

С 324

С-603



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Л.Д. Соловьев

2654

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
И ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Автореферат диссертации на соискание ученой
степени доктора физико-математических наук

Дубна 1966

Л.Д. Соловьев.

2654

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
И ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Автореферат диссертации на соискание ученой
степени доктора физико-математических наук

359389

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Хотя электромагнитное взаимодействие, вообще говоря, на два порядка слабее сильного, изучение процессов с участием фотонов и адронов (фоторождение, формфакторы и т.д.) дает важную информацию о взаимодействиях элементарных частиц, поскольку большая интенсивность пучков фотонов и электронов в ускорителях позволяет измерять малые сечения. Достаточно напомнить, что первый барионный резонанс был открыт в фоторождении, а первый мезонный резонанс в нуклонных формфакторах. Фотон-адронные процессы можно изучать и с помощью пучков адронов, если регистрировать фотоны в конечном состоянии. Процессы с участием фотонов заметно расширяют круг явлений, в которых проявляется сильное взаимодействие. Однако для того, чтобы с их помощью изучать динамику сильного взаимодействия, нужно уметь учитывать в них влияние электромагнитного взаимодействия, т.е. нужна теория таких процессов.

Изучение электромагнитного взаимодействия адронов имеет большое значение и с точки зрения симметрии сильных взаимодействий. Симметрия $SU(6)$ дает наиболее интересные и богатые предсказания как раз для электромагнитных свойств адронов, экспериментальное изучение которых позволит проверить симметрию и, возможно, получить сведения о внутренней структуре элементарных частиц, которая приводит к симметрии.

Эти вопросы рассматриваются в первых трех главах диссертации, где 1) с помощью дисперсионных соотношений построена теория процессов фоторождения при низких энергиях: амплитуды фоторождения пионов на пионах и нуклонах при энергиях от порога до первого резонанса (включая резонанс) выражены через величины, характеризующие сильные взаимодействия; 2) с помощью небольшого числа феноменологических констант в резонансном приближении установлена связь между большим числом фотон-адронных и адрон-адронных процессов при низких и средних энергиях; 3) исходя из теории симметрии предсказаны электромагнитные свойства векторных мезонов, экспериментальная проверка которых имеет большое значение для теории; 4) продемонстрирована плодотворность объединения симметрии и дисперсионных соотношений: это объединение позволяет получить величины магнитных моментов протона и нейтрона, близкие к экспериментальным; затронут вопрос о связи симметрии с динамикой: показано, что ряд предсказаний симметрии для барионов может быть получен из дисперсионных соотношений.

Однако электромагнитное взаимодействие является не только пробным телом для изучения сильных взаимодействий. В ряде явлений оно выступает на первый план и выдвигает специфические проблемы, связанные с его дальностью действия и релятивистским следствием дальности действия — возможностью излучения фотонов сколь угодно малой энергии. Связанные с этим излучением трудности приводили к тому, что в теории дисперсионных соотношений электромагнитное взаимодействие рассматривалось лишь в низких порядках теории возмущений. Между тем, полное включение электромагнитного взаимодействия в теорию дисперсионных соотношений (теорию S -матрицы) представляет интерес как с точки зрения построения единой теории сильного и электромагнитного взаимодействий, так и для ряда практических вопросов, например, для получения асимптотических соотношений между сечениями частиц и античастиц при высоких энергиях с учетом электромагнитного взаимодействия. Дисперсионные соотношения важны и в электродинамике как метод, не связанный с теорией возмущений.

Теория дисперсионных соотношений при учете электромагнитного взаимодействия рассматривается в последних двух главах, где: 1) электромагнитное взаимодействие включено в теорию S -матрицы и развит метод для описания эффектов, вызванных мягкими фотонами; с помощью этого метода найдены инфракрасные асимптотики матричных элементов и функций Грина во всех порядках по e ; 2) сформулированы дисперсионные и асимптотические соотношения при учете электромагнитного взаимодействия.

Таким образом, в работе рассматриваются фотон-адронные процессы при низких, средних и высоких энергиях, а также эффекты, вызванные мягкими фотонами. С методической точки зрения их объединяет то обстоятельство, что теория возмущений для них не применима. В работе используется метод дисперсионных соотношений. Результаты сравниваются с экспериментальными данными.

Работа состоит из пяти глав и двух математических добавлений.

* * *

В 1 главе рассматривается теория фоторождения пионов на пионах

$$\gamma\pi \rightarrow \pi\pi \quad (1)$$

в области энергий $\sqrt{s} \lesssim 800$ Мэв и радиационные распады векторных мезонов $V \rightarrow \rho\gamma$. С точки зрения представления Манделштама процесс (1) является простейшим процессом фоторождения, поскольку в нем участвуют самые легкие адроны. Он связан с фоторождением пионов на нуклонах $\gamma N \rightarrow \pi N$, с двойным фоторождением $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$, радиационным рассеянием $\pi N \rightarrow \gamma\pi N$ и другими процессами. Изучение радиационного рассеяния и извлечение из него экспериментальной информации о процессе (1) было недавно проведено в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ^{/54/}.

В области ρ -мезонного резонанса в процессе (1) фотон и пион образуют ρ -мезон, который затем распадается на два пиона, и его сечение можно выразить через ширины распадов $\rho \rightarrow \pi\pi$ и $\rho \rightarrow \pi\gamma$. Первая из них хорошо известна, вторая же предсказывается унитарной симметрией, поэтому изучение процесса (1) представляет интерес и с точки зрения симметрии.

Интересные указания о процессе (1) дает и обычная теория возмущений. Любая его диаграмма должна содержать барион-антибарионную петлю. Это указывает на то, что процесс (1) связан с тяжелыми промежуточными состояниями, т.е. с процессами на малых расстояниях. В теории возмущений для его описания не нужно вводить новых констант (в отличие от пион-пионного рассеяния).

Отметим еще следующее обстоятельство. В недавних экспериментах в Кэмбридже^{/55/} ρ -мезонный пик в двойном фоторождении был обнаружен при энергии, которая меньше массы ρ -мезона. На примере процесса (1) можно проследить возможный механизм этого сдвига.

Его изучение интересно и с методической точки зрения. Для него можно получить точное общее решение дисперсионного уравнения и проследить особенности, свойственные дисперсионной теории более сложных процессов фоторождения. В частности, на его примере можно увидеть, насколько решение дисперсионного уравнения устойчиво к малым изменениям фаз рассеяния, задаваемым из эксперимента.

