

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ ИМ. В. П. ДЖЕЛЕПОВА

На правах рукописи

ДЕНИСЕНКО
Игорь Игоревич

СПЕКТРОСКОПИЯ ЛЕГКИХ АДРОНОВ И ПОИСК
ЭКЗОТИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ В РАСПАДЕ $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$
И РАДИАЦИОННЫХ РАСПАДАХ J/ψ
НА ДВА ПСЕВДОСКАЛЯРА

Специальность: 01.04.16 — физика атомного ядра
и элементарных частиц

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 2021

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований.

- Научный руководитель — **Саранцев Андрей Викторович**,
доктор физико-математических наук
- Официальные оппоненты — **Ким Виктор Тимофеевич**,
доктор физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное учреждение «Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»,
ведущий научный сотрудник
- Матвиенко Дмитрий Владимирович**,
кандидат физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук,
старший научный сотрудник

С электронной версией диссертации можно ознакомиться на официальном сайте Объединенного института ядерных исследований в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» по адресу: <http://dissertations.jinr.ru/ru/Councils/NuclearPhysicsCouncil/dissertations>. С печатной версией диссертации можно ознакомиться в Научно-технической библиотеке ОИЯИ (г. Дубна, Московская область, ул. Жолио-Кюри, д. 6).

Ученый секретарь диссертационного
совета ОИЯИ по ядерной физике
ОИЯИ.03.02.2019.П
д-р физ.-мат. наук

Г.А. Карамышева

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Квантовая хромодинамика (КХД) — это часть Стандартной модели, описывающая сильные взаимодействия. В этой теории основным инструментом вычисления наблюдаемых является пертурбативное разложение по константе сильного взаимодействия α_S . Эта константа зависит от энергетического масштаба, характеризующего физический процесс. Важная особенность КХД — асимптотическая свобода: с ростом энергетического масштаба, μ , константа связи уменьшается и, наоборот, увеличивается при его уменьшении. При больших энергиях КХД успешно описывает экспериментальные данные, однако на масштабах близких к массам адронов ($\mu \sim \Lambda_{\text{КХД}}$) теория возмущений становится неприменимой. Это приводит к возникновению одной из ключевых проблем современной физики элементарных частиц — проблеме описания формирования связанных состояний в КХД. Несмотря на огромный прогресс в пертурбативных походах, в первую очередь в решеточной КХД, эта проблема остается нерешенной.

Основные наблюдаемые при низких энергиях — спектры адронов и их свойства. Их изучение может быть ключом к пониманию КХД в режиме сильной связи. Одна из наиболее интересных и важных задач адронной спектроскопии — проверка существования экзотических состояний. В общепринятой кварковой модели адроны представляют из себя кварк-антикварковые состояния (мезоны) или трехкварковые состояния (барионы), однако ничего не запрещает существование адронов вне этой схемы: чисто глюонных состояний (глюболов), состояний с возбужденным глюонными степенями свободы (гибридов), а также многокварковых и молекулярных состояний. Более того, такие состояния предсказываются в решеточных вычислениях, правилах сумм и различных КХД-моделях (см., например, обзоры [1; 2]). В общем случае экзотические состояния могут смешиваться с обычными адронами и их идентификация требует детального понимания адронных спектров. Наиболее убедительные свидетельства в пользу существования экзотических (многокварковых) состояний получены при изучении кваркониев и связанных с ними состояний [3]. В секторе легких адронов, несмотря на огромные приложенные усилия, экзотические состояния надежно не идентифицированы. В частности, поиски глюбола длятся около 50-ти лет. Легчайшее глюбальное состояние совпадает по квантовым числам со скалярными мезонами и может с ними смешиваться. Интерпретация спектра f_0 -мезонов остается в значительной мере неопределенной. Основные источники экспериментальной информации о них — это распады J/ψ , протон-антипротонная аннигиляция, зарядовообменные реакции и центральное рождение. Радиационные распады J/ψ являются одним из наиболее многообещающих процессов для поиска глюбола: с пара аннигилирует в фотон и два глюона, которые могут образовать глюбол.

Научно-техническая
библиотека
ОИЯИ

Эксперимент BESIII наилучшим образом приспособлен для изучения спектроскопии легких адронов. Одноименная коллаборация набрала беспрецедентные по объему и качеству данные по распадам состояний чармония, и J/ψ в частности, что вместе с известностью квантовых чисел начального состояния, низким фоном электрон-позитронных столкновений и механизмом распада состояний чармония через аннигиляцию c и \bar{c} в глюоны открывает уникальные возможности для спектроскопии легких адронов и поиска экзотических состояний.

В недавних работах [4; 5] для независимого анализа коллаборацией BESIII опубликованы интенсивности и относительные фазы парциальных волн двухмезонной системы в радиационных распадах J/ψ на $\pi^0\pi^0$ и $K_S K_S$. Включение таких данных в наиболее полный на данный момент совместный анализ [6] процессов протон-антипротонной аннигиляции и мезон-мезонного перерасеяния должно значительно улучшить наше понимание спектра и свойств скалярных мезонов и, как ожидается, может дать указания на существование глобола. Необходимость парциально-волнового анализа (ПВА) распада $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$ изначально возникла из задачи учета неустраняемого фона в распаде $J/\psi \rightarrow \gamma K^+ K^-$. Этот распад также представляет самостоятельный интерес и связан с поиском экзотических состояний. Так, коллаборация BESII заявляла о наблюдении в этом распаде аномально широкого состояния $X(1575)$ [7]. Это состояние вызвало значительный интерес со стороны теоретиков: в целом ряде работ этот резонанс интерпретировался как мезонная молекула или четырехкварковое состояние. Кроме того, недавно этот распад был проанализирован коллаборацией BABAR [8] на небольшом наборе данных, отобранных с помощью метода радиационного возврата. В этом анализе аналогичные структуры в данных были приписаны $\rho(1450)$, а также была опубликована оценка отношения парциальных ширин $B(\rho(1450) \rightarrow KK)/B(\rho(1450) \rightarrow \pi\pi)$. Свойства рождения $\rho(1450)$ и его парциальная ширина распада в $K^+ K^-$ представляют интерес, так как этот резонанс может содержать примесь гибридного состояния [9]. Также нужно отметить, что в распаде доступны каонные резонансы с естественной четностью и массой до 2,6 ГэВ. Спектр каонных состояний известен относительно плохо и является предметом как теоретических, так и экспериментальных исследований (среди прочего его исследования являются частью физической программы планируемого эксперимента AMBER [10]).

Целями данной работы были

1. Изучение спектра и свойств рождения изоскалярных скалярных мезонов в анализе радиационных распадов J/ψ совместно с данными по пион-пионному перерасеянию и протон-антипротонной аннигиляции и поиск скалярного глобола.
2. Изучение спектра каонных резонансов и резонансов в системе $K^+ K^-$, а также проверка существования экзотического состояния $X(1575)$ в распаде $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$. В процессе работы над парциально-волновым анализом последнего распада возникла задача разработки метода учета

разрешения детектора в парциально-волновом анализе, имеющего приемлемую вычислительную сложность.

