ЛЕКЦИИ
ДЛЯ МОЛОДЫХ
УЧЕНЫХ

В.Н.Первушин

АТОМЫ И АДРОНЫ В КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ

ДУБНА

ЛЕКЦИИ ДЛЯ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

Выпуск 58

Дубна, 1990

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Р2-90-211

В.Н.Первушин

АТОМЫ И АДРОНЫ
В КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ

Дубна 1990

С О Д Е Р Ж А Н И Е

ЛЕКЦИЯ I. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Я хотел бы начать с напоминания о десятилетнем периоде теоретической физики 1964-74 гг., который без преувеличения можно было бы назвать "золотой эпохой". В этот период были предложены первые кварковые модели, партонная модель и скейлинг, алгебра токов и киральные лагранжианы, единая теория слабых и электромагнитных взаимодействий и квантовая хромодинамика; сформулированы основные понятия и методы квантовой теории калибровочных полей, идеи теории струн, суперсимметрии и конформных теорий. Это было время плодотворного единства теории, феноменологии и эксперимента, время бурного "измышления" новых идей, принципов, терминов и понятий современной физики высоких энергий.

Последние пятнадцать лет в этом отношении больше характеризуются техническим и математическим совершенствованием "сумасшедших теорий" золотого десятилетия и, в какой-то мере, догматизацией сформулированных тогда понятий.

Передовой фронт теоретической физики с 1974 г. переместился на проблемы конфайнмента и адронизации, а в 80-х годах, не решив эти проблемы, оказался в заоблачных далях построения суперструнной (или суперконформной) единой теории всех взаимодействий, пока слишком далекой от реальности и в то же время весьма красивой, чтобы считать ее химерой.

Идея самих "струн" появилась из феноменологии сильных взаимодействий, и один из путей преодоления трудностей создания единой теории есть решение оставленных когда-то в хромодинамике проблем адронизации и конфайнмента, хотя бы на уровне строгости современной квантовой электродинамики.

Мои лекции представляют собой обзор попыток продвинуться в направлении создания самосогласованной теории связанных состояний кварков и глюонов. Эти попытки не могут проигнорировать опыт описания атомов как связанных состояний в КЭД, тем более что адроны, составленные из тяжелых кварков, по своим свойствам весьма напоминают атомы.

Несколько слов об общей релятивистской теории связанных состояний. Существуют три уровня такой теории: релятивистская классическая теория /I/, релятивистская квантовая механика /2/ и квантовая теория поля /3/.

Первые два уровня сформулированы фактически только для прямых взаимодействий, которые также называют действием на расстоянии (примерами их являются кулоновские и ньютоновские силы). Чем выше уровень, тем меньше противоречий в теории связанных состояний. Например, не существует классической релятивистской теории взаимодействия двух частиц, которая бы не противоречила понятию "траектория" [1]. Тем не менее последовательную квантовую механику двух частиц можно построить [4]. Трудности возникают при обобщении этой теории на многочастичные системы.

Возникает надежда, что следующий уровень (КТП) позволит решить и эту задачу. Однако как раз в случае КТП статус исторически хорошо знакомых прямых взаимодействий становится весьма неопределенным.

С одной стороны, прямые взаимодействия в КТП являются единственным примером, для которого без дополнительных предположений существует физически последовательная и непротиворечивая теория связанных состояний в их системе покоя. Выход за рамки прямых взаимодействий требует введения дополнительных в КТП гипотез (типа "одновременности" в квазипотенциальном подходе [5]).

С другой стороны, во всех калибровочных теориях, включая гравитацию, прямые взаимодействия возникают только при определенном выборе калибровки. Например, в КЭД для описания атомов выбирают кулоновскую (или радиационную) калибровку, где пропагатор взаимодействия между двумя заряженными токами $\mathcal{J}_\mu^{(1)}$, $\mathcal{J}_\mu^{(2)}$ имеет вид суммы кулоновского взаимодействия $\mathbb{C}$ и пропагатора поперечных фотонов $\mathbb{T}$:

$$\mathbb{C} + \mathbb{T} = \mathcal{J}_0^{(1)} \frac{1}{\bar{q}^2} \mathcal{J}_0^{(2)} + \mathcal{J}_i^{(1)} \left(\delta_{ij} - q_i \frac{1}{\bar{q}^2} q_j \right) \mathcal{J}_j^{(2)} . \qquad (\mathrm{I.1})$$

Имеется вполне определенная практика описания в КЭД связанных состояний и их волновых функций, как в системе покоя, так и в релятивистском случае.

В КЭД атом рассматривается как непертурбативное коллективное возбуждение заряженных частиц в их кулоновском поле $\mathbb{C}$. Атом формирует статическая инфракрасная сингулярность кулоновского поля $\bar{q}^2 = 0$. Второе слагаемое $\mathbb{T}$ рассматривается как радиационная поправка.

Выражение (I.I) релятивистски нековариантно, оно явно зависит от внешнего вектора $\eta_\mu^0 = (1000)$, который часто называют "вектором оси времени". На практике для описания движущегося атома в низшем порядке по радиационным поправкам выбирают кулоновский обмен с осью времени η_μ вдоль 4-вектора полного импульса атома.

В соответствии с теорией калибровочных полей, сформулированной в 1964-74 гг., существует глубокое убеждение, что физические результаты не зависят от выбора оси времени, так как изменения η_μ есть изменения калибровки, а физические результаты от калибровки не зависят в силу калибровочной инвариантности квантовой теории. Другими словами, доказательство явной релятивистской ковариантности кулоновской калибровки (I.I) заключается в переходе к другой, релятивистской калибровке и в доказательстве независимости физических результатов от выбора калибровки. В таком подходе чистый кулоновский обмен "релятивизуется" радиационной поправкой $\mathbb{T}$. Действительно, умножая слагаемое $\mathbb{C}$ в (I.I) на фактор, равный единице: $(q_0^2 - \bar{q}^2)/(q_0^2 - \bar{q}^2)$, мы можем разделить всю сумму $\mathbb{C} + \mathbb{T}$ на ковариантный фейнмановский пропагатор $\mathbb{F}$ и чисто продольную часть $\mathbb{L}$:

$$\mathbb{C} + \mathbb{T} = \mathbb{F} + \mathbb{L} = - \frac{\mathcal{J}^{(1)} \cdot \mathcal{J}^{(2)}}{(q \cdot q)} + \frac{(\mathcal{J}_0^{(1)} q_0)(\mathcal{J}_0^{(2)} q_0) - (\mathcal{J}_i^{(1)} q_i) \mathcal{J}_j^{(2)} q_j}{\bar{q}^2 \, (q \cdot q)} \qquad (\mathrm{I.2})$$

$(A \cdot B = A_0 B_0 - A_i B_i)$.

Все доказательство релятивистской ковариантности (см. [6]) состоит в обосновании того, что вклад от последнего слагаемого $\mathbb{L}$ равен нулю, в силу закона сохранения тока

$$\mathcal{J}_0 q_0 = \mathcal{J}_i q_i , \qquad (\mathrm{I.3})$$

и имеет место равенство

$$\mathbb{C} + \mathbb{T} = \mathbb{F} = - \mathcal{J}^{(1)} \cdot \mathcal{J}^{(2)} / (q \cdot q) . \qquad (\mathrm{I.4})$$

Таким образом, поперечный пропагатор $\mathbb{T}$ отождествляется с релятивистской поправкой (поскольку "релятивизует" кулоновское поле $\mathbb{C}$), а кулоновский обмен и связанная с ним потенциальная модель атома рассматриваются как нерелятивистское приближение. (Отсюда утверждение: потенциальная модель есть нерелятивистская модель). Описанная выше практика вычисления спектра связанного состояния, а также релятивистского преобразования его волновой функции, и теория доказательства релятивистской ковариантности кулоновской калибровки находятся в несоответствии друг с другом. На "практике" слагаемые $\mathbb{C}$ и $\mathbb{T}$ рассматриваются неравноправно: первое учитывается точно, второе – как поправка; в "теории" они складываются (I.4), в результате чего вообще исчезает инфракрасная сингулярность, формирующая атом (при вычислении спектра в релятивистских калибровках (I.4) кулоновское поле приходится добавлять "руками" [7]). На практике для перехода в движущуюся систему изменяют калибровку изменением оси времени; в теории доказывают независимость от калибровки, т.е. от η_μ.

Более того, прямым вычислением диаграмм Фейнмана легко убедиться, что продольная часть $\mathbb{L}$ в (I.2) не исчезает в диаграммах Фейнмана, описывающих связанные состояния, где токи $\mathcal{J}_\mu$ превращаются в несохраняющиеся вершины Γ_μ $(\Gamma_0 q_0 \neq \Gamma_i q_i)$ и, следовательно, доказательство калибровочной независимости (I.4) с помощью закона сохранения (I.3) неверно.

Таким образом, при вычислении спектра атома мы не можем выкинуть продольную часть $\mathbb{L}$, которая восстанавливает в (I.4) правильные аналитические свойства кулоновского обмена.

Но продольная часть зависит от внешнего вектора η_μ, и возникают следующие вопросы:

1. Что такое релятивистская ковариантность для атомов, если есть зависимость от внешнего вектора?
2. Почему выделена кулоновская калибровка, которая при вычислении спектра атомов обходится без дополнительных чисто продольных пропагаторов, типа $\mathbb{L}$?
3. Как описывать атом в других калиброках?
4. Каков статус потенциальной модели?
5. Означает ли калибровочная зависимость физических результатов калибровочную неинвариантность?

Собственно ответам на эти вопросы и посвящены настоящие лекции. Мы начнем с последнего вопроса, который имеет фундаментальное значение для теории калибровочных полей "золотого десятилетия".

<u>Калибровочная инвариантность</u> лагранжиана

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 \quad ; \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \tag{I.5}$$

означает, что он не меняется при калибровочных преобразованиях

$$A_\mu^\lambda = A_\mu + \partial_\mu \lambda . \tag{I.6}$$

<u>Выбор калибровки</u> есть специфическое калибровочное преобразование λ^f, такое, что новое поле A_μ^f удовлетворяет условию

$$f[A^f] = 0, \qquad A_\mu^f = A_\mu + \partial_\mu \lambda^f \tag{I.7}$$

называемому калибровочным.

Квантование калибровочных полей и фейнмановские правила, в конечном итоге, всегда формулируются в терминах определенных калибровок $f_1 = 0$, $f_2 = 0$, например,

$$A_3^{(3)} = 0 \quad ; \quad \partial_i A_i^T = 0 . \tag{I.8}$$

Уточнением этих общепринятых определений является явное решение калибровочных условий (I.8), которое ведет к функции $\lambda^{(3)}$, или λ^T, как к функционалам от исходных полей (I.5)

$$\lambda^{(3)}[A] = -\frac{1}{\partial_3} A_3 \quad ; \quad \lambda^T[A] = -\frac{1}{\partial^2} \partial_i A_i ,$$

и следовательно, ведет к физическим переменным $A_\mu^{(3)}$, A_i^T как к функционалам от полей A:

$$A_\mu^{(3)}[A] = \left(\delta_{\mu\nu} - \partial_\mu \frac{1}{\partial_3} \delta_{3\nu}\right) A_\nu \quad ; \quad A_3^{(3)}[A] \equiv 0,$$

$$A_i^T[A] = \left(\delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2} \partial_j\right) A_j \quad ; \quad \partial_i A_i^T[A] \equiv 0. \tag{I.9}$$

Легко видеть, что эти функционалы (I.9) калибровочно-инвариантны относительно преобразований исходных полей A в том же смысле, в каком инвариантен лагранжиан (I.5).

С точки зрения явного решения калибровочных условий, выбор калибровки (I.7) означает выбор физических переменных как калибровочно-инвариантных функционалов от исходных полей.

Если какие-то физические результаты зависят от "выбора переменных" (I.9), то это не означает нарушения принципа калибровочной инвариантности, так как <u>любой "выбор переменных" (I.7) калибровочно-инвариантен</u>. В последнем, подчеркнутом предложении введенный здесь новый термин "выбор переменных" нельзя заменить на старый термин "выбор калибровки", не теряя при этом всего смысла предложения.

Разные "переменные" связаны между собой преобразованием, которое называется "заменой переменных", например, A^T связано с $A^{(3)}$ заменой

$$A_i^T[A^{(3)}] = A_i^{(3)} - \partial_i \frac{1}{\partial^2} \partial_j A_j^{(3)} = v^T[A^{(3)}]\left(A_i^{(3)} - \frac{1}{ie}\partial_i\right) v^T[A^{(3)}]^{-1},$$

$$v^T[A] = \exp\left\{ie \frac{1}{\partial^2} \partial_i A_i\right\}. \tag{I.10}$$

Хотя это преобразование выглядит как калибровочное преобразование, оно по смыслу не отличается от аналогичных преобразований переменных в любых некалибровочных теориях и может приводить к физическим следствиям вне массовой поверхности, если не учитывать сверх правил Фейнмана дополнительных (т.н. шпурионных) диаграмм, происходящих не из лагранжиана, а от рукотворных факторов $v^T[A]$.

Конечно, все физические результаты, в том числе средние

$$\langle \psi^T \ldots \psi^T \rangle \equiv \langle \vartheta^T [A^{(3)}]\, \psi^{(3)} \ldots \bar{\psi}^{(3)} \vartheta^T [A^{(3)}]^{-1} \rangle, \qquad (I.11)$$

не зависят от "замены переменных", однако, правая часть тождества (I.11), кроме обычных диаграмм с модификацией правил Фейнмана, содержит шпурионные диаграммы (примером этих диаграмм является продольная часть $\mathbb{L}$ в (I.2)). Термин "изменение калибровки" отличается от термина "замена переменных" тем, что означает только модификацию правил Фейнмана. Оба эти термина совпадают в том случае, когда вклад от шпурионных диаграмм равен нулю, например, для S -матрицы рассеяния с асимптотическими состояниями на массовой поверхности.

Если эти шпурионные диаграммы несут ненулевой вклад в физические величины, типа спектра связанных состояний, то в калибровочной теории имеет место неравноправность физических переменных: все переменные, за исключением одной, особой, требуют учета "рукотворных" факторов типа ϑ^T, которые невозможно определить из гамильтониана или лагранжиана.

Для описания связанных состояний в КЭД такими "особыми" переменными являются поперечные поля (I.1).

Прежде чем обсуждать вопрос о причинах выделенности поперечных переменных, напомним основные положения общей релятивистской теории билокальных полей, так как атомы описываются билокальными полями:

$$\mathcal{M}(x,y) = \mathcal{M}(z|X)\ ; \quad z = x-y\ ; \quad X = \frac{x+y}{2}. \qquad (I.12)$$

В работах [7,8] были найдены условия того, что билокальные поля являются неприводимыми представлениями группы Лоренца

$$z_\mu \frac{\partial}{\partial X_\mu} \mathcal{M}(z|X) = 0. \qquad (I.13)$$

Эти условия означают, что релятивистское билокальное поле зависит лишь от трехмерной плоскости относительных координат, перпендикулярной оператору полного импульса связанного состояния $\partial/\partial X_\mu$.

Действительно, удовлетворяющее условию (I.13) билокальное поле атома водорода в системе покоя имеет вид

$$\mathcal{M}(z|X) = e^{iM_A X_0}\, \chi(\vec{z})\ \delta(z_0), \qquad (I.14)$$

где $\chi(\vec{z})$ – волновая функция, подчиняющаяся уравнению Шредингера.

Дельта-функция по относительному времени z_0 означает одновременность элементарных частиц, образующих атом. (По образному замечанию Эддингтона: электрон вчера и протон сегодня атома не образуют). Одновременность атома (I.14) отражает одновременность кулоновского обмена в (I.1), который в координатном пространстве имеет вид

$$J_0^{(1)}(x)\, V(\vec{z})\, \delta(z_0)\, J_0^{(2)}(y). \qquad (I.15)$$

В 1978 г. была доказана теорема о том, что радиационные поправки, нарушающие одновременность потенциала (I.15), не разрушают одновременность волновой функции (I.14) [9]. Таким образом, поперечные переменные в КЭД (I.1) в рамках теории возмущений не нуждаются в дополнительных гипотезах "одновременности" волновой функции или функции Грина [5].

Преобразование Лоренца, меняющее ось времени на произвольный времениподобный вектор

$$\eta^0_\mu = (1,0,0,0) \Rightarrow \eta_\mu = (\eta_0, \vec{\eta})\ ; \quad \eta_0^2 - \vec{\eta}^2 = 1 \qquad (I.16)$$

с одновременным изменением кулоновского поля (I.15)

$$(J^{(1)}\cdot\eta)\, V(z^\perp_\mu)\, \delta(z\cdot\eta)\, J^{(2)}\cdot\eta\ ; \quad \left(z^\perp_\mu = z_\mu - \eta_\mu (z\cdot\eta)\right) \qquad (I.17)$$

(так, чтобы оно двигалось вместе с частицами, образующими атом), ведет к релятивистскому билокальному полю атома

$$\mathcal{M}(z|X) = e^{i\mathcal{P}\cdot X}\, \chi(z^\perp_\mu)\, \delta(z\cdot\eta), \qquad (I.18)$$

где $\mathcal{P}_\mu = \eta_\mu M_A$ 4 -импульс атома.
И в соответствии с теоремой Лава [9] никакие радиационные поправки не изменят вида (I.18).

Если мы забудем "повернуть" кулоновское поле (I.15) при преобразованиях Лоренца полного импульса $\mathcal{P}_\mu$, то, как неоднократно убеждались многие авторы (см.,например, [10]), релятивистский закон дисперсии нарушается (т.е. $\mathcal{P}^2 \neq M_A^2$). Это означает, что соответствующее билокальное поле не удовлетворяет условию Маркова-Юкавы (I.13) и не является неприводимым представлением группы Лоренца с определенной массой и спином.

Таким образом, переход в другую лоренцевскую систему отчета предполагает переход к другим "поперечным" переменным с движущимся кулоновским полем (I.I7), что означает в терминах "старых" переменных возникновение новых шпурионных диаграмм. Мы не только должны доказать выделенность поперечных переменных, но и определить явный вид этих шпурионных диаграмм, возникающих при преобразованиях Лоренца.

Неприводимость по спину билокального поля также гарантируется условием (I.I3), так как спиновую структуру задает орбитальное разложение в пространстве относительных координат, поперечном полному импульсу (см.,например,/II/). Поэтому условие (I.I3) есть компактная запись известных в локальном пределе калибровочных условий для векторных, тензорных и других полей

$$\partial_\mu A_\mu = 0 \quad ; \quad \partial_\mu T_{\mu\nu} = 0 \quad ; \quad \ldots , \tag{I.I9}$$

означающих неприводимость представлений группы Пуанкаре относительно преобразований группы Лоренца. Эти условия (I.I9) были одной из многих отправных точек для формулировки теории калибровочных полей /I2/, с другой стороны, сами калибровочные поля дают наиболее непротиворечивое описание на уровне КТП билокальных полей связанных состояний, удовлетворяющих в локальном пределе условию (I.I9).

Итак, главный итог первой лекции – это введение термина "выбор переменных" и необходимость при описании связанных состояний выбора оси времени квантования и граничных условий в соответствии с условием Маркова-Юкавы (I.I3), если мы хотим сохранить релятивистскую ковариантность.

ЛЕКЦИЯ 2. МИНИМАЛЬНОЕ КВАНТОВАНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

В первой лекции мы выявили противоречия между практикой описания связанных состояний в КЭД и теорией 1964-74 гг., доказывающей релятивистскую ковариантность и калибровочную инвариантность. В теории "релятивизация" достигается учетом радиационной поправки, а на "практике" - сменой калибровки.

Теоретическое доказательство независимости от выбора калибровки опровергается практическим вычислением диаграмм с продольной, зависящей от калибровки, частью и, самое главное, таким изменением аналитических свойств пропагаторов в релятивистских калибровках, которое исключает формирование "атома" как известного нам билокального неприводимого представления группы Лоренца.

"Потенциальным барьером", препятствующим пониманию этих противоречий между теорией и практикой, является путаница понятий "калибровочная независимость" и "калибровочная инвариантность" в теории калибровочных полей периода 1964-74 гг.

Первым шагом к разрушению этого "барьера" было введение понятия "выбор переменных" вместо понятия "выбор калибровки". Мы показали, что "выбор переменных" сам по себе является калибровочно-инвариантной процедурой, ведущей к установлению определенных правил Фейнмана в теории возмущений. Зависимость результатов атомной физики (спектра атомов, их волновых функций) от выбора правил Фейнмана (т.е. от "выбора калибровки" - на старом языке) не означает нарушения калибровочной инвариантности. Вместо "изменения калибровки" естественно возникает "процедура замены переменных", оставляющая инвариантными физические результаты и содержащая, кроме изменения правил Фейнмана, дополнительные шпурионные диаграммы, которые нельзя определить из лагранжиана взаимодействия.

В рамках этой новой терминологии возникает задача обоснования выделенности поперечных переменных и определения их трансформационных свойств относительно релятивистских преобразований.

Эта задача и является темой настоящей лекции.

Рассмотрим квантование двух простейших систем классической механики с лагранжианами

$$\mathcal{L}_1 = \frac{\dot{q}^2}{2} \quad ; \quad \mathcal{L}_2 = \frac{q^2}{2} \quad ; \quad \left(\dot{q} = \frac{d}{dt} q\right).$$

Лагранжиан $\mathcal{L}_1$ описывает нетривиальную динамику точки с импульсом $p=\partial\mathcal{L}_1/\partial\dot{q}=\dot{q}$ и уравнением Эйлера $\ddot{q}=0$. Квантование означает переход к операторам импульса и координаты с коммутационным соотношением $i[\hat{p},\hat{q}]=\hbar$. Второй лагранжиан описывает материальную точку в покое с нулевым импульсом $p=\partial\mathcal{L}_2/\partial\dot{q}=0$ и нулевой координатой $\partial\mathcal{L}_2/\partial q=q=0$ как решением уравнения Эйлера. Это простейший пример системы с нулевым импульсом, характерной для калибровочных теорий, где равенство нулю импульса трактуют как связь (первого рода) /I3/, которая накладывается на динамическую переменную, предназначенную для квантования в духе первой системы ($\mathcal{L}_1$). Эта связь не единственная. Мы должны также вычислить вторичную связь, коммутируя гамильтониан $\mathcal{H}_2=-\mathcal{L}_2$ с первой связью: $-i[\hat{p},\mathcal{H}_2]=\hat{q}=0$. Легко видеть, что эти две связи ($\hat{p}=0$, $\hat{q}=0$) противоречат коммутационному соотношению $i[\hat{p},\hat{q}]=\hbar$ и вытекающему из него соотношению неопределенности Гейзенберга $\langle\hat{p}\rangle\langle\hat{q}\rangle\geq\hbar$, которое запрещает одновременную фиксацию собственных значений координаты и импульса.

