ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-85-36

МАРДОЯН
Левон Гришович

СФЕРОИДАЛЬНЫЙ И ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ СО СКРЫТОЙ СИММЕТРИЕЙ

Специальность: 01.04.02 – теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1985

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований и на кафедре теоретической физики Ереванского государственного университета.

Научные руководители:
доктор физико-математических наук
А.Н.СИСАКЯН
кандидат физико-математических наук
В.М.ТЕР-АНТОНЯН

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
Р.Н.ФАУСТОВ
кандидат физико-математических наук
С.И.ВИНИЦКИЙ

Ведущее научно-исследовательское учреждение - Научно-исследовательский институт ядерной физики Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Защита диссертации состоится "   "____________ 1985 года на заседании Специализированного совета К.041.07.02 ВНИ центра по изучению свойств поверхностей и вакуума (Москва).

Автореферат разослан "   "____________ 1985 года.
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ВНИЦПВ.

Ученый секретарь Совета
доктор физико-математических наук   В.Мельников   В.Н.МЕЛЬНИКОВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. За последние несколько десятилетий значительно возрос интерес теоретиков к симметрийным схемам исследования физических объектов и взаимодействий. Сказанное относится как к квантовой теории поля /I-4/, так и к таким разделам квантовой механики, как квантовая теория углового момента /5/ и теория квантовых систем со скрытой симметрией /6-8/.

В теории квантовых систем со скрытой симметрией одним из важных объектов исследований являются кулоновское и осцилляторное поля, т.к. именно с ними связаны многие практические задачи квантовой механики. Эти задачи, как правило, достаточно сложны и требуют для своего решения использования теории возмущений с вырождением. Как известно, в такой теории первостепенное значение имеют две проблемы: а) построение правильного нулевого приближения; б) разработка эффективных методов вычисления матричных элементов от различных операторов (в том числе и оператора возмущения) по невозмущенным волновым функциям.

В настоящей диссертации отмеченные проблемы решаются для случаев, в которых симметрии невозмущенного ($\hat{H}_0$) и возмущенного ($\hat{H}$) гамильтонианов таковы, что переменные в уравнениях $\hat{H}_0\Psi_0=E_0\Psi_0$ и $\hat{H}\Psi=E\Psi$ разделяются в одном и том же типе координат. Обычно разделение переменных в последнем уравнении возможно лишь в ортогональных координатах достаточно общего типа (в диссертации это сфероидальные и эллиптические координаты). Хотя с точки зрения уравнения $\hat{H}_0\Psi_0=E_0\Psi_0$ такие координаты выглядят несколько экзотично, тем не менее именно соответствующие этим координатам решения имеют статус правильных волновых функций нулевого приближения общего гамильтониана $\hat{H}$. Таким образом, для задач, рассмотренных в диссертации, проблема построения правильного нулевого приближения эквивалентна проблеме построения волновых функций, в которых переменные разделены.

В кулоновском и осцилляторном полях в уравнении $\hat{H}_0\Psi_0=E_0\Psi_0$ переменные разделяются во многих системах координат /9/, и каждое из решений (базисов) - в зависимости от симметрии гамильтониана $\hat{H}$ - может служить правильным нулевым приближением для того либо другого типа возмущений. Очевидно, в техническом плане очень важно знать межбазисные разложения, относящиеся к фиксированному собственному значению гамильтониана $\hat{H}_0$, т.к. только в этом случае возможно проводить вычисления нужных интегралов перекрытия и матричных элементов, т.е. реально пользоваться теорией возмущений, относящейся к гамильтониану $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$.

<u>Цель и задачи работы</u> формулируются следующим образом:

1. Построение сфероидального базиса атома водорода и эллиптических базисов двумерного атома водорода и кругового осциллятора.

2. Вычисление интегралов перекрытия, связывающих сфероидальный базис атома водорода с его сферическим и параболическим базисами.

3. Вычисление интегралов перекрытия, связывающих эллиптический базис двумерного атома водорода с его полярным и параболическим базисами.

