ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 7042

СМОНДЫРЕВ
Михаил Александрович

НЕКОТОРЫЕ ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ И ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ

Специальность 01-041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1973

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:
член-корреспондент АН Груз.ССР,
доктор физико-математических наук,
профессор А.Н.Тавхелидзе,
доктор физико-математических наук В.А.Матвеев.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук А.Т.Филиппов,
кандидат физико-математических наук Л.В.Прохоров.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт физики высоких энергий, г.Серпухов.

Автореферат разослан " " 1973 года
Защита диссертации состоится " " 1973 года на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А.АСАНОВ

2 - 7042

СМОНДЫРЕВ
Михаил Александрович

НЕКОТОРЫЕ ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ И ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ

Специальность 01-041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Общие принципы квантовой теории поля служат основой теоретического анализа процессов сильного взаимодействия при высоких энергиях. Особую роль при этом играет представление об амплитуде рассеяния как единой аналитической функции физических переменных, которым мы обязаны Н.Н.Боголюбову [1]. Именно это представление служит фундаментом, на котором строится большинство подходов к описанию взаимодействий адронов больших энергий. Среди нашедших наиболее широкое применение следует отметить квазипотенциальный подход, предложенный А.А.Логуновым и А.Н.Тавхелидзе [2]. Достоинства этого метода, сочетающего строгость основных положений квантовой теории поля с наглядностью физической интерпретации, вызвали к жизни исследования, связанные с его конкретными приложениями /см., например, [3] / и модификациями [4]. Квазипотенциальный подход позволяет привлекать как эмпирические, так и эвристические соображения о характере взаимодействия частиц.

При описании процессов в области высоких энергий важное значение имеет эвристическая идея гладкости локального квазипотенциала [5], восходящая к работам Д.И.Блохинцева и А.А.Логунова с сотрудниками. Представление о гладком характере взаимодействия приводит к весьма простой качественной картине рассеяния частиц в указанной асимптотической области. Согласно этой картине, рассеивающиеся частицы в каждом акте взаимодействия сохраняют большие значения своих продольных /в с.ц.м./ импульсов, испытывая небольшие поперечные отклонения. Методы, опирающиеся на эту картину, получили название приближений прямолинейных путей /ППП/.

Релятивистская формулировка ППП была впервые дана в работах Дубненской группы /см., например, [6] / на базе функционального интегрирования. Выбор метода не является случайностью. Впервые предложенный Р.Фейнманом и Н.Н.Боголюбовым [7], метод функционального интегрирования красив и привлекателен своей возможной физической интерпретацией, позволяющей установить связь между классическими и квантовыми представлениями о движении и соударении частиц. Это обстоятельство и привело к созданию ППП, которые использовались для исследования многих явлений, происходящих при упругом рассеянии высокоэнергетических частиц и в процессах множественного рождения /8/. Методы ППП получили в последнее время дальнейшее развитие. В частности, благодаря этим приближениям был изучен ряд теоретико-полевых моделей, произведен учет более широкого класса диаграмм, рассмотрены различные асимптотические области. В этой связи отметим обзор/9/, в котором проведен интересный анализ приближений и их связи с квазиклассической аппроксимацией и оптическими моделями рассеяния частиц.

С другой стороны, встала задача об обосновании ППП, требующая рассмотрения области их применнмости и развития для этой цели соответствующего математического аппарата.

Настоящая диссертация посвящена формулировке некоторых приближенных методов квантовой теории поля, идейно связанных с квазипотенциальным подходом и ППП, и их применению к исследованию различных процессов в асимптотической области высоких энергий. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и трех приложений.

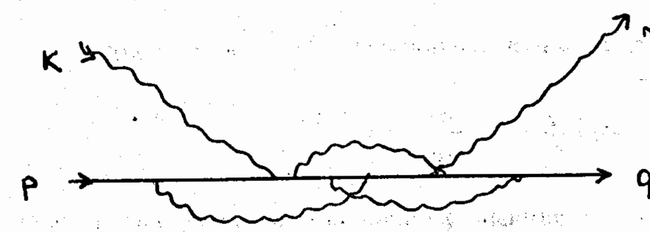
Во введении дается краткий обзор работ, непосредственно стимулировавших проводимое далее исследование.

