ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

На правах рукописи

Боднарчук Петр Иванович

УДК 519.6

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ТЕОРИИ ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ И РЕШЕНИЮ ЖЕСТКИХ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Специальность 01.01.07 - вычислительная математика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна - 1988

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

На правах рукописи

Боднарчук Петр Иванович

УДК 519.6

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ТЕОРИИ ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ И РЕШЕНИЮ ЖЕСТКИХ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Специальность 01.01.07 - вычислительная математика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна - 1988

Диссертационная работа выполнена на кафедре вычислительной математики и программирования Львовского ордена Ленина политехнического института им. Ленинского комсомола.

Официальные оппоненты:

1. ЖИДКОВ Е.П., доктор физико-математических наук, профессор.
2. МАКАРОВ В.Л., доктор физико-математических наук, профессор.
3. ТЕР-КРИКОРОВ А.М., доктор физико-математических наук, профессор.

Ведущее предприятие:
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша АН СССР.

10ч 30м

Защита состоится "13" октября 1988 г. на заседании специализированного совета Д 047.01.04 Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований по адресу : 141980, г. Дубна Московской области, ОИЯИ, Лаборатория вычислительной техники и автоматизации.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан "___" __________ 1988 г.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО СОВЕТА Иван ИВАНЧЕНКО З.М.

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

I. Актуальность проблемы. Результаты исследований относятся к проблеме разработки численных методов решения нелинейных задач. Основным обьектом исследований являются дробно-рациональные приближения, свойства и закономерности которых изучаются с помощью дробно-рациональных отображений и их композиций. Этот подход привел к созданию нового математического аппарата - ветвящихся цепных дробей /ВЦД/. Изучаются свойства ВЦД и некоторые их приложения. Из свойств аппарата ВЦД и дробно-рациональных приближений особого внимания заслуживает свойство вычислительной устойчивости: при определенных и достаточно общих условиях дробно-рациональные отображения и их композиции устойчивы относительно возмущения начальных данных. Это свойство положено в основу методики построения устойчивых методов численного анализа и методов решения возникающих в приложениях и математическом моделировании жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений / ОДУ /. Особенность численных методов решения жестких задач состоит в том, что они с помощью специального вида итерационных процедур реализуются покомпонентно, не используя обращений матриц типа Якоби систем. На этой основе сформировалось перспективное направление исследований в численном анализе.

2. Цель и задачи работы. Цель диссертационной работы состоит в разработке дробно-рациональных методов решения нелинейных задач на базе свойств и закономерностей ВЦД, включая построение, обоснование и исследование свойств дробно-рациональных алгоритмов решения традиционных задач вычислительной математики в рамках теории ВЦД и классов численных методов дробно-рационального вида решения жестких систем ОДУ с прило-

жениями к исследованию математических моделей реальных процессов и явлений.

3. Методы исследований. Основным методом исследований является метод многомерных дробно-рациональных отображений. Доказано, что композициям многомерных дробно-рациональных отображений эквивалентен алгоритм образования ВЦД. Это позволяет дробно-рациональные приближения рассматривать как отрезки ВЦД.

4. Научная новизна и состояние проблемы. Изучением цепных дробей,их свойств и приложений ученые занимались из древних времен. Велись поиски обобщений аппарата обыкновенных цепных дробей / ОЦД /, включая возможность его применения к исследованию функций многих переменных. Впервые приемлемое обобщение аппарата ОЦД в виде понятия ветвящейся цепной дроби получено В.Я. Скоробогатько и его учениками и опубликовано в ДАН УССР в 1967 г. Но от формулировки основного понятия к созданию на этой основе теории долгий путь. Вклад автора в развитие теории ВЦД частично отражен в совместной с В.Я. Скоробогатько монографии [24]. В дальнейшем автором продолжены исследования применений аппарата ВЦД в задачах построения конкретных вычислительных алгоритмов и разработке методов для исследования реальных прикладных задач. Принципиально важным результатом следует считать исследование свойства вычислительной устойчивости ВЦД и следствия из него о том, что при определенных условиях многомерные дробно-рациональные отображения сохраняют круговое свойство, имеющее место для линейных дробно-рациональных отображений. Это явилось отправным пунктом для исследований в теории численных методов, включая важный класс численных методов для решения жестких систем ОДУ. Например, для явного метода Эйлера $y_{n+1} = y_n + h y_n'$, имеющего ограниченную область абсолютной устойчивости, отобра-

жение $y=\frac{1}{z}$ приводит к L-устойчивому численному методу того же порядка точности $z_{n+1}=z_n^2(z_n-hz_n')^{-1}$. Отсюда, в частности, следует перспективность задачи поиска надежных по точности и экономичных по вычислительным затратам численных методов для исследования жестких задач, для которых

$$\frac{\max\limits_k |Re\,\lambda_k|}{\min\limits_k |Re\,\lambda_k|} \gg 1 \;/\; Re\,\lambda_k < 0 \;/,$$

где λ_k - собственные числа матрицы Якоби системы / сингулярно возмущенные задачи нами не исследуются /.