Вторая система с лагранжианом $\mathcal{L}_2$ в принципе не может быть рассмотрена как квантовая.

Примером именно такой неквантовой статической системы является лагранжиан электродинамики, в котором пренебрегается пространственными компонентами калибровочного поля $A_i=0$

$$\mathcal{L}=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2+A_\mu J_\mu\Big|_{A_i=0}=\frac{1}{2}(\partial_i A_0)^2+A_0 J_0=\mathcal{L}_C. \tag{2.I}$$

На решениях уравнения Эйлера

$$\partial_i^2 A=J_0\ ;\quad A_0(x)=-\frac{1}{4\pi}\int d^3y\frac{1}{|X-Y|}J_0(y)\equiv\frac{1}{\partial^2}J_0(x). \tag{2.2}$$

Этот лагранжиан в точности дает кулоновское взаимодействие токов (I.I)

$$\mathcal{L}_C=\frac{1}{2}J_0\frac{1}{\partial^2}J_0, \tag{2.3}$$

которое является основой непертурбативного вычисления спектра и волновой функции атома в системе его покоя, в низшем порядке по константе связи.

Таким образом, практика описания атома ставит задачу применения метода квантования электродинамики, основанного на явном классическом решении уравнения Эйлера для временной компоненты поля A_0. (Это уравнение называют уравнением Гаусса).

В первых работах по квантованию электродинамики Гейзенбергом и

Паули рассматривался именно такой метод квантования /I4/. Затем из соображений восстановления явной релятивистской ковариантности стали предлагать методы равноправного квантования всех компонент калибровочного поля. Наиболее последовательно этот метод развит Дираком /I3/ и Фаддеевым /I5/ (см. также /I6/).

Итак, все методы квантования калибровочных полей грубо можно разделить на два подхода. В первом для явной релятивистской ковариантности стараются проквантовать все компоненты (мы будем называть такой подход – квантованием по Дираку), во втором – явно решают все связи и квантуют только оставшийся минимальный набор физических степеней свободы (назовем такой подход "минимальным квантованием"). Минимальное квантование последовательно сформулировано в работах /I7,I8,I9,20/.

Основной проблемой "минимального квантования" является доказательство релятивистской ковариантности.

Рассмотрим решение этой проблемы на примере свободного электромагнитного поля (I.5)

$$\mathcal{L}(x)=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2=\frac{1}{2}F_{0i}^2-\frac{1}{2}B_i^2 \tag{2.4}$$

$$F_{0i}=\partial_0 A_i-\partial_i A_0\ ;\quad B_i=\varepsilon_{ijk}\partial_j A_k=\frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}F_{jk}.$$

В соответствии с предписанием "минимального квантования", прежде чем квантовать, мы должны явно решить классическое уравнение на статическую компоненту A_0, которая не имеет импульса:

$$\partial^2 A_0=\partial_i\partial_0 A_i\quad\longmapsto\quad A_0=\frac{1}{\partial^2}\partial_j\partial_0 A_j. \tag{2.5}$$

Нетрудно убедиться, что уравнение связи (2.5) и его решения инвариантны относительно калибровочных преобразований (I.6). Подставляя решения (2.5) в лагранжиан (2.4), получим выражение $\mathcal{L}_G$, которое не зависит от продольных полей ($\partial_i A_i$)

$$\mathcal{L}_G=\frac{1}{2}(\partial_0 A_i^T)^2-\frac{1}{2}(\partial_j A_k^T)^2, \tag{2.6}$$

где

$$A_i^T=(\delta_{ij}-\partial_i\frac{1}{\partial^2}\partial_j)A_j\ ;\quad\partial_i A_i^T=0 \tag{2.7}$$

поперечное поле.

Этот факт устранения сразу двух компонент (временной и продольной) путем решения одного калибровочно-инвариантного уравнения (2.5) можно более наглядно продемонстрировать на примере тензора электрического поля $F_{0i}=\partial_0 A_i-\partial_i A_0$, который зависит явно от четырех компонент (A_0, A_i). Подставляя в него решения уравнения (2.5)

$$F_{0i} = \partial_0 A_i - \partial_i A_0 \Big|_{A_0 = \frac{1}{\partial^2}\partial_i \partial_0 A_i} = \partial_0 \left[A_i - \partial_i \frac{1}{\partial^2}\partial_j A_j\right] = \partial_0 A_i^T,$$

мы обнаруживаем, что этот тензор зависит только от двух поперечных полей A_j^T (2.7). Продольная компонента исчезла в силу калибровочной инвариантности тензора F_{0i}.

Решая явно связь, мы перешли от калибровочно -инвариантного лагранжиана к калибровочно-инвариантным переменным (2.7) как к функционалам от исходных полей A_i. Чтобы представить зависимость от двух переменных явно, введем два поперечных орта $e_i^a(\partial)$; $\partial_i e_i^a(\partial) = 0$, $a =$ 1,2, которые вместе с вектором дифференцирования (∂_i) образуют полный набор из трех векторов с условием полноты:

$$\sum_{a=1,2} e_i^a e_j^a + \partial_i \frac{1}{\partial^2}\partial_j = \delta_{ij} \Longrightarrow \sum_{a=1,2} e_i^a e_j^a = \delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2}\partial_j . \qquad (2.8)$$

Последнее равенство позволяет вместо трех зависимых полей A_i^T ввести два независимых поля $A^a(x)$

$$A_i^T = \left(\delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2}\partial_j\right) A_j^T = \sum_{a=1,2} e_i^a \left(e_j^a A_j^T\right) = \sum_{a=1,2} e_i^a A^a . \qquad (2.9)$$

В терминах этих независимых полей лагранжиан (2.6) принимает вид лагранжиана двух "скалярных" полей

$$\mathcal{L}_G = \sum_{a=1,2} \frac{1}{2}\left(\partial_\mu A^a \; \partial^\mu A^a\right). \qquad (2.10)$$

Квантование означает задание коммутационных соотношений для двух независимых компонент:

$$i\left[\partial_0 A^a(x), A^b(y)\right] = \delta^{ab}\delta^3(x-y) \qquad (2.11)$$

или в терминах поперечных полей:

$$i\left[\partial_0 A_i^T(x), A_j^T(y)\right] = \left(\delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2}\partial_j\right)\delta^3(x-y). \qquad (2.12)$$

Динамические величины можно построить из тензора энергии-импульса системы (2.10) [21]:

$$T_{\mu\nu}^G = \sum_{a=1,2} \partial_\mu A^a \partial_\nu A^a - \delta_{\mu\nu}\mathcal{L}_G , \qquad (2.13)$$

который совпадает на уравнениях Гаусса (2.5) с калибровочно-инвариантным тензором энергии-импульса исходной теории (2.4) (называемым тензором Белинфанте)

$$T_{\mu\nu}^B = F_{\mu\alpha}F^{\alpha}{}_{\nu} - \delta_{\mu\nu}\mathcal{L}. \qquad (2.14)$$

Таким образом, мы проквантовали калибровочную теорию, не используя условия калибровки как исходного предположения. В минимальном квантовании сам термин "выбор калибровки" оказывается ненужным, а "выбор переменных" осуществляется однозначно путем явного решения уравнения Гаусса. Здесь более уместны термины "конструкция переменных" и "конструкция динамических величин".

В терминах квантования по Дираку следовало бы сказать, что мы получили "правила" Фейнмана в "радиационной" калибровке. Однако выражения (2.9) нельзя назвать "калибровкой" в общепринятом смысле, т.к. после преобразования Лоренца исходных полей на решениях уравнения Гаусса

$$\delta_L^0 A_k(x) = \varepsilon_i\left(x_i' \partial_0 - x_0' \partial_i^{x'}\right) A_k(x') + \varepsilon_k A_0(x'),$$
$$x_k' = x_k + \varepsilon_k x_0 , \quad x_0' = x_0 + \varepsilon_k x_k , \qquad (2.15)$$
$$\delta_L^0 \partial_k = \varepsilon_k \partial_0 \; ; \quad \delta_L^0\left(\frac{1}{\partial^2}\right) = -2\varepsilon_k \frac{1}{\partial^2}\partial_k \partial_0 \frac{1}{\partial^2}$$

функционал поперечных переменных (2.9) "меняет" свою "калибровку" автоматически

$$A_k^T\left[A + \delta_L^0 A\right] - A_k^T[A] = \delta_L^0 A_k^T(x') + \partial_k \Lambda(x), \qquad (2.16)$$

где $\Lambda(x)$ -"калибровочный поворот":

$$\Lambda(x) = \varepsilon_k \frac{1}{\partial^2}\partial_0 A_k^T . \qquad (2.17)$$

В терминах "минимального квантования" этот поворот означает, что преобразования Лоренца сопровождаются заменой переменных. В новой системе мы должны выбрать переменные поперечными относительно новой оси времени $\eta_\mu' = \eta_\mu + \delta_L^0 \eta_\mu$, где $\eta_\mu = (1,0,0,0)$.

Преобразования Лоренца выявляют неоднозначность минимального квантования, связанную с выбором оси времени или временной компоненты

$$A_0 = (A\cdot\eta). \tag{2.18}$$

Мы увидим ниже, что ось времени η_μ фиксируется граничными условиями и самой постановкой физической задачи.

Минимальное квантование - единственное квантование калибровочной теории, в котором классические преобразования Лоренца (2.16) полностью совпадают с квантовыми преобразованиями

$$i\varepsilon_i \left[M_{0i}, A^T_k \right] = \delta^0_L A^T_k(x) + \partial_k \Lambda \tag{2.19}$$

на уровне операторов (здесь $M_{0k} = \int d^3x \,(x_k T^G_{00} - x_0 T^G_{0k})$ - оператор буста).

Идея об группе совместных преобразований (релятивистских и калибровочных), эквивалентная идее замены переменных (2.16), впервые обсуждались еще в работе Гейзенберга и Паули /14/ со ссылкой на неопубликованные замечания фон Неймана. Мы будем называть (2.19) преобразованиями Гейзенберга - Паули.

В КЭД эти преобразования были найдены Зумино /22/, а затем многими авторами (см., например, /6/), однако истинный смысл этих преобразований (как доказательства явной релятивистской ковариантности поперечных переменных в каждом порядке теории возмущений по радиационным поправкам) не был понят из-за "догмы" калибровочной независимости.

Эта "догма" открывает очень простой путь доказательства релятивистской ковариантности, заключающийся в арифметическом объединении кулоновского $\mathbb{C}$ и поперечного $\mathbb{T}$ пропагаторов в (1.1) (см. монографию /6/), в то время как (2.19) означает поворот внешнего вектора оси времени, от которого зависят явно оба пропагатора (и $\mathbb{C}$ и $\mathbb{T}$), т.е. ковариантность $\mathbb{C}$ и $\mathbb{T}$ отдельно. (Метод квантования по Дираку с выбором калибровки не объясняет также существенную роль тензора Белинфанте, который отличается от канонического тензора полной производной, которая дает вклад в оператор буста (2.19):

$$\int d^3x\, T^G_{00}\, x_k \neq \int d^3x\, x_k\, T^{can.}_{00} .$$

Рассмотрим теперь минимальное квантование электродинамики

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^2_{\mu\nu} + \bar\psi(i\not\partial - m_0)\psi + A_\mu j^\mu \ ; \qquad j_\mu = e\bar\psi\gamma_\mu\psi . \tag{2.20}$$

На решениях уравнения Гаусса

$$A_0 = \frac{1}{\partial^2}\left(\partial_i\partial_0 A_i + j_0\right) \tag{2.21}$$

лагранжиан (2.20) принимает вид /17,18/:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_0 A^T_i\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\partial_k A^T_i\right)^2 + \frac{1}{2} j^T_0 \frac{1}{\partial^2} j^T_0 - j^T_i A^T_i + \bar\psi^T(i\not\partial - m_0)\psi^T , \tag{2.22}$$

где A^T, ψ^T - поперечные переменные:

$$A^T_k = v^T(A)\left(A_k - \frac{1}{ie}\partial_k\right) v^T(A)^{-1} ; \qquad \psi^T = v^T(A)\psi , \tag{2.23}$$

$$v^T(A) = \exp\left\{ie \frac{1}{\partial^2}\partial_j A_j\right\} \tag{2.24}$$

с классическими преобразованиями Гейзенберга - Паули типа (2.16):

$$\psi^T[A + \delta^0_L A, \psi + \delta^0_L\psi] - \psi^T[A,\psi] = \delta^0_L \psi^T + ie\Lambda(x')\psi^T$$
$$\left(\delta^0_L\psi^T = \varepsilon_i\left(x'_i\partial_{0'} - x'_0\partial_{i'}\right)\psi^T(x') + \frac{1}{4}\varepsilon_k[\gamma_i,\gamma_k]\psi^T(x')\right) \tag{2.25}$$

$$A^T[A_i + \delta^0_L A] - A^T[A_i] = \delta^0_L A^T_k + \partial_k\Lambda$$
$$\left(\delta^0_L A^T_k = \varepsilon_i\left(x'_i\partial_{0'} - x'_0\partial_{i'}\right)A^T_k(x') + \varepsilon_k \frac{1}{\partial^2} j^T_0\right), \tag{2.26}$$

где

$$\Lambda = \varepsilon_k \frac{1}{\partial^2}\left(\partial_0 A^T_k + \partial_k \frac{1}{\partial^2} j^T_0\right). \tag{2.27}$$

При описании процедуры квантования хотелось бы обратить особое внимание на тот факт, что локальному квантованному полю $\hat\psi^T$

$$\left\{\psi^{T+}(x), \psi^T(y)\right\} = \delta^3(x-y) \tag{2.28}$$

сопоставляется весь нелокальный классический функционал (2.23). Именно в этом случае классический закон преобразования (2.25) совпадает с квантовым

$$i\mathcal{E}_k\left[M_{0k},\hat{\psi}^T\right] = \delta_L{}^0\hat{\psi}^T + ie\Lambda\hat{\psi}^T, \tag{2.29}$$

если оператор буста строить, как мы указывали выше, с помощью тензора Белинфанте

$$T_{\mu\nu}^{B} = F_{\mu\alpha}F^{\alpha}{}_{\nu} + \bar{\psi}(i\partial_\mu - eA_\mu)\gamma_\nu\psi - \delta_{\mu\nu}\mathcal{L} + \frac{i}{4}\partial_\lambda(\bar{\psi}\,\Gamma_{\lambda\mu\nu}\psi),$$
$$\Gamma_{\lambda\mu\nu} = \frac{1}{2}[\gamma_\lambda,\gamma_\mu]\gamma_\nu + \delta_{\nu\mu}\gamma_\lambda - \delta_{\lambda\nu}\gamma_\mu, \tag{2.30}$$
$$M_{0k} = \int d^3x\,(x_k T_{00}^{B} - x_0 T_{0k}^{B}).$$

Вычисляя в теории возмущений матричные элементы типа функций Грина $\langle\psi^T\ldots\bar{\psi}^T\rangle$ на уровне диаграмм Фейнмана, мы должны обязательно учитывать в новой релятивистской системе отсчета дополнительные (шпурионные) диаграммы, происходящие от факторов $(1+ie\Lambda)$. Учет этих диаграмм, как мы указывали выше, эквивалентен выбору новых переменных, поперечных относительно новой оси времени $\eta'_\mu = \eta_\mu + \delta_L{}^0\eta_\mu$.

Переход в новую, движущуюся систему согласно (2.29) означает выбор кулоновского поля, "движущегося" вместе с этой системой, т.е. означает явную ковариантность кулоновского обмена $\mathcal{C}$ в (I.I) даже тогда, когда мы пренебрегаем радиационными поправками x). В минимальной схеме квантования радиационные поправки не имеют смысла релятивистских поправок, а потенциальная модель не отождествляется только с нерелятивистским приближением xx). Это главный итог настоящей лекции, без которого невозможно понять успехи релятивистской потенциальной модели при описании адронной физики.

Это уже цель следующей лекции.

---

x) Доказательство релятивистской инвариантности вычета одночастичной функции Грина электрона в минимально-квантованной электродинамике сделано в работах /I8-20/ .

xx) Все утверждения делаются в контексте задачи описания связанных состояний.

ЛЕКЦИЯ 3. АТОМЫ В КЭД И ФЕНОМЕНОЛОГИЯ АДРОНИЗАЦИИ

В первой лекции мы показали, что известная теорема о независимости физических результатов от выбора калибровки относится лишь к $\mathcal{S}$-матрице с асимптотическими состояниями свободных элементарных частиц. В случае связанных состояний эта теорема не работает и является преградой, мешающей увидеть различие между теорией и практикой описания атомов в КЭД.

Чтобы устранить эту преграду мы разделили понятия "калибровочная независимость" и "калибровочная инвариантность", введя термины "конструкция переменных" и "замена переменных" вместо терминов "выбор калибровки" и "изменение калибровки".

Во второй лекции мы убедились, что в калибровочной теории существуют особые "естественные" переменные. Эти переменные строятся путем явного решения уравнения Гаусса на временную компоненту поля

$$A_0 = (\eta\cdot A) \tag{3.I}$$

и их трансформационные свойства относительно преобразований группы Лоренца как в классической, так и в квантовой теории адекватны практике описания релятивистских преобразований атомов.

Такой способ минимального квантования электродинамики, предложенный еще Гейзенбергом и Паули /I4/, вскрывает проблему зависимости наблюдаемых физических величин (например, спектра связанных состояний) от внешнего вектора η_μ (3.I), называемого осью времени квантования. Например, для оси времени η^0_μ

$$\eta^0_\mu = (1,0,0,0) \tag{3.2}$$

из лагранжиана электродинамики в низшем порядке по радиационным поправкам мы получаем действие

$$W = \int d^4x\,\bar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - m_0)\psi + \frac{1}{2}\int d^4x\,d^4y\,\psi_{\beta_2}(y)\bar{\psi}_{\alpha_1}(x)K^{(x,y)}_{\beta_2\alpha_1|\beta_1\alpha_2}\psi_{\beta_1}(x)\bar{\psi}_{\alpha_2}(y) \tag{3.3}$$

с кулоновским ядром обмена

$$K^{(x,y)}_{\beta_2\alpha_1|\beta_1\alpha_2} = (\gamma_0)_{\alpha_1\beta_1}V(\bar{x}-\bar{y})\,\delta(x_0-y_0)(\gamma_0)_{\alpha_2\beta_2}\ ;\quad V(r) = \frac{\alpha}{r}. \tag{3.4}$$

Хорошо известно, что это действие используется для вычисления спектра атома в его системе покоя

$$\mathcal{P}^{0}_{\mu} = (M_A, 0, 0, 0). \qquad (3.5)$$

Если мы выберем другую ось времени, связанную с первой (3.2) преобразованием Лоренца

$$\eta_\mu = (\eta_0, \vec{\eta}) \; ; \quad \eta_0^2 - \vec{\eta}^2 = 1 \; ; \quad (\vec{\eta} \neq 0), \qquad (3.6)$$

то вместо (3.4) возникает другой кулоновский обмен

$$K(x,y) = \not{\eta}\, V(x^{\perp}_{\mu} - y^{\perp}_{\mu})\, \delta((x-y)\cdot\eta)\, \not{\eta} \quad ; \quad x^{\perp}_{\mu} = x_\mu - \eta_\mu (x\cdot\eta), \qquad (3.7)$$

а действие (3.3) с этим обменом (3.7) описывает спектр движущегося атома с импульсом, параллельным новой оси времени:

$$\mathcal{P}_\mu = M_A \eta_\mu \quad ; \quad \mathcal{P}_\mu^2 = M_A^2. \qquad (3.8)$$

Если вычислять спектр движущегося атома (3.8) для системы покоя (3.2), то получится абсурдный результат для релятивистской теории /10/:

$$\mathcal{P}_\mu^2 \neq M_A^2,$$

который означает, что "атом" не является неприводимым представлением группы Лоренца с определенной массой.

Общепринятое утверждение о том, что выбор оси времени квантования является лишь вопросом удобства, с точки зрения практики есть иллюзия. Зависимость атомной физики от оси времени действительно существует и выбор оси времени η_μ осуществляется в соответствии с упомянутым в лекции I условием Маркова - Юкавы /7,8,11/, которое гласит, что η_μ есть собственный единичный вектор оператора полного импульса связанного состояния (3.8), т.е.

$$\eta_\mu \sim \frac{1}{i}\, \frac{\partial}{\partial_\mu \left(\frac{x+y}{2}\right)}, \qquad (3.9)$$

где $\frac{x+y}{2}$ есть полная координата двух частиц, образующих атом (не обязательно с равными массами, как мы увидим ниже).

Действие (3.3) с ядром обмена (3.7), где ось времени выбирается согласно (3.9), является явно релятивистски-ковариантным действием, и при выводе (3.3) нигде не использовалось предположение о нерелятивистском приближении. (Как было указано ранее, в минимальном квантовании нет смысла считать радиационные поправки релятивистскими поправками).

