

С - 28

СЕВАСТЬЯНОВ
Леонид Антонович

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКРАНИРУЕМОГО НАПЫЛЕНИЯ:
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ, ИСПОЛЬЗУЮЩИЙ РЕЗУЛЬТАТЫ
НАТУРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Специальность: 05.13.16 – применение вычислительной техники,
математического моделирования и математических методов
в научных исследованиях

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

ГРУБА В.Д.

доктор физико-математических наук, профессор

ПОПОВ Ю.А.

доктор физико-математических наук, профессор

ПУЗЫНИН И.В.

Ведущая организация:

Московский государственный институт электроники и математики
(технический университет), г.Москва

Защита диссертации состоится "5" мая 1999 г. в 14 часов
на заседании диссертационного совета Д047.01.04 при Лаборатории
вычислительной техники и автоматизации по адресу: г.Дубна Московской
области, ОИЯИ, ЛВТА.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан: "27" апреля 1999 г.

Ученый секретарь Совета,
кандидат физико-математических наук

Иванченко

З.М.Иванченко

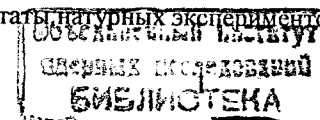
Актуальность темы диссертации:

Создание оптических квантовых генераторов (лазеров) открыло новую эпоху в развитии оптики. В процессе технического освоения когерентного оптического излучения рядом с радиоэлектроникой возникла оптическая электроника. Радикальным путем микроминиатюризации и интеграции оптоэлектронных устройств и систем является переход от объемной трехмерной оптики к планарной двумерной оптике, в которой световые пучки и все оптические устройства сосредоточены в тонком слое с толщиной порядка длины световой волны ($\lambda \approx 0.5 \times 10^{-6} \text{ м}$).

Планарная оптика практически реализуется на основе несущих поверхностные волны планарных оптических волноводов, которые выполняются в виде тонкого диэлектрического слоя, имеющего показатель преломления больший, чем опорная диэлектрическая подложка, поддерживающая этот слой. Участки планарных волноводов, имеющие соответствующую конфигурацию толщины, могут выполнять функции элементов, узлов, устройств и интегральных схем.

Принципиальной является проблема объединения отдельных планарных оптических элементов и узлов в единую схему и совместимости этих элементов с другими как оптическими, так и не оптическими узлами. Ее решения ждут как на пути создания многослойных структур, объединенных общей подложкой и выполняющих сложные оптические функции, так и на пути использования волоконных оптических волноводов. Одним из определяющих факторов дальнейшего развития интегральной оптики является совершенствование технологии изготовления ее элементов, создание надежных методик контроля параметров изготовленных элементов.

Напыление тонких пленок – одна из наиболее важных технологий изготовления оптоэлектронных устройств. Оседающее вещество конденсируется на подложку из газовой фазы в вакууме. Эффекты экранирования могут быть использованы для контроля профиля толщины напыленного слоя. Факты напыления пленок с холмообразным профилем толщины через экранирующие маски с коническим отверстием хорошо известны. Однако необходимость правильной эволюции фазового фронта оптического сигнала при прохождении через тонкопленочные волноводные компоненты представляет высокие требования к профилю толщины напыленной пленки. Такие строгие требования трудно обеспечить, пока не создана теоретическая модель экранируемого напыления. Разработка такой модели и ее экспериментальной проверке методом вычислительного эксперимента и посвящена диссертация Севастьянова Л.А. «Математическая модель экранируемого напыления: вычислительный эксперимент, использующий результаты натуральных экспериментов».



В работе решается практическая задача изготовления экранирующей маски, через которую на фиксированной напылительной установке можно получить безаберрационную тонкопленочную линзу Люнеберга. Для решения этой задачи в работе решена теоретическая задача разработки математической модели экранируемого напыления.

Цель работы:

Цель работы – двуплановая. В теоретическом плане требовалось разработать математическую модель эффектов экранирования в процессе вакуумного напыления (тонких пленок), требовалось также в рамках разработанной модели решить (обратную) задачу синтеза формы отверстий экранирующей маски по заданному профилю толщины напыляемого слоя. В практическом плане требовалось изготовить маску с вычисленной формой отверстий, провести напылительный эксперимент и убедиться, (продиагностировать) в точном совпадении напыленного слоя с заданным заранее (синтезированным) в рамках измерительной модели. Математическая модель измерений должна быть единой для синтеза и диагностики плавнонерегулярных многослойных тонкопленочных диэлектрических волноводов.

Цель теоретическая достигнута формулировкой и исследованием математической модели экранируемого напыления; формулировкой и решением некорректных задач восстановления функции источника и синтеза экранирующей маски; показана достижимость с заданной точностью заданного профиля толщины напыленного слоя.

Практическая цель достигается методом вычислительного эксперимента, включающего в себя в качестве этапов: разработку модели экранируемого напыления для синтеза маски; разработку модели адиабатического распространения света в плавнонерегулярных планарных оптических волноводах для синтеза и диагностики напыленных диэлектрических пленок; решение прямых и обратных задач (проектирования объектов и численного предсказания их функционирования) анализа и синтеза.

Научная новизна:

Построена математическая модель объемного экранирования взаимодействующих корпускулярных потоков в случае масок и подложек различных форм (в том числе и изменяющихся со временем).

Построена математическая модель объемного экранирования для реальных процессов напыления с взаимодействующими потоками. Переход к указанной модели от точной модели для взаимодействующих потоков основан на возможности отображения факторов взаимодействия введением нового понятия – эффективного распределения потока.

Существование эффективного распределения (по крайней мере, для ограниченного множества параметров экранирующих масок и фиксированного

режима работы напылительной установки) обосновано как на формально математическом, так и на физическом уровне. Указаны критерии его существования.

Для всех рассмотренных случаев математическая модель единообразна – интегральное уравнение, являющееся операторным уравнением первого рода

$$\int db A(b, c) X(b + c, b) = Y(c).$$

В модели неизвестными являются функция маски $A(*, *)$ и функция источника $X(*, *)$, в связи с чем имеются две обратные задачи:

- задача синтеза параметров маски (основная);
- задача определения функции источника (вспомогательная задача).

Показано, что все предшествующие модели экранируемого напыления являются частными случаями нашей модели.

Показана достижимость с заданной точностью произвольной правой части при произвольной функции источника. Т.е. показано, что на произвольной установке напыления существует такой режим работы и такая экранирующая маска, которые реализуют заданный профиль напыленного слоя сколь угодно точно.

Обе задачи являются некорректными задачами с неточными данными. Разработаны методы и алгоритмы их устойчивого решения. Вначале по результатам предварительных натуральных экспериментов решается вспомогательная задача. Затем по результатам ее решения решается основная задача синтеза экранирующей маски.

Практическая ценность работы заключается в следующем.

Реализован вычислительный эксперимент синтеза экранирующей маски по заданному профилю напыленного слоя, использующий данные измерений промежуточных (вспомогательных) напылительных экспериментов.

С помощью предшествующих моделей экранируемого напыления по заданному профилю слоя была синтезирована объемная двухсегментная (сегменты конические) маска. С ее помощью был проведен натуральный напылительный эксперимент. Был измерен профиль напыленного слоя и было зафиксировано расхождение с заданным профилем.

По профилю напыленного слоя h_1 и известной форме экранирующей маски M_1 в рамках разработанной модели была восстановлена функция источника X_1 . Затем по заданному h_0 и найденной X_1 была синтезирована форма отверстия экранирующей маски M_2 .

Был проведен напылительный эксперимент $h_2^{исп}$. Было показано, что измерения, проводимые по применявшимся в то время методам, оказались недостаточными (по количеству и качеству информации) для сравнения с предсказаниями численных экспериментов $h_2^{мод}$.

Нами разработан более совершенный метод измерения волноводных свойств напыленного слоя h_2 – метод лучевого зондирования, – обеспечивающий экспериментальные данные требуемого качества и в нужном

количестве. Смонтированный измерительно-вычислительный комплекс по фотографиям лучей, следуя разработанному нами алгоритму, автоматически синтезирует форму экранирующей маски M_1 . Фрезеровка маски M_1 и напыление через нее h_2 проводятся вне автоматизированного процесса.

Измеренный профиль $h_2(h_2)$ и вычисленный на компьютере (в рамках модели) $h_2^{числ}$ отличаются друг от друга меньше, чем на погрешность $\Delta_1 h_2 (\Delta_2 h_2^2)$ математической обработки (согласно математической модели измерения) данных измерений. Точность обрабатываемых данных задается точностью функционирования напыленной тонкопленочной линзы Люнеберга в спектральном анализаторе в ИК-диапазоне. Точность функционирования была обеспечена (по результатам вычислительного эксперимента) с избытком.

Дополнительный метод измерения волноводных свойств напыленного слоя h_2 – обработка интерферограммы, которую образует отраженный от двух адиабатических мод (плавнорегулярной тонкой диэлектрической пленки) монохроматический свет. Оба эти метода – динамические, характеризуют прохождение света в напыленной тонкой пленке. Предшествующие методы (профилометрия, интерферометрия, профилоинтерферометрия) – статические, характеризуют геометрические и оптические (поперечные) параметры самой пленки.