Следовательно, все излагаемые в работе результаты образуют единое целое и представляют собой единый подход по исследованию нелинейных методов вычислительной математики.

Для жестких задач вопросы построения, обоснования и исследования свойств численных методов, в том числе и дробно-рационального вида, рассматривались в работах Ламберта, Вамбека, Бобкова В.В., Хариера и др. Не приводя анализа достаточно емкой совокупности имеющихся результатов отметим, что главной и нерешенной проблемой в них оставалась задача распространения одномерных результатов покомпонентно на системы уравнений, т.е. без использования обращений матриц типа Якоби системы. В диссертационной работе приводится решение этой задачи с помощью итерационных вычислительных процедур, которые представляют собой специального вида модификации методов типа Ньютона. Построены конкретные алгоритмы одношаговых и многошаговых численных методов с переменным шагом интегрирования, исследованы их свойства и обоснованы методы применения их к решению систем ОДУ.

5. Практическая и теоретическая ценность результатов. Так как аппарат ВЦД является новым математическим аппаратом, то все излагаемые результаты являются составной частью теории и

приложений ВЦД. Решение ряда традиционных и важных задач из теории чисел, алгебры, теории функций, теории численных методов свидетельствует о разработке перспективного направления исследований в вычислительной математике.Кроме того, полученные результаты позволяют сформировать математическое и программное обеспечение процесса исследования математических моделей как в жестких, так и в нежестких случаях. Важной особенностью построенных и обоснованных численных методов для решения систем ОДУ является их применимость в случаях большой жесткости последних. Результаты экспериментальных испытаний на тестовых и реальных задачах подтвердили правильность теоретических выводов, надежность численных методов при исследовании жестких задач.

6. Перспективы внедрения и использования результатов.

Численные методы для решения задачи Коши для систем ОДУ реализованы в программных модулях АУИДРК, ИДРК-В, ИДРК-В-А, УИДРК-КИН-I-I,КИНСБ-2, ЕЖИК-5, ЕЖ-5А, ЕЖ-5Б, ВЕНА и др., которые предназначены для решения тестовых и прикладных задач. За счет усовершенствования используемого итерационного процесса в направлении повышения его качеств по устойчивости имеется возможность использования программных модулей в реальном времени. Поэтому использование результатов исследований перспективно в математическом моделировании для исследования важных прикладных задач и для математического обеспечения средств вычислительной техники, включая аппаратурную реализацию алгоритмов.

7. Аппробация результатов. Результаты работы докладывались и обсуждались на ежегодных научно-технических конференциях Львовского политехнического института / 1969-1987 г.г./, Объединенном научном семинаре по математике и механике Запад-

ного научного центра АН УССР / г. Львов, 1978-1984 г.г./, республиканском семинаре "ВЦД и вычислительная математика" научного совета по проблеме "Кибернетика" АН УССР / г. Львов , 1978 - 1987 г.г./, кафедры вычислительной математики Киевского госуниверситета / 1973 г., 1979 г./, заседании ученого совета Института математики АН УССР / г. Киев, 1973 г./, ВЦ АН СССР / г. Москва, 1975 г., научный руководитель проф. Диткин В.А./, Института математики СО АН СССР / г. Новосибирск, 1975 г., научный руководитель - проф. Янушаускас А.И./, республиканских школах-семинарах "Методы оптимизации вычислений" ИК АН УССР / 1976 - 1987 г.г. /, Всесоюзных школах-семинарах академика А.А. Самарского "Теоретические и прикладные проблемы вычислительной математики / 1980-1987 г.г./, I - 3 республиканских конференциях "Вычислительная математика в современном научно-техническом прогрессе" / г. Канев, 1974 г., г. Киев, 1978 г. , г. Канев, 1982 г./, республиканской конференции "Цепные и ветвящиеся цепные дроби и их применения" / г. Львов, 1975 г./, IX всесоюзной школе по теории операторов в функциональных пространствах / г. Тернополь, 1984 г. /, У и УI всесоюзных школах-семинарах "Распараллеливание обработки информации" / г. Косов, Ивано-Франковская обл., 1985 г., 1987 г./, III всесоюзной конференции "Математические методы распознавания образов" / г. Львов, 1987 г./, всесоюзной конференции "Новые подходы к решению дифференциальных уравнений" / г. Дрогобич, 1987 г./ и др.

8. Публикации. По результатам исследований опубликовано более 80 научных работ, в том числе две монографии.

9. Обьем и структура работы. Работа состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка литературных источников,

содержащего 156 наименований, изложена на 284 страницах машинописного текста, из которых 64 страницы занимают список литературных источников, таблицы с результатами вычислительного эксперимента, рисунки и приложение.

II. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Во введении дана общая характеристика работы и приведены основные результаты исследований.

В главе I "Исследования по теории ветвящихся цепных дробей" приведены основные результаты исследований автора по дробно-рациональным приближениям в рамках теории ВЦД и ее приложений.