По-видимому, наиболее простой и наглядный способ построения теории связанных состояний в рамках действия (3.3) есть введение билокальных полей с помощью преобразования Лежандра /23/:

$$\frac{1}{2}\int d^4x\, d^4y\, (\psi(y)\bar{\psi}(x))\, K(x,y)\, \psi(x)\bar{\psi}(y) =$$
$$= -\frac{1}{2}\int d^4x\, d^4y\, \mathcal{M}(x,y)\, K(x,y)^{-1}\, \mathcal{M}(x,y) + \int d^4x\, d^4y\, \psi(x)\psi(y)\mathcal{M}(x,y), \qquad (3.10)$$

где K^{-1} - обратный оператор ядру обмена K. Следуя /23/, введем краткие обозначения

$$\int d^4x\, \bar{\psi}(x)(i\not{\partial} - m_0)\psi(x) \equiv \int d^4x\, d^4y\, \psi(y)\bar{\psi}(x)(-i\not{\partial} + m_0)\delta^4(x-y) =$$
$$= (\psi\bar{\psi}, -G_0^{-1}),$$
$$\int d^4x\, d^4y\, \psi(x)\bar{\psi}(y)\mathcal{M}(x,y) = (\psi\bar{\psi}, \mathcal{M}),$$

в терминах которых действие (3.3) после преобразования (3.10) принимает вид

$$W(\mathcal{M}) = (\psi\bar{\psi}, (-G_0^{-1} + \mathcal{M})) - \frac{1}{2}(\mathcal{M}, K^{-1}\mathcal{M}). \qquad (3.11)$$

Квантование фермионов и их нормальное упорядочивание в действии (3.11) ведет к эффективному действию полей $\mathcal{M}(x,y)$

$$W_{e}(\mathcal{M}) = -\frac{1}{2}(\mathcal{M}, K^{-1}\mathcal{M}) + i\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(G_0\cdot\mathcal{M})^n, \qquad (3.12)$$

где $G_0\cdot\mathcal{M} \equiv \Phi$, $(\Phi)^2$ и т.д. означают следующие выражения:

$$G_0\cdot\mathcal{M} = \int d^4z\, G_0(x,z)\,\mathcal{M}(z,y) = \Phi(x,y),$$
$$(\Phi)^2 = \int dx\, dy\, \Phi(x,y)\,\Phi(y,x), \qquad (3.13)$$
$$(\Phi)^3 = \int dx\, dy\, dz\, \Phi(x,y)\,\Phi(y,z)\,\Phi(z,x) \quad \ldots$$

Мы оставили после квантования Ψ слагаемые только с внутренними фермионными линиями, так как нас интересует только задача описания связанных состояний (их спектра и взаимодействия без диссоциации на свободные фермионы).

Выражение (3.I2) будем рассматривать как исходное классическое действие для билокальных полей $\mathcal{M}$.

Первый шаг к квантованию действия (3.I2) - это нахождение его минимума (или точки экстремума):

$$\frac{\delta W_Q(\mathcal{M})}{\delta \mathcal{M}} = -K^{-1}\mathcal{M} + i\sum_{n=1}^{\infty} G_0 \left(\mathcal{M} G_0\right)^n \equiv -K^{-1}\mathcal{M} + i\frac{1}{G_0^{-1} - \mathcal{M}} . \qquad (3.I4)$$

Мы обозначим решение этого классического уравнения через $\Sigma(x-y)$. Оно зависит только от разности $(x-y)$ в силу трансляционной инвариантности вакуумных решений.

Следующий шаг - это разложение действия (3.I2) вокруг "точки минимума" $\mathcal{M} = \Sigma + \mathcal{M}'$:

$$W_Q(\Sigma + \mathcal{M}') = W_Q(\Sigma) + \left[-\frac{1}{2}\mathcal{M}' K^{-1}\mathcal{M}' + \frac{i}{2}\left(G_\Sigma \cdot \mathcal{M}'\right)^2\right] + $$
$$+ i\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n}\left(G_\Sigma \cdot \mathcal{M}'\right)^n , \qquad (3.I5)$$

где $G_\Sigma = \left(G_0^{-1} - \Sigma\right)^{-1}$ и представление "слабых возмущений" $\mathcal{M}'$ в виде суммы по полному набору классических решений Γ:

$$\left.\frac{\delta^2 W_Q(\Sigma + \mathcal{M}')}{\delta \mathcal{M}' \, \delta \mathcal{M}'}\right|_{\mathcal{M}'=0} \cdot \Gamma = 0. \qquad (3.I6)$$

Используя определение (3.I3), (3.I5), нетрудно получить явный вид уравнений (3.I4) и (3.I6):

$$\Sigma(x-y) = m_0\, \delta^4(x-y) + i K(x,y)\, G_\Sigma(x-y), \qquad (3.I4)'$$

$$\Gamma(x,y) = i K(x,y) \int d^4 z_1\, d^4 z_2\, G_\Sigma(x - z_1)\, \Gamma(z_1, z_2)\, G_\Sigma(z_2 - y). \qquad (3.I6)'$$

Первое уравнение называется уравнением Швингера- Дайсона (Ш.Д.), второе - Бете - Солпитера (Б.С.). Первое описывает спектр фермионов в атоме, второе - спектр самих атомов.

В импульсном пространстве

$$\underset{\sim}{\Sigma}(k) = \int d^4x\, \Sigma(x)\, e^{ik\cdot x},$$

$$\underset{\sim}{\Gamma}(q|\mathcal{P}) = \int d^4x\, d^4y\, e^{i\frac{x+y}{2}\mathcal{P}}\, e^{i(x-y)\cdot q}\, \Gamma(x,y),$$

для ядер обмена (3.7) мы получим следующие уравнения для собственной энергии и вершинной функции:

$$\underset{\sim}{\Sigma}(k) = m^0 + i\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\, \underset{\sim}{V}(k^\perp - q^\perp)\, \not\eta\, \underset{\sim}{G}_\Sigma(q)\, \not\eta, \qquad (3.I4)''$$

$$\underset{\sim}{\Gamma}(k|\mathcal{P}) = i\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\, \underset{\sim}{V}(k^\perp - q^\perp)\, \not\eta \left[\underset{\sim}{G}_\Sigma\left(q + \frac{\mathcal{P}}{2}\right) \Gamma(q|\mathcal{P})\, \underset{\sim}{G}_\Sigma\left(q - \frac{\mathcal{P}}{2}\right)\right] \not\eta, \qquad (3.I6)''$$

где $\underset{\sim}{V}(k^\perp)$ - фурье-образ потенциала, $k^\perp_\mu = k_\mu - \eta_\mu (k\cdot\eta)$ - поперечный вектору η_μ импульс. $\mathcal{P}_\mu$ - полный импульс, параллельный η_μ.

$$\underset{\sim}{G}_\Sigma(q) = \frac{1}{\not q - \underset{\sim}{\Sigma}(q)} . \qquad (3.I7)$$

Выражения $\underset{\sim}{\Sigma}$ и $\underset{\sim}{\Gamma}$ зависят только от поперечных импульсов

$$\underset{\sim}{\Sigma}(k) = \underset{\sim}{\Sigma}(k^\perp) \quad ; \quad \Gamma(k|\mathcal{P}) = \Gamma(k^\perp|\mathcal{P})$$

вследствие одновременности потенциала (3.7).

Поэтому мы можем проинтегрировать по продольному импульсу $q_0 = (q\cdot\eta)$ в (3.I4)$''$ и (3.I6)$''$, используя представление для функции Грина (3.I7) и $\underset{\sim}{\Sigma}$:

$$\underset{\sim}{\Sigma}_a(q) = \not q^\perp + E_a(q^\perp)\, S_a^{-2}(q^\perp), \qquad (3.I8)$$

$$S_a^{-2}(q^\perp) = \exp\left\{-\hat{\not q}^\perp\, 2\vartheta_a(q^\perp)\right\} \; ; \quad \hat{q}^\perp_\mu = q^\perp_\mu / |q^\perp| , \qquad (3.I9)$$

$$\underset{\sim}{G}_{\Sigma_a} = \left[q_0 \not\eta - E_a(q^\perp) S_a^{-2}(q^\perp)\right]^{-1} =$$
$$= \left[\frac{\Lambda^{(\eta)}_{(+)a}(q^\perp)}{q_0 - E_a(q^\perp) + i\varepsilon} + \frac{\Lambda^{(\eta)}_{(-)}(q^\perp)}{q_0 + E_a(q^\perp) + i\varepsilon}\right]\not\eta , \qquad (3.20)$$

где

$$\Lambda^{(\eta)}_{(\pm)_a}(q^\perp) = S_a(q^\perp)\,\Lambda^{(\eta)}_{(\pm)}(0)\,S_a^{-1}(q)\,; \quad \Lambda^{(\eta)}_{(\pm)}(0) = \frac{1\pm\not{\eta}}{2} \qquad (3.21)$$

проекционные операторы на состояния с положительной (+) и отрицательной (-) энергией E_a . S_a называется матрицей преобразования Фолди - Ваутхойзена, ϑ_a - угол преобразования. Мы ввели здесь также индекс (a) , означающий сорт заряженных частиц (протон, электрон,...).

Интегрирование по q_0 совершается с помощью формулы Коши

$$f(q) = \frac{1}{2\pi i}\oint\limits_C \frac{f(q_0)}{q_0 - q}\,dq_0\,,$$

где контур обходится против часовой стрелки.

В результате получаем следующие уравнения для одночастичной энергии E и угла ϑ:

$$E_a(k^\perp)\cos 2\vartheta(k^\perp) = m_a^0 + \frac{1}{2}\int\frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\underset{\sim}{V}(k^\perp-q^\perp)\cos 2\vartheta(q^\perp) \qquad (3.22)$$

$$E_a(k^\perp)\sin 2\vartheta(k^\perp) = |k^\perp| + \frac{1}{2}\int\frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\underset{\sim}{V}(k^\perp-q^\perp)\,|\hat{k}^\perp\cdot\hat{q}^\perp|\,\sin 2\vartheta(q^\perp) \qquad (3.23)$$

и для вершинной функции

$$\Gamma_{ab}(k^\perp/\mathcal{P}) = \int\frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\underset{\sim}{V}(k^\perp-q^\perp)\not{\eta}\,\Psi_{ab}(q^\perp)\not{\eta}\,, \qquad (3.24)$$

где Ψ_{ab} обозначает выражение

$$\Psi_{ab}(q^\perp) = \not{\eta}\left[\frac{\bar\Lambda_{(+)_a}(q^\perp)\,\Gamma_{ab}(q^\perp/\mathcal{P})\,\Lambda_{(-)_b}(q)}{E_T - \sqrt{\mathcal{P}^2} + i\varepsilon} + \frac{\bar\Lambda_{(-)_a}\,\Gamma_{ab}\,\Lambda_{(+)_b}}{E_T + \sqrt{\mathcal{P}^2} - i\varepsilon}\right]\not{\eta} \qquad (3.25)$$

и называется волновой функцией ; $E_T = E_a + E_b$ сумма одночастичных энергий двух частиц (a) и (b)

$$\bar\Lambda_{(\pm)}(q^\perp) = S^{-1}(q^\perp)\,\Lambda_{(\pm)}(0)\,S(q^\perp). \qquad (3.26)$$

Действуя проекционными операторами (3.21), (3.26) на уравнение (3.25), мы получим уравнения для волновой функции Ψ в произвольной движущейся системе

$$\left(E_T(k^\perp) \mp \sqrt{\mathcal{P}^2}\right)\Lambda^{(\eta)}_{(\pm)_a}(k^\perp)\,\Psi_{ab}(k^\perp)\,\bar\Lambda^{(\eta)}_{(\mp)_b}(k^\perp) =$$

$$= \Lambda^{(\eta)}_{\pm}(k^\perp)\left[\int\frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\underset{\sim}{V}(k^\perp-q^\perp)\,\Psi_{ab}(q^\perp)\right]\bar\Lambda^{(\eta)}_{\mp}(k^\perp). \qquad (3.27)$$

Все эти уравнения (3.22)-(3.27) получены без предположения о малом относительном импульсе $|k^\perp|$ и для произвольного полного импульса $\mathcal{P}_\mu = (\sqrt{M_A^2+\bar{\mathcal{P}}^2},\ \bar{\mathcal{P}}\neq 0)$. Если атом покоится $\mathcal{P}_\mu = (M_A,0,0,0)$ уравнение (3.27) совпадает с уравнением Солпитера /24/ .

В случае, когда масса m^0 много больше средних импульсов интегрирования $|q^\perp|$, система уравнений (3.22)-(3.27) превращается в одно уравнение Шредингера. Уравнения (3.22), (3.23) в системе покоя $\mathcal{P}_0 = M_A$ для больших масс $m^0\to\infty$ описывают нерелятивистскую частицу

$$E_a(\bar{k}) = \sqrt{m_a^{0\,2} + \bar{k}^2} = m_a^0 + \frac{1}{2}\frac{\bar{k}^2}{m_a^0}\,,$$

$$\mathrm{tg}\,2\vartheta = \frac{k}{m^0} \to 0\,; \quad S(\bar{k}) \simeq 1\,; \quad \Lambda_{(\pm)} \simeq \frac{1\pm\gamma_0}{2}.$$

В уравнении (3.27) выживает только проекция на состояние с положительной энергией

$$\Lambda_{(+)}\Psi\Lambda_{(-)} \simeq \Psi_{Ш}\,; \quad \Lambda_{(-)}\Psi\Lambda_{(+)} \simeq 0.$$

В результате (3.27) сводится к уравнению Шредингера

$$\left[\frac{1}{2\mu}\bar{k}^2 + (m_a^0 + m_b^0 - M_A)\right]\Psi_{Ш}(k) = \int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\underset{\sim}{V}(\bar{k}-\bar{q})\,\Psi_{Ш}(\bar{q}) \qquad (3.28)$$

для частицы с приведенной массой $\mu = m_a\cdot m_b/(m_a+m_b)$. Для произвольного полного импульса $\mathcal{P}_\mu$ уравнение (3.27) становится уравнением

$$\left[-\frac{1}{2\mu}(k_{\mathcal{P}}^\perp)^2 + \left(m_a^0+m_b^0-\sqrt{\mathcal{P}_\mu^2}\right)\right]\Psi_{Ш}(k^\perp) = \int\frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\underset{\sim}{V}(k^\perp-q^\perp)\,\Psi_{Ш}(q^\perp), \qquad (3.29)$$

описывающим релятивистский атом с нерелятивистским относительным импульсом $|k^\perp| \ll m^0_{a,b}$. В рамках такого вывода уравнения Шредингера достаточно определить полную координату в виде (3.9) $X = \frac{x+y}{2}$ независимо от величины масс двух частиц, образующих атом.

Рассмотрим теперь противоположный случай безмассовых частиц $m^0_a = m^0_b \to 0$. Предположим, что уравнения (3.22), (3.23)

$$2E_a(k^\perp)\cos 2\vartheta(k^\perp) = \int \frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\, \underset{\sim}{V}(k^\perp - q^\perp)\cos 2\vartheta(q^\perp) \qquad (3.30)$$

$$2E_a(k^\perp)\sin 2\vartheta(k^\perp) = \int \frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\, \underset{\sim}{V}(k^\perp - q^\perp)\,(\hat{k}^\perp \hat{q}^\perp)\sin 2\vartheta(q^\perp)$$

имеют нетривиальное решение $\vartheta(k^\perp) \neq 0$. Это решение по своему физическому смыслу описывает спонтанное возникновение массы фермиона и нарушение киральной симметрии, присущей исходной системе безмассовых частиц (3.3) с кирально-симметричным взаимодействием (3.7).

Легко видеть, что уравнение (3.30) совпадает с уравнением на волновую функцию связанного состояния (3.27) с нулевым собственным значением $\mathcal{P}^2_\mu = 0$ и условием

$$\Lambda_{(+)}\Psi\bar{\Lambda}_{(-)} = \Lambda_{(-)}\Psi\bar{\Lambda}_{(+)} \equiv \Psi, \qquad (3.31)$$

$$2E(k^\perp)\Psi(k^\perp) = \int \frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\, \underset{\sim}{V}(k^\perp - q^\perp)\Psi(q^\perp).$$

Следовательно,

$$\Psi = \cos 2\vartheta(k^\perp)/F, \qquad (3.32)$$

где F - константа пропорциональности.

Таким образом, система уравнений (3.22)-(3.27) в состоянии описывать чисто релятивистский эффект возникновения голдстоуновской моды при спонтанном нарушении киральной симметрии, что противоречит утверждению о нерелятивистской природе потенциальной модели, которое следует из общепринятой теории калибровочных полей (1964-1974 гг.).

Физическая потенциальная система (3.3)-(3.7) впервые дает пример доказательства теоремы Голдстоуна в билокальном варианте, когда нелокальное связанное состояние одновременно является голдстоуновской частицей.

Именно этот пример является идеалом для построения низкоэнергетической теории легких мезонов, в которой пион также рассматривается двойственным образом, т.е. как связанное состояние кварка и антикварка и как голдстоуновская частица. Мы видим, что построенная нами

релятивистская модель для атомов в низшем порядке по радиационным поправкам способна описывать также и мезоны.

Действительно, существует большое число работ (см., например, /10/ и ссылки в ней), где уравнения (3.22)-(3.27) используются для вычисления спектра масс легких мезонов, конституэнтной массы кварков и констант распадов мезонов. Потенциалы в этих работах определяются из спектроскопии тяжелых кваркониев в виде суммы растущего и кулоновского потенциалов, например,

$$V(r) = \frac{\alpha_s}{r} - V_0 r^2 \quad ; \quad V_0^{1/3} \simeq 250\,\mathrm{MeV}; \quad \alpha_s \simeq 0.2. \qquad (3.33)$$

При этом сами тяжелые кварконии ($m^0 \gg$ 250 МэВ) описываются уравнением Шредингера (2.29), которое, как мы видели, естественно выводится из исходного уравнения (3.27) в пределе больших масс, и, как показано в работе /25/, в этом пределе эффект спонтанного нарушения киральной симметрии также исчезает, а конституэнтные массы кварков совпадают с токовыми.

Достоинством такого направления по сравнению со всеми другими является первая конструктивная связь фундаментальных параметров физики малых расстояний (параметров растущего и кулоновского потенциалов и токовых масс кварков) с фундаментальными параметрами физики адронов больших расстояний (массой пиона и константой его слабого распада F_π) /25/.

Недостатками этого подхода были его нерелятивистская формулировка в системе покоя связанного состояния /10/, отсутствие релятивистского лагранжиана взаимодействия мезонов, и непонимание статуса радиационных поправок в КХД.

Первые два недостатка снимаются изложенной здесь новой нерелятивистской потенциальной моделью /25/, которая является последовательным изложением релятивистской атомной физики, т.е. изложением "атомизации" КЭД.

С точки зрения этой модели, "адронизация" КХД качественно отличается лишь близкодействием потенциала кварк-кваркового взаимодействия для легких кваркониев, и эффективное действие легких мезонов (которое сопадает с (3.15) с точностью до фактора числа цветов N_c, и изменения константы взаимодействия кварков в бесцветном канале на $4/3$) должно быть действием для кирального лагранжиана. Доказательство того, что (3.15) ведет к киральному лагранжиану, сделано в работе /27/ с помощью сепарабельного приближения, которое хорошо работает именно для близкодействующих потенциалов. Для низших орбитальных моментов такие потенциалы можно представить с хорошей точностью в виде произведения двух факторов:

$$\langle l=0 | V(\vec{p}-\vec{q}) | l=0 \rangle = f(p^2)\, f(q^2).$$

В этом случае исходная модель (3.3) становится эквивалентной одной из версий модели Намбу - Иона -Лазинио [28,29] с явным указанием формфактора ее ультрафиолетовой регуляризации $f(p)^2$. Хорошо известно [28,29], что эта модель ведет к киральным лагранжианам.

Справедливость сепарабельного приближения для близкодействующих потенциалов объясняет факт очень слабой зависимости низкоэнергетической физики легких мезонов от вида потенциала и существования огромного числа моделей, удовлетворительно описывающих экспериментальные данные.

Здесь следует упомянуть также большое число работ, посвященных т.н. доказательству нелинейных киральных лагранжианов из КХД (см. ссылки в [29]), суть которого в формальном выводе детерминанта (3.I3), (3.I5) с помощью киральных преобразований, параметризованных мезонным полем. Многие из этих "доказательств" даже не содержат вывода уравнения на спектр мезонов, не говоря уже о его решении. Основная цель этих работ: найти коэффициенты при высоких членах разложения киральных лагранжианов по импульсам мезонов и обосновать описания барионов в виде "скирмионов"[30] (т.е. изотопической волны нелинейных мезонов). Все эти работы по обоснованию из КХД киральных лагранжианов не ставят своей целью постановки задачи вычисления из КХД основных параметров низкоэнергетической физики: F_π, F_k, m_π, ...

Что нового дает "единая" релятивистская модель атома и адрона (3.3)-(3.27) по сравнению с указанными выше популярными подходами: нерелятивистским [10] и нелинейным [29]?

Она связывает оба эти подхода в единое целое и дает конструктивное обобщение киральных лагранжианов на физику тяжелых кваркониев, т.е. позволяет описывать распады тяжелых кваркониев на легкие в рамках одного единого действия типа (3.I5) с минимальным числом параметров, определяемых из области малых расстояний, где начинает работать теория возмущений.

Конструкция такой квантовой релятивистской теории адронов на основе действия (3.I5) представлена в работах [26,31].

Новым также является конструк-тивная постановка задачи о радиационных поправках, решаемая в КЭД методом минимального квантования.

К чему ведет этот метод в КХД?

Этому вопросу посвящена следующая лекция.

ЛЕКЦИЯ 4. МИНИМАЛЬНОЕ КВАНТОВАНИЕ НЕАБЕЛЕВОЙ ТЕОРИИ

Эти лекции мы начали с изложения противоречий между калибровочной теорией 1964-74 гг. и практикой описания связанных состояний в КЭД.

В "теории" думают, что для доказательства релятивистской ковариантности достаточно к кулоновскому полю $\mathbb{C}$ добавить пропагатор поперечного поля $\mathbb{T}$:

$$\mathbb{C} + \mathbb{T} = \mathbb{F} + \mathbb{L}$$

и в получившейся сумме фейнмановского пропагатора $\mathbb{F}$ и продольной части $\mathbb{L}$ отбросить последнюю ($\mathbb{L} = 0$) в силу калибровочной независимости (которую отождествляют с калибровочной инвариантностью).

На "практике" движущийся релятивистский атом описывают (в каждом порядке по радиационной поправке $\mathbb{T}$) изменением калибровки поперечных полей ($\mathbb{C}, \mathbb{T} \mapsto \mathbb{C}', \mathbb{T}'$), а релятивистские калибровки (без продольных частей) теряют аналитические свойства одновременных взаимодействий и тем самым теряют "одновременные" связанные состояния, т.е. становятся "мертвой" теорией для атомов.

