ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 5596

Н.Б. Скачков

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ФУРЬЕ-АНАЛИЗА НА ГРУППЕ ЛОРЕНЦА В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук В.Г. Кадышевский

кандидат физико-математических наук Р.М. Мир-Касимов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук В.В. Бабиков

кандидат физико-математических наук М.А. Мествиришвили

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Математический институт им. В.А. Стеклова АН СССР.

Автореферат разослан " " 1971 года

Защита диссертации состоится " " 1971 года на заседании Ученого совета Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Р.А. Асанов

Н.Б. Скачков

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ФУРЬЕ-АНАЛИЗА НА ГРУППЕ ЛОРЕНЦА В КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

Специальность 041 - теоретическая и математическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

В диссертации рассмотрен круг вопросов, связанных с трехмерной формулировкой релятивистской проблемы двух тел в квантовой теории поля.

Четырехмерный подход к этой проблеме, основанный на уравнении Бете-Солпитера, не является вполне удовлетворительным из-за отсутствия ясного физического смысла двухвременной волновой функции. А.А. Логунов и А.Н. Тавхелидзе разработали в квантовой теории поля трехмерный квазипотенциальный метод, в котором, благодаря переходу к одновременному описанию, сохранена квантовомеханическая интерпретация волновой функции системы двух частиц.[1-4]

Квазипотенциальный метод был с успехом применен для описания связанных состояний, таких как позитроний и водородоподобные атомы, а также в кварковых моделях для изучения слабых и электромагнитных формфакторов мезонов и барионов[5,6]. Введение гладкого квазипотенциала позволило единым образом описать многие черты процессов при высоких энергиях[7].

Другой способ трехмерного описания системы двух релятивистских частиц, основанный на ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля[8], был предложен В.Г. Кадышевским[9-11]. Поскольку в диаграммной технике гамильтоновой формулировки все импульсы частиц, даже в промежуточных состояниях, лежат на массовой поверхности

$$p_0^2 - \vec{p}^{\,2} = m^2 , \tag{I}$$

то в уравнениях естественным образом возникает интегрирование по гиперболоиду (I).

В подходе Кадышевского уравнения в импульсном представлении, описывающие двухчастичную систему, выглядят как геометрическое обобщение уравнений квантовой механики в том смысле, что вместо эвклидова трехмерного пространства импульсов в них фигурирует пространство Лобачевского, реализованного на верхней поле гиперболоида (I). По числу переменных, характеру зависимости от параметров и ряду других признаков эти уравнения аналогичны уравнениям Логунова-Тавхелидзе. Поэтому в данном подходе широко используется аппарат квазипотенциального метода.

Геометрическая аналогия между квазипотенциальными уравнениями в подходе Кадышевского и уравнениями квантовой механики дает возможность обобщить на релятивистский случай ряд методов и результатов нерелятивистского потенциального рассеяния. К числу хорошо известных результатов нерелятивистской теории относится установление для амплитуды рассеяния мандельстамовской аналитичности по энергии s и передаче импульса t, в случае потенциала Юкавы/I2/, а также эйконального представления в области больших энергий и малых передач импульса (см./I3/).

Одной из главных целей диссертации является обобщение этих результатов на релятивистский случай в рамках квазипотенциального подхода. Поскольку при нерелятивистском анализе существенную роль играют уравнения в конфигурационном представлении, то в диссертации основное внимание уделено формулировке квазипотенциальной теории в релятивистском конфигурационном представлении.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и двух приложений.

Во введении обсуждается роль квазипотенциального подхода в квантовой теории поля и дан обзор по различным модификациям этого метода. Кратко изложено содержание диссертации.

Глава I посвящена применению "преобразования Шапиро"/I4/, т.е. разложения по матричным элементам основной серии унитарных бесконечномерных представлений группы Лоренца с целью введения в квазипотенциальном методе релятивистского конфигурационного представления/I5,I6/.

В §2 квазипотенциальные уравнения для релятивистской амплитуды рассеяния и связанной с ней волновой функции преобразованы к виду, в котором они выступают как непосредственное релятивистское геометрическое обобщение уравнений Липпмана-Швингера и Шредингера.

В §3 на основе преобразования Шапиро определены функции, играющие роль "плоских волн" при переходе от пространства импульсов, лежащих на гиперболоиде (I), к новому релятивистскому конфигурационному представлению. Модуль радиус-вектора относительного расстояния двух релятивистских частиц является собственным значением оператора Казимира группы Лоренца. Уравнение для волновой функции в конфигурационном представлении имеет вид[x]

$$(2E_q - \hat{H}_0)\psi_q(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int V(\vec{r},\vec{r}\,';E_q)\,\psi_q(\vec{r}\,')\,d\vec{r}\,' \qquad (2)$$

$$\left(E_q = \sqrt{\vec{q}^{\,2}+1}\right),$$

где дифференциально-разностный оператор $\hat{H}_0$

$$\hat{H}_0 = 2\,\mathrm{ch}\,i\frac{\partial}{\partial r} + \frac{2i}{r}\,\mathrm{sh}\,i\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\Delta_{\theta,\varphi}}{r^2}\,e^{i\frac{\partial}{\partial r}} \qquad (3)$$

есть свободный гамильтониан.