В первой главе диссертации /§§1,2/ рассмотрены методы континуального интегрирования в теории поля, позволяющие представлять в замкнутом виде как полные функции Грина и амплитуды рассеяния, так и суммы определенного класса диаграмм. Таким образом, эти методы уже сами по себе могут служить источником различных приближений.

Первый параграф носит вводный характер, в нем излагаются основные идеи применения метода континуального интегрирования в квантовой теории поля.

Второй параграф посвящен получению континуальных представлений для вершинной функции и амплитуды мезон-нуклонного рассеяния в рамках модели $\mathcal{L}_{int} = g{:}\bar\psi^{+}\psi\,\phi{:}$ /10/. Прежде всего, найдено выражение в виде функционального интеграла для полной функции Грина $\tilde{G}(p,q|\phi)$ нуклона в заданном внешнем поле $\phi(x)$. В этом выражении в явном виде отфакторизованы члены, соответствующие перенормировке вакуума, радиационным поправкам к нуклонной линии и эффекту взаимодействия нуклона с внешним полем. Далее необходимо перейти на массовую поверхность и проварьировать нужное число раз по полю $\phi(x)$ функцию Грина $\tilde{G}$.

В результате получаются выражения для вершинной функции и амплитуды мезон-нуклонного рассеяния. Они могут быть использованы при изучении высокоэнергетических асимптотик, а также при исследовании проблемы автомодельного поведения структурных функций нуклона /11/. Задача особенно упрощается, если ограничиваться изучением суммы лишь определенного класса графов Фейнмана. В частности, в диссертации приводится пример получения на основе общих выражений представления для суммы графов вида



Соответствующая амплитуда $\tilde{F}$ равна

$$\tilde{F}(p,k;q,r) = \frac{g^2}{(2\pi)^4}\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi\, e^{-i(s-m^2)\xi\theta(-\xi)+i(u-m^2)\xi\theta(\xi)}$$

$$\int[\delta\nu]_{-\infty}^{+\infty} \exp\{-i\frac{g^2}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta_1 d\zeta_2\, \mathfrak{D}\,[-2\zeta_1 a(\zeta_1)+ \qquad /1/$$

$$+\,2\zeta_2 a(\zeta_2)+2k\Phi(\zeta_1,\xi)-2k\Phi(\zeta_2,\xi)+2\int_{\zeta_2}^{\zeta_1}\nu(\eta)\,d\eta]\},$$

где

$$a(\zeta) = p\,\theta(-\zeta)+q\,\theta(\zeta),$$

$$\Phi(\zeta,\xi) = \theta(\zeta\cdot\xi)\min[|\zeta|,|\xi|], \qquad /2/$$

$$s = (p+k)^2;\quad u = (q-k)^2.$$

Следует подчеркнуть, однако, что в силу отсутствия развитой техники вычисления достаточно общих квадратур функциональные интегралы являются "вещью в себе" в том смысле, что обычно извлечение необходимой информации приходится проводить поэтапно с помощью той или иной аппроксимационной процедуры.

Вторая глава диссертации содержит изложение приближенных методов вычисления функциональных интегралов и их применения к некоторым задачам. Глава состоит из трех параграфов /§§3-5/.

Третий параграф посвящен непосредственно развитию методов приближенного функционального интегрирования, идейно связанных с ППП и позволяющих найти последовательную систему поправок к основному приближению.

Математическая постановка задачи выглядит следующим образом.

Требуется найти функционал $\Pi[\nu]$ из соотношения

$$e^{\Pi[\nu]} = \exp\{\frac{i}{2}\int \mathfrak{D}\,\frac{\delta^2}{\delta\nu^2}\}\, e^{g\pi[\nu]} \equiv e^{\overline{g\pi[\nu]}}\,, \qquad /3/$$

где $\pi[\nu]$ - заданный функционал, а $\mathfrak{D}$ - некая функция двух переменных.

