

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

С323  
M-335

4 - 5102

А.В. Матвеевко

**МЕДЛЕННЫЕ СТОЛКНОВЕНИЯ  
В СИСТЕМЕ ТРЕХ ТЕЛ,  
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПО ЗАКОНУ КУЛОНА**

**Специальность 041 - теоретическая физика**

Автореферат диссертации на соискание учёной  
степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1970

Работа выполнена в Институте теоретической физики  
АН УССР, г. Киев.

Научные руководители:  
кандидат физико-математических наук, доцент С.П. Аллилуев,  
кандидат физико-математических наук Л.И. Повомарев

Официальные оппоненты:  
доктор физико-математических наук, профессор Г.Ф. Друкарев,  
доктор физико-математических наук В.В. Бабилов

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Физический  
институт Академии наук им. П.Н. Лебедева, г. Москва

Автореферат разослан " " 1970 г.  
Защита диссертации состоится " " 1970 г. на  
заседании Учёного совета Лаборатории ядерных проблем Объе-  
диненного института ядерных исследований. Адрес: г. Дубна,  
Московской области, ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь Совета

О.А. Займидорога

4 - 5102

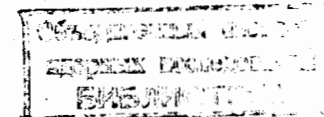
А.В. Матвеевко

МЕДЛЕННЫЕ СТОЛКНОВЕНИЯ  
В СИСТЕМЕ ТРЕХ ТЕЛ,  
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПО ЗАКОНУ КУЛОНА

Специальность 041 - теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание учёной  
степени кандидата физико-математических наук

4517 69



Точное решение задачи двух центров квантовой механики<sup>/1/</sup> позволяет сформулировать и реализовать общий подход к изучению процессов с участием трех тел, взаимодействующих по закону Кулона. Он состоит в разложении полной волновой функции системы трех тел по состояниям двухцентровой задачи и является единственно возможной в настоящее время последовательной реализацией метода молекулярных состояний<sup>х/</sup>. Предложенная методика особенно удобна для рассмотрения простейших реакций с перераспределением частиц типа



при тепловых энергиях столкновений, поскольку в этом случае следует ожидать хорошей точности результатов уже в грубом двухуровневом приближении. Метод молекулярных состояний лишен внутренних противоречий и очевидным образом обобщается на случай произвольного числа уровней. В рамках метода легко провести его сравнение с традиционной теорией возмущений, если в качестве возмущения выбрать оператор ядерного движения. В частности, приближение двух уровней практически эк-

---

<sup>х/</sup> Более употребительное название этого метода - метод возмущенных стационарных состояний (В.С.С.) - кажется нам неудачным, поскольку плохо отражает сущность подхода.

вивалентно учёту первой поправки теории возмущений к матрице потенциальной энергии для процессов (1).

В работе принято двухуровневое приближение метода молекулярных состояний. Оно приводит к связанной системе двух уравнений Шредингера, которая в самом общем случае имеет вид

$$\left(\frac{d^2}{dR^2} + k_1^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{R^2}\right)X_1 = K_{11}X_1 + K_{12}X_2 + 2Q_{12}\frac{dX_2}{dR}$$

$$\left(\frac{d^2}{dR^2} + k_2^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{R^2}\right)X_2 = K_{21}X_1 + K_{22}X_2 + 2Q_{21}\frac{dX_1}{dR} \quad (1a)$$

