

С 323

И-851



ЛЕКЦИИ
ДЛЯ МОЛОДЫХ
УЧЕНЫХ

П.С.Исаев

Глубоко неупругое рассеяние
лептонов на нуклонах.
Партонная модель нуклона

ДУБНА

ЛЕКЦИИ ДЛЯ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

Выпуск 24

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Д. В. Ширков - председатель
А. Т. Филиппов - зам. председателя
А. Н. Сисакян - ученый секретарь
О. А. Займидорога
А. А. Карлов
В. А. Никитин
Ю. П. Попов
В. Р. Саранцева
Н. Б. Скачков

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

P2-80-329

П. С. Исаев

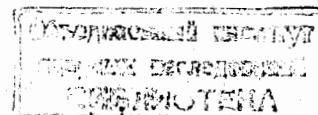
C 323

И-851

ГЛУБОКОНЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ
ЛЕПТОНОВ НА НУКЛОНАХ.
ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ НУКЛОНА.

115709

Дубна 1980



Исаев П.С.

P2-80-329

Глубоконеупругое рассеяние лептонов на нуклонах.
Партонная модель нуклона.

Лекции посвящены экспериментальному и теоретическому обоснованию партонной модели нуклона, изучению структуры нуклона и поляризационных явлений в процессах глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах, доказательству нарушения скейлинга в этих процессах.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Isaev P.S.

P2-80-329

Deep-Inelastic Lepton-Nucleon Scattering
Parton Model of Nucleon

The review is devoted to the experimental and theoretical foundation of nucleon parton model, to the study of the nucleon structure and polarization phenomena in deep inelastic scattering of leptons on nucleons and the proof of scaling violation in these processes.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

§ I. Структура нуклона

Процессы глубоконеупругого рассеяния лептонов (электронов, μ -мезонов, нейтрино) на нуклонах — это процессы с большими передачами трехмерного импульса от лептона нуклону. В сечении процесса соответствующая область энергии и импульсов выделена тем, что она начинается сразу после резонансов, после выхода сечения на плато (см. на рис.3 область энергий рассеянных электронов, меньших 8 ГэВ).

Исследование процессов глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах дало мощный толчок развитию гипотезы о партонном строении нуклона, углубленному исследованию асимптотического поведения сечений ("физика на световом конусе") в рамках КЭД, неабелевой калибровочной теории поля, построению ряда конкретных моделей нуклона. До появления партонной модели нуклона часто пользовались моделью, не имеющей физического смысла. Нуклон представлялся состоящим из облаков виртуальных пар: e^+e^- , $\mu^+\mu^-$, P^+P^- , K^+K^- , $N\bar{N}$ и т.д. (см.рис.1), а радиус каждого облака определялся комптоновской длиной соответствующих частиц:

радиус электронного облака

$$\gamma_e \sim \frac{\hbar}{m_e c}$$

радиус π -мезонного облака

$$\gamma_\pi \sim \frac{\hbar}{m_\pi c}$$

и т.д.

В такой модели нуклонное облако (или "ядро" нуклона, "кор" нуклона) имеет размеры комптоновской длины нуклона $\gamma_N \sim 10^{-14}$ см. Она могла бы быть обнаружена в экспериментах, в которых передачи импульса достигают величины $|\Delta \vec{p}| \geq M c \geq 1$ ГэВ/с. Такие передачи импульсов уже давно наблюдались в $e p$ - и μp -глубоконеупругом рассеянии, однако никаких проявлений отклонения от точечного поведения нуклона обнаружить не удалось.

Несколько лет назад Фейнманом была предложена партонная модель нуклона, напоминающая модель электрона конца XIX-начала XX вв, а именно: нуклон предполагается состоящим из мельчайших час-

тиц-партонов, заполняющих все пространство внутри нуклона. Все составляющие нуклона тождественны, их электрические заряды одинаковы. Это — простейшая партонная модель. Она возникла в 1969 году при изучении энергетической зависимости сечения глубокоэластичного рассеяния электронов на нуклонах. Экспериментальные данные указывали на то, что сечение ведет себя подобно сечению рассеяния на точечном нуклоне^{/2/} со значением заряда, меньшим единицы. Такое поведение сечения натолкнуло на мысль, что электрон рассеивается не на целом нуклоне, а на его части, и эта часть имеет точечные размеры. Если процесс глубокоэластичного рассеяния рассматривать в системе координат, в которой нуклон движется со скоростью, близкой к скорости света, и предположить, что нуклон состоит из партонов, то истинное движение составляющих нуклона будет замедленным при релятивистском растяжении времени, а распределение заряда протона, вследствие лоренцовского сокращения, примет форму диска. В этих условиях налетающий лептон будет рассеиваться практически мгновенно и некогерентно на отдельном партоне нуклона. Реальный процесс глубокоэластичного рассеяния электронов на протонах в системе центра масс при высоких энергиях является хорошим приближением к рассматриваемой модели.

Более сложные партонные модели отличаются от вышеописанной предположениями о том, что партоны могут быть разных сортов с разными зарядами, не точечными, могут иметь спин и т.д. Одна из подобных моделей нуклона — модель Кути-Вайскопфа^{/3/} — несколько подробнее будет рассматриваться ниже.

Партонная модель естественным образом объясняет скейлинговое свойство глубокоэластичного сечения рассеяния. Точечное представление о размерах составляющих в партонной модели сохраняет возможность использования математического аппарата теории возмущений. Все это, вместе взятое, послужило залогом успеха партонной модели несмотря на то, что она содержит некоторые принципиально неудовлетворительные постулаты (например, отсутствие взаимодействия между партонами, невозможность строгого теоретического определения количества сортов партонов и функций распределения этих партонов по импульсам внутри нуклона). Попытки найти составные части нуклона в свободном состоянии до сих пор оканчивались неудачей. Это, может быть, связано с тем, что энергии сталкивающихся частиц, достигаемые на современных ускорителях, недостаточно велики, чтобы выбить партон из нуклона. Отсюда понятно стремление в наше время к дос-

тижению всё более высоких энергий с помощью все более мощных ускорителей, что оказывается весьма трудной задачей. Особенно трудно получить высокоэнергетический пучок электронов из-за больших радиационных потерь электронов. Сейчас с уверенностью можно сказать, что до 2000 года энергии ускоренных протонов 2-5 ТэВ будут предельно высокими.

Итак, проблема изучения структуры нуклона, тесно связанная с философской проблемой строения материи, превратилась сейчас в одну из важнейших в области физики высоких энергий как в связи с исследованием природы новых сил, действующих между составляющими нуклона, так и в связи с необходимостью постройки новых мощных ускорителей, способных приблизить физиков к решению этой проблемы. При этом большое значение придается кольцевым ускорителям на встречных пучках. В таблице I демонстрируется удивительный выигрыш в энергии в лабораторной системе координат, достигаемый с помощью ускорителей подобного рода. Можно сказать, что ближайшие 20-30 лет прольют новый свет на проблему строения элементарных частиц и нуклона в частности.

Таблица I.

Сталкивающиеся пучки	Энергия в кольце	Полная энергия в системе ц.м.	Эквивалент в лаб. системе ($M_N = 0,94$ ГэВ)
$p\bar{p}$	5 ГэВ	10 ГэВ	52 ГэВ
	50 ГэВ	100 ГэВ	$5,4 \cdot 10^3$ ГэВ
	500 ГэВ	1000 ГэВ	$5,4 \cdot 10^5$ ГэВ
e^+e^-	0,5 ГэВ	1 ГэВ	10^3 ГэВ
	5 ГэВ	10 ГэВ	10^5 ГэВ
	50 ГэВ	100 ГэВ	10^7 ГэВ

§ 2. Кинематика, сечение процесса глубокоэластичного рассеяния и скейлинговое поведение структурных функций

Процесс глубокоэластичного рассеяния лептонов на нуклонах

$$\ell + N \rightarrow \ell + X, \quad (2.1)$$

где X обозначает любой допустимый законами сохранения набор частиц, в приближении однофотонного обмена описывается одной диаграммой Фейнмана (см. рис. 2). Учет диаграмм с 2-фотонным обменом довольно сложен.

Вклад таких диаграмм в сечение процесса пропорционален α^4 , и им обычно пренебрегают. Для описания процесса вводятся две инвариантные переменные q^2 и ν . Переменная q^2 определяется как разность 4-мерных импульсов лептона:

$$q^2 = (k - k')^2 = 2m^2 - 2EE' + 2|k||k'| \cos \theta. \quad (2.2)$$

Здесь θ - угол рассеяния лептона относительно направления падающего пучка лептонов, m - масса лептона. Для электрона, как правило, $E, E' \gg m$, и поэтому

$$q^2 \approx -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (2.3)$$

Вторая переменная ν определяется следующим образом:

$$\nu = \frac{P \cdot q}{M}, \quad (2.4)$$

где M - масса нуклона.

В системе координат покоящегося нуклона $\nu = E - E'$.

В дальнейшем будет использована еще одна переменная W , которая определяется как инвариантная масса всех (кроме рассеянного лептона) частиц в конечном состоянии (см. рис. 2):

$$W^2 = M_x^2 = (P + q)^2. \quad (2.5)$$

В системе координат покоящегося нуклона

$$W^2 = M^2 + 2M\nu + q^2$$

4-мерная передача q^2 - величина отрицательная. Поэтому для удобства часто используют величину

$$Q^2 = -q^2. \quad (2.6)$$

Тогда

$$W^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2. \quad (2.7)$$

В случае упругого рассеяния $W^2 = M^2$, $2M\nu = Q^2$.

Экспериментальная процедура определения дифференциального сечения глубоконеупругого рассеяния электронов (μ -мезонов) на протонах состоит, в общих чертах, в следующем. Пучок лептонов с определенной энергией падает на водородную мишень. Рассеянные лептоны анализируются по импульсам с помощью магнитного спектрометра. В процессе измерений в магнитный спектрометр наряду с рассеянными лептонами попадают и другие частицы (π -мезоны, K -мезо-

ны, протоны и т.д.). Протоны могут быть относительно просто отделены от лептонов из-за большой массы протонов, K -мезоны быстро распадаются (в основном на π -мезоны). Наиболее сложно отделить π -мезоны от лептонов. Для этого ставят пороговые счетчики или несколько обычных счетчиков, разделенных каким-либо материалом, и π -мезоны определяются по потере энергии на единице радиационной длины. Для отделения электронов от позитронов, образованных от распада π^0 -мезонов на γ -кванты, используется прием переключения направления магнитного поля в спектрометре. Таким образом замеряется фон от позитронов и по этому фону определяется вклад π^0 -мезонов. Необходимо также исключить радиационные поправки. Эта задача сложная, величина радиационных поправок зависит от геометрии эксперимента. После исключения всех перечисленных эффектов находят сечение искомого процесса.

Рассмотрим случай рассеяния электронов на протонах. Стандартная форма спектра рассеянных электронов в процессе $e + p \rightarrow e + X$ приведена на рис. 3.

Самый высокий пик при энергии $\approx 9,5$ ГэВ соответствует процессу упругого рассеяния $e + p \rightarrow e + p$. Между энергиями 8 ГэВ и 9,5 ГэВ наблюдаются три пика, соответствующих возбуждению нуклонных резонансов $e + p \rightarrow e + \Delta$.

Пик, ближайший к пику упругого рассеяния, связан с $M_\Delta = 1236$ МэВ, следующий - с $M_\Delta = 1520$ МэВ, третий - с $M_\Delta = 1700$ МэВ. При энергиях рассеяния электронов, меньших 8 ГэВ, имеется широкое плато, отвечающее процессу глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах: $e + p \rightarrow e + \text{всё}$, что угодно.

На графике (см. рис. 3) должны были бы проявиться пики от всех известных низколежащих нуклонных резонансов. Однако из-за большой ширины резонансов и их относительно малой интенсивности они сливаются и становятся неразличимыми.

Интересно отметить, что если мы считаем, что однофотонная диаграмма (рис. 2) адекватно описывает процесс

$$e + p \rightarrow e + X,$$

то следует ожидать, что в сечении глубоконеупругого рассеяния должны проявляться все те резонансы, которые проявляются в процессе неупругого взаимодействия реальных μ -квантов с протонами

$$\mu + p \rightarrow X. \quad (2.8)$$

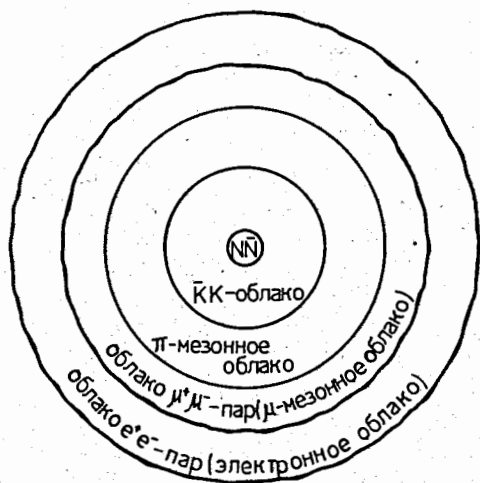


Рис. 1. Модель нуклона.

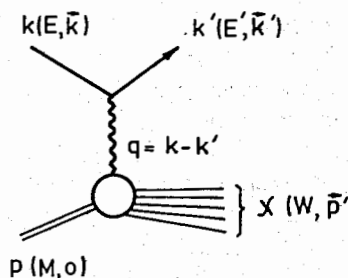


Рис. 2. Диаграмма Фейнмана, описывающая процесс глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах.

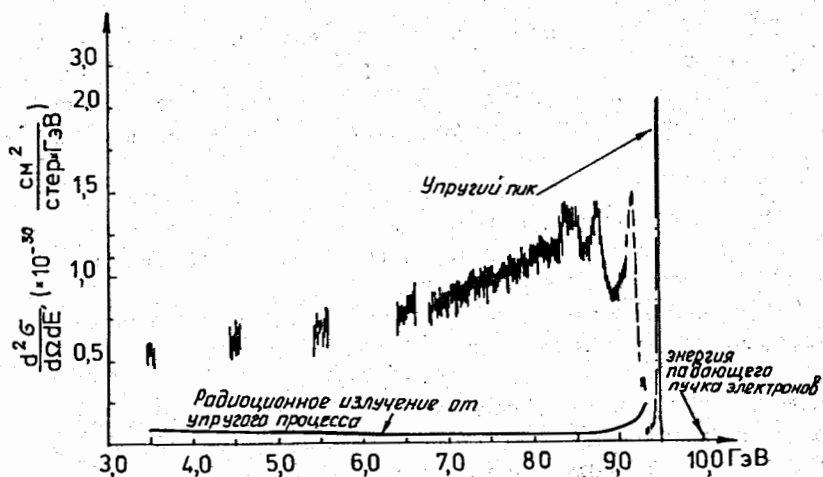


Рис. 3. Спектр рассеянных электронов. Энергия налетающих электронов = 10 ГэВ. Угол рассеяния электронов = 6°.

Так оно и есть на самом деле^{/4/}. С ростом энергии налетающего электрона и увеличением углов рассеяния, т.е. с ростом "массы" виртуального μ -кванта это резонансное поведение сечения постепенно исчезает.

Дифференциальное сечение процесса (2.1) в однофотонном приближении определяется матричным элементом:

$$M = e^2 \bar{u}(k') \gamma_\mu u(k) \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \langle X | J_\nu(0) | P \rangle. \quad (2.9)$$

Если нас не интересуют поляризационные явления, то после возведения матричного элемента (2.9) в квадрат, мы производим суммирование по конечным спиновым состояниям и усреднение по начальным спиновым состояниям. При этом выражение для дифференциального сечения принимает вид

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{8\pi\alpha^2}{q^4} \cdot L_{\mu\nu} W_{\mu\nu}. \quad (2.10)$$

где

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$$

$$L_{\mu\nu} = \frac{m^2}{2} \sum_s \sum_{s'} [\bar{u}(k', s') \gamma_\mu u(k, s)] [\bar{u}(k, s) \gamma_\nu u(k', s')] =$$

$$= \frac{1}{2} (k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu + \frac{1}{2} q^2 g_{\mu\nu})$$

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{M} \left[(P_\mu - \frac{(Pq)}{q^2} q_\mu) (P_\nu - \frac{(Pq)}{q^2} q_\nu) W_2(\nu, q^2) - M^2 (g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}) W_1(\nu, q^2) \right]. \quad (2.11)$$

Символ $\sum_s \sum_{s'}$ - означает суммирование по конечным и усреднение по начальным спиновым состояниям.

Тензор $W_{\mu\nu}$ содержит только две независимые функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$. Доказательство этого факта аналогично доказательству существования только двух формфакторных функций для случая упругого рассеяния электронов на протонах^{/5/}. Отличие состоит в том, что если для упругого рассеяния формфакторные функции $F_1(q^2)$ и $F_2(q^2)$ зависят от одной переменной q^2 (ибо вторая переменная - квадрат 4-мерного импульса протона в конечном состоянии $p'^2 = M^2$ - есть величина фиксиро-

ванная), то для неупругого рассеяния функции W_1 и W_2 зависят от двух переменных, поскольку величина $W^2 = M_x^2$ — не фиксированная (она может быть заменена величиной ν).

Тензор $W_{\mu\nu}$ удовлетворяет требованиям градиентной инвариантности ($q_\mu W_{\mu\nu} = q_\nu W_{\mu\nu} = 0$) и эрмитовости. Из последнего требования следует, что функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ — реальные функции.

Сворачивая тензоры $L_{\mu\nu}$ и $W_{\mu\nu}$ и используя приближения

$$\frac{m}{E} \ll 1, \quad \frac{m}{E'} \ll 1, \quad Q^2 \approx 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

получим

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha^2 E'^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{Q^4} \left[W_2(\nu, q^2) + 2tg^2 \frac{\theta}{2} W_1(\nu, q^2) \right] \quad (2.12)$$

или

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} = \Gamma_t \cdot \left[\sigma_t(q^2, \omega) + \varepsilon \cdot \sigma_L(q^2, \omega) \right], \quad (2.13)$$

где

$$\Gamma_t = \frac{\alpha}{2s^2} \cdot \frac{K}{Q^2} \cdot \frac{E'}{E} \cdot \frac{1}{1-\varepsilon}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + 2(1 + \nu^2/a^2)tg^2 \frac{\theta}{2}}; \quad K = \nu + \frac{Q^2}{2M};$$

$$W_1 = \frac{K}{4\pi^2 a} \cdot \sigma_t; \quad W_2 = \frac{K}{4\pi^2 a} \cdot \frac{Q^2}{Q^2 + \nu^2} (\sigma_t + \sigma_L). \quad (2.14)$$

В формуле (2.13) величина $\sigma_t(q^2, \omega)$ описывает сечение поглощения виртуальных фотонов с поперечной поляризацией, а $\sigma_L(q^2, \omega)$ — сечение поглощения виртуальных фотонов с продольной поляризацией (в пределе $q^2 \rightarrow 0$ выражение (2.13) переходит в сечение фотопоглощения реальных фотонов). Γ_t описывает спектр виртуальных фотонов; ε — параметр поляризации.

При описании процессов глубоконеупругого рассеяния часто пользуются переменными x и y :

$$x = \frac{1}{\omega} = \frac{Q^2}{2M\nu}, \quad y = \frac{\nu}{E}. \quad (2.15)$$

В этих переменных выражение для дифференциального сечения имеет вид:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{8\pi \alpha^2}{Q^4} ME \left[\left(1-y - \frac{Mxy}{2E}\right) \nu W_2 + \frac{1}{2} y^2 (2Mx) W_1 \right] \quad (2.16)$$

связь формул (2.12) и (2.16) определяется подстановкой:

$$dx dy = \frac{E'}{2xM\nu} dE' d\Omega.$$

Функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ иногда называют переходными формфакторами процесса неупругого рассеяния. Действительно, они связаны с формфакторами упругого рассеяния соотношениями:

$$W_1 = \frac{Q^2}{4M^2} G_E^2 \cdot \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right)$$

$$W_2 = \frac{G_E^2 + \frac{Q^2}{4M^2} G_M^2}{1 + \frac{Q^2}{4M^2}} \cdot \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right), \quad (2.17)$$

где G_E и G_M — электрический и магнитный (саксовские) формфакторы нуклона^{*}.

Точно так же, как это имело место при определении формфакторов нуклона в процессе упругого рассеяния, функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ по формуле (2.12) могут быть определены из измерений сечения под разными углами для одних и тех же значений ν и $q^2/16$. По значениям $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ можно найти величины σ_t и σ_L , а по ним определить значение

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_t}. \quad (2.18)$$

Пять величин: R , σ_t , σ_L , W_1 и W_2 , содержащихся в формулах (2.12)–(2.18), служат объектом интенсивного исследования как с экспериментальной, так и с теоретической точек зрения. Обычно отделение функций $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ производится путем фиксации параметра

$$W_1 = \left(\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} \right)_{\text{эксп}} \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{\text{Мотт}}^{-1} \cdot \left[(1+R) \frac{y^2}{q^2 + \nu^2} + 2tg^2 \frac{\theta}{2} \right]^{-1}$$

$$W_2 = \left(\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} \right)_{\text{эксп}} \left[\frac{d\sigma}{d\Omega} \right]_{\text{Мотт}}^{-1} \cdot \left[1 + 2 \left(\frac{1}{1+R} \right) \left(\frac{y^2 + \nu^2}{q^2} \right) tg^2 \frac{\theta}{2} \right]^{-1} \quad (2.19)$$

где $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{эксп}}$ — экспериментальное сечение,

$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Мотт}}$ — моттовское сечение рассеяния,

^{*}) $G_E = F_1 - \frac{Q^2}{4M} F_2$; $G_M = F_1 + 2MF_2$; $F_1(q^2)$ и $F_2(q^2)$ — аналоги функций W_1 и W_2 для процесса упругого рассеяния.

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{нч}} = \frac{4\alpha^2 E^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{Q^4} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (2.20)$$

Параметр R определяется с помощью формул (2.14) и (2.18). Сначала комбинация $b_e + \epsilon b_L$ измеряется как функция величины ϵ , а затем определяется параметр R . Этим путем он измеряется с большими ошибками, т.к. наклон ϵ плохо определяется вблизи малых q^2 . В настоящее время численные значения R заключены в пределах (см. § 8):

$$0.14 \lesssim R \lesssim 0.25. \quad (2.21)$$

Наиболее важным результатом первых измерений сечения процесса глубоконеупругого рассеяния явилось наблюдение слабой зависимости изменения отношения

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \cdot \frac{1}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{нч}}} = W_2(\nu, q^2) + 2tg^2 \frac{\theta}{2} \cdot W_1(\nu, q^2) \quad (2.22)$$

от передачи q^2 (см. рис. 4). Заметим, кстати, что в первых экспериментах передачи q^2 были невелики и функция $W_1(\nu, q^2)$, вклад которой в сечение глубоконеупругого рассеяния мал, измерялась с большими ошибками.

Главное изменение функций $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ указывало на скейлинговый характер их поведения, ранее предсказанного Бьеркеном. Анализ поведения одновременных коммутаторов электромагнитного поля в квантовой теории поля, проведенный Бьеркеном для случая больших значений ν и больших передач q^2 , привел к заключению, что существует некоторая универсальная функция F , которая зависит лишь от одной скейлинговой переменной $\omega = \frac{2M\nu}{Q^2}$ и что функции $\nu W_2(\nu, q^2)$ и $W_1(\nu, q^2)$ должны стремиться к этой функции $F(\omega)$ в пределе $\nu \rightarrow \infty$, $q^2 \rightarrow \infty$ при условии $q^2/\nu = \text{const}$:

$$\nu W_2(\nu, q^2) \rightarrow F\left(\frac{2M\nu}{Q^2}\right) \equiv F(\omega); \quad W_1(\nu, q^2) \rightarrow F(\omega). \quad (2.23)$$

Первые экспериментальные данные действительно указывали на то, что функции νW_2 и W_1 зависят только от отношения инвариантных переменных $\omega = \frac{2M\nu}{Q^2}$ (см. рис. 5). В этих экспериментах, проведенных примерно с 10% точностью, указание на скейлинговое поведение функции νW_2 проявилось слишком рано, при $\omega \approx 4$ и

энергиях налетающих электронов < 10 ГэВ. В переменных Q^2 это эквивалентно значению $W \sim 1,8$ ГэВ. Такое явление получило название "преждевременного" скейлинга ("precocious scaling"). Малые значения R (на рис. 5 величина $R = 0$) означали малость b_L по сравнению с b_e , что вело к тому, что функция $W_1(\nu, q^2)$ также имеет скейлинговое поведение для значений ν таких, что $\omega/2M < 1/4$ (см. формулы (2.14)). Сегодня мы имеем (см. § 8) экспериментальное доказательство нарушения скейлинга в области доступных нам энергий налетающих электронов (до 20 ГэВ), поэтому проблема "преждевременного" скейлинга имеет лишь исторический интерес и не будет далее обсуждаться.

Набор перечисленных выше экспериментальных данных послужил основой для развития ряда интересных теоретических моделей, претендующих как на описание процесса глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах, так и на описание структуры нуклона.

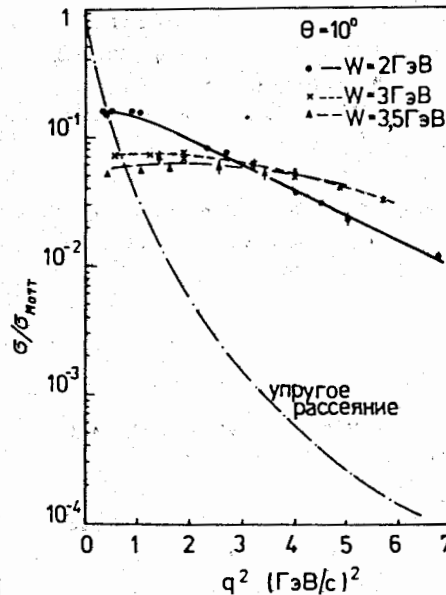


Рис. 4. Изменение отношения сечений $\frac{\sigma}{\sigma_{\text{Мотт}}}$ в зависимости от q^2 для значений $W = 2, 3, 3,5$ ГэВ. Для сравнения приведено также отношение упругого сечения рассеяния к $\sigma_{\text{Мотт}}$ для $\theta = 10^\circ$.

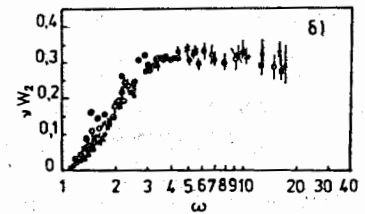
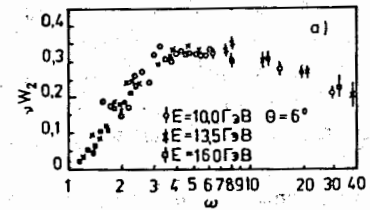


Рис. 5. Зависимость функции νW_2 от ω . а/ для $E = 10,0; 13,5; 16,0$ ГэВ. б/ для $E = 7; 13,5; 15,2; 17,7$ ГэВ; $\theta = 10^\circ$. В обоих случаях $R = 0$.

