ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

С - 59

2-83-320
УДК 530.12: 531.51

СОКАЧЕВ
Эмери Симеонов

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Специальность: 01.04.02 – теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Дубна 1983

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук старший научный сотрудник — Р.Э.КАЛЛОШ,

доктор физико-математических наук профессор — Ю.И.МАНИН,

доктор физико-математических наук профессор — Я.А.СМОРОДИНСКИЙ.

Ведущая организация –

Физико-технический институт АН УССР, г. Харьков.

Автореферат разослан "___"___________1983 г.

Защита состоится "___"___________1983 г. на заседании Специализированного совета Д047.01.01 Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Ученый секретарь Совета

Р.А.АСАНОВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Цель работы. Цель диссертации – построение геометрической теории $N=1$ супергравитации, основанной на простых и четких геометрических принципах. Исследуется также геометрия $N=2$ супергравитации.

Актуальность проблемы. Супергравитация является новым разделом теории поля. Она появилась всего семь лет тому назад (работы, вошедшие в главу II настоящей диссертации, были одними из первых, положивших начало этому направлению). Супергравитация возникла в результате слияния принципа суперсимметрии, качественно новой симметрии между бозонами и фермионами, с принципами теории Эйнштейна – наиболее фундаментальной и, пожалуй, одной из красивейших физических теорий. Суперсимметрия стирает различие между двумя основными компонентами материи, бозонными полями – переносчиками фундаментальных взаимодействий, и фермионами – частицами вещества. Теория тяготения же устанавливает тесную связь между материей и свойствами физического пространства-времени. Сочетание этих принципов в супергравитации приведет, возможно, к сверхъединой и к тому же свободной от расходимостей теории всех частиц и взаимодействий. Основания для таких надежд дают две наиболее сложные и интересные суперсимметричные теории – $N=8$ супергравитация и $N=4$ теория Янга-Миллса. Первая, с ее большим числом частиц (гравитон, 8 гравитини, 28 векторов, 56 спиноров и 70 скаляров) в составе единого супермультиплета, с ее скрытыми симметриями (глобальная E_7, локальная $SU(8)$), подсказывает пути "сверхвеликого" объединения. Вторая уже оказалась первым сенсационным примером конечной квантовой теории поля.

В свете значительных достижений супергравитации и суперсимметрии и их заманчивых перспектив следует особо подчеркнуть, что их дальнейшее развитие зависит решающим образом от создания подходящего, компактного и удобного, явно суперсимметричного языка. Большинство начальных результатов в теории было получено традиционными способами, в терминах обычных полей. При этом, однако, суперсимметрия остается неявной, так как лагранжианы содержат иногда сотни полей с очень сложными законами суперпреобразований. С другой стороны, такое замечательное свойство, как, например, сокращение расходимостей, есть

Объединенный институт ядерных исследований БИБЛИОТЕКА

следствие именно явной суперсимметрии. Отсутствие емкой, явно суперсимметричной формулировки является не только техническим, но принципиальным затруднением. Особенно ярко это проявляется в супергравитации. Она есть обобщение теории тяготения, построенной на мощной и красивой геометрической основе, и сама просто обязана вытекать из нетривиальных геометрических принципов.

Осознание этой проблемы заставило искать геометрическую формулировку супергравитации уже с самого ее появления. Однако большинство попыток было слишком тесно связано с прообразом – теорией Эйнштейна и геометрией Римана. Так, использовались вещественное суперпространство и объекты типа метрики или тетрады для задания его локальных свойств. Все это приводило к крайне неминимальному описанию, к необходимости наложения ряда сложных связей на динамические переменные. Как оказалось, для создания адекватного описания принципиально новой геометрии супергравитации пришлось отойти от ряда привычных понятий и образов. Начало этому новому направлению в супергравитации положено в настоящей диссертации, где разработан полностью случай $N=1$ супергравитации.

Следует отметить, что в настоящий момент именно $N=1$ супергравитация находится в центре внимания многих исследователей. Поиски направлены на извлечение возможных феноменологических следствий из ее взаимодействия с $N=1$ суперсимметричной материей.

<u>Научная новизна</u>. В диссертации создано новое направление в теории суперсимметрии – адекватная геометрическая теория $N=1$ супергравитации. Супергравитация обобщает геометрическую теорию Эйнштейна. В ее основу заложены нетривиальные новые геометрические принципы, выдвинутые в диссертации:

I. Фундаментальную роль в $N=1$ супергравитации играет комплексное суперпространство (СП) с супергруппой аналитических преобразований координат.

II. Геометрия $N=1$ супергравитации есть геометрия вещественной гиперповерхности $\mathbb{R}^{4\|4}$ произвольной формы, вложенной в плоское комплексное СП.

III. Часть координат комплексного СП отождествляется с динамической переменной – гравитационным суперполем $H^m(x,\theta,\bar\theta)$ ($H^m, H^\mu, \bar H^{\dot\mu}$ в неминимальном случае). Именно оно оказывается простейшим суперполем, содержащим гравитационный супермультиплет полей.

На основе предложенных принципов в диссертации разработан последовательный формализм $N=1$ супергравитации, а также сделано продвижение в понимании $N=2$ супергравитации. Ниже перечислены наиболее важные новые результаты.

<u>Основные результаты, выдвигаемые для защиты</u>:

I. Конструктивно развита идея о супертоке как источнике аксиального гравитационного суперполя. Разработан эффективный метод анализа теории в линеаризованном приближении.

