ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

На правах рукописи

Сузько Аллина Алексеевна

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ.

Специальность 01.04.16 - физика атомного ядра и
элементарных частиц.

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук.

Дубна 1978

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук Б.Н.Захарьев

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук В.Г.Барышевский
доктор физико-математических наук В.Г.Маханьков

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт ядерных исследований АН СССР, г.Москва.

Защита диссертации состоится "19" июня 1978 года на заседании специализированного Совета К047.01.01 при Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г.Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан "18" мая 1978 года.

Ученый секретарь специализированного Совета кандидат физико-математических наук В.И.Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

АКТУАЛЬНОСТЬ. Одна из центральных задач ядерной физики - проблема определения гамильтониана взаимодействия между частицами по измеряемым на опыте величинам.

Наиболее последовательным подходом, устанавливающим связь между динамическими параметрами системы (гамильтонианом) и соответствующими им спектральными характеристиками (в частности, матрицей рассеяния), является теория обратной задачи (о.з.).

Однако, несмотря на достигнутые к настоящему времени успехи, сведения о ядерных силах все еще получают из сопоставления экспериментальных данных и теоретических предсказаний феноменологических моделей (с помощью прямой задачи методом проб и ошибок). Можно назвать ряд причин существующего положения. Сложность и громоздкость математического аппарата о.з. затрудняют понимание значения каждого из многих этапов о.з. и их взаимосвязь. Для однозначного восстановления потенциала взаимодействия V в классических постановках требуется знать или S-матрицу во всей непрерывной области энергий E при одном значении углового момента, или амплитуды рассеяния для всех значений углового момента при каком-то фиксированном E *). Недостаточно изучен пока еще вопрос об устойчивости процесса построения потенциала по спектральным характеристикам. Все это делает актуальным создание простых, точно решаемых моделей и приближений в о.з.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ состоит в разработке приближенных методов о.з., всевозможных реальных моделей для одноканального, многоканального, многочастичного и многомерного случаев.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА И ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ. Из новых результатов, полученных в диссертации, хотелось бы отметить разработку варианта о.з. для восстановления как одномерного, так и многомерного потенциалов по чисто дискретным параметрам рассеяния, формулировку о.з. для восстановления сил, зависящих от скорости (в том числе и в случае нескольких измерений), создание алгебраических точно решаемых моделей для одноканального, многоканаль-

*) В принципе известна S - матрица при конечных значениях E и ℓ.

ного (с учетом закрытых каналов), многомерного случаев, формулировку теоремы о двух спектрах для задач рассеяния и ее использование для определения потенциала только по положениям точек спектра.

Простота излагаемых моделей позволяет выделить и продемонстрировать главные моменты о.з., в результате чего становятся легко доступными основные идеи теории. Методы и модели, рассматриваемые в диссертации, уже нашли свое применение и стимулировали ряд исследований у нас в стране и за рубежом (см., например, M. Hron and M. Razavy. Canad. J. Phys. 55, № 16, 1434, 1977; M. Coz and P. Rochus J. Math. Phys. 18, № 11, 1977). В настоящее время они используются для дальнейшего исследования проблемы полного опыта и связей между данными рассеяния, проблемы устойчивости о.з., проблемы определения по матрице рассеяния многочастичного взаимодействия при наличии перераспределения частиц.

ДЛЯ ЗАЩИТЫ ВЫДВИГАЮТСЯ СЛЕДУЮЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ:

Построение чисто алгебраических моделей обратной задачи, в которых устанавливается точная связь данных рассеяния со взаимодействием. В рассматриваемых дискретных вариантах о.з. потенциал взаимодействия восстанавливается по конечному числу спектральных параметров, определяемых из экспериментальных данных на ограниченном энергетическом интервале. Процедура о.з. в таких подходах сводится к конечному числу алгебраических операций.

Метод реконструкции потенциала взаимодействия, зависящего от скорости $V(\vec{p}^2)$.

Обобщение теории обратной задачи на случай восстановления поля многочастичной мишени, обладающей внутренними коллективными степенями свободы. При описании взаимодействия налетающей частицы с такими системами необходимо учитывать изменение со временем конфигурации и ориентации в пространстве поля ядра-мишени, вызванное как возбуждением ядра падающей частицей, так и являющееся следствием собственного движения мишени.

АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ. Часть результатов исследований была представлена на XXIУ и XXУ ежегодных Совещаниях по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра (Харьков, Ленинград 1974, 1975гг.), на рабочих совещаниях по методам сильной связи каналов в Дубне

(1973г.) и Киеве (1974г.), на Международной конференции по ядерной физике в Мюнхене (1973г.).