---

[x] Здесь выбрана система единиц $\hbar = m = c = 1$.

В §4 указан метод построения квазипотенциала, соответствующий локальному взаимодействию в релятивистском $\vec{r}$-пространстве. Определены релятивистские аналоги потенциалов Юкавы и Кулона.

В §5 применительно к конечно-разностному исчислению, отвечающему определению свободного гамильтониана в уравнении (2), построены аналоги важнейших функций, используемые далее в других главах диссертации[18,19].

<u>В главе II</u> исследуются аналитические свойства по передаче импульса t и энергии s релятивистской амплитуды рассеяния в квазипотенциальном подходе[19], в случае, когда потенциал является суперпозицией релятивистских потенциалов Юкавы

$$V\left[(\vec{p}-\vec{k})^2; E_q\right] = \int_{\mu_0^2}^{\infty} \frac{d\mu^2\, \rho(\mu^2; E_q)}{\mu^2 - (p_0-k_0)^2 + (\vec{p}-\vec{k})^2}. \qquad (4)$$

Такой потенциал соответствует введенному в главе I локальному потенциалу Юкавы в релятивистском конфигурационном представлении.

В §6 показано, что в квазипотенциальном подходе релятивистская амплитуда рассеяния, соответствующая квазипотенциалу (4), имеет спектральное представление по передаче импульса t, согласующееся с релятивистской кинематикой.

В §7 исследуются условия существования найденного релятивистского спектрального представления по передаче импульса. Показано, что при $s \geq 4m^2$ квазипотенциальная амплитуда рассеяния во втором борновском приближении имеет правильный релятивистский разрез, причем скачок на этом разрезе

$$\sim \frac{2\pi}{\sqrt{s}} \cdot \frac{\theta\left(q^2 - \frac{\mu^4}{t'-4\mu^2}\right)}{\sqrt{t'(q^2 t' - 4q^2\mu^2 - \mu^4)}} \qquad (t' \geq 4\mu^2) \qquad (5)$$

совпадает с соответствующим выражением во второй борновской итерации уравнения Липпмана-Швингера с потенциалом Юкавы, с учетом лишь релятивистской связи между энергией и импульсом $E_q^2 = q^2 + m^2$ и кинематического фактора $\frac{1}{\sqrt{s}}$.

<u>В главе III</u> получено представление для релятивистской амплитуды рассеяния при высоких энергиях[20].

В §8 найден вид квазипотенциального уравнения в высокоэнергетическом приближении. Сделанные приближения означают, что полученное решение будет справедливо в области изменения мандельстамовских переменных s и t, ограниченных условием

$$\left|\frac{t}{s}\right| \ll 1. \qquad (6)$$

При этом вектор передачи импульса лежит на орисфере в пространстве Лобачевского, что является своеобразным релятивистским условием "поперечности".

В §9 определена трехпараметрическая группа орисферических сдвигов на гиперболоиде (I) - группа $T(3)$, являющаяся подгруппой группы Лоренца. Матричные элементы унитарных представлений группы $T(3)$ используются для построения аппарата фурье-анализа на данной группе.

В §10 с помощью фурье-анализа на группе $T(3)$ осуществлен переход к новому релятивистскому представлению "прицельного параметра". Построено точное решение квазипотенциального уравнения в области (6). С его помощью получено высокоэнергетическое представление для квазипотенциальной амплитуды рассеяния.

В §11 представление для релятивистской амплитуды рассеяния исследуется в случае, когда квазипотенциал диагонален в представлении "прицельного параметра". Найденное для амплитуды рассеяния выражение

$$A(s,t) = -iq \int_0^\infty \rho\, d\rho\, J_0(\sqrt{-t}\,\rho)\left\{ e^{\,i\int_{-\infty}^{\infty} \ln\left(1 - \frac{V_q(z,\tilde{\rho})}{2q}\right) dz} - 1 \right\} \qquad (7)$$

($V_q(z,\tilde{\rho})$ - квазипотенциал), является непосредственным обобщением на релятивистский случай эйконального представления в нерелятивистской квантовой механике[x].

Глава IУ посвящена обобщению развитой в главе I формулировки квазипотенциального уравнения в релятивистском конфигурационном представлении на случай, когда спин одной из частиц равен $\frac{1}{2}$, а другой - нулю.[22]

В §I2 с помощью базисных функций, преобразующихся по основной серии унитарных представлений группы Лоренца[23], определены релятивистские "плоские волны" со спином $\frac{1}{2}$. Дано их парциальное разложение по релятивистским шаровым спинорам.

