ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

2 - 3745

Д.Стоянов

ВОПРОСЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ МНОГИХ ЧАСТИЦ

Специальность
(041 теоретическая и математическая физика)

Автореферат диссертации на соискание учёной
степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1968

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители: доктор физико-математических наук, член корреспондент АН Груз. ССР профессор А.Н.Тавхелидзе,
доктор физико-математических наук, член-корреспондент Болгарской АН И.Т. Тодоров.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических иаук, старший научный сотрудник Нгуен Ван Хьеу,
кандидат физико-математических наук Г.А.Чилашвили.

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Лаборатория теоретической физики ОИЯИ

Автореферат разослан " " 1968 г.

Защита диссертации состоится " " 1968 г. на заседании совета Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Учёный секретарь совета:

Р.Асанов.

2 - 3745

Д.Стоянов

ВОПРОСЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ МНОГИХ ЧАСТИЦ

Специальность
(041 теоретическая и математическая физика)

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Нерелятивистская квантовая теория трех тел в случае парного взаимодействия была разработана Фаддеевым[1,2] в начале шестидесятых годов. Ему удалось непосредственно для амплитуды рассеяния получить уравнения, в которых ядрами являются двухчастичные амплитуды и для которых применим метод теории возмущения.

Попытки решать релятивистские задачи с участием трех частиц делались давно, почти одновременно с появлением уравнения Бете-Сальпетера. К ним относятся работы о трехчастичных связанных состояниях, например, о тритии[3], а также о рассеянии нуклона на дейтоне[4].

Настоящая диссертация посвящена формальной (квантовой) теории рассеяния трех релятивистских частиц. Она основана на работах[5-11]. Дальнейшее развитие эта теория получила в ряде работ, из которых мы упоминаем[12,13].

Во введении сделан обзор работ, связанных с рассматриваемой задачей и подробно рассматриваются особенности и трудности, с которыми связано ее решение. Теория рассеяния трех частиц формулируется как следствие обычной квантовой теории поля и дает ясную картину о тех приближениях или дополнительных предположениях, которые необходимы при ее формулировке.

В первом параграфе вводится трехчастичное уравнение для функции Грина типа Бете-Сальпетера (Б.С.). Оно является отправным пунктом в релятивистской теории трех частиц. Для его создания понадобилось обобщить понятия неприводимых и приводимых диаграмм Фейнмана. Пусть $K_n(x_1 x_2 x_3 y_1 y_2 y_3)$ — вклад некоторой диаграммы Фейнмана n - го порядка в трехчастичной функции Грина. По определению, диаграмма Фейнмана называется приводимой, если K_n можно представить в виде

$$K_n(x_1 x_2 x_3 y_1 y_2 y_3) = \int (du)(dv) K'_{n_1}(x_1 x_2 x_3 u_1 u_2 u_3) \times$$
$$\times g_0(u_1 u_2 u_3 v_1 v_2 v_3) K''_{n_2}(v_1 v_2 v_3 y_1 y_2 y_3), \tag{1}$$

где K'_{n_1} и K'_{n_2} представляют вклады некоторых других диаграмм порядка n_1 и n_2, соответственно, а $g_0(x_1 x_2 x_3 y_1 y_2 y_3)$–свободная трехчастичная функция Грина. Если для данной диаграммы равенство (1) не имеет места ни при каком выборе K'_{n_1} и K''_{n_2}, то она называется неприводимой.

Выделение класса неприводимых диаграмм позволяет просуммировать все диаграммы, входящие в трехчастичную функцию Грина G и получить для нее уравнение типа Б.С. В операторной форме это уравнение имеет вид:

$$G = g_0 + g_0 \bar{K} G, \tag{2}$$

где g_0, как и выше, – трехчастичная свободная функция Грина, а $\bar{K}$ – ядро уравнения, являющееся суммой вкладов всех неприводимых диаграмм. По внешнему виду (2) вполне аналогично двухчастичному уравнению Б.С., однако между ними имеются некоторые существенные различия. Во-первых, ядро уравнения (2) содержит несвязные диаграммы, что не имеет места в двухчастичном случае. Во-вторых, как было отмечено в работе /12/, в некоторых моделях ядро K не определяется однозначным образом и поэтому для таких моделей уравнение (2) не имеет места (например, в теории с самодействием $g\phi^3$). В этом параграфе нами даны условия применимости уравнения (2). Кроме того, там же для лагранжианов взаимодействия типа

$$L = :\Psi^* \Gamma^a \Psi A^a: \tag{3}$$

продемонстрирована структура приводимой диаграммы.

