

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-96-115

На правах рукописи
УДК 539.12.01

К-174

КАЛМЫКОВ
Михаил Юрьевич

КВАНТОВАНИЕ АФФИННО-МЕТРИЧЕСКОЙ
ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1996

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова
Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:

член-корреспондент РАН,

профессор

В. Г. Кадышевский

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

профессор

В. Н. Мельников

(ВНИИМС, г. Москва)

кандидат физико-математических наук

А. Ю. Каменщик

(ИБРАЭ, г. Москва)

Ведущая организация:

НИИЯФ МГУ, г. Москва.

Защита диссертации состоится " " 1996 года в " " часов на заседании Специализированного совета К047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан " " 1996 года.

Ученый секретарь

Специализированного совета

доктор физико-математических наук

 А.Е. Дорохов

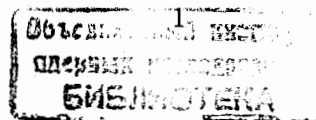
ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. После создания Стандартной Модели, объединяющей электрослабое и сильное взаимодействия, усилия многих физиков-теоретиков были направлены на создание единой теории поля. Однако построить теорию, объединяющую электрослабое, сильное и гравитационное взаимодействия, до сих пор не удается. Проблема заключается в перенормируемости эйнштейновской теории гравитации.

Как известно, ОТО согласуется со всеми известными экспериментальными данными. Однако в теории присутствует множество нерешенных проблем уже на классическом уровне - проблема сингулярностей, проблема начальных данных, определение тензора энергии-импульса гравитационного поля. Всё это заставляет искать альтернативные теории гравитации, лишённые всех этих недостатков. Большие погрешности проведенных экспериментов не позволяют с уверенностью говорить о корректности какой-либо теории. Поэтому при построении теории гравитации необходимо руководствоваться принципами самосогласованности теории, красоты, элегантности построения. Одним из таких критериев является перенормируемость теории.

Задача заключается в том, чтобы сконструировать самосогласованную и хорошо определённую теорию гравитации, либо изменив эйнштейновскую теорию, либо показав, что трудности имеющиеся в ОТО являются чисто искусственными, вызванными использованием пертурбативной теории.

Все попытки построить пертурбативно перенормируемую и унитарную теорию гравитации в рамках метрического подхода окончились безуспешно: теория, с членами, квадратичными по кривизне перенормируема во всех петлях и асимптотически свободна, но не унитарна: в спектре частиц присутствуют духи и тахионы. Формулировка теории на основе суперсимметрии также не привела к удовлетворительным результатам. В существующих моделях супергравитации ($N = 1$) на трехпетлевом уровне появляются исчезающие контрчлены, нарушающие конечность теории. Модели супергравитации с расширенной суперсимметрией ($N = 8$) или с дополнительной симметрией имеют улучшенные перенормировочные свойства. Но формулировка перенормируемой теории супергравитации отсутствует по сей день.



Возникновение теории струн возродило большие надежды на появление самосогласованной теории, объединяющей все четыре взаимодействия. Однако множество нерешённых проблем не позволяет получить в этом подходе эффективную пертурбативно перенормируемую теорию гравитации.

Таким образом, единственным путем к построению корректной теории гравитации в рамках теории возмущений, является выход за рамки римановой геометрии. Это подразумевает, что для описания пространства необходимо вводить кроме метрики дополнительные геометрические структуры: кручение и неметричность. Однако, перенормировочные свойства расширенных теорий гравитации мало изучены.

Цель работы. Исследование перенормировочных свойств ряда квантовополевых моделей теории гравитации с метрикой и связностью, как независимыми динамическими переменными, их симметрий, структуры однопетлевых контрчленов; параметризационная и калибровочная зависимость однопетлевых контрчленов в квантовой гравитации.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации:

Рассмотрено квантование аффинно-метрических теорий гравитации, инвариантных относительно проективных преобразований связности. Предложен класс калибровок для фиксации проективных преобразований. Для данного класса калибровок построены БРСТ-преобразования, связанные с общекоординатными и проективными симметриями. Показано, что в предложенном классе калибровок духи, связанные с проективной симметрией, не дают вклада в однопетлевые расходимости в размерной регуляризации. Вычислены однопетлевые расходимости на массовой оболочке в некоторых моделях, обладающих проективной симметрией с метрикой и связностью, как независимыми динамическими переменными. Показано, что наличие проективной инвариантности не улучшает перенормировочных свойств рассмотренных моделей.

