

И-342

На правах рукописи

Наумов Дмитрий Вадимович

**ИЗМЕРЕНИЕ θ_{13} , Δm_{32}^2 И КОВАРИАНТНАЯ
КВАНТОВО-ПОЛЕВАЯ ТЕОРИЯ НЕЙТРИННЫХ
ОСЦИЛЛЯЦИЙ**

Специальность 01.04.16 —
«физика атомного ядра и элементарных частиц»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Москва — 2017

Работа выполнена в Объединенном институте ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

Горбунов Дмитрий Сергеевич, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерных исследований Российской академии наук, главный научный сотрудник.

Дербин Александр Владимирович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение «Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», заведующий отделом.

Тельнов Валерий Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук, главный научный сотрудник.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им. П.Н.Лебедева Российской академии наук (ФИАН, г.Москва)

Защита диссертации состоится _____ на заседании диссертационного совета Д 002.119.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерных исследований Российской академии наук по адресу: 117312, Москва, проспект 60-летия Октября, д. 7а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЯИ РАН и на сайте www.inr.ru.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просьба направлять по адресу: 117312, Москва, проспект 60-летия Октября, д. 7а, ученому секретарю диссертационного совета Д 002.119.01.

Автореферат разослан _____.
Телефон для справок: +7(499) 135-40-44.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002.119.01,
д-р физ.-мат. наук, член-корреспондент
РАН

С. В. Троицкий

Общая характеристика работы

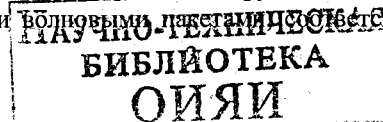
Актуальность темы. Нейтрино играет важную роль в современной физике частиц, астрофизике и космологии. Нейтрино, нарушающее Р-инвариантность, подсказало правильную группу калибровочной симметрии Стандартной Модели (СМ). Свойства нейтрино могут указать путь к построению расширений СМ и альтернативных подходов, объясняющих экспериментальные факты, не укладывающиеся в рамки СМ. Поэтому, прецизионное исследование оставшихся неисследованными свойств нейтрино – актуально. Известно, что нейтрино смешиваются в своих взаимодействиях с заряженными лептонами и калибровочными W^\pm . Смешивание описывается унитарной матрицей смешивания лептонов Понтекорво-Маки-Накагава-Саката (ПМНС). Из трех углов смешивания θ_{12} , θ_{23} и θ_{13} до 2012 года неизвестным оставался угол θ_{13} . Ненулевое значение угла смешивания θ_{13} было открыто в эксперименте по поиску нейтринных осцилляций с реакторными антинейтрино – Daya Bay в 2012 году на уровне достоверности, превышающем пять стандартных отклонений.

Квантовомеханическая теория осцилляций нейтрино, используемая при анализе всех, без исключения, осцилляционных экспериментов, неполна и не самосогласованна, что связано с плосковолновым приближением и отсутствием учета процессов рождения и детектирования нейтрино. Существующие в литературе расширения теории нейтринных осцилляций включают в себя модели волнового пакета нейтрино в рамках квантовомеханического рассмотрения и квантово-полевые модели с нейтрино в виртуальном состоянии. Квантово-полевые модели описывают частицы, участвующие в реакциях рождения и детектирования нейтрино волновыми пакетами. Часть II настоящей диссертации посвящена описанию нашего развития квантово-полевой теории релятивистского волнового пакета и ее применению в квантово-полевой теории осцилляций нейтрино. В части III кроме плосковолнового анализа экспериментальных данных Daya Bay впервые проводится анализ при помощи теории нейтринных осцилляций в модели волнового пакета, развитой в части II настоящей диссертации.

Целью данной работы является разработка квантово-полевой теории нейтринных осцилляций в модели релятивистского волнового пакета, прецизионное измерение $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 в эксперименте Daya Bay.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать теорию релятивистского волнового пакета в релятивистской квантовой механике и квантовой теории поля. Исследовать свойства волнового пакета.
2. Применить разработанную теорию для вычисления сечения рассеяния волновых пакетов в квантовой теории поля.
3. Вычислить амплитуду процесса, нарушающего лептонное число, с релятивистскими волновыми пакетами взаимодействующими частицам в



начальном и конечном состоянии, нейтрино в виртуальном состоянии, источником и детектором нейтрино, разделенными макроскопическим расстоянием.

4. Вычислить квадрат амплитуды и провести его макроскопическое усреднение для определения вероятности осцилляций в рамках квантовой теории поля. Провести теоретический анализ полученной формулы.
5. Разработать процедуру и пакет компьютерных программ анализа экспериментальных данных эксперимента Daya Bay для получения оценки параметра смешивания нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$, разницы квадратов масс Δm_{32}^2 и энергетического спектра реакторных антинейтрино. Провести соответствующий анализ и получить результаты.

Научная новизна:

1. Впервые разработана теория релятивистского волнового пакета.
2. Разработанная теория применена для вычисления сечения рассеяния релятивистских волновых пакетов в квантовой теории поля.
3. Вычислена вероятность процесса, нарушающего лептонное число, с релятивистскими волновыми пакетами, соответствующими частицам в начальном и конечном состоянии, нейтрино в виртуальном состоянии, источником и детектором нейтрино, разделенными макроскопическим расстоянием.
4. Впервые получена формула для вероятности осцилляций нейтрино в модели релятивистского волнового пакета с учетом пространственной дисперсии эффективного волнового пакета нейтрино и конечных интервалов активности “источника” и “детектора”.
5. Впервые измерено отличное от нуля значение $\sin^2 2\theta_{13}$ в эксперименте Daya Bay на уровне достоверности, превышающем 25 стандартных отклонений.
6. Впервые в реакторных экспериментах измерено значение Δm_{32}^2 .
7. Достигнута рекордная точность измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 .

Практическая значимость

1. Разработанная теория релятивистского волнового пакета положена в основу вычисления вероятности осцилляций нейтрино в рамках квантовой теории поля. Анализ сечения рассеяния частиц в рамках квантово-полевой теории релятивистских волновых пакетов предоставляет возможность измерения фазы соответствующего матричного элемента; измерения формы волновой функции сталкивающихся частиц; исследования осцилляций нейтрино, рожденных в ускорителях частиц, в реакторах, в атмосфере и в других источниках.
2. Полученная общая формула для вероятности осцилляций нейтрино применена для анализа данных экспериментов Daya Bay, KamLAND, для оценки чувствительности новых экспериментов (JUNO, RENO-50) к величине дисперсии волнового пакета нейтрино.

3. Обнаруженное ненулевое значение $\sin^2 2\theta_{13}$ открыло путь к измерению иерархии масс нейтрино и фазы, ответственной за нарушение CP-инвариантности, что используется в ряде экспериментов (T2K, NOvA) и при подготовке новых экспериментов (JUNO, RENO-50, T2HK, DUNE и др.).
4. Прецизионные измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 уменьшают систематическую неопределенность в определении иерархии масс нейтрино и параметра лептонной матрицы смешивания – фазы δ , ответственной за нарушение CP-инвариантности.
5. Измеренный энергетический спектр реакторных антинейтрино положен в основу будущих прецизионных измерений с реакторными антинейтрино.

Методология и методы исследования.

1. Теоретические. Аналитические вычисления в рамках квантовой механики, квантовой теории поля.
2. Феноменологические. Модельные параметризации экспериментальных данных.
3. Статистические. Получение наилучших оценок, доверительных интервалов, проекция многомерных доверительных интервалов на пространства меньшей размерности и т.д.
4. Численные методы. Компьютерная обработка данных, решения уравнений, вычисление интегралов, и т.п.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Теория релятивистского волнового пакета. Исследование свойств релятивистского волнового пакета. Вычисление сечения рассеяния релятивистских волновых пакетов в квантовой теории поля.
2. Доказательство того, что пространственная дисперсия волнового пакета в плоскости, перпендикулярной направлению его движения, приводит к подавлению вида $1/4\pi|x|^2$ плотности потока, проинтегрированного по времени, на расстоянии $|x|$ от источника рождения волнового пакета.
3. Метод и результат вычисления вероятности процесса, нарушающего лептонное число, с релятивистскими волновыми пакетами, соответствующими частицам в начальном и конечном состояниях, нейтрино в виртуальном состоянии, источником и детектором нейтрино, разделенными макроскопическим расстоянием.
4. Метод макроскопического усреднения квантово-полевой вероятности процесса с участием волновых пакетов.
5. Формула для вероятности осцилляций нейтрино в модели релятивистского волнового пакета с учетом пространственной дисперсии эффективного волнового пакета нейтрино и конечных интервалов активности “источника” и “детектора”.

6. Методика измерения осцилляционных параметров в реакторном эксперименте и создание комплекса компьютерных программ анализа экспериментальных данных эксперимента Daya Bay.
7. Методика измерения энергетического спектра реакторных антинейтрино.
8. Результат измерения параметра смешивания нейтрино $\sin^2 2\theta_{13}$.
9. Результат измерения разницы квадратов масс Δm_{32}^2 .
10. Результат измерения энергетического спектра реакторных антинейтрино.

Достоверность полученных результатов обеспечивается следующими положениями.

- Результаты развитой теории релятивистского волнового пакета сводятся в нерелятивистском пределе к известным результатам теории нерелятивистского волнового пакета.
- В плосковолновом пределе S -матричная теория с релятивистскими волновыми пакетами в качестве начальных и конечных состояний сводится к стандартной S -матричной теории.
- Формула для осцилляций нейтрино, полученная в квантово-полевой теории в модели релятивистского волнового пакета сводится к известным результатам в соответствующих приближениях, что подробно обсуждается в тексте диссертации.
- Результаты измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ и разницы квадратов масс Δm_{32}^2 находятся в согласии с результатами, полученными с большими неопределенностями, в экспериментах RENO, Double-Chooz, T2K, MINOS, NO ν A, IceCube
- Результаты измерения энергетического спектра реакторных антинейтрино находятся в согласии с результатами, полученными с большими неопределенностями, в экспериментах RENO и Double-Chooz.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на международных конференциях:

1. **New Results from the Daya Bay Reactor Neutrino Experiment**. Neutrino Telescopes, 13-17 March 2017, Venice, Italy (пленарный доклад);
2. **Latest Results from the Daya Bay Reactor Neutrino Experiment**. New Trends in High-Energy Physics, 2-8 October 2016, Budva, Becici, Montenegro (пленарный доклад);
3. **Neutrino Physics with Nuclear Reactors**. QUARKS-2016 19th International Seminar on High Energy Physics, Pushkin, Russia, 29 May - 4 June, 2016 (пленарный доклад);
4. **Neutrino Physics with Nuclear Reactors**. Международная Сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН, 12 - 15 апреля, 2016, ОИЯИ, Дубна (пленарный доклад);

5. **Neutrino Oscillations in QFT with relativistic wave packets**. Международная Сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН, 12 - 15 апреля, 2016, ОИЯИ, Дубна (доклад на параллельной сессии);
6. **Neutrino Physics program at the JINR**. 4th SOUTH AFRICA - JINR SYMPOSIUM. Few to Many Body Systems: Models and Methods and Applications, September 21-25, 2015, JINR Dubna, Moscow region, Russia (пленарный доклад);
7. **Neutrino results from reactor experiments: present and future**. XXI DAE-BRNS High Energy Physics Symposium, December 12 2014, Guwahati, India (пленарный доклад);
8. **Recent results from Daya Bay experiment**. 3rd International Conference on New Frontiers in Physics (ICNFP 2014): Kolymbari, Crete, Greece, July 28-August 6, 2014 (доклад на параллельной сессии);
9. **Neutrino mixing: status and perspectives**. NANPino 2013, 26/06/2013 (пленарный доклад);
10. **Recent results in neutrino physics**. Odessa, August 22-28 2011, Gamov Conference on astronomy and beyond (пленарный доклад);
11. **Vacuum neutrino oscillations with relativistic wave packets in quantum field theory**. Baksan School, May 26-June 2 2011 (пленарный доклад);
12. **Outlook of neutrino physics today**. АРСТР-BLTP JINR Joint workshop, May 16-19 2011 (пленарный доклад);
13. **Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum and Matter**, XXX workshop Neutrino at accelerators, Dubna, January 25 2008 (пленарный доклад);

и семинарах:

1. Измерение θ_{13} , Δm_{32}^2 и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций, 07/02/2017 ПИЯФ, Гатчина, РФ;
2. Ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций, 09/11/2016 ИЯИ РАН, Москва, РФ;
3. Измерение θ_{13} , Δm_{32}^2 и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций, 03/11/2016 НИИЯФ ИГУ, Москва, РФ;
4. Измерение θ_{13} , Δm_{32}^2 и ковариантная квантово-полевая теория нейтринных осцилляций, 20/10/2016 ЛТФ ОИЯИ, Дубна, РФ;
5. **Neutrino mixing: status and perspectives**, 08/02/2013, ОИЯИ, Дубна, РФ;
6. **Phenomenon of neutrino mixing: current status of research**, 18/01/2013, ИЯИ, Москва, РФ;
7. **Precise measurement of the Daya Bay experiment**, 20/12/2012, ОИЯИ, Дубна, РФ;
8. **Measurement of neutrino mixing angle in Daya Bay experiment**, 14/03/2014, ОИЯИ, Дубна, РФ;
9. **Физика нейтрино: статус и перспективы**, 3/08/2012, ИЯФ, Новосибирск, РФ;

10. **Neutrino oscillations within QFT with relativistic wave packets**, 21/11/2011, Брюссель, Бельгия;
11. **Осцилляции нейтрино в рамках квантовой теории поля с релятивистскими волновыми пакетами**, 24/02/2011, ОИЯИ, Дубна, РФ;
12. **Физика нейтрино**, 11/06/2010, ОИЯИ, Дубна, РФ;
13. **Neutrino oscillations within QFT with relativistic wave packets**, 09/11/2010, Университет г.Льеж, Бельгия;
14. **Neutrino oscillations within QFT with relativistic wave packets**, 05/11/2010, ИНФН, Гран-Сассо, Италия;
15. **Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum and Matter**, 16/03/2009, Университет Южной Каролины, США;
16. **Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum and Matter**, 06/02/2009, Кеплеровский коллоквиум университета г.Тюбингена, Германия;
17. **Quantum Field Theory of Neutrino Oscillations in Vacuum and Matter**, 09/02/2009, университет г.Бохум, Германия.