Апробация работы:

Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались на научных семинарах кафедры теоретической физики РУДН, научного отдела вычислительной физики ЛВТА ОИЯИ, кафедры кибернетики МИЭМ, на Всесоюзных конференциях “Вычислительная физика и математическое моделирование” (г. Волгоград, 1988 и 1989гг.), на международных конференциях “Математические методы решения физических задач” (г. Дубна, 1993г.), “Лазеры в науке, технике, медицине” (г. Суздаль, 1994-1996гг. и г. Пушкинские Горы, 1977г.), “Математическое моделирование и вычисления в физике” (г. Дубна, 1996г.) и “Актуальные проблемы вычислительной физики” (г. Дубна, 1998г.).

Публикации:

Основные результаты диссертации опубликованы в 35 работах.

Структура и объем работы:

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения, содержит 45 рисунков, 1 таблицу, список цитированной литературы из 310 наименований и изложена на 258 страницах машинописного текста

Во введении описаны основные проблемы процесса напыления, его сущность и основные характеристики.

Сущность процесса напыления элемента планарной оптики всеми тремя напылительными методами заключается в следующем.

Имеется некоторый (точечный или протяженный) источник частиц напыляемого вещества. Испускаемые источником частицы, двигаясь в пространстве между источником и подложкой, проходят через отверстие экранирующей маски и оседают на подложке, образуя пленку с профилем толщины, существенно зависящим от совокупности различных факторов. Основными из них являются:

- a. суммарное время напыления;
- b. свойства источника, которые могут быть определены, например как средняя плотность числа частиц, испускаемых источником с различных точек его поверхности в заданном интервале скоростей в единицу времени;
- c. свойства физической среды, находящейся между источником и подложкой. Одним из наиболее существенных факторов, влияющих на результаты напыления, является взаимодействие частиц вещества, испускаемых источником с частицами среды. Учет влияния среды весьма сложен и требует рассмотрения стохастических процессов, изучение которых использует различного рода вероятностные характеристики (вероятность столкновения частиц напыляемого вещества с частицами среды, вероятность изменения динамических переменных потока частиц напыляемого вещества в результате столкновений и т.д.), которые в свою очередь зависят от среды (сорта частиц, их плотности, температуры и т.п.);
- d. свойства маски. Прежде всего это геометрическая конфигурация маски, рассматриваемой в качестве экрана, полностью или частично затеняющего некоторые точки подложки от потока частиц напыляемого вещества. Это также и поглощательная способность материала маски по отношению к потоку частиц. Способность маски отражать попадающие на ее поверхность частицы потока и расплываться самой под действием этого потока также существенно влияет на количественные характеристики результатов рассматриваемого процесса напыления.

Уже описание только основных факторов, влияющих на результаты процесса напыления, показывает сложность физических явлений и очевидные трудности, возникающие при попытке их совместного математического описания. Заметим также, что в общем случае даже самым слабым предположениям не удастся дать более или менее удовлетворительное теоретическое обоснование. Такое обоснование в любом случае будет содержать элементы необходимости, но не достаточности. Кроме того, всегда

останутся невыясненными вопросы точности выполнения каждого предположения в отдельности и всей совокупности в целом, что в конечном итоге приведет к существенной (суммарной) ошибке в предсказаниях.

В первой главе диссертации предлагается описание всей совокупности физических характеристик установки напыления с помощью единой функции шести независимых переменных, формально имеющей смысл распределения потока частиц по координатам, скоростям и времени и называемой в дальнейшем эффективным распределением.

С целью реализации указанной идеи в работе предлагается для получения математической модели частично экранируемого вакуумного напыления провести последовательно вероятностное описание движения частиц. Частицы движутся внутри объема z отверстий экрана, ограниченного поверхностью Π , состоящей из частей:

- Π_1 - поверхность входов маски
- Π_0 - поверхность подложки
- Π_M - боковая поверхность отверстий маски, возможно продолженная до поверхности подложки.

Если бы частица двигалась равномерно и прямолинейно между точкой $\vec{r}_1 \in \Pi_1$ и точкой $\vec{r}_0 \in \Pi_0$ с горизонтальной скоростью \vec{v} и вертикальной скоростью u , то выполнялось бы соотношение

$$(\vec{r}_1 - \vec{r}_0)u + \vec{v}(z_1 - z_0) = 0, \quad (1)$$

где z_1, z_0 - высоты точек \vec{r}_1, \vec{r}_0 .

Переходная вероятность $W(\vec{r}_1, \vec{r}_0, \vec{v}, u)$ такого движения пропорциональна δ -функции от выражения (1). Если распределение частиц на входе маски равно $\rho_1(\vec{r}_1, \vec{v}, u)$, то число частиц $N(\vec{r}_0)$, попадающих в точку \vec{r} в единицу времени оказывается равным

$$N(\vec{r}_0) = \frac{1}{(z_1 - z_0)^2} \int_{\Pi_1} d\vec{r}_1 \int_{-\infty}^0 du \cdot u^2 \cdot \rho_1(\vec{r}_1, \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{z_1 - z_0} u, u).$$

Пусть $M(z)$ - множество точек экранирующей маски M , расположенных на высоте z . Частица, вылетевшая из точки $\vec{r}_1 \in \Pi_1$, будет находиться на высоте z в точке

$$\vec{r}_z = \vec{r}_1 + \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{z_1 - z_0} z.$$

Поэтому переходная вероятность $W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; M)$ попадания указанной частицы в точку $\vec{r}_0 \in \Pi_0$ равна

$$\Theta_M(\vec{r}_1, \vec{r}_0) = \begin{cases} 0, & \text{если } \vec{r}_z \in M(z) \text{ при некотором } z \in [z_1, z_0] \\ 1, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Следовательно, число частиц $N^T(\vec{r}_0)$ прибывающих за время T в точку $\vec{r}_0 \in \Pi_0$ равно интегралу

$$N^T(\vec{r}_0) = \frac{T}{(z_1 - z_0)^2} \int_{-\infty}^0 du \cdot u^2 \int_{\Pi_1} d\vec{r}_1 \cdot \rho_1(\vec{r}_1, \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{z_1 - z_0} u, u) \Theta_M(\vec{r}_1, \vec{r}_0) \quad (2)$$

Функция прозрачности маски $\Theta_M(\vec{r}_1, \vec{r}_0)$ имеет формальный вид произведения характеристических функций множеств $\overline{M}(z) = \Pi_1 \setminus M(z)$

$$\Theta_M(\vec{r}_1, \vec{r}_0) = \prod_{z \in [z_0, z_1]} \chi\left(\vec{r}_0 + \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{z_1 - z_0} z; \overline{M}(z)\right) = \prod \chi(\vec{r}_z, \overline{M}(z))$$

Если внимательно рассмотреть соотношение (2), то становится ясно, что результат $N^T(\vec{r}_0)$ зависит не от ρ_1 , а от интегральной величины (функции источника)

$$X(\vec{b}, \vec{c}) = \int_{-\infty}^0 du \cdot u^2 \cdot \rho_1(\vec{b}(z_1 - z_0), \vec{c}u, u),$$

$$\text{где } \vec{c} = \frac{\vec{r}_0}{z_1 - z_0}, \quad \vec{b} = \frac{\vec{r}_1}{z_1 - z_0} - \vec{c}.$$

Если ввести в рассмотрение функцию маски

$$A(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \prod_{z \in [z_0, z_1]} \chi(z\vec{b} + (z_1 - z_0)\vec{c}; \overline{M}(z, t)),$$

то функция слоя $Y(\vec{c}) = \frac{1}{T} N^T((z_1 - z_0)\vec{c})$ выражается через функции A и X формулой

$$Y(\vec{c}) = \int d\vec{b} A(\vec{b}, \vec{c}) \cdot X(\vec{b} + \vec{c}, \vec{b})$$

Ввиду сложности физических явлений их совместный учет и теоретическое описание не реализовано. В ряде работ других авторов были предложены теоретические предсказания результатов напыления и теоретические расчеты формы маски, необходимой для напыления слоя заданной конфигурации (в частности, волноводной линзы Люнеберга). Однако эти результаты справедливы при ограничениях, которые не выполняются в реальных установках напыления.

Использование понятия эффективного распределения позволяет получить общую формулу и разработать единую методику расчетов для процессов напыления с любым источником при произвольной форме маски (в том числе и изменяющейся во времени). При этом оказывается, что эффективное распределение, или его интегральные характеристики, могут быть восстановлены по результатам напылительных экспериментов.

Рассмотрение прямолинейного и равномерного движения частиц игнорировало любые взаимодействия. Учесть реальные взаимодействия не удалось никому из наших предшественников. Учесть их непосредственно не удалось и нам. Взамен мы воспользовались опосредованным учетом всех взаимодействий с помощью приема, хорошо известного в статистической физике.

Суть этого приема заключается в следующем. Изменение потенциала деформирует механическое движение каждой из первоначально статистически распределенных частиц. Это приводит к изменению конечного распределения частиц.