Методология и методы исследования. Отбор событий, оценка фонов и анализ полученных данных в распаде $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$ выполнены с помощью стандартных для физики высоких энергий методов. Аппроксимация данных в парциально-волновом анализе с помощью суммы функций Брейта-Вигнера, отвечающих различным резонансам в каждой парциальной волне, является стандартным подходом для определения лидирующих сингулярностей амплитуды физического процесса. Этот подход имеет определенные недостатки, однако применение более сложных методов не представляется возможным в силу отсутствия дополнительных данных. Анализ радиационных распадов J/ψ совместно с другими данными проводился с помощью наиболее общего на данный момент N/D -метода, учитывающего как перерасеяние мезонов, так и двухчастичную унитарность.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. С помощью парциально-волнового анализа определена структура распада $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$: идентифицированы состояния $K^*(892)^\pm$, $K_2^*(1430)^\pm$, $K_2^*(1980)^\pm$, $K_4^*(2045)^\pm$, а также две структуры в системе $K^+ K^-$. Резонансы $K_2^*(1980)^\pm$, $K_4^*(2045)^\pm$ впервые наблюдались в распадах J/ψ , для структур в системе $K^+ K^-$ предложены возможные интерпретации. В анализе не найдено свидетельств в пользу существования экзотического состояния $X(1575)$, а также значительного (сравнимого с результатами BABAR) вклада $\rho(1450)$.
2. Разработан приближенный метод учета разрешения детектора: поправка на разрешение корректно учитывается для переменных Далиц-диаграммы трехчастичного распада. Метод применим в парциально-волновом анализе, с его помощью получены наиболее точные измерения параметров $K^*(892)^\pm$ и $K_2^*(1430)^\pm$.
3. С наилучшей на данный момент точностью определена парциальная ширина $B(J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0) = (2,88 \pm 0,01 \pm 0,12) \times 10^{-3}$, также определены парциальные ширины распада через промежуточные состояния.
4. В совместном анализе S -волны радиационных распадов J/ψ на $\pi^0\pi^0$, $K_S K_S$, $\eta\eta$ и $\omega\phi$, данных по пион-пионному рассеянию и протон-антипротонной аннигиляции определен спектр f_0 -резонансов; эти состояния интерпретированы как имеющие преимущественно синглетные и преимущественно октетные флейворные волновые функции (до смешивания с глоболом); установлено существование двух состояний в области масс 1700—1800 МэВ.
5. В спектре рождения изоскалярных скалярных мезонов как функции их массы в области 1500—2100 МэВ обнаружен пик, который может быть интерпретирован как рождение глобола. Из аппроксимации этого спектра определены его масса, ширина и парциальная ширина

рождения в радиационных распадах J/ψ : $M = (1865 \pm 25_{-30}^{+10})$ МэВ, $\Gamma = 370 \pm 50_{-20}^{+30}$ МэВ и $B_{J/\psi \rightarrow \gamma G} = (5,8 \pm 1,0) \times 10^{-3}$.

Научная новизна:

1. Разработан метод отбора распадов $J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0$ из данных эксперимента BESIII, а также метод оценки соответствующих систематических ошибок.
2. Парциально-волновой анализ распада $J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0$, проведенный на рекордной статистике эксперимента BESIII, позволил надежно идентифицировать промежуточные состояния, ранее не наблюдавшиеся в распадах J/ψ . Предложена интерпретация состояний в системе K^+K^- , ранее не встречавшаяся в литературе. Результаты парциально-волнового анализа, в частности набор и относительные вклады состояний в $J^{PC} = 1^{--}$ парциальной волне, значительно отличаются от представленных ранее коллаборациями BESII и BABAR, в том числе не найдено указаний на существование экзотического состояния $X(1575)$ и на значительный вклад резонанса $\rho(1450)^0$.
3. Разработан и применен к измерению параметров резонансов новый приближенный метод учета разрешения детектора в парциально-волновом анализе. Метод впервые корректно учитывает разрешение детектора для трехчастичных распадов в переменных Далиц-диаграммы.
4. Впервые изоскалярные скалярные мезоны изучались в радиационных распадах J/ψ на $\pi\pi$, KK , $\eta\eta$ и $\omega\phi$ совместно с данными по двухпионному перерасеянию и $p\bar{p}$ аннигиляции в N/D -подходе, что позволило значительно улучшить понимание их спектра. Установлено наличие двух состояний в интервале масс 1700—1800 МэВ, предложена интерпретация спектра f_0 -мезонов. Из значений парциальных ширин рождения скалярных мезонов в распадах J/ψ получены новые и наиболее сильные на данный момент указания на существование скалярного глобола.

Практическая значимость. Отсутствие в распаде $J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0$ каких-либо указаний на существования экзотического состояния $X(1575)$ закрывает вопрос о его существовании и интерпретации. Сравнение прецизионно измеренной в этом распаде массы $K^*(892)^\pm$ и среднего среднемирового значения для нейтрального $K^*(892)^0$ показывает, что, в отличие от предыдущих измерений, разность этих масс не противоречит результатам киральной кварковой модели. Измерение параметров второго $J^P = 2^+$ каонного резонанса может указывать на наличие двух резонансов в области 1,8—2,0 ГэВ и является важным для систематизации мезонов в флейворные SU(3)-нонеты. Центральное значение массы этого состояния хорошо согласуется с линейными реджеподобными траекториями в плоскости (n, M^2) . Подтверждение или опровержение этого явления для адронов представляет интерес при построении дуальных и потенциальных кварковых моделей. Полученное в парциально-волновом анализе детальное описание кинематики распада позволяет анализировать радиационный распад

$J/\psi \rightarrow \gamma K^+K^-$, а также может использоваться в эксперименте BESIII для контроля расхождений между экспериментальными данными и моделированием методом Монте-Карло (МК-моделированием) для системы идентификации частиц.

В совместном анализе радиационных распадов J/ψ , данных протон-антипротонной аннигиляции и пион-пионного перерасеяния были получены наиболее убедительные на данный момент указания на существование скалярного глобола со стороны анализа экспериментальных данных. Эти указания могут сыграть ключевую роль в идентификации этого состояния — решении одной из самых интересных и важных задач спектроскопии легких адронов, возникшей вместе с кварковой моделью. Предложенная интерпретация спектра изоскалярных скалярных мезонов может быть важным шагом в установлении природы этих состояний.

Достоверность. Достоверность результатов анализа распада $J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0$ подтверждена независимой проверкой внутри коллаборации BESIII и результатами рецензирования в журнале Physical Review D. Результаты анализа были включены в таблицы Particle Data Group (PDG) [9].

S -волны радиационных распадов J/ψ на пары мезонов описаны совместно с большим количеством других данных с помощью N/D подхода. Такой подход является наиболее надежным способом исследования адронных спектров. Спектр описан с помощью наблюдавшихся ранее резонансов, параметры и парциальные ширины рождения которых не противоречат предыдущим измерениям. Единственное исключение — введение двух состояний в интервале инвариантных масс 1700—1800 МэВ вместо одного $f_0(1710)$. На необходимость существования двух состояний в этой области ранее указывалось в работе [11]. Кроме того, на это указывает разброс соответствующих экспериментальных результатов [9]. Масса и парциальная ширина рождения глобола, определенные из положение пика в спектре рождения резонансов как функции их массы, в пределах ошибок согласуются с вычислениями в решеточной КХД [12; 13]. Масса также согласуется с КХД вычислениями работы [14] и вычислениями на основе уравнений Дайсона-Швингера и Бете-Солпитера [15].