§3. Связи структурных функций в простейших партонных моделях. Правила сумм

В § I мы уже касались некоторых положений примитивной партонной модели нуклона. Если предположить далее, что:

- 1) все партоны имеют спин = 1/2;
- 2) взаимодействие лептона с нуклоном в низшем порядке теории возмущений осуществляется путем обмена одним виртуальным фотоном, взаимодействующим с одним из партонов нуклона (см. рис.6);
- 3) между партонами в нуклоне есть некоторое взаимодействие (только при этом условии импульс, переданный одному из партонов, передается нуклону в целом), то, как отмечалось ранее, нет необходимости в существенном изменении математического аппарата КЭД при описании ер- или μp -взаимодействия. Следует лишь учесть, что взаимодействие лептона может происходить с любым партоном нуклона и поэтому необходимо провести усреднение вкладов от взаимодействий лептона со всеми партонами нуклона. Возникающие в процессе такого усреднения функции отождествляются с функциями $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$. При довольно естественных предположениях (1-3) в партонной модели возникает скейлинговая зависимость этих функций от переменной

$$\omega = \frac{2M\nu}{Q^2}$$

Рассмотрим взаимодействие лептона с нуклоном в рамках рассматриваемой партонной модели (см. рис.6). Полный импульс нуклона P складывается из суммы импульсов всех партонов

$$P = \sum p_i. \quad (3.1)$$

Каждый партон имеет импульс

$$p_i = x_i P \quad (x_i = \frac{p_i}{P})$$

Предположим, что все партоны имеют одинаковую массу μ , и для каждого партона справедливо соотношение

$$E_i^2 = p_i^2 + \mu^2$$

Распределение партонов по импульсам в нуклоне зададим функцией $f_n(x)$, где индекс n означает некоторую конфигурацию партонов в нуклоне. Вероятность обнаружения конфигурации n партонов в нуклоне обозначим через $P(n)$. Индекс n равен числу партонов в нуклоне. $\langle \sum e_i^2 \rangle_n$ равно среднему значению $\sum e_i^2$ в таких конфигурациях.

Вычисление функций $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ осуществляется теперь следующим образом. Тензор $W_{\mu\nu}$, ответственный за взаимодействие виртуального фотона с одним из партонов нуклона, записывается в обычной форме:

$$\frac{1}{2E} (W_{\mu\nu})_{part} = \frac{1}{2E_1} |M|_{part}^2 \cdot \delta[(p_i + q)^2 - \mu^2 - \Delta]. \quad (3.2)$$

Здесь p_i и q - 4-мерные импульсы. Множители $1/2E$ и $1/2E_1$ появляются из-за выбора нормировки величин $(W_{\mu\nu})_{part}$ и $|M|_{part}^2$; величина Δ характеризует неизвестную часть взаимодействия партонов между собой $1/r$. Матричный элемент M по правилам квантовой электродинамики пропорционален электрическому заряду партона e_i , записывается в виде:

$$M_{part} = e_i [\bar{W}(p_i) \gamma_\mu W(p_i)],$$

его квадрат равен (см. (2.II)).

$$|M|_{part}^2 = e_i^2 (p_{i\mu} p'_{i\nu} + p_{i\nu} p'_{i\mu} + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (p_i p'_i)) \quad (3.3)$$

Вследствие малости поперечных передач импульса (это - экспериментальный факт, наблюдаемый в глубоко неупругих процессах) можно записать, что $p_i \approx p'_i \approx x_i P$ и, следовательно,

$$|M|_{part}^2 = e_i^2 [2x_i^2 p_\mu p_\nu + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} x_i^2 (P^2)]. \quad (3.4)$$

С другой стороны, в этом же предположении тензор $W_{\mu\nu}$ для точечного нуклона имеет вид:

$$W_{\mu\nu} \approx \frac{1}{M} [W_2(\nu, q^2) p_\mu p_\nu + \frac{1}{2} M^2 W_1(\nu, q^2) g_{\mu\nu}]. \quad (3.5)$$

Усредняя $(W_{\mu\nu})_{part}$ по всем партонам с учетом функции распределения $f_n(x)$ и вероятности нахождения конфигурации $P(n)$, получим:

$$W_{\mu\nu} = \sum_n P(n) \langle \sum_i e_i^2 \rangle_n \cdot \int \frac{f_n(x)}{x} [2x^2 p_\mu p_\nu + \frac{1}{2} x^2 g_{\mu\nu} (P^2)] \times \delta[(xP + q)^2 - \mu^2 - \Delta] dx. \quad (3.6)$$

где \sum_n означает сумму по всем возможным конфигурациям партонов в нуклоне. Множитель $1/x$ под интегралом появился из-за отношения $E/E_1 \approx \frac{E}{xE} = \frac{1}{x}$; аргумент δ -функции $(xP + q)^2 - \mu^2 - \Delta$ в лабораторной системе координат (P - M) принимает вид

$$x_i^2 M^2 + 2x_i M(E-E') + q^2 - M^2 - \Delta. \quad (3.7)$$

В бьеркеновском пределе величинами $x_i^2 M^2$, μ^2 , Δ можно пренебречь. Введем скейлинговую переменную $x = -\frac{E-E'}{2M}$. Интегрирование в (3.6) проводится теперь тривиально. Стоящую в подынтегральном выражении δ -функцию можно переписать в виде $\delta(2Mx; v - 2Mxv) = \frac{1}{2Mv} \delta(x_i - x)$. Таким образом, после интегрирования (3.6) получим:

$$W_{\mu\nu} = \sum_n P(n) \langle \sum_i e_i^2 \rangle_n \frac{f_n(x)}{2Mv} \left[2x p_{\mu\nu} v + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (Mv) \right]. \quad (3.8)$$

Приравнявая (3.8) к (3.5), получим:

$$v W_2(v, q^2) = \sum_n P(n) \langle \sum_i e_i^2 \rangle_n f_n(x) \cdot x = x \cdot f(x) \cdot \tilde{e}^2. \quad (3.9a)$$

$$2M W_1(v, q^2) = \sum_n P(n) \langle \sum_i e_i^2 \rangle_n f_n(x) = f(x) \cdot \tilde{e}^2.$$

Если в конфигурации n всего один партон, то $P(n) = 1$, $\langle \sum_i e_i^2 \rangle = e^2$, где e^2 - квадрат заряда отдельного партона и

$$v W_2(v, q^2) = e^2 x f(x), \quad 2M W_1(v, q^2) = e^2 f(x). \quad (3.9a)$$

Выражения (3.9a) могут быть получены из (3.9 б) также путем усреднения по n партонам и переходу от конфигурации n партон к отдельному партону.

Если в нуклоне допустить существование нескольких сортов партон, то соотношения (3.9a) могут быть записаны в более общей форме:

$$v W_2(v, q^2) = \sum_j e_j^2 \cdot x \cdot f_j(x) \\ 2M W_1(v, q^2) = \sum_j e_j^2 f_j(x), \quad (3.9)$$

где e_j^2 означает квадрат заряда j -го сорта партона, а $f_j(x)$ - распределение j -го сорта партон по импульсам.

Соотношением (3.9) будем часто пользоваться при рассмотрении кварковой модели нуклона (см., например, формулы (3.27), (3.28),

(3.30) и т.д. Из выражений (3.9) следует, что

$$\frac{v}{2Mx} W_2(v, q^2) = W_1(v, q^2). \quad (3.10)$$

Соотношение (3.10) называется соотношением Каллана-Гросса¹⁸⁾. Таким образом, функции $v W_2(v, q^2)$ и $2M W_1(v, q^2)$ в партонной модели в бьеркеновском пределе зависят только от скейлинговой переменной

$$x = -\frac{q^2}{2Mv} = \frac{Q^2}{2Mv}. \quad (3.11)$$

Отметим одно из свойств функции $f_n(x)$. Вероятность найти в конфигурации партон n один из партон в состоянии с некоторым значением продольного импульса x_n , равна

$$f_n(x_n) = \int_0^1 dx_1 dx_2 \dots dx_{n-1} \dots dx_{n+1} \dots dx_n \cdot f_n(x_1, \dots, x_n) \sum (1 - \sum x_n)$$

а полная вероятность найти систему партон со значением продольных импульсов x_1, \dots, x_n , равна единице:

$$\int_0^1 dx_n f_n(x_n) = 1. \quad (3.12)$$

Отсюда следует, что функция $f_n(x)$ - симметричная функция своих аргументов. Следовательно, первый момент функции

$$f_n(x_n) \text{ равен: } 1, \\ \int_0^1 dx_n \cdot x_n \cdot f_n(x_n) = \frac{1}{n}. \quad (3.13)$$

где n - число партон.

Таким образом, из соотношений (3.9) и (3.12) следует:

$$\int dx \sum_n P(n) \langle \sum_i e_i^2 \rangle_n \cdot x \cdot f_n(x) = \frac{\sum_n P(n) \langle \sum_i e_i^2 \rangle_n}{n} \quad (3.14)$$

или интеграл слева равен среднеквадратичному значению заряда отдельного партона. Подстановка выражения (3.9) в (3.14) ведет к известному правилу сумм:

$$\int_0^1 dx \cdot \sum_n P(n) \langle \sum_i e_i^2 \rangle_n \cdot x \cdot f_n(x) = \int v W_2(v, q^2) dx \\ = \frac{Q^2}{2M} \int_{\frac{Q^2}{2M}}^{\infty} W_2(v, q^2) \frac{dv}{v} = \frac{\sum_n P(n) \langle \sum_i e_i^2 \rangle_n}{n}. \quad (3.15)$$

Значения функции $W_2(v, q^2)$ известны из экспериментальных данных, и среднее квадратичное значение заряда партон может быть рассчитано численно:

$$\int_0^1 x f(x) dx \approx 0,17 \quad (3.16)$$

для $e p$ -рассеяния;
для $e n$ -рассеяния

$$\int_0^1 x f(x) dx \approx 0,13. \quad (3.17)$$

Вернемся теперь к формулам (2.14) и (2.16) и оценим значение R с помощью соотношений (3.9), (3.10):

$$\sigma_T = \frac{4\pi^2 d}{\mathcal{K}} \cdot W_1(v, q^2); \quad \sigma_L = \frac{4\pi^2 d}{\mathcal{K}} \left(\frac{Q^2 + v^2}{Q^2} W_2 - W_1 \right)$$

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{Q^2 + v^2}{Q^2} \cdot \frac{W_2}{W_1} - 1$$

или

$$R = \frac{Q^2 + v^2}{v^2} - 1 = \frac{Q^2}{v^2}.$$

В пределе $v \rightarrow \infty$, $q^2 \rightarrow \infty$ (при фиксированных значениях x) $R \rightarrow 0$.

Посмотрим, оправданы ли предположения 1) и 2), высказанные в начале этого параграфа, с точки зрения экспериментальных данных. Действительно, если бы партоны были скалярными частицами, то член с $g_{\mu\nu}$ в (3.4) отсутствовал бы, и для $W_1(v, q^2)$ получилось бы значение, равное нулю. При этом

$$R = \infty.$$

Если все партоны - частицы со спином $1/2$, то, как мы видели выше,

$$R = \frac{Q^2}{v^2}. \quad (3.18)$$

В пределе $v \rightarrow \infty$, $Q^2 \rightarrow \infty$ величина $R \rightarrow 0$.

Наконец, если доля партонов со спином $= 1/2$ равна $\chi(x)$, то $2M W_1 = \chi(x) \cdot f(x)$, и отношение R равно

$$R = \frac{Q^2}{v^2 \chi} + \frac{1 - \chi(x)}{\chi(x)}. \quad (3.19)$$

$$\text{В бьеркеновском пределе } k \rightarrow \frac{1 - \chi(x)}{\chi(x)}. \quad (3.20)$$

Поскольку экспериментальные данные дают величину $R \approx 0,14$, то, пренебрегая первым членом в (3.19), получим значение величины $\chi(x)$, близкое к 0,9 или, иными словами, получаем указание на то, что доля скалярных партонов в нуклоне мала.

Интересно знать поведение функции $f(x)$ вблизи $x = 0$ и $x = 1$ (две предельные точки). Экспериментальные данные указывают на то, что функция $\sqrt{W_2(v, q^2)}$ при $x \rightarrow 0$ ведет себя как константа, или

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \approx \frac{\text{const}}{x}, \quad (3.21)$$

т.е. число партонов с малыми x велико. Поведение функции $f(x)$ при $x \rightarrow 1$ будет рассматриваться в § 8. Сейчас только отметим, что из теоретических соображений можно получить поведение типа

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \sim (1-x)^m, \quad (3.22)$$

где m - любое целое число.

Кварки в роли партонов. Если предположить, что в роли партонов выступают кварки, то процесс глубоконеупругого рассеяния должен был бы выглядеть модельно так, как это изображено на рис. 7. Такая модель допускает превращение кварков в адроны, что, несмотря на дробный заряд кварков, возможно, так как предполагается, что кварки не свободны внутри нуклона и в конечном состоянии могут так перераспределяться, чтобы обеспечить выполнение закона сохранения электрического заряда.

Кварковую модель нуклона будем строить из трех сортов кварков:

- u (с зарядом $+2/3$, значением странности 0),
- d (с зарядом $-1/3$, значением странности 0) и
- s (с зарядом $-1/3$ и значением странности 1).

Барьонный заряд каждого из кварков u, d, s равен $1/3$.

Для описания распределения кварков в нуклоне вводится шесть функций:

$u(x)$ - число u -кварков с импульсом x ;

$d(x)$ - число d -кварков с импульсом x ;
 $\bar{d}(x)$ - число \bar{d} -кварков с импульсом x ;
и три других функции $u(x)$, $\bar{u}(x)$, $s(x)$, $\bar{s}(x)$, описывающих распределение соответственно u , \bar{u} , s - антикварков по импульсам x . Антикварки имеют те же квантовые числа, что и кварки, но с противоположным знаком.

Для протона, электрический заряд которого равен +1, можно записать следующее равенство:

$$1 = \frac{2}{3} \int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx - \frac{1}{3} \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx - \frac{1}{3} \int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx. \quad (3.23)$$

Странность протона равна нулю. Отсюда следует еще одно соотношение:

$$0 = \int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx. \quad (3.24)$$

Можно, наконец, определить третью проекцию изотопического спина протона в виде

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx - \frac{1}{2} \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx \quad (3.25)$$

(это соотношение известно в литературе как правило сумм Адлера).

Таким образом, имеется три уравнения для определения числа кварков типа u , d и s составляющих нуклона. Соотношения (3.23)-(3.25) ведут к решениям:

$$\begin{aligned} \int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx &= 2 \\ \int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx &= 1 \\ \int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx &= 0. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Равенства (3.26) приводят нас к заключению, что протон состоит из двух u -кварков и одного d -кварка. Эти три кварка называются валентными (ибо с их помощью определяются все квантовые числа нуклона). Можно предположить, что в нуклоне есть еще бесконечно большое число пар $(u\bar{u})$, $(d\bar{d})$, $(s\bar{s})$ -кварков, которые не меняют квантовых чисел протона. Совокупность этих пар кварков иногда называют "морем", иногда "кором".

Используя операцию зарядового сопряжения (она сводится к

замене u -кварка на \bar{d} -кварк), можно получить кварковую структуру нейтрона - он состоит из двух d -кварков и одного u -кварка. Так выглядит кварковая модель свободных нуклонов.

Рассмотрим теперь связь структурных функций $\nu W_2(\nu, q^2)$ и $2M W_1(\nu, q^2)$ с функциями распределения кварков $u(x)$, $d(x)$, $s(x)$ и соответствующими функциями для антикварков.

Для рассеяния на протоне функция $f_2^p(x)$ (см. (3.9)) определяется в виде:

$$f_2^p(x) = \sum_i e_i^2 f_i(x) = \frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{1}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} [s(x) + \bar{s}(x)]. \quad (3.27)$$

С помощью операции зарядового сопряжения (из (3.27)) получается аналогичная функция для нейтрона:

$$f_2^n(x) = \sum_i e_i^2 f_i(x) = \frac{4}{9} [u(x) + \bar{u}(x)] + \frac{4}{9} [d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} [s(x) + \bar{s}(x)]. \quad (3.28)$$

Очень важно подчеркнуть, что в рамках кварковой модели нуклона возникает глубокая связь процессов рассеяния электронов и мюонов на нуклонах с процессом рассеяния нейтрино на нуклонах. Действительно, выражение для сечения рассеяния нейтрино (антинейтрино) на нуклонах имеет вид (в переменных x , $y = \frac{\nu}{E}$):

$$\frac{d^2\sigma^{\nu, \bar{\nu}}}{dx dy} = \frac{G^2 ME}{\pi} \left[(1-y - \frac{Mxy}{2E}) \nu W_2 + \frac{y^2}{2} (2Mx) W_1 + y(1-\frac{y}{2}) x \nu W_3 \right] \quad (3.29)$$

где знаки (-) и (+) отвечают процессам рассеяния нейтрино и антинейтрино, соответственно.

Сравнивая формулу (3.29) с формулой (2.16), можно увидеть, что в сечение рассеяния нейтрино (антинейтрино) на нуклоне входит одна дополнительная структурная функция νW_3 . Приведем выражения нейтринных структурных функций через кварковые функции распределения для реакции со значением странности в конечном адронном состоянии, равным нулю ($\Delta S = 0$)^{19/}:

$$\begin{aligned} \nu W_2^{\nu p} &= x \cdot f_2^{\nu p} = 2x [d(x) + \bar{u}(x)] = x f_2^{\bar{\nu} n} \\ \nu W_2^{\bar{\nu} p} &= x \cdot f_2^{\bar{\nu} p} = 2x [\bar{d}(x) + u(x)] = x f_2^{\nu n} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \nu W_3^{\nu p} &= f_3^{\nu p} = 2 [\bar{u}(x) - d(x)] = f_3^{\nu n} \\ \nu W_3^{\bar{\nu} p} &= f_3^{\bar{\nu} p} = 2 [\bar{d}(x) - u(x)] = f_3^{\bar{\nu} n} \end{aligned}$$

Доля реакций с $\Delta S = 1$ (т.е. процессов глубокоупругого рассеяния нейтрино на нуклоне, когда суммарная странность адронов в конечном состоянии равна 1), мала. Поэтому для случая $\Delta S = 1$ связь функций $W_2^{\nu n}$ и $W_3^{\bar{\nu} n}$ с кварковыми функциями $u(x)$, $d(x)$, $s(x)$ не будет рассматриваться здесь. Используя формулы (3.27), (3.28), (3.30), можно получить некоторые соотношения и правила сумм:

$$6(f^{ep} - f^{en}) = f_3^{\nu p} - f_3^{\nu n} \quad (3.31)$$

$$f_2^{\nu n} + f_2^{\nu p} \leq \frac{18}{5} (f^{ep} + f^{en}) \quad (3.32)$$

Неравенство (3.32) вытекает из положительности (по построению) всех функций распределения u , d , s , \bar{u} , \bar{d} , \bar{s} - кварков. Впишем еще ряд следствий^{x)}:

$$\text{а) } \frac{1}{4} \leq \frac{f^{en}}{f^{ep}} \leq 4 \quad \text{для } SU(2)\text{-симметричной кварковой модели} \quad (3.33)$$

$$\text{б) } \frac{1}{4} \leq \frac{f^{en}}{f^{ep}} \leq 3 \quad \text{для } SU(3)\text{-симметричной кварковой модели} \quad (3.34)$$

$$\text{в) } \int_0^1 dx \cdot x \cdot [\bar{u}(x) + \bar{d}(x) + \bar{s}(x) + u(x) + d(x) + s(x)] \leq 1 \quad (3.35)$$

Последнее правило сумм - эквивалент соотношения (3.12) и выражает здесь закон сохранения импульса (его продольной компоненты). Знак неравенства возникает в том случае, если в модель нуклона вводятся новые частицы - глюоны, о чем речь будет идти ниже (см. комментарии к формуле (3.39). В области больших передач импульсов (малых пространственно-временных интервалов) иногда делают упрощающее приближение - пренебрегают вкладом антикварков, т.е. полагают, что $\bar{u}(x) = \bar{d}(x) = \bar{s}(x) = 0$.

^{x)} Доказательство неравенств (3.32)-(3.35) дано в работе /9/.

Тогда из соотношения (3.24) следует, что $S(x) = 0$. В этом случае формула (3.32) переходит в точное равенство:

$$f_2^{\nu n} + f_2^{\nu p} = \frac{18}{5} (f^{ep} + f^{en}) \quad (3.32a)$$

и иногда записывается в интегральной форме

$$\frac{\int_0^1 [f^{ep}(x) + f^{en}(x)] dx}{\int_0^1 [f_2^{\nu p}(x) + f_2^{\nu n}(x)] dx} = \frac{5}{18} \quad (3.36)$$

Здесь выписан далеко не полный список всех возможных соотношений, связывающих процессы \mathcal{N} - и $\nu\mathcal{N}$ - глубокоупругого рассеяния. Но уже из приведенных выше соотношений видна их органическая связь.

Вернемся к обсуждению кварковой модели нуклона. Рассматриваемая нами модель имеет существенную трудность. Введем обозначения

$$P = \int_0^1 x [u(x) + \bar{u}(x)] dx, \quad N = \int_0^1 x [d(x) + \bar{d}(x)] dx, \quad \Lambda = \int_0^1 x [s(x) + \bar{s}(x)] dx \quad (3.37)$$

Величины P , N , Λ характеризуют долю импульса нуклона, приходящегося, соответственно на u -, d - и s -кварки (см. соотношение (3.35)). Из эксперимента известны следующие величины (они определяются как площади под экспериментальными кривыми (см. (3.16), (3.17)):

$$\int_0^1 x f_p(x) dx = 0.17; \quad \int_0^1 x f_n(x) dx = 0.13. \quad (3.38)$$

Значения нижнего и верхнего пределов интегрирования, конечно, не достигают 0 и 1 в условиях эксперимента. Поэтому используется разумная экстраполяция поведения $f_p(x)$ и $f_n(x)$ вблизи этих предельных точек. Подставляя (3.27), (3.28) и (3.37) в (3.38), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{4}{9} P + \frac{1}{9} N + \frac{1}{9} \Lambda &= 0.17 \\ \frac{1}{9} P + \frac{4}{9} N + \frac{1}{9} \Lambda &= 0.13 \\ P + N + \Lambda &= 1. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Последняя строчка в (3.39) означает просто закон сохранения импульса в нуклоне.

Решение системы (3.39) приводит к значениям:

$$P = 0,19; \quad N = 0,06; \quad A = 0,75.$$

Полученный результат по меньшей мере непонятен, поскольку нуклоны — объекты, имеющие нулевую странность, а доля импульса, приходящаяся на странные кварки, очень велика. Выход из затруднения был найден путем введения дополнительной гипотезы о существовании векторных нейтральных, безмассовых партоннов (глюонов) внутри нуклона, роль которых сводилась бы не только к тому, чтобы принять на себя значительную долю импульса, приходящегося на странные кварки (и в этом случае в соотношении (3.35) должен появиться знак неравенства), но и обеспечить взаимодействие между кварками. Так возникла современная кварковая модель нуклона, которая теперь представляется в следующем виде: нуклон состоит из:

- 1) трех валентных кварков, ответственных за периферические взаимодействия и все квантовые числа нуклона;
- 2) моря кварк-антикварковых пар ($u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$);
- 3) глюонов, обеспечивающих взаимодействие между всеми кварками в нуклоне.

Взаимодействие глюонов с кварками описывается неабелевой калибровочно-инвариантной теорией Янга-Миллса — квантовой хромодинамикой. Эта теория представляет собой естественное расширение квантовой электродинамики путем введения принципа локальной калибровочной инвариантности и требования инвариантности теории сильных взаимодействий относительно локальной группы изотопических преобразований.

В настоящее время на основе теории калибровочных полей делается попытка построить универсальную теорию, описывающую сильные, электромагнитные и слабые взаимодействия с единой точки зрения.

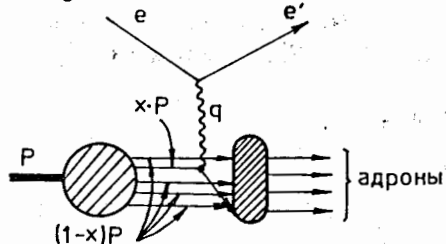


Рис. 6. Схема лептон-нуклонного взаимодействия в рамках простейшей партонной модели для процесса глубоконеупругого рассеяния.

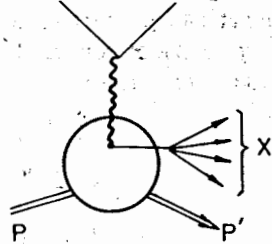


Рис. 7. Схема глубоконеупругого рассеяния в кварковой модели нуклона.

§ 4. Принцип автомодельности (или масштабной инвариантности)

На рис. 4 приведена зависимость функции (2.20)

$$W_2(v, q^2) + 2tg^2 \frac{P}{2} \cdot W_1(v, q^2)$$

от q^2 для трех значений энергий: 2 ГэВ, 3 ГэВ, 3,5 ГэВ. Видно, что она практически остается постоянной величиной. Подобное поведение структурных функций W_1 и W_2 напоминает поведение автомодельных решений ряда задач классической гидродинамики, например, задачи сильного точечного взрыва^{/10/}, на что в свое время обратил внимание Н.И.Боголюбов. В такого рода задачах часто пользуются методами теории подобия и размерности. Содержание принципа автомодельности или масштабной инвариантности^{/11/} в применении к процессам глубоконеупругого рассеяния или аннигиляции лептонов состоит в том, что сечение данных процессов не зависит от каких-либо фундаментальных физических масштабов типа масс элементарных частиц, элементарной длины и т.д., а зависит лишь от энергии и передачи импульса.

Так, если в процессе глубоконеупругого рассеяния в матричном элементе провести суммирование по всем конечным состояниям адронов, то получим сечение типа

$$e + N \rightarrow e + N'$$

где N' — фиктивная частица. Сечение типа $2 \rightarrow 2$ зависит от трех переменных s , q^2 и квадрата инвариантной массы $M_{N'}^2$, а также от масс лептона и нуклона:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} = \alpha^2 F(s, q^2, M_{N'}^2, m_e^2, m_N^2).$$

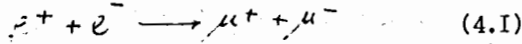
Если $s, q^2, M_{N'}^2 \gg m_e^2, m_N^2$, то в хорошем приближении

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \approx \alpha^2 F(s, q^2, M_{N'}^2).$$

Теперь, подбирая размерности справа и слева, можно получить указание на ход зависимости сечения от s , q^2 и $M_{N'}^2$ в области высоких энергий.

Приведем несколько простых примеров.

I. Процесс



в однофотонном приближении описывается диаграммой (см. рис. 8).

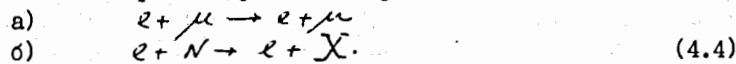
Полное сечение процесса (4.1) зависит только от одной переменной S и пропорционально α^2 . Сечение процесса σ имеет размерность $[\text{см}^2]$, α - безразмерная величина. Таким образом, из соображений размерности и пренебрегая в области высоких энергий членами типа $\frac{m^2}{S}$, получаем

$$\sigma = \text{Const} \cdot \frac{\alpha^2}{S} \quad (4.2)$$

В рамках теории возмущений можно рассчитать константу для процесса (4.1) - она равна $\frac{4}{3}$. Отсюда $\sigma = \frac{4}{3} \pi \alpha^2 \frac{1}{S}$. (4.3)

Высшие порядки теории возмущений дают логарифмические поправки к формуле (4.3)

II. Рассмотрим следующие два процесса:



В случае б), как и раньше, процесс рассматривается в однофотонном приближении (см. рис. 2), предполагается суммирование по всем конечным адронным состояниям. Процессу а) соответствует диаграмма (см. рис. 9). Для процесса а) дифференциальное сечение будет зависеть от переменных S и q^2 , а для процесса б) - от трех переменных: начальной энергии системы S , передачи импульса q^2 , квадрата инвариантной массы M_{ν}^2 . В последнем случае оно может быть записано в виде:

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\alpha^2}{(q^2)^2} F(S, q^2, M_{\nu}^2). \quad (4.5)$$

Вместо трех переменных S , q^2 , M_{ν}^2 можно ввести три другие переменные S , q^2 , ω , где $\omega = \frac{2M_{\nu}}{Q^2}$ (безразмерная величина). Из соображений размерности имеем:

$$\left[\frac{d\sigma}{dq^2} \right] = [cu]^4$$

Следовательно, в правой части равенства (4.5) функция $F(S, q^2, \omega)$ должна быть безразмерной функцией. В переменных S , q^2 , ω это будет означать, что F есть функция безразмерных величин q^2/S и ω , т.е.