Процесс (1) с помощью дисперсионных соотношений впервые был рассмотрен Гурдэном и Мартэном^{/8/}. Сложность полученного уравнения и пренебрежение высокоэнергетическими вкладами составляют основные недостатки их работы. В данной работе для амплитуды процесса (1) найдено общее точное решение дисперсионного уравнения с учетом высокоэнергетических вкладов, рассмотрены свойства этого решения, а также его связь с различными физическими процессами.

После рассмотрения кинематики процесса (1) (§ 2) устанавливается его связь с шириной распада $\rho \rightarrow \pi\gamma$ и дается обзор данных об этой ширине (§ 3). Видно, что экспериментальные данные о распаде $\rho \rightarrow \pi\gamma$ еще очень неточны. Между тем, имеются^{/9/} прямые измерения распада $\omega \rightarrow \pi\gamma$. Поэтому далее (§4) рассматривается связь обоих распадов, которая может быть получена с помощью унитарной симметрии. Показано что в схеме $SU(3)$ -симметрии^{/5/}, благодаря сохранению G -четности, ширины всех радиационных распадов девяти векторных мезонов выражаются лишь через две константы. Эти результаты при одном предположении о том, что $\Gamma(\phi \rightarrow \pi\gamma) = 0$, практически переходят в результаты симметрии $SU(6)$. В схеме $SU(6)$ -симметрии^{/6/} не только все радиационные распады векторных мезонов, но и их магнитные моменты выражены через одну константу, которая с помощью схемы работы^{/7/} выражается через магнитный момент протона. Эта схема, в которой оператор магнитного момен-

та связывается с генератором группы, эквивалентна модели кварков и позволяет предсказать все ширины радиационных распадов и магнитные моменты векторных мезонов. Для измеренного распада $\omega \rightarrow \pi\gamma$ это предсказание хорошо согласуется с экспериментом. Результаты § 4 согласуются с результатами подобных расчетов, выполненных независимо другими авторами.

Таким образом, унитарная симметрия предсказывает сечение процесса (1) в точке ρ -мезонного резонанса. Из эксперимента Лаборатория ядерных проблем ОИЯИ^{/54/} было получено это же сечение вблизи порога. Чтобы связать оба значения сечения, нужно знать амплитуду процесса как функцию энергии. Эта динамическая задача решается в §§ 5-8.

В § 5, исходя из строго доказанного^{/3/} одномерного дисперсионного соотношения в наблюдаемой области, сформулировано уравнение для амплитуды в области энергий от порога до ρ -мезонного резонанса. Сделанное при этом приближение можно назвать резонансным: мы явным образом учитываем двухчастичное промежуточное состояние, имеющее резонанс, а вклады всех других состояний (в данном случае высокоэнергетические), слабо меняющиеся в интересующей нас области, аппроксимируем константой. В § 6 с помощью теории аналитических функций найдено общее решение этого уравнения. Оно содержит лишь один интеграл, который легко может быть вычислен, если задана фаза $\pi\pi$ -рассеяния, и зависит от двух констант: константы высокоэнергетического вклада и произвольной константы интегрирования. В § 7 рассмотрены два частных решения, каждое из которых содержит лишь одну неизвестную константу. Одно из них (низкоэнергетический вариант) соответствует учету лишь той части высокоэнергетического вклада, которая имеет ближайшие особенности по переданному импульсу. Оно характерно для процессов фоторождения, в которых взаимодействие на малых расстояниях несущественно. Другое (высокоэнергетический вариант) соответствует определенному требованию единственности решения дисперсионного уравнения. Оно характеризуется большой относительной ролью высокоэнергетического вклада и явным образом может удовлетворять тем указаниям теории возмущений, о которых говорилось выше. Оба решения по-разному ведут себя при выключении $\pi\pi$ -взаимодействия. В § 8 найден явный вид и построены графики амплитуды фоторождения в обоих вариантах для четырех различных P -фаз $\pi\pi$ -рассеяния, соответствующих экспериментальным значениям положения и ширины резонанса. Это дает возможность выделить результаты, которые слабо зависят от неизвестных деталей поведения фазы, а также проследить, насколько амплитуда фоторождения устойчива при различных изменениях фазы рассеяния. Сечение фоторождения в низкоэнергетическом варианте имеет ρ -мезонный пик при меньшей энергии, чем в случае рассеяния. Подобный динамический механизм мог бы вызвать сдвиг ρ -мезонного пика и в двойном фоторождении на нуклонах^{/55/} (поскольку этот процесс можно свести к фоторождению пионов на скалярной частице, которое впол-

не подобно процессу (1)). Этот механизм обладает характерной особенностью (близость сечения к нулю в некоторой точке выше ρ -мезонного пика, ориентировочно в области 0,8 - 1 Гэв), которая, как недавно выяснилось, по-видимому, наблюдается в эксперименте /55,2/.

Для самого же процесса (1) в настоящее время более предпочтителен высокоэнергетический вариант. Если исходить из сечения у порога, полученного в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ /64/, то для $\Gamma(\rho \rightarrow \pi\gamma)$ он дает (после усреднения по всем рассмотренным фазам) $0,2 \pm 1$ Мэв, что не противоречит унитарной симметрии. Сечение фоторождения в этом случае ведет себя своеобразно: в области ρ -мезонного резонанса оно имеет нулевой минимум.

В § 9 проделан учет F-волны и сделана проверка исходного предположения о том, что в рассматриваемой области достаточно учесть лишь P-волну. В § 10 собраны выводы: 1) интересно было бы уточнить данные по распределению пионов в двойном фоторождении в области их инвариантной массы 0,8-1 Гэв, где рассмотренный механизм сдвига ρ -мезонного пика дает нулевой минимум, по-видимому, наблюдаемый в /55,2/, а также проанализировать другие возможные механизмы сдвига ρ -резонанса; 2) очень интересно получить новые экспериментальные сведения о процессе (1), например, из данных по двойному фоторождению с помощью экстраполяции Чу-Лоу; это позволило бы проверить динамическую картину процесса, в частности, роль взаимодействий на малых расстояниях, проверить применимость A-четности /10/ к четырехчастичному процессу и измерить ширину распада $\rho \rightarrow \pi\gamma$; 3) экспериментальное изучение электромагнитных свойств адронов имеет фундаментальное значение для теории симметрии; при этом особенно интересна проверка электромагнитных свойств мезонов, поскольку опытных данных для них значительно меньше, чем для барионов, и поскольку по крайней мере часть предсказаний симметрии для барионов можно получить динамическим путем (гл. III), в то время как предсказания для мезонов остаются монополюсной симметрии; более того, предсказание величин ширины распадов и магнитных моментов для мезонов связано с предположениями о структуре элементарных частиц, и проверка этих предсказаний может пролить свет на проблему существования кварков.