Личный вклад. Автор непосредственно участвовал во всех работах, результаты которых вошли в диссертацию. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 22 печатных изданиях, 18 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [1—18], 4 – в тезисах докладов [19—22].

Содержание работы

Во **Введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируются цели, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **Части I** приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме.

Первая глава посвящена краткому обзору известных свойств нейтрино. Начинается глава с краткого изложения истории открытия нейтрино: от кажущегося нарушения энергии в слабых распадах ядер, азотной катастрофы, гениальной догадки Паули о существовании нейтрино до первых открытий нейтрино и антинейтрино

- $\bar{\nu}_e$ – Ф. Райнесом и К. Коуэном;
- ν_μ – Л. Ледерманом, М. Шварцем и Дж. Штейнбергером;
- ν_τ – коллаборацией DONUT.

Далее, мы кратко излагаем основы Стандартной Модели (СМ), включая лагранжиан до и после спонтанного нарушения симметрии. Важной частью лагранжиана СМ являются члены, отвечающие юкавскому взаимодействию, в кото-

рых лево-киральные SU(2) дублеты взаимодействуют с право-киральными синглетными полями и полем Хиггса. В результате диагонализации этих, в общем недиагональных членов взаимодействия, появляются унитарные матрицы смешивания: Кабиббо-Кобаяши-Маскава (ККМ) для кварков и Понткорво-Маки-Накагава-Саката (ПМНС) для лептонов, определяющие интенсивность взаимодействий полей из разных дублетов с заряженными W^\pm бозонами.

Важнейшим следствием существования таких недиагональных матриц смешивания является богатая теоретическими и экспериментальными исследованиями флейворная физика или физика ароматов. Важным примером такой физики оказываются *нейтринные осцилляции*, исследованию которых с теоретической и экспериментальной стороны посвящены части II, III настоящей диссертации.

Далее мы на качественном уровне обсуждаем эффекты нейтринных осцилляций в вакууме и веществе, иллюстрируя их экспериментальным материалом.

Затем мы обсуждаем вопрос о числе поколений нейтрино – какие экспериментальные измерения чувствительны к этой величине. Несмотря на то, что данные экспериментов на LEP и результаты анализа космологических наблюдений согласуются с тремя поколениями нейтрино, мы оставляем возможность существования *стерильного* нейтрино, которую мы обсуждаем в главе 2.

Вопрос о существующих ограничениях на массу нейтрино обсуждается в следующем разделе. Прямые измерения в лаборатории и космологические данные позволяют ограничить массу нейтрино сверху. Обнаружение нейтринных осцилляций и измерение соответствующих значений Δm_{21}^2 , Δm_{31}^2 позволяют установить границу на массу нейтрино снизу. Таким образом, оказывается, что масса нейтрино ограничена снизу и сверху в достаточно узком диапазоне.

Наконец, мы завершаем обзор известных свойств нейтрино обсуждением существующих ограничений на их магнитные моменты.

Вторая глава посвящена текущим открытым вопросам в физике нейтрино. Несмотря на более чем полувековую историю изучения свойств нейтрино, есть еще ряд вопросов, на которые пока нет ответа. Вот лишь некоторые из них.

- Чему равна масса самого легкого нейтрино?
- Какова иерархия масс нейтрино?
- Отлична ли от нуля фаза δ , ответственная за нарушение CP-четности?
- Каков знак $\cos 2\theta_{23}$ (или октант, в котором лежит угол θ_{23}), что важно для измерения иерархии масс нейтрино?
- Является ли нейтрино частицей Дирака или Майорана?
- Существует ли стерильное нейтрино?
- Есть ли у нейтрино “нестандартные” свойства?
- Каковы источники астрофизических нейтрино сверхвысоких энергий открытых в эксперименте IceCube?
- Как обнаружить реликтовые нейтрино?

Помимо изучения физических свойств нейтрино в специализированных экспериментах, в последнее время на первый план выходит использование нейтрино в смежных областях наук, в частности для изучения химического состава Земли,

в связи с чем в последнее десятилетие активно формируется новая область науки – нейтринная геофизика. Ожидается, что новое поколение нейтринных телескопов, кроме решения своих основных задач (обнаружение источников, исследование иерархии масс и т.д.) сможет осуществлять “нейтринную томографию” Земли с помощью атмосферных нейтрино, что будет совершенно новым шагом в нашем понимании ее структуры.

Эксперименты по исследованию солнечных нейтрино в последнее десятилетие также перенесли фокус с изучения свойств нейтрино на исследование с их помощью процессов, протекающих внутри Солнца, и его химического состава.

Некоторая часть из этих вопросов обсуждается в этой главе.

Текущее состояние исследований по прямому измерению массы нейтрино обсуждается в начале главы. Экспериментом следующего поколения с чувствительностью к массе нейтрино на уровне 0.2 эВ является детектор KATRIN [1]. При этом, если масса нейтрино окажется заметно отличной от нуля, возможно и достаточно точное измерение массы: точность измерения составит 5σ при $m_\nu = 0.35$ эВ, или 3σ при $m_\nu = 0.3$ эВ. Спектрометр детектора полностью смонтирован, к лету 2016 будет установлен источник и транспортная секция, тогда же начнутся тестовые запуски при малой плотности. Начало набора данных запланировано на 2017 год.

Затем обсуждается вопрос о методах определения иерархии масс нейтрино. Мы формулируем постановку задачи и обсуждаем как можно определить иерархию масс нейтрино экспериментами с осцилляциями в вакууме и с осцилляциями в веществе.

Примером первого подхода являются два эксперимента JUNO [2] и RENO-50 [3], которые планируют измерить иерархию масс нейтрино при помощи реакторных антинейтрино. Эксперимент JUNO будет использовать жидкосцинтилляционный детектор массой 20 килотонн, просматриваемый изнутри двумя десятками тысяч ФЭУ. Спектр антинейтрино от реакторов модулируется нейтринными осцилляциями с частотами, задаваемыми $\Delta m_{21}^2 L/E_\nu$ и $\Delta m_{31}^2 L/E_\nu$, и будет зависеть от иерархии масс нейтрино. Измерение иерархии масс возможно только при хорошем энергетическом разрешении детектора, не хуже 3% при 1 МэВ выделенной энергии. В коллаборации JUNO считают возможным достичь требуемого энергетического разрешения.

Второй метод используется в экспериментах с ускорительными нейтрино, такими как NOvA [4] (набирает данные), DUNE (в стадии подготовки)¹ [5] и T2HK [6; 7], которые используют осцилляции нейтрино и антинейтрино в веществе для определения иерархии масс нейтрино. В этих экспериментах наблюдают появление электронных (анти)нейтрино в пучке мюонных (анти)нейтрино на большом расстоянии от источника. Так как основной путь нейтрино проходит через Землю, вероятность перехода нейтрино определённых энергий модифицируется за счет влияния вещества. На качественном уровне эффект вещества можно представить себе следующим образом. Электронное нейтрино в веществе

становится “тяжелее” и на выходе из вещества с более высокой вероятностью окажется в состоянии ν_τ для нормальной иерархии масс или в состоянии ν_μ для обратной иерархии.

Также иерархию масс нейтрино можно будет определить в экспериментах с атмосферными нейтрино, таких как PINGU [8] и ORCA [9], HyperKamiokaNDE [6; 10], INO [11]. Космологические измерения также имеют чувствительность к иерархии масс нейтрино.

Затем, в главе обсуждаются методы экспериментов, планирующих определение фазы δ , ответственной за нарушение CP-четности. Из экспериментов, набирающих данные сегодня, только NOvA и T2K чувствительны к нарушению CP инвариантности. Наибольшей чувствительностью к δ будут обладать эксперименты T2HK [6; 7] и DUNE [12]. HyperKamiokaNDE – дальний водно-черенковский детектор эксперимента T2HK, будет расположен на расстоянии 295 км от ускорительного комплекса JPARC. Дальний детектор DUNE, представляющий собой время-проекционную камеру с жидким аргоном, будет расположен на расстоянии 1300 км от ускорителя в лаборатории имени Ферми. Первые результаты ожидаются в 2025-2030 годах.

Далее, мы обсуждаем физику безнейтринного двойного бета-распада, достигнутые результаты и перспективы исследований. Следующее поколение экспериментов будет чувствительно к майрановской природе нейтрино для обратной иерархии. Чтобы обнаружить обратный бета-распад и в случае нормальной иерархии масс, потребуется увеличение чувствительности этих экспериментов еще в десять раз. Если же и в случае нормальной иерархии масс $0\nu\beta\beta$ -распад не будет обнаружен, то это будет сильным указанием в пользу того, что нейтрино является частицей Дирака.

В следующем разделе мы обсуждаем очень “горячую” в последнее время тему стерильных нейтрино. Мы подробно останавливаемся на том, что по нашему мнению может представлять собою стерильное нейтрино, поскольку в литературе на эту тему существует определенная путаница. Далее, обсуждаются текущие и будущие эксперименты, которые либо подтверждают существование стерильных нейтрино с массой порядка 0.1 – 1 эВ, либо исключают такую возможность.

Следующей темой нашего обзора является проблема солнечной металличности и CNO цикл. После надежного обнаружения солнечных нейтрино от разных ядерных реакций, протекающих в Солнце, а также обнаружения их осцилляций, фокус исследований смещается на прецизионные измерения, такие как изучение механизмов генерации энергии в массивных звездах. Различные сценарии горения ядерного топлива в Солнце предсказывают разную степень металличности (содержания всех элементов тяжелее гелия) Солнца и вариацию вклада от CNO цикла.

Далее, мы обсуждаем революционное открытие коллаборацией IceCube нейтрино от астрофизических источников [13; 14], что придало огромный импульс в разрывании новых нейтринных телескопов следующего поколения:

¹ранее LBNE

IceCube, KM3NET, BAIKAL GVD. С помощью развертываемых установок мы планируем найти источники астрофизических нейтрино сверхвысоких энергий и понять их природу.

Наконец, глава завершается обсуждением результатов и перспектив новой области исследований – нейтринной геофизики, родившейся после обнаружения геонейтрино коллаборациями KamLAND [15] и BOREXINO [16].

Часть II посвящена разработке квантово-полевого подхода к описанию нейтринных осцилляций.

Третья глава является введением в квантовомеханическую теорию осцилляций нейтрино в плосковолновом приближении и в модели волнового пакета. В главе обсуждаются базовые квантовомеханические понятия: квантовые состояния, их представления в импульсном и координатном пространствах, соответствующие волновые функции. Обсуждаются теории нейтринных осцилляций в вакууме и веществе в плосковолновом приближении. Вводятся основные понятия и даются качественные объяснения полученных результатов. Затем, мы критически обсуждаем все гипотезы и приближения, используемые при выводе теории нейтринных осцилляций в плосковолновом приближении. Таких гипотез и приближений оказывается пять. Выясняется, что только одно приближение (IV) о том, что нейтрино являются ультрарелятивистскими, не вызывает возражений при описании данных современных экспериментов, нарушаясь, впрочем, для реликтовых нейтрино. Все остальные гипотезы

- либо нефизичны: гипотеза (II) о том, что состояния $|\nu_i\rangle$ обладают определенными импульсами \mathbf{p}_i , что означает полностью делокализованные состояния в пространстве, не позволяющие ввести понятие расстояния между источником и детектором; гипотеза (III) о том, что все импульсы \mathbf{p}_i одинаковы ($\mathbf{p}_i = \mathbf{p}$), что противоречит релятивистской инвариантности,
- либо требуют количественного обоснования: гипотеза (I) о том, что в процессах рождения и детектирования нейтрино взаимодействует когерентная суперпозиция состояний с определенной массой m_i ($i = 1, 2, 3$) $|\nu_\alpha\rangle = \sum_i V_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle$,
- либо необоснованны: гипотеза (V) о том, что время распространения нейтрино следует приравнять расстоянию между источником и детектором.

Таким образом, несмотря на значительный успех плосковолновой теории нейтринных осцилляций при описании экспериментальных данных, эта теория неполна и внутренне противоречива. Корректное рассмотрение нейтринных осцилляций требует выхода за рамки плосковолнового приближения. Одним из таких возможных расширений является модель волнового пакета. В этой главе обсуждается волновой пакет, его общие свойства. В частности, воспроизводятся такие известные свойства волнового пакета, что средняя координата квантового волнового пакета следует классической траектории, а также общий закон расщепления волнового пакета в конфигурационном пространстве. Новым ре-

зультатом автора в теории волновых пакетов является доказательство того, что расщепление волнового пакета приводит к закону обратных квадратов $\sim 1/|x|^2$ для вероятности обнаружения состояния на расстоянии x от источника за бесконечно большое время наблюдения. Это утверждение доказано двумя общими способами, а также продемонстрировано явно для примера гауссова волнового пакета.