Апробация работы. Результаты работы докладывались автором на следующих международных конференциях:

1. 19-th Lomonosov Conference on Elementary Particle Physics, Moscow, 22-28 August 2019 (в рамках обзорного доклада по спектроскопии легких адронов в эксперименте BESIII).
2. 9th International Conference on New Frontiers in Physics (ICNFP 2020), Crete, 4-12 October 2020.
3. 5-th International Conference on Particle Physics and Astrophysics (ICPPA 2020), Moscow, 5-9 October 2020.
4. XXIV International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists (AYSS-2020), 9-13 November 2020.

Личный вклад. Роль автора в анализе распада $J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0$ была определяющей. Автор определил критерии отбора событий, обработал экспериментальные данные и оценил систематические ошибки. Автором построена первая и частично вторая аппроксимации данных в парциально-волновом анализе и оценены соответствующие неопределенности. Автор разработал и внедрил метод учета разрешения детектора в парциально-волновом анализе. Полученные результаты многократно представлялись автором на рабочих совещаниях коллаборации BESIII и, после публикации результатов, на международных конференциях. Помимо этого, автор принимал непосредственное участие в сеансах набора данных.

Автор внес значительный вклад в изучение спектров и свойств изоскалярных скалярных резонансов на данных эксперимента BESIII. В частности, автором анализировались радиационные распады J/ψ совместно с данными по пион-пионному перерасеянию. Было показано, что используя только эти данные, невозможно надежно зафиксировать полюсную структуру амплитуд рассматриваемых процессов и что спектр установленных (согласно таблиц PDG) резонансов недостаточен для описания данных в области инвариантных масс мезонов до 1800 МэВ.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 3 периодических научных журналах [A1—A3], индексируемых Web of Science и Scopus.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и 2 приложений. Полный объем диссертации составляет 128 страниц, включая 30 рисунков и 16 таблиц. Список литературы содержит 148 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приведен обзор научной литературы по изучаемой проблеме, сформулирована цель, поставлены задачи работы, сформулированы научная новизна и научная значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена квантовой хромодинамике в режиме сильной связи и ключевым наблюдаемым — спектрам связанных состояний и имеющимся подходам к их описанию. Обсуждаются систематизация адронных спектров в рамках общепринятой кварковой модели и реджевских (реджеподобных) траекторий, а также возможное существование экзотических состояний. Особое внимание уделено интерпретации изоскалярных скалярных состояний и проблеме поиска и идентификации скалярного глобола. В контексте парциально-волнового анализа распада $J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0$ обсуждаются каонная спектроскопия и вопрос о существовании экзотического состояния $X(1575)$.

Во **второй главе** описаны формализм и методы, с помощью которых проведен парциально-волновой анализ. Амплитуды для парциальных волн строились на основе ковариантного тензорного формализма (см., например, работу [16]). Распад $J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0$ описан с помощью изобарной модели распада, вклады резонансов вводились с помощью формулы Брейта-Вигнера или их суммы при наличии нескольких резонансов в парциальной волне. Этот подход является разумным для выделения лидирующих сингулярностей. Применение более сложных методов, таких как K -матричный или N/D анализ, не оправдано в силу отсутствия достаточного объема данных по каон-мезонному перерасеянию. В процессе анализа было обнаружено, что для некоторых резонансов лидирующий вклад в систематическую ошибку измерения их параметров вносит пренебрежение разрешением детектора при восстановлении четырехимпульса конечных частиц. Для минимизации систематических ошибок был разработан приближенный метод учета разрешения детектора, имеющий приемлемую вычислительную сложность. Метод основан на двух предположениях: применимости тейлоровского разложения для свертки дифференциального сечения с функцией отклика (малости разрешения в инвариантной массе пары частиц по сравнению с шириной резонанса) и учетом в этой свертке только переменных $M_{K^+\pi^0}^2$ и $M_{K^-\pi^0}^2$ — квадратов инвариантных масс систем $K^+\pi^0$ и $K^-\pi^0$. Эффективность применения метода приведена на рисунке 1. Метод опубликован в работе [A1].

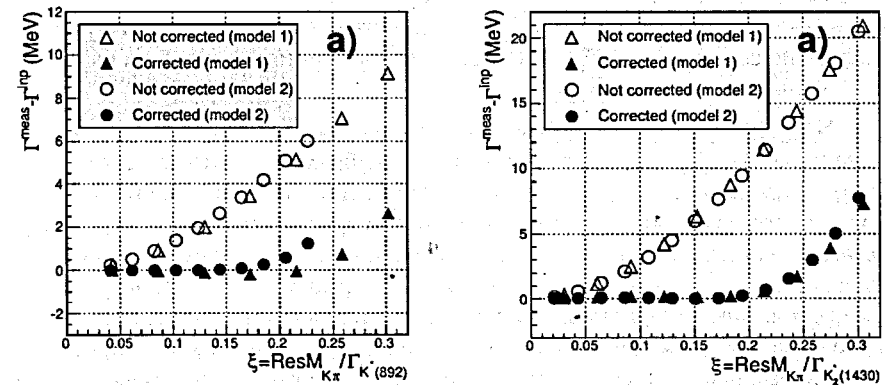


Рис. 1 — Эффективность применения метода учета разрешения детектора при определении ширины $K^*(892)^\pm$ и $K_2^*(1430)^\pm$ как функция ξ — отношения разрешения по инвариантной массе $K^\pm\pi^0$ к ширине резонанса [A1].

Анализ радиационных распадов J/ψ проведен с помощью D -матричного формализма (K -матричного формализма с дисперсионными поправками) [6], применимого, в частности, к описанию S -волны в пион-пионной системе. В этом

подходе учитывается перерассеяние мезонных пар и выполняются условия двух-частичной унитарности.

В третьей главе описан детектор BESIII и свойства его подсистем, а также кратко — ускорительный комплекс BEPCII.

BESIII — современный универсальный 4π детектор [17], расположенный на пучках электрон-позитронного коллайдера BEPCII [18]. Коллайдер позволяет сталкивать пучки с энергией до 2,45 ГэВ (на пучок), его максимальная светимость составляет $1,01 \times 10^{33} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ при прямом рождении $\psi(3770)$. Детектор состоит из трекера, времяпролетной системы, электромагнитного калориметра, сверхпроводящего магнита и мюонной системы. Трекер представляет из себя многослойную мелкокачистую дрейфовую камеру, заполненную гелиевой газовой смесью и работающую в магнитном поле в 1 Тл. Ее импульсное разрешение $\delta p/p$ составляет 0,5 % для заряженных частиц с импульсом в 1 ГэВ. Помимо этого, для идентификации частиц дрейфовая камера измеряет ионизационные потери dE/dx . Для электронов от упругого рассеяния точность измерения ионизационных потерь составляет примерно 6 %. Времяпролетная система реализована с помощью пластиковых сцинтилляторов. В центральной части детектора два слоя сцинтилляционных детекторов обеспечивают временное разрешение в 68 пс. В торцевых частях используется один слой, и его разрешение составляет 110 пс. В 2015 году сцинтилляторы в торцевых частях были заменены на плоские многозачорные камеры с резистивными электродами (MRPC), что улучшило временное разрешение до 60 пс. Электромагнитный калориметр собран на основе 6240 кристаллов CsI(Tl), расположенных стереоскопически по отношению к точке взаимодействия пучков. Его энергетическое разрешение составляет $2,5\%/\sqrt{E(\text{ГэВ})}$. Мюонная система построена на основе резистивных плоских камер (RPC).

