественно приписать каждому миру одну и ту же вероятность $\frac{1}{2}$, что противоречит квантовой механике. Попытка согласовать различные вероятности предпринята в /51/.

§ 7. Квантовологическая интерпретация

В настоящее время в квантовой теории появилось некоторое направление, получившее название "квантовая логика". В реферативных журналах имеется специальный раздел, ей посвященный.

Однако отношение к этому направлению в широких кругах физиков неоднозначное. Связано это в значительной степени с двусмысленностью самого термина. В одних работах "квантовую логику" понимают не как новую логику, а несколько более аксиоматизированное изложение

математического аппарата квантовой механики в терминах недистрибутивных решеток. В других же работах делаются попытки более радикального подхода, в котором квантовая логика – действительно другая логика. Наиболее известным представителем этой точки зрения является Д.Финкельстайн.

Сам термин "логика" был введен Биркгофом и фон Нейманом в их работе /52/, положившей начало всему обсуждаемому направлению. Так как радикальный подход явно более интересен для физиков, то мы и изложим именно его.

Является ли логика физических явлений окружающего мира единственной или различные физические явления следуют различной логике, так что логика, применимая для одной области, оказывается неприменимой для другой, как это оказалось в геометрии, где, следуя идее Лобачевского, для различных физических ситуаций нужно применять различные неевклидовы геометрии? Короче, не является ли логика, как и геометрия, наукой экспериментальной?

В самом деле, определим, следуя Финкельстайну, логические операции "и" (обозначение $\wedge$), "или" (обозначение $\vee$) как такие, что для свойств A, B, измеряемых экспериментально, свойство $C = A \wedge B$ имеется всякий раз, когда есть A и когда есть B; $D = A \vee B$ – это свойство такое, что если оно измеряется, то при этом есть A или в другом эксперименте при D есть B. Тогда можно задать следующий вопрос: обязательно ли экспериментально определенные "и", "или" будут удовлетворять обычным правилам логики, сформулированной еще Аристотелем? Например, в обычной логике верно правило: имеется A или B. Обнаружено не B, значит, верно A. Откажемся от этого правила – получим новую логику. Или рассмотрим правило дистрибутивности. Так, по обычной логике утверждение (человек A был убит) $\wedge$ (это сделал человек B) $\vee$ (это сделал человек C) эквивалентно высказыванию (A – убит) $\wedge$ (C – убийца) $\vee$ $\vee$ (A – убит) $\wedge$ (B – убийца).

Откажемся от дистрибутивности – получим новую логику.

Согласно квантовой логике "и", "или" для микрообъектов не подчиняются законам обычной логики и квантовая механика есть реализация другой логики, в которой вышеуказанные два свойства не имеют места. Во избежание недоразумений сразу отметим, что квантовая логика, о которой пойдет речь, не совпадает с трехзначной логикой Вейцзекера /53/, в которой нет закона исключенного третьего. В квантовой логике этот закон выполнен.

Если открытие квантовой механики есть не только открытие микромира, но и открытие новой логики, то тогда возможны и другие реализации этой логики, отличные от микромира, в которые не входит постоянная Планка, аналогично неэвклидовой геометрии Лобачевского, реализуемой в пространстве скоростей специальной теории относительности и в открытой модели Вселенной Фридмана.

Сначала мы, однако, рассмотрим лишь свойства микрочастиц в связи с квантовой логикой. Пусть имеется частица – фотон, у которой измеряются проекции спина на оси X и У. Тогда свойство $S_x = I \vee S_y = -I$, экспериментально проявившееся в том, что один раз $S_x = I$, другой раз у той же частицы $S_y = -I$, не означает, что если в третий раз измерить S_x, то он обязательно окажется равным I (возможно, $S_x = -I$). Отсутствие одновременно определенных значений S_x и S_y у фотона согласно квантовой логике означает, что $(S_x = I) \wedge (S_y = I \vee S_y = -I)$ – истинное высказывание, но $(S_x = I \wedge S_y = I) \vee (S_x = I \wedge S_y = -I)$ – ложное высказывание.

Укажем на отличие квантовой логики от копенгагенской интерпретации. Согласно этой интерпретации, если при измерении оказалось $S_x = I$ и волновая функция частицы стала собственной для оператора $\hat{S}_x$, то при этом характеристика S_y просто не существует. По принципу относительности к средствам измерения Фока /47/, относительно одного прибора существует S_x относительно другого S_y, одновременно же они не существуют.

В квантовой же логике полагается, что "существуют" S_x и S_y, только "и", "или" будут удовлетворять новым правилам.

В известном двухщелевом эксперименте с точки зрения квантовой логики нужно говорить, что частица с определенным импульсом обладает координатой, которая есть "X_I или X_2", что не то же самое, что "или X_I, или X_2". Здесь "или" становится похожим на "и". Этому соответствует употребляемая иногда терминология "электрон с определенным импульсом, оставаясь точечной частицей, проходит одновременно через две щели".

Для математического исследования логик высказываний удобно использовать алгебраические методы, а именно: каждой логике соответствует некоторая алгебраическая система, которая называется решеткой или структурой. При этом решетки, соответствующие классическим логическим системам, называются булевыми, а решетки, соответствующие квантовой логике, называются небулевыми. Дадим точные определения.

Решеткой называется множество с двумя бинарными операциями $\wedge$ и $\vee$, заданными на всем множестве и обладающими свойствами:

I) Ассоциативность: $(a \wedge в) \wedge c = a \wedge (в \wedge c)$
$(a \vee в) \vee c = a \vee (в \vee c)$

2) Коммутативность: $a \wedge в = в \wedge a$
$a \vee в = в \vee a$

3) Закон поглощения: $a \wedge (в \vee a) = a$
$a \vee (в \wedge a) = a$

4) Обычно в определение решетки включается еще и существование нуля и единицы $a \vee 0 = a$ $\quad a \wedge 0 = 0$
$a \vee I = I$ $\quad a \wedge I = a$

5) Существование операции дополнения. Понятию отрицания в логике соответствует понятие дополнения в решетке. Дополнение – это такая операция, обозначаемая штрихом, в решетке L, которая обладает следующими свойствами. (Решетка предполагается с 0 и I):

I) $a'' = a$ $\qquad$ 5) $(a \vee в)' = a' \wedge в'$
2) $a \wedge a' = 0$ $\qquad$ 6) $I' = 0$
3) $(a \wedge в)' = a' \vee в'$ $\qquad$ 7) $0' = I$
4) $a \vee a' = I$

Решетка свойств квантовой системы обычно рассматривается как ортопосет – частично упорядоченное множество с ортодополнениями. Частичный порядок на решетке вводится так:

$a \leqslant в \Leftrightarrow a \wedge в = a.$

Кроме того, решетки, соответствующие квантовым логикам, удовлетворяют принципу атомарности: атом решетки – это такой элемент $a \neq 0$, что не существует элемента $в \neq 0$ такого, что $0 < в \leqslant a$.

6) Решетка называется атомарной, если любой ее ненулевой элемент a либо сам является атомом, либо существует такой атом в, что $0 \leqslant в \leqslant a$.

В категории решеток выделяются так называемые эквациональные классы, т.е. совокупности решеток, удовлетворяющих некоторым заданным тождествам. Например, эквациональный класс дистрибутивных решеток задается тождествами:

$a \wedge (в \vee c) = (a \wedge в) \vee (a \wedge c)$
$a \vee (в \wedge c) = (a \vee в) \wedge (a \vee c)$.

7) Решетка называется модулярной, если выполнено следующее свойство: $a \geqslant c$ влечет $a \wedge (в \vee c) = (a \wedge в) \vee c$.

Теперь мы можем ввести понятие квантовой логики. В общем случае решетка, соответствующая квантовой логике, не модулярна /54/. В дальнейшем мы будем рассматривать лишь конечномерные квантовые системы, поэтому будем полагать, что квантовая логика – это полная атомарная модулярная решетка с дополнениями (полная – означает существование точной верхней и нижней грани у любого подмножества).

Подавляющее большинство работ по квантовой логике /54/ посвящено установлению изоморфизма между этим определением и обычно рассматриваемыми в физике конструкциями (фазовое пространство, пространство состояний) при различных допущениях.

Ортогональность определяется через понятие дополнения:

$a \perp b \Leftrightarrow a \leqslant b'$.

Далее доказывается/55/ следующее утверждение: для любой квантовой логики L существует гильбертово пространство H и такое отображение $\rho: L \to L(H)$, где $L(H)$ – совокупность подпространств пространства H:

а) $a \perp b \Rightarrow \rho(a) = [\rho(b)]'$;

б) $\rho(a \vee b) = \mathcal{L}(\rho(a), \rho(b))$, где $\mathcal{L}$ – линейная оболочка;

в) $\rho(a \wedge b) = \rho(a) \cap \rho(b)$.