Наконец, в модели нековариантного гауссова волнового пакета построена теория осцилляций нейтрино. Предложен корректный способ для получения формулы вероятности осцилляций нейтрино посредством макроскопического усреднения квадрата модуля амплитуды перехода. В итоге, получена общая формула для вероятности осцилляций, которая зависит от четырех величин размерности длины:

- длины осцилляций L_{ij}^{osc} ,
- длины когерентности L_{ij}^{coh} ,
- длины дисперсии L_{ij}^{d} ,
- эффективного пространственного размера волнового пакета нейтрино σ_x .

Например, для вероятности выживания электронного нейтрино, общая формула принимает следующий вид:

$$1 - P_{ee} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{12} \cos^4 \theta_{13} \left(1 - \frac{e^{-\frac{(L/L_{21}^{\text{coh}})^2}{1+(L/L_{21}^{\text{d}})^2} - \mathcal{B}_{21}^2}}{\sqrt{1+(L/L_{21}^{\text{d}})^2}} \cos(\varphi_{21} + \varphi_{21}^{\text{d}}) \right) + \frac{1}{2} \cos^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \left(1 - \frac{e^{-\frac{(L/L_{31}^{\text{coh}})^2}{1+(L/L_{31}^{\text{d}})^2} - \mathcal{B}_{31}^2}}{\sqrt{1+(L/L_{31}^{\text{d}})^2}} \cos(\varphi_{31} + \varphi_{31}^{\text{d}}) \right) + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{12} \sin^2 2\theta_{13} \left(1 - \frac{e^{-\frac{(L/L_{32}^{\text{coh}})^2}{1+(L/L_{32}^{\text{d}})^2} - \mathcal{B}_{32}^2}}{\sqrt{1+(L/L_{32}^{\text{d}})^2}} \cos(\varphi_{32} + \varphi_{32}^{\text{d}}) \right). \quad (1)$$

Формула предсказывает:

- Потерю когерентности для пары состояний ν_i и ν_j на расстояниях, превышающих $L \gg L_{ij}^{\text{coh}}$. В результате, вероятность осцилляций сводится к некогерентной сумме $P_{\alpha\beta} = \sum_k |V_{\alpha k}|^2 |V_{\beta k}|^2$, которая не зависит ни от энергии, ни от расстояния.
- Некогерентное рождение или детектирование нейтрино, что определяется фактором $\exp[-\mathcal{B}_{ij}^2] = \exp\left[-1/4 \left(\Delta m_{kj}^2 / \sigma_{m^2}\right)^2\right]$, где $\sigma_{m^2} = 2\sqrt{2}p\sigma_p$, если $\Delta m_{ij}^2 \gg \sigma_{m^2}$. Именно этот фактор дает объяснение тому, почему не осциллируют заряженные лептоны.

- Поправки к фазе осцилляций за счет эффекта дисперсии волнового пакета нейтрино.
- Частичную компенсацию потери когерентности для пары состояний ν_i и ν_j за счет расплывания волнового пакета.
- Дополнительное подавление интерференционных членов за счет факторов вида $\left(1 + \left(L/L_{kj}^d\right)^2\right)^{-1/4}$.

В главе приводится качественное обсуждение полученных результатов. Наконец, мы обсуждаем какие из гипотез (I-V) оказались справедливыми, а какие нарушенными. Выяснилось, что гипотеза (IV) не вызывает возражений при описании данных современных экспериментов. Представленная модель не противоречит гипотезе (III) о том, что все импульсы \mathbf{p}_i одинаковы ($\mathbf{p}_i = \mathbf{p}$), что связано с нековариантным подходом. Остальные три гипотезы нарушаются.

Несмотря на то, что обсуждаемая теория нейтринных осцилляций в модели волнового пакета, предложенная также и в других работах (однако, в нашей работе последовательно учтены эффекты дисперсии волнового пакета), успешно справляется с концептуальными проблемами плосковолнового подхода, она все же оставляет чувство неудовлетворенности. Во-первых, рассмотренная модель нековариантна, что не является удовлетворительным при описании релятивистских нейтрино. Указанием на эту трудность является то, что развитая модель согласуется с гипотезой о том, что все импульсы \mathbf{p}_i одинаковы, что противоречит релятивистской инвариантности. Во-вторых, и это самое главное, нам пришлось постулировать, что состояние нейтрино описывается волновым пакетом с дисперсией импульса, которую мы в рамках данной модели никак не можем охарактеризовать количественно. Желательно разработать теоретическую схему, которая обладала бы явной ковариантностью, и при этом, не постулировала явного вида волновой функции нейтрино. Это является программой действий для двух последующих глав.

Четвертая глава посвящена развитию теории релятивистского волнового пакета в квантовой теории поля. Глава начинается с развития теории релятивистского волнового пакета. Вводятся необходимые определения и устанавливаются трансформационные свойства состояния волнового пакета как когерентной суперпозиции фоковских состояний $|k, s\rangle$, где k – 3-импульс, s – проекция спина. Вес фоковских состояний определяется форм-фактором $\phi(\mathbf{k}, \mathbf{p})$, где \mathbf{p} – средний трехмерный импульс волнового пакета. Устанавливаются общие свойства симметрии волнового пакета. Определяются его основные характеристики такие как средний 4-импульс, и средняя 3-координата. Также как в квантовомеханическом случае, мы находим, что в среднем релятивистский волновой пакет следует классической траектории.

Мы формулируем *принцип соответствия*, при использовании которого в плосковолновом пределе $\phi(\mathbf{k}, \mathbf{p}) \rightarrow (2\pi)^3 2E_p \delta^3(\mathbf{k} - \mathbf{p})$, что с точностью до постоянного множителя превращает состояние волнового пакета в фоковское состояние с определенным импульсом. Таким образом, развитую теорию удоб-

но сравнивать с плосковолновым приближением на каждом шаге вычислений. Принцип соответствия задает нам нормировку состояния волнового пакета. В соответствии со стандартными правилами мы находим релятивистски инвариантную функцию, описывающую волновой пакет в координатном пространстве. Эта функция $\psi(\mathbf{p}, x)$ безразмерна, поэтому она не является нормированной волновой функцией в координатном пространстве. Это позволяет определить трехмерный объем $V(\mathbf{p})$, занимаемый волновым пакетом, преобразующийся в соответствии с релятивистскими формулами. Нормированная волновая функция в координатном пространстве, очевидно, $\psi(\mathbf{p}, x)/\sqrt{V(\mathbf{p})}$. Наконец, учитываются спиновые степени свободы волнового пакета, и формулируется состояние релятивистского волнового пакета фермиона, с которым мы работаем далее.

Если фоковские состояния с разными импульсами и проекциями спина ортогональны друг другу $\langle q, s | p, r \rangle = 2E_p (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \delta_{rs}$, то состояния волновых пакетов перекрываются как в импульсном, так и в координатном пространствах: $\langle q, r, y | p, s, x \rangle = \delta_{sr} \mathcal{D}(\mathbf{p}, \mathbf{q}; x - y)$, где $\mathcal{D}(\mathbf{p}, \mathbf{q}; x - y)$ – введенная нами перестановочная лоренц-инвариантная функция. Эта функция быстро убывает для $\mathbf{p} \neq \mathbf{q}$ или $x \neq y$, однако она, в общем, отлична от нуля. При помощи перестановочной функции мы изучили норму многопакетного состояния. Была найдена общая формула нормы состояния как для бозонов, так и для фермионов. В режиме, когда волновые пакеты сильно пересекаются в импульсном и координатном пространствах, мы получаем хорошо известный плосковолновой результат, который есть проявление эффектов бозевского притяжения и принципа Паули для тождественных бозонов и фермионов, соответственно. Гораздо менее тривиальным результатом оказалось то, что формализм волновых пакетов подтверждает интуитивные ожидания того, что свободные тождественные бозоны (фермионы) с одинаковыми импульсами и одинаковыми проекциями спинов не конденсируются (могут прекрасно сосуществовать), если они разделены достаточно большими пространственно-временными интервалами. Этот физически прозрачный результат невозможно понять в рамках плосковолнового формализма КТП.

Далее строится простая модель релятивистского гауссова пакета (РГП). Задается релятивистски инвариантная функция в гауссовой форме

$$\phi(\mathbf{k}, \mathbf{p}) \equiv \phi_G(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \frac{2\pi^2}{\sigma^2 K_1(m^2/2\sigma^2)} \exp\left(-\frac{E_k E_p - \mathbf{k}\mathbf{p}}{2\sigma^2}\right),$$

где $K_1(z)$ обозначает модифицированную функцию Бесселя 3-го рода порядка 1. Нерелятивистский предел этой функции сводится к хорошо известному гауссовому волновому пакету, используемому во многих других работах по теории осцилляций нейтрино. Таким образом, мы заключаем, что традиционно используемая функция Гаусса соответствует нерелятивистскому приближению. Задав $\phi(\mathbf{k}, \mathbf{p})$, мы вычисляем соответствующую координатную функцию $\psi(\mathbf{p}, x)$. Волновой пакет в координатном представлении расплывается в пространстве в соответствии с общей теорией. Вычисляется перестановочная функция.

Следующим важным шагом является приближение нерасплывающегося волнового пакета – стабильного релятивистского гауссова пакета (СРГП). Найдены точные условия применимости этого приближения. В рамках этого приближения проанализированы полученные ранее в этой главе формулы. В частности, особенно прозрачным стали результаты для нормы многопакетного состояния и условия непересечения волновых пакетов, при которых перестает “работать” статистика Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака. Оценены эффективные размеры, масса, неопределенности энергии и импульса пакета. Получены точные условия для границ применимости СРГП.

Затем, построенная теория применяется для описания рассеяния релятивистских волновых пакетов. Вычисляется амплитуда произвольного процесса $a + b \rightarrow X$ в S -матричном формализме КТП с волновыми пакетами. Найдена общая формула для вероятности такого процесса:

$$dN = d\sigma L(|b \times n|) = d\sigma L(0) e^{-(b \times n)^2 / 2\sigma_{x,ab}^2}. \quad (2)$$

где $d\sigma$ – стандартное плосковолновое сечение, $L(0) = 1/2\pi\sigma_{x,ab}^2$ – светимость рассеяния двух волновых пакетов в определении, используемом в теории рассеяния и ускорительной физике. Множитель $e^{-(b \times n)^2 / 2\sigma_{x,ab}^2}$ отвечает геометрическому подавлению вероятности взаимодействия двух волновых пакетов, рассеивающихся с ненулевым прицельным параметром $|b \times n|$, где b – прицельный вектор, $n = v_{ab}/|v_{ab}|$ – единичный вектор вдоль относительной скорости v_{ab} . $\sigma_{x,ab}^2 = \sigma_{x,a}^2 + \sigma_{x,b}^2$ – эффективная пространственная дисперсия области перекрытия двух гауссовых волновых пакетов с пространственными дисперсиями $\sigma_{x,a}^2$ и $\sigma_{x,b}^2$ и прицельным параметром $|b \times n|$. Впервые этот результат был получен в работе [17] с использованием функции Вигнера. В нашей работе этот результат получен в рамках развитого нами формализма ковариантных волновых пакетов.

Макроскопическое усреднение вероятности взаимодействия сталкивающихся пакетов по прицельному параметру приводит к стандартной формуле $dN = d\sigma L$, где светимость L определяется эффективными пространственными дисперсиями волновых пакетов и пучков частиц a и b .

Глава завершается доказательством лоренц-инвариантности прицельного параметра $|b \times n|$.

Пятая глава посвящена развитию квантово-полевой теории осцилляций нейтрино в модели с релятивистским волновым пакетом. Построение квантово-полевой теории нейтринных осцилляций начинается с вычисления основных строительных блоков макроскопических фейнмановских диаграмм. Формулируется, что имеется в виду под макроскопической диаграммой общего вида. Приводятся конкретные примеры. Формулируются изменения в правила Фейнмана.

Важными элементами в вычислении макроскопической диаграммы оказываются интеграл перекрытия от произведения волновых функций ψ всех частиц, участвующих в реакции, и экспоненциальный множитель, оставшийся от пропагатора нейтрино. Приводится вычисление этого интеграла перекрытия, имеющего размерность четырехмерного объема. Найдена связь этого интеграла с функ-

цией, переходящей в плосковолновом пределе в четырехмерную дельта функцию, отвечающую за сохранение 4-импульса, а также с геометрическим подавлением числа взаимодействий волновых пакетов, рассеивающихся друг на друге с ненулевым прицельным параметром.

Доказываются свойства инвариантности квадратичных форм \mathcal{S}_s и \mathcal{S}_d относительно трансляций всех координат x_μ на один и тот же произвольный 4-вектор y и относительно инверсии пространственно-временных координат $x_\mu \mapsto -x_\mu$. Обнаруживается, что волновой пакет СРГП инвариантен относительно сдвига вдоль классической мировой линии центра пакета. Поэтому как $X_{s,d}$ – точки, определяющие эффективные положения источника и детектора, так и $\mathcal{S}_{s,d}$ – геометрические факторы подавления конфигураций с ненулевыми прицельными параметрами, однозначно задаются фиксацией скоростей v_μ и произвольных пространственно-временных точек \tilde{x}_μ на этих мировых линиях.

