

ЛВЭ

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

K 18

На правах рукописи

КАМУНТАВИЧИЮС Гинтаутас-Пранцишкус Пранович

УДК 530.145;539.142;539.182

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ КОМПОНЕНТ ВОЛНОВЫХ
ФУНКЦИЙ СИСТЕМ ТОЖДЕСТВЕННЫХ
ФЕРМИОНОВ

Специальность 01.04.02 -
Теоретическая и математическая физика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

ДУБНА, 1989

Работа выполнена в Институте физики Академии наук
Литовской ССР.

Официальные оппоненты:

член-корреспондент АН СССР,
доктор физико-математических наук,
профессор

Станислав Петрович
Меркурьев

доктор физико-математических
наук

Иван Васильевич
Сименов

доктор физико-математических
наук, профессор

Яков Абрамович
Сморodinский

Ведущая организация - Научно-исследовательский
институт ядерной физики МГУ.

Защита диссертации состоится " " _____ 1989 г.
в _____ час. на заседании Специализированного совета
Д047.01.01 при Лаборатории теоретической физики Объединенного
института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

Автореферат разослан " " _____ 1989 г.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Специализированного совета
кандидат физико-математических наук

В.И. Дуравлев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Теория нерелятивистских систем взаимодействующих частиц начала развиваться практически со времени рождения квантовой механики и достигла за это время немалых успехов. Вместе с тем в связи с постоянным ростом требований к качеству волновых функций и появлением конструкций не встречающейся ранее сложности - реалистических межуклонных потенциалов - традиционные методы решения уравнения Шрёдингера оказались плохо приспособленными для подобных задач. Если оставить вне рассмотрения методы, основанные на прямом интегрировании уравнения, успех которых в основном определяется уровнем развития вычислительных средств, все упирается в конце концов на вопрос об удачности построения исходного базиса. Традиционными при этом следует назвать все те методы решения многофермионной проблемы, когда антисимметричность модельных волновых функций обеспечивается до решения уравнения Шрёдингера. Это включает в себя как разложения точной волновой функции по жесткофиксированному базису, так и априорное построение пробной функции со свободными параметрами или даже фрагментами функций, в результате варьирования которых она наилучшим возможным способом подгоняется к точной. Характерный пример такого рода - это приближение Хартри-Фока, когда антисимметрию волновой функции, зависящей от одночастичных переменных, удается обеспечить до конкретизации радиальных функций. В осцилляторной модели оболочек в принципе возможно как расширение фиксированного базиса, так и варьирование по параметрам волновых функций. В методе гиперсферических функций и его обобщениях антисимметрия функций обеспечивается фиксированной частью, зависящей от угловых и спин-изоспиновых переменных (гиперсферическими гармониками), а фрагменты функций, зависящие от коллективных переменных, определяются из динамических уравнений.

Можно даже провести некоторую классификацию методов такого рода по числу степеней свободы, функции от которых не фиксированы для упрощения антисимметризации, а остаются свободными и могут быть приспособлены к динамике конкретной задачи. Конечно, сила обусловлена отсутствием свободных парамет-

ри, варьированием которых можно добиться аналогичного результата. Начать этот список следует с осцилляторной модели оболочек (один параметр) и метода гиперсферических функций (одна степень свободы). Далее идет модель оболочек в деформированном среднем поле (два или три параметра), а еще дальше - метод обобщенных гиперсферических функций, в котором число степеней свободы такого типа может быть доведено до шести. Для сравнения следует отметить, что в методе Хартри-Фока для атома число радиальных функций, которые свободны с изложенной точки зрения, $\sim N^{2/3}$. Именно это и гарантирует сравнительно высокое качество соответствующей волновой функции, даже несмотря на то, что функции от одночастичных переменных в целом плохо приспособлены для учета двухчастичных корреляций.

Что касается теории атомного ядра, то для реалистических мезонуклонных потенциалов точная волновая функция должна соответствовать распределению плотности вероятности в системе, напоминающей, грубо выражаясь, распределение плотности в губке, то есть волновая функция должна "выталкиваться" из областей конфигурационного пространства, соответствующих малым мезонуклонным расстояниям. Инфраструктура же упомянутых модельных базисов скорее соответствует распределению плотности, если следовать принятой параллели, в луковиче. Поэтому неудивительно, что решение задачи в таком случае требует длинных (для твердого тела - бесконечных) разложений.

Более или менее убедительные методы решения этих трудностей, то есть адекватного учета двухчастичных корреляций, удается построить только для ядерного вещества и тяжелых ядер, то есть для систем, где правомерно применение тех или иных упрощений иного характера, и модельный базис оказывается исключительно простым. Для конечных ядер в последнее время наибольшим успехом пользуется способ расчета, основанный на применении вариационных методов для пробных функций с корреляционными множителями ястровского типа. Эти множители, зависящие в первую очередь от относительных координат всевозможных пар нуклонов, выбираются так, чтобы обеспечить упомянутое деформирование модельной волновой функции. Хотя такая пробная функция с виду довольно проста, при конкретном ее применении возникают не только технические, но и принципиальные, по-видимому, трудности, обусловленные той же антисимметричностью (многофермионная

волновая функция многократно меняет знак в конфигурационном пространстве, и это не позволяет прямо пользоваться алгоритмом Монте-Карло).

Таким образом, подводя итог изложенному, можно заключить, что все возможности такого метода обеспечения антисимметричности многофермионной волновой функции к настоящему времени уже исчерпаны. Антисимметризация после решения уравнения Шрёдингера является совсем неудачной, так как приходится отсеивать большое число ложных (то есть таких, при попытке антисимметризации которых волновая функция превращается в тождественный ноль) решений. К счастью, имеется еще одна альтернатива. Как известно, оператор антисимметризации коммутирует с гамильтонианом системы тождественных частиц, поэтому эту операцию можно проводить на любой стадии решения уравнения Шрёдингера, в том числе и одновременно с ним. Оказалось, что это уже практически давно делается при редукции уравнения Шрёдингера в уравнения Фаддеева и Фаддеева-Якубовского. Дело в том (для определенности будем говорить о дифференциальной форме этих уравнений), что неизвестной в этих уравнениях является компонента волновой функции, которая имеет меньшую степень антисимметрии. Сумма нужного количества таких компонент является антисимметричной и равна, с точностью до нормировки, волновой функции системы. Увы, структура операторов в этих уравнениях такова, что основным методом их решения является прямое численное интегрирование. С ростом числа частиц этот способ становится все менее удобным, и желательнее построение методов, основанных не только на решении более простых уравнений, чем уравнение Шрёдингера, но также и на разложении компонент по базисам, приспособленным к реальной динамике и по-этому позволяющим лучше учесть парные корреляции. Низкая степень антисимметрии компоненты позволяет максимально упростить построение разложений такого типа и в стандартную схему "антисимметризация фиксированного базиса - решение динамической задачи" включить недостающее звено, то есть представить ее в виде "решение простой динамической задачи для редуцированного гамильтониана - антисимметризация коррелированного базиса - решение полной динамической задачи". Оказывается, что после выполнения первой операции вторая и третья существенно пере-крываются.

