

В.А. Мещеряков

963

МЕЗОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ
ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

Автореферат диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
академик

Н.Н.Боголюбов

Дубна 1962 год

В.А. Мещеряков

963

МЕЗОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ
ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

Автореферат диссертации, представленной на соискание
ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
академик

Н.Н.Боголюбов

Дубна 1962 год

В последнее время при исследовании различных процессов широко применяется метод дисперсионных соотношений. Он базируется на весьма общих положениях, основным из которых является принцип микроскопической причинности. При таком подходе нет необходимости в том, чтобы фиксировать конкретный вид взаимодействия, т.е. выписывать лагранжиан. Метод дисперсионных соотношений, по существу, является развитием предложенного Гайзенбергом^{/1/} пути прямого построения S -матрицы на основе унитарности и релятивистской инвариантности. Принцип микропричинности позволяет установить аналитические свойства амплитуды рассеяния по энергии при фиксированной передаче импульса и получить интегральные соотношения между эрмитовой и антиэрмитовой частями ее. Строгое обоснование метода дано в работах Н.Н.Боголюбова^{/2/}, в которых были сформулированы основные положения, делающие возможным вывод дисперсионных соотношений. Интерес к ним объясняется тем, что они не используют теории возмущений и допускают прямую экспериментальную проверку. Дальнейшее развитие метода дисперсионных соотношений связано с получением уравнений для парциальных амплитуд. Первыми работами в этом направлении были работы Оме^{/3/}, Чу, Гольдбергера, Лоу, Намбу^{/4/}.

Диссертация посвящена получению уравнений для парциальных амплитуд упругого πN -рассеяния при низких энергиях. Исходным пунктом служат двойные представления Мандельштама^{/5/}, свойства которых обсуждаются во введении.

В главе I рассматриваются условия унитарности во всех трех каналах узла πN , πN , а именно

$$I \quad \pi + N \rightarrow \pi' + N$$

$$II \quad \pi' + N \rightarrow \pi + N$$

$$III \quad \pi + \pi' \rightarrow N + \bar{N}.$$

Условие унитарности в III канале выражает фазу парциальных амплитуд процесса $\pi + \pi \rightarrow N + \bar{N}$ через фазы $\pi\pi$ -рассеяния. Кинематика πN -рассеяния характеризуется тем, что $M \neq \mu$ (M - масса нуклона, μ - масса мезона, далее всюду положим $\mu = 1$). Поэтому известные инварианты s , \bar{s} , t связаны с квадратом импульса и косинусом угла рассеяния в системе ц.м. ($\nu = q^2$ и c - соответственно) иррациональной зависимостью^{x)}. Выбор двух независимых переменных, через которые будет выражаться амплитуда рассеяния является не тривиальной задачей.

^{x)} Т.е. содержат $K(\nu) = \sqrt{(M^2 + \nu)(1 + \nu)}$

В качестве таковых удобно выбрать ν и s . Учет свойств кроссинг-симметрии скалярных функций амплитуды рассеяния $A_{\pm}^{(+)}$, $B_{\pm}^{(+)}$ произведен путем их симметризации, т.е. введением функции $\Phi = (A_{\pm}^{(+)}, A_{\pm}^{(-)}, B_{\pm}^{(+)}, B_{\pm}^{(-)})$. Для всех Φ справедливо соотношение $\Phi(s, \bar{s}, t) = \Phi(\bar{s}, s, t)$.