2. На этой основе впервые получена формулировка $N=1$ супергравитации и найден набор вспомогательных полей (в рамках линеаризованного приближения).

3. Выяснено геометрическое различие между конформной и эйнштейновской супергравитациями. В первом случае следует рассматривать супергруппу общих аналитических преобразований координат в комплексном СП, а во втором – ее подгруппу, сохраняющую суперобъем комплексного СП (эта трактовка обобщена и для неминимальной супергравитации).

4. Развит формализм дифференциальной геометрии $\mathbb{R}^{4\|4}$ в терминах единственного геометрического объекта – препотенциала H^m (или $H^m, H^\mu, \bar H^{\dot\mu}$ в неминимальном случае). Введено понятие локальной касательной супергруппы, индуцированной мировой.

5. Введено понятие нормальной калибровки в супергравитации, и на его основе разработана эффективная техника для вычисления тензорных величин (она применима и в других калибровочных теориях).

6. Вычислены инвариантные тензоры в СП $N=1$ супергравитации. Показано, что налагаемые в других подходах ограничения здесь удовлетворяются автоматически.

7. Получены уравнения движения для $N=1$ супергравитации путем варьирования действия по свободному от ограничений гравитационному суперполю. Эти уравнения являются логическим завершением программы, начатой идеей о супертоке-источнике.

8. Показано, что космологический член в минимальной $N=1$ супергравитации может возникать как топологический инвариант.

9. Исследованы различные варианты $N=1$ супергравитации. Вопреки определенному мнению большинство из них примерно равносильно в плане взаимодействия с материей.

I0. Открыт новый вариант $N=1$ супергравитации – "гибкий". Характерное для него ограничение на препотенциалы успешно включено в действие посредством лагранжева множителя. Введено новое понятие "следящего ограничения".

II. Показано, что комплексная структура СП $N=2$ супергравитации может объяснить большинство особенностей соответствующей геометрии (за исключением двух ограничений на препотенциалы).

I2. Впервые написано действие для $N=2$ супергравитации в суперпространстве. Вскрыто его существенно комплексное происхождение.

I3. Впервые обнаружен факт равенства нулю инвариантного суперобъема вещественного СП $N=2$ супергравитации.

I4. Проведен исчерпывающий анализ неприводимых представлений расширенной суперсимметрии в суперполях. В основу положена идея объединения одинаковых супералгебр генераторов суперсимметрии и ковариантных спинорных производных. Получен спектр операторов Казимира, указан способ снятия вырождения.

I5. Предложен простой метод вывода дифференциальных условий неприводимости для суперполей.

Практическая ценность. В диссертации решена проблема принципиального характера - создана геометрическая теория $N=1$ супергравитации. Новые идеи, заложенные в ее основу, окажут влияние на будущее развитие теории, направят дальнейшие поиски еще более нетривиальной геометрии расширенной супергравитации.

Помимо этого, разработанный подход имеет прямое применение в других областях суперсимметрии. На повестке дня стоит изучение феноменологических следствий моделей с участием $N=1$ супергравитации, а также расходимостей в $N=1$ супергравитации. И в том, и в другом случае уже конструктивно используется созданный в работе аппарат. Метод анализа линеаризованных теорий, впервые примененный в диссертации, уже стал традиционным в суперсимметрии.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Диссертация состоит из Введения, Первой части (содержащей 6 глав), Второй части (3 главы) и Заключения. В ней 259 страниц машинописного текста и библиография из I32 наименований.

В главе I (Введение) дана краткая характеристика современного состояния суперсимметрии и супергравитации (СГ) с подчеркиванием тех проблем, которые обусловливают актуальность диссертации. Кроме того, Введение призвано служить путеводителем по диссертации. Общие направления сформулированы в виде программы построения геометрического аппарата и динамической теории, состоящей из пяти пунктов. Она проиллюстрирована на примере теории Эйнштейна. Затем проведен анализ альтернативной попытки Весса и Зумино и других реализовать эту программу для $N=1$ СГ. Показано, что возникающие при этом трудности связаны с неадекватным выбором вещественного СП в качестве геометрической основы теории. После такого вступления сделан обзор содержания диссертации - полной и адекватной реализации намеченной программы для случая $N=1$ СГ и некоторых результатов по $N=2$ СГ.

Первая часть диссертации посвящена $N=1$ СГ.

Глава II носит эвристический характер. В ней показано, как простые, чисто динамические соображения открыли еще в 1976 году путь к идее о комплексной геометрии. Тогда же были найдены впервые вспомогательные поля для минимальной $N=1$ СГ в линеаризованном приближении.

Отправным пунктом в главе II служит аналогия с теорией Эйнштейна. Последняя может рассматриваться как теория симметричного тензорного поля $h_{mn}(x)$, генерируемого сохраняющимся тензором энергии-импульса $\theta_{mn}(x)$. В суперсимметрии тензор энергии-импульса вместе с током суперсимметрии объединяются в один супермультиплет, который описывается аксиальным суперполем (супертоком) $V^m(x,\theta,\bar\theta)$. Естественно предположить, что гравитационное поле $h_{mn}(x)$ включается в суперполе того же типа, в аксиальное суперполе $h^m(x,\theta,\bar\theta)$ (к тому же $h^m(x,\theta,\bar\theta)$ есть простейшее суперполе, содержащее максимальный спин 2). Тогда уравнение движения для h^m в низшем (линеаризованном) приближении по гравитационной константе $\varkappa$ можно записать в виде

$$\pi_m{}^n h_n = \varkappa V_m . \qquad (I)$$

Здесь V_m - суперток материальных суперполей (источников СГ). Оператор свободного уравнения π находится с учетом состава неприводимых представлений суперсимметрии в источнике V_m. Запись уравнения (I) в терминах компонентных полей позволила впервые найти набор вспомогательных полей в $N=1$ СГ.

