ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

ОБУХОВ Валерий Владимирович

УДК 530.12:531.51

РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ В СКАЛЯРНЫХ И СПИНОРНЫХ УРАВНЕНИЯХ В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

/01.04.02 - теоретическая физика/

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна - 1990

Работа выполнена в Институте сильноточной электроники Сибирского отделения Академии наук СССР

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
Гальцов Д.В.
(МГУ им. М.В. Ломоносова)
доктор физико-математических наук,
профессор Мицкевич Н.В.
(УДН им. Патриса Лумумбы)
доктор физико-математических наук,
профессор Черников Н.А.
(Объединенный институт ядерных исследований)

Ведущая организация: Институт физики АН БССР

Защита состоится " " ________ ____ 1990г. в _____ часов на заседании Специализированного совета Д 047.01.01 по защите докторских диссертаций при Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований (141980, Дубна Московской обл., ОИЯИ, ЛТФ).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ЛТФ ОИЯИ.

Автореферат разослан " " ___________ 1990 г.

Ученый секретарь Специализированного совета Д 047.01.01

В.И.Журавлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Проблема точного интегрирования важнейших уравнений математической физики является одной из центральных задач теоретической физики. В то время как в плоском пространстве-времени часть этой проблемы, касающаяся линейных дифференциальных уравнений и систем таких уравнений, изучена достаточно подробно, в общей теории относительности она систематически не исследовалась, хотя значение точных решений данных уравнений для понимания процессов, происходящих в сильных гравитационных полях, трудно переоценить. Поэтому изучение вопросов, связанных с проблемой точного интегрирования основных общековариантных уравнений, представляется актуальным и в чисто теоретическом, и в прикладном планах.

Цель работы главным образом заключается в систематическом изучении наиболее важных с точки зрения приложения в общей теории относительности подмножеств множества штеккелевых пространств (так называются пространства, в которых можно применять теорию разделения переменных для интегрирования уравнения Гамильтона-Якоби, а также линейных общековариантных уравнений второго порядка и линейных дифференциальных систем первого порядка).

Научная новизна и практическая ценность. Впервые осуществлена полная классификация пространств электровакуума в которых уравнения Лоренца и уравнение Клейна-Гордона-Фока интегрируются методом полного разделения переменных. Впервые осуществлена полная классификация пространств электровакуума (в том числе и пространств с излучением), в которых интегрируются методом полного разделения переменных уравнения геодезических, допускающие изотропные полные наборы интегралов движения. Впервые получено окончательное решение проблемы полного разделения переменных в уравнении Клейна-Гордона-Фока для пространств электровакуума. Получено обобщение основной теоремы теории штеккелевых пространств на случай комплексных привилегированных систем координат. Представлен новый метод интегрирования уравнения Дирака в искривленном пространстве-времени (уравнение Дирака-Фока-Иваненко), основанный на квадрировании, диагонализации и полном разделении переменных.

Предложенные результаты дают возможность:

- исследовать поведение нейтральных и заряженных пробных тел в найденных пространствах;
- осуществить полное разделение переменных в общековариантных квантовомеханических уравнениях;
- решить проблему построения гармонических систем координат (неразрешимую в явном виде для других классов пространств, во всяком случае в настоящее время);
- решить проблему явного построения систем координат, связанных с синхронными системами отсчета;
- эффективно строить теорию возмущений КЭ в ОТО.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

I. Обобщена основная теорема теории штеккелевых пространств на случай, когда вещественные уравнения Гамильтона-Якоби интегрируются методом полного разделения переменных в комплексных системах координат.

2. Полностью решена проблема разделения переменных в уравнении Клейна-Гордона-Фока для пространств электровакуума.

3. Найдены и проклассифицированы все решения самосогласованной системы уравнений Эйнштейна-Максвелла (с Λ -членом), для которых уравнения Лоренца и Клейна-Гордона-Фока интегрируются методом полного разделения переменных (другими словами, осуществлена полная классификация специальных штеккелевых пространств электровакуума).

4. Найдены и проклассифицированы все решения самосогласованной системы уравнений Эйнштейна-Максвелла (с Λ -членом), для которых уравнения геодезических интегрируются методом полного разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби, допускающем изотропный полный набор (то есть, осуществлена полная классификация изотропных штеккелевых пространств электровакуума).