Каждому да-нет эксперименту в данной модели соответствует некоторое подпространство H, а значит, и однозначно определен проектор на это подпространство.

Вообще содержание обычной работы по квантовой логике таково: дается несколько более общее определение квантовой логики и доказывается однозначность соответствия этой логики некоторой алгебре наблюдаемых; при этом, однако, следует отметить, что, переходя к операторам в гильбертовом пространстве, мы заменяем первоначальные логические операции "и", "или" на алгебраические, так что далее можно применять обычную булеву логику. Недистрибутивность исходной решетки находит свое выражение в некоммутативности соответствующих операторов наблюдаемых. Имеется теорема/55/, утверждающая, что дистрибутивной подрешетке общей недистрибутивной решетки соответствует набор коммутирующих операторов (ортогональных проекторов). Вся же решетка изоморфна совокупности всех проекторов (коммутирующих и некоммутирующих между собой) в гильбертовом пространстве.

Для того, чтобы объяснить свойства квантовой логики, приведем следующий рисунок

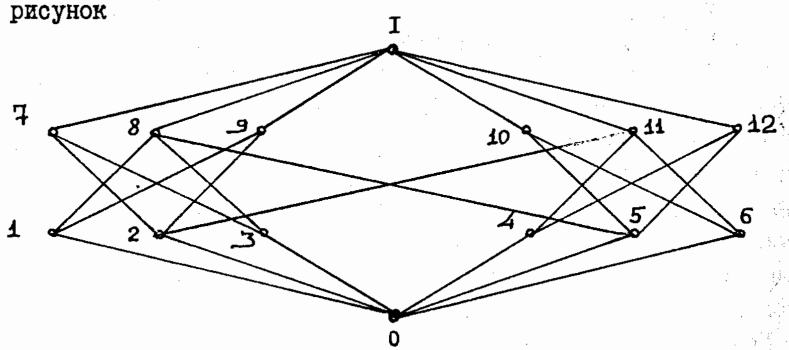


Рис. 6

Здесь 1, 2, 3, 4, 5, 6 – какие-то независимые, не совместные друг с другом свойства системы, информация о которых получается с помощью соответствующих приборов. Так, например, если система обладает свойством 1, то зажигается лампочка 1, остальные же не зажигаются. Если установлено 2, то зажигается 2, остальные не зажигаются и т.п.. Это обстоятельство мы запишем как $1 \wedge 2 = 1 \wedge 3 = 1 \wedge 4 = 1 \wedge 5 = 1 \wedge 6 = 2 \wedge 3 = \ldots = 5 \wedge 6 = 0$, что значит, что одновременно они не зажигаются: I и 2 – невозможное событие (нулевое).

Событие – зажглась лампочка 7 – назовем событием 2 или 3, т.е. $(2 \vee 3)$, так как если понимать линии на рисунке как связи, идущие снизу вверх, то лампочка 7 зажигается всякий раз, когда зажигается 2, и всякий раз, когда зажигается 3. С другой стороны, событие – зажглось 3 – можно понимать как $7 \wedge 8$, так как если зажглась 3, то зажглись лампочки 7 и 8. Наконец, лампочка I зажигается, когда зажигается любая лампочка 1 – I2.

Имея совокупность приборов, изучая систему, свойства которой заранее не известны, мы можем обнаружить, что связи "и", "или" для системы описываются приведенным рисунком (в частности, никогда не загорается лампочка, которую можно было бы назвать (4 или 5), отличная от I2 и т.д.).

Для изображенной на рисунке решетки (а она изображает систему со спином I, у которой интересуются проекциями спина на две оси) не выполнено правило дистрибутивности:

$1 \wedge (3 \vee 4) = 1 \wedge I = 1 \neq (1 \wedge 3) \vee (1 \wedge 4) = 0 \wedge 0 = 0$.

Для событий 1 – I2 нельзя определить понятие вероятности, так как из-за недистрибутивности, если мы определили вероятность какого-либо из событий 1 – 6 как $\frac{1}{6}$, то вероятность $3 \vee 4$ будет не $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, а 1, т.к. это вероятность того, что загорится лампочка I. Однако можно определить амплитуду вероятности, позволяющую находить условные вероятности. Аппарат квантовой механики как аппарат гильбертова пространства и операторов в нем понимается при этом как реализация структуры квантовологической решетки.

Избавиться полностью от наблюдателя в этой интерпретации не удается. Редукция волнового пакета есть следствие различия между нечеловеческой недистрибутивной логикой внешнего мира и человеческой дистрибутивной логикой наблюдателя, интерпретирующего то, что он видит с помощью приборов.

Элементам решетки, для которых нарушена дистрибутивность, в квантовой логике соответствуют некоммутирующие операторы. Согласно квантовой логике правильно утверждение, что объект обладает проекцией спина на ось X, равной +I, и проекциями на ось У, равными +I или 0, или -I.

Неверно, однако, утверждение, что при этом объект обладает проекциями спина на оси X и У, равными I и I, или I и -I, или I и 0.

Булев ум наблюдателя, однако, в соответствии со своей логикой придумывает некоторый параметр – им оказывается время – так, что если система "была" в состоянии I, то в другой ("будущий") момент может быть 3, либо 4

$$I \wedge (3 \vee 4) = (I \wedge 3) \vee (I \wedge 4),$$

где в правой части 3, 4 – "после" I.

Прибору при этом соответствует некоторая булева недистрибутивная решетка, с помощью которой судят о недистрибутивной решетке системы.

Недистрибутивность ведет к отсутствию обычной вероятностной меры. Квантовая механика поэтому не может быть понята на языке теории вероятности /56/.

§ 8. Примеры макроскопических систем, подчиняющихся квантовой логике

Д.Финкельстайном /58/ было установлено соответствие между квантовологическими решетками и графами. Например, недистрибутивной решетке, описывающей частицу со спином $\frac{I}{2}$, у которой измеряют две проекции спина S_z и S_x, сопоставляется граф с четырьмя вершинами:

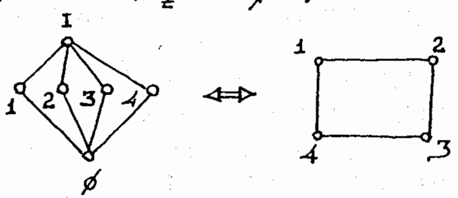


Рис. 7

В наших работах /57,59/ был сформулирован общий алгоритм построения по решеткам графов и наоборот, а также дана интерпретация графов в терминах макроскопических систем, описываемых квантовой логикой. Общее правило построения графа по решетке следующее: нужно каждому атому решетки сопоставить вершину графа и соединить линиями неортогональные друг к другу атомы (напомним, что $a \perp b \Leftrightarrow a \leqslant b'$). Например, для решетки частицы со спином I с проекциями S_x, S_z соответствующий граф состоит из шести вершин. Каждой вершине сопоставляется проектор на некоторое собственное состояние, и дуги соединяют вершины, отвечающие неортогональным состояниям.

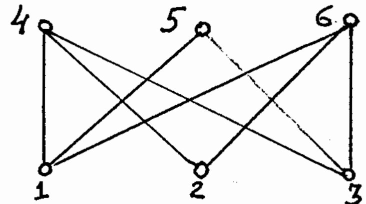


Рис.8

Прежде чем сформулировать общее правило построения по графу решетки, на простом примере приведенного в начале параграфа графа с четырьмя вершинами рассмотрим, какую систему он описывает и как для этой системы может возникнуть квантовая логика. Пусть вершины графа I, 2, 3, 4 – состояния некоторой системы (например, экономической системы – предприятия, колхоза и т.п.) и предположим, что некоторый наблюдатель хочет определить, в каком состоянии находится система, задавая ей вопросы. Система обладает следующим свойством: она может ответить "да" на вопрос: "Находится ли она в 2?" – не только если она в 2, но если она в 1 или 3. Она может изменить свое состояние одним шагом, реагируя на заданный вопрос, если и только если соответствующие состояния связаны дугой графа. Предположим, однако, что наблюдатель столь разумен, что догадывается об этом свойстве изучаемой системы,- тогда он будет пользоваться "отрицательной логикой". Он скажет: "Система в 2", если на вопрос: "Находится ли она в 4 ?" он получит отрицательный ответ. Тем самым по отрицательным ответам на дополнительные вопросы наблюдатель может узнать о настоящих состояниях таких систем. Но тогда можно видеть, что нет вопросов, отрицательный ответ на которые соответствует состоянию "1 или 2", "2 или 3" и т.д. Это значит, что в нашей "отрицательной логике" "1 или 2" совпадает с I – "любым состоянием". Нельзя обнаружить разницу между дизъюнкциями $I \vee 2$, $2 \vee 3$, $3 \vee 4$, $1 \vee 4$ и I. Именно в этом причина недистрибутивности. $1 \vee 2$ верно, если 1 верно, $1 \vee 2$ верно, если 2 верно, но и не только в этом случае: $1 \vee 2$ может быть верно, когда как 1, так и 2 ложны.

