

*Алек*

17-325

На правах рукописи  
УДК 539.12.01; 539.126.3

ПИМИКОВ  
Александр Владимирович

УЧЕТ НЕЛОКАЛЬНОСТИ ВАКУУМНЫХ КОНДЕНСАТОВ  
В ПРАВИЛАХ СУММ КХД ДЛЯ ЛЕГКИХ МЕЗОНОВ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

*С 324.4.9*

Иркутск 2009

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Объект исследования и актуальность темы.

Описание пиона как связанного состояния кварка и антисквартка с момента создания сквартковой модели (Гелл-Ман и Цвейг, 1964), а особенно после создания КХД (1972) является актуальной задачей теории физики элементарных частиц. И вот почему: с одной стороны, пион является простейшей скварт-антисквартковой системой, на которой можно проверить предсказательную способность теории, а с другой стороны, его свойства чрезвычайно важны для описания результатов эксперимента, поскольку пионы — основные частицы, образуемые в адронных процессах. Тема пиона и его свойств интенсивно обсуждается на международных конференциях и в печатных изданиях.

### Целью работы является:

1. Построение модели нелокальных вакуумных средних, описывающих непертурбативный КХД-вакуум, согласованной с уравнением движения КХД и калибровочной инвариантностью. Это позволит корректно учитывать непертурбативный вклад в правилах сумм КХД для легких мезонов.
2. Изучение электромагнитного формфактора и амплитуды распределения пиона.

### Научные положения, выносимые на защиту:

1. Показано, что минимальная гауссова модель не удовлетворяет уравнениям движения безмассовой КХД и приводит к непоперечности непертурбативного вклада в коррелятор векторных токов.
2. Построена улучшенная гауссова модель нелокальных конденсаторов, согласованная как с уравнениями движения, так и с поперечностью коррелятора векторных токов.

### **Научный руководитель:**

кандидат физико-математических наук

А. П. Бакулев

### **Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук,

А. Е. Дорохов

профессор

кандидат физико-математических наук

А. Е. Раджабов

### **Ведущая организация:**

Томский государственный университет,

г. Томск.

Защита состоится “18” июня 2009 г. в 14 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.074.04 при Иркутском государственном университете по адресу: 664003, Иркутск, бульвар Гагарина, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Иркутского государственного университета.

Автореферат разослан “15” мая 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

кандидат физико-математических наук,

доцент



Б. В. Мангазеев

3. Произведен расчет области допустимых значений коэффициентов  $a_2$  и  $a_4$  гегенбауэрского разложения амплитуды распределения пиона в улучшенной модели.

4. Вычислен электромагнитный формфактор пиона в пространственно-подобной области квадрата передачи импульса  $1 - 10 \text{ ГэВ}^2$  в минимальной и улучшенной моделях.

### **Научная новизна**

Все результаты, перечисленные в разделе “Научные положения, выносимые на защиту” являются новыми.

### **Научная и практическая ценность**

Полученные результаты позволяют изучать легкие мезоны в рамках подхода правил сумм КХД с нелокальными конденсатами, не нарушая при этом уравнений движения кваркового поля и минимизируя нарушение калибровочной инвариантности.

### **Апробация работы:**

Результаты представленные в диссертации докладывались и обсуждались на научных семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова (ОИЯИ, Дубна), на семинарах кафедры теоретической физики Иркутского государственного университета (ИГУ, Иркутск), на семинаре Европейского центра теоретической физики (ECT\*, Тренто, Италия, декабрь 2006), в Мюнхенском университете им. Людвига и Максимилиана (LMU, Мюнхен, март 2008) и на Международных конференциях: “Рождение, свойства и взаимодействие мезонов” (Краков, Польша, июнь 2006), “Новые направления в физике высоких энергий” (Ялта, Украина, июнь 2006), “Структура адронов” (Модра-Гармония, Словакия, сентябрь 2007), “Структура адронов и КХД” (Гатчина, Россия, июнь 2008), “Возбужденная КХД” (Закопане, Польша, февраль 2009).

**Публикации:** По материалам диссертации опубликовано 6 работ /1, 2, 3, 4, 5, 6/ в отечественных и зарубежных изданиях.

### **Личный вклад автора:**

Исследования, составляющие основу диссертационной работы, выполнены в соавторстве с А. П. Бакулевым, С. М. Михайловым и Н. Г. Стефанисом. Получение и интерпретация результатов и соответствующих защищаемых положений в существенной мере сделаны лично соискателем.

### **Структура и объём диссертации:**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и одного приложения. Общий объём диссертации 101 страница машинописного текста, включая 30 рисунков, 5 таблиц и списка литературы из 99 наименований.

### **Краткое содержание работы:**

В **Введении** обсуждается современное состояние проблемы, отражена актуальность исследуемой темы, сформулированы цели и методы решения поставленных задач, излагается краткое содержание работы.