В п. I.I введены основные понятия теории ВЦД и приведены примеры образования ВЦД. Доказано, что теория ВЦД является неформальным обобщением теории ОЦД и главным источником образования ВЦД

$$W_0 = a_0 + \sum_{k_1=1}^{N} \cfrac{a_{k_1}}{b_{k_1} + \sum\limits_{k_2=1}^{N} \cfrac{a_{k_1 k_2}}{b_{k_1 k_2} + \ldots}} \qquad /I/$$

$$\ldots + \sum_{k_m=1}^{N} \frac{a_{k_1 k_2 \ldots k_m}}{b_{k_1 k_2 \ldots k_m} + \ldots}$$

являются композиции дробно-рациональных отображений

$$W_0 = a_0 + \sum_{k_1=1}^{N} \frac{a_{k_1}}{W_{k_1}}, \; W_{k_1 \ldots k_m} = b_{k_1 \ldots k_m} + \sum_{k_{m+1}=1}^{N} \frac{a_{k_1 \ldots k_{m+1}}}{W_{k_1 \ldots k_{m+1}}} \qquad /2/$$

$$/ \quad k_s = \overline{1, N} \; ; \; s = 1, 2, 3, \ldots \quad /$$

Алгоритм образования ВЦД /I/ эквивалентен композиции отображений /2/ . Приведено обоснование основных преобразований ВЦД.

В п. I.2 исследуется свойство устойчивости дробно-рациональных приближений от возмущения начальных данных, которое названо свойством вычислительной устойчивости ВЦД. Определены условия, при выполнении которых ВЦД с положительными звеньями обладает свойством вычислительной устойчивости. Обоснование этого свойства основано на предположении, что все операции сложения выполняются точно, а в случае операций определения обратных величин допускается округление уоечения / для этого предварительно ВЦД приводится к виду с единицами в частных числителях на основании преобразований из п. I.I /.Сделанные допущения налагают ограничения на размер используемой разрядной сетки.

В п. I.3 приведено обоснование многомерных аппроксимационной и функциональной формул в виде ВЦД - аналогов известных в линейном анализе формул Ньютона и Тейлора / обоснование основано на новых понятиях обратных частных разностей и и обратных частных производных для функции многих переменных/.

В п. I.4 для многомерных степенных рядов строятся соответствующие ВЦД, области сходимости которых включают в себя области сходимости степенных рядов / здесь использовано свойство замкнутости многомерных дробно-рациональных отображений на классах специального вида функций /.

По содержанию п. I.5 представляет собой краткое введение в теорию дробно-рациональных численных методов решения задачи Коши для ОДУ. Здесь введены основные понятия из теории численных методов, приведено обоснование типичных дробно-рациональных приближений дифференцируемых функций. Исследуется скалярно-векторный вариант распространения одномерных дробно-рациональных алгоритмов на многомерный случай, доказаны условия сохранения уотойчивости при таком использовании алгоритмов, которые ограничивают предполагаемые области их применения.

В п. I.6 исследуется ряд алгоритмов численного дробно-рационального анализа, которые имеют самостоятельное значение для численного анализа и убеждают в том, что ВЦД - весьма полезный аппарат для успешного решения определенных классов задач вычислительной математики.

Здесь приведено обоснование алгоритма решения начальной задачи для разностных уравнений высших порядков с помощью ВЦД и приведены сравнения с методом прогонки.

Центральным результатом является обоснование итерационных дробно-рационального вида модификаций метода Ньютона решения систем нелинейных уравнений при условии их покомпонентного применения, т.е. без использования обращений матриц типа Якоби систем. В дальнейшем / см. главу II / они используются в качестве покомпонентных реализаций неявных одношаговых и многошаговых численных методов, предназначенных для исследования жестких задач. Если система уравнений имеет вид:

$$F(y_{n+1}) \equiv h u(y_{n+1}) + (y_n - y_{n+1}) = 0 \quad , \qquad /3/$$

то итерационный алгоритм ее решения исследуется в следующей форме записи:

$$y_{m+1} = y_m + W_m^{-1} F(y_m) \qquad /4/$$

где

$$y \in R^N \quad , \quad y = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T \quad , \quad h = x_{n+1} - x_n \quad ,$$

$$y_n = y(x_n) \quad , \quad y_m \equiv y_{n+1,m} \quad /m = 0,1,2,\dots/ ,$$

$$F(y_m) \equiv h u(y_m) + (y_n - y_m) = (F_{1m}, F_{2m}, \dots, F_{Nm}) \quad ,$$

$\Phi(y_m) \equiv h[u(y_m) - u[y_n + hu(y_m)]] = (\varphi_{1m}, \varphi_{2m}, \ldots, \varphi_{Nm})^T$.