Целью работы было создание нетрадиционного метода построения коррелированных волновых функций связанных состояний многофермионных систем, свободного от промежуточных конструкций типа эффективного среднего поля или использования жестко-фиксированных, не связанных вообще или слабо связанных с конкретной динамикой, базисов антисимметричных функций.

Научная новизна заключается в том, что созданный метод отвечает поставленной цели и выгодно отличается от традиционных методов решения уравнения Шрёдингера для многофермионных систем.

Практическая значимость работы состоит в том, что использование коррелированного базиса собственных функций редуцированного гамильтониана позволяет избежать дальнейших операций с гамильтонианом системы и построить редуцированную матрицу плотности в результате однократной антисимметризации такого базиса со сколь угодно низкой степенью антисимметрии. Ввиду того, что оператор антисимметризации универсален для самых различных систем, удалось разработать мощные приближенные методы расчета его матрицы и определения ее спектрального разложения. В стандартных методах решения этой задачи каждая новая учитываемая базисная функция должна быть антисимметричной, и основная трудность заключается в расширении матрицы гамильтониана, то есть в операции весьма специфической в каждом конкретном случае.

Совокупность полученных в диссертации результатов: функционально-дифференциальные уравнения, метод редуцированного гамильтониана, применение коррелированных базисов - открывает перспективу принципиально нового метода описания систем тождественных частиц, позволяющего получить коррелированные волновые функции, что представляет собой новое научное направление в теории многочастичных квантовых систем.

Основные защищаемые положения

I. Доказано, что уравнение Шрёдингера для системы тождественных частиц обладает скрытой симметрией, обусловленной неразличимостью частиц. Ее использование позволяет удалить из уравнения фрагменты оператора антисимметризации и получить функционально-дифференциальные уравнения для компонент волновой функции, эквивалентные исходной задаче.

2. Впервые реализована схема расчета, основанная на факте, что редуцированный двухчастичный гамильтониан является минимальной существенной частью полного гамильтониана, и его характером в основном определяются свойства соответствующих многочастичных систем. Продемонстрировано, что если для разложения волновых функций (матриц плотности) используется базис его собственных функций, решение многочастичной квантовой проблемы не требует больше никаких манипуляций с гамильтонианом или его фрагментами.

3. Показано, что волновые функции (матрицы плотности), получаемые в результате применения метода редуцированного гамильтониана, имеют правильную инфраструктуру, то есть удовлетворяют необходимым условиям в окрестности особых точек кулоновского гамильтониана или правильно ведут себя в области коры межнуклонного потенциала. Метод приводит к самому простому из всех возможных представлений для собственных значений многочастичного гамильтониана, а система приближений - к последовательности сходящихся нижних границ для энергий состояний. Впервые получены конкретные выражения для функций распределения такого типа и разработаны методы их расчета. Их вероятностная интерпретация позволяет еще до проведения конкретных расчетов делать качественные заключения о характерных свойствах системы.

4. Полученные результаты позволяют заключить, что явление бозонизации в многофермионных системах имеет универсальный характер, так как энергетически выгодно, чтобы определяющую роль в разложении волновой функции играла компонента, построенная из нужного количества парных функций, отвечающих нижшему состоянию редуцированного гамильтониана.

Апробация работы

Материалы диссертации докладывались на Всесоюзных рабочих совещаниях по теории систем нескольких частиц с сильным взаимодействием (Янгиабад, 1979; Тбилиси, 1980; Калинин, 1981; Киев, 1985), на Совещании по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра (Харьков, 1986), на Международной конференции по структуре, реакциям и симметриям атомного ядра (СФРЮ, Дубровник, 1986), на Международном совещании по теории малочастичных и кварк-адронных систем (Дубна, 1987), на Международном симпозиуме "Новейшие достижения в ядерной физике" (Новосибирск,

1987), на УШ Международном рабочем совещании по теории ядра (НРБ, Гьлечице, 1988), на Расширенном рабочем семинаре "Коллективные состояния в атомных ядрах" (Дубна, 1988), на Международном рабочем семинаре "Микроскопические методы в теории систем нескольких частиц" (Калинин, 1988) и некоторых других совещаниях. По мере их получения результаты также неоднократно обсуждались на семинарах ЛТФ ОИЯИ, ФФ ЛГУ, НИИЯФ МГУ, ИГФ АН УССР и других учреждений.

Публикации

Материал диссертации отражен в 19 научных публикациях, перечисленных в конце автореферата.

Структура и объем

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Она содержит 207 страниц основного машинописного текста, 11 рисунков, 10 таблиц и 13 страниц списка литературы из 136 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность темы, указана цель исследований, рассмотрены научная новизна и практическая ценность результатов, сформулированы защищаемые положения, а также приведена схема изложения материала.

Первая глава начинается с краткого изложения истории проблемы.

Первая попытка редукции уравнения Шрёдингера для системы тождественных фермионов в уравнения для более простых, чем многочастичная антисимметричная волновая функция, объектов бесспорно принадлежит Фоку. Подстановка в уравнение Шрёдингера определителя сразу же решило много проблем, так как позволило от уравнения в частных производных перейти к системе уравнений для одночастичных функций. Очень важной, хотя с первого взгляда и довольно тривиальной, особенностью этой редукции было то, что, в отличие от уравнений Хартри, уравнения Фока уже не имели ложных (то есть таких, при попытке антисимметризации которых получается тождественный ноль для многочастичной волновой функции) решений. Кстати, избежать появления ложных решений в уравнениях Хартри несложно, так как принцип Паули в одночастичных переменных формулируется исключительно

но просто. В трансляционно-инвариантных переменных этот вопрос не тривиален. На языке, который применяется в диссертации, уравнения Хартри-Фока тоже можно назвать уравнениями для компонент волновой функции, однако из-за фиксации типа компоненты (произведение одночастичных функций) они оказываются нелинейными.