* * *

Во II главе рассматривается фоторождение пионов на нуклонах

$$\gamma N \rightarrow \pi N \quad (2)$$

при $E_\gamma \lesssim 450$ Мэв, о котором, в отличие от процесса (1), с 1949 г. накоплена богатая экспериментальная информация. Развитие теории этого процесса отражает развитие теории сильных взаимодействий. Его первая теория - статическая теория Чу-Лоу /11/ -

появилась 10 лет назад на основе модели Чу, позволившей качественно объяснить основные черты пион-нуклонного взаимодействия, связанные с πN -резонансом. Основной прогресс в теории сильных взаимодействий и теории процесса (2) связан с появлением дисперсионных соотношений. Их применение для нахождения амплитуды фоторождения рассмотрено в /12,13/. Эти работы оставили открытыми следующие вопросы теории фоторождения: 1) учет отдачи нуклона; 2) влияние ненаблюдаемой области; 3) рассеяние в конечных нерезонансных состояниях (учет реальных малых фаз); 4) пион-пионное взаимодействие; 5) вклад высоких энергий. Если первые три вопроса связаны с дальнейшим развитием теории одномерных дисперсионных соотношений, то четвертый требует применения представления Мандельштама.

В этой главе получены уравнения, позволяющие учесть перечисленные выше поправки, и рассмотрено их приближенное решение с учетом двух из этих поправок - отдачи нуклона и влияния ненаблюдаемой области. Прделано подробное сравнение с экспериментом.

В § 2 выписаны кинематические формулы для процесса (2) и рассмотрена кинематика процесса $\gamma \pi \rightarrow NN$, абсорбтивная часть которого (в нефизической области) выражена через амплитуды процесса $\pi \pi \rightarrow NN$, рассмотренного в /14/.

В § 3 написаны двойные дисперсионные соотношения Мандельштама и соотношения Чини-Фубини /15/. Существенным моментом здесь является получение неоднородного члена, который, в отличие от рассеяния, из-за градиентной инвариантности имеет однопольный полюс по переданному импульсу. Высокоэнергетические вклады в этих соотношениях можно учесть с помощью феноменологических констант, как это было сделано в 1 главе. Из соотношений Чини-Фубини интегральные уравнения для парциальных амплитуд получаются простым интегрированием по углам с помощью кинематических формул § 2. Эти уравнения обобщают статические уравнения /12,13/ и позволяют учесть перечисленные выше поправки к амплитуде, полученной в /12,13/. Они того же типа, что и уравнение 1 главы, однако они весьма громоздки. Из 1 главы следует, что поправка на $\pi \pi$ - взаимодействие в этих уравнениях не является главной.

В дальнейшем рассматривается влияние отдачи нуклона и ненаблюдаемой области. Вторичное рассеяние в нерезонансных P -состояниях, $\pi \pi$ -взаимодействие и высокоэнергетические вклады не учитываются. При этом (§ 4) мы считаем, что при рассматриваемых энергиях достаточно учесть лишь S и P -волны, а высшие парциальные волны для заряженных мезонов достаточно учесть лишь в члене прямого фотон-пионного взаимодействия. Корректность подобного предположения была проверена в 1 главе. Оно вполне оправдывается в эксперименте. В этом приближении задача сводится к решению уравнения для резонансной амплитуды (§ 4).

Для получения парциальных амплитуд из дисперсионных соотношений мы используем интегральный и дифференциальный методы. Второй метод обладает рядом преимуществ. Полученные при его помощи формулы проще, и в них явно не входит ненаблюдаемая область. Заметим, что если пренебречь отдачей нуклона, то оба метода дают одинаковые результаты. Продоланные в § 4 вычисления показывают, что и при учете отдачи нуклона оба метода дают результаты, мало различающиеся при низких энергиях.

Для упрощения вычислений дисперсионные интегралы нерезонансных амплитуд вычислялись в приближении бесконечно узкого 33-резонанса, а вторичное рассеяние в S-состоянии учитывалось в статическом приближении^{x/}.

В результате получено выражение для амплитуды процесса (2), не содержащее неизвестных параметров. В § 5 оно сравнивается с экспериментом. Для фоторождения π^0 -мезонов рассмотрена энергетическая зависимость коэффициентов углового распределения для $E_\gamma \leq 500$ Мэв и угловая зависимость дифференциальных сечений при $E_\gamma = 180, 180, 200, 220, 260, 300, 320, 360, 400$ и 450 Мэв. Для заряженных мезонов с экспериментом сравнивается сечение фоторождения π^+ -мезонов при 90° с.п.м. как функция энергии для $E_\gamma \leq 500$ Мэв и отношение сечений для π^- и π^+ -мезонов при 90° с.п.м. вблизи порога. Согласие теории с экспериментом вполне удовлетворительное. Небольшое расхождение имеется лишь с данными^{/57/} для π^0 -мезонов при 180 Мэв. Его в первую очередь следует отнести за счет неучета малых p-фаз рассеяния.

В § 6 проделано сравнение результатов расчета по интегральному и дифференциальному методам, позволяющее обсудить точность обоих методов и роль ненаблюдаемой области.

В § 7 собраны выводы. Дисперсионные соотношения позволяют - если известны фазы пион-нуклонного рассеяния - построить детальную теорию фоторождения пионов на нуклонах при низких энергиях. Полученное выше согласие первого приближения этой теории с большой совокупностью экспериментальных данных, имеющей ошибки порядка 10%, показывает, что мы понимаем основные черты процесса. Вместе с тем, последние экспериментальные данные отдельных лабораторий содержат столь малые ошибки (5%), что можно надеяться на дальнейшую детальную проверку теории. При этом основной вывод для теории состоит в том, что, вообще говоря, необходимо одновременно учитывать такие тонкие детали, как $\pi\pi$ -взаимодействие, вторичное рассеяние в нерезонансных состояниях и вклад высоких энергий. Метод для этого учета рассмотрен в I и II главах этой работы и в^{/13.4/}. В то же время необходимо уменьшить расхождения между экспериментальными данными различных лабораторий. Это позволит сравнить теорию

^{x/} Впоследствии такой же расчет был проделан в^{/58/} с использованием точного выражения для 33-фазы. Его результаты полностью согласуются с излагаемыми.