ПУБЛИКАЦИИ. По теме диссертации опубликовано семь работ.

ОБЪЕМ РАБОТЫ. Диссертационная работа изложена на 106 страницах машинописного текста, состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы из 68 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ. Недавно предложенный аппарат о.з. в R -матричной теории рассеяния /1,2/ в сочетании с обычным при численном решении дифференциальных уравнений конечно-разностным (к.-р.) приближением /1/ позволяет существенно упростить изложение и понимание методов о.з. При этом отчетливо выступает фундаментальная роль свойства полноты набора собственных функций. Благодаря условию полноты в конечно-мерном функциональном пространстве, одним из примеров которого и является пространство собственных функций в к.-р. R -матричной теории, для нахождения потенциала $V(r)$ требуется конечное число параметров рассеяния. В R -матричной теории ядерных реакций такими параметрами являются положения резонансов E_λ и их приведенные ширины γ_λ^2. В к.-р. приближении конечное число значений E_λ и γ_λ определяется из экспериментальных данных на ограниченном энергетическом интервале на основании формулы связи

$$R(E)=\sum_{\lambda=1}^{N}\frac{\gamma_\lambda^2}{E_\lambda-E}=\frac{\Delta}{a}\,\frac{I(r_N)-O(r_N)S(E)}{[I(r_{N+1})-I(r_N)]-S(E)[O(r_{N+1})-O(r_N)]-\frac{B\Delta}{a}[I(r_N)-O(r_N)S(E)]},\quad (1)$$

получающейся при сшивании логарифмических производных внутренней $U_\lambda(r_n)$ и внешней $\Psi(E,r_n)$ волновых функций на границе области взаимодействия при $r_n=N\Delta=a$. Здесь I, O - падающая и уходящая волны соответственно, N - число разбиений интервала, Δ -шаг к.-р. дифференцирования.

Таким образом, в данном случае снимается упомянутая выше трудность учета состояний с $E\to\infty$.

По известному ограниченному набору спектральных чисел из уравнений, являющихся алгебраическим аналогом интегральных уравнений Гельфанда-Левитана и Марченко

$$K(n,m)+Q(n,m)+\sum_{p=n+1}^{N}\Delta K(n,p)Q(p,m)=0, \quad (2)$$

где $Q(n,m) = \sum_{\lambda=1}^{N} \mathring{\varphi}(E_\lambda, n)\, \gamma_\lambda^2\, \mathring{\varphi}(E_\lambda, m) - \frac{\delta_{nm}}{\Delta}$

($\mathring{\varphi}$ - вспомогательные решения уравнения без потенциала), находятся коэффициенты ортогонализации K, треугольно преобразующие $\mathring{\varphi}$ в φ

$$\varphi(E, n) = \mathring{\varphi}(E, n) + \sum_{m=n+1}^{N} \Delta K(n,m)\, \mathring{\varphi}(E, m) \tag{4}$$

В свою очередь, K связаны с искомым V следующим образом:

$$V(r_n) = -\frac{\hbar^2}{2m\Delta}\left[K(n, n+1) - K(n-1, n)\right]. \tag{5}$$

Поскольку для нахождения K нужно решить алгебраическую систему (2) из конечного числа уравнений, то процедура построения потенциала сводится к конечному числу чисто алгебраических операций. Вместе с тем, в такой постановке о.з. устанавливается точная связь данных рассеяния со взаимодействием, т.е. по восстановленному с помощью о.з. потенциалу можно, решая прямую задачу, вновь вернуться к исходным значениям спектральных характеристик. Это подтвердили расчеты, выполненные В.Н.Мельниковым по предложенному нами методу.

В прямой задаче, выполнявшей роль эксперимента по рассеянию, для нескольких потенциалов разного вида $\tilde{V}$ (притяжения, отталкивания, знакопеременных) были вычислены $\{E_\lambda, \gamma_\lambda\}$, которые использовались в качестве исходных данных для обратной задачи. Восстановленные потенциалы $V(r_n)$ оказались с точностью до восьми значащих цифр совпадающими с $\tilde{V}(r_n)$, что подтверждает точное соответствие $\{E_\lambda, \gamma_\lambda\} \rightleftarrows V(r_n)$ (таблица I).