$W_m = diag(w_{1m}, w_{2m}, \ldots, w_{Nm})$, $w_{im} = 1 + hv_{im}$,

$$hv_{im} = \left| \frac{\Phi_{im}}{F_{im}} \right| \qquad (i = \overline{1,N}) \quad :$$

Относительно функции $u(y)$ в /3/ предполагается, что

Iа. В некоторой области $D = [x_0, X] \times \Lambda$, $\Lambda = \{y : \|y\| < \infty\}$ матрица Якоби $\mathcal{J}(y)$ системы является отрицательно определенной и имеет отрицательные диагональные элементы.

Iб. В любой окрестности области D является F-дифференцируемой и в области D имеет ограниченные первые частные производные.

Iв. В области D существует окрестность начального приближения y_0 решения y_* системы /3/ в узле x_{n+1}, такая что $\|y - y_0\| \le \|F(y_0)\| < 1$.

Тогда доказана следующая теорема о покомпонентном распространении итерационных процедур /4/ на системы уравнений.

Теорема I.6.3. Если в системе уравнений /3/ функция $u(y)$ удовлетворяет условиям Iа - Iв, то существует такой шаг дискретизации $h_0 > 0$ / ограниченный или любой фиксированный /, что для любых $h \in (0, h_0)$ итерационный процесс /4/ сходится со скоростью геометрической прогрессии к решению $y_* = y_{n+1}$ системы уравнений /3/.

Кроме того, приведено обоснование новых классов одношаговых численных методов дробно-рационального вида для случая одного жесткого уравнения. Если использовать обращения матриц типа Якоби системы уравнений, то эти численные методы эффективны для исследования жестких систем ОДУ.

В главе II "Приложения в теории численных методов решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений" приведено построение, обоснование и исследований свойств специализированных численных методов / одношаговых и многошаговых с переменным шагом /, пригодных для исследования различных классов жестких задач.

В п. 2.I приведены вспомагательные сведения из теории численных методов.

В п. 2.2 излагаются результаты, касающиеся распространения на системы уравнений специального вида численных методов I-го и 2-го порядков, построенных методом конструирования. Приведено теоретическое обоснование этого направления исследований и некоторые результаты испытаний на тестах.

В п. 2.3 и п. 2.4 соответственно для неавтономных и автономных систем ОДУ приводится построение,обоснование и исследование свойств явных и итерационных, вложенных и различных типов по устойчивости одношаговых численных методов, основанных на использовании итерационной процедуры /4/.

В п. 2.5 исследуются вопросы покомпонентной реализации обоснованных ранее численных методов.Для этой цели указана возможность использования теоремы I.6.3 в качестве главного обоснования этой возможности. Обсуждается проблема минимизации вычислительных затрат на шаг интегрирования жестких систем ОДУ. Обсуждаются подходы решения этой задачи. Один из них состоит в применении итерационной процедуры /4/ для реализации многошаговых численных методов переменного шага интегрирования. Для этой цели приведено обоснование алгоритма многошаговых численных методов любого фиксированного порядка точности k вида

$$y_{n+1} = \sum_{m=0}^{k-1} \alpha_{km} y_{n-m} + \alpha_{kk} h y'_{n+1} \qquad , \quad /5/$$

где коэффициенты α_{km} $/m=\overline{0,k}/$ определяются из условия точности численных методов на многочленах до степени K-ой включительно. Если ввести обозначения: $h = x_{n+1} - x_n$, $h_m = x_{n-m+1} - x_{n-m}$, $h_m = K_m h$ $/m = \overline{1, K-1}/$, $S_i = K_1 + K_2 + \dots + K_i$, $A_{K,m} = S_K A_{K-1,m} + A_{K-1,m+1}$, где $A_{0,m} = m^i$, то последнее условие приводит к определению коэффициентов α_{Km} $/m = \overline{1, K}/$ из системы уравнений

$$\sum_{m=0}^{K-1} \alpha_{Km} = 1 \; , \; \sum_{m=1}^{K-1} (-1)^i \alpha_{Km} S_m^i + i\,\alpha_{KK} = 1 \qquad /i = \overline{1, K}/.$$

Для любого фиксированного K решение этой системы получаем в виде:

$$\alpha_{KK} = \frac{\prod_{m=1}^{K-1} (S_m + 1)}{A_{K-1,1}}, \; \alpha_{K,K-1} = (-1)^{K-1} \frac{\prod_{m=1}^{K-2} (S_m + 1) - \alpha_{KK} A_{K-2,1}}{S_{K-2} \prod_{m=1}^{K-2} (S_{K-2} - S_m)},$$

$$\alpha_{K,K-2} = (-1)^{K-2} \frac{\prod_{m=1}^{K-3} (S_m + 1) - \alpha_{KK} A_{K-3,1} - (-1)^{K-2} \alpha_{K,K-1} S_{K-1} \prod_{m=1}^{K-3} (S_{K-1} - S_m)}{S_{K-2} \prod_{m=1}^{K-3} (S_{K-2} - S_m)}$$

$$\alpha_{K,K-\nu} = (-1)^{K-\nu} \frac{\prod_{m=1}^{K-\nu-1} (S_m + 1) - \alpha_{KK} A_{K-\nu-1,1} - (-1)^{K-\nu} \sum_{m=K-\nu+1}^{K-1} \alpha_{Km} S_m \prod_{p=1}^{K-\nu-1} (S_m - S_p)}{S_{K-\nu} \prod_{m=1}^{K-\nu-1} (S_{K-\nu} - S_m)},$$

$$\alpha_{K1} = \frac{1}{S_1} \Big(1 - \alpha_{KK} + \sum_{m=2}^{K-1} \alpha_{Km} S_m\Big), \; \alpha_{K0} = 1 - \sum_{m=1}^{K-1} \alpha_{Km}.$$

Полученные численные методы с переменным шагом интегрирования с помощью алгоритма /4/ реализованы в программном модуле ЗИРКА-10 и применены к исследованию сложных прикладных задач.