В **первой главе** подробно рассматривается подход правил сумм (ПС) КХД предложенный в цикле работ /7/. Этот подход позволяет расчитывать характеристики адронных состояний (массы, распадные константы, магнитные моменты), ничего не говоря о самом процессе связывания кварков в адрон, т. е. обходя проблему конфайнмента, что было продемонстрировано в /7/ для  $\pi$ -,  $\rho$ -,  $\omega$ -,  $J/\psi$ - и  $\eta_c$ -мезонов. Одна из главных идей подхода основана на том, что физический вакуум не совпадает с основным состоянием теории свободных полей, поэтому было предложено ввести ненулевую константу  $\langle 0 | : \bar{q}(0)q(z) : | 0 \rangle \approx \langle \bar{q}q \rangle = const$ , называемую кварковым конденсатом. При этом нелокальностью, т.е. зависимостью вакуумных средних от координат полей, пренебрегали и ис-

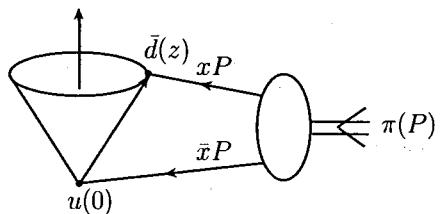


Рис. 1. Физический смысл пионной АР.

пользовали (как мы их называем) локальные конденсаты.

Одним из недостатков в использовании локальных конденсатов при построении ПС КХД /8/ для амплитуды распределения (АР) пиона  $\varphi_\pi(x, \mu^2)$  следует признать плохую сбалансированность получающегося ПС (см. /9/ и ссылки в ней). Пионная АР является амплитудой перехода  $\pi(P) \rightarrow u(Px) + \bar{d}(P(1-x))$  физического пиона с импульсом  $P$  в  $ud$ -пару с импульсами  $xP$  и  $(1-x)P$  (здесь  $x$  — доля импульса,  $x \in [0, 1]$ ), в которой квark и антиквark находятся на световом конусе, как показано на рис. 1. Она определяется согласно

$$\langle 0 | \bar{d}(z) \gamma^\mu \gamma_5 u(0) | \pi(P) \rangle \Big|_{z^2=0} = i f_\pi P^\mu \int_0^1 dx e^{ix(zP)} \varphi_\pi(x, \mu^2),$$

где  $\mu^2$  фиксирует точку нормировки. Пертурбативный вклад в ПС КХД в ведущем порядке описывается спектральной плотностью типа  $\rho_\pi^{\text{pert}}(x, s) \sim x(1-x)$ , является гладкой функцией и имеет максимум в центральной точке  $x = 0.5$ , в то время как непертурбативные вклады, определяемые локальными конденсатами, дают вклады типа

$$c_1 \delta(x) + (c_2 + c_3 x) \delta'(\bar{x}) + (x \rightarrow \bar{x}),$$

где  $\bar{x} \equiv 1 - x$ , сосредоточенные в концевых точках  $x = 0$  и  $x = 1$ . Такое поведение непертурбативных вкладов объясняется тем, что локальный конденсат не «пропускает» через себя импульс, по этой причине весь импульс пиона должен нести один из его квarks, что не представляется достаточно реалистичным приближением. Напомним, что локальный конденсат в координатном представлении постоянен, что в импульс-

ном представлении отвечает дельта-функции  $\delta^4(p)$ , т.е. через конденсат проходит нулевой импульс. В результате, в теоретической части правил сумм, определяемой операторным разложением, для моментов пионной АР появляются как убывающие с ростом номера момента  $N$  члены  $\sim 1/((N+2)(N+3))$  (пертурбативный вклад), так и постоянный (от  $\delta(1-x)$ ) и растущий  $\sim N$  (от  $\delta'(1-x)$ ) вклады глюонного и кварткового конденсатов. Поэтому ПС оказываются устойчивыми и хорошо сбалансированными только для случая нулевого момента  $N = 0$ , а уже для  $N = 2$  они становятся разбалансированными и генерируют завышенное значение второго момента  $\langle \xi^2 \rangle_\pi = 0.66$ , полученное в работе /8/.

Отметим, что ПС с локальными конденсатами для формфактора (ФФ) пиона также обладают плохой стабильностью и устойчивы лишь при евклидовых квадратах передачи импульса  $1 \text{ ГэВ}^2 < Q^2 < 3 \text{ ГэВ}^2$ . Причина здесь та же, что и в случае ПС для АР мезонов: разногласие в поведении пертурбативного вклада, падающего с ростом  $Q^2$ , и непертурбативных вкладов, которые либо постоянны, либо линейно растут с  $Q^2 / 10, 11/$ .

Чтобы получить правильные зависимости от  $N$  ( $Q^2$  для ФФ), необходимо вычислять вклады от операторов высшей размерности типа  $\langle \bar{q}(0) D^2 q(0) \rangle$ ,  $\langle \bar{q}(0) (D^2)^2 q(0) \rangle$  и т.п., получаемых как тейлоровское разложение изначально нелокальных конденсатов (напр.  $\langle \bar{q}(0) q(z) \rangle$ ). Полный конденсатный вклад убывает с ростом  $N$  ( $Q^2$  для ФФ), в то время как каждый по отдельности вклад стандартного операторного разложения имеет структуру  $N^n$  ( $Q^{2n}$  для ФФ). Это означает, что для получения осмыслиенного результата необходимо отсуммировать весь тейлоровский ряд, что выполнить точно не представляется возможным.