В "теории" - потенциальная модель выглядит как нерелятивистская; на "практике" - эта модель способна описывать вдвойне релятивистский (по относительному и абсолютному импульсам) голдстоуновский пион.

Чтобы построить калибровочную квантовую теорию, адекватную "практике", мы разделили понятия "калибровочная независимость" и "калибровочная инвариантность". Вместо понятий "выбор калибровки" и "изменения калибровки" мы ввели "конструкцию переменных" и "замену переменных" и обратились к самому первому методу квантования электродинамики, предложенному Гайзенбергом и Паули в 1929-30 гг.

Согласно этому методу нужно согласиться с явной выделенностью временной компоненты калибровочного поля, которая не имеет своего "сопряженного импульса", и явно строить минимальный набор физических переменных путем решения классического уравнения Гаусса для временной компоненты. Затем квантовать только этот минимальный набор. В таком "минимальном" подходе естественно возникают прямые взаимодействия, которые формируют "одновременные" связанные состояния, а преобразование Лоренца сопровождается автоматически "заменой переменных", адекватной "практике" описания релятивистских атомов.

Нельзя не ожидать, что все эти выводы об описании связанных состояний справедливы не только для КЭД, но и любой другой калибровочной теории.

Неудивительно, что в настоящее время в КХД не существует ни одной явно релятивистски-ковариантной калибровки (с сингулярностями пропагаторов калибровочных полей на световом конусе), которая бы претендовала на самосогласованное описание спектра адронов и их волновых функций. В КХД (так же,как и в КЭД) такие релятивистские калибровки "мертвы" для описания "одновременных" связанных состояний.

Что является "живой" КХД для адронов, для которых справедливы слова лорда Эддингтона: "Кварк вчера и антикварк сегодня не образуют адрона".

Опыт релятивистского описания атомов подсказывает в качестве ответа на этот вопрос минимальное квантование неабелевой теории /I7-20/:

$$W = \int d^4x\, \mathcal{L}(x),$$

$$\mathcal{L}(x) = -\frac{1}{4} F^{a\,2}_{\mu\nu} + \bar\psi(i\not\partial - m^0)\psi = \qquad (4.I)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\partial_0 A_i^a - \nabla_i(A)^{ab}A_0^b\right]^2 + j_0^a A_0^a + \bar\psi i\gamma_0\partial_0\psi + \Delta\mathcal{L}(A_i,\psi),$$

где

$$\Delta\mathcal{L}(A_i,\psi) = -\frac{1}{4} F_{ij}^a(A_i)^2 - j_i^a A_i^a + \bar\psi(-i\gamma_i\partial_i - m^0)\psi, \qquad (4.2)$$

$$\nabla_\mu = \partial_\mu + \hat A_\mu, \quad \hat A_\mu = g\frac{A^a\tau^a}{2i}; \quad F^a_{\mu\nu}(A) = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\epsilon^{abc}A^b_\mu A^c_\nu,$$

$$\nabla_i^{ab}(A) = \delta^{ab}\partial_i + g\epsilon^{acb}A_i^c; \quad j^a_\mu = g\bar\psi\gamma_\mu\frac{\tau^a}{2}\psi, \qquad (4.3)$$

τ^a - матрицы Паули (a=I,2,3; мы пока будем рассматривать $SU(2)$-теорию).

Вначале построим физические переменные, решая уравнения Гаусса на временную компоненту:

$$\frac{\delta W}{\delta A_0} = 0 \Longrightarrow \left(\nabla_i^2(A)A_0\right)^a = \left(\nabla_i(A)\partial_0 A_i\right)^a + j_0^a. \qquad (4.4)$$

Согласно общей теории дифференциальных уравнений решение неоднородного уравнения (4.3) представляется в виде суммы решений однородного

$$\left(\nabla_i(A)^2\right)^{ab}O^b = 0 \qquad (4.5)$$

и неоднородного (4.4) уравнений

$$A_0^a = O^a + a_0^a(A) + \left(\frac{1}{\nabla_i(A)^2}\right)^{ab} j_0^b, \qquad (4.6)$$

где

$$a_0^a(A) = \left(\frac{1}{\nabla_i(A)^2}\nabla_i(A)\partial_0 A_i\right)^a. \qquad (4.7)$$

Подставляя это решение (4.6) в лагранжиан (4.I), получим следующее выражение:

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{2}\left[\partial_0 A_i^a - \nabla_i^{ab} a_0^b(A) - \nabla_i^{ab}(A)O^b - \left(\nabla_i\frac{1}{\nabla_j(A)^2}j_0\right)^a\right]^2 + \qquad (4.8)$$

$$+ j_0^a\left(O^a + a_0^a + \left(\frac{1}{\nabla_i(A)^2}j\right)^a\right) + \bar\psi i\partial_0\gamma_0\psi + \Delta\mathcal{L}(A,\psi).$$

В отличие от КЭД мы допускаем, что временная компонента содержит дополнительную степень свободы O^a которая по математическому смыслу ее введения (4.5) должна описывать "возбуждение системы в целом", как и всякая "нулевая мода". Действительно, в силу уравнения (4.5) поле входит в лагранжиан (4.8) в виде полных производных

$$\mathcal{L}_S(O, j_0, \partial_0 A_i - \nabla_i a_0) = (\nabla_i O)^a\left[\frac{1}{2}(\nabla_i O)^a + \left(\nabla_i\frac{1}{\nabla_j^2}j_0\right)^a - (\partial_0 A_i - \nabla_i a_0)^a\right] +$$

$$+ O^a j_0^a \equiv \qquad (4.9)$$

$$\equiv \partial_i\left\{\frac{1}{2} O^a\partial_i O^a + O^a\left[\nabla_i\frac{1}{\nabla_j^2}j_0^a - (\partial_0 A_i - \nabla_i a_0)^a\right]\right\}.$$

Действие W на решениях (4.6) зависит от поля O^a только в поверхностных членах.

Мы постулируем существование такого коллективного "возбуждения в целом", чтобы выяснить его полезность с точки зрения феноменологии адронов.

Определим по аналогии с КЭД, физические переменные

$$\hat a_i^T[A] = v^T[A](\hat A_i + \partial_i)v^T(A)^{-1}; \quad \psi^T = v^T(A)\psi; \quad \hat O^T = v^T\hat O v^{T-1}, \qquad (4.10)$$

где матрица v^T удовлетворяет уравнению

$$\partial_0 v^T(A) = v^T(A)\hat a_0(A) \qquad (4.11)$$

и представляется формально в виде T-произведения

$$v^T(A) = T\exp\left\{\int^t dt'\, \hat a_0(A(x,t'))\right\}. \qquad (4.12)$$

Переменные (4.10) инвариантны относительно калибровочных преобразований исходных полей

$$\hat{A}_i^g = g(\hat{A}_i + \partial_i)g^{-1} \; ; \; \psi^g = g\psi \; ; \; \hat{O}^g = g\hat{O}g^{-1},$$

так как матрица v^I в соответствии с уравнением (4.11) преобразуется умножением слева:

$$v^I(A^g) = v^I(A)\, g^{-1}.$$

Лагранжиан $\mathcal{L}(x)$ в терминах переменных (4.10) принимает вид, весьма похожий на лагранжиан КЭД в поперечных переменных

$$\mathcal{L}_{cl}(x) = \mathcal{L}_S(O^T, \partial_0 a^T, j_0^T) + \mathcal{L}^T(a^T, \psi^T) + \bar{\eta}^T\psi^T + \bar{\psi}^T\eta^T, \tag{4.13}$$

где

$$\mathcal{L}^T(a^T, \psi^T) = \frac{1}{2}(\partial_0 a_i^T)^2 + \frac{1}{2} j_0^{Ta}\left(\frac{1}{\nabla_i^2(a^T)}\right)^{ab} j_0^{Tb} + \bar{\psi}_i^T\gamma_0\partial_0\psi^T + \Delta\mathcal{L}(a^T, \psi^T), \tag{4.14}$$

$\mathcal{L}_S$, $\Delta\mathcal{L}$ определены формулами (4.2), (4.9), а канонический импульс поля

$$\frac{\partial\mathcal{L}_{cl}}{\partial(\partial_0 a_i^T)} = E_i^T = \partial_0 a_i^T \tag{4.15}$$

тождественно удовлетворяет условию поперечности

$$\nabla_i(a^T)^{ab} E_i^{Tb} \equiv 0 \; ; \; \nabla_i^{ab}(a^T)\,\partial_0 a_i^{Tb} \equiv 0. \tag{4.16}$$

Мы ввели здесь источники спинорных полей $\bar{\eta}^T$ и η^T, чтобы рассматривать функции Грина.

Существует также другой, классически эквивалентный (4.10) способ определения физических полей:

$$\hat{A}_i^{Ph} = w(\hat{a}_i^T + \partial_i)w^{-1} \; ; \; \psi^{Ph} = w\psi^T, \tag{4.17}$$

где матрица w удовлетворяет уравнению

$$w^{-1}\partial_0 w = O^T \; ; \; \left(w = T\exp\left\{\int^t dt'\, \hat{O}^T(t')\right\}\right). \tag{4.18}$$

Эти поля в силу уравнения $(\nabla_i(a^T)^2 O^T)^a = 0$ удовлетворяют условию поперечности

$$[\nabla_i(A^{Ph})\partial_0 A_i^{Ph}]^a \equiv 0, \tag{4.19}$$

эквивалентному (4.16).

Исходный лагранжиан (4.8) в терминах (4.10) принимает с точностью до поверхностных членов и внешних источников такой же вид (4.18)

$$\mathcal{L}_Q = \mathcal{L}^T(A^{Ph}, \psi^{Ph}) + \bar{\eta}^{Ph}\psi^{Ph} + \bar{\psi}^{Ph}\eta^{Ph}. \tag{4.20}$$

В качестве лагранжиана, исходного для квантования, примем лагранжиан (4.20) и установим коммутационные соотношения спинорных полей

$$\{\psi^{+Ph}(\vec{x},t), \psi^{Ph}(\vec{y},t)\} = \delta^3(x-y). \tag{4.21}$$

Нужно отметить, что такая схема квантования (4.20) и определение переменных (4.17) соответствуют вейлевской интерпретации калибровочных полей /32/, согласно которой физический смысл имеет не фаза $\hat{O}$, а весь фазовый фактор w (4.18), который мы будем называть "вейлевским фактором".

Равенство (4.17) будем понимать как групповое разделение квантовых переменных на "малые" (a_i^T, ψ^T) и "большие" переменные (w) /33/.

Кроме того, в квантовом лагранжиане (4.20) по аналогии с потенциальной моделью в лекции 3 проведем процедуру "адронизации", вводя билокальные поля

$$\frac{1}{2}\int d^4x\, d^4y\, j_0^a\left[\frac{1}{\nabla^2(A^T)}\delta^3(\bar{x}-\bar{y})\delta(x_0-y_0)\right]^{ab} j_0^b(y) = (\psi^{Ph}\bar{\psi}^{Ph}, m) - \frac{1}{2}(m, K^{-1}(A)\, m) \tag{4.22}$$

и проводя Т-упорядочивание фермионных полей:

$$(\psi\bar{\psi}, -G_0^{-1}(A^{Ph}) + m) + \bar{\eta}^{Ph}\psi + \bar{\psi}\eta^{Ph} = i\,tr\ln(-G_m^{-1}(A^{Ph})) + (\eta^{Ph}\bar{\eta}^{Ph}, G_m), \tag{4.23}$$

здесь функция Грина $G_m(A)$ удовлетворяет уравнению

$$\int d^4z\, [(i\not{\partial}_x - m_0 - i\hat{A}_i^{(x)}\gamma_i)\delta^4(x-z) - m(x,z)]\, G_m(x,y|A) = \delta^4(x-y). \tag{4.24}$$

В результате получим эффективное действие

$$W_Q(A^T, m) = W_{ph}(A^{ph}, m) + W_{source}(\bar{\eta}^{ph}, \eta^{ph}), \tag{4.25}$$

$$W_{ph}(A^{ph}, m) = \int d^4x \, \frac{1}{2}\left[(\partial_0 A^{ph})^2 - (B_i(A^{ph}))^2\right] - \\ - \frac{1}{2}\left(m, K^{-1}(A^{ph}) m\right) + i\, tr \ln\left(-G_m^{-1}(A^{ph})\right), \tag{4.26}$$

$$W_{source}(\bar{\eta}^{ph}, \eta^{ph}) = \left(\eta^{ph} \bar{\eta}^{ph}, G_m(A^{ph})\right). \tag{4.27}$$

После разделения переменных (4.17) возникает действие

$$W_Q\left(w(a_i^T + \partial_i)w^{-1}, w\, m^T w^{-1}\right) = W_{ph}(a_i^T, m^T) + \\ + W_{source}(\bar{\eta}^{ph} w^{-1}, w \eta^{ph}) + \frac{-tr}{4g^2}\int d^4x \, \partial_i\left[(w^{-1}\partial_0 w)\partial_i(w^{-1}\partial_0 w)\right] + \\ + \Delta_{Anomal}(\arg m^T, w). \tag{4.28}$$

Последнее слагаемое является неабелевой аномалией, в настоящее время вычисленной только в локальном случае /34/:

$$m^T(x, y) \approx m^L(x)\, \delta^4(x-y) \tag{4.29}$$

(который, как мы указывали выше, является хорошим приближением /33/ для мезонов из легких кварков):

$$\Delta_{Anomal}(\arg m^L, w) = N_c \int d^4x \, \arg m^L(x)\, \partial_0 K_0(x), \tag{4.30}$$

где

$$K_0(x) = \frac{1}{24\pi^2}\, \varepsilon_{ijk}\, tr(\hat{V}_i \hat{V}_j \hat{V}_k) \quad ; \quad \hat{V}_i = w^{-1}\partial_i w. \tag{4.31}$$

Таким образом, квантовая вейлевская теория (4.20) имеет два отличия от результатов квантования классически эквивалентной теории (4.13) (кроме вейлевской интерпретации коллективного возбуждения δ^T): 1) неабелева аномалия (4.30) и 2) переопределение физических источников (т.е. новые шпурионные диаграммы).

В дальнейшем мы остановим свое внимание на трех последних членах действия (4.28) и рассмотрим простейшую модель коллективного возбуждения в конечном пространстве-времени.

Напомним, что любая квантовая полевая теория рассматривается вначале в конечном пространстве ($|\bar{x}| \leq R$; $t \leq \frac{T}{2}$). Предел бесконечного пространства и времени берется после вычисления наблюдаемых физических величин (сечений вероятностей распадов и т.д.).

Предположим, что в окрестности границы пространства $\bar{x}$ можно пренебречь локальными возбуждениями так, что вейлевский фактор удовлетворяет уравнению

$$\partial_i^2 (w^{-1}\partial_0 w) = 0 \tag{4.32}$$

и "нулевыми" граничными условиями

$$\lim_{|\bar{x}| \to R} w(\bar{x}, t = \pm\tfrac{T}{2}) = \pm 1. \tag{4.33}$$

Одно из решений(4.32), удовлетворяющее (4.33), имеет вид

$$w(\bar{x}, t) = \exp\left\{i \frac{x^a \tau^a}{R} n(t)\pi\right\} \quad ; \quad n(t = \pm\tfrac{T}{2}) = n_\pm\,, \tag{4.34}$$

где $n_\pm$ – произвольные целые числа.

Фактор $w(\bar{x}, \pm\frac{T}{2})$ на границе временного интервала описывает отображение пространства $R(3)$ в групповое пространство $SU(2)$. Целые числа $n_\pm$ называются топологическими индексами отображения.

Для произвольной матрицы

$$w(x, t) = \exp\left\{i \frac{x^a}{|x|} \varphi(\bar{x}, t)\right\} \quad ; \quad \varphi(0, t) = 0$$

эти индексы вычисляются по формуле

$$N = \int d^3x \, K_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^R dr \, \frac{d}{dr}\left[\varphi(r,t) - \sin\varphi(r,t)\right] = \\ = \frac{\varphi(R,t) - \sin\varphi(R,t)}{2\pi}\Bigg|_{\varphi(R,t) = 2\pi n} = n, \tag{4.35}$$

где K_0 определено формулой (4.31).

Топологический индекс (4.35) представляет собой пример величины, которая не обращается в ноль в пределе бесконечного объема, несмотря на исчезновение исходного поля $\hat{V}_i = w^{-1}\partial_i w$ (4.3I).

Все цветные функции в теории $\mathcal{L}_a$ отличаются от теории $\mathcal{L}_{cl}$ вейлевскими факторами w, которые ведут к топологическому вырождению всех цветных асимптотических состояний

$$\psi^{Pl}_{\substack{asymp.\\ t\to\frac{T}{2}}}(x,t) = \exp\left\{i\frac{x^a\tau^a}{R} n_{(+)}\pi\right\} \psi^{T}_{asymp.}(x,t), \qquad (4.36)$$

где ψ^T - обычные асимптотические состояния в виде плоских волн.

В соответствии с правилами квантовой теории мы должны вначале усреднить по всем параметрам вырождения, в том числе по индексам n:

$$\lim_{L\to\infty}\frac{1}{2L}\sum_{n=-L}^{L}\exp\left\{i\frac{x^a\tau^a}{R}\pi n\right\} = \begin{cases} 1, & |\vec{x}|=0 \\ 0, & |\vec{x}|\neq 0, \end{cases} \qquad (4.37)$$

а затем переходить к пределу бесконечного объема.

В этом случае из-за деструктивной интерференции вейлевских факторов (4.37) все амплитуды рождения цветных частиц обращаются в ноль /I7,I8/.

Аналогичная картина имеет место для любой калибровочной группы $SU(N)$, в том числе $SU(3)$. В этом случае роль матриц Паули τ^a играют матрицы $\lambda_2, \lambda_5, \lambda_7$ минимального вложения группы $SU(2)$ в $SU(3)$ (для которого фундаментальное представление $SU(3)$ является неприводимым представлением $SU(2)$).

Хотя физические кварки и глюоны ψ^{Pl}, A^{Pl} не могут распространяться в виде плоских волн, это не мешает им в качестве "раздетых" ψ^T, a^T участвовать в процессах образования бесцветных адронов, описываемых действием (4.28).

Мы должны просто "выкинуть" из физических состояний цветные частицы, что, собственно, и делается в партонной феноменологии кварк-адронной дуальности, где под "партонами" понимают только мнимые части кварк-глюонных диаграмм теории возмущений для "бесцветных" процессов.

Следующее, третье слагаемое в (4.28) является действием для коллективного глюонного возбуждения и для модели (4.34). Это действие принимает вид

$$W(w) = -\int d^4x\,\frac{1}{4g^2}\,tr\,\partial_i\left[(w^{-1}\partial_0 w)\,\partial_i(w^{-1}\partial_0 w)\right] = \qquad (4.38)$$

$$= \int dt\,\dot{n}(t)^2\,\frac{1}{2}\left(\frac{(2\pi)^2}{\alpha_s}R\right); \quad \dot{n} = \frac{d}{dt}n(t); \quad \alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}.$$

Полная энергия коллективных возбуждений (4.34)

$$E_w = \frac{P^2}{2}\frac{\alpha_s}{(2\pi)^2 R}; \quad P = (2\pi k + \theta); \quad k = 0, 1, 2, \ldots \quad 0 \le \theta \le \pi \qquad (4.39)$$

исчезает в пределе бесконечного объема. Спектр импульса P определяется из условия того, что целые значения $n(t)$ являются физически эквивалентными.

/34/ Четвертое слагаемое в (4.28) отождествляется в киральной теории с полем η'-мезона : $\arg m^L = (2N_f)^{1/2} F_\pi^{-1}\eta'(x)$ (F_π - константа распада мезона, N_f - число "запахов").

Проблема большой массы этого мезона ($U(1)$ -проблема) может служить той самой феноменологией, на которую нужно ориентироваться при дальнейшем исследовании топологических возбуждений.

Нам осталось проквантовать само неабелево поле, т.е. лагранжиан

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_0 a_i^{Ta})^2 - \frac{1}{2}B_i^a(a^T)^2; \quad \nabla_i^{ab}(a^T)\,\partial_0 a_i^{bT} \equiv 0 \qquad (4.40)$$

или гамильтониан

$$T^{00} = \frac{1}{2}(E_i^{Ta})^2 + \frac{1}{2}\left(B_i^a(a^T)\right)^2; \quad \nabla_i^{ab}(a^T)\,E_i^{Tb} \equiv 0. \qquad (4.4I)$$

Будем квантовать поля E_i^{Ta}, a_i^{Ta}, раскладывая их по ортонормированным векторам

$$E_i^{Ta} = \sum_{\alpha=1,2} e_i^\alpha E_\alpha^a + \partial_i f^a; \quad \partial_i e_i^\alpha = 0, \qquad (4.42)$$

$$a_i^{T b} = \sum_{\alpha=1,2} e_i^{\alpha} a_{\alpha}^{b} + \partial_i g^{\alpha}, \tag{4.43}$$

где поля f и g выражаются через E_{α} и a_{α}.

Подставляя (4.42) в тождество (4.4I), мы получим, что

$$\nabla_i^{ab}(a^T)\,\partial_i f^b = g\,\epsilon^{acb}\left(E_{\alpha}^{c} e_i^{\alpha}\right) a_i^{T b} \tag{4.44}$$

или

$$f^a = \left[\frac{1}{\nabla_i(a^T)\,\partial_i}\right]^{ab} g\,\epsilon^{bcd} E_j^{c} a_j^{d}. \tag{4.45}$$

Если положим поле g^a в (4.43) равным нулю, и примем коммутационные соотношения

$$\left[E_{\alpha}^{a}(x,t),\, a_{\beta}^{b}(y,t)\right] = \delta_{\alpha\beta}\,\delta^{ab}\,\delta^{3}(x-y), \tag{4.46}$$

то получим квантование неабелевой теории, предложенное еще в 1962 г. Швингером [35], который доказал релятивистскую ковариантность теории путем естественной "криволинейной" модификации гамильтониана (4.4I) и получил явно все релятивистские преобразования Гейзенберга - Паули.