5. Решена аналогичная задача в проблеме Вайдья (Vaidya).

6. Найдены и проклассифицированы все решения системы уравнений Бранса-Дикке, для которых уравнения геодезических интегрируются методом полного разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби, допускающем изотропный полный набор с двумя векторными и одним тензорным полем Киллинга (осуществлена полная классификация штеккелевых пространств типа (2.I) в теории Бранса-Дикке).

7. Найдены необходимые и достаточные условия диагонализации квадрированного уравнения Дирака-Фока-Иваненко.

8. Перечислены все электромагнитные поля, допускающие диагонализацию уравнения Дирака.

9. Решена проблема полного разделения переменных в диагонализированном уравнении Дирака-Фока-Иваненко.

Апробация работы. Результаты, полученные в диссертации были представлены

- на Международных гравитационных конференциях в ГДР (Йена, 1980 г.), Италии (Падуя, 1983 г.), Швеции (Стокгольм, 1986 г.), США (Болдер, 1989 г.).
- на Международном семинаре памяти М.Гроссмана в Австралии (1989 г.).
- на Всесоюзных гравитационных конференциях в Москве (1980 г., 1984 г.), в Ереване (1988 г.).
- на Всесоюзных Совещаниях в Минске (1986 г., 1987 г., 1989 г.), Алма-Ате (1987 г.), Ленинграде (1989 г.).
- на Всесоюзных гравитационных симпозиумах в Москве (1986 г.), Вильнюсе (1986 г.).
- на Всесоюзных гравитационных семинарах в Минске (1978 г.), Тарту (1985 г., 1988 г.), Казани (1986 г., 1989 г.), Томске (1987 г.), Дубне (1988 г., 1989 г.).

По теме диссертации опубликовано 44 работы.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 - глав, приложений, заключения и списка цитируемой литературы, содержит 243 страницы машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Введение содержит обзор предшествующих работ по проблеме разделения переменных в общековариантных классических и квантовых уравнениях движения. Изложено содержание работы, перечислены полученные в диссертации новые результаты.

Глава I посвящена общим вопросам теории разделения переменных в общековариантных уравнениях Гамильтона-Якоби и Клейна-Гордона-Фока.

§ I не содержит оригинальных результатов, в нем даются основные теоремы и определения теории разделения переменных. Приведем самые необходимые сведения.

Определение I. Уравнение Гамильтона-Якоби

$$g^{ij}S_{,i}S_{,j}-m^2=0, \quad i,j=1,\ldots,n \tag{I}$$

интегрируется методом полного разделения переменных, если существует (привилегированная) система координат $\{u^i\}$, в которой полный интеграл уравнения (I) можно представить в виде:

$$S=\lambda_p u^p+\varphi_\nu(u^\nu,\lambda), \tag{2}$$

$\lambda_i = const$ – существенные параметры,

$$det\left(\frac{\partial^2 S}{\partial u^i \partial\lambda_j}\right)\neq 0.$$

Здесь и далее по повторяющимся верхним и нижним индексам ведется суммирование в пределах изменения индексов (индексы, обозначенные буквами p, q всюду соответствуют индексам игнорируемых переменных, буквами ν, μ, τ – неигнорируемых).

Определение 2. Пространства, в которых уравнение (I) интегрируется методом полного разделения (вещественных) переменных называются штеккелевыми пространствами (по имени немецкого математика П. Штеккеля (P. Stäckel)).

Определение 3. Пространства, в которых интегрируется методом полного разделения переменных уравнение Гамильтона-Якоби

$$g^{ij}(S_{,i}+A_i)(S_{,j}+A_j)-m^2=0, \tag{3}$$

называются специальными штеккелевыми пространствами.

До настоящего времени метод полного разделения переменных остается единственным конструктивным методом точного интегрирования различных линейных уравнений математической физики. Поэтому штеккелевы пространства, фактически, являются единственным классом пространств, в которых можно надеяться на успеш-

ное решение проблемы точного интегрирования этих уравнений. Отметим также, что благодаря имеющейся возможности проинтегрировать уравнения геодезических и общековариантное волновое уравнение в штеккелевых пространствах можно указать конструктивный метод построения систем координат, связанных с синхронными системами отсчета, а также гармонических систем координат, что имеет важное значение для решения ряда прикладных задач в общей теории относительности. Укажем также в качестве примера использования теории штеккелевых пространств вне рамок ОТО на работы [25,26], в которых методы данной теории применяются для решения конкретных модельных задач в теории твердого тела.