Далее, по виду свободного уравнения можно восстановить калибровочные преобразования h_m в низшем приближении. Исследуя взаимодействие h_m с материальными суперполями через их суперток, удается выявить следующее важнейшее свойство калибровочных преобразований h_m. Для киральных материальных суперполей, определяемых как аналитические функции на комплексном СП $\mathbb{C}^{4|2}$, эти преобразования имеют смысл общих аналитических преобразований координат. Это наблюдение открыло прямой путь к построению требуемой теории.

Глава III содержит основные геометрические положения теории.

А) В качестве адекватного СП для $N=1$ (минимальной) СГ следует выбрать комплексное СП $\mathbb{C}^{4|2}$ (а не вещественное $\mathbb{R}^{4|4}$, используемое в ряде других подходов).

Б) Супергруппой симметрии теории является супергруппа общих (в случае конформной СГ) аналитических преобразований координат $\mathbb{C}^{4|2}$:

$$z_L'^M = z_L'^M(z_L^N)\ ;\ \mathbb{C}^{4|2} = \{z_L^M = (x_L^m, \theta_L^\mu)\} \text{ или } \{z_R^M = (x_R^m, \bar\theta_R^{\dot\mu})\} \qquad (2)$$

(аналитичность означает, что преобразования z_L зависят только от z_L, но не от $z_L^+ = z_R$). Для физической (эйнштейновской) СГ подходит подгруппа, выделяемая геометрическим условием сохранения суперобъема $\mathbb{C}^{4|2}$:

$$Ber\left(\frac{\partial z'_L}{\partial z_L}\right) = 1 . \qquad (3)$$

В) Основным калибровочным объектом в теории является вещественное аксиальное гравитационное суперполе $H^m(x,\theta,\bar\theta)$ (обобщение h^m из главы П), вводимое следующим образом. Физическое (вещественное) СП $\mathbb{R}^{4|4}$ следует вложить в (плоское) СП $\mathbb{C}^{4|2}$ как гиперповерхность, определяемую произвольной суперфункцией :

$$\mathbb{R}^{4|4} = \{ z^M = (x^m = Re\, x_L^m,\ \theta^\mu = \theta_L^\mu,\ \bar\theta^{\dot\mu} = \bar\theta_R^{\dot\mu}) \},$$
$$Im\, x_L^m = H^m(x,\theta,\bar\theta). \qquad (4)$$

Подчеркнем, что СП $\mathbb{R}^{4|4}$, заданное таким способом, обладает определенной специфической внутренней геометрией. Его локальные свойства описываются единственным и достаточно простым объектом $H^m(x,\theta,\bar\theta)$. Эту ситуацию следует сопоставить с наиболее общей, где свойства произвольного СП $\mathbb{R}^{4|4}$ описываются многочисленными и сложными объектами – супертетрадами

$$E_A{}^M(x,\theta,\bar\theta) \quad (M = m,\mu,\dot\mu\,;\ A = a,\alpha,\dot\alpha)$$

и лоренцевыми связностями $\omega_A{}^{bc}(x,\theta,\bar\theta)$. Чтобы привести такие широкие рамки в соответствие с весьма конкретной геометрией СП $N=1$ СГ, в других подходах приходится налагать ряд нелинейных дифференциальных ограничений (связей) на $E_A{}^M$ и $\omega_A{}^{bc}$. В нашем же случае выбор геометрии (4) оказывается полностью адекватным $N=1$ СГ. Все супертетрады и связности можно выразить через H^m, при этом ограничения на них оказываются автоматически разрешенными (см. ниже пункт Г).

Гравитационное суперполе H^m , которое определено как координата СП $\mathbb{C}^{4|2}$, не только задает геометрию СП $N=1$ СГ . После постулирования принципа действия (см. пункт Д) оно превращается в динамический объект, который подчиняется уравнению движения и описывает поля СГ. Таким образом, происходит любопытное явление – слияние понятий координаты и поля.

Итак, геометрия $\mathbb{R}^{4|4}$, адекватная $N=1$ СГ, задается актом вложения $\mathbb{R}^{4|4}$ в $\mathbb{C}^{4|2}$ (4). После этого преобразования (2), (3) супергруппы симметрии, действующей первоначально в $\mathbb{C}^{4|2}$, проецируются на $\mathbb{R}^{4|4}$. В частности, они имеют вид калибровочных преобразований для $H^m(x,\theta,\bar\theta)$. Используя частично эту калибровочную свободу, можно обратить в ноль некоторые компоненты в разложении H^m по θ, $\bar\theta$. Оставшиеся поля-компоненты совпадают с гравитонным, гравитинным и вспомогательными полями $N=1$ минимальной СГ. Неиспользованные при закреплении калибровки параметры супергруппы (2), (3) имеют смысл параметров общих преобразований координат в x-пространстве, локальных преобразований Лоренца и локальных преобразований суперсимметрии. Замыкание алгебры этих преобразований очевидно.