Четвертая глава посвящена анализу распада $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$, выполненному на $(223,8 \pm 1,4) \times 10^6$ распадах J/ψ , набранных коллаборацией BESIII в 2009 г. [19]. Для отбора событий были определены следующие критерии. Кандидаты в каоны восстанавливались по реконструированным в дрейфовой камере трекам. Треки должны были исходить из точки взаимодействия пучков и находиться в акцептансе детектора, а событие — содержать ровно два таких трека с противоположными зарядами. Для идентификации каонов использовалась времяпролетная система и ионизационные потери в дрейфовой камере: измерения комбинировались в p -значение для каждого возможного типа частицы, и требовалось чтобы каонная гипотеза была наиболее вероятной. Нейтральные пионы восстанавливались по распаду на два фотона. Фотоны реконструировались по ливням в электромагнитном калориметре, не ассоциированным с заряженными треками. Энергия ливня должна была превышать стандартный порог, его центр — находиться в акцептансе. Рассматривались все пары фотонов, удовлетворяющие мягкому критерию на их инвариантную массу. Для каждой из них и пары кандидатов в каоны вычислялся χ^2 согласия их полного четырехимпульса с четырехимпульсом J/ψ . Далее рассматривалась пара с минимальным χ^2 ,

если это величина не превосходила пороговое значение. Также для подавления вкладов фоновых распадов χ^2 сравнивался с аналогичными величинами, вычисленными для фоновых процессов. Наконец на последнем этапе требовалось, чтобы инвариантная масса отобранной пары фотонов попадала в узкое окно вокруг номинальной массы π^0 . Итого было отобрано 182972 события. Вклад фоновых распадов оценивался с помощью инклюзивного набора МК-событий и составил примерно 0,3%. Нерезонансное рождение рассматриваемого конечного состояния исследовалось помощью набора данных, набранных под пиком J/ψ при $\sqrt{s} = 3,080$ ГэВ. Вклад процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow K^+ K^- \pi^0$ составил 866 ± 499 событий в предположении отсутствия интерференции.

Аппроксимация данных в парциально-волновом анализе выполнена с помощью метода наибольшего правдоподобия. В качестве критериев для включения резонансов в аппроксимацию использовались изменение логарифма функции правдоподобия (теорема Вилка позволяет связать это изменение со статистической значимостью резонанса) и качественное изменение описания данных. Распад описывался с помощью избранной модели. Данный подход имеет существенные недостатки, однако обычно является приемлемым для определения основных сингулярностей амплитуды рассматриваемого процесса. Для прецизионного измерения параметров $K^*(892)^\pm$ и $K_2^*(1430)$ использовался описанный выше метод учета разрешения детектора.

Оказалось, что удовлетворительное описание данных нельзя было получить, используя только известные резонансы, при этом «недостающая» часть амплитуды распада проявляла себя как медленно меняющийся фон. Поэтому было построено две аппроксимации: в первой использовались только известные резонансы, а во второй также был аппроксимирован вклад «фона». Для первой аппроксимации было невозможно самосогласованно определить систематические ошибки, связанные с построением аппроксимации, поэтому вторая аппроксимация была выбрана основной. Детали второй аппроксимации приведены в таблице 1, Далиц-диаграммы для данных и их описания показаны на рисунках 2. В обеих аппроксимациях наблюдался набор из шести надежно идентифицированных вкладов: четырех в системе $K^\pm \pi^0$ и двух в системе $K^+ K^-$. Медленно меняющийся фоновый вклад был параметризован с помощью очень широкого $J^P = 3^-$ резонанса в системе $K^\pm \pi^0$ с массой близкой к максимальной для $K^\pm \pi^0$ системы. Такой вклад не является неожиданным, если принять во внимание результаты коллаборации LASS по $K\pi$ рассеянию [20]. Полученная в процитированной работе амплитуда F^- -волны содержит, помимо $K_3^*(1780)$, значительную подложку, которая может быть вызвана как наличием резонансов, так и нерезонансным вкладом. Для оценки систематических ошибок учитывались неопределенность, связанная с построением аппроксимации в ПВА, и возможные эффекты, вызванные неточностью моделирования отклика детектора.

Надежно установленные в системе $K^\pm \pi^0$ резонансы — это $K^*(892)^\pm$, $K_2^*(1430)^\pm$, $K_2^*(1980)^\pm$ и $K_4^*(2045)$. Параметры первых двух резонансов измерены с наилучшей на момент написания работы точностью. Сравнение массы и

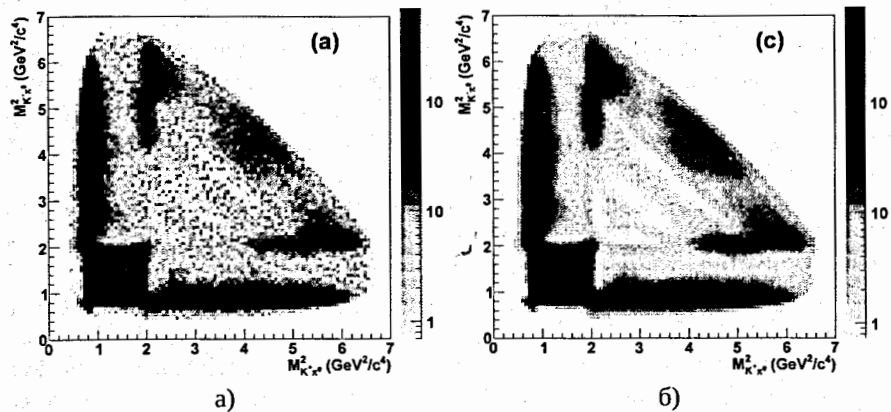


Рис. 2 — Диаграммы Далица для а) набранных данных и б) их описания для аппроксимации II [A2].

ширины $K^*(892)^\pm$ со средними таблиц PDG приведены в таблице 2: измеренная масса находится примерно посередине между значениями, приводимыми для адронных процессов и для τ -распадов. Измерения ширины согласуются с анализами τ -распадов.

Состояния $K_2^*(1980)^\pm$ и $K_4^*(2045)^\pm$ впервые наблюдались в распадах J/ψ . Параметры $K_2^*(1980)^\pm$ определены с большими систематическими ошибками. Центральное значение для его массы примерно на 100 МэВ ниже среднего PDG (взятого на момент публикации анализа), однако и масса, и ширина состояния согласуются со значениями, приведенными в таблицах PDG, в пределах 2,2 стандартных отклонений. С другой стороны, потенциальные модели предсказывают наличие двух состояний в этой области [21–23]: 2^3P_2 и 1^3F_2 . Также интересно отметить, что центральное значение измеренной массы $K_2^*(1980)^\pm$ находится в хорошем согласии с ожиданиями для реджеподобной траекторий в плоскости (n, M^2) . Несмотря на небольшой относительный вклад, резонанс $K_4^*(2045)^\pm$ был надежно идентифицирован благодаря очень специфическому вкладу его парциальной волны.