**Во второй главе** рассмотрен и улучшен метод, предложенный в работе /12/ для анализа мезонных АР и в работе /13/ для анализа мезонных ФФ. В этом методе предлагается отказаться от разложения изначально нелокальных конденсатов по расстояниям между операторами квартковых и глюонных полей и использовать некоторую модельную

зависимость от расстояний. При этом выбор модели, параметризующей нелокальные вакуумные конденсаты (НВК), может играть важную роль.

Основными вакуумными конденсатами нижайшей размерности, необходимыми для наших исследований, являются: кварковый билокальный  $\langle \bar{q}_A^a(0) q_B^b(x) \rangle$ , кварк-глюон-кварковый  $\langle \bar{q}_B(0)(-g A_\nu^a(y) t^a) q_A(x) \rangle$ , четырехкварковый  $\langle \bar{q}_A^a(0) q_B^b(y) \bar{q}_C^c(z) q_D^d(x) \rangle$  и глюонный  $\langle A_\mu^a(x) A_\nu^b(y) \rangle$  конденсаты. Мы работаем в калибровке Фока-Швингера  $x_\mu A_\mu^a(x) = 0$ , поэтому струнные факторы, необходимые для калибровочной инвариантности нелокальных объектов, обращаются в единицы при выборе пути интегрирования в виде прямой.

Вакуумное среднее билокального по кварковым полям оператора можно представить в общем виде

$$\langle \bar{q}_A^a(0) q_B^b(x) \rangle = \frac{\delta^{ab}}{N_c} \int_0^\infty \left\{ \frac{\delta_{BA}}{4} \langle \bar{q}q \rangle f_S(\alpha) - \frac{\widehat{x}_{BA}}{4} i A_0 f_V(\alpha) \right\} e^{\alpha x^2/4} d\alpha, \quad (1)$$

где  $A_0 = 2\alpha_s \pi \langle \bar{q}q \rangle^2 / 81$ ,  $f_S(\alpha)$  и  $f_V(\alpha)$  – функции, параметризующие скалярный и векторный конденсаты, соответственно. Трилокальные вакуумные средние антикваркового, глюонного и кварковых полей удобно выразить через три скалярные функции  $f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  (см. /12/):

$$\langle \bar{q}_B(0)(-g A_\nu^a(y) t^a) q_A(x) \rangle = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 (\Gamma_\nu^i(x, y))_{AB} M_i(x^2, y^2, (x-y)^2),$$

где

$$M_i(x^2, y^2, (x-y)^2) = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) e^{(\alpha_1 x^2 + \alpha_2 y^2 + \alpha_3 (x-y)^2)/4}; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{3}{2} A_0; & \Gamma_\nu^1(x, y) &= \hat{y} x_\nu - \gamma_\nu(xy); \\ A_2 &= 2 A_0; & \Gamma_\nu^2(x, y) &= \hat{y} y_\nu - \gamma_\nu y^2; \\ A_3 &= +\frac{3}{2} A_0; & \Gamma_\nu^3(x, y) &= i y_\alpha x_\beta \varepsilon_{\nu\sigma\alpha\beta} \gamma_5 \gamma^\sigma. \end{aligned}$$

Вакуумные конденсаты четырехкварковых операторов в предположении гипотезы о вакуумной доминантности /7/ преобразуются в произведение двух билокальных кварковых конденсатов (1). В нашей работе мы не проводим трудоемких вычислений /14/ с нелокальным глюонным конденсатом, а используем модельные приближения вклада этого конденсата, основанные на расчете с локальным конденсатом, что оправдывается малостью глюонного вклада, а также анализом проведенным в /14/.

Таким образом для определения модели нелокальных конденсатов, учитывая лишь тензорные структуры, отвечающие размерностям конденсатов не выше 6, необходимо ввести 5 функций  $f_S$ ,  $f_V$ ,  $f_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Явный вид этих функций должен браться, вообще говоря, из конкретной модели непертурбативного вакуума КХД, например из инстанционной модели, либо из моделирования на решетке. В отсутствии информации о координатных зависимостях конденсатов было предложено /12/ пользоваться первым нетривиальным приближением, учитывающим лишь конечную ширину пространственного распределения кварков в вакууме:

$$f_S(\alpha) = \delta(\alpha - \lambda_q^2/2); \quad f_V(\alpha) = \delta'(\alpha - \lambda_V^2/2); \quad (3a)$$

$$f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \delta(\alpha_1 - \lambda_{\bar{q}Aq}^2/2) \delta(\alpha_2 - \lambda_{\bar{q}Aq}^2/2) \delta(\alpha_3 - \lambda_{\bar{q}Aq}^2/2). \quad (3b)$$

В этой модели, так называемом «дельта-анзаце», в качестве параметра используется средняя виртуальность кварков в вакууме:  $\langle k^2 \rangle = \lambda_q^2 \equiv \langle \bar{q}D^2q \rangle / \langle \bar{q}q \rangle$ , оцененная в ПС КХД и на решетке. Остальные параметры нелокальности не определены. Такой модели отвечает гауссова форма НВК в координатном представлении, поэтому в дальнейшем мы будем называть его гауссовой моделью нелокальных вакуумных конденсатов.