Делается обобщение трехмерного прицельного вектора (b_μ) на четырехмерный случай (b_μ), что позволяет выразить геометрические факторы $\mathcal{S}_{s,d}$ через b_μ всех участвующих в процессе волновых пакетов. Обсуждение геометрических факторов подавления позволяет сформулировать математические и физические условия, при которых можно считать асимптотические начальные и конечные состояния свободными.

Затем мы приступаем к вычислению амплитуды процесса с рождением двух разных заряженных лептонов ℓ_α и ℓ_β в макроскопически разделенных вершинах диаграммы. В качестве внешних состояний используются релятивистские гауссовы пакеты (РГП), теория которых обсуждается в предыдущей главе. Нейтрино проявляет себя как виртуальная частица, распространяющаяся из области источника в область детектора на расстояние L . Распространение массивного нейтрино описывается стандартным причинным пропагатором в конфигурационном пространстве, выраженном в виде четырехмерного интеграла Фурье по энергии-импульсу q виртуального нейтрино от пропагатора нейтрино в импульсном пространстве.

С помощью теоремы Гримуса-Стокінгера (ГС) [18] вычисляется интеграл по трехмерному импульсу q в пределе больших L . Далее, методом перевала вычисляется оставшийся интеграл по q_0 . Находятся эффективные значения энергии-импульса нейтрино, дающие максимальный вклад в вычисляемую амплитуду. Рассмотрены два случая: ультра релятивистского и нерелятивистского нейтрино. Это позволяет нам вычислить амплитуду процесса.

Сравнение вычисленной амплитуды с квантовомеханической амплитудой перехода нейтрино из источника в детектор позволяет найти волновые функции нейтрино, рожденного в источнике, и нейтрино, взаимодействующего в детекторе. Волновые функции оказались волновыми пакетами в СРГП приближении. Найдены релятивистски-инвариантные дисперсии “выходящего” и “входящего” нейтрино.

Затем, вычисляется микроскопическая вероятность рассматриваемого процесса:

$$|A_{\beta\alpha}|^2 = \int dE_\nu \frac{(2\pi)^4 \delta_s(p_\nu - q_s) V_s |M_s|^2}{\prod_{\kappa \in S} 2E_\kappa V_\kappa} \frac{(2\pi)^4 \delta_d(p_\nu + q_d) V_d |M_d|^2}{\prod_{\kappa \in D} 2E_\kappa V_\kappa} \times \\ \times \frac{\mathfrak{D}}{2\sqrt{2\pi}(2\pi)^3 L^2} \left| \sum_j V_{\alpha j}^* V_{\beta j} e^{-\Omega_j - \Theta_j} \frac{1}{1 + i\tau_j} \right|^2,$$

где $\delta_s(p_\nu - q_s)$, $\delta_d(p_\nu + q_d)$ – функции, отвечающие за сохранение энергии-импульса в источнике и детекторе, соответственно. В пределе бесконечно малых дисперсий волновых пакетов эти функции превращаются в четырехмерные дельта-функции Дирака. $|M_s|^2$ и $|M_d|^2$ – квадраты матричных элементов процессов с рождением безмассового нейтрино в источнике и детектированием безмассового нейтрино в детекторе, соответственно. E_κ , V_κ – средняя энергия и трехмерный объем волнового пакета κ . Фаза $\Omega_j(T, L) = i(p_j X) + \frac{\tilde{\mathfrak{D}}_j^2}{E_j^2} [(p_j X)^2 - m_j^2 X^2]$ приведет в итоге к осцилляторному поведению числа событий с рождением двух разных заряженных лептонов ℓ_α и ℓ_β в макроскопически разделенных вершинах диаграммы. Заметим, что состояния нейтрино с определенным ароматом не используются. Осцилляторное поведение вероятности такого макроскопического события как функция отношения L/E_ν , где E_ν – эффективная энергия нейтрино, возникает в результате интерференции амплитуд с разными промежуточными состояниями массивных нейтрино. Величина $\tau_j = L/\tau_{Lj}$, где τ_{Lj} – время расщепления волнового пакета в продольном направлении. Фаза Θ_j вычислена в явном виде. Она представляет собой поправку к $\Omega_j(T, L)$.

Далее, производится макроскопическое усреднение полученной формулы. В результате, число событий может быть представлено в прозрачном виде

$$\frac{dN_{\alpha\beta}}{\tau_d} = \int dx dy dE_\nu \frac{d\Phi_\nu(x, y)}{dE_\nu} d\sigma_\nu(y) \mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, |\mathbf{y} - \mathbf{x}|),$$

где $\frac{d\Phi_\nu(x, y)}{dE_\nu}$ – плотность потока числа нейтрино из единичного объема источника в единичный интервал энергии нейтрино, E_ν , $d\sigma_\nu(y)$ – сечение взаимодействия нейтрино с частицами в единичном объеме детектора. Обе величины соответствуют плосковолновому приближению и безмассовым нейтрино. Эффекты волновых пакетов проявляются в величине $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, |\mathbf{y} - \mathbf{x}|)$, которая оказывается квантовополевым обобщением “вероятности осцилляций”:

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{\mathfrak{D}}{\tau_d}} \int_{y_1^0}^{y_2^0} dy^0 \int_{x_1^0}^{x_2^0} dx^0 \left| \sum_j V_{\alpha j}^* V_{\beta j} e^{-\Omega_j} \frac{1}{1 + i\tau_j} \right|^2,$$

где (x_1^0, x_2^0) – время работы источника, а (y_1^0, y_2^0) – время работы детектора. В пределе $(x_1^0, x_2^0) = (-\infty, \infty)$ формула для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L)$ становится обобщенным,

с учетом процессов рождения и детектирования нейтрино, аналогом формулы, полученной в главе 4, обобщая ее учетом процессов рождения и детектирования нейтрино. Это модифицирует функции \mathcal{A}_{ij} , \mathcal{B}_{ij} .

Вычисляя интеграл по конечным интервалам времени и пренебрегая дисперсией волнового пакета нейтрино в конфигурационном пространстве, получена формула для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) \equiv \frac{1}{S_0} \mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L)$

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \frac{1}{S_0} \sum_{ij} V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^* S_{ij} \exp(i\varphi_{ij} - \mathcal{A}_{ij}^2).$$

Важное отличие от квантовомеханического рассмотрения заключается в том, что функции \mathfrak{D} и \mathcal{B}_{ij}^2 зависят от кинематики события, а следовательно и от 4-импульсов ℓ_α^+ и ℓ_β^- , т.е. от и индексов α , β . Поэтому, унитарные соотношения для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L; \mathfrak{D})$ могут выполняться только в случае слабой зависимости \mathfrak{D} и \mathcal{B}_{ij}^2 от индексов α , β .

Фактор \mathcal{A}_{ij}^2 подавляет интерференцию состояний нейтрино ν_i и ν_j на расстояниях, превышающих длину когерентности, аналогично квантовомеханическому рассмотрению. Важным отличием от последнего, однако, оказывается то, что дисперсия энергии нейтринного волнового пакета, с учетом взаимодействий нейтрино в источнике и детекторе, является функцией кинематических переменных. Новым оказывается фактор S_{ij} , который подавляет как диагональные члены с функцией подавления $S_0 = S_{ii}$, так и не диагональные члены в формуле для вероятности осцилляций.

Полученная формула для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L)$ правильно воспроизводит интуитивное ожидание подавления числа взаимодействий в случае, если времена работы источника и детектора не синхронизированы друг с другом. В случае синхронизированных интервалов времен, S_{ij}/S_0 представляет собой новую квантовополевую функцию подавления интерференционных членов в формуле для вероятности. При определенных условиях функция S_{ij} переходит в независимый от L фактор $\exp(-\mathcal{B}_{ij}^2)$, ответственный за подавление когерентности при рождении и детектировании нейтрино. Соответствующие условия возникают в двух случаях. В первом, когда время экспозиции детектора $\tau_d = (y_2^0 - y_1^0)$ много меньше времени работы источника $\tau_s = (x_2^0 - x_1^0)$. Во втором, когда $\tau_d \approx \tau_s \gg \tau_\nu$, где τ_ν может быть интерпретировано как временная дисперсия волнового пакета нейтрино. В противоположном случае фактор S_{ij} предсказывает меньшее подавление, по сравнению с $\exp(-\mathcal{B}_{ij}^2)$, что объясняется дополнительным внесением неопределенности в измерение энергии нейтрино из-за конечных временных интервалов. Сильная зависимость S_0 от параметров τ_s и τ_d предоставляет возможность измерения усредненного значения функции \mathfrak{D} в специальном ускорительном эксперименте, допускающем вариацию этих параметров (или одного из них). Такое измерение было бы очень полезно для планирования и обработки данных будущих прецизионных экспериментов. Недиagonальные факторы декогерентности S_{ij} ($i \neq j$) имеют более сложное поведение, что иллюстрируют аналитические и численные оценки.

Часть III посвящена измерению угла смешивания θ_{13} и разности квадратов масс Δm_{ee}^2 в эксперименте Daya Bay.

Шестая глава посвящена описанию эксперимента Daya Bay. Наше рассмотрение начинается с краткого введения, в котором мы напоминаем о ключевых экспериментах, обнаруживших и надежно установивших существование нейтринных осцилляций, а также об определяющей роли эксперимента Daya Bay в этом вопросе. Эксперимент Daya Bay был задуман и реализован для ответа на вопрос о значении угла смешивания θ_{13} , величина которого была неизвестна до 2012 года, когда Daya Bay впервые надежно измерил ненулевое значение этого угла. Мы кратко напоминаем использованную методику измерения в эксперименте Daya Bay.

Затем дается подробное описание эксперимента Daya Bay, использующего принцип относительного измерения, т.е. сравнения потоков антинейтрино от реактора на разных расстояниях. Следование этому методу сильно повлияло на весь дизайн эксперимента:

- идентичный дизайн всех восьми детекторов;
- использование ближних (порядка 500 м) и дальних (порядка 1.6 км) детекторов для оптимальной чувствительности к измерению θ_{13} ;
- хорошая защита от космогенного фона;
- мощные реакторы – источники $\bar{\nu}_e$.

Детально описывается устройство каждого из детекторов $\bar{\nu}_e$ эксперимента Daya Bay. На рис. 1 показано расположение ближних детекторов в водно-черенковском детекторе эксперимента Daya Bay. Описывается система мюонно-вето для идентификации мюонов. Описывается триггерная система.

Существенная часть главы относится к калибровке детектора. Обсуждаются временная калибровка и методы калибровки энергетического отклика установки, которые могут быть представлены в виде следующих факторов, каждый из которых подробно обсуждается:

- калибровка усиления ФЭУ;
- поправка на число активных ФЭУ;
- определение световых выходов;
- пространственная неоднородность.

Качество калибровки проверяется сравнением с эталонными источниками определенной энергии. Разница в откликах антинейтринных детекторов оценивалась при помощи 13 различных калибровочных эталонов. Данные от источников, используемых на еженедельной основе, включают γ -кванты от ^{68}Ge и ^{60}Co , а также нейтроны от ^{241}Am - ^{13}C . Сигналы от естественной радиоактивности, включающие α -распады ^{212}Po , ^{214}Po , ^{215}Po и ^{219}Po и γ -кванты от ^{40}K и ^{208}Tl , также сравнивались между детекторами. Нейтроны от обратного бета распада и развалов ядер мюонами, которые захватываются ядрами водорода и гадолиния, обеспечивают дополнительными калибровочными эталонами. Все эти данные охватывают полный период набора данных, используемых для осцилляционного анализа.

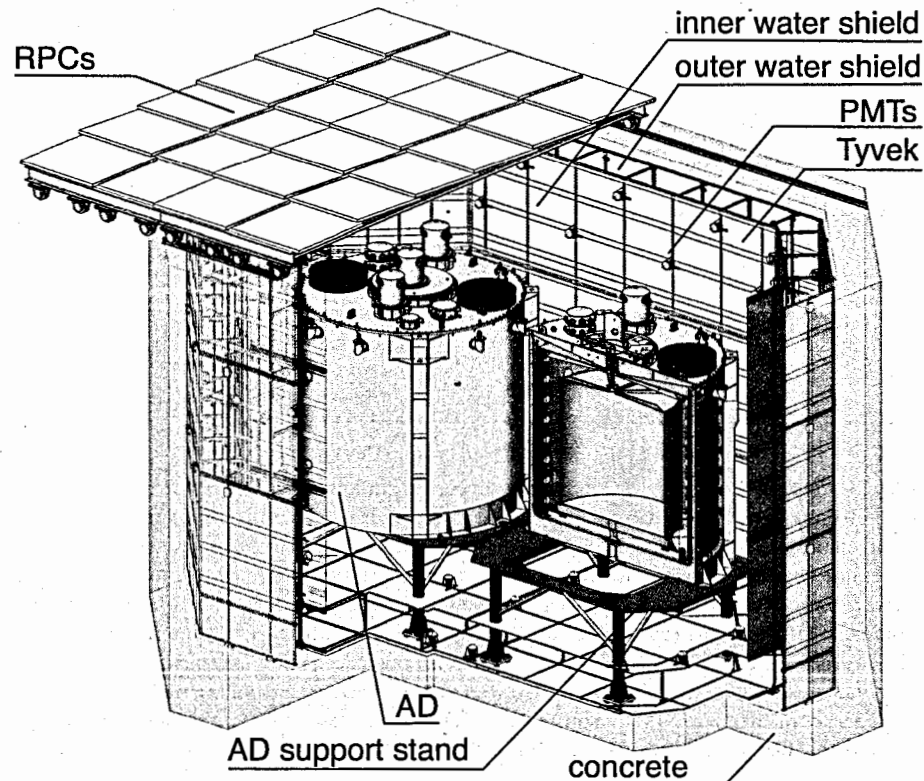


Рис. 1 — Ближние детекторы. Два антинейтринных детектора погружены в водно-черенковский детектор, который служит как для пассивной защиты от радиации, так и в качестве активной veto системы против космогенных мюонов. Шторка из тайвека делит бассейн на два оптически разделенных детектора, внутренний и внешний водные буферы. Сверху бассейн накрыт системой резистивных плоских камер (РПК), обеспечивающих дополнительную идентификацию мюонов.