Первые линейные уравнения для компонент - это уравнения Фаддеева и Фаддеева-Якубовского. Для системы тождественных фермионов некоторые из них оказываются эквивалентными, и система трех уравнений Фаддеева для трех частиц вырождается в одно уравнение, система восемнадцати уравнений Фаддеева-Якубовского для четырех частиц - в систему двух уравнений для компонент и так далее.

Дифференциальное уравнение Фаддеева для системы N тождественных фермионов может быть представлено в виде

$$(E - H_0) \Phi(1, \dots, N-2; N-1, N) = V_{N-1, N} \Phi(1, \dots, N); \quad (1)$$

здесь H_0 - многомерный лапласиан, $\Phi(1, \dots, N)$ - антисимметричная волновая функция,

$$V_{N-1, N} = \binom{N}{2} \mathcal{V}_{N-1, N}, \quad (2)$$

($\mathcal{V}_{N-1, N}$ - потенциал взаимодействия), $a\Phi(1, \dots, N-2; N-1, N)$ обозначает компоненту волновой функции, которая, как следует из (1), должна быть антисимметричной только относительно перестановок в группах, разделенных точкой с запятой. Оператором, который доантисимметризовывает компоненту, является оператор, принадлежащий к левым смежным классам по подгруппе $S_{N-2} \times S_2$ группы S_N :

$$X_{1, \dots, N-2; N-1, N} = \binom{N}{2}^{-1} \left\{ 1 + \sum_{p=1}^{N-2} (P_{p, N-1} P_{p, N} + P_{p, N} P_{p, N-1}) + \sum_{\substack{p_1, p_2=1 \\ p_1 < p_2}}^{N-2} P_{p_1, N-1} P_{p_2, N} \right\}.$$

Здесь P_{ij} - операторы транспозиций, переставляющие все одночастичные переменные i-той и j-той частиц.

Его применение позволяет не только записать волновую функцию в виде суммы компонент

$$\Phi(1, \dots, N) = X_{1, \dots, N-2; N-1, N} \Phi(1, \dots, N-2; N-1, N), \quad (4)$$

но и представить многочастичный гамильтониан как

$$H_{1, \dots, N} = H_c + \sum_{\substack{i, j=1 \\ i < j}}^N v_{i, j} = H_0 + X_{1, \dots, N-2; N-1, N} V_{N-1, N}. \quad (5)$$

После подстановки последних выражений уравнение Шрёдингера схематически может быть представлено в виде

$$X_{1, \dots, N-2; N-1, N} \eta(1, \dots, N-2; N-1, N) = 0. \quad (6)$$

Значит, при попытке антисимметризации η получается ноль, а это может случиться только в двух случаях - либо когда η обладает некоей дополнительной симметрией, что противоречит определению компоненты, либо когда он тождественно равен нулю. Это условие может быть записано в виде уравнения (I).

Достигнутое упрощение уравнения Шрёдингера состоит в удалении из него фрагмента оператора антисимметризации. Эта операция ведет к функционально-дифференциальным уравнениям, если вместо (5) используется представление

$$H_{1, \dots, N} = \sum_{\substack{i, j=1 \\ i < j}}^N h_{i, j} = X_{1, \dots, N-2; N-1, N} H_{N-1, N}, \quad (7)$$

в котором
$$H_{N-1, N} = \binom{N}{2} h_{N-1, N} \quad (8)$$

является редуцированным двухчастичным гамильтонианом. Упомянутые уравнения имеют вид:

$$H_{N-1, N} X_{1, \dots, N-2; N-1, N} \Phi(1, \dots, N-2; N-1, N) = E \Phi(1, \dots, N-2; N-1, N). \quad (9)$$

Аналогично уравнениям Фаддеева, они являются уравнениями для компонент волновой функции, то есть, более простых объектов. Кроме того, в них вместо полного гамильтониана или полного лапласиана присутствует довольно простая конструкция - редуцированный двухчастичный гамильтониан.

Если задача такова, что нет необходимости выделять движе-

ние центра инерции системы и можно пользоваться одночастичными переменными, каждое натуральное число i обозначает необходимые дискретные (спиновые, изоспиновые и т.п.) переменные i -той частицы, а также ее пространственные переменные.

Если же необходимо обеспечить трансляционную инвариантность волновой функции, $\Phi(1, \dots, N)$ представляет собой внутреннюю функцию, то есть не зависит от координаты центра инерции системы. В качестве внутренних переменных используется система нормированных координат Якоби, определяемых по соответствующему дереву. После построения этих координат к каждой из них относятся некоторые спин-изоспиновые переменные (β_i и τ_i), руководствуясь таким правилом: сколько вершин первой степени дерева непосредственно соединено с вершиной, соответствующей определенной координате Якоби, такие одночастичные спин-изоспиновые переменные и следует к ней отнести. На все используемые деревья Якоби налагается одно общее условие - чтобы последние две вершины, соответствующие переменным $\vec{\tau}_{N-1}$ и $\vec{\tau}_N$, были соединены непосредственно в вершину третьей степени, то есть чтобы последняя координата имела вид

$$\vec{\tau}_{N-1} = (\vec{\tau}_{N-1} - \vec{\tau}_N) / \sqrt{2}. \quad (10)$$

В таком случае редуцированный двухчастичный гамильтониан особенно прост:

$$H_{N-1, N} = \binom{N}{2} \left[-\frac{\hbar^2}{mN} \Delta_{\vec{\tau}_{N-1}} + V(\sqrt{2} \vec{\tau}_{N-1}, \vec{\tau}_{N-1}, \vec{\tau}_{N-1}, \vec{\tau}_N, \vec{\tau}_N) \right], \quad (11)$$

то есть является одночастичным оператором гамильтонова типа.

Операторы перестановок одночастичных переменных при действии на координаты Якоби генерируют ортогональные их преобразования, поэтому конструкция в левой стороне выражения (9) имеет довольно сложный вид, а сами уравнения определяются как функционально-дифференциальные.

Хотя степень антисимметрии компоненты, определенной в выражении (4), ниже, чем волновой функции, при $N > 4$ необходимость ее обеспечения связана с трудностями. Избежать их можно только определив уравнения для компонент с минимальной антисимметрией. Такая антисимметрия определяется конкретным деревом Якоби и ее обеспечение никаких трудностей не представ-

ляет.