Исследован и второй подход, состоящий в использовании вычислительной процедуры /4/ для формирования матриц типа Якоби системы на шаге и дальнейшем использовании различных методов расщепления для решения на шаге систем уравнений вида / 3/.

Исследованы и другие подходы, в частности, метод экспоненциальной подгонки по устойчивости как численных методов, так и итерационных процедур типа /4/ их реализации. Этот подход позволяет использовать соответствующие им программные модули для исследования жестких задач в масштабе реального времени.

В п. 2.6 приведены условия тестовых заданий.

В п. 2.7 приведены сведения об основных идентификаторах программных модулей.

В п. 2.8 приведены результаты экспериментальных испытаний численных методов на тестовых заданиях , анализ этих результатов и приведены сравнительные характеристики их качества.

В главе III " Применение к исследованию математических моделей" численные методы применяются к исследованию как нежестких, так и сильно жестких задач из газодинамики и химической кинетики.

В п. 3.I приведена постановка математической модели о внутреннем осесимметричном потоке, образованном вдувом горючей смеси с учетом медленного горения. Приведено разработку алгоритма решения возникающей краевой задачи, сведения о программной реализации алгоритма и результаты экспериментальных испытаниях, свидетельствующие о возможности табулирования решения задачи в широком диапазоне изменения ее параметров.

В п. 3.2 приведены краткие описания математических моделей реакции окисления окиси углерода, соответствующие различным уровням детализации механизма реакции. Из них

автору принадлежит разработка математической модели № 3 .

В п. 3.3 приведены сведения о результатах экспериментальных испытаний программных модулей на ЭВМ при исследовании математических моделей из п. 3.2 .На основании этих результатов излагается анализ процесса исследования соответственно выбору начальных условий. В каждом случае устанавливается время выхода реакции на режим стабилизации и приводится описание соответствующего фазового портрета, причем для модели № 5 приводятся данные об изменении потоков быстрой подвижности. Создано программное обеспечение процесса исследования каждой математической модели на ЭВМ типа СМ, приводятся сведения о программном решении ряда возникающих проблем : прослеживание поведения быстроубывающих компонент решения , переполнения разрядной сетки, обеспечение положительности решений и др. В итоге получен вывод о надежности программного обеспечения процесса исследования и эффективности используемых численных методов при исследовании сильно жестких и жестко осциллирующих задач.

В Приложении приведены распечатки программных модулей.

Таким образом, диссертационная работа является завершенным исследованием по теории дробно-рациональных приближений и применению ее результатов в теории численных методов решения задачи Коши для жестких систем ОДУ, выполнена на основных идеях и методах теории ВЦД, по результатам вносит существенный вклад в развитие методов исследования нелинейных задач и обоснование перспективных алгоритмов для исследования математических моделей, обладающих свойством жесткости.

На защиту выносятся следующие результаты:

I. В теории дробно-рациональных приближений - новое направление исследований, состоящее в построении аппарата ВЦД, изучении его свойств и разработке алгоритмов численного дробно-рационального анализа, в том числе:

- принципы построения аппарата ВЦД как композиций многомерных дробно-рациональных отображений, обоснование свойства вычислительной устойчивости и преобразований ВЦД ;
- обоснование с помощью понятий обратных частных разностей и производных аналогов формул типа Ньютона и Тейлора в виде ВЦД ;
- обоснование алгоритмов преобразования многомерных степенных рядов в соответствующие ВЦД на базе доказательства свойства замкнутости многомерных дробно-рациональных отображений специального вида на определенных классах функций ;
- разработка и обоснование метода ВЦД решения разностных уравнений фиксированного порядка и итерационных вычислительных процедур типа Ньютона решения нелинейных систем уравнений покомпонентно без использования обращений матрицы типа Якоби системы.

II. В теории численных методов решения задачи Коши для жестких систем ОДУ и приводящихся к ним разработку и обоснование одношаговых и многошаговых / переменного шага интегрирования / численных методов, применяемых покомпонентно без использования обращений матриц типа Якоби системы, в том числе

- построение, обоснование и исследование свойств явных алгоритмов численных методов для случая одного уравнения и систем уравнений средней жесткости ;
- построение, обоснование и исследование свойств отдельных классов вложенных одношаговых и многошаговых с переменным шагом численных методов для исследования нежестких и жестких задач ;
- результаты численных испытаний соответствущих численным методам программных модулей на тестовых заданиях и сравнительные характеристики их качества ;
- разработка и исследование математической модели обтекания в сверхзвуковом потоке конических тел / внутренняя задача/ и результаты численного исследования математических моделей реакции окисления окиси углерода на платиновых катализаторах.