Теорема I. Уравнение (I) допускает полное разделение (вещественных) переменных в том и только в том случае, если существует (привилегированная) система координат $\{u^i\}$, в которой

$$g^{ij}=(\Phi^{-1})_{n\nu}h_\nu^{ij}(u^\nu),\ h_\nu^{\mu i}=\delta_\nu^\mu h_\nu^{\nu i},\ \Phi_{\nu\mu}=\Phi_{\nu\mu}(u^\nu), \tag{4}$$

$$(\Phi^{-1})_{\tau\nu}\Phi_{\nu\mu}=\delta_{\tau\mu},\quad p,q=1,\ldots,N,\ \nu,\mu,\tau=N+1,\ldots,n.$$

Теорема 2. Уравнение (I) интегрируется методом полного разделения (вещественных) переменных в том и только в том случае, если пространство допускает полный набор, состоящий из взаимно коммутирующих независимых геометрических объектов – N векторов Киллинга: $Y_p=Y_p^i\partial_i$ и $n-N$ тензоров Киллинга: $Y_\nu=Y_\nu^{ij}\partial_i\otimes\partial_j$ (включая метрический тензор), удовлетворяющих некоторым дополнительным условиям (указанным в § 3).

Данные теоремы доказаны В.Н.Шаповаловым (1973 г.) и являются основными теоремами теории штеккелевых пространств.

Условимся из множества полных наборов штеккелева пространства всегда выбирать набор, векторные поля которого образуют абелеву группу максимального порядка. Тогда имеется инвариантная характеристика штеккелева пространства, задаваемая числами N, $N_0 = N - rank(Y_p^i Y_q^j g_{ij})$. Числа (N, N_0) задают тип штеккелева пространства (и тип разделения переменных). Соответствующее штеккелево пространство принято называть штеккелевым пространством типа $(N.N_0)$ (или просто – пространством типа $(N.N_0)$ в тех случаях, когда это не вызывает недоразумений).

В искривленном пространстве $N<n$. В пространстве с сигнатурой (3.I) N_0 может принимать одно из двух значений – 0,I. Если N_0 = I, одна из компонент $g^{\nu\nu}$ в (4) обращается в нуль. Соответствующая переменная называется изотропной, само же пространство – изотропным штеккелевым пространством. При N_0 = 0 все $g^{\nu\nu} \neq 0$, пространство называется неизотропным.

В § 2 рассматривается проблема разделения переменных в общековариантном уравнении Клейна-Гордона-Фока:

$$\left[g^{ij}(i\nabla_i-A_i)(i\nabla_j-A_j)-m^2\right]\varphi=0. \qquad (5)$$

Общая теория разделения переменных в линейном дифференциальном уравнении второго порядка гиперболического типа

$$\left[g^{ij}\partial_i\partial_j+2A^i\partial_i+B-m^2\right]\varphi=0 \qquad (6)$$

построена В.Н.Шаповаловым. Им доказаны аналоги теорем I и 2, установлено, что разделение переменных в уравнении (6) возможно только в штеккелевом пространстве. Разделение переменных в уравнении (5) возможно (при конкретном выборе потенциала A_i) в некоторых подмножествах множества штеккелевых пространств. До настоящего времени проблема полной классификации этих подмножеств не решена. В параграфе решена проблема полного разделения переменных для уравнения (5) для пространств электровакуума.

Доказаны следующие свойства штеккелевых пространств:

I. В привилегированной системе координат компоненты $R_{\nu\mu}$ $(\nu\neq\mu)$ тензора Риччи можно представить в виде:

$$R_{\nu\mu}=\frac{3}{4}\left(\ln|g\Phi^2|\right)_{,\nu\mu}, \qquad (7)$$

$$g=\det g_{ij},\ \Phi=\det\Phi_{\nu\mu}.$$

2. В привилегированной системе координат компоненты $T_{\nu\mu}$ $(\nu\neq\mu)$ тензора энергии импульса электромагнитного поля равны нулю, если потенциал A_i удовлетворяет условию полного разделения переменных в уравнении (3).