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{\alpha^2}{(q^2)^2} F\left(\frac{q^2}{S}, \omega\right). \quad (4.6)$$

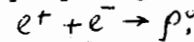
Действительно, теоретические расчеты для реакции (4.4) ведут к выражению

$$\frac{d\sigma}{dq^2 d\omega} = \frac{4\pi \alpha^2}{(q^2)^2} \left[\left(\frac{1}{\omega} - \frac{q^2}{S} \right) \nu W_2 + \left(\frac{q^2}{S} \right)^2 W_1 \right], \quad (4.7)$$

а для реакции (4.4a) - к формуле

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \frac{4\pi \alpha^2}{(q^2)^2} \left[1 - \frac{q^2}{S} + \frac{1}{2} \left(\frac{q^2}{S} \right)^2 \right]. \quad (4.8)$$

Отметим, что при выводе формул (4.3), (4.4), (4.7) необходимо проводить суммирование по конечным адронным состояниям. Если не проводить суммирования, то отдельные адроны в конечном состоянии могут не удовлетворять требованиям $S_i \gg m_i^2$, и гипотеза масштабной инвариантности по этой переменной окажется неприменимой. Есть другие случаи, когда нельзя пренебрегать массой частицы и шириной распада. Так, например, в процессе



описываемом формулой Брайта-Вигнера, нельзя пренебречь ни шириной распада ρ^0 -мезона (иначе сечение процесса обратится в нуль), ни его массой (иначе не получим резонансного хода сечения).

Есть другая формулировка принципа масштабной инвариантности. Требуется, чтобы при масштабных преобразованиях

$$q \rightarrow \lambda q, \quad p \rightarrow \lambda p \quad (4.9)$$

структурные функции $w_1(\nu, q^2)$ и $w_2(\nu, q^2)$ удовлетворяли соотношениям:

$$W_1(\lambda^2 q^2, \lambda^2 p q) = W_1(q^2, p q) \quad (4.10)$$

$$W_2(\lambda^2 q^2, \lambda^2 p q) = W_2(q^2, p q). \quad (4.11)$$

Очевидно, что соотношения (4.10) и (4.11) могут быть удовлетворены для любых q и p только при условии, что функции w_1 и w_2 зависят от отношения $\frac{q^2}{p q}$.

§ 5. Автомодельная асимптотика в квантовой теории

поля

Можно ли получить скейлинговое поведение инвариантных функций W_1 в рамках аксиоматической квантовой теории поля? Ответ на этот вопрос был дан в известной работе Боголюбова, Владимирова и Тавхелидзе [12].

Авторы нашли связь между особенностями коммутатора токов вблизи светового конуса и асимптотическим поведением инвариантных функций в рамках общих принципов локальной квантовой теории поля.

Вершина (см. рис. 10) входит в квадрат матричного элемента процесса глубокоэластичного рассеяния $(\ell + N \rightarrow \ell + X)$ в виде тензора второго ранга

$$W_{\mu\nu} \sim \sum_{(\sigma)} \int \langle p, \sigma | [j_{\mu}(x), j_{\nu}(0)] | p, \sigma \rangle e^{i q x} dx. \quad (5.1)$$

После интегрирования формула (5.1) переходит в выражение (2.11)

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{M} \left\{ (p_{\mu} - \frac{p_{\mu} q_{\nu}}{q^2}) (p_{\nu} - \frac{p_{\nu} q_{\mu}}{q^2}) W_2(v, q^2) - M^2 (g_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu} q_{\nu}}{q^2}) W_1(v, q^2) \right\}$$

Асимптотические свойства функций $W_1(v, q^2)$ и $W_2(v, q^2)$ изучались в области

$$|q_{\nu}| \rightarrow +\infty, \quad v = 2p q_1 \rightarrow \infty, \quad \xi = -\frac{q^2}{2p q_1} = \text{const} \quad (5.2)$$

(физической области соответствует $\xi > 0$).

Для удобства исследования вводятся новые функции F_1 и F_2 , связанные с $W_1(v, q^2)$ и $W_2(v, q^2)$ соотношениями:

$$F_1 = \frac{q^2}{q^2} (W_1 + \frac{q^2}{q^2} W_2); \quad F_2 = (3 + \frac{q^2}{q^2}) W_1 + \frac{q^2}{(q^2)^2} W_2. \quad (5.3)$$

Для того, чтобы обеспечить автомодельное поведение функций W_1 и W_2 , достаточно потребовать, чтобы функции F_1 и $F_2 - F_1$ стремились в физической части области (5.2) к конечным и отличным от нуля пределам. Дополнительные условия, которые должны быть при этом наложены на функции F_1 и $F_2 - F_1$, формулируются в терминах некоторых весовых функций Ψ_j , соответствующих функциям F_j ($j = 1, 2$) в интегральном представлении Йоста-Лемана-Дайсона:

$$F(q) = \int \varepsilon(q_{\nu}) \delta[q_{\nu}^2 - (\vec{q} - \vec{u})^2 - \lambda^2] \Psi(\vec{u}, \lambda^2) d\vec{u} \cdot d\lambda^2,$$

где $\Psi(\vec{u}, \lambda^2)$ - обобщенная функция медленного роста,

$$|u| \leq 1, \quad \lambda^2 \geq (1 - \sqrt{1 - u^2}).$$

Можно доказать, что если функции $F(q)$ удовлетворяют следующим условиям (здесь для простоты они записаны в системе покоящегося нуклона $p = (M, 0)$):

1. $F(q) = -F(-q)$ - условие антисимметрии функции $F(q)$;
2. $F(q) = 0$, если $-\frac{q^2}{2q_1 M} > 1$ (т.е. при $x > 1$) - условие спектральности;
3. $F(x) = 0$, если $x^2 < 0$ - условие причинности;
4. $F(q) = F(q, |\vec{q}|)$ - условие радиальной симметричности функций F .

Функции $W_1(v, q^2)$ и $W_2(v, q^2)$ имеют скейлинговое поведение. При этом на класс рассматриваемых весовых функций $\Psi(p, \lambda^2)$ накладывается требование, чтобы при достаточно больших λ^2 обобщенная функция $\Psi(p, \lambda^2)$ была обычной функцией по λ^2 и при некотором $k > -1$ имела отличный от нуля предел (в смысле обобщенных функций по p):

$$\lim_{\lambda^2 \rightarrow \infty} \frac{\Psi(p, \lambda^2)}{\lambda^{2k}} = \Psi_0(p); \quad \Psi_0(p) \neq 0. \quad (5.4)$$

Асимптотическое поведение функций $\tilde{F}(x, p)$ в окрестности $x^2 = 0$ определяется формулой:

$$\tilde{F}(x, p) \sim \frac{2i}{x} G(px) (-\square)^k \left[\frac{\mathcal{D}(x, 0)}{x^2} \right], \quad (5.5)$$

где функция $G(z)$ определяется интегралом

$$G(z) = \int \Psi_0(p) \frac{\sin z p}{z} p d p, \quad (5.6)$$

а $\mathcal{D}(x, \lambda^2)$ - известная перестановочная функция для свободных скалярных полей частиц с массой λ . При $k=0$ формула (4.5) упрощается

$$\tilde{F}(x, p) \sim \frac{i}{x} Q(px) \cdot \frac{\partial}{\partial (px)} \mathcal{D}(x, 0), \quad (5.7)$$

где $Q(p_x)$ выражается через некоторую функцию, определяющую автомодельное поведение функции $F(q, p)$.

Асимптотика функций $\frac{\partial^s}{\partial \lambda^{2s}} \mathcal{D}(x, \lambda^2)$ в окрестности светового конуса $x^2=0$ определяется формулами

$$\frac{\partial^s}{\partial \lambda^{2s}} \mathcal{D}(x, \lambda^2) \sim \begin{cases} \frac{\varepsilon(x_0)}{2\pi} \delta(x^2) = \mathcal{D}(x, 0), & s=0 \\ \frac{(-1)^s \varepsilon(x_0)}{2\pi \cdot 4^s \cdot \Gamma(s)} \theta(x^2) \cdot x^{2(s-1)}, & \end{cases} \quad (5.8)$$

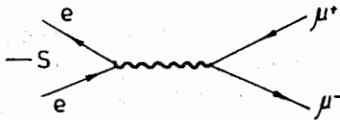


Рис. 8. Диаграмма Фейнмана, описывающая процесс $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ в однофотонном приближении.

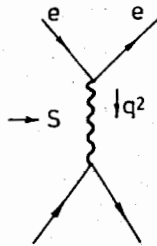


Рис. 9. Диаграмма Фейнмана, описывающая процесс рассеяния $e\mu \rightarrow e\mu$ в однофотонном приближении.

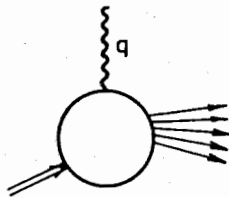


Рис. 10. Вершинная функция, описывающая процесс неупругого взаимодействия виртуального u -кванта с нуклоном.

§6. Физика на световом конусе. Определение коэффициентов разложения Вильсона вблизи светового конуса

Бьеркеновский предел ($q^2 \rightarrow \infty$, $\nu \rightarrow \infty$, $\omega = \frac{q^2}{2E\nu} = \text{const}$) для амплитуды глубоконеупругого процесса рассеяния означает то, что последняя рассматривается в области малых пространственно-временных интервалов $x^2 \sim 0$, т.е. вблизи светового конуса.

Это можно показать следующим образом. Тензор $W_{\mu\nu}$ выражается через произведение токов - см (5.1). Таким образом, функции W_1 и W_2 также выражаются через произведение токов. Ограничимся для простоты рассуждений случаем скалярных токов. Рассмотрим некоторую произвольную функцию

$$W(q, \dots) = \int d^4x \cdot e^{iqx} \langle j | A(x) B(-x) | i \rangle, \quad (6.1)$$

где $A(x)$ и $B(-x)$ - два скалярных тока. Введем следующие переменные:

$$\nu_i = q p_i \quad (i = 1, 2, 3),$$

где p_i - некоторые 4-мерные импульсы. Предполагаем, что по крайней мере один из импульсов $p_i \neq 0$, и выбираем неравные нулю импульсы линейно-независимыми. Определим энергетические переменные $S_{ij} = p_i p_j$. Интересующий нас бьеркеновский предел в новых переменных обозначает:

$$q^2 \rightarrow \infty, \quad \frac{q^2}{\nu} \quad \text{и} \quad \frac{q^2}{S_{ij}} \quad (6.2)$$

фиксированные величины.

Покажем теперь, что в пределе (6.2) наиболее важной областью интегрирования будет область, расположенная вблизи светового конуса, т.е. область $x^2 \sim 0$. Воспользуемся тождеством:

$$W(q, \dots) = |J(q^2, \nu_1, \nu_2, \nu_3)|^{-1} \int d^4k \cdot \theta(k) \cdot \delta(q^2 - k^2) \prod_i \delta(\nu_i - k p_i) \cdot W(k, \dots), \quad (6.3)$$

в котором якобиан $J(q^2, \nu_1, \nu_2, \nu_3)$ возникает при переходе от переменных интегрирования q к переменным интегрирования "к":

$$J(q^2, \nu_1, \nu_2, \nu_3) = \frac{\partial(k^2, k p_1, k p_2, k p_3)}{\partial(k_0, k_1, k_2, k_3)}. \quad (6.4)$$

Подставляя (6.1) в (6.3), получим

$$|W(\varphi, \dots)| = |J|^{-1} \int d^4x \langle f | A(x) B(x) | i \rangle = \int d^4k \theta(k) \delta(k^2 - q^2) \prod_i \delta(v_i - k p_i) e^{ikx} =$$

$$= \int d^4x \mathcal{D}(\varphi^2, v_1, v_2, v_3; x) \langle f | A(x) B(x) | i \rangle, \quad (6.5)$$

где

$$\mathcal{D}(\varphi^2, v_1, v_2, v_3; x) = |J|^{-1} \int d^4k \theta(k) \delta(k^2 - q^2) e^{ikx} \prod_i \int \frac{d\alpha_i}{2\pi} e^{i \sum \alpha_i (v_i - k p_i)}. \quad (6.6)$$

При записи выражения (6.6) мы воспользовались определением

$$\prod_i \delta(v_i - k p_i) = \int \prod_i \frac{d\alpha_i}{2\pi} e^{i \sum \alpha_i (v_i - k p_i)}$$

Положительно-частотная часть функции Паули-Иордана имеет вид [13]:

$$\mathcal{D}^+(x) = \frac{1}{2\pi i} \int e^{ikx} \theta(k) \delta(k^2 - m^2) d^4k.$$

С её помощью выражение (6.6) может быть переписано в виде:

$$\mathcal{D}(\varphi^2, v_1, v_2, v_3; x) = |J|^{-1} \int \left(\prod_i \frac{d\alpha_i}{2\pi} \right) e^{i \sum \alpha_i v_i} \mathcal{D}^+[(x - \sum \alpha_i p_i)^2; \varphi^2] \quad (6.7)$$

где

$$i \mathcal{D}^+[(x - \sum \alpha_i p_i)^2; \varphi^2] = \int d^4k \theta(k) \delta(k^2 - q^2) e^{ik(x - \sum \alpha_i p_i)}$$

Здесь роль массы играет квадрат импульса q^2 . Из определения \mathcal{D} -функции (6.7) следует, что она сосредоточена в области, ограниченной неравенствами:

$$x_i \lesssim \frac{1}{v_i} \quad \text{и} \quad |(x - \sum \alpha_i p_i)^2| \lesssim \frac{1}{q^2} \quad (6.8)$$

В интересующем нас пределе (6.2) величина $\alpha_i \rightarrow 0$, и во втором неравенстве (6.8) при возведении в квадрат можно ограничиться первой степенью x_i . Таким образом, из (6.8) в пределе (6.2) получаем

$$x_i \lesssim \frac{1}{v_i}, \quad |x^2 - 2 \sum_i \alpha_i p_i x| \lesssim \frac{1}{q^2}$$

и поскольку $\sum_i \alpha_i p_i x$ - величина ограниченная, то

$$|x|^2 < \max\left(\frac{1}{q^2}, \frac{1}{v_i}\right),$$

что и утверждалось в начале параграфа.

В начале параграфа отмечалось, что тензор $W_{\mu\nu}$ выражается через произведение токов. Оказывается, в области $x^2 \approx 0$ произведение двух токов может быть записано в относительно простой форме. Для теорий, которые инвариантны в скейлинговом смысле, произведение двух операторов

$$A(x) B(x)$$

вблизи светового конуса может быть разложено в ряд таким образом, что основные сингулярности этого произведения будут определяться правилами простой размерности [14]. Теория, инвариантная в скейлинговом смысле, означает, что преобразование шкалы $x \rightarrow Sx$ представляется унитарным преобразованием в гильбертовом пространстве так, что каждый локальный полевой оператор $\mathcal{P}(x)$ преобразуется по правилу

$$U^{-1}(S) \mathcal{P}(x) U(S) = S^{d(\mathcal{P})} \mathcal{P}(Sx),$$

где $d(\mathcal{P})$ называется размерностью оператора $\mathcal{P}(x)$.

Встречаются две формы разложения произведения операторов на малых расстояниях (его называют часто, вильсоновским разложением):

$$1) \quad P(A(x) B(0)) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \sum_i C_i(x) E_i(0) \quad (6.9a)$$

$$\text{и } 2) \quad P(A(x) B(0)) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \sum_i \tilde{C}_i(x) \tilde{E}_i(x, 0), \quad (6.9b)$$

где $A(x)$, $B(0)$, $E_i(0)$ - локальные операторы, $\tilde{E}_i(x, 0)$ - биллокальные операторы, не сингулярные при $x \rightarrow 0$, $C_i(x)$ и $\tilde{C}_i(x)$ - \mathbb{C} -числовые сингулярные, вообще говоря, не совпадающие функции. Буквой P обозначено некоторое символическое действие, совершаемое над произведением операторов $A(x)$ и $B(0)$ (например, P может обозначать коммутационное соотношение).

Главным в разложениях (6.9) является то, что все сингулярности произведения токов $A(x) B(0)$ на световом конусе задаются \mathbb{C} -числовыми функциями.

Разложение (6.9b) существует в теории свободных и суперперенормируемых полей. В теории ренормируемых взаимодействующих полей оно также есть, но записывается в более сложной форме. Попытаем-

ся воспроизвести разложения (6.9а) и (6.9б) в теории свободных скалярных полей. Определим оператор тока $J(x)$ в виде:

$$J(x) = : \dot{\phi}^2(x) : = \dot{\phi}(x) \dot{\phi}(x) = : \dot{\phi}^+ \dot{\phi}^+ + 2 \dot{\phi}^+ \dot{\phi}^- + \dot{\phi}^- \dot{\phi}^- : ,$$

где $\dot{\phi}^+$, $\dot{\phi}^-$ - положительно и отрицательно-частотные части скалярных полей, а точки означают, что оператор записывается в нормальной форме /13/.

В выражениях (6.9) под операторами $A(x)$ и $B(y)$ будем подразумевать оператор тока $J(x)$. Тогда, например, в выражении

$$T(A(x)B(y)) \equiv T(J(x)J(y))$$

появятся члены, которые не будут иметь нормальную форму. Если ввести нормальное упорядочение в таком выражении, то при перестановках $\dot{\phi}^+$ и $\dot{\phi}^-$ возникнут причинные функции $D^c(x, m^2)$, и в окончательном виде получается:

$$T(J(x)J(y)) = -2 [D^c(x, m^2)]^2 + 4i D^c(x, m^2) : \dot{\phi}(x) \dot{\phi}(y) : + : \dot{\phi}^2(x) \dot{\phi}^2(y) :$$

Знак нормального произведения означает, что бислокальные операторы не имеют сингулярностей при $x \rightarrow 0$.

Удерживая лишь ведущие сингулярности в функциях $D^c(x, m^2)$:

$$D^c(x, m^2) \underset{x^2 \rightarrow 0}{\sim} \frac{i}{4\pi^2} \frac{1}{-x^2 + i\epsilon} = \frac{i}{4\pi} \delta(x^2) - \frac{i}{4\pi^2 x^2} ,$$

получим разложение T -произведения токов $J(x)$ и $J(y)$ в следующем виде:

$$T(J(x)J(y)) \underset{x^2 \rightarrow 0}{\sim} \frac{I}{8\pi^4 (x^2 - iy)^2} - \frac{i \dot{\phi}(x) \dot{\phi}(y)}{4\pi^2 (x^2 - iy)} + : \dot{\phi}^2(x) \dot{\phi}^2(y) :$$

который совпадает с формой (6.9б). Бислокальный оператор $: \dot{\phi}(x) \dot{\phi}(y) :$ можно заменить на локальный, если провести его разложение в окрестности точки $x = 0$:

$$: \dot{\phi}(x) \dot{\phi}(y) : = : \dot{\phi}(y) \dot{\phi}(y) : + x_\mu \dot{\phi}(y) \partial_\mu \dot{\phi}(y) + \dots$$

В этом случае получим разложение в форме (6.9а):

$$T(J(x)J(y)) \approx \frac{I}{8\pi^4 (x^2 - iy)^2} - \frac{J(y)}{4\pi^2 (x^2 - iy)} - \frac{x_\mu J^\mu(y)}{4\pi^2 (x^2 - iy)} + \dots$$

где

$$J^\mu(y) = : \dot{\phi}(y) \partial_\mu \dot{\phi}(y) :$$

Сингулярности \mathcal{C} -числовых функций $\mathcal{C}_i(x)$ и $\tilde{\mathcal{C}}_i(x')$ определяются здесь правилами простой размерности. Так, коэффициенты $\tilde{\mathcal{C}}_i(x')$ есть функции с сингулярностями типа

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)^{\frac{1}{2}} (d_A + d_B - d_E) , \quad (6.10)$$

d_A , d_B , d_E - реальные числа, которые называются размерностями операторов A , B и E в единицах массы, соответственно.

В ренормируемой теории возмущений вильсоновское разложение произведения двух или более локальных операторов имеет сингулярности, подсчитываемые по правилу (6.10), в котором значения размерностей d_A , d_B , d_E также совпадают с физической размерностью, выражаемой в единицах массы (иногда говорят - с "наивной размерностью" /15/): для скалярного поля $d = 1$, для спинорного поля $d = 3/2$, $d(\partial_\mu) = 1$, для тока $d = 3$ и т.д.

Однако в модели Гирринга размерность основного поля есть функция константы связи. Такая размерность была названа динамической в отличие от канонической, которая не зависит от константы связи (и совпадает с "наивной").

Наличие двух гипотез различных размерностей ведет к сингулярностям разного типа, и решить теоретически вопрос о том, какая из этих гипотез верна, невозможно. Однако их экспериментальные следствия различны и экспериментальные данные предпочтительнее описываются в рамках гипотезы канонической размерности.

В приложении к процессу глубокоэластичного рассеяния разложение произведения двух токов, появляющихся в функции $W_{\mu\nu}$ (5.1), может быть использовано для получения ряда следствий. Опустим громоздкие точные расчеты и наметим лишь их схему. Вильсоновское разложение произведения токов (6.9), содержащегося в (5.1), имеет вид:

$$[j_\mu(x), j_\nu(y)] \sim \sum_{n=0}^{\infty} C_n(x^2) x_{\mu_1} x_{\mu_2} \dots x_{\mu_n} O_{\mu\nu\mu_1\mu_2\dots\mu_n}(y) \quad (6.11)$$

Следует помнить, что вильсоновское разложение берется вблизи $x^2 \approx 0$, т.е. в области больших передач q^2 (в пределе $q^2 \rightarrow \infty$). Подставим (6.11) в подынтегральное выражение (5.1), усредним по спиновым состояниям и проинтегрируем по x . Глав-

ные сингулярности в скейлинговой области (в применении к процессу глубокоупругого рассеяния) имеют твист = 2 (твист определяется как разность между размерностью и спином: твист = размерность - спин). Все операторы в разложении (6.11), имеющие наименьшую размерность 2, будут давать равнозначные вклады. Размерность 2 означает, что коэффициенты $C_n(\nu)$ при соответствующих операторах имеют δ -образные сингулярности, т.е.

$$C_n(x^2) \sim C_n \cdot \delta(x^2) \varepsilon(x^0). \quad (6.12)$$

После интегрирования по x получается связь между структурными функциями $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ с одной стороны, и коэффициентами разложения Вильсона $C_n(q^2)$ и матричными элементами $\tilde{\sigma}$ от операторов $O_{\mu\nu, \mu_1 \dots \mu_n}(\omega)$ - с другой. Матричный элемент $\tilde{\sigma}$ есть некоторая константа, которая несет определенную информацию о мишени. Связь между структурными функциями и коэффициентами разложения Вильсона обычно записывается в виде моментов

$$M_n(q^2) = \int_1^{\infty} \frac{d\omega}{\omega^{n+2}} \nu W_2(\nu, q^2) = \int_0^1 dx x^m \nu W_2(\nu, q^2) = C_n(q^2) \tilde{\sigma}. \quad (6.13)$$

где $x = \frac{1}{\omega} = \frac{Q^2}{2M\nu}$.

Поведение моментов при $Q^2 \rightarrow \infty$ определяется, как это следует из (6.13), поведением коэффициентов $C_n(Q^2)$, которое, в свою очередь, зависит от поведения токов вблизи светового конуса. В конечном итоге зависимость $M_n(Q^2)$ при $Q^2 \rightarrow \infty$ определяется видом теории. Для точечного бьеркеновского скейлинга необходимо, чтобы $C_n(Q^2) \rightarrow \text{const}$ при $Q^2 \rightarrow \infty$. Для ренормируемых теорий расчеты в рамках теории возмущений в каждом порядке ведут к выражению типа $C_n(Q^2) \sim (g^2 \ln Q^2)^m$, где m - некоторое целое положительное число. Суммирование главных логарифмов, получаемых для ряда теории возмущений в предположении конечности ренормируемого заряда $g_0(Q^2) (g \rightarrow g_0(Q^2))$ при $Q^2 \rightarrow \infty$ приводит к асимптотическому выражению типа

$$C_n(Q^2) \sim \text{const} \cdot (g_0(Q^2))^{2(g_0)}$$

т.е. ведет к нарушению скейлинга (слабо степенному нарушению скейлинга)^{/34/}.

В неабелевых калибровочных теориях (квантовая хромодинамика относится к их числу) также появляется дополнительная зависимость

коэффициентов $C_n(Q^2)$ от константы связи g квант-миллионских полей. Инвариантный заряд \bar{g}^2 , получаемый с помощью ренормгрупповой техники и использования низшего (второго) порядка теории возмущений, оказывается зависящим от Q^2 и входит в выражение для коэффициентов $C_n(Q^2, \bar{g})$ в виде:

$$\tilde{C}_n(Q^2, g) = \tilde{C}_n(1, \bar{g}) \exp\left(-\int \mathcal{H}_n(\bar{g}, x) dx\right), \quad (6.14)$$

где $\mathcal{H}_n(\bar{g}, x)$ - аномальная (не определяемая ранее упоминавшейся физической размерностью) размерность оператора $O_{\mu\nu, \mu_1 \dots \mu_n}$. Для асимптотически свободных теорий $\bar{g} \rightarrow 0$ при $Q^2 \rightarrow \infty$, $\mathcal{H}_n(\bar{g}, x) \rightarrow 0$ на верхнем пределе интеграла в (6.14). Однако стремление $\mathcal{H}_n(\bar{g}, x)$ к нулю оказывается недостаточно быстрым, чтобы интеграл в экспоненте в (6.14) обратился в нуль. И это ведет к логарифмическим поправкам к коэффициентам $\tilde{C}_n(Q^2)$ при $Q^2 \rightarrow \infty$, а именно

$$\tilde{C}_n(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} \tilde{C}_n \left(\frac{1}{a_n Q^2}\right)^{\beta_n} \quad (6.15)$$

где β - известная из теории константа.

Таким образом, выводы асимптотически свободной неабелевой калибровочной теории сильных взаимодействий (квантовой хромодинамики) совпадают с выводами теории возмущений. Вывод о том, что в теории со взаимодействующими полями возникают логарифмические поправки^{/16/}, представляет значительный интерес. Экспериментальные данные в настоящее время не дают четкого ответа на вопрос о характере нарушения скейлинга при больших Q^2 . Более подробное обсуждение нарушения скейлинга будет проведено в § 9.