Г) Суперфункция H^m (4) задает свойства искривленного $\mathbb{R}^{4|4}$ аналогично тому, как метрика $g_{mn}(x)$ задает свойства $\mathbb{R}^4$. И H^m и g_{mn} – это величины, зависящие от выбора системы координат (т.е. калибровки). Для описания инвариантных свойств $\mathbb{R}^{4|4}$ необходимы тензорные величины, выраженные через H^m калибровочно-инвариантным образом (подобно тензору Римана, который выражается через g_{mn}). Развитию подходящего тензорного аппарата посвящена <u>глава IУ</u> диссертации.

СП $\mathbb{R}^{4|4}$ описывают формализмом дифференциальной геометрии. В нем рассматривают две супергруппы: "мировую" (преобразования координат СП) и "касательную" (локальные преобразования Лоренца). Связь между объектами, преобразующимися по первой и по второй супергруппам, осуществляется с помощью супертетрад $E_A{}^M(z)$ (индекс $M=(m,\mu,\dot\mu)$ – мировой, $A=(a,\alpha,\dot\alpha)$ – лоренцев). Далее, для определения (лоренц)-ковариантных производных нужно еще ввести суперсвязности $\omega_A(z)$:

$$D_A = E_A{}^M \frac{\partial}{\partial z^M} + \omega_A{}^{bc} L_{bc} , \qquad (5)$$

где L_{bc} – генераторы группы Лоренца. Величины $E_A{}^M(z)$ и $\omega_A(z)$ описывают локальные свойства $\mathbb{R}^{4|4}$ калибровочно зависимым образом. Инвариантное описание достигается в терминах тензоров кручения T и кривизны R :

$$[D_A, D_B]_\pm = -T_{AB}{}^C D_C - R_{AB}{}^{cd} L_{cd} . \qquad (6)$$

При таком общем подходе "потенциалы" E, ω или составленные из них "напряженности" T, R оказываются чрезвычайно сложными объектами. Их приходится сильно ограничивать (полагая множество компонент T и R равными нулю), чтобы получить геометрию, адекватную $N=1$ СГ.

В нашем подходе перечисленные выше объекты являются не основными, а вторичными. Вся геометрия $N=1$ СГ по существу заключена в исходной конструкции (4). Подходящим образом определенные понятия аппарата дифференциальной геометрии только помогают нам извлечь инвариантную информацию о $\mathbb{R}^{4|4}$, содержащуюся в (4).

У нас задана только мировая супергруппа (2), (3), отдельной (независимой) касательной супергруппы нет. Вместо этого мы определяем супергруппу Лоренца, индуцированную мировой. Ключевым здесь оказывается следующее наблюдение. Супергруппа (2) устроена так, чтобы и в искривленном СП оставалось осмысленным понятие кирального (аналитического) суперполя $\Phi(x_L, \theta_L)$. На гиперповерхности $\mathbb{R}^{4|4}$ (4) условие киральности имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\mu}}} \Phi(x_L, \theta, \bar{\theta}) = 0, \tag{7}$$

где $x_L^m = x^m + i H^m(x, \theta, \bar{\theta})$, θ^μ и $\bar{\theta}^{\dot{\mu}}$ рассматриваются как независимые переменные ("левый" базис в $\mathbb{R}^{4|4}$). Следовательно, производная $\partial/\partial\bar{\theta}$ в левом базисе является ковариантным объектом, т.е. преобразуется однородно по супергруппе (2), (3). Этот однородный закон можно представить в виде локального лоренц-преобразования, где, однако, параметры суть не независимые суперфункции, а выражаются через параметры преобразований θ_L^μ в (2). Таким образом определяется касательная супергруппа Лоренца, индуцированная мировой.

Одновременно оператор в (7) можно рассматривать как прообраз спинорной ковариантной производной скалярного суперполя $D_\alpha \Phi$. Аналогично определяется и производная $\bar{D}_{\dot{\alpha}} \Phi$. Векторная ковариантная производная выражается через спинорные

$$D_a = \frac{i}{4} \sigma_a^{\dot{\alpha}\alpha} \{ D_\alpha, \bar{D}_{\dot{\alpha}} \}, \tag{8}$$

как и в случае плоского СП. В процессе определения ковариантных производных в соответствии с (5) находим и супертетрады $E_A{}^M$ и связности ω_A в терминах H^m.

Далее, располагая ковариантными производными, можно вычислить инвариантные характеристики $\mathbb{R}^{4|4}$ - кручение и кривизну (6). Это сделано в главе У. Для упрощения расчетов введена нормальная калибровка. Она является обобщением нормальной системы координат в гравитации. В последней можно разложить метрику в окрестности произвольной заданной точки x_0 в виде

$$g_{mn}(x) = \eta_{mn} + (x-x_0)^k (x-x_0)^\ell R_{mkn\ell}(x_0) + \dots \tag{9}$$

Иначе говоря, $g_{mn}(x_0) = \eta_{mn}$, $\partial_k g_{mn}(x_0) = 0$, а все остальные производные выражаются через тензор Римана. Аналогично, используя калибровочную свободу, заключенную в (2), (3), можно выбрать калибровку в супергравитации так, чтобы многие производные H^m обращались в ноль в заданной точке z_0. Все оставшиеся производные выражаются через значения ненулевых компонент кручения в точке z_0. Эта техника позволяет резко упростить сложные, нелинейные по H^m выражения для T и R и облегчает выкладки. Полученные результаты затем обобщаются на произвольную систему отсчета в силу тензорного характера T и R.