Замечание. Всюду, где упоминаются привилегированные системы координат, подразумевается, что метрика штеккелева. С помощью этих свойств можно убедиться в справедливости утверждений:

I. В специальном штеккелевом пространстве электровакуума уравнение (5) допускает полное разделение переменных.

2. В привилегированной системе координат специального штеккелева пространства из условия:

$$R_{\nu\mu}=0 \quad (\nu\neq\mu) \qquad (8)$$

следует полное разделение переменных в уравнения (5).

Доказана некорректность известной теоремы Картера (B.Carter (1968)), в которой утверждалось, что условие (8) являются необходимым и достаточным условием полного разделения переменных в уравнении (5) для специального штеккелева пространства типа (2.0).

В § 3 дано обобщение основной теоремы теории штеккелевых пространств на случай, когда привилегированная система координат содержит комплексные неигнорируемые переменные.

Теорема 3. Уравнение (I) интегрируется методом полного разделения переменных в том и только в том случае, если пространство допускает полный набор.

Определение 3. Набор, состоящий из векторных и тензорных полей Киллинга, называется полным, если

I. Все поля коммутируют между собой.

2. $B^\nu Y^{ij}_\nu+B^{pq}Y^i_pY^j_q=0 \Rightarrow B^\nu=B^{pq}=0.$

3. Существуют функции $B^p_{\nu q}, B^{pq}_{\nu\mu}, B^\tau_{\nu\mu}$ такие, что

$$Y^{ik}_\nu g_{ke}Y^{ej}_\mu=B^\alpha_{\nu\mu}Y^{ij}_\alpha+B^{pq}_{\nu\mu}Y^i_pY^j_q,$$

$$Y^{ik}_\nu g_{ke}Y^e_p=B^q_{\nu p}Y^i_q.$$

Если при этом

существуют функции B_α такие, что матрица $B_\alpha B^\alpha_{\nu\mu}$ положительно определенная, привилегированная система координат содержит только вещественные переменные. В противном случае в привилегированной системе координат имеется комплексные неигнорируемые переменные.

Пространства, в которых привилегированные системы координат содержат комплексные переменные, названы комплексифицированными штеккелевыми пространствами. В параграфе приведены метрики этих пространств, обобщены результаты § 2.

Во второй главе осуществлена полная классификация специальных штеккелевых пространств электровакуума. Определим термин "классификация". Два (специальных) штеккелевых пространства называются эквивалентными, если существуют преобразование координат, постоянное конформное преобразование метрики (градиентное преобразование векторного потенциала), переводящие метрический тензор (и электромагнитный потенциал) одного пространства в метрический тензор (и электромагнитный потенциал) другого. Эквивалентные пространства образуют классы эквивалентности. Классификация означает перечисление всех классов эквивалентности. При этом из каждого класса достаточно указать по одному наиболее простому представителю.

Уравнения Эйнштейна представляют собой сложную систему нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Все известные точные решения этой системы найдены с помощью дополнительных достаточно жестких ограничений. Первоначально эти ограничения выбирались так, чтобы выделить наиболее интересные с физической точки зрения решения. Примечательно, что первые точные решения уравнений Эйнштейна (Шварцшильда (1916), Коттлера (1918), Казнера (1921), Фридмана (1922), Райснера-Нордстрема (1918)) принадлежат к классу штеккелевых пространств. То же относится и к таким известным решениям, как решения Керра (Kerr), NUT, Керра-NUT, Такено и другим. Однако все они являются анзатцами. Первые попытки осуществить систематическую классификацию специальных штеккелевых пространств электровакуума были предприняты Г.Ивата (Iwata Giity) (для пространств типа (0.0)) и Картером

(для частного класса пространств типа (2.0)).

Окончательно проблема классификации специальных штеккелевых пространств электровакуума решена в диссертации. Перечислены все неэквивалентные решения системы уравнений:

$$R_{ij} = 4\pi æ T_{ij} - \Lambda g_{ij},$$

$$\nabla_i F^{ij} = 0,$$

$$g^{ij} = (\Phi^{-1})_{3\nu} h^{ij}_\nu, \quad A^i = (\Phi^{-1})_{3\nu} h^i_\nu (u^\nu),$$

$$A_i A^i = (\Phi^{-1})_{3\nu} h_\nu(u^\nu), \quad h^{i\nu}_\mu = \delta^\nu_\mu h^{i\nu}_\nu, \quad h^\mu_\nu = \delta^\mu_\nu h^\nu_\nu.$$

Все метрики проклассифицированы по Петрову, результаты приведены в Приложениях.