Затем обсуждается зависимость разрешения энергии от выделенной энергии, подтверждающаяся измерениями с калибровочными источниками, с захватами нейтронов после реакции обратного бета распада и с естественной α радиоактивностью в сцинтилляторе. Рис. 2 демонстрирует зависимость энергетического разрешения измеренную при помощи калибровочных источников в сравнении с результатами используемой модели. Обсуждается абсолютная калибровка энергии антинейтрино для правильной интерпретации наблюдаемых спектров взаимодействия $\bar{\nu}_e$. Для этого в эксперименте Daya Bay была разработана энергетическая модель детектора, связывающая реконструированную энергию с истинной кинетической энергией частицы. Модель зависит от четырех свободных параметров: константы Биркса k_B , относительного вклада от черенковского из-

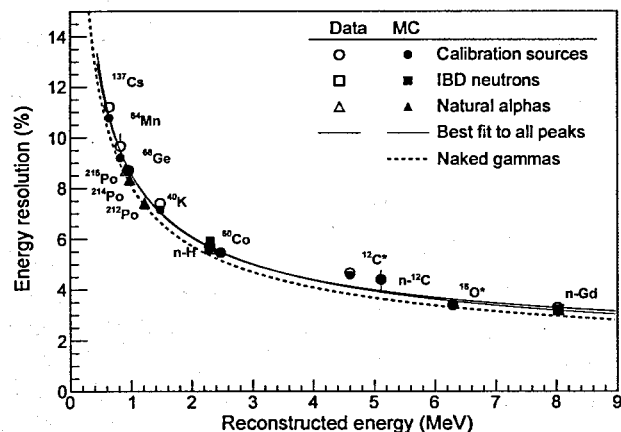


Рис. 2 — Энергетические разрешения, измеренные для калибровочных источников, захватов нейтронов после обратного бета-распада (ОБР), и естественной α радиоактивности в сцинтиляторе (открытые голубые маркеры). Модель энергетического разрешения ограничена статистическими неопределенностями показана синей сплошной линией. Результат модели энергетического разрешения согласуется с результатами моделирования отклика от источников (сплошные оранжевые маркеры). Моделирование предсказывает, что внутреннее разрешение энергии (пунктирная оранжевая линия) должно быть немного лучше для калибровочных источников (сплошная оранжевая линия), чем наблюдаемое из-за эффекта оптической тени контейнеров в которые помещены источники. Внутреннее разрешение было подтверждено, используя естественную α радиоактивность в сцинтиляторе.

лучения K_{α} , и двух свободных параметра α и τ модели электроники. Полученная модель энергетического отклика сравнивается с калибровочными данными. Подход с использованием χ^2 был использован для ограничения энергетического отклика детектора, что привело к неопределенности в абсолютном измерении энергии позитрона менее одного процента при энергиях выше 2 MeV. Полученная модель отклика детектора на сигнал от позитронов была проверена сравнением с калибровочными данными. Последние включают в себя конец электронного спектра от распадов мюона с энергией 53 МэВ, а также непрерывный $\beta+\gamma$ спектры от распадов висмута и таллия. Модель нелинейности электроники была перепроверена сравнением с данными от ФЭУ, полученными независимым цифровым преобразователем сигнала. Все измерения согласуются с моделью с учетом соответствующих неопределенностей параметров. Модель отклика детектора на сигнал от позитрона оказалась стабильной на уровне $1-\sigma$ относительно добавления или удаления любого источника калибровочных данных. В результате такого детального моделирования отклика детектора на сигнал от позитрона окончательная неопределенность на уровне 1% мала по сравнению с полной неопределенностью Δm_{ces}^2 , полученной в настоящем анализе. Рис. 3 демонстрирует получен-

ную оценку отношения реконструированной энергии к истинной, $E_{\text{rec}}/E_{\text{true}}$, для взаимодействий позитрона в мишени антинейтринного детектора.

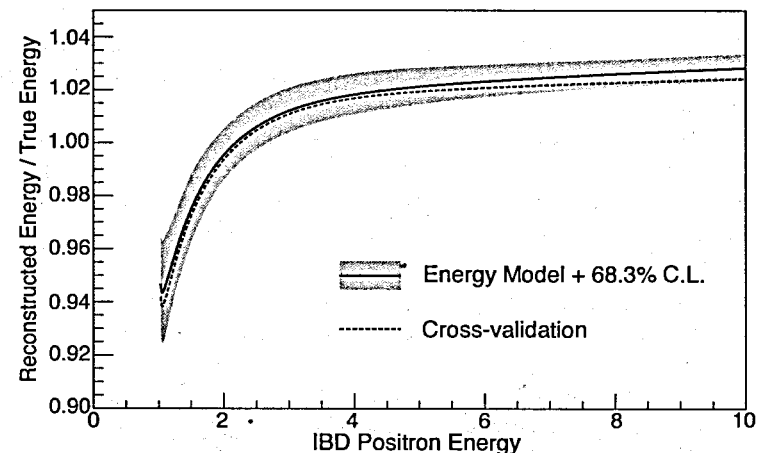


Рис. 3 — Оценка отношения реконструированной энергии к истинной, $E_{\text{rec}}/E_{\text{true}}$, для взаимодействий позитрона в мишени антинейтринного детектора (сплошная красная линия). Энергия 0.511- (МэВ) от двух аннигиляционных γ -квантов включена в определение энергии. Параметры модели были определены используя калибровочные данные от источников γ -квантов и электронов от распадов ^{12}B . Полученная полоса соответствующая 68% уровень достоверности (У.Д.) (серая закрашенная область) ограничивает это отношение лучше 1% в большей части интересующей нас области энергий. Независимая оценка, основанная $\beta+\gamma$ спектрах от распадов висмута и таллия, а также на определении конечной точки электронного спектра от распадов мюона с энергией 53 МэВ, привела к согласующейся модели (голубая пунктирная линия).

Седьмая глава посвящена описанию отбора антинейтринных событий и оценка фона. Обсуждение начинается с описания критериев отбора событий взаимодействия антинейтрино, имеющего уникальную временную структуру, состоящую из первичного сигнала от позитрона и задержанного сигнала от нейтрона. Критерии отбора были выбраны так, чтобы минимизировать относительные неопределенности при сравнении сигналов, наблюдаемых восемью детекторами. Резюмируя, более 2.5×10^6 $\bar{\nu}_e$ кандидатов было отобрано за рассматриваемый период набора данных. Эффективности детекторов отличались друг от друга не более, чем на 0.13%.

Затем мы обсуждаем критерии отбрасывания фоновых событий. Подробно обсуждаются все источники фона, учтенные в настоящем анализе.

- Инструментальные, связанные со спорадическими вспышками ФЭУ.
- Случайные совпадения, имитирующие первичный и вторичный сигналы.

- Фон от быстрых нейтронов, порождаемых взаимодействиями космогенных мюонов с веществом детектора и окружающего его материала.
- Фон от бета распадов ${}^9\text{Li}$, ${}^8\text{He}$, рождающихся во взаимодействиях космогенных мюонов.
- Фон от калибровочного источника ${}^{241}\text{Am}$ - ${}^{13}\text{C}$.
- ${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ взаимодействия, в которых α -частицы, излучаемые естественной радиоактивностью в детекторе, могут выбивать нейтроны из стабильных ядер.
- Сигналы с большой множественностью. Наложение коррелированных сигналов от взаимодействия антинейтрино с некоррелированными сигналами от радиоактивности приводит к трем или более сигналам во временном окне, удовлетворяющим критериям отбора событий обратного бета распада.

Все эти источники фона детально изучены, критерии их идентификации разработаны. Вклад фоновых событий не превышал нескольких процентов, с неопределенностью $\lesssim 0.2\%$.

Эксперимент Daya Bay был спроектирован таким образом, чтобы минимизировать возможные вариации в эффективностях детекторов, однако в действительности, детекторы продемонстрировали даже лучшую функциональность. С учетом этого достижения, было важным иметь независимый метод проверки оценки столь малой неопределенности 0.13% в эффективностях детекторов. Поэтому, далее, обсуждаются результаты дополнительных независимых проверок оценки эффективности, полученной с рекордно малой неопределенностью, равной 0.13% . В завершении главы приведены результаты отбора числа и темпа счета антинейтринных событий, оценок вклада оставшегося фона. В таб. 1 приведены результаты отбора взаимодействий $\bar{\nu}_e$.

Восьмая глава посвящена описанию осцилляционного анализа и полученных результатов. Обсуждение начинается с краткого введения, в котором упоминается об устройстве эксперимента – положении ядерных реакторов и о том, какие изотопы дают наибольший вклад в рождение реакторных антинейтрино. Затем мы обсуждаем вопрос о том, как контролируется действительная мощность реактора и как эволюционирует изотопный состав топлива. Далее мы обсуждаем методы вычисления энергетического спектра реакторных антинейтрино. Кроме четырех главных изотопов, дающих наибольший вклад в число наблюдаемых антинейтрино, мы учитываем в нашем анализе так называемую неравновесную поправку к спектрам, полученным методом конверсии (также обсуждаемой в этой главе). В конце цикла работы реактора, длительностью как правило 1 год, примерно треть топливных стержней извлекается и перемещается в бассейн, находящийся недалеко от реактора, где хранится длительное время, порядка пяти лет. Вклад отработанного топлива, который по порядку величины не превышает 0.3% от ожидаемого от работающего реактора, также учитывается в нашем анализе.

Кратко упоминаются две “реакторные аномалии”:

	EH1		EH2			EH3			AD7
	AD1	AD2	AD3	AD6	AD4	AD5	AD6		
ΔN_p [%]	0.00 ± 0.03	0.13 ± 0.03	-0.25 ± 0.03	0.02 ± 0.03	-0.12 ± 0.03	0.24 ± 0.03	-0.25 ± 0.03	-0.05 ± 0.03	
Отбор А									
$\bar{\nu}_e$ кандидаты	597618	606351	567196	465013	80479	80742	80067	66862	
DAQ время набора [день]	1117.178	1117.178	1114.337	924.933	1106.915	1106.915	1106.915	917.417	
ϵ_μ	0.8255	0.8221	0.8573	0.8571	0.9824	0.9829	0.9821	0.9826	
ϵ_τ	0.9744	0.9747	0.9757	0.9757	0.9759	0.9758	0.9756	0.9758	
Случайные совпадения [день $^{-1}$]	8.46 ± 0.09	8.46 ± 0.09	6.29 ± 0.06	6.18 ± 0.06	1.27 ± 0.01	1.19 ± 0.01	1.20 ± 0.01	0.98 ± 0.01	
Быстрые нейтроны [AD $^{-1}$ день $^{-1}$]	0.79 ± 0.10	0.79 ± 0.10	0.57 ± 0.07	0.57 ± 0.07	0.15 ± 0.01	0.15 ± 0.01	0.15 ± 0.01	0.15 ± 0.01	
${}^9\text{Li}, {}^8\text{He}$ [AD $^{-1}$ день $^{-1}$]	2.46 ± 1.06	2.46 ± 1.06	1.72 ± 0.77	1.72 ± 0.77	0.15 ± 0.06	0.15 ± 0.06	0.15 ± 0.06	0.15 ± 0.06	
${}^{241}\text{Am}, {}^{13}\text{C}, 6\text{-AD}$ [день $^{-1}$]	0.27 ± 0.12	0.25 ± 0.11	0.28 ± 0.13	0.28 ± 0.13	0.22 ± 0.10	0.21 ± 0.10	0.21 ± 0.10	0.21 ± 0.10	
${}^{241}\text{Am}, {}^{13}\text{C}, 8\text{-AD}$ [день $^{-1}$]	0.15 ± 0.07	0.16 ± 0.07	0.13 ± 0.06	0.13 ± 0.06	0.04 ± 0.02	0.03 ± 0.02	0.03 ± 0.02	0.05 ± 0.02	
${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ [день $^{-1}$]	0.08 ± 0.04	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	
Темп счета $\bar{\nu}_e, R_p$ [день $^{-1}$]	653.03 ± 1.37	665.42 ± 1.38	599.71 ± 1.12	593.82 ± 1.18	74.25 ± 0.28	74.60 ± 0.28	73.98 ± 0.28	74.73 ± 0.30	
Отбор В									
$\bar{\nu}_e$ кандидаты	594737	603092	562681	462129	80508	80769	80112	67018	
DAQ время набора [день]	1117.162	1117.162	1114.334	924.930	1106.898	1106.898	1106.898	917.401	
ϵ_μ	0.8210	0.8178	0.8502	0.8496	0.9824	0.9821	0.9820	0.9825	
ϵ_τ	0.9768	0.9773	0.9782	0.9781	0.9783	0.9783	0.9781	0.9784	
Случайные совпадения [день $^{-1}$]	7.99 ± 0.01	7.88 ± 0.01	5.94 ± 0.01	5.81 ± 0.01	1.20 ± 0.00	1.13 ± 0.00	1.14 ± 0.00	0.92 ± 0.00	
Быстрые нейтроны [AD $^{-1}$ день $^{-1}$]	0.84 ± 0.08	0.84 ± 0.08	0.64 ± 0.06	0.64 ± 0.06	0.15 ± 0.01	0.15 ± 0.01	0.15 ± 0.01	0.15 ± 0.01	
${}^9\text{Li}, {}^8\text{He}$ [AD $^{-1}$ день $^{-1}$]	2.71 ± 0.90	2.71 ± 0.90	1.91 ± 0.73	1.91 ± 0.73	0.22 ± 0.10	0.21 ± 0.09	0.21 ± 0.09	0.21 ± 0.09	
${}^{241}\text{Am}, {}^{13}\text{C}, 6\text{-AD}$ [день $^{-1}$]	0.26 ± 0.12	0.25 ± 0.11	0.28 ± 0.12	0.28 ± 0.12	0.22 ± 0.10	0.21 ± 0.09	0.21 ± 0.09	0.21 ± 0.09	
${}^{241}\text{Am}, {}^{13}\text{C}, 8\text{-AD}$ [день $^{-1}$]	0.15 ± 0.07	0.15 ± 0.07	0.13 ± 0.06	0.13 ± 0.06	0.04 ± 0.02	0.03 ± 0.02	0.03 ± 0.02	0.05 ± 0.02	
${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ [день $^{-1}$]	0.08 ± 0.04	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.07 ± 0.04	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	0.05 ± 0.03	
Темп счета $\bar{\nu}_e, R_p$ [день $^{-1}$]	651.99 ± 1.25	663.74 ± 1.26	598.47 ± 1.09	592.67 ± 1.15	74.08 ± 0.28	74.43 ± 0.28	73.83 ± 0.28	74.70 ± 0.30	