Основные результаты опубликованы в работах:

I. Боднарчук П.И. Некоторые преобразования ветвящихся цепных дробей. // "Математические методы и физико-механические поля", вып. 2.- К.: Наукова думка, 1975. С. I53 - I55 .

2. Боднарчук П.И. О связи классической проблемы моментов для функций многих переменных с ветвящимися цепными дробями . // "Цепные дроби и их применения".- К.: изд-во Института математики АН УССР, I976 . С. 8 - II .

3. Боднарчук П.И. Представление решений краевых задач для линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка цепными дробями при помощи рекуррентных соотношений.// ДАН УССР, I97I, сер. А, № 7. С. 579 - 583 .

4. Боднарчук П.И. Об итерационных численных методах решения жестких задач.// Вестник Львов. политехн. ин-та "Дифференциальные уравнения и их применения", № 202. - Львов: изд-кое объед. "Вища школа", I986 . С. I4 - I6 .

5. Боднарчук П.И. Упрощенные аппроксимационная и интерполяционная формулы. // Вестник Львов. политехн. ин-та "Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений и алгебры", № I06.

Львов: изд-кое обьед. "Вища школа", 1975 . С. 5 - 8 .
6. Боднарчук П.И. Обобщенная интерполяционная формула типа Тиле. // Вестник Львов. политехн. ин-та "Дифференциальные уравнения и их применения", № I50.- Львов: изд-кое обьед. "Вища школа",I98I . С. 9 - II .
7. Боднарчук П.И. Специализированные итерационные численные методы устойчивой коррекции и решение "жестких" задач./Львов. политехн. ин-т.- Львов,I985.- I9 с.- Деп. в УкрНИИНТИ 7.06.I985 , № I24I Ук-85 Деп.
8. Боднарчук П.И. Об итерационных численных методах решения жестких задач. / Львов. политехн. ин-т.- Львов,I986.- 45 с. Деп. в УкрНИИНТИ 5.02.I986, № 4I7 Ук-86 Деп.
9. Боднарчук П.И. Одношаговые итерационные методы исследования жестких задач. // "Вычислительные методы и математическое моделирование" / тезисы докладов всесоюзной школы-семинара/ - Красноярск, I986 . С. 48 - 49 .
I0. Боднарчук П.И. Одношаговые итерационные численные методы для исследования жестких задач. // "Новые подходы к решению дифференциальных уравнений" / тезисы докладов всесоюзной конференции/.- М.: изд-во ВЦ АН СССР, I987. С. I6 - I7 .
II. Боднарчук П.И. Одношаговые итерационные численные методы дробно-рационального вида. // "Распараллеливание обработки информации" / тезисы докладов всесоюзной школы-семинара /, ч. I. - Львов: изд-во ФМИ АН УССР, I987 . С. II3 - II4 .
I2. Боднарчук П.И. Применение алгоритма ветвящихся цепных дробей для ускорения сходимости многомерных степенных рядов . // "Математические методы распознавания образов"/ММРО-III/, ч. I . Львов: изд-во ФМИ АН УССР, I987. С. 44 - 45 .
I3. Боднарчук П.И. Об одном методе интерполирования и прогнозирования многомерной информации. // "Математические методы

распознавания образов" / ММРО-III /,ч. I.- Львов: изд-во ФМИ АН УССР, I987 . С. 46 - 47 .
I4. Боднарчук П.И. Анализ погрешностей при вычислениях ветвящимися цепными дробями.// "Вопросы оптимизации вычислений " /тезисы докладов всесоюзного семинара, 6-8.I0.I987 г., г. Алушта /.- К.: изд-во ИК АН УССР, I987 . С. 33 - 34 .
I5. Боднарчук П.И. Решение методом цепных дробей уравнений с нелинейными операторами.// ДАН УССР,I970,сер. А,№ 2 . С. I03 - I06 .
I6. Боднарчук П.И. Один класс явных одношаговых нелинейных численных методов решения жестких дифференциальных уравнений. / Львов. политехн. ин-т.-Львов,I980.- II с.Деп. в ВИНИТИ 2.06.I980 , № 22I8-80 Деп.
I7. Боднарчук П.И. Решение методом цепных дробей уравнений с немонотонными операторами.// ДАН УССР,I970,сер. А, № 4. С. 299 -302 .
I8. Боднарчук П.И. Расширение областей абсолютной устойчивости одного класса численных методов нечетного порядка.//"Теоретические и прикладные проблемы вычислительной математики " / тезисы докладов всесоюзной школы-семинара/.- М.: изд-во ИПМ АН СССР, I98I. С. 38 .
I9. Боднарчук П.И. Первая краевая задача для квазилинейного уравнения $u_t - a(x,t,u)u_{xx} = f(x,t,u)$. // ДАН УССР, I97I, сер. А , № 5 . С. 390 - 393 .
20. Боднарчук П.И. Процедура расширения областей устойчивости явных численных методов./ Львов. политехн. ин-т.- Львов , I980. - 9 с.- Деп. в ВИНИТИ 25.I2.I980. № 5497-80 Деп.
21. Боднарчук П.И. Численные методы устойчивой линейной коррекции.// Вестник Львов. политехн. ин-та "Дифференциальные уравнения и их применения", № I92.- Львов: изд-кое обьед.

