

П 444
ПОДОСЕНОВА Татьяна Борисовна

УДК 519.61+519.24+518

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ И ЭФФЕКТИВНЫЕ
АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ
ДЛЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ**

Специальность 01.01.07 — вычислительная математика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Московском ордена Ленина, ордена Октябрьской революции и ордена Трудового Красного Знамени государственном университете им. М. В. Ломоносова на кафедре математической физики факультета вычислительной математики и кибернетики.

Научный руководитель — доктор физико-математических наук, доцент П. Н. Заикин

Официальные оппоненты — доктор физико-математических наук, профессор Н. Г. Волков, кандидат физико-математических наук В. Б. Злоказов

Ведущая организация — Ленинградский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова АН СССР

Защита состоится « 18 » февраля 1988 г. в 12³⁰ часов на заседании специализированного совета Д 047.01.04 Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан « 15 » января 1988 г.

Ученый секретарь специализированного совета
кандидат физико-математических наук
З. М. Иванченко

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Современные физические эксперименты являются весьма дорогостоящими и поэтому требуют тщательной подготовки, в связи с чем особую важность приобретают этапы машинного моделирования и проектирования экспериментов. В диссертации эти этапы продемонстрированы на примере двух классов характерных ядерно-спектрометрических экспериментов.

Большое место в ядернофизических исследованиях занимает эксперименты по определению сечений фотоядерных реакций, протекающих при взаимодействии налетающих на мишень из исследуемого вещества тормозных гамма-квантов с ядрами мишени. К настоящему времени для ряда ядер экспериментально измерены интегральные сечения реакций с выделением одного нуклона — протона или нейтрона. Сейчас однако ставятся более сложные задачи — по определению сечений множественных (с выделением двух и более нуклонов) фотоядерных реакций. Поэтому вопросы оптимизации параметров квазиреального моделирования, исследования методов обработки и интерпретации результатов измерений в проблеме проектирования на ЭВМ экспериментов по определению выходов множественных процессов имеют важное значение.

Задача выделения наилучшего подмножества регрессоров часто встречается в регрессионном и конфликтном анализе при подборе модели, адекватно описывающей экспериментальные данные. Причем поскольку на практике данные обычно содержат ошибки, для решения линейных задач интерпретации результатов измерений представляет значительный интерес разработка и программная реализация метода построения наилучшего базиса системы заданных с ошибками функций.

К числу спектрометрических относятся и задачи диагностики плазмы — одного из основных направлений современных физических исследований. Одной из них является задача определения ионной температуры высокотемпературной плазмы по данным регистрации энергетического спектра термоядерных нейтронов. Специфика нейтронных измерений обуславливает малый объем статистики (количество зарегистрированных нейтронов). Высокая стоимость измерительной аппаратуры приводит к необходимости решения на ЭВМ за-

дачи проектирования аппаратуры - оптимизации (минимизации) числа детекторов, обеспечивающих восстановление с заданной точностью искомых параметров плазмы.

Цель работы.

1. Построение математической модели эксперимента по определению выходов множественных фотоядерных реакций по измерениям энергетического спектра выделяющихся гамма-квантов. Создание комплекса программ для решения задач обработки и проектирования данного класса экспериментов.
2. Разработка метода и программная реализация выбора наилучшего набора базисных функций системы в линейных задачах интерпретации данных.
3. Разработка алгоритма и программная реализация выбора минимального числа детекторов для восстановления с заданной точностью ионной температуры высокотемпературной плазмы по данным регистрации энергетического спектра термоядерных нейтронов.

Научная новизна работы.

Разработана математическая модель экспериментов по определению выходов множественных фотоядерных реакций с использованием пучков тормозных гамма-квантов и регистрацией спектра выделяющегося гамма-излучения. Созданы алгоритмы моделирования, обработки и интерпретации результатов наблюдений для экспериментов, в которых применяется метод наведенной активности, а спектр гамма-квантов регистрируется интегрально. Обоснована необходимость учета влияния процедуры интерпретации результатов измерений в задачах проектирования указанного класса экспериментов.