Конкретный вид матричных элементов  $K_{ij}$  определяется особенностями задачи; В каждом отдельном случае они выражаются через термы задачи двух центров и матричные элементы от оператора ядерного движения по решениям двухцентральной задачи. Для решения этой системы уравнений использован метод фазовых функций<sup>/2/</sup>. Известно, что процесс рассеяния удобно описывать при помощи унитарной матрицы рассеяния  $S$ . Оказывается, что исходя из системы уравнений Шредингера для задачи рассеяния, можно записать уравнение для матрицы  $S(R)$ , удовлетворяющей условию  $S=S(\infty)$ .  $S$  - матрица в общем случае зависит от  $N(N+1)/2$  вещественных параметров. Практически метод фазовых функций состоит в выборе этих параметров, получении для них уравнений, интегрировании уравнений в интервале  $(0 < R < R_m)$  и оценки вклада в значения параметров области  $(R_m < R < \infty)$ . При решении двухканальных задач в работе приняты параметры, обобщающие известную параметризацию Мак-Хейла-Тэдера<sup>/2/</sup>. Уравнения м.ф.ф. решаются с контролируемой точностью, поэтому погрешность найденных в работе физических величин определяется двухуровневым приближением метода молекулярных состояний. Из упомянутой выше аналогии с теорией

возмущений следует, что в приближении двух уровней матрица потенциальной энергии задачи рассеяния задается с точностью до членов  $(m/M)^2$ , в обозначениях<sup>/3/</sup>

$$1/m = 1/M_3 + 1/(M_1 + M_2); \quad 1/M = 1/M_1 + 1/M_2,$$

которые следуют из принятого в работе способа выделения движения центра инерции системы (координаты Якоби), здесь  $M_1, M_2$  - массы ядер,  $M_3$  - масса электрона (или мезона), участвующих в реакции (1). Эта точность может быть улучшена прямым учетом других состояний задачи двух центров. Изложенная методика применена к ряду задач.

В третьей главе исследуется процесс



Эта классическая задача<sup>/3/</sup> о перезарядке протона на атомах водорода решена нами в интервале энергий столкновения  $10^{-5}$  эв  $\leq E \leq 5$  эв. Получены фазы рассеяния, парциальные и полные сечения перезарядки, а также некоторые другие сечения, учитывающие статистику протонов. Анализ результатов позволяет проследить особенности перехода от малых энергий столкновения к большим, а также выяснить границы применимости квазиклассического способа вычисления сечений и борновского приближения для нахождения парциальных фаз рассеяния. Установлено, что в основной (gerade) потенциальной яме молекулы (per) существует 20 связанных состояний, а в потенциале (ungerade) - 2 слабосвязанных состояния. Эти факты отмечаются, по-видимому, впервые.

В двух следующих главах изучаются некоторые мезоатомные процессы, в частности, в гл. IV исследуются реакции типа симметричной перезарядки



Вычислены длины рассеяния, которые обычно используются для оценки величин сечений некоторых физических процессов<sup>/4/</sup>. В нечётном (ungerade) канале наши результаты значительно отличаются от вычислений других авторов. Анализ показывает, что причиной этого расхождения является пренебрежение в более ранних расчётах дальнедействующим характером исследуемых потенциалов (см.<sup>/5/</sup>, стр. 124)

$$V(R) \approx \frac{a}{R^4}, \quad R \rightarrow \infty. \quad (3)$$

При последовательном подходе к изучению процессов (2a) в области тепловых энергий столкновений необходим учёт сверхтонкого расщепления  $\Delta E$  основного состояния мезоатомов водорода

$$\Delta E = \begin{cases} 0,183 \text{ эв для } p\mu^- \\ 0,049 \text{ эв для } d\mu^- \\ 0,241 \text{ эв для } t\mu^- \end{cases} \quad (4)$$