Потенциал u_0 с помощью переходной вероятности $W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u_0)$ переводит начальное распределение частиц $\rho_1(\vec{r}_1)$ в конечное распределение $\rho_0(\vec{r}_0)$, т.е.

$$\rho_0(\vec{r}_0) = \int d\vec{r}_1 W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u_0) \rho_1(\vec{r}_1)$$

Возмущенный потенциал $u = u_0 + \Delta u$ с помощью возмущенной переходной вероятности $W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u_0 + \Delta u)$ переводит начальное распределение $\rho_1(\vec{r}_1)$ в возмущенное (новое) конечное распределение $\rho(\vec{r}_0)$, т.е.

$$\rho(\vec{r}_0) = \int d\vec{r}_1 W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u) \rho_1(\vec{r}_1)$$

Оказывается деформация переходной вероятности $W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u_0) \mapsto W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u_0 + \Delta u)$ описывается с помощью операции умножения на якобиан функциональной замены (механических) переменных

$$W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u) = J[\Delta u](\vec{r}_1, \vec{r}_0) \cdot W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u_0)$$

так что

$$\rho(\vec{r}_0) = \int d\vec{r}_1 W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u_0) \cdot J[\Delta u](\vec{r}_1, \vec{r}_0) \cdot \rho_1(\vec{r}_1)$$

Последнее соотношение позволяет сформулировать утверждение о том, что первоначальное распределение можно формально заменить эффективным распределением

$$\rho_{\text{эфф}}(\vec{r}_1) = \rho_1(\vec{r}_1) \cdot J[\Delta u](\vec{r}_1, \vec{r}_0)$$

зависящим функционально от всей эволюции взаимодействующих частиц, сохраняя при этом переходную вероятность $W(\vec{r}_1, \vec{r}_0; u_0)$, вычисленную для не взаимодействующих частиц.

Итак формула

$$N^T(\vec{r}_0) = \frac{T}{(z_1 - z_0)^2} \int d\vec{r}_1 \int_{-\infty}^0 du \cdot u^2 \Theta_M(\vec{r}_1, \vec{r}_0) \cdot \rho_{\text{эфф}}(\vec{r}_1, \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{z_1 - z_0} u, u)$$

представляет собой модель экранируемого напыления частиц, взаимодействующих между собой и с поверхностью маски. При этом, однако, $\rho_{\text{эфф}}$, участвующее в модели не совпадает с истинным распределением частиц потока на входе маски (при условии, что последнее измеримо).

Данная формула допускает обобщение на случай нестационарного потока (импульсный режим работы источника), подвижных маски и подложки:

$$N(\vec{r}) = \int_0^T dt \int_{\Pi_H} d\vec{r}_H \int_{-\infty}^0 du \frac{u^2}{H^2} \rho_H(\vec{r}_H, \frac{\vec{r}_H - \vec{r}}{H} u, u, t_H) \prod_{z \in [0, H]} \theta\left(\vec{r} + \frac{z}{H}(\vec{r}_H - \vec{r}); M(z, t + \frac{z}{u})\right)$$

Если дополнительно неплоскими являются поверхности входа маски и подложки, то

$$N(\vec{r}) = \int_0^T dt \int_{\Pi_H} d\vec{r}_H \int_{-\infty}^0 du \frac{u^2}{H^2} \cdot J \cdot \Theta_M \cdot \rho_H(\vec{r}_H, \frac{\vec{r}_H - \vec{r}}{z(\vec{r}_H) - z(\vec{r})} u, u, t_H)$$

Здесь использованы обозначения

$$J(\vec{r}_H, \vec{r}) = \frac{u^2}{(z(\vec{r}_H) - z(\vec{r}))^2} \left\{ 1 - 2 \frac{(\vec{r} - \vec{r}_H) \frac{\partial z}{\partial \vec{r}}}{z(\vec{r}) - z(\vec{r}_H)} \right\},$$

$$\Theta_M = \prod_{\beta=0}^1 \theta(\vec{r}_\beta; M(\beta, t_\beta)),$$

$$t_\beta = t - \frac{z(\vec{r}_H) - z(\vec{r}_\beta)}{u},$$

а вектор \vec{r}_β является решением уравнения

$$(\vec{r}_\beta - \vec{r}_H)(z(\vec{r}_0) - z(\vec{r}_\beta)) = (\vec{r} - \vec{r}_H)(z(\vec{r}_\beta) - z(\vec{r}_H)).$$

Все три формулы сводятся к той же математической модели, которая была сформулирована в разделе не взаимодействующих корпускулярных потоков. При этом

$$A(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \prod_{\beta=0}^1 \theta\left(\vec{b} + \frac{z(\vec{r}_H) - z(\vec{b})}{z(\vec{r}_\beta) - z(\vec{b})} \vec{c}; M(\beta, t)\right),$$

$$X(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_{-\infty}^0 du \frac{u^2}{(z(\vec{r}_H) - z(\vec{b}))^2} \left\{ 1 - 2 \frac{(\vec{c}, \frac{\partial z}{\partial \vec{b}})}{z(\vec{r}_H) - z(\vec{b})} \right\} \times \rho_H(\vec{b}, \frac{\vec{c}u}{z(\vec{r}_H) - z(\vec{b})}, u, t),$$

$$Y(\vec{b}) = \frac{N(\vec{b})}{T}.$$

И снова выполняется соотношение

$$Y(\vec{b}) = \int d\vec{c} A(\vec{b}, \vec{c}) X(\vec{b} + \vec{c}, \vec{c})$$

Для анализа основной формулы процесса напыления на плоскую подложку и проверки ее справедливости рассмотрим ее частные случаи, связанные с симметрией процесса.

Однородность структуры напыленного слоя.

Если в среднем на одну частицу в слое толщины h приходится одинаковый объем v , то в столбике с основанием $d\vec{r}$ и объемом $h(\vec{r})d\vec{r}$ находятся $N(\vec{r}) \cdot v \cdot d\vec{r}$ напыленных частиц. Следовательно, основную формулу можно заменить на

$$h(\vec{r}_0) = \frac{v \cdot T}{(z_1 - z_0)^2} \int_{\Pi_1} d\vec{r}_1 \int_{-\infty}^0 du \cdot u^2 \Theta_M(\vec{r}_1, \vec{r}_0) \cdot \rho_{\text{эфф}}(\vec{r}_1, \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{z_1 - z_0} u, u)$$

Аксиальная симметрия

Это случай $\rho_{\text{эфф}} = \rho(r_H, V, \frac{u}{V})$, тогда

$$h(\vec{r}) = \frac{v \cdot T}{H^2} \int_{H_1}^{\infty} d\vec{r}_H \int_0^{\infty} ds \cdot 8^2 \cos^3 \gamma(\vec{r}_H, \vec{r}) \rho_H(\vec{r}_H, s, -\cos \gamma) \Theta_M(\vec{r}_H, \vec{r}),$$

где угол $\gamma(\vec{r}_H, \vec{r}) \in [0, \frac{\pi}{2}]$ и

$$\cos \gamma(\vec{r}_H, \vec{r}) = \frac{u}{V} = \frac{H}{[(\vec{r}_H - \vec{r})^2 + H^2]^{1/2}}.$$

Случай симметрии предшественников:

а) В работах Yao et all. Если положить $\rho_H = \rho_1(V) \rho_2(\frac{H}{V})$, то из предыдущей формулы следует формула этих авторов

$$h(\vec{r}) = \int d\vec{r}_H \frac{H \Phi(\gamma(\vec{r}_H, \vec{r}))}{[(\vec{r}_H - \vec{r})^2 + H^2]^{3/2}} \Theta_M(\vec{r}_H, \vec{r}),$$

здесь $\Phi(\gamma(\vec{r}_H, \vec{r})) = v \cdot T \cdot \rho_2(-\gamma(\vec{r}_H, \vec{r})) \int_0^{\infty} ds s^2 \rho_1(s)$, а $\Theta_M(\vec{r}_H, \vec{r})$ задает телесный угол.

б) В работе Hatakoshi et all. $\Phi(\gamma) = const - \rho_{эфф}$ изотропно по скоростям. Маска листовая, т.е. $\Theta_M(\vec{r}_H, \vec{r}) = \chi(\vec{r}_H, \vec{r})$. При этом предыдущая формула приобретает вид

$$h(\vec{r}) = \Phi \int_{s_H} d\vec{r}_H \frac{H}{[(\vec{r}_H - \vec{r})^2 + H^2]^{3/2}}.$$

Итак, частные случаи нашей формулы совпадают с результатами предшественников.

Замечание. И они предполагали и частные случаи (соответственные) получались в предположении почти полного отсутствия взаимодействия напыляемых частиц между собой и с другими объектами установки напыления, т.е.

$$\rho_{эфф} \approx \rho_{ист}.$$

Во второй части первой главы показано, что в процессе вакуумного напыления тонких пленок вещества через объемную экранирующую маску при различных режимах напыления выполняется интегральное уравнение

$$\frac{v \cdot T}{(z_1 - z_0)^2} \int_{-\infty}^0 du \cdot u^2 \int_{H_1} d\vec{r}_1 \rho_1(\vec{r}_1, \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{z_1 - z_0}, u, u) \Theta_M(\vec{r}_1, \vec{r}_0) = h(\vec{r}_0)$$

связывающее профиль высоты напыленного слоя h с функцией прозрачности маски Θ_M и эффективным распределением.

Эффективное распределение включает в себя всю информацию о движении частиц потока от входа маски до подложки, отличается от реального распределения частиц потока на высоте z_1 входа маски M , но допускает (в рамках модели) численное восстановление по результатам напылительных экспериментов.