Аналитические свойства функций Φ в комплексной плоскости ν при фиксированном физическом, $|c| \leq 1$ устанавливаются из двойных представлений Мандельштама. При этом из-за особенностей кинематики возникает разрез по ν в интервале $-M \leq \nu \leq -1$. Этот разрез устраняется выделением из Φ симметричной Φ_s и антисимметричной Φ_a по $K(\nu)$ частей. Формально возникающая при этом величина $\Phi(\nu, c, -K(\nu))$ имеет простой физический смысл: если (ν, c) лежит в физической области I реакции, то $\Phi(\nu, c, -K(\nu))$ - значение амплитуды в определенной точке физической области II реакции. Кинематика разрезов функций $\Phi_{s,a}$ изображена на рис. 1. Из него легко увидеть преимущество переменных ν, c . Так, например, для рассеяния назад ближайшим и единственным будет разрез от III реакции. В переменных s, c наряду с разрезом от процесса III присутствует разрез от II -кроссинг-процесса. Конформное преобразование $\nu(s)$ переводит его начало в бесконечность при $c=-1$. Скачки функций $\Phi_{s,a}$ вдоль разрезов выражаются через мнимые части парциальных амплитуд; граничные значения $\Phi_{s,a}$ на разрезах представляются в виде сумм самих парциальных амплитуд. Теорема Коши и вышеупомянутые выражения для функций $\Phi_{s,a}$ и $Im \Phi_{s,a}$ позволяют сформулировать систему уравнений в терминах парциальных волн.

В главе II излагается обоснование способа получения уравнений для парциальных волн, а также получены уравнения для $S^{(-)}$, $P_{1/2}^{(-)}$, $P_{3/2}^{(-)}$ - амплитуд. Уравнения для отдельных парциальных волн можно выделить несколькими способами: путем использования проекционных операторов на заданное J , что сопряжено с интегрированием по ϕ в интервале $[-1, +1]$, комбинированием дисперсионных соотношений для отдельных фиксированных значений c или, что фактически то же самое, используя дисперсионные соотношения для производных амплитуды рассеяния по c . При интегрировании по c возникает необходимость в использовании рядов в областях, где они заведомо расходятся. Обычно в области их сходимости ограничиваются, со ссылкой на эксперимент, несколькими первыми членами разложений. Такая аппроксимация плоха вблизи границы сходимости, которая определяется областью задания спектральных функций и с необходимостью приводит к введению нового параметра L -обрезания по импульсу. Попытки устранить обрезание L предельным переходом $L \rightarrow \infty$ не приводят к успеху, ибо решения чувствительны к нему в силу грубости аппроксимации в нефизической области. Для того, чтобы обойти эти трудности предлагается при переходе к парциальным волнам использовать дисперсионные соотношения при тех значениях c , при которых не возникает проблем сходимости рядов Лежандра. Легко показать,

что такими значениями c будут $c = \pm 1$. Линии $c = \pm 1$ никогда не пересекают границ спектральных функций, а лишь имеют общие асимптоты. Они расположены на границе физических областей процессов I, II, III, поэтому при небольших энергиях в соответствующих каналах можно ограничиться первыми членами разложений. Такой способ выделения парциальных волн аналогичен методу работы /4/. В отличие от работы /4/ мы явно учитываем эффект $\pi\pi$ -взаимодействия. Рис. 1 показывает, что для выявления его особенно удобны дисперсионные соотношения при $c = -1$. В соответствии с этим построение уравнений для парциальных волн проводится путем комбинирования дисперсионных соотношений для $c = \pm 1$.

Дисперсионные соотношения при $c = -1$ содержат разрез от III процесса, который связывает систему уравнений для парциальных волн πN -рассеяния с аналогичной системой для процесса $\pi\pi \rightarrow NN$. Корректность учета разреза от III реакции является наиболее важным для определения $\pi\pi$ -взаимодействия из данных по πN -рассеянию. Обычно предполагают наличие узкого резонанса в системе двух π -мезонов в состоянии $T=J=1$ и заменяют разрез полюсом в точке резонанса /8/. Вычет полюса является параметром теории и его значение можно интерпретировать, только обратившись к электромагнитной структуре нуклона. Поскольку мы ставим задачу о получении сведений о $\pi\pi$ -взаимодействии из данных по πN -рассеянию, такой подход не является удовлетворительным. Вместо этого предлагается более подробно изучить вид функций Φ на разрезе от III процесса. При этом мы пользуемся двухчастичным условием унитарности в III канале, которое, строго говоря, справедливо в интервале $-3 \leq \nu \leq -1$. Практически нижний предел можно уменьшить, так как неупругие процессы, определяющие его величину, начинают играть заметную роль не сразу на пороге. Тогда на разрезе от III процесса функции с изотопическим индексом (-) имеют вид