Предложен и обоснован метод выделения наилучшего набора базисных функций в системе заданных с ошибками функций. Показана применимость этого метода для решения линейных задач интерпретации данных.

Разработаны методика решения задачи оптимизации числа детекторов для восстановления с заданной точностью ионной температуры высокотемпературной плазмы и эффективный алгоритм определения усредненного значения ионной температуры для гауссовой

формы энергетического спектра нейтронов и малого объема статистики (количества зарегистрированных нейтронов).

Практическая значимость работы. Работа проводилась в соответствии с планом НИР МГУ по теме "Развитие математических моделей и методов интерпретации для многоцелевых систем автоматизации экспериментальных исследований в спектроскопии" (ном. гос.рег. 81063103) в рамках целевой программы О.Ц.027 (задание 05.01).

Предложенные в диссертации алгоритмы реализованы в виде программных комплексов на языке ФОРТРАН для ЭВМ типа БЭСМ-6 и мини-ЭВМ класса ЕС 1840. Разработанные модели и комплексы программ могут быть использованы при решении задач моделирования, обработки и проектирования экспериментов по определению выходов множественных (фотоядерных) процессов, при решении линейных задач интерпретации данных, а метод восстановления ионной температуры плазмы по экспериментально измеренному спектру нейтронов - в исследованиях по диагностике термоядерной плазмы.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на конференциях молодых ученых факультета ВМиК МГУ (1983, 1984 гг.), на Московской городской конференции "Информация, вычислительная техника, автоматизация в науке и технике, народном хозяйстве" (1983 г.), на Всесоюзном семинаре "Планирование эксперимента в радиоаналитических методах и обработка результатов на ЭВМ" (г.Урмала, 1986 г.), на семинаре ОБМ ЛВТА ОИЯИ (г.Дубна, 1987 г.).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-5].

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав основного текста, заключения и трех приложений. Объем диссертации без приложений - 140 стр. Библиография включает 70 наименований. Диссертация содержит 20 рисунков, 5 таблиц.

Во введении излагаются постановки задач, рассматриваемых в диссертации, дается обзор литературы, описывается структура работы.

Первая глава диссертации посвящена задаче проектирования эксперимента по определению выходов множественных фотоядерных процессов. Экспериментальный процесс можно описать следующим образом.

При взаимодействиях тормозных гамма-квантов γ с ядрами образца из исследуемого вещества A могут протекать ядерные реакции с образованием различных вторичных частиц. Образующиеся в результате реакций новые ядра A_s (отличающиеся от A числом нуклонов либо возбужденным состоянием, s - индекс реакции, $s = 1, 2, \dots$); вследствие радиоактивного распада сразу или по цепочке переходят в стабильные ядра $A_s^i: A_s^1 \rightarrow A_s^2 \rightarrow \dots \rightarrow A_s^i$. В экспериментах регистрируется гамма-спектр γ^i , излучаемый при гамма-переходах между возбужденными и основными ($j=0$) и изомерными ($j>0$) состояниями ядер A_s^i , различающимися периодами полураспада t_{ij} .

Формально задача обработки указанного класса экспериментов состоит в определении выходов ядерных реакций $Y_s(T)$ по измерениям гамма-спектра, а задача проектирования сводится к определению оптимальных условий проведения эксперимента, при которых наиболее точно восстанавливаются $Y_s(T)$ (T - верхняя граница тормозного спектра).

В качестве модели гамма-излучения (спектра ядер A_s^i) в работе рассматривается суперпозиция символов Кронекера:

$$f(E, T, t) = \sum_s \sum_{i=1}^{i_s} \sum_{q=1}^{K_s^i} I_{sq}^i(T, t) \delta(E - E_{sq}^i). \quad (1)$$

Здесь E - энергия, $E \in (0, +\infty)$, t - время, E_{sq}^i и $I_{sq}^i(T, t)$ - энергия перехода и интенсивность линии гамма-излучения соответственно.