Первое установленное состояние в кинематическом канале K^+K^- имеет массу около 1,65 ГэВ, и его вклад в распад составляет 1,0–1,5 %. Отсутствие заметного вклада от первого радиального возбуждения $\rho(770)$, $\rho(1450)$, свидетельствует в пользу его интерпретации как 3^1D_1 ρ -состояния, а не 3^3S_1 резонанса. В то же время малая относительная парциальная ширина распада через это состояние согласуется с ожиданиями для электромагнитного распада через $\omega(1650)$: $J/\psi \rightarrow \gamma^* \rightarrow \omega(1650)\pi^0$, $\omega(1650) \rightarrow K^+K^-$. При этом масса состояния согласуется с оценкой PDG для $\omega(1650)$ [19], а ширина находится в пределах разброса

Таблица 1 — Список вкладов в аппроксимации II. Для каждого резонанса приведены масса, ширина и относительный вклад в распад. В кинематических каналах $K^\pm\pi^0$ b обозначает вклад обоих противоположно заряженных резонансов, а $b^{+(-)}$ — вклад одной заряженной моды распада, что позволяет оценить их интерференцию. Параметры отмеченные * фиксированы.

Кинематические каналы $K^\pm\pi^0$					
J^{PC}	PDG	$M(\text{MeV}/c^2)$	$\Gamma(\text{MeV}/c^2)$	$b(\%)$	$b^{+(-)}(\%)$
1^-	$K^*(892)^\pm$	$893,6 \pm 0,1_{-0,3}^{+0,2}$	$46,7 \pm 0,2_{-0,2}^{+0,1}$	$93,4 \pm 0,4_{-5,8}^{+1,8}$	$42,5 \pm 0,1_{-1,7}^{+0,5}$
1^-	$K^*(1410)^\pm$	1380*	176*	$0,26 \pm 0,04$	$0,11 \pm 0,02$
1^-	$K^*(1680)^\pm$	1677*	205*	$0,20 \pm 0,03$	$0,08 \pm 0,01$
2^+	$K_2^*(1430)^\pm$	$1432,7 \pm 0,7_{-2,3}^{+2,2}$	$102,5 \pm 1,6_{-2,8}^{+3,1}$	$9,4 \pm 0,1_{-0,5}^{+0,8}$	$4,2 \pm 0,1_{-0,2}^{+0,3}$
2^+	$K_2^*(1980)^\pm$	$1868 \pm 8_{-57}^{+40}$	$272 \pm 24_{-15}^{+50}$	$0,38 \pm 0,04_{-0,05}^{+0,22}$	$0,15 \pm 0,02_{-0,02}^{+0,08}$
3^-	$K_3^*(1780)^\pm$	1781*	203*	$0,16 \pm 0,02$	$0,07 \pm 0,01$
4^+	$K_4^*(2045)^\pm$	$2090 \pm 9_{-29}^{+11}$	$201 \pm 19_{-17}^{+57}$	$0,21 \pm 0,02_{-0,05}^{+0,10}$	$0,09 \pm 0,01_{-0,02}^{+0,04}$
3^-	фоновый вклад	—	—	$\sim 1,5\%$	$\sim 0,6\%$
Кинематический канал K^+K^-					
J^{PC}	PDG	$M(\text{MeV}/c^2)$	$\Gamma(\text{MeV}/c^2)$	$b(\%)$	
1^{--}		$1651 \pm 3_{-6}^{+16}$	$194 \pm 8_{-7}^{+15}$	$1,83 \pm 0,11_{-0,17}^{+0,19}$	
1^{--}		$2039 \pm 8_{-18}^{+36}$	$193 \pm 23_{-27}^{+25}$	$0,23 \pm 0,04_{-0,06}^{+0,07}$	

Таблица 2 — Результаты аппроксимации II для массы и ширины $K^*(892)^\pm$ в сравнении со средними PDG [19] адронных реакций и τ -распадов.

	M (МэВ)	Γ (МэВ)
τ -распады	$895,47 \pm 0,20 \pm 0,74$	$46,2 \pm 0,6 \pm 1,2$
адрон-адронные столкновения	$891,66 \pm 0,26$	$50,8 \pm 0,9$
$J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0$ (аппр. II)	$893,6 \pm 0,1_{-0,3}^{+0,2}$	$46,7 \pm 0,2_{-0,2}^{+0,1}$

экспериментальных результатов. Кроме того, наблюдаемый сигнал может быть результатом интерференции упомянутых резонансов. Второе стабильное состояние имеет массу около 2,05–2,10 ГэВ/ c^2 , и его относительный вклад составляет 0,1–0,2 %. Учитывая большую неопределенность определения его параметров, состояние может быть интерпретировано как $\rho(2150)$ либо другое изовекторно-векторное состояние, наблюдавшееся в протон-антипротонной аннигиляции в полете [24]. Важно отметить, что в процессе анализа не было получено никаких свидетельств в пользу существования экзотического $X(1575)$. Вклад $\rho(1450)$ на уровне примерно 1% не противоречит данным.

Используя полученную аппроксимацию при моделировании сигнальных событий для определения эффективности отбора, был получен $B(J/\psi \rightarrow K^+K^-\pi^0) = (2,88 \pm 0,01 \pm 0,12) \times 10^{-3}$. Доминирующая ошибка — систематическая, она оценивалась как квадратичная сумма вкладов от

- неопределенности вклада фоновых распадов J/ψ ,
- неопределенности учета нерезонансного фона,
- точности моделирования реконструкции каонных треков,
- точности моделирования идентификации каонов,
- точности моделирования реконструкции фотонов,
- эффекта от расхождения в вычислении χ^2 для данных и МК-моделировании,
- неопределенности количества рожденных J/ψ .

Полученное значение является самым точным и отличается от не прямой оценки PDG (на момент публикации анализа) примерно на 2,8 стандартных отклонения. На основе этого значения, а также относительных вкладов резонансов были найдены парциальные ширины распада J/ψ в $K^+K^-\pi^0$ через промежуточные состояния. Эти парциальные ширины, за исключением результатов для распада через $K^*(892)^\pm$, опубликованы впервые.

Результаты анализа опубликованы в работе [A2].

Пятая глава посвящена совместному анализу радиационных распадов J/ψ на $\pi^0\pi^0$, $K_S K_S$, $\eta\eta$ и $\omega\phi$, данных по пион-пионному перерасеянию в $\pi\pi$, KK , $\eta\eta$ и $\eta\eta'$ и данными $\bar{p}p$ аннигиляции в $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\eta$, $\pi^0\eta\eta$, $\pi^+\pi^-\pi^0$, и $KK\pi$. Интенсивность S -волны в радиационных распадах J/ψ на $\pi^0\pi^0$ и $K_S K_S$ была взята из приложений к публикациям коллаборации BESIII [4; 5], а S -волновые интенсивности распадов на $\eta\eta$ и $\omega\phi$ были оценены из гистограмм, опубликованных в работах [25; 26]. Остальные наборы данных соответствуют использованным в работе [6].