Таблица I

№ пп	Чистое притяжение		Притяжение плюс отталкивание		Чистое отталкивание	
	$\tilde{V}(r_n)$	$V(r_n)$	$\tilde{V}(r_n)$	$V(r_n)$	$\tilde{V}(r_n)$	$V(r_n)$
I.	65.1000	65.0998	-10.0000	-10.0000	-10.0000	-10.0001
2.	53.2000	53.2001	-10.0000	-10.0000	-10.0000	-10.0013
3.	32.5000	30.5001	-10.0000	-10.0000	-10.0000	- 9.99914
4.	30.2000	30.2000	-10.0000	-10.0000	-10.0000	- 9.99973
5.	28.4000	28.4000	-10.0000	-10.0000	-10.0000	- 9.9999
6.	25.6000	25.6000	-10.0000	-10.0000	-10.0000	-10.0011
7.	21.8000	21.8000	+10.0000	+10.0000	-10.0000	- 9.99921
8.	16.0000	16.0000	+10.0000	+10.0000	-10.0000	- 9.99994
9.	9.4000	9.4000	+10.0000	+10.0000	-10.0000	- 9.99992
10.	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Излагаемый здесь метод о.з. очень удобен для использования в качестве модели при исследовании некоторых сложных вопросов квантовой механики, в частности, вопроса о минимуме информации, необходимой для определения $V(r)$, что особенно существенно в многомерных задачах.

Оказалось возможным сформулировать метод о.з. рассеяния, используя в качестве исходной меньший, чем обычно, объем экспериментальной информации, а именно: только положения точек спектра /2, 3/. Здесь существенна математическая теорема "о двух спектрах", в которой устанавливается связь спектральных параметров двух задач на собственные значения для одного и того же уравнения. Из теоремы следует, что нормировочные константы одной из задач $\{N_n^I\}$ или $\{N_m^{II}\}$ можно выразить через собственные значения обеих $\{E_n^I\}, \{E_m^{II}\}$. На первый взгляд могло бы показаться, что эту математическую теорему нельзя использовать в методах теории рассеяния, так как она оперирует чисто дискретными величинами $\{E_n^I, N_n^I\}$, $\{E_m^{II}, N_m^{II}\}$, в то время как столкновения частиц описываются непрерывными функциями, отвечающими состояниям сплошного спектра. Однако, благодаря параметризации данных рассеяния в R -матричной теории дискретным набором величин $\{E_\lambda, \gamma_\lambda\}$ (I) (E_λ имеют смысл собственных значений, $1/\gamma_\lambda^2$ -соотвествующих им нормировочных чисел), теорему "о двух спектрах" удалось сформулировать для задач рассеяния /2/. Выбирая два разных способа задания граничных условий (к примеру, $u_\lambda(r=0)=0$, $\left[\frac{r}{u_\lambda^I}\frac{d}{dr}u_\lambda^I(r)\right]_{r=a} = B_1$; $u_\mu(r=0)=0$, $\left[\frac{r}{u_\mu^{II}}\frac{d}{dr}u_\mu^{II}(r)\right]_{r=a} = B_2$), можно одну и ту же матрицу рассеяния S параметризовать двумя разными наборами спектральных чисел $\{E_\lambda^I, \gamma_\lambda^I\}$ и $\{E_\mu^{II}, \gamma_\mu^{II}\}$, а учитывая их связь, установленную в теореме, можно приведенные ширины $\{(\gamma_\lambda^I)^2\}$ или $\{(\gamma_\mu^{II})^2\}$ выразить через собственные значения $\{E_\lambda^I\}$, $\{E_\mu^{II}\}$.

Например,
$$\frac{1}{\gamma_\lambda^{I2}} = \frac{B_2 - B_1}{E_\lambda^{II} - E_\lambda^{I}} \prod_{\kappa=1}^{\infty}{}' \frac{E_\kappa^{I} - E_\lambda^{I}}{E_\kappa^{II} - E_\lambda^{I}}, \tag{6}$$

где знак Π' означает, что в произведении отсутствует член с номером λ.

Применяя далее аппарат о.з. в R -матричной теории, можно определить взаимодействие по дискретному набору данных $\{E_\lambda^I, E_\mu^{II}\}$ /2/, вообще говоря, бесконечному.

Если дополнительно ограничиться к.-р. приближением, то в произведении соотношения (6) останется лишь конечное число сомножителей.