с экспериментом в широкой области углов и энергий и получить надежную информацию о роли взаимодействий на малых расстояниях, о $\pi\pi$ -взаимодействии, ширине распада $\rho \rightarrow \pi\gamma$ и т.д.

* * *

В предыдущей главе было показано, что учет лишь резонансного (и однонуклонного) состояний в дисперсионных соотношениях для фоторождения пионов на нуклонах приводит к удовлетворительному согласию с экспериментом. Это дает основание обобщить такой резонансный подход на другие процессы. Если при этом 1) пренебречь шириной резонансов; 2) вместо того, чтобы рассматривать интегральные уравнения для резонансных амплитуд, ввести феноменологические параметры, характеризующие величину резонансных вкладов в дисперсионные интегралы, что существенно упрощает расчеты и 3) нерезонансные вклады аппроксимировать константами (как в I главе), в частности - нулевыми (как во II главе), то мы получим простую схему, называемую далее резонансной моделью, которая позволяет с помощью конечного числа параметров (констант связи резонансов с другими частицами) связать между собой практически все фотон-адронные и адрон-адронные процессы при низких энергиях.

Для тех процессов, для которых известны дисперсионные соотношения, эта модель эквивалентна резонансному приближению в дисперсионных соотношениях. Однако ее можно применять и в тех случаях, когда дисперсионные соотношения неизвестны, например, для неупругого рассеяния при средних энергиях. Тогда такой подход, подобно периферическому, не имеет пока строгого обоснования и носит модельный характер.

Впервые подобная модель для отдельных процессов применялась в работах /18/. В III главе диссертации с помощью резонансной модели установлена связь между большим числом процессов при низких и средних энергиях. В связи с унитарной симметрией рассмотрено резонансное приближение в дисперсионных правилах сумм. Проведено сравнение с экспериментом.

Все результаты этой главы можно было бы сформулировать непосредственно на языке дисперсионных соотношений. Удобнее, однако, воспользоваться языком диаграмм Фейнмана. Для этого достаточно ввести в рассмотрение поля резонансов и минимальное число эффективных лагранжианов их взаимодействия со стабильными частицами. Эффективные лагранжианы выписаны в § 2. После того, как часть констант связи выражена через известные ширины распадов, остается 13 неизвестных параметров. Однако с их помощью можно связать большое число процессов, например, $e\pi$ -рассеяние (формфакторы нуклона), πN - рассеяние (ρ - мезонный вклад), формфакторы пионов и каонов, $\pi\pi$ - рассеяние, фоторождение пионов на нуклонах и пионах (ρ - мезонный вклад), распад π^0 - мезона, NN -рассеяние (вклады ρ -, ω - и ϕ -

мезонов), рождение пионов в πN - и NN - рассеянии (вклад ρ -мезонного обмена), распады ρ , ω и ϕ на лептонные пары и на $\pi\gamma$ и др. В § 2 выписаны также предсказания унитарной симметрии для введенных констант. В дальнейшем мы определяем их из эксперимента и лишний раз убеждаемся в том, что $SU(3)$ -симметрия не противоречит эксперименту.

В § 3 рассмотрены нуклонные формфакторы, в которых учтены вклады ρ -, ω - и ϕ - мезонов с экспериментальными массами, а все остальные вклады аппроксимированы константами (которые определяются из условия нормировки). Ясно, что такая аппроксимация справедлива лишь в области резонансов, т.е. в области $|q^2| \lesssim 20 F^{-2}$ (для изоскалярных формфакторов $|q^2| \lesssim 30 F^{-2}$).

В § 3 показано, что модель с тремя мезонами хорошо согласуется со всеми имеющимися экспериментальными данными по формфакторам для $|q^2| \lesssim 20 F^{-2}$. Анализ формфакторов позволяет определить много параметров модели и является исходным для дальнейшего.

В § 4 показано, что найденные в § 3 значения параметров согласуются с данными по упругому πN - рассеянию^{/17/} и с предположением о том, что в пионном формфакторе достаточно учесть лишь резонансный вклад. Это предположение полностью определяет пионный формфактор, позволяет предсказать ширину распада $\rho \rightarrow e^+ e^-$ и с помощью модели^{/18/} - вычислить разность масс π^+ - и π^0 -мезонов. Эта модель состоит в замене заряда частицы на ее формфактор в обычном выражении для электромагнитной массы. Вычисленная разность масс с ошибкой в 8% согласуется с экспериментальной.

В § 6 аналогичным образом рассмотрены формфакторы каонов. В § 7 в рамках резонансной модели рассматривается $\pi\pi$ -рассеяние. Исходя из экспериментальной ширины ρ -мезона, две длины рассеяния в S -состоянии выражены через одну константу и вычислена длина рассеяния в P -состоянии. Эта оценка для длин S -состояния не согласуется с экспериментальными данными (полученными при некоторых предположениях об экстраполяции), что, возможно, связано с существованием резонанса в S -волне^{/59/}. В § 8 рассматривается фоторождение пионов на нуклонах. Константа $\rho\pi\gamma$ -взаимодействия, входящая в амплитуду этого процесса^{/16,3/}, выражена через ширину распада $\rho \rightarrow \pi\gamma$, связывающую фоторождение с целым рядом других процессов (гл. 1). В § 9 эта ширина находится из данных по распадам $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ и $\pi^0 \rightarrow e^+ e^- \gamma$. К сожалению, имеющиеся данные 1961 г. о формфакторе второго распада содержат большую ошибку. Было бы интересно уменьшить эту ошибку хотя бы вдвое.

В § 10 рассматриваются процессы неупругого рассеяния. Для них предложена модель, отличающаяся от однопионного обмена (ОПО) заменой пиона на ρ -мезон.

Благодаря аналогии между ρ -мезоном и фотоном, амплитуда взаимодействия с ρ -мезоном сводится к амплитуде виртуального фоторождения, найденной в ^{/18/}, и эта модель подобно модели ОПО позволяет делать абсолютные предсказания. С ее помощью можно оценить точность модели ОПО при низких энергиях (§ 10 и работа ^{/80/}) и предсказать угловые распределения для тех реакций, в которых ОПО запрещен. Как показано в ^{/81/}, эта модель неплохо описывает реакцию $K^+ p \rightarrow \Delta^{++} K^0$. Используя в ней аналогию между фотоном и ρ -мезоном можно применять и в других случаях.