Изучена зависимость однопетлевых контрчленов от выбора параметризации метрического поля в ОТО с космологической постоянной. Проверена прямым вычислением независимость однопетлевых контрчленов в ОТО на массовой оболочке от выбора параметризации и калибровочных параметров в специальном классе калибровок, что подтверждает выполнение теоремы ДеВитта - Каллош и теоремы эквива-

лентности. Изучена параметризационная зависимость однопетлевых контрчленов вне массовой оболочки в формализме первого порядка. В рамках обобщения ренормгруппы на неперенормируемые теории, вычислены β -функция и аномальная размерность в произвольной параметризации в ОТО. Предложен критерий физичности результатов петлевых вычислений в рамках неперенормируемых теорий гравитации.

Предложена новая трактовка дополнительных локальных симметрий, существующих в расширенных теориях гравитации. Роль таких симметрий заключается в подавлении нежелательных контрчленов и уменьшении произвола в первоначальном лагранжиане. Сформулирована модель аффинно-метрической теории гравитации инвариантная относительно дополнительных локальных симметрий. Построены БРСТ-преобразования в геометрическом и тетрадном формализмах в рамках данной модели. Показано, что дополнительные локальные симметрии в специальном классе калибровок, не дают вклада в однопетлевые расходимости в рамках размерной регуляризации. На основе метода Фуджикавы и принципа действия доказано отсутствие однопетлевых аномалий, связанных с дополнительными симметриями.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на VIII Всесоюзной гравитационной конференции "Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации" (Пушино, 1993 год), на международной школе-семинаре "Многомерная гравитация и космология" (Ярославль, 1994 год), на IX рабочем совещании по физике высоких энергий и квантовой теории поля (Звенигород, 1994 год), обсуждались на семинарах в Лаборатории Теоретической Физики Объединенного Института Ядерных Исследований (г. Дубна), на семинарах кафедры теоретической физики физического факультета МГУ.

Публикации.

По материалам диссертации опубликовано восемь работ.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав основного содержания и заключения. Общий объем диссертации - 115 страниц. Библиографический список состоит из 109 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дается краткий обзор различных способов построения квантовой теории гравитации, формулируются и обосновываются задачи диссертации, излагается её краткое содержание, приводится список используемых обозначений.

В первой главе рассматривается калибровочный подход в теории гравитации.

В §1 подробно изложена структура калибровочных теорий гравитации, основанная на следующих группах: $Diff M_4$, $T(4)$, группе Лоренца, общей линейной группы, группы Максвелла, $T(4) \oplus SO(3, 1)$, аффинной группы, группы Вейля, конформной группы, $SL(2, C)$, $U(4)$, группы де Ситтера.

В §2 приведена структура аффинно-метрического пространства. Обсуждается кинематика и динамика аффинно-метрической теории гравитации. Рассмотрено действие аффинно-метрической теории гравитации, переход к эйнштейновскому пределу в рамках данной теории. Получены уравнения движения и изучены симметрии следующих моделей с метрикой и связностью как независимыми динамическими переменными:

$$L_{gr}^{(1)} = -\frac{1}{k^2} \sqrt{-g} (\bar{R} - 2 \Lambda) \quad (1)$$

$$L_{gr}^{(2)} = -\frac{1}{k^2} (\bar{R} - 2 \Lambda) \sqrt{-g} + \frac{1}{k^2} (b_1 Q_{\sigma\mu\nu} Q^{\sigma\mu\nu} + b_2 Q_{\sigma\mu\nu} Q^{\nu\sigma\mu} + b_3 Q_{\sigma} Q^{\sigma}) \sqrt{-g} \quad (2)$$

$$L_{gr}^{(3)} = -\frac{1}{k^2} (\bar{R} - 2 \Lambda) \sqrt{-g} + \xi \varphi^2 \bar{R} + \frac{1}{2} \partial_{\mu} \varphi \partial_{\nu} \varphi g^{\mu\nu} \sqrt{-g} \quad (3)$$