В предлагаемом методе два спектра появляются за счет произвольного выбора граничных условий. В случае симметричного потенциала имеет место ситуация, когда точек одного реального спектра достаточно для восстановления гамильтониана взаимодействия /3/. Спектр симметричного потенциала $V(r)=V(-r)$ представляет сочетание двух спектров уравнения Шредингера с одной из одинаковых половинок ($V(r)$ при $r\geqslant 0$ или $V(-r)$ при $r\leqslant 0$) исходного потенциала. После некоторого видоизменения аппарата о.з. в R -матричной теории и применения к рассматриваемому случаю теоремы о двух спектрах, оказалось возможным сформулировать о.з. рассеяния для восстановления поля симметричной одномерной потенциальной ямы конечной глубины и ограниченного радиуса /3/, используя в качестве исходных данных только положения резонансов (без их приведенных ширин).

Исследуемые методы о.з. рассеяния обобщаются на случай комплексного (оптического) потенциала $V(r)+iW(r)$ ограниченного радиуса действия /I/. При этом вместо ортогональности по энергетической (соотношение полноты) и координатной переменным используется биортогональность наборов собственных функций U_λ и вспомогательных функций $\mathcal{Y}$ и $\mathring{\mathcal{Y}}$. С учетом того, что $(U_\lambda^*(r))^*=U_\lambda(r)$, $(\mathcal{Y}^*(r))^*=\mathcal{Y}$ и т.д. вид формул (I-6) не изменится, когда потенциал перестает быть реальным*). Только нужно помнить, что во всех величинах появляются мнимые составляющие. К примеру, связь ядра ортогонализации K с потенциалом теперь выглядит так:

$$V(r)=-\frac{\hbar^2}{m}\,\mathrm{Re}\,\frac{d}{dr}K(r,r);\qquad W(r)=-\frac{\hbar^2}{m}\,\mathrm{Im}\,\frac{d}{dr}K(r,r). \qquad (7)$$

Наличие в искомом потенциале $V(r)$ или $V(r)+iW(r)$ известной дальнодействующей компоненты ($V = V_{кор.} + V_{дальн.}$) не мешает восстанавливать $V_{кор.}$ предложенными способами. Для этого E_λ и γ_λ следует находить по несколько модифицированной формуле (I), связывающей S и R -матрицы. В формуле (I) и в соотношениях

*) С помощью мнимых добавок к потенциалам описывают обычно изменение потока частиц в упругом канале. Однако этого можно добиться введением в уравнение Шредингера неоднородных членов-функций источников. Восстановление по данным рассеяния распределения в мишени интенсивности поглощения падающего потока рассматривается в работе /4/.

(3) и (4) функции I, O и $\mathring{\mathcal{Y}}$, прежде являвшиеся решениями свободного уравнения, теперь - решения уравнения с известной дальнодействующей составляющей.

Обобщение одноканальной теории о.з. на многоканальные системы уравнений / I,2,5 / в целом ряде случаев открывает возможности для восстановления динамических характеристик многомерных и многочастичных систем / I,6,7 /.

Формулы (I-5) останутся пригодными и для многоканальной о.з. в R -матричной теории рассеяния *), если принять во внимание, что функции Ψ, $\mathcal{Y}$ и $\mathring{\mathcal{Y}}$ станут матрицами решений, $U_\lambda(r)$ и γ_λ -векторами; вместо спектральной функции в качестве исходной информации будет выступать спектральная матрица, по которой будет определяться целая потенциальная матрица, а не функция. Спектральная матрица параметризуется положениями резонансов E_λ и амплитудами парциальных ширин $\gamma_{\lambda c}$ каждого канала, включая и закрытые, на опыте не измеряемые каналы.

В приближении к.-р. информацию по закрытым каналам можно получить из нелинейной подгонки под экспериментальные данные открытых каналов, используя формулу связи S- и R -матриц :

$$\Psi_\alpha(E,r_n=a)=\sum_{\beta=1}^{p}\sum_{\lambda=1}^{N_p}\frac{\gamma_{\alpha\lambda}\gamma_{\beta\lambda}}{E_\lambda-E}\left[a\,\Psi_\beta'(E,r_n=a)-B_\beta\Psi_\beta(E,r_n=a)\right], \qquad (8)$$

где $\Psi_\alpha(E,r_n=a)=I_\alpha-\sum_{i=1}^{p}S_{\alpha i}O_i$, p - число каналов.

Составляется система из такого числа уравнений при различных энергиях, сколько есть неизвестных амплитуд приведенных ширин закрытых каналов. Позднее /7/ разработан другой более удобный, основанный на методе о.з. Марченко, способ получения сведений о закрытых каналах по матрице открытых. При этом достаточно решать линейные системы алгебраических (в приближении к.-р.) или интегральных (в непрерывном случае) уравнений.