Вообще говоря, в зависимости от распределения во времени интенсивности пучка тормозного излучения $\mathcal{D}(T, t)$ (рис.1), а именно: от соотношения величин τ, τ_0, N , где $\tau, \tau_0, \tau + \tau_0$ - продолжи-

тельность импульса излучения, паузы между импульсами и цикла облучения соответственно, N - количество прошедших к моменту t циклов облучения, регистрацию гамма-спектра можно проводить в нескольких режимах. В работе задачи обработки и интерпретации результатов измерений рассматриваются для способа регистрации, при котором используется наведенная активность образца. При этом задача проектирования решается в рамках квазиреального эксперимента.

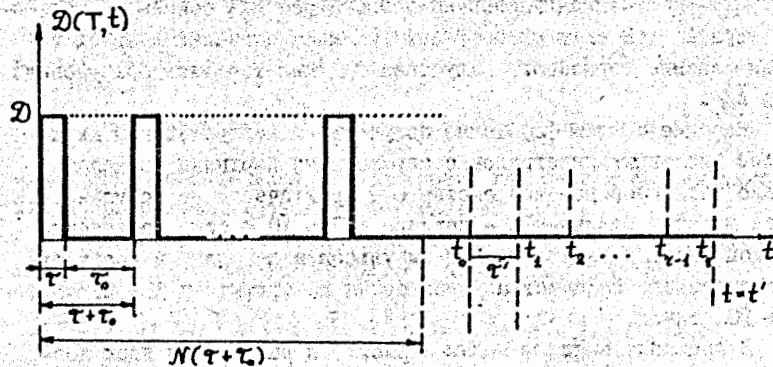


Рис.1 Распределение во времени интенсивности пучка тормозного излучения

Задача моделирования спектра (1) сводится к определению зависимости $n_{ij}^i(T, t)$ - количества ядер A_s^i в j -м состоянии. В главе получены системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменение функций $n_{ij}^i(T, t)$. В частном случае (в предположении отсутствия изомерных уровней) системы имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{dn_{s0}^i(T, t)}{dt} = -\lambda_{s0}^i n_{s0}^i(T, t) - \frac{\mathcal{D}(T, t)}{\tau} Y_s(T), & t \geq 0, \\ \frac{dn_{s0}^i(T, t)}{dt} = -\lambda_{s0}^i n_{s0}^i(T, t) + \lambda_{s0}^{i-1} n_{s0}^{i-1}(T, t), & i = \overline{2, i_s}, \\ n_{s0}^i(T, 0) = 0, & i = \overline{1, i_s}, \quad s = \overline{1, 2, \dots}, \end{cases} \quad (2)$$

где λ_{s0}^i — постоянная экспоненциального распада основного состояния ядра A_s^i . В силу малости выходов множественных ядерных реакций влияние тормозного излучения учитывается лишь при распаде ядер A_s^i .

Решение систем (2) можно получить последовательным вычислением вложенных интегралов с переменными верхними пределами. Однако численное решение систем (2) практически не возможно из-за малости величины τ — порядка $10^{-5} + 10^{-4}$ сек, достаточно высокой частоты излучения (50 импульсов в секунду) и необходимого огромного количества узлов сетки по аргументу t — порядка $10^8 + 10^9$ точек.