В первых работах по ПС с нелокальными конденсатами предполагалось, что параметры нелокальности разных конденсатов ( $\lambda_q$ ,  $\lambda_V$  и  $\lambda_{\bar{q}Aq}$ ) могут различаться /13, 12/. В дальнейшем, для упрощения модели и уменьшения числа параметров была предложена минимальная модель в которой введен единый параметр нелокальности  $\lambda_q$  – как для скалярно-

го и векторного кваркового (см. (3a)), так и для кварк-глюон-кваркового (см. (3b)) конденсатов /15/:  $\lambda_V = \lambda_{\bar{q}Aq} = \lambda_q$ . Во второй главе показано, что эта модель, также как и ее обобщение (3), приводит к нарушению условия поперечности коррелятора векторных токов и не согласуется с уравнениями движения безмассовой КХД.

Уравнение Дирака для кваркового поля  $q(x)$  имеет вид  $(iD_\mu \gamma^\mu - m) q(x) = 0$ , где  $D_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu^a t^a$  — ковариантная производная, отсюда получаем уравнение движения для раздвинутого кваркового тока  $\bar{q}(0)\gamma_\mu q(x)$  в следующем виде:

$$(i\partial_\mu - m) \bar{q}(0)\gamma_\mu q(x) = -g \bar{q}(0)A_a^\mu(x)t^a\gamma_\mu q(x).$$

Если произвести усреднение этого операторного уравнения по физическому вакууму КХД, то мы получим такое уравнение для конденсатов

$$\partial^\mu \langle 0 | \bar{q}(0)\gamma_\mu q(x) | 0 \rangle = i \langle 0 | \bar{q}(0)\gamma_\mu g \hat{A}^\mu(x) q(x) | 0 \rangle. \quad (4)$$

Нетрудно убедиться, что минимальная модель (3) не удовлетворяет этому уравнению. Чтобы исправить этот недостаток, мы предлагаем использовать улучшенный дельта-анзац для кварк-глюонного конденсата:

$$f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \quad (5)$$

$$(1 + X_i \partial_{x_i} + Y_i \partial_{y_i} + Z_i \partial_{z_i}) \delta(\alpha_1 - x_i \Lambda_V) \delta(\alpha_2 - y_i \Lambda_V) \delta(\alpha_3 - z_i \Lambda_V),$$

где  $\Lambda_V = \lambda_V^2/2$ . Тогда для выполнения (4) необходимо наложить следующие условия на параметры:

$$12(X_2 + Y_2) - 9(X_1 + Y_1) = 1; \quad (6a)$$

$$x_i + y_i = 1. \quad (6b)$$

Исходя из предположения, что кварк и антискварк в вакуумном конденсате в определенном смысле взаимозаменяемы, поскольку взаимодействуют с глюоном одинаково, мы получаем дополнительные условия:

$$Y_i = Z_i; \quad y_i = z_i. \quad (7)$$

Но полученного условия (6) и предположения (7) явно не достаточно для фиксирования введенных в этой модели параметров. Дополнительные ограничения могут быть получены из условия поперечности коррелятора:

$$\Pi_{\mu\nu}^N = i \int d^4x e^{iqx} \langle 0 | T [J_\mu^N(0) J_\nu^+(x)] | 0 \rangle, \quad (8)$$

двух векторных токов

$$J_\nu^+(x) = \bar{u}(x)\gamma_\nu d(x); \quad J_\mu(0) = \bar{d}(0)\gamma_\mu u(0),$$

отвечающих заряженному  $\rho$ -мезону, с обобщенным первым током

$$J_\mu^N(0) = \bar{d}(0)\gamma_\mu \left(-in^\nu \vec{D}_\nu\right)^N u(0),$$

где  $n$  — произвольный светоподобный вектор,  $n^2 = 0$ , удовлетворяющий  $nq \neq 0$ . Этот коррелятор используется при изучении амплитуды распределения  $\rho$ -мезона и его константы распада. Операторное разложение коррелятора двух аксиально-векторных токов, используемого при построении ПС КХД для пиона, тесно связано с операторным разложением этого коррелятора. Очевидно, что коррелятор (8) должен обладать поперечностью по отношению к току  $J_\nu^+(x)$ :  $q^\nu \Pi_{\mu\nu}^N = 0$ , что является следствием калибровочной инвариантности. Нами было показано, что для минимальной модели это не так и проекция  $n_\mu n_\nu$ , использовавшаяся в ряде работ (например /12/) при изучении пиона, имеет вклад от непоперечной структуры.

