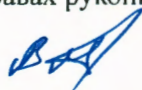


На правах рукописи



Т-784

ТРУНИН  
Антон Маратович

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ПРОЦЕССАХ  
ПАРНОГО РОЖДЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ АДРОНОВ  
ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна 2014

22/ VII - 14  
Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)» на кафедре физики

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук  
Мартыненко Алексей Петрович

Официальные оппоненты:

Галкин Владимир Олегович,  
доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник  
(Вычислительный центр РАН, Москва)

Лиходед Анатолий Константинович,  
доктор физико-математических наук,  
главный научный сотрудник  
(Институт физики высоких энергий, Протвино)

Ведущая организация:

Институт ядерных исследований РАН, Москва

Защита состоится «24» сентября 2014 г. в 17<sup>00</sup> на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 в Лаборатории теоретической физики имени Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований (141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, д. 6)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ОИЯИ ([http://www.info.jinr.ru/announce\\_disser.htm](http://www.info.jinr.ru/announce_disser.htm));

Автореферат разослан « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
доктор физико-математических наук *А.А. Арбузов* А.Б. Арбузов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Изучение процессов образования тяжелых адронов на современных ускорителях высоких энергий обеспечивает непосредственную проверку существующей теории сильных взаимодействий — квантовой хромодинамики (КХД). Рассмотрение потоков сильновзаимодействующих частиц, образующихся в подобных процессах, дает возможность исследовать вопрос о справедливости основных положений теории и ее следствий, касающихся статических свойств и деталей взаимодействия кварков и глюонов. В последние годы одно из наиболее плодотворных направлений, реализующих указанную проверку, оказалось связано с «ренессансом» физики чармония, что повлекло за собой интенсивный рост как экспериментальной, так и теоретической активности в этой области. Наряду с открытием чармониеподобных состояний, не полностью укладывающихся в традиционную интерпретацию связанной пары кварка и антикварка ( $c\bar{c}$ ), существенные успехи достигнуты в измерении сечений рождения дваждытяжелых мезонов, что, в свою очередь, служит мотивирующим фактором для разработки новых методов описания связанных состояний тяжелых кварков.

Механизм образования тяжелого кваркония представляет хорошо известную задачу квантовой теории поля. В настоящее время теоретические исследования в указанном направлении базируются, в целом, на основе нерелятивистской квантовой хромодинамики (НРКХД) [1], реализующей принципы эффективной теории поля, и кварковых моделей [2]. Тяжелый кварконий характеризуется наличием нескольких хорошо разделенных физических масштабов  $(M_Q v^2)^2 \ll (M_Q v)^2 \ll M_Q^2$ , причем  $M_Q \gg \Lambda_{\text{КХД}}$  и  $M_Q v^2 \sim \Lambda_{\text{КХД}}$ , где  $M_Q$  обозначает массу тяжелого кварка, а  $v$  — его относительную скорость в мезоне. Таким образом, в рамках обоих подходов процесс рождения рассматривается в две стадии. В ходе первой стадии образование одной или нескольких кварк-антикварковых пар связано с масштабом коротких расстояний порядка  $1/M_Q$ , что дает основания для применения теории возмущений к описанию фундаментальных взаимодействий кварков и глюонов. Вторая стадия включает последующую эволюцию кварков  $Q$  и антикварков  $\bar{Q}$  в физические состояния чармония, проходящую на масштабах характерного размера мезона  $1/(M_Q v)$  и требующую непертурбативного описания. Подобное описание обеспечивается матричными элементами операторов в НРКХД или волновыми функциями связанных состояний в кварковых моделях. Матричные элементы НРКХД принципиально могут быть получены в расчетах на решетках, тогда как на практике они, чаще всего, извлека-

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ  
БИБЛИОТЕКА

ются из сравнения предсказаний теории с данными эксперимента. Кроме того, цвето-синглетный класс матричных элементов допускает определение на основе волновых функций в потенциальных моделях. Вычисления в кварковых моделях основываются на том или ином виде оператора взаимодействия составляющих частиц, зачастую включающего большое число феноменологических параметров и свободных постоянных. Неоднозначность выбора данных констант, совместно с многообразием самих моделей и относительной сложностью использования части из них для расчета наблюдаемых величин, составляет недостатки данного подхода. В определенной степени, микроскопическая картина кварк-глюонных взаимодействий, присущая кварковым моделям, заменяется глобальным набором матричных элементов в НРКХД. Оба подхода дополняют друг друга, и отыскание соответствия между параметрами кварковых моделей и НРКХД, в свою очередь, может способствовать прояснению аспектов цветовой динамики кварков и глюонов.