В предположении $\mathcal{D} = \text{const}$ (рис.1) в работе для всех возможных режимов регистрации гамма-излучения выведены аналитические выражения зависимостей $n_{s0}^i(T, t)$:

$$n_{s0}^i(T, t) = Y_s(T) \mathcal{D} x_{sj}^i(\tau, \tau, N, t, \theta_s^i), \quad t \in (t_0, t'), \quad j = \overline{0, l_s^i}, \quad i = \overline{1, i_s}, \quad s = \overline{1, 2, \dots},$$

где θ_s^i — набор данных из оптимального справочника задачи, t_0 и t' — моменты начала и окончания измерения спектра (1) соответственно, а функции $x_{sj}^i(\tau, \tau, N, t, \theta_s^i)$ суть решения системы (2) в случае $Y_s(T) = 1$.

Математическое ожидание $\bar{I}(T, t)$ — суммарной интенсивности гамма-квантов γ , выделившихся за время $(t - \tau', t)$ — линейным образом связано с количеством ядер A_s^i в основном и изомерных состояниях, и поэтому

$$\bar{I}(T, t) = \int_{t-\tau'}^t \int_0^{+\infty} f(E, T, x) dE dx = \mathcal{D} \sum_s Y_s(T) \bar{x}_s(\theta, t, \theta_s),$$

где

$$\bar{x}_s(\theta, t, \theta_s) = \int_{t-\tau'}^t \sum_{i=1}^{i_s-1} \left[\left\{ \sum_{k=0}^{i-1} \sum_{j=0}^{i-k} \alpha_{skj}^i \lambda_{sj}^i x_{sj}^i(\tau, \tau, N, x, \theta_s^i) \right\} \times \sum_{q=1}^{k_s^{i+1}} \eta_{sq}^{i+1} \right] dx.$$

Здесь τ' — длительность интервала регистрации (время экспозиции детектора), $\theta = (\tau, \tau, N, \tau')$ — вектор параметров эксперимента, θ_s — набор данных из оптимального справочника задачи, α_{skj}^i — вероятность распада j -го уровня (изомерного или основного) ядра A_s^i на k -й уровень (изомерный или основной) ядра A_s^{i+1} , λ_{sj}^i — постоянная экспоненциального распада j -го состояния ядра A_s^i , $\sum_{q=1}^{k_s^{i+1}} \eta_{sq}^{i+1}$ — суммарная относительная интенсивность гамма-квантов, выделяющихся при разрядке возбужденных уровней ядра A_s^{i+1} .

При решении задачи проектирования квазиреальный вектор измерений $\tilde{I} = (\tilde{I}_\ell, \ell = \overline{1, \bar{L}})$ строится следующим образом:

$$\tilde{I}_\ell = \varepsilon \gamma (\bar{I}_\ell + \bar{I}_\varphi) + \{\varepsilon \gamma (\bar{I}_\ell + \bar{I}_\varphi)\}^{1/2} \omega_\ell, \quad \bar{I}_\ell = \bar{I}(T, t_\ell), \quad \ell = \overline{1, \bar{L}},$$

где ε — эффективность работы регистрирующей аппаратуры (детекторов), γ — коэффициент, учитывающий геометрию эксперимента, \bar{I}_φ — моделируемый уровень фона (в данном классе экспериментов фон достаточно хорошо аппроксимируется постоянной функцией), ω_ℓ — случайные величины, $\omega_\ell \sim N(0, 1)$, $t_\ell = t_0 + \ell \tau'$, $\ell = \overline{1, \bar{L}}$; $t_{\bar{L}} = t'$.

В силу наличия близких периодов полураспада основных и изомерных состояний ядер A_s^i обратная задача интерпретации — определения $Y_s(T)$ по \tilde{I} — является неустойчивой. Действительно, поскольку функции $\bar{x}_s(\theta, t, \theta_s)$ линейно независимы, то искомые выходы реакций $\tilde{Y}_s(T)$ можно определять по \tilde{I} методом наименьших квадратов (МНК):

$$\begin{cases} \tilde{Y}_s(T) = (\varepsilon \gamma \mathcal{D})^{-1} c_s^*, & s = \overline{1, K}, \\ c^* = \arg \min_{c \in R_K} \left\{ \sum_{\ell=1}^{\bar{L}} W_\ell \left[\tilde{I}_\ell - \sum_{s=1}^K c_s \bar{x}_s(\theta, t_\ell, \theta_s) \right]^2 \right\}, & W_\ell \geq 0, \end{cases} \quad (3)$$

причем соответствующая матрица в (3) для рассматриваемых множественных процессов является плохо обусловленной или даже, может быть, вырожденной вследствие влияния погрешностей машинных округлений. Поэтому для решения задачи интерпретации результатов эксперимента требуется привлечение теории регуляризирующих алгоритмов.