До сих пор мы имели дело с резонансным приближением в дисперсионных соотношениях. Однако это приближение оказывается полезным и в правилах сумм, которые вытекают из дисперсионных соотношений. Недавно такие правила сумм были получены из дисперсионных соотношений для одновременных коммутаторов, соответствующих некоторой постулированной алгебре ^{/20/}.

В § 11 подобные правила сумм получены из обычных одномерных дисперсионных соотношений для физических амплитуд на массовой поверхности при некотором предположении об их поведении при больших энергиях ^{/21/}. Рассмотрены правила сумм для виртуального фоторождения пионов на барионах и для пион-барионного рассеяния. Показано, что в комбинации с $SU(6)$ -симметрией они позволяют предсказать значения магнитных моментов протона и нейтрона, близкие к экспериментальным, а также наблюдаемую на опыте пропорциональность электрического и магнитного формфакторов протона. Кроме того, без всяких предположений об алгебрах и симметриях они позволяют получить ряд соотношений ^{/82/} (между константами связи барионов с пионами или барионными магнитными моментами, с одной стороны, и ширинами распадов резонансов - с другой), которые обычно получают из $SU(6)$ -симметрии.

Из сказанного можно заключить следующее (§ 12). 1. Предположение о доминирующей роли ближайших резонансных промежуточных состояний в низкоэнергетических взаимодействиях позволяет с помощью простых формул связать большое число процессов и в первом приближении рассмотреть с единой точки зрения большой объем экспериментальной информации. 2. Для таких сравнительно простых объектов, как формфакторы, это предположение - в области его применимости - дает достаточно точные формулы. 3. Оно дает определенные предсказания о пионном и каонном формфакторах и распаде $\rho \rightarrow e^+ e^-$, о которых нет пока прямых экспериментальных данных. 4. С точки зрения рассмотренного подхода очень интересно было бы уточнить данные 1961 г. о формфакторе распада $\pi^0 \rightarrow e^+ e^- \gamma$. 5. Резонансная модель с одним ρ -резонансом не дает согласия с имеющимися данными о длинах π -рассеяния. Поэтому дальнейшее экспериментальное изучение π -взаимодействия (резонанс в S -волне, структура ρ -пика ^{/22/}, уточнение экспериментальной процедуры), а также процесса $\mu\pi$ весьма важно для понимания динамики мезонных взаимодействий. 6. Основное предположение резонансного подхода в дисперсионных правилах сумм для процессов с

участием барионов приводит к согласию с экспериментом и позволяет получать ряд соотношений, которые обычно получают из $SU(6)$ - симметрии. Это может явиться некоторым стимулом при поисках динамики, лежащей в основе симметрии. В то же время дисперсионные правила сумм оказываются бесполезными для мезонных процессов, все предсказания для которых пока остаются монополией $SU(6)$ - симметрии. Поэтому экспериментальная проверка этих предсказаний, а также предсказаний, связывающих свойства барионов с различной странностью, представляется особенно важной для теорий симметрии.

* * *

В IV главе рассматриваются инфракрасные особенности. До сих пор мы имели дело с дисперсионными соотношениями в низшем порядке по ϵ , когда в промежуточных состояниях не было частиц с нулевой массой. Между тем, включение фотонов в теорию дисперсионных соотношений (теорию S -матрицы) наравне с адронами позволяет восстановить в ней единство сильного и электромагнитного взаимодействий, которое имеется, например, в лагранжевой формулировке теории. Оно дает основу для учета электромагнитных поправок к сильным взаимодействиям в рамках дисперсионного метода и позволяет использовать этот метод, свободный от приближений теории возмущений, в квантовой электродинамике. Математические методы, развиваемые для учета фотонов, могут быть полезными и при анализе сильных взаимодействий.

Трудность, связанная с включением фотонов, состоит в том, что после этого включения для заряженных частиц исчезает основной объект теории дисперсионных соотношений - матричный элемент S -матрицы. Дело в том, что в этой теории изучаются матричные элементы между состояниями с конечным числом частиц, а такие матричные элементы равны нулю, если изменяется импульс заряженной частицы, участвующей в реакции /29/. Причиной этой трудности является нулевая масса фотона, или, что то же, бесконечный радиус электромагнитного взаимодействия, в сочетании с допущением, что опыты проводятся в неограниченном пространстве - времени. В теории, следовательно, нужно учесть реальные граничные условия, при которых происходит каждое элементарное взаимодействие: 1) свойства вещества мишени и 2) ограниченность опыта во времени, т.е. конечную разрешающую способность регистрирующих приборов по энергии ΔE . Для достижимых на ускорителях энергий существенным является лишь второе условие, которое и рассматривается в дальнейшем.

Чтобы ввести фотоны в теорию, мы приписываем им конечную малую массу λ и дополняем основные аксиомы теории дисперсионных соотношений /2,1/ требованием инвариантности метрики и градиентной инвариантности. Граничное условие позволяет совершить предельный переход $\lambda \rightarrow 0$.

Введение фотонной массы устраняет отмеченную выше трудность с матричными элементами S -матрицы. Однако в соответствии с граничным условием физической величины теперь является сечение, соответствующее испусканию произвольного числа недетектируемых фотонов с энергией, не превышающей ΔE , и мы должны знать матричные элементы, соответствующие испусканию любого фиксированного числа таких фотонов. Поэтому прежде всего мы показываем, что если ΔE достаточно мало, то все эти матричные элементы можно выразить через матричный элемент, соответствующий детектируемым частицам. Этот последний зависит от фиктивной массы λ виртуальных фотонов, которую надо устремить к нулю, после того как матричный элемент подставлен в физическое сечение и произведено суммирование по всем недетектируемым фотонам. Следовательно, вторая задача состоит в том, чтобы выделить существенную зависимость матричного элемента от λ . В результате мы выражаем физическое сечение через модифицированный матричный элемент, соответствующий детектируемым частицам и конечный при $\lambda = 0$.

Этот модифицированный матричный элемент и становится объектом теории дисперсионных соотношений. В IV главе мы показываем, что модифицированные матричные элементы благодаря электромагнитному взаимодействию имеют (в качестве платы за переход $\lambda \rightarrow 0$) специфические - инфракрасные - особенности, и находим явный вид этих особенностей.