Если ядро уравнения (2) можно представить в виде

$$\bar{K} = \bar{K}' + \bar{K}'', \tag{4}$$

то, вводя

$$G' = g_0 + g_0 \bar{K}' G', \tag{5}$$

для G имеем уравнение

$$G = G' + G' \bar{K}'' G. \tag{6}$$

Это свойство дает нам возможность выделить из ядра все несвязные диаграммы. Если $\bar{K}'$ содержит все несвязные диаграммы, то ядро уравнения (6) уже не содержит несвязных диаграмм, и в этом смысле оно и является самым близким аналогом двухчастичного уравнения Б.С. Однако, G' не имеет такой простой структуры, как в двухчастичном случае, и нахождение G' само по себе является нелегкой задачей.

Во втором параграфе начинается исследование уравнения типа (5), с ядром $\bar{K}'$, являющимся суммой всех парных взаимодействий трех частиц

$$\bar{K}' \equiv \bar{K}_{\Pi} = \bar{K}_1 + \bar{K}_2 + \bar{K}_3, \tag{7}$$

где $\bar{K}_i$ –парное ядро, в котором i – частица не взаимодействует с двумя другими. Здесь вместо (5) запишем

$$G_{\Pi} = g_0 + g_0 \bar{K}_{\Pi} G_{\Pi}. \tag{8}$$

В силу (7) G_{Π} естественным образом записывается в виде

$$G_{\Pi} = g_0 + G_1 + G_2 + G_3 \,, \tag{9}$$

где

$$G_n = g_0 \bar{K}_n G_{\Pi} \tag{10}$$

Вводя гринообразные функции с помощью уравнения

$$g_n = g_0 + g_0 \bar{K}_n g_n \,, \tag{11}$$

а также величины $\bar{T}_n$

$$g_0 \bar{T}_n g_0 = g_0 \bar{K}_n g_n \,, \tag{12}$$

для G_n получаем следующую систему уравнений

$$G_n = g_0 \bar{T}_n g_0 + g_0 \bar{T}_n \sum_{m \neq n} G_m \,. \tag{13}$$

Функции g_n и $\bar{T}_n$ имеют простой физический смысл. Это и есть трехчастичная функция Грина и трехчастичная амплитуда, в которых n - ая частица не взаимодействует с остальными. Например,

$$g_n = S_n \hat{g}_n \,, \tag{14}$$

где S_n -одночастичная свободная функция распространения, а $\hat{g}_n$ -двухчастичная функция Грина. Соответственно этому,

$$\bar{T}_n = S_n^{-1} \hat{T}_n \,, \tag{15}$$

где $\hat{T}_n$ -двухчастичная амплитуда, не содержащая n -ой частицы. Дальше, вводя амплитуды T_n по формуле

$$g_0 K_n G = g_0 T_n g_0 \,, \tag{16}$$

вместо (13) имеем

$$T_n = \bar{T}_n + \bar{T}_n g_0 \sum_{m \neq n} T_m \,. \tag{17}$$

Парная амплитуда рассеяния определена из условия

$$g_0 T_{\Pi} g_0 = g_0 \bar{K}_{\Pi} G_{\Pi} \,, \tag{18}$$

и получается в виде

$$T_{\Pi} = T_1 + T_2 + T_3 \,. \tag{19}$$

Уравнение (17) по внешнему виду совпадает с уравнением Фаддеева/1/. Ядро системы (17) некомпактно в силу равенства (15), так как S_n^{-1} содержит δ -функции и их производные. Однако после первой итерации в ядре полученного уравнения эти δ- функции пропадают.

Если все три частицы разные, то существуют 16 различных процессов между ними, и одним из основных вопросов теории является вопрос о разделении этих процессов. Такого разделения можно добиться двумя разными способами. Этим способам посвящены третий и четвертый параграфы диссертации. В третьем параграфе это сделано с помощью введения волновых функций типа Б.С. В начале параграфа функция Грина определяется равенством

$$G = \langle 0 | T[\Psi_1(x_1)\Psi_2(x_2)\Psi_3(x_3)\bar{\Psi}_1(y_1)\bar{\Psi}_2(y_2)\bar{\Psi}_3(y_3)] | 0 \rangle \,, \tag{20}$$

где операторы поля взяты в представлении Гейзенберга. Волновые функции определяются с помощью равенств типа

$$\chi_p(x_1 x_2 x_3) = \langle 0 | T[\Psi_1(x_1)\Psi_2(x_2)\Psi_3(x_3)] | p \rangle \,, \tag{21}$$