При определении $Y_0(T)$ в рамках нормального решения (методом классической регуляризации А.Н.Тихонова) требуется априорная информация о начальном приближении к искомым выходам реакций. Предлагаемый в работе метод восстановления $Y_0(T)$ основан на выделении минимального числа каналов (типов) реакций, идентифицируемых в рамках погрешности экспериментальных данных. Значения $Y_0(T)$ определяются тогда коэффициентами разложения \tilde{I} в линейную комбинацию только этих K_0 (базисных) каналов:

$$\begin{cases} \tilde{Y}_{s,q}(T) = (\varepsilon \tilde{I} D) C_q^*, & q = \overline{1, K_0}, \\ C^* = \operatorname{arg\,min}_{C \in R_{K_0}} \left\{ \sum_{l=1}^r W_l \left[\tilde{I}_l - \sum_{q=1}^{K_0} C_q \tilde{Z}_q(\theta, t_l, \theta_{s,q}) \right]^2 \right\}, & W_l > 0. \end{cases}$$

Обоснование метода минимального ε -базиса приведено в следующей главе. В программном комплексе при проектировании условий проведения эксперимента вычисляются также среднеквадратические ошибки $[\delta^2(\tilde{Y}_{s,q}(T))]^{1/2}$ и апостериорная ошибка метода ε -квазирешений $\Delta(\Phi_{K_0}, \delta^2(\tilde{I}))$.

В работе предлагается оценивать почти оптимальный набор параметров эксперимента - $\theta = (\tau, \tau_0, \kappa, \tau', t_0, t')$ - из условия

$$[\delta^2(\tilde{Y}_{s,q}(T))]^{1/2} + \Delta(\Phi_{K_0}, \delta^2(\tilde{I})) \leq \varepsilon_1,$$

где ε_1 - заданная величина. Задача поиска решается перебором параметров или методом случайного поиска. В заключительной части главы приводятся результаты численных расчетов характеристик проведения эксперимента по исследованию ядра индия 115 .

Во второй главе диссертации рассматривается задача выбора наилучшего набора базисных функций системы.

Сначала вводятся два понятия: меры уклонения $\rho^2(\tilde{\Phi}_K, \varphi)$ элемента $\varphi \in H$ из гильбертова пространства H от линейного многообразия $\tilde{\Phi}_K$, порожденного семейством $\Phi_K = \{\varphi_i \in H, i = \overline{1, K}\}$, и меры линейной независимости системы $\Phi_K = \mu^2(\Phi_K)$:

$$\rho^2(\tilde{\Phi}_K, \varphi) = \min_{x \in R_K} \left\| \sum_{i=1}^K x_i \varphi_i - \varphi \right\|_H^2, \quad \mu^2(\Phi_K) = \min_{\substack{x \in R_K \\ \|x\|=1}} \left\| \sum_{i=1}^K x_i \varphi_i \right\|_H^2,$$

и рассматриваются некоторые их свойства. Доказано, что $\mu^2(\Phi_K) = \lambda_K^2$, где λ_K^2 - наименьшее собственное значение матрицы $A_K^T A_K$, а матрица A_K ассоциирована с набором Φ_K (вектора $\varphi_i, i = \overline{1, K}$ записаны в A_K по столбцам).