Подчеркнем, что вычисленные таким способом значения T и R удовлетворяют автоматически всем связям, которые приходится постулировать в подходах, основанных на общей геометрии $\mathbb{R}^{4|4}$. Там эти ограничения нужны для устранения большого числа лишних степеней свободы, содержащихся в потенциалах $E_A{}^M$ и ω_A. У нас же E и ω выражены через "препотенциал" H^m, в котором лишних степеней нет.

Д) В пунктах А)-Г) была дана формулировка геометрической основы $N=1$ СГ. Чтобы эта теория стала физической, необходимо, как и в теории Эйнштейна, ввести динамический постулат, определяющий действие. Это составляет предмет главы УI.

Принцип действия для $N=1$ СГ (предложенный ранее Вессом и Зумино) весьма необычен. В качестве функционала действия используется инвариантный суперобъем $\mathbb{R}^{4|4}$:

$$S = \frac{1}{\varkappa^2} \int d^4x \, d^2\theta \, d^2\bar{\theta} \, \mathrm{Ber}(E_M{}^A). \tag{10}$$

Здесь $\mathrm{Ber}(E_M{}^A)$ играет роль плотности, обеспечивающей инвариантность интеграла. В отличие от аналогичного интеграла в теории гравитации

$$\int d^4x \, \det(e_m{}^a)$$

действие (10) приводит к нетривиальным уравнениям движения. Причина в том, что переменные $E_M{}^A$ в (10) ограничены дифференциальными связями. В то же время эти ограничения делают варьирование и тем более квантование непрямым и нелегким.

В нашей формулировке супертетрады выражены через независимую переменную H^m, не ограниченную связями, по которой можно варьировать непосредственно и получить уравнение движения (суперобобщение уравнения Эйнштейна)

$$G_a = \varkappa^2 V_a. \tag{11}$$

Здесь G_a - определенная компонента тензора кручения, а V_a - суперток материальных суперполей. Подчеркнем, что (11) есть полная нелинейная форма линеаризованного уравнения (1), найденного задолго до этого из иных соображений.

Вывод уравнения (11), приведенный в главе УI, использует результаты главы У по тензорному аппарату и технику нормальной калибровки. Глава УI содержит также комментарий по поводу суперкосмологического члена, который оказывается топологическим инвариантом в рассматриваемом подходе.

На этом заканчивается реализация программы по построению адекватного формализма $N=1$ СГ. Об его экономности можно судить хотя бы по тому, что единственный в теории геометрический объект $H^m(x,\theta,\bar\theta)$ содержит всего 64 поля-компоненты вместо 1792 в $E_A{}^M(z)$, $\omega_A{}^{bc}(z)$. Из них 40 являются калибровочными степенями свободы (супергруппа (2) с условием Эйнштейна (3)), а оставшиеся 24 в точности соответствуют полям так называемой минимальной $N=1$ СГ.

На самом деле, минимальная $N=1$ СГ есть только одно из возможных $N=1$ суперсимметричных обобщений теории гравитации. Существует еще целый ряд других, которые отличаются составом вспомогательных полей. Перечисление всех вариантов и исследование их допустимых взаимодействий с материей актуально в настоящее время в связи с активными попытками извлечь феноменологические следствия из $N=1$ СГ.

Глава УП посвящена геометрическому осмысливанию разных версий $N=1$ СГ. При этом кроме уже известных неминимальной и новой минимальной версий найдена новая ("гибкая") версия. Изучены также возможности строить связи с материей в разных вариантах теории.

Для описания всего класса $N=1$ СГ необходимо несколько расширить геометрические рамки, сформулированные в главах Ш–УI, увеличить число спинорных координат. Рассмотрим СП

$$\mathbb{C}^{4|4} = \{ z_L^M = (x_L^m, \theta_L^\mu, \bar\varphi_L^{\dot\mu}) \}. \tag{I2}$$

В нем определим "треугольную" супергруппу, которая оставляет инвариантным киральное СП $\mathbb{C}^{4|4}/\mathbb{C}^{0|2} \sim \mathbb{C}^{4|2} = \{ \zeta_L^M = (x_L^m, \theta_L^\mu) \}$:

$$\begin{cases} \zeta_L'^M = \zeta_L'^M(\zeta_L), \\ \bar\varphi_L'^{\dot\mu} = \bar\varphi_L'^{\dot\mu}(z_L) \end{cases}. \tag{I3}$$

Физическое СП $\mathbb{R}^{4|4}$ зададим, как и раньше, в виде гиперповерхности в $\mathbb{C}^{4|4}$, но на этот раз она описывается бо́льшим числом суперфункций:

$$\begin{aligned} \mathbb{R}^{4|4} = \{ z^M = (x^m = \mathrm{Re}\, x_L^m,\ \theta^\mu = \theta_L^\mu,\ \bar\theta^{\dot\mu} = \bar\theta_R^{\dot\mu}) \}; \\ \mathrm{Im}\, x_L^m = H^m(x,\theta,\bar\theta), \\ \varphi_R^\mu - \theta_L^\mu = H^\mu(x,\theta,\bar\theta), \\ \bar\varphi_L^{\dot\mu} - \bar\theta_R^{\dot\mu} = \bar H^{\dot\mu}(x,\theta,\bar\theta). \end{aligned} \tag{I4}$$

Теперь возникают более широкие возможности для выделения эйнштейновской подгруппы супергруппы (I3). Вместо (3) можно наложить более общее условие

$$\left[\mathrm{Ber}\left(\frac{\partial z_L'}{\partial z_L}\right)\right]^{3n+1} = \left[\mathrm{Ber}\left(\frac{\partial \zeta_L'}{\partial \zeta_L}\right)\right]^{2n}. \tag{I5}$$

В зависимости от значения числового параметра n в (I5) возможны три случая:

а) n = -I/3. Геометрически это означает, что сохраняется суперобъем $\mathbb{C}^{4|2}$. Согласно (I5) при n = -I/3 параметры $\bar\varphi_L^{\dot\mu}(z_L)$ не ограничены, тогда из (I4) следует, что можно выбрать калибровку, в которой $H^\mu = \bar H^{\dot\mu} = 0$. Таким образом, мы возвращаемся к минимальной супергравитации, описанной в предыдущих главах.