Конкретным примером описанного многоканального формализма о.з. может служить восстановление сферически несимметричного потенциала по параметрам R -матрицы $\{E_\lambda, \gamma_{\lambda\ell m}\}$ /I/.

В работе /6/ сделан еще один шаг на пути к изучению реальных физических систем, здесь рассматривается проблема определения по матрице рассеяния поля движущейся мишени, меняющей свою конфигурацию и ориентацию в пространстве.

*) В непрерывном случае $\Delta\to 0$ формулы (I-5), полученные в к.-р. приближении, имеют полный непрерывный аналог.

Такая постановка о.з. позволяет исследовать процессы столкновений на сложных системах (ядрах, атомах, молекулах) в тех нередких случаях, когда свойства многочастичных комплексов могут быть описаны с помощью коллективных колебательных и вращательных степеней свободы, обладающих свойствами возбуждаться при внешнем воздействии. По сравнению со случаем фиксированного внешнего поля $V(\vec{r})$ /I,7/, усложнение состоит в том, что конфигурация и ориентация поля $V(\vec{r},\omega_i)$ меняются со временем как из-за движения мишени, так и вследствие воздействия на нее налетающей частицы. В результате, амплитуды рассеяния, определяемые из опыта, оказываются сложным образом усредненными по всем возможным ориентациям мишени в пространстве и фазам ее колебаний, и как следствие этого, для восстановления поля движущейся мишени требуется полный поляризационный опыт.

В самом деле, для нахождения поля вращающейся мишени $V(\vec{r},\omega_i)$, где ω_i определяет ориентацию ядра-мишени в пространстве, требуется знать амплитуду рассеяния частиц $f(k,\Omega,\omega_i)$ ($\Omega=\theta, \varphi$ -направление рассеяния), которая на опыте не измеряется. Однако $f(k,\Omega,\omega_i)$ может быть получена из амплитуд $f_{I'M'K';IMK}(k,\Omega)$, усредненных по всем ориентациям ядра. Например, в адиабатическом приближении (когда поле ядра-мишени за время взаимодействия с ним налетающей частицы не успевает значительно измениться) амплитуда рассеяния частиц $f(k,\omega_i,\Omega)$ на аксиально симметричном ядре, находящемся в состоянии $I_0 M_0 K$, определяется с помощью соотношения:

$$f(k,\omega_i,\Omega)\,\Phi^{I_0}_{M_0K}(\omega_i)=\sum_{IM} f_{I_0M_0K,IMK}(K,\Omega)\,\Phi^{I}_{MK}(\omega_i), \qquad (9)$$

где Φ -собственные функции ядра-мишени, I - его спин, K, M - проекции I на ось симметрии ядра и на ось лабораторной системы координат z, соотвественно.

При переходе в уравнении Шредингера к представлению квантовых чисел парциальных каналов получаем многоканальную систему связанных уравнений. Последнее позволяет свести обратную задачу определения многочастичного взаимодействия коллективной природы к общей многоканальной о.з. рассеяния как на основе методов Гельфанда-Левитана, Марченко, так и в рамках R -матричной теории.

Согласно общей многоканальной о.з. для восстановления поля движущейся мишени необходимо знать элементы матрицы рассеяния,

соотвествующие переходам ядра-мишени как с основного, так и с возбужденных состояний.

Оказывается, что в адиабатическом приближении достаточно знать элементы матрицы столкновений, отвечающие переходам только из основного состояния (см.формулу (9)).

Впервые на возможность применения аппарата о.з. к описанию свойств сложных многочастичных систем указывается в работах /I,2/, где на простых моделях проводится построение о.з. рассеяния для трехчастичных процессов с учетом трехчастичных сил. Особенно прост случай трех тел с трехчастичным потенциалом $V(\vec{\rho})$, обладающим гиперсферической симметрией, имеющей место при отсутствии обычных парных сил. Обратная задача формулируется здесь также как для одномерного движения частицы во внешнем поле. Если потенциал $V(\vec{\rho})$ не является гиперсферически симметричным, то процедура его конструирования может быть сведена к обычной многоканальной о.з. В еще одной рассматриваемой модели восстановления трехчастичного взаимодействия предполагается, что две частицы из трех связаны бесконечно глубокой потенциальной ямой.

Качественно более сложным по сравнению с одномерным является исследование многомерных объектов. При отсутствии симметрии в потенциале переменные в уравнении Шредингера не разделяются и необходимо решать уравнение с частными производными, имеющее бесконечное число линейно-независимых решений. При выявлении особенностей многомерной о.з. представляется целесообразным предварительное рассмотрение ее алгебраических вариантов.