В случае, когда $\mathfrak{D} = -\frac{1}{2}\,\delta(\xi_1-\xi_2)$, значение $\exp\Pi[\nu]$ при $\nu=0$ определяет, согласно формуле

$$\int[\delta\nu]\, e^{g\pi[\nu]} = \exp\{\frac{1}{4i}\int d\xi\,\frac{\delta^2}{\delta\nu^2(\xi)}\}\, e^{g\pi[\nu]}\Big|_{\nu=0}\,, \qquad /4/$$

функциональный интеграл по гауссовой мере. Для упрощения записи действие дифференциального оператора будет обозначаться знаком усреднения как в /3/.

Функционал $\pi[\nu]$, вообще говоря, произволен. Однако для наглядности будем считать, что он соответствует сумме связных диаграмм, содержащих одну замкнутую нуклонную петлю с произвольным числом концов внешнего мезонного поля. Это позволяет проводить рассуждения, используя терминологию обычных фейнмановских диаграмм.

Предположим теперь, что структура $\pi[\nu]$ такова, что имеется параметр малости, связанный с нуклонной петлей. В этом случае существует аппроксимационная процедура, которую мы называем корреляционной и согласно которой ищем $\Pi[\nu]$ в виде разложения по числу замкнутых нуклонных петель

$$\Pi = \sum_{n=1}^{\infty} g^n\, \Pi_n\,, \qquad /5/$$

где для Π_n получаются выражения [12]

$$\Pi_1 = \bar{\pi}\,, \quad \Pi_2 = \frac{1}{2}(\overline{\pi^2} - \bar{\pi}^2)\,, \ldots \qquad /6/$$

$$\Pi_n = \frac{1}{n!}\,\overline{\pi^n}\,\Big|_{\text{связная часть}}$$

Отметим, что в Π_n дает вклад лишь связная часть суммы всех графов с n -петлями.

Обрывая ряд /5/, мы получаем приближенное выражение для функционала Π, справедливое, если для любых $n \geq 2$

$$\overline{\pi^n}\,\Big|_{\text{связная часть}} \ll \overline{\pi^n}\,\Big|_{\text{несвязная часть}} \qquad /7/$$

Использование $\Pi_1 = \bar{\pi}$ вместо Π аналогично аппроксимациям, введенным в [13] для исследования инфракрасных асимптотик.

Может случиться и так, что в теории имеется малый параметр, связанный с мезонной линией; то есть возникающий при варьировании функционала $\pi[\nu]$. Тогда можно провести разложение по числу линий, соединяющих разные петли. Эта процедура осуществляется с помощью функционального фурье-преобразования в пространстве токов $\eta(\xi)$ и называется $\eta_i\,\eta_j$ -приближением. Вычисления приводят к формулам [12,14]

$$\Pi = \sum_{n=0}^{\infty} \Pi_{n+1}\,, \qquad /8/$$

$$\Pi_1 = g\bar{\pi}\,, \quad \Pi_2 = \frac{ig^2}{2}\int \mathfrak{D}\,(\frac{\delta\bar{\pi}}{\delta\nu})^2, \ldots$$

Область применимости $\eta_i\eta_j$ - приближения не шире, чем корреляционного, но его использование может существенно упростить выкладки.

Следующий параграф /§4/ посвящен применению развитых приближений к исследованию модели взаимодействия нерелятивистской частицы с квантованным скалярным полем. С одной стороны, эта модель позволяет детально проследить применение функциональных методов и дать оценку области их применимости. С другой, - она представляет и самостоятельный интерес и уже много лет привлекает внимание физиков. Именно на примере этой модели Н.Н.Боголюбов сформулировал свои канонические преобразования [15], получившие дальнейшее развитие в недавних работах Е.П.Солодовниковой, А.Н.Тавхелидзе и О.А.Хрусталева [16] по теории сильной связи.

Гамильтониан системы представляется в виде

$$H=-\frac{1}{2\mu}\Delta_r+\frac{1}{2}\sum_k\omega_k(b_k^+b_k+b_kb_k^+)+$$
$$+g\sum_k(A_ke^{i\vec{k}\vec{r}}b_k+A_k^*e^{-i\vec{k}\vec{r}}b_k^+), \qquad /9/$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор частицы, b_k и b_k^+ - операторы уничтожения и рождения квантов скалярного поля, ω_k - частота k-ой нормальной моды этого поля. В работе /17/ были получены континуальные выражения для функции Грина в координатном и импульсном представлениях и в когерентном базисе. В частности, было получено вакуумное среднее функции Грина в представлении, где полный импульс системы $\vec{\mathcal{P}}$ есть с-число