$$\Phi = \Phi_1 e^{i\delta_1'} + \Phi_2,$$

где Φ_1 - неизвестная действительная функция, δ_1' - фаза $\pi\pi$ -рассеяния, а Φ_2 - известная функция, которая есть сумма всех высших парциальных волн. Для изотопического индекса (+) вид функции Φ аналогичен, однако вместо δ_1' , будем иметь δ_0^0 . S -волну с изотопическим спином 0. Ниже мы ограничимся рассмотрением состояний с изотопическим индексом (-), т.е. будем изучать влияние $\pi\pi$ -взаимодействия в состоянии $T=J=1$ на πN -рассеяние. Вычет полюса из работ /8/ определяется значением Φ в полюсе. Мы не будем пользоваться полюсным приближением, а воспользуемся тем, что электромагнитный формфактор π -мезона $F_{\pi}(\nu)$ в двухчастичном приближении имеет фазу, совпадающую с фазой Φ . Поэтому дисперсионное соотношение для $\Phi/F_{\pi}(\nu)$ не будет содержать неизвестной функции Φ_1 , а интеграл по разрезу от III процесса учтет влияние высших волн процесса $\pi\pi \rightarrow NN$ на πN -рассеяние. Таким образом, фактически проводится решение линейной на III разрезе краевой задачи.

Возникающая при этом неоднозначность сводится к неоднозначности в определении электромагнитного формфактора π -мезона. Возможность такого сведения наглядно иллюстрируется графическим изображением условий унитарности Φ и $F_{\pi}(\nu)$ (рис. 2). Комбинируя дисперсионные соотношения для рассеяния вперед, мы получаем систему уравнений для $S^{(-)}$, $P_{\pi}^{(-)}$, $P_{3/2}^{(-)}$ парциальных амплитуд. Система уравнений содержит ряд параметров за счет вычитания в дисперсионных соотношениях при $s=-1$. Согласно работе [7], дисперсионные соотношения для функций $A_{\pi S}^{(-)}$, $B^{(-)}$ при $s=+1$ справедливы без вычитания^{х)}. Деление функций $\Phi(\nu, -1)$ на $F_{\pi}(\nu)$ ухудшает поведение на бесконечности, и вычитание в дисперсионных соотношениях назад необходимо. Тем не менее вычитание не вводит новых параметров, ибо проводится только в дисперсионных соотношениях для рассеяния назад.

Подробно исследовано свойство кроссинг-симметрии системы уравнений в статическом приближении. Показано, что переход к парциальным волнам предложенным способом не меняет свойств кроссинг-симметрии парциальных амплитуд. В приближении фиксированного нуклона (разложение по $1/M$) установлено, что система уравнений обладает необходимой симметрией по ω (ω - энергия мезона в системе ц.м.), которая сводится к тому, что

$$f_S^{(-)}(\omega) + f_S^{(-)}(-\omega) = 0$$

$$f_{P_{3/2}}^{(-)}(\omega) - f_{P_{3/2}}^{(-)}(-\omega) + [f_{P_{3/2}}^{(-)}(-\omega) - f_{P_{3/2}}^{(-)}(-\omega)] = 0$$

$$f_{P_{3/2}}^{(-)}(\omega) + 2f_{P_{3/2}}^{(-)}(\omega) + [f_{P_{3/2}}^{(-)}(-\omega) + 2f_{P_{3/2}}^{(-)}(-\omega)] = 0.$$

Учет свойств кроссинг-симметрии важен, так как позволяет более точно определить влияние $\pi\pi$ -взаимодействия на πN -рассеяние. Наиболее просто это видно на примере $S^{(-)}$ -волны. Экспериментальные данные говорят о том, что $Re f_S^{(-)}(\omega)$ постоянна в широком интервале $\omega > 1$, а кроссинг-симметрия приводит к зависимости $Re f_S^{(-)} = a^- \omega$. Величина a^- ($\omega=1$) обязана своим происхождением кроссинг-симметрии и выражается через характеристики $\pi\pi$ -взаимодействия.