Общее правило построения по графу решетки, которая может оказаться недистрибутивной, следующее.

I. В основании поместим пустое множество.

2. Построим первый этаж решетки из звезд вершин графа. Звезда $[i]$ вершины i – это множество вершин, связанных с i, включая вершину i.

3. Строятся теоретико-множественные объединения звезд.

4. Переворачиваем полученную решетку и заменяем каждый элемент его теоретико-множественным дополнением.

Полученная решетка и есть решетка, соответствующая графу.
Так, например, для графа с шестью вершинами на с.75.

I. В основании – $\emptyset$.

2. Первый этаж: $[1]=1456$, $[2]=246$, $[3]=3456$, $[4]=1234$, $[5]=135$, $[6]=1236$.

3. $[1]\cup[2]=12456$, $[1]\cup[3]=13456$, $[1]\cup[4]=123456$, $[1]\cup[5]=123456$, $[1]\cup[6]=123456$, $[2]\cup[3]=23456$, $[2]\cup[4]=[2]\cup[5]=[2]\cup[6]=123456$, $[3]\cup[4]=[3]\cup[5]=[3]\cup[6]=123456$, $[4]\cup[5]=12345$, $[4]\cup[6]=12346$, $[5]\cup[6]=12356$

Объединения, полученные в первом этаже множеств, дают все множество вершин I 2 3 4 5 6. Получаем решетку объединений.

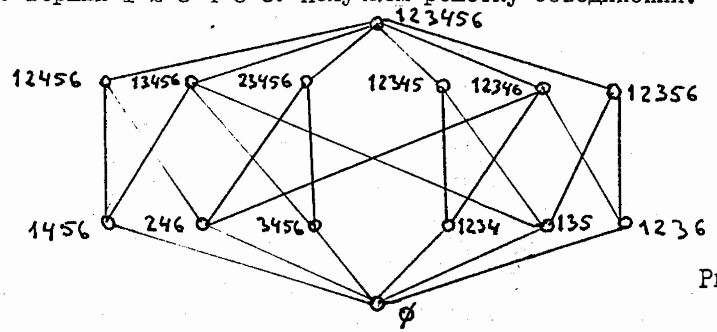


Рис.9

Теперь переворачиваем полученную решетку и заменяем ее элементы на теоретико-множественные дополнения. Получим

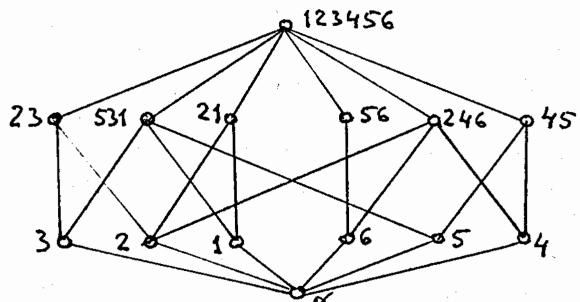


Рис.I0

Итак, мы видим, что определенным графам соответствуют недистрибутивные решетки. Имея ансамбль систем, описываемых каким-либо таким графом, находящихся в неизвестных состояниях, наблюдатель, применяющий "отрицательную логику" для определения этих состояний, будет пользоваться формализмом квантовой механики, а не аппаратом обычной теории вероятности. В частности, возможна ситуация, когда справедливы соотношения неопределенностей Гейзенберга для проекций спина.

Рассмотрим граф

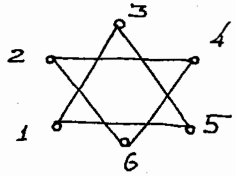


Рис. 11

Ему соответствует недистрибутивная решетка

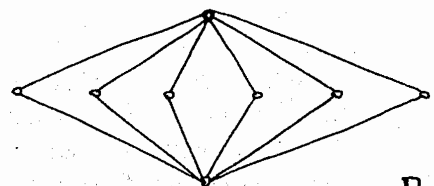


Рис. 12

Установим правило: вершинам (атомам решетки) соответствуют вопросы типа: $1: S_x = \frac{I}{2}$?, $2: S_y = \frac{I}{2}$?, $3: S_z = \frac{I}{2}$?, $4: S_x = -\frac{I}{2}$? $5: S_y = -\frac{I}{2}$?, $6: S_z = -\frac{I}{2}$?.

В квантовой механике этим вопросам соответствуют проекторы в двумерном гильбертовом пространстве: P_α ($\alpha = I,2,3,4,5,6$). Волновой функции $\Psi \in C^2$ сопоставим множество весов $\{a_\alpha\}$, где $a_\alpha = |P_\alpha \Psi|^2$. Легко получить для этих весов соотношения:

$$a_I + a_4 = a_2 + a_5 = a_3 + a_6 = I$$

$$\sum_{\alpha=1}^{6} a_\alpha^2 = 2 .$$

Эти соотношения показывают, что для ансамбля систем с соответствующим графом нельзя получить частоты событий, удовлетворяющие правилам обычной теории вероятности.

Введем наблюдаемые на графе. Для этого эрмитовой матрице в C^2

$$A = \begin{pmatrix} a & b + ci \\ b - ci & d \end{pmatrix},$$

где a, в, c, d – вещественные числа, сопоставим

$$A_\alpha = \mathrm{Tr}(P_\alpha A), \quad \alpha = 1, \ldots, 6 \text{ , так что}$$

$$2A_1 = \mathrm{Tr}(P_1 A) = a + 2b + d, \quad A_3 = a, \quad 2A_5 = a + 2c + d$$

$$2A_2 = a - 2c + d, \quad 2A_4 = a - 2b + d, \quad A_6 = d.$$

Тогда математическому ожиданию $EA = \langle\Psi|A|\Psi\rangle$ на графе соответствует $E_\Psi A = \sum_{\alpha=1}^{6} A_\alpha a_\alpha - \bar{A}$, где $\bar{A} = \mathrm{Tr} A = A_1 + A_4 = A_2 + A_5 = A_3 + A_6$.
Набор шести чисел A_α задает наблюдаемую. Например, $A = S_x$ соответствует $A_1 = \frac{I}{2}$, $A_4 = -\frac{I}{2}$, остальные $A_\alpha = 0$, если $B = S_y$, то $B_2 = \frac{I}{2}$,

$B_5 = -\frac{1}{2}$, остальные $B_\alpha = 0$. Тогда для произвольного состояния ψ, определяемого шестью весами a_α для дисперсий A, B, получим соотношение неопределенностей Гейзенберга без постоянной Планка

$$D_\psi A D_\psi B \geq \frac{1}{4}(E_\psi S_z)^2,$$

эквивалентное соотношению $a_1 a_4 a_2 a_5 \geq \frac{1}{16}(a_3 - a_6)^2$.

§ 9. Квантовологическое описание системы двух частиц. Нарушение неравенств Белла

В связи с квантовологической интерпретацией, согласно которой квантовые объекты "существуют", но логика, к ним применимая, недистрибутивна, Яухом/44/ было высказано сомнение: не приведет ли эта точка зрения к справедливости неравенств Белла. Действительно, пусть имеются две частицы. Одна частица описывается одной квантовологической решеткой, другая – другой. Но если каждая частица "есть", то при образовании системы частиц они продолжают "существовать" и внутри системы. В квантовой же теории имеются ситуации, когда существует система частиц, описываемая симметризованной волновой функцией, но про отдельную частицу сказать ничего нельзя. Именно в этом случае нарушаются неравенства Белла.

Здесь мы дадим ответ на вопрос Яуха. Дело в том, что при построении решетки системы частиц нужно добавить в решетку элементы, соответствующие вопросам, которым сопоставляется оператор перестановки: является ли состояние системы симметричным или антисимметричным. Оператор перестановки не коммутирует с локальными операторами, что приводит к небулевости решетки даже в простейшем случае, когда у системы двух частиц измеряется только проекция спина $S_z^{(1)}$ для частицы I и $S_z^{(2)}$ для частицы 2. Поэтому с точки зрения квантовой логики "существуют целое и части", но это существование недистрибутивное. Недистрибутивность ведет к тому, что это "существование" не есть существование в пространстве-времени Минковского, так как множество событий удовлетворяет дистрибутивности. Роль наблюдателя состоит в том, что он недистрибутивную структуру "булеизирует", так как его логика булева, дистрибутивна – при этом возникают события. В качестве примера системы двух частиц рассмотрим две частицы со спином $\frac{1}{2}$, соответствующее построение было сделано Р.Р.Запатриным/60/, которое здесь будет изложено.