Важность релятивистского рассмотрения рождения чармония, привлекающего во внимание относительное движение кварка и антикварка, составляющих мезон, является непосредственным итогом попыток интерпретации экспериментальных данных коллабораций Belle и BaBar [3] в рамках лидирующего нерелятивистского порядка НРКХД. Теоретические оценки сечения парного рождения мезонов  $J/\psi$  и  $\eta_c$  в электрон-позитронной аннигиляции оказались на порядок заниженными по сравнению с данными эксперимента, что стало отправной точкой для серии исследований, включающих как расчет релятивистских поправок, так и вычисление вкладов следующего порядка по константе сильного взаимодействия, совместная комбинация которых, в конечном итоге, существенно сократила разногласия теории и эксперимента. При этом наряду с подходами кварковых моделей [4] и НРКХД [5], релятивистские эффекты также учитывались в методе светового конуса (РАСК) [6], успешно доказавшем свою применимость к расчетам эксклюзивных сечений. Значимый вывод, который следует извлечь из описанной ситуации, состоит в необходимости последовательного учета релятивизма при рассмотрении процессов рождения тяжелого кваркония с целью получения надежных теоретических предсказаний. Так, недавние измерения коллаборацией LHCb сечения  $\sigma(pp \rightarrow 2J/\psi + X)$  [7] естественным образом предполагают постановку задачи об описании данной реакции в рамках одного из развитых релятивистских формализмов. Необходимо отметить, что релятивистские эффекты существенны при описании не только парного, но и одиночного рождения тяжелого кваркония, хотя при этом и не исключены ситуации, когда соответствующие поправки к инклюзивным процессам оказываются пренебрежимо малы.

Из вышеизложенного следует, что актуальность работы определяется высокой экспериментальной и теоретической активностью в области современной физики тяжелых адронов. Чармоний и другие связанные состояния тяжелых кварков в первом приближении могут рассматриваться как нерелятивистские системы, однако подобное приближение зачастую оказывается недостаточным для получения надежных теоретических предсказаний. Расчет сечений рождения тяжелых адронов в существующих и перспективных экспериментах в общем случае должен вестись в рамках релятивистской теории, позволяющей учитывать относительное движение составляющих кварков и антикварков как в жесткой части процесса рассеяния, так и при формировании связанного состояния.

Целью диссертации является исследование роли релятивистских эффектов в процессах парного рождения чармония в электрон-позитронной аннигиляции и протон-протонном взаимодействии, выделение и анализ основных источников релятивистских поправок, получение теоретических предсказаний и интерпретация имеющихся экспериментальных данных, а также обобщение сформулированных методов расчета на случаи рождения дваждытяжелых барионов в рассматриваемых процессах.

**Научная новизна и практическая ценность.** Основные результаты диссертации являются оригинальными и получены впервые. В квазипотенциальном подходе получены релятивистские амплитуды парного рождения  $P$ -волнового чармония в электрон-позитронной аннигиляции и определены соответствующие поправки к сечениям. В рамках релятивистской кварковой модели, основанной на обобщенном КХД потенциале Врейта, дополненном членами конфайнмента с учетом скалярного и векторного обменов, вычислены волновые функции связанных состояний тяжелых кварков, рассчитан спектр масс чармония и дикварков. Впервые рассмотрены релятивистские поправки к амплитудам и сечениям парного рождения дикварков в  $e^+e^-$  аннигиляции.

Впервые получены аналитические выражения для релятивистских амплитуд и сечений парного рождения  $S$ -волнового чармония и дикварков в протон-протонном взаимодействии. Кроме того, получен первый нерелятивистский результат для парного рождения дикварков в  $pp$  взаимодействии. Для каждой из рассмотренных реакций дано описание основных источников релятивистских поправок, указана их роль и вклад в модификацию сечения.

Полученные результаты использованы для интерпретации экспериментальных данных по рождению пары  $J/\psi$  мезонов на Большом адрон-

ном коллайдере, представленных коллаборацией LHCb. В случае парного рождения  $P$ -волнового чармония установлено соответствие с экспериментальными результатами коллаборации Belle, говорящими о малой значимости сигналов от указанных процессов.

Изложенные способы расчета и аналитические результаты могут быть использованы для описания широкого круга процессов парного рождения тяжелых адронов в электрон-позитронной аннигиляции и протон-протонном взаимодействии, включая возбужденные состояния чармония,  $D$ -волновой чармоний,  $B_c$  мезоны и их орбитальные возбуждения, боттомоний и др.

**На защиту выдвигаются следующие основные результаты:**

1. Построены релятивистские амплитуды парного рождения  $P$ -волнового чармония и  $S$ -волновых дикварков в электрон-позитронной аннигиляции и определены соответствующие поправки к сечениям. Показано отсутствие противоречий с результатами Belle. Получена оценка на выход пар барионов с двумя тяжелыми кварками при светимостях современных  $B$  фабрик.
2. Вычислены релятивистские поправки к сечениям рождения пар  $J/\psi$  и  $\eta_c$  на Большом адронном коллайдере. Полученные результаты использованы для интерпретации экспериментальных данных коллаборации LHCb.
3. Получены нерелятивистские сечения парного рождения дважды-тяжелых дикварков в протон-протонном взаимодействии и релятивистские поправки к ним. Исследованы различные источники релятивистских поправок и выявлена роль каждого источника в изменении величин сечений.