Соответствующие уравнения были получены ранее Герштейном<sup>/6/</sup> и решены им аналитически в приближении понятия длины рассеяния. В главе IV эта система уравнений решается численно и производится сравнение с формулами Герштейна. Получены простые аналитические выражения для сечений перехода между компонентами сверхтонкой структуры мезоатомов водорода в процессе столкновения (2a). Они зависят от параметров, для нахождения которых в общем случае двухканальной реакции необходимо решать соответствующую систему уравнений Шредингера. Иногда, например, для реакции  $d\mu^- + d$  достаточно знать длины рассеяния. Установлена связь с результатами Герштейна. Показано, что область применимости понятия длины рассеяния и других низкоэнергетических параметров рассеяния значительно расширяется, если использовать асимптотическое разложение для фазы рассеяния

$$\delta(k) \text{ на потенциалах (3)}$$

$$k \operatorname{ctg} \delta = -\frac{1}{a} - \frac{\pi a}{3a^2} k - \frac{2a}{3a} k^2 \ln \left( \frac{ak^2}{16} \right) \quad (5)$$

( $k$  - волновое число,  $a$  - длина рассеяния). Формула (5) аналогична приближению эффективного радиуса в теории рассеяния на экспоненциально убывающих потенциалах<sup>/2/</sup>. В нашем подходе формулы Герштейна соответствуют отбрасыванию в разложении (5) двух последних членов. При рассмотрении упругих каналов реакций (2a) это разумно лишь для энергий столкновений  $E \leq 10^{-3}$  эв.

Если энергия столкновения значительно превышает величину сверхтонкого расщепления  $\Delta E$  основного состояния мезоатома (4), можно пренебречь сверхтонкой структурой при рассмотрении процессов (2a). Задача упрощается и сводится к решению уравнений из главы III для реакции (2), но с изменёнными параметрами. Это изменение приводит, однако, к качественно новому ходу процессов. По мере того как в сечениях реакций (2a) начинают давать вклад парциальные волны с  $\ell = 1, 2, 3 \dots$ , их зависимость от энергии столкновения  $E$  приобретает резонансный характер. Проведен фазовый анализ этих явлений, который, в частности, позволяет установить число связанных состояний для молекулярных систем  $p\mu^-p$ ,  $d\mu^-d$ ,  $t\mu^-t$  с различными значениями орбитальных моментов<sup>/4/</sup>.

Результаты парциального анализа реакций (2, 2a) имеют, по-видимому, значительный методический интерес, поскольку на примере конкретных физических задач они иллюстрируют многие общие положения теории потенциального рассеяния. Как правило, ранее для этого использовались простые модельные потенциалы.

В главе V вычислены сечения, определяющие ход реакций изотопного обмена

$$p\mu^- + d \leftrightarrow d\mu^- + p$$

$$p\mu^- + t \leftrightarrow t\mu^- + p$$

$$d\mu^- + t \leftrightarrow t\mu^- + d.$$

(5)

Матрица потенциальной энергии  $K(R)$  для процессов (5) оказывается несимметричной в зоне реакции  $K_{12}(R) \neq K_{21}(R)$ .

Для этого случая нами получены уравнения метода фазовых функций, обобщающие уже известные<sup>/2/</sup>. Произведено сравнение с более ранними расчётами. Как и в задачах главы IV, оказывается полезным асимптотическое разложение (5). Результаты этой главы, по-видимому, наиболее интересны для приложений<sup>/7/</sup>.

Использованное в работе двухуровневое приближение метода молекулярных состояний физически естественно и довольно просто для практических вычислений. Оно очевидным образом обобщается на случай  $N > 2$  числа каналов. (Соответствующие уравнения м.ф.ф. получены Л.И. Пономаревым). Такое обобщение позволило бы установить истинную точность приближения двух состояний.

Как уже отмечалось, при решении задач из глав III-V в качестве базиса для разложения волновой функции системы трех тел, взаимодействующих по закону Кулона, использовались состояния задачи двух центров квантовой механики, т.е. молекулярные состояния системы  $(Z_1, eZ_2)$ . Собственные значения (термы) этой молекулы в некоторых случаях дают существенную информацию о ходе процессов рассеяния без предварительного численного решения соответствующих уравнений. Так, например, мы воспользовались тем, что у системы типа (мезо)молекулы  $\Pi_2^+$  термы (gerade) и (ungerade) находятся в относительной изоляции от совокупности оставшихся термов, для

оправдания применимости двухуровневого приближения при решении задач рассеяния из глав III-V. Недавно полученные Пономаревым и Пузыниной квазипересечения термов в молекулах  $(Z_1, eZ_2)$ <sup>/1/</sup> и вычисление матричных элементов, связывающих взаимодействующие состояния, равным образом свидетельствуют, что эти термы дают хороший базис для применения приближения двух уровней метода молекулярных состояний.