Теперь рассмотрим систему из двух объектов, каждый из которых моделируется графом G. Тогда любой элементарный вопрос к системе можно представить как пару вопросов ik, где i – вопрос к первому объекту, а k – ко второму. В терминах квантовой механики

вопросу ik будет соответствовать вектор в тензорном произведении пространств состояний:

$$\langle ik| = \langle i| \otimes \langle k| .$$

Пусть H – граф, моделирующий систему. Выясним структуру этого графа. Согласно общему принципу, сформулированному в § 8, вершины ik и $i'k'$ соединены дугой тогда и только тогда, когда соответствующие вектора будут не ортогональны. Значит, ik соединяется с $i'k'$ тогда и только тогда, когда

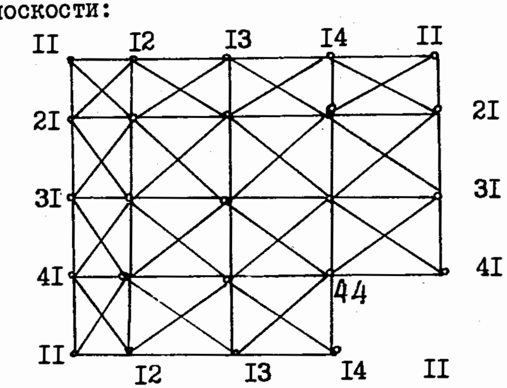
$$\langle ik | i'k' \rangle \neq 0 .$$

А это возможно только тогда, когда $\langle i|i' \rangle \neq 0$ и $\langle k|k' \rangle \neq 0$, что, в свою очередь, означает, что вершины i, i' соединены дугой в графе первого объекта, а k, k' соединены дугой в графе второго объекта.

Итак, рецепт построения графа H следующий. Пусть G_1 и G_2 – графы, моделирующие первый и второй объект системы. Тогда множество $V(H)$ вершин графа H будет произведением множеств $V(G_1)$ и $V(G_2)$ вершин графов G_1 и G_2:

$$V(H) = V(G_1) \times V(G_2).$$

Множество дуг $E(H)$ графа H будет также произведением множеств дуг соответствующих графов. Для рассматриваемой системы двух частиц со спином $\frac{1}{2}$ граф H будет $4 \times 4 = 16$ вершин. Удобно изобразить развертку на плоскости:

$H =$ 

Обозначенные одинаковыми индексами вершины совпадают.

По общему правилу, сформулированному ранее, строится решетка системы двух частиц. Эта решетка выглядит следующим образом: если двигаться сверху вниз, то после I на верхнем этаже 16 элементов. Следующий (вниз) этаж содержит 72 элемента. Затем этаж атомов решетки (их I6) и, наконец, в самом низу $\emptyset$. Важным моментом является введение нелокальных вопросов (оператор перестановки) в решетку и граф.

Оператор перестановки имеет два собственных значения +I и -I. Значению -I соответствует собственный вектор $\langle q_-|$ в H :

$$\langle q_-| = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_{12} - e_{21}),$$

а значению +I - его ортогональное дополнение.

Введем новый элемент в граф G , соответствующий вопросу :"Частицы антиперестановочны?". Соединим его с остальными вершинами графа по тому же правилу: если соответствующие подпространства ортогональны, то не соединяем их дугой, в противном случае - соединяем.

Вычисляя скалярные произведения $\langle q_-|ik\rangle$, получаем, что $\langle q_-|$ ортогонален только вершинам II, 22, 33, 44. Поэтому вершина $\langle q_-|$ должна быть соединена дугами со всеми вершинами графа G , кроме этих.

Вопросу $\langle q_+|$ соответствует проектор на подпространство, ортогональное к $\langle q_-|$. Вычисления показывают, что для всех $\langle ik|$ $\langle q_+|ik\rangle \neq 0$, поэтому вершину, соответствующую $\langle q_+|$, надо будет соединить со всеми вершинами графа, кроме $\langle q_-|$.

Итак, новый граф, назовем его H , будет иметь следующий вид:

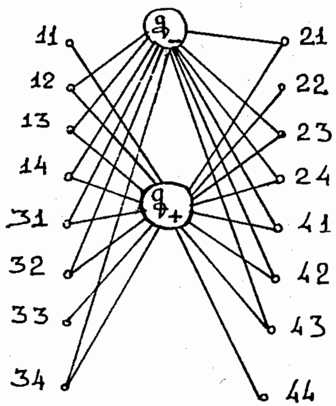


Рис. 13

Попробуем построить решетку, соответствующую графу H . Наибольший элемент I - это по-прежнему множество всех вершин $V(H)$, на этот раз I8-элементное.

Верхний этаж будет состоять из I8 элементов. Если $(ik) \neq$ II, 22, 33, 44, то элементы $(ik)^\perp \in L(H)$ останутся такими же, вида $/i'*, *k'/$, $i - i' = 2 \pmod 4$; $k - k' = 2 \pmod 4$. Если $i = k$, то $(ii)^\perp = /i'*, *i', q_-/$. Кроме того, $(q_-)^\perp = /$II, 22, 33, 44, $q_+/$, $(q_+)^\perp = (q_-)$.

Отсюда видно, что вопрос (q_+) не является атомарным, так как $(q_+)^{\perp\perp} = /$ II, 22, 33, 44, $q_+/ \neq (q_+)$. Поэтому в решетке $L(H)$ по сравнению с решеткой $L(G)$ будет всего 2 новых элемента: атом (q_-) и элемент (q_+).

$$(q_+) = /\, q_+, \text{II, 22, 33, 44}\, /$$

Эти элементы соединены со следующими элементами решетки.

Из (q_+) идут вниз линии к элементам /II, 22/, /II, 33/, /II, 44/, /22, 44/, /33, 44/

Двойственно, из (q_-) , который является атомом, идут линии вверх к элементам: /34, 43/, /3I, I3/, /32, 23/, /I4, 4I/, /24, 42/, /I2, 2I/.

Решетка $L(H)$ полностью описана.

Состояние двухчастичной системы будет описываться набором весов $\{d_{pq}\}$. Если состояние факторизуемо, то d_{pq} можно представить как произведение весов:

$$d_{pq} = f_p\, g_q\ .$$

Вероятность получения положительного ответа на вопрос, соответствующий состоянию $\{c^{ik}\}$, можно также вычислить.
Матрица T^{pq}_{ik} определяется аналогичным образом:

$$T^{pq}_{ik} = \begin{cases} I\ , & \text{если } i = k \text{ и } p = q \\ 0\ , & \text{если } (ik) \perp (pq) \\ -\dfrac{I}{4} & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

или, что то же самое:

$$T^{pq}_{ik} = \frac{5}{4}\,\delta^{pq}_{ik} - \frac{1}{4}\,H^{pq}_{ik}\ ,$$

где H^{pq}_{ik} - матрица смежности графа H , равная тензорному произведению матриц смежности графов G :

$$H^{pq}_{ik} = G^p_i\, G^q_k\ .$$

Нас будут в дальнейшем интересовать вероятности положительных ответов на вопросы, соответствующие факторизованным состояниям. В этом случае формула вероятности будет иметь вид:

$$P_{ab,d} = a^i b^k T_{ik}^{pq} d_{pq} + \frac{5}{4} . \qquad (9.1)$$

Значение константы К = $\frac{5}{4}$ также получено из условия $P_{ab,ab}$ = I.

Для исследования неравенств Белла нас будет интересовать антисимметризованное состояние системы. Значение весов d_{pq} этого состояния получим из квантовомеханических формул:

$$d_{pq} = |\langle pq|\psi\rangle|^2 ,$$

где $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\binom{1}{0}\otimes\binom{0}{1} - \binom{0}{1}\otimes\binom{1}{0}\right] = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ – интересующий нас вектор в пространстве системы $\mathbb{C}^2\otimes\mathbb{C}^2$. Непосредственный расчет дает следующий вид матрицы d_{pq} :

$$d_{pq} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{I}{4} & \frac{I}{2} & \frac{I}{4} \\ \frac{I}{4} & 0 & \frac{I}{4} & \frac{I}{2} \\ \frac{I}{2} & \frac{I}{4} & 0 & \frac{I}{4} \\ \frac{I}{4} & \frac{I}{2} & \frac{I}{4} & 0 \end{pmatrix} . \qquad (9.2)$$

Подстановка выражения (9.2) для d_{pq} в формулу (9.1) дает:

$$P_{ab,d} = \frac{1}{2} - \frac{\langle a,b\rangle_T}{2} , \qquad (9.3)$$

где $\langle a,b\rangle_T$ вычисляется с помощью формулы (9.1).