В главе III приводится сравнение полученной системы уравнений с экспериментальными данными. При вычислении интегралов от $Im \Phi$ вдоль разрезов от I и II реакций пользуемся обычным предположением о важности лишь одной πN -фазы- фазы α_{33} . Тогда для $a^{(-)}$ получается выражение, в точности

^{х)} В пользу этого также свидетельствует и теорема Померанчука [8].

совпадающее с таковым из [4]. Значение a^- хорошо согласуется с экспериментальной величиной. В рамках сделанных предположений $d_1^{(-)} = 1/3 (a_{11} - a_{13})$ и $d_3^{(-)} = 1/3 (a_{31} - a_{33})$ плохо вычисляется из теории. Однако, если в уравнениях для P-волн провести дополнительное вычитание и рассматривать $d_1^{(-)}$ и $a_3^{(-)}$ как параметры, удается объяснить энергетический ход $P_{\pi}^{(-)}$, $P_{3/2}^{(-)}$. Окончательная система имеет вид

$$Re f_a^{(-)} = a^- \omega F_{\pi}(\omega^2)$$

$$3Re f_{P_{3/2}}^{(-)} = \nu [d_1^{(-)}[\omega + 1 + F_{\pi}(\omega^2)] + d_3^{(-)}[2 \frac{\nu}{\omega + 1} + 1 - F_{\pi}(\omega^2)] + 2 \frac{\nu}{\omega} f^2 + a^- \omega \frac{1 - F_{\pi}(\omega^2) + \nu F_{\pi}'(\omega^2)}{\nu} \Big|_{\omega=1} - \frac{2\nu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Im f_{P_{3/2}}^{(-)}}{\nu' \omega'} \frac{d\nu'}{\omega' + \omega} - \frac{\nu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Im f_{P_{3/2}}^{(-)}}{\nu'^2 (\nu' - \nu)} [\frac{F_{\pi}(\omega'^2)}{F_{\pi}(\omega^2)} - 1] d\nu']$$

$$3Re f_{P_{3/2}}^{(-)} = \nu [d_3^{(-)} [2\omega + \frac{1 + F_{\pi}(\omega^2)}{2}] + d_1^{(-)} [\frac{\nu}{\omega + 1} - \frac{1 - F_{\pi}(\omega^2)}{2}] + 2 \frac{\nu}{\omega} f^2 + a^- \omega \frac{1 - F_{\pi}(\omega^2) + \nu F_{\pi}'(\omega^2)}{\nu} \Big|_{\omega=1} + \frac{\nu}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Im f_{P_{3/2}}^{(-)}}{\nu' \omega'} [1 + 2 \frac{\omega}{\omega'}] d\nu' + \frac{\nu}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{Im f_{P_{3/2}}^{(-)}}{\nu'^2 (\nu' - \nu)} [\frac{F_{\pi}(\omega'^2)}{F_{\pi}(\omega^2)} - 1] d\nu']$$

$$a^- = 2 [f^2 - \frac{1}{3\pi} \int_0^{\infty} \frac{Im f_{P_{3/2}}^{(-)}}{\nu' \omega'} d\nu'] \quad \Phi_{\pi}(\omega^2) = \frac{t_r/4}{t_r/4 - 1 + \omega^2}$$