В третьей главе рассматриваются следующие задачи:

1. Классификация изотропных штеккелевых пространств электровакуума.

2. Классификация изотропных штеккелевых пространств электровакуума с излучением (проблема Вайдья).

3. Классификация изотропных штеккелевых пространств в теории Бранса-Дикке.

Рассмотрим отличительные особенности изотропных штеккелевых пространств. В изтропном штеккелевом пространстве в привилегированной системе координат имеется изотропная переменная. Координатная гиперповерхность этой переменной является характеристической гиперповерхностью уравнений Эйнштейна-Максвелла. Как известно, при наличии гравитационной или электромагнитной волны волновой фронт совпадает с характеристической гиперповерхностью. Таким образом координатная гиперповерхность изотропной переменной совпадает с волновым фронтом. Следовательно, данная переменная является волновой. Поэтому среди изотропных штеккелевых пространств следует искать волновые решения уравнений гравитационного поля, допускающее точное интегрирование уравнений движения пробных частиц. С другой стороны, совпадение координатных гиперповерхностей с характеристическими гиперповерхностями существенно упрощает интегрирование уравнений Эйнштейна-Максвелла и делает возможной классификацию.

В §§ I2–I4 осуществлена классификация изотропных штеккелевых пространств электровакуума. Проклассифицированы все соответствующие неэквивалентные решения системы уравнений:

$$R_{ij} = 4\pi\varkappa T_{ij} - \Lambda g_{ij},$$

$$\nabla_i F^{ij} = 0,$$

$$g^{ij} = (\Phi^{-1})_{3\nu} h^{ij}_{\nu}(u^{\nu}), \quad h^{\mu i}_{\nu} = \delta^{\mu}_{\nu} h^{\nu i}_{\nu}.$$

В § I5 проклассифицированы изотропные штеккелевы пространства электровакуума с излучением (проблема Вайдья). Проклассифицированы все соответствующие неэквивалентные решения системы уравнений:

$$R_{ij} = 4\pi\varkappa T_{ij} - \Lambda g_{ij} + Q e_i e_j,$$

$$\nabla_i F^{ij} = 0, \quad e_i e^i = 0,$$

$$g^{ij} = (\Phi^{-1})_{3\nu} h^{ij}_{\nu}, \quad h^{\mu i}_{\nu} = \delta^{\mu}_{\nu} h^{\nu i}_{\nu}.$$

Отметим, что проблема классификации штеккелевых пространств в теории Вайдья ранее в литературе не рассматривалась.

В § I6 впервые осуществлена классификационная задача для штеккелевых пространств в теории Бранса–Дикке. Проклассифицированы все решения системы уравнений Бранса–Дикке

$$R_{ij} - g_{ij}R/2 = -\lambda[2\varphi_{,i}\varphi_{,j} - g_{ij}g^{ke}\varphi_{,k}\varphi_{,e}]/2\varphi^2 - (\nabla_i\nabla_j\varphi)/\varphi,$$

$$g^{ij}\nabla_i\nabla_j\varphi = 0$$

для пространства типа (2.I).

Необходимо заметить следующее. Хотя при осуществлении классификации во второй и третьей главах отыскивались точные решения уравнений Эйнштейна и Бранса–Дикке, сама классификация не преследует цели получения новых точных решений. Проблеме точного интегрирования уравнений гравитационного поля посвящены сотни работ, в которых найдено огромное число различных точных решений. Очевидно, нет никакой необходимости дополнять это множество новыми частными примерами. Вместе с тем, для проведения полной классификации это множество нельзя использовать по следующим причинам:

I) Количество известных точных решений велико, однако общего решения до сих пор не найдено. Поэтому, нельзя гарантировать того, что, исследуя известные решения, осуществим

полную классификацию.

2) Отсутствует полный каталог известных точных решений.

3) Хотя проблема эквивалентности квадратичных дифференциальных форм в принципе решена, при проведении конкретных расчетов, как правило, возникают непреодолимые технические трудности.

Все полученные в главе результаты проклассифицированы по Петрову и вынесены в Приложения.

<u>В четвертой главе</u> предложен новый метод интегрирования уравнений Дирака–Фока–Иваненко.