В системе  $(Z_1, eZ_2)$  имеются также термы, пересечение которых ставилось под сомнение в связи с мнимым нарушением теоремы Неймана-Вигнера<sup>/8/</sup> о непересечении термов одинаковой симметрии. Поскольку молекула  $(Z_1, eZ_2)$  имеет ось вращения, то, если считать, что ее группа симметрии сводится к чисто геометрическим преобразованиям, теорема Неймана-Вигнера запрещает пересекаться термам с одинаковой проекцией орбитального момента  $m$  на ось молекулы. В частности, тогда не могли бы пересекаться  $\sigma$ -термы ( $m = 0$ ), что, однако, имеет место. В главе VI для системы  $(Z_1, eZ_2)$  строится группа симметрии, учитывающая факт разделяемости переменных в задаче двух центров квантовой механики. В силу разделяемости переменных волновая функция молекулы  $(Z_1, eZ_2)$  факторизуется, и за индексы новой группы симметрии можно взять числа нулей ее множителей. Тем самым область действия теоремы Неймана-Вигнера распространяется на системы с разделяющимися переменными<sup>/9/</sup>.

Как нам кажется, в работе удалось выяснить необоснованность возражений против метода молекулярных состояний, связанных с так называемым вопросом о "трансляционной экспоненте"<sup>/7/</sup>. Асимптотические свойства решений системы уравнений Шредингера задачи рассеяния (1) самосогласованно улучшаются с увеличением числа учтенных состояний задачи двух центров.

В главе VII (заключении) кратко изложены основные результаты диссертации.

В приложение вынесены технические детали, существенные при практической реализации метода фазовых функций.

Основное содержание работы напечатано в статьях /3,4,9/, а также докладывалось в Международной школе по теоретической физике в Ялте, 1966 г., на IV Всесоюзной конференции по физике электронных и атомных столкновений, Рига, 1969 г. и на Научной сессии Отделения ядерной физики АН СССР, Таллин, 1970 г.

#### Л и т е р а т у р а

1. Л.И. Пономарев, Т.П. Пузынина. ЖЭТФ 52, 1273 (1967), Препринты ОИЯИ Р4-3175, Р4-3405, Дубна, 1967.
2. В.В. Бабиков. Метод фазовых функций в квантовой механике. Москва, Наука, 1968.
3. А.В. Матвеевко, Л.И. Пономарев. ЖЭТФ, 57, 2084 (1969). Препринт ОИЯИ Р4-4481, Дубна, 1969 г.
4. А.В. Матвеевко, Л.И. Пономарев. ЖЭТФ 58, 1640 (1970). Препринт ОИЯИ Р4-4676, Дубна, 1969.
5. Г.Ф. Друкарев. Теория столкновений электронов с атомами. Москва, 1963.
6. С.С. Герштейн. ЖЭТФ 34, 463 (1958). ЖЭТФ 40, 689 (1961).
7. Н.Ф. Мотт, Г.Ю. Мэссн. Теория атомных столкновений. Изд. Мир, 1969 г.
8. E. Wigner, J. Neuman. Zs. Phys., 30, 467 (1929).
9. С.П. Аллилуев, А.В. Матвеевко. ЖЭТФ, 51, 1873 (1966). Сборник "Физика высоких энергий и теория элементарных частиц", Киев, "Наукова думка", 1967 г.

Рукопись поступила в издательский отдел  
6 мая 1970 года.