$$\vec{\mathcal{P}}=-i\vec{\nabla}_r+\sum_k\vec{k}\,b_k^+b_k\,. \qquad /10/$$

Именно,

$$(H-E)G=1,$$
$$\langle G\rangle_0=-i\int_0^\infty d\tau\, e^{-i\tau(\mathcal{E}-\frac{\vec{\mathcal{P}}^2}{2\mu}-i\epsilon)}\int[\delta\vec{\nu}]_0^\tau\times$$
$$\times\exp\{-g^2\sum_k|A_k|^2\int_0^\tau ds_1\int_0^{s_1}ds_2\times$$
$$\times e^{i\int_{s_2}^{s_1}d\eta\left(\omega-\frac{\vec{k}\vec{\mathcal{P}}}{\mu}+\sqrt{\frac{2}{\mu}}\vec{k}\vec{\nu}(\eta)\right)}, \qquad /11/$$
$$\mathcal{E}=E-\frac{1}{2}\sum_k\omega_k\,.$$

Применение аппроксимационных процедур §3 к вычислению функционального интеграла в /11/ приводит к следующему выражению для вакуумного среднего функции Грина

$$\langle G\rangle_0=\sum_{n_k}P\{n_k\}\left[\frac{\vec{\mathcal{P}}^2}{2\mu}-g^2\sum_k\frac{|A_k|^2}{\Omega_k}+\sum_k n_k\Omega_k-\mathcal{E}+i\epsilon\right]^{-1},$$
$$\Omega_k=\omega_k-\frac{\vec{k}\vec{\mathcal{P}}}{\mu}+\frac{\vec{k}^2}{2\mu}, \qquad /12/$$

где $P\{n_k\}$ - пуассоновские вероятности

$$P\{n_k\}=\prod_k e^{-\bar{n}_k}\frac{(\bar{n}_k)^{n_k}}{n_k!},\quad \bar{n}_k=g^2\frac{|A_k|^2}{\Omega_k^2}. \qquad /13/$$

Для энергии $\mathcal{E}_0$ основного состояния системы и первой поправки $\delta\mathcal{E}_0$ к ней имеем

$$\mathcal{E}_0=\frac{1}{2\mu}\vec{\mathcal{P}}^2-g^2\sum_k\frac{|A_k|^2}{\Omega_k},$$
$$\delta\mathcal{E}_0=\frac{1}{2\mu}\left(g^2\sum_k\vec{k}\,\frac{|A_k|^2}{\Omega_k^2}\right)^2=\frac{1}{2\mu}\eta^2\vec{\mathcal{P}}^2, \qquad /14/$$

где параметр η, определяемый уравнением

$$\eta\vec{\mathcal{P}}=g^2\sum_k\vec{k}\,\frac{|A_k|^2}{\Omega_k^2}, \qquad /15/$$

соответствует доле полного импульса системы, переносимой квантованным полем. В этом нетрудно убедиться, используя определение полного импульса поля $\vec{\pi}=\sum_k\vec{k}n_k$ и вспоминая, что в нашем приближении среднее число квантов $\bar{n}_k$ дается формулой /13/. Очевидно, что эти приближения справедливы при условии малости $\eta\ll 1$.

С целью иллюстрации рассмотрена конкретная модель полярона /15,18/, для которой вычислены энергия основного состояния системы и первая поправка к ней. Оказывается, что полученные формулы справедливы для медленных частиц в теории слабой связи и быстрых - в теории умеренно-сильной связи /17/. В последнем случае состояние системы имеет конечное время жизни. В конце параграфа обсуждаются высшие поправки и возможность описания случая сильной связи.

С развитыми выше аппроксимационными процедурами тесно связан операторный метод /19,20/ решения квазипотенциальных уравнений квантовой теории поля, излагаемый в пятом параграфе.