причём для каждого процесса они определяются своим выбором гейзенберговского состояния $|p>$. Такой подход является точным только тогда, когда речь идет о полной функции Грина. Но, как уже отметили, мы рассматриваем только парную часть гриновой функции, тогда определения (20) и (21) будут неточными. Тем не менее, исходя из них, можно получить более удобное для наших целей определение волновых функций. Для этого в функцию Грина вводятся координаты Якоби. Устремляя потом начальные времена частиц к $-\infty$, определяем частичный фурье-образ:

$$G(X-Y,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x}\,\tilde{\tilde{y}}\,\bar{y})\Big|_{Y_0\to-\infty} = \int \tilde{\tilde{G}}^{\infty}_{P}(X,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x}\,\tilde{\tilde{p}}\,\bar{y})\, e^{iPY}\, e^{i\tilde{\tilde{p}}\tilde{\tilde{y}}}\, dP\, d\tilde{\tilde{p}}, \tag{22}$$

где

$$X = \frac{1}{M}(m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3) \qquad M = m_1 + m_2 + m_3$$

$$\tilde{\tilde{x}}_i = \frac{1}{M_{k\ell}}(m_k x_k + m_\ell x_\ell) - x_i \qquad M_{k\ell} = m_k + m_\ell$$

$$\bar{x}_i = x_k - x_\ell$$

и аналогично для Y, $\tilde{\tilde{y}}$ $\bar{y}$.

Тогда, если $f^{+}(\bar{y}\ \tilde{\tilde{p}})$ -начальное состояние системы для заданного процесса, то соответствующая волновая функция $\chi_P(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x})$ определяется из равенства

$$\lim_{\substack{P_0\to E\\ \epsilon\to 0}} (P_0 - E + i\epsilon)\, \tilde{\tilde{G}}^{\infty}_{P}(X\ \tilde{\tilde{x}}\ \bar{x}\ \tilde{\tilde{p}}\ \bar{y}) = \tag{23}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\chi_P(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x})\,\delta(\tilde{\tilde{p}}_0 - \tilde{\tilde{E}})\, f^{+}(\bar{y}\ \tilde{\tilde{p}}),$$

где E -энергия начального асимптотического состояния, а $\tilde{\tilde{E}}$- некоторая относительная энергия.

Далее, равенства типа (23) могут быть использованы для определения волновых функций χ_P даже тогда, когда (20) и (21) не имеют места, как это и наблюдается в нашем случае при рассмотрении парной задачи.

Максимальное число возможных начальных или конечных асимптотических состояний в случае трех разных частиц равно четырем.

1). Три свободные частицы

$$\phi^{00}_{(p)} \equiv \phi^{00}_{p_i p_k p_\ell}(x_i\, x_k x_\ell) \approx e^{-i(p_i x_i + p_k x_k + p_\ell x_\ell)} \tag{24}$$

2). Три разных состояния, в которых i -частица свободная, а остальные две образуют связанное состояние

$$\phi^{(i)}_{P\tilde{\tilde{p}}}(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x}) \approx e^{iPX - i\tilde{\tilde{p}}\tilde{\tilde{x}}}\, f^{(i)}_{\frac{m_k+m_\ell}{M}P+\tilde{\tilde{p}}}(\bar{x}) \tag{25}$$

с энергией

$$E = E_i(p_i) + E^{(i)}_n\ , \tag{26}$$

где $E^{(i)}_n$ -энергия связанного состояния.

Если G^{∞}_P задано формулой (10) в случае начального условия (25) и (26), то для функций $\chi^{(i)}_{(n)}(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x})$ получается следующая система уравнений

$$\psi^{(i)}_{(n)}(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x}) = \delta_{in}\,\phi^{(i)}_{P\tilde{\tilde{p}}}(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x}) +$$

$$+ \int (g_0 \bar{T}_n)(U\ \tilde{\tilde{u}}\ \bar{u}) \sum_{m\neq n} \chi^{(i)}_{(m)}(U\ \tilde{\tilde{u}}\ \bar{u})(d\,u) \tag{27}$$

и

$$\chi^{(1)}(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x}) = \sum_{m=1}^{3} \chi^{(1)}_{(m)}(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x}),$$

где $\chi^{(1)}(X\,\tilde{\tilde{x}}\,\bar{x})$ – полная волновая функция, определенная равенством (23), в котором вместо $\tilde{\tilde{G}}^{\infty}_{P}$ поставлен частичный фурье-образ G и i – асимптотическое состояние.