Покажем как нарушаются для нашей системы неравенства Белла.

Пусть X , Y , Z – некоторые элементарные вопросы, которые мы можем задавать объекту, характеризуемому графом G . Обозначим через $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ отрицания этих вопросов. Рассмотрим систему из двух одинаковых объектов, устроенную следующим образом: если задать любой из вопросов X , Y , Z первому и второму объекту, то мы всегда получим один положительный и один отрицательный ответ. Таким образом, задавая, например, вопрос X первому объекту и вопрос Z второму объекту и получив какие-либо ответы, мы можем говорить о наличии (или отсутствии) обоих свойств X , Z у каждого из объектов. В этой ситуации должны выполняться неравенства Белла:

$$P(X_1 Y_1) + P(X_1 Z_1) \geq P(Y_1 Z_1)$$

или, что эквивалентно:

$$P(X_1 \bar{Y}_2) + P(X_1 \bar{Z}_2) \geq P(Y_1 \bar{Z}_2) , \qquad (9.4)$$

где, например, $P(X_1\bar{Y}_2)$ означает вероятность получения в данном состоянии положительного ответа на вопрос X , заданный первому объекту, и отрицательного ответа на вопрос Y , заданный второму объекту.

Конкретизируем ситуацию. Пусть вопрос X означает: "Проекция S_x = +I?", вопрос Y – "Проекция S_α = +I?", где S_α – проекция спина на ось, проходящую под углом α к оси Z в плоскости XZ, и вопрос Z означает: "Проекция S_z = +I?". Тогда этим вопросам соответствуют следующие наборы весов на графе G :

$$X:\quad x_1 = \frac{I}{2} , \quad x_2 = I , \quad x_3 = \frac{I}{2} , \quad x_4 = 0$$

$$Y:\quad y_1 = \frac{I}{2}(I + \sin\alpha) , \quad y_2 = \frac{I}{2}(I + \cos\alpha)$$

$$y_3 = \frac{I}{2}(I - \sin\alpha) , \quad y_4 = \frac{I}{2}(I - \cos\alpha)$$

$$Z:\quad z_1 = I , \quad z_2 = I , \quad z_3 = \frac{I}{2} , \quad z_4 = \frac{I}{2} .$$

Все значения весов получены по формуле (9.1).

Для вопросов $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ имеем $\bar{y}_i$ = I – y_i ; $\bar{z}_i$ = I – z_i .

Пусть теперь система приготовлена в исходном состоянии d_{pq} (9.2). Тогда вероятности в формуле (9.4) будут иметь следующие значения:

$$P(X_1\bar{Y}_2) = \frac{1}{2} - \frac{\langle XY\rangle_T}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$$

$$P(\bar{X}_1\bar{Z}_2) = \frac{1}{2} ; \quad P(Y_1\bar{Z}_2) = \frac{1+\sin\alpha}{2} .$$

Подставляя эти вероятности в (9.4), получим:

$$1 - \cos\alpha \geq \sin\alpha . \qquad (9.5)$$

Очевидно, это неравенство не всегда выполнено, например, для $\alpha = \pi/4$.

Итак, в рассмотренной ситуации неравенства Белла могут нарушаться.

Заключение

Теперь мы готовы окончательно сформулировать нашу точку зрения на квантовую реальность.

Нарушение неравенств Белла, трудности теории скрытых параметров и интерпретации Эверетта-Уилера-де Витта убедительно свидетельствуют в пользу копенгагенской интерпретации квантовой теории. Реалистическим вариантом копенгагенской интерпретации нам представляется квантовологическая интерпретация. Согласно этой интерпретации квантовые объекты существуют "сами по себе", макрообъекты составлены из квантовых объектов.

Квантовый объект отождествляется с недистрибутивной решеткой. Макроскопический объект - это тоже некоторая достаточно сложная недистрибутивная решетка. Более того, можно сказать, что сама Вселенная есть большая квантовологическая недистрибутивная решетка.

Однако квантовая логика - это не человеческая логика, это не есть логика сознания. Мир, подчиняющийся квантовой логике, не есть мир событий в пространстве Минковского, так как множество событий имеет дистрибутивную структуру. С точки зрения булева ума это скорее множество различных миров, которые, однако, не есть "параллельные миры" событий, про которые можно сказать, что есть или один или другой, или тот и другой вместе. Реальное становится близким к воображаемому, возможному.

Замечательным свойством недистрибутивной решетки является возможность сопоставления ей графа состояний некоторого классического, подчиняющегося булевой логике объекта. Эта возможность имитации квантового объекта классическим объектом, кроме практического применения в квантовых компьютерах, имеет глубокое принципиальное значение. Именно благодаря этому свойству человек способен познавать квантовую реальность. Связи между макрообъектами: электронной пушкой, фотоэмульсией и другими классическими, с точки зрения наблюдателя, объектами - могут полностью имитировать квантовологическую решетку для электрона. Макрообъекты сами частично состоят из электронов, но при определенных условиях эксперимента возникает как бы гигантское увеличение электрона, и наблюдатель, сумевший реализовать граф, которому сопоставляется решетка электрона, изучает этот электрон. В отличие от имитации в компьютере, где связи между вершинами графа осуществляются с помощью материального носителя (например, проводов), в эксперименте с квантовой частицей эти связи не требуют носителя. Например, в опыте Штерна-Герлаха электрон с определенной проекцией спина S_z при измерении S_x меняет свое состояние не за счет какого-либо физического процесса, а за счет реализации квантовой логики, в которой

верно, что $S_z = \frac{1}{2}$ и ($S_x = \frac{1}{2}$ или $S_x = -\frac{1}{2}$). Важную роль для возможности перевода с языка "небулевой квантовой" логики на язык булевой логики сознания наблюдателя играет время. При этом возможна точка зрения, что время специально "придумывается" булевым наблюдателем для познания небулева мира.

Действительно, уже само соотношение неопределенностей Гейзенберга $\Delta x \Delta p_x \geqslant \frac{\hbar}{2}$ ведет к тому, что наблюдатель, желающий знать и координату x, и проекцию импульса p_x, которые не существуют "одновременно", должен в один момент времени измерить x, в другой же момент p_x у частицы с той же волновой функцией. Возможно, именно поэтому наблюдатель вынужден "путешествовать" по времени, что приводит к нашему "движению во времени", поскольку только так его булево сознание способно осознать самоё себя как материальное тело, составленное из квантовых объектов.

Благодаря времени булево сознание способно рассматривать различные булевы подрешетки квантовологической недистрибутивной решетки и описывать ее в терминах событий.

Поясним это на следующем простейшем примере. Пусть имеется квантовая система двух частиц со спином $\frac{1}{2}$, приготовленная в синглетном состоянии, у которой наблюдатель измеряет $S_z^{(1)}$ первой частицы и $S_z^{(2)}$ - второй.

Соответствующая решетка есть подрешетка (с.81):

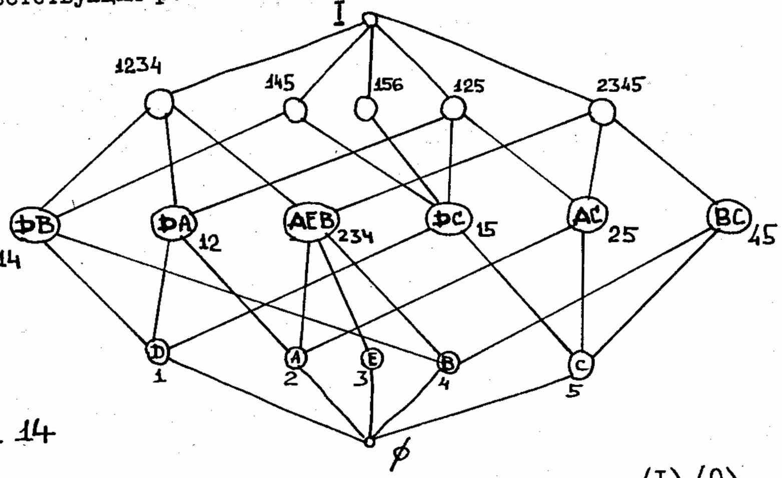


Рис. 14

Здесь атом A соответствует проектору на состояние $\binom{1}{0}\binom{0}{1}$, B на $\binom{0}{1}\binom{1}{0}$, C на $\binom{1}{0}\binom{1}{0}$, $\mathcal{D}$ на $\binom{0}{1}\binom{0}{1}$, атом E соответствует $\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\left[\binom{1}{0}\binom{0}{1} - \binom{0}{1}\binom{1}{0}\right]$.