Также как и при анализе ПС КХД для АР пиона мы интересуемся конформными моментами после борелевского преобразования  $\widehat{B}_{-q^2 \rightarrow M^2}$ , выделяя непоперечную структуру проектором  $n_\mu q_\nu$ :

$$\langle \xi^{2N} \rangle_L = \frac{M^4}{A_0} \sum_{k=0}^{2N} (-2)^k \binom{2N}{k} \widehat{B}_{-q^2 \rightarrow M^2} \left[ \Pi_{\mu\nu}^k \frac{n_\mu q_\nu}{nq} \right],$$

где  $\binom{2N}{k}$  — биномиальные коэффициенты. Для поперечного коррелятора величина  $\langle \xi^{2N} \rangle_L = 0$  для всех целых неотрицательных  $N$ . В улучшенной модели (5) после учета указанных условий (6) и (7) у нас остаются

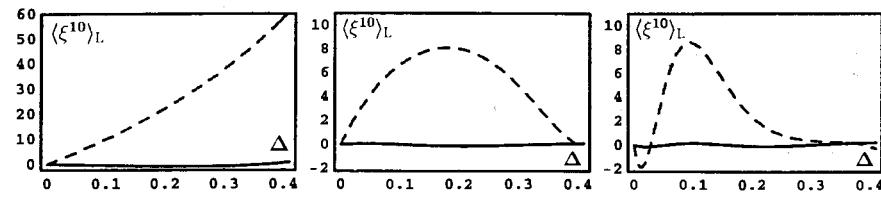


Рис. 2. Конформные моменты  $\langle \xi^{2N} \rangle_L(\Delta)$  непоперечного вклада в коррелятор векторных токов как функции от  $\Delta = \lambda_q^2/(2M^2)$  при  $N = 0, 2, 5$  для улучшенной модели (сплошная линия) в сравнении с получаемыми для минимальной модели (штриховая линия).

свободными следующие параметры:  $x, X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_3$  и  $X_v = \lambda_q^2/\lambda_V^2$ , в предположении  $x_1 = x_2 = x_3 = x$ . Минимизация первых 6 моментов  $\langle \xi^{2N} \rangle_L(\Delta)$  для  $N = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  дает нам следующий набор параметров:

$$X_v = 1.00; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} X_1 &= +0.082; \quad Y_1 = Z_1 = -2.243; \quad x_1 = x_2 = x_3 = x = 0.788; \\ X_2 &= -1.298; \quad Y_2 = Z_2 = -0.239; \quad y_1 = y_2 = y_3 = 1 - x = 0.212; \\ X_3 &= +1.775; \quad Y_3 = Z_3 = -3.166; \quad z_1 = z_2 = z_3 = 1 - x = 0.212. \end{aligned}$$

Для обсуждения качества улучшенного ансамбля мы приводим на рис. 2 графики зависимостей конформных моментов  $\langle \xi^{2N} \rangle_L(\Delta)$  непоперечных вкладов от борелевского параметра  $\Delta = \lambda_q^2/(2M^2)$  для  $N = 0, 2, 5$  в улучшенной модели (5) со значениями параметров (9) в сравнении с минимальной моделью (3), где все параметры нелокальностей равны ( $\lambda_V = \lambda_{\bar{q}} A_q = \lambda_q$ ). Как видно из приведенных графиков, улучшенная модель (5) значительно уменьшает абсолютную величину непоперечных конформных моментов  $\langle \xi^{2N} \rangle_L$ , т. е. лучше учитывает поперечность векторного коррелятора. Ожидать точного выполнения условия поперечности непертурбативного вклада в коррелятор векторных токов не приходится, поскольку это связано с выходом за рамки гауссова приближения, которым мы пользуемся.

**В третьей главе** мы приводим результаты анализа правила сумм КХД для пионной АР в улучшенной модели в сравнении с минимальной

моделью. Полученная во второй главе модель позволяет более точно рассчитать конформные моменты  $\langle \xi^{2N} \rangle_\pi$  АР пиона  $\varphi_\pi(x, \mu^2)$  для  $N \leq 5$ . На основе результатов анализа первых пяти ( $N = 1, 2, 3, 4, 5$ ) конформных моментов  $\langle \xi^{2N} \rangle_\pi$  в правилах сумм КХД /15/ мы извлекаем область допустимых коэффициентов Гегенбауэра  $a_2$  и  $a_4$  (см. рис. 3), задающих АР пиона в виде разложения по полиномам Гегенбауэра  $C_n^m(x)$ , являющимся собственными функциями 1-петлевого ядра эволюции:

$$\varphi_\pi(x, \mu^2) = 6x\bar{x} \left[ 1 + a_2(\mu^2) C_2^{3/2}(2x-1) + a_4(\mu^2) C_4^{3/2}(2x-1) \right]. \quad (10)$$