В диссертации показано, что выполнение соответствующей редукции позволяет еще упростить уравнения, удаляя из них следующие фрагменты антисимметризатора. Разработан метод, позволяющий задать операторы в этих уравнениях (уравнения второго рода) таким образом, чтобы они были эквивалентны уравнению Шрёдингера в пространстве антисимметричных волновых функций.

Вторая глава посвящена изложению способа решения функционально-дифференциальных уравнений, основанного на разложении компонент по полному базису собственных функций редуцированного гамильтониана (метода редуцированного гамильтониана). Он позволяет в любом случае свести проблему к алгебраической задаче о собственных значениях. Отправной точкой при его применении является определение полной системы антисимметричных собственных функций задачи

$$[H_{N-1,N} - \epsilon] e_{\epsilon \lambda M}(N-1, N) = 0. \quad (I2)$$

Здесь λM обозначает набор точных квантовых чисел - собственных значений полной системы операторов, коммутирующих с двухчастичным редуцированным гамильтонианом.

Разложение компоненты в таком базисе имеет вид

$$\Phi_{\epsilon \lambda M}(1, \dots, N-2; N-1, N) =$$

$$= \sum_{\bar{\Gamma} \bar{\Lambda}, \epsilon \lambda} c_{\bar{\Gamma} \bar{\Lambda}, \epsilon \lambda}^{\epsilon \lambda} \Phi(\bar{\Gamma} \bar{\Lambda}, \epsilon \lambda)_{\lambda M}(1, \dots, N-2; N-1, N), \quad (I3)$$

$$\Phi(\bar{\Gamma} \bar{\Lambda}, \epsilon \lambda)_{\lambda M}(1, \dots, N-2; N-1, N) =$$

$$= \sum_{\bar{M}, M} \chi_{\bar{\Gamma} \bar{\Lambda} M}(1, \dots, N-2) e_{\epsilon \lambda M}(N-1, N) \begin{bmatrix} \bar{\Lambda} & \lambda & \Lambda \\ \bar{M} & M & M \end{bmatrix}. \quad (I4)$$

Здесь λM - точные квантовые числа исследуемого состояния, $\bar{\Lambda} \bar{M}$ - то же для функции спектатора. $\bar{\Gamma}$ обозначает набор всех остальных квантовых чисел, необходимый для обеспечения полноты соответствующего базиса. Последний множитель является произведением коэффициентов Клебша-Гордана для величин типа моментов и кронекеровских дельт - для четностей, проекций и т.п.

Если выражение для компоненты подставить в уравнение (9), умножить обе стороны на сопряженную базисную функцию (I4), проинтегрировать по всем координатам Якоби и просуммировать по дискретным переменным, оно принимает вид обобщенной алгебраической проблемы на собственные значения:

$$\hat{X} \hat{c} = \hat{c} \hat{E}. \quad (I5)$$

Строки и столбцы присутствующих в этом выражении матриц обозначаются набором квантовых чисел $(\bar{\Gamma} \bar{\Lambda} \epsilon \lambda)$.

Здесь \hat{E} является диагональной матрицей, построенной из собственных значений оператора $H_{N-1,N}$. Целесообразно расположить их в порядке неубывания. Матрица \hat{X} - это матрица оператора (3). Она является симметрической, действительной, диагональной по ΛM и не зависящей от M . Столбцами матрицы \hat{c} задаются наборы неизвестных коэффициентов из разложения (I3), соответствующие определенному собственному значению энергии (элементу диагональной матрицы \hat{E}).

Ввиду того, что оператор X в используемом базисе эквивалентен проектору, его матрица является проекцией. Это означает, что ее собственные значения могут быть равны только нулям или единицам, а собственные векторы \vec{y}^α , соответствующие единичным собственным значениям, составляют ортонормированную систему. Поэтому сама \hat{X} может быть представлена в виде

$$\hat{X} = \sum_{\alpha=1}^{\epsilon} \vec{y}^\alpha \cdot \vec{y}^{\alpha+} = \hat{F} \cdot \hat{F}^+. \quad (I6)$$

Здесь ϵ - ранг матрицы, который просто равен ее следу. Матрица $\hat{F}_{n \times \epsilon}$ образована из векторов \vec{y}^α , которые являются ее столбцами.

Она удовлетворяет условию

$$\hat{F}^+ \cdot \hat{F} = \hat{1}, \quad (I7)$$

где крест обозначает транспонирование.

Доказано, что матрица собственных значений задачи (I5) получается в результате диагонализации специальной формы, то есть

$$\hat{E} = \hat{G}^+ \hat{F}^+ \hat{\epsilon} \hat{F} \hat{G}; \quad (I8)$$

здесь \hat{G} - соответствующая ортогональная матрица.

В таком случае

$$\hat{C} = \hat{\epsilon} \hat{F} \hat{G}. \quad (19)$$

Аналогичные, хотя и более сложные, выражения получены также для решений уравнений второго рода.

Ключевыми моментами при решении уравнений как первого, так и второго рода, являются, очевидно, построение матрицы-проекции \hat{X} и определение ее спектрального разложения (16).

Для задач, представляющих практический интерес, \hat{X} является бесконечномерной и обладает бесконечным рангом, поэтому не может быть даже и речи о том, чтобы строить всю матрицу и потом искать ее спектральное разложение. Ключом к упрощениям является проекционность \hat{X} , заключающаяся в том, что

$$\hat{X}^+ = \hat{X}, \quad \hat{X} \cdot \hat{X} = \hat{X}. \quad (20)$$

Отсюда нетрудно заметить, что каждый столбец является ее же собственным вектором, соответствующим единичному собственному значению. Остается только нормировать и ортогонализировать их. Кроме того, спектральное разложение этой матрицы задается с точностью до ортогонального преобразования, специальный выбор которого еще упрощает решение этой задачи.

Существенным результатом при применении метода редуцированного гамильтониана является то, что в любом из приближений любое собственное значение многочастичного гамильтониана в состоянии α может быть представлено в виде

$$E_\alpha = \sum_{i=1}^n \epsilon_i W_{\alpha,i}, \quad (21)$$

где n - порядок матрицы $\hat{X}^{(\alpha)}$, ϵ_i - собственное значение редуцированного двухчастичного гамильтониана, а $W_{\alpha,i}$ - вероятности их заполнения;

$$W_{\alpha,i} \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n W_{\alpha,i} = 1. \quad (22)$$

Метод дает рецепты не только определения этих величин, которые являются диагональными элементами, но также и всей двухчастичной редуцированной матрицы плотности. Ценность этих элементов состоит в том, что из-за расположения ϵ_i в неубывающем порядке максимизации $W_{\alpha,i}$, начиная от первого неравного нулю, позволяет минимизовать энергию состояния α .