Так же показано, что в терминах интегральных характеристик процесса; а именно: функции установки

$$X(\vec{b}, \vec{c}) = \int_{-\infty}^0 du \cdot u^2 \cdot \rho_1(\vec{b}(z_1 - z_0), \vec{c}u, u),$$

где $\vec{c} = \frac{\vec{r}_0}{z_1 - z_0}$, $\vec{b} = \frac{\vec{r}_1}{z_1 - z_0} - \vec{c}$ и функции маски:

$$A(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \prod_{s \in \{t_0, t_1\}} \chi(z\vec{b} + (z_1 - z_0)\vec{c}; \overline{M(z, t_s)}),$$

а также функции слоя

$$Y(c) = \frac{1}{T} N^T ((z_1 - z_0)\vec{c})$$

выполняется интегральное уравнение 1-го рода

$$\int db A(b, c) \cdot X(b + c, b) = Y(c) \quad (3)$$

- математическая модель экранируемого напыления.

В рамках полученной модели можно предсказать результаты напылительного эксперимента: если известны $A(b, c)$ и $X(b, c)$ можно вычислить $Y(c)$ - так называемая прямая задача.

С другой стороны, модель допускает математический синтез экранирующей маски: если известны функция $Y(c)$ (желаемого профиля) и функция $X(b, c)$ (реализуемого режима напыления) можно отыскать решение $X(b, c)$ интегрального уравнения

$$\int db A(b, c) \cdot X(b + c, b) = Y(c)$$

- основная обратная задача.

Однако в обоих случаях использована функция установки $X(b, c)$, которая не может быть измерена непосредственно, но лишь восстановлена по результатам напылительных экспериментов решением вспомогательных обратных задач.

$$\int db A_j(b, c) \cdot X(b + c, b) = Y_j(c)$$

Используя это решение $X(b, c)$ при решении основной обратной задачи, можно решить задачу проектирования экранирующей маски, необходимой для напыления слоя с заданным профилем толщины на напылительной установке работающей в фиксированном режиме.

Для успешного решения основной задачи и вспомогательных задач необходимо исследовать свойства указанных задач математической модели и возможности сформулированной модели - условия разрешимости задач.

Функция слоя $Y(c)$ пропорциональна профилю толщины напыленного слоя h . Она отлична от нуля на ограниченном участке поверхности, т.е. существует такой компакт $Q_1 \subset \Pi$, что $\text{supp } Y \subset Q_1$ при любых режимах работы

напылительной установки и любой экранирующей маске. Следовательно функцию $Y(c)$ можно считать элементом гильбертова пространства $L_2(Q_1)$

$$Y \in L_2(Q_1) = U$$

Функция установки $X(c, b)$ обязана своим происхождением распределению частиц, поэтому $X(c, b)$ можно считать непрерывной функцией, заданной на декартовом произведении компактных множеств Q_2 и Q_1 : $X \in C(Q_2 \times Q_1)$. Компактность Q_1 обсуждалась выше, компактность Q_2 следует из ограниченности размеров источника.

$$X \in C(Q_2 \times Q_1) = F$$

Функция маски $A(b, c)$ определена на компакте $Q_1 \times Q_2$, непрерывна и принимает значения от нуля до единицы, следовательно $A \in B_c \subset C(Q_1 \times Q_2)$, где B_c - ограниченный шар в $C(Q_1 \times Q_2) = V_c$. С другой стороны

$$\iint_{Q_1 \times Q_2} |A(b, c)|^2 db dc \leq \iint_{Q_1 \times Q_2} db dh = \mu(Q_1 \times Q_2)$$

следовательно $A \in B_L \subset L_2(Q_1 \times Q_2)$, где B_L - ограниченный шар в $L_2(Q_1 \times Q_2) = V_L$.

Основная формула экранируемого напыления

$$Y(c) = \int db A(b, c) \cdot X(b+c, b)$$

Допускает вспомогательную задачу

$$\int db A_s(b, c) \cdot X(b+c, b) = Y_r(c) \quad (4)$$

и основную обратную задачу

$$\int db A(b, c) \cdot X_s(b+c, b) = Y_r(c) \quad (5)$$

в которых используются функции следующих классов

$$Y \in C(Q_1) \subset L_2(Q_1): Y \in U$$

$$X \in C(Q_2 \times Q_1): X \in F$$

$$A \in B_{1,2} \subset C(Q_1 \times Q_2) \subset L_2(Q_1 \times Q_2): A \in Y$$

Математической моделью вспомогательной обратной задачи (восстановления функции источника) является операторное интегральное уравнение первого рода $\hat{A}: F \rightarrow U: X \rightarrow Y \hat{A}_s X = Y_r$; оператор (ядро интегрального оператора) и правая часть которого заданы с погрешностью $(\delta_s, \gamma_r): \{A_s(b, c), Y_r(c)\}$.

Математическая модель основной задачи (синтеза функции прозрачности маски) - операторное интегральное уравнение первого рода $\hat{X}: V \rightarrow U: A \rightarrow Y \hat{X}_s A = Y_r$, оператор (ядро интегрального оператора) и правая часть которого заданы с погрешностью $(\varepsilon_r, X): \{X_s(b+c, b), Y_r(c)\}$.

Аналогично тому, как доказывается вполне непрерывность интегрального оператора уравнения Фредгольма первого рода с квадратично-интегрируемым ядром, нами доказано

Предложение 1. Интегральный оператор \hat{A} с квадратично интегрируемым ядром в уравнении (5) вполне непрерывен.

Аналогично доказано

Предложение 2. Интегральный оператор \hat{X} с непрерывным ядром $X(c, b)$ в уравнении (4) вполне непрерывен.

Справедливо также

Предложение 3. Область значений оператора \hat{X} всюду плотна в пространстве U при любой функции источника $X(c, b)$, нигде не обращающейся в нуль.

Замечание. Последнее предложение означает, что в рамках математической модели (3) при любом режиме работы напылительной установки можно синтезировать маску для получения напыленного слоя, сколь угодно близкого к наперед заданному.

Линейное интегральное уравнение

$$\int db A_s(b, c) \cdot X(b+c, b) = Y_r(c), \quad c \in Q_1$$

является операторным уравнением 1-го рода со вполне непрерывным оператором \hat{A}_s , заданным с погрешностью $\delta > 0$, и правой частью Y_r , заданной с погрешностью $\gamma > 0$. Уклонение правой части оценивается в метрике пространства $U = Y \in L_2(Q_1)$

$$\rho_s(Y_r, Y_0) = \left[\int_Q \{Y_r(c) - Y_0(c)\}^2 dc \right]^{1/2}$$

Уклонение решения оценивается в метрике пространства $F = C(Q_1 \times Q_2)$:

$$\rho_s(X_s, X_0) = \max_{\substack{c \in Q_1 \\ b \in Q_2}} |X_s(c, b) - X_0(c, b)|$$

С учетом того, что мы собираемся строить регуляризирующий оператор для уравнения (4) с помощью вариационного принципа отбора нам потребуется компактное вложение соболевского пространства $W_2^3(Q_1 \times Q_2) \subset F$.

Для этого рассмотрим стабилизирующий функционал $\Omega_3[X]$ вида

$$\Omega_3[X] = \iint_{Q_1 \times Q_2} db dc \left\{ \sum_{j=0}^3 \sum_{i+k=j} g_{ik}(b, c) \left(\frac{\partial^{i+k} X}{\partial b^i \partial c^k} \right)^2 \right\}$$

где g_{ik} - непрерывные функции на $Q_1 \times Q_2$, не обращающиеся в нуль одновременно.

Обозначим через $F_3 = \{X \in F \mid X \in W_2^3\}$ подпространство в F , в котором $\Omega[X]$ индуцирует метрику ρ_Ω пространства $W_2^3[Q_1 \in Q_2]$, мажорирующую метрику ρ_c , согласно теореме Соболева, Кондрашева о компактном вложении $W_2^3(G) \subset C(G)$ при $\dim G < \ell \cdot p$.

Уклонение оператора будем оценивать в метрике

$$\rho_\Omega(\hat{A}_\delta, \hat{A}) = \sup_{\substack{X \in F_3 \\ \Omega[X] > 0}} \frac{\rho_c(\hat{A}_\delta X, \hat{A}X)}{(\Omega[X])^{1/2}} \leq \delta$$

(так что $\rho_c(\hat{A}_\delta X, \hat{A}X) \leq \delta^2 \Omega[X]$ на элементах $X \in F_3$ для которых $\Omega[X] \neq 0$).

Теорема. Для любого $Y_r \in U$ и любого $\alpha > 0$ существует элемент $X^\alpha \in F_3$, на котором функционал

$$M_\alpha[X] = \rho_c^2(\hat{A}_\delta X, Y_r) + \alpha \Omega_3[X] \quad (6)$$

достигает своей точной нижней грани на F_3 .

При этом элемент X^α не является единственным, пока не выбрана зависимость $\alpha(\delta, \gamma)$, обеспечивающая сходимость построенного регуляризующего оператора $R[Y_r, \hat{A}_\delta, \alpha]$. В качестве одного из способов предложен обобщенный принцип невязки. А именно, параметр регуляризации α определяется из условия

$$\rho_c^2(\hat{A}_\delta X_\alpha, Y_r) = (\gamma + \delta(\Omega[X_\alpha])^{1/2})^2,$$

где X_α - элемент, минимизирующий функционал M_α (6).