Описанная выше процедура получения моментов приводит к ряду уже известных нам результатов:

1) функции $W_1(\nu, q^2)$ и $W_2(\nu, q^2)$ имеют скейлинговое поведение,

2) функции $W_1(\nu, q^2) \rightarrow F_1(\omega)$ и $W_2(\nu, q^2) \rightarrow F_2(\omega)$ связаны соотношением

$$F_1(\omega) = \frac{1}{2\omega} F_2(\omega),$$

где

$$\omega = \frac{2M\nu}{Q^2}.$$

$$3) \quad R \rightarrow \frac{\sigma_L}{\sigma_t},$$

$$4) \quad \frac{F_2^h(\omega)}{F_2^l(\omega)} \underset{\omega \rightarrow 0}{=} \frac{1}{4}.$$

Нельзя сказать, что в настоящее время экспериментально достигнут предел $Q^2 \rightarrow \infty$. Поэтому представляет интерес знание коэффициентов разложения $C_i(x^2)$ (6.9) в области конечных значений Q^2 . Оказывается, коэффициенты $C_i(x^2)$ в разложении (6.9) могут быть выражены через экспериментально измеряемые функции

$$W_1(v, q^2), \quad W_2(v, q^2), \quad G_1(v, q^2), \quad G_2(v, q^2)$$

(определение функций G_1 и G_2 дано ниже - см. форм. (2.12)) также и для случая конечных Q^2 , когда нельзя пренебрегать массовыми поправками $1/M^2$. Действительно, адронный тензор $W_{\mu\nu}$ (см. 2.II) связан с мнимой частью амплитуды $T_{\mu\nu}$ комптоновского рассеяния вперед фотона с импульсом q на протоне с импульсом p соотношением

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{\pi} \text{Im} T_{\mu\nu} \quad (6.16)$$

$$T_{\mu\nu} = i \int d^4x e^{iqx} \cdot \theta(x_0) \langle p | [J_\mu(x), J_\nu(0)] | p \rangle + \text{полиномиальные члены} \quad (6.17)$$

Если не проводить суммирования по конечным спиновым состояниям нуклона, то амплитуда $T_{\mu\nu}$ может быть представлена в виде (18):

$$T_{\mu\nu} = - (g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{Q^2}) T_1(v, Q^2) + \frac{1}{M^2} (p_\mu + \frac{v q_\mu}{Q^2}) (p_\nu + \frac{v q_\nu}{Q^2}) T_2(v, Q^2) + i M \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda s^\sigma U_1(v, Q^2) + \frac{i}{M} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda (v s^\sigma - q s^\sigma) U_2(v, Q^2) \quad (6.18)$$

Из (6.16) и (6.18) имеем:

$$W_{1,2} = \text{Im} T_{1,2} \quad (6.19)$$

$$G_{1,2} = \text{Im} U_{1,2}.$$

Функции W_1 , W_2 и G_1 , G_2 могут быть измерены в процессе глубоконеупругого рассеяния поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах (см. § 12). Амплитуды T_i и U_i удовлетворяют дисперсионным соотношениям

$$T_1(v, Q^2) = T_1(0, Q^2) + \frac{2}{\pi} \int_{\frac{Q^2}{2}}^{\infty} \frac{v^2 dv'}{v'(v'^2 - v^2)} W_1(v', Q^2)$$

$$T_2(v, Q^2) = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{Q^2}{2}}^{\infty} \frac{v' dv'}{v'^2 - v^2} W_2(v', Q^2)$$

$$U_1(v, Q^2) = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{Q^2}{2}}^{\infty} \frac{v' dv'}{v'^2 - v^2} G_1(v', Q^2)$$

$$U_2(v, Q^2) = \frac{2}{\pi} \int_{\frac{Q^2}{2}}^{\infty} \frac{v' dv'}{v'^2 - v^2} G_2(v', Q^2) \quad (6.20)$$

Вблизи светового конуса Γ - произведение операторов токов может быть разложено в ряд $1/\Gamma^2, 1/\Gamma^4, \dots$

$$T\{J_\mu(x), J_\nu(0)\} = (g_{\mu\nu} \partial^\lambda \partial^\lambda - \partial_\mu \partial_\nu) \sum_{J=2,4,\dots} \sum_i C_i^J(x^2 - i\varepsilon) x_{\mu_1} x_{\mu_2} \dots x_{\mu_J} \theta^{i_{\mu_1} \dots \mu_J} \quad (6.21)$$

$$+ (g_{\mu\nu} \partial^\lambda \partial^\lambda \rho + g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} \partial^\lambda \partial^\rho - g_{\rho\nu} \partial_\mu \partial_\lambda - g_{\rho\mu} \partial_\nu \partial_\lambda) \times \sum_{J=2,4,\dots} \sum_i C_i^{J'}(x^2 - i\varepsilon) x_{\mu_1} \dots x_{\mu_{J-2}} \theta_i^{\lambda \mu_1 \dots \mu_{J-2}}(0)$$

$$- i \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \partial^\lambda \sum_{J=1,3,\dots} \sum_i D_i^J(x^2 - i\varepsilon) x_{\mu_1} \dots x_{\mu_{J-1}} \theta_i^{\lambda \mu_1 \dots \mu_{J-1}}(v) +$$

$$+ 2i \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \partial^\lambda \sum_{J=2,4,\dots} \sum_i D_i^J(x^2 - i\varepsilon) x_{\mu_1} \dots x_{\mu_{J-1}} \tilde{\theta}_i^{\lambda \mu_1 \dots \mu_{J-1}}(0).$$

Далее, переходя к Фурье-образу $\tilde{T}\{J_\mu(x), J_\nu(0)\}$ и используя:

1) свертки $1/20$

$$g_{\mu_1 \dots \mu_J} \{P^{\mu_1} \dots P^{\mu_J}\} = (-\frac{i m Q}{2}) G_J^{(1)}(\eta),$$

где $\eta = \frac{i v}{Q}$, а $G_J^{(1)}(\eta)$ - полиномы Гегенбауэра индекса "1";

2) дисперсионные соотношения для $T_{1,2}$ и $U_{1,2}$;

3) ортогональность коэффициентов C_i^J ,

можно выразить коэффициенты C_i^J , C_i^J , D_i^J (J - четные),

D_i^J (J — нечетные) через функции w_1, w_2, G_1 и G_2 , измеренные на опыте, например:

$$C^J(Q^2) = \mu_{1,J}(Q^2) - \frac{1}{6} \mu_{2,J}(Q^2) - \frac{M^2}{3} T_1(Q, Q^2) \delta_{J,0}$$

$$C^{1J}(Q^2) = \mu_{1,J}(Q^2), \text{ где}$$

$$\mu_{1,J} = \int_0^1 \frac{dx}{x^2} \left[\frac{2x}{1 + \sqrt{1 + 4M^2/x^2}} \right]^{J+1} x$$

$$x \left\{ 2M W_1(x, Q^2) - \left(\frac{1}{3x} + \frac{4xM^2}{Q^2} \right) \frac{\nu}{M} W_2(x, Q^2) \right\}$$

$$J=0, 2, \dots \quad x = \frac{Q^2}{2\nu}$$

$$\mu_{2,0} = 0$$

$$\mu_{2,J} = - \frac{1}{(J+2)(J+3)} \int_0^1 \frac{dx}{x^3} \left[\frac{2x}{1 + \sqrt{1 + 4M^2/x^2}} \right]^{J+1} x$$

$$x \left\{ (J^2 + 2J + 3) + 3(J+1) \sqrt{1 + \frac{4M^2x^2}{Q^2}} + J(J+2) \frac{4M^2x^2}{Q^2} \right\} \frac{\nu}{M} W_2(x, Q^2)$$

Величина $T_1(Q, Q^2)$ м.б. определена из комптоновского рассеяния фотонов на нуклонах.

Коэффициенты $C^J, C^{1J}, D^J(\text{чет})$ и $D^J(\text{нечет})$ не зависят от ν , так как при использовании условия ортогональности полиномов Гегенбауэра $C_J^1(\eta)$ для выделения коэффициентов $C^J(Q^2)$ мы интегрировали по переменной $\eta = \frac{x\nu}{Q}$ или, что одно и то же, по переменной ν .

Тензор $W_{\mu\nu}$ может быть рассчитан в явном виде после подстановки разложения (6.21) в (6.17). Из него может быть выделена структурная функция νW_2 . Интересно отметить, что полученная в самом общем виде структурная функция νW_2 вблизи порога $x \rightarrow 1$ стремится к нулю следующим образом:

$$(1-x)^{\rho+\delta} \cdot f(Q^2), \quad (6.22)$$

где ρ — каноническая размерность $/2I/$, δ — аномальная размерность, а $f(Q^2)$ — некоторая точно рассчитываемая функция. Результат (6.22) мы обсудим в § 8 при обсуждении соотношений Дрелла-Яна-Веста.

§ 7. Модель Кути-Вайскопфа

В предыдущих параграфах (§§ 4-6) был рассмотрен ряд общих теоретических аспектов процесса глубокоупругого рассеяния, связанных с поведением сечения при предельно высоких энергиях и предельно больших передачах импульса. При этом нас мало интересовала структура нуклона, сведения о которой можно получить на основе знания структурных функций W_1, W_2, G_1 и G_2 . Вернемся теперь к изучению структуры нуклона и попытаемся в рамках модели описать процесс глубокоупругого рассеяния лептонов на нуклонах.

Остановимся более подробно на модели Кути-Вайскопфа^{/3/} из-за её относительной простоты и большой методической ценности. В модели Кути-Вайскопфа предполагается, что нуклон состоит из трех валентных кварков и моря партонов (партонами могут быть и кварки).

Валентные кварки отвечают за все квантовые числа нуклона и ответственны, в основном, за периферические соударения. Партоновое море составляет внутреннюю часть нуклона и ответственно, в основном, за процессы с большой передачей импульсов.

Полный импульс нуклона P складывается из суммы импульсов составляющих нуклона:

$$\sum_{i=1}^{\infty} p_i = P \quad (7.1)$$

или, если ввести относительный импульс каждого партона $y_i = \frac{p_i}{P}$, то

$$\sum y_i = 1. \quad (7.2)$$

Предполагается, что каждый партон удовлетворяет условию

$$p_i^2 + \mu_i^2 = E_i^2, \quad (7.3)$$

$$\text{так что} \quad \sum E_i = E = \sqrt{P^2 + M^2},$$

где μ_i — масса i -го партона, E_i — энергия i -го партона, масса нуклона — M . Вышеперечисленные предположения лежат в основе всех партоновых моделей нуклона.

Следующий шаг в построении модели — задание функций распределения составляющих нуклона по импульсам. Для партонов "моря" (или "кора", как мы иногда будем называть "море" партонов)

функция распределения записывается в форме, аналогичной форме распределения обычного фазового пространства

$$\varphi(y) = \frac{1}{3} g \frac{1}{\sqrt{y^2 + \mu^2/P^2}}, \quad (7.4)$$

для глюонов - в аналогичной форме

$$\chi(y) = g' \frac{1}{\sqrt{y^2 + \mu^2/P^2}}. \quad (7.5)$$

Константы $g/3$ и g' ответственны за взаимодействие кварков "кора" и глюонов. Для валентных кварков распределение выбирается в виде:

$$f(y) = S' \frac{y^{1-\alpha(0)}}{\sqrt{y^2 + \frac{\mu^2}{P^2}}}, \quad (7.6)$$

где S' - коэффициент пропорциональности, а $\alpha(0)$ - значение реджевской траектории A_2 -мезона, ответственного за обмен в глубоконеупругом лептон-нуклонном рассеянии. Правильный выбор $\alpha(0)$ обеспечивает правильную асимптотику сечения рассматриваемого процесса. n - кварковое состояние нуклона записывается как произведение одночастичных функций распределения

$$dP_n(y_1, \dots, y_n) = Z \frac{(1/3)^{k_1} \cdot (1/3)^{k_2} \cdot (1/3)^{k_3} \cdot (g')^c}{k_1! k_2! k_3! c!} \prod_{j=1}^n \frac{dy_j}{(y_j^2 + \mu^2/P^2)^{1/2}} \times \prod_{i=1}^3 y_i^{1-\alpha(0)} \cdot \delta(1 - \sum_{j=1}^n y_j), \quad (7.7)$$

где Z - нормировочная константа, определяемая из условия, чтобы полная вероятность равнялась 1, $n = 3 + k_1 + k_2 + k_3 + c$,

$c = 0, 1, 2, \dots$ - число глюонов в n -частичном состоянии, k_1, k_2, k_3 - положительные константы, соответствующие числу u, d и s кварков. Эти числа должны быть четными, чтобы не менять квантовые числа нуклонов. Тройка, входящая в n - это число валентных кварков.

Введем теперь функции $G_i^{p,n}(y)$, $i = (1, 2, 3, 4)$. Индекс "i" внизу определяет сорт кварка (u, d, s , глюон). Индексы "p" и "n" - сверху - определяют "протон" и "нейтрон" в обычном смысле. Функции $G_i^p(y)$ и $G_i^n(y)$ определяются как вероятности найти в протоне или нейтроне партон сорта "i" с импульсом y . В модели предполагается, что $S(3)$ - симметрия справедлива, и поэтому между G_i^p и G_i^n существуют

следующие соотношения

$$G_1^p(y) = G_2^n(y); \quad G_2^p(y) = G_1^n(y),$$

$$G_3^p(y) = G_3^n(y); \quad G_4^p(y) = G_4^n(y). \quad (7.8)$$

Для удобства расчетов функции G_i разбиваются на две части:

$$G_i^{p,n} = G_{i,v}^{p,n} + G_{i,c}^{p,n}, \quad (7.9)$$

где $G_{i,v}$ - часть, ответственная за вклад валентных кварков, а $G_{i,c}$ - часть, ответственная за вклад коровых кварков.

Чтобы получить распределение по импульсу одного из кварков в нуклоне, нужно проинтегрировать функцию $dP_n(y_1, \dots, y_n)$ по импульсам всех кварков, кроме одного, интересующего нас. В результате получаются следующие функции:

$$G_{1v}^p = 2G_{2v}^p = 2 \frac{\Gamma[\gamma + 3(1 - \alpha(0))]}{\Gamma[1 - \alpha(0)] \cdot \Gamma[2(1 - \alpha(0)) + \gamma]} \cdot y^{-\alpha(0)} \cdot (1-y)^{-1+\gamma+2[1-\alpha(0)]}$$

$$G_{1c}^p = G_{2c}^p = G_{3c}^p = \frac{g}{3y} \cdot G_{oc}^p = \frac{1}{3} g \cdot \frac{1}{y} \cdot (1-y)^{-1+\gamma+3[1-\alpha(0)]} \quad (7.10)$$

где $\gamma = g + g'$.

Выбор функций распределений f, φ, χ при всей кажущейся свободе ограничивается рядом условий. Они должны быть такими, чтобы найденные с их помощью функции (7.10) удовлетворяли требованиям

$$a) \quad G_i(y) \xrightarrow{y \rightarrow 1} (1-y)^n$$

$$b) \quad G_i(y) \xrightarrow{y \rightarrow 0} \frac{1}{y}$$

$$в) \quad \int_0^1 G_v(y) dy = \text{const}. \quad (7.11)$$

В асимптотику (7.11 а) основной вклад вносит часть $G_{i,v}^{p,n}$, связанная с валентными кварками; в асимптотику (7.11 б) основной

вклад вносит функция $G_i^{p,n}$, а интеграл (7.11в) связан с зарядом и может быть отнормирован на заряд нуклона. К условиям (7.11) необходимо добавить условие положительной определенности скейлинговых функций νW_2 и $2M W_1$.

Нам остается, наконец, определить связь функций $G_i^{p,n}$ с функциями νW_2 и $2M W_1$. Это делается просто. Рассеяние электрона на нуклоне рассматривается как рассеяние на одном из составляющих кварков нуклона. Кварк считается точечно-подобным. Для точечно-подобного кварка сечение будет определяться моттовским сечением

$$\frac{d\sigma_{\text{Мотт}}}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \quad (7.12)$$

Таким образом, сечение рассеяния на одном кварке будет иметь вид:

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{d\sigma_{\text{Мотт}}}{dQ^2} \cdot e_i^2 \cdot \frac{y_i}{\nu} \cdot \delta(x-y_i), \quad (7.13)$$

где $\delta(x-y_i)$ обеспечивает долю y_i , которая тождественна величине x , $x = \frac{Q^2}{2\nu v}$ - инвариантная скейлинговая переменная, e_i - заряд кварка в единицах электрического заряда. Сечение рассеяния на нуклоне складывается из суммы сечений рассеяний на трех валентных кварках:

$$\frac{d^2\sigma^{p,n}}{dQ^2 d\nu} = \frac{d\sigma_{\text{Мотт}}}{dQ^2} \sum_{i=1}^3 e_i^2 \cdot \frac{y_i}{\nu} G_i^{p,n}(x). \quad (7.14)$$

Из сравнения сечения (7.14), выраженного через функции $G_i^{p,n}(x)$, зависящие от скейлинговой переменной x , с сечением (7.12), получим

$$\nu W_2^{p,n}(x, \nu) = x \sum_{i=1}^3 e_i^2 \cdot G_i^{p,n}(x) \equiv x f(x) \equiv F(x). \quad (7.15)$$

Разобьем по аналогии с формулой (7.9) функции $F^{p,n}(x)$ на две части:

$$\bar{F}^{p,n}(x) = \bar{F}_v^{p,n}(x) + \bar{F}_c^{p,n}(x). \quad (7.16)$$

С помощью (7.10) получаем

$$\bar{F}_v^p(x) = \frac{3}{2} \bar{F}_v^n(x) = \frac{\Gamma[\gamma+3(1-d(v))]}{\Gamma(1-d(v))\Gamma[\gamma+2(1-d(v))]} \cdot x^{1-d(v)} \cdot (1-x)^{-1+\gamma+2(1-d(v))} \quad (7.17)$$

$$F_c(x) = \frac{2}{9} g \cdot (1-x)^{-1+\gamma+3(1-d(v))} \quad (7.17)$$

При $x \rightarrow 1$ вклад валентных кварков доминирует, ибо $F_c(x)$ при $x \rightarrow 1$ убывает быстрее. Отношение F^p/F^n в пределе $x \rightarrow 1$ равно:

$$\frac{F^p}{F^n} = \frac{2}{3}. \quad (7.18)$$

Можно показать, что функция $W_1(\nu, q^2)$ связана с функциями G_i следующим образом:

$$2M W_1^{p,n}(\nu, q^2) = \sum_{i=1}^3 e_i^2 \cdot G_i^{p,n}(x) \quad (7.19)$$

Используя явные выражения (7.15) и (7.19), получаем

$$R = \frac{Q^2}{\nu^2} = \frac{2Mx}{\nu}. \quad (7.20)$$

В частности, при $x = \text{const}$ и $\nu \rightarrow \infty$ величина $R \rightarrow 0$. Таково основное идейное содержание модели Кути-Вайскопфа. Модель качественно удовлетворительно описывает поведение νW_2 - функции, дает правильное поведение структурных функций при $x \rightarrow 0$, отражает основные черты поведения сечения глубокоэластичного рассеяния лептонов на нуклонах. Однако модель имеет ряд недостатков:

- 1) она дает статистически необеспеченное описание процесса глубокоэластичного $e p$ -рассеяния (по x^2);
- 2) она дает неточное поведение разности $F_2^p - F_2^n$ вблизи малых x и некоторые другие.

Укажем еще на одну довольно сложную партонную модель нуклона [22]. В ней каждый составляющий партон (или кварк) сам представляется сложным объектом, состоящим из точечно-подобных партонов (кварков, антикварков, нейтральных глюонов). Волновые функции адронов классифицируются по представлениям $SU(6) \otimes O(3)$. Помимо громоздкости математического аппарата эта модель нуклона кажется не совсем удачной с идейной (или философской) точки зрения. Имеется в виду то, что сам нуклон - неточечный объект, первая ступень его составляющих - также неточечный объект, а уже следующая ступень составляющих оказывается точечным объектом. Такая идея строения нуклона нужна только для введения в модель дополни-

тельных параметров, что кажется неоправданным с точки зрения экономии мышления. Помимо этого, для обеспечения правильного значения $\frac{F_{cr}}{F_{cr}}$ надо вводить для нуклона смесь представлений 56 и 70.

Однако большой набор свободных параметров дает возможность удовлетворительно описать почти все имеющиеся экспериментальные данные с хорошей точностью.

Существуют и другие партонные модели (см., например^{/23/}).

Выбор функций распределения в любой модели содержит значительный произвол. В связи с этим интересно выяснить, могут ли малые изменения вероятности распределения импульсов партона в "коре" нуклона существенно улучшить результаты модели Кути-Вайскофа? Исследования показали^{/24/}, что изменения определенного рода значительно улучшают статистическую достоверность модели.

Введем новые функции распределения:

$$\tilde{f}(y) = \frac{c'(g)}{3} \frac{1}{\sqrt{y^2 + \frac{M^2}{g^2}}} \quad \tilde{\chi}(y) = \frac{c''(g) \bar{e}^{\beta y}}{\sqrt{y^2 + \frac{M^2}{g^2}}} \quad (7.21)$$

$$\tilde{f}(y) = f(y)$$

$c'(g)$ и $c''(g)$ — некоторые функции от константы g .

Используя функции (7.21), можно снова получить выражения типа (7.10), которые теперь принимают более громоздкий вид (они здесь не выписываются).

С новыми распределениями (7.21) поведение функции $\sqrt{W_2}(x)$ описывается гораздо убедительнее в области рассмотренных нами значений ν и q^2 (см. § 9).

Можно придать определенный физический смысл введенной в (7.21) добавке к распределению глюонов в "коре" ($\sim \bar{e}^{\beta y}$). Она отражает собой статистическое распределение и характеризует степень конкуренции статистического и обычного фазового распределений глюонов в "коре". Учет этой добавки существенен в рамках модели Кути-Вайскофа.

Если мы хотим пойти дальше и ввести в процесс глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах нарушение скейлинга, то необходима дальнейшая модификация рассматриваемой модели. Это будет сделано в § 9.

§ 8. Экспериментальное доказательство нарушения скейлинга

Гипотеза скейлинга, казавшаяся верной, пока точность экспериментальных данных была $\sim 10\%$, не выдержала более глубокой экспериментальной проверки. В экспериментах по рассеянию электронов на нуклонах, проведенных с большой точностью, было показано, что скейлинг по переменной $\omega = \frac{2M\nu}{Q^2}$ несправедлив^{/25/}. Если имеет место нарушение скейлинга по ω , то это может означать, что

а) либо величина R определена неточно и, может быть, она — непостоянная величина;

б) либо скейлинговая переменная ω имеет иной вид (если мы все-таки верим, что скейлинг существует).

В частности, в различных работах предлагались различные скейлинговые переменные:

$$\omega_1 = \frac{2M\nu + a^2}{Q^2} \quad /25/ \quad \omega_2 = \frac{S'}{Q^2} \quad /26/ \quad \omega_3 = \frac{2M\nu + M^2}{Q^2 + \Lambda^2} \quad /27/ \quad (8.1)$$

В теоретических работах часто можно встретить переменную

$$\frac{1}{z} = \frac{\nu}{Q^2 + \sqrt{Q^4 + 4M^2 Q^2}}$$

Пожалуй, наибольший успех выпал на долю переменной ω' . В первых работах нарушение скейлинга было объяснено введением этой переменной со значением параметра

$$a^2 = M^2 \quad (8.2)$$

С помощью переменной ω' предполагалось продлить скейлинговое поведение функций $\sqrt{W_2}$ и $2M\nu_1$ в область малых энергий от значений $W = 2,6$ ГэВ до значений $W = 1,8$ ГэВ.

Вскоре появились новые экспериментальные указания^{/28/} на возможное нарушение скейлинга. Так, из кварковых моделей, ведущих к скейлингу для процессов глубоконеупругого рассеяния, следует, что отношение

$$R = \frac{e^+e^- \rightarrow \text{адроны}}{e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-} \quad (8.3)$$

должно быть постоянной величиной (не смешивать с обозначением $R = \sigma_{\mu^+\mu^-}$). Действительно, для процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (где

$q\bar{q}$ -кварк-антикварковая пара) можно записать соотношение

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \sum_i e_i^2 \cdot \sigma_{\text{ММ}}$$

где $\sigma_{\text{ММ}}$ - полное сечение рождения пары $\mu^+\mu^-$ в e^+e^- -аннигиляции. Полное сечение σ^{tot} процесса e^+e^- -адроны может быть тогда записано в виде:

$$\sigma^{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{адроны}) = \sum_i e_i^2 \cdot \sigma_{\text{ММ}}$$

или

$$R = \frac{\sigma^{\text{tot}}}{\sigma_{\text{ММ}}} = \sum_i e_i^2 \quad (\text{см. формулу (8.3)}).$$

В обычной кварковой модели $\sum e_i^2 = \frac{4}{3}$; в кварковой модели с учетом цвета кварков $R = 3 \sum e_i^2 = 2$; в кварковой модели с учетом цвета кварков и шарма $R = \frac{16}{3}$. В отличие от теоретических предсказаний экспериментальные данные указывали на рост величины R с ростом энергии пары e^+e^- , что ведет к нарушению скэйлинга.

Указания на нарушение скэйлинга были получены и в рассеянии μ -мезонов ^{/28/}.

Таким образом, дальнейшая экспериментальная проверка гипотезы скэйлинга должна была идти как по пути улучшения точности экспериментальных данных, так и по пути увеличения энергии налетающих лептонов и передач импульса.

В течение 1974-1975 гг. ^{/29/} были получены новые данные по глубоконеупругому рассеянию электронов на протонах и дейтонах в широкой области углов ($6^\circ - 60^\circ$) и энергий, вплоть до максимально допустимых на ускорителях (4,5 ГэВ - 19,5 ГэВ). На рис. II изображено 75 точек, которые были использованы для выделения функций νW_2 , $2M\nu$ и величины $R(Q^2, \omega^2) = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}$ для процесса глубоконеупругого рассеяния электронов на протонах. Кинематика была такова ($W^2 = 2M\nu + M^2 + Q^2$), что данные охватывали широкую область изменения величины x ($0,1 < x < 0,8$). На эксперименте измерялись величины $\sigma_L(a^2, \omega^2)$, $\sigma_T(a^2, \omega^2)$ и $R = \sigma_L/\sigma_T$ (см. формулы (2.13) и (2.14)). На рис. 12 даны результаты измерения величины R . Пунктирная линия обозначает лучшую подгонку для случая $R = \text{const}$ для различных значений x . При этом лучшее значение $R = 0,14 \pm 0,011$. Линия, обозначенная точками, обозначает подгонку величины R функцией

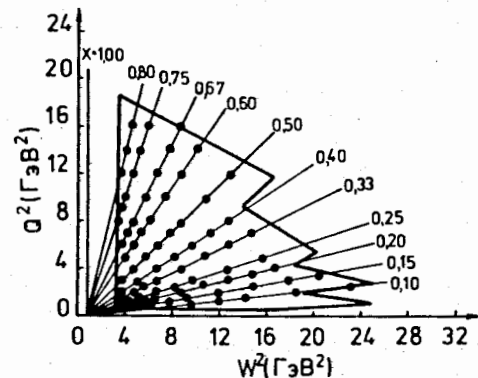


Рис. 11. Кинематическая область в плоскости W^2, Q^2 и точки, использованные для нахождения структурных функций νW_2 и $2M\nu$ в реакциях $e+p(d) \rightarrow e+X$.

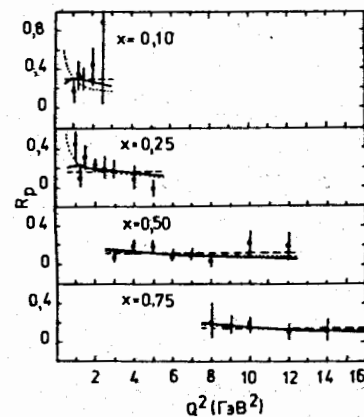


Рис. 12. Значения величины R для протонов, определенные для точек, представленных на рис. 11. Пунктирная линия дает лучшую подгонку всех данных / $R = \text{const}$ /. Сплошная кривая описывается функцией $R = C(x) \frac{Q^2}{(Q^2 + d^2)^2}$. Точками обозначена кривая $R = \frac{a^2(x)}{\ln \frac{Q^2}{\beta^2}}$, где a, β - некоторые константы, $C(x)$ и $a^2(x)$ - произвольные функции.

$$R = \frac{\alpha^2(x)}{\partial_n Q^2/\beta^2}, \quad (8.4)$$

где $\alpha^2(x)$ - некоторая функция x , β^2 - параметр, а сплошная линия обозначает подгонку экспериментальных данных с помощью функции

$$R = C(x) \frac{Q^2}{(Q^2 + d^2)^2}$$

С помощью формул (2.14) были выделены функции νW_2 и $2M W_1$ для различных значений величины x (см. рис. 13).