Кроме того, в большинстве практически актуальных случаев $n = \infty$, и сосчитать все $W_{\alpha,i}$ просто нет возможности.

Если они известны для $i \leq M_0$, тогда

$$g_{\alpha, M_0} = 1 - \sum_{i=1}^{M_0} W_{\alpha,i} = \sum_{i=M_0+1}^{\infty} W_{\alpha,i} \quad (23)$$

задает степень неопределенности волновой функции (матрицы плотности). Очень важно, что в этом подходе понятия нормированности и антисимметричности волновой функции удается привести к тому же показателю - g_{α, M_0} задает как степень ее ненормированности, так и степень неантисимметричности. Если допустить в таком случае, что

$$W_{\alpha, M_0+1} = g_{\alpha, M_0}, \quad (24)$$

функция становится нормированной, степень ее неантисимметричности составляет не более чем g_{α, M_0} , а для энергии (21) получается нижняя граница.

В третьей главе разработан метод решения уравнений для компонент волновых функций систем, в которых фиксация состояния движения центра инерции не обязательна. Использование одночастичных переменных в таком случае позволяет максимально упростить расчет матрицы антисимметризатора.

Глава начинается с рассмотрения простейших систем, чтобы сосредоточить основное внимание на практическую реализацию разработанных приближений расчета спектрального разложения матрицы \hat{X} .

Минимальное усложнение задачи состоит в привлечении для построения базиса собственных функций редуцированного двухэлектронного гамильтониана некоторого полного базиса одночастичных спин-орбиталей. Это приближение конечного числа конфигураций проиллюстрировано на примере описания основного состояния атома Li и некоторых ионов его изоэлектронной последовательности. Результаты в таком приближении получаются довольно просто, так как учет парных корреляций происходит на двухчастичном уровне, то есть в процессе уточнения функций редуцированного гамильтониана, в то время как в подходах, стартующих от одночастичных приближений, для этой цели необходимо строить линейную комбинацию многочастичных функций. Это - сильная сторона метода, однако получаемые таким способом результаты всегда эквивалентны результатам соответствующего многоконфигурационного приближения, и поэтому качественного выигрыша не дают. Для достижения подобной цели необходимо использование для разложения собственных функций

редуцированного гамильтониана базиса совершенно другого типа.

Расчеты двухэлектронных систем уже давно показали, что существенного улучшения качества волновых функций можно добиться только в том случае, когда они явно зависят от расстояния между электронами. Испробовано немало типов таких функций, однако рекордно простые и компактные выражения получаются при применении базиса коррелированных функций Такара-Смита и Эбро-са, который имеет вид суммой образом симметризованных произведений трех экспонент, зависящих от r_{12} , r_{13} и r_{23} соответственно с параметрами, пробегающими некоторый случайный набор значений из области в трехмерном пространстве параметров.

Применение такого базиса с несколькими десятками членов позволяет рассчитать состояния редуцированного гамильтониана с точностью в 5-10 значащих цифр, но дело не только в этом. Очевидно, что гамильтониан многоэлектронного атома имеет множество особых точек на поверхностях

$$r_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j| \quad (25)$$

Любая волновая функция, зависящая только от одночастичных переменных не удовлетворяет, вообще говоря, уравнению Шрёдингера в окрестности этих точек. Как показал Като, каждая собственная функция гамильтониана в их окрестности должна удовлетворять так называемому cusp condition. Неоднократно высказывалось утверждение, что причиной медленной сходимости многоконфигурационного приближения является низкое качество соответствующих функций именно в окрестности этих точек.

В рамках метода редуцированного гамильтониана решение этой проблемы оказывается довольно простым. Ввиду того, что речь идет об описании системы тождественных фермионов, вполне достаточно знать двухчастичную матрицу плотности в коррелированном базисе. Коррелированность соответствующей волновой функции из-за ее антисимметричности обеспечивается автоматически.

В базисе коррелированных функций проведены иллюстрационные расчеты для основных состояний некоторых трех- и четырехэлектронных атомов. Полученные результаты по точности сравнимы с Хартри-Фоковскими, однако наша матрица плотности имеет, как уже упоминалось, совершенно иную инфраструктуру, так как соответствует некоторой специальной суперпозиции бесконечного числа конфигураций. Кроме того, получены нижние границы энергий, в то время как лю-

бой вариационный процесс, как известно, сходится к точному результату сверху.

Четвертая глава посвящена применению метода в теории ядра.

Как известно, для волновых функций связанных состояний атомных ядер кроме квадратичной интегрируемости, хороших квантовых чисел и антисимметричности необходимо обеспечение также и трансляционной инвариантности. Это - очень жесткое условие, техническое обеспечение которого является наиболее трудоемкой операцией. Дело в том, что перестановки одночастичных переменных генерируют ортогональные преобразования координат Якоби, и поэтому переразложения большинства реальных функций от преобразованных переменных через базис функций от исходных переменных Якоби требуют бесконечных разложений (ранг волновой функции оказывается бесконечным). Знание же коэффициентов этих разложений необходимо для определения генеалогических коэффициентов. Таким образом, матрицы генеалогических коэффициентов для каждого базисного состояния оказываются бесконечными. Известны только два исключения, когда ранги базисных функций конечны - это базисы трансляционно-инвариантной модели оболочек и метода гиперсферических функций. Упомянутые коэффициенты переразложения известны как коэффициенты Тальми-Мюшанского-Смирнова и Рейнала-Реваи соответственно. К сожалению, цена, которую приходится платить за антисимметрию такого типа, оказывается не столь уж низкой, так как соответствующие базисы очень жестко фиксированы, их приспособленность к конкретной задаче обеспечивается только одним параметром или функцией от одной переменной, и сходимость разложений по ним для систем со сложными потенциалами взаимодействия оставляет желать лучшего.

Метод редуцированного гамильтониана разрабатывался именно для этой задачи и в свете изложенного означает в конце концов не что иное, как построение простого (с небольшой степенью антисимметрии) базиса трансляционно-инвариантных функций, учитывающего динамические корреляции. Антисимметризуется только одна, окончательная функция исследуемого состояния.