Таблица 1 — Результаты отбора взаимодействий $\bar{\nu}_e$. Результаты, полученные методами А и В приведены для сравнения. Приводятся числа отобранных кандидатов во взаимодействия $\bar{\nu}_e$, эффективности критериев отбора, оценки темпов счета фоновых событий для каждого антинейтринного детектора. Приводятся также темпы счета $\bar{\nu}_e$ взаимодействий после вычета фоновых событий для каждого детектора. Все темпы счета поправлены на потерю живого времени набора данных из-за вето против мюонов и критериев на множественность, представленные соответствующими эффективностями ϵ_μ и ϵ_τ . Наконец, приведены также небольшая разница в числе протонов ΔN_p , оцененная для каждой мишени.

- завышенные, примерно на 6% теоретические ожидания потока антинейтрино, по сравнению с результатами наблюдений,
- искажение в спектре антинейтрино в области 6 МэВ .

В связи с этими аномалиями особенно актуальным становится вопрос о методе измерения значений осцилляционных параметров, минимальным образом зависящем от возможных неопределенностей в знании спектров антинейтрино от реактора и/или сечений взаимодействия. Метод относительного измерения, используемый в эксперименте Daya Bay, отвечает таким требованиям.

Далее, мы приводим результаты расчета сечения обратного бета-распада [19], используемого в нашем анализе.

Затем, обсуждается ожидаемое число взаимодействий антинейтрино. Учитывается угловое распределение позитронов в конечном состоянии. Формализм учитывает соответствующий якобиан, упущенный из виду в других работах на эту тему. Обсуждается метод учета отклика детектора.

Отдельный раздел посвящен статистическому анализу, в котором обсуждаются вопросы связи метода χ^2 со штрафными членами с приближением χ^2 с ковариационной матрицей, учет систематических неопределенностей, построение интервалов приемки и доверительных интервалов, а также метод проецирования многомерных доверительных интервалов на пространство меньшей размерности. Завершается раздел обсуждением конкретной реализации методов статистического анализа в эксперименте Daya Bay.

В следующем разделе мы обсуждаем методы учета систематических неопределенностей в осцилляционном анализе эксперимента Daya Bay. Чтобы учесть неопределенности в нормировке и форме спектра реакторных антинейтрино нами была использована кусочно-гладкая параметризация спектра со свободными параметрами, также подгоняемыми в процессе минимизации соответствующего χ^2 . Кратко обсуждается пакет программ *dubOscar*, разработанный нашей дубненской группой для осцилляционного анализа, и используемый для получения официальных результатов коллаборации Daya Bay.

Далее, мы приводим и обсуждаем полученные результаты. Рассмотрев только один интервал по реконструированной энергии первичного сигнала (0.7–8) МэВ, можно дать наилучшую оценку $\sin^2 2\theta_{13}$, предполагая $|\Delta m_{32}^2| = (2.43 \pm 0.07) \times 10^{-3} \text{эВ}^2$ [20]. Получен следующий результат:

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta_{13} &= 0.0850 \pm 0.0030 \text{ (стат.)} \pm 0.0028 \text{ (сист.)}, \\ \frac{\chi^2}{\text{NDF}} &= \frac{5.08}{8-2} = 0.85. \end{aligned} \quad (3)$$

Рис. 4 иллюстрирует отношение наблюдаемого числа событий обратного бета распада к ожиданию без нейтринных осцилляций как функция эффективного расстояния для всех восьми детекторов. Найдены следующие параметры 3ν -модели осцилляций нейтрино наилучшим образом описывающей наблюдаемые числа событий взаимодействия антинейтрино и их спектров:

$$\begin{aligned} \sin^2 2\theta_{13} &= 0.0841 \pm 0.0027 \text{ (стат.)} \pm 0.0019 \text{ (сист.)}, \\ |\Delta m_{ee}^2| &= (2.50 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}) \times 10^{-3} \text{эВ}^2, \\ \Delta m_{32}^2(\text{NH}) &= (2.45 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}) \times 10^{-3} \text{эВ}^2, \\ \Delta m_{32}^2(\text{IH}) &= (-2.56 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}) \times 10^{-3} \text{эВ}^2, \\ \frac{\chi^2}{\text{NDF}} &= \frac{232.6}{280-17} = 0.88. \end{aligned} \quad (4)$$

На рис. 5 приведена вероятность выживания $\bar{\nu}_e$ как функция эффективного расстояния L_{eff} деленного на среднюю энергию антинейтрино $\langle E_\nu \rangle$. В доступном измерению интервале L_{eff}/E_ν наблюдается почти полный цикл исчезновения и появления вновь $\bar{\nu}_e$. Двумерный доверительный интервал для Δm_{ee}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$ приведен на рис. 6. Доверительный интервал получен, используя $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{\text{min}}^2$ как функцию $\sin^2 2\theta_{13}$ и $|\Delta m_{ee}^2|$. По всем остальным параметрам модели найдены значения, минимизирующие χ^2 при данных фиксированных значениях $\sin^2 2\theta_{13}$ и $|\Delta m_{ee}^2|$. Двумерные интервалы показаны для областей параметров, соответствующих $\Delta\chi^2$ меньше 2.30 (68.27% У.Д.), 6.18 (95.45% У.Д.), и 11.83 (99.73% У.Д.). Одномерные распределения $\Delta\chi^2$ также показаны для каждого параметра, профилируя по второму параметру.

На рис. 7 приведены результаты измерения 15 коэффициентов n_i , учитывающих возможные отклонения измеренного спектра реакторных антинейтрино

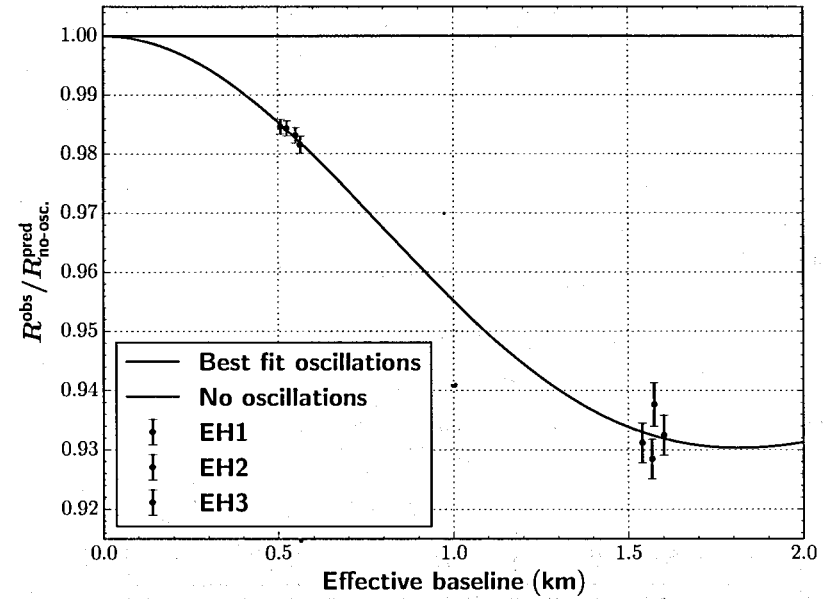


Рис. 4 — Отношение наблюдаемого числа ОБР событий к ожиданию без нейтринных осцилляций как функция эффективного расстояния для всех восьми детекторов. Дефицит в дальних детекторах относительно ближних иллюстрирует исчезновение $\bar{\nu}_e$ из-за нейтринных осцилляций. Абсолютная нормировка реакторных $\bar{\nu}_e$ была определена из данных, гарантируя рассматриваемое отношение равное единице при нулевом расстоянии. Ближние (дальние) детекторы сдвинуты на ± 6 м (± 30 м) для удобства восприятия.

от модели Huber+Mueller [21; 22]. Результат фита находится в хорошем согласии с независимым измерением спектра в эксперименте Daya Bay [23].

Результаты измерений сравниваются с результатами других экспериментов с реакторными, ускорительными и атмосферными нейтрино. Точность измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ экспериментом Daya Bay является наилучшей. Точность измерений Δm_{32}^2 сравнима с текущей точностью измерений в ускорительных экспериментах.

Достигнутая точность измерений исследуется в следующем разделе с точки зрения вкладов различных источников неопределенности. Закключаем, что точность текущего результата все еще определяется статистической неопределенностью, что позволяет рассчитывать на дальнейшее увеличение точности измерений $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 к концу 2020 года, когда ожидается завершение набора данных эксперимента Daya Bay.

Наконец, глава завершается обсуждением результатов осцилляционного анализа экспериментальных данных Daya Bay в модели волнового пакета, разработанной в части II настоящей диссертации. Такой анализ выполнен впервые. Получены первые ограничения на параметр дисперсии σ_p . Разрешенная область

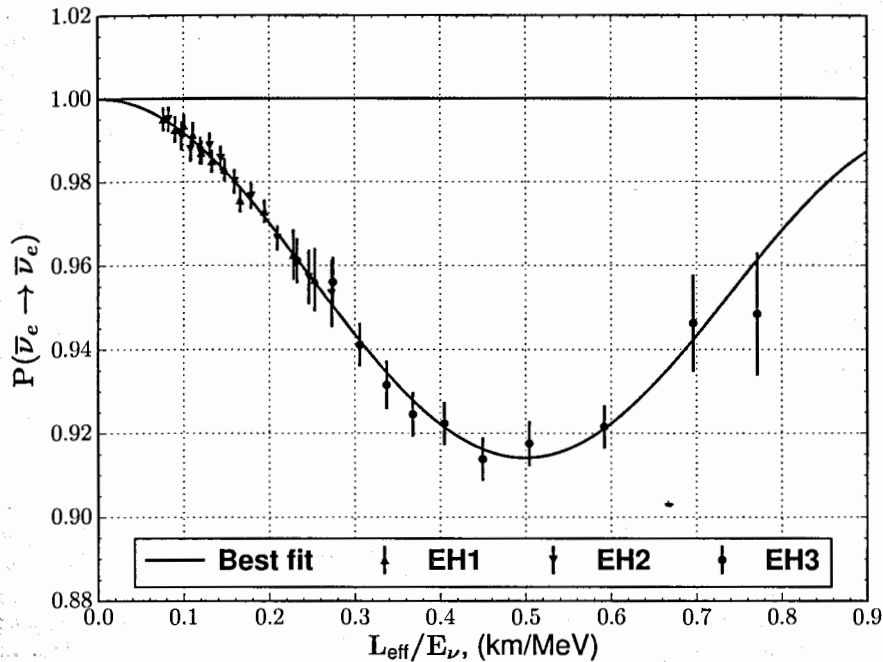


Рис. 5 — Измеренное искажение спектра энергии реакторных $\bar{\nu}_e$, проиллюстрированное как вероятность выживания $\bar{\nu}_e$ как функция L_{eff}/E_ν . Эффективное расстояние L_{eff} оценивается для каждого экспериментального холла с учетом распределения реакторов, дающих вклад в наблюдаемое число событий. Средняя энергия $\bar{\nu}_e$, $\langle E_\nu \rangle$, оценивается в каждом интервале реконструированной энергии позитрона, используя модель отклика детектора. Вероятность исчезновения $\bar{\nu}_e$ в каждом интервале реконструированной энергии позитрона дается отношением наблюдаемого числа событий (за вычетом фоновых событий) к предсказанию в предположении отсутствия осцилляций. В доступном измеренном интервале L_{eff}/E_ν наблюдается почти полный цикл исчезновения и появления вновь $\bar{\nu}_e$. параметра $\sigma_{\text{rel}} = \sigma_p/p$, где p — импульс нейтрино, соответствующая 95% УД.:

$$2.38 \cdot 10^{-17} < \sigma_{\text{rel}} < 0.23. \quad (5)$$

Заключение.