Через $\chi^{(0)}_{(n)(p)}$ и $\phi^{(0)}_{(n)(p)}$ обозначены функции, определенные равенством (23), если вместо $\tilde{\tilde{G}}^{\infty}_{P}$ подставлено соответственно G_n из (10), но с начальным условием (24) и g_n из (11) с тем же начальным условием. Тогда для $\chi^{0}_{(n)(p)}$ у нас получается система

$$\chi^{(0)}_{(n)(p)} = \phi^{(0)}_{(n)(p)} - \phi^{00}_{(p)} + g_0 \bar{T}_n \sum_{m \neq n} \chi^{(0)}_{(m)(p)} \tag{28}$$

При этом полная волновая функция, описывающая рассеяния трех несвязанных частиц, дается суммой

$$\chi^{(0)}_{(p)} = \phi^{00}_{(p)} + \sum_{n=1}^{3} \chi^{(0)}_{(n)(p)} . \tag{29}$$

Эта функция тоже определяется равенством (23), где вместо $\tilde{\tilde{G}}^{\infty}_{P}$ надо подставить соответствующую величину из G_{Π} с асимптотическим условием (24).

Все системы (27) и (28) получаются из уравнения (13) путем предельных переходов (22) и (23), если учесть соответствующие асимптотические условия (24), (25) и (26).

В четвертом параграфе вычисляются матричные элементы S-матрицы для всех возможных трехчастичных процессов (их число шестнадцать). Для этого делается предельный переход $X^{1}_{0} \to \infty$ и учитываются возможные асимптотические (out) -состояния. В результате матричный элемент T_{ab} амплитуды рассеяния между состояниями a и b получается в виде

$$T_{ab} = \overset{+}{\Psi}{}^{(a)} (\bar{K} - \bar{K}_a)\, \chi^{(b)} \tag{30}$$

$$a, b = 0,1,2,3 ,$$

где

$$\Psi^{(a)} = \begin{cases} \phi^{(i)} & i = a = 1,2,3 \\ \phi^{00} & a = 0 \end{cases}$$

и

$$\chi^{(b)} = \begin{cases} \chi^{(1)} \quad i = b = 1,2,3 & \text{из уравнений (27)} \\ \chi^{(0)} \quad b = 0 & \text{из уравнений (28) и (29)} \end{cases}$$

В формуле (30) считается, что $\bar{K}_0 = 0$, а $\bar{K} \equiv \bar{K}_{\Pi} = \bar{K}_1 + \bar{K}_2 + \bar{K}_3$ из (7). Формула (30) дает возможность ввести свою амплитуду для каждого из шестнадцати процессов $a \leftrightarrow b$. А именно: решая формально уравнения (27), (28) и (29), получаем

$$\chi^{(a)} = \Psi^{(a)} + G_{\Pi} (\bar{K} - \bar{K}_a)\, \Psi^{(a)} . \tag{31}$$

Подстановка в (30) дает

$$T_{ab} = \overset{+}{\Psi}{}^{(a)} M_{ab}\, \Psi^{(b)} , \tag{32}$$

где, по определению,

$$M_{ab} = \bar{K} - \bar{K}_a + (\bar{K} - \bar{K}_a)\, G_{\Pi}\, (\bar{K} - \bar{K}_b) . \tag{33}$$

Они удовлетворяют системе

$$M_{ab} = \bar{K} - \bar{K}_a + \sum_{m \neq b} M_{am} g_m \bar{K}_m . \qquad (34)$$

Прежде всего из (34) следует, что M_{ab} можно определить и по другому

$$M_{ab} g_b = (\bar{K} - \bar{K}\ ) G . \qquad (35)$$

Отсюда видно, что структура $M_{ab} g_b$ вообще не зависит от b, и (35) дает возможность получить из (34) большое количество уравнений для M_{ab}, в частности, распутанную систему

$$M_{ab} = \bar{K} - \bar{K}_a + M_{ab} g_b (\bar{K} - \bar{K}_b) . \qquad (36)$$

Связь введенных амплитуд M_{ab} с амплитудами T_n и с полной парной амплитудой (18) позволяет доказать, что величина

$$\Delta_b = 2M_{0b} - \sum_{a=1}^{3} M_{ab} \qquad (37)$$

удовлетворяет однородной системе

$$\Delta_b = \sum_{m \neq b} \Delta_m g_m \bar{K}_m , \qquad (38)$$

которая имеет только нулевое решение. Отсюда следует, что система (34) имеет однозначное решение.

