АКАДЕМИЯ НАУК СССР

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В. А. СТЕКЛОВА

На правах рукописи

А. А. СЛАВНОВ

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

Автореферат диссертации,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель—
кандидат физико-математических наук М. К. ПОЛИВАНОВ

МОСКВА—1965

Ученый совет математического института им. В. А. Стеклова АН СССР направляет Вам для ознакомления автореферат диссертации А. А. Славнова.

Защита диссертации намечается на Октябрь м-ц

О дне защиты будет объявлено в газете «Вечерняя Москва».

Отзывы просим направлять по адресу: г. Москва, В-333, ул. Вавилова, 28.

Дата рассылки автореферата 6.IX.65

В настоящее время очевидно, что векторные мезоны играют важную роль в физике элементарных частиц. Поэтому создание последовательной квантовой теории векторных полей чрезвычайно актуально. К сожалению, сейчас в нашем распоряжении нет строгого математического аппарата для количественного описания частиц со спином единица. Попытки расчета конкретных эффектов по теории возмущений приводят к бессмысленным результатам из-за появляющихся в каждом порядке новых расходимостей. Недавно, однако, появился ряд работ (Ли [1], Фейнберга и Пайса [2] и других авторов), в которых были предприняты попытки разрешить встречающиеся трудности ценой отказа от теории возмущений. В этих работах предполагается, что основной вклад в матричные элементы дает сумма наиболее сингулярных членов ряда теории возмущений. Сумму этого ряда удается определить таким образом, что она оказывается конечной. Предлагаемая в этих работах процедура носит по существу постулативный характер и нуждается в строгом математическом обосновании или хотя бы в проверке, не противоречит ли она основным физическим требованиям—причинности, унитарности и релятивистской инвариантности.

Основной целью данной работы была проверка указанных принципов в векторной теории слабых взаимодействий Фейнберга—Пайса и построение математически корректной процедуры для решения уравнения Бете—Салпетера в теории с заряженным векторным мезоном. Мы исследовали также вопрос о спине взаимодействующего векторного поля и его связи с перенормируемостью теории.

В первой главе приводятся основные экспериментальные данные об известных в настоящее время векторных частицах. Рассматривается гипотеза о промежуточном векторном мезоне в слабых взаимодействиях. Подробно обсуждаются обобщенные калибровочно инвариантные теории Янга—Миллса, Сакураи, Швингера и др.

Далее формулируются трудности векторных теорий. Основное внимание уделяется проблеме устранения бесконечностей. В рамках обычной теории возмущений удается ликвидировать расходимости лишь в теориях нейтрального векторного поля и поля типа Янга—Миллса с нулевой массой. Поэтому мы подробно рассматриваем работы, авторы которых отказываются от теории возмущений.

Во второй главе строится лагранжев формализм для описания взаимодействующего векторного поля со спином единица. Известно, что в обычной схеме определенный спин переносят лишь векторные поля, взаимодействующие с сохраняющимся током. В отличие от обычной схемы, мы ищем экстремум действия на классе функций, удовлетворяющих условию Лоренца. Полученное векторное поле всегда обладает спином единица, но оказывается двухмассовым, вида

$$A_m(\kappa) = U_m(\kappa)\,\delta(\kappa^2 + m^2) + \frac{\kappa_m}{m}\,B(\kappa)\,\delta(\kappa^2).$$

Возникающие при этом частицы с нулевой массой обладают отрицательной энергией. Полученная по обычным правилам функция Грина автоматически оказывается поперечной $\Delta^{mn} = \dfrac{\delta^{mn} - \kappa^m\kappa^n\kappa^{-2}}{\kappa^2 + m^2}$ [3]. Существование частиц с отрицательной энергией не приводит к нарушению унитарности в нейтральной теории и теории Янга—Миллса с нулевой массой. Однако в более сложных теориях условие унитарности в теории возмущений нарушается. Это нарушение, по-видимому, связано с невозможностью строгого применения теории возмущений. Мы показываем, что в предположении суммируемости ряда теории возмущений, использование поперечной функции Грина приводит к S-матрице, отличающейся от обычной лишь на бесконечный фазовый множитель. Сравнение с экспериментом показывает, что векторная теория слабых взаимодействий с поперечной функцией Грина описывает большинство экспериментальных фактов так же хорошо, как и четырехфермионная теория. Тем не менее ясно, что такая теория не может быть вполне строгой, и необходимо искать выход за рамки теории возмущений.