4. Вычисление интегралов перекрытия, связывающих эллиптический базис кругового осциллятора с его полярным и декартовым базисами.

5. Доказательство специфического для кулоновского и осцилляторного полей произвольной размерности условия ортогональности радиальных волновых функций гиперсферического базиса по глобальному моменту ℓ.

<u>Научная новизна работы</u> определяется следующим:

1. Впервые найден сфероидальный базис атома водорода, удовлетворяющий "принципу соответствия", т.е. переходящий при $R \to 0$ и $R \to \infty$ (R - параметр, входящий в определение сфероидальных координат) в сферический и параболический соответственно;

2. Впервые найдены эллиптические базисы двумерного атома водорода и кругового осциллятора, переходящие при $R \to 0$ и $R \to \infty$ (R - параметр, входящий в определение эллиптических координат) в полярный и параболический (двумерный атом водорода) и полярный и декартовый (круговой осциллятор) базисы соответственно;

3. Впервые найдены разложения сфероидального базиса атома водорода и эллиптических базисов двумерного атома водорода и кругового осциллятора по более простым базисам этих систем.

<u>Практическая ценность</u>. Результаты диссертации могут быть использованы: а) в квантовомеханической задаче трех тел; б) при вычислении интегралов перекрытия в квантовой теории молекул; в) для выяснения поведения атома водорода и кругового осциллятора в различных внешних полях.

<u>Апробация работы</u>. Работы, относящиеся к диссертации, докладывались на семинарах ЛТФ ОИЯИ, кафедры теоретической физики и кафедры физики атомного ядра и элементарных частиц ЕГУ.

<u>Публикации</u>. По теме диссертации опубликовано десять работ, список которых приводится в конце автореферата.

<u>Структура и объем диссертации</u>. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, математического дополнения и приложения, содержит III страниц машинописного текста, 21 таблицу, два рисунка и список литературы из 98 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан обзор основных работ, относящихся к теории квантовых систем со скрытой симметрией и к проблеме межбазисных разложений; обоснована актуальность темы, сформулированы задачи и цель диссертации и изложено краткое содержание диссертации.

<u>В первой главе</u> рассмотрена задача об атоме водорода в сфероидальных координатах

$$x = \frac{R}{2}\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\cos\varphi; \quad y = \frac{R}{2}\sqrt{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}\sin\varphi; \quad z = \frac{R}{2}(\xi\eta+1).$$

В §I с помощью метода разделения переменных выведены трехчленные рекуррентные соотношения на коэффициенты $a_s(R)$, составляющие основу для построения сфероидального базиса атома водорода. Прослежено поведение сфероидальной константы разделения, трехчленных рекуррентных соотношений и самого сфероидального базиса в пределах $R \to 0$ и $R \to \infty$ и установлено выполнение требования, диктуемого принципом соответствия. В §2 доказано специфическое для кулоновского и осцилляторного полей размерности $f \geqslant 3$ условие ортогональности радиальных волновых функций, относящихся к произвольному гиперсферическому базису, по гипермоменту ℓ при данном значении главного квантового числа n:

$$\int_0^\infty r^{f-3} R_{n\ell}(r) R_{n\ell'}(r)\, dr = \left(\frac{\partial E_n}{\partial \ell}\right)_{n_r} \frac{2\delta_{\ell\ell'}}{2\ell+f-2},$$

где E_n - собственные значения гамильтониана кулоновского поля или осциллятора, n_r - радиальное квантовое число. Выявлена природа этого условия ортогональности. В §3 найдена зависимость интегралов перекрытия $W^{\ell}_{n\eta m}$ и $U^{n_1}_{n\eta m}$, связывающих сфероидальный базис атома водорода со сферическим $\Psi_{n\ell m}$ и параболическим $\Psi_{n_1 n_2 m}$ базисами, от рассмотренных в первом параграфе коэффициентов $a_s(R)$. Доказано, что при $R \to 0$ и $R \to \infty$ эти интегралы перекрытия переходят в нужные предельные выражения. В §4 установлены трехчленные рекуррентные соотношения, являющиеся отправной точкой для вычисления интеграла перекрытия $\mathcal{U}^{n_2}_{nqm}$:

$$\left[\lambda_q + (n_2+1)(n-|m|-n_2-1) + (n-n_2)(n_2+|m|) + \frac{R}{n}(n-|m|-2n_2-1)\right]\mathcal{U}^{n_2}_{nqm} =$$
$$= \left[(n_2+1)(n-|m|-n_2-1)(n-n_2-1)(n_2+|m|+1)\right]^{1/2}\mathcal{U}^{n_2+1}_{nqm} +$$
$$+ \left[n_2(n-|m|-n_2)(n-n_2)(n_2+|m|)\right]^{1/2}\mathcal{U}^{n_2-1}_{nqm} .$$

Здесь λ_q – собственные значения оператора $\hat{\Lambda} = -\hat{L}^2 + \frac{R}{n}\hat{A}_z$, $\hat{A}_z$ – третья проекция вектора Рунге – Ленца. Сформулирован и реализован подход, позволяющий методом теории возмущений находить сфероидальные поправки к сферическому и параболическому базисам атома водорода.

Во второй главе рассмотрена задача о двумерном атоме водорода в эллиптических координатах

$$x = \frac{R}{2}(\operatorname{ch}\xi\cos\eta + 1); \quad y = \frac{R}{2}\operatorname{sh}\xi\sin\eta .$$

В § 5 приведены необходимые сведения об эллиптической системе координат. В §6 доказано, что эллиптический базис $\psi(\xi,\eta;R) = X(\xi;R)Y(\eta;R)$ двумерного атома водорода определяется функцией $Z(\xi;R)$, удовлетворяющей уравнению ($\omega = \sqrt{-2E}$, $A(R)$ – константа разделения в эллиптических координатах)

$$\frac{d^2 Z(\xi;R)}{d\xi^2} - \left[A + R\cos\xi - \frac{\omega^2 R^2}{4}\cos^2\xi\right] Z(\xi;R) = 0$$

и условию периодичности $Z(\xi) = Z(\xi + 2\pi)$ и связанной с функциями $X(\xi)$ и $Y(\eta)$ соотношениями $Z(i\xi) = X(\xi)$, $Z(\eta) = Y(\eta)$. В §7 замечено, что эллиптический базис двумерного атома водорода распадается на два подбазиса $\psi^{(+)}$ и $\psi^{(-)}$, каждый из которых имеет определенную четность относительно преобразования $\eta \to -\eta$. Найдены формулы, выражающие эти подбазисы через коэффициенты $a_{2s}(R)$ и $a_{2s+1}(R)$, подчиняющиеся трехчленным рекуррентным соотношениям

$$\alpha_{2s} a_{2s+2} + \beta_{2s} a_{2s} + R\gamma_{2s} a_{2s-2} = 0 ,$$
$$\alpha_{2s+1} a_{2s+3} + \beta_{2s+1} a_{2s+1} + R\gamma_{2s+1} a_{2s-1} = 0 ,$$

в которых

$$\alpha_t = \frac{1}{4}(t+1)(t+2); \quad \gamma_{2s} = 2\omega(s-n-1); \quad \gamma_{2s+1} = 2\omega(s-n),$$

$$\beta_{2s} = -s(2\omega R + s) + \frac{\omega^2 R^2}{4} + R - \frac{\omega R}{2} - A ,$$
$$\beta_{2s+1} = -s(2\omega R + s) + \frac{\omega^2 R^2}{4} + R - \frac{3\omega R}{2} - 1 - 2s - A .$$

В §8 доказано условие ортогональности эллиптических волновых функций по квантовому числу q . В §§9,I0 показано, что эллиптический базис двумерного атома водорода переходит при $R \to 0$ и $R \to \infty$ в полярный и параболический соответственно.