Если мы хотим пользоваться уравнениями (36), то из их решений мы должны выбирать такие, для которых выполняется равенство

$$2M_{0b} - \sum_{a=1}^{3} M_{ab} = 0 \qquad (39)$$

В том же четвертом параграфе получены и некоторые другие следствия из уравнения (34). В частности, рассматривая упругое рассеяние частицы на связанном состоянии и пренебрегая силами, действующими внутри связанного состояния, нам удалось получить M_{33} в виде:

$$M_{33} = \bar{T}_1 + \bar{T}_2 + \bar{T}_1 g_0 \bar{T}_2 + \bar{T}_2 g_0 \bar{T}_1 + \dots , \qquad (40)$$

т.е. в ряд по кратности столкновений. Если пренебречь многократными рассеяниями, то получается

$$M_{33} = \bar{T}_1 + \bar{T}_2 . \qquad (41)$$

Этот результат был получен нами впервые в работе /8/. Перенесенный на случай многих частиц (в кварковой модели), впоследствии он получил название "гипотеза об аддитивности кварковых амплитуд" /14,19/.

В пятом параграфе указана возможность учёта трехчастичных связанных диаграмм, которые мы выделили во втором параграфе. Определяя настоящие волновые функции согласно (21) с асимптотическими условиями (24), (25) и (26), получаем следующие уравнения для H^{μ}_{P}

$$H^{(\mu)}_{P} = \chi^{(\mu)}_{P} + G_{\Pi} K_T H^{(\mu)}_{P} \qquad \mu = 0,1,2,3 . \qquad (42)$$

В терминах $H^{(\mu)}_{P}$ матричные элементы амплитуды рассеяния между состояниями μ и ν записываются в виде:

$$T^{(\mu)(\nu)} = \chi^{+(\mu)} K_T H^{(\nu)} . \qquad (43)$$

Уравнение (42) имеет однозначное решение, если полная энергия трехчастичной системы больше суммы масс отдельных частиц.

В последнем, шестом , параграфе некоторые из предыдущих результатов обобщаются на случай большего числа частиц. В частности, показано, что если в многочастичной системе действуют трехчастичные силы, то при рассмотрении рассеяния связанных состояний из таких частиц имеет место обобщение формулы (41) для трехчастичных амплитуд. Это продемонстрировано на примере рассеяния адронов в кварковой модели. Ввиду отсутствия двухчастичных кварковых связанных состояний мы предположили, что между кварками действуют только трехчастичные силы (двухчастичные действуют лишь между кварком и антикварком). На основе обобщения формулы (41), которое назовем "аддитивностью трехчастичных кварковых амплитуд", удалось получить большое количество соотношений между полными сечениями рассеяния и дифференциальными сечениями некоторых неупругих процессов между адронами. Показано, что только на основе рассмотрения барион-барионных и барион-мезонных столкновений нельзя сделать выбор между двухкварковой и трехкварковой аддитивностью амплитуд, так как в обоих подходах результаты одинаковы. Лишь при рассмотрении мезон-мезонных столкновений в двух подходах получаются существенно различные предсказания. Однако имеющиеся экспериментальные данные для мезон-мезонного рассеяния слишком неточны, чтобы дать возможность в настоящее время решить вопрос о характере кварковых сил.

Л и т е р а т у р а

1. *Л.Д.Фаддеев. ЖЭТФ 39, 1459 (1960).*
2. *Л.Д.Фаддеев. Труды Математического института им. В.А.Стеклова, АН СССР, XIX (1963).*
3. *G.Wentzel. Phys. Rev., 89, 684 (1953).*
4. *G.Chew. Phys. Rev., 80, 196 (1950).*
5. *Д.Стоянов. Препринт ОИЯИ Р-1777 (1964).*
6. *D.Stoyanov, A.N.Tavkhelidze. Phys. Lett., 13, 76 (1964).*
7. *V.Shelest, D.Stoyanov. Phys. Lett., 13, 253 (1964).*
8. *Д.Стоянов, В.П.Шелест. Препринт ОИЯИ Р-2066 (1965).*
9. *Д.Стоянов, В.П.Шелест . ЯФ 3, вып. 5 (1965).*
10. *Р.П.Зайков, Д.Ц.Стоянов. Препринт ОИЯИ Р2-3359, (1967).*

11. *Д.Стоянов. Препринт ОИЯИ Р2-3694 (1968).*
12. *A.Tucciarone. Preprint Institute di Fisika G.Marconi, Universita di Roma (1965).*
13. *Freedman, C.Lovelace and Namyslowski. Preprint Imperial College London and CERN - Geneve 65/980/5-TH 575 (1965).*
14. *Е.М.Левин, Л.Л.Франкфурт. ЖЭТФ, письма, 2, 105 (1965).*
15. *H.I.Lipkin, F.Schek. Phys. Rev. Letters, 16, 71 (1965).*

Рукопись поступила в издательский отдел
29 февраля 1968 года.