Как и в предыдущей Главе, рассмотрение начинается от простейших модельных систем, матрицы операторов антисимметризации которых конечны, их спектральные разложения легко нахо-

дами и поэтому выражения для компонент имеют компактный аналитический вид.

Более сложно определение матрицы антисимметризатора для трехмерных частиц, тем более если они обладают спиновыми и изоспиновыми степенями свободы. Очевидно, что она становится проекцией при конечном порядке только в упомянутых выше включениях, когда взаимодействие отсутствует или является осцилляторным. Как раз базис антисимметричных функций в последнем случае известен как базис трансляционно-инвариантной модели оболочек. Методы, разработанные в Главе II диссертации, позволяют предложить оригинальный способ решения задачи генералогического разложения для упомянутых базисов, основанный на отказе от разбиения соответствующих функций на пространственные и спин-изоспиновые части. Подобная схема действий разрешает применить для этой задачи мощные методы линейной алгебры, так как выражения не содержат неизвестных коэффициентов Клебша-Гордана высших групп.

Уникальным свойством разработанного метода списания атомных ядер является существенное несоответствие между большим набором состояний редуцированного гамильтониана, требуемым принципом Паули даже в приближении минимального ранга (задающего множество членов в выражении типа (2I) с максимальными $W_{\alpha, t}$), и очень ограниченным набором тех же состояний с отрицательными соответствующими ϵ_t . Из-за неотрицательной определенности вероятностей в упомянутом выражении присутствует очень мало членов, способствующих увеличению энергии связи, что и предопределяет специфическую структуру волновых функций.

Важное внимание в диссертации уделено также изучению общих свойств ядерной матрицы плотности, обуславливаемых необходимостью обеспечения принципа Паули, а также хороших квантовых чисел ядерных состояний. Это позволяет наложить некоторую систему связей для компонент матрицы плотности и получить соответствующие ограничения.

В качестве иллюстрации работоспособности разработанного метода в целом проведены расчеты трехнуклонных систем, когда взаимодействие между нуклонами описывается потенциалом Рода RSC.

Для тритона нижняя граница энергии основного состояния оказалась равной -7.885 MeV при степени неопределенности вол-

новой функции, составляющей 1.44 %. В соответствии с концепцией минимального ранга наибольшими оказались вероятности заполнения основных состояний редуцированного гамильтониана в канале ${}^3S_1 - {}^3D_1$, равное 0.47197 и в канале 1S_0 , равное 0.31278. Суммарная вероятность в последнем канале равна 0.44627, а хвост распределения вероятностей заполнения по возбужденным состояниям неплохо описывается распределением Пуассона. Веса остальных двухнуклонных каналов в сумме составляют 0.05653.

Эти результаты, а также прозрачность выражения (2I) позволяют понять давно наблюдаемую почти линейную зависимость между энергией связи тритона и примесью D-волны в дейтроне. Последняя, конечно, в выражении явно не появляется - это было бы противоестественно. Зависимость возникает из-за исключительно большого веса основного состояния канала ${}^3S_1 - {}^3D_1$, в котором примесь D-волны в функции редуцированного гамильтониана для исследованных потенциалов с хорошей точностью пропорциональна примеси D-волны в дейтроне.

Метод получения нижних границ для энергий оказывается особенно полезным для выяснения качественных вопросов существования связанных состояний различных экзотических систем (мультинейтроны, нейтронно-избыточные ядра и т.п.). Например, для тринейтрона легко получается, что из-за $T = 3/2$ вклад в сумму типа (2I) будут давать только каналы с $t = 1$. Среди них, как явствует из свойств редуцированных гамильтонианов, определяющим будет канал 1S_0 , так как только в нем имеется отрицательное собственное значение. Максимизация его веса позволяет заключить, что наиболее выгодным может быть состояние $J^{\pi} = 1/2^{-}$, однако даже оно после расчета в приближении, аналогичном примененному выше при расчете тритона, оказывается сильно недосвязанным, так как его энергия оказывается больше 3.37 MeV.

Обсуждены также возможности метода при описании более сложных ядер. Оказывается, что минимизация энергии достигается присутствием в разложении волновой функции некоторых специфических структур, свойственных только разработанному подходу и неплохо согласующихся с наблюдаемыми характеристиками конкретных ядер.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предложенный в диссертации метод получения систем уравнений, эквивалентных уравнению Шрёдингера для тождественных частиц во главу угла ставит процесс последовательной антисимметризации волновой функции, в то время как при выводе уравнений теории многочастичного рассеяния определяющей является последовательность включения взаимодействий между частицами системы. Метод имеет более узкую область приложения (тождественные частицы), поэтому позволяет получить более простые уравнения, легко определить всевозможные их варианты, а также обобщить теорию на случай любых многочастичных взаимодействий. Одним из основных результатов следует считать доказательство того факта, что существует много возможностей написания уравнений для компонент волновой функции. Простейшая их форма выгодно отличается от дифференциальных уравнений Фаддеева или Фаддеева-Якубовского, если последние применяются для описания связанных состояний. Дело в том, что в них кроме минимальной части потенциала обязательно содержится многомерный лапласиан. В предлагаемых функционально-дифференциальных уравнениях вместо этого присутствует только редуцированный двухчастичный гамильтониан. Если бы взаимодействие между частицами было трехчастичным, это был бы редуцированный трехчастичный гамильтониан, и так далее. В любом случае он является минимальной существенной частью многочастичного гамильтониана, по которой последний может быть однозначно восстановлен. Нетрудно также соответствующим способом подобрать представление антисимметризатора и прийти к аналогичным, но более сложным уравнениям для компонент. В случае парного взаимодействия редуцированный гамильтониан исключительно прост, и его собственные значения и функции могут быть вычислены с любой точностью. Именно это обстоятельство и подталкивает способ решения уравнений, основанный на разложении компонент по этому базису.

Оказывается, что уравнения для компонент предлагаемого типа могут быть сформулированы также и для систем невзаимодействующих фермионов. Фигурирующий в них редуцированный гамильтониан просто совпадает с одночастичным гамильтонианом,

из которых построен исходный многочастичный. Хорошо известно, что базис собственных функций этого редуцированного гамильтониана оптимален для этой задачи, так как позволяет обеспечить проекционность матрицы антисимметризатора при конечном порядке и ранге.