В третьей главе рассмотрены межбазисные разложения в двумерном атоме водорода. В §II показано, что коэффициенты, определяющие разложения параболических подбазисов с данной четностью по полярным (с той же четностью), определяются обобщенной гипергеометрической функцией ${}_3F_2$ при значении аргумента z = I. Найдены формулы, выражающие интегралы перекрытия, связывающие эллиптические подбазисы с данной четностью с соответствующими полярными подбазисами, через коэффициенты $a_{2s}(-R)$ и $a_{2s+1}(-R)$. Доказано, что в пределах $R \to 0$ и $R \to \infty$ соблюдаются требования, диктуемые принципом соответствия. Аналогичная программа для разложения эллиптического базиса по параболическому реализована в §I2. В §I3 с помощью разделения переменных в эллиптических координат найден явный вид интеграла движения $\hat{\Lambda}$, для которого эллиптический базис является собственной функцией, а эллиптическая константа разделения – собственным значением. Получены трехчленные рекуррентные соотношения, определяющие интегралы перекрытия $W^{(\pm)}_{Nqm}$ и $\mathcal{U}^{(\pm)}_{Nqp}$, связывающие эллиптические подбазисы $\psi^{(\pm)}_{Nq}$ с полярным ψ_{Nm} и параболическим ψ_{Np} базисами ($\lambda^{(\pm)}_q$ – собственные значения оператора $\hat{\Lambda}$):

$$\frac{\lambda^{(\pm)}_q + m^2}{\omega R} W^{(\pm)}_{Nqm} = \frac{1}{2}\sqrt{(N-m)(N+m+1)}\, W^{(\pm)}_{Nq,m+1} +$$
$$+ \frac{1}{2}\sqrt{(N-m+1)(N+m)}\, W^{(\pm)}_{Nq,m-1} ,$$

$$\left[\lambda^{(\pm)}_q + \omega p R + \frac{1}{2}(N^2 + N - p^2)\right]\mathcal{U}^{(\pm)}_{Nqp} =$$
$$= \frac{1}{4}\sqrt{(N-p)(N-p-1)(N+p+1)(N+p+2)}\, \mathcal{U}^{(\pm)}_{Nq,p+2} +$$
$$+ \frac{1}{4}\sqrt{(N-p+1)(N-p+2)(N+p)(N+p-1)}\, \mathcal{U}^{(\pm)}_{Nq,p-2} .$$

В §14 вычислены эллиптические поправки к полярному и параболическому базисам двумерного атома водорода. Используется доказанная в §13 формула, согласно которой эллиптический интеграл движения $\hat\Lambda$ имеет вид

$$\hat\Lambda = -\hat L^2 - \omega R\hat{\mathcal{P}},$$

где $\hat L = -i\frac{\partial}{\partial\varphi}$, а $\hat{\mathcal{P}}$ определяется выражением

$$\hat{\mathcal{P}} = \frac{1}{2\omega(u^2+v^2)}\left[u^2\frac{\partial^2}{\partial v^2} - v^2\frac{\partial^2}{\partial u^2} + 2(u^2+v^2)\right].$$

Поправки вычисляются методом теории возмущений. При $\omega R \ll 1$ в качестве возмущения выбирается оператор $\omega R\hat{\mathcal{P}}$, при $\omega R \gg 1$ – оператор $-\hat L^2/\omega R$. Учитывается, что полярный и параболический базисы являются собственными функциями операторов $\hat L$ и $\hat{\mathcal{P}}$.

<u>В четвертой главе</u> рассмотрены базисы и межбазисные разложения в круговом осцилляторе. В §15 проведен анализ кругового осциллятора в эллиптических координатах

$$x = \frac{R}{2}\operatorname{ch}\xi\cos\eta; \quad y = \frac{R}{2}\operatorname{sh}\xi\sin\eta.$$

Доказано, что эллиптический базис $\psi(\xi,\eta)=X(\xi)Y(\eta)$ кругового осциллятора определяется функцией $Z(\xi)$, удовлетворяющей уравнению

$$\left(\frac{d^2}{d\xi^2} - \frac{\varepsilon R^2}{4}\cos 2\xi + \frac{R^4}{64}\cos^2 2\xi\right)Z(\xi;R^2) = A(R^2)Z(\xi;R^2)$$