Из энергетического хода $S^{(-)}$ -волны удается определить положение резонанса в $T=J=1$ волне $\pi\pi$ -рассеяния. Согласно с экспериментом получаем при $d_1^{(-)} = 0.08$, $t_r = 22$. Зависимость $S^{(-)}$ от параметра t_r слабая, поэтому для надежного определения его величины крайне существенна точность определения фазовых сдвигов. Без $\pi\pi$ -взаимодействия ($F_{\pi}(\omega^2) \equiv 1$) понять энергетическую зависимость $S^{(-)}$ -волны нельзя (см. рис.3). В области $\eta > 1.4$ наблюдается разброс экспериментальных данных относительно теоретической кривой. Такое не монотонное поведение кривой нельзя получить за счет параметров $d_1^{(-)}$, t_r . Точка $\eta = 1.4$ является границей первого неупругого процесса, а именно $\pi N \rightarrow 2\pi N$. Поэтому вероятно, что учет неупругих процессов приведет к немонотонностям в энергетической зависимости $Re f_S^{(-)}(\omega)$.

Вид функций, стоящих множителями перед параметрами $d_1^{(-)}$, $d_3^{(-)}$, следует

из свойств кроссинг-симметрии. Они приводят к тому, что кривые $\text{Re } f_{P_{3/2}}^{(-)}$ чувствительны к малым изменениям величин $a_1^{(-)}$ и $a_3^{(-)}$ при $\eta=2-3$. Роль $\pi\pi$ -взаимодействия велика в $P_{1/2}^{(-)}$ -волне и мала в $P_{3/2}^{(-)}$. Последнее связано с тем, что формула Чу-Лоу для a_{33} хорошо описывает эксперимент до резонанса, а выше него наблюдается отклонение теоретической кривой от экспериментальных данных. Именно в этой области $\pi\pi$ -члены достигают заметной величины. Интересно отметить, что из системы (2) следует, что $f_1^{(-)} < 0$. Вывод о знаке $a_1^{(-)}$ определяется кроссинг-симметрией и не зависит от вычитания в P -волновых уравнениях.

Выводы

1. На основании двойных представлений Мандельштама получена система уравнений в терминах парциальных волн. Установлена особо важная роль дисперсионных соотношений для рассеяния назад.
2. Обосновывается переход к системе уравнений для парциальных волн путем комбинирования дисперсионных соотношений при $c = \pm 1$. Проводится сравнение с другими способами получения уравнений для парциальных волн.
3. Исследованы свойства кроссинг-симметрии полученной системы уравнений. Показано, что предлагаемый способ получения уравнений приводит к обычным свойствам кроссинг-симметрии (1).
4. Неоднозначность учета $\pi\pi$ -взаимодействия сводится к неоднозначности в выборе электромагнитного формфактора π -мезона $F_{\pi}(\omega^2)$. Для конкретного вида $F_{\pi}(\omega^2)$ проводится сравнение с экспериментом. Обсуждаются другие возможности выбора $F_{\pi}(\omega^2)$.
5. Эффект $\pi\pi$ -взаимодействия в системе уравнений (2) определяется формфактором $F_{\pi}(\omega^2)$. При выключении $\pi\pi$ -взаимодействия ($F_{\pi}(\omega^2) = 1$) система уравнений (2) переходит в уравнения работы $^{1/4}$ с соответствующими вычитаниями.
6. Сравнение уравнения для S -волны с экспериментальными данными показало, что энергетическую зависимость можно объяснить при $a = 0.08$, $t_f = 22$. Кривая мало чувствительна к величине t_f и для надежного определения ее очень важна точность экспериментальных данных.
7. P -волновые амплитуды сильно зависят от величин $a_1^{(-)}$ и $a_3^{(-)}$ при $\eta=2-3$, что является следствием кроссинг-симметрии. Роль $\pi\pi$ -взаимодействия велика в $P_{1/2}^{(-)}$ -волне и мала в $P_{3/2}^{(-)}$ до $\eta=2$. Малость $\pi\pi$ -членов до $\eta=2$ в $P_{3/2}^{(-)}$ есть результат того, что формула Чу-Лоу для a_{33} -фазы хорошо описывает эксперимент до резонанса. Экспериментальные данные удовлетворительно описываются системой (2) при $a_1^{(-)} = -0.004$ и $a_3^{(-)} = -0.1$.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. В.А.Мешеряков. ЖЭТФ, **35**, 290 (1958).
2. А.В.Ефремов, В.А.Мешеряков, Д.В.Ширков. ЖЭТФ, **39**, 438 (1960).
A.V.Efremov, V.A.Meshcheryakov and D.V.Shirkov. Phys. Abh. Su **3**, 241 (1961).
3. А.В.Ефремов, В.А.Мешеряков, Д.В.Ширков. ЖЭТФ, **39**, 1099 (1960).
A.V.Efremov, V.A.Meshcheryakov and D. V. Shirkov Phys. Abh. Su **4**, 1 (1961).
4. A.V.Efremov, V.A.Meshcheryakov, D.V.Shirkov, Hun Yuan Tzu.
Nucl. Phys. **22**, 202 (1961).
5. A.V.Efremov, V.A.Meshcheryakov, D.V.Shirkov, Hun Yuan Tzu.
Proc. of Rochester Conference (1961).
6. П.С.Исаев, В.А.Мешеряков. "Влияние $\pi\pi$ -взаимодействия на S - и P -волны πN -рассеяния. Препринт ОИЯИ, P-938 (1962).