Задачу минимизации функционала $M_\alpha[X]$ можно решать прямыми методами (например метод наискорейшего спуска, метод Ньютона (модифицированный), метод деформируемого многогранника. С другой стороны, можно решать уравнение Эйлера, способствующее функционалу

$$\hat{A}_\delta^T A_\delta X + \alpha L X = \hat{A}_\delta^T Y_r,$$

где оператор \hat{L} получается из $\Omega_3[X]$ путем интегрирования по частям

$$\hat{L} X = \sum_{j=0,1,k=1}^3 (-1)^j \frac{\partial^j}{\partial c^j} \frac{\partial^k}{\partial b^k} \left(g_{ik} \frac{\partial^{k+j} X}{\partial c^j \partial b^k} \right)$$

Замечание. Вспомогательная задача решается по результатам напылительных экспериментов, которые обладают цилиндрической симметрией. За счет этого уравнение (4) редуцируется к одномерному уравнению Фредгольма 1-го рода, решать которое все умеют хорошо.

Дискретизацию можно производить для функционала $M^\alpha[X]$, потом для него выписывать систему уравнений Эйлера.

Можно дискретизировать уравнение Эйлера для функционала M^α , в результате тоже система линейных алгебраических уравнений.

Мы проделали оба варианта и в нашем случае (одномерном) лучше получалось первым способом - методом Холецкого (треугольный квадратный корень из симметричной положительно определенной матрицы).

Рассмотрен устойчивый метод решения основной обратной задачи. Линейное интегральное уравнение

$$\int db X_c(b+c, b) A_M(b, c) = Y_r(c)$$

является операторным уравнением 1-го рода со вполне непрерывным оператором \hat{X}_c .

Можно тем или иным регулированным методом с помощью устойчивого алгоритма построить последовательность приближенных решений $A_M^n(b, c)$, сходящихся к точному $A_M^\alpha(b, c)$. Однако это не будет отчетливой информацией о конфигурации отверстий в трехмерной экранирующей маске. Действительно мы имеем отображение: многолистовой поверхности отверстий, выпуклой в сторону пустот (ей соответствует многозначная функция $R_j(z, \varphi)$) в функцию прозрачности маски $\Theta_M(\bar{r}_1, \bar{r}_0)$. Поэтому решения A_M^n следует отыскивать в классе таких функций прозрачности, а вернее того (надежнее), непосредственно восстанавливать параметры функций $R_j^n(z, \varphi)$, описывающих проектируемые (синтезированные) маски M_α .

Замечание. Для случая цилиндрической симметрии ($\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$) отображение

$R(z) \mapsto A[R](T, p)$ выписывается в аналитическом виде. Это позволяет аккуратно провести теоретический анализ проблемы. Результаты этого анализа будут доложены в следующем докладе.

Задача отыскания системы $(R_j(z, \varphi), z \in [0, H])$ называется задачей синтеза. Она не является корректно поставленной:

- а) может не существовать формы отверстия маски $R(z, \varphi)$, реализующей заданный профиль толщины напыленного слоя (а лишь приближенно)
- б) возможно существуют разные маски, приводящие к заданному слою.

Представляет интерес рассмотреть задачу синтеза в классе многолистных масок - дискретный аналог вышеприведенной задачи синтеза.

Листы с отверстиями: $z_1 \geq z_2 \geq z_j \geq z_N > 0$

круговыми $0 \leq R_{j1} \leq R$; $k=1$ или кольцевыми $0 \leq R_{j1} \leq R_{j2} \leq R$; $k=2$.

Искомую форму маски будем описывать n -мерным ($n = (K+1)N$) вектором

$$w = (z_1, \dots, z_N; R_1, \dots, R_{N1}; R_{1K}, \dots, R_{NK})$$

Уравнение (5) каждому w ставит в соответствие $Y(w)$:

$$\int db A[w](b, c) X(b+c, b) = Y(w; c).$$

Реальные конфигурации отверстий в N -листовой маске соответствуют векторам w из замкнутого ограниченного множества в R^n

$$D_n = \{w \in \mathbb{R}^n : z_1 \geq \dots \geq z_N \geq 0; 0 \leq R_{j1} \leq R_{j2} \leq \dots \leq R_{jK} \leq R\}.$$

Уклонение $Y(w; c)$ от заданного $Y(c)$ оцениваем в метрике

$$\rho_{\infty}(Y(w), Y) = \left(\int_{\Omega} \{Y(w, c) - Y(c)\}^2 dc \right)^{1/2}.$$

Обозначим $\varepsilon_N = \min_{w \in D_n} \rho_{\infty}(Y(w), Y)$, так что

$$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \dots \geq \varepsilon_N \geq \dots; \lim_{N \rightarrow \infty} \varepsilon_N = \varepsilon_{\infty} - \text{предельно достижимая точность.}$$

Основная задача: приблизить $Y(w, c)$ к заданному Y в метрике ρ_{∞} с наперед заданной точностью: $\rho_{\infty}(Y(w), Y) \leq \varepsilon$ (имеет смысл при $\varepsilon > \varepsilon_0$) при дополнительных (технологических) ограничениях, формирующих стабилизирующий функционал $\Omega[w]$

$$z_j \geq z_{j+1} + \delta z; R_{j1} \leq R_{j2} - \delta R,$$

δz - расстояние между листами, δR - толщина кольца

$$Q^{\alpha}[w] = \rho_{\infty}(Y(w), Y)^2 + \alpha \Omega[w] \rightarrow \min_{w \in D_n}.$$

Функционал минимизируется методом Бокса (проектирование на подмножество ограничений) или методом деформируемого многогранника (с учетом штрафной функции $\Omega[w]$).

Решение существует в силу компактности множества точек поиска.

Функционал $Q^{\alpha}[w]$ может обладать большим количеством локальных минимумов. Поэтому имеем локальные минимумы со случайными начальными точками, затем сравниваем полученные результаты.

Во второй главе для проектирования (синтеза) и диагностики (анализа) тонкопленочных оптических волноводов (плавнонерегулярных планарных) описан процесс распространения в них электромагнитного излучения (поля) в световом диапазоне частот. Теории и экспериментальным подтверждениям теоретических выкладок в теории диэлектрических планарных волноводов посвящена обширная литература.

Тонкопленочная (планарная) волноводная линза (ТВЛ) представляет собой диэлектрический четырехслойник, из которого два нижних слоя: подложки с показателем преломления n_i и основного волноводного слоя с показателем преломления n_f - регулярны; подложка бесконечной толщины, а слой конечной толщины d . Два верхних слоя: дополнительный волноводный с показателем n_e и покровный с показателем n_c - плавнонерегулярны. Причем, толщина волноводного слоя $h(\bar{r})$ отлична от нуля лишь в ограниченной области (круге радиуса R) плоскости раздела двух волноводных слоев, а вне этой области $h(\bar{r}) \equiv 0$. Толщина покровного слоя бесконечна, ее нижняя граница повторяет верхнюю границу дополнительного волноводного слоя - поверхность, описываемую уравнением $x = h(\bar{r})$.

Четырехслойник такого вида называется ТВЛ Райнхарта-Люнеберга, если параллельный пучок лучей, падающих с одной стороны на линзу, фокусируются в точку на другой стороне. Луч, остающийся неискривленным, идет вдоль главной оси линзы. Как у бесконечно тонкой плоской линзы лучи, выходящие из двойного фокуса с одной стороны линзы, все сходятся в двойном фокусе с другой стороны линзы. Аналогично, все лучи выходящие из двойного фокуса тонкопленочной волноводной линзы сходятся в двойном фокусе с другой стороны. Обе эти точки лежат на концах диаметра окружности двойного фокуса, если линза обладает круговой симметрией.

Тонкопленочные линзы, имеют своим прототипом трехмерные оптические устройства (среды) с неоднородным (сферически симметричным) распределением диэлектрической проницаемости $\varepsilon(r)$ (и коэффициента преломления $n(r)$), искривляющим лучи и волновые фронты. Задача математического проектирования (синтеза в рамках геометрической оптики) обобщенной линзы Люнеберга была окончательно решена в виде неявного решения интегродифференциального уравнения

$$n = \exp\{\omega(\rho, s)\} \quad (7a)$$

$$\omega(\rho, s) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^s \frac{\arcsin(x/s)}{(x^2 - \rho^2)^{1/2}} dx \quad (7b)$$

$$\rho(r) = n(r) \cdot r, \quad 0 \leq r \leq 1, \quad n \geq 1, \quad 0 \leq \rho \leq 1.$$

Линзы Люнеберга использовались в качестве направленных антенн в СВЧ диапазоне, в оптическом диапазоне получить (вещественно) распределение $n(r)$ вида (7) не удавалось. Но после возникновения оптоэлектроники - научно-технического направления, использующего распространение световых сигналов в диэлектрических пленках и волокнах размеров порядка длины световой волны ($\lambda \approx 0,6 \mu\text{м}$ лазерного монохроматического излучения), стало возможным изготавливать неоднородности волноводящего слоя (изменением его толщины), заставляющие тонкие лазерные пучки распространяться в них по траекториям (двумерным в планарном случае), характерным для обобщенных линз Люнеберга.