Если из решетки убрать атом E, то она станет дистрибутивной. Недистрибутивность состоит в том, что $A \wedge (B \vee E) = A \neq (A \wedge B) \vee (A \wedge E) = \emptyset \vee \emptyset = \emptyset$, поэтому на A, B, C, D, E нельзя задать вероятностную меру. Однако можно задать некоторые веса, например, I для E, $\frac{1}{2}$ для A, $\frac{1}{2}$ для B, 0 для C и 0 для D.

Элемент 25 соответствует $A \vee C$, что означает, что первый наблюдатель обнаружил $S_z^{(1)} = \frac{1}{2}$. Однако это ещё не "значит", что имеется A, т.е. $S_z^{(2)} = -\frac{1}{2}$, так как число 0 для C не имеет смысла вероятности. Если второй наблюдатель обнаружит $S_z^{(2)} = -\frac{1}{2}$, то это соответствует элементу I2, который есть AD. Но $(A \vee C) \wedge (A \vee D) = A$, что не связано с вероятностной интерпретацией, а есть следствие структуры решетки.

Поэтому необходимы два наблюдения для установления A, что устраняет парадокс, обсуждавшийся нами ранее в § 3.

Теперь обсудим роль времени. Булево сознание с помощью введения параметра времени удваивает нарисованную решетку. При этом возникает структура гильбертова пространства с суперотбором по времени. В одном отсеке, соответствующем t_1, булево сознание фиксирует атом E и называет это "приготовлением состояния системы", в другом фиксирует атомы A, B, C, D, на которых задает (на дистрибутивной структуре) вероятностную меру. Благодаря суперотбору проекторы E, A, B, C коммутируют. Поэтому возможно построение соответствующих условных вероятностей. Условные вероятности A, B, C, D, если "приготовлено" E, определяются весами $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, 0, 0. Итак, с помощью времени и "движения в нем" булево сознание оказывается способным "имитировать" небулеву решетку, наблюдая сначала одни, а потом другие её элементы. Недистрибутивность изучаемой решетки проявляется, однако, в специфических квантовых способах вычисления условных вероятностей через Ψ – функцию.

Разногласие между небулевой структурой решетки и булевой логикой сознания позволяет понять, откуда берется "индетерминизм" квантовой механики. Действительно, из рис.I4 видно, что элементы I, 2, 3, 4, 5 несовместны между собой. Поэтому "булев ум" скажет, что если 3 – истинно, то I, 2, 4, 5 ложны. Но наша недистрибутивная решетка такова, что $1 \vee 2 \vee 4 \vee 5$ – истинно. Не способный в силу булевой логики понять, что из ложности I, 2, 4, 5 в недистрибутивной решетке может следовать **истинность их дизъюнкции**, наблюдатель скажет, что в один "момент t_1" верно 3, в другой же "момент t_2" станет истинным $1 \vee 2 \vee 4 \vee 5$. Но тогда тот же наблюдатель скажет, пользуясь своей логикой, что если $1 \vee 2 \vee 4 \vee 5$ "истинно", то "какое-то" (хотя и неизвестно какое!) из I, 2, 4, 5 – "истинно". Тем самым

появляется индетерминизм. Булев наблюдатель приписывает значения истинности элементам решетки. Независимо от наблюдателя истинна лишь "структура" решетки, сами же её элементы могут быть названы "объективно существующими потенциальными возможностями" /47/.

Наконец, в приложении к § I мы видели, что некоммутирующим операторам системы можно сопоставить коммутирующие операторы частоты, определенные для бесконечного числа копий системы в том же состоянии. Это бесконечное число копий можно понимать как совокупность одних и тех же систем в разные моменты времени. Итак, благодаря времени некоммутирующие операторы и небулева логика переходят в коммутирующие операторы частот, так что происходит "булеизация" исходной недистрибутивной структуры.

Связь времени с разногласием между небулевой и булевой логиками может иметь значение для квантовой космологии. Как известно, основное уравнение квантовой космологии, уравнение Уилера-де Витта, не содержит времени. Волновая функция Вселенной приписывает некоторые веса различным свойствам Вселенной, образующим недистрибутивную решетку. Булево сознание разворачивает эту решетку во времени. Некоммутирующими операторами в космологии являются супергамильтониан и проектор на квазиклассическую комплексную волновую функцию, позволяющую ввести время и классическую эволюцию.

Понятие времени, однако, теряет смысл вблизи космологической сингулярности, что означает границу применимости квазиклассического описания и необходимость коллапса волновой функции Вселенной.

Этими краткими замечаниями мы и ограничимся, поскольку проблема времени в квантовой космологии, для которой квантовая логика дает естественный язык описания квантовых явлений, имеет много и других аспектов, выходящих за рамки настоящих лекций.

Послесловие

За время подготовки рукописи к печати рядом авторов (Гринберг, Хорн, Шимони, Зелингер) /63/ был получен новый результат, иногда называемый "теоремой Белла без неравенства Белла". Оказалось, что для трех, четырех и более частиц можно указать соотношения, справедливые в квантовой теории и несправедливые в обычной теории вероятностей с основанной на них теории локальных скрытых параметров. Важно, что эти соотношения указывают на квантовые корреляции, для проверки которых достаточны нестатистические измерения, а они проявляются уже в одном измерении, как и в случае законов сохранения.

Пусть имеются четыре частицы со спином $\frac{1}{2}$: частицы I и 2 движутся в положительном направлении Z, 3 и 4 – в отрицательном. Предположим, что эти частицы образовались в результате распада частицы со спином I на пару частиц со спином I, каждая из которых потом распалась на пару частиц со спином $\frac{1}{2}$ с Z – компонентой спина, равной нулю. Тогда состояние этих четырех частиц есть

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|+\rangle_1 |+\rangle_2 |-\rangle_3 |-\rangle_4 - |-\rangle_1 |-\rangle_2 |+\rangle_3 |+\rangle_4\right].$$

Эти четыре частицы пропускаются через 4 установки Штерна-Герлаха, так что производится измерение проекции спина на ось $\vec{n}$, которая находится в плоскости XY и для каждой установки определяется углом ϕ_i. Тогда несложный квантовомеханический расчет дает для математического ожидания

$$E^{\Psi}(\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3,\vec{n}_4) = \langle\Psi|\hat{S}_{n_1}\hat{S}_{n_2}\hat{S}_{n_3}\hat{S}_{n_4}|\Psi\rangle = \tag{10.1}$$
$$= -\cos(\phi_1+\phi_2-\phi_3-\phi_4).$$

Если $\phi_1+\phi_2-\phi_3-\phi_4=0$, (I0.2)

то $E^{\Psi}(\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3,\vec{n}_4)=-1$. (I0.3)

Если $\phi_1+\phi_2-\phi_3-\phi_4=\pi$, (I0.4)

то $E^{\Psi}(\vec{n}_1,\vec{n}_2,\vec{n}_3,\vec{n}_4)=+1$. (I0.5)

Из (I0.2), (I0.3),(I0.4), (I0.5) видно, что имеется корреляция, так что знание исходов (+I – вверх, -I – вниз) для I, 2, 3 установки при известных соотношениях углов дает знание того, что покажет 4. Можно сказать, что если бы аналогичная ситуация имелась бы в человеческом обществе, то когда три человека высказываются при голосовании "за" кандидата, то четвертый обязательно проголосует "против" в случае (I0.3) и "за" в случае (I0.4). Эта корреляция, однако, не может быть получена классически. Действительно, предположим, как и при выводе неравенств Белла, существование функций $A_\lambda(\phi_1)$, $B_\lambda(\phi_2)$, $C_\lambda(\phi_3)$, $D_\lambda(\phi_4)$ со значениями $\pm$ I в зависимости от "скрытого параметра" (определяемого прошлым) λ.