Из рис. 13 легко видеть, что в скейлинговых переменных $x = \frac{Q^2}{2M\nu}$ ни функция νW_2^P , ни $2M W_1^P$ не являются постоянными величинами. Попытка ввести новую скейлинговую переменную типа (8.2)

$$\omega_a = \omega + \frac{a}{Q^2} \quad (8.5)$$

также не привела к успеху. Было сделано предположение, что скейлинг нарушается. Для функции $\nu W_2(Q^2, \omega^2)$ было выбрано поведение

$$\nu W_2(Q^2, \omega^2) = F_2(\omega_a) [1 + \epsilon_2 Q^2], \quad (8.6)$$

где ϵ_2 - некоторый параметр, а функция $F_2(\omega_a)$ представляла собой некоторую подгоночную функцию вида:

$$F_2(\omega_a) = \sum_{i=3}^{\pm} \alpha_i (1 - x_a)^i \quad (8.7)$$

Было найдено, что при значении

$$\epsilon_2 = -0,011 \pm 0,001 \text{ (ГэВ)}^{-2} \quad (8.8)$$

можно относительно удовлетворительно описать экспериментальные данные (исключая область очень малых $x < 0,03$).

Аналогичный анализ был сделан при изучении скейлингового поведения функции $W_1(Q^2, \omega^2)$. Эта функция была представлена в виде:

$$W_1(Q^2, \omega^2) = F_1(\omega_a) (1 + \epsilon_1 Q^2) \quad (8.9)$$

$$F_1(\omega_a) = \sum_{i=3}^7 \beta_i (1 - x_a)^i \quad (8.10)$$

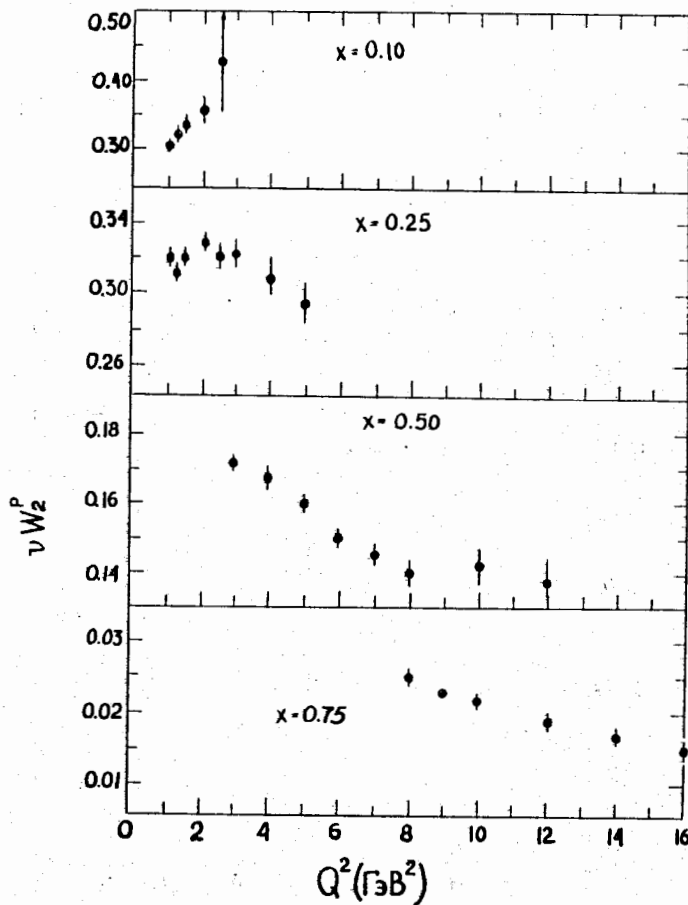


Рис. 13а. Поведение структурной функции νW_2 для различных значений x . Функция νW_2 не ведет себя как постоянная величина. Следовательно, скейлинг нарушается.

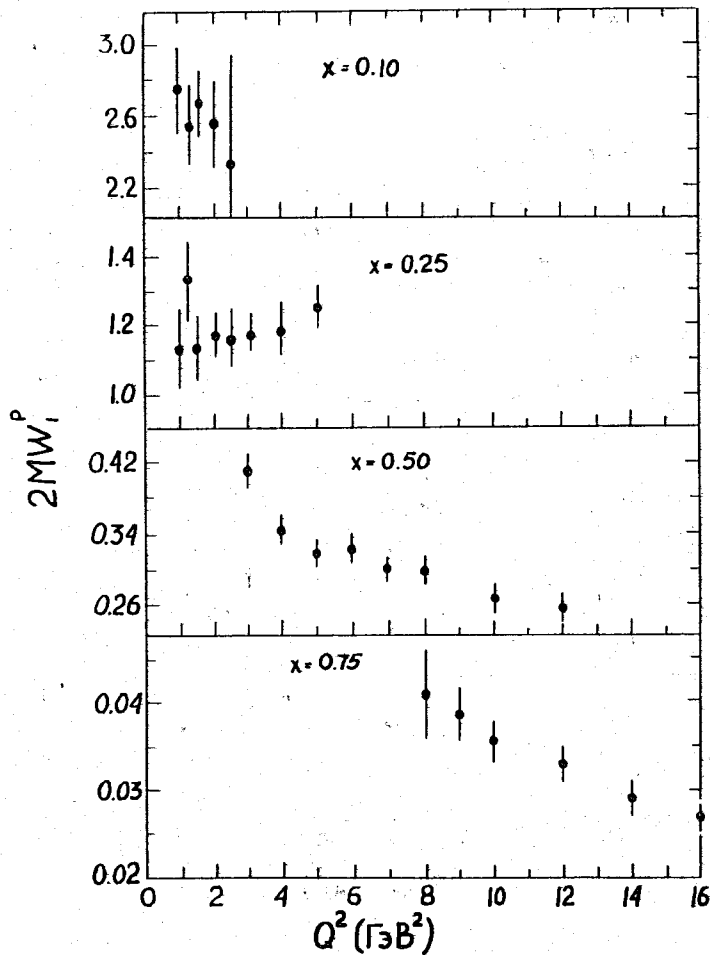


Рис. 136. Поведение структурной функции $2MW_1$. Эта функция так же, как и νW_2 , не имеет скейлингового поведения.

В этом анализе величина ϵ_1 оказалась равной

$$\epsilon_1 = -0,009 \pm 0,004 (\text{ГэВ})^{-2}, \quad (8.11)$$

что хорошо согласуется с величиной ϵ_2 (8.8).

Таким образом, проведенный анализ указывал на то, что скейлинг слегка нарушается для обеих функций νW_2 и W_1 (в переменных $1/\chi_a = \omega_a = \omega + \frac{M^2}{Q^2}$). Функции νW_2 и W_1 уменьшаются примерно на 1% при изменении Q^2 на 1 ГэВ².

Интересно заметить^{/30/}, что существует еще одна переменная

$$\omega_s = \frac{1}{x_s} = \omega + \frac{15}{Q^2}, \quad (8.12)$$

введение которой вместо ω и ω_a ведет к тому, что как функция νW_2 , так и W_1 , имеют скейлинговое поведение (в области $\epsilon \leq 0,15$, $W^2 > 4 \text{ ГэВ}^2$, при $R = 0,14$). Введение этой переменной в практику нуждается, однако, в экспериментальной проверке путем расширения области применимости по ϵ и W^2 .

Выбор функции $F_2(\omega_a)$ в виде (8.7) связан с тем, что если структурная функция νW_2 для неупругого ep -рассеяния ведет себя вблизи порога $\omega = \frac{M^2}{Q^2} \rightarrow 1$ как степенная функция $\chi = \frac{1}{\omega}$

$$\nu W_2 \sim (1-\chi)^\rho, \quad (8.13)$$

то упругий формфактор протона F_1 ведет себя при $Q^2 \rightarrow \infty$ следующим образом:

$$F_1(Q^2) \sim \left(\frac{1}{Q^2}\right)^{\frac{\rho+1}{2}} \quad (8.14)$$

Соотношения (8.13) и (8.14) называются соотношениями Дрелла-Яна-Веста. Экспериментальные данные указывают на то, что $F_1(Q^2) \sim \frac{1}{Q^2}$, т.е. величина $\rho+1 = 4$. Таким образом, в формуле (8.13) величина $\rho = 3$ и, следовательно, в (8.7) ряд следует начинать с $i = 3$.

При выводе выражения (8.14) предполагалось, что основной вклад в формфакторную функцию протона дают диаграммы (см.рис.14), а связь π -мезонного поля с нуклоном - псевдоскалярная. Можно также показать, что отношение $F_2(Q^2)/F_1(Q^2)$ должно уменьшаться с ростом

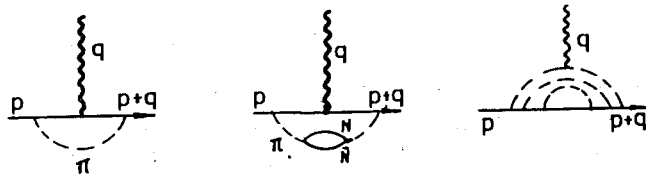


Рис. 14. Типы диаграмм Фейнмана, учтенных при выводе формулы 78.147.

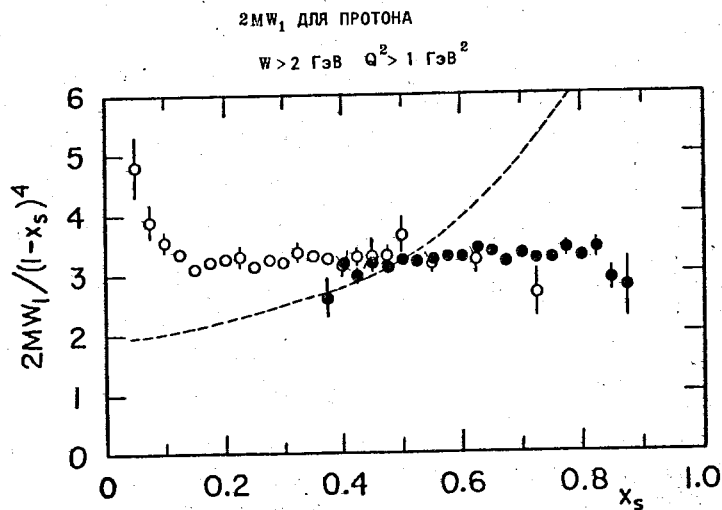


Рис. 15. Экспериментальные точки показывают, что функция 2MW₁ описывается выражениями /8.9/, /8.10/, начиная с L = 4. Пунктирная линия соответствует отношению 2MW₁ / (1-x₅)⁴ при x₅ = 0,5.

$$\frac{G_M(Q^2)}{G_E(Q^2)} \equiv \frac{F_1 + kF_2}{F_1 + \left(\frac{k^2}{4M^2}\right)kF_2} \sim \frac{1}{Q^2} \quad (8.15)$$

что также указывает на нарушение скейлингового поведения упругих формфакторов протона.

Не исключено, что формфакторы протона убывают с ростом Q² быстрее, чем 1/Q². В этом случае величина ρ + 1 должна удовлетворять неравенству

$$\rho + 1 > 4,$$

а ряд в (8.7) может начинаться с более высоких степеней, чем l = 3.

Заметим, что в общем случае - см. формулу (6.22) - показатель степени в (8.13) равен величине ρ + δ, где δ - аномальная размерность. В этом случае соотношение Дрелла-Лана-Веста может нарушаться.

На рис. 15 приводится сравнение экспериментальных данных для 2MW₁(Q²) с формулами (8.9), (8.10).

Легко заметить, что поведение 2MW₁ ~ (1-x₅)³ явно не согласуется с экспериментальными данными и что функция W₁, видимо, ближе к поведению (1-x₅)⁴. Однако считать, что имеются доказательства того, что поведение (1-x₅)³ неверно, пока преждевременно. Следует провести новую экспериментальную проверку формул (8.6)-(8.10).

Важными для понимания нарушения скейлинга являются эксперименты по рассеянию электронов на дейтоне, проведенные в одинаковых кинематических условиях (данные о функциях √W₂^d и 2MW₁^d были получены для тех же точек, которые изображены на рис. 12).

При этом величина R_d (в предположении, что она должна быть постоянной) получилась равной

$$R_d = 0,175 \pm 0,009 \text{ (статистические ошибки)} \pm 0,060 \text{ (возможные систематические ошибки)}, \quad (8.16)$$

что в пределах ошибок совпадает с R_p = 0,14. Если предположить, что R_d = R_p, то получим, что R_p = R_N. Однако в поведении функций √W₂^d и √W₁^d имеется значительно большее отклонение от формул типа (8.6), (8.7) и (8.9), (8.10). Это отклонение лучше всего видно из таблицы П /29/.

Итоговая таблица по $e - p(d)$ - рассеянию

Формы функций	W_1^p	νW_2^p	W_1^n	νW_2^n
$F(x)$	исключается	исключается	вероятно исключается	плохо по χ^2 , но может быть лучше
$F(x) [1 + eQ^2]$	исключается	(-0,029 ± 0,001)?	вероятно исключается	
$F(x')$	исключается	исключается	исключается	
$F(x) [1 + eQ^2]$	$\xi = -0,012 \pm 0,001$	$\xi = -0,011 \pm 0,02$	$\xi = 0,003 \pm 0,006$	$\xi = 0,017 \pm 0,008$
$F(x_a)$ $a = 1,5$			плохо по χ^2 но м.б. со временем улучшится	вероятно исключается
$F(x_a)$ $a = 0,6$	исключается	исключается		

С помощью переменной $\omega_s = \frac{1}{x_s} = \omega + \frac{1,5}{Q^2}$ также нельзя объяснить одновременно данные для протона и нейтрона.

Таким образом, форма нарушения скейлинга для нейтронных функций не совпадает с формой нарушения скейлинга для протонных функций.

Очень интересными, но менее ясными для физической интерпретации, представляются результаты по рассеянию μ -мезонов на ядрах железа ¹³². Гипотеза скейлинга означает, что если величины ν и Q^2 умножить на одно и то же число, то отношение $x = \frac{Q^2}{2M\nu}$ останется неизменным, а следовательно, неизменным должно оставаться и сечение неупругого рассеяния при подобном масштабном преобразовании. Итак, сделаем следующее скейлинговое преобразование:

$$\begin{aligned} E_0 &\rightarrow \lambda E \\ E' &\rightarrow \lambda E' \\ \theta &\rightarrow \frac{\theta}{\sqrt{\lambda}} \end{aligned} \quad (8.17)$$

При этом $\nu \rightarrow \lambda\nu$, $Q^2 \rightarrow \lambda Q^2$ и $x = \text{const}$.

Формулу для дифференциального неупругого сечения рассеяния μ -мезонов в области малых углов можно записать в следующем виде:

$$E \frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{2M} \frac{(\nu W_2)}{x^2 y^2} \left[1 - y + \frac{y^2}{2(1+y)} \right], \quad (8.18)$$

где $y = \frac{\nu}{E}$.

Тогда отношение сечений

$$\tau(\omega, Q^2) = \frac{(E \frac{d^2\sigma}{dx dy})_{E=\lambda E_0}}{(E \frac{d^2\sigma}{dx dy})_{E=E_0}}$$

должно оставаться постоянной величиной. Измерения были сделаны для двух энергий: 150 ГэВ и 56 ГэВ ($\lambda = 150/56 = 8/3$).

Кинематическая область, охваченная этими энергиями, представлена на рис. 16. Зависимость $\tau(\omega, Q^2)$ от ω приведена на рис. 17.

Итак, нарушение скейлинга проявилось и в этом случае. Однако очевидно, что интерпретация здесь гораздо сложнее. Нарушение скейлинга можно считать доказанным только в том случае, если мы будем рассматривать ядро как точечный объект с зарядом $Z = 26$. Но можно думать, что скейлинг справедлив, а отклонение от него при

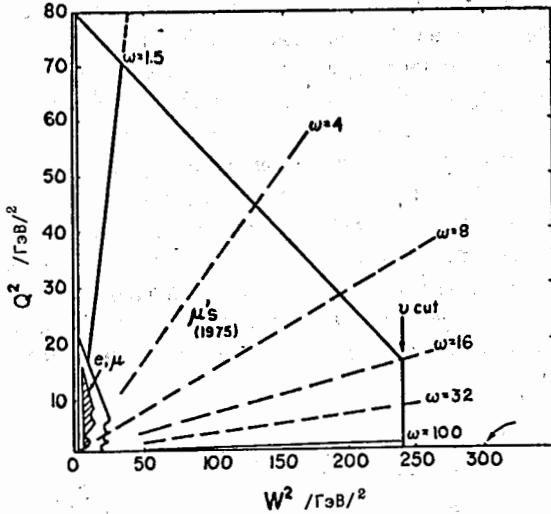


Рис. 16. Кинематическая область в эксперименте по рассеянию μ -мезонов на ядрах железа.

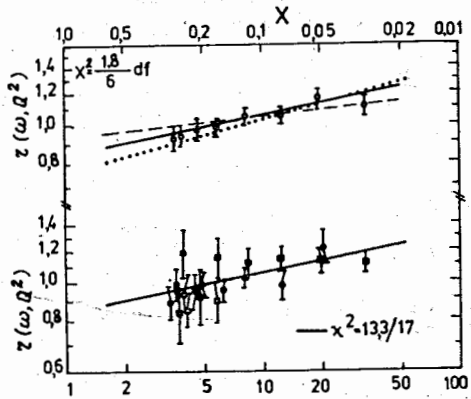


Рис. 17. Экспериментальные данные для функции $\gamma(\omega, Q^2)$. Сплошная линия описывается функцией $\gamma = (\omega/\omega_0)^n$, $n = 0,096 \pm 0,028$, $\omega_0 = 6,1^{+8,9}_{-3,8}$.

- - все данные
- - $V < 0,021$, $V = \frac{Q^2}{2ME}$
- - $0,021 < V < 0,057$
- - $V > 0,057$
- df - обозначает степени свободы

рассеянии на ядре железа возникло из-за сложной структуры ядра.

Дальнейшая проверка скейлингового поведения функций νW_2 и $2M W_1$ была проведена в экспериментах по рассеянию μ -мезонов на протонах и дейтерии^{/32/}. Эксперимент был проведен на пучке μ -мезонов с энергиями 100 и 150 ГэВ. Кинематическая область, охваченная этим экспериментом, представлена на рис.18. Заштрихованная область соответствует области малой статистики. Как обычно, были учтены радиационные поправки, а для рассеяния на дейтерии - дополнительно, глауберовские поправки (ядерные теневые эффекты) и поправки на фермиевское движение нуклонов в ядре (обе последние поправки оказались малыми в данном эксперименте).

Анализ $\mu + p \rightarrow \mu + X$ рассеяния проводился по формуле^{/33/}:

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu dQ^2} = \frac{x}{pp'} \cdot \frac{2q^2}{q^2} \cdot \left(\frac{p'}{p}\right) \left[(2EE' - \frac{Q^2}{2}) W_2(\nu, Q^2) + (Q^2 - 2m_\mu^2) W_1(\nu, Q^2) \right] \quad (8.19)$$

$$Q^2 = 2(EE' - pp' \cos\theta - m_\mu^2).$$

Если $m_\mu^2 \approx 0$ и $E = p$, $E' \approx p'$, то мы приходим к обычному выражению для $\frac{d^2\sigma}{dE'dQ^2}$. Формула (8.19) может быть записана также в виде (сравни с формулой (2.13):

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu dQ^2} = \Gamma(E, E', \theta) \left[\sigma_t + (\varepsilon + \delta) \sigma_L \right] \quad (8.20)$$

$$\delta = \frac{2m_\mu^2(1-\varepsilon)}{Q^2}, \quad \varepsilon = \left[1 + \frac{2(Q^2 + \nu) t g^2 \frac{\theta}{2}}{Q^2 \left[1 - \frac{Q_{min}^2}{Q^2} \right]^2} \right]^{-1}$$

Именно с помощью этой формулы был проведен анализ зависимости R от ω (см. таблицу III).

Таблица III.

$W^2 = 2M\nu - Q^2 + M^2$	$\frac{Q^2}{(M\beta/c)^2}$	$\langle \omega \rangle$	R
100-144	1-2	80	$-0,10 \pm 0,27$
	2-6	30	$0,02 \pm 0,30$

Из таблицы видно, что нет указаний на увеличение значения параметра R с увеличением значений ω . Что касается откло-

нения функции $\nu W_2(x, q^2)$ от скейлингового поведения для одинаковых значений x для глубоконеупругого рассеяния электронов и μ -мезонов на протонах, то оно имеет одинаковый характер /33/ (см.рис. 19).

Суммируя все результаты, полученные в $e p^-$, $e d^-$, μp^- и μFe -глубоконеупругом рассеянии, мы делаем вывод о том, что скейлинг нарушается во всей доступной нам на эксперименте области изменений энергий и передач Q^2 . При этом следует подчеркнуть слабую чувствительность $W_{1,2}$ к выбору R . Так, например, в области небольших значений x при изменении R от значения 0,15 до значения 0,35 функция W_2 меняется приблизительно на 5%. Это означает, что выводы о нарушении скейлинга должны делаться только на основании статистически обоснованных экспериментальных данных.

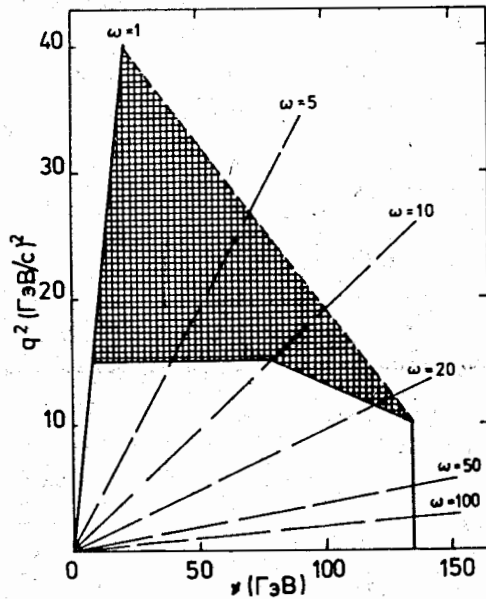


Рис.18. Кинематическая область в экспериментах по рассеянию μ -мезонов на протонах и дейтронах. Данные из заштрихованной области не использовались в анализах /из-за малой статистики/.

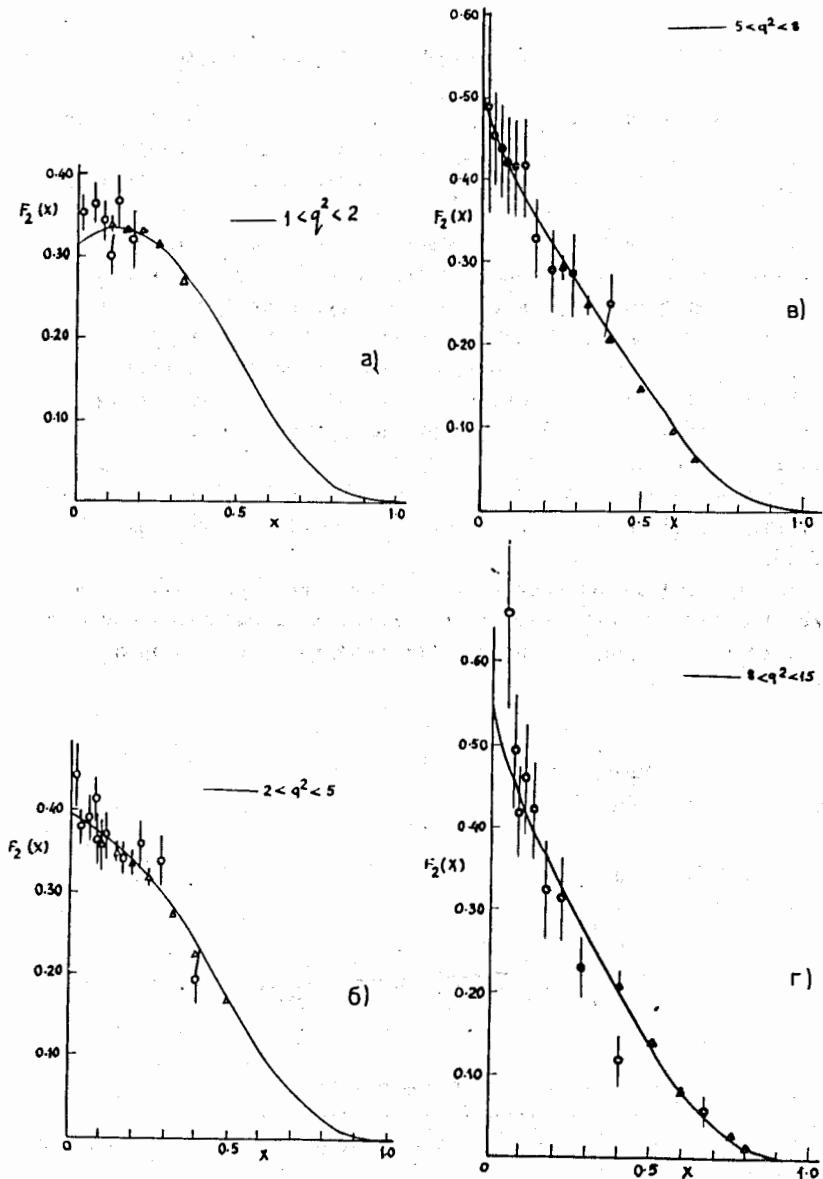


Рис.19. $F_2(x) = \nu W_2^p(x)$ как функция x для различных интервалов значений q^2 для неупругого рассеяния электронов /треугольники/ и μ -мезонов /кружочки/. Сплошная кривая - подгонка к комбинированным экспериментальным данным.

§ 9. Теоретические подходы, описывающие отклонение от скейлинга

Нарушение скейлинга проявляется уже в области известных нам энергий. Мы не знаем, каким будет экспериментальное поведение инвариантных функций при очень высоких энергиях. Строго говоря, скейлинг обязан быть нарушенным, по крайней мере, потому, что в лагранжианах взаимодействия есть массовые члены. Массы элементарных частиц представляют собой некоторый масштаб длины, который в инвариантных функциях глубокоэластичного рассеяния должен представляться как нарушение скейлинга (см. § 4). Есть ряд теоретических подходов, описывающих отклонение от скейлинга.

В наивной партонной модели отклонение от скейлинга можно получить в случае, если партоны описывать с учетом некоторой факторной функции.

Отклонение от скейлинга можно получить при весьма общем рассмотрении поведения токов вблизи светового конуса (см. формулу (6.17)).

В квантовой хромодинамике (неабелева калибровочная теория) также нет чистого скейлинга (§ 6). Квантово-хромодинамическая константа связи α_s/π зависит от передачи Q^2 и мала

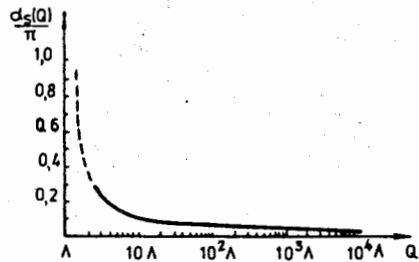


Рис. 20. Зависимость кварк-глюонной константы связи $\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi}$ как функции от Q^2 для $f = 4$. Экспериментальное значение $\Lambda = 0,5$ ГэВ.