Ранее закрытые и открытые плавнонерегулярные волноводы рассматривались методом поперечных сечений. В рассмотренных случаях

удавалось построить такую криволинейную (локально ортогональную) систему координат, что поток энергии в волноводе и семейство лучей (волновых фронтов) распространяющегося электромагнитного излучения эволюционировали вдоль одной из координат Oz' . Мы рассматриваем случай (с фокусировкой лучей и волновых фронтов), когда такой прием невозможен и приходится модифицировать существующие приемы, методы, подходы.

Для регулярного планарного тонкопленочного многослойного (стратифицированного по оси Ox), диэлектрического волновода решения уравнений Максвелла (для комплексных амплитуд)

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad (8a)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (8b)$$

описывающие стационарный поток монохроматического излучения вдоль оси Oz , имеют структуру бегущих (вдоль оси Oz , но стоячих вдоль оси Ox) волн

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x) \exp\{i\omega t - i\beta z\} \quad (9a)$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x) \exp\{i\omega t - i\beta z\} \quad (9b)$$

Для вектор-функций $\vec{E}(x), \vec{H}(x)$ в силу уравнений Максвелла справедливы соотношения:

$$\frac{\chi^2}{\varepsilon} \frac{d}{dx} \left(\frac{\varepsilon}{\chi^2} \frac{dE_x}{dx} \right) + \chi^2 E_x = 0 \quad (10a)$$

$$\frac{\chi^2}{\mu} \frac{d}{dx} \left(\frac{\mu}{\chi^2} \frac{dH_x}{dx} \right) + \chi^2 H_x = 0 \quad (10b)$$

$$H_y = -\frac{i\omega\varepsilon}{\chi^2} \frac{dE_z}{dx}; \quad E_z = -\frac{i\beta}{\chi^2} \frac{dE_x}{dx}; \quad (10c), (10d)$$

$$E_y = -\frac{i\omega\mu}{\chi^2} \frac{dH_z}{dx}; \quad H_x = -\frac{i\beta}{\chi^2} \frac{dH_z}{dx}; \quad (10e), (10f)$$

где $\beta = +\sqrt{k_0^2 \varepsilon \mu - \chi^2}$ — продольное волновое число, χ — поперечное волновое число, нумерующее частные решения (9a), (9b) уравнений (8a), (8b). Решения уравнений (10a), (10b) в волноводном слое имеют вид

$$E_x^l(x) = A_l \cos(\chi_l^l x + \psi_l^l), \quad H_x^l(x) = B_l \cos(\chi_l^l x + \psi_l^l)$$

$$E_x^f(x) = A_f \cos(\chi_f^f x + \psi_f^f), \quad H_x^f(x) = B_f \cos(\chi_f^f x + \psi_f^f)$$

в покровной и подложечных областях —

$$E_x^c(x) = A_c \exp\{-\gamma_c^c(x - x_c^c)\}, \quad H_x^c(x) = B_c \exp\{-\gamma_c^c(x - x_c^c)\}$$

$$E_x^s(x) = A_s \exp\{\gamma_s^s(x - x_s^s)\}, \quad H_x^s(x) = B_s \exp\{\gamma_s^s(x - x_s^s)\}$$

Здесь

$$\chi_j^2 = k_0^2 n_j^2 - \beta^2, \quad j = l, f$$

$$\gamma_j^2 = \beta^2 - k_0^2 n_j^2, \quad j = s, c.$$

Значения ψ_j ($j = l, f$) и χ_j ($j = s, c$) согласовываются условиями совместности системы линейных алгебраических уравнений для коэффициентов $A_j(B_j)$, $j = s, f, l, c$, получающейся из граничных условий

$$\vec{E}_{r_1}|_1 = \vec{E}_{r_2}|_2, \quad \vec{H}_{r_1}|_1 = \vec{H}_{r_2}|_2$$

для тангенциальных (горизонтальных E_x, E_y, H_x, H_y , в нашем случае, см. (10c), (10d)) полей. Это условие совместности (разрешимости) в теории волноводов носит название дисперсионного уравнения (его аналог в квантовой механике называется условием квантования Бора-Зоммерфельда) и имеет вид

$$d \cdot \chi_f + \operatorname{arctg} \left(\frac{n_c^2 \chi_f}{n_f^2 \gamma_c} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{n_s^2 \chi_f}{n_f^2 \gamma_s} \right) = m\pi \quad \text{для } E_x(x) \quad (11a)$$

и

$$d \cdot \chi_f + \operatorname{arctg} \left(\frac{\chi_f}{\gamma_c} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\chi_f}{\gamma_s} \right) = m\pi \quad \text{для } H_x(x) \quad (11b)$$

Собственные волноводные моды (функции $E_x(x), H_x(x)$ — квадратично интегрируемы, что в физике означает — энергия потока локализована в волноводных слоях) соответствуют вещественным значениям χ_l, χ_f — их конечное число, они соответствуют корням β_m^E, β_m^H уравнений (11a), (11b).

При распространении вдоль многослойного планарного (в плоскости yOz) тонкопленочного диэлектрического волновода в направлении оси Oz стационарного потока монохроматического электромагнитного излучения (в световом диапазоне частот) вектор-функции (комплексные) напряженностей имеют вид

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x) \exp\{i\omega t - i\beta^m z\}$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x) \exp\{i\omega t - i\beta^m z\}$$

Если толщина второго волноводного (напыленного) слоя медленно изменяется ($\left| \frac{\partial h}{\partial y} \right| \left| \frac{\partial h}{\partial z} \right| \ll 1$), то следует ожидать, что изменяющееся при прохождении через планонерегулярный участок электромагнитное поле сохраняет свою структуру в поперечном (вдоль оси Ox) направлении, т.е. сохраняет число осцилляций в поперечном сечении:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(x, y, z) \exp\{i\omega t - i\varphi^E(y, z)\}$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H}(x, y, z) \exp\{i\omega t - i\varphi^H(y, z)\}$$

Каждая собственная мода (частное решение уравнений Максвелла с квадратично интегрируемыми вектор-функциями $\vec{E}(x), \vec{H}(x)$) регулярного волновода является суммой двух бриллюэновских волн

$$u(x, y, z, t) = u_0^+(x, y, z, t) + u_0^-(x, y, z, t) = A e^{i\omega t} [\exp\{-i\chi x - i\beta z\} + \exp\{i\chi x - i\beta z\}].$$

Собственная мода регулярной части волновода при попадании в нерегулярный участок возмущается. Возмущенное поле будем описывать в виде суммы лучевых полей в нулевом приближении асимптотического разложения

$$\vec{u}(x, y, z, t) = e^{i\omega t} [u^+(x, y, z) + u^-(x, y, z)]$$

У каждого из этих лучевых полей $u^\pm(x, y, z)$ изменение в вертикальном направлении несоизмеримо по пространственной частоте с изменением в горизонтальном направлении. А именно, при двукратном отражении луча набег фазы кратен 2π , вертикальные характеристики дважды изменяются

существенно, а горизонтальные характеристики остаются практически неизменными: наличие быстрых (Ox) и медленных (yOz) переменных.

Адиабатическая мода задается приближением нулевого порядка в разложении лучевого поля по малому параметру

$$\varepsilon = \max_{y, z, x \leq x_0} \left\{ \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

в сжатых координатах $\xi = \varepsilon y, \eta = \varepsilon z$ (или растянутых координатах $y = \frac{\xi}{\varepsilon}, z = \frac{\eta}{\varepsilon}$)

$$u^\pm(x, y, z, t) = u_0^\pm(x, \xi, \eta, t) + \varepsilon u_1^\pm(x, \xi, \eta, t) + \dots$$

$$\xi = \varepsilon y, \eta = \varepsilon z$$

$$A_i^\pm(x, y, z) \exp\{i\omega t - ik_0 S^\pm(x, y, z)\} = (A_0^\pm(x, \xi, \eta) + \varepsilon A_1^\pm(x, \xi, \eta) + \dots) \times$$

$$\times \exp\{i\omega t - ik_0 [S_0^\pm(x, \xi, \eta) + \varepsilon S_1^\pm(x, \xi, \eta) + \dots]\} =$$

$$= (A_0^\pm + \varepsilon A_1^\pm + \dots) e^{i\omega t - ik_0 S_0^\pm} \left(1 + \varepsilon \frac{S_1^\pm}{S_0^\pm} + \dots \right)$$

Здесь

$$u_0^\pm(x, y, z, t) = e^{i\omega t - ik_0 S_0^\pm} A_0^\pm(x, y, z)$$

$$u_1^\pm(x, y, z, t) = e^{i\omega t - ik_0 S_0^\pm} \left[A_1^\pm(x, y, z) + A_0^\pm(x, y, z) \frac{S_1^\pm(x, y, z)}{S_0^\pm(x, y, z)} \right]$$

В областях

$$I_s = \{(x, y, z) : -\infty < x \leq d, -\infty < y, z < \infty\},$$

$$I_f = \{(x, y, z) : -d \leq x \leq 0, -\infty < y, z < \infty\},$$

$$I_t = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq h(y, z), -\infty < y, z < \infty\},$$

$$I_c = \{(x, y, z) : h(y, z) \leq x < \infty, -\infty < y, z < \infty\}$$

выполняются соотношения для горизонтального β и вертикального χ волновых чисел

$$[\beta^{E,H}(y, z)]^2 + [\chi_0^{E,H}(y, z)]^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_j = k_0^2 n_j^2; \quad j = s, f, \ell, c;$$

Стоячие волны $H_z(x, y, z) = B(x) \cos(\chi_m^H x + \psi_m^H)$ и $E_z(x, y, z) = A(x) \cos(\chi_m^E x + \psi_m^E)$, задающие собственные плавнерегулярные (адиабатические) моды, существуют при некоторых дискретных наборах $\beta_m^E(y, z)$ и $\beta_m^H(y, z)$ корней дисперсионных уравнений.