Если верно (I0.2), то

$$A_\lambda(\phi_1)B_\lambda(\phi_2)C_\lambda(\phi_3)D_\lambda(\phi_4)=-1. \tag{10.6}$$

Если верно (I0.4), то

$$A_\lambda(\phi_1)B_\lambda(\phi_2)C_\lambda(\phi_3)D_\lambda(\phi_4)=1. \tag{10.7}$$

Покажем, что (I0.6) и (I0.7) противоречивы. Из (I0.6) следуют

$$A_\lambda(0)B_\lambda(0)C_\lambda(0)D_\lambda(0)=-1, \tag{10.8}$$

$$A_\lambda(\phi)B_\lambda(0)C_\lambda(\phi)D_\lambda(0)=-1, \tag{10.9}$$

$$A_\lambda(\phi)B_\lambda(0)C_\lambda(0)D_\lambda(\phi)=-1, \tag{10.10}$$

$$A_\lambda(2\phi)B_\lambda(0)C_\lambda(\phi)D_\lambda(\phi)=-1. \tag{10.11}$$

Из (I0.8) и (I0.9)

$$A_\lambda(\phi)C_\lambda(\phi)=A_\lambda(0)C_\lambda(0). \tag{10.12}$$

А из (I0.8) и (I0.I0)

$$A_\lambda(\phi)D_\lambda(\phi)=A_\lambda(0)D_\lambda(0). \tag{10.13}$$

Откуда

$$\frac{C_\lambda(\phi)}{D_\lambda(\phi)}=\frac{C_\lambda(0)}{D_\lambda(0)}, \tag{10.14}$$

т.е.

$$C_\lambda(\phi)D_\lambda(\phi)=C_\lambda(0)D_\lambda(0), \tag{10.15}$$

т.к. $D_\lambda(\phi)$ и $D_\lambda(0)$ равны $\pm$ I и равны своим обратным. Тогда из (I0.II) и (I0.I5)

$$A_\lambda(2\Phi)B_\lambda(0)C_\lambda(0)D_\lambda(0)=-1\,, \qquad (10.16)$$

что вместе с (I0.8) дает

$$A_\lambda(2\Phi)=A_\lambda(0)=const\,, \quad \forall\Phi\,. \qquad (10.17)$$

Но этого не может быть, если верно в (I0.7)

$$A_\lambda(\theta+\pi)B_\lambda(0)C_\lambda(\theta)D_\lambda(0)=1\,. \qquad (10.18)$$

Т.к. из (I0.9)

$$A_\lambda(\theta)B_\lambda(0)C_\lambda(\theta)D_\lambda(0)=-1\,, \qquad (10.19)$$

так что деля (I0.I8) на (I0.I9) имеем

$$A_\lambda(\theta+\pi)=-A_\lambda(\theta)\,, \qquad (10.20)$$

противоречащее (I0.I7).

Так как во всех формулах аргумент B_λ фиксирован при $\Phi = 0$, то настоящий вывод справедлив и для трех частиц.

Литература

1. D'Espagnat B. Conceptual Foundations of Quantum mechanics. W.A.Benjamin, 1976.
2. Everett H. Rev. Mod. Phys.,1957, v. 29, N.3, p. 463.
3. Hartle J.B. Am. Journ. Phys.,1968, v. 36, N.8, p. 704.
4. Bohm D. Phys. Rev.,1952, v. 85, p. 166, p. 180.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Л.: ГИФМ, I963.
6. Гриб А.А. Проблема неинвариантности вакуума в квантовой теории поля. М.: Атомиздат, I978.
7. Hepp K. Helv. Phys. Acta, 1966, v. 15, p. 150.
8. Фон Нейман И. Математические основы квантовой механики. М.: Наука, I964.
9. D'Espagnat B. Nuovo Cimento, Supplement 4, 1966, p. 828.
10. Zurek W.H. Phys. Rev. D.,1981, v. 24, p. 1516.
11. Wigner E.P. Z. Phys.,1952, v. 133, p. 101.
12. Розенфельд Л. В сб. "Нильс Бор и развитие физики", под ред. В. Паули. М.: Изд-во иностранной литературы, I959, с.96.
13. D'Espagnat. Scient. Americ.,1979, v. 241, N.9, p. 129.
14. Бор Н. Избранные научные труды. Т. II. М.: Наука, I97I.
15. Ludwig G. An axiomatic basis for quantum mechanics, 1985, v. I, II, Berlin, Springer.
16. Cramer J. Rev. Mod. Phys.,1985, v. 58, p. 647.
17. Гриб А.А. Природа, I974, № 4, с. 24.
18. London F., Bauer E. La theorie de la observation en mecanique quantique, Paris, 1939.
19. De Broglie L. Journ. Phys. Rad.,1959, v. 20, p. 963.
20. Belinfante F. A survey of hidden-variables theories. 1973, Oxford,
21. Bell J. Physica, 1965, v. 1, p. 1951.
22. Гриб А.А. УФН, I984, I42, с. 6I9.
23. Freedman S., Clauser J. Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 938.
24. Clauser J. Ibid., 1976, v. 36, p. 1223.
25. Holt R.A., Pipkin F.M. Harvard preprint, 1974, Adv. Atom. and Molec. Phys., 1978, v. 14, p. 281.
26. Fry E., Thomson R. Phys. Rev. Lett.,1976, v. 37, p. 465.
27. Aspect A., Grangier P., Roger G. Ibid., 1981, v. 47, p. 460.
28. Aspect A., Dalibard I., Roger G. Phys. Rev. Lett.,1982, v. 49, p. 1804.
29. Horlick-Jones T. Phys. Lett. Ser. A, 1981, v. 85, p. 206.
30. Pappalardo L., Rapiser V.A. Lett. Nuovo Cimento, 1980, v. 29, p.281.

31. Wu C.S., Shaknov I. Phys. Rev., 1950, v. 77, p. 136.
32. Faraci C., Gutkoski S., Nottarigo S., Pennisi A. Lett. Nuovo Cimento, 1974, v. 9, p. 607.
33. Kasday I., Ullman J., Wu C.S. Columbia preprint, 1975.
34. Wilson A.R., Lowe J., Butt D.K. J. Phys. Ser. J., 1976, v. 2, p. 613.
35. Bruno M., D'Agostino M., Maroni C. Nuovo Cimento. Ser. B, 1977, v. 40, p. 142.
36. Bertolini C., Diana E., Scotti A. Nuovo Cimento. Ser. B, 1981, v. 63, p. 651.
37. Nesenheimer K. Thesis University of Freiburg, 1979.
38. Schrödinger E. Proc. Cambr. Phil. Soc., 1935, v. 31, p. 555.
39. Furry W.H. Phys. Rev., 1936, v. 49, p. 393.
40. Bohm D., Aharonov Y. Ibid., 1957, v. 108, p. 1070.
41. Clauser J., Shimony A. Rept. Progr. Phys., 1978, v. 41, p. 1881.
42. Aspect A. Phys. Rev. Ser. D, 1976, v. 14, p. 1944.
43. Clauser J.F., Horne M.P., Shimony A., Holt R.A. Ibid., 1969, v. 23, p. 880.
44. Shimony A. In: Foundations of Quantum Mechanics. Proc. of Intern. School of Physics "Enrico Fermi", 1971, p. 182.
45. Papaliolis C. Phys. Rev. Lett., 1967, v. 18, p. 622.
46. Selleri F. In:Fundamental processes in atomic collision, 1985, p. 421.
47. Фок В.А. Квантовая физика и строение материи. Л.: Изд-во ЛГУ, 1965.
48. Gillespi D. Am. Journ. Phys., 1986, v. 54, p. 859.
49. Bitbol M. Phys. Lett. A., 1983, v. 96 A, p. 66.
50. Tipler F.J. Phys. Rep., 1986, v. 137, p. 231.
51. Барвинский А.О., Каменщик А.Ю., Пономарев В.Н. Фундаментальные проблемы интерпретации квантовой механики. Современный подход. М.: МГПИ, 1988.
52. Birkhoff G., Neumann J. von. Ann. Math., 1936, v. 37, p. 823.
53. Weizsäcker Z. von. Ann. der Phys., 1936-Bd. 36, p. 275.
54. Piron C. Helv. Phys. Acta, 1964, v. 37, p. 439.
55. Gudder S.P. J. Math. Phys., 1982, v. 23, p. 2381.
56. Гриб А.А. В сб.: Закономерности развития современной математики. М.: Наука, 1987, с.313.
57. Гриб А.А., Запатрин Р.Р. Семиотика и информатика. 1989, вып.29, с. 124.

58. Finkelstein D., Finkelstein S. Int. Journ. Theor. Phys., 1982, v. 22, p. 753.
59. Grib A.A., Zapatrin R.R. Int. Journ. Theor. Phys., 1990, v.29, p. 131.
60. Запатрин Р.Р. В сб.: Современные исследования по квантовой логике. М.: МГУ, 1989.
61. Ellis J., Mohanty S., Nanopoulos D. Phys. Lett. B., 1989, v. 221, p. 113.
62. Wigner E.P. The Scientist Speculates. I.J.Good, London, 1961.
63. Greenberg D., Horn M., Shimony A., Zeelinger K. Amer. Journ. of Phys., 1990, v. 58, p. 1131.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 мая 1992 года.

ПЕРЕЧЕНЬ

лекций, вышедших с 1974 г. в ОИЯИ

Фаустов Р.Н. Связанная система частиц в квантовой электродинамике. Вып.1. ОИЯИ, Дубна, 1974.

Синаев А.Н. Современные аппаратурные системы модульной структуры, используемые при создании измерительно-вычислительных комплексов /КАМАК, ВЕКТОР/. Вып.2. ОИЯИ, 8507, Дубна, 1975.

Волков Д.В. Кварки как следствие дуальности. Вып.3. ОИЯИ, Р2-8765, Дубна, 1975.