Рассмотрим квазипотенциальное уравнение с локальным квазипотенциалом для амплитуды рассеяния скалярных частиц

$$T(\vec{p},\vec{p}\,';s)=gV(\vec{p}-\vec{p}\,';s)+$$
$$+g\int d\vec{q}\,K(\vec{q}^{\,2};s)V(\vec{p}-\vec{q};s)T(\vec{q},\vec{p}\,';s), \qquad /16/$$

где $\vec{p}$ и $\vec{p}\,'$ - относительные импульсы частиц в системе центра масс в начальном и конечном состояниях, а $s=4(\vec{p}^{\,2}+m^2)=4(p'^2+m^2)$.Ядро уравнения $K(\vec{q}^{\,2};s)$ мы пока конкретизировать не будем.

Операторный метод позволяет свести уравнение /16/ к нелокальному дифференциальному уравнению

$$e^{W(\vec{r};\vec{p}\,';s)} = 1+g\hat{L}_r\,[V(\vec{r};s)e^{W(\vec{r};\vec{p}\,';s)-i\vec{p}\,'\vec{r}}]e^{i\vec{p}\,'\vec{r}}, \qquad /17/$$

где

$$\hat{L}_r = K(-\vec{\nabla}_r^{\,2};s), \qquad /18/$$

а амплитуда рассеяния связана с функцией W соотношением

$$T(\vec{p};\vec{p}\,';s) = \frac{g}{(2\pi)^3}\int d\vec{r}\, e^{i\vec{r}(\vec{p}-\vec{p}\,')} V(r;s)e^{W(\vec{r};\vec{p}\,';s)}. \qquad /19/$$

Раскладывая W в ряд $W=\sum\limits_{n=1} g^n W_n$ и ограничиваясь первым членом разложения, получаем [19] приближенное выражение для амплитуды рассеяния в форме /19/, где вместо W стоит gW_1, причем

$$W_1(\vec{r};\vec{p}\,';s) = \int d\vec{q}\,V(\vec{q};s)K[(\vec{q}+\vec{p}\,')^2;s]\,e^{-i\vec{q}\vec{r}}. \qquad /20/$$

Полученное выражение может быть использовано для нахождения высокоэнергетической асимптотики амплитуды, а учет функций $W_2,\ldots$ дает поправки к основному члену. В диссертации в качестве соответствующего примера выбрано уравнение Логунова-Тавхелидзе, причем главная асимптотика при условии гладкости квазипотенциала описывается эйкональной формулой, а учет W_2 приводит к появлению поправок относительной величины $1/\sqrt{s}$.

Использование фейнмановского преобразования [21] позволяет ввести интегрирование по траекториям [20] и установить связь операторного метода с функциональными аппроксимациями предыдущих параграфов. Тем самым описываемый метод последовательно отражает концепцию прямолинейных путей, равно как и предположение о гладкости взаимодействия.

Вопросу о высокоэнергетическом поведении амплитуды рассеяния в модели, соответствующей сингулярному взаимодействию, посвящена *третья глава* /§§6,7/ диссертации.

В качестве объекта исследования выбрана амплитуда рассеяния двух скалярных нуклонов в модели $\mathcal{L}_{int}=g:\psi^+\psi\ \phi:$ в пренебрежении радиационными поправками и замкнутыми петлями. В шестом параграфе рассмотрен вопрос о возможности модификации пропагаторов виртуальных частиц по типу $k_i k_j$ - приближения [13]. При этом используются понятия $\bar{t}$ -путей Тиктопулоса [22] и p -путей, то есть множества линий, в пропагаторы которых входят внешние импульсы. Отметим, что понятие $\bar{t}$ -путей было также введено и развито в работах [23]. Что же касается p -путей, то, в отличие от $\bar{t}$ -путей, являющихся топологическими характеристиками графа, их расположение зависит от конкретной расстановки импульсов интегрирования. В рассматриваемых графах последние можно расставить так, чтобы p -пути совпали с парой любых $\bar{t}$ -путей, не образующих замкнутую петлю. Можно доказать [24] следующие утверждения.

1. Пусть задан граф, такой, что вклад в его главную асимптотику дает пара $\bar{t}$ -путей, не имеющих общей линии. Тогда асимптотика этого графа не изменится, если расставить импульсы интегрирования так, чтобы p -пути совпали с $\bar{t}$ -путями, а затем произвести следующую модификацию пропагаторов, зависящих от внешних импульсов p

$$\frac{1}{(\Sigma k_i)^2 + 2p\Sigma k_i - m_j^2 + i\epsilon} \to \frac{1}{2p\Sigma k_i + i\epsilon}, \qquad /21/$$

то есть пренебречь массами и произведениями импульсов интегрирования.