Все выносимые на защиту результаты получены лично автором.

**Достоверность** полученных результатов определяется использованием строгих математических методов, высокой степенью автоматизации расчетов с применением современных компьютерных систем символьных вычислений, совпадением предельных нерелятивистских аналитических выражений с ранее опубликованными и хорошо известными результатами, полученными в альтернативных подходах, а также согласием с существующими экспериментальными данными.

**Апробация работы** проводилась на следующих научных конференциях и семинарах:

- XX международное рабочее совещание по физике высоких энергий и квантовой теории поля QFTHEP'2011 (г. Сочи, 2011 г.),
- Сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (г. Москва, 2011 г.),
- Международная молодежная научная конференция «Математическая физика и ее приложения» (в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, г. Пятигорск, 2012 г.),
- 5th Helmholtz International Summer School-Workshop “Calculations for Modern and Future Colliders” (г. Дубна, 2012 г.),
- Международная сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (г. Москва, 2012 г.),
- Helmholtz International Summer School “Physics of Heavy Quarks and Hadrons” (г. Дубна, 2013 г.),
- Международная сессия-конференция секции ядерной физики ОФН РАН (г. Протвино, 2013 г.),
- Семинар «Физика адронов» Лаборатории теоретической физики ОИЯИ (г. Дубна, 31.01.2014 г.).

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 7 работ, в том числе 5 в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, определенных Высшей аттестационной комиссией.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка цитируемой литературы и приложений. Общий объем работы 107 страниц, включая 12 таблиц и 10 рисунков. Список литературы содержит 125 наименований.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приведен краткий обзор современных подходов к описанию тяжелого кваркопия, указаны основные экспериментальные и теоретические исследования, мотивирующие изучение релятивистских поправок, обоснована актуальность темы диссертации.

Первая глава посвящена релятивистским поправкам к сечениям парного рождения тяжелых адронов в электропозитронной аннигиляции. В разделе 1.1 представлен детальный вывод амплитуды рождения пары  $P$ -волнового чармония  $h_c$  и  $\chi_{cJ}$ ,  $J = 0, 1, 2$ , при этом особое внимание уделено закону преобразования волновых функций связанных состояний из системы покоя мезонов к системам отсчета, движущимся с полными импульсами  $P$  и  $Q$  конечных состояний чармония. Итоговый результат указанного преобразования задается выражениями

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{P,p} &= \frac{\bar{\Psi}_{h_c}^0(\mathbf{p})}{\left[\frac{\epsilon(\mathbf{p})}{m} \frac{\epsilon(\mathbf{p}+m)}{2m}\right]} \left[ \frac{\hat{v}_1 - 1}{2} + \hat{v}_1 \frac{\mathbf{p}^2}{2m(\epsilon(\mathbf{p}) + m)} - \frac{\hat{p}}{2m} \right] \times \\ &\times \gamma_5(1 + \hat{v}_1) \left[ \frac{\hat{v}_1 + 1}{2} + \hat{v}_1 \frac{\mathbf{p}^2}{2m(\epsilon(\mathbf{p}) + m)} + \frac{\hat{p}}{2m} \right], \\ \bar{\Psi}_{Q,q} &= \frac{\bar{\Psi}_{\chi_{cJ}}^0(\mathbf{q})}{\left[\frac{\epsilon(\mathbf{q})}{m} \frac{\epsilon(\mathbf{q}+m)}{2m}\right]} \left[ \frac{\hat{v}_2 - 1}{2} + \hat{v}_2 \frac{\mathbf{q}^2}{2m(\epsilon(\mathbf{q}) + m)} + \frac{\hat{q}}{2m} \right] \times \\ &\times \hat{\epsilon}_Q^*(S_z)(1 + \hat{v}_2) \left[ \frac{\hat{v}_2 + 1}{2} + \hat{v}_2 \frac{\mathbf{q}^2}{2m(\epsilon(\mathbf{q}) + m)} - \frac{\hat{q}}{2m} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где введены обозначения  $v_1 = P/M_{h_c}$ ,  $v_2 = Q/M_{\chi_{cJ}}$ ,  $M$  — масса чармония,  $m$  — масса  $c$ -кварка,  $\epsilon(p) = \sqrt{m^2 + p^2}$ ,  $\epsilon_Q(S_z)$  — вектор поляризации  $\chi_{cJ}$ . Запись  $\hat{v}$  означает свертку компонент четырехвектора с матрицами Дирака:  $\hat{v} = v_\alpha \gamma^\alpha = v \cdot \gamma$ . В лидирующем порядке по константе сильного взаимодействия  $\alpha_s$  амплитуда процесса принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(p_-, p_+; P, Q) &= \frac{32\pi^2 \alpha_s \alpha_s \sqrt{M_{h_c} M_{\chi_{cJ}}}}{9s} \bar{v}(p_+) \gamma^\beta u(p_-) \times \\ &\times \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \text{Tr} \{ \bar{\Psi}_{P,p} \Gamma_1^{\beta\omega} \bar{\Psi}_{Q,q} \gamma_\omega + \bar{\Psi}_{Q,q} \Gamma_2^{\beta\omega} \bar{\Psi}_{P,p} \gamma_\omega \}, \\ \Gamma_1^{\beta\omega} &= D_\mu^\omega(p_2 + q_2) \left[ \gamma^\beta \frac{m - \hat{l} + \hat{p}_1}{(l - p_1)^2 - m^2} \gamma^\mu + \gamma^\mu \frac{m + \hat{l} - \hat{q}_1}{(l - q_1)^2 - m^2} \gamma^\beta \right], \\ \Gamma_2^{\beta\omega} &= D_\mu^\omega(p_1 + q_1) \left[ \gamma^\beta \frac{m - \hat{l} + \hat{q}_2}{(l - q_2)^2 - m^2} \gamma^\mu + \gamma^\mu \frac{m + \hat{l} - \hat{p}_2}{(l - p_2)^2 - m^2} \gamma^\beta \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $l = p_- + p_+ = P + Q$ ,  $s = l^2$  — квадрат энергии в системе центра инерции и  $D_{\mu\nu}(k)$  — пропагатор глюона, в дальнейших расчетах используемый в фейнмановской калибровке. Полный  $P(Q)$  и относительный  $p(q)$  четырехимпульсы составляющих кварков связаны соотношениями:

$$p_{1,2} = \frac{1}{2} P \pm p, \quad (pP) = 0; \quad q_{1,2} = \frac{1}{2} Q \pm q, \quad (qQ) = 0, \quad (3)$$

где относительные импульсы  $p = L_P(0, \mathbf{p})$  и  $q = L_Q(0, \mathbf{q})$  определяются с помощью преобразований Лоренца четырехвекторов  $(0, \mathbf{p})$  и  $(0, \mathbf{q})$  к системам отсчета, движущимся с полными импульсами  $P$  и  $Q$ . Интегрирование в (1) ведется по относительным 3-импульсам кварков и антикварков в мезонах.

Разложение пропагаторов кварков и глюонов в (2) по малым импульсам кварков  $|\mathbf{p}|/\sqrt{s}$  и  $|\mathbf{q}|/\sqrt{s}$ , проводимое до второго относительного порядка включительно, совместно с последующим угловым интегрированием позволяет установить тензорную структуру амплитуды, имеющую вид комбинаций  $v_{1,2}$ , вектора поляризации  $h_c$  и вектора или тензора полного углового момента  $\chi_{cJ}$ . При этом зависимость подынтегрального выражения для амплитуды от относительных импульсов может быть полностью описана набором функций  $c_{ij}(p, q)$ :

$$c_{ij}(p, q) = \left( \frac{m - \epsilon(p)}{m + \epsilon(p)} \right)^i \left( \frac{m - \epsilon(q)}{m + \epsilon(q)} \right)^j, \quad (4)$$

$i = 0 \dots 2, \quad j = 0 \dots 2;$

В разделе 1.2 рассматривается релятивистская кварковая модель для чармония и дваждытяжелых дикварков, основанная на КХД-обобщении потенциала Брейта, дополненном членами конфайнмента с учетом скалярного и векторного обмена. Волновые функции связанных состояний могут быть получены путем численного решения уравнения Шредингера, содержащего оператор кинетической энергии в «рационализованном» виде:

$$2\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} - 2m \approx \frac{\mathbf{p}^2}{2\tilde{m}} + \frac{m^2}{\tilde{m}} - 2m, \quad (5)$$

$$\tilde{m} = \frac{E}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\mathbf{p}_{eff}^2 + m^2}, \quad \tilde{\mu} = \frac{\tilde{m} \cdot \tilde{m}}{\tilde{m} + \tilde{m}} = \frac{\tilde{m}}{2}.$$

Основные параметры потенциала принимают типичные значения для рассматриваемого класса кварковых моделей, а дополнительные константы, такие как доля векторного обмена  $f_V$  и параметр  $\mathbf{p}_{eff}^2$ , эффективно учитывающий релятивистские эффекты в кинетическом слагаемом, выбираются из соображений оптимального согласия с данными