Проведено сравнение (см. рис. 3) областей допустимых значений параметров ( $a_2, a_4$ ) для улучшенной модели и минимальной модели с результатами анализа (см. /16, 17/ и ссылки в них) экспериментальных данных /18/ группы CLEO по электромагнитному формфактору  $F_{\pi \rightarrow \gamma^* \gamma}(Q^2)$  пион-фотонного перехода и результатами решеточных вычислений вто-

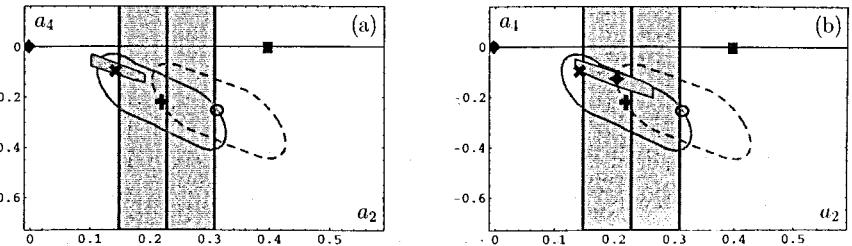


Рис. 3. Результаты анализа /16, 17/, основанного на ПС на световом конусе, данных CLEO по  $F_{\pi \rightarrow \gamma^* \gamma}(Q^2)$  в сравнении с решеточными результатами /20/, показанными заштрихованной вертикальной областью. Эллипс  $1\sigma$ -ограничений /16/ окружен сплошной линией (с центральным значением  $\oplus$ ), а ограничения основанные на ренормалонах /17/ — пунктирной линией (с центральным значением  $\circ$ ). Левый рисунок (а) показывает сравнение с предсказаниями в минимальной модели /15/ ( $\otimes$ ), а правый рисунок (б) показывает то же сравнение, но для улучшенной модели HBK /2/ ( $\blacklozenge$ ). Ограничения в обоих случаях показаны наклоненными затемненными огуречноподобными четырехугольниками. Также отмечены асимптотическая АР ( $\blacklozenge$ ) и модель /8/ ( $\blacksquare$ ). Все результаты приведены на масштабе Шмединга-Яковлева  $\mu_{SY}^2 = 5.76$  ГэВ<sup>2</sup> после ЕРБЛ-эволюции в следующем за ведущим порядке.

рого момента АР пиона, опубликованными двумя различными группами /19, 20/.

**В четвертой главе** обсуждается построение ПС КХД для пионного формфактора на основе коррелятора трех токов: электромагнитного тока  $J^\mu(x) = e_u \bar{u}(x)\gamma^\mu u(x) + e_d \bar{d}(x)\gamma^\mu d(x)$ , соответствующего взаимодействию фотона с кварками пиона, и двух аксиальных токов:  $J_{5\alpha}(x) = \bar{d}(x)\gamma_5\gamma_\alpha u(x)$  и  $J_{5\beta}^+(x) = \bar{u}(x)\gamma_5\gamma_\beta d(x)$ , представляющих заряженный пion. Здесь  $e_u = 2/3$  и  $e_d = -1/3$  — электрические заряды  $u$ - и  $d$ -кварков. Новыми элементами нашего подхода являются использование нелокальных конденсатов при вычислении непертурбативных вкладов и применение спектральной плотности в  $O(\alpha_s)$ -порядке /21/, а также аналитической константы связи Ширкова–Соловцова /22/. В методе нелокальных конденсатов самый простой из кварковых вкладов, возникающий за счет векторной части кваркового конденсата (1), имеет следующую  $Q^2$ -зависимость:

$$\left(2 + \frac{Q^2}{M^2 - \lambda_q^2}\right) \exp\left[\frac{-Q^2 \lambda_q^2}{2 M^2 (M^2 - \lambda_q^2)}\right] \xrightarrow{\lambda_q \rightarrow 0} \left(2 + \frac{Q^2}{M^2}\right),$$

и в локальном пределе  $\lambda_q \rightarrow 0$  растет с ростом  $Q^2$ . Как и ожидалось, нелокальный вклад исчезает при больших значениях импульса  $Q^2$ . Более того, чем больше значения параметра нелокальности  $\lambda_q^2$ , тем быстрее этот вклад уменьшается с ростом  $Q^2$ .