В аппроксимации минимизируется суммарный (взвешенный) χ^2 рассматриваемых данных. Для S -волны при описании данных используется N/D -метод. При этом важно отметить, что данные по $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ отсутствуют при энергиях выше примерно 1,85 ГэВ, что не позволяет выделить изоскалярную часть амплитуды $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ рассеяния. Недостаток данных не позволяет в N/D подходе определить из аппроксимации параметры состояний с массой более 1,9 ГэВ, поэтому такие состояния вводились с помощью формулы Брейта-Вигнера. В конечную аппроксимацию было включено 10 полюсов, их параметры приведены в таблице 3. Описание S -волны в распадах J/ψ приведено на рисунке 3, χ^2 описания других наборов данных практически не отличается от полученных в работе [6]. Сколько-нибудь разумное описание данных не может быть получено без хорошо известных $f_0(500)$, $f_0(980)$, $f_0(1370)$, $f_0(1500)$, полюса в области масс 1700 — 1800 МэВ и $f_0(2100)$. Замена $f_0(1710)$ и $f_0(1770)$ на одно состояние приводит к увеличению χ^2 описания S -волны систем $\pi^0\pi^0$, $K_S K_S$ и $\eta\eta$ в распадах J/ψ на 58, 8 и 50 соответственно. На необходимость существования второго состояния в области 1700 — 1800 МэВ давно указывалось в работе [11].

Таблица 3 — Массы и ширины изоскалярных скалярных мезонов, включенных в аппроксимацию рассматриваемых данных. Под массами и ширинами в квадратных скобках приведены средние (или оценки) PDG [9].

Резонанс	$f_0(500)$	$f_0(1370)$	$f_0(1710)$	$f_0(2020)$	$f_0(2200)$
M	410 ± 20 [400–550]	1370 ± 40 [1200–1500]	1700 ± 18 [1704±12]	1925 ± 25 [1992±16]	2200 ± 25 [2187±14]
Γ	480 ± 30 [400–700]	390 ± 40 [100–500]	255 ± 25 [123±18]	320 ± 35 [442±60]	150 ± 30 [~200]
Резонанс	$f_0(980)$	$f_0(1500)$	$f_0(1770)$	$f_0(2100)$	$f_0(2330)$
M	1014 ± 8 [990±20]	1483 ± 15 [1506±6]	1765 ± 15	2075 ± 20 [2086 $^{+20}_{-24}$]	2340 ± 20 [~2330]
Γ	71 ± 10 [10–100]	116 ± 12 [112±9]	180 ± 20	260 ± 25 [284 $^{+60}_{-32}$]	165 ± 25 [250±20]

Состояния $f_0(2020)$, $f_0(2200)$ и $f_0(2330)$ улучшают описание данных в области больших масс.

Интерференционные картины в распадах $J/\psi \rightarrow \gamma\pi^0\pi^0$ и $J/\psi \rightarrow \gamma K_S K_S$ существенно различаются. Важным наблюдением является то, что фаза между состояниями $f_0(1370)$ и $f_0(1500)$ меняется примерно на 180 градусов: положительная интерференция в первом распаде сменяется отрицательной во втором. Такое поведение указывает на малый угол смешивания: флейворные волновые функции состояний близки к синглетной, $\frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$, и октетной, $\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$ (аналогично смешиванию псевдоскалярных мезонов). На изменение знака при интерференции $f_0(1370)$ и $f_0(1500)$ при распадах на $\pi\pi$ и KK впервые указывалось в работе [27]. Аналогичным образом можно объяснить интерференционные картины в области инвариантных масс 1700 — 1800 МэВ: различия в интенсивностях распадов на $\pi\pi$ и KK следует из деструктивной и положительной интерференций $f_0(1710)$ и $f_0(1770)$, и их флейворные волновые функции также должны быть близкими к синглету и октету. Для дальнейшего анализа делается предположение о том, что состояния в верхней части таблицы 3 имеют преимущественно синглетную волновую функцию (возможно, за исключением $f_0(500)$), а состояния в нижней части таблицы — преимущественно октетную. В пользу такой интерпретации спектра косвенно свидетельствует разность масс, соотношение ширин (кроме последней пары) и реджеподобные траектории. Для построения последних за базисное состояние был выбран $f_0(1500)$ и в качестве стандартного наклона использовалось $\mu^2 = 1,08 \text{ ГэВ}^2$. Линейная траектория имела вид $M^2 = M_{f_0(1500)}^2 + n\mu^2$, где $n = -1, 0, 1, \dots$. В инстантонных вычислениях разница квадратов масс синглетных и октетных скалярных состояний

совпадает по абсолютной величине этой же величиной для псевдоскаляров, однако имеет противоположный знак. Исходя из этого вторая траектория может быть предсказана как $M_n^2 = M_{f_0(1500)}^2 + m_\eta^2 - m_{\eta'}^2 + n\mu^2$. Обе траектории и найденные в аппроксимации резонансы показаны на рисунке 4. Согласие с предсказаниями не идеальное, но весьма впечатляющее для предсказания без свободных параметров. S -волна распада $J/\psi \rightarrow \gamma\omega\phi$ практически полностью описывается состоянием $f_0(1770)$, что интерпретируется как наличие у мезонов четырехкварковой компоненты.

На рисунке 5 приведена парциальная ширина рождения скалярных резонансов в радиационных распадах J/ψ как функция массы резонанса M_{res} отдельно для преимущественно синглетных и преимущественно октетных состояний. Для каждого состояния она получена как сумма парциальных ширин $J/\psi \rightarrow \gamma f_0$, $f_0 \rightarrow \pi\pi$, KK , $\eta\eta$, $\eta\eta'$, $\omega\phi$ и оценки парциальной ширины с распадом $f_0 \rightarrow 4\pi$. В D -матричной амплитуде четырехпионные распады выполняли роль "черного ящика" — аккумулялировали вклад неучтенных распадов мезонов. Для состояний $f_0(2020)$, $f_0(2100)$ и $f_0(2200)$, введенных с помощью формулы Брейта-Вигнера, вклад четырехпионных распадов оценивался на основе результатов [28; 29] для $f_0(2100)$. Парциальная ширина была распределена на три равные части. Преимущественно октетные состояния рождаются в определенном диапазоне масс, синглетные — во всем диапазоне, и в обоих распределениях виден явный пик при $M_{res} \sim 1900$ МэВ. Маловероятно, что наличие пика можно объяснить кинематическими эффектами. В работе [30] вычислен спектр инвариантной массы двух глюонов в радиационных распадах J/ψ . Для скалярных мезонов он имеет пик около 2100 МэВ, однако этот спектр плавно убывает в обе стороны и не имеет других особенностей. В работе [31] вычислен квадрат модуля амплитуды рождения скалярных мезонов в радиационных распадах J/ψ , пик также отсутствует.

Предлагается интерпретировать пик при рождении скалярных резонансов в области $M_{res} \sim 1900$ МэВ как глобол. В этом случае октетные состояния могут рождаться из-за смешивания с глоболом (напрямую рождение октетного состояния из глюонов невозможно). Мезоны, интерпретированные как синглетные состояния, рождаются во всем доступном интервале масс. Это является дополнительным аргументом в пользу предложенной интерпретации флейворной структуры спектра скалярных мезонов.