ЛЕКЦИЯ 5. К ТЕОРИИ АДРОНОВ

Современная теория адронов строится на основе квантовой хромодинамики [36]. КХД отличается от КЭД явлением асимптотической свободы [37], которое означает уменьшение константы связи с ростом евклидова переданного импульса $Q^2 = -q^2$:

$$\alpha(Q^2) = \left[b \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)\right]^{-1} \quad ; \quad b = \frac{1}{4\pi}\left(11 - \frac{2}{3}N_f\right), \tag{5.I}$$

где Λ - размерный параметр, происходящий из граничных условий уравнений ренормгруппы.

Формула (5.I) была одним из главных аргументов для обоснования кварк-партонной феноменологии [38] в рамках теории возмущений КХД (или, наоборот, для "оправдания" КХД из кварковых и партонных моделей).

С другой стороны, формула асимптотической свободы (5.I), которая получена в предположении малой константы связи, дает также качественное указание на возможную сильную связь в области малых импульсов $Q^2 \simeq \Lambda^2$, и, как следствие, на сложную структуру вакуума [39], с которой связывают надежды на доказательство ненаблюдаемости кварков в свободных состояниях [40].

Окончательное решение проблем вакуума, конфайнмента, адронизации ожидается на пути точного "вычисления на решетках" функционального интеграла, который задается классическим лагранжианом хромодинамики и формулой (5.I).

Надежда на такое решение покоится на убеждении, что в формуле (5.I) отражены все неоднозначности квантования классической хромодинамики. Опыт, накопленный при квантовании различных классических систем, вообще говоря, ставит это убеждение под сомнение. Например, в КЭД константа тонкой структуры, как матричный элемент, зависит от энергетической разрешающей способности физического прибора, измеряющего этот матричный элемент [6,I7]. Квантовая теория, как подчеркивал М.Борн [4I], предназначена для описания лишь вполне определенного эксперимента, поставленного для наблюдения некоторой части внешнего мира, а не для описания самого "объективного" внешнего мира.

В "определение эксперимента" по измерению лэмбовского сдвига уровней атома входит выбор оси времени квантования полей в системе покоя наблюдаемого атома. Если атом движется, то мы должны выбрать ось времени системы координат, движущейся вместе с атомом. В противном случае, независимо от применимости теории возмущений, не выполняется релятивистский закон дисперсии $\mathcal{P}^2 = M^2$, т.е. атом не описывается "одновременной" волновой функцией, принадлежащей неприводимому представлению группы Лоренца.

В случае описания атомных столкновений ось времени становится оператором, пропорциональным оператору полного импульса.

Ни формула (5.I), ни современные вычисления на решетке такого рода неоднозначности не учитывают. Они не учитывают также, что при описании спектра связанных состояний в калибровочных теориях следует различать два рода взаимодействий: "прямые" (или одновременные), которые формируют непертурбативный "адрон", и "запаздывающие", которые участвуют в описании радиационных поправок и в описании распадов, запрещенных правилом Окубо-Цвейга-Иидзуки [42].

На малость "запаздывающих" взаимодействий, кроме правила ОЦИ, указывает успешное описание потенциальной моделью (т.е. прямыми взаимодействиями) низкоэнергетической мезонной физики со спонтанным нарушением киральной симметрии и голдстоуновским мезоном [26,27,3I].

Потенциальная феноменология спектроскопии кваркониев [I0,42] в качестве прямого взаимодействия использует, в основном, сумму кулоновского и растущего потенциалов. Для тяжелых кваркониев доминирует кулоновский потенциал, а растущий - становится поправкой. Для легких кваркониев с массой токовых кварков, много меньших, чем триста мэВ, доминирует растущий потенциал, который полностью определяет спонтанное нарушение киральной симметрии [I0,27]. В какой-то степени потенциальная феноменология кваркониев прямо противоположна идеологии "решеточных вычислений" растущего потенциала в пределе бесконечно больших масс кварков, так как растущий потенциал в феноменологии используется для описания легких кварков, в решеточных вычислениях - для тяжелых.

В вычислениях на решетках растущий потенциал рассматривается как потенциал конфайнмента (и это положение является исходной догмой, не подлежащей обсуждению), в потенциальной модели все попытки доказать с помощью растущего потенциала конфайнмент в смысле исчезновения полюсов функций Грина кварков не увенчались успехом [I0,43,44]. В потенциальной модели растущий потенциал рассматривается как потенциал адронизации, точно так же, как кулоновский связывается с "атомизацией".

Различный статус растущего потенциала в теории (решетки) и в феноменологии еще более обостряет вопрос об причинах возникновения этого потенциала в КХД. Этот вопрос тесно связан с причиной размерной трансмутации в КХД для легких кварков (т.е. с причиной спонтанного возникновения параметра, значительно большего, чем массы легких кварков).

Формула (5.I), с которой в настоящее время связывают объяснения размерной трансмутации (и даже возникновение растущего потенциала), обладает двумя недостатками. Формула (5.I) отражает лишь ультрафиолетовые свойства теории: стоит нам взять достаточно большое число фермионов, т.е. "запахов" $N_f >$ 33/2, или рассмотреть теорию без ультрафиолетовых расходимостей, то исчезает свойство асимптотической свободы вместе с формулой (5.I) и "размерной трансмутацией", в то время как растущий потенциал имеет ярко выраженный характер физического инфракрасного обрезания, поскольку ведет к конституентным массам кварков и глюонов [3I], которые не могут не устранять инфракрасных расходимостей в теории возмущений КХД.

Второй недостаток формулы (5.I) в том, что она создает физически примитивную иллюзию возникновения размерного параметра в замкнутой теории из "ничего".

Любая физическая теория, если в ней при квантовании возникает новый физический параметр, предполагает свою незамкнутость и с точки зрения математики (граничные условия), и с точки зрения физики: новый физический параметр (например, размер вихря в сверхтекучей вращающейся жидкости) обязательно несет информацию о метатеории, включающей в себя старую теорию как феноменологию (в данном примере, микроскопической теории сверхтекучести), и в какой-то степени стимулирует выход на новый теоретический уровень.

Кроме того, сам вывод формулы (5.I) переворачивает логику квантовой теории с ног на голову: в квантовой теории вначале определяется спектр физических состояний, а затем вычисляются слабые матричные переходы между ними; в КХД, основанной на (5.I), вначале определяется матричный элемент (5.I), а затем пытаются определить вакуум и другие физические состояния.

На наш взгляд, более плодотворной, хотя, может быть, не менее примитивной, является точка зрения, согласно которой физической причиной близкодействия легких кварков и глюонов и размерной трансмутации могут быть нетривиальные граничные условия решения уравнения Гаусса при построении физических переменных минимального квантования [3I].

Например, решением уравнения Гаусса

$$\partial_i^2 A_0 = j_0 , \tag{5.2}$$

которое ведет к трансляционно-инвариантному потенциалу

$$L_{Int} = \frac{1}{2} \int d^3x\, j_0(x) A_0(x) = -\frac{1}{2} \int d^3x\, d^3y\, j_0(x) V(x-y)\, j_0(y), \tag{5.3}$$

является выражение

$$A_0(x) = -\int d^3y \left[\frac{4\pi}{|x-y|} - C_0 + 2V_0\, \bar{y}(\bar{x}-\bar{y}) \right] j_0(y), \qquad (5.4)$$

где C_0 и V_0 – константы.

Подставляя (5.4) в (5.3), получим лагранжиан с суммой кулоновского и осцилляторного потенциалов:

$$L = -\frac{1}{2}\int d^3x\, d^3y\; j_0(x)\, j_0(y) \left[\frac{4\pi}{|x-y|} - C_0 + 2V_0\, \bar{y}(\bar{x}-\bar{y}) \right] \equiv \qquad (5.5)$$

$$\equiv -\frac{1}{2}\int d^3x\, d^3y\; j_0(x)\, j_0(y) \left[\frac{4\pi}{|x-y|} - C_0 - V_0\, (\bar{x}-\bar{y})^2 \right].$$

Последнее тождество имеет место в силу симметрии верхнего выражения по двум токам $j_0(x)$, $j_0(y)$.

Приведенные соображения, конечно, не являются "доказательством" растущего потенциала (осцилляторного), однако они демонстрируют возможные неоднозначности построения квантовой теории из классической и дают модели, полезные для изучения вакуума КХД и других физических состояний в соответствии с общепринятой логикой квантовой теории.

Одна из таких моделей с гамильтонианом

$$H = \int d^3x\; \bar{q}\,(-i\partial_i\gamma_i + m^0)\,q + \frac{1}{2}\int d^3x\, d^3y\; j_0^a(x)\, V(x-y)\, j_0^a(y), \qquad (5.6)$$

где

$$j_0^a = \bar{q}\,\gamma_0 \frac{\lambda^a}{2} q\;; \quad V(r) = \frac{\alpha_s}{r} - V_0 r^2\;; \quad \alpha_s \simeq 0{,}2\;; \quad V_0^{1/3} \simeq 250\ \text{МэВ},$$

была рассмотрена для изучения спектра кварков и мезонов в работах многих авторов (см., например, работы /10,25,26,31,43-46/ и ссылки в них).

Первым шагом для построения физических состояний является определение одночастичных операторов рождения a^+, b^+ и уничтожения a, b с помощью боголюбовского разложения фермиона

$$q_\alpha(x) = \sum_s \int \frac{d^3q}{(2\pi)^{3/2}}\, e^{i\bar{q}\bar{x}} \left[a_s(q)\, \mathcal{U}_\alpha(\bar{q},s) + \right.$$

$$\left. + b_s^+(-\bar{q})\, \mathcal{V}_\alpha(-\bar{q},s) \right], \qquad (5.7)$$

где $\mathcal{U}_\alpha(\bar{q},s)$, $\mathcal{V}_\alpha(-\bar{q},s)$ – есть коэффициенты, определяемые из уравнения Шредингера для одночастичной энергии:

$$\langle 0|\, a_s(q)\, |\hat{H}|\, a_{s'}^+(q')|0\rangle = E(q)\langle 0|\, a_s(q)\, a_{s'}^+(q')|0\rangle. \qquad (5.8)$$

Если $\mathcal{U}_\alpha(\bar{q},s)$, $\mathcal{V}_\alpha(-\bar{q},s)$ представить в виде

$$\mathcal{U}_\alpha(\bar{q},s) = S(q)_{\alpha\beta}\, \mathcal{U}_\beta(0,s)\;; \quad \mathcal{V}_\alpha(-q,s) = S(q)_{\alpha\beta}\, \mathcal{V}_\beta(0,s),$$

где $S(q)_{\alpha\beta}$ -матрица Фолди -Ваутхойзена (3.39),

$$S_{\alpha\alpha'}(q)\Big[\sum_s \mathcal{U}_{\alpha'}(0,s)\, \mathcal{U}^*_{\beta'}(0,s)\Big] S^{-1}_{\beta'\beta}(q) = \Big(S\,\frac{1+\gamma_0}{2}\,S^{-1}\Big)_{\alpha\beta} \equiv \Lambda_{(+)}{}_{\alpha\beta}(q),$$

$$S_{\alpha\alpha'}(q)\Big[\sum_s \mathcal{V}_{\alpha'}(0,s)\, \mathcal{V}^*_{\beta'}(0,s)\Big] S^{-1}_{\beta'\beta}(q) = \Big(S\,\frac{1-\gamma_0}{2}\,S^{-1}\Big)_{\alpha\beta} \equiv \Lambda_{(-)}{}_{\alpha\beta}(q)$$

проекционные операторы на состояния с положительной и отрицательной энергиями, то уравнение (5.8) принимает вид уже знакомого нам уравнения Швингера - Дайсона (3.22), (3.23):

$$E(p)\, S^{-2}(p) = m^0 + p_i\gamma_i + \frac{2}{3}\,\hat{I}_{pq}\cdot S^{-2}(q), \qquad (5.9)$$

где $\hat{I}_{pq}$ – краткое обозначение интегрального оператора

$$\hat{I}_{pq}\cdot f(q) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\, \underset{\sim}{V}(p-q)\, f(q). \qquad (5.10)$$

Уравнение (5.9) определяет физический спектр кварков и их конституентные массы /10,25,26/.

Гамильтониан (5.6) после подстановки (5.7) принимает вид:

$$H = E_0 + H_2 + :H_4:$$

$$E_0 = \langle 0 | H | 0 \rangle \quad ; \quad H_2 = \sum_{(1)} E(P_1)\left(a_1^+ a_1 + b_1^+ b_1\right)$$

$$:H_4: = \frac{2}{3} \sum (2\pi)^{-6} \delta^4(P_1 - P_2 + P_3 - P_4) \underset{\sim}{V}(P_1 - P_3) \{ a_1^+ b_2^+ a_3^+ b_4^+ u_1^* v_2 u_3^* v_4 +$$
$$+ a_1^+ b_2^+ b_3 a_4 u_1^* v_2 v_3^* u_4 + b_1 a_2 a_3^+ b_4^+ v_1^* u_2 u_3^* v_4 +$$
$$+ b_1 a_2 b_3 a_4 v_1^* u_2 v_3^* + \dots \} + \dots \qquad (5.11)$$

Мы оставили в $:H:$ только слагаемые, формирующие бесцветные мезоны как парные корреляции /47,48,49/, и ввели краткие обозначения

$$\sum_1 = \sum_{S_1} \int d^3 P_1 \quad ; \quad (I) = (P_I, S_I) ; \; I = 1,2,3,4.$$

Для диагонализации гамильтониана (5.11) относительно парных корреляций $(a^+ b^+)$, $(b a)$ определяют новый вакуум как когерентное состояние /47-49/:

$$|0\rangle\rangle_\alpha = \exp\left\{ \sum_{1,2,3,4} \alpha(1,2,3,4) \, (a_1^{+i} b_2^{+i}) (a_3^{+j} b_4^{+j}) \right\} |0\rangle \qquad (5.12)$$

и оператор рождения связанного состояния (парной корреляции)

$$B^{(+)} = \sum_{1,2} \delta^3(P_1 - P_2) \left[X_{(+)}(1,2) \, a^{+i}(1) \, b^{+i}(2) - X_{(-)}(1,2) \, b^{j}(1) \, a^{j}(2) \right]. \qquad (5.13)$$

Коэффициенты $X_{(+)}$ и $X_{(-)}$ вычисляются из уравнения Шредингера для двухчастичной энергии M_B

$$_\alpha\langle\langle 0 | B^{(-)} (H_2 + :H_4:) B^{(+)} | 0 \rangle\rangle_\alpha = M_B \, _\alpha\langle\langle 0 | B^{(-)} B^{(+)} | 0 \rangle\rangle_\alpha , \qquad (5.14)$$

в то время как параметр α в (5.12)-из определения оператора уничтожения "парной корреляции"

$$B^{(-)} | 0 \rangle\rangle_\alpha = 0. \qquad (5.15)$$

Уравнение (5.14) полностью совпадает с уравнением Солпитера (3.27) для спектра мезонов в системе покоя:

$$\left(E_1(p) + E_2(p) \mp M_B\right) \psi_{\pm\pm}(p) = \frac{4}{3} \Lambda_{(\pm)}(p) \left[\hat{I}_{pq} \left(\psi_{++}(q) + \psi_{--}(q) \right) \right] \Lambda_{(\mp)}(p) \qquad (5.16)$$

с точностью до обозначений

$$\psi = \psi_{++} + \psi_{--} \quad ; \quad \psi_{\pm\pm} = \Lambda_{(\pm)} \psi \Lambda_{(\mp)},$$

$$\psi_{++}(p)_{\alpha\beta} = \sum_{S_1 S_2} X_{(+)}(\bar{p}, \bar{p}; s_1, s_2) \, u_\alpha^+(\bar{p}, s_1) \, v_\beta(\bar{p}, s_2), \qquad (5.17)$$

$$\psi_{--}(p)_{\alpha\beta} = \sum_{S_1 S_2} X_{(-)}(\bar{p}, \bar{p}; s_1, s_2) \, v_\alpha^+(\bar{p}, s_1) \, u_\beta(\bar{p}, s_2).$$

Одночастичные энергии $E_1(p)$, $E_2(p)$ в (5.16) определяются из уравнения Швингера - Дайсона (5.9).

Уравнения типа (5.9), (5.16) встречаются в теории ферми-жидкости Ландау /47/, в приближении случайных фаз /48/, и играют существенную роль в описании элементарных возбуждений в атомной и ядерной физике /49/.

Их релятивистскими аналогами, адекватно описывающими голдстоуновский пион и конституентные массы легких кварков, являются уравнения (3.22), (3.23), (3.27).

Изложенный в лекции 3 метод функций Грина и операторный подход ведут к одним и тем же уравнениям и взаимно дополняют друг друга.

Для первого легко сделать релятивистское обобщение и построить эффективный лагранжиан взаимодействия мезонов; второй дает адекватную физическую интерпретацию квантовых состояний и допускает описание более сложных систем, например, бариона и других многокварковых состояний /46 /.

Построим операторным методом релятивистское уравнение для бариона как трехкварковой системы.

В мезонном "когерентном" вакууме (5.12) оператор рождения бариона состоит не только из операторов рождения кварков (a^+), но и операторов уничтожения антикварков (b) с теми же квантовыми числами:

$$\underset{\sim}{B} = \sum_{1,2,3} \delta^3(p_1+p_2+p_3)\big[X_{+++}(1,2,3)\, a^{i(+)}(1)\, a^{j(+)}(2)\, a^{k(+)}(3) +$$

$$+\big(X_{--+}(1,2,3)\, b^{i}(1)\, b^{j}(2)\, a^{l(+)}(3) + \text{перестановки}(1,2,3)\big)\big]\,\varepsilon^{ijl}. \qquad (5.18)$$

Определим волновые функции бариона

$$\Psi_{+++}(1,2,3)_{\alpha\beta\gamma} = \sum_{S_1 S_2 S_3} u^*_\alpha(1)\, u^*_\beta(2)\, u^*_\gamma(3)\, X_{+++}(1,2,3)$$

$$\Psi_{--+}(1,2,3)_{\alpha\beta\gamma} = \sum_{S_1 S_2 S_3} v^*_\alpha(1)\, v^*_\beta(2)\, u^*_\gamma(3)\, X_{--+}(1,2,3), \;\ldots$$

Тогда уравнение на собственные значения оператора гамильтониана

$$\langle\!\langle o \,|\, \underset{\sim}{B}\, H\, \underset{\sim}{B}^+ \,|\, o\rangle\!\rangle_\alpha = M_{\underset{\sim}{B}}\; {}_\alpha\langle\!\langle o \,|\, \underset{\sim}{B}\, \underset{\sim}{B}^+ \,|\, o\rangle\!\rangle_\alpha \qquad (5.19)$$

эквивалентно следующей системе уравнений на волновые функции бариона:

$$\Big[\underset{\begin{pmatrix}+\\+\\-\end{pmatrix}}{+E_1(p_1)} + \underset{\begin{pmatrix}+\\-\\+\end{pmatrix}}{E_2(p_2)} + \underset{\begin{pmatrix}-\\+\\+\end{pmatrix}}{E_3(p_3)} - \underset{\begin{pmatrix}+\\+\\+\end{pmatrix}}{M_{\underset{\sim}{B}}}\Big]\, \underset{\begin{pmatrix}-&-&+\\-&+&-\\+&-&-\end{pmatrix}}{\Psi_{+++}}(1,2,3) =$$

$$= \frac{2}{3}\, \underset{\begin{pmatrix}-\\-\\+\end{pmatrix}}{\Lambda_{(+)}(p_1)}\, \underset{\begin{pmatrix}-\\+\\-\end{pmatrix}}{\Lambda_{(+)}(p_2)}\, \underset{\begin{pmatrix}+\\-\\-\end{pmatrix}}{\Lambda_{(+)}(p_3)} \Big\{ \hat{I}_{\underline{1},\underline{2}} \Big[\underset{\begin{pmatrix}-&-&+\\-&+&-\\+&-&-\end{pmatrix}}{\Psi_{+++}}(\underline{1},\underline{2},3) + \underset{\begin{pmatrix}+&+&+\\+&-&-\\-&+&-\end{pmatrix}}{\Psi_{--+}}(\underline{1},\underline{2},3)\Big] +$$

$$+ \hat{I}_{\underline{2},\underline{3}} \Big[\underset{\begin{pmatrix}-&-&+\\-&+&-\\+&-&-\end{pmatrix}}{\Psi_{+++}}(1,\underline{2},\underline{3}) + \underset{\begin{pmatrix}-&+&-\\-&-&+\\+&+&+\end{pmatrix}}{\Psi_{+--}}(1,\underline{2},\underline{3})\Big] + \hat{I}_{\underline{1},\underline{3}} \Big[\underset{\begin{pmatrix}-&-&+\\-&+&-\\+&-&-\end{pmatrix}}{\Psi_{+++}}(\underline{1},2,\underline{3}) + \underset{\begin{pmatrix}+&-&-\\+&+&+\\-&-&+\end{pmatrix}}{\Psi_{-+-}}(\underline{1},2,\underline{3})\Big]\Big\},$$

$$(5.20)$$

где

$$\hat{I}_{\underline{1},\underline{2}}\, \Psi(\underline{1},\underline{2},3) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\, \underset{\sim}{V}(q)\, \Psi(p_1 - q,\; p_2 + q,\; p_3) \qquad (5.21)$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0. \qquad (5.22)$$

Уравнение (5.20) является аналогом уравнения Солпитера (5.16) для трехчастичного связанного состояния. Солпитеровская нерелятивистская редукция /24/ от (3.27) к уравнению Шредингера (3.28)

$$E_a(p) \simeq \sqrt{m_a^2 + \vec{p}^{\,2}} \simeq m_a + \frac{1}{2}\,\frac{\vec{p}^{\,2}}{m_a}$$

$$S_a(p) \simeq 1 \qquad ; \qquad \Psi_{+++} \equiv \Psi \gg \Psi_{(\ldots)}$$

ведет в нашем случае к известному нерелятивистскому уравнению для волновой функции связанного состояния трех частиц

$$\Big[\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + \frac{p_3^2}{2m_3} - \big(M_{\underset{\sim}{B}} - m_1 - m_2 - m_3\big)\Big]\,\Psi(p_1,p_2,p_3) =$$

$$= \frac{2}{3}\Big[\hat{I}_{\underline{1},\underline{2}}\,\Psi(\underline{p}_1,\underline{p}_2,p_3) + \hat{I}_{\underline{2},\underline{3}}\,\Psi(p_1,\underline{p}_2,\underline{p}_3) + \hat{I}_{\underline{1},\underline{3}}\,\Psi(\underline{p}_1,p_2,\underline{p}_3)\Big]$$

с условием (5.22), которое означает выбор системы покоя $\mathcal{P}_\mu = (M_B, 0,0,0)$ /50/.