(A – эллиптическая константа разделения, ε – энергия кругового осциллятора) и удовлетворяющая условию периодичности $Z(\xi) = Z(\xi+2\pi)$ и связанной с функциями $X(\xi;R^2)$ и $Y(\eta;R^2)$ соотношениями $Z(i\xi)=X(\xi)$, $Z(\eta)=Y(\eta)$. Выяснено, что эллиптический базис кругового осциллятора расщепляется на четыре: $\psi^{(+,+)}$, $\psi^{(-,+)}$, $\psi^{(-,-)}$ и $\psi^{(+,-)}$, каждый из которых имеет фиксированные четности относительно преобразований $(x,y)\to(x,-y)$ и $(x,y)\to(-x,-y)$. Найдены формулы, выражающие эти подбазисы через коэффициенты a_k и b_k, подчиняющиеся трехчленным рекуррентным соотношениям

$$(k+1)(k+2)a_{k+2} + \beta_k a_k + \frac{R^2}{2}(k-\varepsilon-1)a_{k-2} = 0,$$

$$(k+1)(k+2)b_{k+2} + \tilde\beta_k b_k + \frac{R^2}{2}(k-\varepsilon)b_{k-2} = 0$$

(каждому подбазису соответствует определенная четность числа k), в которых

$$\beta_k = -k^2 + \frac{R^2}{4}(\varepsilon-2k-1) + \frac{R^4}{64} - A(R^2),$$

$$\tilde\beta_k = -(k+1)^2 + \frac{R^2}{4}(\varepsilon-2k-1) + \frac{R^4}{64} - A(R^2).$$

Исследованы пределы $R\to 0$ и $R\to\infty$ как в приведенных рекуррентных соотношениях, так и в самих эллиптических подбазисах. В §16 найдены разложения, связывающие между собой полярные и декартовы подбазисы с данной четностью (относительно того же преобразования, что и для эллиптических подбазисов). Показано, что коэффициенты, генерирующие эти разложения, определяются обобщенной гипергеометрической функцией ${}_3F_2$ от аргумента $z = 1$. Получены формулы, выражающие коэффициенты разложений эллиптических подбазисов по полярным и декартовым через коэффициенты a_k и b_k, определяющие эллиптический базис. В §17 с помощью метода разделения переменных в эллиптических координатах найден явный вид интеграла движения $\hat\Lambda$, для которого эллиптический базис является собственной функцией, а эллиптическая константа разделения – собственным значением. Получены рекуррентные соотношения, определяющие интегралы перекрытия $W^{(+,+)}$, $W^{(-,+)}$, $W^{(-,-)}$ и $W^{(+,-)}$, связывающие эллиптические подбазисы $\psi^{(+,+)}$, $\psi^{(-,+)}$, $\psi^{(-,-)}$ и $\psi^{(+,-)}$ с соответствующими полярными подбазисами:

$$\sqrt{(n+p)(n-p+1)}(1-\delta_{p0})W^{(+,+)}_{2p-2} + \sqrt{(n+p+1)(n-p)}\,W^{(+,+)}_{2p+2} + \sqrt{n(n+1)}\left(W_0^{(+,+)}\delta_{p1} + W_2^{(+,+)}\delta_{p0}\right) + \frac{4}{R^2}\left(\lambda^{(+,+)}+4p^2\right)W^{(+,+)}_{2p} = 0,$$

$$\sqrt{(n+p+1)(n-p+1)}(1-\delta_{p0})W^{(-,+)}_{2p-1} + \sqrt{(n+p+2)(n-p)}\,W^{(-,+)}_{2p+3} + (n+1)\delta_{p0}W_1^{(-,+)} + \frac{4}{R^2}\left[\lambda^{(-,+)}+(2p+1)^2\right]W^{(-,+)}_{2p+1} = 0,$$

$$\sqrt{(n+p+1)(n-p+1)}(1-\delta_{p0})W^{(-,-)}_{2p-1} + \sqrt{(n+p+2)(n-p)}\,W^{(-,-)}_{2p+3} - (n+1)\delta_{p0}W_1^{(-,-)} + \frac{4}{R^2}\left[\lambda^{(-,-)}+(2p+1)^2\right]W^{(-,-)}_{2p+1} = 0,$$

$$\sqrt{(n+p+2)(n-p+1)}(1-\delta_{p0})W^{(+,-)}_{2p} + \sqrt{(n+p+3)(n-p)}\,W^{(+,-)}_{2p+4} + \frac{4}{R^2}\left[\lambda^{(+,-)}+(2p+2)^2\right]W^{(+,-)}_{2p+2} = 0.$$