В третьей главе исследуется процедура, предложенная Фейнбергом и Пайсом, для решения уравнения Бете—Салпетера в лестничном приближении в теории слабых взаимодействий с промежуточным векторным мезоном. Показано, что выражение, полученное путем суммирования наиболее сингулярных диаграмм, обладает нефизическими разрезами в плоскости комплексного квадрата импульса и, следовательно, противоречит принципам унитарности и причинности. Постулаты, вводимые Фейнбергом и Пайсом, не устраняют полностью этих особенностей. Полученное ими окончательное выражение не является единой аналитической функцией в плоскости q^2, а в координатном представлении имеет полюса, лежащие вне отрицательной действительной полуоси y^2, что также противоречит унитарности и релятивистской инвариантно-

сти. Таким образом, уже первое приближение, полученное Фейнбергом и Пайсом, обладает недопустимыми свойствами. Мы показываем, что, оставаясь в рамках идеологии суммирования главных сингулярностей, можно получить амплитуду, обладающую правильными аналитическими свойствами, если воспользоваться предложенным Редмондом методом суммирования ряда теории возмущений под знаком спектрального представления [4]. Полученная таким образом амплитуда имеет вид [5]

$$M^{\pm}_{\mu\nu}(q) = -ig^2 \int e^{iqy} \frac{(\delta_{\mu\nu} - \partial_\mu\partial_\nu m^{-2})\,\Delta(y^2)}{y^2 \pm \lambda^2 m y K_1(my)}\, y^2 \left[1 - \exp\left\{-\frac{1}{m^4\lambda^4}\left(\frac{y^2 \pm \lambda^2}{y^2 + c^2}\right)^2\right\}\right] dy^4 \qquad (1)$$

$$\lambda^2 = \frac{g^2}{\pi^2 m^2};\ c^2 > \lambda^2.$$

Соответствующие инвариантные амплитуды являются аналитическими функциями q^2 с разрезом от $-m^2$ до $-\infty$. При физически разумных импульсах $(q\lambda \ll 1)$ наша амплитуда совпадает с результатом Фейнберга и Пайса.

Для того чтобы сумма наиболее сингулярных членов была хорошим приближением, необходимо, чтобы учет остальных членов давал лишь малые поправки. Поэтому основным вопросом во всей этой методике является вопрос о конечности высших приближений и сходимости итерационного ряда. Этому вопросу посвящена четвертая глава. В этой главе построена итерационная процедура, при которой в качестве первого приближения получается выражение (1). Мы рассматриваем уравнение Бете—Салпетера при нулевых начальных импульсах. Оно сводится к уравнениям для инвариантных функций: шпура T и функции β $(M_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}\alpha + q_\mu q_\nu \beta)$. Вначале рассматривается уравнение для шпура. В предположении, что в этом уравнении можно повернуть контур интеграции по k_0 на $\dfrac{\pi}{2}$, доказано, что все высшие приближения конечны, и ряд последовательных приближений сходится. Исследование низших приближений показывает, что они достаточно быстро убывают в комплексной плоскости k_0 и обладают аналитическими свойствами, допускающими поворот контура интеграции по k_0. Для доказательства существенно, что первое приближение имеет вид (1), а не вид, полученный Фейнбергом и Пайсом. При этом процедура, которая при рассмотрении только первого приближения выглядит, как «редмондизация», т. е. постулативное и нетождественное преобразование, на самом деле оказывается просто более удачным выбором первого приближения. Это является доводом в пользу законности подобных преобразований и в других случаях. Полученная амплитуда не аналитична в нуле по заряду, поэтому очевидна несостоятельность попыток получить ее по теории возмущений [6].

Далее показано, что функция β, определяемая уравнением Бете—Салпетера в координатном представлении, не имеет фурье образа, поскольку она обладает существенной особенностью при $y^2=0$. Для случая нулевых масс найдено явное решение, которое содержит члены вида $yH_1^{(1,2)}\left(i\frac{2\sqrt{2}g}{\pi m}y^{-1}\right)$. Нефизическое поведение $\beta(y^2)$ связано, по-видимому, с неудачным характером приближения. Воспользовавшись тем, что это уравнение также получено путем формального суммирования ряда теории возмущений, его можно по аналогии с выражением (1) «редмондизовать». После этого для решения преобразованного уравнения можно построить сходящуюся итерационную процедуру.

Метод, использовавшийся при решении уравнения для шпура, применяется к другим неперенормируемым теориям, например, мультискалярным теориям с $L_{int}=g\varphi^n$. Для таких теорий также доказана сходимость ряда последовательных приближений для уравнения Бете—Салпетера. При $n=3$, т. е. для перенормируемой теории, главный член совпадает со вторым порядком обычной теории возмущений.

Предлагаемая итерационная процедура может быть применена и в реалистическом случае ненулевых начальных импульсов. Низшие приближения также оказываются конечны, при этом первое приближение совпадает с полученным в случае нулевых начальных импульсов. Однако сходимость соответствующего ряда пока не доказана.

В заключение формулируются основные вопросы, связанные с применением рассматривавшейся методики, которые требуют дальнейшего исследования.

Цитированная литература

1. T. D. Lee Phys. Rev. **128**, 899 (1962).

2. G. Feinberg, A. Pais Phys, Rev. **131**, 2724 (1963); **133**, B477 (1964).

3. А. А. Славнов. ЖЭТФ 44, 119 (1963).

4. P. Redmond Phys. Rev. **112**, 1404 (1958).

5. А. А. Славнов, А. Е. Шабад. ЖЯФ, 1, 724 (1965).

6. А. А. Славнов. ЖЯФ (в печати).

Т 06156 8/VI 1965 г. Объем 0,25 п. л. Зак. 1229. Тир. 230

Типография Московского института радиоэлектроники и горной электромеханики. Ленинский проспект, 6.