В к.-р. R -матричной теории ядерных реакций нами сформулирована задача восстановления гамильтониана взаимодействия в случае нескольких измерений /7/. Как и в одномерном случае, вводятся вспомогательные решения $\varphi_s(E,n,m)$ к.-р. аналога многомерного уравнения Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m\Delta^2}\left[\varphi_s(E,n+1,m)-2\varphi_s(E,n,m)+\varphi_s(E,n-1,m)\right]-\frac{\hbar^2}{2m\Delta^2}\left[\varphi_s(E,n,m+1)-\right.$$
$$\left.-2\varphi_s(E,n,m)+\varphi_s(E,n,m-1)\right]+V(n,m)\,\varphi_s(E,n,m)=E\,\varphi_s(E,n,m), \qquad (10)$$

являющиеся полиномами по энергетической переменной.

Неизвестные полиномы $\varphi_s(E,n,m)$, как и в одномерном случае, строятся в виде линейной комбинации известных полиномов $\overset{\circ}{\varphi}_s$ (см.(4)).

$$\varphi_s(E,n,m)=\overset{\circ}{\varphi}_s(E,n,m)+\sum_{n'=0}^{n-1}\sum_{m'=m-n+n'}^{m+n-n'}\Delta^2 K(n,m;n',m')\,\overset{\circ}{\varphi}_s(E,n',m')$$

$\overset{\circ}{\mathcal{Y}}_s(E,\eta,m)$ – решения уравнения (I0) без потенциала.

Коэффициенты ортогонализации K находятся из к.-р. многомерного аналога уравнений Гельфанда-Левитана (ср. с (2)).

$$K(n,m;n',m') + Q(n,m;n',m') + \sum_{n''=0}^{n-1}\sum_{m''=m-n+n''}^{m+n-n''} \Delta^2 K(n,m;n'',m')\, Q(n'',m'';n',m') = 0\,, \quad \text{(I1)}$$

где $n'<n$, $m-n+n' \leq m \leq m+n-n'$ и

$$Q(n,m;n',m') = \sum_{\lambda}\sum_{s}\sum_{s'} \Delta^2 \overset{\circ}{\mathcal{Y}}_s(E_\lambda,n,m)\,\gamma_{s\lambda}\,\gamma_{s'\lambda}\,\overset{\circ}{\mathcal{Y}}_{s'}(E_\lambda,n',m') - \frac{\delta_{nn'}\delta_{mm'}}{\Delta^2} \quad \text{(I2)}$$

определяется по дискретному и ограниченному набору параметров рассеяния $\{E_\lambda, \gamma_{\lambda s}\}$.

Связь потенциала V с K теперь выглядит так:

$$V(n,m) = \frac{\hbar^2}{2m\Delta}\left\{K(n,m;n-1,m) - K(n+1,m;n,m)\right\}. \quad \text{(I3)}$$

Как и в одномерном случае, потенциал определяется по дискретному и ограниченному набору параметров рассеяния (что следует из I2, I3, II), при этом нужно выполнить конечное число алгебраических операций.

В задаче определения по данным рассеяния локального потенциала взаимодействия на основе к.-р. формализма R-матричной теории Гельфанда-Левитана, Марченко получен алгебраический аналог теории Гельфанда-Левитана, Марченко. Здесь существенно использовалось то обстоятельство, что в приближении к.-р. одномерное уравнение Шредингера переходит в алгебраическую систему уравнений с тридиагональной матрицей Якоби для коэффициентов (вторая к.-р. производная T связывает значения функции в трех соседних точках). Оказывается, однако, что класс данных рассеяния, отвечающих к.-р. уравнению Шредингера, сильно ограничен. Как показано в книге Ю.М.Березанского "Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов", 1965 г., любой спектральной функции можно поставить в соответствие тридиагональный оператор с переменными коэффициентами (зависящими от радиуса r_n). Такой вид имеет, например, к.-р. аналог гамильтониана взаимодействия, зависящего от скорости, типа

$$T + V(\hat{p},\vec{r}) = T + V_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{\hat{p}^2}{2m}V_1 + V_1\frac{\hat{p}^2}{2m}\right),$$

где $\hat{p} = -i\hbar\nabla$, который в ядерной физике иногда используется для учета эффективного отталкивания на малых расстояниях.