при больших импульсах:

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \equiv \frac{g^2(Q^2)}{4\pi^2} = \frac{12}{(33-2f) \ln Q^2/\Lambda^2}. \quad (9.1)$$

Здесь f - квантовое число "запахов", а Λ - подгруппный параметр теории.

Константа связи α_s/π описывает взаимодействие цветных глюонов с кварками (партонами). Малость константы связи при больших Q^2 позволяет надеяться на использование методов теории возмущений с целью получения точных количественных результатов. Отметим, что $\alpha_s/\pi \rightarrow 0$ при $Q^2 \rightarrow \infty$, что соответствует асимптотической свободе, т.е. на малых расстояниях кварки практически свободны (не взаимодействуют). Для $f = 4$ и $\Lambda = 0,5$ ГэВ зависимость $g^2(Q^2)/4\pi^2$ от Q приведена на рис. 20. Пользоваться теорией возмущений можно уже при значениях $Q^2 \gg 1$ ГэВ, при которых величина $g^2(Q^2)/4\pi^2 \lesssim 0,3$.

В рамках квантовой хромодинамики можно ввести следующее наглядное физическое представление появления зависимости инвариантных функций от Q^2 . Допустим, что все составляющие нуклона имеют разные размеры. Тогда фотон с импульсом Q "увидит" партоны размером $\sim 1/Q^2$ и "не заметит" частицы меньших размеров, т.е. данный фотон будет видеть лишь доступную ему функцию распределения $f(x, Q^2)$ (см. (3.9)). Фотон с импульсом $Q' > Q$ будет видеть все предыдущие частицы и другие, меньших размеров, вплоть до размеров $\sim 1/Q'^2$. В этом случае фотон с импульсом Q' "увидит" иную функцию распределения $f(x, Q'^2)$ и т.д. Таким образом, введение разных размеров составляющих нуклона тождественно предположению о том, что функции распределения f есть функция, зависящая от x и Q^2 .

Отклонение от скейлинга можно вводить феноменологически, модельным путем. Обратимся снова к модифицированной модели Кути-Вайскопфа (§ 7). Пусть функции распределения кварков и глюонов остаются прежними (см. формулы (7.21)), а константы g и g' в формулах (7.21) положим равными и зависящими от передачи Q^2 . О том, что такая зависимость существует, мы знаем, например, из квантовой хромодинамики. Будем предполагать, что кварк-глюонное взаимодействие внутри нуклона описывается некоторой ренормируемой схемой, а нарушение скейлинга обуславливается эффектом поляризации физического вакуума. Учет поляризации вакуума приводит к за-

мене величин g и g' на инвариантный заряд $\frac{g^2(Q^2)}{4\pi}$ (см. (9.1)).
 Выражения $c'(g)$ и $c''(g)$ в (7.21) выберем в виде:

$$c(g) = c'(g) = c''(g) = \frac{4\pi a}{g^2(Q^2)} \quad (9.2)$$

(точку нормировки \wedge полагаем равной 0,5 ГэВ). Следуя далее процедуре, описанной в § 7, можно получить выражения для инвариантных функций $\nu W_1(x, Q^2)$ и $\nu W_2(x, Q^2)$ в виде (см. формулы (7.14), (7.15)):

$$\nu W_1^p(x, Q^2) = \frac{1}{2M} \left[G_{2\nu}(x, Q^2) + \frac{2}{3} G_{1c}(x, Q^2) \right] \quad (9.3)$$

$$\nu W_2^{\mu, \mu'}(x, Q^2) = x \left[G_{2\nu}(x, Q^2) + \frac{2}{3} G_{1c}(x, Q^2) \right]$$

$$G_{2\nu}(x, Q^2) = \frac{\sqrt{x} \cdot (1-x)^{2c(g)}}{B\left(\frac{1}{2}, 2c(g)+1\right)} \frac{\Phi[c(g), 2c(g)+1, -\beta(1-x)]}{\Phi[c(g), 2c(g)+1, -\beta]} \quad (9.4)$$

$$G_{1c}(x, Q^2) = \frac{c(g)(1-x)^{2c(g)+\frac{1}{2}}}{3x} \frac{\Phi\left[c(g), 2c(g)+\frac{3}{2}, -\beta(1-x)\right]}{\Phi\left[c(g), 2c(g)+\frac{1}{2}, -\beta\right]}$$

где Φ - вырожденная гипергеометрическая функция. С новыми функциями $W_{1,2}(x, Q^2)$ все экспериментальные данные по глубоко-неупругому рассеянию $e(\mu) p$, $e(\mu) d$ описываются совместно весьма убедительно^{/35/} (см. рис. 21-23).

Заметим, что в области малых x ($x \rightarrow 0$) функции $G_{2\nu}$ и G_{1c} (см формулы (7.15), (9.2)-(9.4)) принимают вид:

$$G_{2\nu} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{B\left[\frac{1}{2}, 2c(g)+1\right]} \quad (9.5)$$

$$G_{1c} \rightarrow \frac{c(g)}{3x}$$

После подстановки (9.5) в (9.3) получим в области $x \rightarrow 0$:

$$\nu W_2(x, Q^2) \rightarrow \frac{c(g)}{3x} = \frac{4\pi a}{3g^2(Q^2)} = \frac{a \cdot 25 \ln \frac{Q^2}{\wedge^2}}{36\pi} \quad (9.6)$$

Таким образом, в области малых x наблюдается рост $\nu W_2(x, Q^2)$ с ростом Q^2 . Это поведение структурных функций обсуждалось в конце § 8. При значениях $x \gtrsim 0,3$ функции (9.4) дают падение функции $\nu W_2(x, Q^2)$ с ростом Q^2 . Такое поведение

функции $\nu W_2(x, Q^2)$ при малых и больших x хорошо подтверждается экспериментальными данными (см. рис. 13а).

Модель, которая состоит в коррекции функций распределения, предложенных Кути-Вайскоффом (см. формулы (7.21)), и введении зависимости константы связи g от передачи Q^2 , хорошо себя оправдывает и в применении к описанию процессов глубоконеупругого рассеяния нейтрино (антинейтрино) на нуклонах^{/36/}. Таким образом, кварковые распределения (7.21) обладают универсальностью в смысле их применимости к электромагнитным и слабым взаимодействиям. Однако рассматриваемая модель нуждается в обосновании в рамках квантовой хромодинамики.

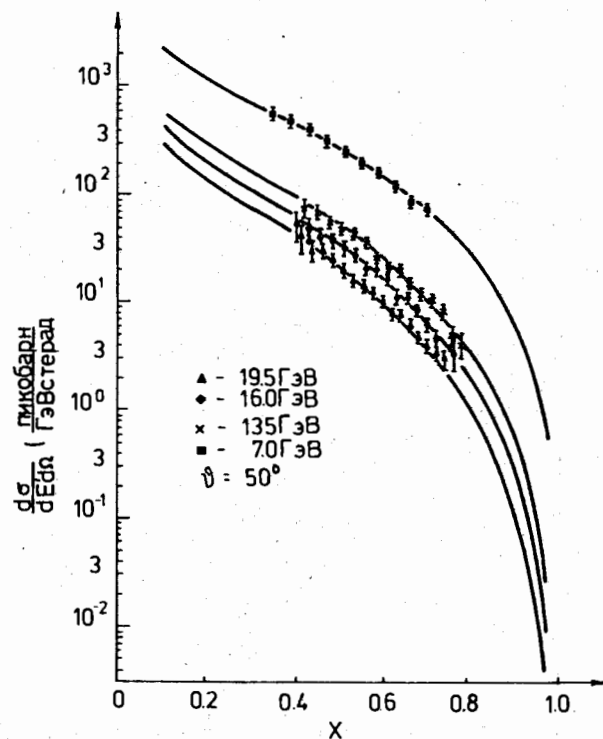
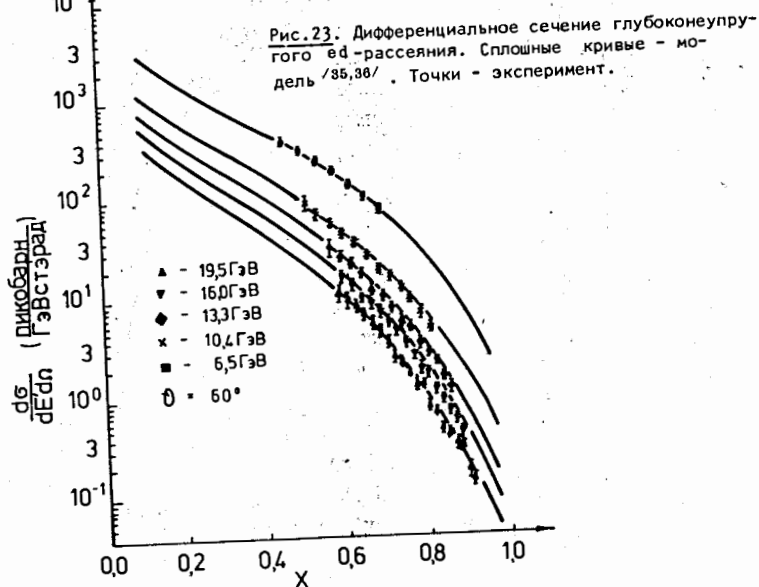
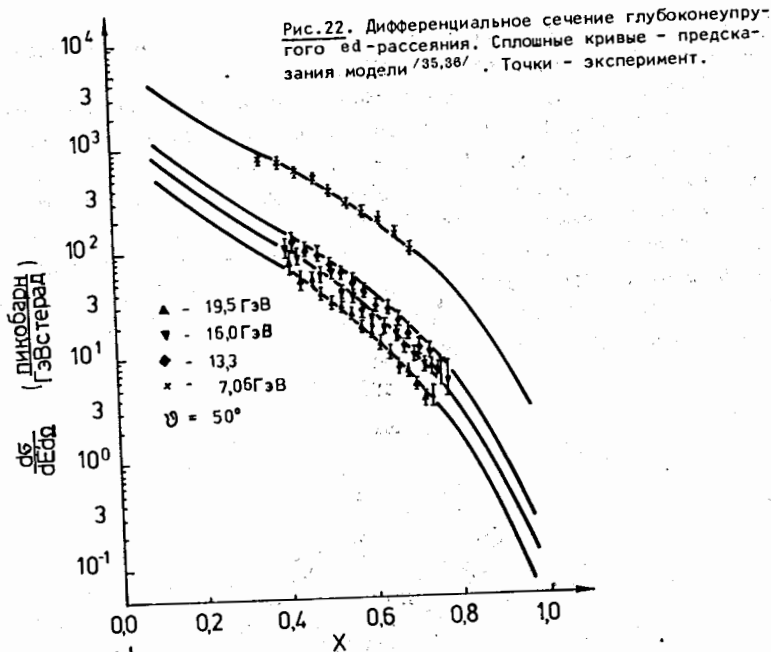


Рис. 21. Дифференциальное сечение глубоконеупругого $e p$ -рассеяния. Сплошные кривые - предсказания модели^{/35,36/}. Точки - эксперимент.



§ 10. μ -глубоконеупругое рассеяние

Дальнейшая проверка справедливости гипотезы скэйлинга и различных кварк-партоновых моделей строения нуклона связана с увеличением энергий лептонов и передач импульсов. Создание мюонных пучков на ускорителях в ЦЕРНе (SPS) и Батавии (США) обеспечивает возможность постановки новых экспериментов по изучению глубоконеупругого $\mu p, \mu d, \mu + \text{ядро}$ рассеяния. К числу этих новых экспериментов следует отнести эксперимент, проводящийся коллаборацией Болонья-Дубна-Мюнхен-Сакле-ЦЕРН^{/37/}, на ускорителе (ЦЕРН). В этом эксперименте максимальная энергия μ -мезонов будет достигать 300 ГэВ, максимальное значение Q^2 достигает величины $Q_{\text{max}}^2 = Q_{\text{max}}^2 = 550 \text{ ГэВ}^2$ (для сравнения напомним, что в инклюзивном $e p$ -рассеянии, исследованном группой SLAC-MIT, величина Q_{max}^2 достигала $\approx 25 \text{ ГэВ}^2$). Кинематика приведена на рис. 24.

При использовании μ -мезонных пучков в экспериментах по глубоконеупругому рассеянию лептонов на нуклонах и ядрах приходится считаться с рядом трудностей:

1) электромагнитное сечение падает $\sim \frac{1}{Q^2}$, поэтому при переходе к передачам $Q_{\text{max}}^2 \approx 500 \text{ (ГэВ)}^2$ наблюдаемое сечение будет в $(500/25)^2 = 400$ раз меньше;

2) максимальный поток μ -мезонов на SPS ожидается равным, примерно $10^8 \mu$ -мезонов/импульс, в то время как поток электронов на линейном ускорителе SLAC $\sim 10^{14}$ электрон/с.

Таким образом, для увеличения светимости детектора его необходимо брать очень большим по сравнению с обычно используемым в электронных экспериментах (в которых длина мишени достигает обычно нескольких сантиметров (5-6 см)). Вследствие того, что радиационные поправки $\sim \frac{1}{m_e}$, мишень можно взять достаточно большой. Так, мишень, эквивалентная мишени в электронных экспериментах по радиационным потерям, в случае неупругого μp -рассеяния будет иметь размеры $\sim 5 \times \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \sim 5 \times (200)_{\text{см}}^2 = 2 \cdot 10^5 \text{ см} = 2 \text{ км}$.

Таким образом, практически не существует ограничений на мишень. В данном эксперименте мишень имеет длину 50 метров. Она размещается внутри цилиндрического магнита той же длины. Адроны, фотоны и

электроны, рожденные в процессе μp -соударения, отфильтровываются в железном магните. Остаются лишь μ -мезоны, которые под действием магнитного поля начинают осциллировать вокруг оси магнита, направленной вдоль мишени (или вдоль направления пучка) - см. рис.25.

Связь максимального отклонения от оси пучка h рассеянного μ -мезона с величиной магнитного поля B имеет вид:

$$h = \frac{M_p}{0.3B} \cdot \frac{Q^2}{Q_{max}^2} = \frac{M_p \cdot x \cdot z}{0.3B}$$

x, y - обычные скайлинговые переменные

$$x = \frac{Q^2}{2M_p \nu} ; \quad y = \frac{E - E'}{E} ; \quad \nu = E - E'$$

(единицы измерения: ГэВ, Тесла, метр)

$Q_{max}^2 = 2M_p E$, E - энергия налетающего μ -мезона,

$Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$, θ - угол рассеяния μ -мезона.

Длина периода колебания μ -мезона λ выражается через импульс рассеянного μ -мезона и величину магнитного поля B формулой

$$\lambda = 13,32 \frac{p_{\perp}}{B}$$

где $p_{\perp} = |\vec{p}_{\mu}| \cdot \sin \theta$, θ - угол рассеяния μ -мезона.

Произведение

$$xy = \frac{Q^2}{2ME} = \frac{E'(1 - \cos \theta)}{M_p}$$

есть функция только переменных μ -мезона. Мезонный трек регистрируется пропорциональными камерами, расположенными в магните. Возможные затухания величины h из-за ионизационных потерь μ -мезонов, их прямых столкновений с веществом магнита и т.д. вносят неопределенность в определение h и ν не более 5%. Такими основными чертами кинематики рассматриваемого опыта. В настоящее время изучается рассеяние μ -мезонов на углеороде. В последующем планируется изучение глубоконеупругого рассеяния μ -мезонов на водороде и дейтерии.

Следует добавить, что рассматриваемая установка м.б. используется для изучения нарушения четности в электромагнитных взаимодействиях (эффект может наблюдаться на уровне нескольких процентов), для поиска новых частиц (есть указание, что очарованные частицы рождаются в электромагнитных взаимодействиях интенсивнее, чем в сильных), для поиска тяжелых лептонов, а с дополнительными устройствами м.б. использована и для поляризационных экспериментов.

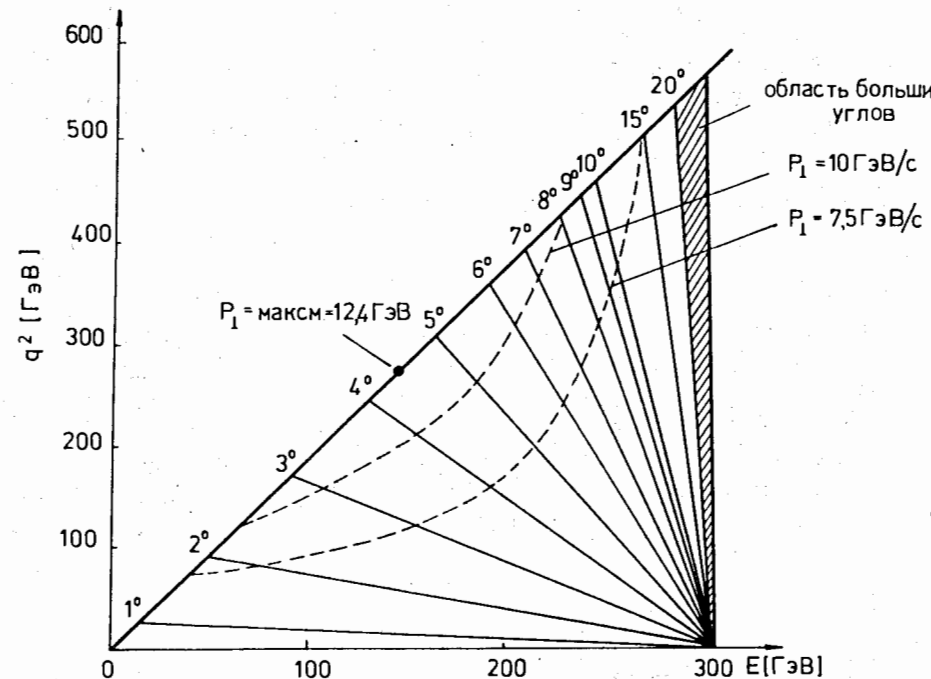


Рис.24. Кинематика μ -эксперимента

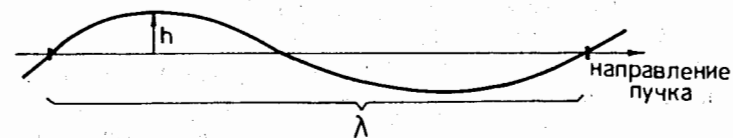


Рис.25. Вид траектории μ -мезона в плоскости

§ II. Инклюзивные спектры в процессах глубоко-неупругого рассеяния лептонов на нуклонах

На важность изучения инклюзивных процессов впервые обратил внимание А.А. Логунов^{/38/}. Изучение инклюзивных спектров адронов, рожденных в процессах глубоконеупругого рассеяния лептонов, представляет большой интерес как с точки зрения исследования структуры нуклона, так и с точки зрения проникновения в содержание механизма, лежащего в основе скэйлинга.

Рассмотрим процесс (см. рис. 26)

$$\bar{\nu} + N \rightarrow e' + h + \text{все, что угодно}, \quad (\text{II.1})$$

в котором частицы e' и h регистрируются на совпадения (h обозначает адрон). Процесс (II.1) будем рассматривать по следующей цепочке:

$$e \rightarrow e' \gamma \quad (\text{II.2})$$

$$\gamma + N \rightarrow \text{адроны} \quad (\text{II.3})$$

или $\gamma + N \rightarrow h + \text{адроны}. \quad (\text{II.4})$

Виртуальный фотон γ в реакциях (II.2)-(II.4) характеризуется четырехмерной передачей q^2 и параметром фотонной поляризации ε (см. 2.14). Введем еще одну переменную S - квадрат полной энергии системы $\gamma + N$ в её системе центра масс. Связь дифференциального сечения реакции $e + N \rightarrow e' + \text{адроны}$ с данными значениями q^2 , ε и S с полным сечением σ_{tot} реакции (II.3) при тех же значениях q^2 , ε имеет вид:

$$\sigma_{tot}(q^2, \varepsilon) = \frac{1}{\Gamma} \cdot \frac{d^4\sigma}{dq^2 d\varepsilon dS}, \quad (\text{II.5})$$

где Γ - обозначает поток виртуальных фотонов в реакции (II.2). Будем рассматривать реакцию (II.4), описывающую инклюзивный процесс рождения адрона h (\mathcal{N} -мезона) виртуальным γ -квантом, который характеризуется, как упоминалось выше, инвариантной величиной q^2 и ε в системе центра масс системы $\gamma + N$. Кинематика в этой системе проста. Введем следующие обозначения: 4-импульсы γ и N обозначим соответственно через $q(q, \vec{q})$ и $\mathcal{P}(E_N, \vec{P})$, 4-импульс адрона h - через $p(E_h, \vec{p})$, а его массу - через μ , продольную и

поперечную проекции вектора \vec{p} на направление \vec{q} через $p_{||}$ и p_{\perp} , соответственно, инвариантную массу конечного состояния адронов (без адрона h) через M_x . По определению имеем:

$$\vec{q} + \vec{P} = 0, \quad E_h = \sqrt{\vec{p}^2 + \mu^2} = \sqrt{p_{||}^2 + p_{\perp}^2 + \mu^2}$$

$$S = (q + \mathcal{P})^2 = (q_{||} + \sqrt{q_{\perp}^2 + M^2})^2 \quad (\text{II.6})$$

$$M_x^2 = (q + \mathcal{P} - p)^2 = (q + \mathcal{P})^2 + p^2 - 2p_{||}(q + \mathcal{P})$$

$$M_x^2 = S' + \mu^2 - 2S^{1/2}(\mu^2 + p_{||}^2 + p_{\perp}^2)^{1/2}.$$

Адрон h в этой системе можно описывать, например, следующими переменными: квадратом поперечного импульса p_{\perp}^2 , азимутальным углом φ , определяемым нормальными к плоскости рассеяния лептона и плоскости, образованной векторами \vec{q} и \vec{P} и величиной отношения

$$\frac{p_{||}}{p_{\max}} = X_{||}, \quad (\text{II.7})$$

где p_{\max} - максимальный импульс адрона h в реакции (II.4) при данных q^2 и S . Он легко находится из (II.6) при условии $M_x^2 = M^2$:

$$E_{\max} = \frac{S + \mu^2 - M^2}{2S^{1/2}}. \quad (\text{II.8})$$

$$E_{\max} = \sqrt{p_{\max}^2 + \mu^2}. \quad (\text{II.9})$$

Заметим, что величина $X_{||}$ близка к фейнмановской переменной $x_F = \frac{p_{||}}{p_{\perp}}$. Действительно, при $S \rightarrow \infty$, $E_{\max} \rightarrow p_{\max} \rightarrow \frac{S^{1/2}}{2}$, а величина p_{\max} близка к величине $p_{||}$.

В связи с обсуждением кинематики напомним содержание гипотезы предельной фрагментации, выдвинутой Янгом с соавторами^{/40/}. Схематически она выглядит так, как показано на рисунке 27. В соответствии с гипотезой предполагается, что при очень высоких энергиях налетающего виртуального γ -кванта вторичные частицы возникают как фрагменты мишени (в нашем случае - нуклона) и фрагмен-

ты μ -кванта. Если процесс, изображенный на рис. 27, рассматривается в системе центра масс (\mathcal{K}_p + пуклоны), то значения

$p_{11} > 0$ ($x_F > 0$, $x_{11} > 0$) будут связаны с фрагментацией налетающего μ -кванта, а $p_{11} < 0$ ($x_F < 0$, $x_{11} < 0$) - с фрагментацией мишени. В области $x_{11} < 0$ величина p_{11} , вычисленная в лабораторной системе, не зависит от s' , что, очевидно, дало основание назвать процесс "пределной фрагментацией". Область $p_{11} \approx 0$ ($x_{11} \approx 0$, $x_F \approx 0$) называется центральной областью.

Вернемся снова к обсуждению дифференциального сечения виртуального фоторождения адрона. При данных значениях q^2 , s' и ξ дифференциальное сечение рождения адрона в интервалах Δp_{11}^{\pm} , $\Delta \varphi$ и Δx_{11} определяется следующим образом (сравни формулу (II.5):

$$\frac{d\sigma(q^2, s)}{dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11}} = \frac{1}{\Gamma} \cdot \frac{d\sigma}{dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11} dq^2 ds}. \quad (II.10)$$

Более удобно взять отношение сечений (II.10) и (II.5) с тем, чтобы исключить до некоторой степени произвольную величину Γ :

$$\frac{1}{\sigma_{tot}(q^2, s)} \cdot \frac{d\sigma(q^2, s)}{dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11}} = \frac{d\sigma}{dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11} dq^2 ds} \cdot \frac{d\sigma}{dq^2 ds}. \quad (II.11)$$

Равенство (II.11) интерпретируется довольно просто. Величина слева есть отношение сечений для реакций $e + N \rightarrow e' + h + \text{все}$, что угодно и $z + N \rightarrow z' + \text{все}$, что угодно, т.е. отношение числа рассеянных лептонов со значением q^2 , s' , измеренных на совпадении с адроном, со значениями p_{11}^{\pm} , φ , x_{11} к числу рассеянных лептонов с теми же значениями q^2 , s' для процесса глубоко-неупругого рассеяния. Левую часть выражения (II.11) обычно записывают в лоренц-инвариантной форме:

$$\frac{1}{\sigma_{tot}} \cdot E \cdot \frac{d\sigma}{dp^2} = \frac{2E^{y_{44}}}{p_{max}^{y_{44}}} \cdot \frac{d\sigma(q^2, s)}{dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11}} \cdot \frac{1}{\sigma_{tot}(q^2, s)}. \quad (II.12)$$

На практике часто пользуются функцией, зависящей от одной переменной. Эта функция $\bar{F}(x_{11})$ получается интегрированием выражения (II.12) по p_{11}^{\pm} и усреднением по φ и называется структурной (не следует смешивать её со структурными функциями $2M\psi_1$ и $\nu\psi_2$):

$$F(x_{11}) = \frac{1}{\Gamma} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} dp_{11}^{\pm} \cdot \frac{E^{y_{44}}}{p_{max}^{y_{44}}} \cdot \frac{d\sigma(q^2, s)}{dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11}} \cdot \frac{1}{\sigma_{tot}(q^2, s)}. \quad (II.13)$$

Из формулы (II.12) можно получить еще одну дифференциальную величину:

$$\Delta N^{\pm}(x_{11}^{(1)}, x_{11}^{(2)}) = \int_{x_{11}^{(1)}}^{x_{11}^{(2)}} dx_{11} \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^{\infty} dp_{11}^{\pm} \cdot \frac{d\sigma(q^2, s)}{dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11}} \cdot \frac{1}{\sigma_{tot}(q^2, s)}. \quad (II.14)$$

где $\Delta N^{\pm}(x_{11}^{(1)}, x_{11}^{(2)})$ - число (\pm) заряженных адронов, приходящихся на интервал $\Delta x_{11} = x_{11}^{(2)} - x_{11}^{(1)}$. Экспериментально измеряемое сечение $d\sigma(q^2, s) / dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11}$, стоящее под интегралами в формулах (II.13), (II.14), аппроксимируется, как правило, выражением следующего типа:

$$\frac{d\sigma(q^2, s)}{dp_{11}^{\pm} d\varphi dx_{11}} \sim e^{-\epsilon p_{11}^2} \cdot (A + B \cos \varphi + C \cos 2\varphi). \quad (II.15)$$

В формуле (II.15) предполагается зависимость величин ϵ , A , B и C от x_{11} . Член с $\cos \varphi$ описывает интерференцию между амплитудами рассеяния продольных и поперечных фотонов, а член с $\cos 2\varphi$ описывает наличие любой поляризационной зависимости для поперечной части виртуального фотона.