"Вища школа",1985. С. 10 - 12 .

22. Боднарчук П.И. Дробно-рациональные численные методы устойчивой коррекции решения жестких систем дифференциальных уравнений.// "Вычислительные методы и математическое моделирование" /тезисы лекций и докладов всесоюзной школы молодых ученых,г. Минск, 1984 г./.- М.: В/О "Знание" , 1984 . С. 34 - 35 .

23. Боднарчук П.И. Итерационные численные методы устойчивой коррекции. // "Теоретические и прикладные проблемы вычислительной математики и математической физики" / тезисы докладов всесоюзной школы-семинара, г. Рига, 1985 г./.- Рига : изд-во Латвийского госуниверситета, 1985. С. 79 - 81 .

24. Боднарчук П.И.,Скоробогатько В.Я. Ветвящиеся цепные дроби и их приложения.- Киев: Наукова думка, 1974.- 270 с.

25. Боднарчук П.И.,Скоробогатько В.Я. Успехи и задачи теории цепных и ветвящихся цепных дробей. // "Цепные дроби и их приложения".-Киев: изд-во Института математики АН УССР, 1976. С. 5 - 8 .

26. Боднарчук П.И.,Скоробогатько В.Я. Ветвящиеся цепные дроби, их роль и значение в математике.// "Вычислительная математика в современном научно-техническом прогрессе" /доклады республиканской конференции, 1974 г.,г. Канев/.-К.: изд-во Киевского госуниверситета, 1974. С. 104 - 109 .

27. Боднарчук П.И.,Иванел В.К.,Пустомельников И.П.,Слоневский Р.В. Вычислительная устойчивость цепных и ветвящихся цепных дробей.// "Цепные дроби и их применения".- Киев: изд-во Института математики АН УССР, 1976 . С. 12 - 14 .

28. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В.,Марко В.Ф. Об оценке решения задач цепными дробями. // Вестник Львов. политехн. ин-та "Вопросы алгебры и теории дифференциальных уравнений" .

Львов: изд-кое объед. "Вища школа", 1973 . С. 3 - 8 .

29. Боднарчук П.И.,Кучминская Х.И. Интерполяционная и функциональная формулы в виде ветвящихся цепных дробей. // "Математические методы и физико-механические поля",вып. 2.- К.: "Наукова думка", 1975. С. 31 - 36 .

30. Боднарчук П.И.,Пустомельников И.П. Представление решений краевых задач для линейных дифференциальных уравнений любого порядка ветвящимися цепными дробями при помощи рекуррентных соотношений. // ДАН УССР,1971,сер.А,№ 6. С. 493-496.

31. Боднарчук П.И.,Пустомельников И.П.,Слоневский Р.В. О решении краевых задач для дифференциальных уравнений высших порядков при помощи ветвящихся цепных дробей.// Известия вузов СССР "Математика", 1973, № 1 / 128 /. С. 15 - 23 .

32. Боднарчук П.И.,Пустомельников И.П.,Слоневский Р.В. О решении краевых задач для дифференциальных уравнений нечетных порядков при помощи ветвящихся цепных дробей.// Дифференциальные уравнения, 1974 , т. X,№ 7. С. 1207 - 1214 .

33. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В.,Скоробогатько В.Я.,Пустомельников И.П. Рекуррентные уравнения и ветвящиеся цепные дроби. // Вестник Львов. политехн. ин-та " Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений и алгебры", № 106.- Львов: изд-кое объед. "Вища школа",1975. С. 142 - 145 .

34. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными / под. ред. В.Я. Скоробогатько /.-К.: Наукова думка, 1972 .- 174 с.

35. Боднарчук П.И.,Пустомельников И.П.,Кровицкий И.И. Представление алгебраических иррациональностей ветвящимися цепными дробями.// Вестник Львов. политехн. ин-та "Дифференциальные уравнения и их применения", № 141.- Львов: изд-кое объед. "Вища школа", 1980. С. 11 - 12 .

36. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В. Общий принцип реализации дробно-рациональных методов для систем дифференциальных уравнений. // 3-я республиканская конференция "Вычислительная математика в современном научно-техническом прогрессе" /г. Канев, 1982 г./.- К.:изд-во ИК АН УССР, 1982 . С. 29 - 31 .