Обсуждается вопрос о нарушении проективной симметрии:

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_{\mu\nu}^{\sigma} &\rightarrow ' \bar{\Gamma}_{\mu\nu}^{\sigma} = \bar{\Gamma}_{\mu\nu}^{\sigma} + \delta_{\mu}^{\sigma} C_{\nu}(x) \\ g_{\mu\nu} &\rightarrow ' g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} \\ \Phi_{mat} &\rightarrow ' \Phi_{mat} = \Phi_{mat} \end{aligned} \quad (4)$$

путем добавления взаимодействия с полями материи.

Вторая глава посвящена расчету однопетлевых контрчленов на массовой оболочке методом фонового поля с использованием техники Швингера-Де Витта в моделях, рассмотренных на классическом уровне в первой главе.

В §1 сформулированы проблемы, связанные с наличием ультрафиолетовых расходимостей в квантовой теории поля. Даны понятия R-операции Боголюбова, указана роль метода фонового поля в петлевых вычислениях. Подчеркнута роль инвариантной перенормировки при многопетлевых вычислениях методом фонового поля в неперенормируемых и обобщенно перенормируемых теориях.

В §2 дано определение производящего функционала в методе фонового поля. Приведены доказательства теоремы Де Витта-Каллош и теоремы эквивалентности в подходе функционального интеграла для произвольной калибровочной теории с замкнутой алгеброй.

В §3 рассмотрены различные методы расчета квантовых поправок в методе фонового поля. Приведён алгоритм расчета однопетлевых расходимостей с помощью метода фонового поля и техники Швингера-Де Витта.

В §4 вычислены однопетлевые расходимости для теории с действием (1). Обсуждена роль проективной инвариантности (4) на квантовом уровне. Предложен класс калибровок для фиксации проективной симметрии.

В §5 вычислены однопетлевые расходимости для теории с действием (2). Построены БРСТ преобразования для общесоординатных и проективных преобразований. Показано, что в классе калибровок, рассмотренных в предыдущем параграфе, духи, связанные с проективной симметрией не дают вклада в однопетлевые расходимости в рамках размерной регуляризации. Изучена роль членов, квадратичных по кручению в аффинно-метрической теории гравитации. В геометрическом формализме они играют роль массовых членов, нарушающих проективную симметрию. В рассмотренной модели, они не дают вклада в однопетлевые расходимости.

В §6 вычислены однопетлевые расходимости для теории с действием (3). Показано, что наличие проективной инвариантности не улучшает перенормировочных свойств теории.

В §7 приведены результаты главы 2

Третья глава посвящена анализу теоремы Де Витта-Каллош и теоремы эквивалентности на однопетлевом уровне в неперенормируемых

теориях на примере эйнштейновской гравитации с космологической постоянной.

В §1 приведены формулировки вышеуказанных теорем, формальное доказательство которых было дано в главе 2

В §2 вычислены однопетлевые контрчлены вне массовой оболочки в ОТО. Рассмотрены четыре набора переменных: $g_{\mu\nu}(-g)^r$, где $r \neq -\frac{1}{4}$; $g^{\mu\nu}(-g)^p$, где $p \neq \frac{1}{4}$; $\{\psi_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(-g)^{-\frac{1}{4}}, \pi = (-g)^{\frac{m}{4}}\}$; $\{\psi^{\mu\nu} = g^{\mu\nu}(-g)^{\frac{1}{4}}, \pi = (-g)^{\frac{m}{4}}\}$.