Для систем с взаимодействием точно такую же роль играет двухчастичный редуцированный гамильтониан. Давно известны преимущества использования базиса его собственных функций, однако раньше никто не пытался решать вопросов его антисимметризации.

В методе редуцированного гамильтониана многочастичная квантовая задача сформулирована в виде, акцентирующем построение матрицы антисимметризатора в базисе функций с учтенной двухчастичной корреляцией. В известных методиках антисимметризуются, как правило, некоррелированные базисы. Использование базиса редуцированного двухчастичного гамильтониана позволяет обойтись без дополнительного расчета каких бы то ни было интегралов от каких бы то ни было частей гамильтониана.

Выражение (21) для энергии связанного состояния многочастичной системы является самым простым среди всех выражений такого типа. Нормированные коэффициенты этого выражения являются диагональными матричными элементами редуцированной двухчастичной матрицы плотности в базисе собственных функций редуцированного двухчастичного гамильтониана. С первого взгляда эти величины кажутся значительно проще многочастичной волновой функции, поэтому долгое время обсуждалась так называемая проблема N -представимости матрицы плотности, состоящая в построении некоторого набора условий для ее компонент, позволяющего обеспечить то, что она построена в результате редукиции из антисимметричной функции того же состояния, не предполагая знания последней. Полученные нами конкретные выражения этих величин очевидно указывают, что решить эту проблему таким способом для задач, представляющих практический интерес, нельзя.

В качестве иллюстрации возможностей метода в диссертации приведены результаты его применения для описания простейших систем с кулоновским взаимодействием и атомных ядер.

Несмотря на кажущуюся бесперспективность любых попыток улучшения качества атомных волновых функций стартуя от какого-

либо другого приближения, кроме одночастичного, полученные результаты демонстрируют неплохие возможности разработанного метода расчета. Во-первых, правильное поведение волновых функций в окрестности сингулярных точек кулоновского гамильтониана, которое является неотделимым свойством коррелированного базиса, достигается в одночастичных функциях только после учета очень большого, а может быть, даже бесконечного числа конфигураций. Как известно, релятивистские поправки очень чувствительны к поведению волновой функции именно в этих точках, и поэтому результат имеет качественный характер. Во-вторых, вариационный метод расчета не позволяет введения каких-либо количественных критериев близости полученного результата к точному — об этом можно судить только по характеру сходимости, наблюдаемой при расширении базиса пробных функций. Метод редуцированного гамильтониана позволяет ввести такой критерий — степень неопределенности волновой функции. В-третьих, метод не требует построения каких-либо посторонних структур типа эффективного самосогласованного поля. Параллель, проведенная выше с задачей невзаимодействующих фермионов, показывает, что использование базиса собственных функций редуцированного гамильтониана выглядит очень естественно как для задач невзаимодействующих, что общеизвестно, так и для взаимодействующих частиц. В-четвертых, если в стандартных методах расчета каждая новая, включаемая в рассмотрение, базисная функция должна быть антисимметричной, и это требует знания соответствующих генеалогических коэффициентов, то в предлагаемом подходе, по сути дела, антисимметризация делается один раз для полной волновой функции с правильной инфраструктурой.

Изложенные здесь особенности метода сохраняют свое значение также и при описании атомных ядер. Предсказательная сила модели оболочек, а тем самым и трансляционно-инвариантной модели для легких ядер общеизвестна.

В диссертации предложен новый способ построения волновых функций атомных ядер, поэтому при его сопоставлении с традиционными методами в первую очередь следует сравнить возможности обеих альтернатив по успешности выбора исходного приближения, скорости сходимости и реальной возможности учета малых компонент.

Начать следует с экстремального случая потенциала с бесконечным кором. Очевидно, в такой ситуации любой стандартный способ, в том числе трансляционно-инвариантная модель и метод гиперсферических функций, дает для энергии связи любого состояния бесконечный результат, исправление которого требует корреляционных множителей у функции, то есть бесконечных разложений. Если же кор является мягким, но реалистическим, в нулевых приближениях названных методов даже для тритона энергия основного состояния получается равной приблизительно +1 ГэВ вместо -7 МэВ, получаемых в результате точного расчета. Разложения по этим базисам требуют учета тысяч состояний или же применения корреляционных множителей. С ростом числа частиц результат становится еще хуже. В то же время для любого потенциала, в том числе и с бесконечным кором, метод редуцированного гамильтониана приводит к конечному результату, а энергия связи имеет правильный знак.

Что касается весов минимальных приближений рассматриваемых моделей и разработанного метода в точной волновой функции, то они имеют сравнимую величину, хотя качество волновой функции исходных приближений метода редуцированного гамильтониана по указанным причинам заведомо выше.

Таким образом, в любом случае вопрос упирается в роль малых компонент функции и технические возможности их учета.

Как уже обсуждалось, каждая базисная функция стандартных моделей антисимметрична, и малые компоненты необходимы для исправления динамического несоответствия модели и действительности. Это — непростая задача в техническом отношении, так как для каждого нового, включаемого в расчетную схему, базисного состояния необходимо знать генеалогию, чтобы рассчитать элементы матрицы гамильтониана. Кроме того, при таком порядке действий к операциям с гамильтонианом приходится прибегать дважды — один раз при построении исходного базиса, а другой — при попытке учета корреляций.

В методе редуцированного гамильтониана эта задача значительно проще, так как все динамические корреляции учитываются в начальной стадии расчета, при определении набора собственных функций редуцированного гамильтониана. Малые компоненты необходимы только для обеспечения антисимметричности волновой функции или эквивалентной этому требованию N -представимости редуциро-

ванной матрицы плотности. Для их определения приходится рассчитывать следующие элементы матрицы антисимметризатора в фиксированном базисе с небольшой степенью антисимметрии. Хорошо известно, что этот оператор универсален для всевозможных систем, и для расчета его средних значений приходится определять только интегралы перекрытия базисных функций вместо средних значений гамильтониана в стандартных подходах. В конце концов, на каждой стадии расчета автоматически известна степень неопределенности построенной волновой функции, так как понятия ее нормированности и антисимметричности в нашем подходе просто совпадают (какого веса компонент не хватает до полной нормированности функции, настолько она и не антисимметризована).

Предлагаемая схема ведет к определению сходящейся системы нижних границ для энергий, так как в любом приближении приходится работать в пространстве, которое несколько шире пространства антисимметричных волновых функций (количественной мерой этого является степень неопределенности).