Основные аксиомы, позволяющие учесть электромагнитное взаимодействие в методе дисперсионных соотношений, вместе с граничным условием сформулированы в § 2. Предположено, что матричный элемент конечен при $\lambda = 0$, если импульсы заряженных частиц не меняются, и добавлено требование измеримости заряда и магнитного момента. Основная задача, состоящая в том, чтобы найти зависимость матричных элементов с произвольным числом мягких фотонов от импульсов этих фотонов, решается в § 3 путем решения вытекающих из аксиоматики общих уравнений локальной теории. В результате мы находим два первых члена разложения матричного элемента по импульсам мягких фотонов.

С помощью этого разложения в § 4 наблюдаемое сечение выражено через модифицированный матричный элемент, соответствующий конечному числу частиц. В § 4 показано, что этот матричный элемент, а следовательно, и наблюдаемое сечение, конечен при $\lambda = 0$. Вопрос о конечности модифицированного матричного элемента (или о факторизации инфракрасных расходимостей) рассматривался в ряде работ^{/25/} с помощью диаграммной техники. В § 4 показано, что эта конечность есть простое следствие аксиом § 2, в частности, требования отсутствия инфракрасных расходимостей, если импульсы заряженных частиц не меняются.

Полученная в § 4 формула для сечения дает два первых члена разложения сечения

тормозного излучения по энергии излучения, первый из которых был известен ранее /25/.

В § 5 на примере комптон-эффекта изучаются свойства модифицированного матричного элемента упругого процесса вблизи порога $s = m^2$ при фиксированном квадрате переданного импульса t . С помощью дисперсионных соотношений и результатов § 3 найден первый член его разложения по $s - m^2$ и оценен следующий член:

$$M = - \frac{\pi \exp(-C\beta + \delta)}{m^2 \Gamma(\beta) \sin \pi\beta} \left(\frac{m^2 - s}{m} \right)^{\beta-1} \mathcal{M} + O\left(\frac{m^2 - s}{m}\right)^\beta + \text{const.} \quad (3)$$

(C - постоянная Эйлера, Γ - Γ - функция, β и δ - известные функции t , \mathcal{M} содержит спиновые переменные). Этот матричный элемент в окрестности $s = m^2$ является обобщенной степенной функцией /26/ с показателем, зависящим от t .

Наконец, в § 6 найдена инфракрасная асимптотика функции Грина заряженной частицы со спином 0 и 1/2. Исследованию этой асимптотики посвящено большое число работ, в которых использовались все известные методы, отличные от теории возмущений. В § 6 эта задача решена до конца: для функций Грина получена формула вида (3) (где β - известное число), в которой найден явный вид функции \mathcal{O} . При этом использовались дисперсионные соотношения (представление Челлена-Лемана /27,1,2/), а также обобщенный метод Лоу /24/ для разложения матричных элементов. (Применение метода § 3 к функциям Грина рассмотрено в /28/).

Таким образом, эффекты, вызванные мягкими фотонами, как реальными, так и виртуальными, могут быть точно учтены в теории S -матрицы. В § 7 указана ряд таких эффектов, для описания которых метод может оказаться полезным. Ее результаты позволяют продолжить список точных (т.е. не связанных с разложением по константам связи) формул теории поля, а также использовать дисперсионные соотношения в квантовой электродинамике (в этих соотношениях в любом приближении нужно учитывать бесконечное число мягких фотонов в промежуточных состояниях). Рассмотренный метод учета мягких фотонов может быть небесполезным и в теории сильных взаимодействий, поскольку динамика мягких векторных частиц по существу совпадает с динамикой фотонов. Поэтому точно так же можно описывать эффекты, связанные с векторными частицами, если существуют условия (при больших энергиях), когда можно пренебречь их массами. Ограничение, которое было сделано в этой главе, состояло в том, что рассматривались процессы с двумя заряженными частицами (считая в начале и конце реакции). В следующей главе рассматриваются процессы с большим числом заряженных частиц.

* * *

В V главе для модифицированных матричных элементов, описывающих физические

процессы с учетом электромагнитного взаимодействия, сформулированы дисперсионные соотношения. В качестве одного из их приложений получены асимптотические соотношения между сечениями частиц и античастиц при учете электромагнитного взаимодействия. Рассмотрен вопрос об определении ядерной амплитуды рассеяния заряженных частиц на нулевой угол.

Дисперсионные соотношения в электродинамике для комптон-эффекта вперед были написаны еще в 1954 г.^{/29/}. Однако дальнейшее применение этого метода столкнулось с обсуждавшейся выше трудностью, вызванной нулевой массой фотона. Следующий шаг в этом направлении был сделан Прэнджем^{/30/}, который рассмотрел комптон-эффект в 4-ом порядке теории возмущений и сформулировал одномерные дисперсионные соотношения для амплитуды этого процесса, умноженной на $(v - m^2)$ $(v - m^2)$. Это соответствует двум лишним вычитаниям в электродинамике по сравнению с мезонной теорией.

В V главе показано, что такая несимметрия между обеими теориями на самом деле отсутствует.

В § 2 вводится модифицированный матричный элемент для произвольного числа заряженных частиц^{/25/}. С его помощью можно определить так называемую ядерную амплитуду рассеяния заряженных частиц на нулевой угол. Это сделано в § 3, где: 1) получена формула для сечения упругого рассеяния заряженных частиц на малые углы с учетом интерференции ядерного и кулоновского взаимодействий; 2) выведена оптическая теорема, выражающая ядерную амплитуду через наблюдаемое сечение. Эти результаты позволяют определить из эксперимента реальную и мнимую части ядерной амплитуды при нулевом угле, знание которых необходимо для проверки дисперсионных соотношений при высоких энергиях. Первый из этих результатов был ранее получен Бете^{/31/} с помощью нерелятивистской квантовой механики протяженной частицы. Получение соответствующей формулы из релятивистской теории элементарных частиц представляет интерес с точки зрения экспериментов по рассеянию на малые углы при высоких энергиях, которые ведутся в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ и других лабораториях^{/83/}. Небольшое различие между релятивистской формулой и формулой Бете обсуждается в § 3.