б) n = 0. Смысл этого условия в сохранении суперобъема $\mathbb{C}^{4|4}$. Этот случай приводит либо к новой минимальной (24 полевые компоненты), либо к "гибкой" (56 полей) супергравитации (см. ниже).

в) $n \neq$ -I/3, 0. Это целый класс так называемых неминимальных супергравитаций с 40 полевыми компонентами.

Как и прежде, физический смысл препотенциалов (I4) и их преобразований (I3), (I5) выясняется при закреплении калибровки. Здесь же проявляется первая особенность случая $n=0$: параметр локальных $U(1)$-преобразований не закрепляется калибровкой и в теории остается $U(1)$-симметрия. Это приводит к трудностям при попытке записать инвариантное действие. Один из выходов состоит в наложении ограничения на препотенциалы. Оно имеет вид

$$U = 1, \tag{I6}$$

где U - инвариант, существующий только в случае $n=0$. Он определяется как березиниан замены переменных из левой в правую параметризацию $\mathbb{R}^{4|4}$:

$$U = \mathrm{Ber}\left(\frac{\partial z_L}{\partial z_R}\right),$$

$$z_L^M = (x_L^m = x^m + iH^m,\ \theta_L^\mu = \theta^\mu,\ \bar\varphi_L^{\dot\mu} = \bar\theta^{\dot\mu} + \bar H^{\dot\mu}),\ z_R = z_L^+. \tag{I7}$$

Условие (I6) позволяет записать инвариантное действие. Так получается новая минимальная супергравитация.

Другой выход из трудности с $U(1)$-инвариантностью заключается в ее устранении путем введения компенсирующего суперполя $\varphi(x,\theta,\bar\theta)$. В написанном с его помощью действии φ играет и дополнительную роль - оно является лагранжевым множителем для ограничения (I6). Эту новую формулировку мы называем "гибкой" СГ, так как в отличие от новой минимальной она допускает более широкий класс взаимодействий с материей.

Вопросу о материальных связях в разных версиях $N=1$ СГ посвящена вторая часть главы УП. По этому поводу в литературе существуют разные мнения. Исходя из единой схемы для описания всех вариантов теории, разработанной выше, нам удалось выяснить следующее. Во всех $N=1$ СГ, кроме новой минимальной, можно написать подходящие киральные плотности для ковариантизации общего потенциала киральных суперполей. Сюда включается и суперкосмологический член. Так называемый член Файе-Илиополуса, необходимый для спонтанного нарушения суперсимметрии, можно написать всегда, только для его $U(1)$ -инвариантности необходима модификация супергруппы (I5) во всех версиях, кроме гибкой. Это приводит к требованию R -инвариантности материального лагранжиана. В гибкой СГ существует принципиальная возможность включения члена ФИ без требования R -инвариантности.

Итак, в первой части диссертации разработана адекватная геометрическая теория $N=1$ СГ. Столь же конструктивным метод суперполей оказывается и во всех других $N=1$ суперсимметричных теориях. Что же можно сказать о еще более интересном случае расширенной суперсимметрии, приобретающем особую актуальность сегодня?

В расширенном случае суперполя перестают быть столь удобным средством. Дело в том, что с ростом N число их компонент растет экспоненциально, растет и значение максимального спина в суперполях. Даже в простейшем случае $N=2$ больше не повторяется та благоприятная ситуация случая $N=1$, когда мы имели суперполя, содержащие, например, все поля супергравитации плюс несколько калибровочных степеней свободы с низшими спинами. Обязательно присутствуют высшие спины и огромное множество других полей. Один из способов борьбы с ними - наложение ограничений на суперполя. Это осуществимо для всех теорий $N=2$ суперсимметрии, но вряд ли удовлетворительно, особенно в свете актуальных сейчас теорем о неперенормировке, требующих свободных от ограничений суперполей. Для $N>2$ даже и этот прием пока не работает. Другой выход заключался бы в устранении всех лишних степеней свободы, включая и высшие спины, путем калибровочных преобразований. Это возможно в линеаризованных теориях, но обобщение таких преобразований на случай взаимодействия невозможно без понимания их геометрического смысла. Третий выход состоял бы в радикальном пересмотре понятия суперполя и введении каких-то новых, более адекватных объектов. В связи с этим сделаем следующее замечание. Обычная гравитация ($N=0$ супергравитация) описывается в рамках вещественного пространства. В $N=1$ СГ потребовалось подняться на одну ступень выше и использовать комплексное СП. Не логично ли в случае $N=2$ сделать еще один шаг и обратиться к кватернионам? В начале главы УШ высказаны некоторые чисто эвристические соображения по этому поводу.