В §I3 с помощью "плоских волн" со спином $\frac{1}{2}$ в квазипотенциальном уравнении, описывающем взаимодействие спинорной и скалярной частицы[II], осуществлен переход к релятивистскому конфигурационному представлению. Уравнение в этом представлении принимает вид:

$$(2E_q - \hat{H}_0^s)\,\psi_{q\sigma}(\vec{r}) = \sum_{\sigma'=\pm\frac{1}{2}} \int dr'\left(r'^2+\tfrac{1}{4}\right) d\omega_{n'}\, V_{\sigma\sigma'}(\vec{r},\vec{r}\,';E_q)\,\psi_{q\sigma'}(\vec{r}\,'), \qquad (8)$$

где свободный гамильтониан $\hat{H}_0^s$, являющийся дифференциально-разностным оператором

$$\hat{H}_0^s = 2\,\mathrm{ch}\, i\frac{\partial}{\partial r} + \frac{2i}{r+\frac{i}{2}}\,\mathrm{sh}\, i\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{\vec{J}}^2}{\left(r+\frac{i}{2}\right)^2}\, e^{-i\frac{\partial}{\partial r}}, \qquad (9)$$

содержит квадрат полного момента количества движения

$$\hat{\vec{J}}^2 = \left(\vec{L} + \tfrac{1}{2}\vec{\sigma}\right)^2 \qquad (10)$$

[x] В последнее время релятивистское эйкональное представление изучалось также на основе теоретико-полевых моделей (см., например,[21]).

В заключении кратко перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

В приложении I дан вывод нерелятивистской эйкональной формулы, использующий уравнение для волновой функции в импульсном представлении.

В приложении II на основе общей теории представлений группы Лоренца найден явный вид матричных элементов группы орисферических сдвигов $T(3)$.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах /I5-20, 22/ и докладывались на семинарах, сессиях ядерного отделения АН СССР и на Международной конференции по физике высоких энергий в Киеве (I970).

ЛИТЕРАТУРА

1. A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).
2. A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze, I.T. Todorov, O.A. Khrustalev. Nuovo Cim., 30, 134 (1963).
3. А.А. Логунов, В.И. Саврин, Н.Е. Тюрин, О.А. Хрусталев. Препринт ИФВЭ, СТФ 70-60, Серпухов (1970).
4. A.N. Tavkhelidze. Lectures on Quasipotential Method in Field Theory, Bombey, Tate Institute of Fundamental Research (1964).
5. A.N. Tavkhelidze. Fundamental Problems in Elementary Particles Physics;
Доклад на Сольвеевском конгрессе, Брюссель, 1967, стр.145.
6. В.Г. Кадышевский, А.Н. Тавхелидзе. В сборнике "Проблемы теоретической физики" посвященном Н.Н. Боголюбову в связи с его 60-летием. Наука, Москва (1969).
7. V.R. Garsevanishvili, V.A. Matveev, L.A. Slepchenko, A.N. Tavkhelidze. Phys.Lett., 29B, 191 (1969); Preprint IC/69/87, Trieste (1969).
8. В.Г. Кадышевский. ЖЭТФ 46, 654 (1964);,
ЖЭТФ 46, 872 (1964).
9. V.G. Kadyshevsky. ITF Preprint 67-7, Kiev 1967.
10. V.G. Kadyshevsky. Nucl.Phys., B6, 125 (1968).
11. V.G. Kadyshevsky, M.D. Mateev. Nuovo Cim., 55A, 275 (1968).
12. R. Blankenbecler, M.L. Goldberger, N.N. Khuri, S.B. Treiman. Ann. Phys., 10, 62 (1960).
13. R.J. Glauber. "Lectures in Theoretical Physics" I, 315 N.Y.(1959)
14. И.С. Шапиро. ДАН СССР, 106, 647 (1956), ЖЭТФ 43, 1727 (1962).

15. V.G. Kadyshevsky, R.M. Mir-Kasimov, N.B. Skachkov. Nuovo Cim., 55A, 233 (1968).
16. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. Сборник ЭЧАЯ т.2, вып.3, Атомиздат, Москва (1971).
17. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. ЯФ 9, 212 (1969).
18. В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. ЯФ 9, 462 (1969).
19. Н.Б. Скачков. ТМФ 5, 57 (1970).
20. V.R. Garsevanishvili, V.G. Kadyshevsky, R.M. Mir-Kasimov, N.B. Skachkov. JINR Preprint,E2-5341, Dubna (1970).
21. Б.М. Барбашов, С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, А.Н. Сисакян. ТМФ 3, 342 (1970).
Б.М. Барбашов, С.П. Кулешов, В.А. Матвеев, В.Н. Первушин, А.Н. Сисакян, А.Н. Тавхелидзе. ТМФ 5, 330 (1970).
B.M. Barbashov, S.P. Kuleshov, V.A. Matveev, A.N. Sissakian, A.N. Tavkhelidze. JINR Preprint E2-5365, Dubna (1970).
22. М.Д. Матеев, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков. Препринт ОИЯИ Р2-5605, Дубна (1971).
23. Л.Г. Заставенко, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ 35, 1417 (1958), ЖЭТФ 38, 134 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
3 февраля 1971 года.