Идея метода заключается в следующем. Рассмотрим систему линейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка:

$$\hat{\mathcal{H}}\Psi = 0, \tag{9}$$

$\hat{\mathcal{H}}$ – матричный дифференциальный оператор, Ψ – столбец. Представим Ψ в виде:

$$\Psi = \hat{A}\varphi,$$

где $\hat{A}$ – линейный дифференциальный оператор первого порядка. Если справедливо тождество:

$$\hat{\mathcal{H}}\hat{A} = \hat{\Omega}\hat{\mathcal{L}},$$

$\hat{\mathcal{L}}$ – диагональный дифференциальный оператор второго порядка, $\hat{\Omega}$ – c – матрица, то согласно определению уравнение (9) допускает диагонализацию. Столбец Ψ будет решением системы (9), если

$$\hat{\mathcal{L}}\varphi = 0. \tag{I0}$$

В этом случае проблема интегрирования системы (9) сводится к проблеме интегрирования системы независимых линейных дифференциальных уравнений второго порядка (рассмотренной в первой главе). В §§ I7–I9 изучаются условия диагонализации квадрированного уравнения Дирака–Фока–Иваненко, когда

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{H} - m, \quad \hat{A} = (\hat{H} + m)\hat{\Omega}, \tag{II}$$

$\hat{H}$ – оператор Дирака–Фока–Иваненко. Доказаны утверждения:

I. Квадрированное уравнение Дирака–Ф–И допускает диагонализацию в том и только в том случае, если существует изотропная комплексная тетрада, в которой спиновые коэффициенты k , σ , ρ , τ и скаляр Φ_0 равны нулю.

2. Уравнение Вейля ($m = 0$ в (9)) допускает диагонализацию в том и только в том случае, если существует изотропная комплексная тетрада, в которой $k = \sigma = 0$.

В общем случае оператор $\hat{A}$ можно представить в виде:

$$\hat{A} = (\hat{H} + m + \hat{\Gamma}), \qquad (12)$$

где $\hat{\Gamma}$ - c - матрица. Однако, как показывают расчеты, при $m \neq 0$ появляется нетривиальная зависимость метрики и электромагнитного поля от параметра m . Тем не менее для уравнения Дирака соответствующие расчеты проведены и в § 20 перечислены все электромагнитные поля, допускающие диагонализацию с оператором (12).

Пятая глава посвящена проблеме полного разделения переменных в диагонализованном уравнении Дирака-Фока-Иваненко. Отметим, что проблема полного разделения переменных в квадрированном уравнении в литературе не рассматривалась и общая теория отсутствует. В диссертации впервые получены примеры разделения переменных в квадрированном уравнении. Диагонализация позволила обойти трудности, связанные с исследованием условий совместности, возникающих из требования существования операторов симметрии квадрированного уравнения второго порядка. Получены метрики и электромагнитные потенциалы, допускающие полное разделение переменных в диагонализованном уравнении, но не допускающие полного разделения переменных в уравнении Дирака-Фока-Иваненко. Результаты проклассифицированы по Петрову и вынесены в Приложения.

В Заключении кратко суммированы основные результаты, полученные в диссертации.

Список основных работ по теме диссертации

1. Обухов В.В. Пространства Эйнштейна с нулевым тензором материи, в которых уравнения геодезических допускают полное разделение переменных. - Томск, - 1976, - 15 с. - Рукопись деп./Ред.кол.Изв. вузов СССР, Физика, ВИНИТИ № 2446-76 Деп.