Таблица 1 — Релятивистские и нерелятивистские сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow h_c + \chi_{cJ}$  при энергии  $\sqrt{s} = 10.6 \text{ ГэВ}$

| Пара              | $\sigma^{\text{НРКХД}} [8], \text{ фб}$ | $\sigma^{\text{NR}}, \text{ фб}$ | $\sigma^{\text{rel}}, \text{ фб}$ |
|-------------------|---|----------------------------------|-----------------------------------|
| $h_c + \chi_{c0}$ | $0.053 \pm 0.019$                       | 0.135                            | $0.076 \pm 0.038$                 |
| $h_c + \chi_{c1}$ | $0.258 \pm 0.064$                       | 0.601                            | $0.096 \pm 0.048$                 |
| $h_c + \chi_{c2}$ | $0.017 \pm 0.002$                       | 0.035                            | $0.0024 \pm 0.0013$               |

эксперимента. Результаты численного расчета для спектра масс  $S$ - и  $P$ -волнового чармония воссоздают экспериментальные значения с ошибкой менее 1%. Массы дваждытяжелых дикварков находятся в соответствии с вычислениями в альтернативных подходах.

Полученные волновые функции применяются в разделе 1.3 для расчета сечений парного рождения мезонов  $h_c$  и  $\chi_{cJ}$  в  $e^+e^-$  аннигиляции. Выражения для сечений содержат общий множитель  $|\tilde{R}'_{h_c}(0)|^2 |\tilde{R}'_{\chi_{cJ}}(0)|^2$ , где параметр  $\tilde{R}'(0)$  определяется как

$$\tilde{R}'(0) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{\epsilon(p) + m}{2\epsilon(p)} R(p) p^3 dp \quad (6)$$

и представляет собой обобщение первой производной радиальной волновой функции в начале координат  $R'(0) = 1/3 \sqrt{2/\pi} \int R(p) p^3 dp$ , которая входит в нерелятивистское выражение для сечения. Дополнительно, сечения зависят от непертурбативных параметров  $J_{1,2}$ , определяющих релятивистские поправки:

$$J_{1,2} = \int_0^m p^3 R(p) \frac{\epsilon(p) + m}{2\epsilon(p)} \left( \frac{m - \epsilon(p)}{m + \epsilon(p)} \right)^{1,2} dp. \quad (7)$$

Численные результаты для сечений рождения пары мезонов  $h_c$  и  $\chi_{cJ}$  в  $e^+e^-$  аннигиляции, соответствующие энергии  $\sqrt{s} = 10.6 \text{ ГэВ}$  экспериментов Belle и BABAR [3], представлены в Таблице 1. Погрешность расчета оценивается в 50% (55% для  $\chi_{c2}$ ) и связана как с точностью нахождения волновых функций, так и с отброшенными релятивистскими слагаемыми высших порядков при разложении пропагаторов в амплитуде. Полученные результаты показывают, что релятивистские эффекты значимым образом понижают сечения рождения пары  $P$ -волнового чармония. Невысокие величины полученных сечений вполне согласуются с тем фактом, что ни одна из рассматриваемых реакций по настоящее время не была измерена экспериментально. При этом нерелятивистское предсказание даже для наименее подавленного процесса  $e^+e^- \rightarrow h_c + \chi_{c1}$  составляет всего 0.6 фб, что более чем на порядок меньше измеренных

сечений рождения пар  $J/\psi + \eta_c$  и  $J/\psi + \chi_{c0}$ . Малая значимость сигналов, отвечающих  $P$ -волновой паре, отмечена и в последующих исследованиях Belle [9].

Развитые методы применены в разделе 1.4 для описания парного рождения дваждытяжелых барионов в  $e^+e^-$  аннигиляции, оценки для сечений рождения которых могут быть получены на основе расчета сечений рождения дваждытяжелых дикварков: компактных пар кварк-кварка или антикварк-антикварка в антисимметричном цветовом состоянии, которые после своего образования могут с высокой вероятностью присоединить легкий кварк и адронизоваться в наблюдаемые барионы. Рассматривается рождение пар  $S-S$ ,  $S-AV$  и  $AV-AV$  скалярных ( $S$ ) и аксиально-векторных ( $AV$ ) дикварков ( $bc$ ) и ( $\bar{b}\bar{c}$ ), а также пары  $AV-AV$  дикварков ( $cc$ ) и ( $\bar{c}\bar{c}$ ). Установлено, что релятивистские поправки понижают сечение практически в четыре раза, за исключением случая рождения пары скалярных дикварков, падение для которого составляет около 50%. При светимости  $B$  фабрик в  $\mathcal{L} = 10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ , оценка на выход пар дваждытяжелых барионов ( $ccq$ ) составляет около 30 событий в год, что более чем на порядок меньше значения в  $10^3$  событий, приведенного в работе [10]. Согласие двух результатов наступает после принятия во внимание множителя 1/8, опущенного в [10], а также установленного фактора релятивистских поправок  $K \approx 0.25$ .