Эти дисперсионные уравнения в свою очередь можно разложить по малому параметру. Нулевые члены этого разложения адиабатические инварианты

$$I_m(n_s, n_f, n_t, n_c, d, h(y, z), \partial\varphi/\partial y, \partial\varphi/\partial z) = m\pi,$$

где

$$\left(\frac{\partial\varphi^{E,H}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi^{E,H}}{\partial z} \right)^2 = (\beta^{E,H}(y, z))^2$$

принимают вид

$$\arctg \left\{ \frac{n_f^2 \chi_t}{n_i^2 \chi_f} \operatorname{tg} \left[\arctg \left(\frac{n_f^2 \chi_f}{n_f^2 \gamma_s} \right) + \chi_f d \right] \right\} + \arctg \left(\frac{n_f^2 \chi_t}{n_i^2 \gamma_c} \right) + \chi_t h = n\pi \quad \text{для } E_z(x)$$

$$\arctg \left\{ \frac{\chi_t}{\chi_f} \operatorname{tg} \left[\arctg \left(\frac{\chi_f}{\gamma_s} \right) + \chi_f d \right] \right\} + \arctg \left(\frac{\chi_t}{\gamma_c} \right) + \chi_t h = n\pi \quad \text{для } H_z(x)$$

В этом приближении (адиабатическом)

$$i\varphi_0(x, y, z) = ik_0 S_0(x, y, z) = i\chi(y, z)x + i \int_{y_0, z_0}^{y, z} \beta(y', z') dl + ik_0 S_0(0, y_0, z_0)$$

где $dl = \sqrt{dy^2 + dz^2}$ - элемент длины лучей заданных уравнениями (в плоскости yOz)

$$\frac{d}{dl} \left(\beta(y, z) \frac{dy}{dl} \right) = \frac{\partial\beta}{\partial y}$$

$$\frac{d}{dl} \left(\beta(y, z) \frac{dz}{dl} \right) = \frac{\partial\beta}{\partial z}$$

и являющихся проекциями на плоскость yOz лучей, задаваемых уравнениями

$$\frac{d}{ds} \left(\sqrt{\varepsilon} \frac{d(x, y, z)'}{ds} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)' \sqrt{\varepsilon}$$

(где $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$) и законами отражения от границ раздела диэлектрических слоев.

Лучи, соответствующие адиабатическим модам, лежат на поверхностях $E_z(x, y, z) = const$ или $H_z(x, y, z) = const$, совпадающих с точностью до ε с плоскостями, параллельными плоскости yOz . Следовательно, кручение лучей, а значит и кручение вектор-функций $\vec{E}(x, y, z), \vec{H}(x, y, z)$ при эволюции вдоль них, с точностью до ε равно нулю. Отсюда следует, что каждая из компонент электромагнитного поля, а в частности $E_z(x, y, z)$ и $H_z(x, y, z)$, эволюционируют вдоль лучей по законам скалярных лучевых полей. В итоге окончательные выражения для продольных компонент адиабатических мод принимают вид

$$E_z = \frac{A(x_0, y_0, z_0)}{\sqrt{\beta^E(y, z)}} \left(\frac{d \cdot \beta^E}{d + h(y, z)} \right)^{1/2} E_z(x, y, z) e^{i\omega t - i \int_{y_0, z_0}^{y, z} \beta^E(y', z') dl}$$

$$H_z = \frac{D(x_0, y_0, z_0)}{\sqrt{\beta^H(y, z)}} \left(\frac{d \cdot \beta^H}{d + h(y, z)} \right)^{1/2} H_z(x, y, z) e^{i\omega t - i \int_{y_0, z_0}^{y, z} \beta^H(y', z') dl}$$

В третьей главе для решения практической задачи синтеза экранирующей маски, с помощью которой можно напылить безабберационную ТЛЛ, нами был реализован вычислительный эксперимент. В ходе его реализации мы воспользовались хорошо известными результатами о способах и проблемах использования численных методов. Одним из этапов вычислительного эксперимента был реализован метод лучевого зондирования, разработанных в и частично решенный в работах [14,15]. Традиционные методы измерения профиля толщины напыленной пленки, трассировка лучей в неоднородных

оптических средах и решение обратной задачи восстановления распределения коэффициента замедления по траекториям лучей вошли составной частью в решение задачи синтеза экранирующей маски (см. также [10,12]).

Поиск маски нужной формы производим следующим образом.

- a) На имеющейся в нашем распоряжении установке напыления проводим эксперимент с некоторой маской M_0 простейшей формы (M_0 – начальная точка поиска, заданная с точностью α). Конфигурация напыленного слоя вещества, получившегося в результате эксперимента, измеряется с точностью ε :

$$H_0 = R_k(M_0)$$

Положим $k=1$.

- b) Функция установки R_k , задающую линейную зависимость между M_{k-1} и H_{k-1} , вычисляем, решая вариационную задачу:

$$\sum_{i=1}^k \|R_i M_{i-1} - H_{i-1}\|^2 + \beta \Omega_1(R_k) \rightarrow \min.$$

При этом параметр регуляризации β определяется по принципу обобщенной невязки $\beta = \beta(\alpha, \varepsilon)$:

$$R_k = R_{\beta}(M_{k-1}, H_{k-1}).$$

- c) Функцию маски M_k , линейно связанную вычисленной функцией установки R_k с заданной функцией H , находим, решая вариационную задачу:

$$\|R_k M_k - H\|^2 + \alpha \Omega_2(M_k) \rightarrow \min.$$

При этом параметр регуляризации α определяется по принципу обобщенной невязки $\alpha = \alpha(\beta, \varepsilon)$,

$$M_k = R_{\alpha}(R_k, H).$$

- d) На данной установке производится напылительный эксперимент с вычисленным k -ым приближением функции маски M_k :

$$H_k = R_{\varepsilon}(M_k).$$

- e) Если полученная экспериментально конфигурация H_k совпадает с заданной H с точностью ε , поиск считаем завершенным. В противном случае, полагая $k = k + 1$, переходим вновь к пункту b).

В заключении приводятся основные результаты диссертации.

1. Построена математическая модель объемного экранирования не взаимодействующих корпускулярных потоков в случае масок и подложек различных форм в том числе и изменяющихся со временем. Построена математическая модель объемного экранирования для реальных процессов напыления (потоки взаимодействующих частиц). Переход к указанной модели от модели для не взаимодействующих потоков основан на возможности отображения факторов взаимодействия введением нового понятия – эффективного распределения потока частиц. Показано существование эффективного распределения по крайней мере, для ограниченного множества

параметров экранирующих масок и фиксированного режима работы напылительной установки.

2. Для всех рассмотренных случаев математическая модель единообразна – это интегральное уравнение, являющееся операторным уравнением первого рода

$$\int db A(b, c) X(b + c, b) = Y(c).$$

В модели неизвестными являются функция маски $A(*, *)$ и функция источника $X(*, *)$, в связи с чем имеются две обратные задачи:

- задача определения функции источника – вспомогательная задача;
- задача синтеза параметров маски – основная задача.

Показано, что все предшествующие модели экранируемого напыления других авторов являются частными случаями нашей модели. Показана достижимость с заданной точностью произвольной правой части при произвольной функции источника. Т.е. показано, что на некоторой установке напыления существует такой режим работы и такая экранирующая маска, которые реализуют заданный профиль напыленного слоя сколь угодно точно.

3. Обе обратные задачи являются некорректными задачами с неточными данными. Разработаны методы и алгоритмы их устойчивого решения. Вначале по результатам предварительных натуральных экспериментов решается вспомогательная задача. Затем по результатам ее решения решается основная задача синтеза параметров экранирующей маски. Реализован вычислительный эксперимент синтеза экранирующей маски по заданному профилю толщины напыленного слоя, использующий данные измерений промежуточных напылительных экспериментов.

4. С помощью предшествующих моделей других авторов экранируемого напыления по заданному профилю слоя была синтезирована объемная маска с отверстием из двух конических сегментов. С ее помощью был проведен натуральный напылительный эксперимент. Был измерен профиль напыленного слоя и было зафиксировано расхождение с заданным профилем.

5. По профилю первого напыленного слоя и известной форме экранирующей маски была восстановлена функция источника. С ее помощью синтезирована форма маски для напыления тонкопленочной линзы Люнеберга. В результате напылительного эксперимента был получен второй напыленный слой. Было показано, что измерения, проводимые по применявшимся в то время методам, оказались недостаточными по количеству и качеству для сравнения с численно предсказанным в рамках модели напыленным слоем.