37. Боднарчук П.И.,Пустомельников И.П.,Бандырский Б.И. Об одном типе L-устойчивых численных методов.// 3-я республиканская конференция "Вычислительная математика в современном научно-техническом прогрессе" /г. Канев, 1982 г. /. К.: изд-во ИК АН УССР, 1982. С. 32 - 33 .

38. Боднарчук П.И.,Бандырский Б.И.,Максымив Е.М. О многомерной реализации явных дробно-рациональных численных методов . / Львов. политехн. ин-т.- Львов, 1983.- 17 с.-Деп. в ВИНИТИ № 709-83 Деп .

39. Боднарчук П.И.,Глинский Я.Н. Об энергетическом неравенстве и устойчивости численных методов решения дифференциальных уравнений.// "IX школа по теории операторов в функциональных пространствах" / тезисы докладов, г. Тернополь,1984/. Тернополь, "Збруч", 1984. С. 13 - 14 .

40. Боднарчук П.И.,Глинский Я.Н. К обоснованию некоторых нелинейных численных методов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. / Ред. колл. ж-ла ДУ.- Минск , 1985.- 7 с.- Деп. в ВИНИТИ 13.06.1985, № 4155-85 Деп.

41. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В. Алгоритмы решения жестких задач, допускающие распараллеливание.// "Распараллеливание обработки информации" / тезисы докладов и сообщений У всесоюзной школы-семинара/, ч. III.- Львов: изд-во ФМИ АН УССР, 1985 . С. 256 - 258 .

42. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В.,Максымив Е.М. Программное

обеспечение моделирования жестких динамических систем . // "Функционально ориентированные вычислительные системы" / тезисы докладов республиканской конференции/.-Харьков: изд-во Харьков. политехн. ин-та, 1986. С. 33 - 34.

43. Боднарчук П.И.,Лазурчак И.И. Численное моделирование пульсирующих неоднородных структур.// "Вычислительные методы и математическое моделирование" / тезисы докладов всесоюзной школы-семинара,г. Красноярск, 1986 г./.- Красноярск, 1986. С. 47 - 48 .

44. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В.,Максымив Е.М. Дробно-рациональные модификации методов Ньютона.// "Распараллеливание обработки информации" /тезисы докладов УI всесоюзной школы-семинара/, ч. I.- Львов: изд-во ФМИ АН УССР, 1987 . С. 115 - 116 .

45. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В.,Яремко Т.М. Построение и обоснование одного класса вложенных,одношаговых,итерационных численных методов./ Львов. политехн. ин-т.-Львов,1986. - 17 с.- Деп. в УкрНИИНТИ 25.02.1986, № 713 Ук-86 Деп.

46. Боднарчук П.И.,Демкив И.И.,Слоневский Р.В. Многошаговые переменного шага численные методы./ Львов. политехн. ин-т. Львов, 1987.- 19 с.- Деп. в УкрНИИНТИ 22.12.1987,№3249 Ук-87 Деп.

47. Боднарчук П.И.,Кравчишин О.З. Одношаговые L-устойчивые численные методы./ Львов. политехн. ин-т.-Львов,1985.- 18 с. Деп. в УкрНИИНТИ 24.09.1985, № 2268 Ук-85 Деп.

48. Боднарчук П.И.,Панькив О.Я. Об одном численном методе решения одномерной задачи диффузии с подвижной границей раздела фаз.// "Вычислительные методы и математическое моделирование" /тезисы докладов всесоюзной школы-семинара, г. Красноярск, 1986 г./.- Красноярск, 1986 . С. 46 - 47 .

49. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В. Алгоритмы решения жестких задач,допускающие распараллеливание.// "Расспараллеливание обработки информации" / тезисы докладов У всесоюзной школы-семинара/,ч. III.- Львов: изд-во ФМИ АН УССР , 1985. С. 256 - 258 .

50. Боднарчук П.И.,Слоневский Р.В. Обоснование дробно-рациональных численных методов устойчивой коррекции. // "Математические методы и физико-механические поля",вып. 23. Киев: Наукова думка, 1986. С. 32 - 37 .

51. Боднарчук П.И.,Лазурчак И.И.,Слоневский Р.В. Одношаговая реализация итерационных методов устойчивой коррекции . / Львов. политехн. ин-т.- Львов, 1985.- 14 с. - Деп. в УкрНИИНТИ 24.09.1985, № 2295 Ук-85 Деп.

52. Боднарчук П.И. Одношаговые итерационные численные методы для исследования жестких задач. // "Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений" / сборник научных работ под ред. С.С. Филиппова/.- М.: изд-во ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1988. С. 111 - 123 .

Соискатель ____________ БОДНАРЧУК П. И.

Подп. к печ. 30.05.88. БГ 00361. Формат 60x84/16
Бумага типограф. № 2. Офс. печ. Усл.печ.л. 1,5
Усл.крас.-отт. 1,5 . Учет.-изд.л. 1,395
Тираж 100 экз. Зак. 275 . Бесплатно

ЛПИ 290646 Львов-13, Мира, 12

Участок ротапринтной печати Опытного завода ЛПИ,
Львов, ул. 1-го Мая, 286.