Базис (ε -базис) системы $\tilde{\Phi} = \{\tilde{\varphi}_i \in H, \|\tilde{\varphi}_i - \varphi_i\|_H \leq \delta_i, i \in I\}$, $I = \{1, 2, \dots, p\}$ есть такой набор $\tilde{\Phi}_\varepsilon = \{\tilde{\varphi}_{i_s}, s = \overline{1, r}, i_s \in I\}$ функций системы $\tilde{\Phi}$, что $\mu^2(\tilde{\Phi}_\varepsilon) > \varepsilon$, а для любой функции $\tilde{\varphi} \in \tilde{\Phi}$ справедливо неравенство $\mu^2(\tilde{\Phi}_\varepsilon \cup \{\tilde{\varphi}\}) \leq \varepsilon$, где ε - заданная величина (например, $\varepsilon = \max_{i \in I} \delta_i$).

Предлагаемый в работе алгоритм построения базиса системы разбивается на этапы. На первом шаге алгоритма выбирается первая базисная функция из условия ее максимальной линейной независимости на $\tilde{\Phi}$:

$$\tilde{\varphi}_1 = \operatorname{arg\,min}_{i \in I} \max_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} (\tilde{\varphi}_i, \tilde{\varphi}_j)^2.$$

На K -м шаге алгоритма, $K > 1$, функция $\tilde{\varphi}_K \in \hat{\Phi}_{K-1}$ ($\hat{\Phi}_0 = \tilde{\Phi}$) считается линейно независимой от семейства $\tilde{\Phi}_K$ K базисных функций, если $\mu^2(\tilde{\Phi}_{K,j}) > \Delta(\tilde{A}_{K,j}, \delta_{K,j})$. Здесь $\tilde{\Phi}_K$ - множество функций, линейно независимых по указанному критерию от $\tilde{\Phi}_K$, $\tilde{\Phi}_{K,j} = \tilde{\Phi}_K \cup \{\tilde{\varphi}_j\}$, матрица $\tilde{A}_{K,j}$ ассоциирована с системой $\tilde{\Phi}_{K,j}$, а вектор $\delta_{K,j}$ задается погрешностями измерения функций из $\tilde{\Phi}_{K,j}$. Функция $\Delta(\tilde{A}_{K,j}, \delta_{K,j})$ удовлетворяет условиям: для каждой фиксированной пары (K, j) $\Delta(\tilde{A}_{K,j}, \delta_{K,j}) \rightarrow 0$ при $\|\delta_{K,j}\| \rightarrow 0$, а в случае точных данных $\Delta(\tilde{A}_{K,j}, \delta_{K,j}) = 0$. Базис $\tilde{\Phi}$ построен, если полученное множество $\tilde{\Phi}_K$ пусто: $\hat{\Phi}_K = \emptyset$. В противном случае очередная, $(K+1)$ -я базисная функция выбирается из условия

$$\mu^2(\tilde{\Phi}_{k+1}) = \max_{\tilde{\Phi}_j \in \hat{\Phi}_k} \mu^2(\tilde{\Phi}_{k,j})$$

и осуществляется переход на $(k+1)$ -й шаг алгоритма.

Доказана возможность построения базиса системы Φ с помощью указанного алгоритма. При $\epsilon \rightarrow 0$ $\dim \tilde{\Phi} = \tilde{\nu}(\epsilon) \rightarrow \nu = \dim \Phi$, где ν и $\tilde{\nu}(\epsilon)$ — размерности базиса Φ и ϵ -базиса $\tilde{\Phi}$ соответственно. Получены мажорирующие оценки для меры линейной независимости системы функций: $\mu^2(\Phi_{k+1}) \leq \rho^2(\Phi_k, \Phi_{k+1})$.

На основе выделения ϵ -базиса системы построен алгоритм линейного приближения функций. Определяются необходимые для разложения компоненты ϵ -базиса и минимальный набор компонентов ϵ -базиса, обеспечивающих разложение f с заданной погрешностью.