В §3 обсуждается теорема эквивалентности в аффинно метрической теории гравитации. Вычислены однопетлевые расходимости в формализме первого порядка с динамическими переменными: связностью $\bar{\Gamma}^{\sigma}_{\mu\nu}$ и произвольной тензорной плотностью метрического тензора. Показано, что эти переменные приводят к параметризационной зависимости однопетлевых контрчленов, совпадающей с результатами, полученными в формализме второго порядка.

В §4 проверяется явными вычислениями выполнение теоремы Де Витта-Каллош в ОТО в следующем классе калибровок:

$$F_{\mu} = \nabla_{\nu} h^{\nu}_{\mu} - \rho \nabla_{\mu} h + T_{\mu}^{\sigma\lambda} h_{\sigma\lambda}$$

где $T_{\mu}^{\sigma\lambda}$ произвольный тензор.

Рассмотрено также скалярное поле, минимальным образом взаимодействующее с гравитационным. Исследована зависимость однопетлевых контрчленов от выбора калибровочных параметров в следующем классе калибровок:

$$F_{\mu} = \nabla_{\nu} h^{\nu}_{\mu} - \rho \nabla_{\mu} h + J_{\mu} \phi$$

где J_{μ} произвольный тензор.

В §5 обсуждается физический смысл результатов петлевых вычислений в неперенормируемых теориях. В рамках обобщения ренорм-группы на неперенормируемые теории, вычислены ренормгрупповые функции для ОТО. Показана их явная зависимость от выбора параметризации на однопетлевом уровне. Предложен критерий физичности результатов петлевых вычислений в неперенормируемых теориях.

В §6 приведены результаты главы 3.

Четвертая глава посвящена построению аффинно метрической теории гравитации с дополнительной локальной симметрией.

В §1 формулируются проблемы квантовой гравитации.

В §2 перечислен ряд критериев, которым должна удовлетворять истинная квантовая теория гравитации и найден наиболее общий лагранжиан аффинно метрической теории гравитации удовлетворяющий им. На основе теоремы эквивалентности найдена связь между геометрическим и тетрадным подходом описания квантовой гравитации в пустом пространстве в однопетлевом приближении.

В §3 рассматриваются дополнительные локальные симметрии, связанные с преобразованиями полей связности:

$$\bar{\Gamma}^{\sigma}_{\mu\nu} \rightarrow' \bar{\Gamma}^{\sigma}_{\mu\nu} = \bar{\Gamma}^{\sigma}_{\mu\nu} + g^{\sigma\lambda} \Lambda_{[\lambda\mu\nu]} + \bar{T}^{\sigma}_{\mu\nu} + M^{\sigma} g_{\mu\nu} + N_{\nu} \delta^{\sigma}_{\mu} + P_{\mu} \delta^{\sigma}_{\nu} \quad (5)$$

где $\Lambda_{[\sigma\mu\nu]}$, $\bar{T}_{\sigma\mu\nu}$, M_{σ} , N_{ν} , P_{μ} произвольные антисимметричный, бесследовый тензоры и векторы соответственно.

Роль симметрий данного типа заключается в подавлении нежелательных контрчленов и уменьшении произвола в первоначальном лагранжиане. Найдены условия инвариантности аффинно-метрической теории гравитации относительно следующих преобразований:

$$\bar{\Gamma}^{\sigma}_{\mu\nu} \rightarrow' \bar{\Gamma}^{\sigma}_{\mu\nu} = \bar{\Gamma}^{\sigma}_{\mu\nu} + g^{\sigma\lambda} \Lambda_{[\lambda\mu\nu]} + C_{\nu} \delta^{\sigma}_{\mu} \quad (6)$$

В §4 построены БРСТ преобразования, связанные с обскоординатными и дополнительными локальными симметриями (6) в геометрическом подходе. Предложены классы калибровок для фиксации дополнительных симметрий. В данных калибровках, духи, связанные с преобразованиями (6) не дают вклада в однопетлевые расходимости в размерной регуляризации.

В §5 построены БРСТ преобразования и проведен анализ вклада новых духов в однопетлевые расходимости в тетрадном подходе. Показано, что в соответствующих калибровках, вклад дополнительных духов в размерной регуляризации равен нулю.