Универсальность оператора антисимметризации позволяет заключить, что в разложении волновой функции любой ферми-системы определяющую роль должна играть компонента, построенная из произведений (со связанными моментами, конечно) нужного числа гамильтонианов. Для электронной жидкости, вероятнее всего, это будет 4S_0 состояние, по своей сути тождественное как Куперовским парам, так и элементарным парам, используемым при определении понятия квазиспина или старшинства в теории атома. Следует напомнить, однако, что состояния редуцированного гамильтониана не соответствуют некоторым конкретным парам самих электронов, так как этот оператор не описывает никаких реально существующих подсистем или кластеров. Особо интересная ситуация наблюдается при описании атомных ядер. Для легчайших и легких ядер определяющим оказывается триплетное состояние ${}^3S_1 - {}^3D_1$, имеющее сложную структуру, поэтому каждое легкое ядро в какой-то мере уникально, а их свойства существенно различаются. По мере роста N (а тем самым и Z) кулоновское взаимодействие начинает играть важную роль, состояния с малыми T смешиваются вверх, и обойтись без существенной примеси основного состояния в синглетном канале 4S_0 нельзя. Квантовые числа этого канала

тождественны таковым для пар, возникающих при описании корреляций сверхпроводящего типа. Состояния в триплетном канале несколько подавлены, но энергетически выгодны. Их присутствие как раз и требует кроме S - также и D - состояний, что в общих чертах хорошо объясняет успех феноменологической модели взаимодействующих бозонов и проливает некоторый свет на проблему возникновения корреляций сверхпроводящего типа.

Таким образом, в целом создается картина, что бозонизация в многофермионных системах обусловлена не столько динамическими (свойства редуцированного гамильтониана), сколько кинематическими причинами, происходящими от энергетической выгоды присутствия упомянутой конструкции в разложении антисимметричной волновой функции.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ

1. Камунтавичюс Г.-П.П. Связанные состояния легчайших ядер и нижние границы для их энергий // Киев, 1980. 26 с. (Препринт / ИТФ-80-21Р).
2. Бернотас А.П., Камунтавичюс Г.-П.П. Задача Штурма-Лувилля для реалистических междуклонных потенциалов. Случай одного радиального уравнения // Лит.физ.сб. 1981. Т. XXI, № 5. С. 3-14.
3. Бернотас А.П., Камунтавичюс Г.-П.П. Задача Штурма-Лувилля для реалистических междуклонных потенциалов. Случай радиального уравнения в пространстве вектор-функций // Лит.физ. сб. 1981. Т. XXI, № 6. С. 6-17.
4. Бернотас А.П., Камунтавичюс Г.-П.П. Зависимость свойств легких ядер от характеристик междуклонного потенциала // Микроскопические расчеты легких ядер. Калинин, 1981. С. 15-21.
5. Камунтавичюс Г.-П.П. Нижние оценки энергий связанных состояний атомных ядер // Ядерная физика. 1981. Т. 34, вып. 3(9). С. 661-670.
6. Бернотас А.П., Камунтавичюс Г.-П.П. Расчеты некоторых характеристик малоклонных систем в рамках модели с дельта-распределением вероятностей двухклонных состояний // Лит.физ. сб. 1982. Т. XXII, № 1. С. 39-45.
7. Бернотас А.П., Бичкуте А.В., Камунтавичюс Г.-П.П. Минимальный ранг и инвариантные частные суммы для ядерной интраку-

лы // Лит.физ.об. 1983. Т. 23, № 5. С. 10-21.

8. Бернаotas А.П., Бичкуте А.В., Камунтавичюс Г.-П.П. Супермультиплетное приближение для ядерной интракули // Лит.физ.об. 1983. Т. XXIII, № 5. С. 22-39.

9. Kamuntavičius G.P. On Schrodinger equation for atomic nucleus equivalence to an ordinary differential equation // Proceedings of the X European symposium on the dynamics of few-body systems. Balatonfured, 1985. P. 75-76.

10. Камунтавичюс Г.-П.П. Уравнения для компонент много-частичной волновой функции и их решения // Ядерная спектроскопия и структура атомного ядра. Тез.докл. XXXVI совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1986. С. 195.

11. Kamuntavičius G.P. Simple functional-differential equations for the bound-state wave-function components // Few-Body Systems. 1986. V. 1, No 2. P. 91-109.

12. Kamuntavičius G.P. A new method to solve the Schrodinger equation for atomic nuclei bound states // Nuclear structure, reactions and symmetries. Abstracts of contributed papers, Dubrovnik, 1986. P. 133.

13. Камунтавичюс Г.-П.П. Естественные базисы для разложения волновых функций атомных ядер // Лит.физ.об. 1986. Т. XXVI, № 2. С. 123-131.

14. Камунтавичюс Г.-П.П. Уравнения для компонентов много-частичной волновой функции и их решения // Изв. АН СССР, Сер. физ. 1987. Т. 51, № 1. С. 8-14.

15. Камунтавичюс Г.-П.П. Функционально-дифференциальные уравнения теории многочастичных квантовых систем // Международное совещание по теории малочастичных и кварк-адронных систем. Сборник аннотаций. Дубна, 1987. С. 16.

16. Kamuntavičius G.P. Nature of direct correlation between characteristics of few-nucleon systems // XI European conference on few-body physics. Abstracts of contributed papers. Fontevraud, 1987. P. 26.

17. Камунтавичюс Г.-П.П. Функционально-дифференциальные уравнения теории многочастичных квантовых систем // ТМЗ. 1988. Т. 74, № 3. С. 423-429.

18. Камунтавичюс Г.-П.П. Генетические коэффициенты микроскопических моделей атомного ядра // Лит.физ.об. 1988. Т. 28, № 2. С. 135-147.

19. Камунтавичюс Г.-П.П., Эриксонас К.М. Коррелированный базис для трех- и четырехэлектронных атомов // Микроскопические методы в теории нескольких частиц. Калинин, 1988. С. 56-58.

Объединенный институт ядерных исследований
Камунтавичюс Гинтаутас-Пранцишкус Пранович
Уравнения для компонент волновых функций систем
тождественных фермионов
Бумага типографическая 60/84 № 1/16. Тираж 100 экз.
Заказ 255. ЛВ 10083. Усл.печ.л. 1.00.
Отпечатано ротاپринтом в центре научно-технической
информации и патентных услуг. 23200 Вильнюс, Тоторю 27.