2. Обухов В.В. О некоторых классах точных решений уравнения Эйнштейна.// Изв.вузов СССР, Физика, - 1977, - № 2, - с.73-77.
3. Обухов В.В. Классы точных решений уравнения Эйнштейна.// Изв.вузов СССР, Физика, - 1977, - № 5, - с.148-150.
4. Обухов В.В. Пространства Эйнштейна с нулевым тензором материи, в которых уравнения геодезических допускают полное разделение переменных II. - Томск, - 1977, - 13 с. - Рукопись деп./ Ред.кол. Изв.вузов СССР, Физика, ВИНИТИ № 2640-77 Деп.
5. Обухов В.В. О некоторых классах точных решений уравнения Эйнштейна II.// Изв. вузов СССР, Физика, - 1978, - № 5, - с.56-59.
6. Обухов В.В. Новые волновые решения уравнения Эйнштейна.- Томск, - 1978, - 16 с. - Рукопись деп.// Ред.кол.Изв. вузов СССР, Физика, ВИНИТИ № 451-78 Деп.
7. Обухов В.В. Пространства Эйнштейна, в которых уравнение Гамильтона-Якоби допускает полное разделение переменных. В кн. Современные проблемы Общей теории относительности - Минск: ИФАН БССР - 1979, - с.226-227.
8. Обухов В.В. О физической интерпретации пространств Эйнштейна.//Изв.вузов СССР, Физика, - 1979, - № 3, - с.121-123.
9. Багров В.Г., Обухов В.В., Шаповалов А.В. О полях тяготения III типа по классификации Петрова.// Изв.вузов СССР, Физика. - 1981, - № 10, - с.102-103.
10. Багров В.Г., Обухов В.В. Классы точных решений уравнений Эйнштейна-Максвелла.//Изв. вузов СССР, Физика. - 1981, - № 12, - с.33-36.
11. Багров В.Г., Обухов В.В. Классы точных решений уравнений Эйнштейна-Максвелла II.// Изв.вузов СССР, Физика, - 1982, - № 4, с.13-16.
12. Багров В.Г., Обухов В.В., Шаповалов А.В. Штеккелевы пространства электровакуума с двухпараметрической абелевой группой движений. Постановка задачи и наборы типа (2.1)//

Изв.вузов СССР, Физика, - 1983, - № I, - с.6-I0.

I3. Bagrov V.G., Obukhov V.V., Shapovalov A.V. Special Stäckel spaces of electrovac./ Confer. on GRG, Padova. Contrib. pap. - 1983. - Vol.I. - P. 21 - 23.

I4. Багров В.Г., Обухов В.В., Шаповалов А.В. Штекелевы пространства электровакуума с двухпараметрической группой движений. Набор типа (2.0)// Изв.вузов СССР, Физика, - 1983, - № 3, - с.II5-I20.

I5. Багров В.Г., Обухов В.В., Шаповалов А.В. Штеккелевы пространства вакуума с двухпараметрической абелевой группой движений// Изв.вузов СССР, Физика, - 1983, - № I2, - с. I04-I06.

I6. Bagrov V.G., Obukhov V.V. Classes of exact solutions of the Einstein-Maxwell equations./ Ann. Phys. - 1983. - Vol. 40. - N4/5. - P. I81 - I88.

I7. Багров В.Г., Обухов В.В.Классы точных решений уравнений Эйнштейна-Максвелла. Изотропные наборы. В кн. Фундаментальные взаимодействия. - М. - I984. - с.I68-I97.

I8. Багров В.Г., Обухов В.В., Шаповалов А.В. Специальные штеккелевы пространства электровакуума.// Изв.вузов СССР, Физика, - I984, - № 8, - с.20-22.

I9. Bagrov. V.G., Obukhov V.V., Shapovalov A.V. Special Stäckel electrovac spacetimes. // J.Phys. - 1986. - Vol.26. - N 2. - P. 93 - I08.

20. Багров В.Г., Обухов В.В., Шаповалов А.В. Поля тяготения в проблеме Вайдья, допускающие разделение переменных в уравнении Гамильтона-Якоби.// Изв.вузов СССР, Физика, - I986, - № I0, - с.3-8.

21. Багров В.Г., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Классификация изотропных штеккелевых пространств злекровакуума. Препринт ТФ СО АН СССР. - I986, - № 25, - I9 с.

22. Багров В.Г., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Изотропные штеккелевы пространства в теории Бранса-Дикке. Препринт ТФ СО АН СССР. - I987, - № 7, - I5 с.

23. Багров В.Г., Обухов В.В., Шаповалов А.В. Специальные штеккелевы пространства электровакуума.// Гравитация и теория относительности, - I986, - № 23, - с.I0-29.

24. Багров В.Г., Обухов В.В., Шаповалов А.В., Осетрин К.Е. Электровакуумные пространства Штеккеля-Вайдья типа (N.I). В кн. Проблемы гравитации, - М, МГУ, - I986, - с.I59-I67.

25. Воробьев В.И., Псахье С.Г., Обухов В.В., Панин В.Е. Описание структуры аморфного состояния и термодинамики плавления кристалла на основе моделей с искривленным пространством.// Расплавы, - I987, - т.I, № 2, - с.I3-I9.