Исследование осцилляций нейтрино — чувствительный инструмент для изучения смешивания в лептонном секторе и разницы квадратов масс $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ нейтрино. В настоящей диссертации разработана квантовополевая теория нейтринных осцилляций в рамках ковариантного волнового пакета и измерены фундаментальные параметры Стандартной Модели — угол смешивания θ_{13} и разность квадратов масс Δm_{32}^2 в данных эксперимента Daya Bay, детектирующего антинейтрино от реакторов.

Вторая часть диссертации посвящена разработке квантовополевой теории нейтринных осцилляций.

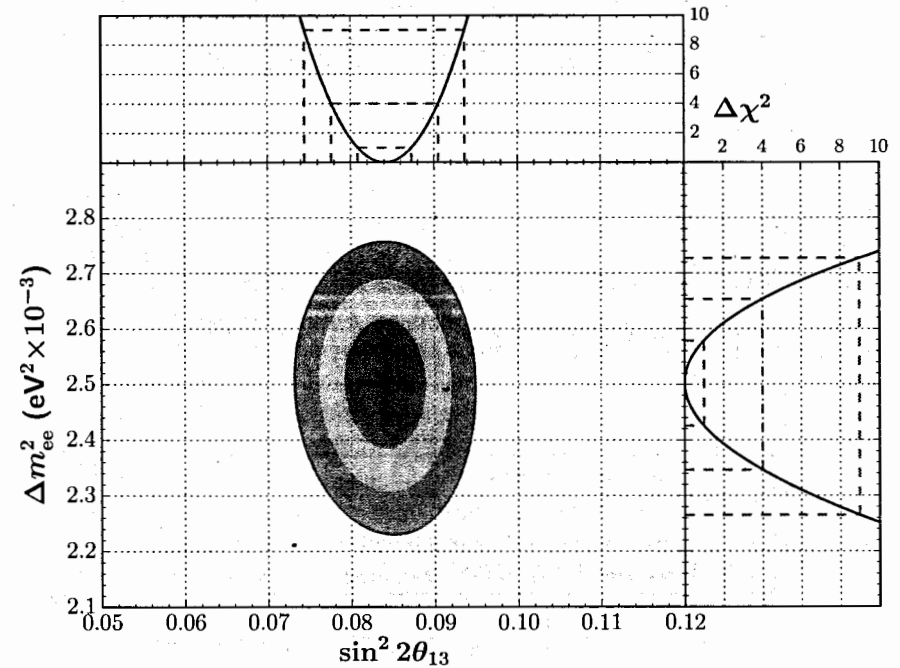


Рис. 6 — Двумерный доверительный интервал для Δm_{ee}^2 и $\sin^2 2\theta_{13}$ получен из сравнения числа $\bar{\nu}_e$ взаимодействий и формы спектра позитронов в дальних детекторах относительно ближних. Контуры, соответствующие стандартным отклонениям в 1σ , 2σ , и 3σ , получены используя значения $\Delta\chi^2$ равные 2.30 (красная линия), 6.18 (зеленая), и 11.83 (синяя) относительно наилучшей оценки параметров. Верхний рисунок соответствует одномерному распределению $\Delta\chi^2$ относительно $\sin^2 2\theta_{13}$, полученному профилированием по параметру $|\Delta m_{ee}^2|$ (синяя сплошная линия), пунктирная линия отмечает уровни, соответствующие стандартным отклонениям в 1σ , 2σ , и 3σ . Правый рисунок определен аналогично, но для параметра $|\Delta m_{ee}^2|$, профилируя по параметру $\sin^2 2\theta_{13}$. Точка с ошибками показывает наилучшую оценку параметров. Ошибки соответствуют одномерному уровню достоверности в 1σ .

Разработана теория ковариантного волнового пакета и детально исследованы его свойства. В качестве рабочей модели предложен и рассмотрен релятивистский гауссов волновой пакет. В нашей работе показано, что гауссов волновой пакет вида $\propto e^{-(k-p)^2/4\sigma_p^2}$, традиционно используемый при описании нейтринных осцилляций в модели волнового пакета, является нерелятивистским приближением релятивистского гауссова волнового пакета, предложенного в нашей работе.

Исследовано расплывание волнового пакета вдоль направления его движения и в плоскости перпендикулярной вектору его средней скорости. Доказано, что поперечное расплывание приводит к подавлению вероятности обнаружить волновой пакет на расстоянии $|x|$ от источника его рождения. Плотности пото-

Поправка к спектрам антинейтрино

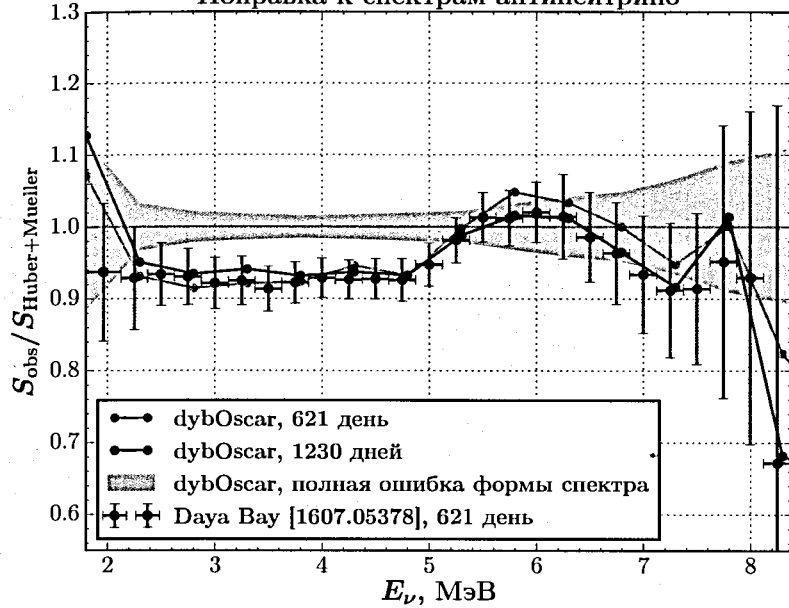


Рис. 7 — Результаты измерения 15 коэффициентов n_i , учитывающих возможные отклонения измеренного спектра реакторных антинейтрино от модели Huber+Mueller [21; 22].

ка волнового пакета, проинтегрированной по времени в пределах $(0, \infty)$ отвечает подавление вида $1/4\pi|x|^2$ в системе покоя волнового пакета. Этот результат обеспечивает прозрачной интерпретацией поперечное расплывание волнового пакета. Использование релятивистских волновых пакетов в качестве начальных и конечных фоковских состояний в \mathbb{S} -матричной теории позволило вычислить соответствующую вероятность рассеяния

$$dN = d\sigma L e^{-b_T^2/2\sigma_{x,ab}^2},$$

где $d\sigma$ — сечение рассеяния в плосковолновом приближении, L — светимость рассеяния двух волновых пакетов в определении, используемом в теории рассеяния и ускорительной физике, $\sigma_{x,ab}$ — эффективная пространственная дисперсия рассеивающихся волновых пакетов a и b , и b_T — лоренц-инвариантный модуль прицельного вектора, с которым рассеиваются друг на друге a и b .

Вычислена амплитуда $\mathcal{A}_{\alpha\beta}$ “макроскопической” диаграммы, в которой “источник” и “детектор” нейтрино разделены макроскопическим расстоянием; начальные и конечные частицы описываются построенными ковариантными волновыми пакетами; нейтрино — виртуальная частица. В “источнике” и “детекторе” рождаются заряженные лептоны ℓ_α^+ и ℓ_β^- , соответственно. Амплитуда $\mathcal{A}_{\alpha\beta}$ отвечает нарушению лептонного числа, если $\alpha \neq \beta$. Вычисленная амплитуда

$\mathcal{A}_{\alpha\beta}$ позволила определить волновую функцию виртуального нейтрино, которая оказалась релятивистским волновым пакетом. Эффективная дисперсия импульса нейтрино зависит от дисперсий импульсов и самих импульсов всех входящих в диаграмму частиц.

Вычислена микроскопическая вероятность $|\mathcal{A}_{\alpha\beta}|^2$. Поскольку каждый волновой пакет характеризуется средней координатой x_κ в момент времени x_κ^0 , средним 4-импульсом p_κ , а также дисперсией импульса σ_κ , то $|\mathcal{A}_{\alpha\beta}|^2$ зависит параметрически от всех параметров $\{x_\kappa, p_\kappa, \sigma_\kappa\}$. Микроскопическая вероятность $|\mathcal{A}_{\alpha\beta}|^2$ — наиболее общий результат нашего вычисления. $|\mathcal{A}_{\alpha\beta}|^2$ содержит подавление, связанное с ненулевыми прицельными векторами рассеивающихся волновых пакетов. В нашей работе прицельный вектор обобщен на четырехмерный случай. Получены явные формулы для соответствующего подавления. Доказана их лоренц-инвариантность.

Чтобы связать вычисленную вероятность $|\mathcal{A}_{\alpha\beta}|^2$ с экспериментально наблюдаемым числом событий $N_{\alpha\beta}$ с ℓ_α^+ в источнике и ℓ_β^- в детекторе, произведено макроскопическое усреднение $|\mathcal{A}_{\alpha\beta}|^2$ по параметрам $\{x_\kappa, p_\kappa\}$. Понятия “источник” и “детектор” обретают свой смысл как области пространства-времени вокруг прицельных точек $X_{s,d}$, определяемых параметрами волновых пакетов $\{x_\kappa, p_\kappa, \sigma_\kappa\}$ в вершинах с рождением ℓ_α^+ и ℓ_β^- , соответственно. Прицельные точки $X_{s,d}$ являются следствием развитого формализма.

Найдены условия, при которых $N_{\alpha\beta}$ может быть представлено в виде интеграла по объемам источника и детектора от произведения трех множителей $\Phi_\nu(E_\nu, L) \times \mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L; \mathcal{D}) \times \sigma(E_\nu)$. Поток безмассового нейтрино от источника в детектор $\Phi_\nu(E_\nu, L) \propto 1/L^2$, где L — расстояние между точками источника и детектора. $\sigma(E_\nu)$ — сечение рассеяния безмассового нейтрино в детекторе. Лоренц-инвариантность $N_{\alpha\beta}$ требует ковариантности волновых пакетов, отвечающих внешним частицам.

Множитель $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$, зависящий от флэйворных индексов α, β , энергии нейтрино, эффективного расстояния между источником и детектором и дисперсии энергии-импульса нейтрино \mathcal{D} , является обобщением квантовомеханической вероятности осцилляций нейтрино

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\mathcal{D}}{\tau_d} \int_{y_1^0}^{y_2^0} dy^0 \int_{x_1^0}^{x_2^0} dx^0 \left| \sum_j V_{\alpha j}^* V_{\beta j} e^{-i\Omega_j} \frac{1}{1 + i\tau_j} \right|^2,$$

где (x_1^0, x_2^0) — время работы источника, а (y_1^0, y_2^0) — время работы детектора. Вычисляя интеграл по конечным интервалам времени и пренебрегая дисперсией волнового пакета нейтрино в конфигурационном пространстве, получена формула для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) \equiv \frac{1}{S_0} \mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L)$

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L) = \frac{1}{S_0} \sum_{ij} V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^* S_{ij} \exp(i\varphi_{ij} - \mathcal{A}_{ij}^2).$$

Важное отличие от квантовомеханического рассмотрения заключается в том, что функции \mathcal{D} и \mathcal{B}_{ij}^2 зависят от кинематики события, а следовательно и от 4-импульсов ℓ_α^+ и ℓ_β^- , т.е. от индексов α, β . Поэтому, унитарные соотношения для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L; \mathcal{D})$ могут выполняться только в случае слабой зависимости \mathcal{D} и \mathcal{B}_{ij}^2 от индексов α, β .

Фактор \mathcal{A}_{ij}^2 подавляет интерференцию состояний нейтрино ν_i и ν_j на расстояниях, превышающих длину когерентности, аналогично квантовомеханическому рассмотрению. Важным отличием от последнего, однако, оказывается то, что дисперсия энергии нейтринного волнового пакета, с учетом взаимодействий нейтрино в источнике и детекторе, является функцией кинематических переменных. Новым оказывается фактор S_{ij} , который подавляет как диагональные члены с функцией подавления $S_0 = S_{ii}$, так и не диагональные члены в формуле для вероятности осцилляций.

Полученная формула для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(E_\nu, L)$ правильно воспроизводит интуитивное ожидание подавления числа взаимодействий в случае, если времена работы источника и детектора не синхронизированы друг с другом. В случае синхронизированных интервалов времен, S_{ij}/S_0 представляет собой новую квантово-полевую функцию подавления интерференционных членов в формуле для вероятности. При определенных условиях функция S_{ij} переходит в независимый от L фактор $\exp(-\mathcal{B}_{ij}^2)$, ответственный за подавление когерентности при рождении и детектировании нейтрино. Соответствующие условия возникают в двух случаях. В первом, когда время экспозиции детектора $\tau_d = (y_2^0 - y_1^0)$ много меньше времени работы источника $\tau_s = (x_2^0 - x_1^0)$. Во втором, когда $\tau_d \approx \tau_s \gg \tau_\nu$, где τ_ν может быть интерпретировано как временная дисперсия волнового пакета нейтрино. В противоположном случае фактор S_{ij} предсказывает меньшее подавление, по сравнению с $\exp(-\mathcal{B}_{ij}^2)$, что объясняется дополнительным внесением неопределенности в измерение энергии нейтрино из-за конечных временных интервалов. Сильная зависимость S_0 от параметров τ_s и τ_d предоставляет возможность измерения усредненного значения функции \mathcal{D} в специальном ускорительном эксперименте, допускающем вариацию этих параметров (или одного из них). Такое измерение было бы очень полезно для планирования и обработки данных будущих прецизионных экспериментов. Недиagonальные факторы декогерентности S_{ij} ($i \neq j$) имеют более сложное поведение, что иллюстрируют аналитические и численные оценки.