Во второй главе диссертации рассматриваются сечения парного рождения  $S$ -волнового чармония в протон-протонном взаимодействии и релятивистские поправки к ним. Коллаборация LHCb представила следующий результат экспериментального измерения сечения парного рождения  $J/\psi$  на Большом адронном коллайдере (ЛHC) при энергии  $\sqrt{S} = 7 \text{ ТэВ}$  [7]:

$$\sigma_{2 < y_{J/\psi} < 4.5}^{\text{LHCb}} = 5.1 \pm 1.0 \pm 1.1 \text{ нб}, \quad (8)$$

отвечающий условиям  $2 < y_{J/\psi} < 4.5$  для быстрот каждого из образовавшихся чармониев, по, фактически, без ограничений на величину их поперечного импульса ( $P_T < 10 \text{ ГэВ}$ ). При энергиях ЛHC основной вклад в рассматриваемое сечение определяется процессами глюонного слияния  $gg \rightarrow 2J/\psi$ . Далее, в рамках механизма однопартонного рассеяния, искомое сечение может быть определено после интегрирования по соответствующим функциям партонного распределения:

$$d\sigma[pp \rightarrow 2J/\psi + X] = \int d\sigma[gg \rightarrow 2J/\psi] f_{g/p}(x_1, \mu) f_{g/p}(x_2, \mu) dx_1 dx_2. \quad (9)$$

В квазипотенциальном подходе амплитуда глюонного подпроцесса имеет вид свертки пертурбативной амплитуды образования пар кварков и антикварков  $\mathcal{T}(p_1, p_2; q_1, q_2)$  и квазипотенциальных волновых функций:

$$\mathcal{M}(k_1, k_2, P, Q) = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \bar{\Psi}(p, P) \bar{\Psi}(q, Q) \otimes \mathcal{T}(p_1, p_2; q_1, q_2). \quad (10)$$

Закон преобразования волновых функций чармония в (10) задается соотношениями, аналогичными (1), с точностью до проекционных операторов на заданное спиновое состояние мезонов  $J/\psi$  или  $\eta_c$ . В лидирующем порядке по  $\alpha_s$  амплитуда рождения пары  $J/\psi$  определяется 31 цветосинглетной диаграммой глюонного слияния, тогда как в случае пары  $\eta_c$  существуют еще 8 дополнительных диаграмм. Разложение пропагаторов кварков и глюонов проводится следующим образом:

$$\frac{1}{(p_1 + q_1)^2} = \frac{4}{s} - \frac{16}{s^2} [(p+q)^2 + pQ + qP] + \dots, \quad (11)$$

$$\frac{1}{(k_2 - q_2)^2 - m^2} = \frac{2}{t - M^2} - \frac{4}{(t - M^2)^2} [q^2 + 2qk_2] + \dots,$$

где  $s = (k_1 + k_2)^2 = (P + Q)^2$  и  $t = (P - k_1)^2 = (Q - k_2)^2$  — переменные Мандельштама для глюонного подпроцесса  $gg \rightarrow 2J/\psi$ ; кинематические ограничения на величины которых позволяют получить оценки  $2p^2/M^2$  и  $2q^2/M^2$  на параметры разложения в (11). Векторы  $k_{1,2}$  обозначают импульсы начальных глюонов. В подынтегральном выражении амплитуды (10) сохраняются слагаемые вплоть до второго порядка по импульсам  $p$  и  $q$ , тогда как нормировочные факторы волновых функций в (1), содержащие энергию кварков, учитываются точно, что обеспечивает сходимость итоговых угловых интегралов. В общем случае, сечение рождения пары мезонов  $J/\psi$  или  $\eta_c$  представляется в виде

$$\frac{d\sigma}{dt} [gg \rightarrow 2J/\psi(\eta_c)](s, t) = \frac{\pi M^2 \alpha_s^4}{9216 s^2} |\tilde{R}(0)|^4 \sum_{i=0}^3 \omega_i F^{(i)}(s, t). \quad (12)$$

Функции  $F^{(0)}(s, t)$  в (12) описывают вклад лидирующего порядка по скорости тяжелого кварка, тогда как слагаемые  $F^{(i>0)}(s, t)$  связаны с релятивистскими поправками  $p^2$  и  $q^2$  к амплитуде, происходящими из разложений (11) и закона преобразования волновых функций (1). Влияние релятивизма на форму волновой функции чармония проявляется посредством ряда непертурбативных параметров в составе (12):

$$I_0 = \int_0^\infty \frac{\epsilon(p) + m}{2\epsilon(p)} R(p) p^2 dp, \quad I_{1,2} = \int_0^m p^2 R(p) \frac{\epsilon(p) + m}{2\epsilon(p)} \left( \frac{m - \epsilon(p)}{m + \epsilon(p)} \right)^{1,2} dp,$$

$$\tilde{R}(0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} I_0, \quad \omega_0 = 1, \quad \omega_1 = \frac{I_1}{I_0}, \quad \omega_2 = \frac{I_2}{I_0}, \quad \omega_3 = \omega_1^2. \quad (13)$$

Релятивистский результат для сечения парного рождения  $J/\psi$  в  $pp$  взаимодействии, дополненный вкладами двойного партонного рассеяния [11], а также процесса  $pp \rightarrow J/\psi\psi' + X \rightarrow 2J/\psi + Y$ , составляет

$$\sigma_{2 < y_{F,Q} < 4.5}^{\text{рел.} + \psi' \rightarrow J/\psi \pi \pi + \text{DPS}} = 4.2 \pm 1.3 \text{ нб}, \quad (14)$$

что находится в хорошем согласии с экспериментальным значением (8). Аналогичные вычисления, проведенные в пренебрежении релятивистскими эффектами, приводят к несколько завышенным оценкам в 8–9 нб.