Вторая часть диссертации не содержит ответов на все заданные вопросы. Задача, поставленная там - попытаться понять хотя бы частично геометрию $N=2$ СГ. Идея в том, что комплексная структура СП, которая полностью определяет геометрию $N=1$ супергравитации, может быть ответственной за часть свойств $N=2$ супергеометрии. В главе УШ обобщается подход, развитый в первой части. Оказывается, что минимальная конструкция из главы Ш не годится для этой цели (причина- в несовпадении группы Лоренца и группы линейных преобразований θ, $\bar\theta$ в случае $N=2$). Более приспособленной оказывается неминимальная схема из главы УП. После выбора супергруппы симметрии с подходящими ограничениями на параметры и вложения вещественного СП в комплексное возникают препотенциалы $H^m, H^{\mu i}, \bar H^{\mu}{}_i$ ($i=1,2$ - $SU(2)$-индекс). Как и следовало ожидать, они не являются минимальными объектами и содержат лишние степени свободы. Для нахождения нужных ограничений развит тензорный аппарат. Вычисленные компоненты тензора кручения сравниваются с набором связей, найденным другими авторами. Оказывается, что большинство таких ограничений решается автоматически в излагаемом подходе, за исключением только двух.

Найденная в главе УШ формулировка $N=2$ СГ позволяет в главе IX впервые решить проблему, характерную для расширенных СГ. Дело в том, что формула действия (I0) не пригодна для $N=2$ случая (соответствующий лагранжиан имеет неправильную размерность). Более того, в главе IX показано, что инвариантный объем вещественного $N=2$ СП равен нулю. Взамен ему в качестве действия предлагается инвариантный суперобъем кирального (комплексного) СП. Соответствующая плотность построена из левых и правых супертетрад. Показано, что ее киральность есть следствие первого из ограничений на препотенциалы. Анализ полученного действия показывает, что второе условие обеспечивает отсутствие псевдоскалярного инварианта (мнимой части действия).

Итак, установлено, что комплексная структура СП может объяснить значительную долю свойств $N=2$ СГ.

Заключительная глава Х примыкает, скорее, к начальной главе П, где была продемонстрирована полезность и конструктивность изучения линеаризованного приближения в таких сложных теориях, как СГ. Этот анализ основан на знании содержания неприводимых представлений суперсимметрии в суперполях. В главе Х исследуется эта проблема в случае расширенных суперполей. Основная идея, примененная автором с успехом еще в 1975 году для случая $N=1$, заключается в следующем. Помимо генераторов суперсимметрии $Q_\alpha{}^i, \bar Q_{\dot\alpha j}$ $(i,j=1,\dots,N)$,

$$\{Q_\alpha^i, \bar Q_{\dot\alpha j}\} = 2\delta^i_j (\sigma_m)_{\alpha\dot\alpha} P^m, \qquad (I8)$$

на суперполях можно определить и другие дифференциальные операторы - спинорные ковариантные производные D^i_α, $\bar{D}_{\dot\alpha j}$. Они антикоммутируют с генераторами Q, $\bar{Q}$ (потому "ковариантные"), а между собой образуют супералгебру, тождественную с (I8):

$$\{D^i_\alpha, \bar{D}_{\dot\alpha j}\} = 2\delta^i_j (\sigma_m)_{\alpha\dot\alpha} P^m. \qquad (19)$$

Далее, как известно, представления супералгебры (I8) строятся из так называемого "клиффордова вакуума" с заданными квантовыми числами (спин и $U(N)$) при помощи операторов "рождения" Q ($\bar{Q}$ при этом играют роль операторов "уничтожения"). Полученный мультиплет характеризуется собственными значениями операторов Казимира супералгебры, которые совпадают с квантовыми числами вакуума.

В аналогичной роли операторов рождения (D) и уничтожения $(\bar{D})$ могут выступать и ковариантные производные. Если в качестве вакуума взять представление суперсимметрии (т.е. супералгебры Q, $\bar{Q}$), то с помощью D, $\bar{D}$ можно построить представление всей супералгебры с генераторами Q, $\bar{Q}$, D, $\bar{D}$. Оказывается, что именно эти неприводимые представления реализуются на суперполях с наружными лоренцевыми и $U(N)$ -индексами. Отсюда следует, что состав супермультиплетов (представлений супералгебры Q, $\bar{Q}$) в суперполе (представлении супералгебры Q, $\bar{Q}$, D, $\bar{D}$) в точности повторяет устройство супермультиплета из представлений групп Пуанкаре и $U(N)$ (так как роль D, $\bar{D}$ в первом случае аналогична роли Q, $\bar{Q}$ во втором).

В главе X спектр операторов Казимира суперсимметрии на суперполях приведен в компактной форме с использованием диаграмм Юнга. Обсуждается возникающее вырождение, которое можно снять в некоторых случаях с помощью дополнительного инварианта, связанного с группой $Sp(2N)$.