26. Vorobyev V.I., Pskhie S.G., Obukhov V.V., Panin V.E. The discription of the structure of amorphous state and the thermodynamics of cristal melting by the using of curved space model.//Melt. - Vol.II. - N 2. - P. 87 - 93.

27. Багров В.Г., Евсеевич А.А., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Штеккелевы пространства электровакуума с изотропными полными наборами. Постановка задачи и основные соотношения.//Изв.вузов СССР, Физика, - I987, - № 5, - с.I7-2I.

28. Багров В.Г., Евсеевич А.А., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Штеккелевы пространства электровакуума с изотропными полными наборами. Интегрирование уравнений поля, обобщающих пространства типа (I.I).// Изв.вузов СССР, Физика, - I987, - № I2, - с.I7-20.

29. Багров В.Г., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Штеккелевы пространства электровакуума типа (I.I).// Гравитация и теория относительности, - I987, - № 24, - с.3-II.

30. Багров В.Г., Обухов В.В. Диагонализация уравнений Дирака-Фока и Вейля. Препринт ТФ СО АН СССР, - I988, - №I0, - I3 с.

3I. Багров В.Г., Обухов В.В. Комплексификация метода полного разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби.// Изв.вузов СССР, Физика, - I988, - № 9, - с.23-27.

32. Багров В.Г., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Штеккелевы пространства электровакуума с изотропными полными наборами типа (I.I).// Изв.вузов СССР, Физика, - I988, - № I0, - с.79-83.

33. Багров В.Г., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Штеккелевы пространства в теории Бранса-Дикке. В кн. Проблемы теории гравитации, релятивистской кинетики и эволюции Вселенной.-

Казань, 1988, – с.I05-II0.
34. Багров В.Г., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Штеккелевы пространства в теории Бранса-Дикке. В кн. Точные решения уравнений гравитационного поля и их физическая интерпретация. – Тарту, ТГУ, – I988, – с.82-84.
35. Багров В.Г., Обухов В.В. Диагонализация квадрированного уравнения Дирака-Фока. В кн. Точные решения уравнений гравитационного поля и их физическая интерпретация. – Тарту, ТГУ, – I988, – с.95-97.
36. Багров В.Г., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Штеккелевы пространства электровакуума с изотропными полными наборами. В кн. Гравитация и фундаментальные взаимодействия. – М. – I988, – с.42-43.
37. Багров В.Г., Обухов В.В. Разделение переменных в квадрированном уравнении Дирака-Фока. Препринт ТФ СО АН СССР, – I988, – № II, – II с.
38. Bagrov V.G., Obukhov V.V., Osetrin K.E. Classification of the null Stäckel electrovac metrics with comological constant. //General Relat. and Grav. – I988, – Vol.20. – N I. – P. II4I – II54.
39. Багров В.Г., Обухов В.В. Специальные штеккелевы пространства и разделение переменных в уравнении Клейна-Гордона-Фока. В кн. Гравитация и электромагнетизм. – Минск БГУ, – I988, – с.II-I4.
40. Багров В.Г., Обухов В.В., Осетрин К.Е. Штеккелевы пространства типа (2.I).// Изв.вузов СССР, Физика, – I989, – № 2, – с.54-56.
4I. Багров В.Г., Обухов В.В. Гравитационные волны в изотропных штеккелевых пространствах. В кн. Гравитационная энергия и гравитационные волны. – Дубна, ОИЯИ, – I989, – с.88-92.
42. Багров В.Г., Обухов В.В. Новый метод интегрирования уравнения Дирака. Препринт ТНЦ СО АН СССР, – I989, – №57-IIc.
43. Bagrov V.G., Obukhov V.V., Separation of variables for the Klein-Gordon equation in special Stäckel spacetimes. // Class. and Quant. Grav. – 1989. – Vol. 7 – N I. – P.I9-26.

44. Багров В.Г., Обухов В.В. Нестандартный пример в проблеме разделения переменных в уравнении Дирака-Фока.// Труды ИФАН ЭССР. –I989, –т. 65, –с. I37-I43.

КЗ 06046. Подписано к печати 8.05.90г.
Формат 60х84 1/16. Объём 1,2печ. л.
Заказ 484. Бесплатно. Тираж 100экз.

Полиграфический участок ТНЦ СО АН СССР
634055, Томск-55, пр. Академический, 2