Координаты Якоби, которые позволяют записать свободный гамильтониан в терминах двух относительных импульсов, имеют смысл только в нерелятивистском приближении.

Для описания бариона в релятивистской системе отсчета полезно обобщить условия Маркова - Юкавы (I.13) для билокального поля на N -локальное поле $\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_N)$.

На примере билокальной системы мы видели, что определение полной и относительной координат

$$X = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad ; \qquad z = x_1 - x_2$$

является универсальным для кварков произвольных масс, в том числе для **конституентных масс, зависящих от импульсов.** По аналогии для N -локального поля введем полную и N относительных координат

$$X_\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_{i\mu} \qquad ; \qquad z^{(i)}_\mu = x_{i\mu} - X_\mu, \qquad (5.23)$$

связанных тождеством: $\displaystyle\sum_{i=1}^{N} z^{(i)}_\mu = 0.$

Тогда обобщение условия Маркова - Юкавы имеет вид

$$z_\mu^{(i)} \frac{\partial}{\partial X_\mu} \Phi(z^{(1)}, z^{(2)}, \ldots, z^{(N)} | X) = 0$$

$$(i = 1, 2, \ldots N). \qquad (5.24)$$

Пусть $\mathcal{P}_\mu$ есть собственное значение 4-оператора полного импульса, а η_μ - единичный вектор в направлении $\mathcal{P}_\mu$ $(\eta_\mu \sim \mathcal{P}_\mu)$. В силу условий (5.24) N-локальная функция $\Phi(p^{\perp(1)}, \ldots, p^{\perp(N)} | \mathcal{P})$ как фурье-образ $\Phi(z^{(i)}/X)$ по всем координатам зависит только от поперечных относительных импульсов

$$p_\mu^{(i)\perp} = p_\mu^{(i)} - \eta_\mu (p^{(i)} \cdot \eta); \qquad \sum_{i=1}^{N} p^{(i)} = 0. \qquad (5.25)$$

Для перехода в произвольную систему отсчета достаточно в уравнении (5.20) все относительные импульсы $\bar{p}_i$ заменить на поперечные $p_\mu^{\perp(i)}$, а проекционные операторы $\Lambda_{(\pm)}(\bar{p})$ на операторы

$$\Lambda_\pm(p^\perp) = S(p^\perp)\left(\frac{M_B \pm \not{\mathcal{P}}}{2M_B}\right) S(p^\perp)^{-1}.$$

Аналогично можно построить аналог уравнения Солпитера для произвольного N-кваркового состояния.

Опыт квантования рассмотренной выше фермионной системы можно использовать для вычисления параметров глюонных состояний, описываемых гамильто-нианом КХД (4.41) /35,18,20/:

$$H_{Y.M.} = \int d^3x \, \frac{1}{2} \left[(E_i^{aT})^2 + (B_i^a)^2 \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \int d^3x \, d^3y \, f^{b_1 c_1 d_1} E_i^{c_1 T}(x) A_i^{d_1 T}(x) V^{b_1 b_2}(A|\bar{x}, \bar{y}) f^{b_2 c_2 d_2} E_j^{c_2 T}(y) A_j^{d_2 T}(y) \qquad (5.26)$$

$$+ \text{Schwinger terms},$$

где $V(A|x,y)$ оператор потенциала, удовлетворяющий уравнению

$$\left\{ [\nabla_i(A)\partial_i] \frac{1}{\partial^2} [\nabla_j(A)\partial_j] \right\}^{ab} V^{bc}(A|\bar{x},\bar{y}) = -g^2 \delta^3(\bar{x} - \bar{y}).$$

Важно отметить, что полевые операторы в гамильтониане (5.26) упорядочены по Вейлю /18,20,35/ из требования релятивистской ковариантности.

Представим глюонные поля в виде боголюбовского разложения по операторам рождения и уничтожения

$$E_i^{Tb}(x) = i \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{\varphi(p)}{2}} \left[a_\alpha^{(+)b}(-p) e_i^\alpha(-p) - a_\alpha^{(-)b}(p) e_i^\alpha(p) \right] e^{i\bar{p}\bar{x}},$$

$$A_i^{Tb}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2\varphi(p)}} \left[a_\alpha^{(+)b}(p) e_i^\alpha(p) + a_\alpha^{(-)b}(p) e_i^\alpha(p) \right] e^{-i\bar{p}\bar{x}} \qquad (5.27)$$

с функцией $\varphi(p)$, вычисляемой из условия диагонализации исходного гамильтониана (5.26) относительно операторов $a^{(+)}$, $a^{(-)}$.

После приведения к нормальной форме глюонный гамильтониан принимает вид

$$H = E_0 + \int d^3k \left[a_{\alpha_1}^{(+)}(-k) a_{\alpha_2}^{(+)}(k) + a_{\alpha_1}^{(-)}(k) a_{\alpha_2}^{(-)}(-k) \right] \frac{\mathcal{C}^{\alpha_1 \alpha_2}[\varphi]}{2} + \qquad (5.28)$$

$$+ a_{\alpha_1}^{(+)}(k) a_{\alpha_2}^{(-)}(k) \, \omega^{\alpha_1 \alpha_2}[\varphi] + O(a^4) \Big],$$

где $\mathcal{C}[\varphi], \omega[\varphi]$ - конкретные функции, зависимость которых от φ определяется видом гамильтониана (5.26). Требование диагонализации гамильтониана (5.28) означает равенство нулю коэффициента $\mathcal{C}[\varphi]$:

$$\mathcal{C}[\varphi] = 0. \qquad (5.29)$$

Если бы он не был равен нулю, мы бы должны сделать новое преобразование Боголюбова (т.е. перейти к новому вакууму), что соответствует замене в (5.27) φ на новое $\bar{\varphi}$ и перестройке всех членов разложения (5.28) к новому нормальному произведению. В конечном итоге мы получили бы то же уравнение Боголюбова (5.29): $\mathcal{C}(\bar{\varphi}) = 0$.

Функция $\omega(\varphi)$ на решениях (5.29) определяет энергетический спектр глюонов, точно так же, как уравнение Швингера - Дайсона (5.9) определяет энергетический спектр кварков.

Функция Грина поперечного глюона A_i^T, соответствующая формулам (5.27) (5.28), имеет вид

$$\mathcal{D}_{ij}(q_0, \bar{q}) = \left(\frac{\omega(\bar{q})}{\varphi(\bar{q})} \right) \frac{1}{q_0^2 - \omega(\bar{q})^2 - i\varepsilon} \left(\delta_{ij} - q_i \frac{1}{\bar{q}^2} q_j \right) \qquad (5.30)$$

$$(\omega^{\alpha\beta} = \omega \, \delta^{\alpha\beta}).$$

Величину отношения $(\omega/\varphi) = Z(\bar{q})$ по смыслу можно назвать инфракрасной константой перенормировки волновой функции. Функции Грина кварка типа (3.20) и глюона (5.30) являются элементами новой квазичастичной теории возмущений, в терминах которой осуществляется вычисление всех матричных элементов, в том числе "бегущей" константы связи (5.I).

Явление размерной трансмутации, согласно логике квантовой теории, следовало бы изучить на стадии определения энергетического спектра кварков и пионов и их одночастичных функций Грина.

Продемонстрируем изложенную выше схему вычисления одночастичной энергии глюона и его связанных состояний на более простом примере теории (5.26), в которой оператор потенциала заменен на эффективный потенциал, т.е. рассмотрим сумму свободного гамильтониана

$$H_0 = \frac{1}{2}\int d^3x \left[(E_i^T)^2 + (\partial_i A_j^T)^2 \right]$$

и гамильтониана потенциального взаимодействия цветных глюонных токов

$$H_I = -\frac{1}{8}\int d^3p_1\, d^3q_1\, d^3p_2\, d^3q_2\, \delta^3(p_1 - p_2 + q_1 - q_2)\, \frac{V(p_1 - p_2)}{(2\pi)^3}\, f^{a b_1 b_2} f^{a c_1 c_2} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\varphi(p_1)\varphi(q_1)}{\varphi(p_2)\varphi(q_2)}}\, \left[a^{(+)}(-1) - a^{(-)}(1)\right]_i \left[a^{(+)}(2) + a^{(-)}(-2)\right]_i \left[a^{(+)}(-1') - a^{(-)}(1')\right]_j \times$$

$$(\times)\left[a^{+}(2') + a^{(-)}(-2')\right]_j .$$

Здесь используется кратное обозначение $a^{b_1}_{\alpha_1}(-p_1)\, e_i^{\alpha_1}(-p_1) = a_i(-1);\ (-q \leftrightarrow -1')$.
В этом случае для коэффициентов C и ω получим выражения

$$C^{\alpha_1\alpha_2}(k) = \left[\frac{\delta_{ij}k^2 + m^2(k)_{ij}}{2\varphi(k)} - \frac{\varphi(k)}{2} Z_{ij}\right] e_i^{\alpha}(k)\, e_j^{\alpha}(-k) = 0, \tag{5.31}$$

$$\omega^{\alpha_1\alpha_2}(k) = \left[\frac{\delta_{ij}k^2 + m^2(k)_{ij}}{2\varphi(k)} + \frac{\varphi(k)}{2} Z_{ij}\right] e_i^{\alpha}(k)\, e_j^{\alpha}(k),$$

где

$$m^2(k)_{ij} = \frac{N_c}{2}\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\, V(k-q)\, \varphi(q)\left(\delta_{ij} - q_i \frac{1}{\bar{q}^2} q_j\right),$$

$$Z(k)_{ij} = \delta_{ij} + \frac{N_c}{2}\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\, V(k-q)\, \frac{1}{\varphi(q)}\left(\delta_{ij} - q_i \frac{1}{\bar{q}^2} q_j\right).$$

По аналогии с мезоном (5.I3) введем оператор рождения глюебола

$$G^{+} = \sum_b \int d^3k \left[X^{(++)}_{\gamma_1\gamma_2}(k)\, e_i^{\gamma_1}(k)\, e_j^{\gamma_2}(-k)\, a^{(+)b}_{\gamma_1}(k)\, a^{(+)b}_{\gamma_2}(-k) + \right.$$

$$\left. + X^{(--)}_{\gamma_1\gamma_2}(k)\, e_i^{\gamma_1}(k)\, e_j^{\gamma_2}(-k)\, a^{(-)b}_{\gamma_1}(k)\, a^{(-)b}_{\gamma_2}(-k) \right]$$

и "когерентный" вакуум

$$|0\rangle\rangle_\alpha = \exp\left\{\sum_{cd}\int d^3k_1\, d^3k_2\, \alpha(k_1,k_2)\left(a^{+c}_{\gamma_1}(k_1)\, a^{+c}_{\delta_2}(k_2)\right)\left(a^{+d}_{\gamma_1}(k_1)\, a^{d}_{\delta_2}(k_2)\right)\right\}|0\rangle$$

Тогда уравнения Шредингера на собственное значение оператора гамильтониана

$${}_\alpha\langle\langle 0|\, G\, H\, G^{+}\, |0\rangle\rangle_\alpha = M_G\, {}_\alpha\langle\langle 0|\, G\, G^{+}\, |0\rangle\rangle_\alpha \tag{5.32}$$

эквивалентно следующему уравнению на волновую функцию глюебола:

$$\left(2\omega(k) - M_G\right) X^{(++)}_{ij}(k) = \frac{N_c}{4}\hat{I}_{kq}\left\{ W^{(+)\,2}_{(q|k)} X^{(++)}_{ij}(q) - W^{(-)\,2}_{(q|k)} X^{(--)}_{ij}(q) \right\},$$

$$\left(2\omega(k) + M_G\right) X^{(--)}_{ij}(k) = \frac{N_c}{4}\hat{I}_{kq}\left\{ W^{(+)\,2}_{(q|k)} X^{(--)}_{ij}(q) - W^{(-)\,2}_{(q|k)} X^{(++)}_{ij}(q) \right\}, \tag{5.33}$$

где

$$W^{\pm}_{(q|k)} = \left[\sqrt{\frac{\varphi(q)}{\varphi(k)}} \pm \sqrt{\frac{\varphi(k)}{\varphi(q)}}\right];\quad \hat{I}_{kq} f(q) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(k-q)\, f(q). \tag{5.34}$$

Можно написать также уравнения на волновую функцию трехглюонного антисимметричного состояния $\Psi_{(+++),(+--),(-+-),(--+)}$ с собственным значением M_{BG}

$$\left[\omega(1)+\omega(2)+\omega(3)-M_{BG}\right]\Psi_{+++}(1,2,3)=\frac{N_c}{2}\Big\{\hat{I}_{\underline{1},\underline{2}}\Big[W_{1\underline{1}}^{(+)}W_{2\underline{2}}^{(+)}\Psi_{+++}(\underline{1},\underline{2},3)+$$

$$+W_{1\underline{1}}^{(-)}W_{2\underline{2}}^{(-)}\Psi_{--+}(\underline{1},\underline{2},3)\Big]+\dots\Big\} \qquad (5.35)$$

в полной аналогии с уравнением для бариона (5.20).

Для оценки решений уравнений (5.3I) воспользуемся сепарабельным приближением для потенциала

$$\int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\,\underset{\sim}{V}(p-q)\,\varphi(q)\Big(\delta_{ij}-q_i\frac{1}{q^2}q_j\Big)\simeq\frac{2}{3}\,\frac{1}{\mu^2_{QCD}}\int\limits_0^L\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\,\varphi(q)\,\delta_{ij} \qquad (5.36)$$

с параметрами, которые описывают физику легких кварткониев ($L\simeq$ I,6 ГэВ, μ_{QCD} = 0,2 ГэВ).

Уравнения (5.29) принимают вид

$$\sqrt{z}\,m_g^2=\frac{1}{\mu^2_{QCD}}\int\limits_0^L\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\sqrt{p^2+m_g^2}\,,$$

$$Z=1+\sqrt{z}\,\frac{1}{\mu^2_{QCD}}\int\limits_0^L\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\,\frac{1}{\sqrt{p^2+m_g^2}}\,, \qquad (5.37)$$

$$\omega(p)=\sqrt{z}\,\sqrt{p^2+m_g^2}$$

и имеют решения: $m_g\sim$ 0,7 ГэВ, $\sqrt{z}\sim$ I,6.

Масса скалярного глюебола как собственное значение уравнений (5.33) в сепарабельном приближении

$$\left[2\sqrt{z}\sqrt{k^2+m_g^2}-M_G\right]X(k)=\frac{N_c}{4\mu^2_{QCD}}\int\limits_0^L\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\Big[W(k|q)\big(X(q)-Y(q)\big)+2\big(X(q)+Y(q)\big)\Big],$$

$$\left[2\sqrt{z}\sqrt{k^2+m_g^2}+M_G\right]Y(k)=\frac{N_c}{4\mu^2_{QCD}}\int\limits_0^L\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\Big[W(k|q)\big(Y(q)-X(q)\big)+2\big(X(q)+Y(q)\big)\Big],$$

$$W(k|q)=\left(\sqrt{\frac{k^2+m_g^2}{q^2+m_g^2}}+\sqrt{\frac{q^2+m_g^2}{k^2+m_g^2}}\right) \qquad (5.38)$$

соответствует значению M_G = I,5 ГэВ.

Появление конституентных масс кварков и глюонов не может не сказаться на вычислении "бегущей" константы связи, которая в новой теории может не иметь никаких особенностей во всей евклидовой области переданных импульсов, в том числе при $Q^2\sim 0$ /3I/ .

Правило Окубо-Цвейга-Иидзуки, "запрещающее" трехглюонные распады для мезонов с массой порядка I ГэВ $Q^2_{min}=(1/3)^2$ ГэВ$^2\simeq 0{,}1$ ГэВ^2 ($\alpha_s(0{,}1$ ГэВ$^2)\ll 1$) и малый вклад кулоновского взаимодействия в массы легких мезонов говорят нам, что константа $\alpha_s(Q^2_{min})$ может быть действительно малой.

Тогда основными параметрами КХД являются константы $\alpha_s(Q^2_{min})$ и масштаб близкодействия легких кварков и глюонов ($V_0^{1/3}\sim$ 250 МэВ).

В чем физическая причина этого близкодействия, и в чем причина ненаблюдаемости в свободных состояниях цветных частиц – два главных не раскрытых до конца вопросов квантовой хромодинамики.

ЛЕКЦИЯ 6. ПРОБЛЕМА КОНФАЙНМЕНТА И КХД В БУДУЩЕМ

В настоящее время не существует доказательства конфайнмента цветных частиц в КХД на уровне строгости, принятой в КЭД. Имеется только ряд качественных картин конфайнмента. Наиболее широко распространено мнение, что конфайнмент кварков происходит из-за увеличения силы взаимодействия кварков на больших расстояниях. Это мнение основано на гипотезе Вильсона о растущем потенциале /51/. Доказательству этого механизма растущего потенциала (петля Вильсона) посвящено подавляющее большинство работ по решеточным вычислениям. Здесь считают, что для доказательства конфайнмента достаточно доказать растущий потенциал.

В основе второго направления лежит предположение об отсутствии полюсов функций Грина цветных частиц как возможной причине конфайнмента. Одни авторы считают, что полюса отсутствуют у тех функций Грина, которые непосредственно участвуют в формировании адронов и их взаимодействий /52/, другие различают два сорта состояний цветных частиц: физические (или "одетые") состояния, функции Грина которых не содержат полюса и ненаблюдаемы, и партонные ("раздетые") состояния, функции Грина которых имеют обычные аналитические свойства, и в терминах именно "раздетых" функций Грина формируется теория возмущений и вычисления спектра адрона /53,17/. Доказательство конфайнмента в последнем подходе состоит в обосновании процедуры "одевания" цветных частиц.

Итак, мы перечислили три механизма конфайнмента: потенциальный, бесполюсный и механизм "одевания". Все они должны быть проанализированы с точки зрения физической формулировки проблемы ненаблюдаемости.

Когда мы хотим доказать ненаблюдаемость какого-то физического объекта, то в первую очередь нужно конструктивно описать эксперименты, свидетельствующие о физическом существовании этого объекта. В современной физике термин "доказательство существования" физического объекта означает экспериментальное измерение всех квантовых чисел этого объекта.

Напомним, что идея кварков /54/ однозначно следует из группы классификации адронов, но даже на этом этапе "классификации" кварки рассматривались скорее как вспомогательные математические объекты, чем как реальность.

Кварки стали считать "реальным объектом" лишь тогда, когда появились первые измерения квантовых чисел партонов в глубоконеупругих экспериментах, которые совпали с квантовыми числами гипотетических кварков Гелл-Манна и Цвейга.

Партонная интерпретация глубоконеупругих экспериментов, на феноменологическом уровне развитая Фейнманом и Бьеркеном /38/, использует следующие предположения:

1) Закон сохранения вероятности, или унитарность S -матрицы:

$$S S^{+} = 1 \; ; \; (S = 1 + iT) \Longrightarrow \quad T T^{*} = 2\, \mathrm{Im}\, T . \tag{6.1}$$

2) Справедливость теории возмущений для вычисления мнимой части упругой амплитуды ($\mathrm{Im}\, T$) в (6.1) (вдали от резонансной области, или после усреднения) в терминах партонов:

$$2\, \mathrm{Im}\, T_{ij} = \sum_{(p)} T_{ip} T_{pj}^{*} \quad ; \left(T_{ip} \neq 0 \right). \tag{6.2}$$

3) Предположение о том, что адроны образуют полный набор физических состояний:

$$\left(T T^{*} \right) = \sum_{(h)} T_{ih} T_{hj}^{*} . \tag{6.3}$$

Последнее предположение Фейнмана означает, что вероятность адронизации равна единице ($\sum_{(h)} S_{ih} S_{hj} = \delta_{ij}$), и, соответственно, вероятность рождения цветных частиц (c) равна нулю, т.е. означает ... конфайнмент

$$T_{ic} = 0. \tag{6.4}$$

Таким образом, для самого измерения квантовых чисел цветных частиц по формуле кварк-адронной дуальности

$$\sum_{(h)} T_{ih} T_{hj}^{*} \simeq \sum_{(p)} T_{ip} T_{pj}^{*} , \tag{6.5}$$

которая следует из формул (6.1)-(6.3), используется гипотеза конфайнмента, в которой физические ненаблюдаемые состояния (c) отличаются от их партонных образов (p)

$$T_{ic} \neq T_{ip} \qquad \left(|c\rangle \neq |p\rangle \right). \tag{6.6}$$

Итак, сама физическая процедура измерения квантовых чисел цветных частиц противоречива (6.6), если не подразумевает наличие некоторого механизма "одевания" партонов $|p\rangle$, в результате которого они, не теряя своих квантовых чисел, превращаются в ненаблюдаемые физические кварки $|c\rangle$ (6.4).

Существует ряд особенностей, которые мешают осознанию противоречия (6.6) и необходимости доказательства различия партонных и цветных состояний. Главные из этих особенностей - это преимущественная трактовка (6.5) только в смысле усреднения по энергиям (глобальная кварк-адронная дуальность (Г.КАД)) и традиции доказательства унитарности в пертурбативной теории поля, для которых противоречие (6.6) неприемлемо до такой степени, что легче саму КАД (6.5) превратить в гипотезу, чем заметить это противоречие (но в таком случае сам конфайнмент превращается в гипотезу, и проблема его доказательства исчерпывается).

Г.КАД очень удобна для обоснования современной евклидовой трактовки теории возмущения с формулой асимптотической свободы (5.I). Используемая в Г.КАД процедура энергетического усреднения трактуется как дисперсионный интеграл, связывающий экспериментально наблюдаемую мнимую часть амплитуды (в пространстве Минковского) с теоретическими вычислениями в пространстве Евклида. Именно здесь возникает идеология различия больших и малых расстояний, где наблюдают или адроны, или кварки соответственно.