Третья часть диссертации посвящена измерению угла смешивания θ_{13} и разницы квадратов масс Δm_{32}^2 в данных эксперимента Daya Bay, детектирующего антинейтрино от реакторов.

Для этого, под руководством автора и с его непосредственным участием, разработан метод и создан комплекс компьютерных программ для анализа экспериментальных данных эксперимента Daya Bay. Программное обеспечение моделирует всю цепочку детектирования взаимодействий антинейтрино от реактора в жидкостинцилляторном детекторе. Учитываются энергетические спектры антинейтрино от каждого из четырех главных изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu and

^{241}Pu . Принимаются во внимание неравновесная поправка к спектрам и вклад от отработанного топлива. Вычисление числа взаимодействий антинейтрино как функция энергии позитрона учитывает зависимость соответствующего сечения от угла вылета позитрона. Все эффекты детектирования энерговыделения от позитрона учитываются в нашем расчете. Также учитываются фоновые события с учетом их измеренных энергетических спектров.

Отдельное внимание уделено корректному учету систематических неопределенностей и статистическому анализу данных. Реализована минимизация χ^2 и построение доверительных интервалов с учетом статистических и систематических неопределенностей при помощи ковариационной матрицы и штрафных членов.

Разработанное программное обеспечение используется также для ряда других исследований: исследование эффектов квантовой декогерентности в экспериментах Daya Bay и KamLAND, поиск стерильных нейтрино, исследование спектра антинейтрино от реактора.

В результате анализа данных эксперимента Daya Bay, накопленных за 1230 дней измерена амплитуда осцилляций

$$\sin^2 2\theta_{13} = 0.0841 \pm 0.0027 \text{ (стат.)} \pm 0.0019 \text{ (сист.)}$$

и разницы квадратов масс

$$\Delta m_{ee}^2 = (2.50 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2.$$

Для гипотезы нормальной иерархии масс нейтрино измерена разность квадратов масс

$$\Delta m_{32}^2 = (2.45 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2.$$

В предположении обратной иерархии

$$\Delta m_{32}^2 = (-2.56 \pm 0.06 \text{ (стат.)} \pm 0.06 \text{ (сист.)}) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2.$$

Результаты нашего анализа являются официальными результатами коллаборации Daya Bay [24]. На сегодняшний день, это самые точные измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 (Δm_{ee}^2).

Открытие ненулевого значения угла смешивания коллаборацией Daya Bay [25] и прецизионное измерение его значения [24] открыло путь к измерению иерархии масс нейтрино и фазы, ответственной за нарушение CP-инвариантности, что используется в ряде экспериментов (T2K, NOvA) и при подготовке новых экспериментов (JUNO, RENO-50, T2HK, DUNE и др.).

Прецизионные измерения $\sin^2 2\theta_{13}$ и Δm_{32}^2 и измеренный энергетический спектр антинейтрино от реактора уменьшают систематическую неопределенность в определении иерархии масс нейтрино в экспериментах следующего поколения, таких как JUNO и RENO-50.

Публикации автора по теме диссертации

1. Measurement of electron antineutrino oscillation based on 1230 days of operation of the Daya Bay experiment / F. P. An [и др.] // Phys. Rev. — 2017. — Т. D95. — С. 072006. — arXiv: 1610.04802 [hep-ex].
2. *Bednyakov V. A., Naumov D. V., Smirnov O. Y.* Neutrino physics and JINR // Phys. Usp. — 2016. — Т. 59, № 3. — С. 225—253.
3. New measurement of θ_{13} via neutron capture on hydrogen at Daya Bay / F. P. An [и др.] // Phys. Rev. — 2016. — Т. D93. — С. 072011. — arXiv: 1603.03549 [hep-ex].
4. Improved Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay / F. P. An [и др.] // Chin. Phys. — 2016. — Т. C2017. — С. 41. — arXiv: 1607.05378 [hep-ex].
5. Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay / F. P. An [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2016. — Т. 116, № 6. — С. 061801. — arXiv: 1508.04233 [hep-ex].
6. New Measurement of Antineutrino Oscillation with the Full Detector Configuration at Daya Bay / F. P. An [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Т. 115, № 11. — С. 111802. — arXiv: 1505.03456 [hep-ex].
7. The Detector System of The Daya Bay Reactor Neutrino Experiment / F. P. An [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2016. — Т. A811. — С. 133—161. — arXiv: 1508.03943 [physics.ins-det].
8. The muon system of the Daya Bay Reactor antineutrino experiment / F. P. An [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. — 2015. — Т. A773. — С. 8—20. — arXiv: 1407.0275 [physics.ins-det].
9. Independent measurement of the neutrino mixing angle θ_{13} via neutron capture on hydrogen at Daya Bay / F. P. An [и др.] // Phys. Rev. — 2014. — Т. D90, № 7. — С. 071101. — arXiv: 1406.6468 [hep-ex].
10. *Naumov D.* A short review of most interesting recent results in neutrino physics // Phys.Part.Nucl.Lett. — 2012. — Т. 9. — С. 691—695.
11. *Naumov D.* Introduction to neutrino physics // Phys.Part.Nucl.Lett. — 2011. — Т. 8. — С. 717—742.
12. *Naumov D.* On the theory of wave packets // Phys.Part.Nucl.Lett. — 2013. — Т. 10. — С. 642—650.
13. *Naumov D., Naumov V.* A Diagrammatic treatment of neutrino oscillations // J.Phys.G. — 2010. — Т. G37. — С. 105014. — arXiv: 1008.0306 [hep-ph].
14. *Naumov D. V., Naumov V. A.* Relativistic wave packets in a field theoretical approach to neutrino oscillations // Russ.Phys.J. — 2010. — Т. 53. — С. 549—574.

15. Spectral measurement of electron antineutrino oscillation amplitude and frequency at Daya Bay / F. An [и др.] // Phys.Rev.Lett. — 2014. — Т. 112. — С. 061801. — arXiv: 1310.6732 [hep-ex].
16. Improved Measurement of Electron Antineutrino Disappearance at Daya Bay / F. An [и др.] // Chin.Phys. — 2013. — Т. C37. — С. 011001. — arXiv: 1210.6327 [hep-ex].
17. Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay / F. An [и др.] // Phys.Rev.Lett. — 2012. — Т. 108. — С. 171803. — arXiv: 1203.1669 [hep-ex].
18. A side-by-side comparison of Daya Bay antineutrino detectors / F. An [и др.] // Nuclear Inst. and Methods in Physics Research. — 2012. — Т. A 685. — С. 78—97. — arXiv: 1202.6181 [physics.ins-det].
19. *Naumov D. V.* Neutrino Physics program at the JINR // Proc. of the 4th South Africa - JINR Symposium. Few to Many Body Systems: Models, Methods and Applications, edited by F. Simkovic and conveners of session. — 2016.
20. Results from the Daya Bay Reactor Neutrino Experiment / K. Tsang [и др.] // Nucl.Phys.Proc.Suppl. — 2014. — Т. 246—247. — С. 18—22.
21. *Naumov D. V.* Recent results from Daya Bay experiment // EPJ Web Conf. — 2015. — Т. 95. — С. 04043. — arXiv: 1412.7806 [hep-ex].
22. *Naumov D. V.* Recent results in neutrino physics // Odessa Astron. Pub. — 2011. — Т. 24. — С. 27. — arXiv: 1111.2042 [physics.pop-ph].

Список литературы

1. KATRIN design report 2004 / J. Angrik [и др.]. — 2005.
2. Neutrino Physics with JUNO / F. An [и др.] // J. Phys. — 2016. — Т. G43, № 3. — С. 030401. — arXiv: 1507.05613 [physics.ins-det].
3. *Kim S.-B.* New results from RENO and prospects with RENO-50 // Neutrino Oscillation Workshop (NOW 2014) Conca Specchiulla, Otranto, Lecce, Italy, September 7-14, 2014. — 2014. — arXiv: 1412.2199 [hep-ex]. — URL: <http://inspirehep.net/record/1333219/files/arXiv:1412.2199.pdf>.
4. NOvA: Proposal to build a 30 kiloton off-axis detector to study $\nu(\mu) \rightarrow \nu(e)$ oscillations in the NuMI beamline / D. Ayres [и др.]. — 2004. — arXiv: hep-ex/0503053 [hep-ex].
5. The 2010 Interim Report of the Long-Baseline Neutrino Experiment Collaboration Physics Working Groups / T. Akiri [и др.]. — 2011. — arXiv: 1110.6249 [hep-ex].

6. Letter of Intent: The Hyper-Kamiokande Experiment — Detector Design and Physics Potential — / K. Abe [и др.]. — 2011. — arXiv: 1109.3262 [hep-ex].
7. A Long Baseline Neutrino Oscillation Experiment Using J-PARC Neutrino Beam and Hyper-Kamiokande / K. Abe [и др.] // — 2014. — arXiv: 1412.4673 [physics.ins-det]. — URL: <https://inspirehep.net/record/1334360/files/arXiv:1412.4673.pdf>.
8. Letter of Intent: The Precision IceCube Next Generation Upgrade (PINGU) / M. Aartsen [и др.]. — 2014. — arXiv: 1401.2046 [physics.ins-det].
9. Ribordy M., Smirnov A. Y. Improving the neutrino mass hierarchy identification with inelasticity measurement in PINGU and ORCA // Phys.Rev. — 2013. — T. D87, № 11. — C. 113007. — arXiv: 1303.0758 [hep-ph].
10. Huber P., Maltoni M., Schwetz T. Resolving parameter degeneracies in long-baseline experiments by atmospheric neutrino data // Phys. Rev. — 2005. — T. D71. — C. 053006. — arXiv: hep-ph/0501037 [hep-ph].
11. The reach of INO for atmospheric neutrino oscillation parameters / T. Thakore [и др.] // Journal of High Energy Physics. — 2013. — T. 2013, № 5. — C. 58. — URL: [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP05\(2013\)058](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP05(2013)058).
12. The Long-Baseline Neutrino Experiment: Exploring Fundamental Symmetries of the Universe / C. Adams [и др.]. — 2013. — arXiv: 1307.7335 [hep-ex].
13. Evidence for High-Energy Extraterrestrial Neutrinos at the IceCube Detector / M. G. Aartsen [и др.] // Science. — 2013. — T. 342. — C. 1242856. — arXiv: 1311.5238 [astro-ph.HE].
14. Atmospheric and astrophysical neutrinos above 1 TeV interacting in IceCube / M. G. Aartsen [и др.] // Phys. Rev. — 2015. — T. D91, № 2. — C. 022001. — arXiv: 1410.1749 [astro-ph.HE].
15. Reactor On-Off Antineutrino Measurement with KamLAND / A. Gando [и др.] // Phys.Rev. — 2013. — T. D88, № 3. — C. 033001. — arXiv: 1303.4667 [hep-ex].
16. Spectroscopy of geo-neutrinos from 2056 days of Borexino data / M. Agostini [и др.]. — 2015. — arXiv: 1506.04610 [hep-ex].
17. Kotkin G. L., Serbo V. G., Schiller A. Processes with large impact parameters at colliding beams // Int. J. Mod. Phys. — 1992. — T. A7. — C. 4707—4745.
18. Grimus W., Stockinger P. Real oscillations of virtual neutrinos // Phys.Rev. — 1996. — T. D54. — C. 3414—3419. — arXiv: hep-ph/9603430 [hep-ph].
19. Vogel P., Beacom J. F. Angular distribution of neutron inverse beta decay, $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ // Phys. Rev. — 1999. — T. D60. — C. 053003. — arXiv: hep-ph/9903554 [hep-ph].

20. Review of Particle Physics (RPP) / K. A. Olive [и др.] // Chin.Phys. — 2014. — T. C38. — C. 090001. — URL: <http://pdg.lbl.gov>; and 2015 update.
21. Huber P. On the determination of anti-neutrino spectra from nuclear reactors // Phys.Rev. — 2011. — T. C84. — C. 024617. — arXiv: 1106.0687 [hep-ph].
22. Improved Predictions of Reactor Antineutrino Spectra / T. Mueller [и др.] // Phys.Rev. — 2011. — T. C83. — C. 054615. — arXiv: 1101.2663 [hep-ex].
23. Improved Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay / F. P. An [и др.] // Chin. Phys. — 2017. — T. C41, № 1. — C. 013002. — arXiv: 1607.05378 [hep-ex].
24. Measurement of electron antineutrino oscillation based on 1230 days of operation of the Daya Bay experiment / F. P. An [и др.]. — 2016. — arXiv: 1610.04802 [hep-ex].
25. Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay / A. F.P. [и др.] // Phys.Rev.Lett. — 2012. — T. 108. — C. 171803. — arXiv: 1203.1669 [hep-ex].

Получено 24 мая 2017 г.