Во второй части главы описывается численная реализация алгоритма выделения базиса системы, основанная на ортогональных преобразованиях Хаусхоллера, приводится ее сравнение с другими методами. Информационно-методическое обеспечение пакета прикладных программ (ППП) построения базиса и определения коэффициентов линейного приближения приводится в приложении 3.

В третьей главе рассматривается задача проектирования измерительной аппаратуры — определения минимального числа детекторов для восстановления ионной температуры высокотемпературной плазмы. Изучение энергетического спектра нейтронов представляет значительный интерес для диагностики плазмы.

Распределение нейтронов по энергии возможно получить с помощью метода коллимации, суть которого заключается в регистрации нейтронов, испускаемых с различных хорд определенного поперечного сечения плазменного шнура. Значение усредненной ионной температуры (в дальнейшем обозначается T_i) наиболее целесообразно восстанавливать по спектру D -нейтронов, выделяющихся в результате реакции синтеза дейтерия с тритием $D + T = {}^4\text{He} + n + 17.6$ мэВ, т.к. спектры D - и других образующихся в плазме нейтронов практически не перекрываются. Специфика нейтронных измерений, обуславливающая малый объем статистики (количество зарегистрированных нейтронов) и высокая стоимость регистриру-

емой аппаратуры приводит к необходимости тщательного сравнительного анализа методов обработки экспериментальных данных и выработки рекомендаций по числу детекторов.

Поскольку распределение D -нейтронов по энергии E описывается кривой гауссовой формы:

$$p(E) = A \cdot \exp\{- (E - E_0)^2 / (ST_i)\}, \quad C = 11:28,$$

где E_0 — средняя энергия D -нейтронов, A — нормирующая константа, то задача обработки заключается в определении значений E_0 и T_i по измеренному в эксперименте вектору отсчетов (n_1, \dots, n_ν) (n_j — количество испускаемых с хорды нейтронов, зарегистрированных системой S детекторов в j -м энергетическом канале, $j = \overline{1, \nu}$). В основе решения задачи проектирования эксперимента лежит использование монте-карловских оценок \bar{E}_0 и \bar{T}_i искомым параметрам и их характеристик: монте-карловских дисперсий $\delta^2(\bar{E}_0)$ и $\delta^2(\bar{T}_i)$ и коэффициентов вариации Карла Пирсона:

$$\delta(\bar{E}_0) = (\delta^2(\bar{E}_0))^{1/2} / \bar{E}_0 \cdot 100\%, \quad \delta(\bar{T}_i) = (\delta^2(\bar{T}_i))^{1/2} / \bar{T}_i \cdot 100\%.$$

При этом для обеспечения хотя бы 5%-й точности оценок требуется не менее 400 реализаций по методу Монте-Карло.

Вследствие малого уровня статистики (не более 100-300 отсчетов на эксперимент) для генерации выборки (n_1, n_2, \dots, n_ν) объемом $N_0 = \sum_{j=1}^{\nu} n_j$ используется мультиномиальный закон распределения случайных величин. В силу того, что кривая $p(E)$ совпадает с функцией плотности нормального распределения $N(a, \delta^2)$ при значениях $A = (ST_i)^{-1/2}$, $a = E_0$, $\delta^2 = ST_i/2$, для решения задачи проектирования достаточно ограничиться рассмотрением конечного энергетического интервала $(E_0 - K\delta, E_0 + K\delta)$, где $K > 2.4$.