В §6 рассмотрен вопрос об однопетлевых аномалиях, связанных с преобразованиями (6). На основе метода Фуджикавы и принципа действия доказано отсутствие однопетлевых аномалий, связанных с дополнительными локальными симметриями. Рассмотрен вопрос о построении инвариантного относительно дополнительных локальных симметрий взаимодействия полей материи с гравитационным полем.

В §7 приведены результаты главы 4.

В заключении кратко сформулированы основные результаты диссертации, которые и выносятся на защиту.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

- Вычислены однопетлевые расходимости на массовой оболочке в некоторых моделях с метрикой и связностью, как независимыми динамическими переменными. Исследовано влияние проективной симметрии на перенормировочные свойства моделей. Построены БРСТ-преобразования для теорий, обладающих проективной инвариантностью.
- Вычислены однопетлевые расходимости вне массовой оболочки в произвольной параметризации в эйнштейновской теории гравитации с космологической константой и в формализме первого порядка. Исследована зависимость контрчленов от выбора параметризации в двух данных формализмах и показана их однопетлевая квантовая эквивалентность. Проверена явными расчетами на ряде примеров независимость однопетлевых контрчленов на массовой оболочке от выбора калибровочных параметров в специальном классе калибровок.
- Исследована зависимость ренормгрупповых величин от выбора параметризации в рамках обобщения метода ренормгруппы на неперенормируемые теории на примере эйнштейновской гравитации с космологической постоянной. Предложен критерий физичности результатов петлевых вычислений в рамках неперенормируемых теорий.
- Предложена новая трактовка дополнительных локальных симметрий, существующих в расширенных теориях гравитации. На основе этого, дана формулировка аффинно-метрической теории гравитации с дополнительными локальными симметриями. Исследован вопрос о связи геометрической и тетрадной формулировок теории на квантовом уровне.
- Построены БРСТ-преобразования аффинно-метрической теории гравитации с дополнительными локальными симметриями в геометрическом и тетрадном формализмах. Показано, что духи,

связанные с дополнительными локальными симметриями, не дают вклада в однопетлевое квантовое действие в рамках размерной регуляризации в специальном классе калибровок. Исследован вопрос об аномалиях, связанных с дополнительными локальными симметриями.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. M. Yu. Kalmykov and P. I. Pronin, Divergences of Gauge Gravitational Theories, in Modern Problems of Theoretical Physics, (Eds. P. I. Pronin, Yu. N. Obukhov, World Scientific, Singapore, 1991, p.53-74)
2. M. Yu. Kalmykov and P. I. Pronin, One-loop Effective Action in Gauge Gravitational Theory, Nuovo Cimento B106(1991) p.1401-1415
3. M. Yu. Kalmykov and P. I. Pronin, The functional integral measure and dynamical variables in affine gauge gravity, Тезисы VIII Российской гравитационной конференции, 1993, p.175-176
4. M. Yu. Kalmykov, P. I. Pronin and K. V. Stepanyantz, Projective invariance and one-loop effective action in affine-metric gravity interacting with scalar field, Class.Quantum Grav. 11(1994), 2645-2652
5. L. V. Avdeev, D. I. Kazakov and M. Yu. Kalmykov, The background-field method and noninvariant renormalization, Preprint JINR E2 - 94 - 388,
6. M. Yu. Kalmykov and P. I. Pronin, The one-loop divergences of the linear gravity with the torsion terms, Gen.Rel.Grav. 27 (1995), 873-885.
7. L. V. Avdeev, D. I. Kazakov and M. Yu. Kalmykov, Noninvariant renormalization in the background-field method, in Proceedings of the IX Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory, 248-254, Zvenigorod, 1994, ed: B.B. Levtchenko, MSU, 1995
8. M. Yu. Kalmykov, Gauge and parametrization dependencies of the one-loop counterterms in the Einstein gravity, Class. Quantum Grav. 12 (1995), 1401-1411

Рукопись поступила в издательский отдел
2 апреля 1996 года.