Показано, что интегралы перекрытия, связывающие эллиптические подбазисы с данной четностью с такими же декартовыми подбазисами, определяются рекуррентными соотношениями:

$$2\sqrt{(k+1)(2k+1)(n-k)(2n-2k-1)}\,\mathcal{U}^{(+,+)}_{2k+2}+$$
$$+2\sqrt{k(2k-1)(n-k+1)(2n-2k+1)}\,\mathcal{U}^{(+,+)}_{2k-2}+$$
$$+\left[\lambda^{(+,+)}+8k(n-k)+2n+\frac{R^2}{2}(2k-n)\right]\mathcal{U}^{(+,+)}_{2k}=0,$$

$$2\sqrt{(k+1)(2k+3)(n-k)(2n-2k-1)}\,\mathcal{U}^{(-,+)}_{2k+3}+$$
$$+2\sqrt{k(2k+1)(n-k+1)(2n-2k+1)}\,\mathcal{U}^{(-,+)}_{2k-1}+$$
$$+\left[\lambda^{(-,+)}+4(n-k)(2k+1)+2n+1+\frac{R^2}{4}(4k-2n+1)\right]\mathcal{U}^{(-,+)}_{2k+1}=0,$$

$$2\sqrt{(k+1)(2k+3)(n-k)(2n-2k+1)}\,\mathcal{U}^{(+,-)}_{2k+3}+$$
$$+2\sqrt{k(2k+1)(n-k+1)(2n-2k+3)}\,\mathcal{U}^{(+,-)}_{2k-1}+$$
$$+\left[\lambda^{(+,-)}+2(2k+1)(2n-2k+1)+2n+2+\frac{R^2}{2}(2k-n)\right]\mathcal{U}^{(+,-)}_{2k+1}=0,$$

$$2\sqrt{(k+1)(2k+1)(n-k)(2n-2k+1)}\,\mathcal{U}^{(-,-)}_{2k+2}+$$
$$+2\sqrt{k(2k-1)(n-k+1)(2n-2k+3)}\,\mathcal{U}^{(-,-)}_{2k-2}+$$
$$+\left[\lambda^{(-,-)}+4k(2n-2k+1)+2n+1+\frac{R^2}{4}(4k-2n-1)\right]\mathcal{U}^{(-,-)}_{2k}=0.$$

В §18 вычислены эллиптические поправки к полярному и декартовому базисам кругового осциллятора. Используется доказанная в предыдущем параграфе формула, согласно которой эллиптический интеграл движения $\hat{\Lambda}$ кругового осциллятора имеет вид

$$\hat{\Lambda}=-\hat{L}^2-\frac{R^2}{2}\hat{\mathcal{P}},$$

где $\hat{L}=-i\,\partial/\partial\varphi$, а $\hat{\mathcal{P}}'$ определяется выражением

$$\hat{\mathcal{P}}=\frac{1}{4}\left(x^2-\frac{\partial^2}{\partial x^2}-y^2+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right).$$

Как и в §14, поправки вычисляются методом теории возмущений.

<u>В заключении</u> перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

<u>В математическое дополнение</u> выделены простые базисы атома водорода, двумерного атома водорода и кругового осциллятора, нормировочные константы сфероидального базиса атома водорода и эллиптических базисов двумерного атома водорода и кругового осциллятора, а также часто используемые в основном тексте математические формулы.