6. Разработан метод лучевого зондирования – метод измерения волноводных свойств напыленного слоя, обеспечивающий экспериментальными данными нужного качества и в нужном количестве. Смонтированный измерительно-вычислительный комплекс по фотографиям лучей, следуя разработанному алгоритму, автоматически синтезировал форму экранирующей маски.

7. Фрезеровка маски и напыление через нее третьего слоя проводились вне автоматизированного процесса. Измеренный профиль и вычисленный на

компьютере отличаются меньше, чем на погрешность математической обработки данных измерений. Точность функционирования тонкопленочной линзы Люнеберга была обеспечена по результатам вычислительного эксперимента с избытком.

Работы, положенные в основу диссертации:

1. Севастьянов Л.А. Об экранировании корпускулярных потоков. // Изв вузов. Физика, 1983, №7, с.126-127.
2. Севастьянов Л.А. Некоторые теоретические вопросы процесса напыления вещества через объемную маску на подложку сложной формы. // В сб. «Численные методы в теоретической физике и физической химии». – М.: Изд. УДН, 1983, с.37-41.
3. Севастьянов Л.А. Численный метод решения задачи экранирования корпускулярных потоков. // В сб. «Численные методы в теоретической физике и физической химии». – М.: Изд УДН, 1983, с.71-74.
4. Курышкин В.В., Севастьянов Л.А. Теоретические аспекты процесса напыления. // В сб. «Проблемы квантовой и статистической физики». – М.: Изд. УДН, 1983, с.72-76.
5. Курышкин В.В., Севастьянов Л.А. Макроскопические параметры эффективного распределения. // В сб. «Проблемы квантовой и статистической физики». – М.: Изд. УДН, 1984, с.87-92.
6. Курышкин В.В., Севастьянов Л.А. Каноническое уравнение процесса напыления. // В сб. «Численные методы в задачах математической физики». – М.: Изд. УДН, 1985, с.14-18.
7. Севастьянов Л.А. Проблемы численной реализации одной математической модели процесса напыления. // В сб. «Анализ информационно-вычислительных систем». – М.: Изд. УДН, 1986, с.117-122.
8. Курышкин В.В., Микулич А.В., Севастьянов Л.А. Восстановление изотропной сферической симметричной метрики островного типа по форме геодезических. // В сб. «Всемирное тяготение и теории пространства и времени». – М.: Изд. УДН, 1987, с.83.
9. Курышкин В.В., Микулич А.В., Севастьянов Л.А. Восстановление изотропной метрики островного типа по форме геодезических. // В сб. «Гравитация и фундаментальные взаимодействия». – М.: Изд. УДН, 1988, с.124.
10. Аникин В.И., Курышкин В.В., Микулич А.В., Севастьянов Л.А., Швачка А.Б., Шokol С.В. Расчет экранирующей маски для напыления линзы Люнеберга. // В сб. «Тезисы докладов Межвузовской конференции «Вычислительная физика и математическое моделирование» (Волгоград, сентябрь 1988). – М.: Изд. УДН, 1989, с.8-12.
11. Лябис И.А., Севастьянов Л.А. Итеративный алгоритм поиска параметров экранирующей маски для напыления тонкопленочной волноводной линзы Люнеберга. // В сб. «Тезисы докладов II конференции НУЦ физико-химических методов исследования». – М.: Изд. УДН, 1989, с.38.

12. Курышкин В.В., Ланеев Е.Б., Микулич А.В., Севастьянов Л.А. Об одной обратной задаче планарной оптики. // В сб. «Проблемы квантовой и статистической физики». – М.: Изд. УДН, 1989, с.126-130.
13. Лябис И.А., Севастьянов Л.А. Итеративный алгоритм поиска экранирующей маски для напыления тонкопленочной линзы Люнеберга. // В сб. «Математическое моделирование систем». – М.: Изд. УДН, 1990, с. 83-86.
14. Беляков Г.В., Микулич А.В., Севастьянов Л.А. Трассировка лучей в обобщенной линзе Люнеберга с неполной апертурой. // В сб. «Проблемы теоретической физики». – М.: Изд. УДН, 1990, с.63-70.
15. Беляков Г.В., Микулич А.В., Севастьянов Л.А. Применение сплайнов в задаче диагностики планарной линзы по результатам лучевого зондирования. // В сб. «Тезисы докладов II всесоюзной конференции «Вычислительная физика и математическое моделирование» (Волгоград, сентябрь, 1989г.). – М.: Изд. УДН, 1990, с.12-15.
16. Севастьянов Л.А. Решение задачи экранируемого напыления вариационным методом. // В сб. «Тезисы докладов XXVII научной конференции фак-та физ.-мат. и естеств. наук, май 1991г.». – М.: Изд. УДН, 1991, с.4.
17. Севастьянов Л.А. Решение задачи экранируемого напыления. // В сб. «Теоретическая физика». – М.: Изд. РУДН, 1992, с.221-224.
18. Аникин В.И., Курышкин В.В., Севастьянов Л.А. Модель эффектов корпускулярного экранирования в процессе вакуумного напыления. // В сб. «Дискуссионные вопросы квантовой физики (памяти В.В.Курышкина)». – М.: Изд. РУДН, 1993, с.165-171.
19. Микулич А.В., Севастьянов Л.А. Математическая модель коррекции волноводного слоя интегрально-оптической системы по результатам лучевого зондирования. // Proceedings of the International Conference «Programming and Mathematical Techniques in Physics». – Singapore, World Scientific, 1994, p.173-174.
20. Севастьянов Л.А. Эффекты объемного экранирования в процессе вакуумного напыления тонких пленок в рамках вычислительного эксперимента // Сб. Тезисов Международной конф. «Вычислительная физика и математическое моделирование», Дубна, 1996, с.126.
21. Севастьянов Л.А. Математическая модель эффектов экранирования корпускулярных потоков. // В сб. тезисов XXXIII научн. конф. фак-та ФМ и ЕН. Математические секции. – М.: Изд. РУДН, 1997, с.93.
22. Севастьянов Л.А. Существование решений и методы поиска приближенных решений задач экранирования корпускулярных потоков. // В сб. тезисов XXXIII научн. конф. фак-та ФМ и ЕН. Математические секции. – М.: Изд. РУДН, 1997, с.92.
23. Севастьянов Л.А. Адиабатические инварианты в математической модели тонкопленочной линзы Люнеберга. // В сб. тезисов XXXIII научн. конф. фак-та ФМ и ЕН. Математические секции. – М.: Изд. РУДН, 1997, с.91.
24. Пискарев Ю.В., Севастьянов Л.А. Распространение адиабатических мод в тонкопленочной линзе Люнеберга. Численная реализация. // В сб. тезисов

25. Севастьянов Л.А. Устойчивые методы решения обратных задач в рамках математической модели экранируемого вакуумного напыления. // Вестник РУДН. Прикладная математика и информатика, 1997, №1, с.111-116.
26. Севастьянов Л.А. Математическая модель эффектов экранирования не взаимодействующих корпускулярных потоков. // Математическое моделирование, 1998, т.10, №4, с.3-12.
27. Севастьянов Л.А. Математическая модель экранируемого напыления. // Математическое моделирование, 1998, т.10, №4, с.13-22.
28. Sevastianov L.A. Effective distribution concept in a mathematical model for shadowed sputtering. // In book: Beam Dynamics and Optimization by Editors E.P.Zhidkov, D.A.Ovsyannikov, I.P.Yudin. JINR, D9, 11-98-273, Dubna, p.28-35.
29. Жидков Е.П., Севастьянов Л.А. Свойства интегральных операторов математической модели экранируемого напыления. // Математическое моделирование, 1998, т.10, №9, с.35-40.
30. Жидков Е.П., Севастьянов Л.А. Макропараметры эффективного распределения и функции источника в математической модели экранируемого напыления. // Математическое моделирование, 1998, т.10, №10, с.3-7.
31. Севастьянов Л.А. Синтез экранирующей маски для напыления тонкопленочной линзы Люнеберга. // In book: Beam Dynamics and Optimization by Editors E.P.Zhidkov, D.A.Ovsyannikov, I.P.Yudin. JINR, D9, 11-98-273, Dubna, p.36-42.
32. Севастьянов Л.А. Математическая модель экранируемого напыления тонкопленочной линзы Люнеберга. // Вестник РУДН. Прикладная математика и информатика, 1998, №1, с.135-146.
33. Пискарев Ю.В., Севастьянов Л.А. Адиабатическая модель собственных мод плавнорегулярного планарного тонкопленочного оптического волновода. // В сб. «Тез. докл. Международной научно-техн. конф. «Лазеры в науке, технике, медицине», 1997, г.Пушкинские Горы». – М.: Изд. ИРЭ РАН, 1998, с.154-156.
34. Sevastianov L.A. The probability scheme of constructing the mathematical model of shadowed sputtering. // Thes. of I-st International conference «Modern trends in Computational physics», June, 1998, Dubna, Russia». – Dubna, JINR Publ., 1998, p.151.
35. Sevastianov L.A., Zhidkov E.P. Analysis of problems in the mathematical model for shadowed sputtering. // Thes. of I-st International conference «Modern trends in Computational physics», June, 1998, Dubna, Russia». – Dubna, JINR Publ., 1998, p.152.