Однако большое число наиболее интересных измерений квантовых чисел (заряда, спина, цвета и др.) использует формулу КДА (6.5) в локальном смысле, когда результаты партонной теории возмущений непосредственно в пространстве Минковского буквально по точкам совпадают с результатами измерений сечений глубоконеупругих реакций. (Характерным примером является величина $R=(\sigma_{\gamma\gamma\to h}\ /\sigma_{\gamma\gamma\to e^+e^-})$. В этом случае приходится констатировать, что наблюдаемость партонов (6.2) и ненаблюдаемость кварков (6.4) происходит в одной и той же области энергий пространства Минковского, что выходит за рамки евклидовой идеологии больших и малых расстояний и не объясняется ни формулой асимптотической свободы, ни потенциальным конфайнментом.

Здесь мы напрямую сталкиваемся также с традициями доказательства унитарности в пертурбативной КТП, которым противоречит различие партонных и физических состояний (6.6).

Рассмотрим вопрос о соотношении динамики (гамильтониана) и закона сохранения вероятности на примере квантовой механики с уравнением Шредингера

$$\hat{H}\,\Psi_\varepsilon(x)=\varepsilon\Psi_\varepsilon(x)\quad;\qquad \Psi_\varepsilon(x)=\langle\varepsilon|x\rangle.$$

В квантовой механике вероятностная интерпретация волновой функции, т.е. требование ее квадратичной интегрируемости и ортонормируемости

$$\sum_{(x)}\langle\varepsilon|x\rangle\langle x|\varepsilon'\rangle=\langle\varepsilon|\varepsilon'\rangle\equiv\delta_{\varepsilon\varepsilon'}$$

$$\sum_{\varepsilon}\langle x|\varepsilon\rangle\langle\varepsilon|x'\rangle=\langle x|x'\rangle\equiv\delta(x-x') \qquad (6.7)$$

является дополнительным предположением к динамике, исключающим нефизические ненормируемые решения.

Не меняя динамики, мы можем ограничить или уменьшить число физических состояний путем наложения дополнительных условий типа

$$\Psi_\varepsilon(x+L)=e^{i\theta}\,\Psi(x) \qquad (6.8)$$

(т.е. изменяя структуру конфигурационного пространства X).

Условие (6.8) может превратить непрерывный энергетический спектр уравнения Шредингера в дискретный, в результате из суммы по ε (6.7) выбрасывается бесконечное число состояний, однако вклад оставшихся состояний возрастает настолько, что полная вероятность остается равной единице.

Мы видим, что системы с одной и той же локальной динамикой допускают различные условия унитарности, в смысле закона сохранения вероятности (6.7).

Необходимость доказательства унитарности возникает только тогда, когда физические состояния по какой-то причине постулируются до решения уравнения Шредингера.

Например, доказывая унитарность в пертурбативной теории поля, мы неявно предполагали определение физически состояний по теории возмущений. Естественно, что при наличии связанных состояний пертурбативная унитарность не выполняется даже в КЭД.

Аналогично КХД допускает, в принципе, различные условия унитарности: пертурбативную, которая не подтверждается на опыте, и адронную, когда амплитуды рождения любых цветных состояний по какой-то причине обращаются в ноль, и в то же время в области, далекой от резонансов для мнимых частей адронных (или лептон-адронных) амплитуд, справедлива теория возмущений, в терминах "раздетых" цветных частиц, т.е. партонов. (Партоны не совпадают полностью с кварками и глюонами, а являются лишь их "вероятностными" образами).

В лекции 4 мы видели, что в КХД действительно имеется естественный механизм "одевания" цветных частиц с помощью вейлевских фазовых факторов топологического вырождения. Деструктивная интерференция этих фазовых факторов ведет к нулевым амплитудам рождения цветных частиц, т.е. ведет к конфайнменту и формуле локальной кварк-адронной дуальности с теорией возмущений в пространстве Минковского.

В принципе такой же неабелев механизм конфайнмента должен работать в модели Вайнберга-Салама-Глэшоу. Здесь следует отметить, что до сих пор на экспериментах наблюдаются непосредственно только частицы $U(1)$ сектора этой модели.

Все наблюдения нейтрино и W -бозонов носят инклюзивный характер, так же как наблюдение кварков.

Нам осталось теперь обсудить два других из перечисленных в самом начале лекции механизма конфайнмента: "потенциальный" и "бесполюсный", в котором нет различия между голыми и физическими кварками.

Со вторым "расправиться" проще, бесполюсный механизм конфайнмента, в котором исчезают мнимые части кварковых диаграмм, противоречит не только локальной кварк-адронной дуальности (т.е. физической процедуре измерения квантовых чисел кварков), но и уравнениями на связанные адронные состояния, в том числе уравнению Шредингера с растущим потенциалом

$$\left[\frac{p^2}{2\mu} + (m_1+m_2-M_i)\right]\psi(p) = \frac{4}{3}\hat{I}_{pq}\,\psi(q) \quad ; \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}, \tag{6.9}$$

так как вывод всех этих уравнений опирается на существование полюсов функций Грина кварков (см. лекция 3). Неудивительно, что модель с "конформированными" кварками[52] не в состоянии описывать спектр адронов.

Потенциальный конфайнмент означает, что уравнение (6.9) с растущим потенциалом имеет только дискретный спектр и, следовательно, равную нулю амплитуду рассеяния двух цветных частиц

$$T_{(Q.M.)} = 0. \tag{6.10}$$

Однако корректное доказательство конфайнмента должно быть сделано на уровне квантовой теории поля 4-кваркового взаимодействия (5.8), из которой следует вывод уравнения Шредингера (6.9).

Рассмотрим в теории (5.8) с растущим потенциалом амплитуду рассеяния двух кварков в том самом лестничном приближении, в котором выводится уравнение Шредингера. (Для простоты будем пренебрегать цветовой структурой, так как нам важно выяснить роль растущего потенциала).

Выберем систему Брейта:

$$(P_1+P_2)_\mu = \mathcal{P}_\mu = (\sqrt{s},0,0,0) \; ; \; \left(\frac{P_1-P_2}{2}\right)_\mu = k_\mu = (0,\bar{k}).$$

Тогда уравнение в лестничном приближении для амплитуды

$$T_{\alpha_1\alpha_2}(P_1,P_2) = \sum_{\alpha_4} T_{(\alpha_1,\alpha_2)(\alpha_3,\alpha_4)}\,\delta_{\alpha_3}^{\alpha_4} \equiv T^{(Q.F.T.)}_{\alpha_1\alpha_2}(k|\mathcal{P})$$

имеет вид

$$T^{QFT}_{\alpha_1\alpha_2}(k|\mathcal{P}) = \delta_{\alpha_1\alpha_2}\underset{\sim}{V}(k) - i\int\frac{d^4q}{(2\pi)^4}\,V(k-q)\,\gamma_0\,G_{m_1}\!\left(q+\frac{\mathcal{P}}{2}\right)\overset{QFT}{T}(q)\,G_{m_2}\!\left(q-\frac{\mathcal{P}}{2}\right)\gamma_0 \tag{6.11}$$

Сделаем известное нам нерелятивистское приближение Солпитера

$$G_{m_{1,2}}(q) = \left(\frac{\Lambda_+(q)}{q_0-E_{1,2}(q)-i\varepsilon} + \frac{\Lambda_-(q)}{q_0+E_{1,2}(\bar{q})-i\varepsilon}\right)\gamma_0 \simeq \frac{1+\gamma_0}{2}\,\frac{1}{q_0-m_{1,2}-\bar{q}^2/2m_{1,2}-i\varepsilon}.$$

Вместо уравнения (6.11) получим

$$T^{Q.F.T.}_{\alpha_1\alpha_2}(k|\mathcal{P}) = \delta_{\alpha_1\alpha_2}V(k) + \int\frac{d^3q}{(2\pi)^3}\underset{\sim}{V}(\bar{k}-\bar{q})\left[\left(\frac{1+\gamma_0}{2}\right)\frac{\overset{Q.F.T.}{T}(q|\mathcal{P})}{\frac{q^2}{2\mu}+m_1+m_2-\sqrt{s}}\left(\frac{1-\gamma_0}{2}\right)\right]_{\alpha_1\alpha_2}. \tag{6.12}$$

Легко видеть, что "квантово-полевая" амплитуда имеет два канала:

$$T^{Q.F.T.}_{\alpha_1\alpha_2}(k|\mathcal{P}) = \delta_{\alpha_1\alpha_2}V(k) + (\gamma_5)_{\alpha_1\alpha_2}T_{(Q.M.)}(k|\mathcal{P}).$$

Уравнение для одного из них $T_{(Q.M.)}$ полностью совпадает с уравнением Шредингера (6.9), если сделать подстановку

$$T_{Q.M.}(k|\mathcal{P}) = \psi(k)\left(\frac{k^2}{2\mu}+m_1+m_2-\sqrt{s}\right) \; ; \; \sqrt{s}=M.$$

Второй канал имеет в качестве своего решения обычное борновское приближение

$$V(k) = T_{Born}(k|\mathcal{P})$$

для любых значений энергии $\sqrt{s}$.

Таким образом, мы доказали, что в квантовой теории поля, описывающей 4-кварковое взаимодействие с растущим потенциалом, нет конфайнмента в том самом приближении, в котором возникает известное уравнение Шредингера.

Пример потенциального конфайнмента показывает, что в квантовой теории поля нужно очень осторожно относиться ко всем рассуждениям "на пальцах" о глюонной трубке, натянутых и разорванных струнах и т.д.

Потенциальный конфайнмент, который предстает перед нами как одно из "величайших заблуждений" двадцатого столетия, оказался весьма полезным приобретением для спектроскопии легких и тяжелых кваркониев.

Определение формы потенциала кварк-кваркового взаимодействия остается одной из главных задач физики адронов низких и средних энергий.

Доказательство релятивистского статуса потенциальной модели в КХД и обоснования малости радиационных поправок позволяет очистить эту задачу от огромного числа идеологических наслоений и сформулировать ее в виде единой системы уравнений для легких и тяжелых кварков, глюонов и их всевозможных связанных состояний, описанной в третьей, четвертой и пятой лекциях.

С точки зрения этой задачи определения потенциала представляет интерес поиск экспериментальных эффектов, отражающих нелокальность легких мезонов и форму их волновых функций.

Феноменология и теория сильных взаимодействий в какой-то степени служили моделью для построения единой теории взаимодействий, включающей гравитацию. В начале 70-х годов символом адронизации была струна. До сих пор под этот "символ" пытаются подогнать и хромодинамику и единую теорию.

В начале 80-х годов символом адронизации стали киральные нелинейные лагранжианы /55/, которые, действительно, как было здесь показано, строго выводятся из КХД в предположении близкодействия кваркового потенциала и очень слабо зависят от формы этого потенциала.

На этом уровне теория гравитации Эйнштейна имеет очень близкую аналогию с адронизацией. Как показано в работе /56/, теория Эйнштейна является нелинейной реализацией аффинной симметрии с гравитоном как голдстоуновской частицей, точно так же как киральный лагранжиан является нелинейной реализацией киральной симметрии с голдстоуновским пионом.

Термин "адронизация" в свете этой аналогии ведет к термину "гравитонизация", который подразумевает существование "микроскопической" квантовой теории (типа КХД), феноменологическим отражением которой является теория Эйнштейна.

По аналогии с КХД можно думать, что в такой квантовой теории гравитации постоянная Ньютона (аналог константы распада пиона) есть константа распада гравитона, и режим малых расстояний соответствует такой симметрии мира, в котором пространство-время и материя описываются единым представлением некоторой группы этой симметрии, спонтанное нарушение которой сопровождается отделением "света от тьмы", т.е. пространства от материи.

В рамках этой идеологии главной задачей является поиск такой группы симметрии и реализация ее нарушения с помощью фермионных детерминантов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Я хотел бы поблагодарить В.Г.Кадышевского за предоставленную возможность прочитать эти лекции и М.А.Иванова за организацию. Я благодарен своим соавторам Н.Илиевой, Ю.Л.Калиновскому, В.Каллису, Л.Кашлуну, Т.Мюнхову, Нгуен Суан Хану, Н.А.Сарикову, чей вклад в формирование содержания лекций трудно переоценить. Автор весьма признателен профессорам Дж.Д.Бьёркену, Б.М.Барбашову, Д.В.Волкову, А.Ди Джакомо, А.В.Ефремову, В.Г.Кадышевскому, К.Кониши, М.Минчеву, Р.А.Мир-Касимову, Н.Б.Скачкову, Р.Н.Фаустову и Д.Эберту за полезные дискуссии.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. БИЛОКАЛЬНАЯ АДРОНИЗАЦИЯ

Рассмотрим здесь более подробно вывод билокальных "феноменологических" лагранжианов, которые включают в себя как предельные случаи киральные лагранжианы для легких кваркониев и нерелятивистскую потенциальную модель для тяжелых кваркониев.

В основе этого вывода лежит развитая в этих лекциях идея о том, что релятивизация потенциальной модели достигается не учетом радиационных поправок (малость которых можно обосновать правилом Окубо-Цвейга-Иидзуки), а выбором оси времени (3.9) в соответствии с условием Маркова-Юкавы (I.I3).

Исходное "действие КХД" есть потенциальная модель

$$W=\int d^4x\,\bar q\,(i\not\partial-m^\circ)q-\frac12\int d^4x\,d^4y\;j^a_\eta(x)V(x^\perp-y^\perp)j^a_\eta(y)\delta(\eta\cdot(x-y))$$

$$j^a_\eta=\bar q\not\eta\frac{\lambda^a}{2}q\;;\quad x^\perp_\mu=x_\mu-\eta_\mu(x\cdot\eta)\tag{A.I}$$

с осью времени (3.9) и потенциалом, представляющим сумму кулоновского и растущего потенциалов:

$$V(r)=\frac{\alpha_s}{r}-V_{Ris}(r)\quad,\quad V_{Ris}(r)=\left(\sigma r\;,\;V_0r^2,\ldots\right).\tag{A.2}$$

Введение бесцветных билокальных полей и квантование кварков ведет к действию типа (3.II), (3.I2):

$$W(\mathcal{M})=N_c\left[-\frac12(\mathcal{M},K^{-1}\mathcal{M})+i\sum_{n=1}^{\infty}\frac1n(G_0\mathcal{M})^n\right],\tag{A.3}$$

где N_c есть число цветов; K - ядро обмена :

$$K(x,y)\equiv K(X|z)=\frac{N_c^2-1}{2N_c}\not\eta\,V(z^\perp)\not\eta\,\delta(z\cdot\eta),\tag{A.4}$$

η_μ - ось времени (3.9); $X=\frac{x+y}{2}$, $z=x-y$ - полная и относительная координата; действие (A.3) записано в кратких обозначениях, введенных на стр.2I.

Разложение действия (A.3) вокруг точки минимума Σ

$$\mathcal{M}(x,y)=\Sigma(x-y)+\mathcal{M}'(x,y)$$

по малым возмущениям ведет к искомому билокальному "феноменологическому" действию

$$W(\Sigma+\mathcal{M}')=W(\Sigma)+N_c\Big[(\mathcal{M}',(-\frac12K^{-1}+\frac i2G_\Sigma\cdot G_\Sigma)\mathcal{M}')+\tag{A.5}$$

$$+i\sum_{k=3}^{\infty}\frac1k\,tr\left[(G_\Sigma\cdot\mathcal{M}')^k\right]\Big],$$

здесь

$$(G_\Sigma\cdot\mathcal{M}')(x,y)=\int d^4z\,G^a_\Sigma(x-z)\,\mathcal{M}'^{ab}(z,y)\equiv\Phi^{ab}(x,y),$$

$$tr[\Phi^n]=\sum_{a_1,\ldots a_n}\int dx_1\ldots dx_n\,\Phi^{a_1a_2}(x_1,x_2)\,\Phi^{a_2a_3}(x_2,x_3)\ldots\Phi^{a_na_1}(x_n,x_1),$$

$G^a_\Sigma(x-y)$ – функция Грина кварка с "запахом" (a)

$$\int d^4x\,G_\Sigma(x)\,e^{iq\cdot x}=\underset{\sim}{G}_\Sigma(q_0,q^\perp)=\frac{1}{q_0\not\eta-E_a(q^\perp)S_a^{-2}(q^\perp)}\tag{A.6}$$

$$q_0=(\eta\cdot q)\;;\quad q^\perp_\mu=q_\mu-\eta_\mu(q\cdot\eta).$$

Ее разложение по проекционным операторам на состояния с положительной и отрицательной энергиями дается формулами (3.20), (3.2I), $E(q^\perp)$ и $S_a^{-2}(q^\perp)$ - одночастичная энергия и матрица Фолди-Ваутхойзена, удовлетворяющая уравнению

$$E_a(k^\perp)S^{-2}(k^\perp)=m_a^\circ-k^\perp_\mu\gamma^\perp_\mu+\frac{N_c^2-1}{4N_c}\hat I_{kq}\,S^{-2}(q^\perp),\tag{A.7}$$

где $\hat I_{kq}$ – интегральный оператор :

$$\hat I_{kq}\,f(q^\perp)=\int\frac{d^3q^\perp}{(2\pi)^3}\underset{\sim}{V}(k^\perp-q^\perp)\,f(q^\perp).\tag{A.8}$$

Билокальное поле $\mathcal{M}'(x,y)$ в (A.5) представляется в виде разложения по операторам рождения и уничтожения адронов с квантовыми числами (h):

$$\mathcal{M}'^{ab}(x,y) = \mathcal{M}'(X|z) = \sum_h \int \frac{d^3\mathcal{P}}{(2\pi)^{3/2}\, 2\omega_h(\bar{\mathcal{P}})^{1/2}} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{iq\cdot z}\, \hat{x}$$

$$\hat{x}\left\{ e^{i\mathcal{P}\cdot X}\, \Gamma_h^{ab}(q^\perp|\mathcal{P})\, a_h^{(+)}(\mathcal{P}) + e^{-i\mathcal{P}\cdot X}\, \tilde{\Gamma}_h^{ab}(q^\perp|\mathcal{P})\, a_h^{(-)}(\bar{\mathcal{P}}) \right\} \qquad \text{(A.9)}$$

$$\mathcal{P}_\mu = (\omega_h(\bar{\mathcal{P}}), \bar{\mathcal{P}})$$

и коммутационными соотношениями:

$$[a_h^{(-)}(\bar{\mathcal{P}}), a_{h'}^{(+)}(\bar{\mathcal{P}}')] = \delta_{hh'}\, \delta^3(\bar{\mathcal{P}} - \bar{\mathcal{P}}'). \qquad \text{(A.I0)}$$

Вершинные функции подчиняются уравнению Бете-Солпитера

$$\Gamma^{ab}(p^\perp|\mathcal{P}) = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} \hat{I}_{pq} \left[\frac{\bar{\Lambda}_+^a(q^\perp)\, \Gamma^{ab}(q^\perp|\mathcal{P})\, \Lambda_-^b(q^\perp)}{E_a(q^\perp) + E_b(q^\perp) - M + i\varepsilon} + \right. \qquad \text{(A.II)}$$

$$\left. + \frac{\bar{\Lambda}_{(-)}^a(q^\perp)\, \Gamma^{ab}(q^\perp|\mathcal{P})\, \Lambda_{(+)}^b(q^\perp)}{E_a(q^\perp) + E_b(q^\perp) + M - i\varepsilon} \right],$$

$$\Lambda_\pm^a(q^\perp) = S_a \frac{M \pm \not{\mathcal{P}}}{2M} S_a^{-1}(q^\perp)\,; \qquad \bar{\Lambda}_\pm^a = S_a^{-1}(q^\perp) \frac{M \pm \not{\mathcal{P}}}{2M} S_a(q^\perp) \qquad \text{(A.I2)}$$

и связаны с волновыми функциями соотношениями

$$\Psi^{ab} = \not{\chi} \left(\frac{\bar{\Lambda}_{(+)}^a\, \Gamma^{ab}\, \Lambda_{(-)}^b}{E_a + E_b - M + i\varepsilon} + \frac{\bar{\Lambda}_{(-)}^a\, \Gamma^{ab}\, \Lambda_{(+)}^b}{E_a + E_b + M - i\varepsilon} \right) \not{\chi} \qquad \text{(A.I3)}$$

$$\Psi = \Lambda_+ \Psi \Lambda_- + \Lambda_- \Psi \Lambda_+ \equiv \Psi_{(+)} + \Psi_{(-)}.$$

Более подробно эта связь описана в обзоре [57]. Уравнение на Ψ имеет вид (3.27)

$$\left(E_a(k^\perp) + E_b(k^\perp) \mp M\right) \Psi_{(\pm)}^{ab} = \Lambda_{(\pm)}^a(k^\perp)\, \hat{I}_{kq}\left(\Psi^{ab}(q^\perp)\right) \Lambda_{(\mp)}^b(k^\perp). \qquad \text{(A.I4)}$$

Ковариантное разложение решений уравнений (A.7), (A.II), (A.I4) по компонентам сделано в работах [26,27,57], а конкретный пример осцилляторного потенциала для произвольных токовых масс кварков рассмотрен в работе [25]. В работе [27] приведено доказательство того, что действие (A.5) для легких кваркониев эквивалентно киральному феноменологическому лагранжиану.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. ТЕОРИЯ ПОЗНАНИЯ

Название этих лекций "Атомы и адроны в калибровочных теориях" звучит несколько парадоксально, оно как бы объединяет "природу" и "теорию", которая описывает природу. Одной из целей автора была демонстрация этого "единства" и обратной связи практики и теории в процессе теоретического понимания природы.

Мы видели, как такое "понимание", по мере накопления опыта, сопровождается уточнением (и даже изменением) терминов, которое в свою очередь меняет постановку физической задачи и математические методы ее решения.

Я был весьма удивлен, когда обнаружил в литературе [58] теорию познания, в основе которой лежит процесс постоянного изменения старых и творчество новых понятий. Такая теория познания была детально разработана христианскими богословами IУ века, жившими в Византийской Каппадокии (св.отцы Василий Великий, Григорий Богослов и Григорий Нисский), с целью оправдания догмата единства Святой Троицы.