<u>В приложение</u> вынесены таблицы сфероидального базиса атома водорода, эллиптических базисов двумерного атома водорода и кругового осциллятора, а также коэффициенты межбазисных разложений для низших квантовых чисел.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Найдено решение уравнения Шредингера для атома водорода в сфероидальных координатах, переходящее в пределах $R\to 0$ и $R\to\infty$ в сферический и параболический базисы соответственно.

2. Доказана ортогональность радиальных частей сферического базиса атома водорода и изотропного осциллятора по неэнергетическому квантовому числу.

3. Получены разложения сфероидального базиса атома водорода по сферическому и параболическому базисам. Вычислены главные сфероидальные поправки к сферическому и параболическому базисам атома водорода.

4. Решено уравнение Шредингера для двумерного атома водорода и кругового осциллятора в эллиптических координатах и прослежены пределы $R\to 0$ и $R\to\infty$.

5. Найдены разложения эллиптических базисов двумерного атома водорода и кругового осциллятора по более простым базисам этих систем.

6. В рамках метода разделения переменных установлены интегралы движения, фиксирующие эллиптические базисы двумерного атома водорода и кругового осциллятора. Вычислены эллиптические поправки к полярному и декартовому базисам кругового осциллятора и полярному и параболическому базисам двумерного атома водорода.

ПУБЛИКАЦИИ

1. L.G.Mardoyan, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. Spheroidal analysis of the hydrogen atom. J.Phys.,A16,711-728, 1983.
2. Л.Г.Мардоян, Г.С.Погосян, В.М.Тер-Антонян. К разложению сфероидального базиса атома водорода по сферическому. Изв. АН АрмССР, Физика, 19, 3-9, 1984.
3. L.G.Mardoyan, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. Spheroidal corrections to the spherical and parabolic basis of the hydrogen atom. Preprint JINR E2-84-516, Dubna, 1984.
4. Л.Г.Мардоян, Г.С.Погосян, А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян. Двумерный атом водорода. Эллиптический базис. ТМФ, 61, 99-117, 1984.
5. Л.Г.Мардоян, Г.С.Погосян, А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян. Межбазисные разложения в двумерном атоме водорода. Препринт ОИЯИ Р2-84-86, Дубна, 1984.
6. Л.Г.Мардоян, Г.С.Погосян, А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян. Скрытая симметрия, разделение переменных и межбазисные разложения в двумерном атоме водорода. Препринт ОИЯИ Р2-83-899, Дубна, 1983.
7. Л.Г.Мардоян, Г.С.Погосян, А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян. К эллиптическому базису двумерного атома водорода. Препринт ОИЯИ Р2-84-110, Дубна, 1984.
8. Л.Г.Мардоян, Г.С.Погосян, А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян. Эллиптический базис кругового осциллятора. Препринт ОИЯИ Р2-84-211, Дубна, 1984.
9. Л.Г.Мардоян, Г.С.Погосян, А.Н.Сисакян, В.М.Тер-Антонян. Межбазисные разложения в круговом осцилляторе. Препринт ОИЯИ Р2-84-526, Дубна, 1984.
10. L.G.Mardoyan, G.S.Pogosyan, A.N.Sissakian, V.M.Ter-Antonyan. On the elliptic basis of a circular oscillator. Preprint JINR E2-84-517, Dubna, 1984.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Наука, Москва, 1976.
2. Л.Б.Окунь. Лептоны и кварки. Наука, Москва, 1981.
3. М.Гелл-Манн, П.Рамон, Р.Сланский. УФН, 130, 459, 1980.
4. С.Г.Матинян. УФН, 130, 3, 1980.
5. Л.Биденхарн, Дж.Лаук. Угловой момент в квантовой физике. Мир, Москва, 1984.
6. V.A.Fock. Zs.Phys., 98, 145, 1935.

7. А.М.Переломов, В.С.Попов. ЖЭТФ, 50, 179, 1966.
8. M.Bander, C.Itzykson. Rev.Mod.Phys., 38, 330; 346, 1966.
9. L.P.Eisenchart. Phys.Rev., 74, 87, 1948.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 января 1985 года.