Спектр парциальных ширин распада через резонансы аппроксимировался с помощью формулы Брейта-Вигнера. В случае октетных состояний предполагается отсутствие «фона», для синглетных резонансов прямое рождение было описано как $C \cdot \exp(-\alpha M_{res}^2)$. Для наилучшей оценки массы и ширины глобола было получено

$$M_G = 1865 \pm 25_{-30}^{+10} \text{ МэВ},$$

$$\Gamma_G = 370 \pm 50_{-20}^{+30} \text{ МэВ}.$$

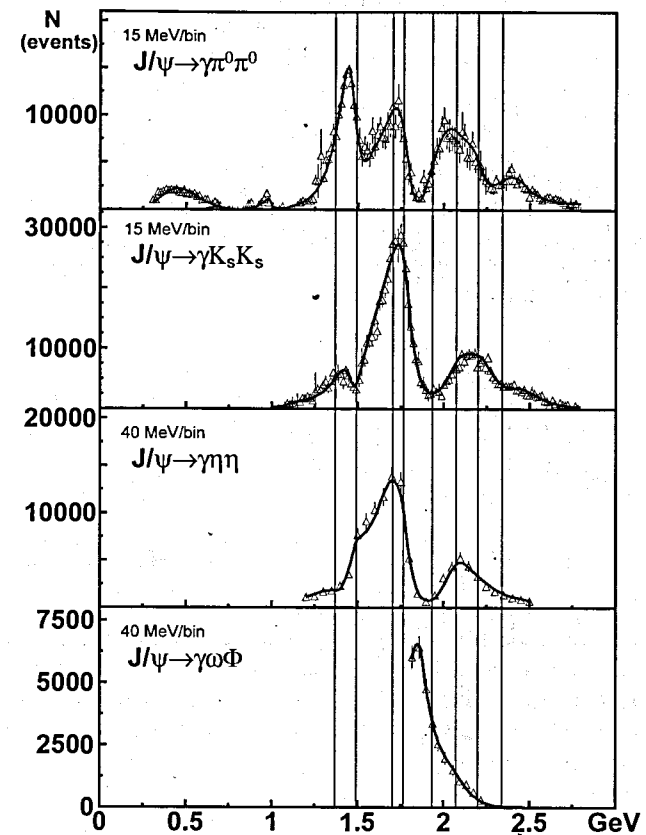


Рис. 3 — Интенсивности S -волны двух мезонов в радиационных распадах J/ψ как функции их инвариантной массы [A3]. Гистограммы а) и б) соответствуют статистике в 1,3 миллиарда распадов J/ψ , гистограммы с) и d) — статистике в 225 миллионов распадов J/ψ . Вертикальные полосы обозначают массы резонансов, полученные в аппроксимации.

Эти результаты слабо зависят от того, какие решения задачи парциально-волнового анализа выбраны для интенсивностей радиационных распадов J/ψ на $\pi^0\pi^0$ и $K_S K_S$. Из разброса результатов при перераспределении интенсивностей четырехпионной моды распада между состояниями, введенными с помощью формулы Брейта-Вигнера, и изменении параметризации фона для преимущественно синглетных состояний оценивалась вторая часть ошибки. Парциальная

ширина рождения глюбола оценивалась как сумма парциальных ширин распада через преимущественно октетные состояния и как сумма превышений над фоном для преимущественно синглетных:

$$B_{J/\psi \rightarrow \gamma G} = (5,8 \pm 1,0) \times 10^{-3}.$$

Состояния имеющие наибольшую глюбольную компоненту — это $f_0(1770)$ и $f_0(2020)$. Состояние $f_0(1770)$, которое ранее интерпретировалось как в основном октетное, перестает быть таковым: к октету относятся только кварк-антикварковая и четырехкварковая компоненты. Резюмируя, в анализе не были обнаружены прямые распады глюбола, например $G \rightarrow \pi\pi$. Глюбольное состояние проявляется только через смешивание со скалярными мезонами. Результаты анализа опубликованы в работе [A3].

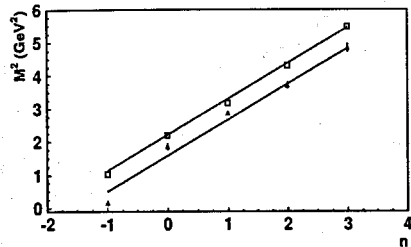


Рис. 4 — Реджеподобные линейные траектории в плоскости (n, M^2) для состояний с доминирующей синглетной (треугольники) и октетной (квадраты) компонентами флейворной волновой функции [A3].

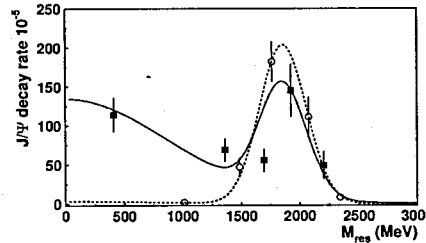


Рис. 5 — Парциальная ширина рождения изоскалярных скалярных мезонов для преимущественно синглетных (круги) и преимущественно октетных (квадраты) состояний [A3].

В **заклЮчении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. С помощью парциально-волнового анализа данных определена структура распада $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$. Среди установленных промежуточных состояний резонансы $K_2^*(1980)^\pm$ и $K_4^*(2045)^\pm$ впервые обнаружены в распадах J/ψ . В кинематическом канале $K^+ K^-$ обнаружены две структуры и предложена их интерпретация. Также в этом кинематическом канале не найдено свидетельств в пользу существования экзотического состояния $X(1575)$ и сравнимого с опубликованным коллаборацией BABAR вклада $\rho(1450)$.
2. Разработан приближенный метод учета разрешения детектора применимый в парциально-волновом анализе, с его помощью с наилучшей на данный момент точностью измерены параметры $K^*(892)^\pm$ и $K_2^*(1430)^\pm$. Массы этих состояний составили соответственно $893,6 \pm$

$0,1_{-0,3}^{+0,2}$ МэВ и $1432,7 \pm 0,7_{-2,3}^{+2,2}$ МэВ, а их ширины — $46,7 \pm 0,2_{-0,2}^{+0,1}$ МэВ и $\Gamma = 102,5 \pm 1,6_{-2,8}^{+3,1}$ МэВ.

3. С наилучшей на данный момент точностью определена парциальная ширина $B(J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0) = (2,88 \pm 0,01 \pm 0,12) \times 10^{-3}$. Также определены парциальные ширины распада через промежуточные состояния, для всех резонансов, кроме $K^*(892)^\pm$, они измерены впервые.
4. В первом совместном анализе S -волны радиационных распадов J/ψ на $\pi\pi$, KK , $\eta\eta$ и $\omega\phi$, а также данных по двухпионному перерасеянию и протон-антипротонной аннигиляции в подходе дисперсионного N/D метода получен спектр изоскаляр-скалярных мезонов. Состояния интерпретированы как имеющие преимущественно синглетные либо преимущественно октетные кварковые компоненты в фоковском разложении.
5. Из спектра парциальной ширины рождения изоскалярных скалярных мезонов как функции их массы получены новые существенные указания на существование скалярного глюбола. Его масса и ширина составили $M = 1865 \pm 25_{-30}^{+10}$ МэВ и $\Gamma = 370 \pm 50_{-20}^{+30}$ МэВ, а парциальная ширина рождения в радиационных распадах J/ψ — $(5,8 \pm 1,0) \times 10^{-3}$.

Публикации автора по теме диссертации

- A1. *Denisenko, I.* Detector resolution correction for width of intermediate states in three particle decays / I. Denisenko, I. Boyko // JINST. — 2015. — Т. 10, № 10. — P10028.
- A2. *Partial-wave analysis of $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$* / M. Ablikim [и др.] // Phys. Rev. D. — 2019. — Т. 100, № 3. — С. 032004. — arXiv: 1904.10630 [hep-ex].
- A3. *Scalar isoscalar mesons and the scalar glueball from radiative J/ψ decays* / A. V. Sarantsev [и др.] // Phys. Lett. B. — 2021. — Т. 816. — С. 136227. — arXiv: 2103.09680 [hep-ph].