В заключение я хотел бы поделиться с читателем своим удивлением и кратко изложить эту "каппадокийскую теорию познания". Она неотделима, как и все в те далекие времена, от христианского мировоззрения и миропонимания, согласно которому Бог творит мир и человека в нем как своего помощника в творчестве этого мира. Условием творчества является свобода. Бог создает свободного человека, который, узнав истину, свободно выбирает грехопадение (как путь смерти, тлена и гибели мира). Бог не может силой заставить человека остановиться в своем грехопадении, так как насилие над человеком ведет к потере его свободы и способности творчества (т.е. к потере самого замысла Божия). Бог только может убедить человека личным примером, воплотившись в Сыне человеческом и взявши все грехи человечества на себя.

Центром христианства является именно это "живое явление" Боговоплощения - приход Иисуса Христа как благая весть о спасении. Вся история разделяется на два периода: до Христа - грехопадение, и после Христа - путь спасения и творения мира вместе с Богом. "Путь спасения" есть духовное совершенствование, в которое как разные части его входят все стороны духовной жизни человека (религия, философия, искусство, наука и т.д.) и, конечно, теория познания.

Основное в познании есть мыслящая активность постигающего разума, активность ума, определяющего предметы в их соотношениях и строящего новые понятия. Все понятия (в том числе понятия: Бог, Дух, Материя) возможны и значимы только через опыт и вместе с тем опыта не исчерпывают.

Всегда остается иррациональный остаток, не разлагающийся на признаки и понятия. В этом смысле слова не отражают никогда до конца суть вещей, а отражают только их "отношения и действия" настолько, насколько это полезно для нас на данном этапе истории человеческого общества. Слова нужны только для памяти и для общения. Личный опыт всегда выше "слова". По мере "восхождения", накопления опыта и очищения ума "слово" немеет и оскудевает. Все понятия нуждаются в постоянном уточнении.

В этих лекциях мы встречаемся с "оскудением" слов "выбор калибровки" при описании связанных состояний в современной калибровочной теории. Уточнение этого термина (I.8), (I.9) и введение вместо него нового понятия "конструкция переменных" (2.7), (2.23), (4.I0),(4.I7), оказывается, меняет саму постановку задачи описания физики сильных взаимодействий, в которой главным становится определение оси времени квантования для взаимодействующих адронов. Кроме того, конструкция физических переменных, адекватная физике связанных состояний, содержит новый механизм "заключения" кварков, который не противоречит практике измерения их квантовых чисел на эксперименте, в отличие от всех известных до сих пор объяснений конфайнмента цвета.

Задача определения оси времени оказывается не совсем тривиальной и связана с построением нелокальных представлений группы Лоренца. При квантовании калибровочных теорий, в том числе теории гравитации, обычно выбирают ось времени в системе покоя. Представим себе, что мы хотим изучить динамику образования Вселенной и ее взаимодействие с другими Вселенными как связанными состояниями всех образующих частиц. В этом случае мы должны выбрать ось времени в направлении оператора полного импульса нашей Вселенной, определенного как дифференциал по полной координате всех частиц, образующих Вселенную. Мы видели, что определение полной координаты включает сумму координат всех частиц с одинаковым весом, **независимо от их масс**. Вообще говоря, мы должны включить в эту сумму и координаты самого наблюдателя. Тогда любое его движение также участвует в формировании оси времени Вселенной. Тогда становится понятным определение "свободы", данное крупнейшим византийским мыслителем пр.Максимом Исповедником (580-662): "Любое движение, если оно осмыслено, обладает также и свободой, и задачей его является осуществление хорошего, нравственного существования, конечным результатом которого будет "смысл вечного существования" .

Литература

1. D.G.Currie, Journ.Math.Phys. 4 (1968) 1470.
2. P.A.M.Dirac, Rev.Math.Phys. 21 (1949) 392.
3. E.Salpeter, H.Bethe, Phys.Rev. 84 (1957) 1232.
4. С.Н.Соколов, ТМФ 36 (1978) 193.
5. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, Nuovo Cimento 29 (1963) 380.
6. J.D.Bjorken, S.D.Drell. "Relativistic Quantum Fields", 1965, McGraw – Hill Company.
7. M.A.Markov, J.Phys. USSR 3 (1940) 452.
8. H.Yukawa, Phys.Rev. 77 (1949) 219.
9. S.Love, Ann.Phys. 113 (1978) 153.
10. A.Le Yaouanc et al., Phys.Rev. D31 (1985) 137.
11. J.Lukierski, M.Oziewicz, Phys.Lett. 69B (1977) 339.
12. В.И.Огиевецкий, И.В.Полубаринов, ЖЭТФ, 45 (1963) 237.
13. P.A.M.Dirac, "Lecture on Quantum Mechanics", Yeshiva Univ., N.Y. 1964.
14. W.Heisenberg, W.Pauli, Z.Phys. 56, 1 (1929).
15. L.D.Faddeev, A.A.Slavnov, Introduction in the Quantum Theory of Gauge Fields, M., Nauka, 1964.
16. E.S.Fradkin, I.V.Tyutin, Phys.Rev. D2, (1970) 2841.
17. V.N.Pervushin, Rev.Nuovo Cimento 8 (1985) N I0 , 1.
18. Nguyen Suan Han, V.N.Pervushin, Fortschr.d.Phys. 37 (1989) 611.
19. Н.Р.Илиева, Нгуен Суан Хан, В.Н.Первушин. ЯФ 45 (1987) II69.
20. Nguyen Suan Han, V.N.Pervushin, Mod.Phys.Lett.A 2 (1987) 400.
21. N.P.Ilieva, L.Litov. "Symplectic structure and quantization of gauge theories", in "Selected Topics in QFT and Mathematical Physics", World Scientific (1989).
22. B.Zumino, J.Math.Phys. 1 (1960) 1.
23. В.Н.Первушин, Х.Рейнхардт, Д.Эберт. ЭЧАЯ, I0 (1979) III4.
24. E.E.Salpeter, Phys.Rev. 87 (1952) 328.
25. I.V.Amirkhanov et al. Preprint JINR E2-89-587, Dubna, 1989.
26. Ю.Л.Калиновский и др. ЯФ, 49 (1989) I709.
27. Yu.L.Kalinovsky, L.Kaschluhn, V.N.Pervushin, Phys.Lett. B231 (1989) 288.
28. M.K.Volkov, Ann.Phys. 157 (1984) 285.
29. D.Ebert, H.Reinhardt, Nucl.Phys. B271 (1986) 188.
30. В.А.Николаев, ЭЧАЯ, 20 (1989) 40I.
31. V.N.Pervushin, Yu.L.Kalinovsly, W.Kallies, N.A.Sarikov, Fortsch. Phys. 38 (1990) N 4.
32. H.Weyl, Z.Phys. 56 (1929) 330 .
34. А.А.Бельков, В.Н.Первушин, Д.Эберт. Лекции для молодых ученых, ОИЯИ Р2-88-657, Дубна, 1988.

C.Rozenzweig, J.Schecter and C.G.Trahem, Phys.Rev. D21 (1980) 3388.
35.J.Schwinger. Phys.Rev., 127 (1962) 324.
36.H.Fritzch, M.Gell-Mann and H.Leutwyller, Phys.Lett. B47 (1973) 375.
37.D.Gross and F.Welczeck, Phys.Rev. D8 (1973) 3633.
38.R.P.Feynman, "Photon-Hadron Interactions", 1972, W.A.Benjamin, Inc. Reading, Massachusetts .
39.G.K.Savidy, Phys.Lett. B71 (1977) 133.
S.G.Matinyan and G.K.Savidy, Nucl.Phys. B.134 (1978) 539.
40.G.Preparato, Phys.Lett.B 201 (1988) 139.
41.M.Born, "Natural Philisophy of Cause and Change", Clarendon Press, Oxford, 1949, p.I08.
42.F.E.Close. "An Introduction to Quarks and Partons", 1979 Academic Press London, N.Y. San Francisco.
43.J.R.Finger, J.E.Mandula, Nucl.Phys. B 199 (1982) 168.
44.L.Adler, A.C.Davis, Nucl.Phys. B224 (1984) 469.
45.M.Hirata, Progr.Theor.Phys. 77 (1987) 937; Phys.Rev. D39 (1989) 1425.
46.Yu.L.Kalinovski, W.Kallies, L.Kaschluhn, L.Münchov, V.N.Pervushin, N.A.Sarikov, JINR E2-90-290, Dubna, 1990.
47. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теоретическая физика, т.IX, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, Статистическая физика, ч.2, М.,Наука, I978.
48.M.Gell-Mann, K.Brueckner, Phys.Rev. I06 (1957) 364.
49.L.Münchov, R.Reif, Recent Development in the Nuclear Many Body Problem", Tenbiv - Texte Bd.7, 1985.
50.E.W.Schwid, H.Ziegelmann. "The Quantum Mechanical Three-Body Problem", Pergamon Press, 1973.
51.K.Wilson, Phys.Rev. DI0 (1974) 2445.
52. Г.В.Ефимов, М.А. Иванов, ЭЧАЯ, 20 (I989) II29.
53.G.'t Hooft, Nucl.Phys. B72 (1974) 451.
54.M.Gell-Mann, Report CTSL-20, California Institute of Technology, 1961.
55. М.К.Волков, В.Н.Первушин, Существенно-нелинейные лагранжианы,динамические симметрии и мезонная физика, М., Атомиздат, I979.
56.V.I.Ogievetsky, Lett.Nuovo Cimento 8 (1973) 988.
А.Б.Борисов, В.Н.Огиевецкий, ТМФ 2I (I974) 329.
57.Yu.L.Kalinovski, L.Kaschluhn, V.N.Pervushin, Fortsch. Phys. 38 (1990) N 8.
58.John Meyendorf. "Byzantine Theology, Trends and Doctorial Themes". Fordham University Press, New York, 1979.

Course: ATOMS & HADRONS IN GAUGE THEORIES by V.N.PERVUSHIN

LECTURE I. INTRODUCTION AND STATEMENT OF PROBLEMS
Bound state theories, the uniqueness of radiative gauge, contradictions between the theory and the practics in the description of an atom, gauge dependence and gauge invariance, relativistic theory of bilocal fields

LECTURE 2. MINIMAL QUANTIZATION OF ELECTRODYNAMICS
Bonds and the Heisenberg relation, quantization without gauge, covariance of a "simultaneous" atom, the time axis and the Belinfante tensor

LECTURE 3. ATOMS IN QED AND PHENOMENOLOGY OF HADRONIZATION
New relativistic potential model, bound state equations, the Schrodinger equation, the Goldstone theorem in bilocal variant, the "chiral" phenomenological Lagrangian for heavy and light quanrkonia

LECTURE 4. MINIMAL QUANTIZATION OF NONABELIAN THEORY
Construction of physical variables, collective excitation of gluons, the topological degeneration, anomalies, the Schwinger operator quantization

LECTURE 5. TOWARDS THEORY OF HADRONS
The "logics" of quantum theory, the operator derivation of bound state equations, gluon spectrum and "asymptotic freedom"

LECTURE 6. CONFINMENT PROBLEM AND QCD IN FUTURE
Consistence of confinement mechanisms and of bound state equations, the unitarity in QFTh, nonlocal theory of hadrons and physical program of modern accelerators

Рукопись поступила в издательский отдел
23 марта I990 года.

ПЕРЕЧЕНЬ

лекций, вышедших с 1974 г. в ОИЯИ

Фаустов Р.Н. Связанная система частиц в квантовой электродинамике. Вып.1. ОИЯИ, Дубна, 1974.

Синаев А.Н. Современные аппаратурные системы модульной структуры, используемые при создании измерительно-вычислительных комплексов /КАМАК, ВЕКТОР/. Вып.2. ОИЯИ, 8507, Дубна, 1975.

Волков Д.В. Кварки как следствие дуальности. Вып.3. ОИЯИ, Р2-8765, Дубна, 1975.

Пальчик М.Я., Фрадкин Е.С. Введение в теорию конформно-инвариантных квантовых полей. Вып.4. ОИЯИ, 2-8874, Дубна, 1975.

Замори З. Микропроцессоры. Вып.5. ОИЯИ, Р10-8852, Дубна, 1975.

Биленький С.М. Вопросы физики нейтрино высоких энергий. Вып.6. ОИЯИ, 2-9026, Дубна, 1975.

Малкин И.А., Манько В.И. Инварианты, когерентные состояния и динамические симметрии квантовых систем. Вып.7. ОИЯИ, Р2-9228, Дубна, 1975.

Волков М.К., Первушин В.Н. Квантовая теория поля с киральным лагранжианом и физика мезонов низких энергий. Вып.8. ОИЯИ, Р2-9390, Дубна, 1976.

Басиладзе С.Г. Интегральные схемы с эмиттерной связью и их применение в наносекундной ядерной электронике. Вып.9. ОИЯИ, 13-9744, Дубна, 1976.

Аникин С.А. и др. Перенормированные составные поля в квантовой теории поля. Вып.10. ОИЯИ, Р2-10528, Дубна, 1977.

Шляпников П.В. Множественные процессы и инклюзивные реакции. Вып.11. ОИЯИ, Р2-10681, Дубна, 1977.

Капусцик Э. Галилеева инвариантность в теории поля. Вып.12. ОИЯИ, Р2-10677, Дубна, 1977.

Бутцев В.С. Явление возбуждения высокоспиновых ядерных состояний и механизм поглощения отрицательных π-мезонов. Вып.13,ОИЯИ,Р15-10847, Дубна, 1977.

Валуев Б.Н. Применение алгебры Клиффорда к решению задачи Изинга - Онсагера. Вып.14. ОИЯИ, Р17-11020, Дубна, 1977.

Капусцик Э. Нестандартные алгебры квантово-механических наблюдаемых. Вып.15. ОИЯИ, Р4-11497, Дубна, 1978.

Блохинцев Д.И. Квантовая механика. Лекции по избранным вопросам. Вып.16. ОИЯИ, Р2-11728, Дубна, 1978.

Ширикова Н.Ю. Начинающим работать на ЭВМ CDC-6500. Вып.17. ОИЯИ, Р11-11739, Дубна, 1978.

Барбашов Б.М., Нестеренко В.В. Непрерывные симметрии в теории поля. Вып.18. ОИЯИ, Р2-12029, Дубна, 1978.

Некоторые проблемы физики высоких энергий /сборник/. Вып.19. ОИЯИ, Р2-12080, Дубна, 1978.

Басиладзе С.Г. Электронная регистрирующая аппаратура физического эксперимента. Вып.20. ОИЯИ, Р13-12151, Дубна, 1979.

Ефремов А.В., Радюшкин А.В. Партоны, жесткие процессы и квантовая хромодинамика. Вып.21. ОИЯИ, Р2-12803, Дубна, 1979.

Говорков А.Б. Введение в теорию кварков. Вып.22, ОИЯИ, Р2-12803, Дубна, 1979.

Говорков А.Б. Цветные кварки и глюоны. Вып.23. ОИЯИ, Р2-80-6, Дубна, 1980.

Исаев П.С. Глубоконеупругое рассеяние лептонов на нуклонах. Партонная модель нуклона. Вып.24. ОИЯИ, Р2-80-325, Дубна, 1980.

Казаков Д.И., Ширков Д.В. Суммирование асимптотических рядов в квантовой теории поля. Вып.25. ОИЯИ, Р2-80-462, Дубна, 1980.

Ососков Г.А. Применение методов распознавания образов в физике высоких энергий. Вып.26. ОИЯИ, Р10-83-187, Дубна, 1983.

Малышев В.А. Элементарное введение в математическую физику бесконечно-частичных систем. Вып.27. ОИЯИ, Р17-83-363, Дубна, 1983.

Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. Введение в мезонную теорию ядерных взаимодействий и ядерных систем. Вып.28. ОИЯИ, Р4-83-369, Дубна,1983.

Биленький С.М. Осцилляции нейтрино. Вып.29. ОИЯИ, Р2-83-441, Дубна, 1983.

Бужек В. Введение в метод стохастического квантования. Вып.30. ОИЯИ, Р2-84-419, Дубна, 1984.

Шумовский А.С., Юкалов В.И. Фазовые состояния и переходы. Вып.31. ОИЯИ, Р17-85-676, Дубна, 1985.

Владимиров А.А. Введение в квантовые интегрируемые системы. Метод R-матрицы. Вып.32. ОИЯИ, Р17-85-742, Дубна, 1985.

Осипов В.А., Федянин В.К. Полиацетилен и двумерные модели квантовой теории поля. Вып. 33. ОИЯИ, Р17-85-809, Дубна, 1985.

Шуян Ш. Стохастичность в динамических системах. Вып. 34. ОИЯИ, Р17-86-211, Дубна, 1986.

Ефремов А.В. Введение в квантовую хромодинамику. Вып. 35. ОИЯИ, Р2-86-212, Дубна, 1986.

Нестеренко В.В., Червяков А.М. Сингулярные лагранжианы. Классическая динамика и квантование. Вып. 36. ОИЯИ, Р2-86-323, Дубна, 1986.

Пепёлышев Ю.Н. Регистрация нейтронов /современное состояние и перспективы развития/ Вып. 37. ОИЯИ, Р13-86-719, Дубна, 1986.

Боголюбов Н.Н./мл./, Шумовский А.С. Светоизлучение. Вып. 38. ОИЯИ, Р17-87-176, Дубна, 1987.

Пушкаров Д.И. Дефектоны в кристаллах. /Метод квазичастиц в квантовой теории дефектов/. Вып. 39. ОИЯИ, Р17-87-177, Дубна, 1987.

Никитюк Н.М. От современной алгебры к специализированным процессорам. Вып. 40. ОИЯИ, Р10-87-401, Дубна, 1987.

Дубничкова А.З. Непрерывные группы для физиков. Вып. 41, ОИЯИ, Р2-87-197, Дубна, 1987.

Никитюк Н.М. Электронные методы экспериментальной физики высоких энергий. Вып. 42, ОИЯИ, Р1-87-909, Дубна, 1987.

Балдин А.М., Диденко Л.А. Асимптотические свойства адронной материи в пространстве четырехмерных относительных скоростей. Вып. 43, ОИЯИ, Р1-87-912, Дубна, 1987.

Машкевич В.С. Индетерминистская квантовая динамика. Вып. 44, ОИЯИ, Р2-88-150, 1988.

Филиппов А.Т. Введение в теорию суперструн. Вып. 45, ОИЯИ, Р2-88-188, 1988.

Бардин Д.Ю. Прецизионные проверки стандартной теории. Вып. 46, ОИЯИ, Р2-88-189, 1988.

Смирнов В.А., Четыркин К.Г. R^*-операция: техника ренормгрупповых вычислений и другие приложения. Вып.47, ОИЯИ, Р2-88-190, 1988.

Добролюбов М.И., Игнатьев А.Ю., Шапошников М.Е. Элементарные частицы и космология. Вып. 48, ОИЯИ, Р2-88-654, 1988.

Ambjørn J. Non-Perturbative Field Theory / Field Theory on a Lattice. Вып.49, ОИЯИ, Е2-88-655, 1988.

Горбатов А.М. Гиперсферический базис в квантовой теории многих тел. Вып.50, ОИЯИ, Р6-88-656, 1988.

Бельков А.А., Первушин В.Н., Эберт Д. Низкоэнергетические предсказания современных киральных лагранжианов, основанных на динамике кварков. Вып.51, ОИЯИ, Р2-88-657, Дубна, 1988.

Лев Ф.М. Некоторые вопросы релятивистской квантовой механики систем с заданным числом степеней свободы. Вып.52. ОИЯИ, Р4-88-829, Дубна, 1988.

Карамян С.А. Новые возможности определения времени жизни возбужденных ядер в реакциях с тяжелыми ионами. Вып.53. ОИЯИ, Р7-89-50, Дубна, 1989.

Шабанов С.В. Структура фазового пространства в калибровочных теориях. Вып. 54. ОИЯИ, Р2-89-533, Дубна, 1989.

Маханьков В.Г., Рыбаков Ю.П., Санюк В.И. Модель Скирма и солитоны в физике адронов. Вып.55. ОИЯИ, Р4-89-568, Дубна, 1989.

Kazakov D.I. Beyond the Standard Model. Вып.56. JINR, E2-89-711, Dubna, 1989.

Требования, предъявляемые к серии брошюр
"Лекции для молодых ученых ОИЯИ"

Серия брошюр "Лекции для молодых ученых ОИЯИ" издаётся с целью повышения научно-профессионального кругозора и уровня молодых ученых и специалистов ОИЯИ в актуальных областях исследований, ведущихся по тематике Института. Выпуски должны представлять собой законченные циклы лекций, прочитанные в ОИЯИ и ориентированные прежде всего на молодых сотрудников Института.

Лекции должны иметь характер учебного пособия, предназначенного для первого ознакомления с рассматриваемой проблемой, а также содержать обзор её современного соотояния. Они должны быть снабжены подробным оглавлением и основной литературой. Большие параграфы рекомендуется разбивать на подпараграфы с вынесенными в оглавление подзаголовками.

Весь текст, включая отдельные главы и параграфы, следует печатать, заполняя каждую страницу целиком.

Рукопись должна быть напечатана на специальных бланках, предназначенных для прямого репродуцирования, которые можно получить в издательском отделе. Все формулы и схемы должны быть вписаны аккуратно и ясно тушью или чернилами черного цвета. Разметка формул не производится, их нумерация должна находиться в конце строки справа в круглых скобках. Текст лекций печатается на машинке с черной (не серой) лентой через 1,5 интервала. Объём лекций не должен превышать 100 страниц машинописного текста.

Рукопись представляется в Редакционный совет серии брошюр "Лекции для молодых ученых ОИЯИ" Советом молодых ученых и специалистов ОИЯИ и Советами молодых ученых и специалистов лабораторий Института. Редакционный совет принимает окончательное решение о целесообразности ее публикации.

Редакционный совет

Редактор Е.К.Аксенова. Макет Н.А.Киселевой.

Подписано в печать 2.04.90.
Формат 60x90/16. Офсетная печать. Уч.-изд.листов 5,47.
Тираж 300. Заказ 43318.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.
Дубна Московской области.