После проведения доказательств ортогональности по энергетической и координатной переменным, были получены основные формулы R-матричной теории для уравнения Шредингера с $V(\hat{p}^2)$; после чего как в одномерном, так и многомерном случаях сформулирована конечномерная о.з. для реконструкции гамильтониана, зависящего от скорости. Процедура определения $V_0(r)$ и $V_1(r)$ в рамках к.-р. R-матричного формализма сводится к конечному числу алгебраических операций (как и при восстановлении обычного потенциала $V(r)$). Однако в отличие от (2) и (II) коэффициенты ортогонализации K находятся из системы уравнений. В многомерном случае, например, аналог уравнений Гельфанда-Левитана может быть записан следующим образом:

$$\Delta^2 K(n,m;n,m)\, q(n,m;n',m') + \sum_{n''=0}^{n-1}\sum_{m''} \Delta^2 K(n,m;n'',m'')\, q(n'',m'';n',m') = 0; \quad \text{(I4)}$$

$$\Delta^2 q(n,m;n,m) + \sum_{n'=0}^{n-1}\sum_{m'} \Delta^2 K(n,m;n',m')\, q(n',m';n,m)\, K^{-1}(n,m;n,m) = \frac{K^{-2}(n,m;n,m)}{\Delta^4}, \quad \text{(I5)}$$

где
$$q(n',m';n,m) = \sum_{\lambda}\sum_{s}\sum_{s'} \Delta^2 \overset{\circ}{\mathcal{Y}}_s(E_\lambda,n',m')\,\gamma_{\lambda s}\,\gamma_{\lambda s'}\,\overset{\circ}{\mathcal{Y}}_{s'}(E_\lambda,n,m).$$

Здесь имеется дополнительное уравнение для K, получающееся, если в соотношении полноты

$$\sum_{\lambda}\sum_{s}\sum_{s'} \Delta^2 \mathcal{Y}_s(E_\lambda,n,m)\,\gamma_{s\lambda}\,\gamma_{s\lambda'}\,\mathcal{Y}_{s'}(E_\lambda,n',m') = \delta_{nn'}\delta_{mm'}/\Delta^2 \quad \text{(I6)}$$

при $n=n'$, $m=m'$ подставить выражение $\mathcal{Y}$ через $\overset{\circ}{\mathcal{Y}}$

$$\mathcal{Y}_s(E,n,m) = \sum_{n'=0}^{n}\sum_{m'=m-n+n'}^{m+n-n'} \Delta^2 K(n,m;n',m')\,\overset{\circ}{\mathcal{Y}}_s(E,n',m'). \quad \text{(I7)}$$

Связь V с K определяется вместо (I3) рекуррентными соотношениями:

$$V_1(n+1,m) = -2\left[\frac{1}{2}V_1(n,m) + 1 - \frac{K(n,m;n,m)}{K(n+1,m;n+1,m)}\right],$$

$$V_0(n,m) = -\frac{\hbar^2}{2m\Delta^2}\left[4V_1(n,m) - \frac{K(n+1,m;n,m)}{K(n+1,m;n+1,m)} + \frac{K(n,m;n-1,m)}{K(n,m;n,m)}\right] \quad \text{(I8)}$$

Недавно (Б.Н.Захарьев, В.Н.Мельников, Б.В.Рудяк, И.Б.Ушаков ЯФ,25, (1977)) нашли в к.-р. приближении способ восстановления взаимодействия, сравнимый по простоте с решением прямой задачи. Этот элементарный подход удалось обобщить на случай потенциалов, зависящих от скорости. Данный метод о.з. распространяется в /7/ и на случай нескольких измерений (несферический потенциал).

Отметим, что технику о.з. можно применить к системам, описываемым связанными дифференциальными уравнениями с тридиагональным зацеплением за счет потенциальной матрицы. Для этого достаточно все сложившиеся представления об о.з. в координатном пространстве перенести в так называемое пространство каналов (в котором можно рассматривать уравнения, задавать граничные условия, определять решения и т.д.). В этом случае по функции одного из каналов (скажем, канала упругого рассеяния) можно построить все остальные функции каналов и матрицу взаимодействия.

В нашей работе /5/ было показано, что аппарат о.з. можно применить и в ядерной спектроскопии в тех случаях, когда гамильтониан взаимодействия приводится к тридиагональному виду в представлении вспомогательного базисного набора функций. Эта идея была использована в работе (M. Hron and M. Razavy, 1977.).