В предположении гауссовой формы спектра анализируются способы восстановления параметров E_0 и T_i . Для получения оценок нелинейным методом наименьших квадратов требуются хорошие начальные приближения к E_0 и T_i . Оценки T_i , вычисленные линеаризованным МНК, являются смещенными. Учитывая "поправки Шепарда" для группированных данных (наличие спектральных каналов статистически эквивалентно группировке данных) и зная выражения первых моментов усеченного с двух сторон нормального распределения

(применимость которого справедлива вследствие конечности рассматриваемого энергетического интервала), удается получить методом моментов оценки параметров E_0 и T_i :

$$\bar{E}_0 = \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^r n_j E_j,$$

$$\bar{T}_i = \frac{2}{c(1-\gamma(K))} \left\{ \sum_{j=1}^r \frac{n_j}{N_0-1} (E_j - \bar{E}_0)^2 - \frac{K^2}{12} \right\}.$$

Здесь E_j — центры эквидистантно расположенных энергетических каналов ширины h , $\gamma(K) = 2K \exp\{-K^2/2\} / \{(2\pi)^{1/2} (1-2\Phi(-K))\}$, $\Phi(K)$ — интеграл ошибок, K — размах спектра.

По результатам модельных расчетов проводится сравнительный анализ указанных трех методов восстановления T_i . В предположении гауссовой модели спектра наиболее перспективным является метод моментов, причем при всех моделируемых значениях T_i и N_0 наблюдается соответствие между вычисленными методом моментов выборочными $\delta(\bar{T}_i)$ и теоретически полученными $\delta(T_i)$ значениями коэффициента вариации Карла Пирсона,

$$\delta(T_i) = \left[\left\{ 3 - \gamma(K)(K^2+3) - \frac{N_0-3}{N_0-1} (1-\gamma(K))^2 \right\} / N_0 \right]^{1/2} / (1-\gamma(K)) 100\%. \quad (4)$$

Поэтому аналитическая зависимость (4) позволила решить задачу выбора минимального числа детекторов S (фактически, минимального уровня статистики N_0), при котором обеспечивается требуемая точность измерений.

Дополнительно в главе рассматривается итерационный алгоритм определения размаха спектра K по измеренной в эксперименте выборке (n_1, n_2, \dots, n_r) и описывается влияние процесса регистрации нейтронов (в предположении гауссовой формы аппаратной функции детектора) на процедуру восстановления параметров плазмы E_0 и T_i .

Основные результаты работы состоят в следующем.

Разработана математическая модель экспериментов по определению выходов множественных ядерных реакций, использующих тормозные гамма-кванты и регистрирующих энергетические спектры гамма-излучения, сопровождающего разрядку возбужденных уровней образующихся ядер. Для экспериментов с использованием наведенной активности образца на основе метода выделения наилучшей системы базисных функций разработан устойчивый численный алгоритм интерпретации результатов измерений и обоснована необходимость учета процедуры интерпретации в задачах проектирования экспериментов.

Предложен и исследован алгоритм выбора наилучшей совокупности базисных функций в линейных задачах интерпретации данных.

Разработан эффективный алгоритм восстановления ионной температуры высокотемпературной плазмы и методика решения задачи минимизации числа детекторов для определения с заданной точностью ионной температуры в случае гауссовой формы энергетического спектра выделяющихся нейтронов.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Заикин П.Н., Миряк В.И., Подосенова Т.Б. О численном решении обратной линейной коэффициентной задачи кинетики // Математические задачи обработки эксперимента. М.: Изд-во Моск.ун-та, 1984. С.13-19.
2. Подосенова Т.Б. О решении обратных коэффициентных задач кинетики // Прикладная математика и математическое обеспечение ЭВМ. М.: Изд-во Моск.ун-та, 1985. С.8-9.
3. Подосенова Т.Б., Пономарев А.В., Уфимцев М.В. Об одной задаче оптимального проектирования // Программные и технические средства СКП ЭВМ МГУ. М.: Изд-во Моск.ун-та, 1985. С.139-145.
4. Подосенова Т.Б. О некоторых аспектах численной реализации алгоритма ранжирования функций одной переменной // Численные методы в математической физике. М.: Изд-во Моск.ун-та, 1986. С.58-59.
5. Заикин П.Н., Подосенова Т.Б. О построении минимального бази-