Если аппроксимация (II.15) с одной экспонентой неудовлетворительна, то используют аппроксимацию такой же формы с двумя экспонентами. Экспериментальные данные указывают на то, что аппроксимация двумя экспонентами более предпочтительна. В рамках рассматриваемой нами кварк-партоновой модели нуклона эти экспоненты могут интерпретироваться следующим образом. Одна из них, дающая основной вклад, возникает от рождения инклюзивных адронов на валентных кварках, а другая, проявляющаяся лишь при малых x_{11} , возникает от рождения адронов на кварках "моря". В формулах (II.10) - (II.14) можно всюду провести замену $x_{11} \rightarrow x_F$. В силу неустановившихся обозначений в литературе можно встретить зависимости структурных функций как от x_{11} , так и от x_F .

Более установленные обозначения введены для переменной z (эта переменная по смыслу и значениям близка к переменной x_{11} и x_F):

$$z = \frac{E_L}{\nu}, \quad (II.16)$$

где E_h - энергия инклюзивного адрона в лабораторной системе координат, и для быстроты y :

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E^{y,u} + p_{||}}{E^{y,u} - p_{||}} \quad (\text{или } y = \frac{1}{2} \ln \frac{E^{y,u} + p_{||}^{y,u}}{E^{y,u} - p_{||}^{y,u}}), \quad (\text{II.I7})$$

где $E^{y,u}$ - энергия инклюзивной частицы в системе центра масс виртуального μ -кванта и нуклона. Разность между скоростями двух частиц есть инвариант при лоренцовском преобразовании относительно оси, направленной вдоль импульса виртуального μ -кванта или (что одно и то же) вдоль $p_{||}$. Разность между скоростями интересующего нас адрона и любого другого, рожденного в данном событии, дает относительно полную картину всего события. Относительно полную потому, что поперечные импульсы адронов, хотя и малы, все-таки искажают рассматриваемый анализ случая. В анализах для каждого адрона обычно берут разность

$$\Delta y = y_{\text{max}} - y,$$

где y_{max} - максимально возможная величина быстроты для данного адрона. Поскольку спектр виртуальных μ -квантов имеет широкий разброс по энергии, эта разность скоростей есть более объективная характеристика инклюзивного адрона, чем сама величина скорости.

Большинство экспериментальных данных в настоящее время представляется в виде структурных функций, зависящих лишь от одной переменной (p_{\perp}^2 , z , x_F или Δy). Такое представление облегчает их сравнение с современными кварк-партонами моделями. Симметрически структурные функции записываются как интегралы от выражений $\frac{E}{\sigma} \cdot \frac{d^3\sigma}{d^3p}$ или $\frac{1}{2\pi} \frac{d^3\sigma}{d^3p}$:

$$F(\Delta y) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \cdot \frac{E}{\sigma} \cdot \frac{d^3\sigma}{d^3p}, \quad F(z) = \frac{z}{\sqrt{s}} \cdot \frac{d^3\sigma}{d^3p}$$

$$\Delta N(x_H^{(u)}, x_H^{(d)}) \quad (\text{см. (II.I4)})$$

$$F(x_H) \quad (\text{см. (II.I3)}).$$

Физический смысл структурных функций $F(z)$ и $F(\Delta y)$ ясен из определения этих функций и обозначений для z и Δy .

Остановимся несколько подробнее на одной из важнейших структурных функций - функции $F(x_H)$. Она изучалась, например, в экспериментах: по рассеянию электронов с энергией $E_e = 19,5$ ГэВ на протонах и дейтронах^{/41/}, рассеянию электронов на протонах и дейтронах при низких энергиях (до 2 ГэВ)^{/42/}, рассеянию μ -мезонов на протонах при энергиях 14 ГэВ^{/43/}, рассеянию μ -мезонов на протонах и дейтронах при высоких энергиях^{/44/} ($E_{\mu} = 147$ ГэВ). На рис. 28 и 29 иллюстрируется согласие данных^{/41,42,44/} относительно x_H -зависимости функции $F(x_H)$. Следует все же отметить, что в то время как в области высоких энергий x_H -зависимость $F(x_H)$ в точности совпадает для инклюзивных частиц обоих знаков, в области низких энергий структурная функция для положительных адронов лежит выше, чем для отрицательных. Структурная функция $F(x_H)$, полученная в экспериментах по глуконепругому рассеянию нейтрино, хорошо согласуется с данными по рассеянию μ -мезонов при высоких энергиях^{/44/}. Наибольший интерес с теоретической точки зрения представляет, конечно, описание структурных функций в рамках кварк-партоновой модели. Рассмотрим так называемое импульсное приближение. Предполагается, что:

- 1) энергия виртуального фотона, сталкивающегося с одним из кварков нуклона, полностью поглощается кварком;
- 2) пара $q\bar{q}$, рожденная в нуклоне виртуальным μ -квантом, образует некоторый цепной, затухающий процесс возбуждения внутри нуклона.

В процессе затухания один из кварков (антикварков), рожденных μ -квантом, объединяется с каким-либо антикварком (кварком) моря нуклона и образует бозон. Оставшийся антикварк (кварк) из числа рожденных μ -квантом и кварк (антикварк) - из моря нуклона продолжают аналогичные процессы объединения с другими кварками моря и образования бозонов до окончания снятия возбуждения нуклона. Процесс снятия возбуждения нуклона должен закончиться рекомбинацией нечетного числа валентных кварков (трех) снова в нуклон. В процессе образования бозонов принимают участие только "заинтересованные" кварки и антикварки. Все остальные участвуют в таком процессе в роли статистов.

Таким путем в нуклоне может идти процесс образования J -мезонов, $K\bar{K}$ -пар, $N\bar{N}$ -пар и т.д.

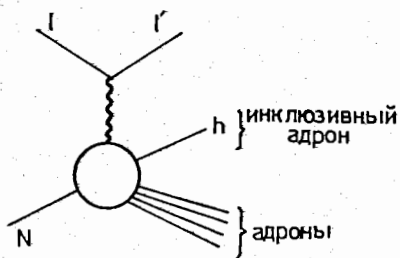


Рис. 26. Схема инклюзивного процесса в однофотонном приближении.

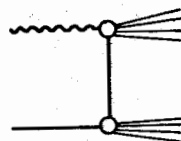


Рис. 27. Схема процесса фрагментации

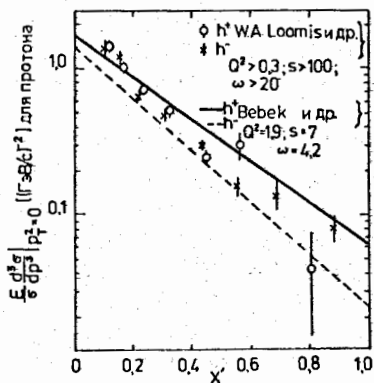


Рис. 28. Сравнение экспериментальных данных из работ /42,44/ для функции $(\frac{E}{\sigma} \frac{d^2}{dp^2})$ / $Q^2 = \nu / \text{ГэВ}/c^2$, $s = \nu / \text{ГэВ}/c^2$.

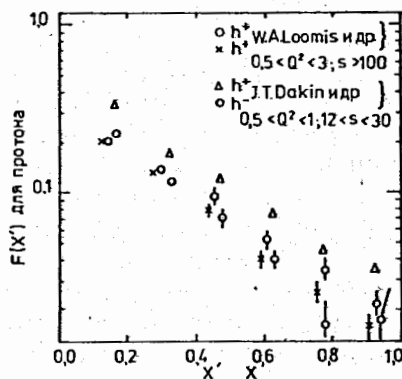


Рис. 29. Сравнение функций $F(x_{11})$, полученных в работах /41,44/ / Q^2 и $s = \nu / \text{ГэВ}/c^2$ и / Q^2 , соответственно/.

Отсюда, в частности, следует, что процесс множественного рождения адронов имеет многостепенный характер, что, в свою очередь, ведет к ряду следствий. Вот одно из них. Закон средней множественности рождения заряженных частиц $\langle n_{зар} \rangle$ не должен меняться, если в многостепенном процессе выключить одну частицу. При этом величина $\langle n_{зар} \rangle$, очевидно, должна быть меньше по абсолютной величине, а форма зависимости $\langle n_{зар} \rangle$ от полной энергии \mathcal{W} меняться не должна. Это хорошо подтверждается экспериментальными данными /45/ (см. рис. 30, 31). Правда, интервал энергии $3,2 \text{ ГэВ} < \mathcal{W} < 3,6 \text{ ГэВ}$ (рис. 31) слишком мал, чтобы можно было говорить о глубокой проверке рассматриваемого следствия. Вернемся к функции $F(x_{11})$ и рассмотрим её свойства в рамках кварк-глюонной модели. Очевидно, что в рамках импульсного приближения фрагментация кварка не должна зависеть от того, каким путем он был возбужден. Фрагментация кварка будет зависеть лишь от доли энергии, которую он получил от лептона, и от той доли энергии, которую он отдает адрону. В этом случае адронную структурную функцию $F(x_{11})$ естественно определить в виде

$$F^{\pm}(x, x_{11}) = \frac{\sum e_i^2 \cdot x \cdot f_i(x) \cdot \mathcal{D}^{\pm}(x_{11})}{\sum e_i^2 \cdot x \cdot f_i(x)} \quad (\text{II.18})$$

Здесь функция $\mathcal{D}^{\pm}(x_{11})$ описывает свойства фрагментации кварков в положительный (+) или отрицательный (-) адрон с долей импульса x_{11} .

Деление на величину $\nu W_2(x) = \sum e_i^2 \cdot x \cdot f_i(x)$ означает усреднение функции $\mathcal{D}^{\pm}(x_{11})$ по всем составным кваркам адрона; произведение $f_i(x) \mathcal{D}^{\pm}(x_{11})$ в числителе (II.18) выражает независимость фрагментации кварка от величины энергии ν , полученной кварком от лептона.

Независимость структурных функций $F^{\pm}(x, x_{11})$ от окейлинговой переменной $\lambda = Q^2/2M\nu$ можно получить следующим образом. Для трехвалентной кварковой модели нуклона зарядовое сопряжение для кварков ведет к соотношению

$$\mathcal{D}_u^+(x_{11}) = \mathcal{D}_{\bar{u}}^-(x_{11}) \quad (\text{а})$$

Здесь индексом u и \bar{u} означают кварки и антикварки, соответственно. Изотопически спиновая инвариантность (в предположении, что кварки фрагментируют только в Λ -мезоны) ведет к соотношению

$$\mathcal{D}_u^+(x_{11}) = \mathcal{D}_d^-(x_{11}) \quad (\text{б})$$

Соотношения (а), (б) могут быть, естественно, выписаны для всех сортов кварков, и тогда легко увидеть, что число независимых

\mathcal{D} -функций для π -мезонов равно трем:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_u^+ &= \mathcal{D}_d^- = \mathcal{D}_{\bar{u}}^- = \mathcal{D}_{\bar{d}}^+ \\ \mathcal{D}_d^+ &= \mathcal{D}_u^- = \mathcal{D}_{\bar{d}}^+ = \mathcal{D}_{\bar{u}}^- \\ \mathcal{D}_s^+ &= \mathcal{D}_s^- = \mathcal{D}_s^+ = \mathcal{D}_s^- \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

Положим, что доля странных кварков в процессе фрагментации кварков в π -мезоны мала. Подставим соотношения (II.19) в формулу (II.18)

$$\begin{aligned} F^+(x, x_{11}) &= \frac{\frac{4}{9} [f_u \mathcal{D}_u^+(x_{11}) + f_{\bar{u}} \mathcal{D}_{\bar{u}}^+(x_{11})] + \frac{1}{9} [f_d \mathcal{D}_d^+(x_{11}) + f_{\bar{d}} \mathcal{D}_{\bar{d}}^+(x_{11})]}{\frac{4}{9} [f_u + f_{\bar{u}}] + \frac{1}{9} [f_d + f_{\bar{d}}]} \\ F^-(x, x_{11}) &= \frac{\frac{4}{9} [f_u \mathcal{D}_u^-(x_{11}) + f_{\bar{u}} \mathcal{D}_{\bar{u}}^-(x_{11})] + \frac{1}{9} [f_d \mathcal{D}_d^-(x_{11}) + f_{\bar{d}} \mathcal{D}_{\bar{d}}^-(x_{11})]}{\frac{4}{9} [f_u + f_{\bar{u}}] + \frac{1}{9} [f_d + f_{\bar{d}}]} \end{aligned}$$

и образуем сумму функций $F^+(x, x_{11})$ и $F^-(x, x_{11})$. Тогда увидим, что

$$F^+(x, x_{11}) + F^-(x, x_{11}) = \mathcal{D}_u^+(x_{11}) + \mathcal{D}_{\bar{u}}^-(x_{11}), \quad (\text{II.20})$$

т.е. сумма структурных функций для рождения положительно и отрицательно заряженных π -мезонов не зависит от бьеркеновской переменной, а зависит только от x_{11} . Следует отметить, что переменная x_{11} для значений $x_{11} > 0,15$ почти совпадает по значениям с переменной z и переменной x_F .

Таким образом, на основании выражения (II.20) можно говорить о приближенном скейлинговом поведении суммы структурных функций

F^+ и F^- относительно переменных x_{11} , x_F или z .

Приведем без доказательства аналогичные выражения для структурных функций F^+ и F^- , которые появляются в нейтринных реакциях процесса глубоконеупругого рассеяния на протоне:

$$F_V^+ = \mathcal{D}_u^+(x_{11}); \quad F_V^- = \mathcal{D}_{\bar{u}}^-(x_{11}) \quad (\text{II.21})$$

$$F_V^+ + F_V^- = \mathcal{D}_u^+(x_{11}) + \mathcal{D}_{\bar{u}}^-(x_{11}).$$

Сравнивая выражения (II.20) и (II.21), мы видим, что суммы поло-

жительно-заряженных и отрицательно-заряженных инклюзивных π -мезонов, рожденных в процессах глубоконеупругого рассеяния электронов (мюонов) на протонах и нейтрино на протонах, равны. Экспериментальные данные хорошо согласуются с этими заключениями модели (см. рис.32,33,34). Вследствие гипотезы о независимости фрагментации кварков зависимость $\mathcal{D}^\pm(x_{11})$ функций от x_{11} в e^+e^- -инклюзивных спектрах для π^\pm -мезонов должна быть такой же, как и во взаимодействиях лептонов с нуклонами.

К сожалению, экспериментальные данные по инклюзивным спектрам в e^+e^- -анигиляции, полученные на ускорителях SLAC (США) и DESY (ФРГ), не согласуются друг с другом, и предстоит дополнительная экспериментальная проверка полученных результатов. Если же к данным (см.рис.30,31) добавить данные по рождению заряженных частиц в глубоконеупругом рассеянии нейтрино на протонах, то, по-видимому, можно говорить о существовании универсальной фрагментации кварков в широкой области энергий ($3 \text{ ГэВ} < W \leq 150 \text{ ГэВ}$) не зависящей от способа возбуждения кварка (см.рис.35). Исключение из опытных данных, как видно из рисунка, составляет область $x_{11} \gtrsim 0.8$.

В настоящем параграфе были затронуты некоторые характерные особенности инклюзивных адронных спектров, изучение которых еще далеко не закончено. Что касается кварк-партоновой модели и её импульсного приближения, то она является лишь первой попыткой понять физические явления, происходящие в инклюзивных процессах.

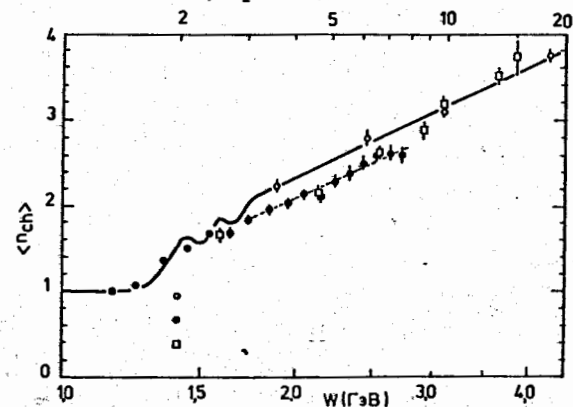


Рис.30. Средняя множественность заряженных частиц $\langle n_{\text{зар}} \rangle$ как функция $\log W$. Данные при $Q^2 = 0$ для $W \geq 2,5 \text{ ГэВ}$ согласуются с данными по электророждению.

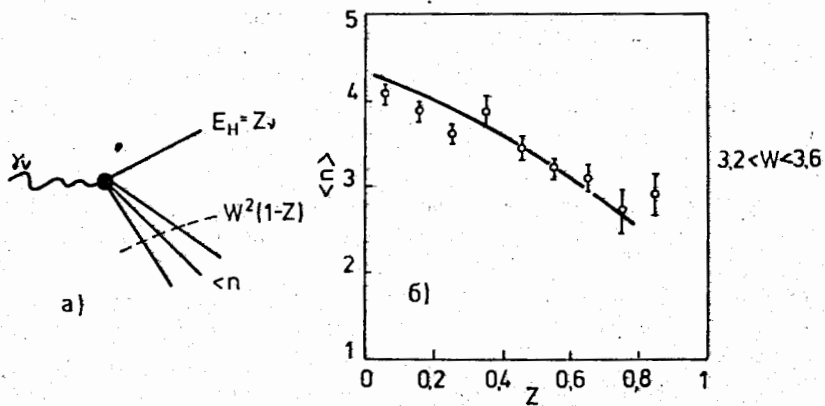


Рис.31. Из данных, приведенных на рис.30, исключена одна частица по схеме рис.31а. Новые экспериментальные данные хорошо описываются теоретической кривой, рассчитанной Бродским и Гунионом.

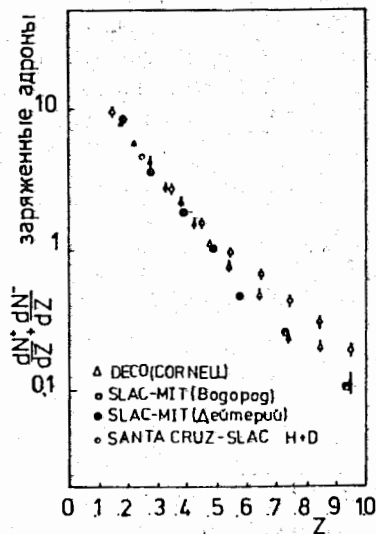


Рис.32. Зависимость $\frac{dN}{dZ}$ от Z для заряженных адронов, полученная в разных экспериментах. Некоторое расхождение при $Z \geq 0,6$ может быть привнесено процессом рождения ρ^0 -мезонов.

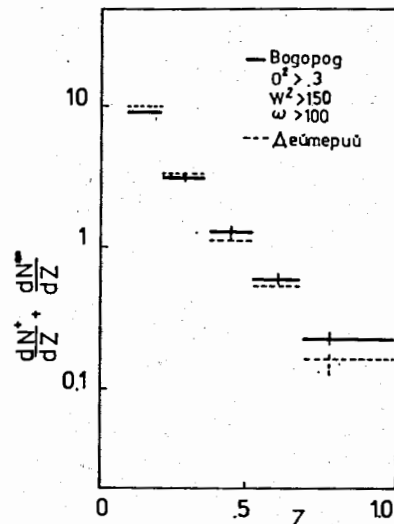


Рис.33. Зависимость $\frac{dN}{dZ}$ от Z для заряженных адронов, полученная в процессе глубоконеупругого рассеяния μ -мезонов на водороде и дейтерии. Вклад от ρ^0 -мезона исключен.

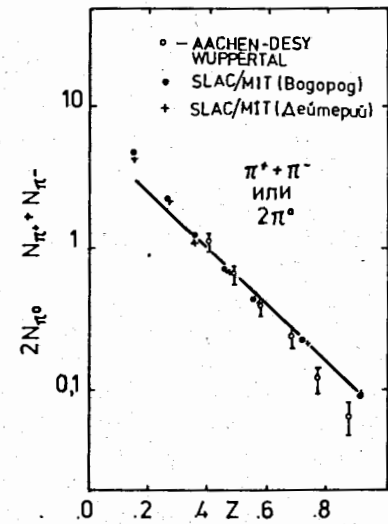


Рис.34. Сравнение инклюзивного спектра π^0 -мезонов /обозначено светлыми кружочками/ со средними значениями $\pi^+ + \pi^-$, полученными в экспериментах по глубоконеупругому рассеянию электронов. В области $Z \geq 0,8$ наблюдается небольшое расхождение.

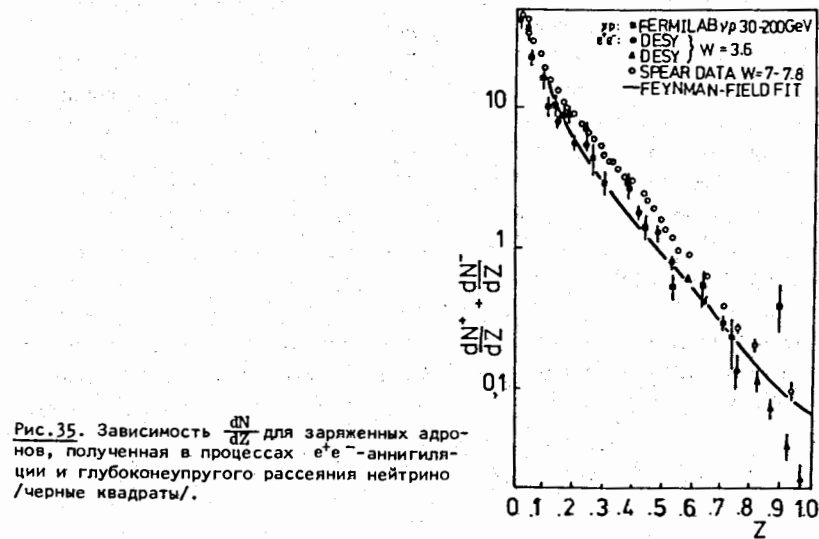


Рис.35. Зависимость $\frac{dN}{dZ}$ для заряженных адронов, полученная в процессах e^+e^- -аннигиляции и глубоконеупругого рассеяния нейтрино /черные квадраты/.

§ 12. Изучение структуры адронов в процессе глубоко-неупругого рассеяния поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах

Интерес к изучению процессов с поляризованными пучками и мишенями пробудился в последние годы в связи с созданием "замороженных" поляризованных мишеней, созданием интенсивных источников поляризованных электронов, созданием каналов высокоэнергетических пучков μ -мезонов.

В SLACe, например, создан мощный источник поляризованных электронов, который имеет интенсивность $\sim 10^9$ электронов/1,5 μ с в импульсе (~ 120 импульсов в секунду), поляризацию $0,85 \pm 0,08$ и высокую стабильность в работе.

μ -мезонные пучки автоматически получают поляризованными вдоль направления движения распадающихся J -мезонов (по движению или против движения).

В таблице I приведены некоторые данные по "замороженным" поляризованным мишеням, действующим (или создаваемым) в настоящее время. Заметим, что высокая интенсивность поляризованного пучка является помехой при экспериментах с поляризованными мишенями, так как пучок деполаризует мишень из-за радиационного затухания. В экспериментах с неполяризованной мишенью ограничений на интенсивность поляризованного пучка нет.

Наличие поляризованных мишеней и высокоэнергетических пучков лептонов создает прекрасные возможности как для исследования структуры нуклонов в электромагнитных взаимодействиях частиц, так и для исследования других вопросов, таких, как проверка сохранения

CP -четности, проверка правил сумм, изучение струйности и т.д.

Нас будет интересовать проблема исследования структуры нуклонов в глубоконеупругих процессах рассеяния поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах.

Дифференциальное сечение процесса глубоконеупругого рассеяния поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах, просуммированное по всем конечным адронным состояниям, а также по поляризациям конечного лептона в лабораторной системе координат имеет вид:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2 E'}{q^4(kp)} L_{\mu\nu} W_{\mu\nu}. \quad (12.1)$$

где

$$L_{\mu\nu} = 2(k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu + \frac{1}{2}g_{\mu\nu} q^2) + 2i \xi \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda k^\sigma; \quad (12.2)$$

$$W_{\mu\nu} = \left\{ -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right\} W_1(\nu, q^2) + \left\{ p_\mu - \frac{q_\mu(pq)}{q^2} \right\} \left\{ p_\nu - \frac{q_\nu(pq)}{q^2} \right\} W_2 + i \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda \left\{ M S^5 G_1(\nu, q^2) + \frac{1}{M^2} [S^5(pq) - p^5(sq)] G_2(\nu, q^2) \right\}.$$

Здесь используются следующие обозначения:

k, k' - импульсы в начальном и конечном состояниях лептонов;

θ - угол рассеяния лептона в лабораторной системе координат;

ξ - спиральность лептона в начальном состоянии (в случае пренебрежения массой лептона вклад в сечение дает только продольная поляризация);

p, q - импульсы начального нуклона и виртуального фотона, соответственно, S - спин начального нуклона.

Таблица I

Институт	Наполнение	T (к)	Н число гаусс	(см) ³ для ширины x высота	Поляризуемость (в %)
BNL	Бутанол	0,5 ⁰	25	2,3x2,0x1,3	~ 60%
ОИЯИ	Пропандиол	0,04 ⁰	27	ϕ 3,0 x 2,6	95%(сотни ч)
CEN(Saclay)	Пропандиол	0,5 ⁰	27	ϕ 1,5 x 8,5	~ 75%
CERN	Пропандиол	0,05 ⁰	27	ϕ 1,7 x 15	> 90%
Univ. of Massachusetts	(C ₂ H ₅ O ₄) x 9H ₂ O	1 ⁰	10		~ 60%
FNAL	Этиленгликоль	0,4 ⁰	25	8 x 2 x 2	~ 85%
ANL		0,5 ⁰	25		~ 80%
Rutherford	Бутанол	0,5 ⁰	30		~ 65%
BONN	Пропандиол	0,5 ⁰	25	6 см ³	~ 70%
SLAC	Бутанол	1 ⁰	50	25 см ³	50%
LAMPF	Пропандиол	0,5 ⁰	25	Масса водорода = 4 г	75%

Данные приведены по состоянию на 1978 год.

Адронный тензор $W_{\mu\nu}$, очевидно, содержит всю информацию о возбуждении поляризованного нуклона виртуальным фотоном. Функции $W_1(\nu, q^2)$, $W_2(\nu, q^2)$, $G_1(\nu, q^2)$ и $G_2(\nu, q^2)$ вещественны и называются структурными функциями. Они удовлетворяют следующим условиям симметрии:

$$W_{1,2}(-\nu, q^2) = -W_{1,2}(\nu, q^2) \quad (12.3)$$

$$G_1(\nu, q^2) = -G_1(-\nu, q^2); \quad G_2(-\nu, q^2) = G_2(\nu, q^2).$$

Вместо функций $G_{1,2}$ иногда пользуются функциями X_1, X_2 :

$$X_1 = M G_1 + \nu G_2; \quad X_2 = -\frac{G_2}{M}. \quad (12.4)$$

Если нуклон поляризован перпендикулярно к плоскости рассеянного лептона, то асимметрия рассеянных лептонов равна нулю — это следует из инвариантности относительно обращения времени. Экспериментально показано, что в пределах ошибок эта асимметрия равна нулю. Отличная от нуля асимметрия возникает в том случае, когда нуклон поляризован в плоскости рассеяния лептона. В этом случае вводятся следующие коэффициенты асимметрии дифференциального сечения:

$$A_{||} = \frac{d^2\sigma(\uparrow\downarrow) - d^2\sigma(\uparrow\uparrow)}{d^2\sigma(\uparrow\downarrow) + d^2\sigma(\uparrow\uparrow)} \quad (12.5)$$

для нуклонов, поляризованных антипараллельно и параллельно импульсу \vec{k} налетающего лептона и

$$A_{\perp} = \frac{d^2\sigma(\uparrow\rightarrow) - d^2\sigma(\uparrow\leftarrow)}{d^2\sigma(\uparrow\rightarrow) + d^2\sigma(\uparrow\leftarrow)} \quad (12.6)$$

для нуклонов, поляризованных в плоскости рассеяния лептона перпендикулярно импульсу налетающего лептона.