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ: Сформулирована обратная задача рассеяния для восстановления поля движущейся мишени, меняющей свою конфигурацию и ориентацию в пространстве как из-за собственного движения мишени, так и вследствие возбуждения ее коллективных степеней свободы налетающей частицей /6/.

Показано, что о.з. в R-матричной теории позволяет в одномерном и многомерном случаях находить потенциал ограниченного радиуса по дискретным наборам характеристик рассеяния (положениям резонансов $\{E_\lambda\}$ и их приведенным ширинам $\{\gamma_\lambda^2\}$) вместо необходимости использовать значения S-матрицы во всем непрерывном энергетическом интервале в классических постановках.

На основе к.-р. формализма R-матричной теории /1/ получен алгебраический аналог теории Гельфанда-Левитана, Марченко. Процедура восстановления взаимодействия в этом подходе достигает большой простоты, так как сводится к конечному числу алгебраических операций. В результате этот метод о.з. представляет удобную модель для

исследования ряда сложных вопросов квантовой механики, в частности, вопроса о минимуме исходной информации, необходимой для определения $V(r)$.

Установлено, что сочетание R-матричной теории с приближением в конечных разностях дает возможность восстанавливать как одномерный, так и многомерный потенциалы взаимодействия по конечному дискретному набору характеристик рассеяния $\{E_\lambda, \gamma_\lambda\}$, заданном на ограниченном энергетическом интервале /1,7/.

На основе о.з. в R-матричной теории для задач рассеяния сформулирована теорема "о двух спектрах" /2/, позволившая разработать метод конструирования гамильтониана взаимодействия только по двум наборам собственных значений. $\{E_\lambda^{I}\}$, $\{E_\mu^{II}\}$.

Показано, что для нахождения симметричного потенциала ограниченного радиуса можно еще более сократить объем исходных данных. Здесь положений резонансов $\{E_\lambda\}$ одного реального спектра достаточно для определения $V(r)$ /3/.

Рассматриваемые методы о.з. рассеяния обобщены на случай комплексного (оптического) потенциала, потенциалов с известной дальнодействующей составляющей, а также на многоканальные системы уравнений. Аппарат многоканальной о.з. используется для восстановления сферически несимметричного потенциала, поля движущейся мишени, многочастичных взаимодействий.

Разработана алгебраическая модель о.з. для реконструкции гамильтониана взаимодействия, зависящего от скорости $V(\hat{p},\vec{r})$ (как в одномерном, так и в многомерном случаях: для чего предварительно были выведены основные соотношения к.-р. R-матричной теории для к.-р. аналога уравнения Шредингера с $V(\hat{p})$.

На случай $V(\hat{p})$ обобщен элементарный способ конструирования взаимодействия.

Показано, как можно применить технику о.з. в пространстве каналов /5/ для описания системы связанных уравнений с тридиагональным зацеплением за счет потенциальной матрицы.

Указывается на возможность использования аппарата о.з. в ядерной спектроскопии в тех случаях, когда гамильтониан взаимодействия приводится к тридиагональному симметричному виду в представлении вспомогательного набора базисных функций /5/.

ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ ДИССЕРТАЦИИ ИЗЛОЖЕН

В РАБОТАХ:

1. Захарьев Б.Н., Ниязгулов С.А., Сузько А.А. ЯФ, 20, 1274, (1974); Препринт Р4-7768, Дубна, 1974.
2. Жигунов В.П., Захарьев Б.Н., Ниязгулов С.А., Сузько А.А. Препринт ОИЯИ Р4-7815, Дубна, 1974.
3. Захарьев Б.Н., Рудяк Б.В., Сузько А.А. Ушаков И.Б. Препринт ОИЯИ Р4-8640, Дубна, 1975.
4. Захарьев Б.Н., Сузько А.А. Тезисы докладов XXV Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Ленинград, 1975.
5. Захарьев Б.Н., Ниязгулов С.А., Сузько А.А. Обзорный доклад на XXIV совещании по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, Харьков, 1974; Изв. АН СССР (сер.физ.) 38, 2482 (1974).
6. Захарьев Б.Н., Сузько А.А., ЯФ, 22, 289 (1975); Препринт ОИЯИ Р4-8121, Дубна, 1974.
7. Захарьев Б.Н., Мельников В.Н., Рудяк Б.В., Сузько А.А. ЭЧАЯ, 8, вып.2, (1977).

АТ 15895 подписано к печати 12.4.78 Формат 60х84 1/16 Объем печ.л. 0.7. Тираж 100. Заказ 129. Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте ИТМО. г.Минск, ГСП, ул.Подлесная, 15.