К сожалению, первая попытка обобщить подход ПС КХД /13/, используя нелокальные вакуумные конденсаты, неполна, поскольку все еще содержит вклады локального типа. Источником таких вкладов является использовавшаяся специфическая модель для трехточечного кварк-глюон-кваркового нелокального конденсата. В этой модели нелокальный конденсат, описываемый функцией  $M_i(x^2, y^2, (x-y)^2)$  (см. (2)), является нелокальным лишь по отношению к двум из трех расстояний  $x^2$  (между кварком и антiquарком),  $y^2$  (между антикварком и глюоном) и  $(x-y)^2$  (между кварком и глюоном). Например, скалярная функция  $M_1$ , описывающая тензорную структуру  $i = 1$ , в этой модели не зависит от квад-

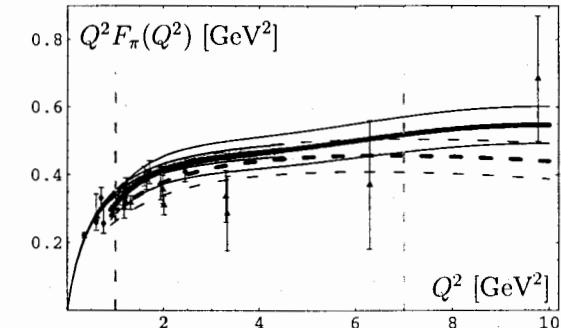


Рис. 4. Формфактор пиона  $Q^2 F_\pi(Q^2)$  в минимальной (штрихованная линия) и улучшенной (сплошная линия) моделях при значении  $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ ГэВ}^2$  в сравнении с экспериментальными данными: CERN /23/ ( $\blacktriangle$ ) и JLab /24/ ( $\blacklozenge$ ). Затененная область, ограниченная штриховкой, соответствует минимальной модели, а область, ограниченная сплошной, представляет ошибки определения ФФ пиона в улучшенной модели. Последние решеточные результаты /25/ показаны как монопольный фит с ошибками (сильное затемнение ограниченное тонкими линиями) при значениях  $Q^2 < 4.5 \text{ ГэВ}^2$ . Левая вертикальная штрихованная линия ограничивает область применения использованных ПС КХД  $Q^2 \gtrsim 1 \text{ ГэВ}^2$ , а правая вертикальная штрихованная линия ограничивает область где влияние выбора модели нелокальных конденсатов мало  $Q^2 \lesssim 7 \text{ ГэВ}^2$ .

рата расстояния между кварком и антикварком  $x^2$ . Поэтому, полученные в /13/ ПС также обладают недостатками стандартных ПС КХД.

Несмотря на этот крупный недостаток, полученные в рамках этого подхода непертурбативные вклады от нелокальных конденсатов имеют модельно-независимый вид, т.е. полученные выражения для непертурбативных вкладов представлены для произвольных параметрических функций  $f_S$ ,  $f_V$ ,  $f_i$ , (см. (1) и (2)). Это позволило нам использовать полученные в /13/ выражения, но уже с применением более точных моделей для нелокального кварк-глюонного конденсата.

Сравнения полученных нами результатов с экспериментальными данными /23, 24/ и решеточными вычислениями /25/ показаны на рис. 4. Наши главные предсказания для значения нелокальности  $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ ГэВ}^2$  представлены в виде двух полос с центральными линиями (штриховая —

минимальная, сплошная — улучшенная модели), каждая из полос соответствует минимальной и улучшенной моделям НВК, а ширина полосы показывает теоретические неопределенности метода ПС КХД. Полоса, ограниченная штрихованными линиями, отвечает предсказаниям минимальной модели, а полоса, ограниченная сплошными линиями, — улучшенной модели.

**В заключении** сформулированы основные результаты работы, полученные в диссертации:

1. В минимальной гауссовой модели вакуума КХД, использовавшейся в ряде работ (напр. /12, 15/), непертурбативный вклад в коррелятор векторных токов непопаречен и нелокальные конденсаты не согласованы с уравнениями движения КХД.
2. Предложена улучшенная гауссова модель нелокальных конденсатов (5), согласованная с уравнениями движения КХД, в которой указанное нарушение калибровочной инвариантности минимизировано специальным выбором параметров (9).
3. Используя предложенную модель, построена область допустимых значений коэффициентов  $a_2$  и  $a_4$  при  $\mu^2 = 1.35 \text{ ГэВ}^2$  гегенбаум-ровского разложения (10) АР пиона. Особо хотим подчеркнуть тот факт, что результат в улучшенной модели имеет согласие в пределах ошибок метода ПС с результатом полученным ранее в минимальной модели. Это говорит, с одной стороны, о преемственности обоих подходов, а с другой — о том, что все характерные черты АР в минимальной модели присущи и АР в улучшенной модели.
4. Полученный 2-параметрический “пучок” допустимых моделей для пионной АР находятся в хорошем согласии как с последними решеточными вычислениями /19, 20/, так и с результатом анализа /16/ данных CLEO по формфактору  $F_{\pi \rightarrow \gamma^* \gamma}$ .
5. В минимальной и улучшенной моделях вычислен ФФ пиона при ев-

клидовых значениях импульса передачи  $1\text{--}10 \text{ ГэВ}^2$ . При этом учитывалась  $O(\alpha_s)$ -поправка, вклад которой в пионный ФФ оказался равным примерно 20%. Следует отметить, что центральная линия предсказаний в улучшенной модели находится при  $Q^2 < 7 \text{ ГэВ}^2$  в пределах ошибки результата минимальной модели, что указывает на достоверность получаемых результатов в этой области независимо от используемой модели непертурбативного вакуума КХД. В области  $Q^2 \gtrsim 7 \text{ ГэВ}^2$  становится важной используемая модель НВК. Полученный результат имеет хорошее согласие с решеточными предсказаниями /25/, экспериментальными данными групп Cornell /23/ и JLab /24/) и с некоторыми из результатов голограмической КХД.