Соотношения (9) и (12) использованы для численного расчета сечений рождения пар  $J/\psi$  и  $\eta_c$  при энергиях  $pp$  столкновений  $\sqrt{S} = 7$  и  $14$  ТэВ. Установлено, что релятивистские поправки приводят к падению на 60%, или более чем в два раза, как полного, так и ограниченного по быстротам сечения  $J/\psi$ . В случае же пары мезонов  $\eta_c$ , полное сечение также уменьшается на 60%, вместе с тем падение для интервала  $2 < y < 4.5$  оказывается равным только 15%.

В третьей главе проводится расчет сечений парного рождения дваждытяжелых дикварков ( $cc$ ) и ( $bc$ ) в протон-протонных столкновениях, величины которых представляют верхние границы для сечений рождения соответствующих бартионов, просуммированных по возможным ароматам легкого кварка и спиновым состояниям конечных частиц. Основные этапы вычисления соответствуют аналогичным стадиям расчета для ранее рассмотренной задачи парного рождения чармония в  $pp$  взаимодействии. При этом амплитуда в случае дикварков характеризуется наличием несовпадающих цветовых факторов у отдельных ее частей, что связано с относительно большим общим числом диаграмм с различающейся цветовой структурой.

Численные значения сечений рождения пары скалярных ( $S$ ) и аксиально-векторных ( $AV$ ) дикварков в протон-протонном взаимодействии, отвечающие энергиям  $pp$  столкновений  $\sqrt{S} = 7$  и  $14$  ТэВ, представлены в Таблице 2. Интегрирование дифференциального сечения основного подпроцесса глюонного слияния, аналогично (9), проводилось с двумя наборами функций партонного распределения CTEQ5L и CTEQ6L1 [12]. Релятивистские результаты, приведенные в Таблице 2, соответствуют учету сразу нескольких источников поправок к сечению. Изменение формы волновой функции за счет поправок второго порядка по скорости тяжелого кварка в потенциале взаимодействия ответственно за более чем трехкратное понижение изначального нерелятивистского сечения. Эффекты связанности частиц, определяемые принятием во внимание ненулевых энергий связи дикварков  $W = M - m_c - m_b \neq 0$ , также уменьшают сечение. Использование численных значений масс дикварков

Таблица 2 — Сечения парного рождения дикварков  $pp \rightarrow D\bar{D} + X$  (нб)

| Энергия $\sqrt{S}$  | Пара дикварков                          | СТЕО5L                   |                        | СТЕО6L1                  |                        |
|---------------------|---|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|
|                     |   | $\sigma_{\text{перел.}}$ | $\sigma_{\text{рел.}}$ | $\sigma_{\text{перел.}}$ | $\sigma_{\text{рел.}}$ |
| $\sqrt{S} = 7$ ТэВ  | $SD_{bc} + SD_{\bar{b}\bar{c}}$         | 0.063                    | 0.018                  | 0.057                    | 0.016                  |
|                     | $AVD_{bc} + AV\bar{D}_{\bar{b}\bar{c}}$ | 0.25                     | 0.053                  | 0.23                     | 0.049                  |
|                     | $AVD_{cc} + AV\bar{D}_{\bar{c}\bar{c}}$ | 1.39                     | 0.28                   | 1.07                     | 0.22                   |
| $\sqrt{S} = 14$ ТэВ | $SD_{bc} + SD_{\bar{b}\bar{c}}$         | 0.14                     | 0.039                  | 0.12                     | 0.034                  |
|                     | $AVD_{bc} + AV\bar{D}_{\bar{b}\bar{c}}$ | 0.55                     | 0.12                   | 0.48                     | 0.10                   |
|                     | $AVD_{cc} + AV\bar{D}_{\bar{c}\bar{c}}$ | 2.51                     | 0.51                   | 1.94                     | 0.40                   |