В §§ 4,5 в низших порядках теории возмущений рассмотрены аналитические свойства модифицированных матричных элементов для факторов и для различных процессов рассеяния. При этом для частичного суммирования рядов теории возмущений в области инфракрасных особенностей мы используем метод ренормализационной группы^{/1/}. С вычислительной точки зрения это наиболее простой метод суммирования. Сравнение результата этого метода для комптон-эффекта с точной формулой (3) показывает, что он правильно дает вид особенности, и лишь коэффициент при особенности оказывается определенным в низших порядках по e^2 . В § 5 мы с помощью ренормализационной группы находим инфракрасные особенности для рассеяния заряженных частиц на малые углы и

(с точностью до членов высших порядков в коэффициенте при особенности) 1) находим релятивистскую кулоновскую фазу амплитуды этого процесса (ранее она была известна лишь в приближении, когда одна из частиц покоится), 2) показываем, что при $t \rightarrow 0$ матричный элемент не зависит от v . Если второй результат можно интерпретировать при фиксированном $t \neq 0$ и $v \rightarrow \infty$, то он означает, что фотон не является реджн-ном.

Далее мы рассматриваем аналитические свойства тех частей модифицированных матричных элементов 4-го порядка, которые остаются после вычитания инфракрасных особенностей. Они обращаются на пороге в бесконечность интегрируемым (в обычном смысле) образом (вид этих особенностей рассмотрен в § 5) и удовлетворяют представлению Мандельштама. Обобщая эти результаты, мы формулируем для модифицированных матричных элементов одномерные дисперсионные соотношения и представления Мандельштама во всех порядках по сильному и электромагнитному взаимодействиям. Их основное отличие от соответствующих соотношений в теории сильных взаимодействий состоит в замене полюсов на обобщенные степенные функции.

В качестве следствия этих соотношений в § 6 получены асимптотические соотношения между дифференциальными сечениями рассеяния частиц и античастиц при высоких энергиях, обобщающие результаты Логунова и сотрудников^{/32/} на случай учета электромагнитного взаимодействия. В § 6 показано, что отношение этих сечений при высоких энергиях зависит от отношения разрешающих способностей по энергии в обоих процессах, найдена эта зависимость для различных процессов и рассмотрен способ точного определения разрешающей способности путем регистрации мягких фотонов в заданном интервале энергий.

Эти асимптотические соотношения показывают, что наблюдаемое при достигнутых энергиях различие между сечениями $\pi^- p^-$ и $\pi^+ p^-$ рассеяния нельзя объяснить влиянием электромагнитного взаимодействия, если разрешающие способности при измерении этих процессов не отличались во много раз. Различие в сечениях, скорее всего, соответствует тому, что достигнутые энергии еще малы. При увеличении энергии и точности экспериментов необходимо заботиться, чтобы при проверке асимптотических соотношений рассеяние частиц и античастиц регистрировалось с одинаковой или достаточной хорошо известной разрешающей способностью по энергии. Такая проверка имеет большое значение для современной теории сильного и электромагнитного взаимодействий.

Применяя асимптотическое соотношение к рассеянию заряженных частиц с малыми передаваемыми импульсами, получаем, что асимптотически реальные части ядерных амплитуд вперед для частиц и античастиц равны по модулю и противоположны по знаку, а мнимые части равны^{/32/}. Из имеющихся экспериментальных данных получено^{/63/}, что отношения реальных частей к мнимым для частиц и античастиц имеют одинаковые знаки. Эти результаты также указывают на то, что асимптотическая область энергий еще не достигнута.

Дисперсионные соотношения этой главы можно использовать в различных задачах, где нужно учесть электромагнитное взаимодействие.

* * *

Основные результаты диссертации докладывались на международных конференциях по физике высоких энергий 1960 и 1964 г.г., на совещании по дисперсионным соотношениям в Новосибирске в 1961 г. и на сессии отделения ядерной физики АН СССР в 1965 г. Они опубликованы в работах /33-50/ и отдельных разделах работ /51-53/.

Л и т е р а т у р а

1. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантовых полей. Гостехиздат, 1957.
2. Н.Н. Боголюбов, Б.В. Медведев, М.К. Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Физматгиз, 1958.
3. А.А. Логунов, Диссертация ОИЯИ. Дубна, 1959.
4. S.Mandelstam. Phys. Rev., 112, 1344 (1958).
5. 1. L.M.Gell-Mann, California Inst. of Technology Report CTSL 20, 1961 (preprint). 2. Y.Ne'eman, Nucl. Phys., 26, 222 (1961). 3. S.Coleman, S.L.Glashow, Phys.Rev.Lett., 6, 423 (1961). 4. S.Okubo. Progr. Theor. Phys. 27, 929 (1962).
6. 1. F.Gursey, L.A.Radicati, Phys.Rev. Let., 13, 173 (1964).
2. B.Sakita, Phys.Rev., 136, B1756 (1964).
3. M.A.Beg, B.W.Lee, A.Pais, Phys. Rev. Lett., 13, 514 (1964).
7. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе, И.Т. Тодоров. Phys. Lett., 15, 180 (1965).
8. M.M.Gourdin, A.Martin. Nuovo Cim., 16, 78 (1960).
9. A.H.Rosenfeld, et al. Rev. Mod. Phys., 36, 977 (1964). 37, 833 (1965).
10. L.B.Bronzan, F.E.Low. Phys. Rev. Lett., 12, 522 (1964).
11. G.F.Chew, F.E.Low. Phys. Rev. 101, 1579 (1956).
12. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low, Y.Nambu. Phys. Rev., 106, 1345 (1957).
13. 1. А.А. Логунов, А.Н. Тавхелидзе, Л.Д. Соловьев. Nucl. Phys., 4, 427 (1957).
2. Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 33, 801 (1957), Nucl. Phys., 5, 256 (1958).
3. Л.Д. Соловьев, Г.Н. Тентюкова. Препринт ОИЯИ, Р-384, Дубна, 1959. ЖЭТФ, 37, 889 (1959).
4. Л.Д. Соловьев. Кандидатская диссертация ОИЯИ, Дубна, 1960.
14. 1. W.R.Frazer, I.R.Fulco. Phys. Rev., 117, 1603, 1609 (1960).
2. А.В. Ефремов, В.А. Мещеряков, Д.В. Ширков. ЖЭТФ, 39, 438, 1089 (1960).
15. M.Cini, S.Fubini. Ann. Phys., 3, 352 (1960).
16. 1. K.Itabashi et al. Progr. Theor. Phys. 24, 529 (1960).
2. A.Stanghellini, Nuovo Cim. 18, 1258 (1960).
3. M.Gourdin, D.Lurie, A.Martin. Nuovo Cim., 18, 933 (1960).