Список литературы

1. *Amsler, C.* Mesons beyond the naive quark model / C. Amsler, N. A. Tornqvist // Phys. Rept. — 2004. — Т. 389. — С. 61—117.
2. *Klempt, E.* Glueballs, hybrids, multiquarks. Experimental facts versus QCD inspired concepts / E. Klempt, A. Zaitsev // Phys. Rept. — 2007. — Т. 454. — С. 1—202. — arXiv: 0708.4016 [hep-ph].
3. *Karliner, M.* Multiquark states / M. Karliner, J. L. Rosner, T. Skwarnicki // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2018. — Т. 68. — С. 17—44. — arXiv: 1711.10626 [hep-ph].

4. Amplitude analysis of the $\pi^0\pi^0$ system produced in radiative J/ψ decays / M. Ablikim [и др.] // Phys. Rev. D. — 2015. — Т. 92, № 5. — С. 052003. — arXiv: 1506.00546 [hep-ex]. — [Erratum: Phys.Rev.D 93, 039906 (2016)].
5. Amplitude analysis of the $K_S K_S$ system produced in radiative J/ψ decays / M. Ablikim [и др.] // Phys. Rev. D. — 2018. — Т. 98, № 7. — С. 072003. — arXiv: 1808.06946 [hep-ex].
6. Analysis of the meson-meson data in the framework of the dispersion D -matrix method / A. Anisovich [и др.] // Phys. Rev. D. — 2011. — Т. 84. — С. 076001.
7. Observation of a broad 1^{--} resonant structure around $1.5 \text{ GeV}/c^2$ in the $K^+ K^-$ mass spectrum in $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$ / M. Ablikim [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Т. 97. — С. 142002.
8. Dalitz plot analyses of $J/\psi \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, $J/\psi \rightarrow K^+ K^- \pi^0$, and $J/\psi \rightarrow K_S^0 K^\pm \pi^\mp$ produced via $e^+ e^-$ annihilation with initial-state radiation / J. P. Lees [и др.] // Phys. Rev. D. — 2017. — Т. 95, № 7. — С. 072007.
9. Review of particle physics / P. A. Zyla [и др.] // PTEP. — 2020. — Т. 2020, № 8. — С. 083C01.
10. Letter of intent: a new QCD facility at the M2 beam line of the CERN SPS (COMPASS+/AMBER) / B. Adams [и др.]. — 2018. — Авг. — arXiv: 1808.00848 [hep-ex].
11. Bugg, D. Four sorts of meson / D. Bugg // Phys. Rept. — 2004. — Т. 397. — С. 257–358.
12. Towards the glueball spectrum from unquenched lattice QCD / E. Gregory [и др.] // JHEP. — 2012. — Т. 10. — С. 170. — arXiv: 1208.1858 [hep-lat].
13. Scalar Glueball in Radiative J/ψ Decay on the Lattice / L.-C. Gui [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Т. 110, № 2. — С. 021601. — arXiv: 1206.0125 [hep-lat].
14. Szczepaniak, A. P. The Low lying glueball spectrum / A. P. Szczepaniak, E. S. Swanson // Phys. Lett. B. — 2003. — Т. 577. — С. 61–66. — arXiv: hep-ph/0308268.
15. Huber, M. Q. Spectrum of scalar and pseudoscalar glueballs from functional methods / M. Q. Huber, C. S. Fischer, H. Sanchis-Alepuz // Eur. Phys. J. C. — 2020. — Т. 80, № 11. — С. 1077. — arXiv: 2004.00415 [hep-ph].
16. Moment-operator expansion for the two-meson, two-photon and fermion-antifermion states / A. Anisovich [и др.] // J. Phys. G. — 2002. — Т. 28. — С. 15–32.
17. Design and construction of the BESIII detector / M. Ablikim [и др.] // Nucl. Instrum. Meth. A. — 2010. — Т. 614. — С. 345–399.
18. BEPCII performance and beam dynamics studies on luminosity / C. Yu [и др.] // Proc. of International Particle Accelerator Conference (IPAC'16), Busan, Korea, May 8-13, 2016 (Busan, Korea). — Geneva, Switzerland : JACoW, 06.2016. — С. 1014–1018. — (International Particle Accelerator Conference ; 7). — URL: <http://jacow.org/ipac2016/papers/tuya01.pdf> ; doi:10.18429/JACoW-IPAC2016-TUYA01.
19. Review of particle physics / M. Tanabashi [и др.] // Phys. Rev. D. — 2018. — Т. 98, № 3. — С. 030001.
20. A study of $K^- \pi^+$ scattering in the reaction $K^- p \rightarrow K^- \pi^+ n$ at $11 \text{ GeV}/c$ / D. Aston [и др.] // Nucl. Phys. B. — 1988. — Т. 296. — С. 493.
21. Barnes, T. Strong decays of strange quarkonia / T. Barnes, N. Black, P. Page // Phys. Rev. D. — 2003. — Т. 68. — С. 054014. — arXiv: nucl-th/0208072.
22. Ebert, D. Mass spectra and Regge trajectories of light mesons in the relativistic quark model / D. Ebert, R. Faustov, V. Galkin // Phys. Rev. D. — 2009. — Т. 79. — С. 114029. — arXiv: 0903.5183 [hep-ph].
23. A systematic study of mass spectra and strong decay of strange mesons / C.-Q. Pang [и др.] // Eur. Phys. J. C. — 2017. — Т. 77, № 12. — С. 861. — arXiv: 1705.03144 [hep-ph].
24. $I = 0$ $C = +1$ mesons from 1920 to 2410 MeV / A. Anisovich [и др.] // Phys. Lett. B. — 2000. — Т. 491. — С. 47–58.
25. Study of the near-threshold $\omega\phi$ mass enhancement in doubly OZI-suppressed $J/\psi \rightarrow \gamma\omega\phi$ decays / M. Ablikim [и др.] // Phys. Rev. D. — 2013. — Т. 87, № 3. — С. 032008. — arXiv: 1211.5668 [hep-ex].
26. Partial wave analysis of $J/\psi \rightarrow \gamma\eta\eta$ / M. Ablikim [и др.] // Phys. Rev. D. — 2013. — Т. 87, № 9. — С. 092009. — arXiv: 1301.0053 [hep-ex]. — [Erratum: Phys.Rev.D 87, 119901 (2013)].
27. Minkowski, P. B decays into light scalar particles and glueball / P. Minkowski, W. Ochs // Eur. Phys. J. C. — 2005. — Т. 39. — С. 71–86. — arXiv: hep-ph/0404194.
28. Partial wave analysis of $J/\psi \rightarrow \gamma(\pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-)$ / J. Bai [и др.] // Phys. Lett. B. — 2000. — Т. 472. — С. 207–214. — arXiv: hep-ex/9909040.
29. Bugg, D. Study of $J/\psi \rightarrow \gamma\pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$ / D. Bugg. — 2009. — Июль. — arXiv: 0907.3021 [hep-ex].
30. The use of QCD in OZI violating radiative decays of vector mesons / A. Billoire [и др.] // Phys. Lett. B. — 1979. — Т. 80. — С. 381–384.
31. Zweig forbidden radiative orthoquarkonium decays in perturbative QCD / J. G. Korner [и др.] // Nucl. Phys. B. — 1983. — Т. 229. — С. 115.

Получено 19 июля 2021 г.