2. Если же пара $\bar{t}$ -путей имеет общую линию, то асимптотика графа совпадает с асимптотикой редуцированной диаграммы, получаемой из первоначальной стягиванием общей линии в точку и умноженной на фактор $(\pm\frac{1}{s})$. Знак /+/ выбирается, когда внешние импульсы в общей линии имеют одинаковое направление, а знак /-/ - в обратном случае. К редуцированному графу применимо утверждение 1. С помощью этих утверждений в этом и в следующем, седьмом, параграфе рассмотрена структура членов, нарушающих эйкональное представление амплитуды. Возможность появления таких экстра-членов отмечалась в работе [25].

Выведены соотношения, связывающие эйкональные и неэйкональные вклады в амплитуду рассеяния, рассмотрены типы неэйкональных $\bar{t}$ -путей в старших порядках.

В целом результаты третьей главы позволяют обобщить идею прямолинейных путей, дополняя ее представлением о возможном изменении "сорта" частицы, несущей большой импульс. Иными словами, мы представляем себе процесс взаимодействия как рассеяние двух частиц, несущих большой импульс и испытывающих малые отдачи при излучении виртуальных квантов. Такие частицы условно назовем "лидирующими". При этом "сорт" лидирующей частицы не фиксируется, то есть, наряду с процессами, когда большие импульсы переносятся начальными нуклонами, необходимо учитывать и конкурирующие процессы, в которых, например, нуклон излучает жесткий мезон, передавая ему почти весь свой большой начальный импульс. Основной асимптотический член амплитуды рассеяния получается от тех виртуальных процессов, в которых лидирующая частица излучает минимальное число квантов и, следовательно, испытывает минимальную отдачу.

В конце главы намечены возможные пути дальнейшего изучения затронутых в диссертации вопросов.

В Заключении изложены основные выводы проведенного исследования.

Приложения содержат результаты, помещение которых в основной текст нарушило бы последовательность изложения.

Основные результаты диссертации были опубликованы в работах /10,12,14,17,19,20,24/ и докладывались на всесоюзных и международных конференциях, семинарах и школах, на сессиях ОЯФ АН СССР.

Литература

1. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. ГИТТЛ, М. /1957/.
Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Физматгиз, М. /1958/.
2. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 89, 380 (1963).
A.N.Tavkhelidze. Lectures at Tata Institute, Bombay (1963).
В.Г.Кадышевский, А.Н.Тавхелидзе. "Проблемы теоретической физики". Сборник статей, посвященный 60-летию Н.Н.Боголюбова, Наука, М. /1969/.
3. Б.А.Арбузов, А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, Р.Н.Фаустов, А.Т.Филиппов. ЖЭТФ, 44, 140 /1963/.
А.Т.Филиппов. Лекции на Межд. зимней школе теоретической физики, 2, Дубна /1964/.
Р.Н.Фаустов. Там же.
B.A.Arbuzov, A.T.Philippov, O.A.Khrustalev. Phys.Lett., 8, 205 (1964).
V.R.Garsevanishvili, V.A.Matveev, L.A.Slepchenko, A.N.Tavkhelidze. Phys. Lett., 29B, 191 (1969).
В.А.Матвеев. ОИЯИ, 2-6177, Дубна, 1971.