$M_{SD_{bc}} = 6.517$  ТэВ,  $M_{AVD_{bc}} = 6.526$  ТэВ и  $M_{AVD_{cc}} = 3.224$  ТэВ, определенных в рассматриваемой релятивистской кварковой модели, приводит к результатам, заниженным на 20–30% по сравнению с соответствующими величинами, полученными в приближении нулевой энергии связи  $M_{D_{bc}} \rightarrow M_0 = m_c + m_b$ ,  $M_{D_{cc}} \rightarrow M_c = 2m_c$ . Учет ненулевого относительного импульса кварков и антикварков в амплитуде рождения, с последующим сохранением слагаемых второго относительного порядка по  $p$  и  $q$ , повышает сечение, однако сопутствующий положительный эффект оказывается равным 10–20%, что недостаточно для компенсации существенных отрицательных вкладов из других источников. В совокупности, рассматриваемые эффекты определяют практически пятикратное падение сечения. Итоговая погрешность проведенного расчета определяется точностью нахождения волновых функций связанных состояний, а также отброшенными при разложении амплитуды слагаемыми порядка четвертой степени относительного импульса  $p^4$  и выше. Общая неопределенность релятивистских сечений, представленных в Таблице 2, составляет 48%, что также включает поправку в 15% на разброс в значениях функций партонного распределения.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

**Приложения.** Диссертация содержит три приложения, в которых приведены вспомогательные коэффициенты и функции, определяющие релятивистские поправки к рассмотренным процессам парного рождения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] G.T. Bodwin, E. Braaten, G.P. Lepage, Phys. Rev. D **51**, 1125 (1995); Erratum-ibid. **55**, 5853 (1997).
- [2] А.А. Быков, И.М. Дремин, А.В. Леонидов, Успехи физических наук **143**, 3 (1984).
- [3] K. Abe *et al.* (Belle Collaboration), Phys. Rev. D **70**, 071102 (2004); B. Aubert *et al.* (BABAR Collaboration), Phys. Rev. D **72**, 031101 (2005).
- [4] D. Ebert, A.P. Martynenko, Phys. Rev. D **74**, 054008 (2006); D. Ebert, R.N. Faustov, V.O. Galkin, A.P. Martynenko, Phys. Lett. B **672**, 264 (2009).
- [5] Z.-G. He, Y. Fan, K.-T. Chao, Phys. Rev. D **75**, 074011 (2007); G.T. Bodwin, J. Lee, C. Yu, Phys. Rev. D **77**, 094018 (2008).
- [6] J.P. Ma, Z.G. Si, Phys. Rev. D **70**, 074007 (2004); A.E. Bondar, V.L. Chernyak, Phys. Lett. B **612**, 215 (2005); V.V. Braguta, A.K. Likhoded, A.V. Luchinsky, Phys. Rev. D **72**, 074019 (2005); V.V. Braguta, Phys. Rev. D **79**, 074018 (2009).
- [7] R. Aaij *et al.* (LHCb Collaboration), Phys. Lett. B **707**, 52 (2012).
- [8] E. Braaten, J. Lee, Phys. Rev. D **67**, 054007 (2003); Erratum-ibid. **72**, 099901(E) (2005).
- [9] P. Pakhlov *et al.* (Belle Collaboration), Phys. Rev. D **79**, 071101 (2009).
- [10] V.V. Braguta, V.V. Kiselev, A.E. Chalov, Phys. At. Nucl. **65**, 1537 (2002).
- [11] S. Baranov, A. Snigirev, N. Zotov, Phys. Lett. B **705**, 116 (2011); A. Novoselov, arXiv:1106.2184; A.V. Berezhnoy, A.K. Likhoded, A.V. Luchinsky, A.A. Novoselov, Phys. Rev. D **86**, 034017 (2012).
- [12] H.L. Lai *et al.*, Eur. Phys. J. C **12**, 375 (2000); J. Pumplin *et al.*, J. High Energy Phys. **0207**, 012 (2002).



## СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. A.P. Martynenko, A.M. Trunin. Relativistic description of the double  $P$ -wave charmonium production in  $e^+e^-$  annihilation// Proceedings of Science, QFTHEP2011, 051 (2011).
2. A.P. Martynenko, A.M. Trunin. Relativistic corrections to double charmonium production in high energy proton–proton interaction// Physical Review D **86**, 094003 (2012).
3. A.P. Martynenko, A.M. Trunin. Relativistic corrections to  $\eta_c$ -pair production in high energy proton–proton collisions// Physics Letters B **723**, 132–139 (2013).
4. А.П. Мартыненко, А.М. Трунин. Релятивистское описание парного рождения  $J/\psi$  мезонов на ЛHC// Ядерная физика **76**, доп. номер, 155–159 (2013).
5. A.P. Martynenko, A.M. Trunin. Relativistic corrections to the pair double heavy diquark production in  $e^+e^-$  annihilation// Physical Review D **89**, 014004 (2014).
6. A.P. Martynenko, A.M. Trunin. Double  $P$ -wave charmonium production in  $e^+e^-$  annihilation// Ядерная физика **77**, 821–829 (2014).
7. A.P. Martynenko, A.M. Trunin. Pair double heavy diquark production in high energy proton–proton collisions, arXiv:1405.0969 (2014).

Получено 14 июля 2014 г.