## Литература

1. Bakulev A. P., Pimikov A. V., Самосогласованная Гауссова модель непертурбативного КХД вакуума// Письма в ЭЧАЯ, 2007, Т. 4. С. 637–653.
2. Bakulev A. P., Pimikov A. V., Self-consistent Gaussian model of nonperturbative QCD vacuum// Acta Phys. Polon., 2006, B37, Pp. 3627–3634.
3. Bakulev A. P., Pimikov A. V. Pion quark structure in QCD// Int. J. Mod. Phys., 2007, A22, Pp. 654–658.
4. Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Pimikov A. V., Stefanis N. G. Pion structure in QCD: From theory to lattice to experimental data // Fizika, 2008, B17, Pp. 217–230.
5. Bakulev A. P., Pimikov A. V., Stefanis N. G. , Pion Form Factor in the NLLC QCD SR approach// ArXiv:0903.1994 [hep-ph], 2009.
6. Bakulev A. P., Pimikov A. V., Stefanis N. G., QCD sum rules  
Ю<sup>н</sup>д<sup>и</sup>н<sup>и</sup>й<sup>н</sup> и<sup>н</sup>ст<sup>и</sup>т<sup>у</sup>  
яд<sup>и</sup>р<sup>н</sup>х<sup>н</sup> ис<sup>л</sup>ед<sup>о</sup>ваний<sup>и</sup>  
БИБЛИОТЕКА

with nonlocal condensates and the spacelike pion form factor// ArXiv:0904.2304 [hep-ph], 2009.

7. Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I. QCD and resonance physics. Sum rules// Nucl. Phys., 1979, B147, Pp. 385–447.
8. Chernyak V. L., Zhitnitsky A. R. Exclusive decays of heavy mesons// Nucl. Phys., 1982, B201, P. 492.
9. Bakulev A. P., Mikhailov S. V. QCD sum rules for pion wave function revisited// Z. Phys., 1995, C68, Pp. 451–458.
10. Nesterenko V. A., Radyushkin A. V. Sum rules and pion form-factor in QCD// Phys. Lett., 1982, B115, Pp. 410–413.
11. Ioffe, B. L., Smilga, A. V. Pion form-factor at intermediate momentum transfer in QCD// Phys. Lett., 1982, B114, Pp. 353–358.
12. Mikhailov S. V., Radyushkin A. V. The pion wave function and QCD sum rules with nonlocal condensates// Phys. Rev., 1992, D45, Pp. 1754–1759.
13. Bakulev A. P., Radyushkin A. V. Nonlocal condensates and QCD sum rules for the pion form-factor// Phys. Lett., 1991, B271, Pp. 223–230.
14. Mikhailov S. V. Nonlocal gluonic condensate in QCD sum rules for the meson wave functions// Phys. Atom. Nucl., 1993, 56, Pp. 650–657.
15. Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G. QCD-based pion distribution amplitudes confronting experimental data// Phys. Lett., 2001, B508, Pp. 279–289.
16. Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G. Unbiased analysis of CLEO data beyond LO and pion distribution amplitude// Phys. Rev., 2003, D67, P. 074012.
17. Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G. Tagging the pion quark structure in QCD// Phys. Rev., 2006, D73, P. 056002.

18. Gronberg J. et al. Measurements of the meson photon transition form factors of light pseudoscalar mesons at large momentum transfer// Phys. Rev., 1998, D57, Pp. 33–54.
19. Del Debbio L. Pion distribution amplitude from the lattice// Few Body Syst., 2005, 36, Pp. 77–82.
20. Donnellan M. A. et al. Lattice Results for Vector Meson Couplings and Parton Distribution Amplitudes// PoS, 2007, LAT2007, P. 369.
21. Braguta V. V., Onishchenko A. I. Pion form factor and QCD sum rules: Case of axial current// Phys. Lett., 2004, B591, Pp. 267–276.
22. Shirkov D. V., Solovtsov I. L. Analytic model for the QCD running coupling with universal  $\bar{\alpha}_s(0)$  value// Phys. Rev. Lett., 1997, V.79, Pp. 1209–1212.
23. Bebek C. J. et al. Electroproduction of single pions at low  $\epsilon$  and a measurement of the pion form-factor up to  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ // Phys. Rev., 1978, D17, Pp. 1693–1705.
24. Huber G. M. et al. Charged pion form factor between  $Q^2 = 0.60$  and  $2.45 \text{ GeV}^2$ . II. Determination of, and results for, the pion form factor// Phys. Rev., 2008, C78, Pp. 045203.
25. Brommel D. et al. The pion form factor from lattice QCD with two dynamical flavours// Eur. Phys. J., 2007, C51, Pp. 335–345.

Получено 8 мая 2009 г.