M.I.Dzhgarkava, V.R.Garsevanishvili, S.V.Goloskokov, Yu.M.Kazarinov, V.A.Matveev, I.K.Potashnikova, I.N.Silin, L.A.Slepchenko. JINR, E2-6803, Dubna (1972).
4. V.G.Kadyshevsky. Preprint ITP, 67-7, Kiev (1967).
П.Н.Боголюбов. ТМФ, 5, 244 /1970/.
I.T.Todorov, preprint IC/70/59, Trieste (1970).
А.А.Логунов, В.И.Саврин, Н.Е.Тюрин, О.А.Хрусталев. ТМФ, 6, 157 /1971/.
5. D.I.Blokhintsev. Nucl.Phys., 31, 628 (1962).
S.P.Alliluev, S.S.Gershtein, A.A.Logunov. Phys.Lett., 18, 195 (1965).
O.A.Khrustalev, V.I.Savrin, N.Ye.Tyurin. JINR, E2-4479, Dubna, 1969.
B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, A.N.Sissakian, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 33B, 419 (1970); Nuovo Cim., 4A, 182 (1971).
6. B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, V.N.Pervushin, A.N.Sissakian, A.N.Tavkhelidze. Phys.Lett., 33B, 484 (1970).
Б.М.Барбашов, С.П.Кулёшов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян. ТМФ, 3, 342 /1970/.
7. R.P.Feynman. Rev.Mod.Phys., 20, 376 (1967).
Н.Н.Боголюбов. ДАН СССР, 99, 225 /1954/.
8. A.N.Tavkhelidze. High Energy Physics, p. 367, Kiev (1972).
С.П.Кулешов. ОИЯИ, 2-5465, Дубна, 1970.
А.Н.Сисакян. ОИЯИ, 2-5463, Дубна, 1970.
В.А.Матвеев. ОИЯИ, 2-6177, Дубна, 1971.
См. также библиографию в этих работах.
9. Б.М.Барбашов, Д.И.Блохинцев, В.В.Нестеренко, В.Н.Первушин. ЭЧАЯ, 4, вып. 3, Атомиздат, М. /1973/.
10. S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, A.N.Sissakian, M.A.Smondyrev. JINR, E2-5897, Dubna, 1971.
11. М.А.Марков. Нейтрино. "Наука", М. /1964/.
В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе. ОИЯИ, Р2-4578, Дубна, 1969.
Р.М.Мурадян. Автомодельность в инклюзивных реакциях. Издание ОИЯИ, Р2-6762, Дубна, 1972.
12. С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян, М.А.Смондырев. ОИЯИ, Р2-6445, Дубна, 1972.
13. Е.С.Фрадкин. Труды ФИАН, 29, 7 /1965/.
Б.М.Барбашов. ЖЭТФ, 48, 607 /1965/.
14. С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян, М.А.Смондырев. Физика высоких энергий. Издание ОИЯИ, Р2-6867, Дубна, 1972.
15. Н.Н.Боголюбов. Укр. мат. журн., 2, 3 /1950/; Избранные труды, 2, 499, Киев /1970/.
16. Е.П.Солодовникова, А.Н.Тавхелидзе, О.А.Хрусталев. ТМФ, 8, 256 /1971/; JINR, E2-5976, Dubna, 1971; ОИЯИ, Р2-6115, Дубна, 1971.
17. С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян, М.А.Смондырев. ОИЯИ, Р2-6937, Дубна, 1973.
18. H.Frohlich, H.Pelzer, S.Zienau. Phil.Mag., 41, 221 (1950).
T.D.Lee, D.Pines. Phys.Rev., 92, 883 (1953).
H.Frohlich, Advans.Phys., 3, 225 (1954).
R.P.Feynman Phys. Rev., 97, 660 (1955).

T.D.Lee, F.Low, D.Pines. Phys.Rev., 90, 297 (1953).
19. S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, A.N.Sissakian, M.A.Smondyrev. JINR, E2-5833, Dubna, 1971.
20. С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян, М.А.Смондырев. ОИЯИ, Р2-6437, Дубна, 1972; ТМФ, 14, 325 /1973/.
21. R.P.Feynman. Phys.Rev., 84, 108 (1951).
22. G.Tiktopoulos. Phys.Rev., 131, 480 (1963); 131, 2373 (1963).
23. А.В.Ефремов. ОИЯИ, Р-1242, Дубна, 1963.
А.В.Ефремов, О.И.Завьялов. Труды XXII Международной конференции по физике высоких энергий, стр. 360, Дубна, /1964/.
О.И.Завьялов. ЖЭТФ, 47, 1103 /1964/.
24. S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, A.N.Sissakian, M.A.Smondyrev, A.N.Tavkhelidze. JINR, E2-7041, Dubna, 1973.
25. G.Tiktopoulos, S.B.Treiman. Phys.Rev., 3D, 1037 (1971).

Рукопись поступила в издательский отдел
29 марта 1973 года.