Литература

1. W.Heisenberg. Z. f. Phys. **120**, 513, 673 (1943).
2. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М.Гостехиздат, 1957.
Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Гос. издат. физ.-мат. лит. Москва, 1958.
3. R.Cehme. Phys. Rev. **1100**, 1503 (1955); **102**, 1174 (1958).
4. G.Chew, M.Goldberger, F.Low, Y.Nambu. Phys. Rev. **106**, 1337 (1957).
5. S. Mandelstam. Phys. Rev. **112**, 1344 (1958).
6. J.Bowcock, W.N.Cottingham, D.Lurie. Nuovo Cim. **16**, 918 (1961). J.Hamilton et al. Ann. of Phys. **17**, 1 (1962).
7. U.Haber-Shain. Phys. Rev. **104**, 1130 (1956).
8. И.Я.Померанчук. ЖЭТФ, **3**, 306 (1956).

Рукопись поступила в издательский отдел
9 апреля 1962 года.

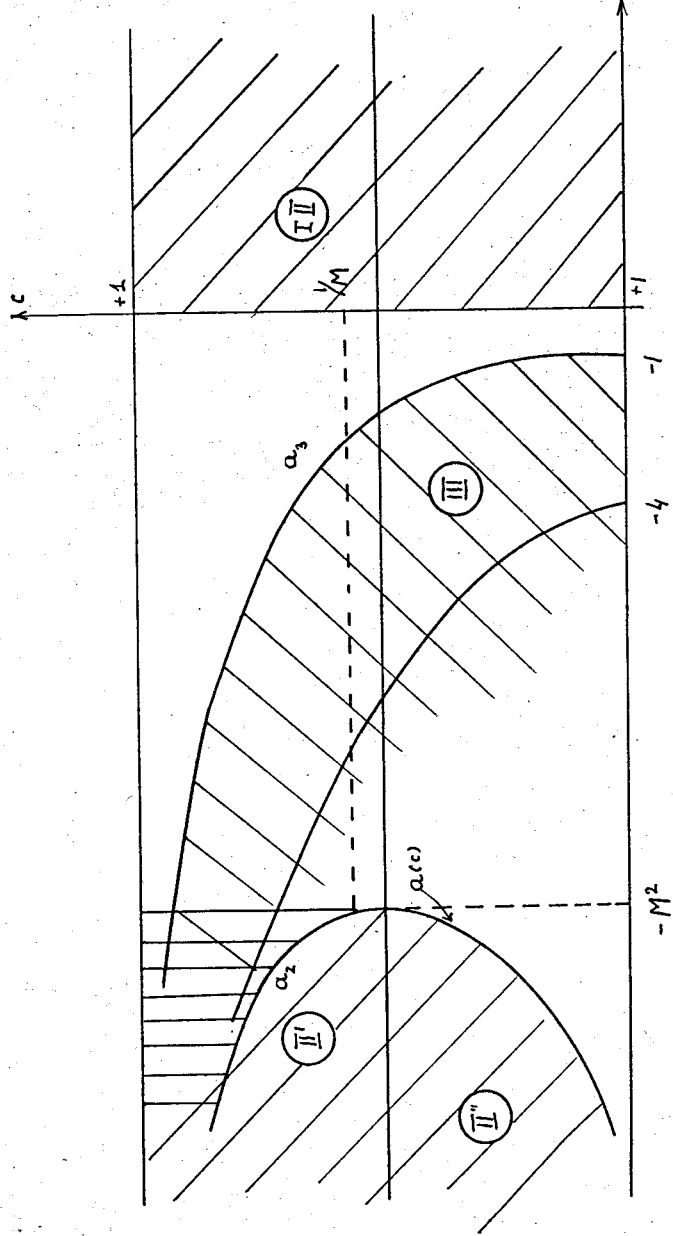


Рис. 1.

10

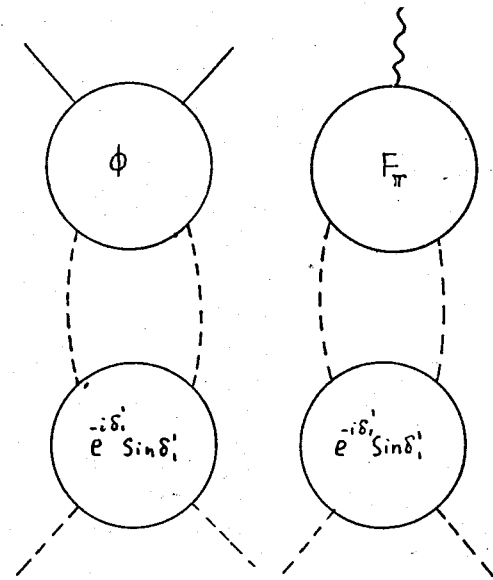


Рис. 2.

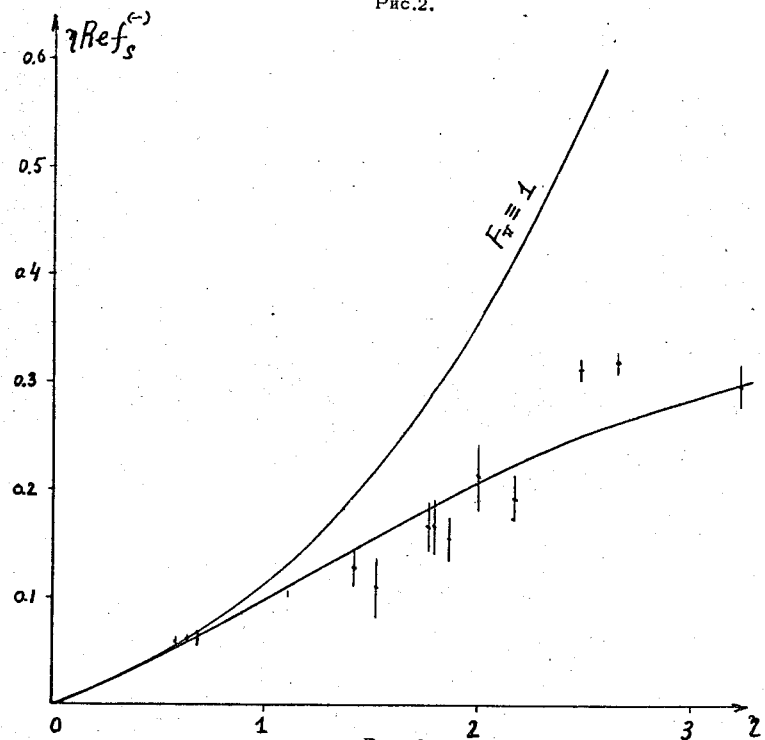


Рис. 3.