Пальчик М.Я., Фрадкин Е.С. Введение в теорию конформно-инвариантных квантовых полей. Вып.4. ОИЯИ, 2-8874, Дубна, 1975.

Замори З. Микропроцессоры. Вып.5. ОИЯИ, Р10-8852, Дубна, 1975.

Биленький С.М. Вопросы физики нейтрино высоких энергий. Вып.6. ОИЯИ, 2-9026, Дубна, 1975.

Малкин И.А., Манько В.И. Инварианты, когерентные состояния и динамические симметрии квантовых систем. Вып.7. ОИЯИ, Р2-9228, Дубна, 1975.

Волков М.К., Первушин В.Н. Квантовая теория поля с киральным лагранжианом и физика мезонов низких энергий. Вып.8. ОИЯИ, Р2-9390, Дубна, 1976.

Басиладзе С.Г. Интегральные схемы с эмиттерной связью и их применение в наносекундной ядерной электронике. Вып.9. ОИЯИ, 13-9744, Дубна, 1976.

Аникин С.А. и др. Перенормированные составные поля в квантовой теории поля. Вып.10. ОИЯИ, Р2-10528, Дубна, 1977.

Шляпников П.В. Множественные процессы и инклюзивные реакции. Вып.11. ОИЯИ, Р2-10681, Дубна, 1977.

Капусцик Э. Галилеева инвариантность в теории поля. Вып.12. ОИЯИ, Р2-10677, Дубна, 1977.

Бутцев В.С. Явление возбуждения высокоспиновых ядерных состояний и механизм поглощения отрицательных π-мезонов. Вып.13,ОИЯИ,Р15-10847, Дубна, 1977.

Валуев Б.Н. Применение алгебры Клиффорда к решению задачи Изинга - Онсагера. Вып.14. ОИЯИ, Р17-11020, Дубна, 1977.

Капусцик Э. Нестандартные алгебры квантово-механических наблюдаемых. Вып.15. ОИЯИ, Р4-11497, Дубна, 1978.

Блохинцев Д.И. Квантовая механика. Лекции по избранным вопросам. Вып.16. ОИЯИ, Р2-11728, Дубна, 1978.

Ширикова Н.Ю. Начинающим работать на ЭВМ CDC-6500. Вып.17. ОИЯИ, Р11-11739, Дубна, 1978.

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В. Непрерывные симметрии в теории поля. Вып.18. ОИЯИ, Р2-12029, Дубна, 1978.

Некоторые проблемы физики высоких энергий /сборник/. Вып.19. ОИЯИ, Р2-12080, Дубна, 1978.

Басиладзе С.Г. Электронная регистрирующая аппаратура физического эксперимента. Вып.20. ОИЯИ, Р13-12151, Дубна, 1979.

Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Партоны, жесткие процессы и квантовая хромодинамика. Вып.21. ОИЯИ, Р2-12803, Дубна, 1979.

Говорков А.Б. Введение в теорию кварков. Вып.22, ОИЯИ, Р2-12803, Дубна, 1979.

Говорков А.Б. Цветные кварки и глюоны. Вып.23. ОИЯИ, Р2-80-6, Дубна, 1980.

Исаев П.С. Глубоконеупругое рассеяние лептонов на нуклонах. Партонная модель нуклона. Вып.24. ОИЯИ, Р2-80-325, Дубна, 1980.

Казаков Д.И., Ширков Д.В. Суммирование асимптотических рядов в квантовой теории поля. Вып.25. ОИЯИ, Р2-80-462, Дубна, 1980.

Ососков Г.А. Применение методов распознавания образов в физике высоких энергий. Вып.26. ОИЯИ, Р10-83-187, Дубна, 1983.

Малышев В.А. Элементарное введение в математическую физику бесконечно-частичных систем. Вып.27. ОИЯИ, Р17-83-363, Дубна, 1983.

Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. Введение в мезонную теорию ядерных взаимодействий и ядерных систем. Вып.28. ОИЯИ, Р4-83-369, Дубна,1983.

Биленький С.М. Осцилляции нейтрино. Вып.29. ОИЯИ, Р2-83-441, Дубна, 1983.

Бужек В. Введение в метод стохастического квантования. Вып.30. ОИЯИ, Р2-84-419, Дубна, 1984.

Шумовский А.С., Юкалов В.И. Фазовые состояния и переходы. Вып.31. ОИЯИ, Р17-85-676, Дубна, 1985.

Владимиров А.А. Введение в квантовые интегрируемые системы. Метод R-матрицы. Вып.32. ОИЯИ, Р17-85-742, Дубна, 1985.

Осипов В.А., Федянин В.К. Полиацетилен и двумерные модели квантовой теории поля. Вып. 33. ОИЯИ, Р17-85-809, Дубна, 1985.

Шуян Ш. Стохастичность в динамических системах. Вып. 34. ОИЯИ, Р17-86-211, Дубна, 1986.

Ефремов А.В. Введение в квантовую хромодинамику. Вып. 35. ОИЯИ, Р2-86-212, Дубна, 1986.

Нестеренко В.В., Червяков А.М. Сингулярные лагранжианы. Классическая динамика и квантование. Вып. 36. ОИЯИ, Р2-86-323, Дубна, 1986.

Пепёлышев Ю.Н. Регистрация нейтронов /современное состояние и перспективы развития/ Вып. 37. ОИЯИ, Р13-86-719, Дубна, 1986.

Боголюбов Н.Н./мл./, Шумовский А.С. Светоизлучение. Вып. 38. ОИЯИ, Р17-87-176, Дубна, 1987.

Пушкаров Д.И. Дефектоны в кристаллах. /Метод квазичастиц в квантовой теории дефектов/. Вып. 39. ОИЯИ, Р17-87-177, Дубна, 1987.

Никитюк Н.М. От современной алгебры к специализированным процессорам. Вып. 40. ОИЯИ, Р10-87-401, Дубна, 1987.

Дубничкова А.З. Непрерывные группы для физиков. Вып. 41, ОИЯИ, Р2-87-197, Дубна, 1987.

Никитюк Н.М. Электронные методы экспериментальной физики высоких энергий. Вып. 42, ОИЯИ, Р1-87-909, Дубна, 1987.

Балдин А.М., Диденко Л.А. Асимптотические свойства адронной материи в пространстве четырехмерных относительных скоростей.Вып. 43, ОИЯИ, Р1-87-912, Дубна, 1987.

Машкевич В.С. Индетерминистская квантовая динамика. Вып. 44, ОИЯИ, Р2-88-150, 1988.

Филиппов А.Т. Введение в теорию суперструн. Вып. 45, ОИЯИ, Р2-88-188, 1988.

Бардин Д.Ю. Прецизионные проверки стандартной теории. Вып. 46, ОИЯИ, Р2-88-189, 1988.

Смирнов В.А., Четыркин К.Г. R^*-операция: техника ренормгрупповых вычислений и другие приложения. Вып.47, ОИЯИ, Р2-88-190, 1988.

Добролюбов М.И., Игнатьев А.Ю., Шапошников М.Е. Элементарные частицы и космология. Вып. 48, ОИЯИ, Р2-88-654, 1988.

Ambjørn J. Non-Perturbative Field Theory / Field Theory on a Lattice. Вып.49, ОИЯИ, Е2-88-655, 1988.

Горбатов А.М. Гиперсферический базис в квантовой теории многих тел. Вып.50, ОИЯИ, Р6-88-656, 1988.

Бельков А.А., Первушин В.Н., Эберт Д. Низкоэнергетические предсказания современных киральных лагранжианов, основанных на динамике кварков. Вып.51, ОИЯИ, Р2-88-657, Дубна, 1988.

Лев Ф.М. Некоторые вопросы релятивистской квантовой механики систем с заданным числом степеней свободы. Вып.52. ОИЯИ, Р4-88-829, Дубна, 1988.

Карамян С.А. Новые возможности определения времени жизни возбужденных ядер в реакциях с тяжелыми ионами. Вып.53. ОИЯИ, Р7-89-50, Дубна, 1989.

Шабанов С.В. Структура фазового пространства в калибровочных теориях. Вып. 54. ОИЯИ, Р2-89-533, Дубна, 1989.

Маханьков В.Г., Рыбаков Ю.П., Санюк В.И. Модель Скирма и солитоны в физике адронов. Вып.55. ОИЯИ, Р4-89-568, Дубна, 1989.

Kazakov D.I. Beyond the Standard Model. Вып.56. JINR, Е2-89-711, Dubna, 1989.

Плакида Н.М. Высокотемпературные сверхпроводники. Вып.57. ОИЯИ, Р17-90-191, Дубна, 1990.

Первушин В.Н. Атомы и адроны в калибровочных теориях. Вып.58. ОИЯИ, Р2-90-211, Дубна, 1990.