4. N. Dombey. Phys. Rev. Lett., 6, 66 (1961).
 5. Y. Fujii. Progr. Theor. Phys., 25, 441 (1961).
17. 1. J. Bowcock et al. Nuovo Cim., 16, 918, (1960); 19, 142 (1961).
 2. M. Curassi, G. Passatore. Nuovo Cim., 27, 1156 (1963).
18. Чжоу Гуан-чжао, В.И. Огневский. ЖЭТФ, 37, 886 (1959).
19. 1. А.А. Логунов, Л.Д. Соловьев. НДВШ, 4, 217 (1958).
 2. В.Д. Кукин, Л.Д. Соловьев, А.Р. Френкин. НДВШ, 3, 189 (1958). Работы 13, 3, 4.
 3. S. Fubini, Y. Nambu, V. Watagin. Phys. Rev. 111, 329 (1958).
20. S. Fubini, et al. A Dispersion Theory of Symmetry Breaking. CERN preprint 65/998/5- TH 578, 1965.
21. А.А. Логунов, Л.Д. Соловьев. Nucl. Phys., 10, 60 (1959).
22. Д.В. Ширков. Лекции в Международной зимней школе теоретической физики при ОИЯИ, Дубна, 1964.
23. F. Bloch, A. Nordsieck. Phys. Rev., 52, 54 (1937).
24. F. E. Low. Phys. Rev., 110, 947 (1958).
25. I. D. R. Yennie, S. C. Frautschi, H. Suura. Ann. Phys., 13, 379 (1961).
 2. K. E. Eriksson. Nuovo Cim., 19, 1010 (1961).
26. И.М. Гельфанд, Г.Е. Шиллов. Обобщенные функции и действия над ними. Физматгиз, 1958.
27. 1. G. Kallen. Helv. Phys. Acta, 25, 417 (1952).
 2. H. Lehmann. Nuovo Cim., 11, 342 (1954).
28. Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 48, 731 (1965).
29. M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, W. E. Thirring. Phys. Rev., 95, 1612 (1954).
30. R. E. Prange. Phys. Rev. 110, 240 (1958).
31. H. A. Bethe. Ann. Phys. 3, 190 (1958).
32. 1. А.А. Логунов, Нгуен Ван Хьеу, И.Т. Тодоров, О.А. Хрусталева. ЖЭТФ, 48, 1079 (1964).
 2. А.А. Logunov, Nguyen van Hieu, I. T. Todorov. Ann. Phys. 31, 203 (1965).
33. Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 40, 597 (1961).
34. L. D. Soloviev. Phys. Lett., 16, 345 (1965).
35. В.А. Мещеряков, Л.Д. Соловьев, Ф.Г. Ткебучава. ЯФ, 3, 116 (1965).
36. Л.Д. Соловьев. Препринт ОИЯИ, P-2286, Дубна, 1965.
37. Л.Д. Соловьев, Г. Бялковский, А. Юевич. ЖЭТФ, 40, 839 (1961).
38. Л.Д. Соловьев, Чань Цун-мо. Препринт ОИЯИ, Д-728, Дубна, 1961.
39. Н.В. Демина, В.Л. Евтеев, Н.А. Коваленко, Л.Д. Соловьев, Чань Цун-мо. Препринт ОИЯИ, P-904, Дубна, 1962.
40. Н.В. Демина, В.Л. Евтеев, Н.А. Коваленко, Л.Д. Соловьев, Р.А. Хренова, Чань Цун-мо. ЖЭТФ, 44, 272 (1963).
41. Л.Д. Соловьев, Чань Цун-мо. ЖЭТФ, 42, 526 (1962).
42. Л.Д. Соловьев, А.В. Шелкачев. Препринт ОИЯИ, P-1741, Дубна, 1964. Nucl. Phys. 76, 684 (1966).
43. Л.Д. Соловьев. Препринт ОИЯИ, E-2343, Дубна, 1965; ЯФ 3, 188 (1966).

44. L.D.Soloviev. Phys. Lett., 5, 51 (1963).
45. L.D.Soloviev. Nucl. Phys., 64, 657 (1965).
46. Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 48, 1740 (1965).
47. Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 44, 308 (1963).
48. L.D.Soloviev. Phys. Lett., 3, 172 (1962/3).
49. Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 47, 1043 (1964).
50. Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 49, 282 (1965).
51. В.А. Мешеряков, Л.Л. Неменов, Л.Д. Соловьев. ЖЭТФ, 45, 1188 (1963).
52. В.А. Мешеряков, Л.Л. Неменов, Л.Д. Соловьев, Ю.П. Строкач, Ф.Г. Ткебучава. ЯФ, 2, 124 (1965).
53. Л.Д. Соловьев, Ю.Я. Юшин, ЖЭТФ, 45, 1202 (1963).
54. Т.Д. Блохинцева и др. Препринт ОИЯИ Р-2255, Дубна, 1965. ЯФ, 3, 511 (1966).
55. 1. К. Штраух. Лекция в Ереванской школе 18-26 мая 1965 г.
2. L.Lanzerotti et al. Phys. Rev.Lett., 15, 210 (1965).
56. 1. G.Hohler, W.Schmidt. Ann. Phys., 28, 34 (1964).
2. W.Schmidt. Z. Physik, 182, 76 (1964).
57. Б.Б. Говорков и др. ЖЭТФ, 44, 1463 (1963).
58. 1. С.А. Бунятов. Диссертация ОИЯИ, Дубна, 1965.
2. N.Schmitz. Nuovo Cim., 31, 255 (1964).
59. 1. M.Feldman et al. Phys. Rev. Lett., 14, 869 (1965).
2. V.Nagopian et al. Ibid. 1077.
60. Л.Л. Неменов, Л.Д. Соловьев, Д.И. Хомский. ЖЭТФ, 42, 1283 (1962).
61. 1. L.Stodolsky, J.J.Sakurai. Phys. Rev. Lett., 11, 90 (1963).
2. L.Stodolsky. Phys. Rev. 134, B1099 (1964).
62. И.Г. Азнаурян, Л.Д. Соловьев. Препринт ОИЯИ, Е-2544, Дубна, 1966.
63. 1. S.J.Lindenbaum, Раппортерский доклад на XII Международной конференции по физике высоких энергий. Дубна, 1964. Препринт ОИЯИ, Е-1802, Дубна, 1964.
2. X. Чернев и др. Препринт ОИЯИ, Е-2413, Дубна, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 марта 1966 г.