Выражения для сечений $\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega}(\uparrow\uparrow)$ и $\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega}(\uparrow\downarrow)$ имеют вид:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \left[W_2 + 2t_2^2 \frac{\theta}{2} W_1 \pm 2t_2^2 \frac{\theta}{2} (E+E'\cos\theta) M G_1 \pm \pm 8EE' t_2^2 \frac{\theta}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2} G_2 \right], \quad (12.7)$$

где знак (+) берется для ($\uparrow\downarrow$)-комбинации спинов, а знак (-) — для ($\uparrow\uparrow$)-комбинации спинов электрона и нуклона.

Из соотношений (12.5) и (12.7) легко получить выражение для коэффициента асимметрии $A_{||}$ через структурные функции W_1, W_2, G_1 и G_2 :

$$A_{||} = \frac{(E+E'\cos\theta) M G_1 + Q^2 G_2}{W_1 + \frac{1}{2} t_2^2 \frac{\theta}{2} W_2}.$$

Выражение для A_{\perp} имеет вид:

$$A_{\perp} = \frac{E' \sin\theta (M G_1 + 2E G_2)}{W_1 + \frac{1}{2} t_2^2 \frac{\theta}{2} W_2}.$$

В общем случае, когда нуклон поляризован в плоскости рассеяния электрона под углом φ к вектору импульса налетающего электрона, асимметрия дифференциального сечения имеет вид:

$$\frac{\frac{d^2\sigma(\uparrow)}{dE'd\Omega} - \frac{d^2\sigma(\uparrow\downarrow)}{dE'd\Omega}}{\frac{d^2\sigma(\uparrow)}{dE'd\Omega} + \frac{d^2\sigma(\uparrow\downarrow)}{dE'd\Omega}} = \frac{[E \cos\varphi + E' \cos(\varphi-\theta)] M G_1(\nu, q^2) - 2EE' [\cos\varphi - \cos(\varphi-\theta)] G_2(\nu, q^2)}{W_1 + \frac{1}{2} t_2^2 \frac{\theta}{2} W_2}$$

Используя коэффициенты асимметрии $A_{||}$ и A_{\perp} , можно дифференциальные сечения записать также в виде:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \left(\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} \right)_{\text{нуклон}} \cdot (1 + \xi S_{||} A_{||} + \xi S_{\perp} A_{\perp}), \quad (12.8)$$

где ξ — степень продольной поляризации лептона, $S_{||}$ — продольная компонента нуклонной поляризации вдоль направления вектора импульса налетающего лептона, S_{\perp} — поперечная компонента нуклонной поляризации, направленная перпендикулярно к импульсу налетающего лептона в плоскости рассеяния лептона.

Ниже будет исследоваться только коэффициент $A_{||}$. Поэтому у него знак \perp будет опускаться.

Сечение поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах связано с сечением виртуального комптоновского рассеяния вперед. Введем для виртуального комптоновского рассеяния специальные амплитуды $T_{\lambda_e \lambda_p}, \lambda_e', \lambda_p'$.

Выберем систему координат, в которой ось Z направлена вдоль импульса виртуального фотона, а ось X лежит в плоскости рассеяния электрона. Виртуальный фотон имеет три спиральных состояния $\lambda_p = 0, 1, -1$. Представим их графически, соответственно, в виде: $\bullet, \rightarrow, \leftarrow$. Нуклон имеет два спи-

ральных состояния: $+\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, которые графически изобразим в виде \leftarrow , \rightarrow , соответственно. Так как спиральность состояния в реакции должна сохраняться, получим следующие четыре независимых амплитуды:

$$\begin{aligned} T_{1/2} &= T(1, 1/2 \rightarrow 1, 1/2) & (\rightarrow\leftarrow) &\Rightarrow (\rightarrow\leftarrow) \\ T_{3/2} &= T(1, -1/2 \rightarrow 1, -1/2) & (1\rightarrow\rightarrow) &\Rightarrow (\rightarrow\rightarrow) \\ T_L &= T(0, 1/2 \rightarrow 0, 1/2) & (\cdot\leftarrow) &\Rightarrow (\cdot\leftarrow) \\ T_{LT} &= T(0, -1/2 \rightarrow 1, 1/2) & (\cdot\rightarrow) &\Rightarrow (\rightarrow\leftarrow) \end{aligned} \quad (I2.9)$$

Мнимые части этих четырех амплитуд, с точностью до коэффициентов, выражаются через структурные функции $W_{1,2}$ и $G_{1,2}$ с помощью связи, существующей между мнимой частью амплитуды виртуального комптон-эффекта $\text{Im} T_{\mu\nu}$ и адронным тензором $W_{\mu\nu}$:

$$\text{Im} T_{\mu\nu} = 4\pi^2 d W_{\mu\nu}. \quad (I2.10)$$

Введем для сечений виртуальных фотонов на нуклонах с амплитудами переходов $1/2 \rightarrow 1/2$ ($T_{1/2}$) и $1/2 \rightarrow 3/2$ ($T_{3/2}$) сокращенные обозначения:

$$\sigma_{1/2} \sim \text{Im} T_{1/2, 1/2} \quad (I2.11)$$

$$\sigma'_{1/2} \sim \text{Im} T_{1/2, 1-1/2}$$

и обозначение

$$\sigma_{LT} \sim \text{Im} T_{1/2, 0-1/2}. \quad (I2.12)$$

Можно показать, что сечения $\sigma_{1/2}$ и $\sigma'_{1/2}$ связаны с σ_T (см. формулу (2.14)):

$$\sigma_T = \frac{1}{2} (\sigma_{1/2} + \sigma'_{1/2}). \quad (I2.13)$$

Отметим, что величины $\sigma_{1/2}$, $\sigma'_{1/2}$ и σ_T всегда положительны, так как есть квадраты соответственных амплитуд виртуального комптон-эффекта на нуклоне. Величина σ_{LT} содержит интерференцию амплитуд рассеяния поперечной и продольной компонент виртуального фотона и может иметь любой знак.

Полные сечения поглощения виртуального фотона с различной по-

ляризацией выражаются через структурные функции W_1, W_2, G_1, G_2 следующим образом:

$$\sigma_T = \frac{4\pi^2 d}{\mathcal{K}} W_1 \quad (I2.14)$$

$$\sigma_L = \frac{4\pi^2 d}{\mathcal{K}} \left[\left(1 + \frac{v^2}{Q^2}\right) W_2 - W_1 \right].$$

Эти формулы получаются из формул (2.14). Обозначение \mathcal{K} - см. формулу (2.13).

$$\sigma_{LT} = \frac{4\pi^2 d}{\mathcal{K}} \sqrt{2Q^2} [M G_1 + v G_2] \quad (I2.15)$$

$$\sigma_{1/2} - \sigma'_{1/2} = \frac{4\pi^2 d}{\mathcal{K}} [M v G_1 - Q^2 G_2].$$

Введем дополнительные обозначения, использованные авторами недавних поляризационных экспериментов^{146/}:

$$A = \mathcal{D}(A_1 + \eta A_2); \quad A_1 = \frac{\sigma_{1/2} - \sigma'_{1/2}}{\sigma_{1/2} + \sigma'_{1/2}}; \quad A_2 = \frac{2\sigma_{LT}}{\sigma_{1/2} + \sigma'_{1/2}} \quad (I2.16)$$

$$\mathcal{D} = \frac{E - E'\epsilon}{E(1 + \epsilon R)} = \frac{(1 - \epsilon^2)^{1/2} \cos \Psi}{1 + \epsilon R}.$$

где Ψ - угол между направлениями спина протона и импульса виртуального фотона

$$\eta = \frac{\epsilon \sqrt{Q^2}}{E - E'\epsilon} = \left(\frac{2\epsilon}{1 + \epsilon}\right)^{1/2} \cdot \text{tg} \Psi \approx \text{tg} \Psi; \quad R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T}.$$

В новых обозначениях дифференциальное сечение имеет вид:

$$\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{н.т.}} \left(\frac{1}{\epsilon(1 + v^2/Q^2)}\right) W_1 \left\{ 1 + \epsilon R \pm (1 - \epsilon^2)^{1/2} \cos \Psi \cdot A_1 \pm \sqrt{2\epsilon(1 - \epsilon)} \cdot \sin \Psi \cdot A_2 \right\}. \quad (I2.17)$$

В (I2.17) знаки (+) и (-) отвечают $\uparrow\uparrow$ и $\uparrow\downarrow$ конфигурациям спинов электрона и протона. Все перечисленные выше формулы (I2.11) - (I2.17) наиболее употребительны в современной литературе. К сожалению, трудности получения экспериментальных данных с поляризованными пучками и мишенями пока еще велики, и число экспериментов в области глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах исчисляется на пальцах одной руки. В то же время есть много теоретичес-

ких работ /47-57/, в основе которых лежит ряд модельных соображений, предсказывающих различное поведение коэффициента асимметрии. В серии экспериментов /46/ был приведен коэффициент $\frac{A}{\sigma} \sim A_1$ (см. (I2.I6)). Из-за малости η вклад члена ηA_2 в асимметрию A оказался малым. На рис.36 дана зависимость величины A/σ от X , а на рис. 37 дано сравнение некоторых теоретических кривых с экспериментальными данными (экспериментальные данные получены в предположении ненарушенного скэйлинга. Это в данном случае не мешает сравнению с теоретическими расчетами из-за больших ошибок в определении экспериментальных значений коэффициента A_2). Кратко остановимся на теоретических моделях. В модели /35,36/ (рис.37 кривая I) имеют место следующие связи:

$$\nu W_2^{p,n}(\nu, q^2) = X \sum_{i=1}^3 e_i^2 G_i^{p,n}(x) \equiv F_2^{p,n}(x)$$

$$2M W_1^{p,n}(\nu, q^2) = \sum_{i=1}^3 e_i^2 G_i^{p,n}(x) \equiv F_1^{p,n}(x)$$

$$M^2 \nu G_1(\nu, q^2) = g_1(x); \quad M \nu^2 G_2(\nu, q^2) = g_2(x);$$

$$g_1(x) = \frac{1}{4} \sum_i e_i^2 [G_i^\uparrow(x) - G_i^\downarrow(x)]; \quad g_2(x) = 0. \quad (I2.I8)$$

G_i^\uparrow и G_i^\downarrow - функции распределения, аналогичные функциям G_i , но соответствующие спиральностям партонов, совпадающим со спиральностью нуклона или противоположные им, соответственно.

Предполагая, что вклад в структурные функции для поляризованного рассеяния дадут только валентные кварки, а также принимая соотношения /55/

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [G_{1v}^\uparrow(x) - G_{1v}^\downarrow(x)] &= \frac{2}{3} G_{1v}(x), \\ \frac{1}{2} [G_{2v}^\uparrow(x) - G_{2v}^\downarrow(x)] &= -\frac{1}{3} G_{2v}(x), \end{aligned} \quad (I2.I9)$$

получим

$$g_1^p(x) = \frac{5}{18} G_{2v}^p(x); \quad g_1^n(x) = 0. \quad (I2.20)$$

С помощью этих соотношений могут быть рассчитаны коэффициенты

асимметрии $A_{||}$ и A_{\perp} . Важно отметить, что в рассматриваемом подходе как дифференциальное сечение неполяризованных частиц на неполяризованной мишени, так и дифференциальное сечение поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах выражаются через одни и те же функции распределения f , \bar{f} , \tilde{f} (см.(7.21)). Таким образом, возникают дополнительные ограничения на произвол в выборе функций распределения f , \bar{f} , \tilde{f} .

В модели /35,36/, как и в модели Кути-Вайскопфа, нет различия в распределении u и d - кварков по импульсам внутри нуклона. В принципе такое различие можно ввести. Кроме того, можно предположить, что в асимптотику сечения глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах вклад может вносить не только реджевская траектория A_2 -мезона, но и дочерние траектории. Эти предположения лежат в основе другой модели /56/. Она дает величину асимметрии, близкую к результатам /35,36/ (см. рис.37, кривая 2). В ряде моделей /51,53/ вводится вращение в спиновом пространстве (преобразование Меллоша) такое, что спиново-зависящие матричные элементы оказываются чувствительными к нему, а усредненные по спинам величины - нет. Смысл введения такого преобразования в модели нуклона, состоящего из валентных кварков и моря $q\bar{q}$ -пар и глюонов, состоит в гипотезе, что валентные кварки и кварки моря - разные кварки. Предполагается, что валентные кварки дают описание всех квантовых чисел нуклона путем сложения их собственных квантовых чисел. При этом валентные кварки не "чувствуют" моря, так как не взаимодействуют с ним. Однако, в принципе, валентные кварки (или составляющие кварки) находятся в окружении кварков и глюонов моря, между ними возможны взаимодействия, и тогда возможны смещения спинов кварков на некоторые углы. Это - своего рода релятивизация модели нуклона, которая может проводиться различными путями. Один из возможных путей есть введение преобразования Меллоша, учитывающего смещение спинов валентных кварков. Оно дает связь между составляющими (валентными) кварками и токовыми кварками (кварками моря) и дает наибольшее отклонение от предсказаний моделей Кути-Вайскопфа и модели /35,36/ в области малых импульсов партонов моря.

Использование преобразования Меллоша вводит по сравнению с моделями /24,35,56/ дополнительный свободный параметр - угол наклона спина составляющего кварка относительно спина самого нуклона.

Этот параметр может быть использован для улучшения согласия теоретической модели при описании поляризационных явлений в процессах глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах. Действительно, по сравнению с моделью /35,36/ параметр асимметрии A/D в области малых x для этих моделей лежит ниже, а в области $x \approx 1$ выше, что, по-видимому, лучше описывает экспериментальные данные (см. рис.37, кривая 4).

Модель источников швингера имеет совершенно иную физическую интерпретацию всех наблюдаемых явлений /54/. В рамках теории источников швингер объяснил адлеровские правила сумм и правила сумм Гросса-Левеллина-Смита для рассеяния нейтрально на неполяризованных нуклонах, правила сумм Бьеркена для рассеяния поляризованных электронов на поляризованных нуклонах, дал явное выражение для коэффициента асимметрии A/D . Для идеального случая глубоконеупругого рассеяния ($\frac{z_1}{z_2} \rightarrow 0$, $\frac{z_2}{z_1} \rightarrow 0$):

$$\frac{A}{D} \approx \omega^{-1/2} \frac{0,9\omega + 1,1}{\omega + 1}$$

Это выражение находится в хорошем согласии с экспериментальными данными (см. рис.37, кривая 6).

Можно заключить, что некоторые кварк-партоновые модели, видимо, верно угадывают зависимость коэффициента A_1 от x , однако на современном уровне экспериментальных точностей трудно отличить, какая из моделей дает более надежное описание данных.

Исследование поляризационных явлений в процессах глубоконеупругого рассеяния, по существу, только начинается.

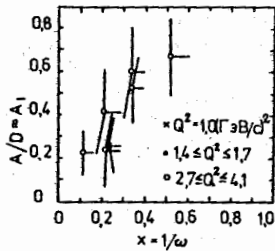


Рис.36. Зависимость асимметрии $\frac{A}{D}$ от x .

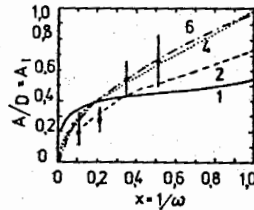


Рис.37. Сравнение экспериментальных данных с теоретическими моделями.

§ 13. Проверка эффекта несохранения четности в глубоконеупругом рассеянии

Эксперимент был произведен в ИФВЭ (г.Серпухов) /58/ на пучках мюонов с импульсом 20 ГэВ/с. Опыт проводился с целью обнаружить интерференцию между амплитудой с однофотонным обменом

$$\sqrt{v} \cdot x \langle \mu' | j_A | \mu \rangle \approx \frac{1}{q^2} J_A^{ap} \quad (13.1)$$

и амплитудой слабого взаимодействия (нейтральный ток)

$$\frac{G_0^{(\mu)}}{\sqrt{2}} \langle \mu' | j_A (1 + \gamma_5) | \mu \rangle \approx J_A^{ap} \quad (13.2)$$

где $G_0^{(\mu)}$ - константа, которая должна быть определена из эксперимента. Эффективное сечение процесса имеет вид

$$\frac{d^2\sigma}{d\nu dQ^2} = \left(\frac{d^2\sigma}{dq^2 d\nu} \right)_{\text{Э.М.}} \left\{ 1 + S_{\mu}(a) \cdot S \cdot \omega^y \cdot Q^L \left(\frac{G_0^{(\mu)}}{G_F} \right) \right\} \quad (13.3)$$

где $3 \leq Q \leq 4$; S_{μ} - продольная поляризация μ -мезона, G_F - фермиевская константа связи $\left(\frac{G_0^{(\mu)}}{G_F} \right)$. Величина, которая измерялась на опыте, определялась следующим образом:

$$R = \frac{\sigma(+)-\sigma(-)}{\sigma(+)+\sigma(-)} \quad (13.4)$$

где $\sigma(+)$ - эффективное сечение, измеряемое для μ -мезонов с положительным значением хелсити, $\sigma(-)$ - эффективное сечение, измеряемое для μ -мезонов с отрицательным значением хелсити. Результаты измерений представлены на рис.38. Видно, что величина R равна нулю. Из экспериментальных данных следует, что

$$G_0^{(\mu)} = (+6 \pm 10) G_F$$

В заключении приношу глубокую благодарность А.В.Ефремову, прочитавшему лекции в рукописи и сделавшему ряд ценных замечаний.

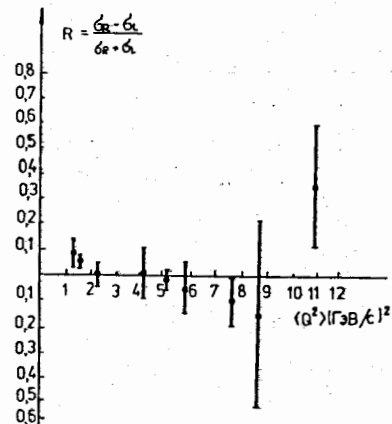


Рис. 38. Зависимость асимметрии R от средних значений передач $\langle Q^2 \rangle$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р.Фейнман. Взаимодействие фотонов с адронами. Изд-во "Мир", Москва, 1975.
2. М.А.Барков. "нейтрино". Изд-во "наука", Москва, 1964; ОИЯИ Е2-4370, дубна, 1969.
3. J.Kuti, V.F.Weisskopf, Phys.Rev. D4, 3418 (1971).
4. J.I.Friedman, "Deep Inelastic Electron Scattering", Topical Seminar on Electron Interaction, ICPT, TRIESTE, 21-26 June, 1971.
5. См., например, С.Д.дрелл и Ф.Захариясен. Электромагнитная структура нуклонов. Изд-во иностранная литература, Москва, 1962, или Дж.Бернштейн "Элементарные частицы и их токи", Изд-во "Мир", Москва, 1970.
6. См., например, И.С.Исаев, ЭЧАЯ, т.2, вып. 1, стр.67-105 (1970).
7. См. доклад Р.Е.Taylor, 4th International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, 1969, Liverpool.
8. С.Г.Callan and D.J.Gross, Phys.Rev.Lett., 22, 156 (1969).
9. O.Nachtmann, Nucl.Phys., B38, 397 (1972).

10. Л.И.Седов. Методы подобия и размерности в механике. Москва, Гостехиздат, 1957.
- К.П.Станкович. Неустойчивые движения сплошной среды, Москва, Гостехиздат, 1958.
11. В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе. ЭЧАЯ, т.2, вып.1, стр.7(1976), Т.д.Ли, ЭЧАЯ, т.4, вып.3, 689 (1973), В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ, Е2-5962, дубна, 1971.
12. Н.И.Логолобов, В.С.Владимиров, А.Н.Тавхелидзе. ТМФ, 12, 305 (1972).
13. Н.И.Боголобов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Москва, "Наука", 1976 (см. приложение 2).
14. K.Wilson, Phys.Rev., 129, 1499 (1969).
15. W.Zimmerman, Comm.Math.Phys., 18, 662 (1969).
16. D.J.Gross and F.Wilczek, Phys.Rev. D9, 980 (1974).
17. S.Wandzura "Operator Product Expansions Near the Origin and Light Cone" Nucl.Phys., B122, 412 (1977).
18. N.Christ, B.Hasslacher, and A.H.Mueller, Phys.Rev., D6, 3543 (1972); M.A.Ahmed and G.G.Ross, Phys.Lett., 56B, 385 (1975).
19. R.L.Heimann, Nucl.Phys., B65, 429 (1973).
20. O.Nachtmann, Nucl.Phys., B63, 237 (1973); B78, 455 (1974).
21. H.Inagaki, LNP-76/13 (P), 23/II - 1976.
22. G.Altarelli, N.Cabibbo, L.Maiani and R.Petronzio, Nucl.Phys., B69, 531 (1974).
23. P.V.Landshoff and J.C.Polkinghorne, Phys.Lett., 346, 621 (1971). В.В.Анисович. Составляющие кварки и партоны в мягких процессах (Материалы XIУ Зимней школы ЛИЯФ), ЛИЯФ, Ленинград, 1979.
24. P.S.Isaev, Proceedings of the Conference Smolenice, 1976, VEDA, Publishing House of the Slovak Academy of Science, Bratislava, 1978.
В.В.Белокуров, И.С.Исаев, В.Г.Малишкин, С.Г.Коваленко, Я4, II, 1075 (1977).
25. G.Miller, Ph.D.Thesis, Inelastic Scattering at Large Angles, SLAC-Report-129, January, 1971.
26. Ashok Suri, Phys.Rev.Lett., 26, 208 (1971).
27. V.Rittenberg and H.R.Rupinstein, Phys.Lett., 35B, 50 (1970).
28. L.W.Hand, Proceedings XVII International Conference on High Energy Physics, p.IV-61, London, 1974.
29. R.E.Taylor, Proceedings of the 1975 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energy, Stanford, University, August, 21-27, 1975.

30. W.B. Atwood, Ph.D. Thesis, Electron Scattering off Hydrogen and Deuterium at 50° and 60°, SLAC-Report-185, June, 1975.
31. C.D. Drell and Tung-Mow Yan, Phys.Rev.Lett., 24, p.181 (1970)
G.B. West, Phys.Rev.Lett., 24, 1206 (1970).
32. L.W. Mo, Proceedings of the 1975 International Symposium on Lepton and Photon Interaction at High Energies, Stanford, University, August, 21-27, 1975.
33. H.L. Anderson et al. Труды международной конференции по физике высоких энергий. Тбилиси, июль, 1976, т. II, ВВЗ, ОИЯИ, Д1, 2-10400, дубна, 1977).
34. A.V. Efremov, I.F. Grinsburg, Fortschritte der Physik, 22, 575-609 (1974)
A.V. Efremov, A.V. Radyushkin, Preprint JINR, E2-1172, Dubna, (1978); E2-11849, Dubna (1978).
35. H.C. Исаев, С.Г. Коваленко. доклад на международном симпозиуме по теории элементарных частиц (Райнхардсбрунн, ГДР, октябрь, 1978), С.Г. Коваленко. Препринт ОИЯИ, P2-11005, дубна, 1978.
36. H.C. Исаев, С.Г. Коваленко. Препринт ОИЯИ, E2-12070, дубна, 1979, E2-00-24 (1980). ЯФ, август 1980; Hadronic Journal, v.3, No.3 (1980).
37. I. Golutvin et al., CERN/SPSC/74-79, SPSC/P19, August, 1974.
38. A.A. Logunov, M.A. Mestvirishvili, Nguen Van Hieu, Phys.Lett., 25B, 611 (1967).
39. L. Hand, Phys.Rev., 129, 1834 (1963).
40. Yang C.N. Proceedings of the Third International Conference on High Energy Collisions of Hadrons, Stony Brook, New York, p.509, 1969, Ed. C.N. Yang, J.A. Coll, M. Good, R. Hwa, and J. Lee-Franzini (New York, Gordon and Breach)
J. Banecke, P.T. Chou, C.N. Yang, E. Yen, Phys.Rev. 188, 2159 (1969).
41. J.T. Dakin, G.F. Feldman, M.L. Perl and M.T. Touer, Phys.Rev., D10, 1401 (1971).
42. C.J. Bebek et al., Phys.Rev.Lett., 37, 1525 (1976).
43. C. Del Papa et al., Phys.Rev. D15, 2425 (1977).
44. W.A. Loomis et al., Fermilab-Pub-78/94 - exp.
45. L. Hand, Proc. 1977 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Hamburg 1977, p.435.
46. V.W. Hughes, Proceedings of the 19th International Conference on High Energy Physics, Tokyo, 1978, p.286.
47. См., например, J.D. Bjorken, Phys.Rev., D1, 1376 (1970).
48. N. Dombey, Rev.Mod.Phys., v.41, 236 (1969).

49. D. Wray, Nuovo Cim., 9A, 463 (1972).
50. A.J.G. Hey and J.E. Mandula, Phys.Rev., D5, 2610 (1972).
51. F.E. Close, Nucl.Phys., B80, 269 (1974).
52. M. Gourdin, Nucl.Phys., B38, 418 (1972).
53. J. Kour, Nucl.Phys., B128, 214 (1977).
54. J. Schwinger, Nucl.Phys., B123, 223 (1977).
55. M. Gourdin, Nucl.Phys., B38, 418 (1972).
56. R. Mc. ELHANEY, S.P. Tuan, Nucl.Phys., B72, 487 (1974).
57. А.И. Ахиезер, М.И. Рекало. ЭЧАЯ, т.4, вып.3, 662 (1973).
58. Ю.В. Бушутин и др. Труды XIII Межд. конференции по физике высоких энергий. Тбилиси, июль, 1976, т. II ВВЗ, ОИЯИ, Д1, 2-10400, дубна, 1977.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 мая 1980 года

СОДЕРЖАНИЕ

1. Структура нуклона	3
2. Кинематика, сечение процесса глубоконеупругого рассеяния и скэйлинговое поведение структур- ных функций	5
3. Связи структурных функций в простейших партон- ных моделях. Правила сумм	14
4. Принцип автомодельности (или масштабной инвари- антности).	25
5. Автомодельная асимптотика в квантовой теории поля	28
6. Физика на световом конусе. Определение коэф- фициентов разложения Вильсона вблизи свето- вого конуса.	31
7. Модель Кути-Вайскопфа	41
8. Экспериментальное доказательство нарушения скэйлинга	47
9. Теоретические подходы, описывающие отклоне- ние от скэйлинга	62
10. μp -глубоконеупругое рассеяние	67
11. Инклюзивные спектры в процессах глубоко- неупругого рассеяния лептонов на нуклонах	70
12. Изучение структуры адронов в процессе глубоко- неупругого рассеяния поляризованных леп- тонов на поляризованных нуклонах	82
13. Проверка эффекта несохранения четности в глубоконеупругом рассеянии	91
14. Литература	92