Во второй части главы X найденная абстрактная схема реализована через спинорные производные суперполей. Идея в следующем. Если в качестве "вакуума" использовать киральные суперполя

$$\bar{D}_{\dot\alpha i}\varphi = 0, \qquad (20)$$

то набор величин ($[n]$ означает произведение n операторов с определенной комбинацией индексов)

$$D^{[n]}\varphi, \quad n = 0, 1, \ldots, 2N \qquad (21)$$

соответствует как раз одному неприводимому представлению суперсимметрии. Далее, из заданного суперполя Φ можно получить ряд "вакуумов" (20)

$$\varphi^{[m]} = \bar{D}^{2N} D^{[m]}\Phi, \quad m = 0, 1, \ldots, 2N. \qquad (22)$$

Подставляя их в (2I), мы получаем полное разложение суперполя

$$D^{[n]}\bar{D}^{2N}D^{[m]}\Phi, \quad m, n = 0, 1, \ldots, 2N, \qquad (23)$$

где обобщенные степени $[m]$ задают разложение суперполя по супермультиплетам, а $[n]$ - разложение мультиплета по компонентам. Используя наглядную картину (23), легко налагать разные дифференциальные условия неприводимости на суперполя. Последние являются исходным пунктом в поиске линеаризованных уравнений движения.

В заключении приводятся основные положения новой геометрической теории СГ и перечисляются главные результаты диссертации.

Апробация диссертации. Основные материалы диссертации докладывались на многочисленных международных конференциях и симпозиумах, в том числе: конференции по теории поля в Алуште в 1976 г. и 1979 г., семинары по физике высоких энергий в Протвино в 1978 г. и 1982 г., конференции по квантовой гравитации в Москве в 1978 и 1981 г., конференции по теоретико-групповым методам в физике в Звенигороде в 1979 г. и 1982 г., семинар по физике адронов в Братиславе в 1977 г., конференция по математическим методам в теории поля в Либлице (ЧССР) в 1978 г., школы по теоретической физике в Карпаче (ПНР) в 1980 г. и 1983 г., рабочее совещание по супергравитации в Триесте (Италия) в 1981 г., конференция по математической физике в Западном Берлине в 1981 г., школа по калибровочным теориям в Акасломполо (Финляндия) в 1982 г., школы по теоретической физике в Приморско (НРБ) в 1977 г. и Варне (НРБ) в 1982 г. Кроме того, работы обсуждались на сессиях АН СССР, на семинарах Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, в ФИАН СССР, в МИАН СССР, в ЦЕРНе(Женева), Институте им. М.Планка в Мюнхене, Боннском университете.

Публикации. Основные результаты, вошедшие в диссертацию, опубликованы в работах:

1. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Уравнения движения для суперполей.- В сборнике "Нелокальные, нелинейные и неренормируемые теории поля".- Дубна, 1976.- с. 183-206. (Публикация ОИЯИ Д2-9788).
2. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Структура группы супергравитации. - Труды Межд. сем. по проблемам физ. выс. эн. и кв. теории поля, Протвино. - Серпухов, 1978, т. I, с. 93-99.
3. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Аксиальное суперполе и группа супергравитации. - ЯФ, 1978, т. 28, с. 1631-1639.
4. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Простейшая группа супергравитации Эйнштейна. - ЯФ, 1980, т. 31, с. 264-279.

5. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Гравитационное аксиальное суперполе и формализм дифференциальной геометрии. - ЯФ, 1980, т. 31, с. 821-840.
6. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Нормальная калибровка в супергравитации. - ЯФ, 1980, т. 32, с. 862-869.
7. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Кручение и кривизна в терминах аксиального суперполя. - ЯФ, 1980, т. 32, с. 870-880.
8. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Уравнения движения для аксиального гравитационного суперполя. - ЯФ, 1980, т. 32, с. 1142-1151.
9. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Простейший геометрический подход к супергравитации. В сб. "Теоретико-групповые методы в физике", т. 2, "Наука", Москва, 1980, с. 126-132.
10. В.И.Огиевецкий, Э.Сокачев. Супергравитация, геометрия и аксиальное суперполе. В сб. "Проблемы квантовой теории поля".- Дубна, 1979, с. 148-162. (Публикация ОИЯИ Р2-12462).
11. А.С.Гальперин, В.И.Огиевецкий, Э.С.Сокачев. О U(1) супергравитации. - Письма ЖЭТФ, 1982, т. 35, с. 263-266.

По теме диссертации опубликованы также следующие работы:

1. E.Sokatchev. Projection Operators and Supplementary Conditions for Superfields with Arbitrary Spin.- Nucl. Phys., 1975, v. 99, p. 99-108.
2. В.И.Огиевецкий, Э.С.Сокачев. Суперток. - ЯФ, 1978,т.28,с.825-836.
3. V.I.Ogievetsky, E.Sokatchev. On a Vector Superfield Generated by the Supercurrent.- Nucl. Phys. B, 1977, v. 124, p. 309-316.
4. V.I.Ogievetsky, E.Sokatchev. Structure of Supergravity Group. Phys. Lett. B, 1978, v.79, p. 222-224.
5. E.Sokatchev. Complex Prepotentials for N=2 Supergravity.-In "Supergravity and Superspace", Ed-rs S.Hawking, M.Roček, Cambr. Univ. Press, 1981, p. 197-217.
6. E.Sokatchev. A Superspace Action for N=2 Supergravity.- Phys. Lett. B, 1981, v. 100, p. 466-470.
7. V.Rittenberg, E.Sokatchev. Decompodition of Extended Superfields into Irreducible Representations of Supersymmetry.- Nucl. Phys.B, 1981, v. 193, p. 477-501.
8. E.Sokatchev. Irreducibility Conditions for Extended Superfields.- Phys. Lett. B, 1981, v. 104, p. 38-40.
9. A.Galperin, V.Ogievetsky, E.Sokatchev. Peculiarities of N=1 Supergravity with local U(1) Invariance.- J. Phys. A., 1982, v. 15, p. 3785-3797.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 мая 1983 года.